

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de
Materiais-PPGEM

AVALIAÇÃO DA AUTOFRETAGEM DE TUBOS

ANTÔNIO FERNANDO BURKERT BUENO
Engenheiro Mecânico

Dissertação para obtenção do título de Mestre
em Engenharia

Porto Alegre
1997

ESCOLA DE ENGENHARIA
BIBLIOTECA

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de
Materiais-PPGEM

AVALIAÇÃO DA AUTOFRETAGEM DE TUBOS

por
ANTÔNIO FERNANDO BURKERT BUENO
Engenheiro Mecânico

Trabalho realizado no Departamento de Metalurgia da Escola de Engenharia da UFRGS, dentro do -Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais - PPGEM.

Porto Alegre
1997

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador: Telmo Roberto Strohaecker

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Juan Blas, COPPE/UFRJ

Prof. Dr. Eduardo Bittencourt, UFRGS

Prof. Dr. Lírio Schaeffer, UFRGS

Coordenador Dr Luiz Frederico Pinheiro Dick

Dedico a minha esposa Clenir
Aos filhos Bianca e Nicolás
Aos pais Maria e Amador

AGRADECIMENTOS

A todos que colaboraram direta ou indiretamente na elaboração deste trabalho, o meu reconhecimento.

Ao professor Telmo Roberto Strohaecker pelo estímulo, dedicação e esforço pessoal proporcionado.

Aos colegas Ney Francisco Ferreira e Rubens Manoel Braga pelas sugestões e observações valiosas.

A empresa Petroquímica OPP pelos tubos cedidos para a parte experimental deste trabalho.

A Irionson Antonio Bassani pelas sugestões e observações quanto a parte experimental deste trabalho.

Ao funcionário Aldoni Gabriel Wiedenhof pelas valiosas contribuições na execução da parte experimental deste trabalho.

A Bolsa oferecida pela CAPES a qual proporcionou a realização do presente trabalho.

SUMÁRIO

RESUMO.....	I
ABSTRACT.....	II
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Notação.....	3
2 REVISÃO DE LITERATURA.....	6
2.1 Justificativa da Autofretagem.....	6
2.2 Método de Timoshenko.....	10
2.3 Método de Mendelson.....	15
2.4 Método de Chen.....	24
2.5 Método de D.R.Bland.....	32
2.6 Método dos Elementos Finitos.....	46
2.7 Métodos modificados.....	49
2.7.1 Método de Chen modificado.....	49
2.7.2 Método de Mendelson modificado.....	51
2.8 Método experimental.....	53
3 MATERIAIS E MÉTODOS.....	55
4 RESULTADOS.....	61
4.1 Resultados experimentais.....	61
4.2 Resultados por Mendelson.....	68
4.3 Resultados por Chen.....	70
4.4 Resultados por Timoshenko.....	73
4.5 Resultados por Elementos Finitos.....	76
5.DISSCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	85
5.1 Tubo Autofretado com 483 MPa.....	85
5.2 Tubo Autofretado com 621 MPa.....	86
5.3 Tubo Autofretado com 690 Mpa.....	89
5.4 Tubo Autofretado com 759 Mpa.....	92
6 CONCLUSÕES.....	97
7. SUGESTÕES DE CONTINUIDADE.....	99
8.REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	100

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo comparar os diferentes métodos de estimativa das tensões residuais geradas pela Autofretagem. Empregou-se o método de G.SACHS⁽⁴⁾ na determinação experimental das tensões. São empregados os métodos analíticos de Timoshenko⁽¹⁾, Mendelson⁽²⁾ e Chen⁽³⁾, com os critérios de Von Mises para o primeiro e de Tresca para os demais. O método numérico empregado é o Método dos Elementos Finitos com o critério de Von Mises. Na análise dos resultados verifica-se que os métodos que empregam o mesmo critério de tensão equivalente concordam entre si. Formula-se então a hipótese de que qualquer dos métodos empregados conduzirá ao mesmo resultado, desde que empregando o mesmo critério de tensão equivalente. Para testar-se tal hipótese altera-se, inicialmente, o método de Chen para emprego do critério de Von Mises. Como o resultado é positivo, altera-se então o método de Mendelson para o emprego com o critério de Von Mises, o que também confirma a hipótese formulada.

ABSTRACT

The work aims to compare some different methods to evaluate residual stresses in a Autofretted tube. The experimental part was carried out through G.SACHS⁽⁴⁾ method, and the analytical part applied Timoshenko's Method⁽¹⁾, Mendelson's Method⁽²⁾ and Chen's Method⁽³⁾, making use of the Von Mises equivalent stress criteria for the first one and the Tresca equivalent stress criteria for the last two. Also, the numerical method applied was the Finite Element through the Von Mises criteria. The results allowed to observe that those methods which made use of the same equivalent stress criteria would tend to the same results. To test this hypothesis, the Chen's Method was changed from Tresca criteria to Von Mises criteria. As the results were satisfactory, the Mendelson's Method was changed to Von Mises criteria, and the answers confirmed the hypothesis as well.

1. INTRODUÇÃO

Ao analisar-se a história do homem desde seus primórdios, vê-se que através dos tempos as suas necessidades tornaram-se crescentes em termos de qualidade.

A evolução em uma área do conhecimento, auxilia a evolução em outras, fazendo com que a evolução como um todo tenha um crescimento não-linear, com tendência exponencial.

Inicialmente visando tanto a sua defesa, como o ataque a inimigos, com objetivos muitas vezes questionáveis, criou o homem a arma de fogo e mais especificamente o canhão. O uso de tal equipamento gerou a necessidade crescente de seu poder destrutivo. Para satisfazer tal necessidade, teve de obrigatoriamente aumentar a pressão para impulsionar tanto maiores projéteis como obter maior alcance para os mesmos.

Duas variáveis afetam primariamente a pressão máxima que um canhão pode admitir. Uma delas é a resistência do material empregado em sua construção e a outra é a espessura da parede deste, relativa a seu diâmetro.

Com o passar do tempo o homem atingiu o limite de pressão para o par material-espessura de parede. Para incrementar a pressão, utilizou-se do emprego de tensões residuais compressivas, geradas pela montagem com interferência de cilindros concêntricos. Este processo tem a denominação de Fretagem. Tal construção é bastante limitada pois a medida que o comprimento do canhão aumenta, mais difícil se torna controlar o nível de interferência ao longo do mesmo, bem como efetuar a própria montagem.

No início de nosso século (1907), um oficial da artilharia Francesa chamado Jacob⁽³⁾, sugeriu um processo alternativo para pré-tensionar um canhão, denominado "Autofrettage", o qual poderíamos traduzir como "Auto-expandido". Neste processo o cilindro é submetido a uma pressão interna com uma intensidade suficiente para produzir o escoamento em uma parte ou na parede completa. Este

processo é obtido através de uma pressão hidráulica ou pela expansão causada por um mandril com diâmetro externo maior do que o diâmetro interno do tubo. Quando a deformação permanente é atingida, a pressão é aliviada. Enquanto as outras camadas tendem a retornar suas dimensões originais, as mais internas, consideravelmente expandidas devido a deformação plástica, tendem a manter seu diâmetro aumentado. Assim um campo de tensões residuais é introduzido na parede do cilindro, ou seja: compressivo nas camadas mais internas e de tração nas mais externas.

O emprego da Autofretagem foi estendido a várias áreas da engenharia como indústrias químicas, petroquímicas, aeroespacial, etc. Nas indústrias químicas e petroquímicas o destaque é o emprego em tubulações com pressões internas da ordem de 345 MPa.

Na indústria aeroespacial, onde a minimização de peso é fator preponderante devido ao consumo de combustível, o emprego desta técnica é realizado, pois tal otimização implica no emprego de processos que plastificam os componentes, gerando assim o pré-tensionamento favorável que conduzirá a uma maior relação capacidade de carga / peso.

Vê-se que atualmente uma quantidade cada vez maior de projetos que antigamente eram feitos considerando apenas o regime elástico dos materiais, hoje aproveitam uma maior faixa útil dos mesmos.

As tensões residuais compressivas presentes na parede interna de tubos após a Autofretagem, contribui favoravelmente ao aumento da vida destes componentes quanto a Fadiga, bem como reduzem a probabilidade de iniciação de trincas e a taxa de crescimento das mesmas.

Uma avaliação confiável das tensões residuais após a Autofretagem é, pois, de suma importância para a predição da vida de componentes submetidos tanto a carregamentos estáticos como a dinâmicos.

1.1.NOTAÇÃO

a = Raio interno do cilindro

b = Raio externo do cilindro

C, ρ_1 = Raio da interface elasto-plástica na pressurização para Autofretagem

ρ' = Raio da nova interface elasto-plástica na despressurização após a Autofretagem.

$$\rho = \frac{R}{a}$$

$$\rho_c = \frac{C}{a}$$

C_i = Constantes de integração

σ_0 = Tensão de escoamento do material

ϵ_0 = Deformação no escoamento

E = módulo de elasticidade do material

μ = Coeficiente de Poisson

p = Pressão interna no cilindro

$$P = \text{Pressão interna relativa} = \frac{p}{\sigma_0}$$

$T_{(R)}$ = Temperatura radial

α = Coeficiente de dilatação térmica linear

$\epsilon_\theta, \epsilon_R, \epsilon_Z$ = deformações principais circunferencial, radial, axial

ξ_θ, ξ_R, ξ_Z = deformações plásticas principais relativas circunferencial, radial, axial

$$= \frac{\varepsilon_\theta}{\varepsilon_0}; \frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_0}; \frac{\varepsilon_Z}{\varepsilon_0}, \text{ respectivamente.}$$

ξ_P, ε^{P*} = deformação plástica efetiva.

A = Área variável

A0 = Área constante

L = Comprimento do tubo

λ = Deformação longitudinal medida

ν = Deformação circunferencial medida

$$\beta = \frac{b}{a}$$

R = Raio genérico

τ_E = Tensão cisalhante de escoamento

σ_E = Tensão equivalente

$\sigma_\theta, \sigma_R, \sigma_Z$ = Tensão circunferencial, radial e axial.

S_θ, S_R, S_Z = Tensão relativa circunferencial, radial e axial respectivamente.

$$= \frac{\sigma_\theta}{\sigma_0}; \frac{\sigma_R}{\sigma_0}; \frac{\sigma_Z}{\sigma_0}, \text{ respectivamente.}$$

$\beta_1, \beta'_1, \beta'_2, W$ = Coeficientes

$$\tau = \frac{E\alpha T}{(1-\mu)\sigma_0} = \text{Tensão térmica}$$

$S = S_\theta - S_R$ = Tensão equivalente relativa de Tresca

f, BEF = Coeficiente do Efeito Bauschinger.

K = Tensão equivalente

M, N, θ = Coeficientes.

η, H = constantes

U = Deslocamento Radial

$$Y = v + \mu^* \lambda$$

$$\Lambda = \lambda + \mu^* v$$

$$E^+ = \frac{E}{1 - \mu^2}$$

$$\mu^* = \frac{1}{A_0 - A} \int_A^{A_0} \mu \, dA$$

$$E^* = \frac{1}{A_0 - A} \int_A^{A_0} \frac{E}{1 - \mu^{*2}} \, dA$$

Superíndices

p = Componente plástica.

e = Componente elástica.

$'$ = Condição de descarregamento

$''$ = Componente residual

2. REVISÃO DE BIBLIOGRÁFICA

Revisa-se, agora, a bibliografia existente sobre a Autofretagem, a qual apresenta métodos de avaliação das tensões residuais, contendo desde abordagens mais simplificadas até as mais rigorosas. Expõem-se, inicialmente, a justificativa para o emprego deste processo.

2.1. JUSTIFICATIVA

O processo de Autofretagem é recomendado, conforme já mencionado, para aqueles casos onde o aumento da relação espessura/raio do tubo não produz mais o efeito desejado, além daqueles em que é desejado otimizar a relação capacidade de carga/peso do componente.

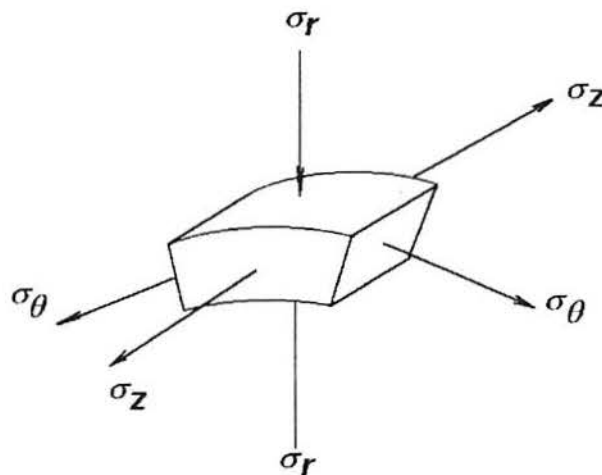


Fig.1. Tensões atuantes em um elemento de tubo submetido a pressão interna.

A figura 1 mostra as três componentes normais de tensão atuante em um elemento de tubo quando este se encontra submetido a uma pressão interna.

Partindo-se da equação de Lamé⁽¹⁾ para tubos fechados submetidos à pressão interna, nós teremos as seguintes equações para as componentes de tensão:

$$\sigma_{\theta} = p \frac{a^2}{(b^2 - a^2)} \left(1 + \frac{b^2}{R^2} \right)$$

$$\sigma_R = p \frac{a^2}{(b^2 - a^2)} \left(1 - \frac{b^2}{R^2} \right)$$

$$\sigma_z = p \frac{a^2}{(b^2 - a^2)}$$

O ponto mais solicitado do tubo situa-se na parede interna. Logo substituindo-se R por "a" nas equações acima, tem-se:

$$\sigma_1 = \sigma_{\theta} = p \left(\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \right)$$

$$\sigma_2 = \sigma_z = p \left(\frac{a^2}{b^2 - a^2} \right)$$

$$\sigma_3 = \sigma_R = p$$

Logo $\sigma_{\theta} > \sigma_z > \sigma_R$. A partir dessas equações, juntamente com alguma teoria de resistência, obtêm-se outras que permitem determinar a espessura necessária à um tubo submetido a pressão interna.

2.1.1. TEORIA DE RANKINE

Nesta teoria considera-se apenas a máxima tensão principal, σ_{θ} . Salienta-se que esta é a teoria adotada pelo código ASME seção VIII div. 1 e pela ANSI B 31.X, os quais constituem os mais empregados internacionalmente para vasos de pressão e para tubulações, respectivamente.

$$\sigma_{ADM} = \sigma_{\theta} = p \left(\frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} \right)$$

Como $R_e = R_i + t$, resolvendo obtêm-se:

$$t = a \left[\sqrt{\frac{\sigma_{ADM} + p}{\sigma_{ADM} - p}} - 1 \right]$$

2.1.2. TEORIA DE GUEST-TRESCA

Nesta teoria tem-se que:

$$\sigma_{ADM} = \sigma_1 - \sigma_3$$

a qual após algumas operações algébricas fornece:

$$t = a \sqrt{\frac{\sigma_{ADM}}{\sigma_{ADM} - 2p} - 1}$$

2.1.3. TEORIA DE VON MISES

Esta teoria estabelece que:

$$\sigma_{ADM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

onde substituindo-se os valores previamente determinados de $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, obtemos:

$$t = a \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \sqrt{3}(p / \sigma_{ADM})}} - 1 \right]$$

2.1.4. COMPARAÇÃO DO LIMITE t/R_i SEGUNDO AS TEORIAS APRESENTADAS

Conforme já mencionado, para uma determinada relação p/σ_{ADM} , tem-se um limite para a relação t/a , a partir do qual por mais que se aumente a relação t/a , não se aumenta a relação p/σ_{ADM} .

As relações p/σ_{ADM} limites são as seguintes:

TEORIA	RANKINE	TRESCA	VON MISES
LIMITE	1.0	0.5	$1/\sqrt{3}$

Abaixo temos o gráfico que apresenta as relações $t/a \times P/\sigma_{ADM}$.

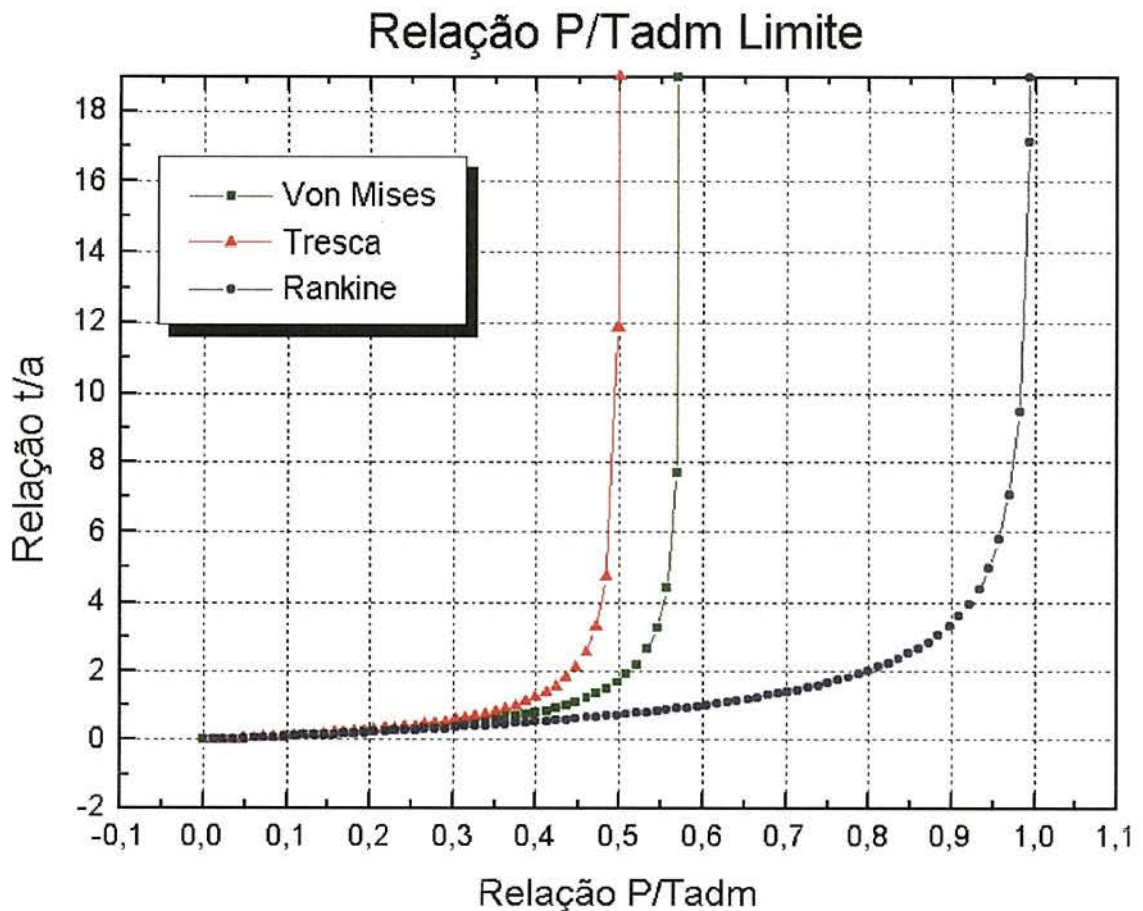


Fig.2. Relação limite p/σ_{ADM} , segundo as várias teorias de resistência.

2.2. MÉTODO DE TIMOSHENKO⁽¹⁾

O autor aborda o problema da Autofretagem simplificando o problema considerando materiais com comportamento elástico - perfeitamente plástico, ou seja que o escoamento se processa sob ação de uma tensão de cisalhamento constante e igual a τ_E . Em todos os pontos da região plastificada tem-se:

$$\boxed{\frac{\sigma_\theta - \sigma_R}{2} = \tau_E} \quad (2.2.1)$$

utilizando a equação de equilíbrio de um elemento da parede do tubo

$$\boxed{\sigma_\theta - \sigma_R - R \frac{\partial \sigma_R}{\partial R} = 0} \quad (2.2.2)$$

substituindo-se a equação (2.2.1) na (2.2.2)

$$\boxed{\frac{\partial \sigma_R}{\partial R} = 2 \frac{\tau_E}{R}} \quad (2.2.3)$$

a qual integrada fornece

$$\boxed{\sigma_R = 2\tau_E \ln R + C} \quad (2.2.4)$$

a constante de integração é obtida pela consideração de que na parede externa do cilindro a tensão radial torna-se ZERO, assim

$$0 = 2\tau_E \ln b + C$$

$$\boxed{C = -2\tau_E \ln b} \quad (2.2.5)$$

substituindo-se o valor de C na equação (2.2.4), obtêm-se:

$$\boxed{\sigma_R = 2\tau_E \ln \left(\frac{R}{b} \right)} \quad (2.2.6)$$

$$\sigma_{R(R=a)} = 2\tau_E \ln\left(\frac{a}{b}\right) \quad (2.2.7)$$

A pressão necessária para que toda a parede do tubo plastifique é:

$$P_{LIM} = -\sigma_{R(R=a)} = -2\tau_E \ln\left(\frac{a}{b}\right) \quad (2.2.8)$$

Uma vez conhecida a tensão radial pela equação (2.2.6), pode-se obter a tensão circunferencial, σ_θ da equação (2.2.1):

$$\sigma_\theta = 2\tau_E \left(1 + \ln\left(\frac{R}{b}\right)\right) \quad (2.2.9)$$

Ao retirar-se a pressão interna após atingida a condição de escoamento, permanecerão algumas tensões residuais na parede do cilindro. Estas tensões podem facilmente ser calculadas admitindo-se que durante o descarregamento o material do tubo segue a lei de Hooke. Nesta condição as tensões que devem ser subtraídas durante o descarregamento são dadas pelas expressões:

$$\begin{aligned} \sigma_R &= \frac{a^2 P_{LIM}}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{b^2}{R^2}\right) \\ \sigma_\theta &= \frac{a^2 P_{LIM}}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{b^2}{R^2}\right) \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

Admitiu-se que a pressão interna aplicada é tal que leve todo o cilindro a condição de escoamento. Este método também pode ser empregado a casos em que só as camadas mais internas se encontrem no estado de escoamento, enquanto as mais externas encontram-se ainda no estado elástico.

Admite-se que a pressão P' , maior do que P_e (pressão de início de escoamento na camada mais interna), mas menor do que P_{lim} (pressão que plastifica totalmente o cilindro) seja aplicada e que C seja o novo raio da interface elasto-plástica. Tem-se uma pressão radial atuando entre essas duas regiões, que denomina-se X . Esta pressão pode ser determinada considerando-se a região mais

externa do cilindro, a qual permanece no regime elástico. A tensão de cisalhamento máxima é:

$$\tau_{Max} = \left(\frac{\sigma_{\theta} - \sigma_R}{2} \right)_{(R=C)} \quad (2.2.11)$$

Tomando-se as equações(2.2.10) e (2.2.11), substituindo-se **Plim** por **X** e fazendo-se **R=C**, teremos:

$$\tau_{MAX} = \frac{X b^2}{b^2 - C^2} \quad (2.2.12)$$

Como a superfície cilíndrica de raio **C** separa as regiões plástica e elástica, o material nesta superfície atinge justamente o limite de escoamento, logo $\tau_{Máx}=\tau_E$. A equação para determinação da pressão **X** é:

$$X = \frac{\tau_E (b^2 - C^2)}{b^2} \quad (2.2.13)$$

A partir desta pressão pode-se calcular as tensões em qualquer ponto da região elástica da parede, usando-se as equações, para $C \leq R \leq b$:

$$\left[\begin{aligned} \sigma_R &= \frac{C^2 X}{b^2 - C^2} \left(1 - \frac{b^2}{R^2} \right) \\ \sigma_{\theta} &= \frac{C^2 X}{b^2 - C^2} \left(1 + \frac{b^2}{R^2} \right) \end{aligned} \right] \quad (2.2.14)$$

Para se calcular as tensões na região plastificada da parede, emprega-se a equação(2.2.4). A constante de integração **C** é determinada pela condição de que para **R = C**, temos $\sigma_R = -X$, logo:

$$-X = 2\tau_E \ln C + C_1, \text{ assim}$$

$$C_1 = -X - 2\tau_E \ln C \quad (2.2.15)$$

Substituindo-se este valor na equação (2.2.4) e usando-se a expressão (2.2.13), tem-se:

$$\sigma_R = 2\tau_E \ln\left(\frac{R}{C}\right) - \frac{\tau_E(b^2 - C^2)}{b^2} \quad (2.2.16)$$

Fazendo-se $R = a$, obtêm-se o valor de P' , que é a pressão que se deve usar para produzir a plastificação da parede até a região de raio = C , a qual é:

$$P' = -2\tau_E \ln\left(\frac{a}{C}\right) + \frac{\tau_E(b^2 - C^2)}{b^2} \quad (2.2.17)$$

A distribuição das tensões circunferenciais σ_θ é obtida da equação (2.2.1), o que dá:

$$\sigma_\theta = 2\tau_E + \sigma_R = 2\tau_E \ln\left(\frac{R}{C}\right) + \frac{\tau_E(b^2 + C^2)}{b^2} \quad (2.2.18)$$

As equações (2.2.16) e (2.2.18), fornecem os valores das tensões radiais e circunferenciais para qualquer camada do cilindro na região plastificada ou seja, $R_1 \leq R \leq C$, durante a pressurização. As equações (2.2.14), fornecem as tensões para qualquer camada do cilindro na região elástica ou seja, $C \leq R \leq R_E$.

As tensões residuais podem ser calculadas para qualquer camada do cilindro, subtraindo-se dos valores encontrados nas equações (2.2.14), (2.2.16) e (2.2.18) as seguintes:

$$\begin{aligned} \sigma_R' &= \frac{a^2 P'}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{b^2}{R^2}\right) \\ \sigma_\theta' &= \frac{a^2 P'}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{b^2}{R^2}\right) \end{aligned} \quad (2.2.19)$$

Salienta-se que o método apresentado é baseado na hipótese de que acima do limite do escoamento o material escoar sem aumento de tensão. Como muitos materiais não apresentam tal comportamento, Timoshenko sugere que as tensões

residuais sejam determinadas de forma experimental, através da remoção de camadas passo a passo começando da parede interna do cilindro, e após cada corte, sejam medidas as deformações produzidas nas direções axial e tangencial da superfície externa do cilindro. Na parte experimental deste trabalho, é empregada a técnica sugerida por Timoshenko com a abordagem de G. Sachs⁽⁴⁾, usando-se extensômetros de resistência elétrica para acompanhamento mais preciso das deformações durante a remoção das camadas.

No presente trabalho emprega-se o método de Timoshenko com o critério de Von Mises. Para tal, nas equações (2.2.16) e (2.2.18) substitui-se τ_E por $0.577\sigma_E$.

2.3. MÉTODO DE MENDELSON⁽²⁾

Mendelson⁽²⁾ expõe o método das sucessivas soluções elásticas, o qual contempla o caso mais genérico de comportamento de materiais, pois qualquer forma de curva tensão-deformação pode ser avaliado, podendo pois ser empregado para qualquer aço.

As deduções realizadas consideram além do carregamento oriundo da pressão interna, o efeito de gradiente térmico ao longo da parede do cilindro. Utiliza o critério de Tresca com sua regra de escoamento.

Considerando-se a condição de cilindros com extremidades fechadas, temos a condição de estado plano generalizado de deformação ou seja, $\xi_z = \text{constante} \neq 0$

$$\begin{cases} \xi_R = S_R - \mu(S_\theta + S_Z) + (1 - \mu)\tau + \xi_R^P \\ \xi_\theta = S_\theta - \mu(S_R + S_Z) + (1 - \mu)\tau + \xi_\theta^P \\ \xi_Z = S_Z - \mu(S_R + S_\theta) + (1 - \mu)\tau + \xi_Z^P \end{cases} \quad (2.3.1)$$

Onde:

$\xi_R^P, \xi_\theta^P, \xi_Z^P$ são as deformações plásticas principais relativas radial, circunferencial e axial.

Como é utilizado o critério de Tresca e assumido que $S_\theta > S_Z > S_R$:

$$\begin{aligned} \xi_Z^P &= 0 \\ \xi_\theta^P &= -\xi_R^P \end{aligned}$$

No escoamento $S = S_\theta - S_R = 1$

As condições de contorno são:

$$S_{R(a)} = -P$$

$$S_{R(b)} = 0$$

Supondo-se que a força axial é devida apenas a pressão interna, tem-se:

$$\xi_z = \frac{1}{\beta^2 - 1} \left[(1 - 2\mu)P + 2(1 - \mu) \int_1^{\rho} \tau \rho \, d\rho \right] \quad (2.3.2)$$

Da última das equações (2.3.1) tem-se:

$$S_z = \xi_z + \mu(S_R + S_\theta) - (1 - \mu)\tau \quad (2.3.3)$$

Substituindo-se esta relação nas duas primeiras equações (2.3.1), fazendo-se uso das equações de equilíbrio e de compatibilidade e integrando-se os resultados, após alguma operações algébricas obtêm-se:

$$\begin{aligned} S_R &= -\frac{P}{\rho^2} - \frac{1}{\rho^2} \int_1^{\rho} \tau \rho \, d\rho + \frac{1}{(1 - \mu^2)} \int_1^{\rho} \frac{\xi_R^P}{\rho} \, d\rho + \left(1 - \frac{1}{\rho^2}\right) C_1 \\ S_\theta &= \frac{P}{\rho^2} - \tau + \frac{1}{\rho^2} \int_1^{\rho} \tau \rho \, d\rho + \frac{1}{(1 - \mu^2)} \left(\xi_R^P + \int_1^{\rho} \frac{\xi_R^P}{\rho} \, d\rho \right) + \left(1 + \frac{1}{\rho^2}\right) C_1 \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

$$S = \frac{2P}{\rho^2} - \tau + \frac{2}{\rho^2} \int_1^{\rho} \tau \rho \, d\rho + \frac{1}{(1 - \mu^2)} \xi_R^P + \frac{2}{\rho} C_1 \quad (2.3.5)$$

$$C_1 = \frac{1}{(\beta^2 - 1)} \left(P + \int_1^{\beta} \tau \rho \, d\rho - \frac{\beta^2}{(1 - \mu^2)} \int_1^{\beta} \frac{\xi_R^P}{\rho} \, d\rho \right) \quad (2.3.6)$$

O escoamento iniciará para $\rho = 1$ e a pressão crítica da equação (2.3.5), será:

$$P_{CRIT} = 0.5(1 + \tau) - C_1$$

Da equação (2.3.6) tem-se:

$$C_1 = \frac{1}{\beta^2 - 1} \left(\int_1^{\beta} \tau \rho \, d\rho + P_{CRIT} \right)$$

e, portanto:

$$P_{CRIT} = \frac{\beta^2 - 1}{2\beta^2} \left(1 + \tau - \frac{2}{\beta^2 - 1} \int_1^\beta \tau \rho \, d\rho \right) \quad (2.3.7)$$

Para $P \leq P_{CRIT}$, tem-se a solução elástica. Para $P > P_{CRIT}$ a zona plástica avançará para a parede externa do cilindro até algum raio ρ_C . A solução para um encruamento genérico pode ser obtida pelo método das aproximações sucessivas.

Suponha-se a curva tensão-deformação ser dada por uma relação da forma:

$$|S| = f(\xi_P) \quad (2.3.8)$$

Como o incremento do trabalho plástico é:

$$dW^P = \sigma_E \, d\varepsilon_P = \sigma_{ij} \, d\varepsilon_{ij}^P$$

Fazendo-se a função de carregamento $f(\sigma_{ij}) = \sigma_\theta - \sigma_R$, e seguindo-se o critério de Tresca para tensão equivalente, obtêm-se:

$$d\xi_P = |d\xi_R^P| \quad (2.3.9)$$

Assim substituindo-se em (2.3.8) obtêm-se:

$$\begin{cases} |S| = f|\xi_R^P| \text{ para } |S| \geq 1 \\ \xi_R^P = 0 \text{ para } |S| < 1 \end{cases} \quad (2.3.10)$$

Para o uso do método das aproximações sucessivas, é preferível rescrever as equações (2.3.5) e (2.3.10) como segue:

$$\xi_R^P = (1 - \mu^2) \left(S - \frac{2P}{\rho^2} + \tau - \frac{2}{\rho^2} \int_1^\rho \tau \rho \, d\rho - \frac{2}{\rho^2} C_1 \right) \quad (2.3.11)$$

$$\begin{cases} S = f|\xi_R^P| \text{ sinal de } S \text{ para } |S| \geq 1 \\ \xi_R^P = 0 \text{ para } |S| < 1 \end{cases} \quad (2.3.12)$$

Uma distribuição inicial de ξ_R^P (tal como Zero) é assumida. O sinal de S através da seção transversal do tubo é, então, calculado da equação (2.3.5) e o

valor real de S é calculado da equação (2.3.12). Uma melhor aproximação pode agora ser obtida para ξ_R^p , usando-se a equação (2.3.11). O processo é repetido até que a convergência seja atingida.

O método das aproximações sucessivas converge rapidamente, porém isto pode não ocorrer sempre. O método convergirá desde que o incremento de carga seja suficientemente pequeno.

Na prática tem sido encontrado que um incremento de deformação menor do que 0.3% fará com que a convergência seja atingida e, se o incremento for maior do que 0.3%, a convergência pode não ocorrer.

O método apresentado por Mendelson como aqui descrito, aplica-se a materiais com encruamento qualquer. Ele apresenta uma simplificação para quando o material apresentar um encruamento linear, de tal forma que a solução pode ser encontrada de forma explícita, sem a necessidade de aproximações sucessivas.

Suponha-se que o material do cilindro apresente a seguinte curva Tensão-deformação:

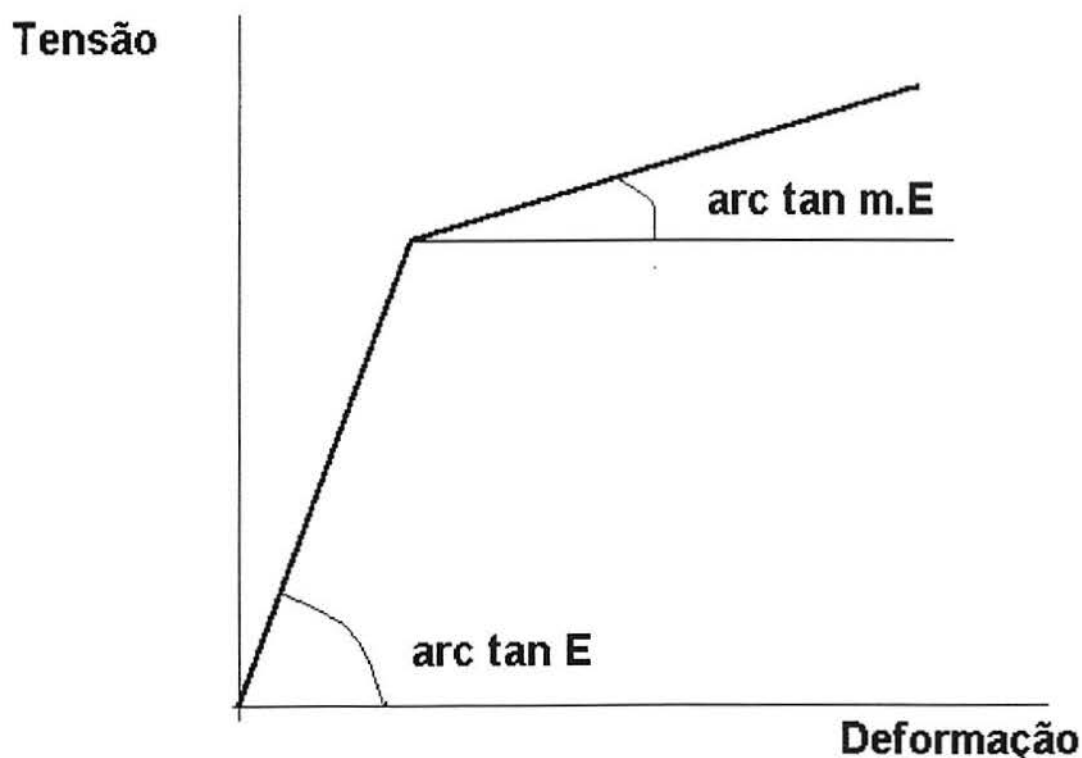


Fig.3. Diagrama tensão deformação de material com encruamento linear

$$\boxed{\begin{aligned} \xi_R^P &= \frac{1-m}{m}(1-S) \\ \int_1^\beta \frac{\xi_R^P}{\rho} d\rho &= \frac{1-m}{m}(\ln \rho_c - S_{R_c} - P) \end{aligned}} \quad (2.3.13)$$

Portanto:

$$\boxed{C_1 = \frac{1}{\beta^2 - 1} \left[\int_1^\beta \tau \rho \, d\rho + P - \frac{\beta^2(1-m)}{m(1-\mu^2)} (\ln \rho_c - S_{R_c} - P) \right]} \quad (2.3.14)$$

$$\boxed{S = -\tau + \frac{2}{\rho^2} \int_1^\rho \tau \rho \, d\rho + \frac{2}{\rho^2} (P + C_1) + \frac{1-m}{m(1-\mu^2)} (1-S) \text{ para } \rho < \rho_c} \quad (2.3.15)$$

Quando $\rho = \rho_c$, $S = 1$. Portanto da equação (2.3.15):

$$\boxed{C_1 = \frac{\rho_c^2}{2} \left[1 + \tau(\rho_c) - \frac{2}{\rho_c^2} \int_1^{\rho_c} \tau \rho \, d\rho \right] - P} \quad (2.3.16)$$

Substituindo na equação (2.3.14), tem-se:

$$\boxed{\frac{\rho_c^2}{2} \left[1 + \tau(\rho_c) - \frac{2}{\rho_c^2} \int_1^{\rho_c} \tau \rho \, d\rho \right] = \frac{\beta^2}{\beta^2 - 1} \left[P + \frac{1}{\beta^2} \int_1^\beta \tau \rho \, d\rho - \frac{1-m}{m(1-\mu^2)} (\ln \rho_c - S_{R_c} - P) \right]} \quad (2.3.17)$$

Para $\rho = \rho_c$ pode-se considerar um novo tubo com raio interno ρ_c e raio externo β com $S_{RC} = -P_{CRÍTICA}$, assim:

$$\boxed{S_{RC} = -\frac{\beta_c^2 - 1}{2\beta_c^2} \left[1 + \tau(\rho_c) - \frac{2}{\beta_c^2 - 1} \int_{\rho_c}^{\beta_c} \tau \rho \, d\rho \right]} \quad (2.3.18)$$

Resolvendo-se a equação (2.3.17) para P , tem-se:

$$P = \frac{\beta^2 - 1}{\beta^2} \frac{(1 - \mu^2)m}{1 - \mu^2 m} \left[\frac{\rho_c^2}{2} \left(1 + \tau(\rho_c) - \frac{2}{\rho_c^2} \int_1^{\rho_c} \tau \rho \, d\rho \right) - \frac{1}{\beta^2 - 1} \int_1^\beta \tau \rho \, d\rho \right] + \frac{1 - m}{1 - \mu^2 m} (\ln \rho_c - S_{Rc}) \quad (2.3.19)$$

A equação (2.3.19) dá a relação entre o raio da zona plástica ρ_c e a pressão aplicada, para uma dada distribuição de temperatura $T_{(R)}$.

Para se obter as tensões basta substituir nas equações (2.3.4), assim:

$$\int_1^\rho \frac{\xi_R^P}{\rho} d\rho = \frac{1 - m}{m} (\ln \rho - S_R - P) \quad \text{para } \rho \leq \rho_c$$

$$\int_1^\rho \frac{\xi_R^P}{\rho} d\rho = \frac{1 - m}{m} (\ln \rho_c - S_{Rc} - P) \quad \text{para } \rho \geq \rho_c$$

Da equação (2.3.4):

- para $\rho \leq \rho_c$

$$\begin{aligned} S_R &= \frac{m(1 - \mu^2)}{1 - \mu^2 m} \left(C_1 \frac{\rho^2 - 1}{\rho^2} - \frac{1}{\rho^2} \int_1^\rho \tau \rho \, d\rho - \frac{P}{\rho^2} \right) + \frac{1 - m}{1 - \mu^2 m} (\ln \rho - P) \\ S_\theta &= \frac{m(1 - \mu^2)}{1 - \mu^2 m} \left(C_1 \frac{\rho^2 + 1}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \int_1^\rho \tau \rho \, d\rho + \frac{P}{\rho^2} - \tau \right) + \frac{1 - m}{1 - \mu^2 m} (\ln \rho + 1 - P) \end{aligned} \quad (2.3.20)$$

- para $\rho \geq \rho_c$:

$$\begin{aligned} S_R &= -\frac{1}{\rho^2} \int_1^\rho \tau \rho \, d\rho + \frac{1 - m}{(1 - \mu^2)m} (\ln \rho_c - S_{Rc} - P) - \frac{P}{\rho^2} + \left(1 - \frac{1}{\rho^2} \right) C_1 \\ S_\theta &= -\tau + \frac{1}{\rho^2} \int_1^\rho \tau \rho \, d\rho + \frac{1 - m}{(1 - \mu^2)m} (\ln \rho_c - S_{Rc} - P) + \frac{P}{\rho^2} + \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \right) C_1 \end{aligned} \quad (2.3.20)$$

Para obtenção da distribuição completa de tensões, deve-se calcular P ou ρ_c da equação (2.3.19), C_1 da (2.3.16), S_{Rc} da (2.3.18) e as tensões da (2.3.20).

EFEITO BAUSCHINGER

Se ao invés de um ensaio de tração realizar-se um ensaio de compressão e plotar-se a tensão nominal contra a deformação convencional, obtêm-se curvas diferentes das do ensaio de tração. Entretanto, se for plotada a tensão real contra

a deformação real, praticamente curvas idênticas são obtidas. Os pontos de escoamento em tração e compressão, por exemplo, geralmente são os mesmos. Se, entretanto, o metal é primeiramente deformado por tração uniforme e a carga é removida e, posteriormente, recarregado em compressão, o ponto de escoamento obtido em compressão será consideravelmente menor do que o escoamento inicial em tração. Este comportamento tem sido explicado como sendo resultado das tensões residuais no material devido as deformações de tração. Uma melhor explanação é baseada na anisotropia do campo de deslocamento produzido pelo carregamento. Este efeito é chamado **Efeito Bauschinger** e estará presente sempre que houver uma reversão do campo de tensões. O Efeito Bauschinger é muito importante no estudo da plasticidade cíclica. Desafortunadamente ele complica consideravelmente o problema e é, portanto, normalmente ignorado.

Há vários modelos simplificados usados para descrever o Efeito Bauschinger. Tome-se a figura 4.

Num extremo é assumido que a faixa de descarregamento elástico é o dobro da tensão inicial de escoamento. Se a tensão inicial de escoamento é σ_0 , então o corpo de prova escoará em compressão após ter sido tensionado em tração com $\sigma = \sigma_1$, quando:

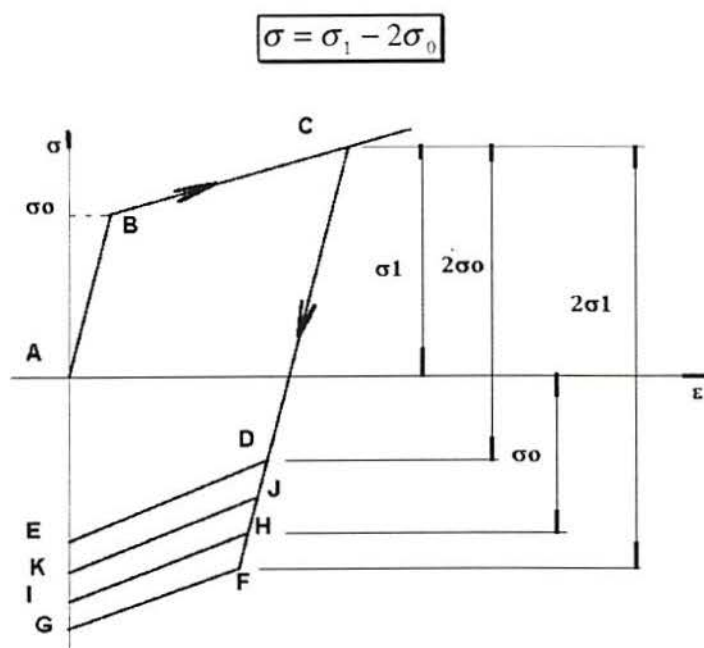


Fig.4. Modelos para descrever o Efeito Bauschinger

Isso é mostrado como o caminho **ABCDE** da figura. De acordo com essa teoria, então, a faixa total elástica do material permanece constante, o escoamento inicial compressivo sendo reduzido pela mesma quantidade que o escoamento a tração é elevado (encruamento cinemático).

Em um outro extremo há o encruamento isotrópico. Essa teoria assume que o mecanismo que produz o encruamento atua igualmente em tração e compressão. Assim o escoamento em compressão ocorrerá quando:

$$\sigma = \sigma_1$$

como mostrado pelo caminho **ABCFG**. Essa é a mais simples das teorias para aplicar-se e é, conseqüentemente, a mais freqüentemente usada.

Entre essas teorias, há a teoria que assume que o escoamento a tração e a compressão são independentes um do outro. A tensão de escoamento compressiva é independente da quantidade de encruamento a tração, e permanece

$$\sigma = -\sigma_0$$

como mostrado por **ABCHI**. Os experimentos realmente indicam que a tensão de escoamento compressiva usualmente fica entre os pontos **H** e **D** da figura, tal com **J**. Deverá ser notado que nesta figura, por simplificação, as curvas após o escoamento são mostradas como um conjunto de retas paralelas. Na realidade uma curva tensão-deformação mostrará uma contínua curvatura e irá variar a inclinação após o escoamento quando a carga é invertida.

Como um efeito aliado ao Efeito Bauschinger, qualquer isotropia inicial que esteja presente é usualmente destruída sobre o carregamento na faixa plástica ou seja, se originalmente o ponto de escoamento a tração é o mesmo em todas as direções, isso deixará de ser verdadeiro. Ambos valores de escoamento a tração e a compressão são alterados em todas as direções, pelo escoamento em uma direção. Assim a deformação plástica é anisotrópica. Por exemplo, chapas laminadas a frio tem marcadamente diferentes propriedades na direção da espessura e no plano da chapa, e usualmente um escoamento um pouco diferente na direção de laminação e na direção transversal.

Percebe-se que um material pode ter uma anisotropia inicial, devido ao processo de fabricação, e pode também desenvolver anisotropia devido a uma plastificação posterior. Para pequenas deformações plásticas, o segundo efeito provavelmente não seria muito importante. Para o primeiro efeito, o material a ser usado, pode ser testado para determinação da anisotropia. Se uma grande anisotropia é encontrada, uma teoria anisotrópica de plasticidade muito mais complicada terá que ser utilizada.

2.4. MÉTODO DE CHEN

P.C.T.Chen⁽³⁾ apresenta em seu trabalho a consideração de escoamento de tubos após a Autofretagem durante a despressurização incluindo, também, a consideração de encruamento linear durante este novo encruamento em compressão. O modelo por ele proposto despreza o encruamento durante o carregamento considerando, portanto, o material elástico-perfeitamente plástico nesta condição.

O material escolhido para seu trabalho foi o aço AISI 4330 modificado, tendo uma estrutura martensítica. O comportamento do material foi estudado pela utilização de um corpo de prova para tração-compressão uniaxial. A figura 5 apresenta o modelo para a curva tensão-deformação durante o carregamento e descarregamento após o escoamento em tração.

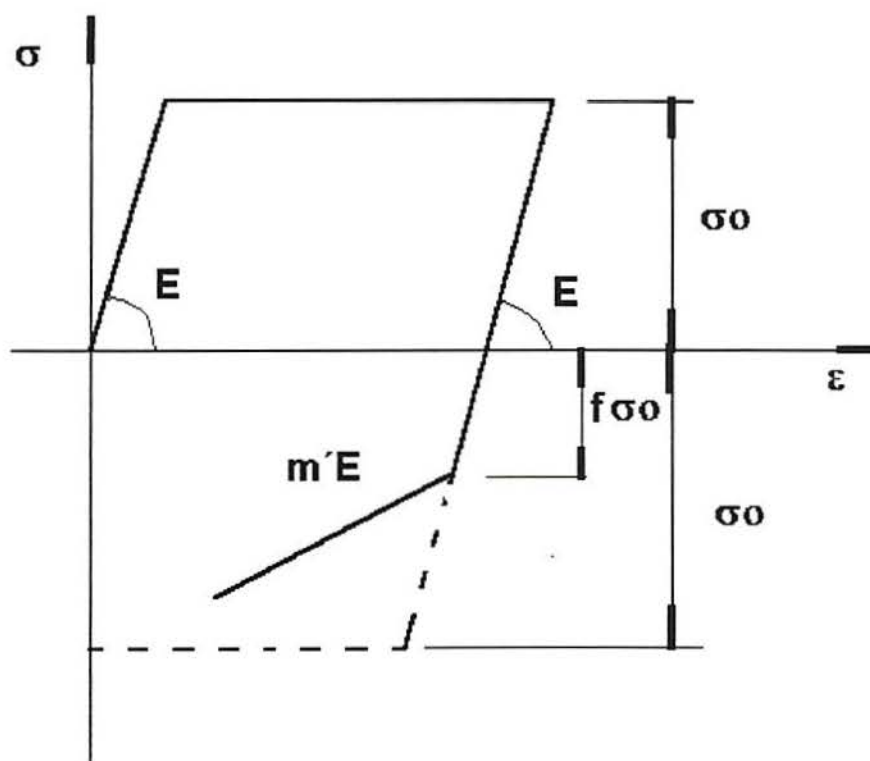


Fig.5. Modelo de Chen para a curva tensão-deformação em tração-compressão⁽³⁾.

Inicialmente o escoamento a tração e a compressão são aproximadamente iguais e o material pode ser considerado como inicialmente isotrópico. Entretanto,

a razão da tensão de escoamento sobre o escoamento na reversão é fortemente afetada pela deformação plástica, como mostrado na figura 6.

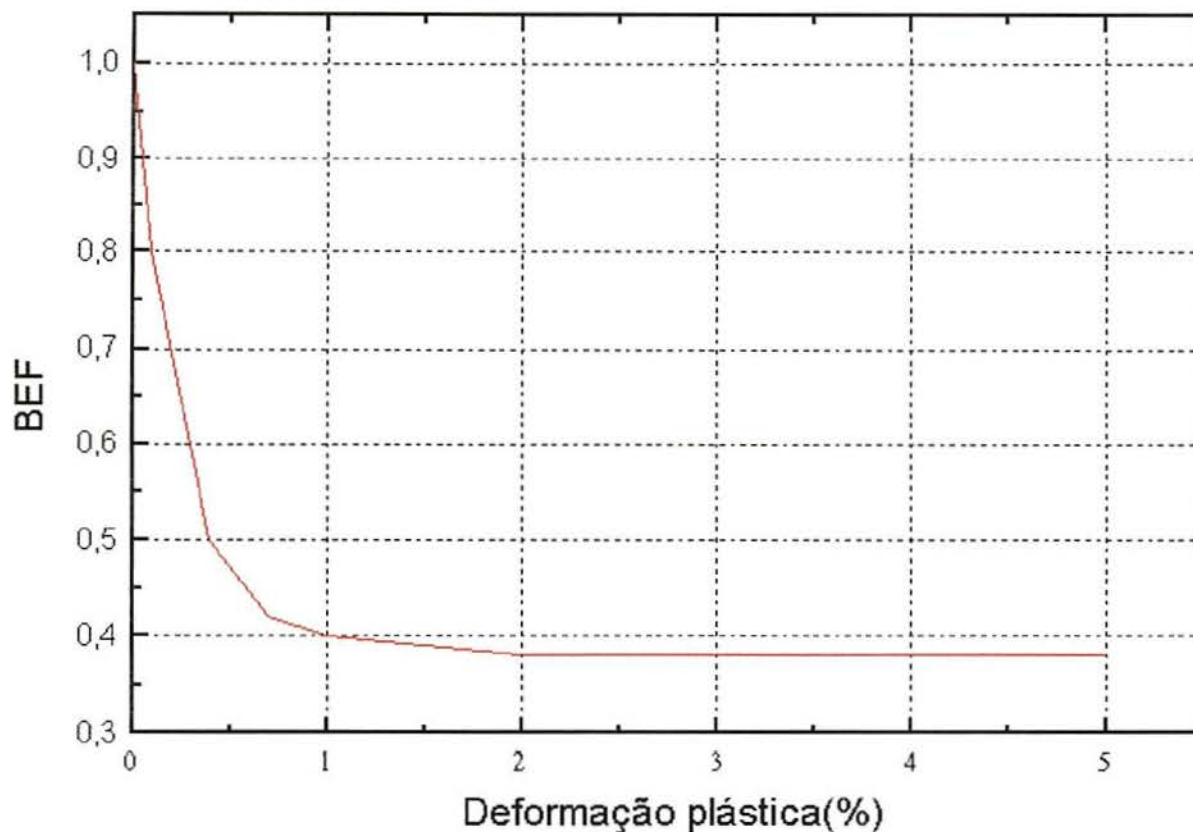


Fig.6. Fator do Efeito Bauschinger como função da pré-deformação⁽³⁾

Da figura 6 vê-se que o Fator do Efeito Bauschinger (BEF ou f), diminui com o aumento da pré-deformação a tração até aproximadamente 2% e, a partir deste valor, torna-se efetivamente constante como mostrado nesta figura.

O BEF é muito importante na determinação da faixa de descarregamento elástico. Após ocorrer o escoamento reverso, uma declividade muito grande de encruamento se desenvolverá, ainda que o ensaio de tração inicial exiba um encruamento muito pequeno. Um modelo bilinear para o descarregamento elasto-plástico é proposto. Escolheu-se um novo sistema de coordenadas (σ', ϵ') com origem no ponto antes do descarregamento. Assim tem-se para a porção plástica da curva de escoamento reverso dada por:

$$\frac{\sigma'}{\sigma_0} = 1 + f + \frac{m' \zeta'}{(1 - m')} \quad (2.4.1)$$

Onde:

$$\zeta' = \left(\frac{E}{\sigma_0} \right) \varepsilon_{p'}$$

$m'E$ = declividade da curva Tensão-deformação após o escoamento reverso

$\varepsilon_{p'}$ = deformação plástica adicional durante o descarregamento.

Considerando-se o critério de Tresca e a teoria de fluxo associada, as expressões para as tensões e deformações são:

- para $a \leq R \leq C$:

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_0} = 0.5 \left(\frac{C^2}{b^2} - 1 \right) - \ln \frac{C}{R} \quad (2.4.2.a)$$

$$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_0} = 0.5 \left(\frac{C^2}{b^2} + 1 \right) - \ln \frac{C}{R} \quad (2.4.3.a)$$

- para $C \leq R \leq b$:

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_0} = 0.5 \left(\frac{C^2}{b^2} - \frac{C^2}{R^2} \right) \quad (2.4.2.b)$$

$$\frac{\sigma_\theta}{\sigma_0} = 0.5 \left(\frac{C^2}{b^2} + \frac{C^2}{R^2} \right) \quad (2.4.3.b)$$

$$\frac{\sigma_Z}{\sigma_0} = \frac{\mu(\sigma_R + \sigma_\theta)}{\sigma_0} + \frac{E\varepsilon_Z}{\sigma_0} \quad (2.4.4)$$

$$\frac{EU}{\sigma_0 R} = (1 - 2\mu)(1 + \mu) \frac{\sigma_R}{\sigma_0} + (1 - \mu^2) \frac{C^2}{R^2} - \frac{\mu E}{\sigma_0} \varepsilon_Z \quad (2.4.5)$$

$$\frac{E}{\sigma_0} \varepsilon_z = (A - 2\mu) \frac{\left(\frac{p}{\sigma_0}\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} \quad (2.4.6)$$

Onde $A = 0$ para extremidades abertas, $A = 1$ para extremidades fechadas e p é o contorno elasto-plástico, relacionado com a pressão interna P por:

$$\frac{P}{\sigma_0} = 0.5 \left(1 - \frac{C^2}{b^2}\right) + \ln \left(\frac{C}{a}\right) \quad (2.4.7)$$

A deformação plástica equivalente pode ser calculada por:

$$\frac{E}{\sigma_0} \varepsilon_p = \zeta = p \left(\frac{C^2}{R^2} - 1\right) \text{ para } a \leq R \leq C \quad (2.4.8)$$

$$\beta_1 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) (1 - \mu^2)$$

Se a pressão P , dada pela equação (2.4.7), é posteriormente removida por completo sem que ocorra o escoamento reverso, o descarregamento é inteiramente elástico e a solução é dada por:

$$\sigma_R' = \frac{p}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} \left(\frac{b^2}{R^2} - 1\right) \quad (2.4.9)$$

$$\sigma_\theta' = \frac{p}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} \left(-\frac{b^2}{R^2} - 1\right) \quad (2.4.10)$$

$$\sigma_z' = \mu(\sigma_R' + \sigma_\theta') + E\varepsilon_z' \quad (2.4.11)$$

$$E\varepsilon_z' = -(A - 2\mu) \frac{C}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} \quad (2.4.12)$$

$$\frac{EU}{R} = \left[(1 - \mu - A\mu) + (1 + \mu) \frac{b^2}{R^2} \right] \frac{C}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1 \right)} \quad (2.4.13)$$

Fazendo-se o índice duplo representar um componente no estado residual ou seja, $\sigma_{\theta}'' = \sigma_{\theta} + \sigma_{\theta}'$, assumindo-se uma diminuição na resistência ao escoamento compressivo como resultado do Efeito Bauschinger e usando o critério de Tresca, sujeito a $\sigma_R'' > \sigma_Z'' > \sigma_{\theta}''$, o escoamento reverso não ocorrerá se:

$$\sigma_R'' - \sigma_{\theta}'' \leq f\sigma_0 \quad (2.4.14)$$

Substituindo-se as soluções de carregamento e descarregamento na equação (2.4.14), pode-se determinar a mínima pressão (P_m) para que não ocorra o escoamento reverso. A equação para P_m é dada por:

$$\frac{P_m}{\sigma_0} = 0.5(1 + f) \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \quad (2.4.15)$$

Com as equações (2.4.7) a (2.4.15) calcula-se P_m e determina-se a máxima quantidade de deformação plástica para que o escoamento reverso não ocorra.

Suponha-se agora que o carregamento tenha sido tal que a pressão interna seja maior do que P_m dada pela equação (2.4.15). No descarregamento o escoamento ocorrerá para $a \leq R < \rho'$ com $\rho' < C$. Considerando-se o Efeito Bauschinger (f) e o encruamento durante o descarregamento (m'), tem-se:

$$\sigma_R'' - \sigma_{\theta}'' = f\sigma_0 + m' E \frac{\varepsilon_{p'}}{(1 - m')} \quad (2.4.16)$$

assumindo-se que $\sigma_R'' \geq \sigma_Z'' \geq \sigma_{\theta}''$ para $a \leq R < \rho'$.

O material é assumido ser elasto-plástico, obedecendo o critério de escoamento de Tresca com a teoria de fluxo associada e a regra de encruamento linear durante o descarregamento, seguindo o procedimento de D.R.Bland⁽⁵⁾. Este autor obteve uma solução explícita para o descarregamento elasto-plástico. As tensões na zona de escoamento reverso ($a \leq R \leq \rho'$) são dadas por:

$$\frac{\sigma_R'}{\sigma_0} = \frac{p}{\sigma_0} - 0.5\beta_2'(1+f)\left(\frac{\rho'}{a}\right)^2\left(1 - \frac{a^2}{R^2}\right) - (1 - \beta_2')(1+f)\ln \frac{R}{a} \quad (2.4.17.a)$$

$$\frac{\sigma_\theta'}{\sigma_0} = \frac{\sigma_R'}{\sigma_0} - (1+f) - \frac{m'\zeta'}{(1-m')} \quad (2.4.18.a)$$

$$\zeta' = \beta_1'(1+f)\left(\frac{\rho'^2}{R^2} - 1\right) \quad (2.4.19)$$

Onde:

$$\beta_1' = \frac{1 - m'}{\left(m' + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(1 - m')}{(1 - \mu^2)}\right)} \quad (2.4.20)$$

$$\beta_2' = \frac{m'\beta_1'}{(1 - m')}$$

As tensões na zona elástica são ($\rho' \leq R \leq b$):

$$\frac{\sigma_R'}{\sigma_0} = 0.5(1+f)\left[\left(\frac{\rho'}{R}\right)^2 - \left(\frac{\rho'}{b}\right)^2\right] \quad (2.4.17.a)$$

$$\frac{\sigma_\theta'}{\sigma_0} = 0.5(1+f)\left[-\left(\frac{\rho'}{R}\right)^2 - \left(\frac{\rho'}{b}\right)^2\right] \quad (2.4.18.b)$$

As outras expressões para o tubo inteiro ($a \leq R \leq b$), são:

$$\frac{\sigma_z'}{\sigma_0} = \frac{\mu(\sigma_R' + \sigma_\theta')}{\sigma_0} + \frac{E\varepsilon_z'}{\sigma_0} \quad (2.4.21)$$

$$\frac{E\varepsilon_z'}{\sigma_0} = -\frac{(A - 2\mu)\left(\frac{P}{\sigma_0}\right)}{\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right)} \quad (2.4.22)$$

$$\frac{EU'}{\sigma_0 R} = (1 - 2\mu)(1 + \mu) \left(\frac{\sigma_R'}{\sigma_0} \right) - (1 - \mu^2)(1 + f) \left(\frac{\rho'}{R} \right)^2 - \frac{\mu E \varepsilon_z'}{\sigma_0} \quad (2.4.23)$$

As tensões residuais e os deslocamentos residuais são encontrados pelas adições:

$$\begin{cases} \sigma_R'' = \sigma_R + \sigma_R' \\ \sigma_\theta'' = \sigma_\theta + \sigma_\theta' \\ \sigma_z'' = \sigma_z + \sigma_z' \\ U'' = U + U' \end{cases} \quad (2.4.24)$$

O autor apresenta resultados obtidos por simulações para um tubo de $\frac{b}{a} = 2$ e $\frac{C}{a} = 1.8$ ou seja, um tubo em que 80% da parede plastificou durante a pressurização. Analisa três casos:

A - BEF = 1 e $m' = 0$

B - BEF = 0.42 e $m' = 0$

C - BEF = 0.42 e $m' = 0.3$

O caso A não considera o Efeito Bauschinger e, portanto, sem a existência de escoamento reverso nem o encruamento.

O caso B mostra o Efeito Bauschinger atuando isoladamente, sem encruamento.

O caso C mostra a influência do Efeito Bauschinger em conjunto com o encruamento do material durante o descarregamento.

Comparando-se as tensões circunferenciais residuais obtidas junto a parede interna do tubo os resultados indicam que negligenciando-se ambos os efeitos superestima-se aquelas tensões em cerca de 46%, enquanto que incluindo-se isoladamente o Efeito Bauschinger, subestima-se em cerca de 25%.

O autor conclui que tanto o Efeito Bauschinger como o encruamento durante o escoamento reverso, são bastante significativos e devem, portanto, serem

considerados em todos os casos em que a pressão de Autofretagem for tal que produza o escoamento reverso.

2.5 MÉTODO DE D.R.BLAND⁽⁵⁾

D.R.Bland aborda a questão da Autofretagem de tubos para materiais com a consideração do encruamento. Adota o critério de Tresca e a respectiva regra de fluxo associada. Esta foi, aparentemente, a primeira abordagem em literatura da Autofretagem de tubos com materiais que apresentam o encruamento. Em seu trabalho o autor não aborda o Efeito Bauschinger.

Sua análise parte do equilíbrio de tensões na direção radial:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_R + R \frac{d\sigma_R}{dR} \quad (2.5.1)$$

e as relações deformação-deslocamento (onde U é o deslocamento radial)

$$\epsilon_R = \frac{dU}{dR} \quad (2.5.2)$$

$$\epsilon_{\theta} = \frac{U}{R} \quad (2.5.3)$$

são satisfeitas em ambas regiões elástica e plástica do tubo. As relações tensão-deformação-temperatura na região elástica são:

$$\epsilon_R^e = \frac{1}{E} \sigma_R - \frac{\mu}{E} \sigma_{\theta} - \frac{\mu}{E} \sigma_z + \alpha T \quad (2.5.4)$$

$$\epsilon_{\theta}^e = -\frac{\mu}{E} \sigma_R + \frac{1}{E} \sigma_{\theta} - \frac{\mu}{E} \sigma_z + \alpha T \quad (2.5.5)$$

$$\epsilon_z^e = -\frac{\mu}{E} \sigma_R - \frac{\mu}{E} \sigma_{\theta} + \frac{1}{E} \sigma_z + \alpha T \quad (2.5.6)$$

O superíndice ^(e) é empregado para identificar a parcela elástica da deformação na região plástica. Na região elástica, como toda a deformação é elástica, este índice será ignorado.

Do critério de Tresca tem-se que $\sigma_\theta \geq \sigma_z \geq \sigma_R$ e para que o escoamento ocorra:

$$\sigma_\theta - \sigma_R = K \quad (2.5.7)$$

em que K é a tensão equivalente de Tresca na zona plástica. Da regra de fluxo associada, bem como da consideração de volume constante e da deformação axial ser totalmente elástica, tem-se:

$$\begin{cases} d\varepsilon_\theta^p = d\varepsilon_R^p \\ d\varepsilon_z^p = 0 \end{cases} \quad (2.5.8)$$

sendo $d\varepsilon_z^p$ o incremento de deformação plástica. Isto é definido por:

$$d\varepsilon_z^p = d\varepsilon_z - d\varepsilon_z^e \quad (2.5.9)$$

sendo $d\varepsilon_z$ e $d\varepsilon_z^e$ os incrementos da deformação total e elástica, respectivamente.

Como $d\varepsilon_z^p = 0$, $d\varepsilon_z = d\varepsilon_z^e$ e portanto:

$$\varepsilon_z = \varepsilon_z^e \quad (2.5.10)$$

ε_z satisfaz a equação (2.5.6) em ambas as regiões elástica e plástica. Tendo-se ε_z como constante deve-se, agora, determinar seu valor. A força total em qualquer região é:

$$P = 2\pi \int_a^b R \sigma_z dR \quad (2.5.11)$$

substituindo-se σ_z da equação (2.5.6) e, após, por σ_θ da equação (2.5.1), tem-se:

$$P = 2\pi\mu(a^2 p - b^2 q) + \pi E(b^2 - a^2) \varepsilon_z - 2\pi E \alpha \int_a^b R T dR \quad (2.5.12)$$

onde p e q são as pressões interna e externa, respectivamente, ou seja $p = -\sigma_{R(a)}$ e $q = -\sigma_{R(b)}$. Há três casos de importância. Primeiramente o estado de deformação plana $\varepsilon_z = 0$, o outro é o caso de tubo com as extremidades abertas, $P = 0$ e o

caso de tubo com as extremidades fechadas, onde $P = \pi a^2 p$. Nos últimos dois casos a substituição na equação (2.5.12) determina ε_z .

Sendo ε_z agora conhecido, as equações (2.5.6) e (2.5.1) podem ser usadas para expressar σ_z em termos de σ_R . Então:

$$\sigma_z = E\varepsilon_z + 2\mu\sigma_R + \mu R \frac{d\sigma_R}{dR} - E\alpha T \quad (2.5.13)$$

a desigualdade $\sigma_\theta \geq \sigma_z \geq \sigma_R$ demanda que na região plástica:

$$(1 - 2\mu) \sigma_R + (1 - \mu)K - E\varepsilon_z + E\alpha T \geq 0 \quad (2.5.14)$$

e

$$-(1 - 2\mu)\sigma_R + \mu K + E\varepsilon_z - E\alpha T \geq 0 \quad (2.5.15)$$

O deslocamento radial U e deformação plástica equivalente ε^{ps} serão determinadas em termos de σ_R . Desde que a dilatação é puramente elástica:

$$\frac{dU}{dR} + \frac{U}{R} + \varepsilon_z = \frac{(1 - 2\mu)}{E} (\sigma_R + \sigma_\theta + \sigma_z) + 3\alpha T$$

substituindo-se na (2.5.1) e na (2.5.13)

$$\frac{dU}{dR} + \frac{U}{R} = \frac{(1 - 2\mu)(1 + \mu)}{E} \left(2\sigma_R + R \frac{d\sigma_R}{dR} \right) - 2\mu\varepsilon_z + 2(1 + \mu)\alpha T$$

Integrando-se, obtêm-se:

$$RU = \frac{(1 - 2\mu)(1 + \mu)}{E} R^2 \sigma_R - \mu\varepsilon_z R^2 + 2(1 + \mu)\alpha \int^R TR dR + C_1 \quad (2.5.16)$$

a componente de deformação ε_θ é :

$$\varepsilon_\theta = \frac{U}{R} = \frac{(1 - 2\mu)(1 + \mu)}{E} \sigma_R - \mu\varepsilon_z + 2(1 + \mu) \frac{\alpha}{R^2} \int^R TR dR + \frac{C_1}{R^2} \quad (2.5.17)$$

a componente de deformação ε_R é:

$$\varepsilon_R = \frac{dU}{dR} = \frac{(1-2\mu)(1+\mu)}{E} \left(\sigma_R + R \frac{d\sigma_R}{dR} \right) - \mu\varepsilon_z + 2(1+\mu)\alpha \left(T - \frac{1}{R^2} \int^R TRdR \right) - \frac{C_1}{R^2} \quad (2.5.18)$$

)

A componente de deformação plástica ε_θ^p é definida por $\varepsilon_\theta^p = \varepsilon_\theta - \varepsilon_\theta^e$.

Substituindo-se na equação (2.5.17) por ε_θ e na (2.5.5), (2.5.1) e (2.5.13) por ε_θ^e :

$$\varepsilon_\theta^p = -\frac{(1-\mu^2)}{E} R \frac{d\sigma_R}{dR} + \alpha(1+\mu) \left(\frac{2}{R^2} \int^R TRdR - T \right) + \frac{C_1}{R^2} \quad (2.5.19)$$

similarmente:

$$\varepsilon_R^p = \frac{(1-\mu^2)}{E} R \frac{d\sigma_R}{dR} - \alpha(1+\mu) \left(\frac{2}{R^2} \int^R TRdR - T \right) - \frac{C_1}{R^2} \quad (2.5.20)$$

Alternativamente poderia-se ter usado $\varepsilon_\theta^p + \varepsilon_R^p = 0$ (pela consideração de volume constante do regime plástico) para deduzir a (2.5.20). A deformação plástica equivalente é:

$$\varepsilon^{p*} = \int d\varepsilon^{p*} = \int \left[(d\varepsilon_\theta^p)^2 + (d\varepsilon_R^p)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Desde que pela equação (2.5.8) a razão $\frac{d\varepsilon_\theta^p}{d\varepsilon_R^p} = -1$, tem-se:

$$\varepsilon^{p*} = \frac{2}{\sqrt{3}} \int |d\varepsilon_\theta^p|$$

ou seja:

$$\varepsilon^{p*} = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_\theta^p$$

Assumiu-se que o sinal de $d\varepsilon_\theta^p$ é o mesmo durante a deformação e que é positiva. Este será o caso quando a pressão interna é a maior força externa e está

umentando. Quando $d\varepsilon_{\theta}^p$ é sempre negativa, um sinal negativo aparecerá no membro da direita da equação acima. Substituindo-se ε_{θ}^p na equação (2.5.19):

$$\varepsilon^{ps} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{C_1}{R^2} - \frac{(1-\mu^2)}{E} R \frac{d\sigma_R}{dR} + \alpha(1+\mu) \left(\frac{2}{R^2} \int^R TRdR - T \right) \right] \quad (2.5.21)$$

A constante de integração é determinada pela consideração de que $\varepsilon^{ps} = 0$ na região elástica. Quando não existir região elástica, outra condição será necessária, tal como o valor de U em $R = a$ ou $R = b$. Mas nesse caso é questionável se a análise aqui apresentada será suficientemente precisa. Mudanças na geometria do tubo necessitam ser consideradas quando da aplicação das condições de contorno.

Na região plástica pelas equações (2.5.1) e (2.5.7), tem-se:

$$R \frac{d\sigma_R}{dR} = K \quad (2.5.22)$$

Portanto, na região plástica:

$$\varepsilon^{ps} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{C_1}{R^2} - \frac{(1-\mu^2)}{E} K + \alpha(1+\mu) \left(\frac{2}{R^2} \int^R TRdR - T \right) \right] \quad (2.5.23)$$

A curva tensão-deformação mostra K como uma função de ε^{ps} . Tomada com a equação (2.5.23), essa curva torna possível K e ε^{ps} serem encontrados para cada ponto (coordenada R) na região plástica.

Quando a temperatura não varia com o tempo a equação de Laplace é satisfeita. Dependendo apenas de R, em coordenadas cilíndricas, a equação é:

$$\frac{d^2T}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{dT}{dR} = 0 \quad (2.5.24)$$

cuja solução é:

$$T = M + N \ln(R) \quad (2.5.25)$$

onde as constantes M e N são determinadas pelas condições das superfícies interna e externa do tubo. Se os raios interno e externo são “a” e “b”, respectivamente, e as temperaturas correspondentes são Ta e Tb, então:

$$M = \frac{T_a \ln(b) - T_b \ln(a)}{\ln(b) - \ln(a)} \quad (2.5.26)$$

$$N = \frac{T_b - T_a}{\ln(b) - \ln(a)} \quad (2.5.27)$$

É assumido que a equação (2.5.24) permanece válida quando o tubo está tanto no estado elástico como no plástico, isto é, o coeficiente de condutividade térmica é independente do estado de tensões. O calor conduzido através do tubo, por unidade de comprimento é $2\pi c N$, onde “c” é o coeficiente de condutividade térmica.

Será determinada σ_R primeiramente na região elástica e, após, na plástica. Na região elástica substitui-se ε_R da equação (2.5.2) na equação (2.5.4) e ε_θ da equação (2.5.3) na equação (2.5.5). Eliminando-se “U” do resultado das duas equações e substituindo-se por σ_θ e σ_z da (2.5.1) e (2.5.13), tem-se a seguinte equação diferencial para σ_R :

$$\frac{d^2\sigma_R}{dR^2} + \frac{3}{R} \frac{d\sigma_R}{dR} + \frac{E\alpha}{(1-\mu)} \frac{1}{R} \frac{dT}{dR} = 0 \quad (2.5.28)$$

substituindo-se por T da equação (2.5.25) e integrando-se:

$$\sigma_R = \frac{C_2}{R^2} + C_3 - \frac{E\alpha N}{2(1-\mu)} \ln(R) \quad (2.5.29)$$

Das equações (2.5.1) e (2.5.7) o escoamento ocorrerá quando:

$$R \frac{d\sigma_R}{dR} = K_0 \quad (2.5.30)$$

onde K_0 é a tensão de escoamento. Substituindo-se a (2.5.29) na (2.5.30):

$$-\frac{2C_2}{R^2} - \frac{E\alpha N}{2(1-\mu)} = K_0$$

Se C é o raio da interface elasto-plástica, então:

$$C_2 = -0.5 \left(K_0 + \frac{E\alpha N}{2(1-\mu)} \right) C^2$$

e na região elástica:

$$R \frac{d\sigma_R}{dR} = \left(K_0 + \frac{E\alpha N}{2(1-\mu)} \right) \frac{C^2}{R^2} - \frac{E\alpha N}{2(1-\mu)}$$

fornecendo:

$$\boxed{K_0 + \frac{E\alpha N}{2(1-\mu)} > 0} \quad (2.5.31)$$

Destaca-se que $R \frac{d\sigma_R}{dR}$ aumenta com o decréscimo de R. Portanto, se ambas as regiões elástica e plástica existem no tubo a região elástica será a mais externa. Na superfície mais externa do tubo $R = b$ e $\sigma_R = -q$. Isso determina C_2 . Substituindo-se C_1 e C_2 , tem-se:

$$\boxed{\frac{\sigma_R}{K_0} = -0.5(1+\theta) \left(\frac{C^2}{R^2} - \frac{C^2}{b^2} \right) + \theta \ln \left(\frac{b}{R} \right) - \frac{q}{K_0} \text{ para } C \leq R \leq b} \quad (2.5.32)$$

onde:

$$\boxed{\theta = \frac{E\alpha N}{2(1-\mu)K_0}} \quad (2.5.33)$$

Da equação (2.5.31), $\theta > -1$. Substituindo-se por σ_R na (2.5.1) e (2.5.13), obtêm-se σ_θ e σ_z na região elástica:

$$\boxed{\frac{\sigma_\theta}{K_0} = 0.5(1+\theta) \left(\frac{C^2}{R^2} + \frac{C^2}{b^2} \right) + \theta \ln \left(\frac{b}{R} \right) - \theta - \frac{q}{K_0}} \quad (2.5.34)$$

$$\frac{\sigma_z}{K_0} = \frac{E\varepsilon_z}{K_0} + \mu(1+\theta)\frac{C^2}{b^2} + 2\mu\theta \ln(b) - 2\theta \ln(R) - \mu\theta - \frac{E\alpha M}{K_0} - \frac{2\mu q}{K_0} \quad (2.5.35)$$

Substituindo-se σ_R e T na equação (2.5.21), a condição $\varepsilon^p = 0$ na região elástica, determina "C₁" como:

$$C_1 = \frac{(1-\mu^2)}{E} \left(K_0 + \frac{E\alpha N}{2(1-\mu)} \right) C^2 = \frac{(1-\mu^2)K_0}{E} (1+\theta)C^2 \quad (2.5.36)$$

onde o limite inferior de integração foi considerado zero. Substituindo-se σ_R , T e C na (2.5.17), tem-se:

$$\frac{EU}{K_0 R} = \frac{(1+\mu)}{2} (1+\theta) \frac{C^2}{R^2} + (1-2\mu)(1+\mu) \left[0.5(1+\theta) \frac{C^2}{b^2} + \theta \ln\left(\frac{b}{R}\right) - \frac{q}{K_0} \right] - \frac{\mu E \varepsilon_z}{K_0} + (1+\mu) \frac{E\alpha M}{K_0} + (1-\mu^2)\theta(2 \ln(R) - 1) \quad (2.5.37)$$

Na região plástica a partir das equações (2.5.1) e (2.5.7):

$$R \frac{d\sigma_R}{dR} = K$$

Na integração:

$$\sigma_R = \int^R \frac{K}{R} dR + D$$

Desde que σ_R é contínua na interface elasto-plástica ou seja, para $R = C$ tem-se valores iguais de σ_R da equação acima e da equação (2.5.32) para $R = C$, o que permitirá determinar D. Logo:

$$\frac{\sigma_R}{K_0} = -0.5(1+\theta) \left(1 - \frac{C^2}{b^2} \right) + \theta \ln\left(\frac{b}{C}\right) - \frac{q}{k_0} - \frac{1}{K_0} \int_R^p \frac{K}{R} dR \quad \text{para } a \leq R \leq C \quad (2.5.38)$$

A pressão interna "p" é igual a $-\sigma_{R(a)}$. Substituindo-se na (2.5.38), tem-se:

$$\boxed{\frac{C}{K_0} = \frac{q}{K_0} + \frac{1}{K_0} \int_a^R \frac{K}{R} dR + 0.5(1+\theta) \left(1 - \frac{C^2}{b^2}\right) - \theta \ln\left(\frac{b}{C}\right)} \quad (2.5.39)$$

Quando a pressão interna é conhecida, a equação (2.5.39) determina C. Substituindo-se T e C₁ das equações (2.5.25) e (2.5.36) na (2.5.23):

$$\boxed{\frac{E\varepsilon^{P^*}}{K_0} = \frac{2(1-\mu^2)}{\sqrt{3}} \left[(1+\theta) \frac{C^2}{R^2} - \frac{K}{K_0} - \theta \right]} \quad (2.5.40)$$

A curva tensão-deformação expressa K como uma função de ε^{P^*} :

$$\boxed{K = K(\varepsilon^{P^*})} \quad (2.5.41)$$

As equações (2.5.40) e (2.5.41) determinam ε^{P^*} e K para cada raio, uma vez que C é conhecido. Para determinar-se C procede-se como a seguir.

Na integral $\int_R^a \frac{K}{R} dR$ que aparece nas equações (2.5.38) e (2.5.39), muda-se a variável de integração de R para ε^{P^*} . Primeiramente diferencia-se a equação (2.5.40) em relação a ε^{P^*} , o que dará:

$$\frac{2(1-\mu^2)K_0}{E\sqrt{3}} \left[-2(1+\theta) \frac{C^2}{R^2} \frac{1}{R} \frac{dR}{d\varepsilon^{P^*}} - \frac{1}{K_0} \frac{dK}{d\varepsilon^{P^*}} \right] = 1$$

Eliminando-se $\frac{C^2}{R^2}$ da equação acima usando a (2.5.40), tem-se:

$$\boxed{\frac{dR}{R} = -0.5 \frac{\frac{E\sqrt{3}}{2(1-\mu^2)} + \frac{dK}{d\varepsilon^{P^*}}}{\frac{E\varepsilon^{P^*}\sqrt{3}}{2(1-\mu^2)} + K + \theta K_0} d\varepsilon^{P^*}} \quad (2.5.42)$$

Logo:

$$\int_R^p \frac{K}{R} dR = \int_0^{\varepsilon^{P^*}} \frac{k \frac{E\sqrt{3}}{2(1-\mu^2)} + \frac{dK}{d\varepsilon^{P^*}}}{\frac{E\varepsilon^{P^*}\sqrt{3}}{2(1-\mu^2)} + K + \theta K_0} d\varepsilon^{P^*} \quad (2.5.43)$$

ou

$$\int_R^p \frac{K}{R} dR = K^*(\varepsilon^{P^*}) \quad (2.5.44)$$

Pode ser destacado que $K^*(\varepsilon^{P^*})$ é uma função de ε^{P^*} a qual depende apenas das propriedades do material do tubo. As equações (2.5.38) e (2.5.39) podem ser escritas:

$$\frac{\sigma_R}{K_0} = -0.5(1+\theta) \left(1 - \frac{C^2}{b^2}\right) + \theta \ln\left(\frac{b}{C}\right) - \frac{q}{K_0} - \frac{1}{K_0} K^*(\varepsilon^{P^*}) \quad (2.5.45)$$

e

$$\frac{C}{K_0} = 0.5(1-\theta) \left(1 - \frac{C^2}{b^2}\right) - \theta \ln \frac{b}{C} + \frac{q}{K_0} + \frac{1}{K_0} K_a^*(\varepsilon^{P^*}) \quad (2.5.46)$$

onde K_a^* representa o valor de $K^*(\varepsilon^{P^*})$ para $R = a$.

A função $K(\varepsilon^{P^*})$ deve em geral ser determinada por integração numérica, fazendo-se uso da curva tensão-deformação $K = K(\varepsilon^{P^*})$. Uma vez que isso tenha sido feito os cálculos complementares são simples. Supõe-se um valor de ε^{P^*} e considera-se $R = a$. Encontra-se K_a e K_a^* . Usando a equação (2.5.40) para $R = a$, determina-se C como:

$$C^2 = \frac{a^2}{(1+\theta)} \left(\frac{E\sqrt{3}(\varepsilon^{P^*})_{R=a}}{2(1-\mu^2)K_0} + \frac{K_{R=a}}{K_0} + \theta \right) \quad (2.5.47)$$

Substituindo-se C e K_a^* na equação (2.5.45), obtêm-se um novo valor para C . Repete-se para um número de valores de ε^{P^*} supostos para $R = a$. Plota-se "p"

contra $(\varepsilon^{P*})_{R=a}$ e determina-se o valor de $(\varepsilon^{P*})_{R=a}$ para o qual “p” é a pressão interna dada. Encontra-se o valor de C correspondente a esse valor de $(\varepsilon^{P*})_{R=a}$. A integração numérica de $K(\varepsilon^{P*})$ necessitará ser tomada para tantos pontos quanto os de (ε^{P*}) supostos para $R = a$.

Uma vez que C tenha sido encontrado, os valores de σ_R , σ_θ , σ_z e U na região elástica podem ser calculados das equações (2.5.32), (2.5.34), (2.5.35) e (2.5.37).

Para se determinar essas variáveis para um valor de R particular na região elástica, as equações (2.5.40) e (2.5.41) são resolvidas para (ε^{P*}) e K , a interseção da linha reta equação (2.5.40), em ε^{P*} e K na curva tensão-deformação. σ_R é avaliado da equação (2.5.45), σ_θ da (2.5.7) e σ_z da (2.5.6). Substituindo-se T e C₁ na equação (2.5.17) :

$$\boxed{\frac{EU}{K_0 R} = (1 - 2\mu)(1 + \mu) \frac{\sigma_R}{K_0} - \frac{\mu E \varepsilon_z}{K_0} + \frac{(1 + \mu) E \alpha M}{K_0} + (1 - \mu^2) \theta (2 \ln(R) - 1)} \quad (2.5.48)$$

Isso completa a solução, devendo-se complementarmente verificar-se que $\sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_R$ na região plástica e que na região elástica a diferença de duas tensões principais não excedam ou se igualem a K_0 e que a desigualdade (2.5.31) seja satisfeita.

A pressão interna “pc” para a qual inicia-se a plastificação no raio interno do tubo, é encontrada da equação (2.5.39), tornando-se C=a, assim:

$$\boxed{\frac{pc}{K_0} = \frac{q}{K_0} + 0.5(1 + \theta) \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) - \theta \ln \left(\frac{b}{a} \right)} \quad (2.5.49)$$

A pressão interna “pf” para a qual o tubo inteiro torna-se plástico é encontrada da equação (2.5.45), tornando-se C=b, assim:

$$\boxed{\begin{array}{l} pf = q + \left(K_a^* (\varepsilon^{P^*}) \right)_{C=b} \\ \text{ou} \\ pf = q + \int_a^b \frac{K}{R} dR \end{array}} \quad (2.5.50)$$

Percebe-se da equação (2.5.50) que “pf” é independente de N para um material não-encruável e da equação (2.5.43), que é dependente de N para um material encruável.

A quantidade adimensional θ , pode ser expressa em termos do calor conduzido através da unidade de comprimento de tubo, $H = 2\pi c N$, como:

$$\boxed{\theta = \frac{E\alpha H}{4\pi(1-\mu)c K_0}} \quad (2.5.51)$$

θ é uma medida do efeito da diferença de temperatura no sistema de tensões.

Desde que a deformação plástica equivalente raramente excede 5%, a curva tensão-deformação na região plástica, pode ser muitas vezes representada com precisão suficiente por uma linha reta, do tipo:

$$\boxed{K = K_0(1 + \eta\varepsilon^{P^*})} \quad (2.5.52)$$

usando essa equação, expressões explícitas serão agora encontradas para as tensões e deslocamentos:

$$\boxed{\varepsilon^{P^*} = W \left(\frac{C^2}{R^2} - 1 \right)} \quad (2.5.53)$$

$$\boxed{K = K_0 \left(1 + \eta W \left(\frac{C^2}{R^2} - 1 \right) \right)} \quad (2.5.54)$$

onde:

$$\boxed{W = \frac{1 + \theta}{\eta + \frac{\sqrt{3}E}{2(1-\mu^2)K_0}}} \quad (2.5.55)$$

Segue que:

$$\int_R^{\rho} \frac{K}{R} dR = K_0(1 - \eta\beta) \ln\left(\frac{\rho}{R}\right) + \frac{K_0\eta\beta}{2} \left(\frac{\rho^2}{R^2} - 1\right)$$

e pela substituição na equação (2.5.45) na região plástica:

$$\frac{\sigma_R}{K_0} = -0.5(1 + \theta) \left(1 - \frac{C^2}{b^2}\right) + \theta \ln\left(\frac{b}{C}\right) - \frac{q}{K_0} - (1 - \eta W) \ln\left(\frac{C}{R}\right) - \frac{\eta W}{2} \left(\frac{C^2}{R^2} - 1\right) \quad (2.5.56)$$

desde que $\sigma_\theta - \sigma_R = K$, na região plástica:

$$\frac{\sigma_\theta}{K_0} = 0.5 \left(1 + \frac{C^2}{b^2}\right) - \frac{\theta}{2} \left(1 - \frac{C^2}{b^2}\right) + \theta \ln\left(\frac{b}{C}\right) - \frac{q}{K_0} - (1 - \eta W) \ln\left(\frac{C}{R}\right) + \frac{\eta W}{2} \left(\frac{C^2}{R^2} - 1\right) \quad (2.5.57)$$

Substituindo-se σ_R e σ_θ na equação (2.5.6) e usando (2.5.10) obtêm-se:

$$\frac{\sigma_z}{K_0} = \mu \frac{C^2}{b^2} - \mu\theta \left(1 - \frac{C^2}{b^2}\right) + 2\mu\theta \ln\left(\frac{b}{C}\right) - \frac{2\mu q}{K_0} - 2\mu(1 - \eta W) \ln\left(\frac{C}{R}\right) + \frac{E\varepsilon_z}{K_0} - \frac{E\alpha M}{K_0} - 2(1 - \mu)\theta \ln(R) \quad (2.5.58)$$

Substituindo-se a equação (2.5.56) na (2.5.48), obtemos $\frac{EU}{K_0 R}$. Uma expressão alternativa para ε^{ps} da (2.5.53) é obtida pela substituição de W da (2.5.55):

$$\frac{E\varepsilon^{ps}}{K_0} = \frac{2(1 - \mu^2)}{\sqrt{3}} (1 + \theta - \eta W) \left(\frac{C^2}{R^2} - 1\right) \quad (2.5.59)$$

C é determinado pela substituição $R = a$ e $\sigma_R = -p$ na equação (2.5.56), isto é:

$$-\frac{p}{K_0} = -0.5(1 + \theta) \left(1 - \frac{C^2}{b^2}\right) + \theta \ln\left(\frac{b}{C}\right) - \frac{q}{K_0} - (1 - \eta W) \ln\left(\frac{C}{a}\right) - \frac{\eta W}{2} \left(\frac{C^2}{a^2} - 1\right) \quad (2.5.60)$$

O exame das equações (2.5.56) a (2.5.60) mostra que o efeito do encruamento linear é expresso nas equações para tensões e deformações através do parâmetro ηW , ou:

$$\frac{\eta(1+\theta)}{\eta + \frac{\sqrt{3}}{2(1-\mu^2)} \frac{E}{K_0}}$$

2.6. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Esse método dispensa maiores comentários, por já ser bastante difundido em praticamente todas as áreas da engenharia. Expõem-se aqui algumas características do modelo empregado na análise.

Devido as características de simetria tanto geométricas como de carregamento, foi possível empregar-se um modelo axissimétrico de elementos planos (Plane42), os quais permitem representar-se bidimensionalmente um problema tridimensional.

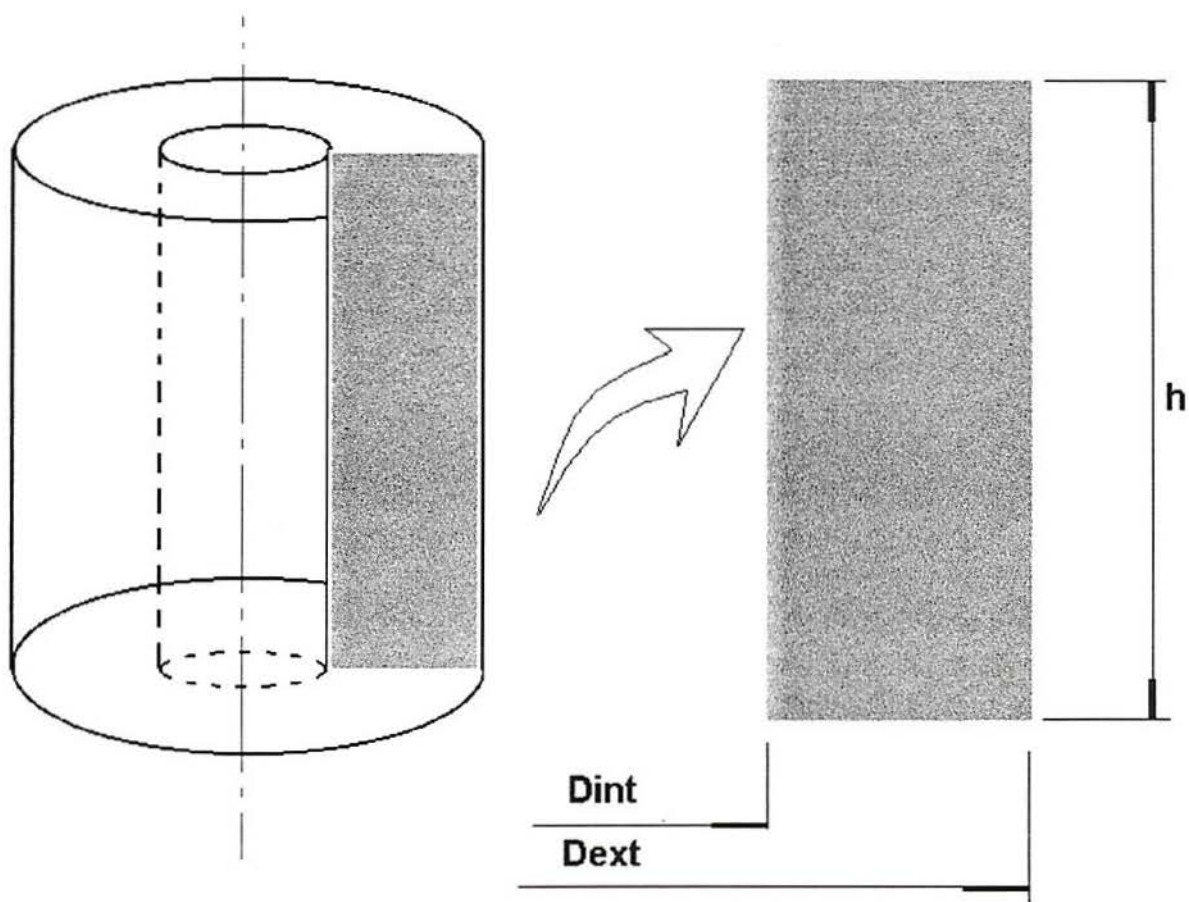


Fig.7. Modelo Axissimétrico utilizado.

A dimensão h da figura empregada no modelo foi de 60 mm.

O carregamento consistiu de pressão interna e o efeito axial da pressão interna, pela consideração das extremidades fechadas.

Foi empregado um “Load Step” para o carregamento e um para o descarregamento.

A curva tensão-deformação foi fornecida ao programa, com o uso de um modelo bilinear, empregando o critério de tensão equivalente de Von Mises.

No último “Load Step”, foram obtidas as tensões residuais de Autofretagem.

Com a solução atingida, definiu-se uma seção transversal e as variáveis: S_x e S_z para as tensões radiais e circunferenciais, respectivamente. Empregou-se um arquivo de saída(ASCII) para gravação dos valores de S_x e S_z ao longo daquela seção. Plotou-se a seguir os valores daquelas variáveis contra o diâmetro interno do tubo. Estas figuras são apresentadas no capítulo de resultados e de discussão dos mesmos.

Salienta-se que se construiu duas malhas com diferente grau de refino. Uma com 100 e outra com 1200 elementos. O objetivo das mesmas consiste em se avaliar a tendência dos resultados com o aumento do refino e conseqüente aumento de precisão dos resultados.

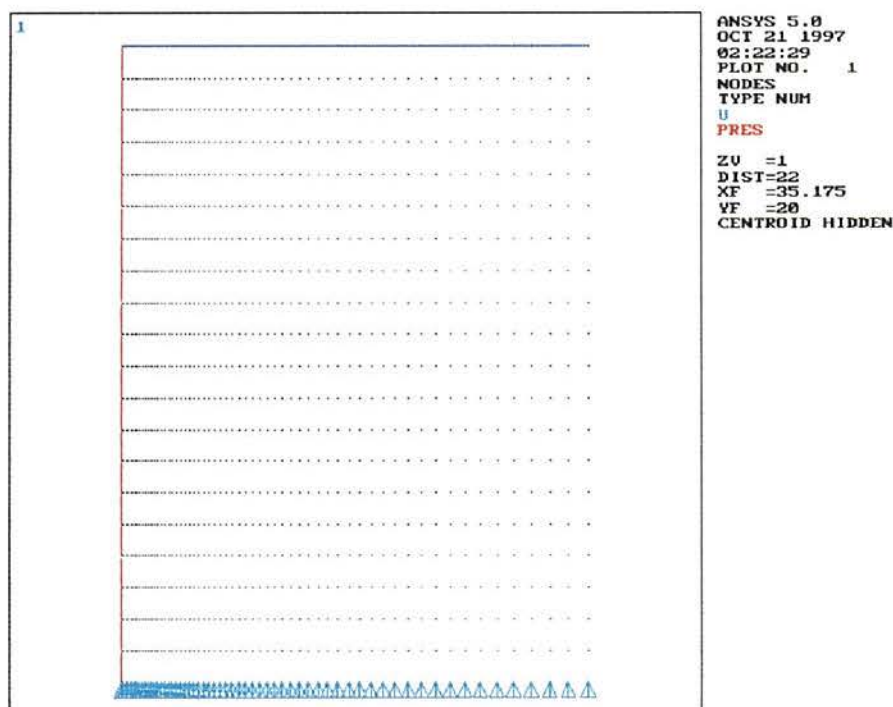


Fig.8. Vista das condições de contorno impostas ao modelo.

A figura 8 mostra os nós de um dos modelos empregados na análise com as condições de contorno típicas impostas aos dois modelos. A linha vermelha representa a pressão interna atuando na superfície interna do tubo. A linha azul representa a ação axial da pressão interna devido as extremidades fechadas. Os triângulos azuis indicam a condição de deslocamento axial impedido naqueles nós.

2.7.MÉTODOS MODIFICADOS

A partir da comparação dos resultados obtidos pelos diferentes métodos empregados, formulou-se a hipótese de que todos conduziram a praticamente o mesmo resultado desde que empregando o mesmo critério de tensões equivalentes. Com o objetivo de testar-se tal hipótese, alterou-se o critério de tensão equivalente dos métodos que originalmente empregavam o critério de Tresca para o critério de Von Mises.

2.7.1 MÉTODO DE CHEN MODIFICADO

Empregando-se as equações de Chen que apresentam a mesma consideração de Timoshenko de material elástico-perfeitamente plástico, diferindo deste apenas no critério de tensão equivalente pois Chen utiliza Tresca e Timoshenko o de Von Mises.

Para alterar o procedimento de Tresca para Von Mises, considerou-se o estado plano de deformação. Nesta condição temos:

$$\sigma_z = \frac{1}{2}(\sigma_\theta + \sigma_R) \quad (2.7.1.1)$$

Substituindo-se $\sigma_1 = \sigma_\theta$, $\sigma_2 = \sigma_z$, $\sigma_3 = \sigma_R$ no critério de Von Mises, temos:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_\theta - \sigma_R)^2 + (\sigma_R - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\theta)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \sigma_0 \quad (2.7.1.2)$$

Substituindo-se a (2.7.1.1) na (2.7.1.2), após algumas operações algébricas, obtem-se:

$$\sigma_\theta - \sigma_R = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 = 1.155 \sigma_0 \quad (2.7.1.3)$$

Por Tresca temos que:

$$\sigma_\theta - \sigma_R = \sigma_0 \quad (2.7.1.4)$$

Vê-se que a equação (2.7.1.3) é equivalente a equação (2.7.1.4) com σ_0 na última, substituído por $1.155\sigma_0$. Assim toda a solução por Chen com o critério de Tresca, pode ser empregada com o critério de Von Mises, pela substituição de σ_0 por $1.155\sigma_0$.

Assim para $a \leq R \leq C$:

$$\frac{\sigma_R}{1.155\sigma_0} = 0.5 \left(\frac{C^2}{b^2} - 1 \right) - \ln \left(\frac{C}{R} \right) \quad (2.7.1.5)$$

$$\frac{\sigma_\theta}{1.155\sigma_0} = 0.5 \left(\frac{C^2}{b^2} + 1 \right) - \ln \left(\frac{C}{R} \right) \quad (2.7.1.6)$$

e para $C \leq R \leq b$:

$$\frac{\sigma_R}{1.155\sigma_0} = 0.5 \left(\frac{C^2}{b^2} - \frac{C^2}{R^2} \right) \quad (2.7.1.7)$$

$$\frac{\sigma_\theta}{1.155\sigma_0} = 0.5 \left(\frac{C^2}{b^2} + \frac{C^2}{R^2} \right) \quad (2.7.1.8)$$

Na condição de descarregamento inteiramente elástico, tem-se:

$$\sigma_R' = \frac{p}{\frac{b^2}{a^2} - 1} \left[\frac{b^2}{R^2} - 1 \right] \quad (2.7.1.9)$$

$$\sigma_\theta' = \frac{p}{\frac{b^2}{a^2} - 1} \left[-\frac{b^2}{R^2} - 1 \right] \quad (2.7.1.10)$$

Também a pressão e o raio da interface elasto-plástica estão relacionados na seguinte expressão:

$$\frac{p}{1.155\sigma_0} = 0.5 \left(1 - \frac{C^2}{b^2} \right) + \ln \left(\frac{C}{a} \right) \quad (2.7.1.11)$$

As tensões residuais, com índice duas linhas, podem ser avaliadas pelas adições:

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta}'' &= \sigma_{\theta} + \sigma_{\theta}' \\ \sigma_R'' &= \sigma_R + \sigma_R'\end{aligned}$$

2.7.2. MÉTODO DE MENDELSON MODIFICADO

Este método, como já visto, considera o encruamento linear. Para se alterar o critério de tensão equivalente de Tresca para Von Mises, recorre-se também ao estado plano de deformação, o que implicará na substituição de σ_0 por $1,155 \sigma_0$.

$$C_1 = \frac{\rho_c^2}{2} \left[1 + \tau(\rho_c) - \frac{2}{\rho_c^2} \int_1^{\rho_c} \tau \rho \, d\rho \right] - P \quad (2.7.2.1)$$

$$\frac{\rho_c^2}{2} \left[1 + \tau(\rho_c) - \frac{2}{\rho_c^2} \int_1^{\rho_c} \tau \rho \, d\rho \right] = \frac{\beta^2}{\beta^2 - 1} \left[P + \frac{1}{\beta^2} \int_1^{\beta} \tau \rho \, d\rho - \frac{1-m}{m(1-\mu^2)} (\ln \rho_c - S_{Rc} - P) \right]$$

(2.7.2.2)

Para $\rho = \rho_c$ pode-se considerar um novo tubo com raio interno ρ_c e raio externo β com $S_{RC} = -P_{CRÍTICA}$, assim:

$$S_{RC} = -\frac{\beta_c^2 - 1}{2\beta_c^2} \left[1 + \tau(\rho_c) - \frac{2}{\beta_c^2 - 1} \int_{\rho_c}^{\beta_c} \tau \rho \, d\rho \right] \quad (2.7.2.3)$$

$$P = \frac{\beta^2 - 1}{\beta^2} \frac{(1 - \mu^2)m}{1 - \mu^2 m} \left[\frac{\rho_c^2}{2} \left(1 + \tau(\rho_c) - \frac{2}{\rho_c^2} \int_1^{\rho_c} \tau \rho \, d\rho \right) - \frac{1}{\beta^2 - 1} \int_1^{\beta} \tau \rho \, d\rho \right] + \frac{1-m}{1 - \mu^2 m} (\ln \rho_c - S_{Rc}) \quad (2.7.2.4)$$

A equação (2.7.2.4) dá a relação entre o raio da zona plástica ρ_c e a pressão aplicada, para uma dada distribuição de temperatura T.

$$\begin{aligned}\int_1^{\rho} \frac{\epsilon_R^P}{\rho} \, d\rho &= \frac{1-m}{m} (\ln \rho - S_R - P) \quad \text{para } \rho \leq \rho_c \\ \int_1^{\rho} \frac{\epsilon_R^P}{\rho} \, d\rho &= \frac{1-m}{m} (\ln \rho_c - S_{Rc} - P) \quad \text{para } \rho \geq \rho_c\end{aligned}$$

- para $\rho \leq \rho_c$

$$\frac{\sigma_R}{1.155\sigma_0} = \frac{m(1-\mu^2)}{1-\mu^2 m} \left(C_1 \frac{\rho^2-1}{\rho^2} - \frac{1}{\rho^2} \int_1^\rho \tau \rho \, d\rho - \frac{P}{\rho^2} \right) + \frac{1-m}{1-\mu^2 m} (\ln \rho - P)$$

$$\frac{\sigma_\theta}{1.155\sigma_0} = \frac{m(1-\mu^2)}{1-\mu^2 m} \left(C_1 \frac{\rho^2+1}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \int_1^\rho \tau \rho \, d\rho + \frac{P}{\rho^2} - \tau \right) + \frac{1-m}{1-\mu^2 m} (\ln \rho + 1 - P)$$
(2.7.2.5)

- para $\rho \geq \rho_c$:

$$\frac{\sigma_R}{1.155\sigma_0} = -\frac{1}{\rho^2} \int_1^\rho \tau \rho \, d\rho + \frac{1-m}{(1-\mu^2)m} (\ln \rho_c - S_{Rc} - P) - \frac{P}{\rho^2} + \left(1 - \frac{1}{\rho^2}\right) C_1$$

$$\frac{\sigma_\theta}{1.155\sigma_0} = -\tau + \frac{1}{\rho^2} \int_1^\rho \tau \rho \, d\rho + \frac{1-m}{(1-\mu^2)m} (\ln \rho_c - S_{Rc} - P) + \frac{P}{\rho^2} + \left(1 + \frac{1}{\rho^2}\right) C_1$$
(2.7.2.5)

Para obter-se a distribuição completa de tensões, calcula-se P ou ρ_c da equação (2.7.2.4), C_1 da equação (2.7.2.1), S_{Rc} da equação (2.7.2.3) e as tensões da equação (2.7.2.5).

2.8.MÉTODO EXPERIMENTAL

G. Sachs⁽⁴⁾ descreve o método de avaliação de tensões residuais através da remoção de camadas de material, a partir da superfície interna ou externa.

As equações empregadas para a determinação das tensões residuais são as seguintes:

$$\sigma_{\theta} = E^+ \left[(A0 - A) \frac{dY}{dA} - \frac{A0 + A}{2A} Y \right] \quad (2.8.1)$$

$$\sigma_z = E^+ \left[(A0 - A) \frac{d\Lambda}{dA} - \Lambda \right] \quad (2.8.2)$$

$$\sigma_R = E^+ \frac{A0 - A}{2A} Y \quad (2.8.3)$$

Para materiais não homogêneos, com E variando ao longo da seção:

$$\sigma_{\theta} = E^+ \left[(A0 - A) \frac{dY}{dA} - \frac{A0 + A}{2A} Y \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{A0^2}{A} - A \right) Y \frac{dE^+}{dA} \quad (2.8.4)$$

$$\sigma_z = E^+ \left[(A0 - A) \frac{d\Lambda}{dA} - \Lambda \right] + (A0 - A) \Lambda \frac{dE^+}{dA} \quad (2.8.5)$$

$$\sigma_R = E^+ \frac{A0 - A}{2A} Y \quad (2.8.6)$$

Apresenta como condição para validade das equações (2.8.1) a (2.8.6) que:

$$L > 2|b - a| \quad (2.8.7)$$

Quando esta condição não se verifica, σ_z não deve ser calculado e no caso de materiais homogêneos:

$$\sigma_{\theta} = E \left[(A0 - A) \frac{dV}{dA} - \frac{A0 + A}{2A} V \right] \quad (2.8.8)$$

$$\sigma_R = E \frac{A_0 - A}{2A} \nu \quad (2.8.9)$$

As equações (2.8.8) e (2.8.9) devem ser usadas no lugar das (2.8.1) e (2.8.3), respectivamente.

Quando a equação (2.8.7) não se verifica e o material não for homogêneo:

$$\sigma_\theta = E^* \left[(A_0 - A) \frac{d\nu}{dA} - \frac{A_0 + A}{2A} \nu \right] \frac{1}{2} \left(\frac{A_0^2}{A} - A \right) \lambda \frac{dE^*}{dA} \quad (2.8.10)$$

$$\sigma_R = E^* \frac{A_0 - A}{2A} \lambda \quad (2.8.11)$$

Salienta o autor que estas equações não devem ser empregadas em componentes com derivações, entalhes, etc. e sim para componentes contínuos geometricamente.

As remoções de material devem ser feitas em passes pequenos e com controle de temperatura, para se medir as deformações residuais isentas de contribuições relativas a expansão térmica.

O procedimento de medição consiste na colagem de extensômetros em uma das superfícies e na remoção do material a partir da outra. Após cada passe de remoção de material, é feita a leitura/registo dos extensômetros. Assim são obtidas as deformações residuais circunferenciais e longitudinais e, com o emprego das equações apresentadas, obtêm-se as componentes principais de tensão.

3. MÉTODOS E MATERIAIS

Para a realização da parte experimental bem como dar subsídios a parte teórica, foi realizado o ensaio de tração em uma amostra dos tubos que sofreriam o processo de Autofretagem.

O material para os ensaios foi cedido por uma empresa que o utiliza em seu processo industrial. Este material é um aço AISI 4333 na condição de temperado e revenido com diâmetro externo de 100 mm e interno de 40.7 mm, com dureza de 30 HRC.

Para execução do ensaio de tração, foram retirados dois corpos de prova da amostra de tubo recebida. Os ensaios foram realizados no CETEMP/SENAI. Durante os ensaios foram feitas medições do alongamento do corpo de prova com o emprego de extensômetro, elaborando-se ao final dos mesmos as seguinte tabelas:

Tabela 1.CORPO DE PROVA A.

FORÇA(N)	ΔL (mm)	σ (MPa)	$\xi_{TOTAL}\%$
10000	0,02	198,94	0,04
16000	0,06	318,31	0,12
24000	0,1	477,46	0,2
51200	0,6	1018,59	1,2
51200	0,8	1018,59	1,6
52000	1,0	1034,51	2,0
52400	1,2	1042,46	2,4
53000	1,4	1054,4	2,8
53400	1,6	1062,36	3,2
53800	1,8	1070,32	3,6

Tabela 2.CORPO DE PROVA B.

FORÇA(N)	ΔL (mm)	σ (MPa)	$\xi_{TOTAL}\%$
10200	0,02	202,92	0,04
16800	0,06	334,23	0,12
23000	0,09	457,57	0,18
24800	0,1	493,38	0,2
50000	0,21	994,72	0,42
51800	0,6	1030,53	1,2
52400	1,0	1042,46	2,0
53000	1,2	1054,4	2,4
53400	1,4	1062,36	2,8
54000	1,6	1074,3	3,2

Como se pode observar na figura 9, a curva tensão-deformação na região plástica se aproxima de uma reta, fato este que nos conduzirá a uma análise teórica mais simplificada do problema de Autofretagem de tubos deste material.

Solicitou-se a empresa que forneceu os tubos, que os mesmos fossem Autofretados em pressões diferentes, ou seja: 483, 621, 690 e 759 MPa. Recebeu-se também, um tubo na condição de não Autofretado para se avaliar as tensões residuais iniciais dos tubos e assim poder melhor avaliar os procedimentos teóricos empregados na determinação das tensões residuais após a Autofretagem.

Cada tubo foi dividido em dois, pois o comprimento original de 500 mm, impossibilitava a sua usinagem nas máquinas disponíveis. Ficou-se, assim, com oito amostras com quatro pressões diferentes.

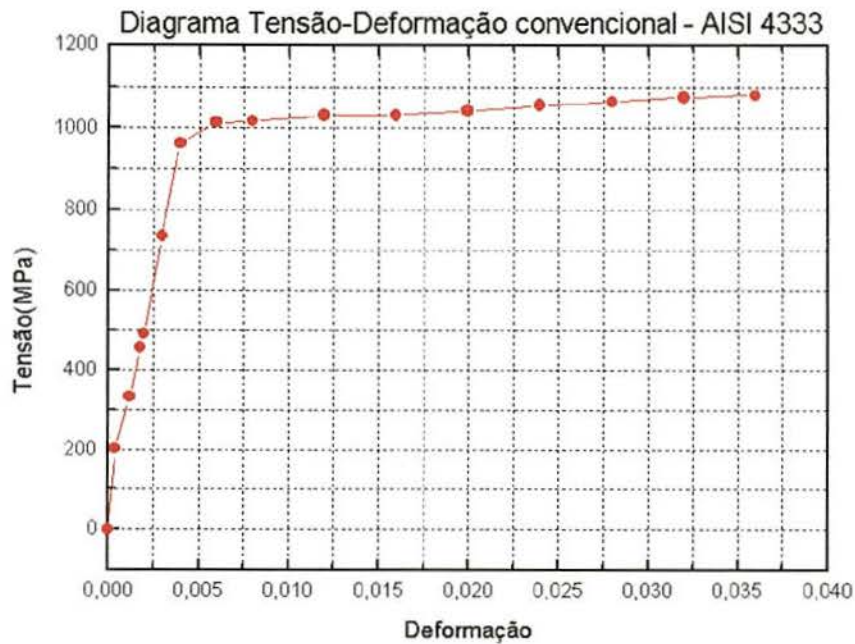


Fig.9. Curva tensão-deformação convencional para o material ensaiado.

Colou-se os extensômetros na superfície externa dos tubos como indicado na fig.12 e os usinou internamente. Empregou-se rosetas e extensômetros da Micro-Measurements e um condicionador de sinais da HBM.

A primeira tentativa foi a de usinagem dos tubos em uma Fresadora vertical e nesta foi conseguida apenas a usinagem parcial de um dos tubos de 759 MPa, pois encontraram-se várias dificuldades como: excentricidade devido as constantes rotações do cabeçote para se proceder a retirada do cavaco do interior do tubo; refrigeração deficiente, incidência de líquido refrigerante nos extensômetros, dentre outras. Estas dificuldades se mostraram inerentes a posição de usinagem empregada. Partiu-se, então, para um torno horizontal universal com adaptação feita para promover a fixação dos tubos conforme podemos ver nas fotografias a seguir.

Na fig.10 tem-se a imagem parcial do torno empregado na usinagem dos tubos, com destaque para a fixação do tubo no carro através de uma luneta e um outro suporte, mantendo-se assim o tubo fixo ao carro, e a ferramenta presa ao varão que passa no interior do tubo e a placa, exatamente como em uma mandriladora. Vê-se, também, os cabos do extensômetros saindo do tubo em direção ao condicionador de sinais.

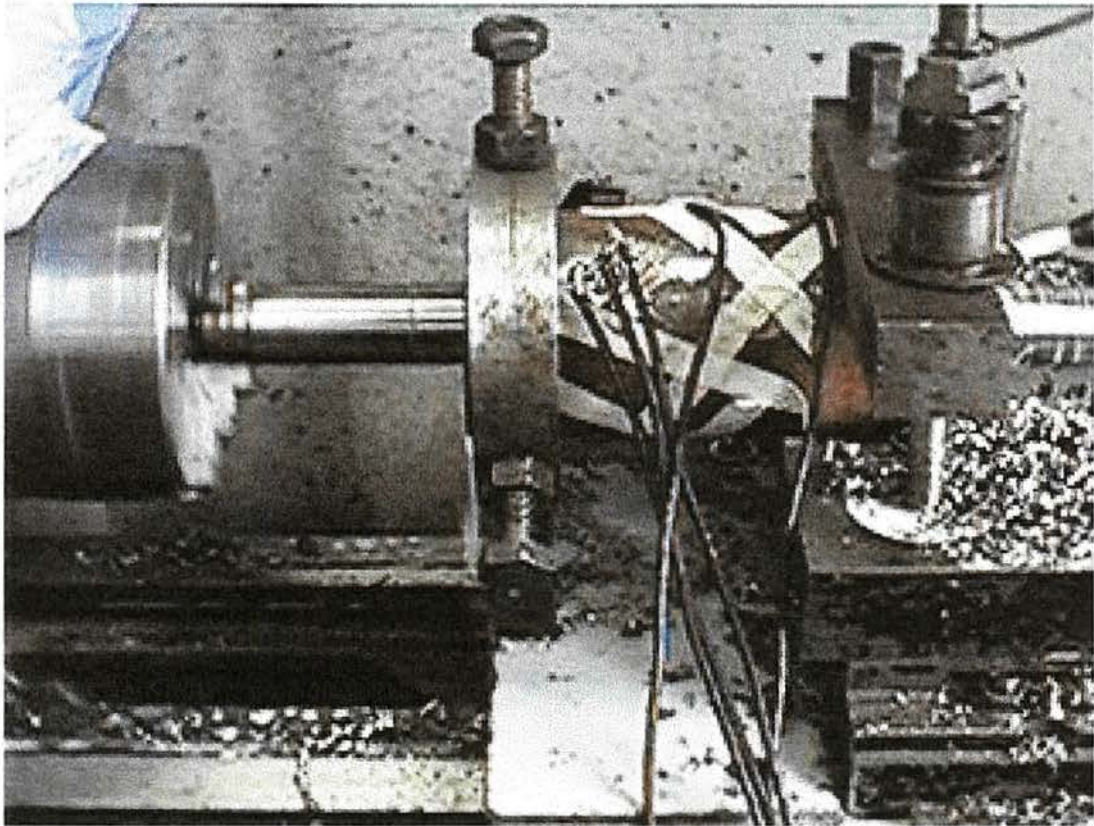


Fig.10. Detalhe de fixação do segmento de tubo no torno empregado na usinagem.

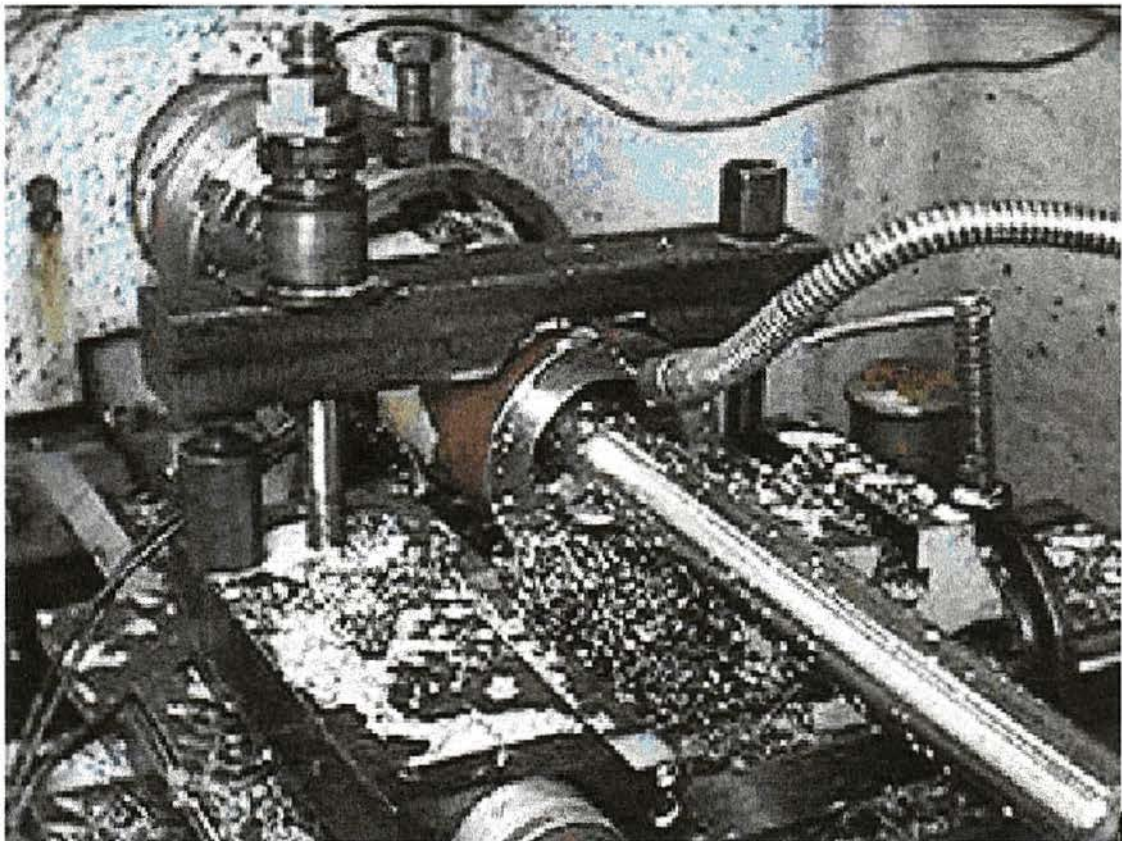


Fig.11. Vista de outro ângulo, durante a usinagem.

Na fig.11 tem-se uma vista em outro ângulo onde vê-se parcialmente o interior do tubo durante a usinagem, com o varão porta-ferramentas em seu interior. Vê-se, também, o cabo de terra ligado no carro do torno.

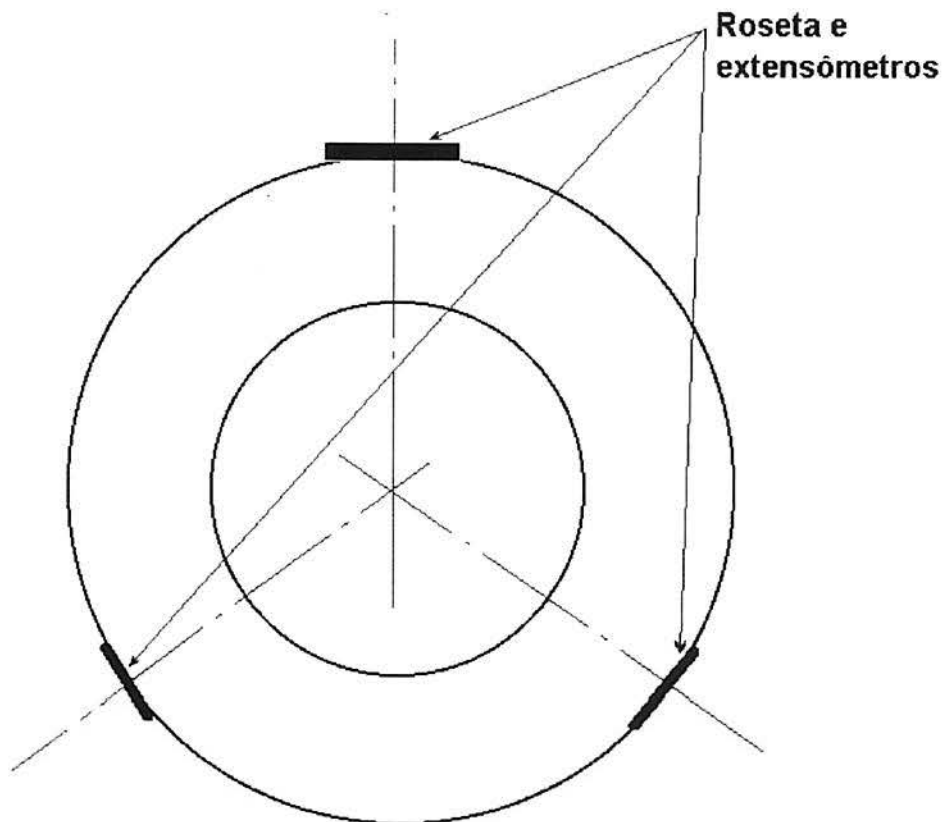


Fig.12. Croquis do arranjo dos extensômetros e rosetas na superfície dos tubos.

O tubo Autofretado com 759 MPa(1) foi usinado na fresadora vertical e apresentou na medição final uma excentricidade máxima de 10 mm. Os demais foram todos usinados no torno adaptado apresentando uma excentricidade máxima de 1.0 mm. Os valores encontrados para o tubo usinado na fresadora são, portanto, menos precisos.

PRÁTICA DE MEDIÇÃO DAS TENSÕES RESIDUAIS

Adotou-se o seguinte procedimento para a medição das tensões residuais nos tubos:

- colagem dos extensômetros na superfície externa dos tubos, com preparação de superfície e emprego de adesivo conforme indicado pelo fabricante

dos extensômetros e rosetas empregadas. A colagem das rosetas e extensômetros foi feita na posição axial e circunferencial dos tubos para medirmos, assim, as deformações circunferenciais e longitudinais;

- soldagem dos cabos dos terminais dos extensômetros e fixação da outra extremidade na placa de ligação do condicionador de sinais, totalizando-se, por tubo, 5 canais de medição;

- fixação do tubo no suporte do torno, após a centragem do mesmo com calços, ligação dos fios de terra ao condicionador, aplicação de graxa de silicone prevenindo-se, assim, possíveis incidências do líquido refrigerante nos extensômetros;

- ligação da parte elétrica e programação do condicionador com zeramento dos canais de medição;

- fixação e ajuste da ferramenta na posição radial proporcionando a profundidade do passe desejada. Início da usinagem interna com passe de aproximadamente 0.5 mm no raio do tubo, com refrigeração constante inserida no interior do tubo;

- após cada passe realizou-se a impressão dos valores de deformação do condicionador de sinais e mediu-se o diâmetro interno do tubo, relacionando-se assim diâmetro X deformação, os quais são as variáveis necessárias para se empregar o método de Sachs. Salienta-se que foram feitas as correções das deformações pela consideração do fator de sensibilidade dos extensômetros;

- com os valores de diâmetro e deformação medida, ajustou-se os dados obtidos em polinômios, após a conversão do diâmetro interno medido em área interna. As curvas assim obtidas foram polinômios de grau ≤ 3 . Tais polinômios foram escolhidos, pela sua fácil integração numérica, bem como pelo ótimo coeficiente de correlação obtido (≥ 0.98), garantindo-se assim uma boa reprodução dos valores medidos. Através do emprego das equações de Sachs, encontrou-se as tensões residuais circunferenciais, radiais e longitudinais.

4. RESULTADOS

Nas análises realizadas pelos métodos analíticos e numéricos, usou-se as propriedades obtidas no ensaio de tração do material dos tubos ou seja:

- Módulo de elasticidade longitudinal = 206 GPa
- Coeficiente de Poison = 0.3

4.1. Resultados experimentais

Fornece-se a seguir de forma gráfica os valores obtidos para cada um dos tubos usinados. Alguns tubos foram perdidos durante a usinagem, basicamente quando empregávamos a fresadora vertical. Nas figuras que se seguem são identificadas como AXIAIS e CIRCUNFERENCIAIS estas respectivas deformações medidas.

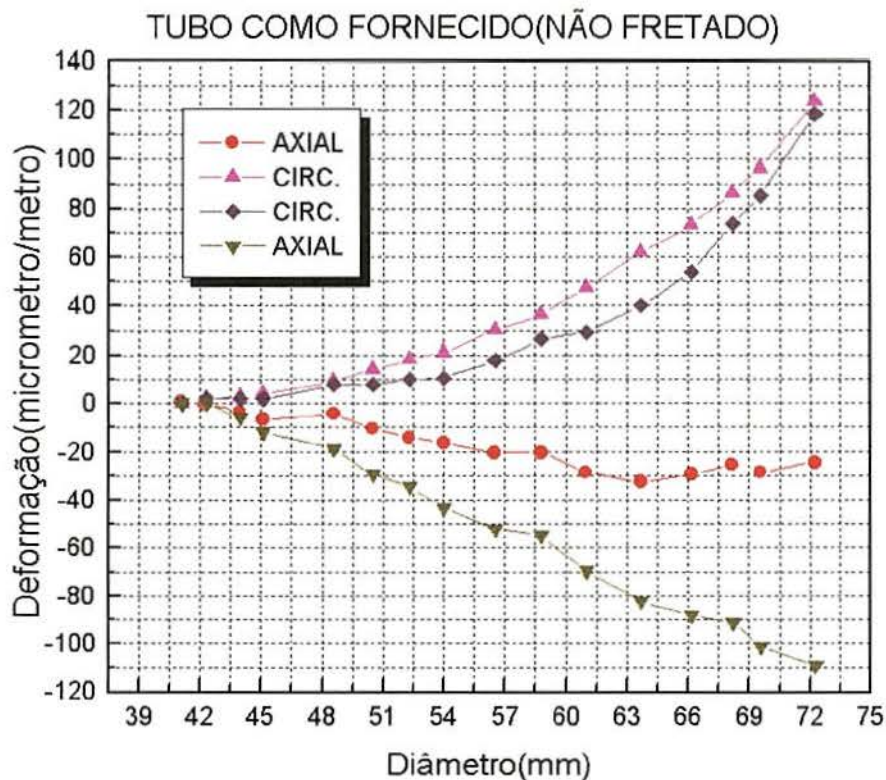


Fig.13. Deformações medidas no tubo não-autofretado.

Salienta-se que nas figuras que se seguem são mostradas as deformações residuais devidas exclusivamente ao processo de Autofretagem pois, das

deformações medidas em cada caso subtraímos as medidas no tubo que não sofreu o processo de Autofretagem. Isto possibilitará uma comparação direta com os métodos de cálculo empregados.

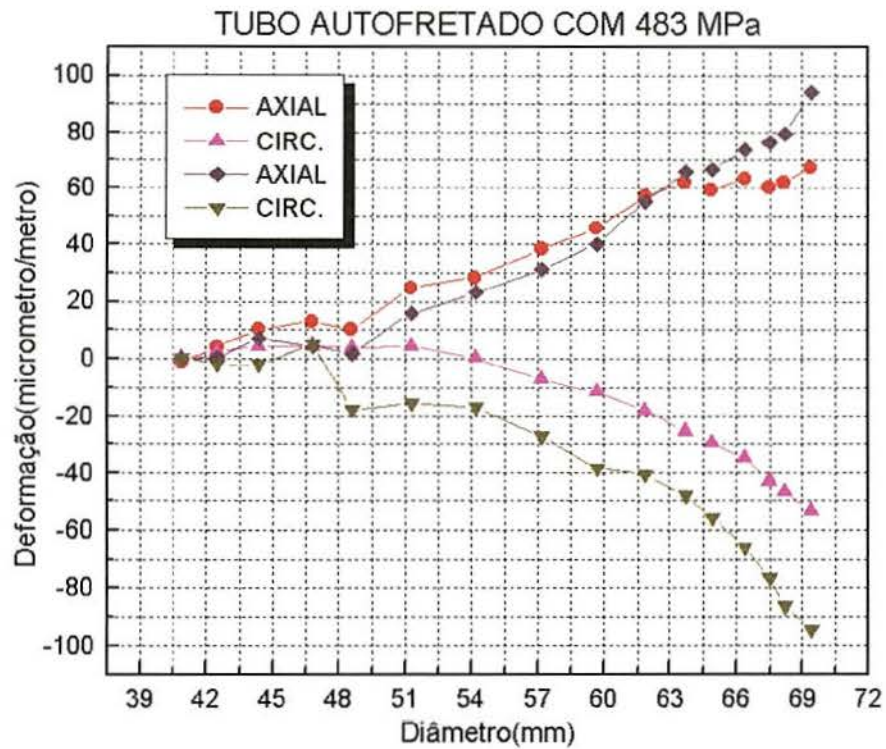


Fig.14. Deformação residual devido a Autofretagem de tubo com 483 MPa.

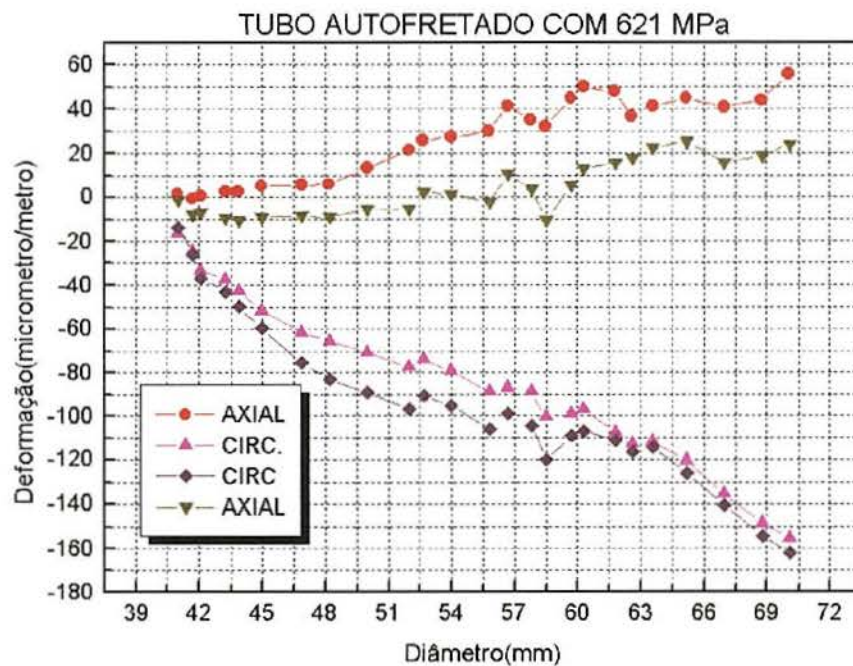


Fig.15. Deformação residual devido a Autofretagem de tubo com 621 MPa.

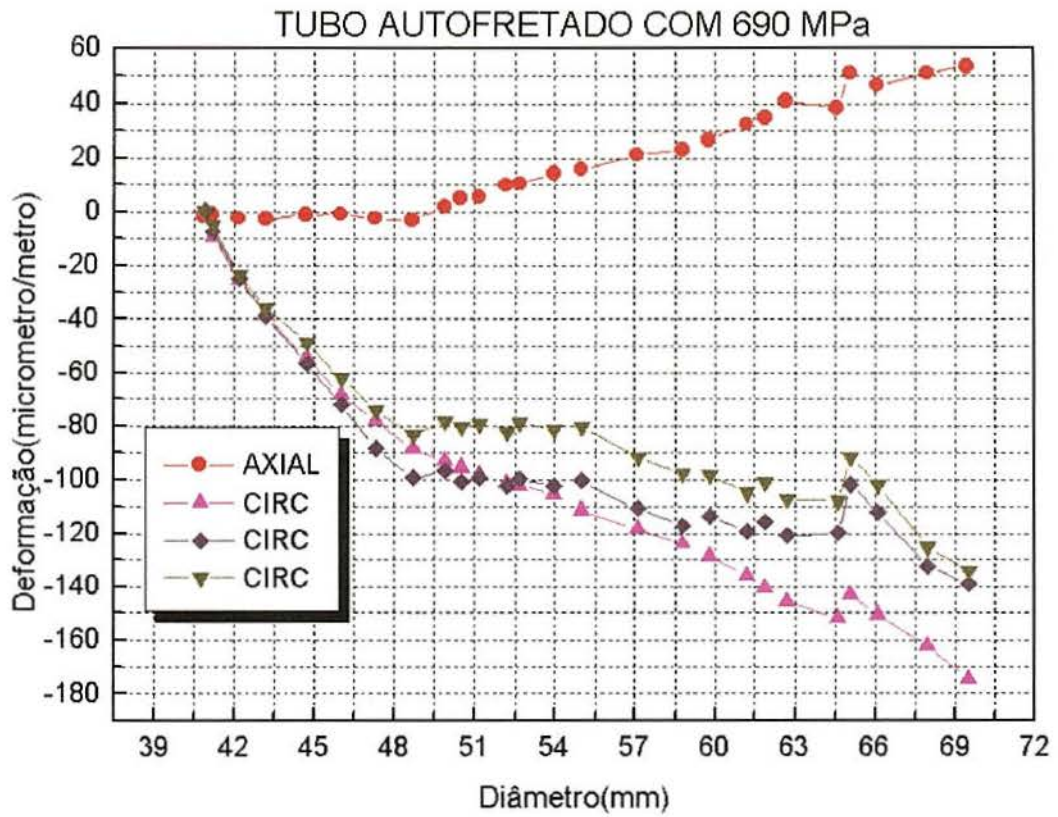


Fig.16. Deformação residual devido a Autofretagem com 690 MPa.

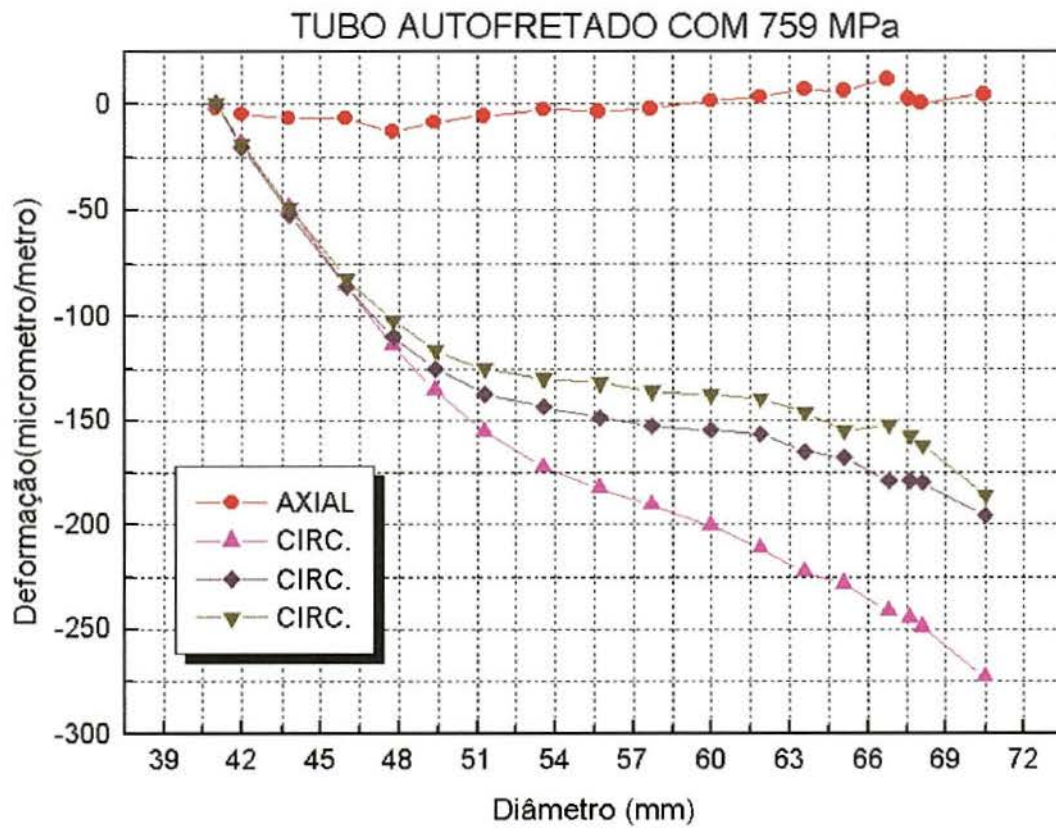


Fig.17. Deformação residual devido a Autofretagem de tubo com 759 MPa.

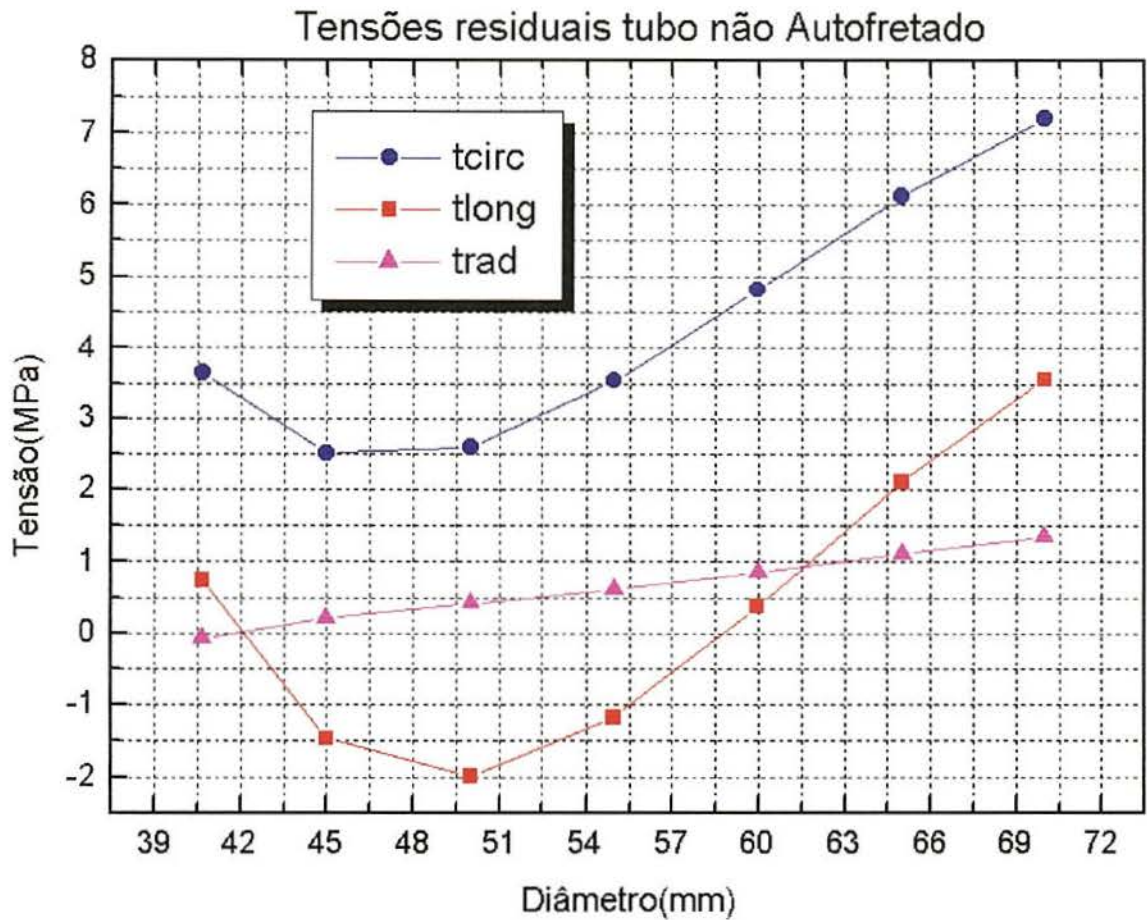


Fig.18. Tensões residuais em tubo não Autofretado.

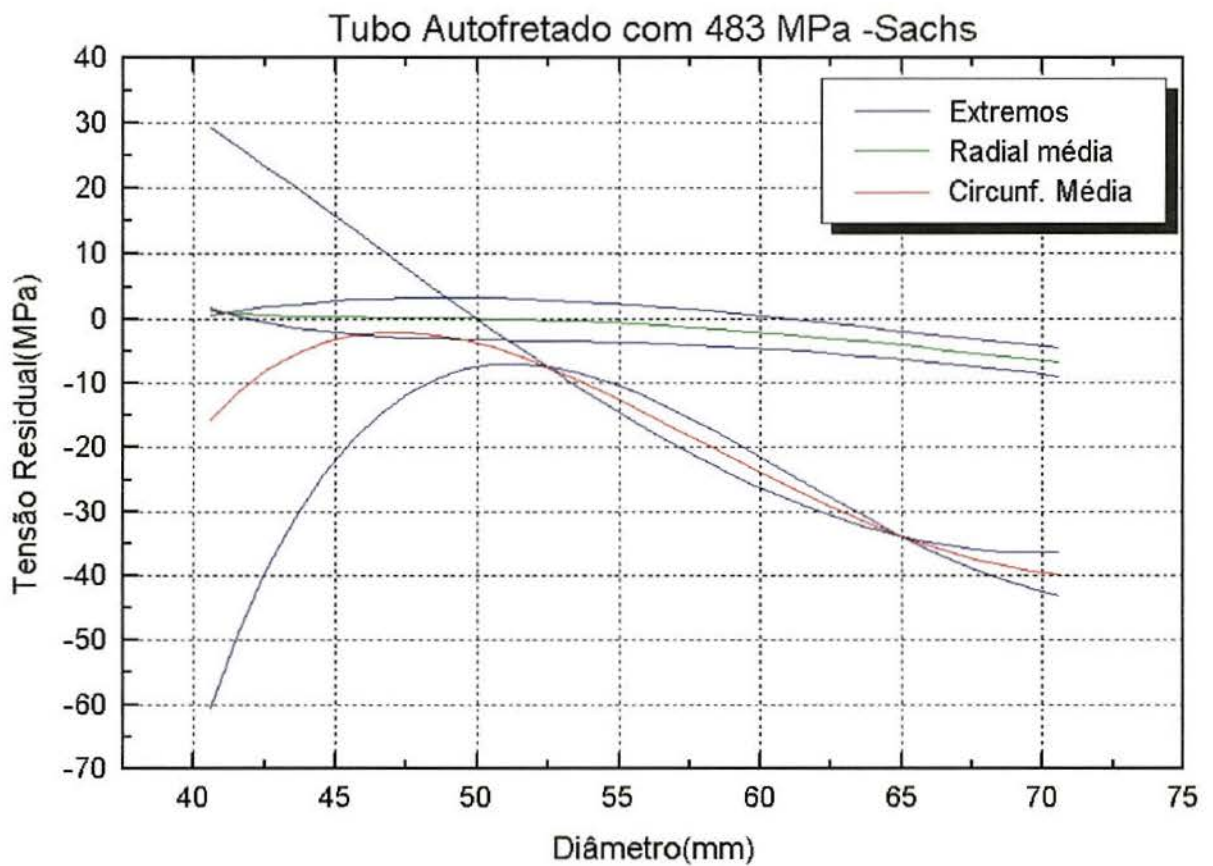


Fig.19. Tensões residuais no tubo Autofretado com 483 MPa.

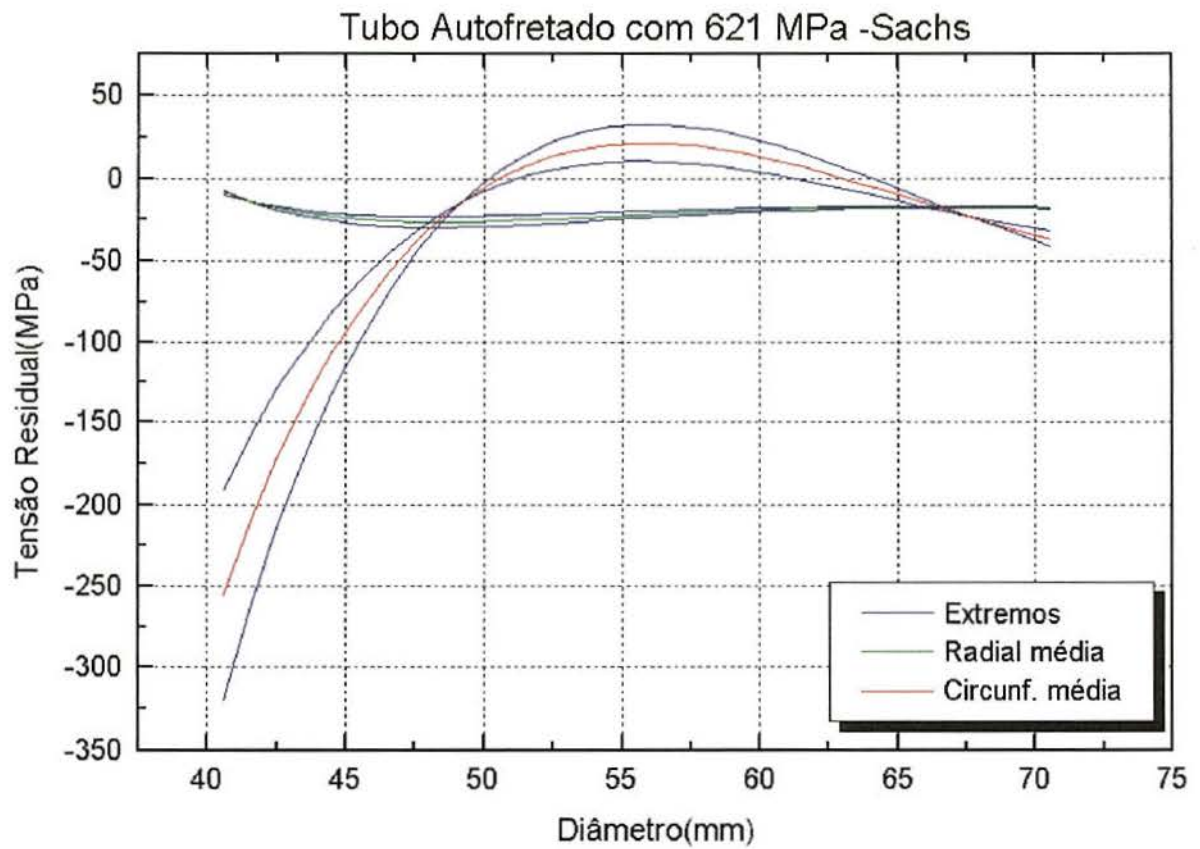


Fig.20. Tensões residuais em tubo Autofretado com 621 MPa.

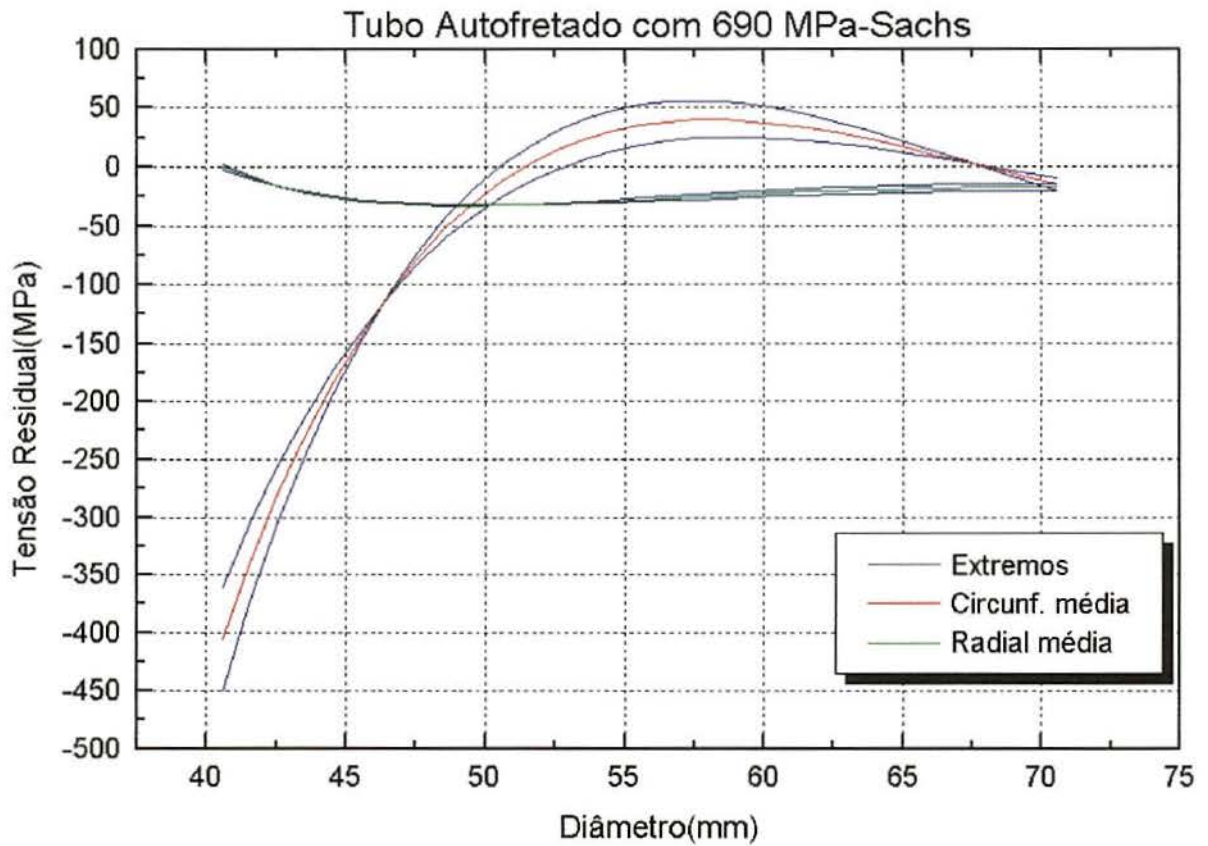


Fig.21. Tensões residuais em tubo Autofretado com 690 MPa.

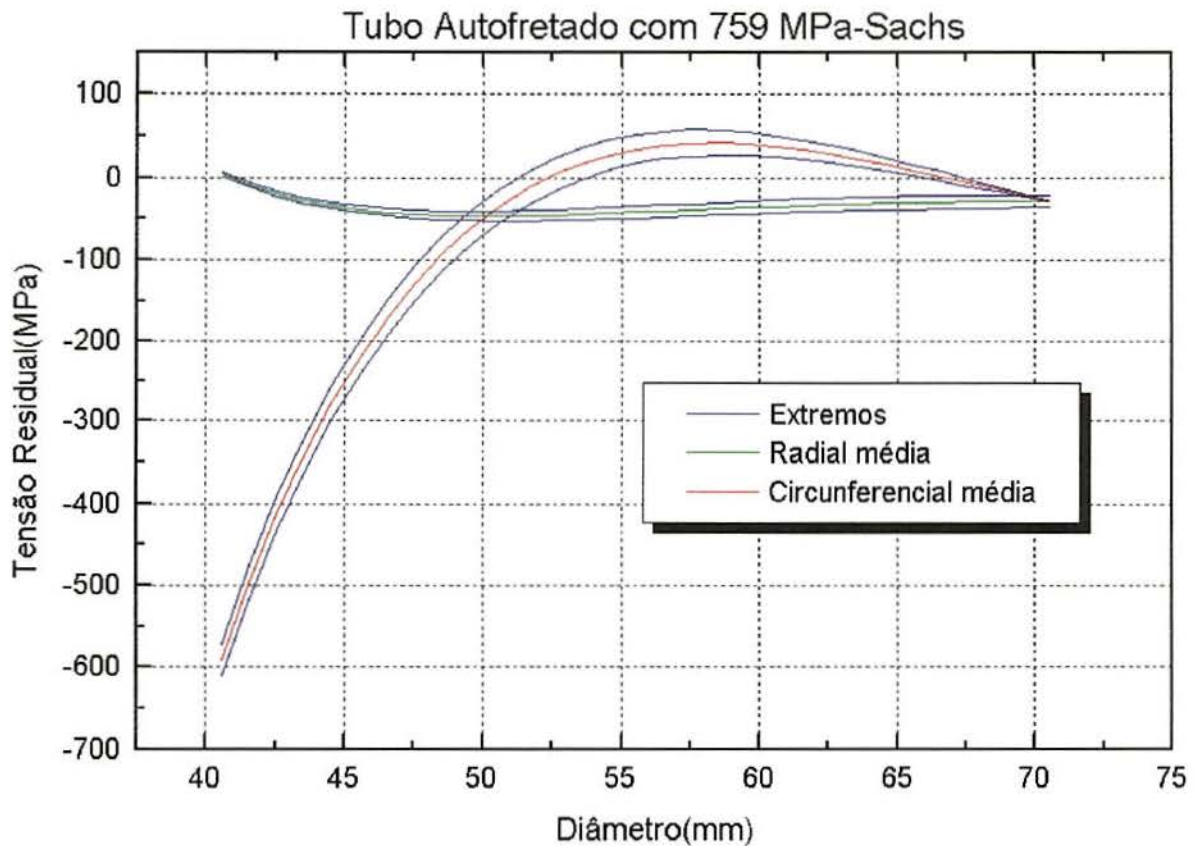


Fig.22. Tensões residuais em tubo Autofretado com 759 MPa.

Nas figuras referentes as deformações residuais medidas apresenta-se os valores medidos com os extensômetros e rosetas, já apresentados com as direções principais. Em cada tubo foram colados pelo menos dois extensômetros, um na direção longitudinal e outro na axial ou ambos na direção circunferencial. Também em cada tubo colou-se uma roseta e desta nos gráficos suprimiu-se a direção de 45°. A disposição dos extensômetros e rosetas seguiu o espaçamento de um arco de 120° na superfície externa do tubo, conforme já mostrado na figura 12.

Nas figuras referentes as tensões residuais em cada pressão apresenta-se, para cada figura, curvas com os valores das tensões circunferenciais e radiais médias e extremas medidas. Estas curvas mostram os valores máximos e mínimos encontrados para cada uma das tensões principais residuais ou seja, após a subtração das tensões residuais do tubo antes do processo de Autofretagem.

Através da visualização dos dados obtidos para as tensões residuais em cada gráfico com a respectiva pressão utilizada em sua Autofretagem, percebe-se uma tendência a um comportamento mais uniforme com o aumento da pressão utilizada. Esta tendência fica demonstrada pela menor dispersão dos valores

máximos e mínimos para cada uma das tensões principais, notadamente junto a parede interna do tubo.

O tubo Autofretado com 483 MPa apresenta uma dispersão muito grande de resultados, bem como valores muito baixos para as tensões residuais fato este que nos coloca em dúvida quanto a ter o mesmo atingido a tensão de escoamento junto a parede interna.

Percebe-se, da figura 18, que as tensões residuais existentes nos tubos devidas ao processo de fabricação são muito pequenas.

Os tubos foram usinados até o diâmetro interno de 70 mm aproximadamente, por ser este um diâmetro que ultrapassaria a interface elasto-plástica de todos eles, e se evitariam as dificuldades inerentes a usinagem dos mesmos a medida que o diâmetro interno aumenta, com o respectivo aumento da superfície de usinagem.

4.2. Resultados por Mendelson

Seguindo-se o método de Mendelson e analisando-se os tubos Autofretados nas pressões de 483, 621, 690 e 759 MPa, encontra-se a distribuição das tensões radiais e circunferenciais residuais, resultados estes que se apresenta a seguir.

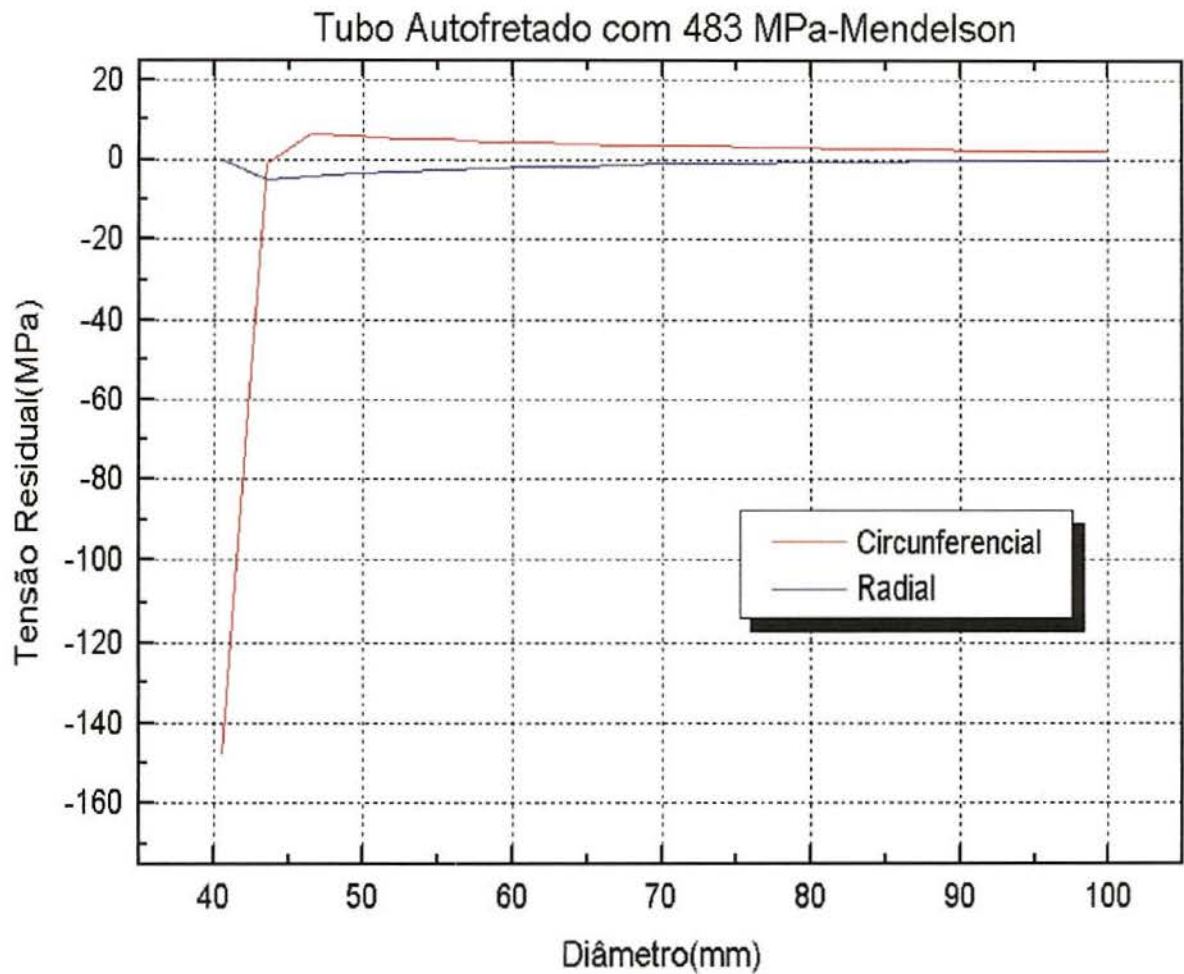


Fig.23. Distribuição das tensões radiais e circunferenciais, tubo 483 MPa.

Na figura 23, vê-se que por esse método, nesta pressão de Autofretagem, já é prevista a plastificação da parede interna do tubo, caracterizada pela presença de tensões residuais compressivas junto a mesma.

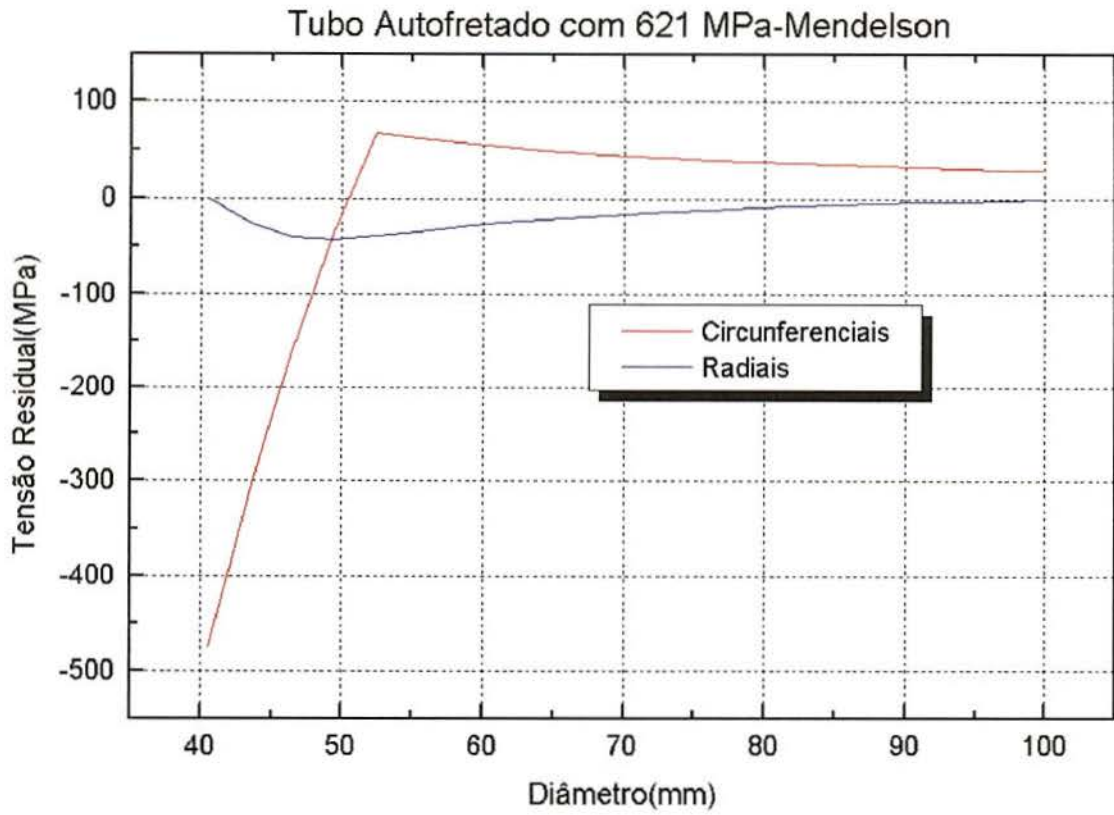


Fig.24. Distribuição de tensões no tubo Autofretado com 621 MPa.

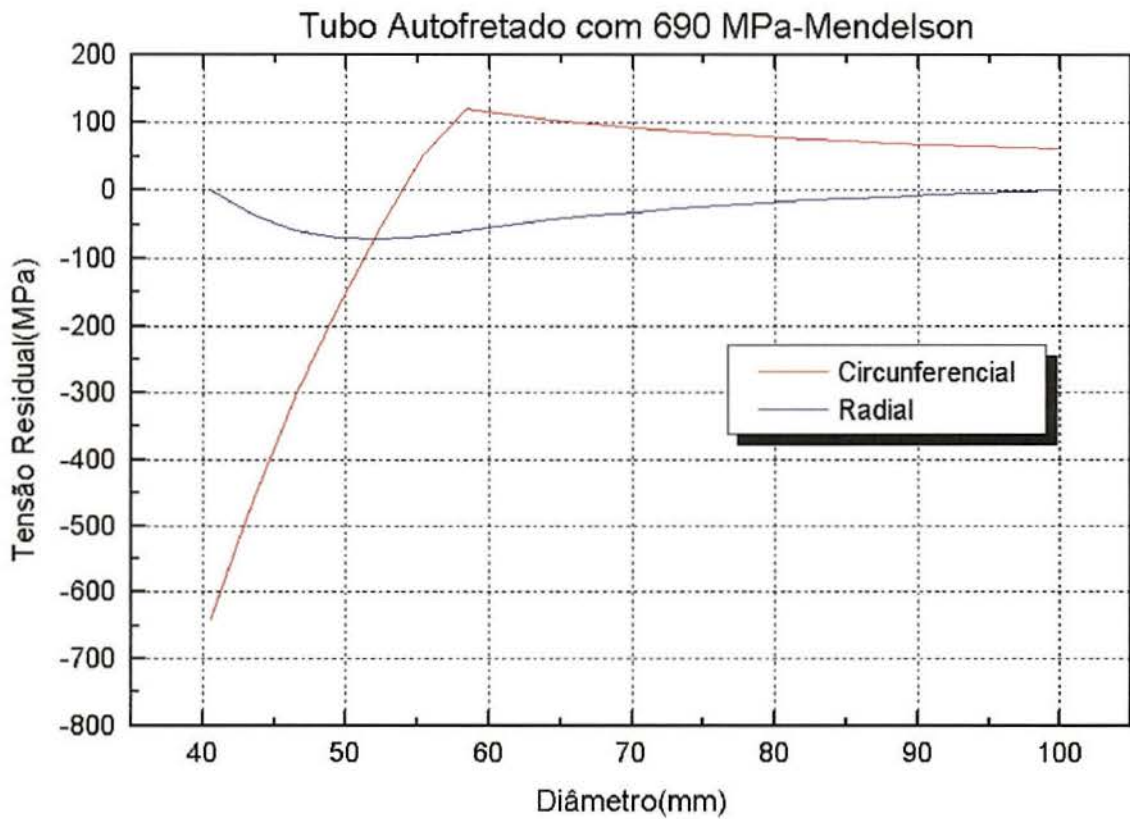


Fig.25. Distribuição de tensões em tubo Autofretado com 690 MPa.

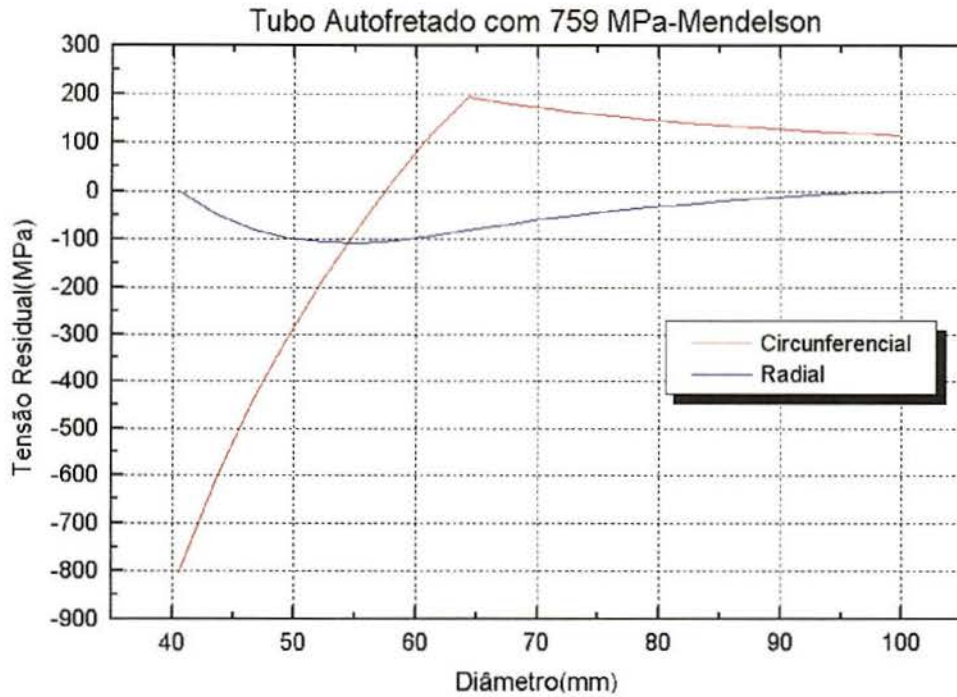


Fig.26. Distribuição de Tensões em tubo Autofretado com 759 MPa.

4.3. Resultados por Chen

Apresenta-se, a seguir, os resultados encontrados para os tubos ensaiados, utilizando-se o método de Chen.

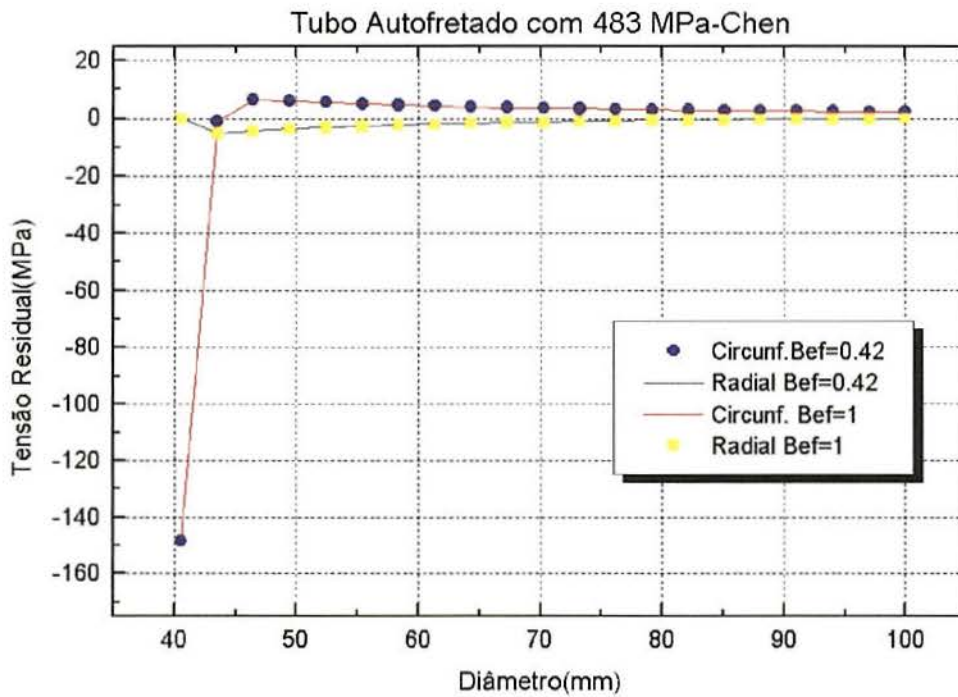


Fig.27. Distribuição de tensões em tubo Autofretado com 483 MPa.

Pela figura 27, vê-se que por esse método é previsto a deformação plástica parcial do tubo Autofretado com 483 MPa.

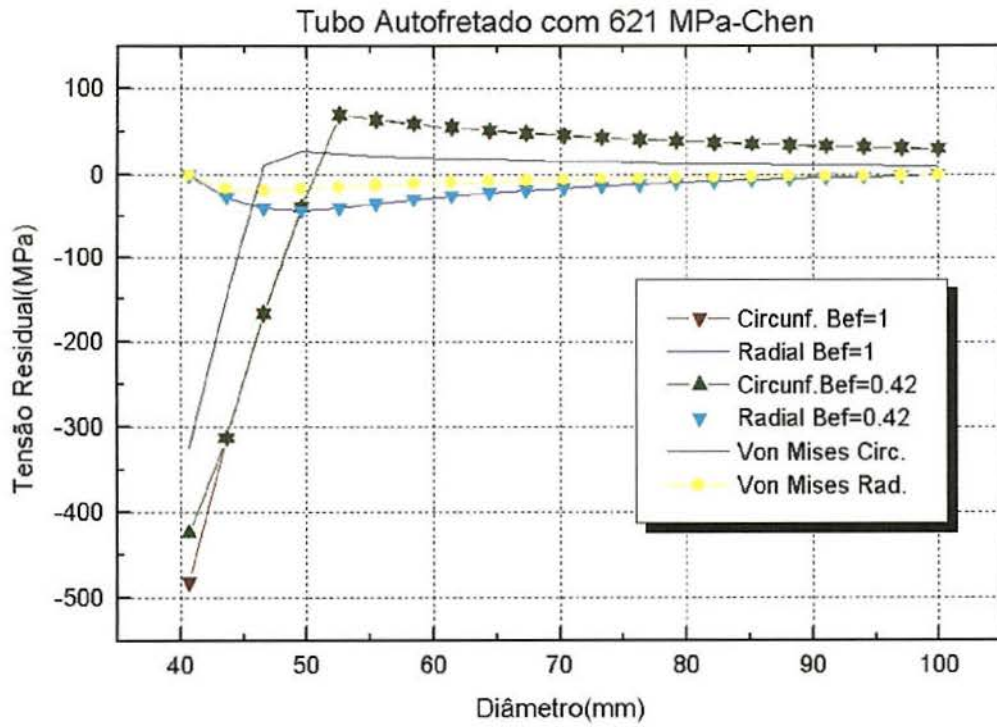


Fig.28. Distribuição de tensões em tubo Autofretado com 621 MPa.

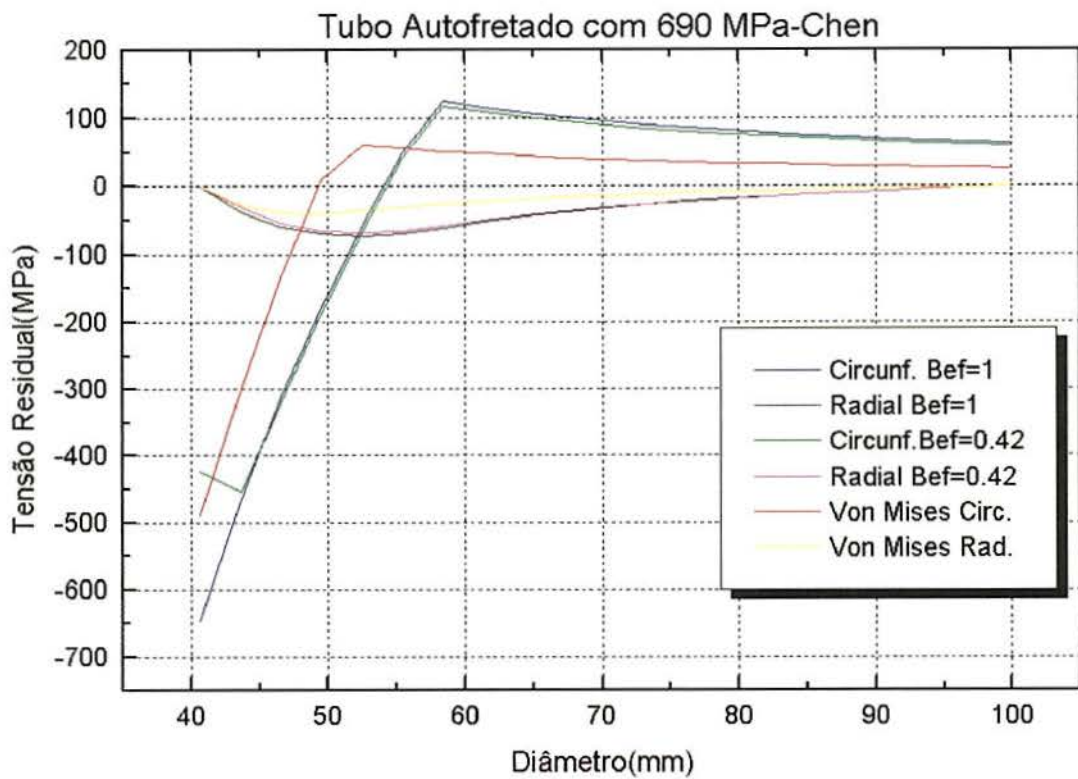


Fig.29. Distribuição de tensões em tubo Autofretado com 690 MPa.

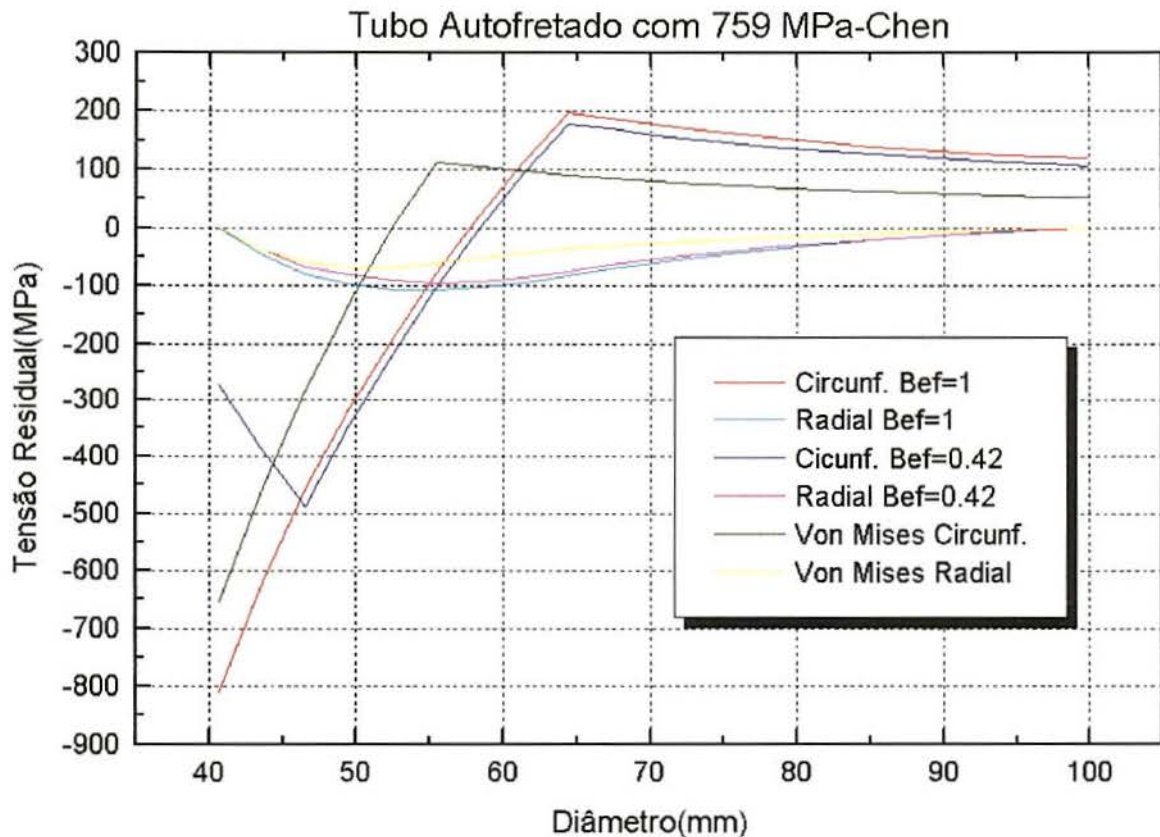


Fig.30. Distribuição de tensão em tubo Autofretado com 759 MPa.

No emprego do método de Chen, como apresentado, verifica-se duas condições de comportamento do material:

- Descarregamento completamente elástico até uma tensão de compressão igual em módulo a tensão de escoamento em tração ou seja considerando-se um coeficiente do efeito Bauschinger de um (BEF=1);

- Descarregamento Elasto-plástico, levando em consideração o Efeito Bauschinger, através do uso do coeficiente do efeito Bauschinger (BEF) de 0.42 ou seja, considerando que ocorrerá um novo escoamento do material durante o descarregamento, quando a tensão de compressão for maior do que 42% do módulo da tensão de escoamento à tração.

Através dos gráficos apresentados, vê-se que com BEF=0.42, nos tubos Autofretados com pressões a partir de 621 MPa é previsto, por tal método, um novo escoamento próximo a parede interna do tubo durante o descarregamento.

Nestas figuras, apresenta-se também a alteração de critério de Tresca para Von Mises, empregando-se as mesmas equações apresentadas no item 2.7. Os resultados obtidos com tal alteração encontram-se apresentados com identificação de Von Mises Circunferenciais e Von Mises Radiais, respectivamente para as tensões residuais circunferenciais e radiais com aquele critério. Observa-se uma representativa diferença entre ambos critérios.

Esta alteração será empregada para se testar a hipótese de ser o critério de tensão equivalente para o material testado, o fator mais relevante.

4.4. Resultados por Timoshenko

A seguir apresenta-se os resultados obtidos considerando-se o emprego do método apresentado por Timoshenko para cada um dos tubos ensaiados.

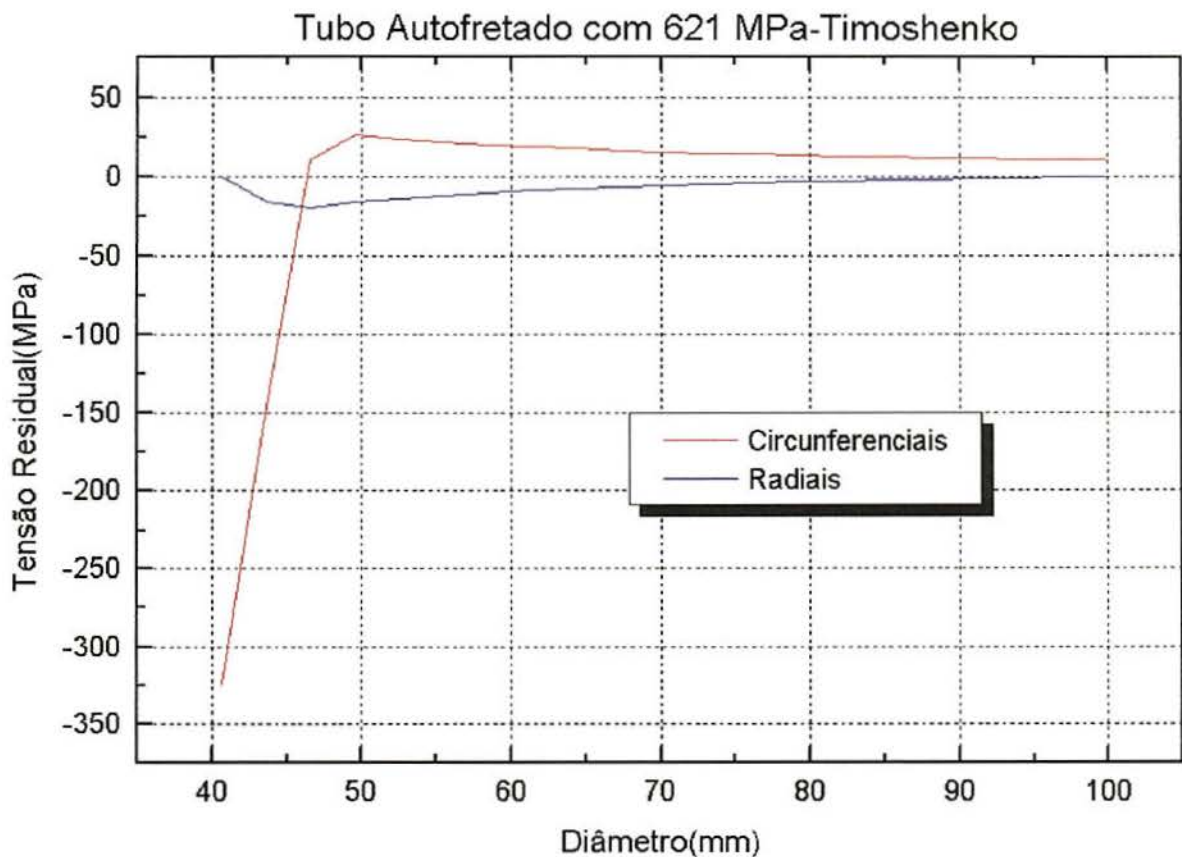


Fig.31. Distribuição de tensões em tubo Autofretado com 621 MPa.

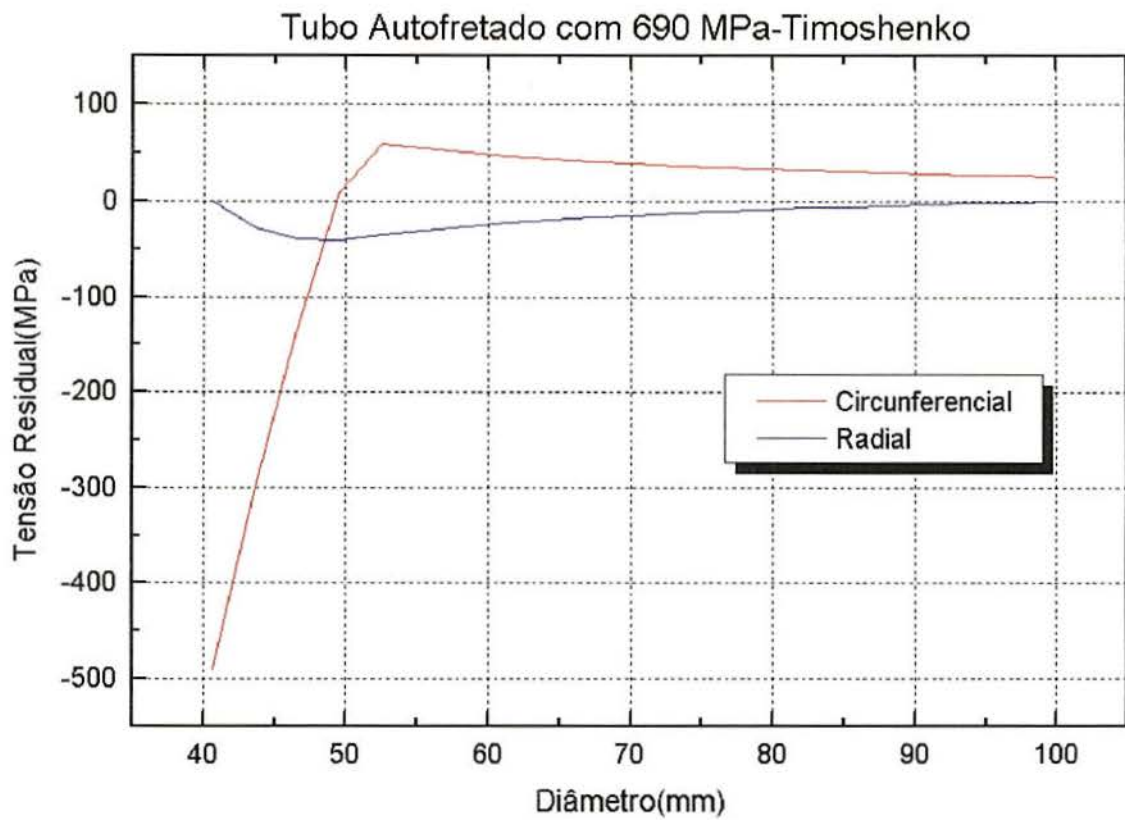


Fig.32. Distribuição de tensões em tubo Autofretado com 690 MPa.

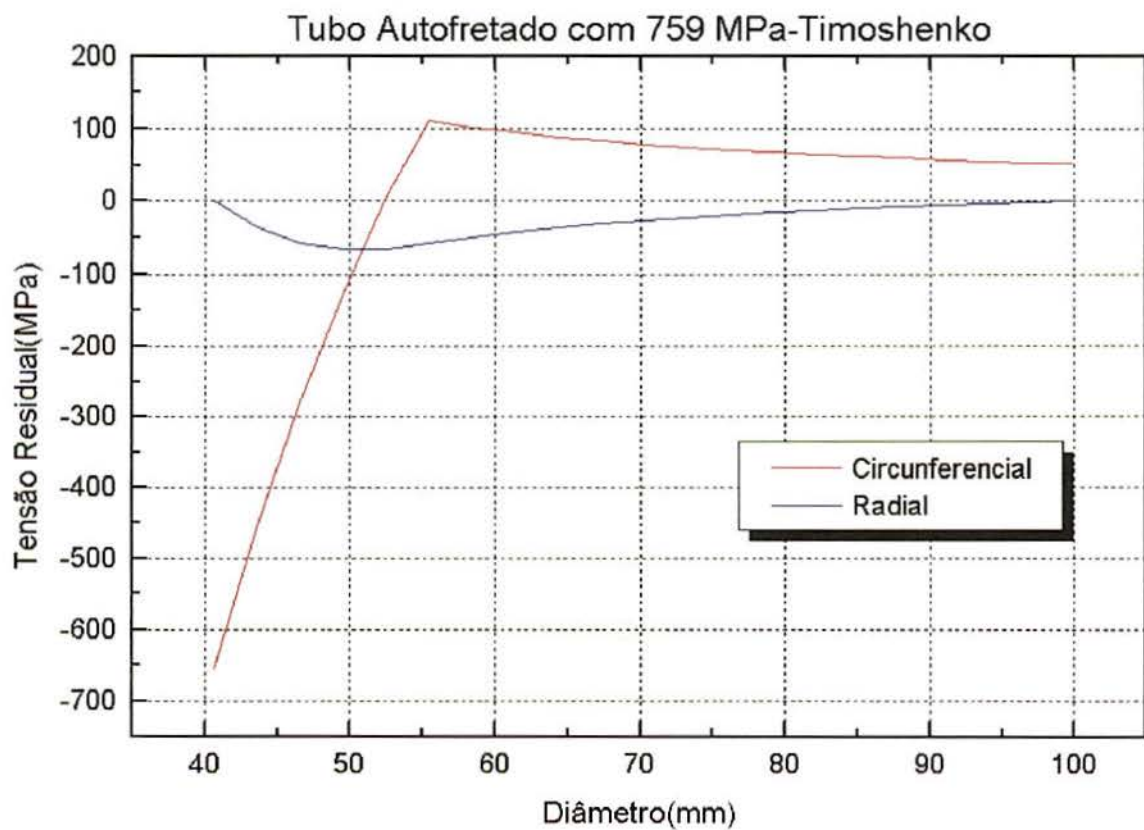


Fig.33. Distribuição de tensões em tubo Autofretado com 759 MPa.

Salienta-se que por esse método na pressão de 483 MPa não é prevista nenhuma plastificação do tubo ou seja, inexistência de tensões residuais causadas pelo processo de Autofretagem naquela pressão.

4.5. Resultados pelo Método dos Elementos Finitos-ANSYS

No emprego deste método construiu-se duas malhas com diferente grau de refinamento, ambas empregando modelo axissimétrico(Plane42), com carregamento pressão interna e uma pressão axial devido ação da pressão interna na extremidade do tubo. Uma malha constou de 100 e a outra de 1200 elementos. O emprego destas objetiva determinar a tendência dos resultados com o aumento do refino da malha e conseqüente aumento da precisão numérica.

As análises foram realizadas considerando-se dois "Load Steps" . Um para o carregamento e outro para a condição de descarregamento. A curva tensão-deformação do material foi empregada com modelo bilinear, com a consideração do efeito Bauschinger com encruamento cinemático.

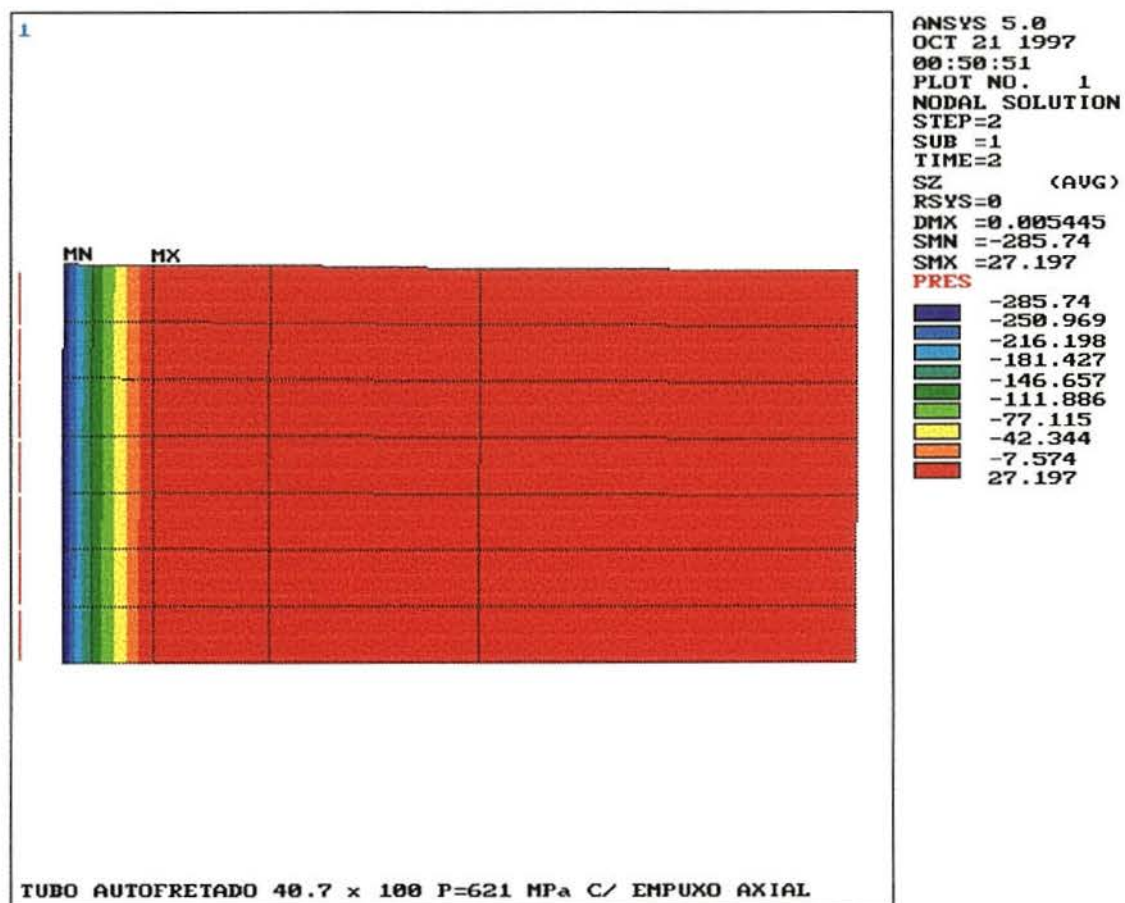


Fig.34. Distribuição de tensões circunferenciais em tubo Autofretado com 621 MPa, malha de 100 elementos.

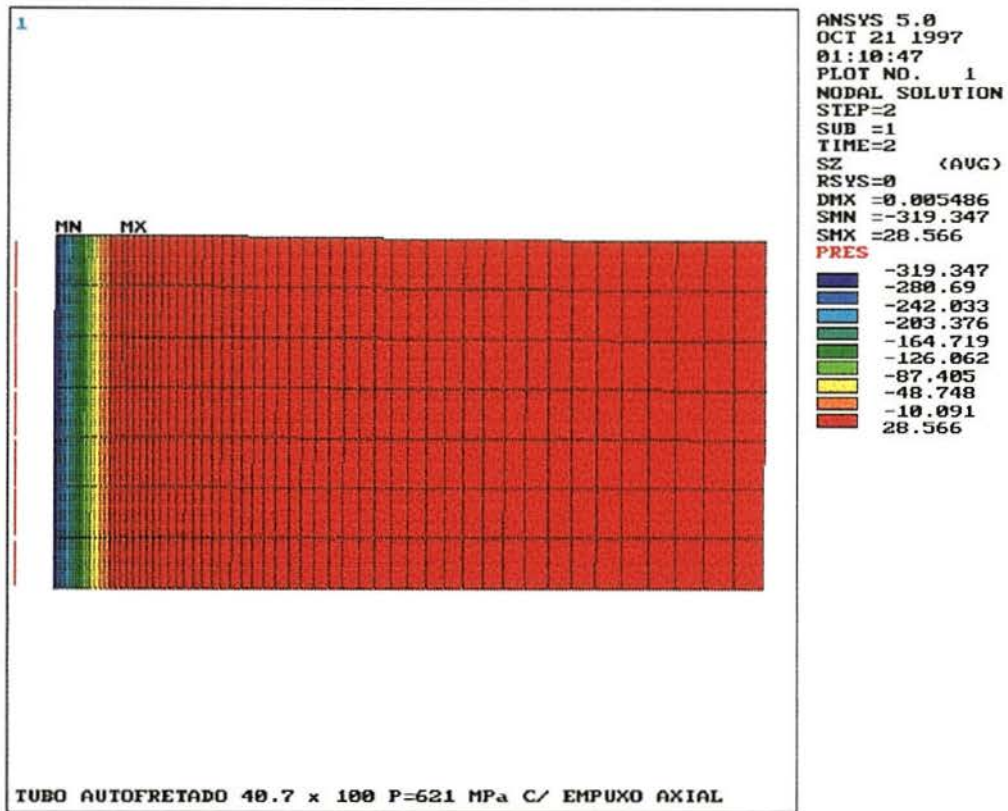


Fig.35. Distribuição das tensões circunferenciais em tubo Autofretado com 621 MPa, malha de 1200 elementos.

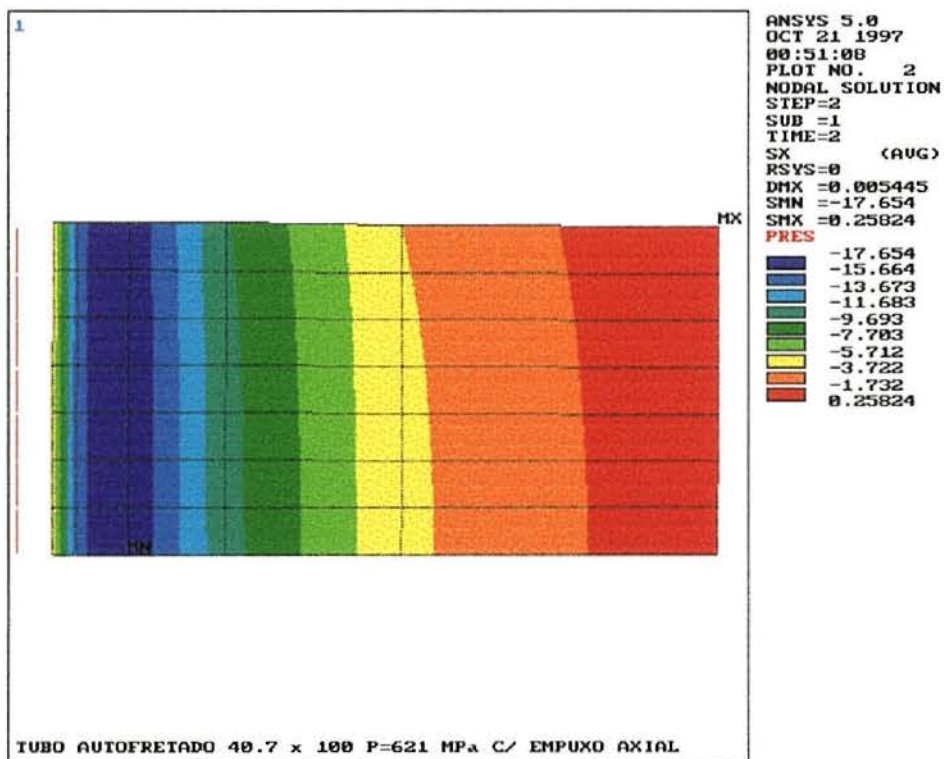


Fig.36. Distribuição das tensões radiais em tubo Autofretado com 621 MPa, malha de 100 elementos.

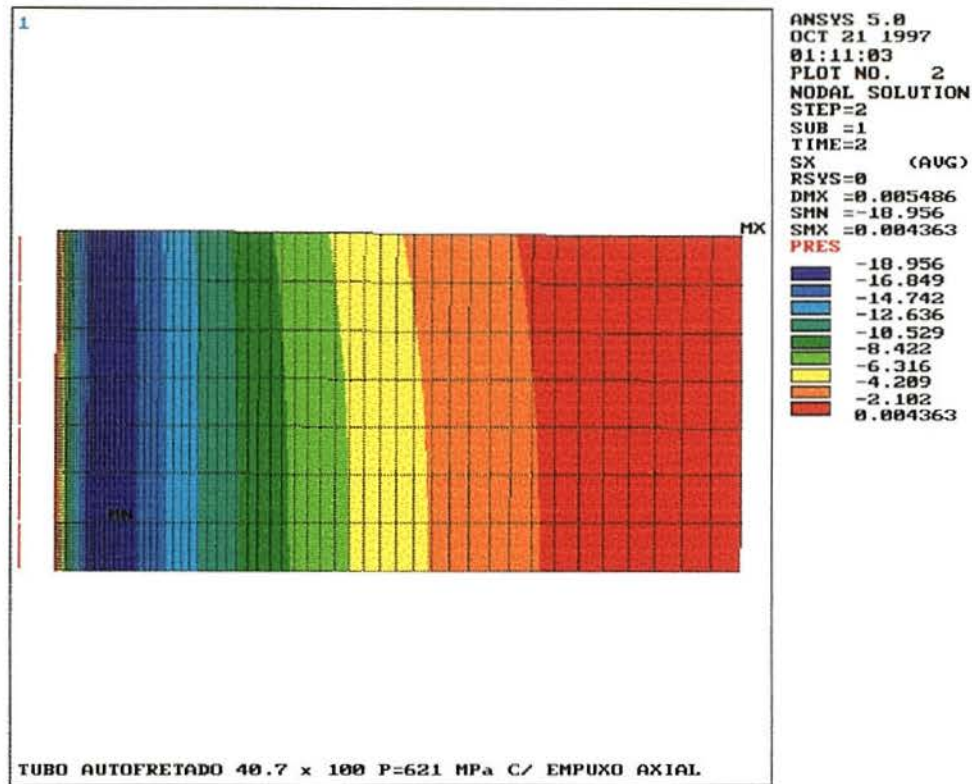


Fig.37. Distribuição das tensões radiais em tubo Autofretado com 621 MPa, malha de 1200 elementos.

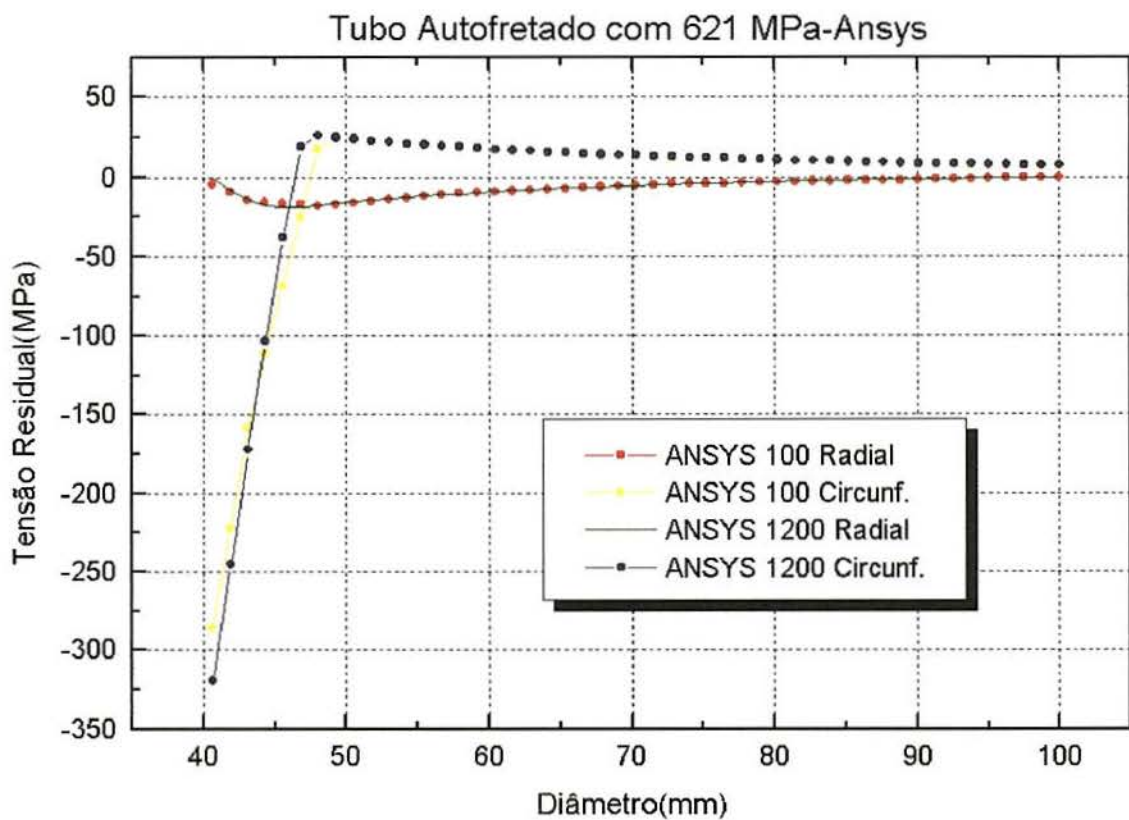


Fig.38. Distribuição de tensões em tubo Autofretado com 621 MPa.

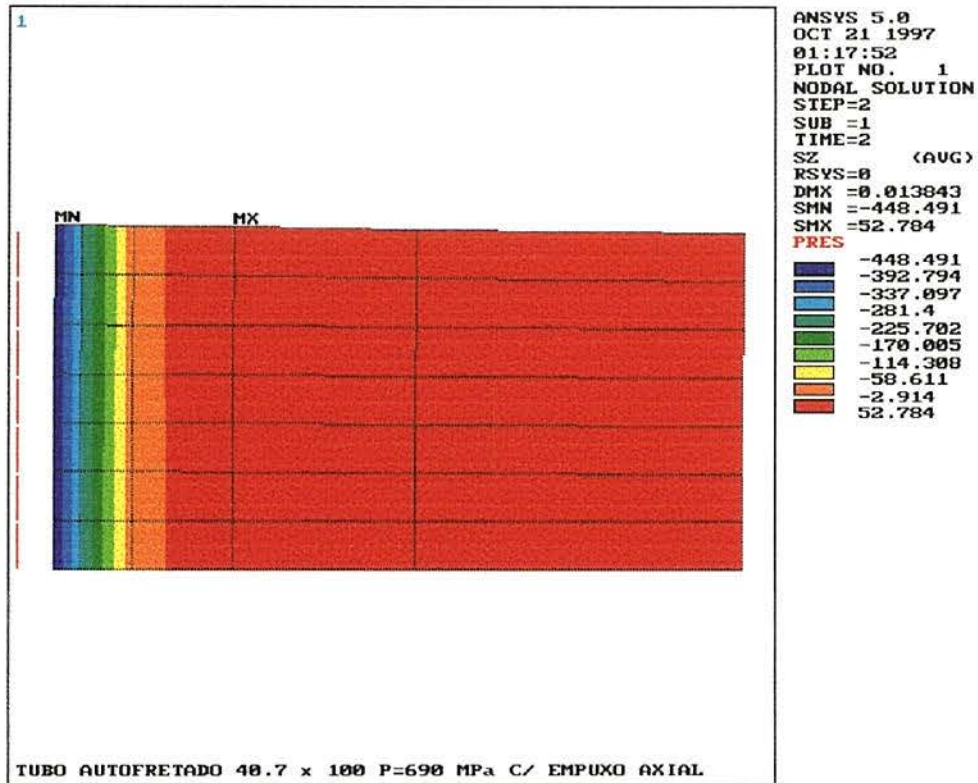


Fig.39. Distribuição das Tensões circunferenciais em tubo Autofretado com 690 MPa, malha de 100 elementos.

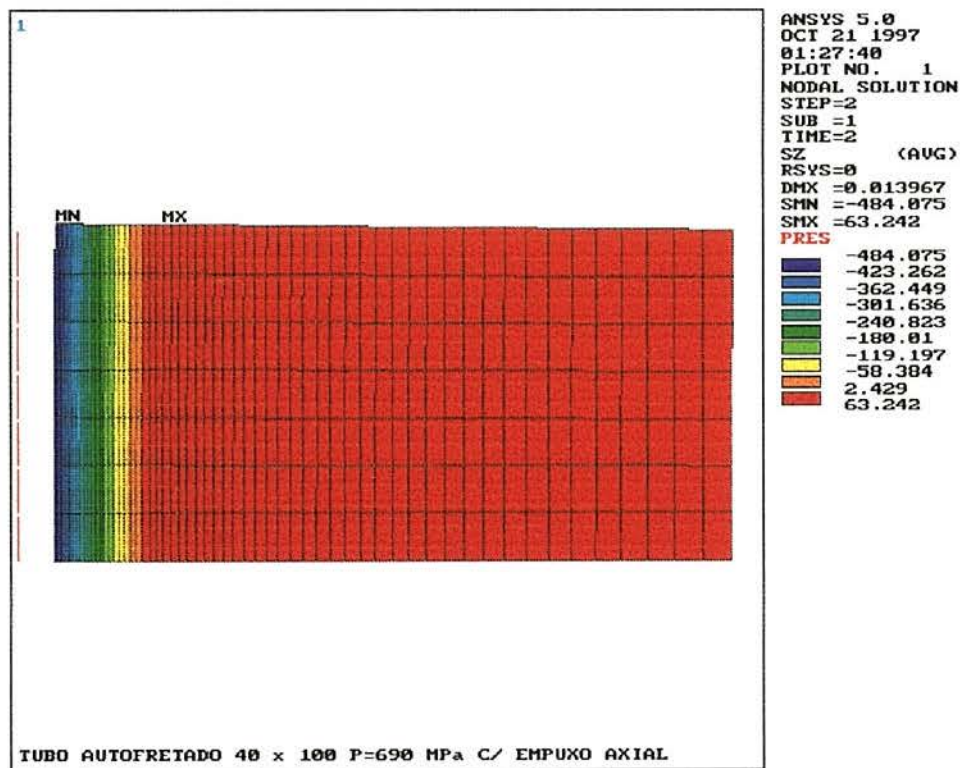


Fig.40. Distribuição das tensões circunferenciais em tubo Autofretado com 690 MPa, malha de 1200 elementos.

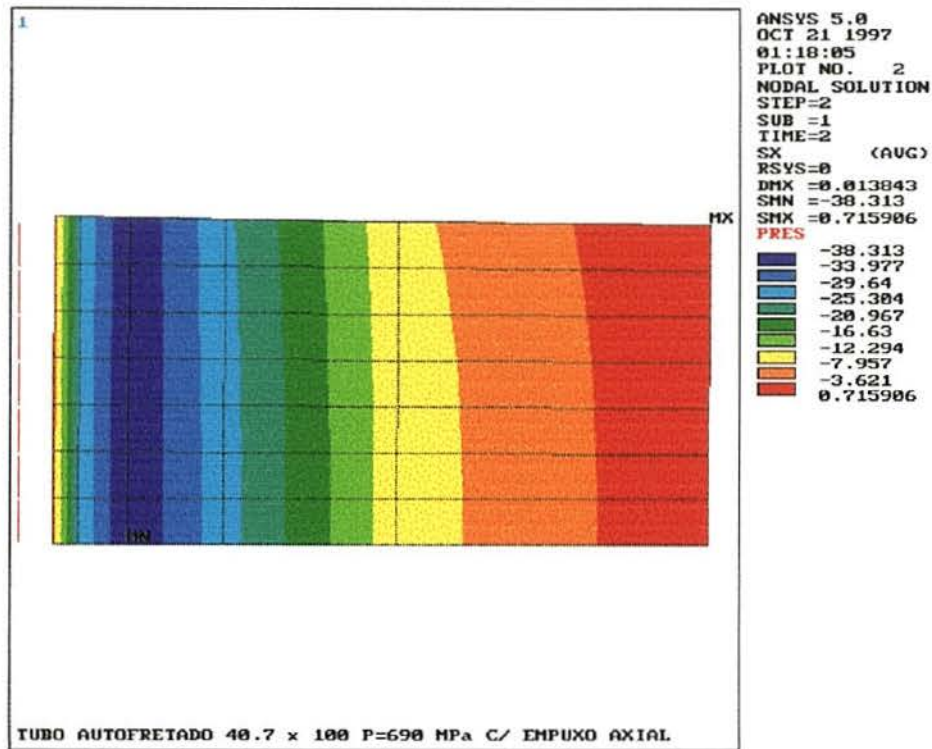


Fig.41. Distribuição das tensões radiais em tubo Autofretado com 690 MPa, malha de 100 elementos.

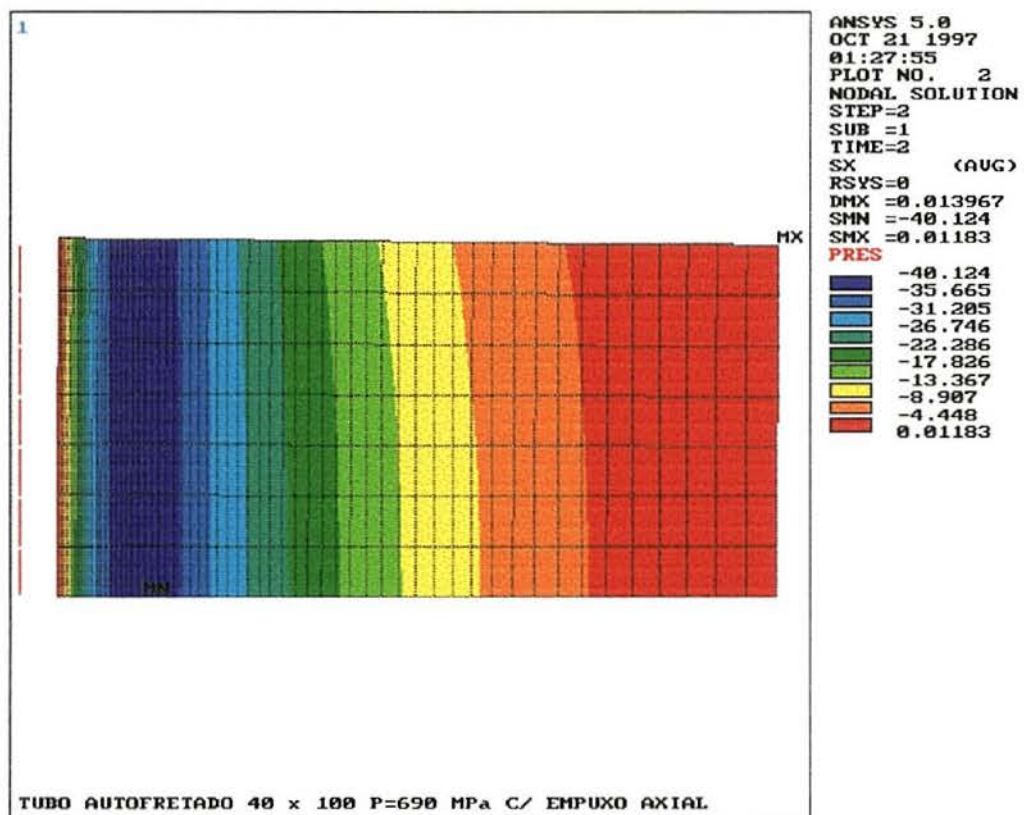


Fig.42. Distribuição das tensões radiais em tubo Autofretado com 690 MPa, malha de 1200 elementos.

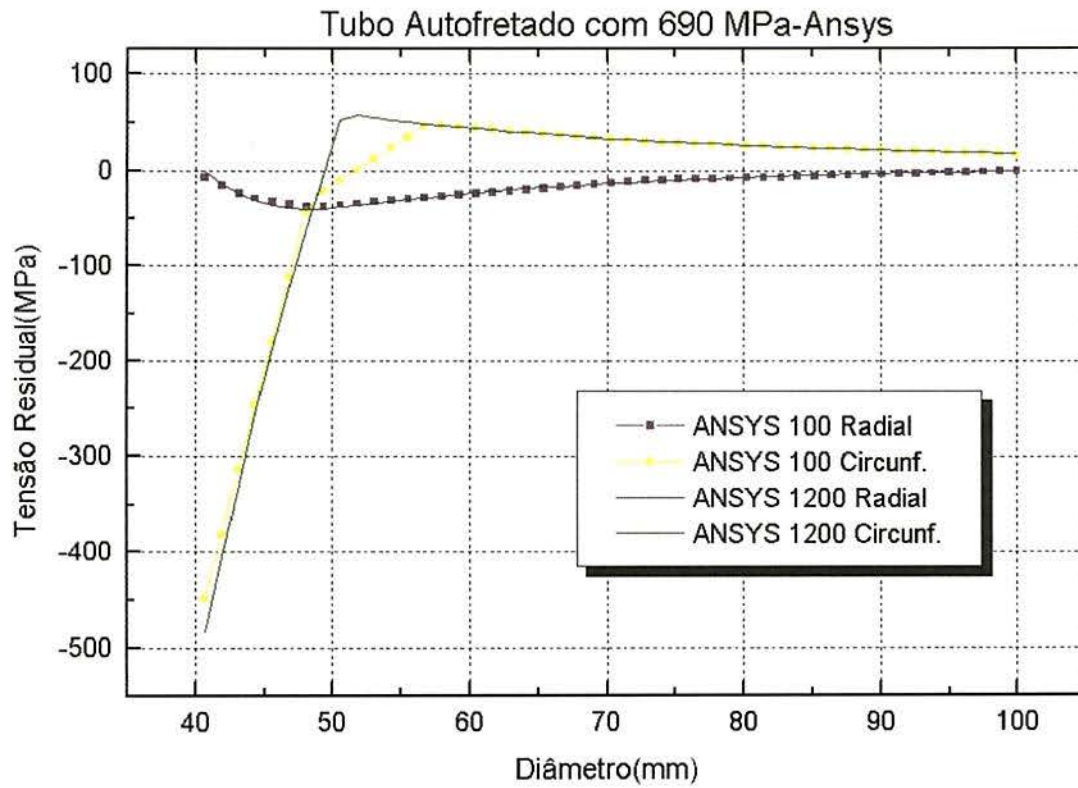


Fig.43. Distribuição de tensões em tubo Autofretado com 690 MPa.

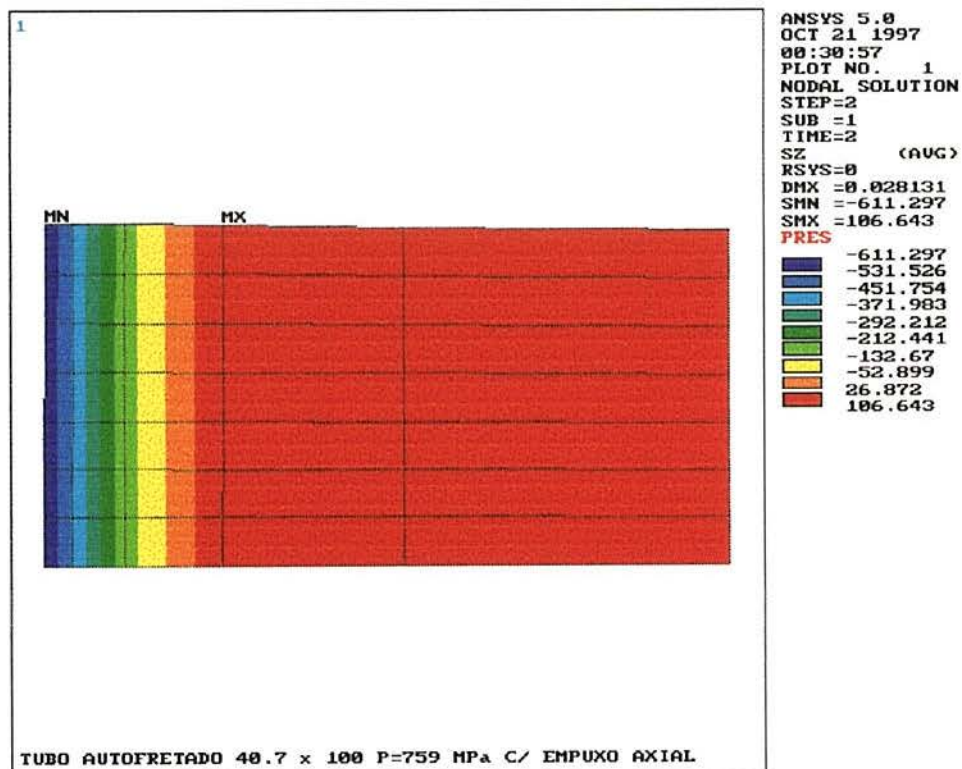


Fig.44. Distribuição das tensões circunferenciais em tubo Autofretado com 759 MPa, malha de 100 elementos.

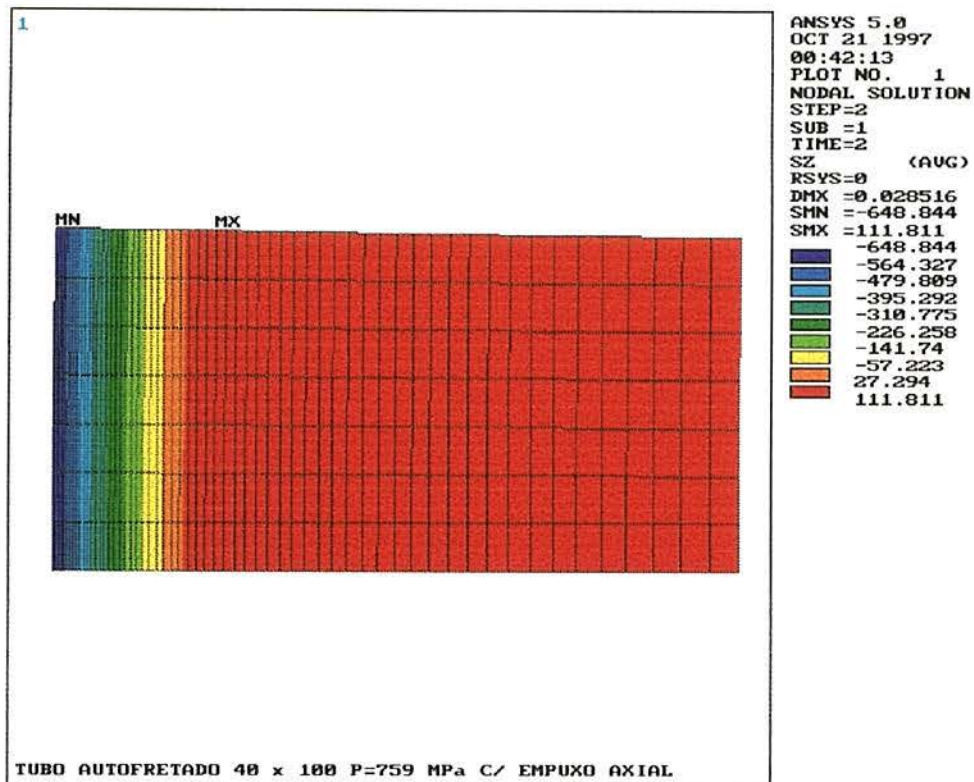


Fig.45. Distribuição das tensões circunferenciais em tubo Autofretado com 759 MPa, malha de 1200 elementos.

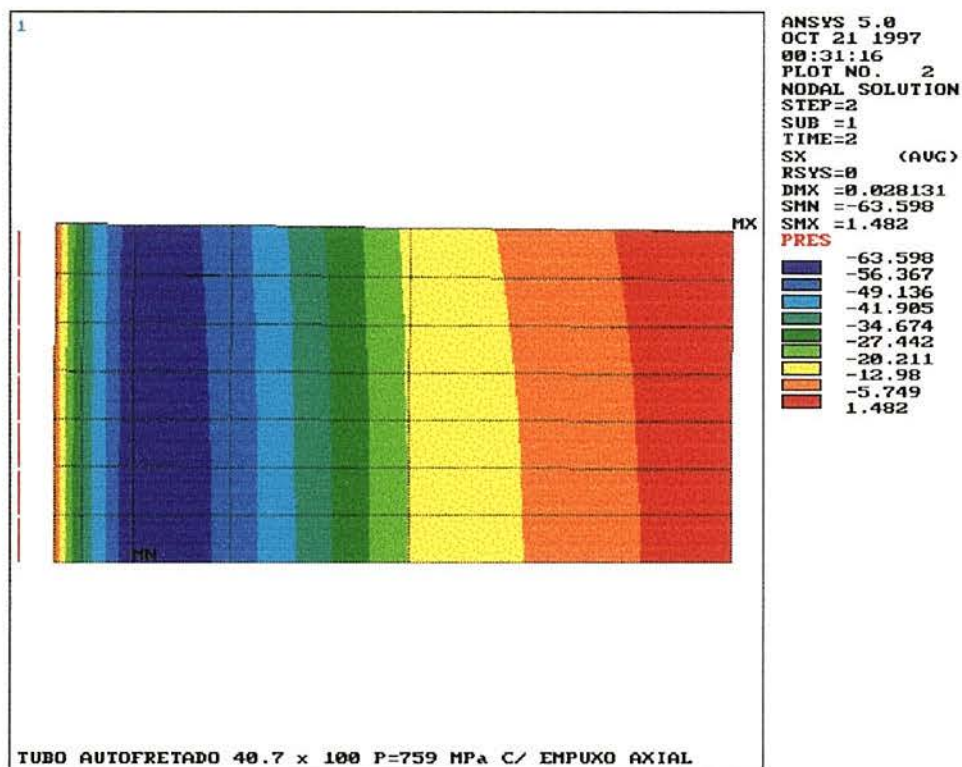


Fig.46. Distribuição das tensões radiais em tubo Autofretado com 759 MPa, malha de 100 elementos.

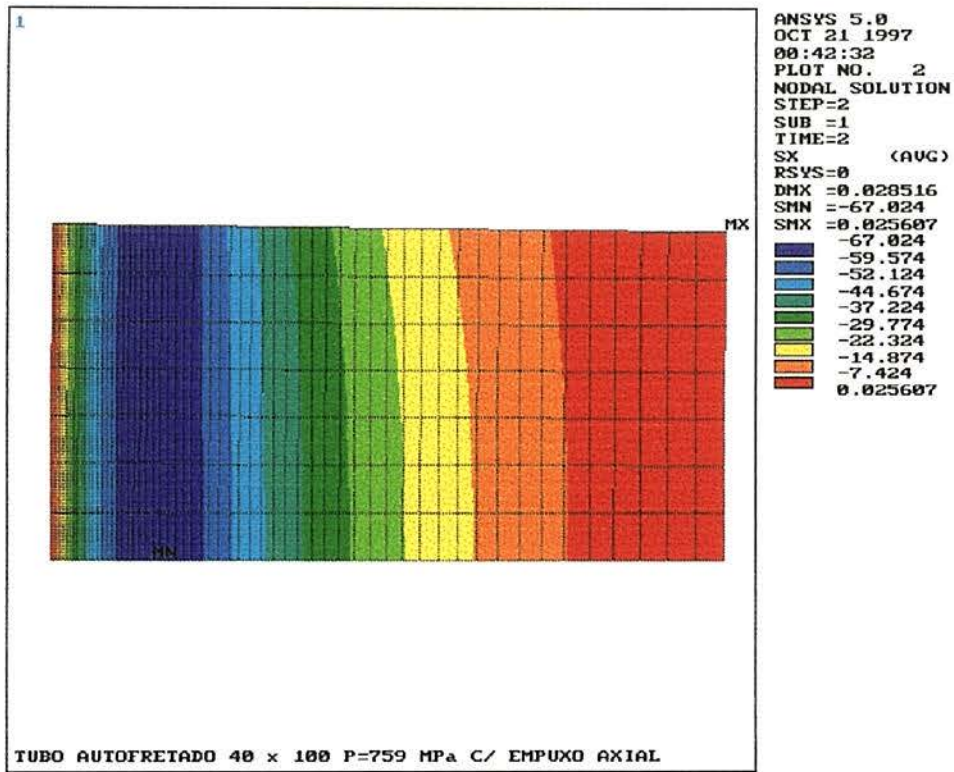


Fig.47. Distribuição das tensões radiais em tubo Autofretado com 759 MPa, malha de 1200 elementos.

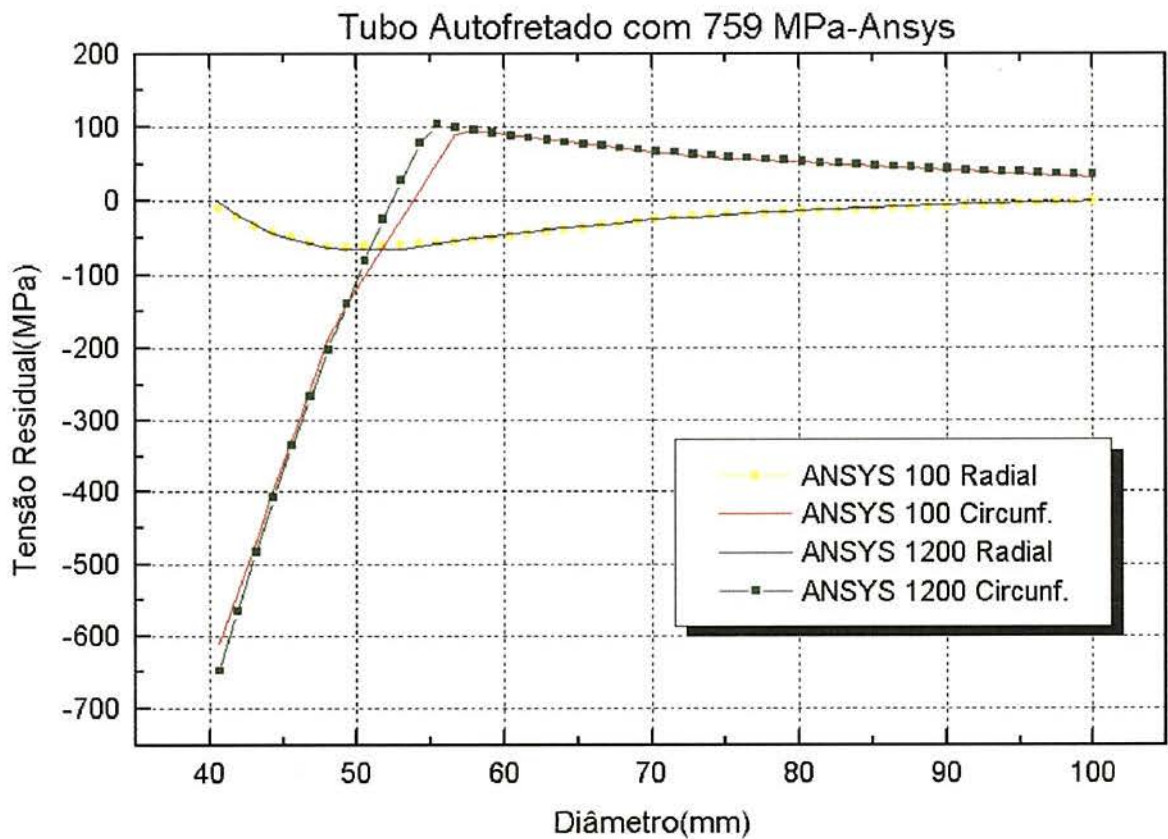


Fig.48. Distribuição de tensões em tubo Autofretado com 759 MPa.

Salienta-se que por esse método não há escoamento junto da parede interna do tubo na pressão de 483 MPa ou seja, para tubo submetido àquela pressão, não teremos tensões residuais após o descarregamento. Este resultado concorda com o método de Timoshenko e ambos utilizam o critério de tensão equivalente de Von Mises.

5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Apresenta-se, a seguir, os resultados encontrados experimental e teoricamente de forma agrupada, possibilitando uma comparação direta dos diversos métodos utilizados na previsão da distribuição das tensões residuais, com os obtidos experimentalmente em cada pressão empregada na Autofretagem. Nas figuras onde indicadas as curvas com “Von Mises”, as mesmas representam o método de Chen modificado para o critério de Von Mises.

5.1. Tubo Autofretado com 483 MPa

Nesta pressão, apenas os métodos de Chen e Mendelson indicaram a existência de escoamento do material junto a parede interna do tubo e, conseqüentemente, a geração de tensões residuais após o descarregamento do tubo. Tanto os métodos de Timoshenko, Chen modificado para Von Mises e dos Elementos Finitos não prevêm a geração de tensões residuais.

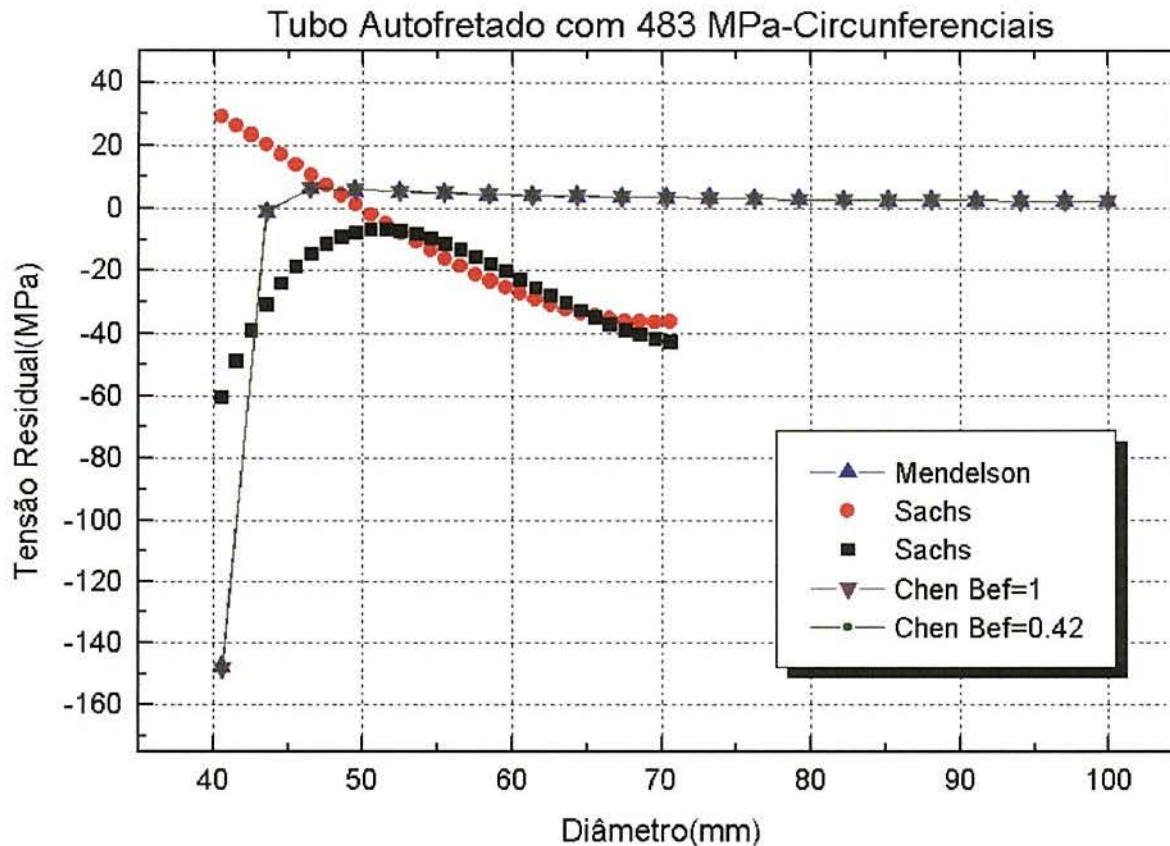


Fig.49. Tensões circunferenciais em tubo Autofretado com 483 MPa.

O método de Chen considerando o coeficiente do efeito Bauschinger(BEF) de 0.42 prevê o escoamento no carregamento apenas, estimando um descarregamento perfeitamente elástico, concordando com os valores obtidos para o mesmo método com BEF=1.0 ou seja, com a tensão de escoamento a compressão no descarregamento, após o escoamento durante o carregamento, igual a tensão de escoamento a tração do material na condição inicial.

Nos valores obtidos nesta pressão vê-se a concordância dos resultados obtidos pelos métodos de Chen e Mendelson

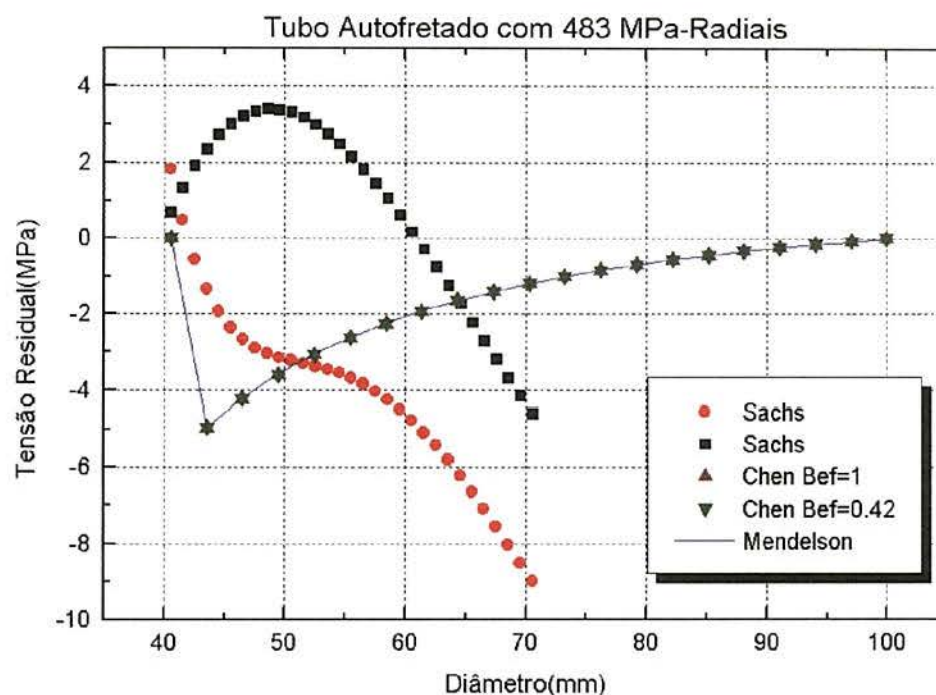


Fig.50. Tensões Radiais em tubo Autofretado com 483 MPa.

Nos resultados experimentais, obtidos com o emprego do método de Sachs, considerando-se os valores extremos obtidos bem como os valores dos mesmos, não fica clara a existência ou não de tensões residuais pelo processo de Autofretagem, nesta pressão.

5.2. Tubo Autofretado com 621 MPa.

Nesta pressão todos os métodos indicam a geração de tensões residuais, em diferentes valores, próprias da teoria de resistência e outras considerações empregadas em cada um deles.

Vê-se que nesta pressão a tendência de comportamento obtida experimentalmente, torna-se mais clara e coerente quando se observa os valores extremos obtidos, tanto para as tensões circunferenciais como para as radiais.

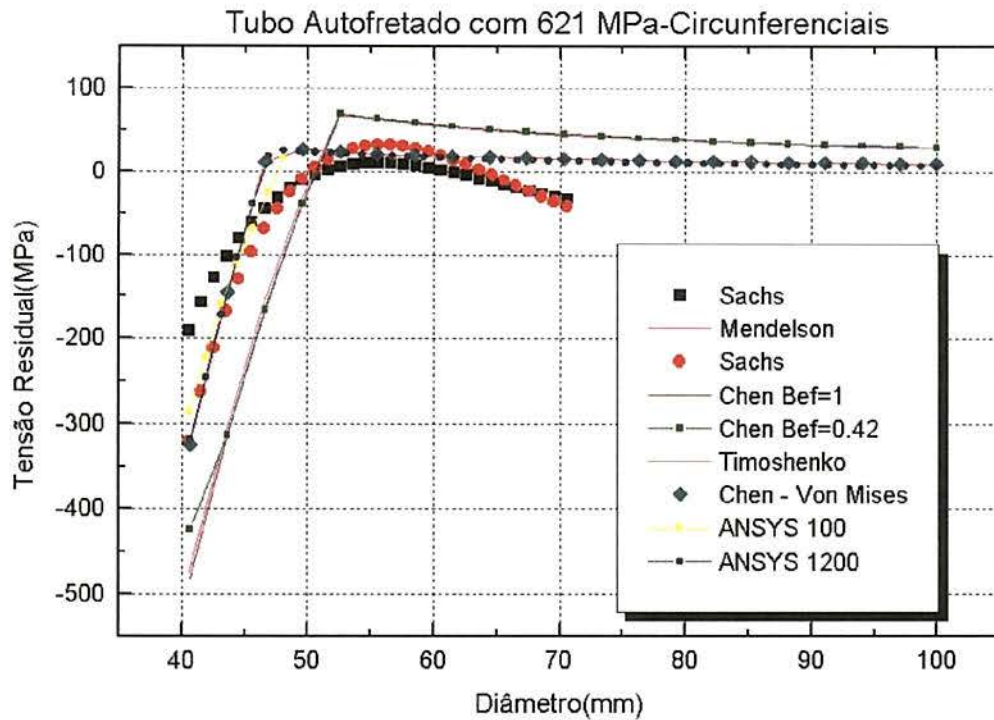


Fig.51. Tensões circunferenciais em tubo Autofretado com 621 MPa.

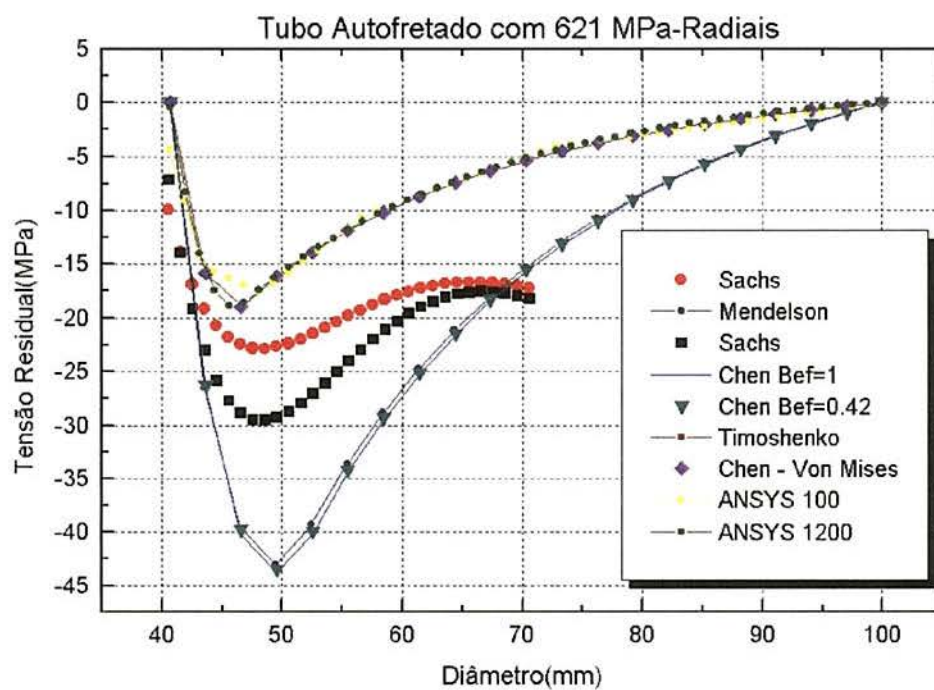


Fig.52. Tensões radiais em tubo Autofretado com 621 MPa.

Nas figuras mostradas percebe-se que o Método dos Elementos Finitos, com o refinamento da malha e conseqüente aumento de precisão dos resultados, apresenta uma tendência a concordância com os resultados obtidos pelo método de Timoshenko e Chen Modificado para Von Mises.

As tensões circunferenciais próximas a parede interna do tubo apresentam melhor concordância com os métodos de Timoshenko, Chen modificado para Von Mises e o dos Elementos Finitos.

As tensões radiais obtidas experimentalmente parecem estar no meio termo entre os métodos de Timoshenko-Elementos Finitos e os de Mendelson-Chen.

A partir desta pressão verifica-se que o método de Chen com $BEF=0.42$ já prevê o escoamento reverso, caracterizado por nova inclinação da curva das tensões circunferenciais, próxima a parede interna do tubo, fato este não observado experimentalmente.

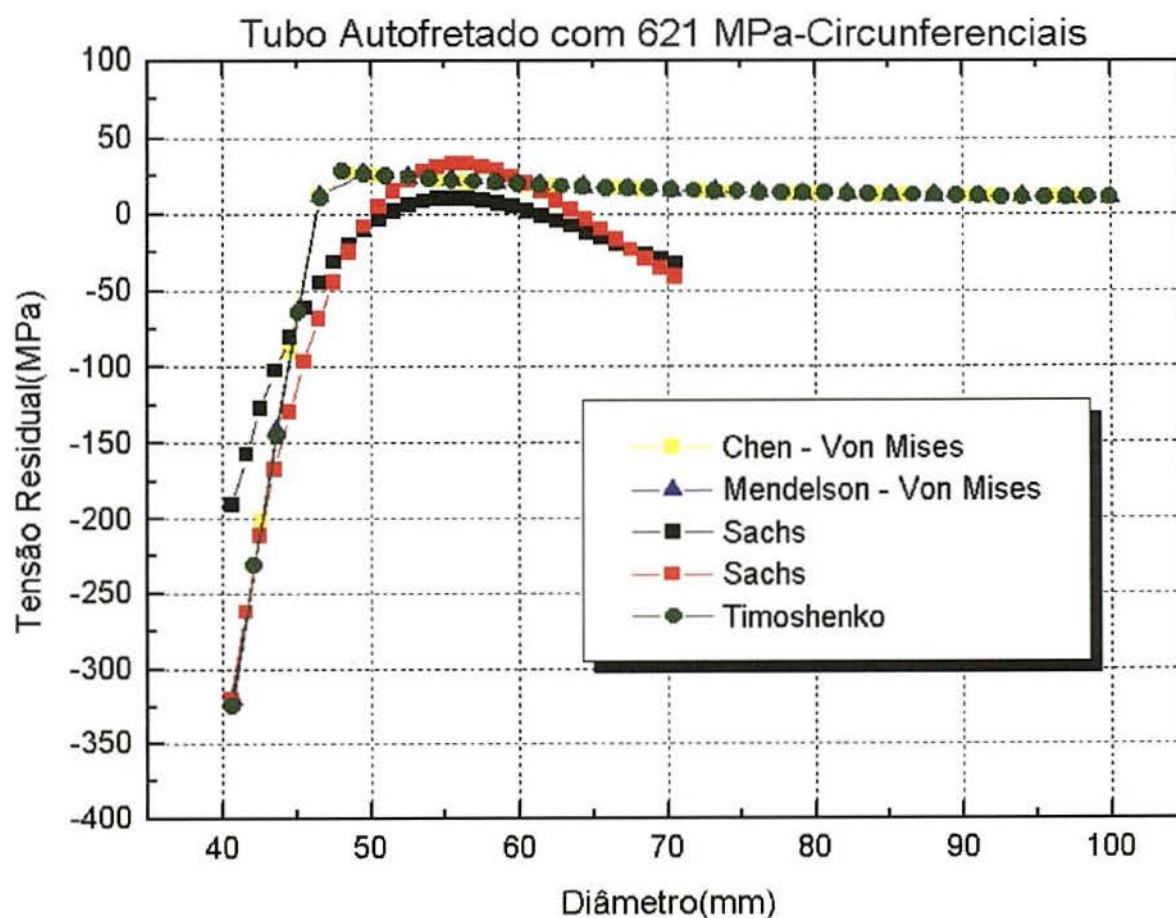


Fig.53. Distribuição das tensões circunferenciais para o critério de Von Mises.

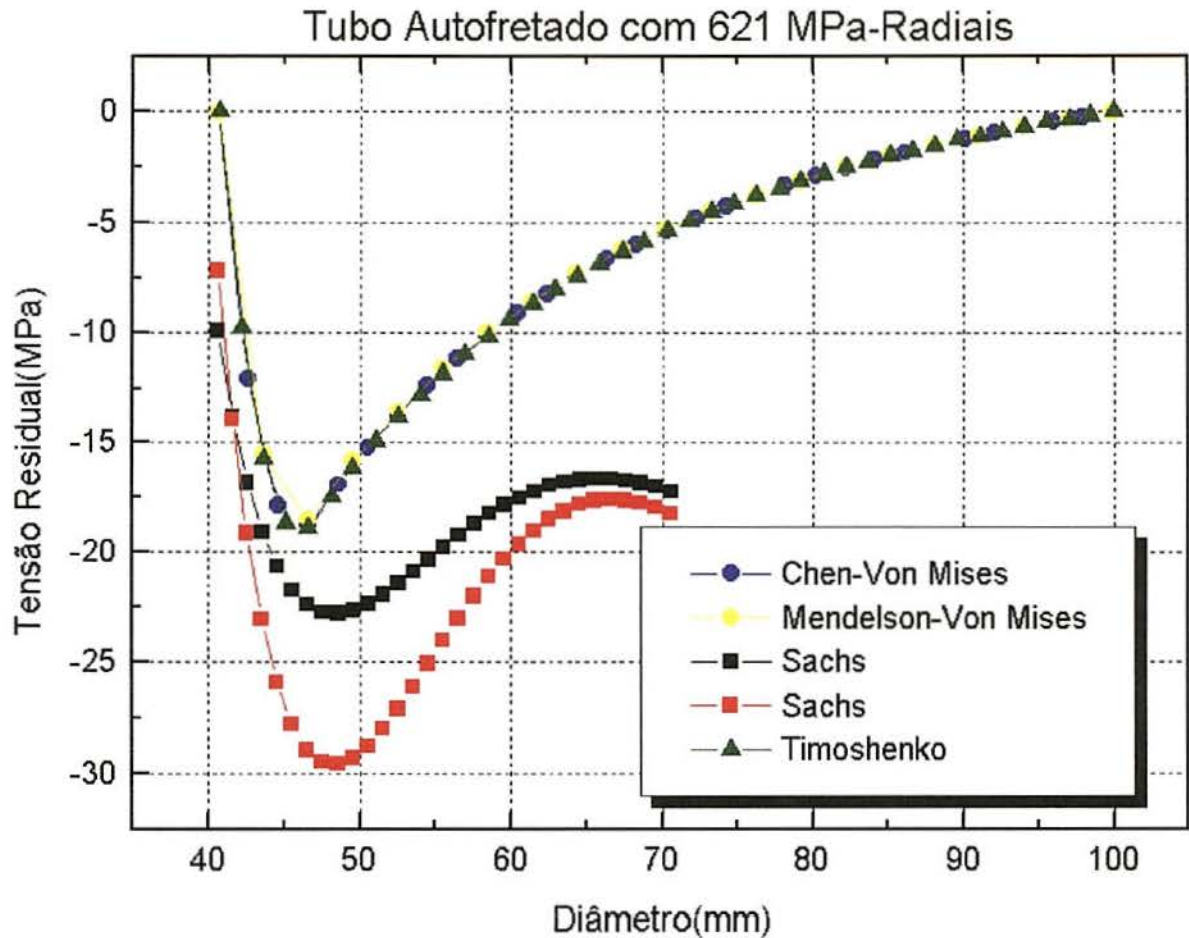


Fig.54. Distribuição das tensões radiais para o critério de Von Mises.

Nas figuras 53 e 54 temos a distribuição das tensões circunferenciais e radiais para os métodos analíticos modificados para o critério de Von Mises, juntamente com o de Timoshenko, que originalmente já utilizava tal critério. Destas figuras conclui-se que qualquer dos métodos analíticos apresentados conduzirá aos mesmos valores para as tensões residuais, desde que empregando o mesmo critério.

5.3. Tubo Autofretado com 690 MPa.

Nesta pressão vê-se uma ainda menor dispersão dos valores extremos obtidos experimentalmente.

Com o refinamento da malha usada no modelo que utiliza o Método dos Elementos finitos, vê-se a tendência de concordância com o método de Timoshenko.

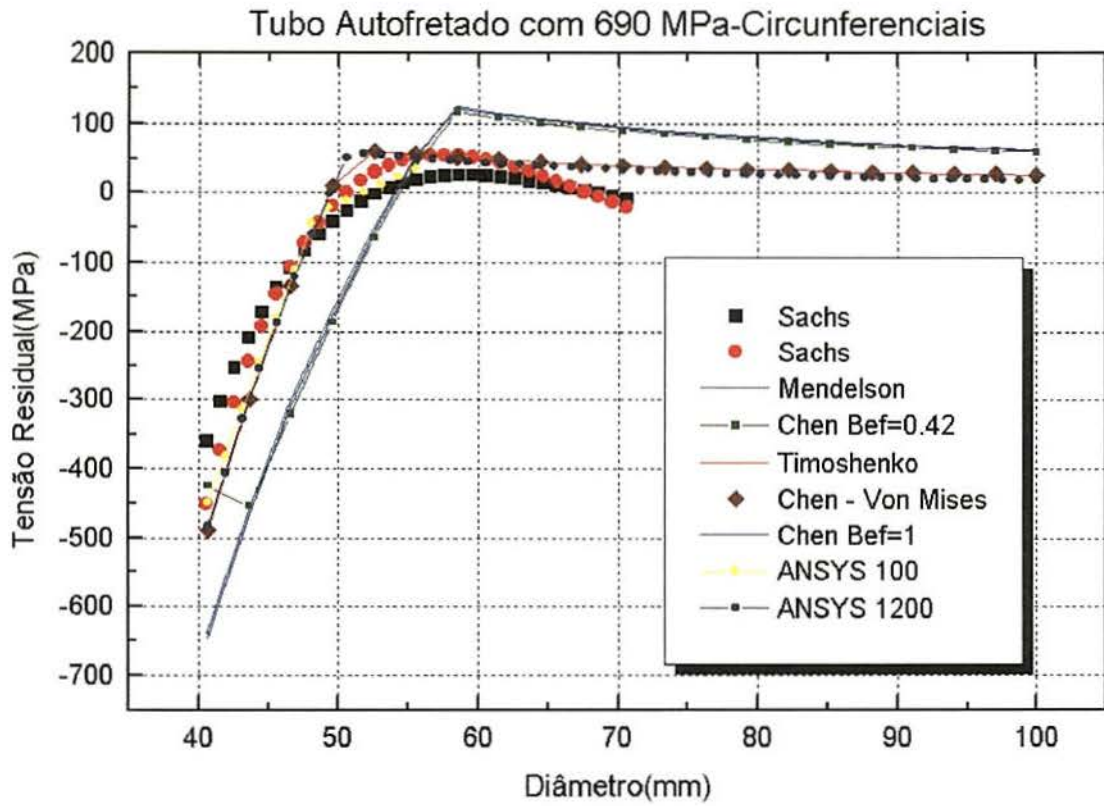


Fig.55. Tensões circunferenciais em tubo Autofretado com 690 MPa.

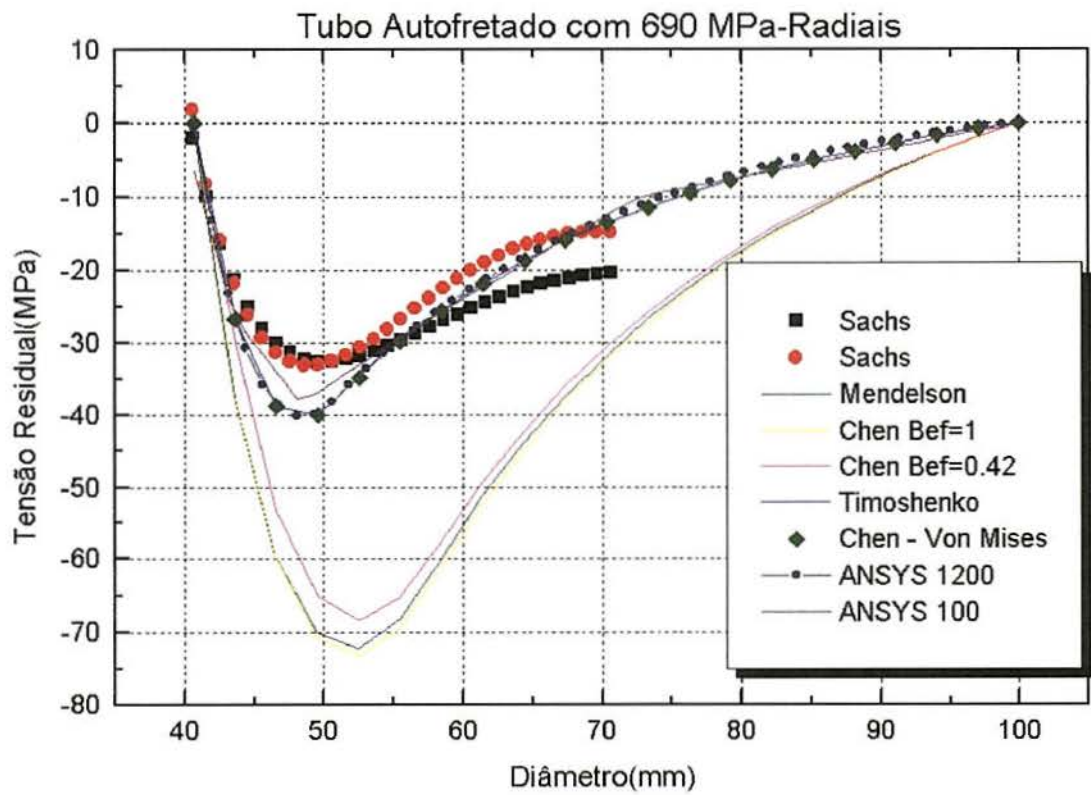


Fig.56. Tensões radiais em tubo Autofretado com 690 MPa.

Observa-se que as tensões circunferenciais próximas a parede interna no tubo estão em melhor concordância com os métodos de Timoshenko e dos Elementos Finitos. Também ao longo da parede do tubo tem-se uma melhor concordância dos valores experimentais com estes dois métodos, tanto nas tensões radiais como nas circunferenciais.

O método de Chen com $BEF=0.42$, também prevê um valor de tensão circunferencial próximo aos obtidos experimentalmente para a parede interna do tubo. Este método porém diverge ao longo da parede do tubo, tanto nas tensões radiais como nas circunferenciais.

Os métodos de Mendelson e Chen com $BEF=1$, divergem ao longo de toda a parede do tubo, superestimando as tensões residuais .

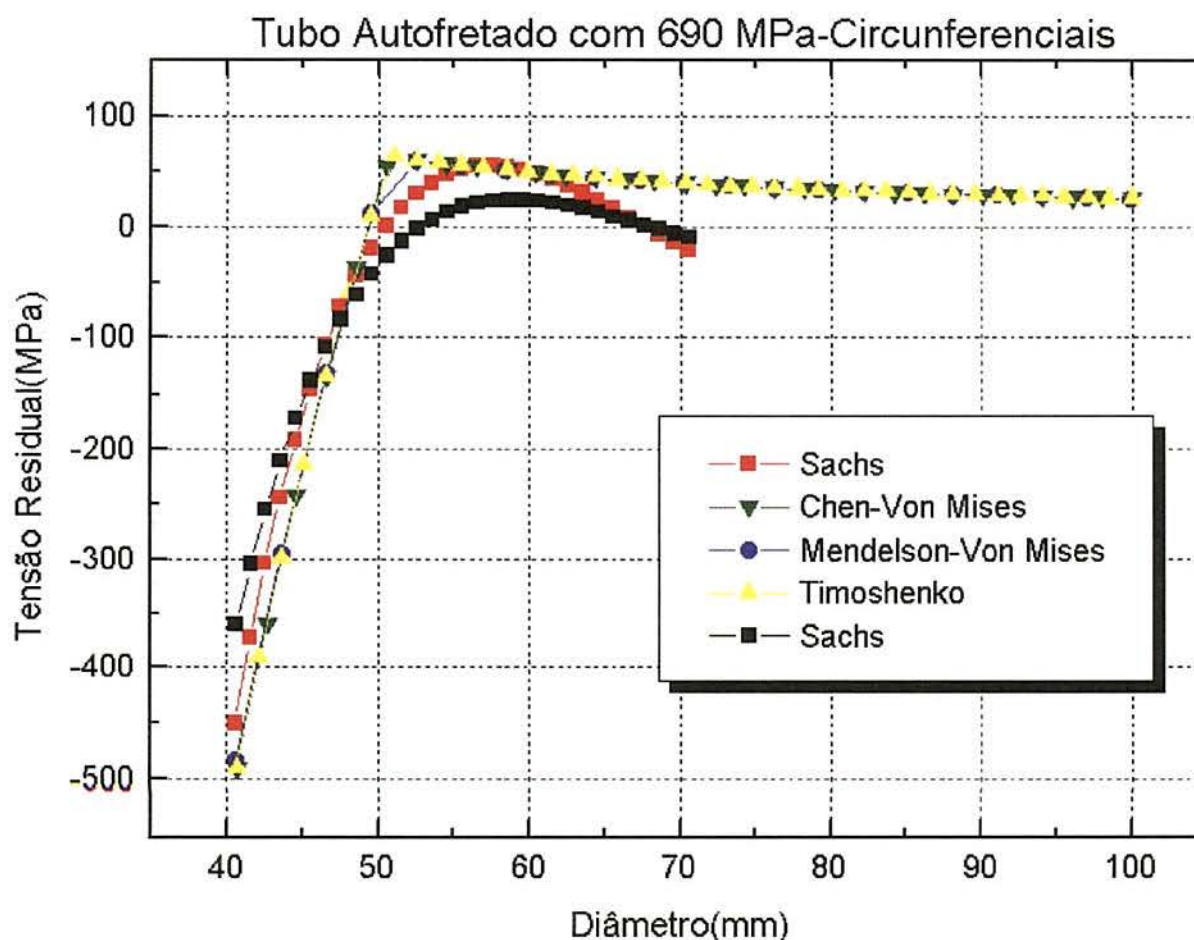


Fig.57. Distribuição das tensões circunferenciais para critério de Von Mises.

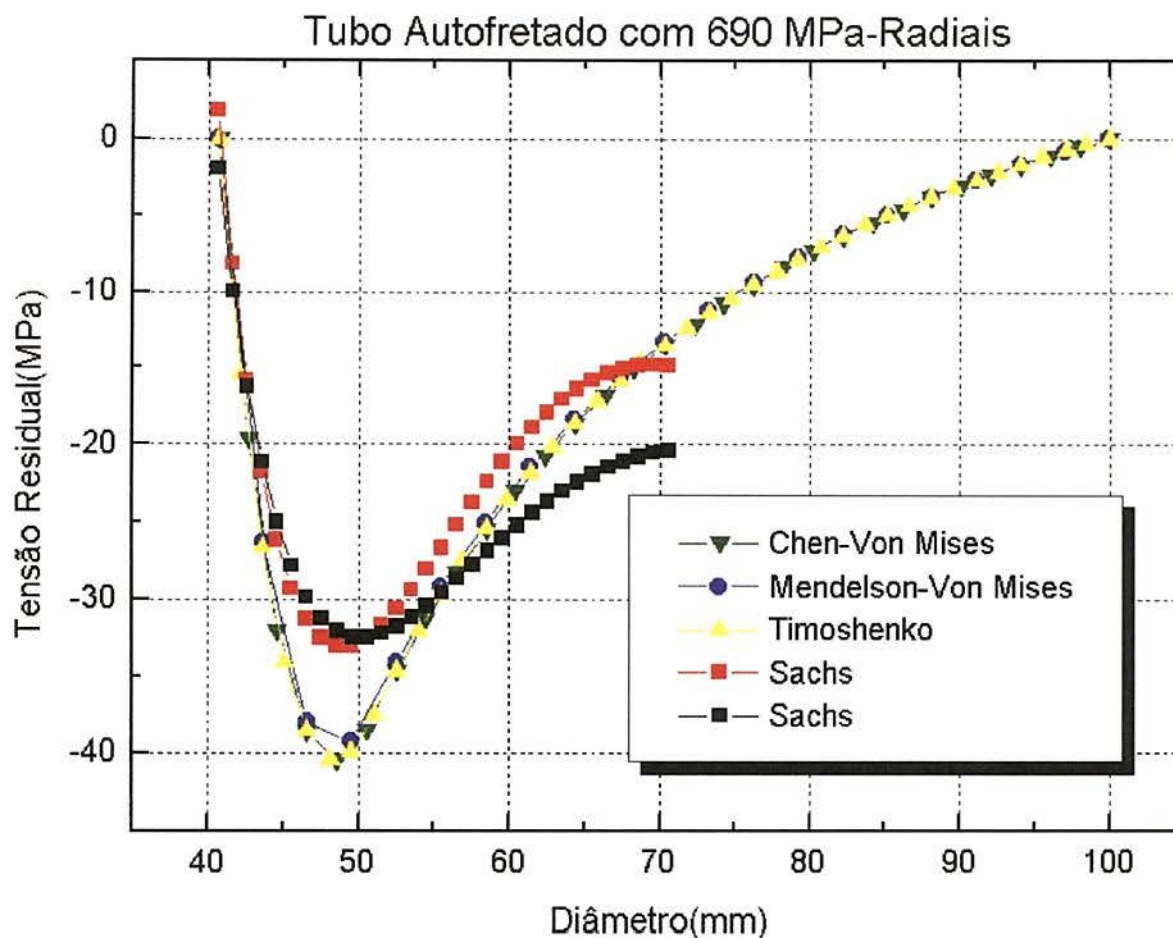


Fig.58. Distribuição das tensões radiais com o critério de Von Mises.

5.4. Tubo Autofretado com 759 MPa.

Neste tubo tem-se a confirmação de que com o aumento da pressão de Autofretagem, a dispersão dos valores obtidos experimentalmente diminui.

Também nesta pressão, com o refinamento da malha de Elementos Finitos empregada, observa-se a concordância dos valores obtidos com o método de Timoshenko.

Confirma-se que a melhor concordância com os valores experimentais obtêm-se com os métodos de Timoshenko, Chen modificado para Von Mises e dos Elementos Finitos, embora estes também superestimem as tensões residuais próximas a parede interna do tubo.

O método de Chen com BEF=0.42 subestima as tensões residuais próximas a parede interna do tubo, passando a superestimá-las a seguir.

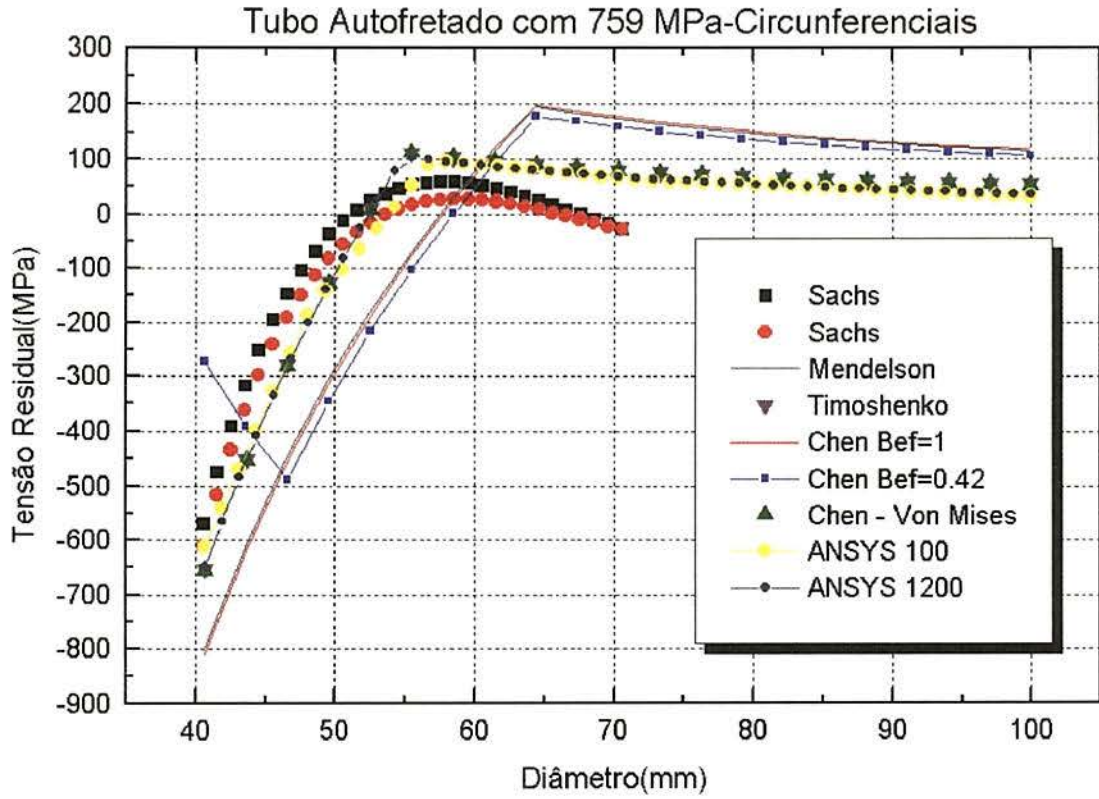


Fig.59. Tensões circunferenciais em tubo Autofretado com 759 MPa.

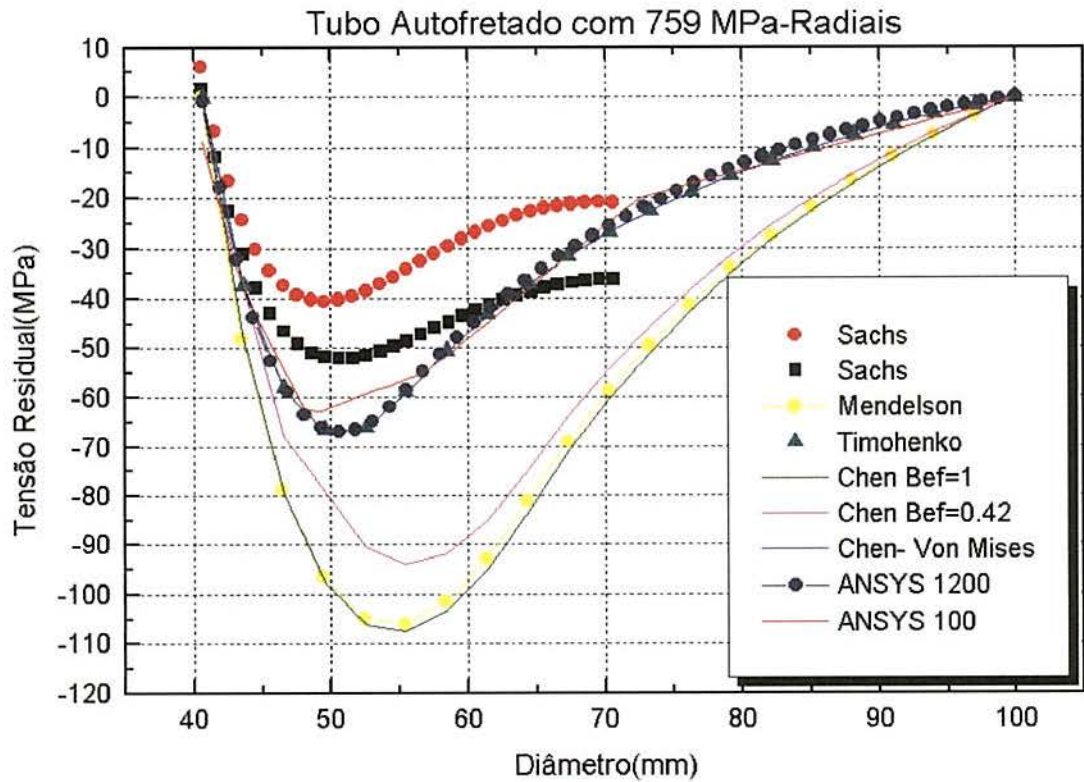


Fig.60. Tensões radiais em tubo Autofretado com 759 MPa.

O método de Mendelson superestima as tensões residuais ao longo de toda a parede do tubo.

Nesta pressão percebe-se também uma melhor concordância da interface elasto-plástica, caracterizada pela inflexão da curva das tensões circunferenciais, entre Timoshenko e os valores experimentais. Esta concordância aumenta com o aumento da pressão de Autofretagem.

Nas figuras 61 e 62 confirma-se o anteriormente observado, de que todos os métodos apresentados, desde que utilizando o mesmo critério de tensão equivalente, conduzem aos mesmos resultados.

A interface elasto-plástica a qual teoricamente é prevista de forma bem demarcada, na prática se apresenta de forma amena. Esta observação é válida para todas as pressões de Autofretagem empregadas, quando há ocorrência de escoamento junto a parede interna do tubo.

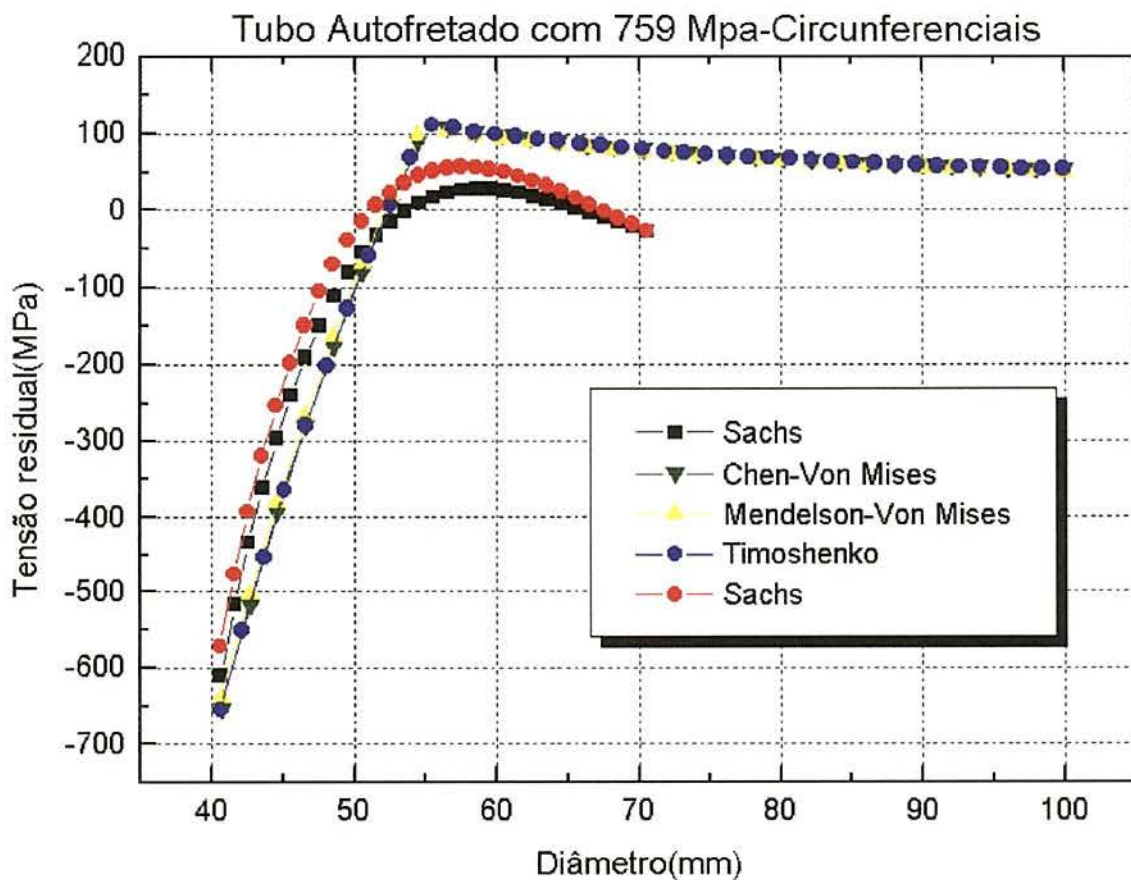


Fig.61. Distribuição das tensões circunferenciais para o critério de Von Mises.

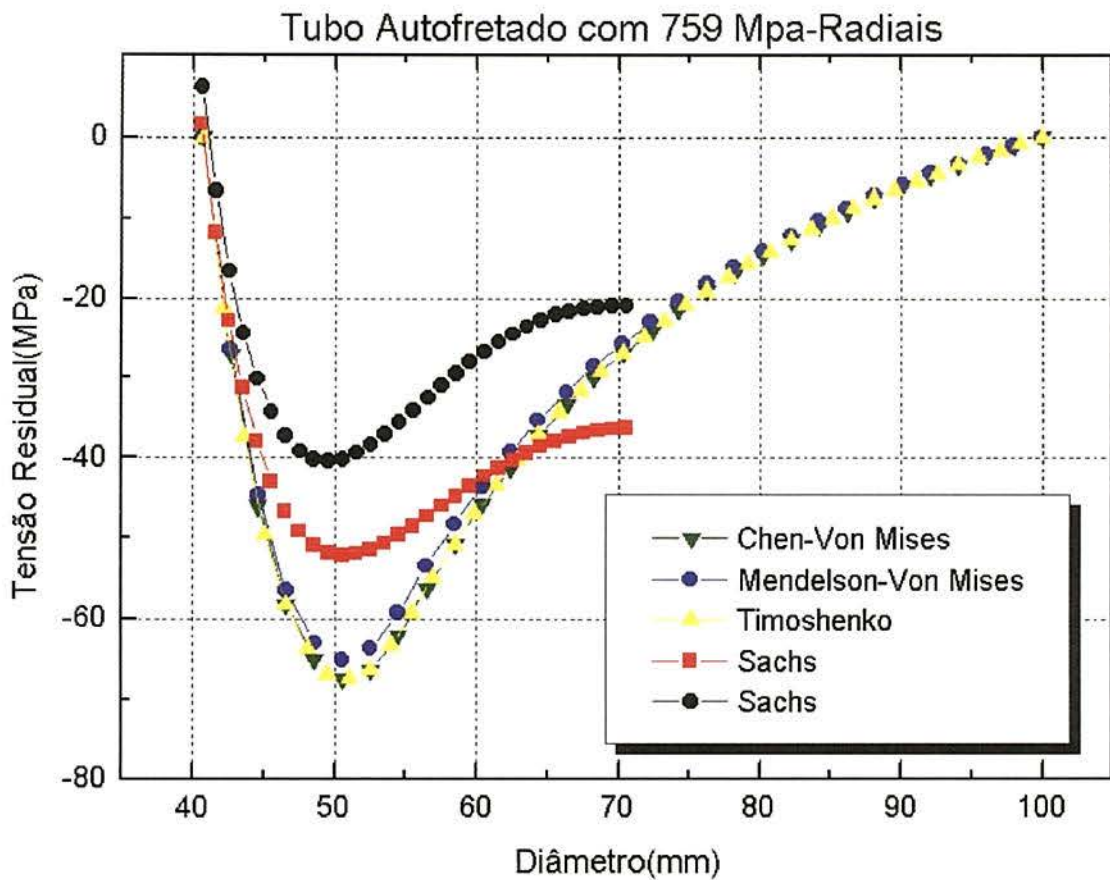


Fig.62. Distribuição das tensões radiais para o critério de Von Mises.

As tensões radiais residuais previstas teoricamente, foram aquelas que maior diferença apresentaram em relação aos valores experimentais.

Na tabela abaixo apresenta-se os valores encontrados para as tensões residuais circunferenciais, sendo os valores mencionados para Sachs, os médios obtidos experimentalmente.

Tabela 3. Tensões circunferenciais residuais junto a parede interna dos Tubos.

Autofretagem MPa	Sachs MPa	Tresca MPa	Diferença %	Von Mises MPa	Diferença %
621	-260	-481	+85,0	-325	+25,0
690	-410	-645	+57,3	-490	+19,5
759	-590	-810	+37,3	-655	+11,0

Dos resultados obtidos, observa-se que o desvio máximo pelo critério de Von Mises é de aproximadamente 25%. Já os resultados de Tresca indicam um desvio máximo de aproximadamente 85%. Salienta-se que estes resultados referem-se as equações empregadas por Chen, com ambos os critérios de tensão equivalente. Percebe-se também a tendência de diminuição da diferença de valores obtidos pelo método experimental e os teóricos com o aumento da pressão de Autofretagem.

6.CONCLUSÕES

Analisando-se os resultados obtidos pelos métodos empregados, tanto teórica como experimentalmente conclui-se o que segue:

- Com o aumento da pressão de Autofretagem, a dispersão dos resultados experimentais diminui;

- O método analítico, na apresentação original, que melhor concordância apresenta com os resultados experimentais é o de Timoshenko, o qual utilizamos com o critério de Von Mises;

- Como o método de Timoshenko considera o material elástico-perfeitamente plástico, vemos que o encruamento do aço AISI 4333 temperado e revenido torna-se pouco relevante, fato este comprovado com os resultados bastante próximos de Mendelson, com encruamento linear, e os de Chen, com material elástico-perfeitamente plástico, ambos com o critério de Tresca;

- O método dos Elementos Finitos com o refinamento de malha, aproxima-se do resultado obtido por Timoshenko, estando em boa concordância com o mesmo;

- Os métodos analíticos que empregam o critério de Tresca, como os de Mendelson e Chen, tendem a superestimar as tensões residuais após a Autofretagem mais do que os que empregam o critério de Von Mises, como os de Timoshenko e dos Elementos Finitos;

- O efeito Baushinger como proposto por Chen, o qual é caracterizado por uma mudança de inclinação na curva de tensões residuais circunferenciais próximo a parede interna do tubo, não foi observado;

- O início do escoamento do tubo, previsto pelo método de Timoshenko é de 486 MPa, enquanto que pelos métodos de Chen e Mendelson é de 417 MPa, consistindo esta uma das diferenças provenientes do emprego do critério de Von Mises ou Tresca. Na prática conclui-se que a pressão mínima para o escoamento do tubo empregado esta em melhor concordância com o critério de Von Mises;

- Em pressões de Autofretagem mais baixas, a interface elasto-plástica foi melhor prevista pelo critério de Tresca. Nas pressões mais elevadas, foi melhor prevista pelo critério de Von Mises;
- A inflexão de tensões circunferenciais obtidas experimentalmente próximas a interface elasto-plástica, não se apresenta tão abrupta como previsto tanto analítica como numericamente;
- As tensões radiais residuais são superestimadas pelo critério de Tresca em todas as pressões testadas. Pelo critério de Von Mises encontram-se elas subestimadas em pressões baixas, e superestimadas nas mais elevadas, aumentando a superestimativa com o aumento da pressão de Autofretagem;
- O critério de Tresca assumido como conservativo em análise linear elástica, no caso da Autofretagem mostrou-se contra a segurança, por indicar tensões residuais compressivas de maior magnitude do que as de Von Mises;
- Os resultados obtidos pelas equações de Chen, com ambos os critérios de tensão equivalente, fornecem um desvio máximo pelo critério de Von Mises de aproximadamente 25% e de 85% por Tresca;
- Com o aumento da pressão de Autofretagem, aumenta a precisão da previsão das tensões residuais circunferenciais;
- Com o emprego das equações dos métodos de Chen e de Mendelson, alterando-se o critério de Tresca para Von Mises, confirmou-se a hipótese de que a condição mais relevante na avaliação das tensões residuais, para o material de tubo empregado no presente trabalho, é o critério de tensão equivalente, pois todos os métodos conduzirão ao mesmo resultado desde que empregando o mesmo critério, estando os resultados experimentais em melhor concordância com o critério de Von Mises. Esta também consiste na melhor condição quanto ao aspecto segurança, pois conduz a menores tensões residuais compressivas(módulo), notadamente junto a parede interna do tubo.

7. SUGESTÕES DE CONTINUIDADE.

Como continuidade do presente trabalho apresenta-se as seguintes sugestões:

- Análise da Autofretagem de tubos produzida por gradiente térmico.
- Execução da Autofretagem de tubos em pressões mais elevadas.

A primeira sugestão segue da necessidade de avaliar-se o campo de tensões residuais em tubos Autofretados, quando submetidos a gradientes térmicos tanto em operação normal como em emergências operacionais. Entende-se que a imposição de gradientes térmicos na parede do tubo, alterará o campo de tensões residuais, podendo inclusive comprometer a segurança operacional da tubulação ou equipamento.

A segunda sugestão possibilitaria encontrar-se o valor ótimo de pressão de Autofretagem para os tubos analisados.

Ambas as sugestões são de aplicação imediata na indústria petroquímica, entre outras.

8. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

(1) **Timoshenko** - Resistência dos Materiais Vol.2 Livros Técnicos e Científicos Editora, 1976.

(2) **Mendelson, Alexander** - Plasticity: Theory and Application. The Macmillan Company, New York, 1970.

(3) **Chen, P.C.T.** - The Bauschinger Effect on Residual Stresses in an Autofrettaged Thick-Walled Cylinder. Transactions of the ASME, vol 108 pag.108 a 112, fevereiro de 1986.

(4) **Sachs, G.** - Nachweis innerer Spannungen in Stangen und Rohren. Z. Metallkde. 19, 1927 pag. 352 a 357.

(5) **D.R.Bland** - Elastoplastic thick-walled tubes of work-hardening material subject to internal and external pressures and to temperature gradients. Journal of the Mechanics of Solids, 1956, Vol.4 pag.209 a 229. Pergamon Press Ltd.,London.

(6) **A.Stacey,G.A.WEBSTER** - Determination of the Residual Stress Distributions in Autofrettaged Tubing. International Journal of Pressure Vessel & Piping, 1988, Vol. 31 pag.205 a 220. Elsevier Applied Science Publishers Ltd. England.

(7) **A.Loghman, M.A.Wahab** - Loading and unloading of thick-walled cylindrical pressure vessels of strain-hardening material. Journal of Pressure Vessel Technology, May 1994, vol116, pag. 105 a 109.

(8) **Boaz Avitzur** - Autofrettage - Stress distribution under load and retained stresses after depressurization. International Journal of Pressure Vessel & Piping, 1994, Vol. 57 pag.271 a 287. Elsevier Applied Science Publishers Ltd. England.

(9) **M.Perl, R. Aroné** - An axisymmetric stress release method for measuring the Autofrettage level in the thick-walled cylinders- Part I - Basic concept and numerical simulation. Transaction of ASME, 106 pag. 384 a 388.

(10) **M.Perl, R. Aroné** - An axisymmetric stress release method for measuring the Autofrettage level in the thick-walled cylinders - Part II - Experimental validation. Transation of ASME, 106 pag. 389 a 395.

(11) **S.K.Koh** - Fatigue life simulation and estimation of an autofrettaged thick-walled pressure vessel with an external groove- International Journal of Fatigue, vol. 18, nº 1 pag. 49 a 56, 1996.

(12) **M.T.Flaman, J.M.Boag** - Comparison of residual variation with depth-analysis techniques for the hole-drilling method. Experimental Mechanics, december 1990 pag 352 a 355.

(13) **Jia Yong Wang** - Measurement of residual stress by the hole-drilling method. General stress-strain relationship and its solution. Experimental Mechanics, december 1988, pg. 355 a 358.

(14) **A. Nadai** - Theory of flow and fracture of solids, McGraw-Hill, 1950.

(15) **H.F.Bohnenblust, Pol Dowez** - Some properties of a mechanical model of plasticity. Journal of Applied Mechanics, september 1946, pag. 232 a 236.

(16) **V. Sagar, D.J. Payne** - Elastic-plastic deformations of thick-walled circular cylinders under transient heating and combined axial tension and torsion loads. Journal Mechanics of Solids, vol.22, 1974, pag.47 a 59.

(17) **Nicholas Perrone** - Strain-hardening solutions to axisymmetric disks and tubes. Journal of Applied Mechanics, march 1960, pag. 45 a 53.

(18) **D.J. Gorman** - Plastic-elastic stress distributions in partially yielded thick-walled cylinders. Journal of Applied Mechanics, june 1967, pag.508 a 509.

(19) **Hill, R.** - The Mathematical Theory of Plasticity. Oxford Univer. Press, London, 1950.

(20) **Johnson, W., P. B. Mellor** - Plasticity for Mechanical Engineers. Van Nostrand, London, 1962.

(21) **Parker, A. P.** - Stress intensity factors, crack profiles, and fatigue crack growth rates in residual stress fields. Residual stress effects in fatigue. ASTM STP 776, American Society for testing and Materials, 1982, pg.13 a 31.