

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**ISRAEL GONÇALVES DE OLIVEIRA**

**COMPARAÇÃO ENTRE AS  
ESTRATÉGIAS DE CONTROLE POR  
TORQUE CALCULADO E CONTROLE  
REPETITIVO APLICADOS A  
MANIPULADORES ROBÓTICOS**

Porto Alegre  
2016

**ISRAEL GONÇALVES DE OLIVEIRA**

**COMPARAÇÃO ENTRE AS  
ESTRATÉGIAS DE CONTROLE POR  
TORQUE CALCULADO E CONTROLE  
REPETITIVO APLICADOS A  
MANIPULADORES ROBÓTICOS**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Controle e Automação

ORIENTADOR: Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Jr.

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Walter Fetter Lages

Porto Alegre  
2016

**ISRAEL GONÇALVES DE OLIVEIRA**

**COMPARAÇÃO ENTRE AS  
ESTRATÉGIAS DE CONTROLE POR  
TORQUE CALCULADO E CONTROLE  
REPETITIVO APLICADOS A  
MANIPULADORES ROBÓTICOS**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_  
Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Jr., UFRGS  
Doutor pela Université Paul Sabatier de Toulouse - Toulouse,  
França

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Eduardo Andre Perondi, UFRGS  
Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis - SC,  
Brasil

Prof. Dr. Jeferson Vieira Flores, UFRGS  
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto  
Alegre - RS, Brasil

Prof. Dr. Renato Ventura Bayan Henriques, UFRGS  
Doutor pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte -  
MG, Brasil

Coordenador do PPGEE: \_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Luís Fernando Alves Pereira

Porto Alegre, abril de 2016.

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho a todos os pesquisadores, professores e colegas que contribuíram para a produção dessa dissertação.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu Deus por ter feito o universo conspirar a meu favor durante o período de preparação e produção desse trabalho, e pelo grande prazer em adquirir conhecimento e sabedoria.

À minha esposa, amiga e companheira Simone por andar ao meu lado em todos os momentos.

Aos meus pais Luiz Fernando e Ana e aos meus irmãos Samuel e Fernando por serem meus verdadeiros amigos.

Aos meus orientadores Walter e João Manoel pela dedicação de seu tempo, conhecimento e paciência.

Aos demais professores do PPGEE pela dedicação, conhecimento e sabedoria dispensadas nas atividades acadêmicas.

Aos meus colegas Carlos Solon, Charles Lorenzini, Diego Pedroso, Douglas Tech, Eduardo Maciel, Gustavo Campos, Gustavo Ceretta, Leonardo Groff, Luciano Moreira, Rafael Rui, Raphael Costa, Taiser Barros e Tamara Salvatori, pois é trabalhando juntos que chegamos longe.

Ao programa PPGEE e à CAPES pela oportunidade e concessão da bolsa.

Finalmente, agradeço ao Donald Knuth pelo  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  e ao Leslie Lamport pelo  $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ .

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma comparação entre as estratégias de controle por torque calculado e controle repetitivo aplicadas a manipuladores robóticos. O objetivo no uso desses controladores é para que o manipulador siga referência de trajetória periódica no espaço das juntas. O desenvolvimento e implementação dos controladores são focados no manipulador WAM (*Whole Arm Manipulator*) da *Barrett Technology®Inc.* Neste trabalho, também são apresentadas uma formulação do modelo não linear do manipulador e as sínteses dos controladores por torque calculado e repetitivo aplicados ao modelo do manipulador linearizado por realimentação. O controlador por torque calculado é apresentado e sintetizado na sua forma clássica. Para o controlador repetitivo, a síntese parte do princípio do modelo interno com a adição de uma estrutura repetitiva e uma realimentação proporcional e derivativa do erro de seguimento de referência. O projeto dos ganhos do controlador repetitivo é feito através de um problema de otimização convexa com restrições na forma de inequações matriciais lineares (ou no inglês: *Linear Matrix Inequalities - LMI*). A formulação do problema de otimização parte da teoria de estabilidade segundo Lyapunov com um funcional Lyapunov-Krasovskii, adição de um custo quadrático, para ajuste de desempenho, e de um critério de desempenho transitório dado pela taxa de decaimento exponencial da norma dos estados. É apresentada a comparação entre as estratégias de controle e a validação do controlador repetitivo proposto aplicado ao caso com linearização perfeita e ao caso com o modelo não linear do manipulador. No primeiro caso, é feita a simulação do modelo linear do manipulador com adição de um torque de atrito na junta. No segundo caso, é utilizado o sistema ROS (*Robot Operating System*) com o programa Gazebo simulando o manipulador WAM considerando erros de linearização, isto é, incertezas paramétricas.

**Palavras-chave:** Controle de robôs, manipulador robótico, controle repetitivo, controle por torque calculado, inequação matricial linear (LMI), Robot Operating System (ROS).

## ABSTRACT

This work presents a comparison between the strategies of computed-torque control and repetitive control applied to robotic manipulators. The main objective in use these controllers with the manipulator is to tracking periodic trajectory in joint space. The development and implementation of controllers are focused on the Whole Arm Manipulator (WAM) of the Barrett Technology®Inc. Also featured are a non-linear model formulation of the manipulator and the synthesis of controllers for computed-torque control and repetitive control applied to the manipulator model linearized by state feedback. The computed-torque controller is presented in its classic form. For the repetitive controller, the synthesis is based on the internal model principle with the addition of a repetitive structure and a proportional-derivative reference tracking error feedback. The design of the repetitive controller gains is done through a convex optimization problem with linear matrix inequalities (LMI) constraints. The formulation of the optimization problem is based on the Lyapunov stability theory using a Lyapunov-Krasoviskii functional, addition of a quadratic cost for performance adjustment and a transient performance criteria given by the exponential decay rate of the states norm. A comparison between the control strategies and the validation of the repetitive controller applied to the case with perfect linearization and the case with the non-linear model of the manipulator are presented. In the first case, is made simulations of the linear model of the manipulator in MATLAB program, with the addition of a disturbance modeling the friction torque at the joint. In the second case, is used the Robot Operating System (ROS) with Gazebo program simulating the WAM nonlinear model. In this case, a possible mismatch between the model used for the feedback linearization and the real system is taken into account.

**Keywords:** Robot control, robot manipulator, repetitive control, computed-torque control, linear matrix inequalities (LMI), Robot Operating System (ROS).

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1:	Manipulador Barrett WAM. . . . .	25
Figura 2:	Referenciais DH do WAM 7-DOF . . . . .	26
Figura 3:	Diagrama do controlador torque calculado e o sistema linearizado. . . . .	41
Figura 4:	Diagrama do controlador $H_{rc}$ ideal. . . . .	43
Figura 5:	Diagrama do controlador $H_{rc}$ com filtro passa-baixas. . . . .	43
Figura 6:	Diagrama de bode dos controladores repetitivos ideal ( $H_{rc}^*(s)$ ), com o filtro ( $H_{rc}^F(s)$ ) e com o filtro e a correção no tempo de atraso ( $H_{rc}^C(s)$ ), considerando o tempo de atraso de 1s e frequência de corte $\omega_c = 8\pi\text{rad/s}$ . . . . .	44
Figura 7:	Estrutura genérica para aplicação do controle repetitivo em um sistema linear com entrada de perturbação. . . . .	44
Figura 8:	Diagrama conceitual do sistema composto pelo controlador proposto e o modelo linearizado do manipulador em malha fechada. . . . .	45
Figura 9:	Caso 1. Posição e referência, com $d_0 = d_1 = 0,1\text{s}^{-1}$ . . . . .	54
Figura 10:	Caso 1. Erro no seguimento de referência, com $d_0 = d_1 = 0,1\text{s}^{-1}$ . . . . .	55
Figura 11:	Caso 1. Sinal de controle, com $d_0 = d_1 = 0,1\text{s}^{-1}$ . . . . .	55
Figura 12:	Pose inicial do manipulador na simulação. . . . .	59
Figura 13:	Pose intermediária do manipulador na simulação. . . . .	60
Figura 14:	Caso 2, com referência de trajetória <b>A</b> . Posição e referência para a junta 2, sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ). . . . .	61
Figura 15:	Caso 2, com referência de trajetória <b>A</b> . Erro no seguimento de referência na junta 2, sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ). . . . .	62
Figura 16:	Caso 2, com referência de trajetória <b>A</b> . Sinal de controle do sistema linear da junta 2, sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ). . . . .	62
Figura 17:	Caso 2, com referência de trajetória <b>A</b> . Torque aplicado na junta 2, sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ). . . . .	63
Figura 18:	Posição e referência, com $d_0 = d_1 = 0,1\text{Nms/rad}$ e sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação). . . . .	64
Figura 19:	Erro no seguimento de referência, com $d_0 = d_1 = 0,1\text{Nms/rad}$ e sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação). . . . .	64



Figura 20:	Sinal de controle, com $d_0 = d_1 = 0,1Nms/rad$ e sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação).	65
Figura 21:	Sinal de controle, com $d_0 = d_1 = 0,1Nms/rad$ e sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação).	65
Figura 22:	Caso 2, com referência de trajetória <b>A</b> . Posição e referência para a junta 2, com erro paramétrico, utilizando a descrição <b>D3</b> na linearização por realimentação e <b>D0</b> na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).	67
Figura 23:	Caso 2, com referência de trajetória <b>A</b> . Erro no seguimento de referência na junta 2, com erro paramétrico, utilizando a descrição <b>D3</b> na linearização por realimentação e <b>D0</b> na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).	67
Figura 24:	Sinal de controle do sistema linear da junta 2, com erro paramétrico, utilizando a descrição <b>D3</b> na linearização por realimentação e <b>D0</b> na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).	68
Figura 25:	Caso 2, com referência de trajetória <b>A</b> . Torque aplicado na junta 2, com erro paramétrico, utilizando a descrição <b>D3</b> na linearização por realimentação e <b>D0</b> na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).	68
Figura 26:	Caso 2, com referência de trajetória <b>B</b> . Erro no seguimento de referência na junta 1, sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).	70
Figura 27:	Caso 2, com referência de trajetória <b>B</b> . Erro no seguimento de referência na junta 2, sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).	70
Figura 28:	Caso 2, com referência de trajetória <b>B</b> . Erro no seguimento de referência na junta 3, sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).	71
Figura 29:	Caso 2, com referência de trajetória <b>B</b> . Erro no seguimento de referência na junta 1, com $d_0 = d_1 = 0,1Nms/rad$ e sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação).	71
Figura 30:	Caso 2, com referência de trajetória <b>B</b> . Erro no seguimento de referência na junta 2, com $d_0 = d_1 = 0,1Nms/rad$ e sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação).	72
Figura 31:	Caso 2, com referência de trajetória <b>B</b> . Erro no seguimento de referência na junta 3, com $d_0 = d_1 = 0,1Nms/rad$ e sem erro paramétrico (utilizando <b>D0</b> na linearização por realimentação e na simulação).	72
Figura 32:	Caso 2, com referência de trajetória <b>B</b> . Erro no seguimento de referência na junta 1, com erro paramétrico, utilizando a descrição <b>D3</b> na linearização por realimentação e <b>D0</b> na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).	74
Figura 33:	Caso 2, com referência de trajetória <b>B</b> . Erro no seguimento de referência na junta 2, com erro paramétrico, utilizando a descrição <b>D3</b> na linearização por realimentação e <b>D0</b> na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).	74
Figura 34:	Caso 2, com referência de trajetória <b>B</b> . Erro no seguimento de referência na junta 3, com erro paramétrico, utilizando a descrição <b>D3</b> na linearização por realimentação e <b>D0</b> na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).	75

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Desempenho dos controladores com o modelo linear do manipulador.	54
Tabela 2:	Desempenho dos controladores com o modelo não linear do manipulador, erro de estrutura de modelo e referência de trajetória <b>A</b> . . . . .	60
Tabela 3:	Desempenho dos controladores com modelo não linear do manipulador, erro paramétrico e referência de trajetória <b>A</b> . . . . .	66
Tabela 4:	Desempenho dos controladores com o modelo não linear do manipulador, erro de estrutura de modelo e referência de trajetória <b>B</b> . . . . .	69
Tabela 5:	Desempenho dos controladores com modelo não linear do manipulador, erro paramétrico e referência de trajetória <b>B</b> . . . . .	73

## LISTA DE ABREVIATURAS

DC	<i>Direct Current</i> (Corrente contínua)
DCAL	<i>Desired Compensation Adaptive Law</i> (Lei Adaptativa de Compensação Desejada)
DH	Denavit-Hartenberg
DOF	<i>Degree Of Freedom</i> (Graus de Liberdade)
KDL	<i>Kinematics and Dynamics Library</i> (Biblioteca de Cinemática e Dinâmica)
LCP	<i>Linear Complementarity Problem</i> (Problema Linear Complementar)
LMI	<i>Linear Matrix Inequalities</i> (Inequações Matriciais Lineares)
PD	Proporcional-derivativo
PID	Proporcional-integral-derivativo
ROS	<i>Robot Operating System</i> (Sistema Operacional de Robôs)
SCARA	<i>Selective Compliance Articulated Robot Arm</i> (Braço Robótico Articulado com Complacência Seletiva)
SOR	<i>Successive Over-relaxation</i> (Sobre-relaxação sucessiva)
SPD	Semiplano direito
URDF	<i>Unified Robot Description Format</i> (Formato Unificado de Descrição de Robôs)
WAM	<i>Whole Arm Manipulator</i> (Manipulador de Braço Completo)

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\triangleq$	Definição.
$\lambda$	Função objetivo.
$\nu$	Vetor de sinal de controle do sistema linearizado.
$\tau$	Vetor de torques aplicados nas juntas.
$\tau_i$	Torque aplicado no $i$ -ésimo elo.
$\tau_{ci}$	Torque calculado pela realimentação linearizante do $i$ -ésimo elo.
$\omega_c$	Frequência de corte.
$\omega_n$	Frequência natural.
$\xi$	Coefficiente de amortecimento.
$\Delta_M(\cdot)$	Matriz auxiliar na modelagem de erro de linearização.
$\Delta_{VG}(\cdot)$	Vetor auxiliar na modelagem de erro de linearização.
$\Delta_F(\cdot)$	Vetor auxiliar na modelagem de erro de linearização.
$\Delta_{VGF}(\cdot)$	Vetor auxiliar na modelagem de erro de linearização.
$\Phi$	Matriz de transição na formulação LMI.
$\Lambda$	Matriz utilizada na derivada parcial da transformada homogênea.
$\Gamma$	Matriz de ponderação dos estados, do sistema aumentado, no funcional $J(\cdot)$ .
$\Theta$	Matriz de ponderação do sinal de controle no funcional $J(\cdot)$ .
$\Psi$	Matriz auxiliar na formulação LMI.
$\Xi(\cdot)$	Funcional Lyapunov-Krasoviskii
${}^j\mathbf{c}_i$	Centro de massa do $i$ -ésimo elo em relação ao referencial $j$ .
$d(\cdot)$	Função de perturbação.
$d_0$	Constante da função de perturbação.
$d_1$	Constante da função de perturbação.
$e_i$	Erro de seguimento de referência do $i$ -ésimo elo.
$\mathbf{g}$	Vetor de aceleração gravitacional.

$l_i$	Comprimento do $i$ -ésimo elo.
$m_i$	Massa do $i$ -ésimo elo.
$pol_5(\cdot)$	Polinômio de quinto grau.
$\mathbf{q}$	Vetor de variáveis de junta.
$\mathbf{r}$	Vetor de referências para variáveis de junta.
$\mathbf{x}_i$	Vetor de variáveis de estado.
$x_{1i}$	Primeira componente do vetor $\mathbf{x}_i$ .
$x_{2i}$	Segunda componente do vetor $\mathbf{x}_i$ .
$\mathbf{x}_{rc}$	Variável de estado do controlador repetitivo.
$\bar{\mathbf{x}}$	Vetor de variáveis de estado do sistema aumentado.
$\eta$	Vetor de variáveis de estado do sistema aumentado transformado (critério exponencial).
$u_i$	Entrada do sistema linearizado.
$y_i$	Saída do sistema linearizado.
$y_{rc}$	Saída do controlador repetitivo.
$A$	Matriz de estado do sistema linearizado.
$\bar{A}$	Matriz de estado do sistema aumentado.
$\bar{A}_K$	Matriz de estado do sistema aumentado com realimentação de estados.
$A_d$	Matriz de estado atrasado do sistema linearizado.
$\bar{A}_d$	Matriz de estado atrasado do sistema aumentado.
$A^T$	Matriz transposta de $A$ .
$B$	Matriz de entrada do sistema linearizado.
$\bar{B}$	Matriz de entrada do sistema aumentado.
$C$	Matriz de saída do sistema linearizado.
$D(\cdot)$	Função de perturbação.
<b>D0</b>	Descrição nominal do manipulador.
<b>D1</b>	Descrição com variação de +10% nos parâmetros nominais do manipulador.
<b>D2</b>	Descrição com variação de +20% nos parâmetros nominais do manipulador.
<b>D3</b>	Descrição com variação de +30% nos parâmetros nominais do manipulador.
$E(s)$	Erro de seguimento de referência no domínio das frequências.
$E$	Matriz auxiliar de ponderação dos estados no custo $J(\cdot)$ , com $\Gamma = E^T E$ .
$F$	Matriz auxiliar de ponderação da entrada de controle no custo $J(\cdot)$ , com $\Theta = F^T F$ .
$G(\cdot)$	Vetor de forças gravitacionais.

$G_i(s)$	Função de transferência do sistema linearizado.
$\text{He}(A)$	Hermitiano da matriz $A$ .
$H_{rc}(s)$	Função de transferência do controlador repetitivo.
$\mathbf{J}_i$	Tensor de inércia do $i$ -ésimo elo.
$J(\cdot)$	Funcional quadrático.
$\bar{K}$	Ganho da realimentação de estados do sistema aumentado.
$\bar{K}_r$	Ganho da entrada de referência de posição e velocidade.
$K_D$	Ganho derivativo.
$K_P$	Ganho proporcional.
$K_{rc}$	Ganho do controlador repetitivo.
$\mathcal{K}$	Energia cinética total do manipulador.
$\mathcal{L}$	Lagrangiano.
$\mathcal{L}_2$	Espaço norma-2.
$L$	Tempo de atraso.
$L_{Ref}$	Período da referência.
$M(\cdot)$	Matriz de inércia.
$N$	Total de elos do manipulador.
$\mathcal{P}$	Energia potencial gravitacional total do manipulador.
$P$	Matriz de ponderação dos estados no funcional $\Xi(\cdot)$ .
$Q$	Matriz de ponderação dos estados atrasados no funcional $\Xi(\cdot)$ .
$S$	Matriz de ponderação no problema de otimização.
${}^jT_i$	Transformada homogênea do $i$ para o $j$ -ésimo referencial.
$T_S$	Tempo de acomodação.
$\text{Tr}(A)$	Traço da matriz $A$ .
$\mathbf{U}_{ij}$	Derivada parcial da transformada homogênea.
$\mathbf{U}_{ijk}$	Derivada parcial de $\mathbf{U}_{ij}$ .
$V(\cdot)$	Vetor de forças centrífugas e coriolis.
$W$	Matriz variável no problema de otimização.
$Y$	Matriz variável no problema de otimização.
$Y_i(s)$	Saída do sistema linearizado no domínio das frequências.
$Y_{rc}(s)$	Saída do controlador repetitivo no domínio das frequências.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	16
1.1	Motivação	16
1.2	Objetivos	17
1.3	Estrutura da dissertação	18
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	19
2.1	Controle por torque calculado	19
2.2	Controle repetitivo aplicado a manipuladores	21
2.3	Controle com aprendizado	23
<b>3</b>	<b>MODELAGEM DO MANIPULADOR ROBÓTICO</b>	25
3.1	Introdução	25
3.2	Manipulador robótico WAM	25
3.3	Modelo dinâmico	26
3.4	Conclusão	30
<b>4</b>	<b>CONTROLE POR TORQUE CALCULADO E REPETITIVO</b>	31
4.1	Introdução	31
4.2	Linearização por realimentação	31
4.3	Efeito dos erros de linearização	33
4.3.1	Modelagem dos erros paramétricos na linearização por realimentação	33
4.3.2	Modelagem do erro de estrutura de modelo na linearização por realimentação	34
4.3.3	Exemplo: manipulador 1-DOF	35
4.3.4	Exemplo: manipulador 2-DOF	36
4.4	Controle por torque calculado	40
4.5	Controle repetitivo	42
4.5.1	Aplicação ao manipulador robótico	44
4.5.2	Projeto dos ganhos	45
4.6	Conclusão	49
<b>5</b>	<b>RESULTADOS COMPARATIVOS</b>	50
5.1	Introdução	50
5.2	Cálculo dos ganhos dos controladores	50
5.3	Modelagem do atrito nas juntas	51
5.4	Caso 1: linearização por realimentação perfeita	52
5.4.1	Sinal de referência	52
5.4.2	Resultados das simulações	53

5.4.3	Conclusões . . . . .	54
<b>5.5</b>	<b>Caso 2: simulações do manipulador WAM no sistema ROS . . . . .</b>	<b>56</b>
5.5.1	Implementação . . . . .	56
5.5.2	Trajétórias de referência . . . . .	58
5.5.3	Resultados com erro de modelo e referência de trajetória <b>A</b> . . . . .	59
5.5.4	Resultados com erro paramétrico com referência de trajetória <b>A</b> . . . . .	63
5.5.5	Resultados com erro de modelo e referência de trajetória <b>B</b> . . . . .	66
5.5.6	Resultados com erro paramétrico com referência de trajetória <b>B</b> . . . . .	71
5.5.7	Conclusões . . . . .	73
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>76</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>78</b>



# 1 INTRODUÇÃO

O principal problema no controle de manipuladores robóticos está na sua dinâmica que é não linear e fortemente acoplada entre suas partes (os elos). Para tal problema, vêm sendo oferecidas soluções como linearização por realimentação (*feedback linearization*) utilizando a dinâmica conhecida. Uma importante e clássica estratégia é o controle por torque calculado (PAUL, 1972), o qual combina linearização por realimentação com controle de um modelo descentralizado (FU; GONZÁLEZ; LEE, 1987; KREUTZ, 1989). Contudo, tal estratégia requer conhecimento pleno da dinâmica e dos parâmetros do manipulador para que a realimentação linearizante seja plena, e caso não seja plena, há perda no desempenho de seguimento de referência (ainda que seja robusto para pequenos erros de linearização) (GILBERT; HA, 1984).

Dentre as estratégias de controle propostas na literatura para lidar com erro de linearização, o controle repetitivo (TOMIZUKA; ANWAR; FANG, 1988) e o controle por aprendizado (*learning control*) (JEON; TOMIZUKA, 1993) são utilizadas para seguimento de referências periódicas. Tais estratégias vem sendo desenvolvidas pela demanda crescente no uso de manipuladores (AHN; CHEN; MOORE, 2007; WANG; GAO; DOYLE III, 2009), por exemplo, para promover automação industrial tendo como principal objetivo o seguimento e rejeição simultâneos de sinais periódicos. Um exemplo em que se deseja, principalmente, rejeição de sinais periódicos é em procedimentos cirúrgicos teleoperados (GINHOUX et al., 2005), nos quais a rejeição de perturbações periódicas, causadas pela respiração ou pelo batimento cardíaco, é a principal motivação de uso desses controladores.

No presente trabalho é proposto o uso da estratégia de controle repetitivo para manipuladores robóticos seguirem trajetórias periódicas e, eventualmente, rejeitar perturbações geradas por erro paramétrico e de estrutura de modelo. A fim de validar a estratégia proposta, é apresentada uma comparação entre as estratégias de controle por torque calculado e a estratégia de controle repetitivo proposta.

## 1.1 Motivação

Manipuladores robóticos utilizados, por exemplo, em linhas de montagem, geralmente, executam tarefas periódicas. Basicamente, as trajetórias desenvolvidas são periódicas tanto no espaço operacional (cartesiano) quanto no espaço das juntas. Uma forma encontrada para manipuladores robóticos executarem tarefas periódicas com mínimo erro no seguimento de trajetória e eventual rejeição de perturbações (também periódicas) é o uso do controle repetitivo (TOMIZUKA; ANWAR; FANG, 1988).

A comparação entre a estratégia de controle repetitivo proposta no presente trabalho e a estratégia de controle por torque calculado tem por motivação validar a estratégia

proposta para uso em manipuladores robóticos. A escolha do controlador por torque calculado para comparar com o controlador repetitivo proposto deve-se ao fato do controle por torque calculado ser uma estratégia bem estabelecida e apresentar uma estrutura básica semelhante, neste caso, a linearização por dinâmica inversa (SICILIANO; KHATIB, 2008).

O controle repetitivo pode ser utilizado para seguimento e possível rejeição de sinais periódicos (FLORES, 2012). É esperado que com o uso do controle repetitivo aplicado a manipuladores robóticos, o seguimento da referência de trajetória tenha o menor erro possível e que haja rejeição da perturbação causada por erro de linearização do modelo do manipulador. Na estratégia de controle por torque calculado, é considerada uma linearização por realimentação, entretanto, na prática uma linearização exata é impraticável e o erro no seguimento de referência tende a ser maior quanto maior for o erro de linearização (SLOTINE; LI, 1991; KHALIL, 2002). O erro de linearização pode ocorrer, de forma geral, por erro paramétrico no cálculo da linearização e/ou por diferença entre as estruturas do modelo do manipulador e do modelo utilizado na linearização. O erro de estrutura de modelo pode ocorrer, por exemplo, quando o atrito nas juntas não é levado em consideração na estrutura do modelo utilizado na linearização.

Uma estratégia de controle para lidar com incertezas paramétricas é o controle por torque calculado adaptativo (SICILIANO; KHATIB, 2008; SLOTINE; WEIPING, 1988). Neste caso, é utilizado um estimador de parâmetros a fim de reduzir o erro paramétrico. Ainda que tal estratégia de controle seja indicada para lidar com erros paramétricos e trajetórias periódicas, a comparação com a estratégia de controle repetitivo não é justa quando é considerada a implementação. Ambas as estratégias de controle por torque calculado e controle repetitivo contemplam o mesmo método de linearização do modelo do manipulador sem o uso de estimadores ou identificação de parâmetros. Com o objetivo de aplicar o controle repetitivo em sua forma clássica, no presente trabalho, não é considerado esses e outros recursos adicionais possíveis.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral do presente trabalho é comparar duas estratégias de controle aplicadas no rastreamento de referência periódica de trajetória, sendo tais estratégias o controle por torque calculado e o controle repetitivo. Em particular, objetiva-se também propor uma metodologia para síntese de controladores repetitivos para manipuladores robóticos. A fim de validar e comparar a estratégia de controle repetitivo proposta com a estratégia de controle por torque calculado, utiliza-se no presente trabalho simulações no programa numérico MATLAB (THE MATHWORKS INC., 2014) e no sistema ROS (*Robot Operating System*) (ROS.ORG, 2015a), com o programa para simulação de robôs (manipuladores e móveis) Gazebo (OPEN SOURCE ROBOTICS FOUNDATION, 2015a).

No presente trabalho, utiliza-se linearização por realimentação considerando que as não linearidades não compensadas passam a ser tratadas como perturbações no modelo linearizado. Também é oferecida uma justificativa teórica para tal tratamento, apenas para o caso em que se tem uma referência periódica. Portanto, vale-se da propriedade do controlador repetitivo para, possivelmente, rejeitar tais perturbações periódicas (TOMIZUKA; ANWAR; FANG, 1988). O projeto dos ganhos do controlador é feita através da solução de um problema de otimização convexa que considera um custo quadrático dos estados e do sinal de controle, e de um critério de desempenho transitório dado pela taxa de decaimento exponencial da norma dos estados (MORI; FUKUMA; KUWAHARA,

1982).

### **1.3 Estrutura da dissertação**

Esta dissertação está estruturada como segue: é apresentada uma breve revisão bibliográfica no capítulo 2 sobre o controle por torque calculado e o controle repetitivo aplicados a manipuladores robóticos. Além dessas estratégias, também são apresentadas algumas alternativas para seguimento e rejeição de sinais periódicos no uso de manipuladores.

No capítulo 3 é apresentado o manipulador robótico no qual são focados o desenvolvimento, a implementação e a comparação dos controladores por torque calculado e repetitivo. Além disso, nesse capítulo, é obtido um modelo genérico do manipulador no espaço das juntas.

O capítulo 4 aborda a síntese dos controladores a serem comparados. Primeiramente, apresenta-se uma forma de linearização do modelo do manipulador. A seguir, é abordada a síntese do controle por torque calculado e uma forma de calcular os ganhos do controlador. Por fim, apresenta-se a estratégia de controle repetitivo e como se utiliza tal controle em conjunto com o modelo linearizado do manipulador, seguido do projeto dos ganhos através de um problema de otimização convexa.

No capítulo 5, são apresentados os resultados comparativos obtidos das simulações dos modelos lineares e não lineares do manipulador e a descrição de como foram implementadas as simulações.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

De forma geral, pode-se agrupar as estratégias de controle de manipuladores em dois tipos: controle de movimento e controle de força (JEON; TOMIZUKA, 1993; SICILIANO; KHATIB, 2008). Nos controles de movimento e de força, pode-se trabalhar em dois espaços: o espaço cartesiano (ou operacional) e o espaço das juntas. As estratégias de controle abordadas na presente dissertação são estratégias de controle de movimento no espaço das juntas. Algumas estratégias propostas na literatura são: os controles independentes de junta baseados nos modelos de junta única e juntas múltiplas (SICILIANO; KHATIB, 2008), controle PID (Proporcional-integral-derivativo) (MACIEL; HENRIQUES; LAGES, 2015, 2014; MACIEL, 2014), estratégias baseadas em controle adaptativo (ISLAM; TAYEBI, 2004; SLOTINE; WEIPING, 1988) e, também, controle ótimo e robusto (ABDALLAH et al., 1991), como o controle não linear  $\mathcal{H}_\infty$  (HASHIMOTO et al., 1991; LEE; CHENG, 1996), por exemplo.

Para seguimento/rejeição de sinais periódicos no controle de manipuladores também são utilizados diferentes tipos de controle por aprendizagem iterativa (ILC: *iterative learning control*) (ISLAM; TAYEBI, 2004; AHN; CHEN; MOORE, 2007; WANG; GAO; DOYLE III, 2009), ou o controle repetitivo (TOMIZUKA; ANWAR; FANG, 1988; WANG; GAO; DOYLE III, 2009), por exemplo. Basicamente, tais métodos (com diferentes fundamentos, formulações e técnicas) são indicados para controle de processos repetitivos (ou periódicos) a fim de promover menor erro no seguimento de trajetória e/ou rejeição de perturbações (WANG; GAO; DOYLE III, 2009).

### 2.1 Controle por torque calculado

A linearização do modelo do manipulador ou controle por dinâmica inversa investigado por PAUL (1972) e RAIBERT (1978), e chamado de controle por torque calculado por MARKIEWICZ (1973) e BEJCZY (1972), possui como estrutura o cálculo do torque aplicado nas juntas em função da referência de trajetória (aceleração, velocidade e posição) e a trajetória atual. Com a linearização do modelo do manipulador por realimentação (KREUTZ, 1989), considera-se uma mudança de variáveis para se obter a dinâmica do erro de seguimento de trajetória. A partir da dinâmica do erro é utilizada uma realimentação de estados estática (SLOTINE; LI, 1991; ISIDORI, 1995) a fim de se obter erro nulo (teoricamente). O resultado prático dessa estratégia é um sinal de controle do sistema linearizado composto pela referência de aceleração e um controlador PD (Proporcional-derivativo). Algumas referências nas quais pode-se encontrar detalhadamente as diferentes técnicas de controle por torque calculado são: ASADA; SLOTINE (1986); FU; GONZÁLEZ; LEE (1987); CRAIG (2005); SPONG; VIDYASAGAR (2008); SICILIANO; KHATIB (2008).

Dentre as técnicas de controle propostas para manipuladores, em geral, as técnicas baseadas na linearização do sistema do manipulador são casos particulares de uma classe de controle por torque calculado. Devido a necessidade de se ter conhecimento preciso dos parâmetros do manipulador para que se tenha o menor erro possível na linearização, diversos esquemas de controle são propostos para se contornar tal problema, por exemplo, controle com compensação por estrutura variável baseado no controle por torque calculado (ou, em inglês: *computed-torque-like control with variable-structure compensation*) (SICILIANO; KHATIB, 2008). Dentre muitos trabalhos sobre o controle por torque calculado e suas variações, alguns são citados na sequência.

Em LUH; WALKER; PAUL (1980) é apresentada uma formulação para uso do controle por torque calculado para seguimento de referência de trajetória da mão do manipulador, ou seja, no espaço operacional. Na malha de controle do manipulador é considerada uma mudança de variáveis para que o torque de controle seja obtido através dos erros de posição e velocidade lineares da mão do manipulador e do vetor de velocidades das juntas. A aplicação ocorreu por meio de uma simulação do manipulador *Stanford* (manipulador do tipo RRP: *Revolute-Revolute-Prismatic*) (FELDMAN et al., 1969) e a implementação do controlador em programas diferentes. O método de Newton-Euler foi utilizado para obtenção das equações dinâmicas e, então, obtenção do torque a ser aplicado pelo controlador. Conforme resultados, os erros no seguimento de referência de posição foram inferiores a 0,01cm.

Posteriormente, dentre algumas investigações nas quais o controle por torque calculado é considerado (BEJCZY; TARN; CHEN, 1985; BEJCZY et al., 1985; LEAHY; VALAVANIS; SARIDIS, 1986; LEAHY; SARIDIS, 1987), em AN et al. (1989) é apresentada uma avaliação experimental entre os controles por antecipação (*feedforward*) e por torque calculado aplicados ao manipulador *MIT Serial Link Direct Drive Arm* (AN, 1986). O controle por antecipação utilizado nesse trabalho é, basicamente, composto por um controle PD independente por junta acrescido de um termo que caracteriza uma dinâmica desejada com base na referência de trajetória, com dinâmica calculada a priori (*off-line*). O controle por torque calculado utilizado nesse trabalho segue a estrutura clássica. Os autores concluem a partir dos experimentos que não há diferença significativa no seguimento de referência quando comparados ambos os controles, ou seja, ambos mostraram-se semelhantemente precisos.

É apresentada uma proposta de alocação robusta de polos com o controle por torque calculado em FADALI; ZOHDY; ADAMCZYK (1989). Objetiva-se contornar as incertezas paramétricas e de estrutura de modelo nos manipuladores. Através desse método, é possível obter uma dinâmica desejada a partir da escolha direta dos autovalores da matriz dinâmica do sistema linearizado do manipulador em malha fechada. Em simulações com um manipulador planar 2-DOF (*Degrees of Freedom*: graus de liberdade), os autores concluem que o projeto de ganhos acoplados para o sinal de controle do sistema linearizado pode oferecer menor sensibilidade a erros de linearização, contudo exigindo mais custo de torque (sinal de controle do sistema não linear do manipulador). Os autores também oferecem uma análise de estabilidade segundo Lyapunov (KHALIL, 2002) considerando os erros de linearização como perturbações no modelo linearizado.

KHOSLA; KANADE (1989) apresenta uma avaliação comparativa entre o controle por torque calculado e o controle por juntas independentes aplicados ao manipulador *CMU DD Arm II* (KANADE; SCHMITZ, 1985) com controle em tempo real. O projeto de ambos os controladores e seus ganhos também são apresentados. Os resultados indicam significativa redução no erro de seguimento de referência quando substituído

o controle por juntas independentes pelo controle por torque calculado. Também foi observado menor erro no seguimento de referência quando adicionada a referência de aceleração na lei de controle por juntas independentes. Os autores realizaram diversos experimentos, incluindo trajetórias mais complexas a fim de investigar os efeitos causados por não se considerar as forças centrífugas e de coriolis no modelo de projeto. Foi observado que, mesmo com velocidades de rotação mais baixas, era acrescido sensível erro de seguimento devido as forças centrífugas e de coriolis. Em resumo, o controle por torque calculado apresentou menores erros no seguimento de referência de trajetória.

Em LEE; CHENG (1996) é proposto um esquema de controle para manipuladores robóticos unindo as estratégias de controle por torque calculado e o método de compensação  $\mathcal{H}_\infty$  de incertezas de carga e nos atuadores. Os autores propõem o uso do modelo do manipulador em conjunto com o modelo dos atuadores obtendo um modelo unificado, no qual a nova entrada de controle é a tensão aplicada nos atuadores. A partir da linearização desse modelo por realimentação, o autor modela as incertezas como um termo adicional ao modelo linear do manipulador. A partir da estrutura básica do controle por torque calculado, é adicionado um termo de compensação das incertezas paramétricas e de estrutura de modelo projetado pela teoria de controle  $\mathcal{H}_\infty$  (DOYLE et al., 1989). Os autores comparam o desempenho do controlador por torque calculado com e sem o termo de compensação, primeiramente de forma analítica (simulado) e, posteriormente, aplicado a um manipulador planar 2-DOF. Em ambas as simulações foram utilizadas cargas não modeladas. Conforme resultados obtidos, o controlador por torque calculado com o termo de compensação foi robusto frente à variação de carga.

Em NGUYEN-TUONG; SEEGER; PETERS (2008) é apresentada uma comparação entre dois métodos de regressão não paramétricos, a regressão por projeção ponderada local (*locally weighted projection regression* - LWPR) (VIJAYAKUMAR; SCHAAL, 2000) e regressão por processo Gaussiano (*Gaussian process regression* - GPR) (RASMUSSEN; WILLIAMS, 2006). Os regressores propostos são utilizados em conjunto entre duas técnica de controle por torque calculado: controle não linear por antecipação (*feedforward nonlinear control*) e controle por dinâmica inversa (*inverse dynamics control*) (SPONG; VIDYASAGAR, 2008; CRAIG, 2005). Com os regressores é estimado o modelo do manipulador utilizado para obtenção da dinâmica desejada, no caso do controle por antecipação, e na linearização por realimentação. A comparação é realizada com os dados simulados e reais do manipulador SARCOS, modelo 7-DOF (SCHAAL, 2009). Conforme resultados, os autores concluem que com o método GPR, foi possível obter menor erro no seguimento de trajetória em comparação com o método LWPR. Contudo, o custo computacional exigido para uso do método GPR é significativamente maior em comparação com o método LWPR, podendo ser inviável no controle e estimação em tempo real (*on-line learning*).

Na literatura também pode-se encontrar o controle por torque calculado aplicado a robôs do tipo enguia (*Eel-like*) (BOYER; POREZ; KHALIL, 2006; BOYER et al., 2008), ao modelo de uma aeronave com 4-DOF como em JANG; GONG; LYOU (2015), a robôs bípedes (PARK; KIM, 1998; MACIEL; HENRIQUES; LAGES, 2015, 2014; MACIEL, 2014) e a manipuladores móveis (BARROS; LAGES, 2014).

## 2.2 Controle repetitivo aplicado a manipuladores

A maioria dos trabalhos relacionados com o controle repetitivo são sobre implementação e desenvolvimento de controladores para sistemas elétrico/eletrônicos, tais como

fontes ininterruptos de energia (*No-break* ou Uninterruptible Power Supply) (BONAN et al., 2011; FLORES et al., 2011, 2012), estabilizadores de tensão etc., ou para controle de servomecanismo (HARA et al., 1988) em uso nos discos rígidos (CHEW; TOMIZUKA, 1989, 1990; CHEN et al., 2006) e em dispositivos leitores de discos ópticos (DOH; RYOO; CHUNG, 2006), por exemplo.

Em TOMIZUKA; ANWAR; FANG (1988) é proposta uma abordagem de uso segmentado do controle repetitivo (*segmented repetitive control approach*). Basicamente, é proposta a implementação de uma versão digital do controle repetitivo em paralelo com um controlador por torque calculado, sendo ativado em determinados trechos cruciais da trajetória, como pontos nos quais se requer precisão, por exemplo. Objetiva-se com esse trabalho utilizar uma abordagem de controle repetitivo segmentado em tarefas com trajetória periódica para, também, compensar perturbações causadas por erro paramétrico e reduzir o uso de memória computacional pelo controle. A partir dos resultados obtidos da aplicação do controlador proposto ao manipulador SCARA (2-DOF) (MAKINO; FURUYA, 1982), os autores concluem que o acionamento segmentado da estrutura repetitiva atendeu às expectativas, diminuindo o erro no seguimento de trajetória em pontos cruciais.

Semelhantemente, TSAI; ANWAR; TOMIZUKA (1988) apresentam uma análise e implementação experimental de um esquema de controle repetitivo em tempo discreto para um manipulador robótico. O controlador proposto pelos autores utiliza o controle repetitivo em paralelo com o controle por torque calculado, podendo compensar possíveis erros paramétricos na linearização do modelo dinâmico do manipulador. Os resultados foram obtidos experimentalmente utilizando o manipulador NSK-UCB tipo SCARA (*Selective Compliance Articulated Robot Arm*) (MAKINO; FURUYA, 1982). Conforme resultados, foi possível reduzir significativamente o erro no seguimento de trajetória em relação ao controle por torque calculado sem a estrutura repetitiva.

Em KANEKO; HOROWITZ (1997) é apresentada uma proposta de controle repetitivo e adaptativo com estimador de velocidade. O esquema adaptativo apresentado nesse trabalho é uma variação do DCAL (*Desired Compensation Adaptive Law*), não utilizando o sinal de velocidade medido mas sim um sinal estimado da velocidade (SADEGH; HOROWITZ, 1990). Em simulações com o manipulador SCARA (MAKINO; FURUYA, 1982), comparando o controlador com realimentação de velocidade estimada e medida, foi possível concluir que não há significativa diferença no desempenho do controlador no seguimento de trajetória periódica. Em outras palavras, o controlador não apresentou perda de desempenho em usar valores estimados das velocidades das juntas ao invés de utilizar valores medidos a cada iteração.

KASAC et al. (2008) apresenta um controle com múltiplos modos ressonantes aplicado no espaço das juntas a um manipulador planar de dois graus de liberdade. A lei de controle é composta por um controle PID, um termo não linear derivativo e pelos modos ressonantes. É garantida a estabilidade assintótica através da adição do termo não linear derivativo no cálculo do torque (KASAC et al., 2006). Os autores utilizam um somatório de modos ressonantes classificando-o como um controle repetitivo de dimensão finita. É aplicado o controlador proposto em uma simulação do manipulador PUMA 560 com atritos viscoso e seco não modelados na linearização. Conforme resultados, os controladores por torque calculado e PID (sem linearização) apresentaram erro de seguimento de referência com diferença pouco significativa, ainda menor no caso do torque calculado. O controlador com a estrutura ressonante ofereceu erro significativamente menor do que foi obtido com o controlador por torque calculado.

## 2.3 Controle com aprendizado

Importante observar que na literatura sobre controle de robôs é comum encontrar o termo controle repetitivo associado ao termo controle com aprendizado. A finalidade geral é semelhante, ou seja, obtém-se seguimento e rejeição de sinais periódicos. Neste caso, o controle por aprendizado faz uso de funções com atraso envolvendo direta ou indiretamente o erro de seguimento de referência de trajetória (AHN; CHEN; MOORE, 2007; WANG; GAO; DOYLE III, 2009). Contudo, a síntese, a estrutura de operação e os princípios fundamentais não são necessariamente os mesmos do controle repetitivo. Por exemplo, o controle repetitivo como apresentado por HARA et al. (1988), é baseado no princípio do modelo interno (FRANCIS; WONHAM, 1976). Entretanto, por exemplo, o controle com aprendizado como apresentado em SADEGH; GUGLIELMO (1992) e DIXON et al. (2002) é desenvolvido a partir da dinâmica do erro de seguimento de referência com a obtenção de um termo que tende a compensar perturbações geradas por erro de estrutura de modelo ou erro paramétrico.

SADEGH; GUGLIELMO (1992) apresenta uma comparação entre dois métodos de controle aplicados a manipuladores: *Desired Compensation Adaptive Law* (DCAL) e *Desired Compensation Learning Law* (DCLL). Em ambos os métodos, o torque de controle é composto por um PD, um termo não linear derivativo para se ter estabilidade assintótica e um termo para compensar as não linearidades do sistema. Contudo, o termo de compensação não é a mesma função do caso do controle não linear por antecipação e é a forma de obtenção dessa função que difere os dois métodos (DCAL e DCLL). No caso do DCAL, os parâmetros dessa função são estimados e corrigidos a cada iteração. No método DCLL, a função compensadora das não linearidades é aproximada como uma série de *Fourier* ou como um polinômio, tendo seus coeficientes estimados e corrigidos a cada iteração. De acordo com os autores, a estrutura de controle proposta no método DCLL é uma alternativa a estrutura repetitiva conforme HARA et al. (1988), pois possui menor sensibilidade a ruídos de alta frequência e menor largura de banda do sinal de controle em malha fechada. Conforme resultados, com o método DCLL foi possível obter menor erro no seguimento de trajetória periódica em comparação com o DCAL. Importante reparar nesse trabalho que também é apresentado resultados utilizando o controlador PD básico. Enquanto o valor *RMS* do erro utilizando PD básico é aproximadamente  $0,002\text{rad} = 0,114^\circ$ , os controladores com os métodos DCAL e DCLL obtiveram valores inferiores a  $0,0005\text{rad} = 0,0286^\circ$ . O manipulador utilizado pelos autores foi um IBM 7545 (4-DOF).

Em JEON; TOMIZUKA (1993) é apresentado um controle híbrido por força e posição aplicado a um manipulador robótico do tipo SCARA de dois graus de liberdade. O controle é composto por um *feedforward* por dinâmica desejada, como alternativa a realimentação linearizante, com a adição de um termo não linear, para garantir estabilidade assintótica (SADEGH et al., 1990), e um controlador PD. O rastreamento de posição e força (periódicos) e a rejeição do erro paramétrico é garantida por um algoritmo de aprendizado, no qual são utilizadas funções com atraso. Tal solução é sugerida como alternativa ao uso do controle repetitivo para se reduzir os ganhos do controlador e obter estabilidade em movimentos com maior amplitude.

DIXON et al. (2002) propõem um controle repetitivo por aprendizado (*repetitive learning control*) como alternativa ao controle repetitivo como proposto em HARA et al. (1988); TOMIZUKA; ANWAR; FANG (1988). Os autores utilizam uma forma modificada da estrutura repetitiva proposta em SADEGH et al. (1990). Através de uma análise de estabilidade segundo Lyapunov (KHALIL, 2002), os autores mostram que o sistema



com o controlador proposto é assintoticamente estável. Os autores implementam o controlador proposto em manipulador planar 2-DOF. De acordo com os resultados, o controlador proposto ofereceu rejeição as perturbações periódicas e obteve atenuação do erro de seguimento de trajetória para cada ciclo da trajetória de referência.

ISLAM; TAYEBI (2004) apresenta dois esquemas de controle adaptativo de aprendizagem iterativa (*adaptive iterative learning control* - AILC) aplicados a manipuladores genéricos com  $n$  graus de liberdade. Os dois esquemas propostos preveem incertezas paramétricas. O primeiro é baseado em uma lei de adaptação paramétrica. No segundo esquema, é utilizado o erro de velocidade com duas leis de adaptação paramétrica diferentes e sem a necessidade de utilizar a referência de aceleração. Objetiva-se com o uso desses dois esquemas gerar uma estimativa das incertezas paramétricas e da perturbação, realimentando o sistema de forma a corrigir as incertezas e rejeitar a perturbação a cada iteração. Os esquemas de controle adaptativo apresentados pelos autores são baseados na teoria de Lyapunov. A partir dos resultados obtidos através da aplicação dos dois esquemas no controle de um manipulador planar 2-DOF simulado, foi possível verificar a convergência para a referência com rejeição dos erros paramétricos e demais perturbações. No caso do segundo esquema, o custo computacional foi menor.

Em VERRELLI et al. (2015) é apresentado um controle por aprendizado repetitivo linear para manipuladores robóticos usando uma aproximação de Padé para os termos de atraso. No cálculo do torque é considerado um PD somado com uma função para compensação das não linearidades no modelo do manipulador. Tal função é calculada utilizando uma aproximação de padé de um elemento de atraso combinado com um termo estimado e corrigido iterativamente. Os resultados foram obtidos através da aplicação do controlador proposto em um manipulador planar 2-DOF construído pelos autores, utilizando motores *Lynxmotion* modelo QME-01. Nesse trabalho também são apresentadas a prova de estabilidade segundo Lyapunov e uma análise frequencial com diferentes ordens de aproximação de Padé. A partir dos resultados dos experimentos, os autores concluem que o controlador proposto consegue menor erro no seguimento de referência periódica em relação ao controlador PID.

Em comparação com os controles repetitivo e por torque calculado clássicos, os controles por aprendizagem exigem maior custo computacional (SICILIANO; KHATIB, 2008). Deve-se ao fato de, geralmente, a estrutura do controle por aprendizado ter parâmetros variáveis no tempo, e, eventualmente, agregarem sub rotinas como estimadores, por exemplo (e conforme os trabalhos apresentados anteriormente).

## 3 MODELAGEM DO MANIPULADOR ROBÓTICO

### 3.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentadas uma breve descrição do manipulador utilizado no presente trabalho e uma formulação do modelo dinâmico geral para manipuladores robóticos. O modelo genérico para manipuladores apresentado nesse capítulo parte do formalismo de Euler-Lagrange apresentado em FU; GONZÁLEZ; LEE (1987) e é importante para ilustrar que o modelo de manipuladores robóticos é fortemente acoplado e não linear.

### 3.2 Manipulador robótico WAM

O presente trabalho está focado no manipulador *Whole Arm Manipulator* (WAM) da *Barrett Technology®Inc.* mostrado na figura 1, modelo 7-DOF (com sete graus de liberdade: DOF - *degree of freedom*), para o desenvolvimento e implementação dos controladores propostos. O manipulador WAM é leve, de médio porte e apresenta baixo consumo de energia. O acionamento dos motores e sensores é feito através dos módulos *Pucks* que monitoram as velocidades, os torques e as tensões elétricas nas juntas (BARRETT TECHNOLOGY INC, 2015a).



Figura 1: Manipulador Barrett WAM. (BARRETT TECHNOLOGY INC, 2015b)

Na figura 2 estão destacadas as juntas e os sistemas de coordenadas Denavit-Hartenberg

(DH). As setas indicam a orientação dos eixos  $\hat{X}$ ,  $\hat{Y}$  e  $\hat{Z}$ , e o sentido positivo de rotação da respectiva junta.

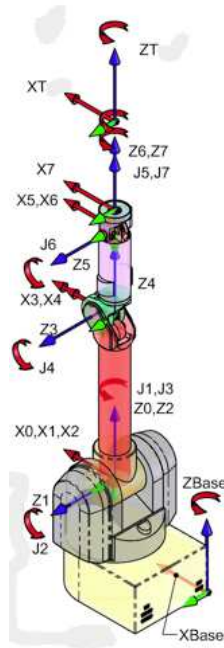


Figura 2: Referenciais DH do WAM 7-DOF. (BARRETT TECHNOLOGY INC, 2015c)

### 3.3 Modelo dinâmico

O Modelo dinâmico no espaço das juntas de um manipulador robótico com  $N$  graus de liberdade pode ser obtido através do formalismo de Euler-Lagrange (FU; GONZÁLEZ; LEE, 1987) e é dado pela expressão

$$\tau = M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) \quad (1)$$

sendo

$\tau \in \mathbb{R}^N$ : vetor dos torques resultantes nas juntas (esforço generalizado não conservativo em cada junta), considerando caixas de redução;

$\mathbf{q} \in \mathbb{R}^N$ : vetor de variáveis de junta;

$M(\cdot) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ : matriz de inércia;

$V(\cdot) \in \mathbb{R}^N$ : vetor de forças centrífugas e coriolis;

$G(\cdot) \in \mathbb{R}^N$ : vetor de forças gravitacionais.

A formulação para encontrar o modelo (1) é feita a partir da equação de Euler-Lagrange (FU; GONZÁLEZ; LEE, 1987):

$$\tau_n = \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_n} \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{\partial}{\partial q_n} \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (2)$$

com  $q_n$  a variável da  $n$ -ésima junta e  $\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  o lagrangiano do manipulador, o qual é obtido a partir das energias cinética e potencial,  $\mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  e  $\mathcal{P}(\mathbf{q})$ , respectivamente, como segue:

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathcal{P}(\mathbf{q}) \quad (3)$$

As energias cinética e potencial podem ser obtidas conforme segue. Primeiramente, a energia cinética é calculada da seguinte forma (FU; GONZÁLEZ; LEE, 1987):

$$\mathcal{K} = \sum_{i=1}^N \mathcal{K}_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{Tr}(\mathbf{U}_{ij} \mathbf{J}_i \mathbf{U}_{ik}^T) \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (4)$$

Onde  $\text{Tr}(\cdot)$  é o traço do argumento, com  $\mathbf{J}_i$  sendo o tensor de inércia do  $i$ -ésimo elo dado pela seguinte matriz

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} I_{xxi} & I_{xyi} & I_{xzi} & & \\ I_{xyi} & I_{yyi} & I_{yzi} & {}^i \mathbf{c}_i m_i & \\ I_{xzi} & I_{yzi} & I_{zzi} & & \\ & ({}^i \mathbf{c}_i)^T m_i & & m_i & \end{bmatrix} \quad (5)$$

a qual é composta pelos termos discriminados a seguir

$m_i$ : massa do  $i$ -ésimo elo;

$I_{jji}$ : momentos de inércia do  $i$ -ésimo elo;

$I_{jki}, j \neq k$ : produtos de inércia do  $i$ -ésimo elo;

${}^i \mathbf{c}_i$ : coordenadas do centro de massa do  $i$ -ésimo elo relativo a sua respectiva junta.

O termo  $\mathbf{U}_{ij}$  em (4) é definido como

$$\mathbf{U}_{ij} \triangleq \frac{\partial}{\partial q_j} {}^0 T_i = \begin{cases} {}^0 T_{j-1} \Lambda^{j-1} T_i & j \leq i \\ 0 & j > i \end{cases} \quad (6)$$

com  $\Lambda$  definida como uma matriz auxiliar

$$\Lambda \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

quando  $q_j$  for variável de junta rotacional ou definida como

$$\Lambda \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

quando  $q_j$  for variável de junta prismática.

Observa-se que no termo  $\mathbf{U}_{ij}$  é utilizada a transformada homogênea  ${}^0 T_i$ , a qual pode ser obtida como o produto das transformações homogêneas de cada elo:

$${}^0 T_i = {}^0 T_1 {}^1 T_2 \dots {}^{i-2} T_{i-1} {}^{i-1} T_i \quad (9)$$

A matriz de transformação homogênea do  $i$ -ésimo elo em relação ao elo  $i-1$  pode ser obtida a partir da aplicação da notação de Denavit-Hartenberg (DH):

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\cos(\alpha_i)\sin(\theta_i) & \sin(\alpha_i)\sin(\theta_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\alpha_i)\cos(\theta_i) & -\sin(\alpha_i)\cos(\theta_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Sendo  $a_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $d_i$  e  $\theta_i$  os parâmetros DH. Para juntas prismáticas, a variável de junta é  $q_i = d_i$  com os demais parâmetros DH ( $a_i$ ,  $\alpha_i$  e  $\theta_i$ ) constantes e para juntas rotacionais, a variável de junta é  $q_i = \theta_i$  com os demais parâmetros DH ( $a_i$ ,  $\alpha_i$  e  $d_i$ ) constantes.

A energia potencial gravitacional em (3) é a soma das energias potenciais gravitacionais de todos os elos em relação a base (referencial 0), ou seja:

$$\mathcal{P} = \sum_{i=1}^N \mathcal{P}_i = \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{g}^T {}^0T_i^i \mathbf{c}_i \quad (11)$$

com  $\mathcal{P}_i$  a energia potencial gravitacional do  $i$ -ésimo elo e  $\mathbf{g}$  o vetor de aceleração gravitacional.

A equação de Euler-Lagrange (expressão (2)) depende das derivadas parciais e temporal do Lagrangiano (na expressão (3)), portanto, substituindo (3) em (2), obtém-se:

$$\tau_n = \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_n} \mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \frac{\partial}{\partial q_n} \mathcal{K}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \frac{\partial}{\partial q_n} \mathcal{P}(\mathbf{q}) \quad (12)$$

Partindo das expressões das energias cinética (4) e potencial (11), pode-se obter os termos em (12). Primeiramente, calcula-se a derivada parcial em  $q_n$  da energia potencial como segue:

$$\frac{\partial}{\partial q_n} \mathcal{P} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial q_n} \mathcal{P}_i = \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{g}^T \frac{\partial}{\partial q_n} {}^0T_i^i \mathbf{c}_i = \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{g}^T \mathbf{U}_{in}^i \mathbf{c}_i \quad (13)$$

Quanto a derivada parcial em  $q_n$  da energia cinética, em (12), pode ser calculada da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial q_n} \mathcal{K} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial q_n} \mathcal{K}_i = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{Tr}(\mathbf{U}_{ijk} \mathbf{J}_i \mathbf{U}_{in}^T) \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (14)$$

com  $\mathbf{U}_{ijk}$  definido como:

$$\mathbf{U}_{ijk} \triangleq \frac{\partial^2}{\partial q_j \partial q_k} {}^0T_i^i = \begin{cases} {}^0T_{j-1} \Lambda^{j-1} T_{k-1} \Lambda^{k-1} T_i & j \leq k \leq i \\ {}^0T_{k-1} \Lambda^{k-1} T_{j-1} \Lambda^{j-1} T_i & k \leq j \leq i \\ 0 & i < j \text{ ou } i < k \end{cases} \quad (15)$$

Por fim, a derivada temporal da derivada parcial em  $\dot{q}_n$ , a qual é o primeiro termo em (12), é dada por:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_n} \mathcal{K} = \sum_{i=1}^N \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_n} \mathcal{K}_i = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i \text{Tr}(\mathbf{U}_{ij} \mathbf{J}_i \mathbf{U}_{in}^T) \ddot{q}_j \quad (16)$$

Para chegar na expressão (1) utilizando os resultados apresentados anteriormente, faz-se necessário partir da expressão do torque no  $n$ -ésimo elo substituindo os termos em (12) com as expressões (13), (14) e (16):

$$\tau_n = \sum_{i=1}^N \left( \sum_{j=1}^i \text{Tr} (\mathbf{U}_{ij} \mathbf{J}_i \mathbf{U}_{in}^T) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{Tr} (\mathbf{U}_{ijk} \mathbf{J}_i \mathbf{U}_{in}^T) \dot{q}_j \dot{q}_k + m_i \mathbf{g}^T \mathbf{U}_{in}^i \mathbf{c}_i \right) \quad (17)$$

ou, de forma alternativa,

$$\tau_n = M_n(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + V_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G_n(\mathbf{q}) \quad (18)$$

A partir das formulações para o  $n$ -ésimo elo, pode-se representar os termos em (18), primeiramente observando que:

$$M_n(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} M_{n1}(\mathbf{q}) & M_{n2}(\mathbf{q}) & \cdots & M_{n(N-1)}(\mathbf{q}) & M_{nN}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \vdots \\ \ddot{q}_{N-1} \\ \ddot{q}_N \end{bmatrix} \quad (19)$$

e, então, obtendo cada elemento da matriz inercial:

$$M_{nj}(\mathbf{q}) = \sum_{k=\max(n,j)}^N \text{Tr} (\mathbf{U}_{kj}(\mathbf{q}) \mathbf{J}_k \mathbf{U}_{kn}^T(\mathbf{q})) \quad (20)$$

com  $n = 1, 2, \dots, N$  e  $j = 1, 2, \dots, N$ .

Quanto aos elementos do vetor de forças centrífuga e coriolis:

$$V_n(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{Tr} (\mathbf{U}_{kij}(\mathbf{q}) \mathbf{J}_k \mathbf{U}_{kn}^T(\mathbf{q})) \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (21)$$

com  $n = 1, 2, \dots, N$ . Concluindo com os elementos do vetor de forças gravitacionais:

$$G_n(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{g}^T \mathbf{U}_{in}(\mathbf{q})^i \mathbf{c}_i \quad (22)$$

com  $n = 1, 2, \dots, N$ .

As expressões (20), (21) e (22), as quais compõem a dinâmica do manipulador (1), conferem acoplamento e relações não lineares entre as variáveis de junta (FU; GONZÁLEZ; LEE, 1987). O acoplamento pode ser observado no torque resultante em cada uma das juntas, o qual depende das demais juntas. As não linearidades ocorrem, por exemplo, pelo produto das transformadas homogêneas (10), a qual resulta em relações não lineares entre as variáveis de junta (conforme expressões (6) e (15)).

Para fins de exemplificação, considera-se a seguir, o modelo dinâmico de um manipulador robótico planar em  $\hat{z} \times \hat{x}$ , com as juntas orientadas em  $\hat{y}$ . Sendo  $i$  o  $i$ -ésimo elo com  $l_i$  o comprimento,  $m_i$  a massa, o centro de massa  $c_{mi} = l_i$  e  $q_i$  a posição angular do respectivo elo, com o modelo do manipulador no seguinte formato

$$\tau = M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) \quad (23)$$

com:

$$M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} l_2^2 m_2 + 2l_1 l_2 m_2 \cos(q_2) + l_1^2 (m_1 + m_2) & l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 \cos(q_2) \\ l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 \cos(q_2) & l_2^2 m_2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -l_1 l_2 m_2 \sin(q_2) (\dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2) \\ -l_1 l_2 m_2 \sin(q_2) \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$G(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} l_2 m_2 g \cos(q_1 + q_2) + (m_1 + m_2) l_1 g \cos(q_1) \\ l_2 m_2 g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (26)$$

No exemplo apresentado, pode-se observar as relações não lineares e o acoplamento entre as duas variáveis de junta.

### 3.4 Conclusão

Este capítulo apresentou uma breve descrição do manipulador no qual é focado o presente trabalho e a formulação de um modelo genérico para manipuladores robóticos com  $N$  graus de liberdade. O conhecimento do modelo do manipulador é importante na síntese das estratégias de controle trabalhadas nessa dissertação. Duas características importantes a serem observadas no modelo do manipulador são o forte acoplamento e as relações não lineares entre as variáveis.

## 4 CONTROLE POR TORQUE CALCULADO E REPETITIVO

### 4.1 Introdução

Neste capítulo são apresentadas as estratégias de controle por torque calculado e controle repetitivo bem como os métodos de síntese dos respectivos controladores. Primeiramente, na seção 4.2 é apresentada uma linearização por realimentação (*feedback linearization*) (SLOTINE; LI, 1991) do modelo do manipulador. Na seção 4.4 é apresentada a estratégia de controle por torque calculado. A estratégia de controle repetitivo é descrita na seção 4.5. Objetiva-se com o uso dos controladores aplicados no manipulador robótico o seguimento e eventual rejeição de sinais periódicos.

A estratégia de controle por torque calculado parte primeiramente de uma linearização por realimentação do modelo do manipulador (conforme equação (2)) por realimentação de estados, seguido de uma mudança de variáveis para o erro de seguimento (FU; GONZÁLEZ; LEE, 1987). O controle por torque calculado é uma estratégia clássica no controle de manipuladores robóticos, sendo largamente empregada, portanto é de interesse que tal estratégia sirva para efeito de comparação com o controle repetitivo proposto no presente trabalho. Observa-se que a estratégia de controle por torque calculado prevê o seguimento tanto de sinais periódicos quanto de não periódicos.

A estratégia de controle repetitivo é baseada no princípio do modelo interno, ou seja, projeta-se o controlador de tal maneira que o sistema como um todo inclua os modos instáveis ou criticamente estáveis do sinal de referência, garantindo que o sinal de referência seja seguido e os sinais de perturbação sejam rejeitados (FRANCIS; WONHAM, 1976). No caso de rastreamento e rejeição de sinais periódicos, o controlador deve, então, conter polos na frequência fundamental e nas harmônicas do sinal de interesse (HARA et al., 1988). Nos sinais periódicos genéricos tem-se infinitas harmônicas, nesse caso o controlador deve possuir todos os modos ressonantes. Esta estrutura pode ser obtida através de um controlador repetitivo (DOH; CHUNG, 2003). O princípio do modelo interno é aplicado, basicamente, em sistemas lineares, portanto, a aplicação dessa metodologia se dará conjuntamente com uma linearização por realimentação como no controle por torque calculado.

### 4.2 Linearização por realimentação

A linearização por realimentação é uma técnica de controle para se obter um sistema linear a partir de um sistema não linear. Evidentemente, não é esperado que o cancelamento das não linearidades seja pleno, contudo seja satisfatório dentro de uma região de



operação dos estados do sistema linearizado (KHALIL, 2002).

Faz-se necessário o uso de tal recurso para síntese das estratégias de controle abordadas nessa dissertação. Assim a formulação a seguir é utilizada por ambas. Lembrando que o modelo do manipulador é não linear e fortemente acoplado, é desejável que se faça uso de uma linearização por realimentação tal que resulte em um sistema linear com desacoplamento entre as juntas do manipulador.

Tomando o modelo (1), pode-se utilizar uma realimentação de estados linearizante (SLOTINE; LI, 1991) dada pela seguinte expressão

$$\tau = \hat{M}(\mathbf{q})\nu + \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{G}(\mathbf{q}) \quad (27)$$

na qual tem-se os seguintes termos

$\hat{M}(\cdot) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ : matriz nominal de inércia;

$\hat{V}(\cdot) \in \mathbb{R}^N$ : vetor nominal de forças centrífugas e coriolis;

$\hat{G}(\cdot) \in \mathbb{R}^N$ : vetor nominal de forças gravitacionais;

$\nu \in \mathbb{R}^N$ : é a nova entrada de controle que será utilizada para estabilizar o sistema linearizado.

Substituindo (27) em (1), obtém-se:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) = \hat{M}(\mathbf{q})\nu + \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{G}(\mathbf{q}) \quad (28)$$

Portanto, a dinâmica do manipulador com entrada  $\nu$  pode ser escrita da seguinte forma:

$$\ddot{\mathbf{q}} = M^{-1}(\mathbf{q}) \left[ \hat{M}(\mathbf{q})\nu + (\hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{G}(\mathbf{q}) - G(\mathbf{q})) \right] \quad (29)$$

Supondo que não haja descasamento de modelo e que não haja erros paramétricos, tem-se  $M(\mathbf{q}) = \hat{M}(\mathbf{q})$ ,  $V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ ,  $G(\mathbf{q}) = \hat{G}(\mathbf{q})$  e, então, obtém-se o seguinte modelo linear do manipulador entre as variáveis de junta ( $\mathbf{q}$ ) e a entrada de controle  $\nu$ :

$$\ddot{\mathbf{q}} = \nu \quad (30)$$

Portanto, a função de transferência ( $G_i(s)$ ) entre  $\nu_i$  (que corresponde à aceleração da  $i$ -ésima variável de junta) e a posição da junta ( $q_i$ ) é dada por um duplo integrador, ou seja

$$\frac{q_i(t)}{\nu_i(t)} \xleftrightarrow{\mathcal{L}} G_i(s) = \frac{1}{s^2} \quad (31)$$

Valendo-se do desacoplamento do modelo dinâmico linear do manipulador (30), pois cada entrada de  $\nu$  pode ser projetada para controlar um sistema linear escalar, é conveniente representar a dinâmica de cada variável de junta separadamente no espaço de estados. Considerando separadamente cada uma das acelerações de (30) tem-se para a  $i$ -ésima variável de junta,  $i = 1, 2, \dots, N$ , o seguinte modelo linear:

$$x_{1i}(t) \triangleq q_i(t) \quad (32)$$

$$x_{2i}(t) \triangleq \dot{q}_i(t) \quad (33)$$

$$u_i(t) \triangleq \nu_i(t) \quad (34)$$

Considerando o vetor de estados

$$\mathbf{x}_i(t) = \begin{bmatrix} x_{1i}(t) \\ x_{2i}(t) \end{bmatrix} \quad (35)$$

a dinâmica  $\ddot{q}_i = \nu_i$  representada no espaço de estados é dada por

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = A\mathbf{x}_i(t) + Bu_i(t) \\ y_i(t) = C\mathbf{x}_i(t) \end{cases} \quad (36)$$

com

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ e } C = [1 \quad 0]$$

### 4.3 Efeito dos erros de linearização

Na seção 4.2 é proposta uma realimentação de estados linearizante cujo sistema resultante é um duplo integrador. Contudo, o cancelamento total das não linearidades não é possível quando trata-se de sistemas físicos (KHALIL, 2002). Para tanto, prevê-se a necessidade de uma análise desse erro de linearização por realimentação para que se possa compreender seus efeitos nos desempenhos dos controladores por torque calculado e repetitivo. Nesta seção apresenta-se uma possível formulação para o erro de linearização por realimentação do modelo dinâmico de um manipulador genérico com  $N$  graus de liberdade (FADALI; ZOHDI; ADAMCZYK, 1989; LEE; CHENG, 1996; LIN; BRANDT, 1998) e dois exemplos de aplicação dessa modelagem para manipuladores planares de 1 e 2-DOF.

#### 4.3.1 Modelagem dos erros paramétricos na linearização por realimentação

Partindo do modelo do manipulador, dado pela expressão

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) = \tau \quad (37)$$

e aplicando uma linearização por realimentação com o modelo nominal não idêntico ao modelo físico, representado por

$$\tau = \hat{M}(\mathbf{q})\nu + \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{G}(\mathbf{q}) \quad (38)$$

a dinâmica do manipulador com entrada  $\nu$  pode ser escrita da seguinte forma

$$\ddot{\mathbf{q}} = M^{-1}(\mathbf{q}) \left[ \hat{M}(\mathbf{q})\nu + (\hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{G}(\mathbf{q}) - G(\mathbf{q})) \right] \quad (39)$$

Pode-se, agora, aplicar os seguintes passos algébricos para obter a entrada  $\nu$  de forma isolada, primeiramente definindo (FADALI; ZOHDI; ADAMCZYK, 1989; LIN; BRANDT, 1998):

$$\Delta_{VG}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \triangleq M^{-1}(\mathbf{q})[V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) - \hat{G}(\mathbf{q})] \quad (40)$$

$$\Delta_M(\mathbf{q}) \triangleq M^{-1}(\mathbf{q})\hat{M}(\mathbf{q}) \quad (41)$$

e, então, rescrever a dinâmica do manipulador com entrada  $\nu$  em termos do erro entre o modelo nominal e o físico, conforme a seguinte expressão

$$\ddot{\mathbf{q}} = \Delta_M(\mathbf{q})\nu + \Delta_{VG}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (42)$$

Definindo (LIN; BRANDT, 1998)

$$\delta(\mathbf{q}) \triangleq \Delta_M(\mathbf{q}) - I \quad (43)$$

pode-se fazer

$$\Delta_M(\mathbf{q}) = I + \delta(\mathbf{q}) \quad (44)$$

e valendo-se de (44), a expressão (42) pode ser rescrita como segue

$$\ddot{\mathbf{q}} = \nu + \delta(\mathbf{q})\nu + \Delta_{VG}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (45)$$

Definindo

$$d(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \nu) \triangleq \delta(\mathbf{q})\nu + \Delta_{VG}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (46)$$

obtém-se uma forma concisa da dinâmica do manipulador com entrada  $\nu$ , conforme a expressão a seguir

$$\ddot{\mathbf{q}} = \nu + d(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \nu) \quad (47)$$

Contudo, a dinâmica (47) não é um modelo desacoplado entre os canais de  $q$  e  $\nu$ . Verificando os canais individualmente tem-se que:

$$\ddot{q}_i = \nu_i + [\delta_{i1}(\mathbf{q}) \delta_{i2}(\mathbf{q}) \cdots \delta_{iN}(\mathbf{q})]\nu + \Delta_{VG_i}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (48)$$

sendo  $[\delta_{i1}(\mathbf{q}) \delta_{i2}(\mathbf{q}) \cdots \delta_{iN}(\mathbf{q})]\nu = \sum_{j=1}^n \delta_{ij}(\mathbf{q})\nu_j = \delta_{ii}(\mathbf{q})\nu_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n \delta_{ij}(\mathbf{q})\nu_j$ .

A dinâmica de cada elo pode, então, ser representada no seguinte formato:

$$\ddot{q}_i = \nu_i + \underbrace{\delta_{ii}(\mathbf{q})\nu_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n \delta_{ij}(\mathbf{q})\nu_j}_{d_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \nu)} + \Delta_{VG_i}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (49)$$

ou, em forma concisa, como

$$\ddot{q}_i = \nu_i + d_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \nu) \quad (50)$$

Observa-se que o termo  $d_i(\cdot)$  na expressão (50) pode ser visto como um sinal de perturbação na entrada do modelo obtido com uma linearização perfeita. No caso em que se tem trajetória periódica, o erro de linearização também é periódico (KAO et al., 1989; KASAC et al., 2008), ou seja, em termo gerais,  $d_i(\cdot)$  possui características periódicas.

Tal suposição é importante pois a estratégia de controle repetitivo proposto no presente trabalho prevê rejeição de perturbações periódicas na forma como está em (50). Com efeito, tem-se com essa modelagem do erro paramétrico um fundamento teórico que prevê os resultados obtidos no presente trabalho.

#### 4.3.2 Modelagem do erro de estrutura de modelo na linearização por realimentação

O erro de estrutura de modelo ocorre, por exemplo, devido a presença de atrito nas juntas. Considerando o efeito de atrito, o modelo do manipulador pode ser expresso como:

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) + F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \tau \quad (51)$$

sendo  $F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^N$  o vetor de atrito.

Aplicando uma linearização por realimentação com o modelo nominal, isto é

$$\tau = \hat{M}(\mathbf{q})\nu + \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{G}(\mathbf{q}) \quad (52)$$

a dinâmica do manipulador com entrada  $\nu$  pode ser escrita da seguinte forma:

$$\ddot{\mathbf{q}} = M^{-1}(\mathbf{q}) \left[ \hat{M}(\mathbf{q})\nu + (\hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{G}(\mathbf{q}) - G(\mathbf{q})) - F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] \quad (53)$$

Supondo que não há erro paramétrico, o modelo do manipulador com a linearização sem o cancelamento do atrito pode ser representado como:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \nu - M^{-1}(\mathbf{q})F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (54)$$

Fazendo

$$\Delta_F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \triangleq -M^{-1}(\mathbf{q})F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (55)$$

a dinâmica de cada elo pode ser representada no seguinte formato:

$$\ddot{q}_i = \nu_i + \Delta_{F_i}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (56)$$

No caso em que há erro de estrutura de modelo (como a presença de atrito), a perturbação  $\Delta_F(\cdot)$  depende dessa estrutura não modelada. No caso em que  $\mathbf{q}$  seja periódico, pode-se assumir que  $\Delta_F(\cdot)$  tenha características periódicas.

A seguir são apresentados dois exemplos de aplicação da formulação apresentada nessa seção. Os exemplos são baseados em dois manipuladores de 1 e 2-DOF. Objetiva-se mostrar uma possível generalização partindo de sistemas mais simples.

**Observação 4.1:** *Um ponto importante a ser destacado é que quando*

$$\hat{M}(\mathbf{q}) = M(\mathbf{q}) \quad (57)$$

*tem-se que*

$$\Delta_M(\mathbf{q}) = M^{-1}(\mathbf{q})\hat{M}(\mathbf{q}) = I \quad (58)$$

*Assim, o termo de incerteza  $\delta(\mathbf{q})$  é uma matriz nula. Com efeito, pode-se inferir que o modelo do manipulador, representado por (56), com erro de estrutura de modelo, pode ser representado por*

$$\ddot{\mathbf{q}} = \nu + d(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (59)$$

*considerando  $d(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \Delta_F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  como um termo de perturbação dependente apenas da posição e da velocidade da junta (FADALI; ZOHDI; ADAMCZYK, 1989; LIN; BRANDT, 1998). No caso em que há erro paramétrico, o termo de perturbação  $d(\cdot)$  depende também do sinal de controle  $\nu$ .*

### 4.3.3 Exemplo: manipulador 1-DOF

Considere uma barra com atuador (manipulador planar com 1 grau de liberdade), junta orientada no eixo  $\hat{y}$ . Com comprimento da barra  $l$ , massa  $m$ , centro de massa  $c_m = l$ , torque de atrito  $f(q, \dot{q})$ , torque  $\tau$  e ângulo  $q$  em relação ao eixo  $\hat{x}$ . Movimentação limitada no plano  $\hat{z} \times \hat{x}$ , com  $q \in [0 \pi]$ .

Sendo o modelo desse manipulador dado por:

$$\tau = ml^2\ddot{q} + mgc_m \cos(q) + f(q, \dot{q}) \quad (60)$$

Considerando  $M = ml^2$ ,  $G(q) = mgc_m \cos(q)$  e  $F(q, \dot{q}) = f(q, \dot{q})$ , pode-se rescrevê-lo como:

$$\tau = M\ddot{q} + G(q) + F(q, \dot{q}) \quad (61)$$

Utilizando agora a seguinte realimentação linearizante com parâmetros nominais

$$\tau = \hat{M}\nu + \hat{G}(q) \quad (62)$$

com  $\hat{M} = \hat{m}l^2$  e  $\hat{G}(q) = \hat{m}\hat{g}\hat{c}_m \cos(q)$  obtém-se o seguinte sistema:

$$\ddot{q} = M^{-1}\hat{M}\nu + M^{-1}[\hat{G}(q) - G(q) + F(q, \dot{q})] \quad (63)$$

A partir das definições da seção 4.3.2, têm-se as seguintes relações:

$$\Delta_M = M^{-1}\hat{M} = \frac{\hat{m}l^2}{ml^2} = 1 + \delta \quad (64)$$

$$\Delta_G(q) = \frac{\hat{m}\hat{g}\hat{c}_m \cos(q) - mgc_m \cos(q)}{ml^2} \quad (65)$$

$$\Delta_F(q, \dot{q}) = \frac{f(q, \dot{q})}{ml^2} \quad (66)$$

Definindo

$$\epsilon \triangleq \frac{\hat{m}\hat{g}\hat{c}_m - mgc_m}{ml^2} \quad (67)$$

se obtém:

$$\Delta_G(q) = \epsilon \cos(q) \quad (68)$$

Portanto, o modelo do sistema pode ser representado por

$$\ddot{q} = (1 + \delta)\nu + \Delta_G(q) + \Delta_F(q, \dot{q}) \quad (69)$$

com  $\delta$  e  $\epsilon$  constantes reais.

Observa-se que o modelo (69) pode ser escrito na forma concisa dada por

$$\ddot{q} = \nu + d(q, \dot{q}, \nu) \quad (70)$$

com  $d(q, \dot{q}, \nu) = \delta\nu + \Delta_G(q) + \Delta_F(q, \dot{q})$ . O termo  $\delta\nu$  representa uma incerteza de entrada e a parcela  $\Delta_G(q) + \Delta_F(q, \dot{q})$  representada uma perturbação na entrada do modelo linearizado. No caso em que a variável  $q$  e suas derivadas sejam periódicas, pode-se assumir que o atrito  $f(\cdot)$  seja periódico ou que tenha características periódicas. Portanto, nesse caso, é considerado que a função  $d(\cdot)$  tenha características periódicas.

#### 4.3.4 Exemplo: manipulador 2-DOF

Considere um manipulador planar em  $\hat{z} \times \hat{x}$ , com as juntas orientadas em  $\hat{y}$ . Sendo  $l_i$  o comprimento,  $m_i$  a massa, o centro de massa  $c_{mi} = l_i$ , o torque atrito  $f_i(\cdot)$  e as posições angulares  $q_i$  do  $i$ -ésimo elo, respectivamente, o modelo do manipulador pode ser representado por

$$\tau = M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) + F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (71)$$

com:

$$M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} l_2^2 m_2 + 2l_1 l_2 m_2 \cos(q_2) + l_1^2 (m_1 + m_2) & l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 \cos(q_2) \\ l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 \cos(q_2) & l_2^2 m_2 \end{bmatrix} \quad (72)$$

$$V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -l_1 l_2 m_2 \sin(q_2) (\dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2) \\ -l_1 l_2 m_2 \sin(q_2) \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} \quad (73)$$

$$G(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} l_2 m_2 g \cos(q_1 + q_2) + (m_1 + m_2) l_1 g \cos(q_1) \\ l_2 m_2 g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (74)$$

$$F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} f_1(q_1, \dot{q}_1) \\ f_2(q_2, \dot{q}_2) \end{bmatrix} \quad (75)$$

A fim de simplificar a escrita das matrizes, pode-se definir:

$$a_1 \triangleq l_1 l_2 m_2 \quad (76)$$

$$a_2 \triangleq l_1^2 (m_1 + m_2) \quad (77)$$

$$a_3 \triangleq l_2^2 m_2 \quad (78)$$

$$a_4 \triangleq (m_1 + m_2) l_1 g \quad (79)$$

$$a_5 \triangleq l_2^2 m_2 g \quad (80)$$

$$a_6 \triangleq a_3 + a_2 \quad (81)$$

Então as matrizes do modelo dinâmico podem ser representadas por:

$$M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} a_6 + 2a_1 \cos(q_2) & a_3 + a_1 \cos(q_2) \\ a_3 + a_1 \cos(q_2) & a_3 \end{bmatrix} \quad (82)$$

$$V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -a_1 \sin(q_2) (\dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2) \\ -a_1 \sin(q_2) \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} \quad (83)$$

$$G(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} a_4 \cos(q_1 + q_2) + a_5 \cos(q_1) \\ a_4 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (84)$$

Considerando a seguinte realimentação de estados dada por

$$\tau = \hat{M}(\mathbf{q})\nu + \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{G}(\mathbf{q}) \quad (85)$$

com:

$$\hat{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \hat{a}_6 + 2\hat{a}_1 \cos(q_2) & \hat{a}_3 + \hat{a}_1 \cos(q_2) \\ \hat{a}_3 + \hat{a}_1 \cos(q_2) & \hat{a}_3 \end{bmatrix} \quad (86)$$

$$\hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -\hat{a}_1 \sin(q_2) (\dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2) \\ -\hat{a}_1 \sin(q_2) \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} \quad (87)$$

$$\hat{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \hat{a}_4 \cos(q_1 + q_2) + \hat{a}_5 \cos(q_1) \\ \hat{a}_4 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (88)$$

o modelo dinâmico do manipulador pode ser dado por

$$\ddot{\mathbf{q}} = M^{-1}(\mathbf{q})\hat{M}(\mathbf{q})\nu + M^{-1}(\mathbf{q}) \left[ \hat{G}(\mathbf{q}) - G(\mathbf{q}) + \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \right] \quad (89)$$

Pode-se, agora, obter o modelo do manipulador em termos da definição (41) ( $\Delta_M(\cdot)$ ). Primeiramente, considerando que

$$M^{-1}(\mathbf{q}) = \frac{1}{\det(M(\mathbf{q}))} \text{Cof}(M^T(\mathbf{q})) \quad (90)$$

com

$$\det(M(\mathbf{q})) = a_3(a_6 + 2a_1 \cos(q_2)) - (a_3 + a_1 \cos(q_2))(a_3 + a_1 \cos(q_2)) \quad (91)$$

e

$$\text{Cof}(M^T(\mathbf{q})) = \begin{bmatrix} a_3 & -(a_3 + a_1 \cos(q_2)) \\ -(a_3 + a_1 \cos(q_2)) & a_6 + 2a_1 \cos(q_2) \end{bmatrix} \quad (92)$$

Agora, definindo

$$\bar{M}(\mathbf{q}) \triangleq \text{Cof}(M^T(\mathbf{q}))\hat{M}(\mathbf{q}) \quad (93)$$

com os seguintes valores para cada componente da matriz (93) dividido pelo determinante (91), dado por

$$\bar{M}_{11}(\mathbf{q}) = a_3(\hat{a}_6 + 2\hat{a}_1 \cos(q_2)) - (\hat{a}_3 + \hat{a}_1 \cos(q_2))(a_3 + a_1 \cos(q_2)) \quad (94)$$

e

$$\frac{\bar{M}_{11}(\mathbf{q})}{\det(M(\mathbf{q}))} = \frac{a_3(\hat{a}_6 + 2\hat{a}_1 \cos(q_2)) - (\hat{a}_3 + \hat{a}_1 \cos(q_2))(a_3 + a_1 \cos(q_2))}{a_3(a_6 + 2a_1 \cos(q_2)) - (a_3 + a_1 \cos(q_2))(a_3 + a_1 \cos(q_2))} \quad (95)$$

obtem-se:

$$\Delta_{M11}(\mathbf{q}) = \frac{\bar{M}_{11}(\mathbf{q})}{\det(M(\mathbf{q}))} = 1 + \delta_{11}(\mathbf{q}) \quad (96)$$

De forma semelhante, com

$$\bar{M}_{22}(\mathbf{q}) = \hat{a}_3(a_6 + 2a_1 \cos(q_2)) - (\hat{a}_3 + \hat{a}_1 \cos(q_2))(a_3 + a_1 \cos(q_2)) \quad (97)$$

e

$$\frac{\bar{M}_{22}(\mathbf{q})}{\det(M(\mathbf{q}))} = \frac{\hat{a}_3(a_6 + 2a_1 \cos(q_2)) - (\hat{a}_3 + \hat{a}_1 \cos(q_2))(a_3 + a_1 \cos(q_2))}{a_3(a_6 + 2a_1 \cos(q_2)) - (a_3 + a_1 \cos(q_2))(a_3 + a_1 \cos(q_2))} \quad (98)$$

obtem-se:

$$\Delta_{M22}(\mathbf{q}) = \frac{\bar{M}_{22}(\mathbf{q})}{\det(M(\mathbf{q}))} = 1 + \delta_{22}(\mathbf{q}) \quad (99)$$

Considerando os mesmos passos algébricos para os elementos fora da diagonal de  $\Delta_M(\cdot)$ , com

$$\bar{M}_{12}(\mathbf{q}) = a_3(\hat{a}_3 + \hat{a}_1 \cos(q_2)) - (a_3 + a_1 \cos(q_2))\hat{a}_3 \quad (100)$$

e

$$\begin{aligned} \bar{M}_{21}(\mathbf{q}) = & -(a_3 + a_1 \cos(q_2))(\hat{a}_6 + 2\hat{a}_1 \cos(q_2)) + \\ & + (\hat{a}_3 + \hat{a}_1 \cos(q_2))(a_6 + 2a_1 \cos(q_2)) \end{aligned} \quad (101)$$

pode-se, então, dividir pelo determinante (91) obtendo

$$\Delta_{M12}(\mathbf{q}) = \frac{\bar{M}_{12}(\mathbf{q})}{\det(M(\mathbf{q}))} = \delta_{12}(\mathbf{q}) \quad (102)$$

e

$$\Delta_{M21}(\mathbf{q}) = \frac{\bar{M}_{21}(\mathbf{q})}{\det(M(\mathbf{q}))} = \delta_{21}(\mathbf{q}) \quad (103)$$

Portanto, considerando o erro paramétrico e observando a relação proposta entre  $\Delta_M(\cdot)$  e  $\delta(\cdot)$ , o termo  $\Delta_M(\cdot)$  pode ser representado por

$$\Delta_M(\mathbf{q}) = M^{-1}(\mathbf{q})\hat{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 1 + \delta_{11}(\mathbf{q}) & \delta_{12}(\mathbf{q}) \\ \delta_{21}(\mathbf{q}) & 1 + \delta_{22}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} = I + \delta(\mathbf{q}) \quad (104)$$

A partir de

$$V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} (\hat{a}_1 - a_1) (\dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1\dot{q}_2) \sin(q_2) \\ (\hat{a}_1 - a_1) \dot{q}_1^2 \sin(q_2) \end{bmatrix} \quad (105)$$

e

$$G(\mathbf{q}) - \hat{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} (a_4 - \hat{a}_4) \cos(q_1 + q_2) + (a_5 - \hat{a}_5) \cos(q_1) \\ (a_4 - \hat{a}_4) \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (106)$$

valendo-se da definição (40) obtendo

$$\Delta_{VG}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{\text{Cof}(M^T(\mathbf{q}))}{\det(M(\mathbf{q}))} [V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) - \hat{G}(\mathbf{q})] \quad (107)$$

com os termos de forma explícita dados por

$$\text{Cof}(M^T(\mathbf{q})) = \begin{bmatrix} a_3 & -(a_3 + a_1 \cos(q_2)) \\ -(a_3 + a_1 \cos(q_2)) & a_6 + 2a_1 \cos(q_2) \end{bmatrix} \quad (108)$$

e

$$\det(M(\mathbf{q})) = a_3 (a_6 + 2a_1 \cos(q_2)) - (a_3 + a_1 \cos(q_2)) (a_3 + a_1 \cos(q_2)) \quad (109)$$

os demais termos relativos aos erros de linearização causados por erro paramétrico podem ser, então, representados por

$$V(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \hat{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + G(\mathbf{q}) - \hat{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} (\hat{a}_1 - a_1) (\dot{q}_2^2 + 2\dot{q}_1\dot{q}_2) \sin(q_2) + (a_4 - \hat{a}_4) \cos(q_1 + q_2) + (a_5 - \hat{a}_5) \cos(q_1) \\ (\hat{a}_1 - a_1) \dot{q}_1^2 \sin(q_2) + (a_4 - \hat{a}_4) \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \quad (110)$$

Por outro lado, no caso em que não há erro paramétrico, os termos  $\hat{a}_i - a_i$  são nulos, bem como a expressão (110).

O termo responsável pelo erro de estrutura de modelo definido em (55) pode ser obtido através da relação

$$\Delta_F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = -M^{-1}(\mathbf{q})F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = -\frac{\text{Cof}(M^T(\mathbf{q}))}{\det(M(\mathbf{q}))} F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (111)$$

Tal relação pode obtida por meio de

$$\text{Cof}(M^T(\mathbf{q}))F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} a_3 & -(a_3 + a_1 \cos(q_2)) \\ -(a_3 + a_1 \cos(q_2)) & a_6 + 2a_1 \cos(q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1(q_1, \dot{q}_1) \\ f_2(q_2, \dot{q}_2) \end{bmatrix} \quad (112)$$

e pelo determinante de  $M(\cdot)$  dado pela expressão (91).

Considerando a formulação apresentada anteriormente e definindo

$$\Delta_{VGF}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \triangleq \Delta_{VG}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \Delta_F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (113)$$



pode-se, então, representar o modelo dinâmico do manipulador por

$$\ddot{\mathbf{q}} = (1 + \delta(\mathbf{q})) \nu + \Delta_{VGF}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (114)$$

sendo as dinâmicas dos elos 1 e 2 dadas por

$$\ddot{q}_1 = \nu_1 + \delta_{11}(\mathbf{q})\nu_1 + \delta_{12}(\mathbf{q})\nu_2 + \Delta_{VGF1}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (115)$$

e

$$\ddot{q}_2 = \nu_2 + \delta_{22}(\mathbf{q})\nu_2 + \delta_{21}(\mathbf{q})\nu_1 + \Delta_{VGF2}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (116)$$

respectivamente.

A partir de (115) e (116), pode-se generalizar a dinâmica para o  $i$ -ésimo elo com

$$\ddot{q}_i = (1 + \delta_{ii}(\mathbf{q})) \nu_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n \delta_{ij}(\mathbf{q}) \nu_j + \Delta_{VGF_i}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (117)$$

ou de forma concisa por

$$\ddot{q}_i = \nu_i + d_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \nu) \quad (118)$$

com  $d_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \nu) = \sum_{j=1}^n \delta_{ij}(\mathbf{q}) \nu_j + \Delta_{VGF_i}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ .

Observa-se que o termo  $\delta(\cdot)\nu$  representa uma incerteza de entrada e o termo  $\Delta_{VGF}(\cdot)$  representada uma perturbação na entrada do modelo linearizado. No caso em que a variável  $\mathbf{q}$  e suas derivadas sejam periódicas, pode-se assumir que o atrito  $f_i(\cdot)$  e as incertezas  $\delta_{ij}(\cdot)$  sejam periódicos ou que tenham características periódicas. Portanto, nesse caso, é considerado que  $d_i(\cdot)$  seja uma função com características periódicas.

#### 4.4 Controle por torque calculado

Partindo do sistema linearizado (36) a síntese da lei de controle  $\nu$  pode ser feita de forma independente para cada junta. Na estratégia de controle por Torque Calculado, após a linearização por realimentação, é feita uma mudança de variáveis para o erro de seguimento de trajetória (FU; GONZÁLEZ; LEE, 1987). Sendo  $r_i$  a referência de trajetória para a  $i$ -ésima variável e os erros de posição e velocidade,  $e_i$  e  $\dot{e}_i$ , respectivamente:

$$e_i(t) = r_i(t) - x_{1i}(t) \quad (119)$$

$$\dot{e}_i(t) = \dot{r}_i(t) - x_{2i}(t) \quad (120)$$

como os novos estados, o sistema linearizado (36) pode ser reescrito como

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_i(t) \\ \ddot{e}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i(t) \\ \dot{e}_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (\ddot{r}_i(t) - u_i(t)) \quad (121)$$

E definindo

$$\tilde{u}_i(t) \triangleq \ddot{r}_i(t) - u_i(t) \quad (122)$$

pode-se reescrever o sistema (121) na forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_i(t) \\ \ddot{e}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i(t) \\ \dot{e}_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tilde{u}_i(t) \quad (123)$$

O sistema (123) é estabilizado com a realimentação de estados estática dada por

$$\tilde{u}_i(t) = -K_P e_i(t) - K_D \dot{e}_i(t) \quad (124)$$

com  $K_D$  e  $K_P$  ganhos positivos.

A partir de (121), (122) e (124) conclui-se então que a dinâmica do erro com a realimentação de estados pode ser escrita como

$$\ddot{e}_i(t) + K_D \dot{e}_i(t) + K_P e_i(t) = 0 \quad (125)$$

Portanto, de acordo com a teoria de sistemas lineares, com  $K_D$  e  $K_P$  ganhos positivos, a convergência do erro de seguimento de referência (periódica ou não) é garantida (OGATA, 2011), ou seja

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0 \quad (126)$$

A lei de controle para o sistema linearizado (36), substituindo (124) em (122), é dada por

$$u_i(t) = \ddot{r}_i(t) - \tilde{u}_i(t) = \ddot{r}_i(t) + K_D \dot{e}_i(t) + K_P e_i(t) \quad (127)$$

e representada, conceitualmente, em diagrama de blocos na figura 3.<sup>1</sup>

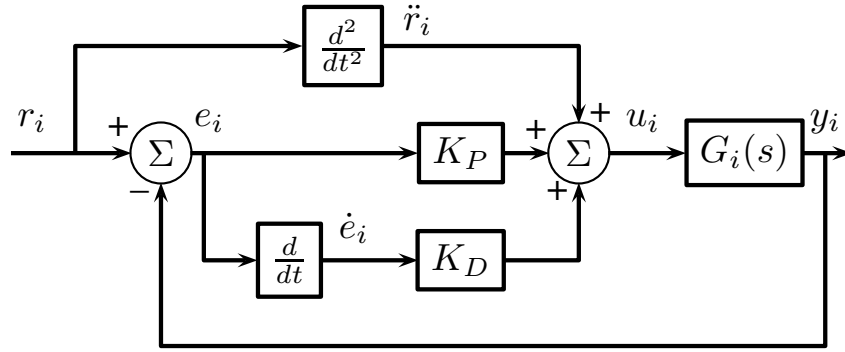


Figura 3: Diagrama do controlador torque calculado e o sistema linearizado.

Lembrando que a lei de controle (127) é definida a partir de  $u_i = \nu_i$ , ou seja, a dinâmica de cada variável de junta resulta em

$$\ddot{q}_i(t) = \nu_i = \ddot{r}_i(t) + K_D(\dot{r}_i(t) - \dot{q}_i(t)) + K_P(r_i(t) - q_i(t)) \quad (128)$$

Observa-se que (125) corresponde à equação diferencial de um sistema de segunda ordem (OGATA, 2011), ou seja, pode ser rescrita como

$$\ddot{e}_i(t) + 2\xi\omega_n \dot{e}_i(t) + \omega_n^2 e_i(t) = 0 \quad (129)$$

o que leva as seguintes expressões para os ganhos  $K_P$  e  $K_D$  com:

$$K_P = \omega_n^2 \quad (130)$$

$$K_D = 2\omega_n \xi \quad (131)$$

<sup>1</sup>Na prática, não são implementadas as derivadas do sinal de referência de posição e do sinal de erro, mas são utilizadas entradas de referência de aceleração e de referência de velocidade. Portanto, calcula-se a derivada do erro com  $\dot{e}_i(t) = \dot{r}_i(t) - \dot{q}_i(t)$ .

sendo  $\omega_n$  a frequência natural e  $\xi$  o índice de amortecimento desejados para a dinâmica do erro de seguimento de trajetória.

Valendo-se das propriedades da resposta temporal de um sistema de segunda ordem, pode-se escolher valores para os ganhos considerando os seguintes parâmetros de desempenho: um tempo de acomodação ( $T_S$ ) (*settling time*), uma frequência natural ( $\omega_n$ ) e um índice de amortecimento ( $\xi$ ) desejados para a dinâmica do erro de seguimento de referência (OGATA, 2011; BAZANELLA; SILVA JÚNIOR, 2005).

Para a dinâmica com resposta subamortecida, a relação entre o tempo de acomodação (com erro absoluto menor de 2%), a frequência natural e o índice de amortecimento deve obedecer a expressão

$$\omega_n \xi T_S = 4 \quad (132)$$

com

$$0 < \xi < 1 \quad (133)$$

Para uma dinâmica com resposta superamortecida, a relação entre os parâmetros de desempenho é:

$$(\omega_n \xi - \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}) T_S = 4 \quad (134)$$

com

$$\xi > 1 \quad (135)$$

O caso em que  $\xi = 1$  é chamado criticamente amortecido. Esse caso é o que apresenta a resposta com menor tempo de acomodação sem sobrepasso (*overshoot*).

## 4.5 Controle repetitivo

O princípio básico que norteia o controle repetitivo é a aplicação do princípio do modelo interno (FRANCIS; WONHAM, 1976) no caso que se tem referência e/ou perturbação periódicas. Na presente seção está a justificativa para uso de tal controle, bem como sua síntese como controlador proposto para manipuladores robóticos.

O princípio do modelo interno consiste em incluir na malha de controle um bloco com dinâmica igual a da referência. No domínio da frequência, equivale a incluir os polos no semiplano direito (SPD) fechado existentes na transformada de Laplace da referência (FRANCIS; WONHAM, 1976). No presente caso, deseja-se seguir/rejeitar sinais periódicos genéricos, com período  $L_{Ref}$ , que podem possuir um elevado conteúdo harmônico (INOUE; NAKANO; IWAI, 1981). Tais componentes frequenciais são múltiplos de uma frequência fundamental ( $\omega_f = 2\pi/L_{Ref}$ ). Para tanto, uma estratégia de controle que atende o seguimento/rejeição de sinais periódicos genéricos é o uso do controle repetitivo (HARA et al., 1988; DOH; CHUNG, 2003). Um modelo ideal cujas componentes frequenciais são as harmônicas  $k\omega_f$  para  $k \in \mathbb{N}$  pode ser obtido a partir de um elemento de atraso (com atraso  $L$ ). A estrutura desejada, contendo o elemento de atraso, é apresentada na figura 4, sendo  $E(s)$  e  $Y_{rc}(s)$ , as transformadas de Laplace do erro ( $e(t)$ ) de seguimento do sinal periódico e da saída do controlador ( $y_{rc}(t)$ ), respectivamente, levando à seguinte função de transferência:

$$H_{rc}(s) = \frac{Y_{rc}(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 - e^{-sL}} \quad (136)$$

Neste caso têm-se  $|H_{rc}(jk2\pi/L)| \rightarrow \infty \forall k \in \mathbb{N}$ , ou seja,  $H_{rc}(s)$  apresenta infinitos polos sobre o eixo  $j\omega$  que coincidem com as frequências harmônicas de um sinal periódico genérico com período  $L_{Ref}$  se  $L = L_{Ref}$ . Por outro lado, é impossível estabilizar

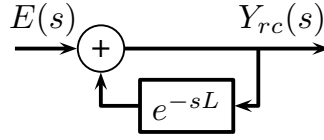


Figura 4: Diagrama do controlador  $H_{rc}$  ideal.

o sistema com a função de transferência (136) utilizando um controle do tipo racional. Então, para tornar possível estabilizar o sistema com o controle repetitivo, introduz-se um filtro passa-baixas de primeira ordem em série com o elemento de atraso (HARA et al., 1988), conforme representado na figura 5, com  $\omega_c$  sendo a frequência de corte do filtro passa-baixas. A função de transferência do controlador repetitivo com o filtro é, então, dada por:

$$H_{rc}(s) = \frac{Y_{rc}(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 - \frac{\omega_c}{s + \omega_c} e^{-sL}} \quad (137)$$

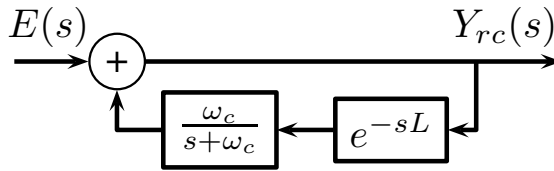


Figura 5: Diagrama do controlador  $H_{rc}$  com filtro passa-baixas.

Uma possível representação no espaço de estados para  $H_{rc}(s)$  é dada na seguinte forma (BONAN et al., 2011), (com variável de estado  $x_{rc}$ ):

$$\begin{cases} \dot{x}_{rc}(t) = \omega_c(-x_{rc}(t) + x_{rc}(t-L) + e(t-L)) \\ y_{rc}(t) = x_{rc}(t) + e(t) \end{cases} \quad (138)$$

O sistema com o controlador  $H_{rc}$  com filtro passa-baixas é estabilizável ao custo de um erro no seguimento/rejeição de sinais periódicos o qual está relacionado com a frequência de corte: os picos nas frequências ressonantes não serão mais infinitos. Pode-se reduzir o erro com o aumento na frequência de corte, entretanto, isso resultará num maior custo para o controle estabilizante e maior será a excursão do sinal de controle (FLORES, 2012). Além disso, há o deslocamento dos picos, ou seja, os picos não mais serão nas frequências fundamental e harmônicas de interesse (WEISS; HÄFELE, 1999; CASTRO, 2015; LORENZINI et al., 2015). Uma das formas de se contornar tal problema é na correção do tempo de atraso ( $L$ ) em (137), sendo o período da referência (ou da perturbação)  $L_{Ref}$ , o atraso pode ser calculado como (CASTRO, 2015; LORENZINI et al., 2015):

$$L = \frac{L_{Ref}}{2\pi} \left( 2\pi - \arctan \left( \frac{2\pi}{\omega_c L_{Ref}} \right) \right) \quad (139)$$

Na figura 6 é apresentada a resposta em frequência dos controladores repetitivos ideal ( $H_{rc}^*(s)$ ) conforme representado na figura 4 e com o filtro passa-baixas conforme figura 5 sem correção no tempo de atraso ( $H_{rc}^F(s)$ ) e com correção ( $H_{rc}^C(s)$ ).

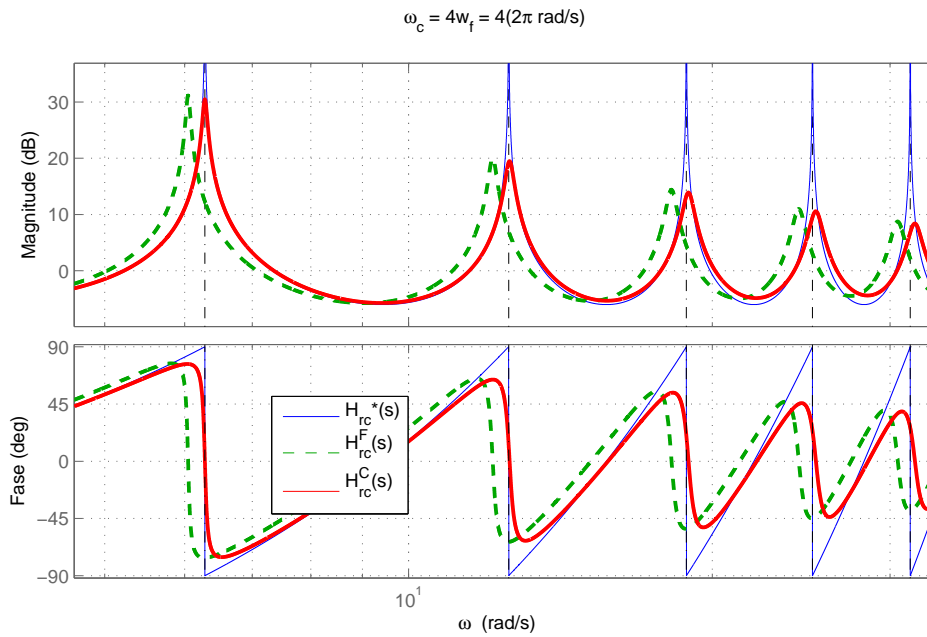


Figura 6: Diagrama de bode dos controladores repetitivos ideal ( $H_{rc}^*(s)$ ), com o filtro ( $H_{rc}^F(s)$ ) e com o filtro e a correção no tempo de atraso ( $H_{rc}^C(s)$ ), considerando o tempo de atraso de 1s e frequência de corte  $\omega_c = 8\pi \text{ rad/s}$ .

Observa-se que o controlador com o filtro e a correção ( $H_{rc}^C(s)$ ) apresenta os picos de magnitude mais próximos às frequências de interesse em relação ao controlador com o filtro sem a correção do tempo atraso. No diagrama de fase, observa-se de forma semelhante ao de magnitude que também há o deslocamento para as frequências de interesse quando utilizada a correção proposta para o tempo de atraso ( $L$ ) em (137).

De forma geral, o controle repetitivo é aplicado em série com um controle estabilizante ( $C_s(s)$ ) e a planta ( $G(s)$ ) conforme figura 7. Se o sistema em malha fechada é estável, então, pelo princípio do modelo interno, tem-se seguimento da referência  $r(t)$  e rejeição da perturbação  $d(t)$  (FRANCIS; WONHAM, 1976).

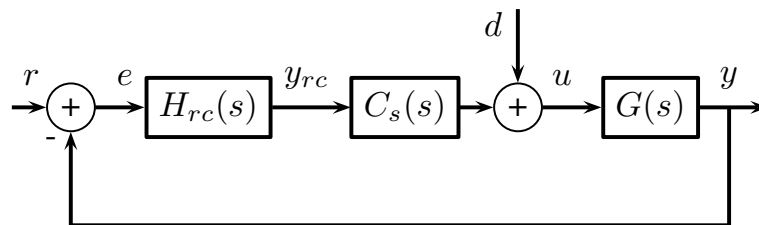


Figura 7: Estrutura genérica para aplicação do controle repetitivo em um sistema linear com entrada de perturbação.

#### 4.5.1 Aplicação ao manipulador robótico

Com o objetivo de aplicar o controle repetitivo a manipuladores robóticos, considere um controlador  $H_{rc}(s)$  e uma realimentação proporcional e derivativa do erro de seguimento de trajetória a fim de estabilizar o sistema em malha fechada. Na figura 8 é

apresentado o diagrama de blocos do modelo linear do manipulador com o controlador proposto, sendo  $r_i(t)$  a referência de posição da  $i$ -ésima variável de junta,  $K_P$ ,  $K_D$  e  $K_{rc}$  os ganhos proporcional, derivativo e da estrutura repetitiva, respectivamente, e a planta  $G_i(s)$ . Uma possível representação no espaço de estados do sistema com o controlador proposto em malha fechada é dada por

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) &= A\mathbf{x}_i(t) + Bu_i(t) \\ y_i(t) &= C\mathbf{x}_i(t) \\ \dot{x}_{rc}(t) &= \omega_c(-x_{rc}(t) + x_{rc}(t-L) + e_i(t-L)) \\ y_{rc}(t) &= x_{rc}(t) + e_i(t) \\ u_i(t) &= -K_P e(t) - K_D \dot{e}(t) + K_{rc} y_{rc}(t) \\ e_i(t) &= r_i(t) - y_i(t) \\ \dot{e}_i(t) &= \dot{r}_i(t) - \dot{y}_i(t) \end{cases} \quad (140)$$

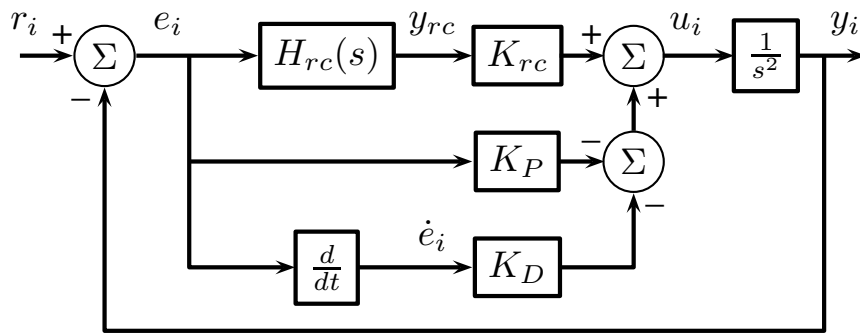


Figura 8: Diagrama conceitual do sistema composto pelo controlador proposto e o modelo linearizado do manipulador em malha fechada.

A partir do sistema (140), pode-se projetar os ganhos do controlador proposto usando como base a teoria de Lyapunov-Krasoviskii para sistemas com atraso (GU; KHARITONOV; CHEN, 2012), a fim de se garantir estabilidade assintótica. Tal projeto pode ser realizado através de um problema de otimização sujeito a restrições na forma de LMIs (*Linear Matrix Inequalities*) (BONAN et al., 2011), como será visto na seção seguinte.

#### 4.5.2 Projeto dos ganhos

Considerando-se o uso do controlador proposto em manipuladores físicos, faz-se necessário estabelecer critérios básicos para o correto funcionamento da planta mecânica em conjunto com o controlador e, para tanto, busca-se limitar as energias dos estados e do sinal de controle e garantir uma dinâmica estável. Para projetar os ganhos considerando tais critérios, pode-se fazer uso de um problema de otimização convexa (BOYD et al., 1994; BONAN et al., 2011) visando minimizar um custo dependente dos estados e do sinal de controle com uma restrição de estabilidade.

Observa-se que o projeto dos ganhos é feito considerando o sistema linearizado e desacoplado entre as variáveis de junta. Portanto, para aliviar a notação, a formulação que segue não carrega o índice respectivo a  $i$ -ésima variável de junta. Os mesmos ganhos obtidos podem ser utilizados nos controladores de todas as variáveis de junta.

Para projetar os ganhos  $K_P$ ,  $K_D$  e  $K_{rc}$ , pode-se utilizar a teoria de Lyapunov a fim de se obter estabilidade assintótica. Para tanto, rescreve-se o sistema composto pela planta e

pelo controlador como um sistema aumentado, primeiramente definindo:

$$\bar{\mathbf{x}}(t) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ x_{rc}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_{rc}(t) \end{bmatrix} \quad (141)$$

$$\bar{r}(t) \triangleq \begin{bmatrix} r(t) \\ \dot{r}(t) \end{bmatrix} \quad (142)$$

e rescrevendo o sinal de controle  $u(t)$  do sistema (140) em função do estado aumentado:

$$\begin{aligned} u(t) &= -\overbrace{K_P e(t)}^{K_P e(t)} - \overbrace{K_D \dot{e}(t)}^{K_D \dot{e}(t)} + \overbrace{K_{rc} x_{rc}(t) + K_{rc} \underbrace{(r(t) - x_1(t))}_{e(t)}}^{K_{rc} y_{rc}(t)} \\ &= [(K_P - K_{rc}) \quad K_D \quad K_{rc}] \bar{\mathbf{x}}(t) + [-(K_P - K_{rc}) \quad -K_D] \bar{r}(t) \end{aligned} \quad (143)$$

Nesse caso o ganho da realimentação do sistema aumentado e o ganho do vetor de referência podem ser definidos como:

$$\bar{K} \triangleq [(K_P - K_{rc}) \quad K_D \quad K_{rc}] = [\bar{K}_1 \quad \bar{K}_2 \quad \bar{K}_3] \quad (144)$$

$$\bar{K}_r \triangleq [(K_{rc} - K_P) \quad -K_D] \quad (145)$$

O sistema aumentado pode, então, ser representado como:

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{A} \bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{A}_d \bar{\mathbf{x}}(t-L) + \bar{B} u(t) \\ u(t) = \bar{K} \bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{K}_r \bar{r}(t) \end{cases} \quad (146)$$

sendo

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 2} & -\omega_c \end{bmatrix}, \bar{A}_d = \begin{bmatrix} & 0_{2 \times 3} & \\ -\omega_c & 0 & \omega_c \end{bmatrix} \text{ e } \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

A obtenção dos ganhos em (144), considerando a lei de controle em (146), pode ser feita a fim de se garantir estabilidade assintótica, ou seja, o problema a ser formulado é equivalente ao problema para obtenção dos ganhos de uma realimentação de estados estabilizante. Ao se garantir estabilidade assintótica, garante-se também estabilidade no sentido BIBO (*bounded-input, bounded-output*) (OGATA, 2011), portanto considera-se  $\bar{r}(t) = [0 \ 0]^T$  na formulação que segue.

Seja, agora, um funcional Lyapunov-Krasoviskii candidato (GU; KHARITONOV; CHEN, 2012) dado por

$$\Xi(\bar{\mathbf{x}}(t)) = \bar{\mathbf{x}}^T(t) P \bar{\mathbf{x}}(t) + \int_{t-L}^t \bar{\mathbf{x}}^T(\zeta) Q \bar{\mathbf{x}}(\zeta) d\zeta \quad (147)$$

De acordo com a teoria de Lyapunov-Krasoviskii (GU; KHARITONOV; CHEN, 2012), para que o sistema aumentado (146) seja assintoticamente estável deve-se ter  $\dot{\Xi}(\bar{\mathbf{x}}) < 0$ , ao longo das trajetórias do sistema, com  $P = P^T > 0$  e  $Q = Q^T > 0$ .

A fim de considerar uma forma de se penalizar o custo da energia dos estados e do controle, um funcional quadrático é utilizado como critério de desempenho:

$$J(\bar{\mathbf{x}}(t), u(t)) = \int_0^\infty (\bar{\mathbf{x}}^T(\zeta) \Gamma \bar{\mathbf{x}}(\zeta) + u^T(\zeta) \Theta u(\zeta)) d\zeta \quad (148)$$

com  $\Gamma = \Gamma^T \geq 0$  e  $\Theta = \Theta^T > 0$ . As matrizes  $\Gamma$  e  $\Theta$  são compostas pelas ponderações dos estados e do sinal de controle no custo (148).

Considerando este critério, se

$$\dot{\Xi}(\bar{\mathbf{x}}) + \frac{1}{\lambda}(\bar{\mathbf{x}}^T \Gamma \bar{\mathbf{x}} + u^T \Theta u) < 0 \quad (149)$$

com  $\lambda > 0$  e integrando (149) em  $t \in [0, +\infty)$  obtém-se que

$$\int_0^\infty (\bar{\mathbf{x}}^T \Gamma \bar{\mathbf{x}} + u^T \Theta u) d\zeta < \lambda \Xi(\bar{\mathbf{x}}(0)) \quad (150)$$

Portanto, se (149) é verificada, garante-se que  $J(\bar{\mathbf{x}}(t), u(t)) < \lambda \Xi(\bar{\mathbf{x}}(0))$ .

Para fins de ajuste de desempenho, deseja-se garantir uma taxa de decaimento exponencial com a transformação de variável (MORI; FUKUMA; KUWAHARA, 1982) dada por

$$\eta(t) \triangleq e^{\beta t} \bar{\mathbf{x}}(t) \quad (151)$$

e substituindo a variável no sistema aumentado (146), obtém-se o sistema

$$\dot{\eta}(t) = (\bar{A} + \bar{B}\bar{K} + \beta I)\eta(t) + \bar{A}_d e^{\beta L} \eta(t - L) \quad (152)$$

e uma nova restrição dada por

$$\dot{\Xi}(\eta) + \frac{1}{\lambda}(\eta^T \Gamma \eta + u^T \Theta u) < 0 \quad (153)$$

A fim de fazer uso de programas numéricos de otimização convexa, é interessante obter uma condição na forma LMI que garanta (153). Portanto, faz-se necessária uma formulação a partir de (153), primeiramente explicitando a derivada do funcional Lyapunov-Krasoviskii:

$$\dot{\Xi}(\eta(t)) = \text{He}\{\dot{\eta}^T(t)P\eta(t)\} + \eta^T(t)Q\eta(t) - \eta^T(t-L)Q\eta(t-L) \quad (154)$$

Então, substituindo  $\dot{\eta}$  em (154) conforme (152), e posteriormente substituindo em (153), se obtém:

$$\begin{aligned} & \text{He}\{\eta^T(t)P((\bar{A} + \bar{B}\bar{K} + \beta I)\eta(t) + e^{\beta L}\bar{A}_d\eta(t-L))\} + \eta^T(t)Q\eta(t) + \\ & -\eta^T(t-L)Q\eta(t-L) + \frac{1}{\lambda}(\eta^T(t)\Gamma\eta(t) + \eta^T(t)\bar{K}^T\Theta\bar{K}\eta(t)) < 0 \end{aligned} \quad (155)$$

Através de alguns passos algébricos, tem-se que (155) é equivalente a

$$\begin{bmatrix} \eta^T(t) & \eta^T(t-L) \end{bmatrix} \Phi \begin{bmatrix} \eta(t) \\ \eta(t-L) \end{bmatrix} < 0 \quad (156)$$

com

$$\Phi \triangleq \begin{bmatrix} \text{He}\{P\bar{A} + P\bar{B}\bar{K} + \beta I\} + Q + \frac{1}{\lambda}(\Gamma + \bar{K}^T\Theta\bar{K}) & e^{\beta L}P\bar{A}_d \\ e^{\beta L}\bar{A}_d^T P & -Q \end{bmatrix} \quad (157)$$

Logo, se  $\Phi < 0$  então (153) é satisfeita.

Considerando o complemento de Schur (BOYD et al., 1994),  $E = E^T > 0$  e  $F = F^T > 0$  tais que:



$$\Gamma = E^T E \quad (158)$$

$$\Theta = F^T F \quad (159)$$

tem-se que  $\Phi < 0$  é equivalente a seguinte restrição

$$\begin{bmatrix} \text{He}\{P\bar{A} + P\bar{B}\bar{K}\} + 2\beta I + Q & e^{\beta L} P \bar{A}_d & \bar{K}^T F^T & E^T \\ e^{\beta L} \bar{A}_d^T P & -Q & 0 & 0 \\ F\bar{K} & 0 & -\lambda & 0 \\ E & 0 & 0 & -\lambda I \end{bmatrix} < 0 \quad (160)$$

Definindo agora a matriz

$$\Psi \triangleq \text{diag}(P^{-1}, P^{-1}, I, I) \quad (161)$$

e pré e pós multiplicando (160) por  $\Psi^T$  e  $\Psi$ , respectivamente, e definindo

$$S \triangleq P^{-1} Q P^{-1} \quad (162)$$

tem-se que (160) é equivalente à:

$$\begin{bmatrix} \text{He}\{\bar{A}P^{-1} + \bar{B}\bar{K}P^{-1}\} + 2\beta P^{-1} + S & e^{\beta L} \bar{A}_d P^{-1} & P^{-1} \bar{K}^T F^T & P^{-1} E^T \\ e^{\beta L} P^{-1} \bar{A}_d^T & S & 0 & 0 \\ F\bar{K}P^{-1} & 0 & -\lambda & 0 \\ EP^{-1} & 0 & 0 & -\lambda I \end{bmatrix} < 0 \quad (163)$$

Considerando agora

$$W \triangleq P^{-1} \quad (164)$$

e

$$Y \triangleq \bar{K}P^{-1} = \bar{K}W \quad (165)$$

e, então, substituindo em (163), obtém-se a seguinte inequação matricial linear (LMI) em  $\lambda$ ,  $W$ ,  $S$  e  $Y$ :

$$\begin{bmatrix} \text{He}\{\bar{A}W + \bar{B}Y\} + 2\beta W + S & e^{\beta L} \bar{A}_d W & Y^T F^T & WE^T \\ e^{\beta L} W \bar{A}_d^T & -S & 0 & 0 \\ FY & 0 & -\lambda & 0 \\ EW & 0 & 0 & -\lambda I \end{bmatrix} < 0 \quad (166)$$

a qual garante a satisfação de (153).

Com a restrição (166) pode-se, então, formular o seguinte problema de otimização:

$$\{W^*, Y^*\} = \arg \min_{\lambda, W, S, Y} \lambda, \text{ sujeito à (166)} \quad (167)$$

A partir da solução ótima de (167) obtém-se  $\bar{K} = YW^{-1}$ , e os ganhos do controlador são calculados como  $K_P = \bar{K}_1 + \bar{K}_3$ ,  $K_D = \bar{K}_2$  e  $K_{rc} = \bar{K}_3$ .

Assim, com estes ganhos garante-se que o sistema (140) é assintoticamente estável e que  $J(\eta, u) \leq \lambda \Xi(\bar{x}(0))$  ( $\eta(0) = \bar{x}(0)$ ). Importante observar que no caso de referências e perturbações periódicas, o custo  $J(\eta, u)$  não é limitado e, sendo assim, não é possível garantir  $J(\eta, u) \leq \lambda \Xi(\bar{x}(0))$ . Entretanto, de forma implícita, a adição desse custo torna possível penalizar de forma implícita os estados e o sinal de controle, visto que, o problema de otimização apresentado parte de condições de estabilidade interna (FLORES et al., 2011).

## 4.6 Conclusão

Nesse capítulo foram apresentadas uma forma de linearização por realimentação do modelo do manipulador, as modelagens dos erros de estrutura de modelo e paramétricos na linearização e as sínteses dos controladores por torque calculado e repetitivo, bem como os respectivos projetos dos ganhos. A síntese do controlador por torque calculado apresentada segue a síntese clássica a qual é utilizada em tarefas diversas, não apenas nas tarefas com trajetórias periódicas. Por outro lado, a síntese do controlador repetitivo apresentada foi desenvolvida considerando o uso do manipulador em tarefas com trajetórias periódicas.

Quanto às perturbações, não é prevista na estratégia de controle por torque calculado a rejeição de perturbações, diferentemente da estratégia de controle repetitivo que prevê uma possível rejeição de perturbações periódicas. Tais fatos serão verificados a partir dos resultados obtidos através de simulações do manipulador utilizado no presente trabalho, as quais serão mostradas no capítulo seguinte.

## 5 RESULTADOS COMPARATIVOS

### 5.1 Introdução

São apresentados neste capítulo dois casos de aplicação dos controladores tratados nesse trabalho. O cálculo dos ganhos é apresentado na seção 5.2 e na seção 5.3 é proposto um modelo de atrito nas juntas para simular um erro de estrutura de modelo do manipulador. O caso 1, na seção 5.4, trata do sistema linearizado supondo total cancelamento das não linearidades acrescido de um modelo de torque de atrito. O segundo caso, na seção 5.5, faz uso de simulações do manipulador WAM no sistema ROS com o programa Gazebo contendo os efeitos das forças de atrito, de colisão, gravitacionais, inerciais, centrífugas e de coriolis.

### 5.2 Cálculo dos ganhos dos controladores

A escolha dos ajustes no cálculo dos ganhos dos controladores partiu das características do sinal de interesse e de uma equiparação no custo do sinal de controle, ou seja, buscou-se obter o mesmo custo para ambos os controladores propostos (por torque calculado e repetitivo), com o sistema operando nas mesmas condições e com a mesma referência de trajetória. O sinal de interesse para o sistema em regime estacionário é composto por uma função senoide com frequência fundamental  $\omega_f = 2\pi\text{rad/s}$  (período  $L_{Ref} = 1\text{s}$ ), amplitude de  $0,30\text{rad}$  e *offset* não nulo.

Para o controlador por torque calculado, partindo do projeto descrito na seção 4.4, optou-se pelos parâmetros de tempo de acomodação  $T_S = L_{Ref}/2 = 0,5\text{s}$  e de índice de amortecimento  $\xi = 1$ . Com o tempo de acomodação escolhido buscou-se obter um tempo de acomodação menor que o período da referência e, ao mesmo tempo, evitar picos elevados no sinal de controle. O índice de amortecimento escolhido determina uma resposta criticamente amortecida, para que, teoricamente, não houvesse sobrepasso. A partir de tais ajustes, calcula-se a frequência natural a partir de (132) resultando em  $\omega_n = 8\text{rad/s}$ . Portanto, a partir de (130) e (131), os ganhos proporcional e derivativo resultam em  $K_P = 64\text{s}^{-2}$  e  $K_D = 16\text{s}^{-1}$ , respectivamente.

Quanto ao controlador repetitivo, partindo do projeto de seus ganhos proposto na seção 4.5.2, optou-se pelos ajustes a seguir. A frequência de corte do filtro passa-baixas  $\omega_c = 10\omega_f = 20\pi\text{rad/s}$ , contemplando até nove harmônicas da fundamental da referência. O atraso obtido através da correção (139) e utilizado nas simulação foi  $L = 0,984\text{s}$ .

Quanto às ponderações  $E$  e  $F$  do custo quadrático (148) e  $\beta$ , optou-se por

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (168)$$

$F = 10^{-4}$  e  $\beta = 0,1$ . Objetiva-se com tais ponderações penalizar o estado  $x_{rc}$  do controlador em relação ao sinal de controle  $u$  e os estados ( $\mathbf{x}$ ), obtendo maior ganho para o controlador repetitivo ( $K_{rc}$ ) dentro dos limites de operação. Em experimentos prévios, verificou-se que quanto maior a magnitude do ganho  $K_{rc}$ , menor é o erro de seguimento de trajetória em regime permanente. De fato, a evolução temporal do estado  $x_{rc}$  do controlador é dependente apenas do sinal de erro de seguimento de trajetória (conforme sistema (138)). Portanto, quanto maior o ganho  $K_{rc}$ , maior será o efeito de controle da estrutura repetitiva. Por outro lado, maior será o custo do controle estabilizante e, consequentemente, maior o custo total de controle.

Através da solução do problema (167) (utilizando pacote *Robust Control Toolbox* do programa MATLAB (THE MATHWORKS INC., 2014)), com os ajustes citados, obtém-se o ganho proporcional  $K_P = -8,90 \times 10^3 \text{s}^{-2}$ , o ganho derivativo  $K_D = -3,03 \times 10^2 \text{s}^{-1}$ , e o ganho da estrutura repetitiva  $K_{rc} = 2,38 \times 10^3 \text{s}^{-2}$ . Os valores dos ganhos calculados são utilizados em todas as simulações e em ambos os casos (1 e 2).

### 5.3 Modelagem do atrito nas juntas

Nas simulações no caso 1 e no caso 2 são considerados erros de linearização causados por erro paramétrico e de estrutura de modelo. Para produzir erros de estrutura de modelo nas simulações, considera-se um modelo de torque de atrito. O atrito viscoso proporcional a velocidade na junta e o atrito gerado no mancal em função da posição do eixo do atuador pode ser modelado, para  $i$ -ésima junta, como:

$$F_i(q_i, \dot{q}_i) = -(d_0 + d_1 |\sin(R_i q_i)|) \dot{q}_i \quad (169)$$

com o coeficiente de atrito  $d_0$ , o coeficiente de atrito variável no mancal  $d_1 |\sin(R_i q_i)|$  e com o fator de transmissão  $R_i$  do atuador para a respectiva junta. O modelo de coeficiente de atrito variável é uma aproximação de possíveis variações no mancal em função da posição do eixo, como, por exemplo, excentricidades ou fenômenos semelhantes. São as dimensões dos coeficientes  $d_0$  e  $d_1$ :

$$[d_0] = [d_1] = \frac{\text{N ms}}{\text{rad}} \quad (170)$$

No caso 2, tal modelo de torque soma-se ao torque aplicado na junta ( $\tau$ ). Sendo  $\tau_c$  o torque calculado pela realimentação linearizante, tem-se como efeito:

$$\tau = \tau_c + F(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (171)$$

reproduzindo um erro de estrutura de modelo. Em termos práticos, o modelo de atrito utilizado confere maior esforço de controle.

Variam-se os valores de  $d_0$  e  $d_1$  para que seja avaliado o efeito de tal variação no desempenho dos controladores. Espera-se que tais diferenças possam ser observadas no erro de seguimento da trajetória e no sinal de controle do sistema linearizado por realimentação (140), comparando suas energias.

Quanto ao caso 1, por se tratar de uma linearização plena, não há erros de modelo provenientes da linearização por realimentação. Portanto, para fins de simulação e avaliação do sistema com os diferentes controladores, optou-se por aplicar na lei de controle do sistema linearizado um modelo de aceleração semelhante a (169), a qual, nesse caso, modela uma aceleração causada pelo torque de atrito na junta e no respectivo atuador, dado por

$$f(\mathbf{x}) = -(d_0 + d_1 |\sin(Rx_1)|)x_2 \quad (172)$$

Considerando, então, o seguinte sistema a ser simulado no caso 1:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B(u_i + f(\mathbf{x})) \\ y = C\mathbf{x} \end{cases} \quad (173)$$

A junta de referência para as simulações no caso 1 é a junta de número 2, com  $R = 28,25$ . São as dimensões dos coeficientes  $d_0$  e  $d_1$ , nesse caso:

$$[d_0] = [d_1] = s^{-1} \quad (174)$$

Para que o controlador repetitivo possa, eventualmente, rejeitar o sinal de perturbação, tal sinal deve ser periódico com mesmo período fundamental utilizado no projeto dos ganhos, conforme apresentado no capítulo 4. Se a referência de trajetória de um manipulador é periódica, então a posição e velocidade também são (mesmo que haja um erro no seguimento de referência, e tal erro também é periódico) KASAC et al. (2008). Supondo que a  $i$ -ésima variável de posição da junta seja periódica com período  $L$ , ou seja,

$$q_i(t) = q_i(t - L) \quad \forall t \geq 0 \quad (175)$$

e, por consequência:

$$\dot{q}_i(t) = \dot{q}_i(t - L) \quad \forall t \geq 0 \quad (176)$$

pode-se verificar os termos em (169) quanto a sua periodicidade. Começando com

$$|\sin(q_i(t)R_i)| = |\sin(q_i(t - L)R_i)| \quad \forall t \geq 0 \quad (177)$$

pois o seno de uma função com período  $L$  também é periódico com mesmo período. Em sequência, é válida a seguinte expressão:

$$|\sin(q_i(t)R_i)|\dot{q}_i(t) = |\sin(q_i(t - L)R_i)|\dot{q}_i(t - L) \quad \forall t \geq 0 \quad (178)$$

pois o produto de duas funções periódicas com período fundamental  $L$  resulta em uma função também periódica com mesmo período (LI et al., 2009). Com efeito, pode-se inferir que o modelo de torque de atrito apresentado pela expressão (169) e o modelo de aceleração causada pelo torque de atrito na expressão (172) são periódicas com mesmo período fundamental  $L = L_{Ref}$  da referência.

## 5.4 Caso 1: linearização por realimentação perfeita

A fim de investigar o desempenho dos controladores frente a perturbações periódicas, considerou-se o sistema linearizado (173). Objetiva-se com essas simulações observar os efeitos causados diretamente pela perturbação no desempenho do sistema com os dois controladores comparados no presente trabalho. Consideramos nas simulações apenas uma variável de junta (a junta de número 2), portanto, na presente seção, não será utilizado o índice  $i$ .

### 5.4.1 Sinal de referência

Para fins de simulação, o seguinte sinal de referência (valor dado em rad) será considerado:

$$r(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0 \ 2)s \\ 0,75 \operatorname{pol}_5(t - 2) & t \in [2 \ 7)s \\ 0,75 & t \in [7 \ 12)s \\ 0,75 + 0,3 \sin(2\pi t) \operatorname{pol}_5(t - 12) & t \in [12 \ 17)s \\ 0,75 + 0,3 \sin(2\pi t) & t \in [17 \ 60)s \end{cases} \quad (179)$$

A função  $\operatorname{pol}_5(t)$  em (179) é um polinômio de quinto grau para suavizar a trajetória, partindo de 0 e indo a 1 em 5 segundos:

$$\operatorname{pol}_5(t) = \sum_{i=0}^5 a_i t^i \in [0 \ 1] \quad \forall t \in [0 \ 5]s \quad (180)$$

com  $a_0 = a_1 = a_2 = 0$ ,  $a_3 = 10/125$ ,  $a_4 = -15/625$  e  $a_5 = 6/3125$ . Com base na teoria de geração de trajetórias para manipuladores robóticos, o uso de um polinômio de quinto grau é suficiente para se gerar uma trajetória com posição, velocidade e aceleração iniciais e finais de interesse (CRAIG, 2005).

#### 5.4.2 Resultados das simulações

Todas as simulações foram realizadas com tempo de simulação de 60s, com método de Euler de primeira ordem como método de integração (CUNHA, 2003) e passo de 1ms, e período de 1ms para atualização do sinal de controle. As simulações diferem no valor das constantes  $d_0$  e  $d_1$  na perturbação. O programa numérico utilizado para as simulações foi o MATLAB versão 8.3.0.532 (R2014a)(THE MATHWORKS INC., 2014). No caso da perturbação, a relação de transmissão será  $R = 28,25$  (relativo a junta 2).

Na tabela 1 são apresentados os resultados das simulações, variando o valor de  $d_0$  e  $d_1$  (primeira coluna), com as integrais do sinal de controle e do erro para os controladores repetitivo (indicado como **RC**) e torque calculado (indicado como **CT**). Nos seguintes pares de colunas, estão as integrais do erro ( $e$ ) e do sinal de controle ( $u$ ) a partir de 17s de simulação (quando a referência é periódica). Dessa forma, busca-se evidenciar o desempenho do sistema em regime permanente. Nos dois últimos pares de colunas, estão as integrais do erro ( $e$ ) e do sinal de controle ( $u$ ) de todo o tempo de simulação. Com essas informações, pode-se avaliar o custo total do sinal de controle e o erro total acumulado. Observa-se nessa tabela que as integrais do erro no seguimento de referência quando utilizado o controle repetitivo não variam de forma significativa, ao contrário das integrais de erro quando utilizado o controle torque calculado. Quanto ao sinal de controle, observa-se que ambas as estratégias apresentam custos de sinal de controle semelhantes.

Conforme manual do manipulador no qual é baseado a implementação, os coeficientes de atrito são inferiores a  $10^{-4}$  (BARRETT TECHNOLOGY INC, 2015a). Ainda assim, foram utilizados valores superiores a fim de conferir a margem de robustez dos controladores.

Na figura 9, no caso em que  $d_0 = d_1 = 0,1s^{-1}$ , são apresentados os valores de posição pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT** e a referência. Observa-se diferença no seguimento da referência entre os controladores, com o sistema com **CT** com erro maior que o sistema com controlador **RC** na amplitude da oscilação após 17 s.

Os valores de erro no seguimento de referência pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT** estão apresentados na figura 10. Observa-se a diferença no erro de seguimento da referência entre os controladores, com o sistema com **CT** com erro maior que o sistema com controlador **RC** em regime permanente. Na trajetória intermediária (nos primeiros 17 s) observa-se o efeito da perturbação no erro de seguimento da

Tabela 1: Desempenho dos controladores com o modelo linear do manipulador.

$d_0$	$d_1$	$\int_{17s}^{60s}  e(t)  dt$		$\int_{17s}^{60s}  u(t)  dt$		$\int_0^{60s}  e(t)  dt$		$\int_0^{60s}  u(t)  dt$	
		RC	CT	RC	CT	RC	CT	RC	CT
0	0	0,0028	0,0000	324,30	324,20	0,0044	0,0000	344,20	344,00
0	0,01	0,0028	0,0032	324,30	324,10	0,0044	0,0054	344,20	343,80
0	0,1	0,0028	0,0317	324,30	323,00	0,0044	0,0534	344,20	342,10
0,01	0	0,0028	0,0050	324,30	324,00	0,0044	0,0034	344,20	343,90
0,1	0	0,0028	0,0496	324,30	322,40	0,0044	0,0341	344,30	342,80
0,01	0,01	0,0028	0,0082	324,30	323,90	0,0044	0,0088	344,40	343,70
0,1	0,1	0,0028	0,0809	324,40	321,20	0,0044	0,0872	344,60	340,90

referência do sistema com o controlador **CT** enquanto o sistema com o controlador **RC** não apresentou tal efeito.

Na figura 11 são apresentados os valores do sinal de controle  $u$  pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT**. Observa-se uma diferença pouco significativa na amplitude dos sinais de controle entre os controladores, com o sistema com **CT** menor que o sistema com controlador **RC**.

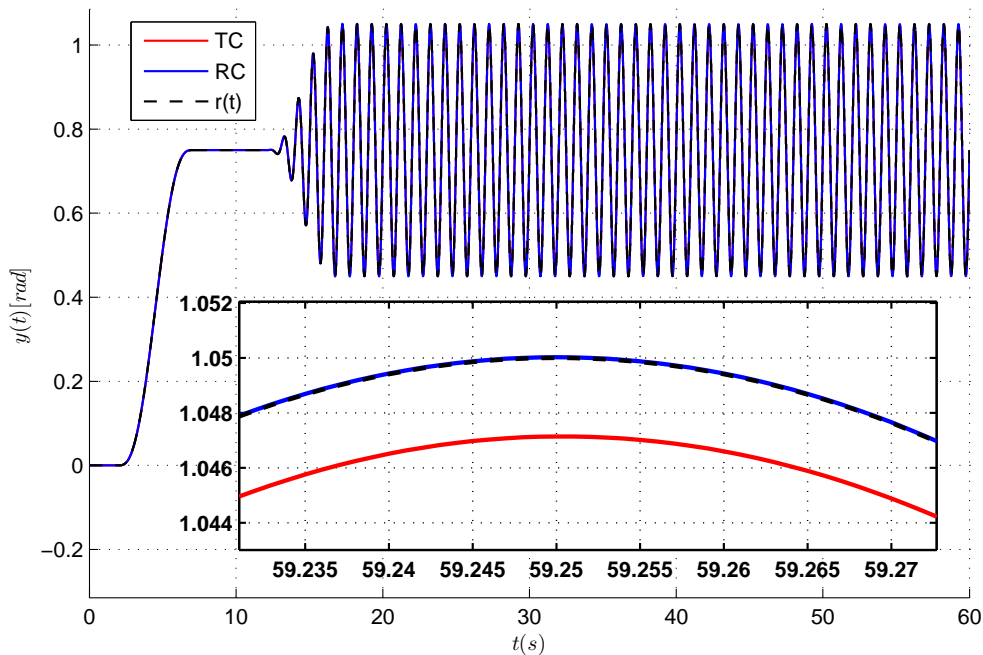


Figura 9: Caso 1. Posição e referência, com  $d_0 = d_1 = 0,1s^{-1}$ .

### 5.4.3 Conclusões

Pode-se observar que o sistema com controle por torque calculado teve o desempenho afetado de forma depreciativa quando na presença de perturbação periódica dependente dos estados; já o sistema com controlador repetitivo não teve o desempenho significativamente afetado neste caso. Tal resultado é importante para motivar o uso da estratégia de

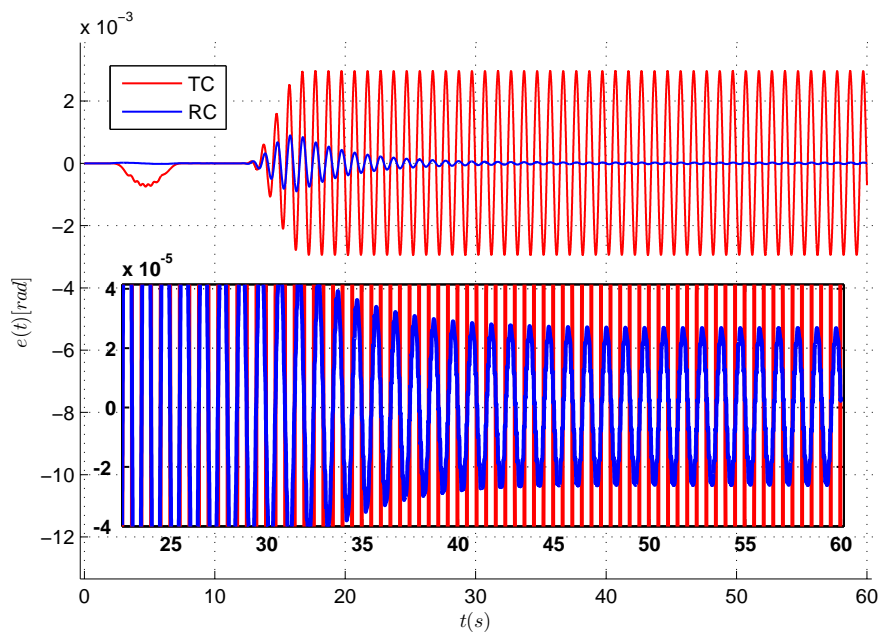


Figura 10: Caso 1. Erro no seguimento de referência, com  $d_0 = d_1 = 0,1s^{-1}$ .

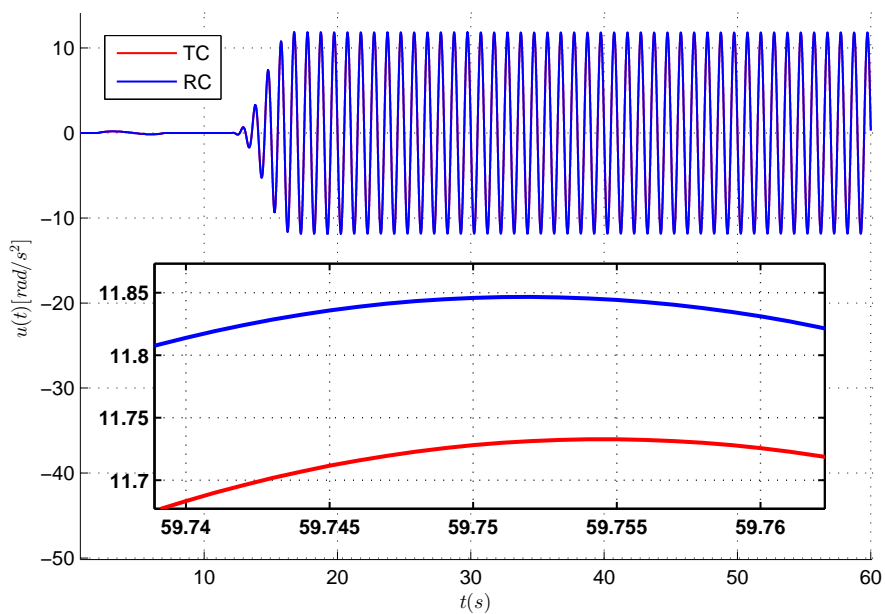


Figura 11: Caso 1. Sinal de controle, com  $d_0 = d_1 = 0,1s^{-1}$ .



controle repetitivo em controladores para rejeição de sinais periódicos indesejados e/ou quando se tem referência periódica.

## 5.5 Caso 2: simulações do manipulador WAM no sistema ROS

A implementação das simulações no segundo caso ocorreu no *Robot Operating System* (ROS, versão 1.11.16/indigo): um pseudo sistema operacional que agrega programas diversos para uso na robótica de manipuladores e na robótica móvel (QUIGLEY et al., 2009; ROS.ORG, 2015a). O sistema ROS agrega uma coleção de bibliotecas e ferramentas para construção de aplicativos voltados para robótica. O ROS é de uso, distribuição e modificações livres, disponível para, entre outros sistemas operacionais, GNU/Linux. Há vantagens no uso do sistema ROS no desenvolvimento e implementação do controlador proposto, tais como a possibilidade de reaproveitamento quase total do algoritmo utilizado na simulação para uso com o manipulador físico e o acesso a outros simuladores de robôs.

Na presente seção são apresentados os resultados das simulações com erro de estrutura de modelo como descrito em (5.3) e com erro paramétrico; além da descrição de como é implementado o erro paramétrico. São consideradas duas abordagens de controle, a primeira com aplicação do controle repetitivo na junta de número 2 com referência de trajetória **A**, tendo nas demais juntas o controle por torque calculado. Na segunda abordagem é aplicado o controlador repetitivo em todas as juntas com referência de trajetória **B**.

Na segunda abordagem, as juntas de número 2 e 3 terão trajetória de referência periódica, e nas demais a referência será constante. Nessa abordagem, serão apresentados os resultados para as juntas de número 1, 2 e 3. Nos resultados para as juntas de número 2 e 3, será verificado o seguimento do sinal periódico. No resultado para a junta 1, será verificada a rejeição de perturbações periódicas.

### 5.5.1 Implementação

Todos os componentes necessários para a simulação são gerenciados no sistema ROS através de pacotes específicos e criados para uso e simulação do manipulador WAM, os quais são os pacotes da distribuição *UFRGS WAM* (BARROS, 2014.) modificados para uso no presente trabalho. Na distribuição *UFRGS WAM* foram utilizados os pacotes *WAM Trajectories*, para geração das trajetórias, *WAM Descriptions*, com a descrição do manipulador WAM no formato URDF (*Unified Robot Description Format*), *WAM Controllers*, com a implementação dos controladores torque calculado e repetitivo, e *WAM Gazebo ROS Control*, responsável por carregar os controladores junto com o programa Gazebo para simulação e controle do manipulador. O sistema ROS interliga todos os pacotes e programas através de troca de mensagens e chamadas de execução de programas, como o Gazebo, por exemplo, que carrega a simulação do WAM através de uma chamada disponível no pacote *WAM Controllers*.

O simulador utilizado foi o Gazebo versão 2.2.6: um programa que oferece um ambiente dinâmico com objetos dotados de aspectos físicos tais como massa, atrito, colisão, fluídos e movimentação em todas as direções (ou seja, dinâmica e cinemática). O programa simula diversos tipos e modelos de robôs e pode-se integrar nas simulações efeitos de saturação, quebra do robô, a configuração dos mancais e motores (como redução pela transmissão, por exemplo) e sensores (com ou sem ruídos) (OPEN SOURCE ROBOTICS FOUNDATION, 2015a; KOENIG; HOWARD, 2004). Dentre as bibliotecas de

simulação disponíveis, no presente trabalho, escolheu-se a biblioteca padrão do Gazebo: a *Open Dynamics Engine* (ODE). O método utilizado na biblioteca ODE para simular o ambiente e o robô com todos os aspectos físicos citados é baseado num problema linear complementar (LCP - *linear complementarity problem*) (HSU; PETERS, 2014) e no método de Gauss-Seidel com *Successive Over-relaxation* (SOR) (BATHE; WILSON, 1976). Os parâmetros da simulação que foram determinados de forma específica para as simulações são o de passo de integração (parâmetro *max\_step\_size* no arquivo de *World*) e a quantidade de iterações no método de Gauss-Seidel (parâmetro *Iterations* no arquivo de *World*) (OPEN SOURCE ROBOTICS FOUNDATION, 2015b,c).

O robô, o ambiente e demais objetos simulados pelo Gazebo são descritos no formato URDF. No caso de robôs, a descrição contém todos os valores de massa, momentos e produtos de inércia, centro de massa, coeficientes de atrito e elasticidade, redução, sensores e suas propriedades, dimensões físicas e visuais de todos componentes do robô e as ligações entre esses componentes (ROS.ORG, 2015b). Nas simulações, a descrição do robô é utilizada pelo Gazebo para simular o robô e também utilizada pelo controlador para calcular a linearização por realimentação.

No controlador, a linearização por realimentação como descrita em 4.2 é calculada utilizando a biblioteca de cinemática e dinâmica KDL (*Kinematics and Dynamics Library*) (THE OROCOS PROJECT, 2015), ou seja, após o cálculo do sinal de controle  $\nu$  (como em (30)) é utilizada a função *CartToJnt* (da classe *KDL::ChainIdSolver\_RNE*) para se obter o torque, como em (27), que será aplicado nas juntas. Portanto, utilizam tal função tanto o controlador por torque calculado quanto o controlador repetitivo. Na implementação do controlador (utilizando as funções do KDL), é indicada a descrição do manipulador a ser usada na linearização e, então, pode-se escolher uma descrição diferente da utilizada no simulador Gazebo, sendo possível assim simular um erro paramétrico. A classe *KDL::ChainIdSolver\_RNE* é uma implementação numérica para obtenção da dinâmica inversa baseada no método recursivo de Newton-Euler (FEATHERSTONE, 2008).

Valendo-se da possibilidade de se utilizar na linearização por realimentação descrições diferentes da utilizada na simulação, considerou-se quatro descrições diferentes (**D0**, **D1**, **D2** e **D3**). As três descrições adicionais são: com **D1**, uma versão da descrição nominal (**D0**) com modificações nos valores de centro de massa e de momentos e produtos de inércia em +10%, com **D2** e **D3**, semelhantes a **D1**, porém com variação de +20% e +30%, respectivamente. Com total de quatro experimentos, em todos a descrição utilizada pelo Gazebo para simular o robô é a mesma (**D0**), em cada um dos experimentos foi utilizada uma das quatro descrições na linearização. Com isso, objetiva-se avaliar a diferença no desempenho do controlador quando se utiliza diferentes descrições na linearização em relação à descrição utilizada para simular o manipulador (diferentes erros de linearização por realimentação). Em outras palavras, a partir de tais experimentos pode-se fazer uma análise de robustez dos controladores na presença de incertezas paramétricas.

Com a trajetória **A**, em todas as simulações denominadas **RC**, o controlador repetitivo proposto foi utilizado apenas na junta de número 2, sendo utilizado o controle por torque calculado nas demais juntas. Para seguimento da trajetória **B**, em todas as simulações denominadas **RC**, foi aplicado o controle repetitivo em todas as juntas. Nas simulações denominadas **CT**, foi utilizado o controle por torque calculado em todas as juntas para seguimento das trajetórias **A** e **B**. Em todos os experimentos o tempo de simulação foi de 60s, passo de integração de  $100\mu s$ , taxa de atualização do controlador de  $1ms$  e 500 iterações no método de Gauss-Seidel.

### 5.5.2 Trajetórias de referência

São consideradas duas trajetórias de referência (**A** e **B**). Diferindo, basicamente, de quantas juntas serão periódicas. As unidades de ambas são rad.

- Trajetória **A**:

$$r_1(t) = 0 \quad \forall t \in [0,60] \quad (181)$$

$$r_2(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0 \ 2)s \\ 0,75 \operatorname{pol}_5(t - 2) & t \in [2 \ 7)s \\ 0,75 & t \in [7 \ 12)s \\ 0,75 + 0,3 \sin(2\pi t) \operatorname{pol}_5(t - 12) & t \in [12 \ 17)s \\ 0,75 + 0,3 \sin(2\pi t) & t \in [17 \ 60)s \end{cases} \quad (182)$$

$$r_3(t) = 0 \quad \forall t \in [0,60] \quad (183)$$

$$r_4(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0 \ 2)s \\ 1,50 \operatorname{pol}_5(t - 2) & t \in [2 \ 7)s \\ 1,50 & t \in [7 \ 60)s \end{cases} \quad (184)$$

$$r_5(t) = 0 \quad \forall t \in [0,60] \quad (185)$$

$$r_6(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0 \ 2)s \\ 0,9 \operatorname{pol}_5(t - 2) & t \in [2 \ 7)s \\ 0,9 & t \in [7 \ 60)s \end{cases} \quad (186)$$

$$r_7(t) = 0 \quad \forall t \in [0,60] \quad (187)$$

Essa trajetória é composta por um sinal periódico, na junta 2, e sinais constantes para as demais juntas.

- Trajetória **B**:

$$r_1(t) = 0 \quad \forall t \in [0,60] \quad (188)$$

$$r_2(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0 \ 2)s \\ 0,75 \operatorname{pol}_5(t - 2) & t \in [2 \ 7)s \\ 0,75 & t \in [7 \ 12)s \\ 0,75 + 0,3 \sin(2\pi t) \operatorname{pol}_5(t - 12) & t \in [12 \ 17)s \\ 0,75 + 0,3 \sin(2\pi t) & t \in [17 \ 60)s \end{cases} \quad (189)$$

$$r_3(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0 \ 12)s \\ 0,2 \sin(2\pi t) \operatorname{pol}_5(t - 12) & t \in [12 \ 17)s \\ 0,2 \sin(2\pi t) & t \in [17 \ 60)s \end{cases} \quad (190)$$

$$r_4(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0 \ 2)s \\ 1,50 \operatorname{pol}_5(t - 2) & t \in [2 \ 7)s \\ 1,50 & t \in [7 \ 60)s \end{cases} \quad (191)$$

$$r_5(t) = 0 \quad \forall t \in [0,60] \quad (192)$$

$$r_6(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0 \ 2)s \\ 0,9 \operatorname{pol}_5(t - 2) & t \in [2 \ 7)s \\ 0,9 & t \in [7 \ 60)s \end{cases} \quad (193)$$

$$r_7(t) = 0 \quad \forall t \in [0,60] \quad (194)$$

Tal trajetória é composta por três sinais periódico, para as juntas 2 e 3, e sinais constantes para as demais juntas.

Em todas as simulações o manipulador é iniciado com posição zero em todas as juntas (conforme figura 12). Após dois segundos o manipulador inicia o movimento conforme referência chegando na posição como na figura 13. A partir dessa posição, acrescenta-se as oscilações conforme a trajetória de referência. Na escolha do vetor de referências considerou-se intensificar os efeitos do acoplamento entre os elos e uma movimentação distante dos limites do volume de trabalho.

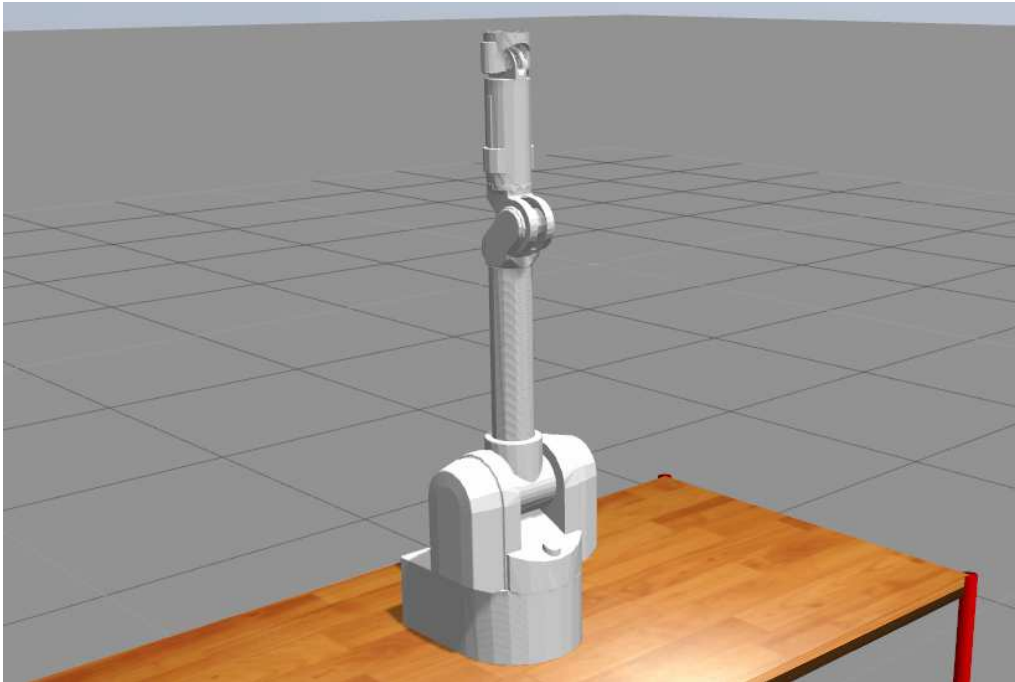


Figura 12: Pose inicial do manipulador na simulação.

### 5.5.3 Resultados com erro de modelo e referência de trajetória A

Os resultados das simulações considerando a primeira trajetória e erros de estrutura de modelo são apresentados a seguir. Nessas simulações, foi aplicado o controle repetitivo apenas na junta de número 2 e controle por torque calculado nas demais juntas.

A Tabela 2 estrutura os resultados das simulações de forma semelhante à Tabela 1, variando os valores de  $d_0$  e  $d_1$  (primeiro par de colunas), com as integrais do sinal de controle e do erro para os controladores repetitivo (indicado como **RC**) e torque calculado (indicado como **CT**). No segundo e terceiro par de colunas, estão as integrais do erro ( $e_2$ ) e do sinal de controle ( $u_2$ ) a partir de 17s de simulação com referência é periódica. Nos dois últimos pares de colunas, estão as integrais do erro ( $e_2$ ) e do sinal de controle ( $u_2$ ) de todo o tempo de simulação. Assim como no caso 1, observa-se na tabela 2 que as integrais do erro no seguimento de referência quando utilizado o controlador repetitivo não variam de forma significativa, ao contrário das integrais de erro quando utilizado o controlador por torque calculado. Quanto ao sinal de controle, observa-se diferença nas suas integrais. O custo do sinal de controle é o critério de equiparação utilizado no presente trabalho e pode-se inferir que ambas as estratégias apresentam custos semelhantes.

Nas figura 14 a 17, são apresentados os gráficos de posição e referência ( $y_2(t)$  e  $r_2(t)$ ), sinal de erro no seguimento da referência ( $e_2(t)$ ), sinal de controle do sistema linear ( $u_2(t)$ ) e o torque aplicado ( $\tau_2(t)$ ), para o caso em que não há erro de modelo e nem

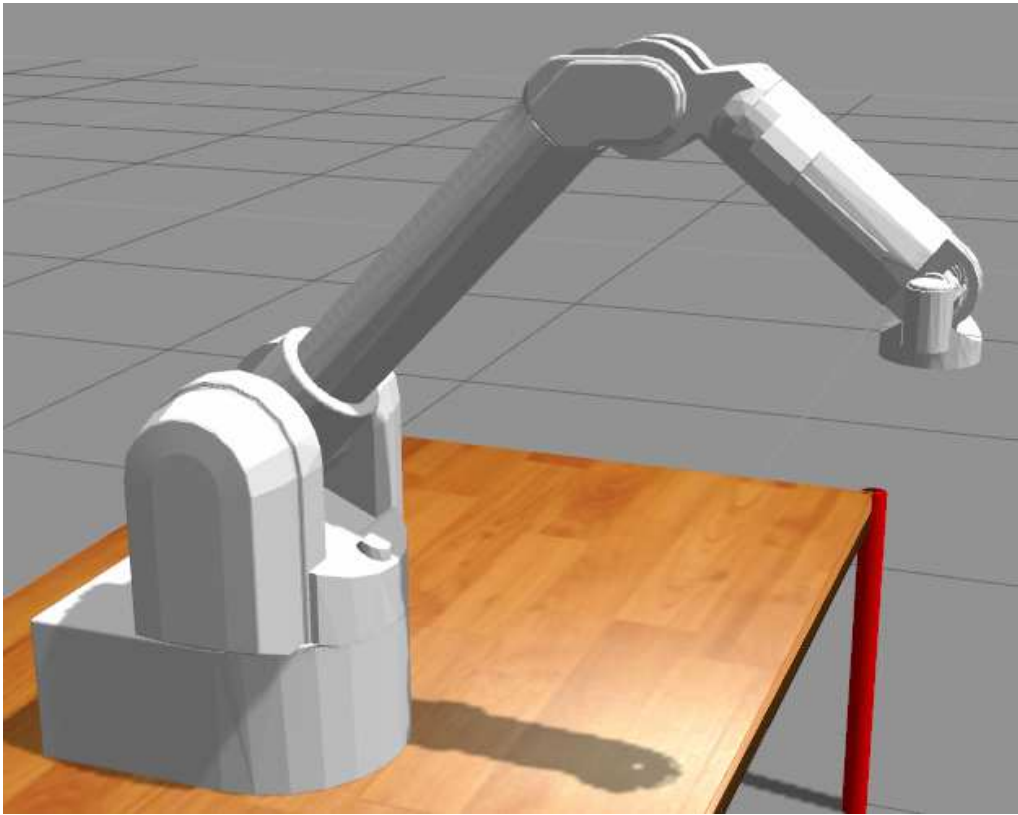


Figura 13: Pose intermediária do manipulador na simulação.

Tabela 2: Desempenho dos controladores com o modelo não linear do manipulador, erro de estrutura de modelo e referência de trajetória A.

$d_0$	$d_1$	$\int_{17s}^{60s}  e_2(t)  dt$		$\int_{17s}^{60s}  u_2(t)  dt$		$\int_0^{60s}  e_2(t)  dt$		$\int_0^{60s}  u_2(t)  dt$	
		RC	CT	RC	CT	RC	CT	RC	CT
0	0	0,0026	0,0804	324,86	322,33	0,0043	0,0965	347,36	344,67
0	0,01	0,0026	0,2197	324,90	316,33	0,0043	0,2779	347,39	338,28
0	0,1	0,0026	0,2696	325,32	314,76	0,0043	0,3288	347,76	336,55
0,01	0	0,0026	0,2228	324,92	316,22	0,0043	0,2811	347,40	338,17
0,01	0,01	0,0026	0,2284	324,96	316,04	0,0043	0,2868	347,44	337,97
0,1	0	0,0026	0,3009	325,55	313,82	0,0043	0,3606	347,96	335,52
0,1	0,1	0,0026	0,3553	326,18	312,28	0,0043	0,4160	348,53	335,80

erro paramétrico. Cada gráfico contém os valores para ambas as estratégias de controle, com **RC** e **CT**, as estratégias de controle repetitivo e torque calculado, respectivamente.

São apresentados na figura 14 os valores de posição pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT** e a referência. Observa-se pouca diferença no seguimento da referência entre os controladores. Quanto ao seguimento da referência senoidal (após 17s), o controlador **RC** apresenta erro significativamente menor, com diferença de aproximadamente  $0,002\text{rad}$  ( $0,36^\circ$ ) entre os controladores.

Os valores de erro no seguimento de referência pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT** estão apresentados na figura 15. Observa-se a diferença no erro de seguimento da referência em regime transitório entre os controladores, com o sistema com **CT** com erro maior que o sistema com controlador **RC**. Quanto ao erro de seguimento em regime permanente, tem-se que os sistema com controlador **RC** obteve erro de seguimento de referência menor.

Na figura 16 são apresentados os valores do sinal de controle  $u_2$  pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT**. Observa-se diferença relativamente pequena nos sinais de controle entre os controladores. Os valores do torque  $\tau_2$  pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT** são apresentados na figura 17. Assim como observado na figura 16, é esperado que haja pouca diferença nos torques entre os controladores, conforme figura 17.

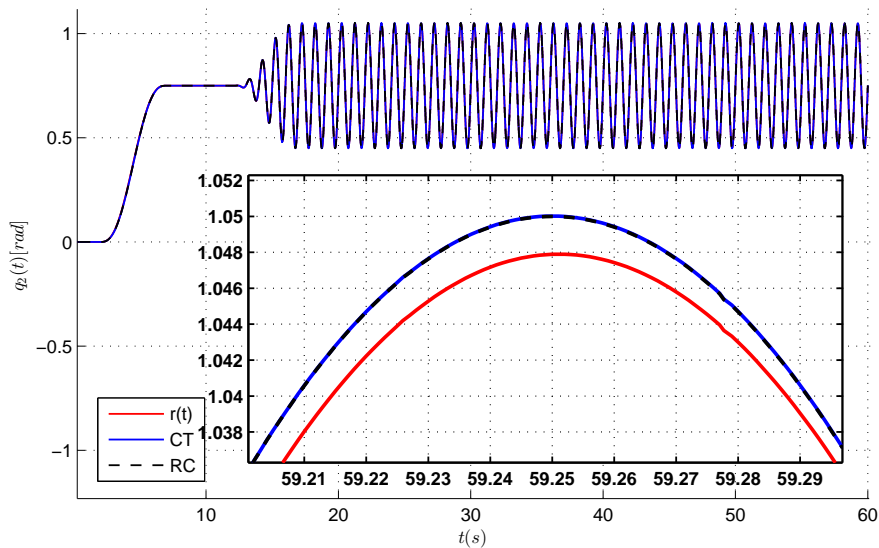


Figura 14: Caso 2, com referência de trajetória A. Posição e referência para a junta 2, sem erro paramétrico (utilizando **D0** na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

Nas figura 18 a 21, são apresentados os gráficos de posição e referência ( $y_2(t)$  e  $r_2(t)$ ), sinal de erro no seguimento da referência ( $e_2(t)$ ), sinal de controle do sistema linear ( $u_2(t)$ ) e o torque aplicado ( $\tau_2(t)$ ), para o caso em que há erro de modelo com  $d_0 = d_1 = 0,1\text{s}^{-1}$  e sem erro paramétrico. Cada gráfico contém os valores para ambas as estratégias de controle, com **RC** e **CT**, as estratégias de controle repetitivo e de controle por torque calculado, respectivamente.

São apresentados na figura 18 os valores de posição pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT** e a referência. Observa-se a diferença no seguimento da re-

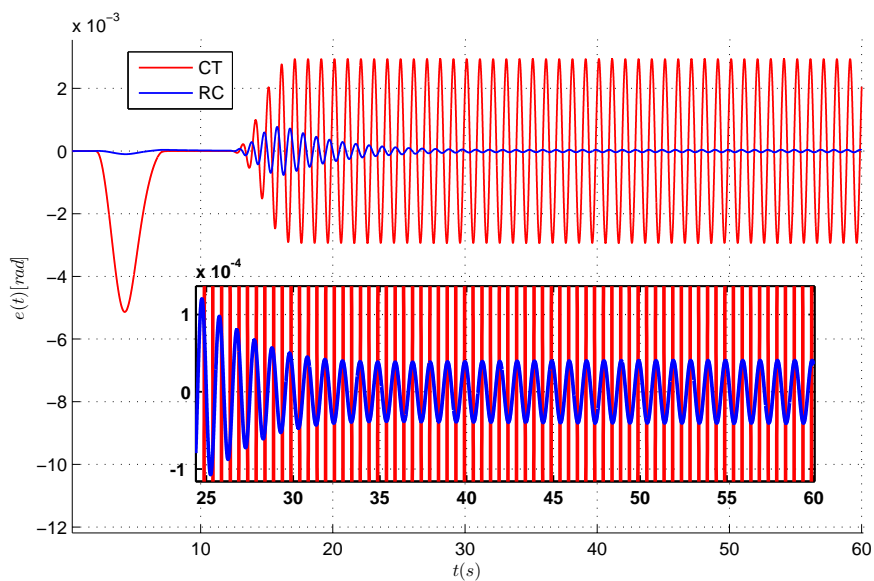


Figura 15: Caso 2, com referência de trajetória **A**. Erro no seguimento de referência na junta 2, sem erro paramétrico (utilizando **D0** na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

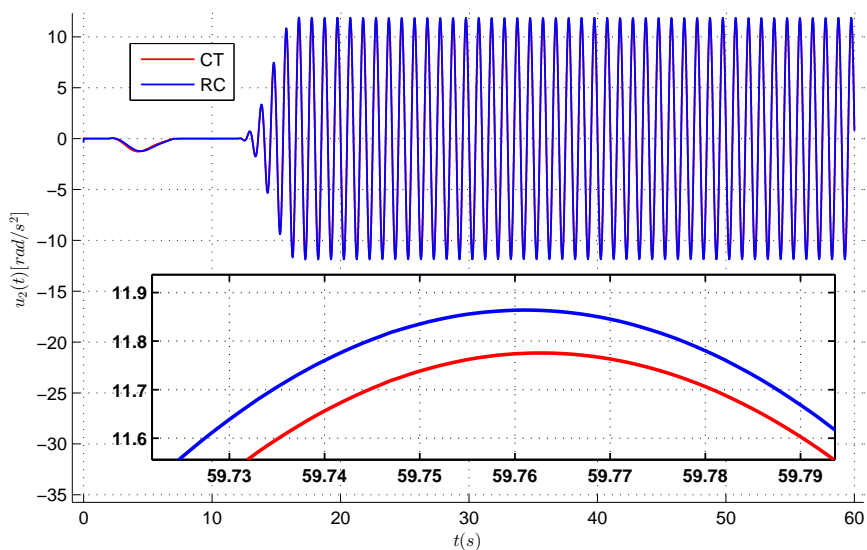


Figura 16: Caso 2, com referência de trajetória **A**. Sinal de controle do sistema linear da junta 2, sem erro paramétrico (utilizando **D0** na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

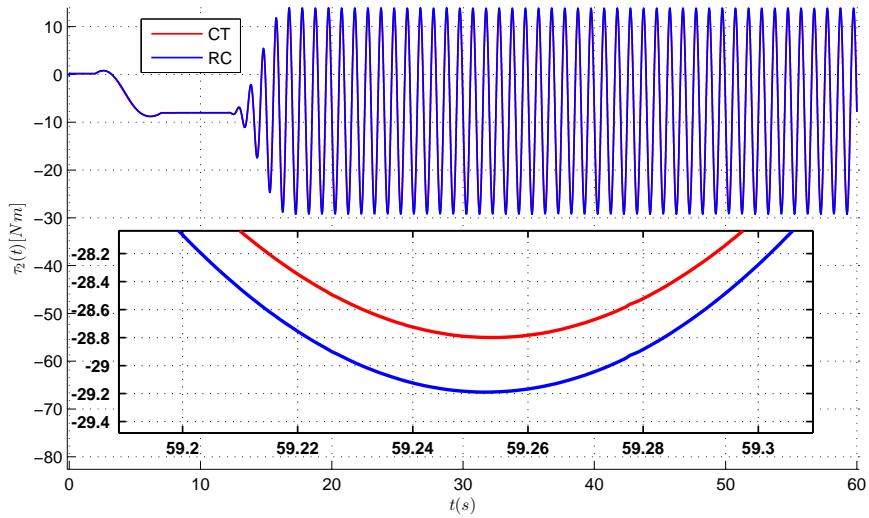


Figura 17: Caso 2, com referência de trajetória **A**. Torque aplicado na junta 2, sem erro paramétrico (utilizando **D0** na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

ferência entre os controladores, com o sistema com **CT** com erro maior que o sistema com controlador **RC**. A diferença entre os controladores foi de aproximadamente  $0,01\text{rad}$  ( $1,8^\circ$ ).

O sinal de erro no seguimento de referência pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT** estão na figura 19. Observa-se a diferença no erro de seguimento da referência entre os controladores, com o sistema com controlador **CT** tendo maior erro no seguimento de referência que o sistema com controlador **RC**, em regime permanente.

Os valores do sinal de controle  $u_2$  pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT** são apresentados na figura 20. Observa-se pouca diferença na amplitude dos sinais de controle entre os controladores, com o sistema com **CT** menor que o sistema com controlador **RC**.

Na figura 21 são apresentados os valores do torque  $\tau_2$  pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT**. De forma semelhante aos demais experimentos, é evidente que o custo de torque é semelhante quando comparado o uso dos dois controladores.

#### 5.5.4 Resultados com erro paramétrico com referência de trajetória **A**

Os resultados das simulações considerando a primeira trajetória e erro paramétrico são apresentados a seguir. Nessas simulações foi aplicado o controle repetitivo apenas na junta de número 2, e controle por torque calculado nas demais juntas.

Na Tabela 3 são apresentados os resultados das simulações, variando a descrição utilizada na linearização por realimentação (primeira coluna), com as integrais do sinal de controle e do erro para os controladores repetitivo (indicado como **RC**) e torque calculado (indicado como **CT**). Da segunda à quinta coluna, estão as integrais do erro ( $e_2$ ) e do sinal de controle ( $u_2$ ) a partir de 17s de simulação a partir do qual a referência é periódica. Dessa forma, busca-se evidenciar o desempenho do sistema em regime permanente. Nos dois últimos pares de colunas, estão as integrais do erro ( $e_2$ ) e do sinal de controle ( $u_2$ ) de todo o tempo de simulação. Observa-se que as integrais do erro no seguimento



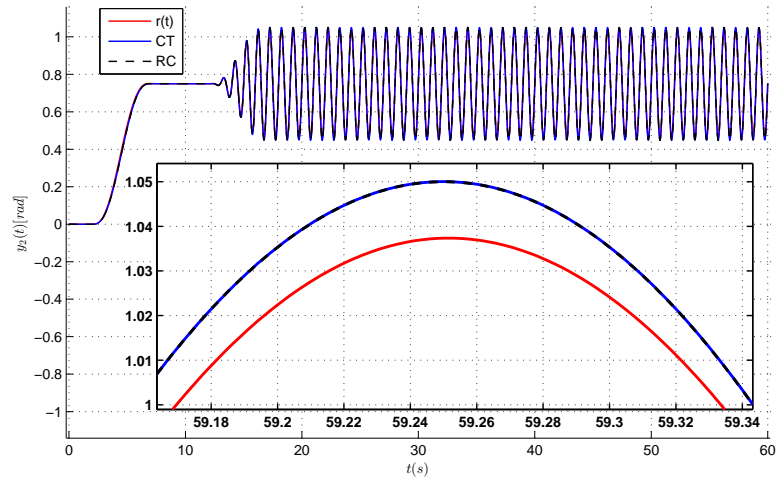


Figura 18: Posição e referência, com  $d_0 = d_1 = 0,1 Nms/rad$  e sem erro paramétrico (utilizando **D0** na linearização por realimentação e na simulação).

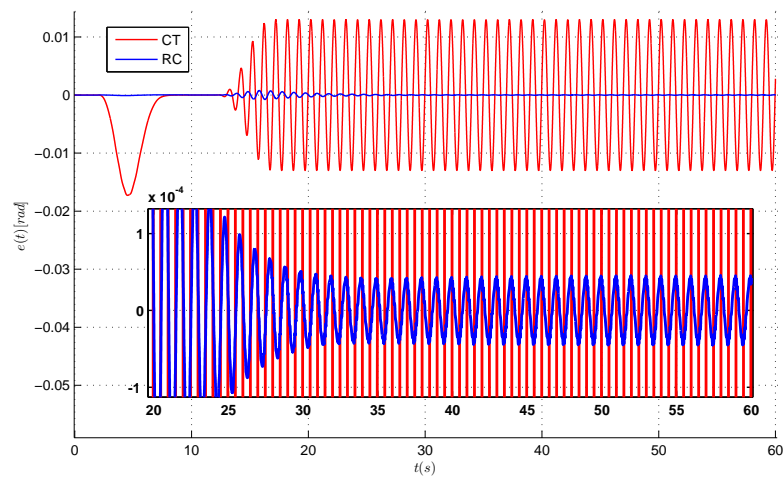


Figura 19: Erro no seguimento de referência, com  $d_0 = d_1 = 0,1 Nms/rad$  e sem erro paramétrico (utilizando **D0** na linearização por realimentação e na simulação).

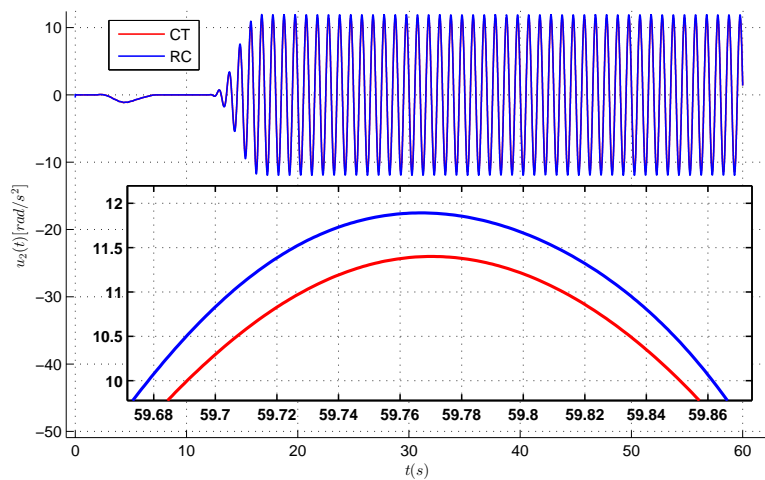


Figura 20: Sinal de controle, com  $d_0 = d_1 = 0,1Nms/rad$  e sem erro paramétrico (utilizando **DO** na linearização por realimentação e na simulação).

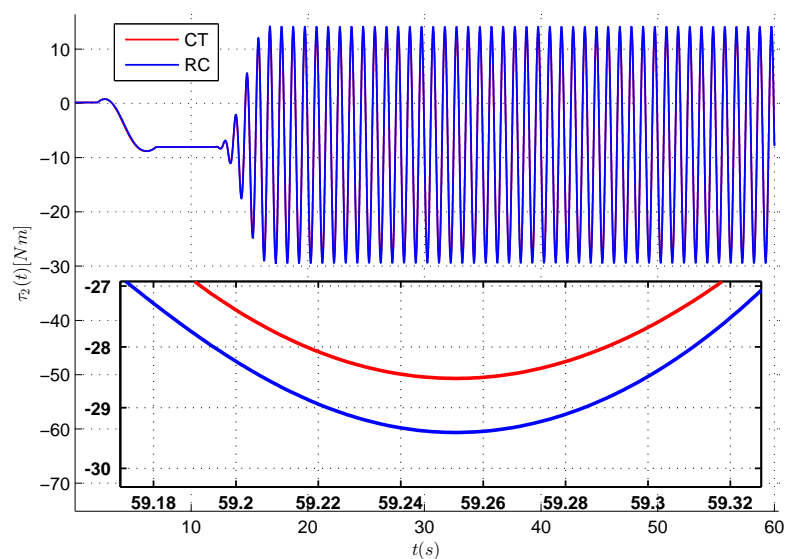


Figura 21: Sinal de controle, com  $d_0 = d_1 = 0,1Nms/rad$  e sem erro paramétrico (utilizando **DO** na linearização por realimentação e na simulação).

de referência quando utilizado o controle repetitivo não variam de forma significativa. Já, as integrais de erro quando utilizado o controle por torque calculado, na medida que aumenta a incerteza paramétrica, aumenta o erro. Quanto ao sinal de controle, tem-se diferença relativamente pequena nas suas integrais. O custo do sinal de controle é o critério de equiparação utilizado e é observado que ambas as estratégias apresentam custos equivalentes. Tais resultados são semelhantes aos obtidos para o desempenho do sistema na presença de erro de modelo, ou seja, pode-se inferir que o erro paramétrico causa efeitos semelhantes aos efeitos causados por erro de estrutura de modelo.

Tabela 3: Desempenho dos controladores com modelo não linear do manipulador, erro paramétrico e referência de trajetória **A**.

Descrição	$\int_{17s}^{60s}  e_2(t)  dt$		$\int_{17s}^{60s}  u_2(t)  dt$		$\int_0^{60s}  e_2(t)  dt$		$\int_0^{60s}  u_2(t)  dt$	
	RC	CT	RC	CT	RC	CT	RC	CT
<b>D0</b>	0,0026	0,0804	324,86	322,33	0,0043	0,0965	347,36	344,67
<b>D1</b>	0,0026	0,0833	324,17	321,81	0,0044	0,1123	349,66	347,02
<b>D2</b>	0,0026	0,0924	323,72	321,61	0,0045	0,1355	352,45	349,81
<b>D3</b>	0,0026	0,1211	324,14	322,82	0,0045	0,1841	357,62	355,12

Na figura 22 são mostrados os valores de posição pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT** e a referência. Observa-se diferença de aproximadamente  $5 \times 10^{-4} \text{rad}$  ( $0,9^\circ$ ) no seguimento da referência entre os controladores, ou seja, uma diferença muito pequena se comparada com a amplitude do movimento, a qual é de  $0,3 \text{rad}$  ( $54^\circ$ ).

São apresentados na figura 23 os valores de erro no seguimento de referência pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT**. Observa-se, então, a diferença no erro de seguimento da referência entre os controladores: o sistema com controlador **CT** apresentou erro maior que o sistema com controlador **RC** em regime permanente. No caso do sistema com o controlador **CT** o erro tem um *bias*, que é causado pela não compensação do erro paramétrico. Por outro lado, o sistema com controlador **RC** compensou o *bias* gerado pelo erro paramétrico.

Os valores do sinal de controle  $u_2$  pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT** são mostrados na figura 24. Semelhantemente, na figura 25 são apresentados os valores do torque  $\tau_2$  pelo tempo, e tem-se uma diferença pouco significativa na amplitude dos sinais entre os controladores, com o sistema com **CT** menor que o sistema com controlador **RC**.

### 5.5.5 Resultados com erro de modelo e referência de trajetória **B**

Os resultados das simulações considerando a trajetória **B** e simulando um erro de estrutura de modelo são apresentados a seguir. Nas simulações denominadas **RC**, foi aplicado o controle repetitivo em todas as juntas. Espera-se que, ao executar a trajetória **B**, os efeitos das forças de coriolis sejam intensificados, ou seja, o movimento periódico das juntas 2 e 3 resultará em torque adicional indesejado nas demais juntas. Com efeito, é previsto que o controlador repetitivo rejeite tais perturbações, ao contrário do que é previsto com o uso do controlador por torque calculado.

A Tabela 4 estrutura os resultados das simulações de forma semelhante à Tabela 1, variando os valores de  $d_0$  e  $d_1$  (primeiro par de colunas), com as integrais do sinal de controle e do erro para os controladores repetitivo (indicado como **RC**) e torque calculado

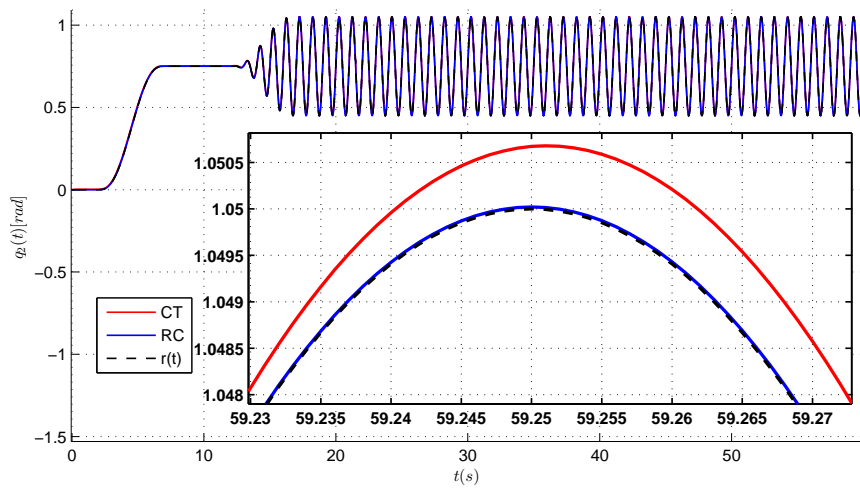


Figura 22: Caso 2, com referência de trajetória **A**. Posição e referência para a junta 2, com erro paramétrico, utilizando a descrição **D3** na linearização por realimentação e **D0** na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

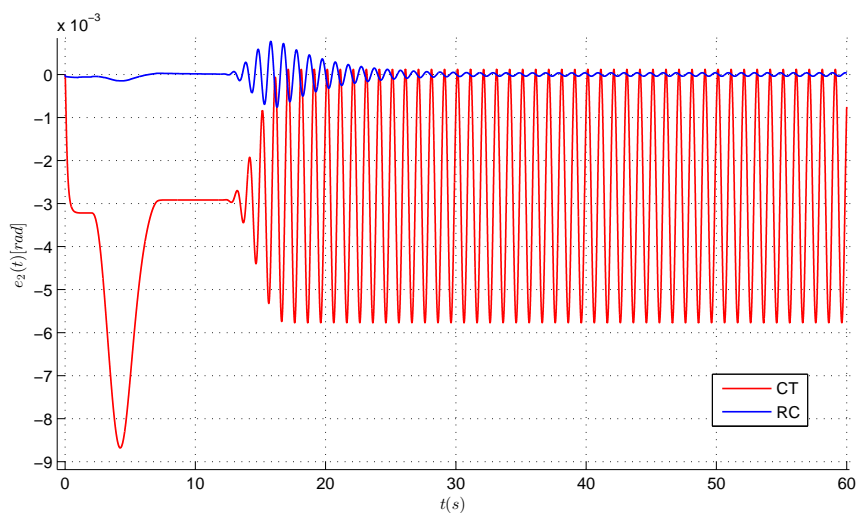


Figura 23: Caso 2, com referência de trajetória **A**. Erro no seguimento de referência na junta 2, com erro paramétrico, utilizando a descrição **D3** na linearização por realimentação e **D0** na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

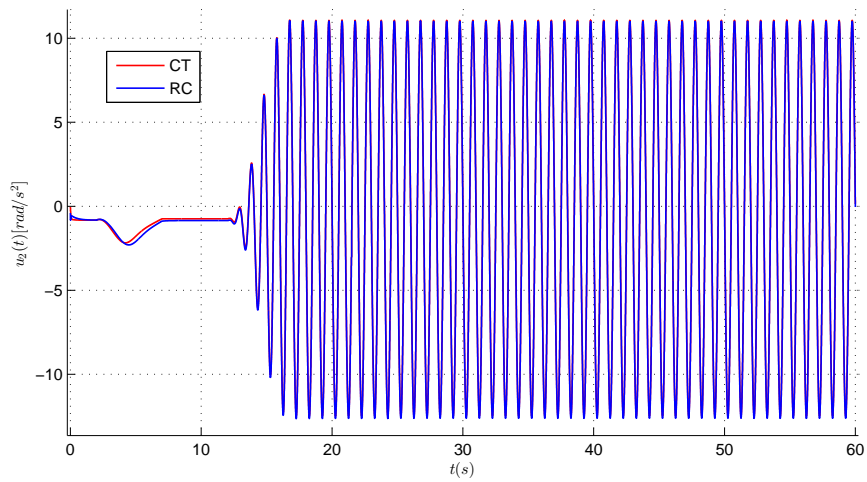


Figura 24: Sinal de controle do sistema linear da junta 2, com erro paramétrico, utilizando a descrição **D3** na linearização por realimentação e **D0** na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

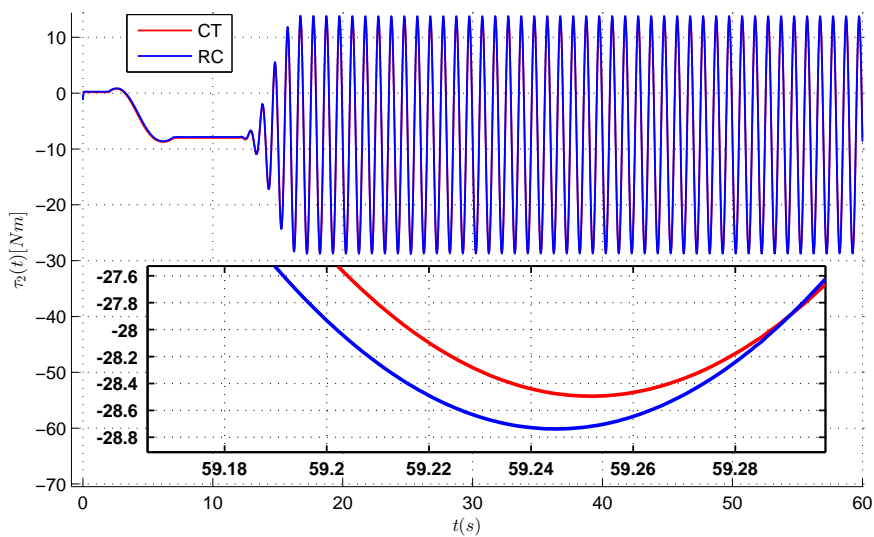


Figura 25: Caso 2, com referência de trajetória **A**. Torque aplicado na junta 2, com erro paramétrico, utilizando a descrição **D3** na linearização por realimentação e **D0** na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

(indicado como **CT**). No segundo e terceiro par de colunas, estão as integrais do erro ( $e_i$ ) e do sinal de controle ( $u_i$ ) a partir de 17s (referência periódica). Nos dois últimos pares de colunas, estão as integrais do erro ( $e_i$ ) e do sinal de controle ( $u_i$ ) de todo o tempo de simulação. Conforme a Tabela 4, os resultados são semelhantes aos resultados obtidos com a trajetória **A**. Ainda pode-se observar diferença no erro de seguimento de trajetória em relação aos controladores e custos de controle semelhantes.

Tabela 4: Desempenho dos controladores com o modelo não linear do manipulador, erro de estrutura de modelo e referência de trajetória **B**.

		$\int_{17s}^{60s}  e_i(t) dt$	$\int_{17s}^{60s}  u_i(t) dt$	$\int_0^{60s}  e_i(t) dt$	$\int_0^{60s}  u_i(t) dt$				
Junta de número $i = 1$ :									
$d_0$	$d_1$	RC	CT	RC	CT	RC	CT	RC	CT
0	0	0.0004	0.6612	53.45	74.47	0.0007	0.6933	56.69	78.54
0	0,01	0.0004	0.6635	53.92	74.77	0.0007	0.6958	57.19	78.85
0	0,1	0.0005	0.6783	58.13	76.90	0.0007	0.7120	61.64	81.17
0,01	0	0.0004	0.6642	54.16	74.88	0.0007	0.6965	57.45	78.98
0,01	0,01	0.0004	0.6651	54.63	75.06	0.0007	0.6976	57.94	79.18
0,1	0	0.0005	0.6866	60.59	78.17	0.0008	0.7212	64.25	82.56
0,1	0,1	0.0005	0.7055	65.27	80.73	0.0008	0.7417	69.20	85.33
Junta de número $i = 2$ :									
$d_0$	$d_1$	RC	CT	RC	CT	RC	CT	RC	CT
0	0	0.0028	0.4022	347.07	336.83	0.0046	0.4690	370.91	360.02
0	0,01	0.0028	0.4076	347.31	336.74	0.0046	0.4745	371.16	359.92
0	0,1	0.0028	0.4560	349.51	335.94	0.0046	0.5240	373.41	359.02
0,01	0	0.0028	0.4106	347.43	336.68	0.0046	0.4776	371.28	359.86
0,01	0,01	0.0028	0.4159	347.67	336.58	0.0046	0.4830	371.53	359.74
0,1	0	0.0028	0.4869	350.77	335.49	0.0046	0.5555	374.71	358.52
0,1	0,1	0.0028	0.5419	353.36	334.88	0.0046	0.6116	377.36	357.81
Junta de número $i = 3$ :									
$d_0$	$d_1$	RC	CT	RC	CT	RC	CT	RC	CT
0	0	0.0029	5.4007	360.22	439.97	0.0045	5.7141	382.80	466.22
0	0,01	0.0029	5.3959	360.70	439.73	0.0045	5.7089	383.31	465.97
0	0,1	0.0029	5.3478	365.40	436.64	0.0046	5.6575	388.25	462.82
0,01	0	0.0029	5.3927	361.04	439.52	0.0045	5.7055	383.67	465.75
0,01	0,01	0.0029	5.3868	361.54	439.03	0.0045	5.6992	384.19	465.25
0,1	0	0.0030	5.3196	369.03	435.08	0.0046	5.6273	392.09	461.27
0,1	0,1	0.0030	5.2718	375.20	432.90	0.0047	5.5760	398.58	459.09

Os valores de erro no seguimento de referência pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT** para as juntas 1, 2 e 3 estão nas figuras 26, 27 e 28 respectivamente. Observa-se que o erro de seguimento de trajetória utilizando o controlador por torque calculado foi bem maior que o erro utilizando o controlador repetitivo, tanto em regime transitório quanto em regime permanente. Com o uso do controlador repetitivo, o erro não excedeu 0,001rad (0,1°). Com o controlador por torque calculado, a amplitude do erro em regime permanente foi de aproximadamente 0,2rad (36°), ou seja, um erro significativo.

O sinal de erro no seguimento de referência para as juntas 1, 2 e 3, utilizando os con-

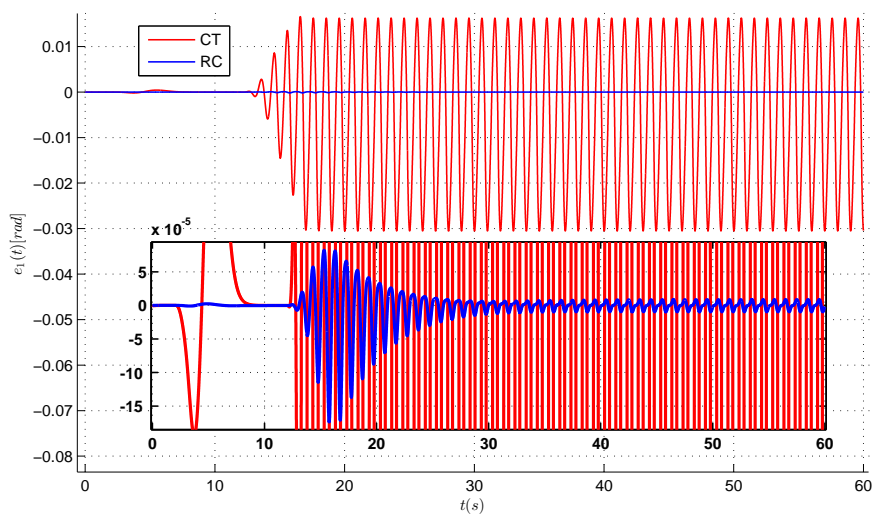


Figura 26: Caso 2, com referência de trajetória **B**. Erro no seguimento de referência na junta 1, sem erro paramétrico (utilizando **D0** na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

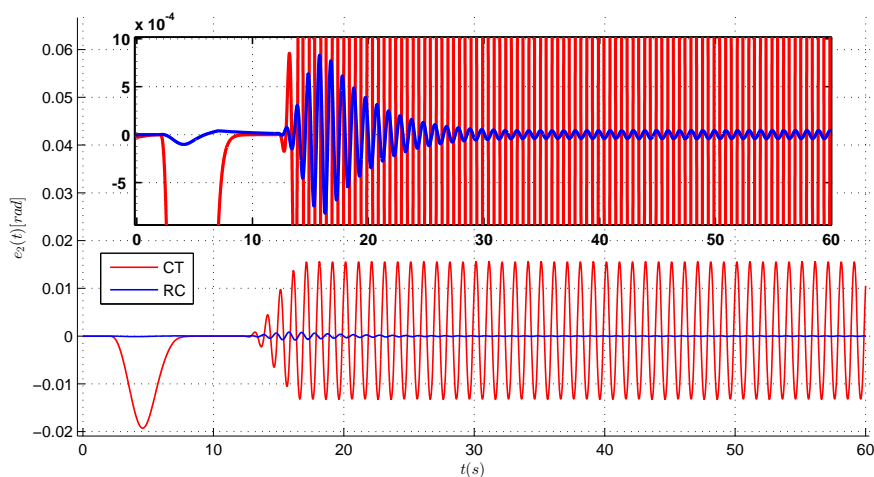


Figura 27: Caso 2, com referência de trajetória **B**. Erro no seguimento de referência na junta 2, sem erro paramétrico (utilizando **D0** na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

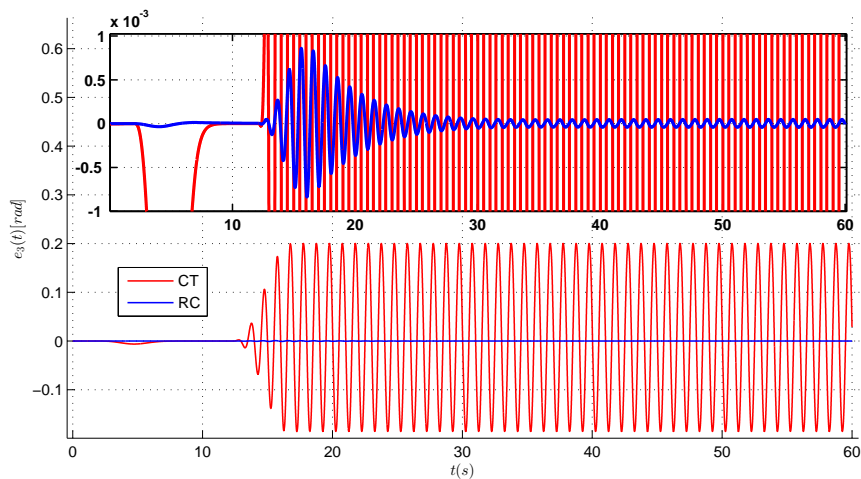


Figura 28: Caso 2, com referência de trajetória **B**. Erro no seguimento de referência na junta 3, sem erro paramétrico (utilizando **D0** na linearização por realimentação e na simulação) e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

troladores **RC** e **CT** estão na figuras 29, 30 e 31, respectivamente. Observa-se a diferença no erro de seguimento da referência entre os controladores, com o sistema com controlador **CT** tendo maior erro que o sistema com controlador **RC**, em regime permanente.

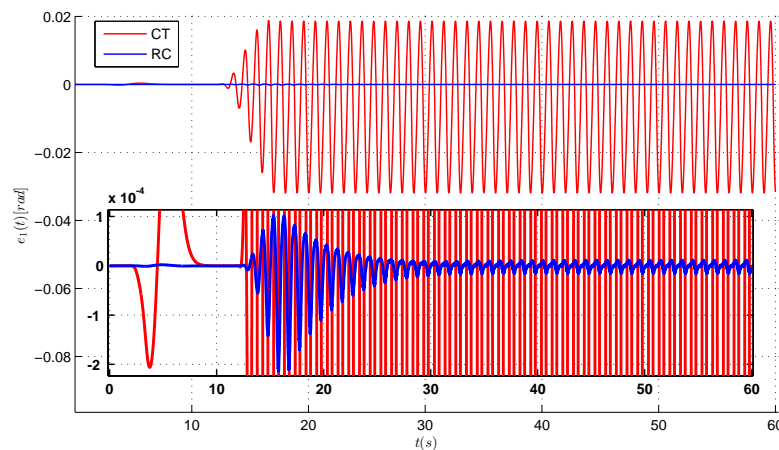


Figura 29: Caso 2, com referência de trajetória **B**. Erro no seguimento de referência na junta 1, com  $d_0 = d_1 = 0,1 Nms/rad$  e sem erro paramétrico (utilizando **D0** na linearização por realimentação e na simulação).

### 5.5.6 Resultados com erro paramétrico com referência de trajetória **B**

Os resultados das simulações considerando a segunda trajetória e erro paramétrico são apresentados a seguir. Nessas simulações foi aplicado o controle repetitivo em todas as juntas.

Na Tabela 5 são apresentados os resultados das simulações, variando a descrição utilizada na linearização por realimentação (primeira coluna), com as integrais do sinal de



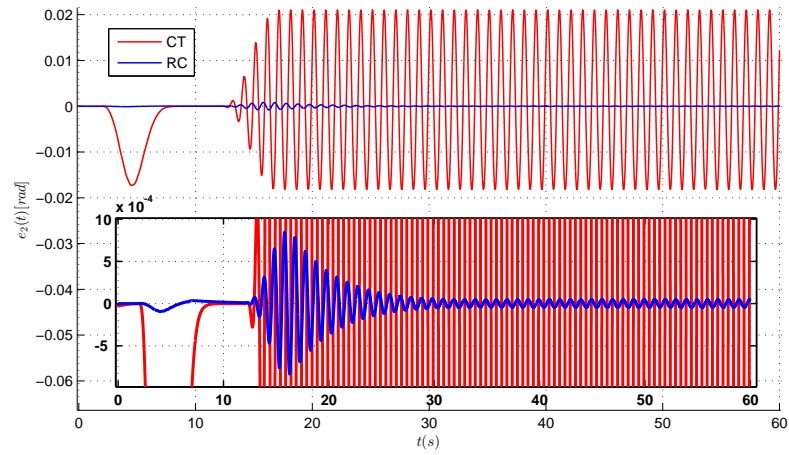


Figura 30: Caso 2, com referência de trajetória **B**. Erro no seguimento de referência na junta 2, com  $d_0 = d_1 = 0,1Nms/rad$  e sem erro paramétrico (utilizando **D0** na linearização por realimentação e na simulação).

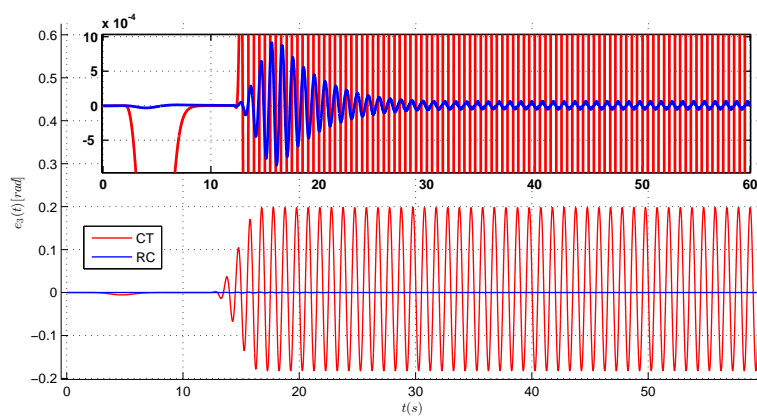


Figura 31: Caso 2, com referência de trajetória **B**. Erro no seguimento de referência na junta 3, com  $d_0 = d_1 = 0,1Nms/rad$  e sem erro paramétrico (utilizando **D0** na linearização por realimentação e na simulação).

controle e do erro para os controladores repetitivo (indicado como **RC**) e torque calculado (indicado como **CT**). Da segunda à quinta coluna, estão as integrais do erro ( $e_i$ ) e do sinal de controle ( $u_i$ ) a partir de 17s de simulação (referência periódica). Dessa forma, busca-se evidenciar o desempenho do sistema em regime permanente. Nos dois últimos pares de colunas, estão as integrais do erro ( $e_i$ ) e do sinal de controle ( $u_i$ ) de todo o tempo de simulação.

Tabela 5: Desempenho dos controladores com modelo não linear do manipulador, erro paramétrico e referência de trajetória **B**.

	$\int_{17s}^{60s}  e_2(t) dt$		$\int_{17s}^{60s}  u_2(t) dt$		$\int_0^{60s}  e_2(t) dt$		$\int_0^{60s}  u_2(t) dt$	
Junta de número 1:								
Descrição	RC	CT	RC	CT	RC	CT	RC	CT
<b>D0</b>	0,0004	0,5570	48,58	60,82	0,0007	0,6799	55,27	72,31
<b>D1</b>	0,0004	0,5425	46,18	62,61	0,0008	0,6933	56,88	75,62
<b>D2</b>	0,0004	0,6114	51,81	70,81	0,0008	0,7061	59,00	78,78
<b>D3</b>	0,0004	0,6612	53,45	74,33	0,0010	0,7750	63,69	78,54
Junta de número 2:								
Descrição	RC	CT	RC	CT	RC	CT	RC	CT
<b>D0</b>	0,0029	0,3591	338,29	343,77	0,0046	0,6255	371,07	378,31
<b>D1</b>	0,0029	0,3448	340,17	339,62	0,0046	0,5208	369,34	369,21
<b>D2</b>	0,0029	0,3669	343,57	339,07	0,0047	0,4845	370,05	365,38
<b>D3</b>	0,0029	0,4022	347,07	336,83	0,0047	0,4690	370,91	360,02
Junta de número 3:								
Descrição	RC	CT	RC	CT	RC	CT	RC	CT
<b>D0</b>	0,0029	4,7297	272,54	335,33	0,0044	5,5503	325,25	391,15
<b>D1</b>	0,0029	4,9094	293,85	367,81	0,0044	5,5278	333,86	410,56
<b>D2</b>	0,0030	5,1218	326,40	401,61	0,0045	5,6097	359,35	437,60
<b>D3</b>	0,0030	5,4007	360,83	439,82	0,0045	5,7141	382,80	466,22

São apresentados na figura 32, 33 e 34 os valores de erro no seguimento de referência pelo tempo do sistema utilizando os controladores **RC** e **CT**, para as juntas 1, 2 e 3, respectivamente. Observa-se, então, a diferença no erro de seguimento da referência entre os controladores: o sistema com controlador **CT** apresentou erro maior que o sistema com controlador **RC**. Semelhantemente ao seguimento de referência de trajetória **A**, no sistema com o controlador **CT** o erro tem um *bias*. Já o sistema com controlador **RC** compensou o *bias* gerado pelo erro paramétrico.

### 5.5.7 Conclusões

Conforme os resultados, o controlador repetitivo apresentou menor erro no seguimento de referência sem demandar maior custo de sinal de controle em comparação ao controle por torque calculado. Tal desempenho foi observado tanto nas simulações nas quais o controlador repetitivo foi utilizado em uma junta apenas quanto nas simulações em que foi utilizado em todas as juntas.

Em todas as simulações, pode-se observar que o controlador por torque calculado teve o desempenho afetado de forma depreciativa quando na presença de erro paramétrico ou de estrutura de modelo. Já o sistema com o controlador baseado no controle repetitivo não

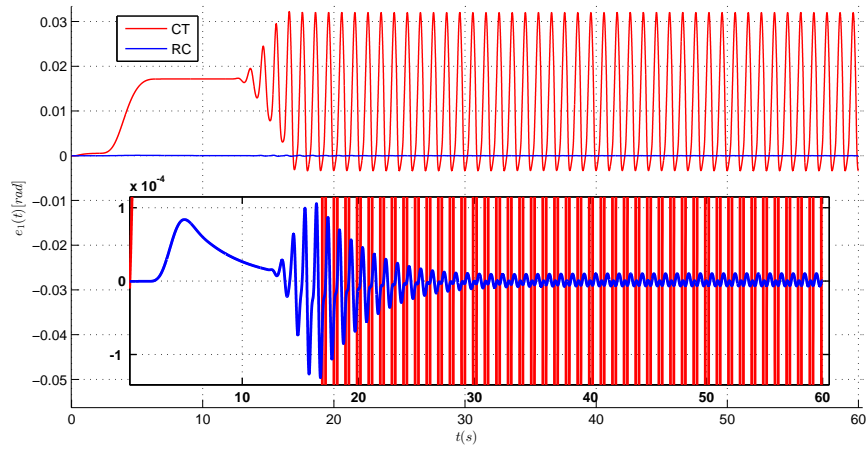


Figura 32: Caso 2, com referência de trajetória **B**. Erro no seguimento de referência na junta 1, com erro paramétrico, utilizando a descrição **D3** na linearização por realimentação e **D0** na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

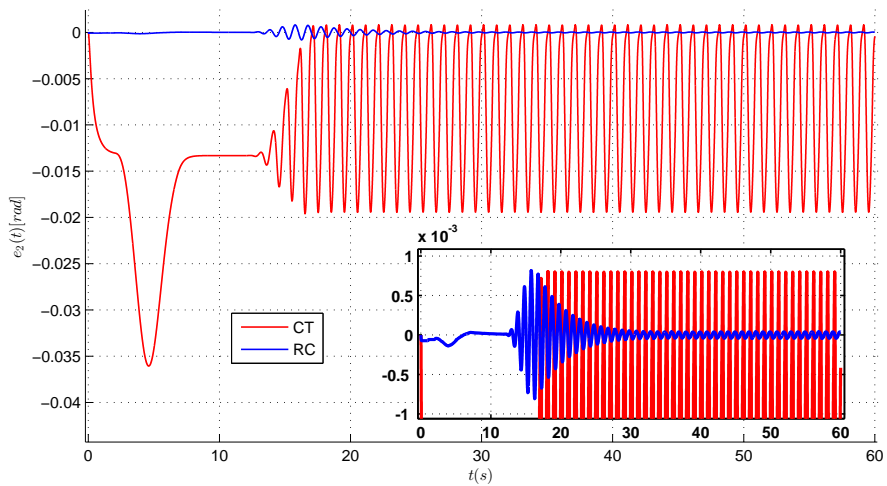


Figura 33: Caso 2, com referência de trajetória **B**. Erro no seguimento de referência na junta 2, com erro paramétrico, utilizando a descrição **D3** na linearização por realimentação e **D0** na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

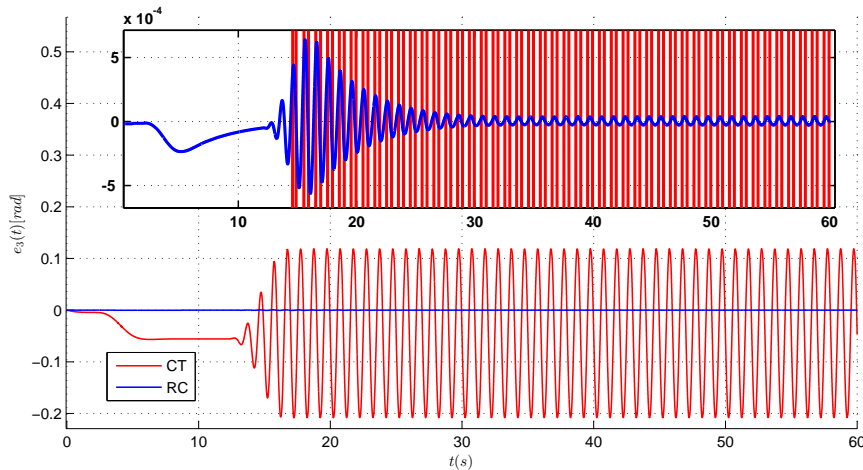


Figura 34: Caso 2, com referência de trajetória **B**. Erro no seguimento de referência na junta 3, com erro paramétrico, utilizando a descrição **D3** na linearização por realimentação e **D0** na simulação, e sem erro de modelo ( $d_0 = d_1 = 0$ ).

teve o desempenho afetado significativamente quando na presença de erro paramétrico ou de estrutura de modelo.

Uma possível justificativa para o fato do controlador por torque calculado não rejeitar plenamente as perturbações pode ser obtida a partir da dinâmica do erro de seguimento de referência. Seja o sistema linearizado (30) com a perturbação  $d(t)$  gerada a partir do erro de linearização dado por

$$\ddot{q}_i(t) = \nu_i(t) + d(t) \quad (195)$$

pode-se concluir que a dinâmica do erro de seguimento de referência do manipulador com o controle por torque calculado na presença de perturbação no modelo linear resulta em (ZUO; WANG; HUANG, 2008):

$$\ddot{e}_i(t) + K_D \dot{e}_i(t) + K_P e_i(t) = d(t) \quad (196)$$

Assim,  $e(t)$  não converge para zero se  $d(t)$  também não convergir.

No caso 1, quando não há erro de estrutura de modelo, o erro em regime permanente é nulo e tal fato é esperado. Contudo, no caso 2, na simulação em que não há erro de estrutura de modelo e que seja utilizada a mesma descrição, tanto na simulação quanto na linearização por realimentação, o desempenho do controlador por torque calculado apresenta erro, mesmo que pequeno, no seguimento de trajetória em regime permanente. Isso deve-se ao fato da diferença numérica entre o cálculo da dinâmica do manipulador simulado no Gazebo (utilizando a biblioteca ODE) e o torque calculado pela linearização por realimentação (utilizando a biblioteca KDL). Tal resultado é interessante quando se considerar possíveis experimentos com o manipulador físico substituindo o manipulador simulado e utilizando o mesmo controlador.

Nas simulações em que há referência periódica em mais de uma junta, o controlador por torque calculado obteve maiores erros quando comparado com as simulações nas quais havia apenas uma junta com referência periódica. Por outro lado, o controlador repetitivo apresentou valores de erro semelhantes em todos os casos, ou seja, foi pouco afetado pela variação dos erros paramétricos e de estrutura de modelo, bem como pela variação do efeito de coriolis.

## 6 CONCLUSÃO

No presente trabalho foram apresentadas e comparadas duas estratégias de controle aplicadas a manipuladores robóticos: o controle por torque calculado e o controle repetitivo. Primeiramente foi apresentada uma breve descrição do manipulador WAM, no qual é focado o uso dos controladores, a seguir da formulação do modelo não linear de um manipulador genérico com  $N$  graus de liberdade e, posteriormente, foram apresentadas as sínteses dos controladores e os projetos dos ganhos utilizados nas simulações.

Foram apresentados dois casos de simulação do sistema com os controladores: o caso 1, com simulação do modelo perfeitamente linearizado no programa numérico MATLAB, e o caso 2, com simulação no sistema ROS com o programa Gazebo. No caso 1 ficou evidente que o controle por torque calculado é sensível a perturbações periódicas no sistema. No caso 2, o desempenho do controlador repetitivo mostrou-se superior ao desempenho do controlador por torque calculado frente a perturbações geradas por erro de modelo e por erro paramétrico. Em outras palavras, verificou-se a propriedade do controlador repetitivo de rejeitar significativamente as perturbações periódicas no modelo linear do manipulador (geradas por erro de linearização por realimentação). Assim, confirma-se que erros de estrutura de modelo e erros paramétricos podem ser vistos como perturbações na entrada do sistema linearizado e que o controlador repetitivo oferece significativa atenuação dessas perturbações.

Importante observar que tais resultados e considerações são obtidos apenas para o caso em que se tem referência de trajetória periódica e que, ainda assim, a diferença de desempenho entre os controladores pode não ser observada quando aplicados a manipuladores físicos. A partir dos resultados sem simulação de erros, contando apenas com a possibilidade prática de se obter os menores erros de linearização, o erro no seguimento de trajetória utilizando o controlador por torque calculado foi inferior a 2°. Em termos práticos, dependendo da precisão dos equipamentos utilizados, ambos os controladores podem acabar por apresentar o mesmo desempenho quando aplicados a manipuladores físicos.

Uma das contribuições deste trabalho foi a utilização de um problema de otimização para projeto dos ganhos do controlador repetitivo aplicado a manipuladores robóticos. Tal problema parte da teoria de estabilidade segundo Lyapunov com um funcional Lyapunov-Krasoviskii (para sistemas com atraso) e foi proposto um custo quadrático dos estados e do sinal de controle (BONAN et al., 2011; OLIVEIRA; LAGES; SILVA JÚNIOR., 2015).

O controlador repetitivo proposto no presente trabalho, em comparação ao controlador por torque calculado, requer apenas a integração do estado do controlador e a implementação do elemento de atraso, comuns na implementação dos controladores repetitivos propostos na literatura. Tanto o controlador repetitivo quanto o controlador por torque calculado requerem a implementação de uma rotina de linearização por realimentação do

modelo do manipulador.

Ainda em comparação com outros trabalhos, a maioria dos autores propõe o uso desacoplado dos controladores (repetitivo, por torque calculado, adaptativo, por aprendizagem etc.). Para que se garanta os critérios de desempenho de todas as variáveis de junta, faz-se necessária a formulação do projeto dos ganhos considerando o sistema com todas as variáveis de junta e possíveis incertezas.

A partir do desenvolvimento e dos resultados obtidos na presente dissertação, pode-se sugerir as seguintes propostas de trabalho:

- Comparação e avaliação dos controladores propostos aplicados ao manipulador físico WAM com controle através do sistema ROS em tempo real. Tal proposta é importante para que se possa investigar a diferença prática entre os controladores abordados.
- Implementação do controlador repetitivo para seguimento de referência de trajetória no espaço cartesiano.
- Síntese do controlador e projeto dos ganhos considerando acoplamento entre as juntas e formulação politópica do modelo linearizado do manipulador. Buscando modelar os erros paramétricos como incertezas e o erro de estrutura de modelo como uma perturbação.
- Aplicação da estratégia de controle repetitivo no controle de força e posição no espaço cartesiano.

## REFERÊNCIAS

- ABDALLAH, C. et al. Survey of robust control for rigid robots. **Transactions on Control Systems**, New York, NY, v.11, n.2, p.24–30, Feb 1991.
- AHN, H. S.; CHEN, Y.; MOORE, K. L. Iterative Learning Control: brief survey and categorization. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)**, Philadelphia, v.37, n.6, p.1099–1121, Nov 2007.
- AN, C. H. **Trajectory and Force Control of a Direct Drive Arm**. 1986. 160 f. Thesis (Doctor of Philosophy in Electrical Engineering and Computer Science) — Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, Ohio, 1986. Supervisor: John M. Hollerbach.
- AN, C. H. et al. Experimental evaluation of feedforward and computed torque control. **Transactions on Robotics and Automation**, New York, NY, v.5, n.3, p.368–373, Jun 1989.
- ASADA, H.; SLOTINE, J.-J. **Robot analysis and control**. New York, NY: John Wiley & Sons, 1986.
- BARRETT TECHNOLOGY INC. **Wiki WAM Support**. Disponível em: <<http://support.barrett.com/wiki/WAM>>. Acesso em: 3 jan. 2015.
- BARRETT TECHNOLOGY INC. **Figure 6 - WAM Standard Home Position**. Wiki Wam Support. Disponível em: <<http://support.barrett.com/wiki/WAM>>. Acesso em: 3 nov. 2015.
- BARRETT TECHNOLOGY INC. **Figure 36, WAM 7-DOF dimensions and D-H frames/Kinematics, Transmission Ratios, and Joint Ranges 4 DOF and 7 DOF**. Wiki Wam Support. Disponível em: <<http://support.barrett.com/wiki/WAM>>. Acesso em: 3 jan. 2015.
- BARROS, T. T. T. **Modelagem e Implementação no ROS de um Controlador para Manipuladores Móveis**. 2014. 159 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2014. Orientador: Walter Fetter Lages.
- BARROS, T. T. T.; LAGES, W. F. A Mobile Manipulator Controller Implemented in the Robot Operating System. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ROBOTICS, 41., 2014, Munich, Germany. **Proceedings...** Frankfurt: VDE e.V. Conference Services, 2014. p.1–8.

- BATHE, K.-J.; WILSON, E. L. **Numerical methods in finite element analysis**. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1976.
- BAZANELLA, A. S.; SILVA JÚNIOR, J. M. G. da. **Sistemas de controle: princípios e métodos de projeto**. Porto Alegre, RS: UFRGS, 2005.
- BEJCZY, A. K. **Robot arm dynamics and control**. Pasadena, CA: Jet Propulsion Lab., California Inst. of Tech., 1972. Technical Report.
- BEJCZY, A. K. et al. Nonlinear feedback control of PUMA 560 robot arm by computer. In: CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 24., 1985, Fort Lauderdale, FL. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1985. p.1680–1688.
- BEJCZY, A.; TARN, T.; CHEN, Y. Robot arm dynamic control by computer. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 2., 1985, St. Louis, MO. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1985. p.960–970.
- BONAN, G. et al. Repetitive controller design for uninterruptible power supplies: an lmi approach. In: ANNUAL CONFERENCE ON IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY, 37., 2011, Melbourne, Vic, Australia. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2011. p.704–709.
- BOYD, S. P. et al. **Linear matrix inequalities in system and control theory**. Philadelphia, PA: SIAM, 1994. v.15.
- BOYER, F. et al. Fast Dynamics of an Eel-Like Robot Comparisons With Navier Stokes Simulations. **Transactions on Robotics**, New York, NY, v.24, n.6, p.1274–1288, Dec 2008.
- BOYER, F.; POREZ, M.; KHALIL, W. Macro-continuous computed torque algorithm for a three-dimensional eel-like robot. **IEEE Transactions on Robotics**, Brookline, MA, v.22, n.4, p.763–775, Aug 2006.
- CASTRO, R. d. S. **Controladores ressonante e repetitivo modificados para o tratamento de sinais com período variante no tempo**. 2015. 195 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — , Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2015. Orientador: Aurélio Tergolina Salton. Coorientador: Jeferson Vieira Flores.
- CHEN, Y. et al. Iterative learning control and repetitive control in hard disk drive industry—a tutorial. In: CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 45., 2006, San Diego, CA. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2006. p.2338–2351.
- CHEW, K. K.; TOMIZUKA, M. Digital control of repetitive errors in disk drive systems. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 1989, Pittsburgh, PA. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1989. p.540–548.
- CHEW, K. K.; TOMIZUKA, M. Digital control of repetitive errors in disk drive systems. **Transactions on Control Systems**, Philadelphia, v.10, n.1, p.16–20, 1990.



CRAIG, J. J. **Introduction to Robotics: mechanics and control**. 3rd.ed. Upper Saddle River, N.J.: Pearson Education, 2005. (Addison-Wesley series in electrical and computer engineering: control engineering).

CUNHA, M. C. C. **Métodos numéricos**. Campinas, SP: Unicamp, 2003. (Coleção Livro-Texto).

DIXON, W. E. et al. Repetitive learning control: a lyapunov-based approach. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B: Cybernetics**, [S.l.], v.32, n.4, p.538–545, 2002.

DOH, T.-Y.; CHUNG, M. Repetitive control design for linear systems with time-varying uncertainties. **IEE Proceedings-Control Theory and Applications**, Stevenage, UK, v.150, n.4, p.427–432, 2003.

DOH, T.-Y.; RYOO, J. R.; CHUNG, M. J. Design of a repetitive controller: an application to the track-following servo system of optical disk drives. **IEE Proceedings-Control Theory and Applications**, Stevenage, UK, v.153, n.3, p.323–330, 2006.

DOYLE, J. C. et al. State-space solutions to standard  $H_2$  and  $H_\infty$  control problems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, NY, v.34, n.8, p.831–847, Aug 1989.

FADALI, M. S.; ZOHDY, M.; ADAMCZYK, B. Robust Pole Assignment for Computed Torque Robotic Manipulators Control. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 1989, Pittsburgh, PA. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1989. p.37–41.

FEATHERSTONE, R. **Rigid Body Dynamics Algorithms**. New York, NY: Springer Science & Business Media, 2008.

FELDMAN, J. A. et al. The Stanford Hand-Eye Project. In: INTERNATIONAL JOINT CONFERENCES ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE ORGANIZATION, 1969, Washington, D.C. **Proceedings...** Stanford: Stanford University, 1969. p.521–526.

FLORES, J. V. **Projeto de Controladores para o Seguimento de Referências Periódicas com Atuadores Saturantes**. 2012. 138 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2012. Orientador: João Manoel Gomes da Silva Júnior.

FLORES, J. V. et al. Síntese de controladores repetitivos chaveados: uma aplicação a fontes ininterruptas de energia (UPS). **Revista Controle & Automação**, Campinas, SP, v.22, n.2, 2011.

FLORES, J. V. et al. Síntese de controladores repetitivos chaveados: uma aplicação à fontes ininterruptas de energia (ups). **Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automática**, Campinas, SP, v.22, p.184 – 200, 2011.

FLORES, J. V. et al. Repetitive Control Design for MIMO Systems With Saturating Actuators. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Notre Dame, IN, v.57, n.1, p.192–198, Jan 2012.

FRANCIS, B. A.; WONHAM, W. M. The internal model principle of control theory. **Automatica**, Amsterdam, v.12, n.5, p.457–465, 1976.

FU, K. S.; GONZÁLEZ, R. C.; LEE, C. S. G. **Robotics: control, sensing, vision, and intelligence**. New York: McGraw-Hill, 1987. (McGraw-Hill series in CAD/CAM robotics and computer vision).

GILBERT, E. G.; HA, I. J. An approach to nonlinear feedback control with applications to robotics. **Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, New York, NY, v.SMC-14, n.6, p.879–884, Nov 1984.

GINHOUX, R. et al. Active filtering of physiological motion in robotized surgery using predictive control. **IEEE Transactions on Robotics**, Brookline, MA, v.21, n.1, p.67–79, Feb 2005.

GU, K.; KHARITONOV, V. L.; CHEN, J. **Stability of Time-Delay Systems**. Boston, MA: Birkhäuser, 2012. (Control Engineering).

HARA, S. et al. Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Notre Dame, IN, v.33, n.7, p.659–668, 1988.

HASHIMOTO, K. et al.  $H_\infty$  model-based robust control of a manipulator. In: INTELLIGENT ROBOTS AND SYSTEMS, 3., 1991, Osaka, Japan. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1991. p.1597–1602.

HSU, J. M.; PETERS, S. C. Extending Open Dynamics Engine for the DARPA Virtual Robotics Challenge. In: KROEGER, T.; BROENINK, J.; BRUGALI, D. (Ed.). **Simulation, Modeling, and Programming for Autonomous Robots**. Bergamo, Italy: Springer, 2014. p.37–48.

INOUE, T.; NAKANO, M.; IWAI, S. High accuracy control of servomechanism for repeated contouring. In: ANNUAL SYMPOSIUM ON INCREMENTAL MOTION CONTROL SYSTEMS AND DEVICES, 10., 1981, Urbana, IL. **Proceedings...** Champaign: IL: Incremental Motion Control Society, 1981. p.285–292.

ISIDORI, A. **Nonlinear Control Systems**. 3rd.ed. Berlin: Springer-Verlag, 1995.

ISLAM, S.; TAYEBI, A. New adaptive iterative learning control (AILC) for uncertain robot manipulators. In: CANADIAN CONFERENCE ON ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING, 3., 2004, Niagara Falls, Canada. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2004. p.1645–1651 Vol.3.

JANG, J. T.; GONG, H. C.; LYOU, J. Computed Torque Control of an aerospace craft using nonlinear inverse model and rotation matrix. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL, AUTOMATION AND SYSTEMS (ICCAS), 15., 2015, Busan, Korea (South). **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2015. p.1743–1746.

JEON, D.; TOMIZUKA, M. Learning hybrid force and position control of robot manipulators. **Transactions on Robotics and Automation**, New York, NY, v.9, n.4, p.423–431, Aug 1993.

KANADE, T.; SCHMITZ, D. Development of CMU direct-drive arm II. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 1985, Pittsburgh, PA. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1985. p.703–711.

KANEKO, K.; HOROWITZ, R. Repetitive and adaptive control of robot manipulators with velocity estimation. **Transactions on Robotics and Automation**, New York, NY, v.13, n.2, p.204–217, 1997.

KAO, W.-W. et al. Repetitive Control of a Two Degree of Freedom SCARA Manipulator. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 1989, Pittsburgh, PA. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1989. p.1484–1490.

KASAC, J. et al. Global positioning of robot manipulators with mixed revolute and prismatic joints. **Transactions on Automatic Control**, New York, NY, v.51, n.6, p.1035–1040, 2006.

KASAC, J. et al. Passive finite-dimensional repetitive control of robot manipulators. **Transactions on Control Systems Technology**, New York, NY, v.16, n.3, p.570–576, 2008.

KHALIL, H. K. **Nonlinear Systems**. 3rd.ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002.

KHOSLA, P. K.; KANADE, T. Real-time implementation and evaluation of the computed-torque scheme. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, Brookline, MA, v.5, n.2, p.245–253, Apr 1989.

KOENIG, N.; HOWARD, A. Design and use paradigms for Gazebo, an open-source multi-robot simulator. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT ROBOTS AND SYSTEMS, 2004, Sendai, Japan. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2004. p.2149–2154.

KREUTZ, K. On manipulator control by exact linearization. **Transactions on Automatic Control**, New York, NY, v.34, n.7, p.763–767, Jul 1989.

LEAHY, M.; SARIDIS, G. Compensation of unmodeled puma manipulator dynamics. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 4., 1987, Raleigh, NC. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1987. p.151–156.

LEAHY, M.; VALAVANIS, K.; SARIDIS, G. The effects of dynamic models on robot control. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 3., 1986, San Francisco, CA. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1986. p.49–54.

LEE, G. W.; CHENG, F. T. Robust control of manipulators using the computed torque plus  $H_{\infty}$  compensation method. **IEE Proceedings - Control Theory and Applications**, Stevenage, UK, v.143, n.1, p.64–72, Jan 1996.

- LI, B. et al. Basic Properties of Periodic Functions. **Formalized Mathematics**, Białystok, Polônia, v.17, n.1-4, p.245–248, 2009.
- LIN, F.; BRANDT, R. D. An optimal control approach to robust control of robot manipulators. **Transactions on Robotics and Automation**, New York, NY, v.14, n.1, p.69–77, Feb 1998.
- LORENZINI, C. et al. Repetitive controller with low-pass filter compensation applied to Uninterruptible Power Supplies (UPS). In: ANNUAL CONFERENCE OF THE IEEE INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY, 41., 2015, Yokohama, Japan. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2015. p.003551–003556.
- LUH, J.; WALKER, M.; PAUL, R. Resolved-acceleration control of mechanical manipulators. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Notre Dame, IN, v.25, n.3, p.468–474, Jun 1980.
- MACIEL, E. H. **Desenvolvimento de um modelo simplificado dos membros inferiores de um robô bípede utilizando ROS**. 2014. 107 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2014. Orientador: Renato Ventura Bayan Henriques, Coorientador: Walter Fetter Lages.
- MACIEL, E. H.; HENRIQUES, R. V. B.; LAGES, W. F. Control of a Biped Robot Using the Robot Operating System. In: WORKSHOP ON APPLIED ROBOTICS AND AUTOMATION, 6., 2014, São Carlos, SP, Brazil. **Proceedings...** Campinas: Sociedade Brasileira de Automática, 2014.
- MACIEL, E. H.; HENRIQUES, R. V. B.; LAGES, W. F. Development and Control of the Lower Limbs of a Biped Robot. In: OSÓRIO, F. S. et al. (Ed.). **Robotics**. Berlin, Heidelberg: Springer, 2015. p.133–152. (Communications in Computer and Information Science, v.507).
- MAKINO, H.; FURUYA, N. SCARA robot and its family. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ASSEMBLY AUTOMATION, 3., 1982, Stuttgart, Germany. **Proceedings...** New York: Scholastic Paperbacks, 1982. p.433–444.
- MARKIEWICZ, B. R. **Analysis of the computed torque drive method and comparison with conventional position servo for a computer-controlled manipulator**. Pasadena, CA: [s.n.], 1973. Technical Memorandum 33-601.
- MORI, T.; FUKUMA, N.; KUWAHARA, M. On an estimate of the decay rate for stable linear delay systems. **International Journal of Control**, Oxfordshire, UK, v.36, n.1, p.95–97, 1982.
- NGUYEN-TUONG, D.; SEEGER, M.; PETERS, J. Computed torque control with nonparametric regression models. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2008, Seattle, Washington. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2008. p.212–217.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. Rio de Janeiro, RJ: Pearson Prentice Hall, 2011.

OLIVEIRA, I. G. de; LAGES, W. F.; SILVA JÚNIOR., J. M. G. da. Controle repetitivo aplicado a manipuladores robóticos para rastreamento de referência no espaço cartesiano. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE, 12., 2015, Natal, RN. **Anais...** Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2015. p.1836–1841.

OPEN SOURCE ROBOTICS FOUNDATION. **Gazebo**. Disponível em: <<http://gazebosim.org/>>. Acesso em: 1 dez 2015.

OPEN SOURCE ROBOTICS FOUNDATION. **Modifying a world**. Disponível em: <[http://gazebosim.org/tutorials/?tut=modifying\\_world](http://gazebosim.org/tutorials/?tut=modifying_world)>. Acesso em: 1 dez 2015.

OPEN SOURCE ROBOTICS FOUNDATION. **Manual: concepts**. Disponível em: <[http://ode-wiki.org/wiki/index.php?title=Manual:\\_Concepts](http://ode-wiki.org/wiki/index.php?title=Manual:_Concepts)>. Acesso em: 1 dez 2015.

PARK, J. H.; KIM, K. D. Biped robot walking using gravity-compensated inverted pendulum mode and computed torque control. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 1998, Leuven, Belgium. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1998. v.4, p.3528–3533.

PAUL, R. **Modelling, trajectory calculation and servoing of a computer controlled arm**. Stanford, CA: Computer Science Department, School of Humanities and Sciences, Stanford University, 1972.

QUIGLEY, M. et al. ROS: an open-source robot operating system. In: ICRA WORKSHOP ON OPEN SOURCE SOFTWARE, 2009, Kobe, Japan. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2009. v.3, n.3.2, p.5.

RAIBERT, M. H. Manipulator control using the configuration space method. **Industrial Robot: An International Journal**, Bradford, UK, v.5, n.2, p.69–73, 1978.

RASMUSSEN, C. E.; WILLIAMS, C. K. **Gaussian Process for Machine Learning. Adaptive Computation and Machine Learning**. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 2006.

ROS.ORG. **About ROS**. Disponível em: <<http://www.ros.org/about-ros/>>. Acesso em: 1 dez 2015.

ROS.ORG. **URDF**. Disponível em: <<http://wiki.ros.org/urdf>>. Acesso em: 1 dez 2015.

SADEGH, N. et al. A unified approach to the design of adaptive and repetitive controllers for robotic manipulators. **Journal of dynamic systems, measurement and control**, Washington, DC, v.112, n.4, p.618–629, 1990.

SADEGH, N.; GUGLIELMO, K. Design and implementation of adaptive and repetitive controllers for mechanical manipulators. **Transactions on Robotics and Automation**, New York, NY, v.8, n.3, p.395–400, Jun 1992.

SADEGH, N.; HOROWITZ, R. Stability and robustness analysis of a class of adaptive controllers for robotic manipulators. **The International Journal of Robotics Research**, Thousand Oaks, CA, v.9, n.3, p.74–92, 1990.

- SCHAAL, S. **The SL simulation and real-time control software package**. Los Angeles, CA: Computational Learning and Motor Control Laboratory, Computer Science and Neuroscience Dept., University of Southern California, 2009.
- SICILIANO, B.; KHATIB, O. **Springer handbook of robotics**. Germany: Springer Science & Business Media, 2008.
- SLOTINE, J. J. E.; LI, W. **Applied Nonlinear Control**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991. (Prentice-Hall International Editions).
- SLOTINE, J. J. E.; WEIPING, L. Adaptive manipulator control: a case study. **Transactions on Automatic Control**, New York, NY, v.33, n.11, p.995–1003, Nov 1988.
- SPONG, M. W.; VIDYASAGAR, M. **Robot dynamics and control**. New York, NY: John Wiley & Sons, 2008.
- THE MATHWORKS INC. **MATLAB**. Natick, Massachusetts, 2014.
- THE OROCOS PROJECT. **Orocos Kinematics and Dynamics**. Disponível em: <<http://www.orocos.org/kdl>>. Acesso em: 1 dez 2015.
- TOMIZUKA, M.; ANWAR, G.; FANG, B. Control of robot manipulators under repetitive tasks-segmented repetitive control approach. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON INTELLIGENT ROBOTS, 1988, Tokyo, Japan. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1988. p.157–163.
- TSAI, M. C.; ANWAR, G.; TOMIZUKA, M. Discrete time repetitive control for robot manipulators. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS AND AUTOMATION, 1988, Philadelphia, PA. **Proceedings...** New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1988. v.3, p.1341–1346.
- VERRELLI, C. M. et al. Linear Repetitive Learning Controls for Robotic Manipulators by Padé Approximants. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, New York, NY, v.23, n.5, p.2063–2070, Sept 2015.
- VIJAYAKUMAR, S.; SCHAAL, S. Locally weighted projection regression: an  $O(n)$  algorithm for incremental real time learning in high dimensional space. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MACHINE LEARNING, 7., 2000, Stanford, CA. **Proceedings...** Burlington: Morgan Kaufmann, 2000.
- WANG, Y.; GAO, F.; DOYLE III, F. J. Survey on iterative learning control, repetitive control, and run-to-run control. **Journal of Process Control**, Amsterdam, v.19, n.10, p.1589 – 1600, 2009.
- WEISS, G.; HÄFELE, M. Repetitive control of MIMO systems using  $H_\infty$  design. **Automatica**, Amsterdam, v.35, n.7, p.1185–1199, 1999.
- ZUO, Y.; WANG, Y.; HUANG, L. Robust  $H_\infty$  intelligent tracking control for robot manipulators. In: WORLD CONGRESS ON INTELLIGENT CONTROL AND AUTOMATION, 7., 2008, Chongqing, China. **Proceedings...** New York: NY: The Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2008. p.4819–4824.