

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ESTUDO NUMÉRICO DA MAXIMIZAÇÃO DA DENSIDADE DE TRANSFERÊNCIA
DE CALOR DO ESCOAMENTO LAMINAR SOBRE CILINDROS DE SEÇÃO
TRANSVERSAL ELÍPTICA UTILIZANDO O MÉTODO DESIGN CONSTRUTAL

por

Andre Luis Razera

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Dezembro de 2016.

Estudo Numérico da Maximização da Densidade de Transferência de Calor do Escoamento
Laminar sobre Cilindros de Seção Transversal Elíptica Utilizando o Método Design
Construtal

por

Andre Luis Razera
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da
Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos
requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Energia

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Aprovado por:

Prof. Dr. Flávia Schwarz Franceschini Zinani, PPGEM/UNISINOS

Prof. Dr. Felipe Roman Centeno, DEMEC/UFRGS

Prof. Dr. Paulo Smith Schneider, PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Jakson Manfredini Vassoler
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 16 de Dezembro de 2016.

RESUMO

Este trabalho tem como propósito investigar através do método Design Construtal a influência do espaçamento (S_0) entre cilindros de seção transversal elíptica na maximização da densidade de transferência de calor em um escoamento externo sob efeito de convecção forçada. A razão de aspecto (r) entre os eixos vertical e horizontal dos cilindros elípticos também é um parâmetro avaliado. O estudo proposto é assumido bidimensional, incompressível, laminar e permanente. O regime de escoamento é dirigido por uma diferença de pressão ΔP , que se mantém através do domínio e é governada pelo número de Bejan (Be). Foram avaliados escoamentos com quatro diferentes números de Bejan, $Be = 10^2, 10^3, 5 \cdot 10^3, 10^4$. O fluido que escoava através do domínio possui as propriedades termofísicas definidas pelo número de Prandtl, $Pr = 0,72$. O método Design Construtal, associado à busca exaustiva, foi empregado para determinar as restrições, graus de liberdade e o objetivo na avaliação geométrica do sistema. A solução numérica das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas baseadas no método de volumes finitos, através do código comercial de dinâmica dos fluidos computacional FLUENT®. As geometrias e malha do domínio computacional foram desenvolvidas no pacote GAMBIT®. Como resultados, obteve-se que os casos ótimos apresentaram resultados consideravelmente melhores do que as demais configurações, onde se obteve ganhos de desempenho na densidade de transferência de calor de 50% a 97% em relação às configurações de menor desempenho estudadas. Além disso, foi possível verificar que o sistema adapta sua geometria ótima para cada condição de escoamento, a fim de proporcionar a melhor arquitetura de fluxo para atender ao objetivo térmico de maximizar a transferência de calor em um menor espaço físico, atendendo os princípios da Teoria Construtal.

Palavras-chave: Convecção forçada; Cilindros de seção transversal elíptica; Escoamento externo, Design Construtal.

ABSTRACT

This work investigates, through the Construtal Design method, the influence of the spacing (S_0) between cylinders with elliptic cross in the maximization of the heat transfer density in an external flow with forced convection. The aspect ratio (r) between the vertical and horizontal axes of the elliptical cylinders is also evaluated. The proposed study is assumed two-dimensional, incompressible, laminar and permanent. The flow regime is directed by a pressure difference ΔP , which is governed by the Bejan number (Be). The flows were evaluated for different values of the Bejan number, $Be = 10^2, 10^3, 5 \cdot 10^3, 10^4$. The fluid flowing through the domain has its thermophysical properties defined by Prandtl number, $Pr = 0.72$. The Construtal Design method, associated with the exhaustive search, was used to determine the restrictions, degrees of freedom and objective in the geometric evaluation of the system. The numerical solution of the mass conservation, momentum and energy equations is solved based on the finite volume method, using the commercial fluid dynamics software FLUENT®. The geometries and mesh of the computational domain were developed in the GAMBIT® package. The results show that the optimal cases performs considerably better than the other configurations, with an increase in the heat transfer density of 50% to 97% in comparison to the performance of lower level cases studied. In addition, it was possible to verify that the system adapts its optimal geometry to every flow condition in order to provide a better flow architecture that meets the thermal objective of maximizing a heat transfer in a smaller physical space in agreement with the principles of the Constructal Theory.

Keywords: Forced convection; Elliptic cross section cylinders; External flow, Constructal Design.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação.....	1
1.2	Objetivos.....	5
1.2.1	Objetivos Gerais.....	5
1.2.2	Objetivos Específicos.....	5
1.3	Delineamento do Trabalho.....	6
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	8
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	13
3.1	Descrição do Problema.....	13
3.2	Equações de Conservação.....	18
3.2.1	Equação de Conservação de Massa.....	18
3.2.2	Equação da Quantidade de Movimento.....	20
3.2.3	Equação de Conservação da Energia.....	21
3.3	Adimensionalização dos Parâmetros do Problema.....	22
4	MODELAGEM NUMÉRICA	24
4.1	Método de Volumes Finitos (FVM).....	25
4.2	Tratamento dos Termos Advectivos das Equações de Conservação.....	28
4.2.1	Esquema de Advecção <i>Power-Law</i>	29
4.3	Acoplamento Pressão-Velocidade.....	29
4.4	Procedimentos Numéricos.....	30
4.5	Domínio Computacional.....	31
4.6	Análise de Qualidade de Malha.....	32
4.7	Verificação do Modelo Matemático e Numérico.....	36
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	39
6	CONCLUSÕES	54
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Tubos elípticos utilizados em trocadores de calor: a) visualização geral de montagem de um trocador de calor tubo elíptico, adaptado de Lin et al. 2010; b) tubo elíptico aletado utilizado em resfriadores e aquecedores; c) modelo prático de trocador de calor tubo elíptico.....	2
Figura 1.2. Sistemas de fluxo que envolvem correntes que se deslocam de um ponto à uma área ou vice-versa: (a) fluxo de água através da árvore; (b) formação do cristal de gelo; (c) descarga elétrica; (d) fluxo de água em uma bacia hidrográfica, (e) fluxo de ar nos pulmões, (f) fluxo de automóveis de uma cidade.....	3
Figura 2.1. Arranjo de placas paralelas de diferentes comprimentos submetidos a fluxos cruzados com efeito de convecção forçada. Adaptado de Bello-Ochende e Bejan (2004).....	9
Figura 2.2. Arranjo de cilindros circulares submetidos a fluxos cruzados com efeito de convecção forçada. Adaptado de Bello-Ochende e Bejan (2005).....	10
Figura 2.3. Trocador de calor de fluxo cruzado com efeito de convecção forçada, adaptado de Kim et al., 2010.....	11
Figura 3.1. Arranjo de cilindros elípticos dispostos em linha.....	13
Figura 3.2. Variação da razão entre eixos da seção transversal dos cilindros elípticos.....	14
Figura 3.3. Área de troca térmica entre o cilindro elíptico aquecido e o fluido circundante utilizada na avaliação da densidade de transferência de calor (q'').....	17
Figura 3.4. Volume de controle imaginário para análise do balanço de massa, adaptado de Bejan, 1994.....	19
Figura 4.1. Volume de controle empregado em FVM para um domínio bidimensional, adaptado de Patankar, 1980.....	27
Figura 4.2. Domínio computacional.....	32
Figura 4.3. Malha adotada para o conjunto de simulações.....	35
Figura 4.4. Campos de temperatura para $r = 0,1$, $\tilde{S}_0 = 3,0$ e $Pr = 0,72$: a) $Be = 10^2$; b) $Be = 10^3$; c) $Be = 5 \cdot 10^3$ e d) $Be = 10^4$	38
Figura 5.1. Estudo da densidade de transferência de calor adimensional (\tilde{q}) em função da distância adimensional entre os cilindros elípticos para diferentes números de Bejan, $Be = 10^2$, 10^3 , $5 \cdot 10^3$, 10^4 e razão de aspecto $r = 0,1$	39

Figura 5.2. Estudo da densidade de transferência de calor adimensional (\tilde{q}) em função da distância adimensional entre os cilindros elípticos para diferentes números de Bejan, $Be = 10^2, 10^3, 5.10^3, 10^4$ e razão de aspecto $r = 0,5$	40
Figura 5.3. Estudo da densidade de transferência de calor adimensional (\tilde{q}) em função da distância adimensional entre os cilindros elípticos para diferentes números de Bejan, $Be = 10^2, 10^3, 5.10^3, 10^4$ e razão de aspecto $r = 1,0$	40
Figura 5.4. Estudo da densidade de transferência de calor adimensional (\tilde{q}) em função da distância adimensional entre os cilindros elípticos para diferentes números de Bejan, $Be = 10^2, 10^3, 5.10^3, 10^4$ e razão de aspecto $r = 3,0$	41
Figura 5.5. Estudo da densidade de transferência de calor adimensional (\tilde{q}) em função da distância adimensional entre os cilindros elípticos para diferentes números de Bejan, $Be = 10^2, 10^3, 5.10^3, 10^4$ e razão de aspecto $r = 5,0$	41
Figura 5.6. Campos de temperatura para $r = 0,1$; $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$: a) maior espaçamento entre cilindros $\tilde{S}_0 = 3,0$; b) espaçamento ótimo entre cilindros $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,7$ e c) menor espaçamento entre cilindros $\tilde{S}_0 = 0,3$	43
Figura 5.7. Máxima densidade de transferência de calor adimensional ($(\tilde{q})_{Max.}$) em função do número de Bejan (Be), para diferentes valores de razão de aspecto (r).....	44
Figura 5.8. Espaçamento ótimo entre os cilindros ($(\tilde{S}_0)_{opt.}$) em função do número de Bejan (Be), para diferentes valores de razão de aspecto (r).....	44
Figura 5.9. Campos de temperatura obtidos para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $r = 0,5$ e $Pr = 0,72$: a) $Be = 10^2$ b) $Be = 10^3$ c) $Be = 5.10^3$ e d) $Be = 10^4$).....	45
Figura 5.10. Espaçamento ótimo entre os cilindros ($\tilde{q}_{Max.}$) em função da razão de aspecto (r), para diferentes de Be	46
Figura 5.11. Espaçamento ótimo entre os cilindros ($(\tilde{S}_0)_{opt.}$) em função da razão de aspecto (r), para diferentes valores de Be	46
Figura 5.12. Campos de temperatura obtidos para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$: a) $r = 0,1$ b) $r = 0,5$ c) $r = 1,0$ e d) $r = 5,0$	47

Figura 5.13. Linhas de corrente obtidas para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$: a) $r = 5,0$ b) $r = 1,0$ c) $r = 0,5$ e d) $r = 0,1$	48
Figura 5.14. Campos de temperatura obtidos para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $r = 0,1$ e $Pr = 0,72$: a) $Be = 10^2$ b) $Be = 10^3$ c) $Be = 5.10^3$ e d) $Be = 10^4$	49
Figura 5.15. Campos de temperatura obtidos para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $r = 1,0$ e $Pr = 0,72$: a) $Be = 10^2$ b) $Be = 10^3$ c) $Be = 5.10^3$ e d) $Be = 10^4$	50
Figura 5.16. Campos de temperatura obtidos para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $r = 3,0$ e $Pr = 0,72$: a) $Be = 10^2$ b) $Be = 10^3$ c) $Be = 5.10^3$ e d) $Be = 10^4$	51
Figura 5.17. Campos de temperatura obtidos para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $r = 5,0$ e $Pr = 0,72$: a) $Be = 10^2$ b) $Be = 10^3$ c) $Be = 5.10^3$ e d) $Be = 10^4$	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1. Propriedades do Fluido e Escoamento.....	18
Tabela 4.1. Valores de ϕ , I^ϕ e S^ϕ usados na Equação (3.1).....	26
Tabela 4.2. Teste de Independência de Malha para $r = 1$, $\tilde{S}_0 = 3$, $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$	33
Tabela 4.3. Estudo do comprimento de entrada (\tilde{L}_u) do escoamento para $r = 1$, $\tilde{S}_0 = 3$, $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$	34
Tabela 4.4. Estudo do comprimento de entrada (\tilde{L}_d) do escoamento para $r = 1$, $\tilde{S}_0 = 3$, $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$	34
Tabela 4.5 Resultados do modelo numérico e correlações empíricas para a verificação da malha através da correlação empírica de Churchill e Bernstein (1977), para $r = 1$, $\tilde{S}_0 = 3$ e $Pr = 0,72$	37
Tabela 4.6. Resultados do modelo numérico e correlações empíricas para a verificação da malha através da correlação empírica de Hilpert (1933), para $r = 1$, $\tilde{S}_0 = 3$ e $Pr = 0,72$	37

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

DEMEC	Departamento de Engenharia Mecânica
PROMECC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
CFD	Mecânica dos Fluidos Computacional
FMV	Método de Volumes Finitos
FEM	Método de Elementos Finitos
FDM	Método de Diferenças Finitas
UNISINOS	Universidade do Vale do Rio dos Sinos
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas

x, y	Coordenadas Cartesianas	m
u, v	Componentes de Velocidade	m/s
S_0	Distancia entre Cilindros	m
a	Medida do Eixo Vertical do Cilindro Elíptico	m
b	Medida do Eixo Horizontal do Cilindro Elíptico	m
L_u	Comprimento de Entrada do Escoamento	m
L_d	Comprimento de Saída do Escoamento	m
A_0	Área Fixa do Cilindro	m ²
r	Razão de Aspecto Entre os Eixos Vertical e Horizontal do Cilindro	-
P	Pressão	Pa
Pr	Número de Prandtl	-
q	Taxa de Transferência de Calor	W
C_p	Calor Específico	J/kg.K
q''	Taxa de Transferência de Calor por Unidade de Comprimento	W/m
q'''	Taxa de Densidade de Transferência de Calor	W/m ³
\tilde{q}	Densidade de Transferência de Calor Adimensional	-
T	Temperatura	K
k	Condutividade Térmica	W/mK
Be	Número de Bejan	-
Nu	Número de Nusselt	-

Símbolos Gregos

α	Difusividade Térmica	m ² /s
μ	Viscosidade Dinâmica	kg/m.s
ν	Viscosidade Cinemática	m ² /s
ρ	Massa Específica	kg/m ³

Subscritos

∞	Fluxo Livre
W	Parede
Ópt.	Ótimo
Min.	Mínimo
Max.	Máximo
D	Baseado no diâmetro
H	Hidráulico
T	Térmico

Sobrescrito

(~)	Variável adimensionalizada
-----	----------------------------

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

O estudo do escoamento sobre corpos imersos em fluidos tem sido tema de diversos trabalhos de pesquisas ao longo dos anos para diversas finalidades, seja nos escoamentos isotérmicos, como em problemas de engenharia do vento e projetos de estruturas, ou em escoamentos com transferência de calor, como por exemplo, trocadores de calor, os quais são utilizados em uma ampla gama de atuações, desde sistemas de aquecimento de espaços e ar condicionado doméstico a processos químicos, produção de potência em grandes usinas, reatores nucleares, dentre outras aplicações térmicas [Çengel e Cimbala, 2006; Sahu et al., 2009; Mahir and Altaç, 2008].

As tecnologias e pesquisas neste campo se expandiram, de forma que os problemas de transferência de calor atuais aparecem com alta densidade da taxa de transferência de calor. Surge assim a necessidade de equipamentos térmicos cada vez mais eficientes, os quais necessitam operar com altas taxas de transferência de calor em espaços cada vez mais reduzidos.

A utilização de cilindros elípticos com finalidade de transferência de calor em escoamentos externos, em muitos casos, é preferível em relação a cilindros circulares, uma vez que estudos mostram que o emprego deste tipo de geometria pode oferecer um ganho de desempenho favorecendo a transferência de calor, como foi observado por Brauer, 1964, Rocha et al., 1997, Saboya e Saboya, 2001, Khan et al., 2005. Devido a isso, é de fundamental importância o estudo deste tipo de geometria aplicada aos equipamentos térmicos com transferência de calor submetidos ao mecanismo de convecção. A Figura 1.1 exemplifica a utilização de tubos elípticos em trocadores de calor.

A transferência de calor em escoamentos externos sobre corpos está diretamente associada ao movimento do fluido em relação à superfície sólida em que ocorre a transferência de energia térmica, ou seja, a transferência de calor ocorre pelo mecanismo da convecção. Segundo Bejan, 1993, o fenômeno da convecção é o processo de transferência de calor executado pelo escoamento de fluido.

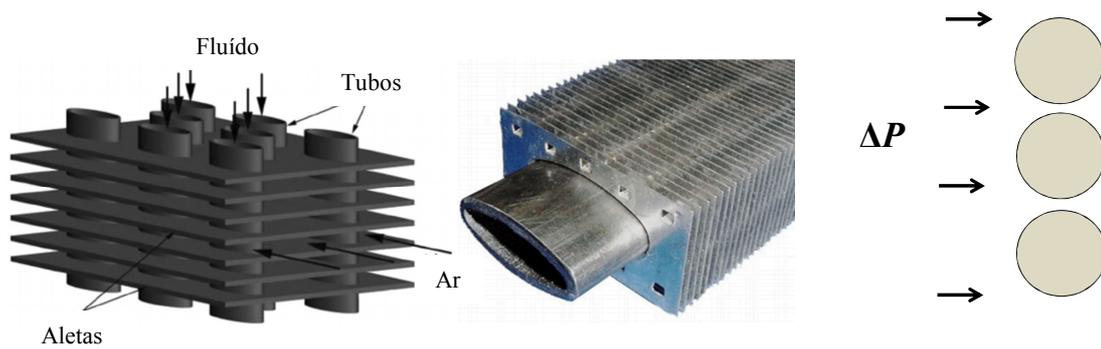


Figura 1.1 – Tubos elípticos utilizados em trocadores de calor: a) visualização geral de montagem de um trocador de calor tubo elíptico, adaptado de Lin et al., 2010; b) tubo elíptico aletado utilizado em resfriadores e aquecedores; c) disposição geral dos cilindros de um trocador de calor em um modelo bidimensional.

A transferência de calor por convecção pode ocorrer na forma forçada, em que uma entidade diferente atua sobre fluido e o força a escoar, e natural, onde o movimento é provocado pelos efeitos do empuxo, o qual atua distribuídamente no fluido e está associado com a tendência geral dos fluidos expandirem quando aquecidos à pressão constante [Bejan e Kraus, 2003]. O estudo da transferência de calor por convecção requer, além de um balanço de energia, uma análise da dinâmica dos fluidos, visto que a distribuição de velocidades e de temperaturas na vizinhança imediata da superfície do sólido afeta fortemente a transferência convectiva de calor, o que torna o estudo deste tipo de fenômeno bastante complexo.

Assim, os esforços na engenharia seguem no sentido de encontrar equipamentos térmicos cada vez mais eficientes, ou seja, sistemas que alcancem seu objetivo através de um menor gasto energético. Para que isso ocorra, sistemas de escoamento devem superar as resistências impostas a suas correntes, as quais ocasionam um efeito negativo em seu desempenho térmico e fluidodinâmico. Um modo de se obter a máxima eficiência dos sistemas térmicos consiste na aplicação do método Design Construtal. O método Design Construtal é baseado na Teoria Construtal, que afirma que a geometria dos sistemas de escoamento segue um princípio físico, que é a Lei Construtal [Bejan, 2008]. O campo da Lei Construtal iniciou a partir da percepção de que o “design” dos sistemas de fluxo é um fenômeno físico universal e que pode ser entendido como uma tendência de todas as coisas em fluir através de caminhos que gerem menor resistência [Bejan e Lorente, 2013].

A Lei Construtal não é uma declaração de otimização, maximização, minimização ou qualquer outra forma de concepção de fim ou destino final. A lei Construtal trata sobre a direção em que a evolução ocorre, em busca do sistema menos imperfeito. De acordo com a Lei Construtal, qualquer sistema de escoamento de dimensões finitas para persistir ao longo do tempo deve evoluir sua geometria de forma a maximizar o acesso de suas correntes internas [Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2006]. Assim, estes tipos de sistemas evoluem desenvolvendo formas e estruturas geométricas que facilitem o acesso de suas correntes.

Sistemas de escoamento podem ser observados na natureza nas mais diferentes escalas, Figura 2.3 [Bejan e Lorente, 2006]. As árvores, formação de cristal de gelo, raios, rios, pulmões, estradas, são sistemas de escoamento que evoluem de modo a facilitar o acesso de suas correntes [Bejan, 2000; Bejan e Zane, 2012].

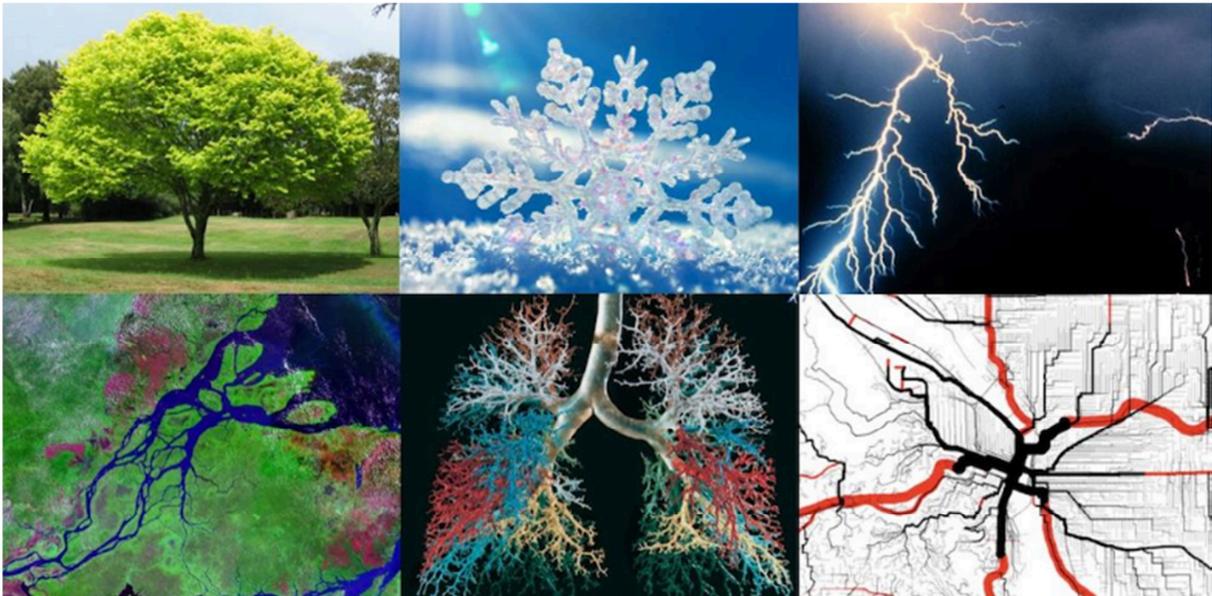


Figura 1.2 – Sistemas de escoamento que envolvem correntes que se deslocam de um ponto à uma área ou vice-versa: (a) fluxo de água através da árvore; (b) formação do cristal de gelo; (c) descarga elétrica; (d) fluxo de água em uma bacia hidrográfica, (e) fluxo de ar nos pulmões, (f) fluxo de automóveis de uma cidade [Jeremy Behrmann, Freedom Leads to Structure. Disponível em: <<http://www.timetobreakaway.com/blog/2015/6/9/freedom-leads-to-structure>>].

Assim, em projetos de engenharia, os conceitos da Teoria Construtal são aplicados através do método Design Construtal, onde se definem os objetivos, restrições e graus de liberdade dos sistemas, desse modo, dando liberdade para que eles modifiquem sua geometria, visando obter a configuração geométrica que melhor distribui suas imperfeições. A partir disso as resistências aos fluxos presentes no sistema são minimizadas. Nesse sentido, o método Design Construtal pode ser empregado no estudo de geometrias em diversos equipamentos de engenharia, como trocadores de calor, caminhos condutivos, dentre outros, e será empregado no presente trabalho.

Existem duas abordagens fundamentais para a análise dos sistemas de engenharias que envolvem o escoamento de fluidos: experimentação e cálculo (métodos analíticos ou métodos numéricos) [Çengel e Cimbala, 2006]. Uma restrição ao emprego da abordagem experimental reside sobre o fator econômico, principalmente para casos em que a geometria do sistema é variável. Além disso, existem casos em que se necessita realizar estudos em escoamentos em grande escala, onde a construção de um túnel de vento, por exemplo, seria inviável [Maliska, 2004].

A aplicação de métodos analíticos também apresenta suas ressalvas, visto que problemas que envolvem o escoamento de fluidos são, na maioria das vezes, regidos por equações diferenciais parciais, o que torna a obtenção de soluções exatas para estas equações uma tarefa de grande dificuldade ou até mesmo impossível. Além disso, escoamentos entre cilindros e esferas, em geral, envolvem separação do escoamento, que é difícil de tratar analiticamente. Diante disso, a aplicação de métodos analíticos se limita normalmente a geometrias simples e a condições de contorno também simples [Maliska, 2004].

Para suprir a necessidade dos pesquisadores em diminuir custos e realizar os estudos em escoamentos de grande complexidade e também sobre grandes dimensões, surgiram técnicas para a solução das equações de conservação que governam o problema de forma numérica. Nesta metodologia, a solução das equações governantes é obtida a partir da transformação do domínio contínuo em um domínio discreto, gerando um sistema de equações algébrico que pode ser resolvido computacionalmente. Além disso, a versatilidade e generalidade dos métodos numéricos para a simulação de problemas de engenharia e a relativa simplicidade de aplicação destas técnicas, são outros fatores motivadores para seu uso [Maliska, 2004]. Dentre as técnicas de aproximação das equações governantes está o método

de volumes finitos (FVM - do inglês: Finite Volume Methods), que é empregado no presente trabalho.

Em vista disso, o presente estudo tem como propósito investigar numericamente, aplicando os conceitos da Teoria Construtal, o comportamento da transferência de calor por convecção forçada no escoamento transversal sobre tubos elípticos dispostos em linha. Apesar de extensos estudos experimentais, analíticos e numéricos sobre este fenômeno, este tema continua a ser um problema desafiador, pois, além de possuir ampla variedade de aplicações na indústria, apresenta uma complexa fenomenologia térmica ainda pouco explorada.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos Gerais

Este estudo tem como propósito investigar o escoamento e a transferência de calor em torno de tubos elípticos submetidos a convecção forçada de calor, visando a maximização da densidade de transferência de calor através da variação do espaçamento entre os tubos e da razão de aspecto do perfil elíptico dos cilindros.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos do presente trabalho são:

- Apresentar um modelo numérico que calcule a distribuição de temperaturas no sistema estudado;
- Realizar a verificação do modelo numérico comparando-o com estudos científicos presentes na literatura;
- Avaliar numericamente a influência do espaçamento (S_0) entre os cilindros sobre o comportamento térmico do sistema;
- Avaliar numericamente a influência da razão entre os eixos do cilindro elíptico (r) sobre o comportamento térmico do sistema;
- Identificar as configurações que facilitem o fluxo de calor, ou, minimizem a resistência térmica entre os cilindros e o fluido circundante.

1.3 Delineamento do Trabalho

Para uma melhor compreensão da estrutura textual, o presente trabalho será organizado da seguinte maneira:

Capítulo 1: Introdução

Este capítulo introdutório apresentou a motivação, justificativas e objetivos para a realização deste estudo.

Capítulo 2: Revisão Bibliográfica

Neste capítulo será exposto e comentado sobre estudos publicados na literatura que estão diretamente relacionados com o escopo desta pesquisa.

Capítulos 3: Modelagem Matemática

No capítulo 3 será apresentada a descrição do problema, ou seja, será definido o problema proposto, identificando-se os parâmetros geométricos e fluidodinâmicos a serem avaliados, além do domínio computacional adotado para o estudo. Em seguida, serão expostas as equações de conservação da massa, balanço de quantidade de movimento, conservação de energia e os parâmetros adimensionais adotados para o problema.

Capítulo 4: Modelagem Numérica

No capítulo 4 será exposta a modelagem numérica adotada para o estudo, especificamente os parâmetros definidos para a realização das simulações, os softwares utilizados para as etapas de pré-processamento, processamento e pós – processamento. Será explorado também o método numérico conhecido como Método dos Volumes Finitos, além dos esquemas de discretização utilizados para a solução do problema. Além disso, serão avaliados os resultados obtidos para o teste de malha independente e a verificação do domínio computacional com correlações empíricas publicadas na literatura.

Capítulo 5: Resultados e Discussões

No capítulo 5 mostram-se os resultados da pesquisa, tais como os gráficos do efeito de cada grau de liberdade e parâmetros que foram variados sobre o comportamento térmico do

sistema, além dos campos de temperatura e linhas de corrente para alguns casos simulados dentre os vários parâmetros analisados.

Capítulo 8: Conclusões e Propostas Futuras

Por fim, neste último capítulo, ressaltam-se as conclusões a respeito do estudo realizado, indicando uma geometria ótima para esse tipo de problema, bem como as propostas de continuidade do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Através da análise da literatura científica relacionada a estudos que pautam à transferência de calor em escoamentos externos sobre corpos, relata-se a existência de inúmeras pesquisas, experimentais, numéricas e analíticas, as quais vêm sendo realizadas continuamente ao longo dos anos [Zukauskas, 1972; Churchill e Bernstein, 1977; Zukauskas, 1985; Terukazu et al., 1984; Sharma e Eswaran, 2004; Khan et al., 2005; Rajani et al., 2009; Sahu et al., 2009; Golani and Dhiman, 2014].

Muitos estudos vêm sendo realizados com o objetivo de avaliar escoamentos sobre arranjos de cilindros e placas, os quais podem ser dispostos em diferentes configurações. Segundo Bejan, 1995, existem evidências científicas de que a taxa de transferência de calor é máxima quando o espaçamento entre os corpos possuem determinado valor. Assim, estudos de grande relevância foram realizados com o objetivo de determinar o espaçamento ótimo entre corpos aquecidos em escoamento cruzado de fluido.

Bejan e Sciubba, 1992, desenvolveram um estudo com o propósito de determinar o espaçamento ótimo para transferência máxima de calor a partir de um pacote de placas paralelas resfriadas por convecção forçada em regime laminar. Este estudo desenvolveu meios analíticos para cálculos do espaçamento ideal de borda a borda entre placas paralelas. Primeiramente, a análise foi realizada para condição isotérmica na superfície das placas e posteriormente, utilizou-se a condição fluxo de calor uniforme. Um estudo similar foi realizado por Mereu et al., 1993, em que otimizou-se analítica e numericamente o espaçamento entre placas com geração de calor, com o objetivo de maximizar a condutividade térmica global entre as placas e o fluido circundante. As placas foram dispostas horizontalmente e arrefecidas por convecção forçada em regime laminar.

Bejan e Morega, 1993, estudaram a geometria ótima de um arranjo de aletas com o objetivo de minimizar a resistência térmica sobre o escoamento forçado e laminar, através das aletas. Dois tipos de aletas foram analisados: pinos circulares e placas paralelas. Inicialmente foi selecionada a espessura ótima para cada formato de aleta e, posteriormente, obteve-se o espaçamento ótimo entre elas.

Stanescu et al., 1996, apresentaram um estudo experimental, numérico e analítico do espaçamento ótimo encontrado entre cilindros circulares submetidos a fluxos cruzados sob convecção forçada. O arranjo de cilindros ocupou um volume fixo e foi exposto a um fluxo

livre de velocidade e temperatura. A configuração ótima entre os cilindros foi determinada pela maximização da condutividade térmica global entre todos os cilindros e o fluido circundante. Em um primeiro momento do estudo, o espaçamento ótimo foi obtido baseado em experimentos com ar forçado para uma faixa de número de Reynolds baseado no diâmetro dos cilindros entre 50 – 4.000. Na segunda parte, resultados similares foram obtidos baseados em simulações numéricas para número de Prandtl 0,72 e faixa de Reynolds entre 40-200. Os resultados numéricos e experimentais para o espaçamento ótimo e máxima condutância térmica foram explicados e correlacionados analiticamente em função da condutância térmica. Bejan et al., 1995, apresentaram um estudo análogo, porém avaliando o efeito da convecção natural sobre os cilindros.

Recentemente, a teoria Construtal tem sido aplicada para a solução de diversos temas de pesquisa relacionados a escoamentos com transferência de calor. Bello-Ochende e Bejan ,2004, estudaram, através de simulações numéricas, o comportamento da densidade de transferência de calor por convecção forçada sobre o espaçamento entre placas paralelas com geração de calor, conforme mostra a Figura 2.1. As placas possuem diferentes comprimentos e estão inseridas em um escoamento laminar e permanente. Este trabalho mostrou que a densidade de transferência de calor foi aumentada quando placas de menor comprimento foram inseridas na região de entrada do domínio. As placas de menor comprimento possuem as camadas limites térmicas mais espessas, as quais se adaptam ao fluxo isotérmico não utilizado na entrada do escoamento.

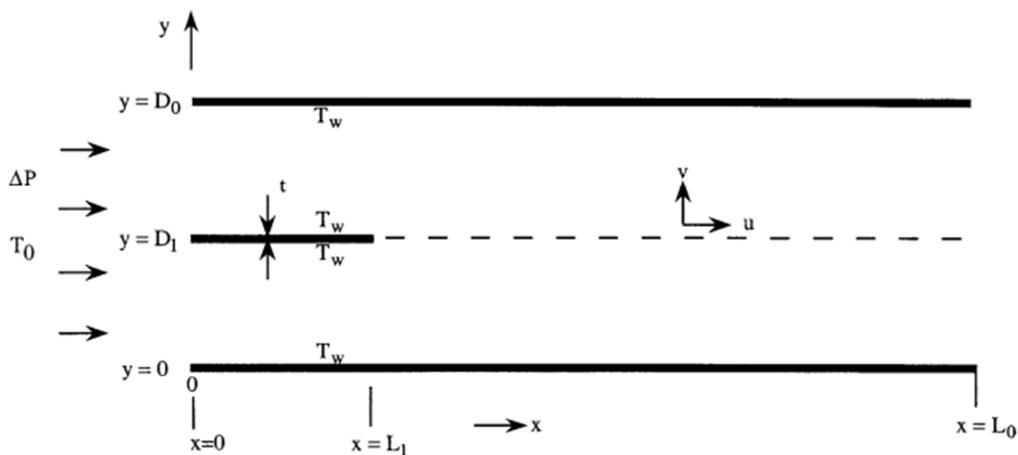


Figura 2.1 – Arranjo de placas paralelas, de diferentes comprimentos, submetido ao escoamento com efeito de convecção forçada. Adaptado de Bello-Ochende e Bejan, 2004.

Bello-Ochende e Bejan, 2005a, estudaram, numericamente, aplicando os conceitos da Teoria Construtal, a geometria que maximiza a densidade de transferência de calor em um conjunto de cilindros circulares inseridos em um escoamento forçado. Foi investigado o melhor posicionamento de cada cilindro na montagem, bem como a utilização de cilindros de variados tamanhos, conforme ilustrado na Figura 2.2. Os autores observaram que a taxa de transferência de calor aumentou à medida que a estrutura geométrica tornou-se mais complexa. Além disso, concluiu-se que o diâmetro dos cilindros é praticamente insensível as mudanças de complexidade do escoamento. Bello-Ochende e Bejan, 2005b, realizaram um estudo similar ao citado anteriormente, porém avaliando os efeitos da convecção natural sobre o sistema em função do número de Rayleigh.

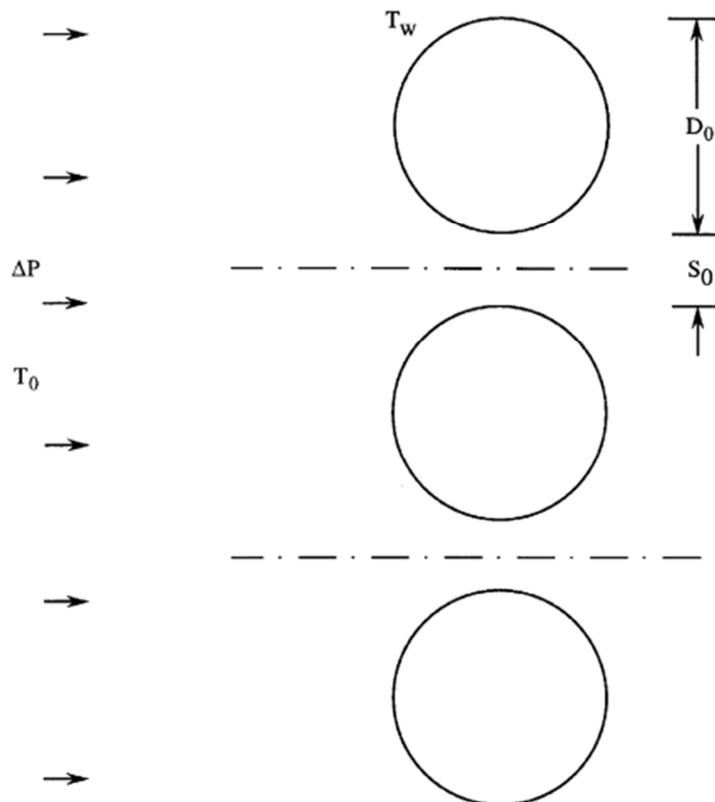


Figura 2.2 – Arranjo de cilindros circulares submetidos a fluxos cruzados com efeito de convecção forçada. Adaptado de Bello-Ochende e Bejan, 2005.

Kim et al., 2010, aplicaram os conceitos da Teoria Construtal para determinar numericamente o diâmetro e o espaçamento entre os tubos no desempenho global de um

trocador de calor de fluxo cruzado com convecção forçada no exterior dos cilindros e convecção natural no interior dos tubos, conforme mostra a Figura 2.3. Esse trabalho mostrou como a configuração geométrica do trocador de calor determina sua efetividade de troca térmica, mostrando que é possível através da mudança da arquitetura do equipamento maximizar a densidade transferência de calor em um volume fixo.

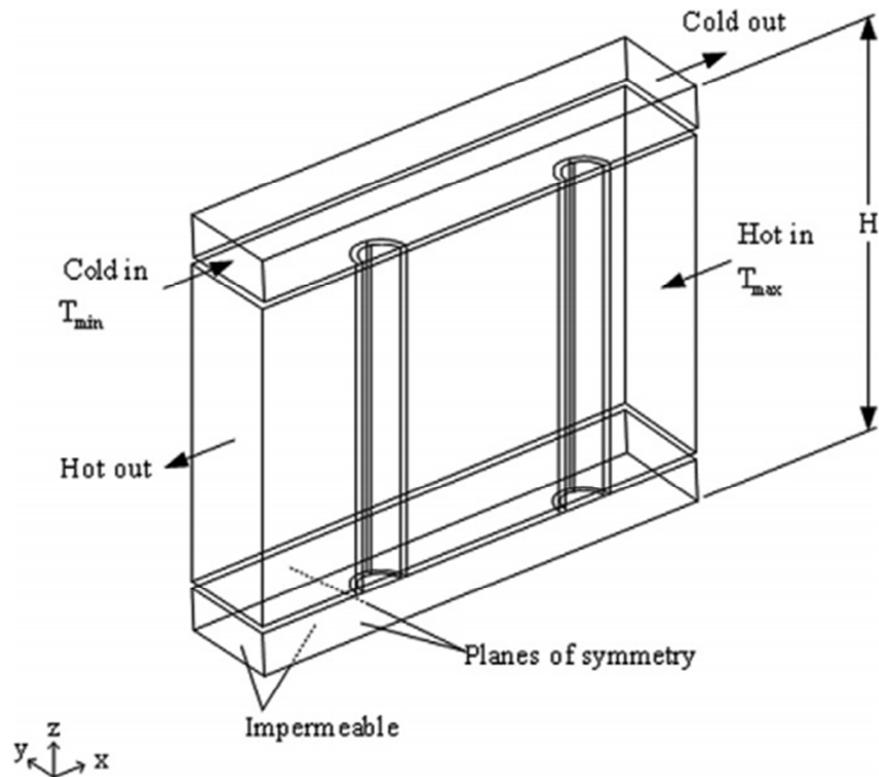


Figura 2.3 – Trocador de calor de fluxo cruzado com efeito de convecção forçada, adaptado de Kim et al., 2010.

Bello-Ochende et al., 2011, investigaram numericamente o efeito convectivo do escoamento forçado em regime laminar sobre cilindros circulares rotativos em multiescala, apresentando diferentes tamanhos e configurações. O objetivo foi maximizar a densidade de transferência de calor entre os cilindros e o fluxo de fluido circundante sob uma diferença de pressão prescrita. A determinação do espaço ótimo entre os tubos, bem como a disposição dos cilindros foram os parâmetros avaliados.

Ademais, os princípios da Teoria Construtal têm sido utilizados também para a solução de outros problemas associados transferência de calor, como aletas e cavidades [Rocha et al., 2002; Lorenzini et al., 2006; Lorenzini et al., 2009; Rocha et al., 2010; Adewumi et al., 2013]. Além disso, a aplicação destes princípios tem sido revistas frequentemente, como por exemplo, Bejan e Lorente, 2004, Bejan e Lorente, 2006, e Bejan 2016.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1 Descrição do Problema

Para a análise geométrica, empregou-se o método Design Construtal, associado à busca exaustiva, para determinar as restrições, graus de liberdade e o objetivo na avaliação geométrica do sistema, definidos através da Figura 3.1. O método Design Construtal vem sendo utilizado com frequência na busca de configurações que facilitem o acesso das correntes que fluem através dos sistemas. Identificar as correntes e dar liberdade para que elas possam fluir mais facilmente é a essência do Design Construtal.

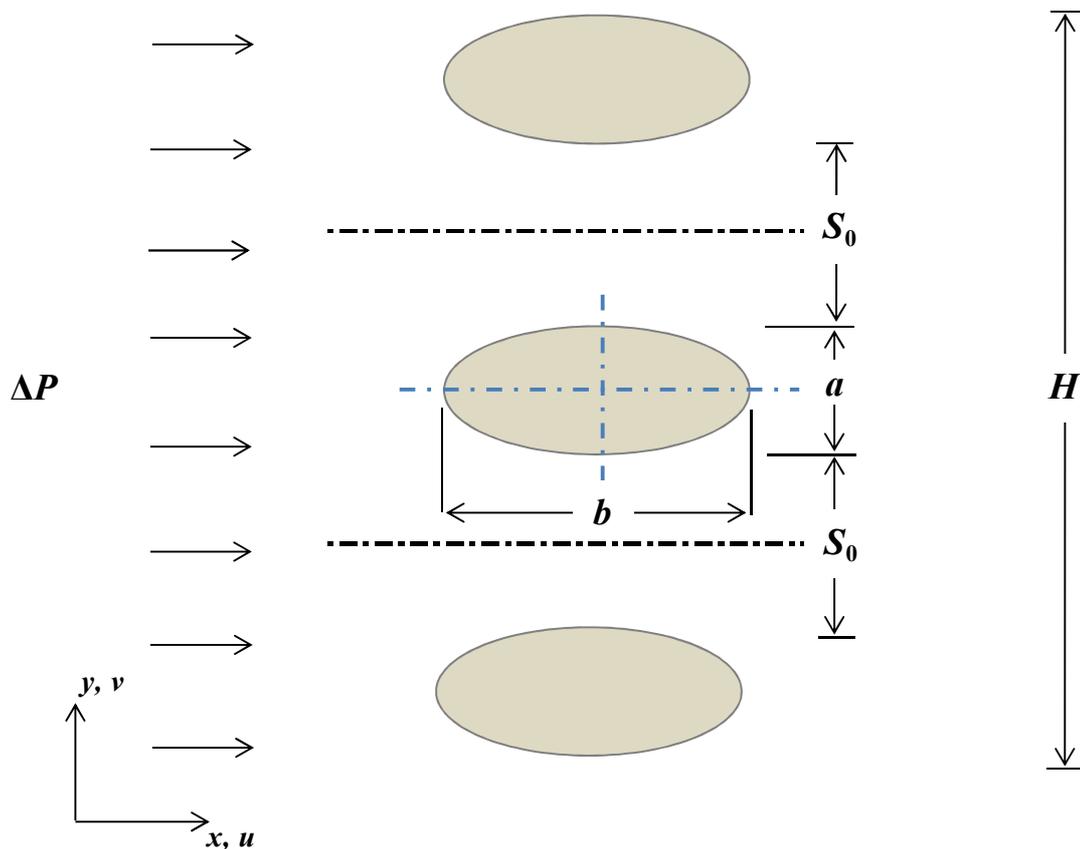


Figura 3.1 – Arranjo de cilindros elípticos dispostos em linha.

Neste trabalho, o sistema possui uma restrição geométrica, a qual é definida pela área da seção transversal dos tubos elípticos (A_0), sendo esta considerada constante ($A_0 = 1 \text{ m}^2$)

para os diferentes casos estudados. Os graus de liberdade do sistema são definidos pela distância entre os cilindros (S_0) e a razão entre os eixos vertical e horizontal da elipse (r).

Desse modo, a geometria dos cilindros elípticos será determinada através das Equações (3.1) e (3.2):

$$r = \frac{a}{b} \quad (3.1)$$

$$b = 2 \left(\frac{A_0}{r\pi} \right)^{1/2} \quad (3.2)$$

em que, ' r ' é a razão entre os eixos vertical e horizontal da elipse, A_0 é a área fixa da seção transversal do cilindro, ' a ' é a medida do eixo vertical da elipse e ' b ' é a medida do eixo horizontal da elipse.

As diferentes geometrias obtidas através da variação da razão (r) entre os eixos da elipse são ilustradas através da Figura 3.2. Na medida em que essa razão se aproxima de zero a elipse terá sua geometria similar a uma placa plana paralela ao escoamento. Em contra partida, quando a razão entre os eixos tende ao infinito, a elipse adquire características de uma placa plana transversal ao escoamento. Os intervalos estudados para r estão apresentados na Figura 3.2, de forma que $0,1 \leq r \leq 5$.

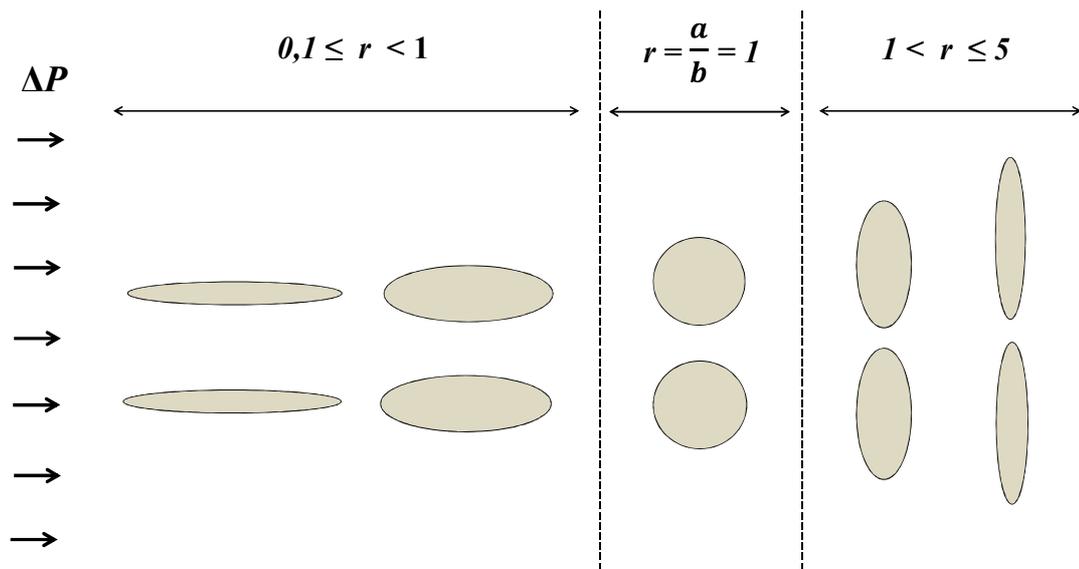


Figura 3.2 – Variação da razão entre eixos da elipse.

Neste trabalho o regime do escoamento foi governado por uma diferença de pressão ΔP , que se mantém através do domínio, em vista do objetivo de se obter a melhor configuração geométrica dos cilindros que favoreça a transferência de calor para um mesmo gasto energético. O estudo proposto é assumido bidimensional, laminar, permanente e incompressível. A avaliação será feita para diferentes valores de queda de pressão, a qual é governada pelo grupo adimensional definido como *Número de Bejan* (Be), $Be = 10^2; 10^3; 5.10^3; 10^4$.

O Número de Bejan (Be) é utilizado na mecânica dos fluidos e transferência de calor e representa a queda de pressão adimensional ao longo de um canal. Na literatura Be é também conhecido como número de queda de pressão adimensional.

Inicialmente, o Número de Bejan foi introduzido por Bhattacharjee and Grosshandler, 1988, para a utilização em fenômenos fluidodinâmicos, sendo definido como o seguinte grupo adimensional:

$$Be_H = \frac{\Delta P L^2}{\mu \nu} \quad (3.3)$$

onde, ΔP é a diferença de pressão, L é o comprimento característico (m), μ é a viscosidade dinâmica (kg/m.s) e ν é a viscosidade cinemática (m²/s).

Posteriormente, Petrescu, 1994, definiu Be através da Equação (3.4), em que a viscosidade dinâmica (ν) foi substituída pela difusividade térmica (α) do fluido, quando o objetivo do estudo fosse relacionado a transferência de calor do sistema. Esta definição é similar ao grupo adimensional definido e utilizado por Bejan e Sciubba, 1992.

$$Be_T = \frac{\Delta P L^2}{\mu \alpha} \quad (3.4)$$

em que α é a difusividade térmica (m²/s), que representa a velocidade com que o calor se difunde por um meio material, definida por:

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (3.5)$$

onde, k é a condutividade térmica (W/m.K), ρ é a massa específica do fluido (kg/m^3) e C_p é o calor específico do fluido (J/kg.K)

O Número de Bejan (Be) apareceu em diversos trabalhos relacionados a transferência de calor, como por exemplo: Fowler et al., 1997, Bejan, 1995, Stanescu et al., 1996 e Bello-Ochende e Bejan, 2005. Desse modo, este grupo adimensional possui grande importância em estudos de convecção forçada, resfriamento de eletrônicos e análises em trocadores de calor [Mohamed, 2012] e foi utilizado no presente trabalho tendo como comprimento característico a raiz quadrada da área da seção transversal do cilindro elíptico, sendo definido como

$$Be = \frac{\Delta P A_0}{\mu \alpha} \quad (3.6)$$

O objetivo do trabalho é avaliar diferentes configurações geométricas na busca de um sistema que facilite o acesso do fluxo de calor entre cilindros elípticos aquecidos e o fluido circundante. Em vista disso, o parâmetro utilizado para quantificar este objetivo é a densidade de transferência de calor, determinada através da Equação (3.7):

$$q''' = \frac{q'}{b(a + S_0)} \quad (3.7)$$

onde, q' é a taxa de transferência de calor na superfície do cilindro por unidade de comprimento (W/m). A densidade de transferência de calor [W/m^3], expressa matematicamente através da Equação (3.7), representa a quantidade de calor transferida do cilindro aquecido para o volume de fluido que o circunscribe, conforme pode ser visualizado através da Figura 3.3.

O grupo adimensional definido para a densidade de transferência de calor que será empregado para avaliar os efeitos da transferência de calor por convecção neste trabalho é dado pela Equação (3.8):

$$\tilde{q} = \frac{q'}{\frac{b(a + S_0)}{A_0} k (T_w - T_\infty)} \quad (3.8)$$

em que, k é a condutividade térmica (W/m.K), T_w é a temperatura na superfície dos cilindros (K) e T_∞ é a temperatura (K) do fluido na corrente livre.

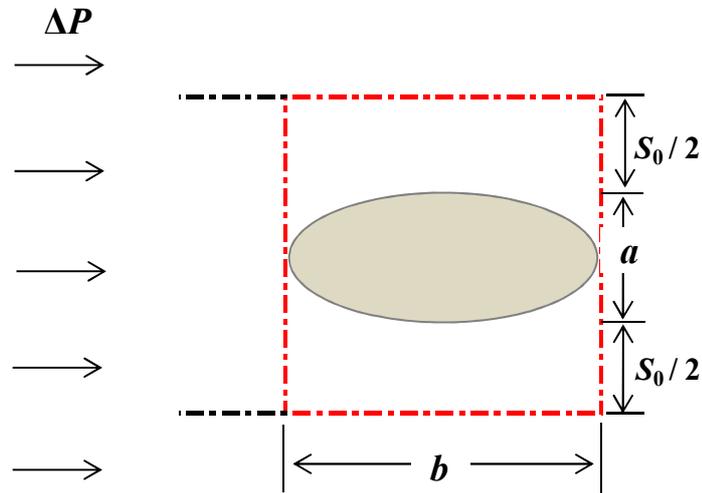


Figura 3.3 – Área de troca térmica entre o cilindro elíptico aquecido e o fluido circundante utilizada na avaliação da densidade de transferência de calor (q'').

A verificação da malha adotada para o conjunto de simulações será realizada através da avaliação do número de Nusselt médio (\overline{Nu}) sobre a superfície do cilindro. Este grupo adimensional representa a razão entre a transferência de calor por convecção e por condução [Bejan, 1994], e é definido pela Equação (3.9):

$$\overline{Nu}_H = \frac{\overline{h}D}{k} \quad (3.9)$$

onde, \overline{h} é o coeficiente de transferência de calor (W/m².K) e D é o comprimento característico do escoamento (m).

O fluido que escoar possui as propriedades termofísicas do ar, as quais se mantêm constantes ao longo do escoamento. As propriedades do fluido e do escoamento para todas as simulações são mostradas na Tab. 3.1.

Tabela 3.1 – Propriedades do Fluido e Escoamento

Propriedades	Valores	Unidade
Pr	0,72	-
k	0,026	W/m.K
μ	1,86E-05	kg/m.s
Cp	1006	J/kg.K
ρ	1,165	kg/m ³
α	2,21845E-05	m ² /s

3.2 Equações de Conservação

A transferência de calor por convecção é o estudo do processo de transporte de calor efetuado pelo escoamento de fluido [Bejan, 1994]. A solução de problemas convectivos inicia com a combinação de um apropriado princípio de conservação e uma ou mais leis de fluxo [Kays e Crawford, 1980]. Do ponto de vista teórico, as equações diferenciais que descrevem os escoamentos laminares, incompressíveis, permanentes e com transferência de calor são obtidas através dos princípios de conservação da massa, quantidade de movimento e energia [Bejan, 1994].

3.2.1 Equação de Conservação da Massa

Segundo Çengel e Cimbala, 2006, o princípio de conservação de massa para um volume de controle pode ser expresso como: a transferência total de massa para dentro ou para fora de um volume de controle, durante um intervalo de tempo (Δt), é igual à variação total da massa total dentro do volume de controle durante Δt . Assim, o princípio de conservação de massa aplicado a um volume de controle pode ser expresso por:

$$\frac{\partial M_{vc}}{\partial t} = \sum_{Entrada} \dot{m} - \sum_{Saída} \dot{m} \quad (3.10)$$

onde M_{VC} , é a massa contida instantaneamente no volume de controle e \dot{m} é o fluxo de massa associado ao escoamento entrando e saindo do volume de controle.

De acordo com Bejan, 1994, na transferência de calor por convecção usualmente existe interesse nas distribuições de velocidade e temperatura em algum campo de fluxo perto de uma parede sólida. Conseqüentemente, para a dedução da equação de conservação da massa, descreve-se o sistema através de um volume de controle infinitesimal, conforme mostra a Figura 3.4, para o caso bidimensional. Aplicando o balanço de massa no volume de controle apresentado na Figura 3.4, obtém-se:

$$\frac{\partial(\rho\Delta x\Delta y)}{\partial t} = \rho u\Delta y + \rho v\Delta x - \left[\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \Delta x \right] \Delta y - \left[\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \Delta y \right] \Delta x \quad (3.11)$$

em que, ρ é a massa específica do fluido (kg/m), u e v são as velocidade nas direções x e y (m/s), x e y são as coordenadas espaciais (m). O sistema de coordenadas (x, y) e as componentes de velocidade (u, v) foram definidos anteriormente na Figura 3.1.

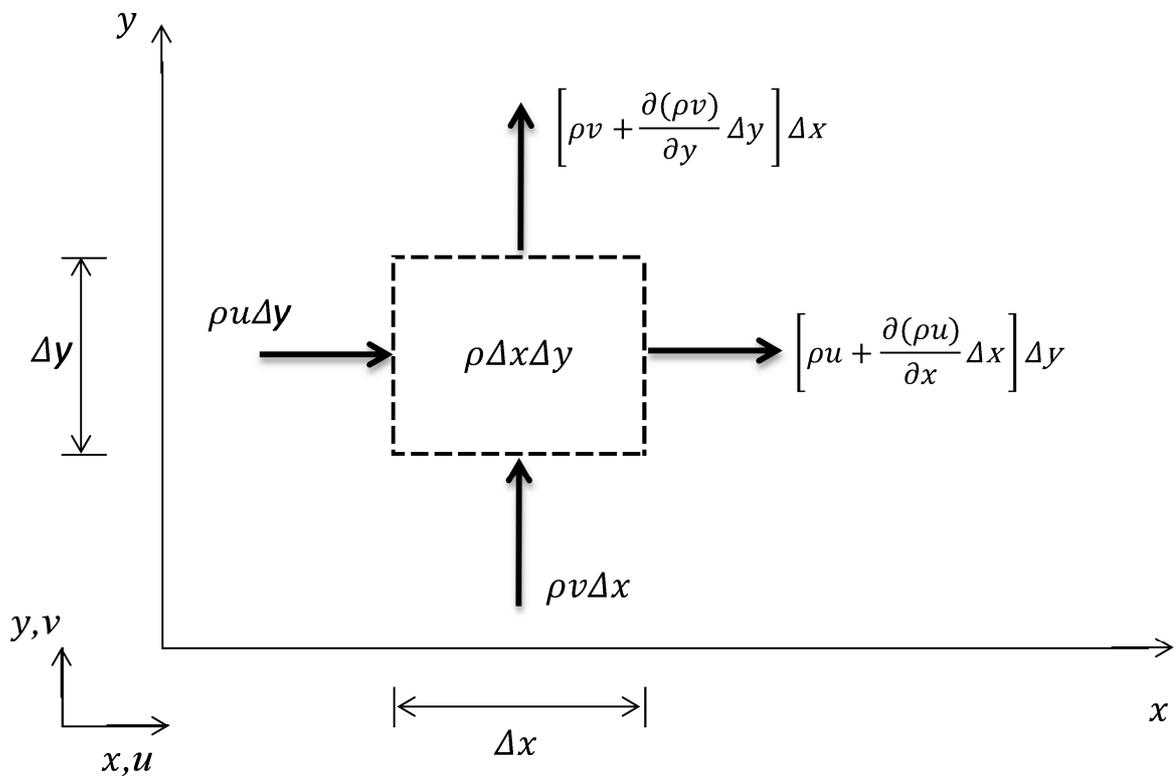


Figura 3.4 – Volume de controle imaginário para análise do balanço de massa, adaptado de Bejan, 1994.

Simplificando a Equação (3.11) de acordo com as hipóteses simplificativas utilizadas no presente trabalho (escoamento bidimensional, regime permanente e propriedades termofísicas constantes) chega-se a Equação (3.12), em coordenadas cartesianas, para efeitos de conservação da massa.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.12)$$

3.2.2 Equação da Quantidade de Movimento

De acordo com Schlichting, 1979, o princípio de conservação da quantidade de movimento descreve que a taxa líquida de quantidade de movimento que cruza o sistema, somada as forças de superfície e forças de corpo atuantes, é igual à taxa de aumento de quantidade de movimento no sistema. Segundo Bejan, 1994, este princípio é reconhecido na literatura como *Princípio do Momentum* ou *Teorema do Momentum* e sua formulação é dada pela Equação (3.13):

$$\frac{\partial(Mv_n)_{VC}}{\partial t} = \sum F_n + \sum_{Entrada} \dot{m}v_n - \sum_{Saída} \dot{m}v_n \quad (3.13)$$

em que, n é a direção escolhida para a análise, v_n e F_n são as projeções da velocidade do fluido e forças na direção n , M é a massa contida instantaneamente no volume de controle e \dot{m} é o fluxo de massa associado ao escoamento entrando e saindo do volume de controle.

Através do balanço das forças em um volume de controle infinitesimal e bidimensional (ver Bejan, 1994, pág. 4 a 7), e assumindo-se as condições de regime permanente, propriedades termofísicas constantes e desprezando as forças de campo, as equações para o *momentum*, em coordenadas cartesianas, nas direções x e y que descrevem o escoamento do presente trabalho se resumem a:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3.14)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3.15)$$

onde, ρ é a massa específica do fluido (kg/m), ν é a viscosidade cinemática (m²/s), u e v são as velocidades nas direções x e y (m/s), x e y são as coordenadas espaciais (m), P é a pressão (N/m²), T é a temperatura (K) e α é a difusividade térmica (m²/s).

3.2.3 Equação de Conservação da Energia

Quando sistemas de fluxo estão associados à transferência de energia térmica faz-se necessário uma equação que represente este fenômeno físico. Esta equação pode ser obtida aplicando-se o princípio de conservação de energia. Segundo Kays e Crawford, 1980, o princípio da conservação de energia é uma expressão geral da primeira lei da termodinâmica aplicada a um volume de controle.

Segundo Bejan, 1994, o princípio de conservação de energia descreve que a transferência líquida de energia pelo escoamento, adicionada a transferência líquida de calor por condução, somada com a taxa de geração de calor interna no sistema e subtraindo-se a transferência líquida de trabalho do volume de controle para a vizinhança, deve ser igual à taxa de acumulação de energia dentro do volume de controle. Assim, através da Equação (3.16) tem-se a representação matemática deste princípio.

$$\rho \cdot C_p \frac{DT}{Dt} = \nabla(k\nabla T) + q_g''' + \beta T \frac{DP}{Dt} + \mu\Phi \quad (3.16)$$

em que, ρ é a massa específica do fluido (kg/m), C_p é o calor específico do fluido (J/kg.K), q_g''' é a geração interna de calor (W/m³), P é a pressão (N/m²), T é a temperatura (K), k é a condutividade térmica (W/m.K) e Φ é o termo de dissipação viscosa. O símbolo β representa coeficiente de expansão térmica (1/K), obtido pela Equação (3.17):

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) \quad (3.17)$$

Adequando a Equação (3.17) de acordo com as hipóteses simplificativas adotadas no presente trabalho (propriedades termofísicas constantes, sem geração interna de calor, fluido incompressível e desprezando-se os efeitos de dissipação viscosa) a equação de conservação da energia que descreve o fenômeno da transferência de calor é dada pela Equação (3.18):

$$\rho \cdot C_p \frac{DT}{Dt} = k(\nabla^2 T) \quad (3.18)$$

Reorganizando os termos da Equação (3.18), e aplicando a hipótese de regime permanente, obtém-se a equação de conservação de energia, Equação (3.19), em coordenadas cartesianas:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.19)$$

onde, x e y são as coordenadas espaciais (m), u e v são as velocidade nas direções x e y (m/s), T é a temperatura (K) e α é a difusividade térmica (m²/s).

3.3 Adimensionalização dos Parâmetros do Problema

Por uma questão de generalização dos resultados é conveniente adimensionalizar os parâmetros problema. Assim, para a solução das equações de conservação e geometria do problema os adimensionais de coordenadas, velocidades, temperatura e pressão são obtidos das Equações (3.20) a (3.23). O símbolo (\sim) indica as variáveis adimensionais. Os comprimentos \tilde{L}_u e \tilde{L}_d são definidos posteriormente na seção 4.6, e representam, respectivamente, os comprimentos de entrada e saída do domínio computacional.

$$\left(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{S}_0, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{L}_u, \tilde{L}_d \right) = \frac{(x, y, S_0, a, b, L_u, L_d)}{A_0^{1/2}} \quad (3.20)$$

$$\left(\tilde{u}, \tilde{v} \right) = \frac{(u, v)}{\Delta P \cdot A_0^{1/2} / \mu} \quad (3.21)$$

$$\tilde{T} = \frac{T - T_{\infty}}{T_w - T_{\infty}} \quad (3.22)$$

$$\tilde{P} = \frac{P}{\Delta P} \quad (3.23)$$

Assim, chega-se a forma adimensional resultante para as equações governantes, Equações (3.24) a (3.27):

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{Be}{Pr} \left(\tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{x}} + \nu \left(\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \tilde{y}^2} \right) \quad (3.25)$$

$$\frac{Be}{Pr} \left(\tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{y}} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \tilde{y}} + \nu \left(\frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \tilde{y}^2} \right) \quad (3.26)$$

$$Be \left(\tilde{u} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right) = \alpha \left(\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} \right) \quad (3.27)$$

em que, Pr é o número de Prandtl (ν/α), que representa a relação entre as difusividades fluidodinâmica e térmica [Bejan, 1994].

4 MODELAGEM NUMÉRICA

De acordo com Patankar, 1980, para se alcançar a solução numérica de um problema, suas leis governantes devem ser expressas matematicamente. Assim, no âmbito da transferência de calor por convecção, os métodos tradicionais para a solução numérica das equações diferenciais que governam o problema são os Métodos de Diferenças Finitas (FDM), de Elementos Finitos (FEM) e Volumes Finitos (FVM). Suas principais diferenças estão na maneira como as variáveis de interesse são aproximadas e o processo de discretização. Nesses métodos, após a discretização, é realizada a solução algébrica das equações do problema [Maliska, 2004].

O FDM foi pioneiro na área de mecânica dos fluidos, sendo o mesmo empregado de forma unânime até a década de 1960. Algumas vantagens de sua aplicação consistem na simplicidade de programação, mínima exigência de memória computacional e baixo tempo de processamento. Entretanto, o mesmo apresenta dificuldades na simulação de geometrias complexas e na imposição de condições de contorno mais complexas [Chung, 2002].

O FEM teve origem na década de 1950 com aplicações na área estrutural, em problemas de elasticidade [Zienkiewicz et al., 2005]. A sua aplicação na mecânica dos fluidos somente foi possível a partir do início da década de 1970 quando se empregaram metodologias para o tratamento dos termos advectivos não lineares, como o uso de métodos de estabilização e funções de interpolação adequadas. As principais vantagens da utilização deste método com relação aos demais são a maior facilidade de simulação de escoamentos em geometrias complexas e a possibilidade de imposição de condições de contorno não convencionais.

O FVM foi originalmente desenvolvido para a solução de problemas advectivos-dominantes. Este método, da mesma forma que o FDM, também apresentava inicialmente limitações referentes ao uso de coordenadas ortogonais. Porém, o uso de coordenadas generalizadas tornou possível a obtenção de soluções qualificadas para escoamentos em domínios complexos [Maliska, 2004; Patankar, 1980; Versteeg e Malalasekera, 1995].

Em geral, o FVM e o FDM são confundidos em função da semelhança das duas metodologias para algumas situações [Maliska, 2004]. No entanto, o FDM consiste na substituição do operador diferencial pelo seu correspondente numérico, enquanto o FVM realiza um balanço da propriedade para cada volume elementar de forma a obter a

correspondente equação aproximada. Uma vez que o FVM é obtido a partir de um balanço de propriedades, o mesmo é naturalmente conservativo, ao contrário dos outros dois métodos aqui apresentados (FDM e FEM). Em função desta característica, é possível, mesmo para malhas bastante grosseiras, avaliar que um código que emprega o FVM atende ao princípio de conservação de qualquer propriedade, fato que não ocorre para os demais métodos, que requerem malhas refinadas para tal avaliação [Maliska, 2004; Versteeg e Malalasekera, 1995].

No contexto dos softwares comerciais, o FVM tem sido a metodologia mais empregada para a construção dos códigos CFD disponíveis, principalmente naqueles com maior penetração industrial [Maliska, 2004]. Entre eles é possível citar o código comercial FLUENT® 2007, que é empregado neste estudo.

4.1 Modelagem Numérica dos escoamentos - Método de Volumes Finitos (FVM)

Com o intuito de simplificar a apresentação do modelo numérico as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia para escoamentos incompressíveis, transientes e com transferência de calor por convecção são definidas em sua forma geral por Versteeg e Malalasekera, 1995:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \text{div}(\rho u\phi) = \text{div}(\Gamma^\phi \text{grad}\phi) + S^\phi \quad (4.1)$$

em que ϕ é o escalar que está sendo transportado, Γ^ϕ representa o produto da difusividade pela massa específica da propriedade transportada em consideração e S^ϕ é o termo fonte ou sumidouro por unidade de volume.

A Equação (4.1) representa a conservação da massa, quando S^ϕ for igual a zero e $\phi = 1$. As equações do movimento nas duas direções coordenadas são obtidas fazendo-se ϕ igual a u e v com o apropriado termo fonte, que neste caso, inclui o gradiente de pressão. A equação de energia é obtida fazendo-se $\phi = T$, também com o termo fonte apropriado. Para melhor compreensão, os termos relacionados ϕ , Γ^ϕ , e S^ϕ são apresentados na Tab. 4.1 para cada equação de conservação [Maliska, 2004; Versteeg e Malalasekera, 1995].

Tabela 4.1 – Valores de ϕ , Γ^ϕ e S^ϕ usados na Equação (3.1).

Equação de Conservação	ϕ	Γ^ϕ	S^ϕ
Massa	1	0	0
Quantidade de Movimento	u, v	μ	∇P
Energia	T	k/C_p	0

Para obter-se uma solução aproximada pelo Método dos Volumes Finitos é necessário dividir o domínio em vários volumes de controle, onde a variável de interesse fica situada no centroide deste volume. Desse modo, é possível integrar as equações governantes, Equação (4.1), sobre cada volume de controle (VC) e ao longo do tempo, para um passo de tempo Δt . A equação de transporte, Equação (4.1), aplicada no presente trabalho, em regime permanente, é dada em sua forma integral por [Versteeg e Malalasekera, 1995]:

$$\int_A n \cdot (\rho u \phi) dA = \int_A n \cdot (\Gamma^\phi \text{grad } \phi) dA + \int_{VC} S^\phi dV \quad (4.2)$$

em que u representa o vetor relativo ao campo de velocidades, n é o vetor unitário normal a superfície do volume de controle (VC) e dA é a magnitude do elemento de área da superfície de controle.

Esta equação representa o balanço de fluxo em um volume de controle. O lado esquerdo da equação representa o fluxo convectivo e o lado direito representa o fluxo difusivo e a geração ou destruição da propriedade ϕ . A Equação (4.2) é empregada para cada volume de controle do domínio computacional.

O software FLUENT® 2007, utilizado neste trabalho, emprega o método de volumes finitos para converter a equação geral de transporte escalar (Equação (4.1)) em uma equação algébrica que pode ser resolvida numericamente. Esta técnica consiste na integração da equação de transporte sobre cada volume de controle, produzindo uma equação discreta que exprime a lei de conservação na base de cada volume de controle [FLUENT, 2007].

Um exemplo de um volume de controle bidimensional é apresentado na Figura 4.1. Para o ponto central P da Figura 4.1, tem-se os pontos E e W como seus vizinhos na direção x , enquanto N e S são seus vizinhos na direção y . O volume de controle em torno de P é mostrado sobre o contorno amarelo da figura. Sua espessura na direção z é assumida como uma unidade [Patankar, 1980].

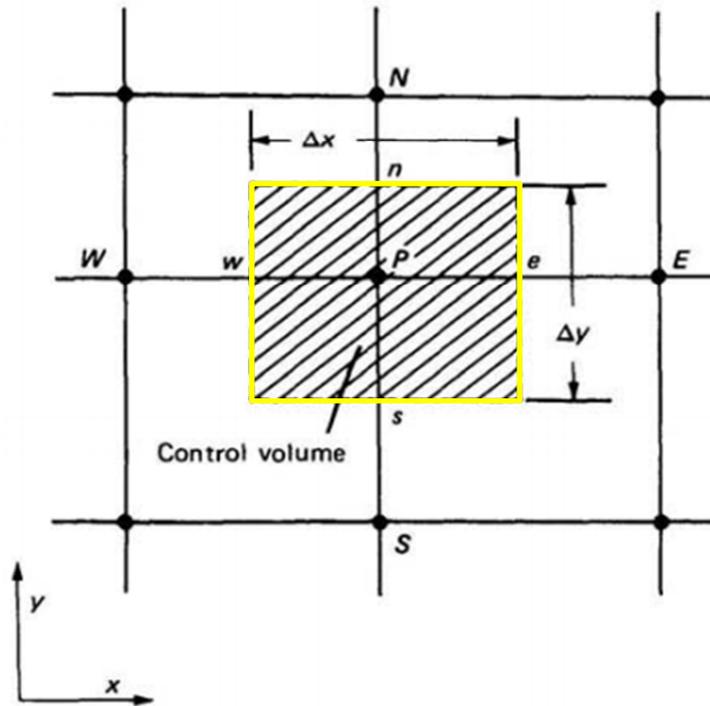


Figura 4.1 – Volume de controle empregado em FVM para um domínio bidimensional
(Adaptado de Patankar, 1980).

Desse modo, a discretização da Equação (4.2) para um volume de controle qualquer envolvendo suas faces em regime permanente é dada por (FLUENT, 2007):

$$\sum_f \rho_f u_i|_f \phi_f n_{fi} A_f = \sum_f \Gamma_\phi \left. \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right|_f n_{fi} A_f + S_\phi \forall \quad (4.3)$$

onde N_f é o número de faces que compõem o volume de controle, ϕ_f é a variável obtida na face f , $u_i|_f$ é o campo de velocidades na direção i obtido na face f , A_f é a área da face f e n_{fi} é o vetor unitário normal a face f . De acordo com a Figura 4.1 é possível observar que f pode representar qualquer uma das faces: leste (e), oeste (w), norte (n) ou sul (s) [FLUENT, 2007].

A equação discretizada de transporte escalar, Equação (4.3), é usada para obter as variáveis escalares desconhecidas ϕ no centro da célula P (ϕ_P) assim como os valores das incógnitas nas células vizinhas, ϕ_E , ϕ_W , ϕ_N e ϕ_S (para um domínio bidimensional). Apesar da não linearidade desta equação com respeito as variáveis das células vizinhas, é possível escrevê-la na seguinte forma linear [FLUENT, 2007]:

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (4.4)$$

Na Equação (4.4) o subíndice nb refere-se às células vizinhas, a_p é o coeficiente principal, a_{nb} são os coeficientes das células vizinhas (E , W , N e S) e b contabiliza o termo fonte e o produto entre o coeficiente e a variável escalar no ponto P no passo de tempo anterior. Os coeficientes a_p , a_{nb} e b mudam de acordo com a função de interpolação usada (*upwind*, *power-law*, *second-order-upwind*, QUICK entre outros) e também podem variar de acordo com a linearização do termo fonte de cada equação [FLUENT, 2007].

4.2 Tratamento dos Termos Advectivos das Equações de Conservação

Segundo Patankar ,1980, a discretização espacial consiste na criação de uma malha que substitui o espaço contínuo em finitos pontos associados a uma variável escalar. Assim, a discretização pode ser definida como a transformação do conjunto de equações diferenciais ou integrais em equações algébricas, associando o valor das variáveis aos pontos da malha. Os valores da variável na malha influenciam pontos vizinhos imediatos e com o aumento de divisões na discretização a solução tende a ser mais precisa, devido à pequena variação entre um ponto e outro.

Com relação à estabilidade dos métodos para escoamentos advectivo-dominantes, a discretização por diferenças finitas centrais para o tratamento dos termos advectivos produzem soluções que sofrem a ação de oscilações espúrias nos campos de velocidades, pressão e temperaturas. Estas oscilações podem ser reduzidas empregando um maior refinamento de malha. No entanto, não é possível empregar este tipo de refinamento a problemas reais devido ao elevado esforço computacional oriundo deste refinamento [Maliska, 2004].

Em função disso, foram desenvolvidas técnicas para abordagem deste problema a fim de tratar os termos advectivos das equações de conservação. Dentre os esquemas de tratamento existentes, encontram-se na literatura os esquemas de *Diferenças Centrais*, *Upwind*, *Exponencial* e *Power-law*, os quais apresentam uma exatidão de primeira ordem nos termos de truncamento. Devido à necessidade de resultados mais precisos, o aumento da ordem de exatidão dos termos de truncamento se fez necessário e outros métodos como o QUICK, *Second Order Upwind* e *Bounded Central Differencing*, foram desenvolvidos.

O esquema de interpolação indicado para a obtenção da solução mais próxima da exata é o esquema exponencial, mas o tempo computacional para calcular os exponenciais em cada interface de volume de controle é alto e acaba inviabilizando sua aplicação. De acordo com Versteeg e Malalasekera, 1995, o esquema *Power-law* possui equivalência matemática com o esquema exponencial, porém possui um melhor desempenho para o cálculo numérico e armazenamento dos resultados. Além disso, a utilização deste esquema é recomendada por Patankar, 1980, e dessa forma, será empregado no presente trabalho.

4.2.1 Esquema de Advecção *Power-Law*

De acordo com Patankar, 1980, na função *Power-law* a difusão é ajustada para zero quando o número de Peclet (Pe) de malha excede 10. Se $0 < Pe < 10$ o fluxo é avaliado pelo uso de uma expressão polinomial. A equação geral que descreve o esquema de interpolação *Power-Law* é dada por:

$$a = D \cdot \left[0, \left(1 - \frac{0,1|F|}{D} \right)^5 \right] + [0, -F] \quad (4.5)$$

Sendo que o valor de F representa a força de convecção na célula e D o efeito da condutância da difusão do escoamento.

$$D \equiv \frac{\Gamma}{\delta x} \quad (4.6)$$

$$F = \rho \cdot u \quad (4.7)$$

4.3 Acoplamento Pressão-Velocidade

O acoplamento pressão-velocidade é um ponto de grande importância na simulação numérica, impactando principalmente no tempo computacional necessário na simulação.

Segundo Mendes, 2007, no processo de discretização, o sistema de equações pode ser concebido para ser resolvido de maneira segregada ou acoplada. A solução segregada consiste

em resolver os sistemas lineares de cada equação um a um, atualizando seus coeficientes devido às não linearidades e ao acoplamento entre as variáveis. A solução acoplada, por sua vez, cria uma única matriz envolvendo todos os coeficientes e resolvendo todas as incógnitas simultaneamente, necessitando de atualizações da matriz de coeficientes apenas devido às não linearidades do problema.

Os métodos acoplados vêm sendo cada vez mais utilizados em softwares comerciais por se apresentarem mais robustos e estáveis. Por outro lado, exigem uma maior capacidade computacional, em termos de armazenamento em memória e processamento [Maliska, 2004; Mendes 2007].

O esquema acoplado possui uma implementação de fase única para fluxos em estado estacionário, sendo robusto e eficiente, apresentando um desempenho superior em comparação com os esquemas de solução segregada. O acoplamento implícito total é conseguido através de uma discretização implícita dos termos do gradiente de pressão nas equações de quantidade de movimento e também para o fluxo de massa [FLUENT 2007]. Assim, devido a testes realizados para a solução do trabalho optou-se pela utilização do sistema de solução acoplado para a solução das equações governantes.

4.4 Procedimentos Numéricos

Para a simulação dos escoamentos laminares com transferência de calor por convecção forçada, as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foram resolvidas usando um código comercial de dinâmica dos fluidos computacional (CFD – do inglês: *Computational Fluid Dynamics*) baseado no método dos volumes finitos [FLUENT, 2007]. Em todas as simulações a discretização espacial é realizada com volumes triangulares. Para o tratamento dos termos advectivos adotou-se o esquema de interpolação *Power-law* na solução das equações de momentum e de energia e *Second Order* para a discretização da pressão. O acoplamento pressão-velocidade foi resolvido através do método *COUPLED*.

Com relação à convergência da solução numérica, no software FLUENT® [FLUENT, 2007] o resíduo normalizado da equação do transporte, Equação (4.4), é definido através da seguinte expressão:

$$R = \frac{\sum_{\text{células}} \left[\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_P \right]}{\sum_{\text{células}} [a_P \phi_P]} \quad (4.8)$$

Na Equação (4.8) o somatório associado com as células indica que o valor entre colchetes está sendo somado para todos os volumes de controle.

No presente estudo, as soluções foram consideradas convergidas quando os resíduos para a equação da conservação de massa, quantidade de movimento nas direções x e y foram menores que $R_{\text{massa}} < 10^{-6}$, $R_{\text{momento}} < 10^{-6}$ e $R_{\text{energia}} < 10^{-8}$. Para melhorar o tempo de processamento das simulações foi empregada a técnica de processamento paralelo MPI (do inglês: *Message Passing Interface*) disponibilizada pelo software FLUENT® [FLUENT, 2007].

4.5 Domínio Computacional

O domínio físico computacional é apresentado na Figura 4.2, onde é possível visualizar as condições de contorno em que o escoamento está submetido. O domínio computacional é apresentado em sua forma adimensional em que $A_0^{1/2}$ é adotado como escala de comprimento, de acordo com a Equação (3.20). A superfície dos cilindros possui as condições de contorno de não deslizamento, impermeabilidade e temperatura prescrita, $\tilde{T}_w = 1$.

O fluido escoava transversalmente sobre os tubos a uma temperatura de $\tilde{T}_\infty = 0$. A geometria foi assumida bidimensional, com a hipótese de a terceira dimensão ser suficientemente longa em comparação com as outras dimensões. A distância adimensional entre o plano de entrada do escoamento e a superfície frontal do cilindro (\tilde{L}_u) e entre a superfície posterior do cilindro e o plano de saída do escoamento (\tilde{L}_d) foram selecionados com base na precisão dos resultados, a fim de evitar a influência do domínio sobre a transferência de calor no objeto de estudo. Os resultados obtidos para \tilde{L}_u e \tilde{L}_d são discutidos nas seções seguintes.

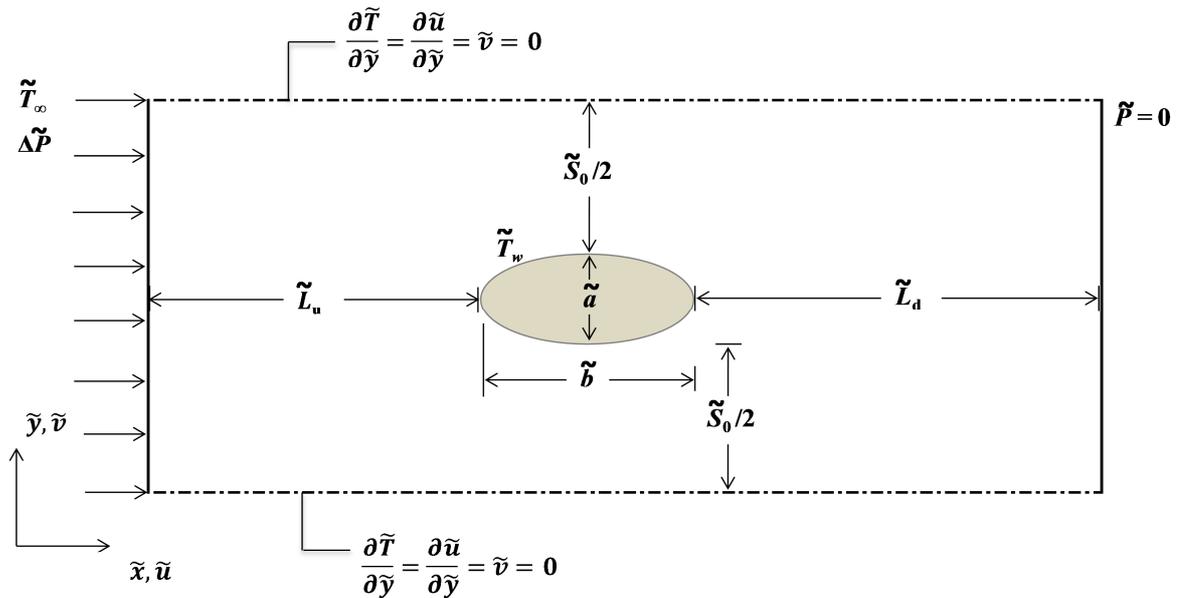


Figura 4.2 – Domínio computacional.

Assim, busca-se obter o comportamento da densidade de transferência de calor adimensional em relação ao espaçamento (\tilde{S}_0), entre os cilindros de geometria elíptica aquecidos, dispostos verticalmente, e o fluido circundante, que se encontra a uma temperatura mais baixa. A razão de aspecto (r) entre os eixos vertical e horizontal dos cilindros também será um parâmetro a ser estudado.

4.6 Análise de Qualidade de Malha

As geometrias e malha do domínio computacional foram desenvolvidas no pacote GAMBIT®. A malha adotada foi determinada por meio de refinamentos sucessivos, aumentando-se aproximadamente em quatro vezes o número de volumes a cada refinamento de malha. Dessa maneira, realizou-se o teste de malha independente, com o objetivo de determinar qual o número de volumes finitos são necessários para que a malha não gere influência sobre os resultados do estudo. A malha é considerada independente quando o desvio relativo da densidade de transferência de calor entre malhas de diferente número de volumes for menor que 1%.

O desvio relativo percentual entre os resultados é obtido através da Equação (4.9), em que os índices (j) e ($j+1$) representam respectivamente os resultados de \tilde{q} para a malha a ser avaliada e a malha de maior número de volumes. A Tab. 4.2 mostra os resultados do teste de

independência da malha para o fluxo com $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$. Para todas as malhas utilizou-se o valor de $r = 1$ e $\tilde{S}_0 = 3$.

$$Desvio_{\tilde{q}}(\%) = 100 \cdot \frac{|\tilde{q}_{(j)} - \tilde{q}_{(j+1)}|}{\tilde{q}_{(j)}} < 1\% \quad (4.9)$$

Tabela 4.2 – Teste de Independência de Malha para $r = 1$, $\tilde{S}_0 = 3$, $\tilde{L}_u = 6$, $\tilde{L}_d = 30$, $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$,

Número de Volumes	$q'(W/m)$	\tilde{q}	$Desvio_{\tilde{q}}(\%)$
20.597	0,58307	4,81415	3,07103
82.277	0,56516	4,66630	1,34305
329.000	0,55757	4,60363	0,17077
702.000	0,55662	4,59577	---

Após a realização do teste verificou-se que a malha considerada independente é a que possui 329.000 volumes, apresentando um desvio aproximado de 0,17% em relação à malha de maior numero de volumes, portanto atendendo ao critério de precisão para a malha.

Fez-se necessário também realizar testes sobre os comprimentos de entrada (\tilde{L}_u) e saída (\tilde{L}_d) do escoamento em relação ao domínio computacional, a fim de evitar que os resultados fossem influenciados pelos mesmos. O conjunto de testes mostrou que para $\tilde{L}_u = 6$ e $\tilde{L}_d = 20$ a transferência de calor entre o cilindro e o meio circundante variou menos que 1% conforme mostram as tabelas 4.3 e 4.4, evidenciando que a utilização destes valores é adequada para o estudo. Contudo, para o comprimento de saída (\tilde{L}_d) optou-se por se utilizar uma maior dimensão, com o objetivo de facilitar a convergência na região de saída do escoamento, assim, para o domínio computacional adotou-se $\tilde{L}_d = 30$. O desvio relativo percentual entre os resultados também foi obtido através da Equação (4.9), em que os índices (j) e ($j+1$) representam respectivamente os resultados de \tilde{q} para a malha a ser avaliada e a malha de maior comprimento de entrada e saída.

Tabela 4.3 – Estudo do comprimento de entrada (\tilde{L}_u) do escoamento para $r = 1$, $\tilde{S}_0 = 3$, $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$

\tilde{L}_u	q' (W/m)	\tilde{q}	<i>Desvio</i> \tilde{q} (%)
6	0,55778	4,60529	0,01339
20	0,55785	4,60591	0,01640
30	0,55794	4,60667	---

Tabela 4.4 – Estudo do comprimento de entrada (\tilde{L}_d) do escoamento para $e = 1$, $\tilde{S}_0 = 3$, $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$

\tilde{L}_d	q' (W/m)	\tilde{q}	<i>Desvio</i> \tilde{q} (%)
15	0,54769	4,52199	1,01312
20	0,55329	4,56827	0,80399
30	0,55778	4,60529	0,67842
50	0,56159	4,63675	---

Assim, a Figura 4.3 apresenta a malha adotada para a realização do conjunto de simulações. Buscou-se obter uma região de maior refinamento em torno dos cilindros, onde se encontram os maiores gradientes de pressão, velocidade e temperatura.

Além disso, vale destacar que a proporção de volumes finitos na malha foi mantida para as diferentes configurações geométricas estudadas, de modo que a geração da malha foi controlada pelo espaçamento entres os volumes nas diferentes regiões do domínio.

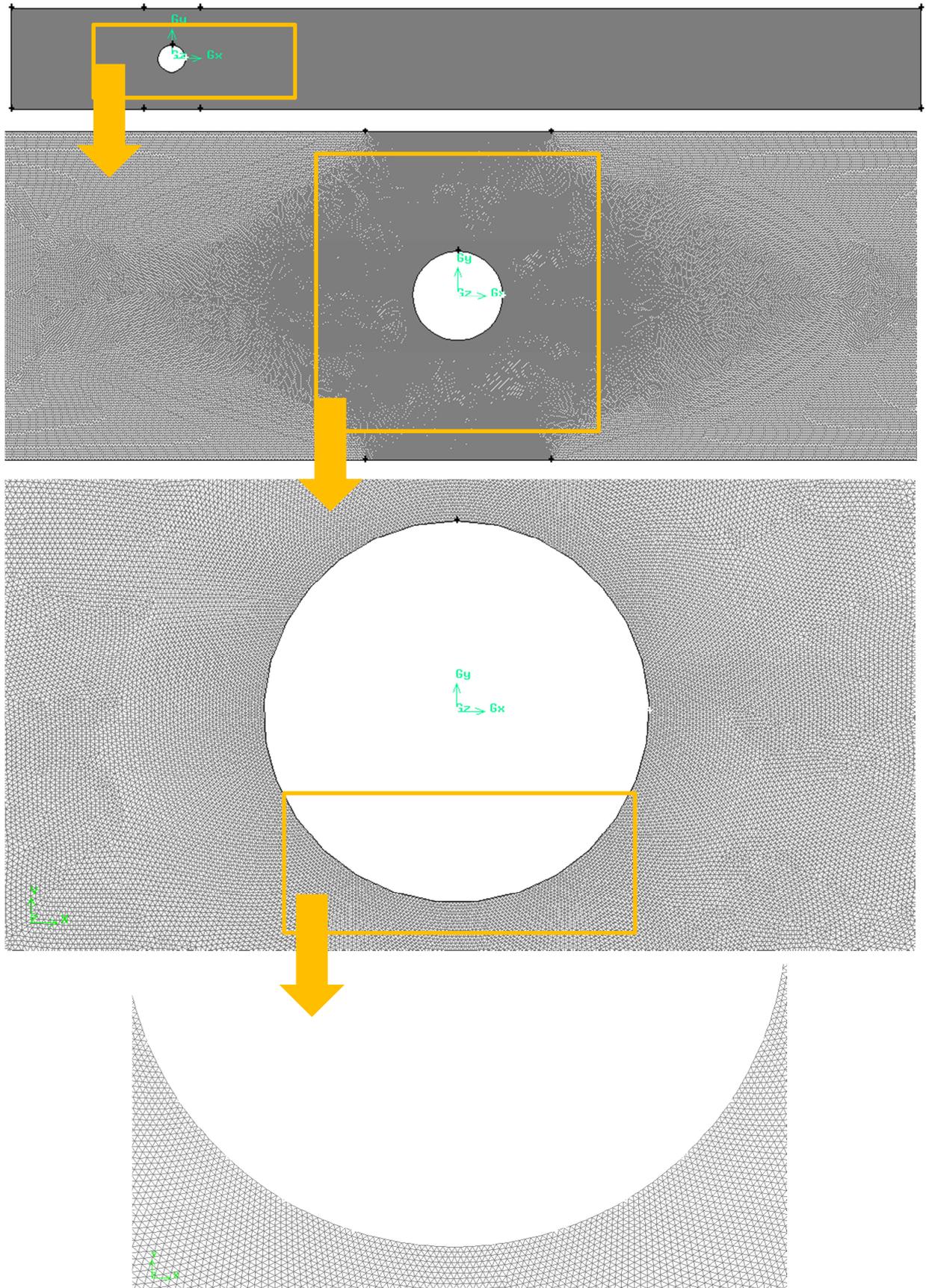


Figura 4.3 – Malha adotada para o conjunto de simulações.

4.7 Verificação do Modelo Matemático e Numérico

Para a verificação da malha independente utilizou-se as correlações empíricas de Churchill e Bernstein, 1977 e Hilpert, 1933, as quais definem o número de Nusselt médio para o efeito de convecção forçada sobre cilindros circulares em fluxo livre, e são mostradas respectivamente pelas Equações (4.10 – 4.11). Segundo Çengel e Ghajar, 2009, a correlação de Churchill e Bernstein, 1977, é bastante abrangente, na medida em que correlaciona bem os dados disponíveis para $Re_d \cdot Pr > 0,2$. Além disso, segundo Incropera et al., 2000, a correlação de Hilpert, 1933, é largamente utilizada na engenharia, sendo válida para $Pr \geq 0,7$ e atendendo a uma ampla faixa de número de Reynolds ($0,4 \leq Re_d \leq 400.000$).

$$\overline{Nu}_d = 0,3 + \frac{0,62 \cdot Re_d^{1/2} \cdot Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0,4}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} + \left[1 + \left(\frac{Re_d}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \quad (4.10)$$

$$\overline{Nu}_d = C \cdot Re_d^m \cdot Pr^{1/3} \quad (4.11)$$

onde, \overline{Nu}_d é o número de Nusselt médio e Re_d é o número de Reynolds, ambos baseados no diâmetro do cilindro. As variáveis C e m da Equação (4.11) são determinadas através do valor do número de Reynolds (Re_d), e obtidas em Hilpert, 1933, os quais para $Be = 10^4$; $5 \cdot 10^3$; 10^3 obtêm-se $C = 0,683$ e $m = 0,466$ e para $Be = 10^2$ têm-se $C = 0,911$ e $m = 0,385$. Os valores de Re_d foram obtidos através da velocidade a montante dos cilindros, as quais são definidas pela diferença de pressão imposta no domínio.

Assim, observam-se nas Tabs. 4.5 e 4.6 os resultados obtidos através do modelo numérico e das correlações juntamente com o cálculo do desvio (%) do número de Nusselt médio entre as avaliações, resolvido pela Equação (4.12):

$$Desvio_{\overline{Nu}_d} (\%) = 100 \cdot \frac{\overline{Nu}_{d,N} - \overline{Nu}_{d,C}}{\overline{Nu}_{d,N}} \quad (4.12)$$

em que, $\overline{Nu_{d,N}}$ é o número de Nusselt médio calculado em torno do cilindro numericamente e $\overline{Nu_{d,c}}$ é o número de Nusselt médio calculado em torno do cilindro através das correlações empíricas. Segundo Bejan, 1993, os resultados das correlações fornecem valores que podem conter um desvio quando se compara a modelos numéricos e experimentais.

Tabela 4.5 – Resultados do modelo numérico e correlações empíricas para a verificação da malha através da correlação empírica de Churchill e Bernstein, 1977, para $r = 1$, $\tilde{S}_0 = 3$ e $Pr = 0,72$

Be	Re	Numérico		Churchil e Bernstein, 1977		
		$\overline{Nu_{d,N}}$	\tilde{q}	$\overline{Nu_{d,c}}$	\tilde{q}	Desvio $\overline{Nu_d}$ (%)
10^2	18,81	2,36451	1,59463	2,42243	1,63369	2,44952
10^3	59,48	3,96078	2,67116	4,08206	2,75295	3,06199
5.10^3	133,01	5,77645	3,89566	5,97033	4,02641	3,35637
10^4	188,11	6,82878	4,59578	7,05397	4,75722	3,29768

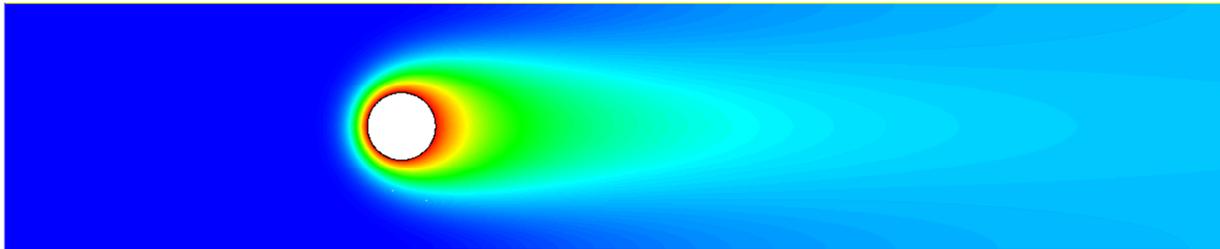
Tabela 4.6 – Resultados do modelo numérico e correlações empíricas para a verificação da malha através da correlação empírica de Hilpert, 1933, para $r = 1$, $\tilde{S}_0 = 3$ e $Pr = 0,72$

Be	Re	Numérico		Hilpert, 1933		
		$\overline{Nu_{d,N}}$	\tilde{q}	$\overline{Nu_{d,c}}$	\tilde{q}	Desvio $\overline{Nu_d}$ (%)
10^2	18,81	2,36451	1,59463	2,52701	1,70422	6,87254
10^3	59,48	3,96078	2,67116	4,10899	2,77112	3,74212
5.10^3	133,01	5,77645	3,89566	5,97855	4,03196	3,49873
10^4	188,11	6,82878	4,59578	7,02644	4,73866	2,89453

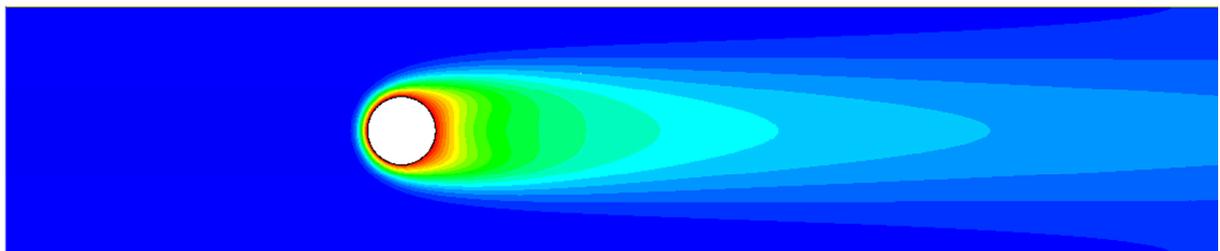
O uso de correlações empíricas para verificação da malha é justificado, uma vez que quando a razão de aspecto (r) da elipse tiver seu valor igual a um ($r = 1$), tem-se que a geometria do cilindro é descrita pela seção transversal circular. Utilizou-se um valor para a distância entre os cilindros suficientemente longa ($\tilde{S}_0 = 3$) para que o cilindro se caracterizasse em escoamento livre, sem sofrer interferência dos outros cilindros do arranjo.

Dessa forma, verificou-se concordância entre os resultados obtidos numericamente com os resultados obtidos pelas correlações empíricas de Churchill e Bernstein, 1977, e

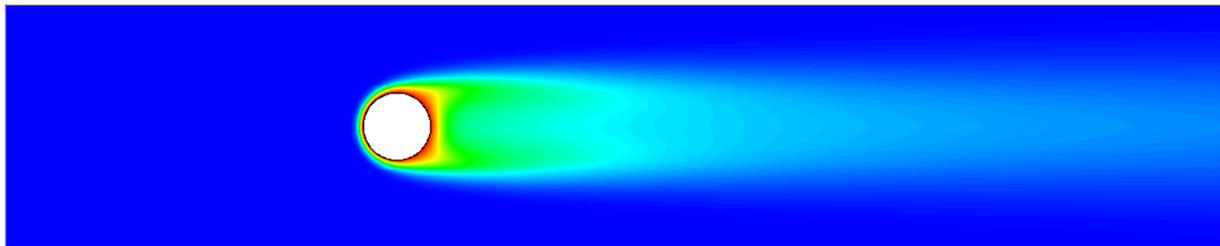
Hilpert, 1933, de forma que os desvios para o número de Nusselt médio ($\overline{Nu_d}$) ficaram, em média, na faixa de 3% para o intervalo de número de Bejan (Be) estudado, o que permitiu o prosseguimento do trabalho. Além disso, a malha apresentou-se adequada do ponto de vista qualitativo, uma vez que os campos de temperaturas são fisicamente coerentes, conforme mostra a Figura 4.4.



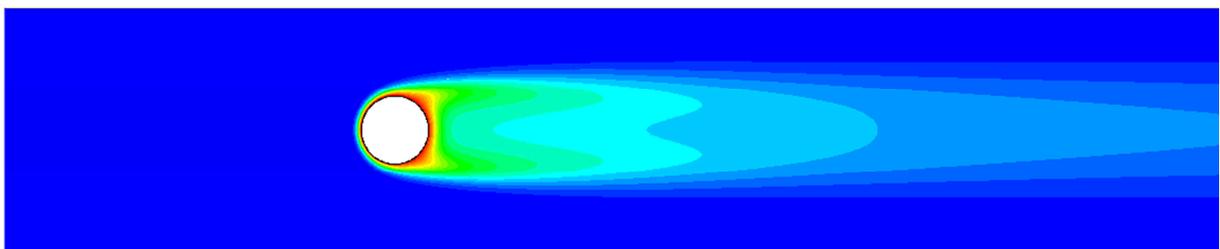
a) $r = 1,0$; $Be = 10^2$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0) = 3,00$



b) $r = 1,0$; $Be = 10^3$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0) = 3,00$



c) $r = 1,0$; $Be = 5.10^3$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0) = 3,00$



d) $r = 1,0$; $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0) = 3,00$



Figura 4.4 – Campos de temperatura para $r = 0,1$, $\tilde{S}_0 = 3,0$ e $Pr = 0,72$: a) $Be = 10^2$; b) $Be = 10^3$; c) $Be = 5.10^3$ e d) $Be = 10^4$

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os campos de velocidades e temperaturas foram simulados com o objetivo de determinar o espaçamento ótimo entre cilindros (\tilde{S}_0) que conduz a maximização da densidade de transferência de calor adimensional entre os tubos aquecidos e o fluido circundante. A razão entre os eixos vertical e horizontal (r) da elipse foi estudada de acordo com o intervalo: $0,1 \leq r \leq 5,0$. Para todas as configurações geométricas foram simulados diferentes valores de queda de pressão no domínio, a qual é governada pelo número de Bejan, $Be = 10^2, 10^3, 5 \cdot 10^3$ e 10^4 . O número de Prandtl foi mantido fixo para todas as simulações, $Pr = 0,72$. Para levantar os dados para o estudo foram realizadas aproximadamente mil simulações, sendo que o tempo médio de cada simulação foi de 15 minutos. Vale destacar que a resolução utilizada para a variação do espaçamento (\tilde{S}_0) entre os cilindros, em torno dos pontos ótimos obtidos, foi de 0,05.

Através das Figuras. 5.1 a 5.5 pode-se visualizar como a transferência de calor adimensional (\tilde{q}) se comporta em função do espaçamento entre os cilindros (\tilde{S}_0) para diferentes números de Bejan. Esse comportamento é mostrado para alguns dos diferentes valores da razão de aspecto entre os eixos do cilindro (r) estudados.

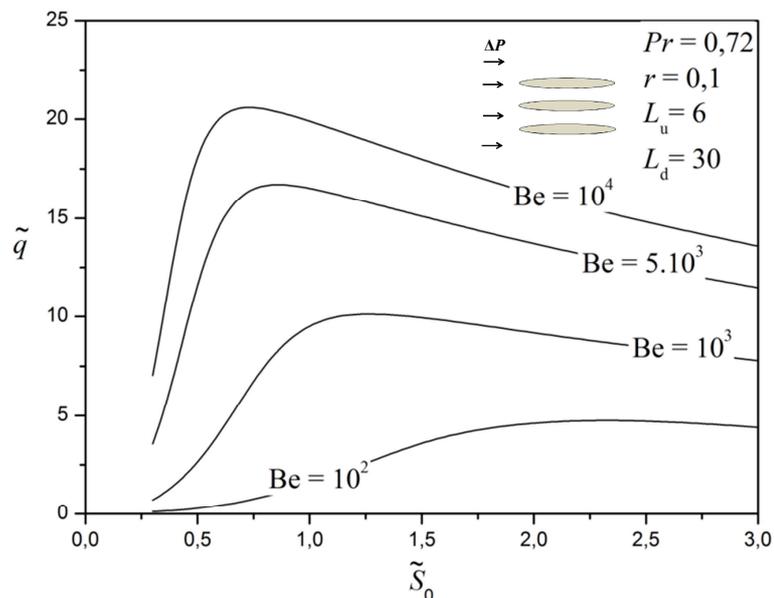


Figura 5.1 – Estudo da densidade de transferência de calor adimensional (\tilde{q}) em função da distância adimensional entre os cilindros elípticos para diferentes números de Bejan, $Be = 10^2, 10^3, 5 \cdot 10^3, 10^4$ e razão de aspecto $r = 0,1$.

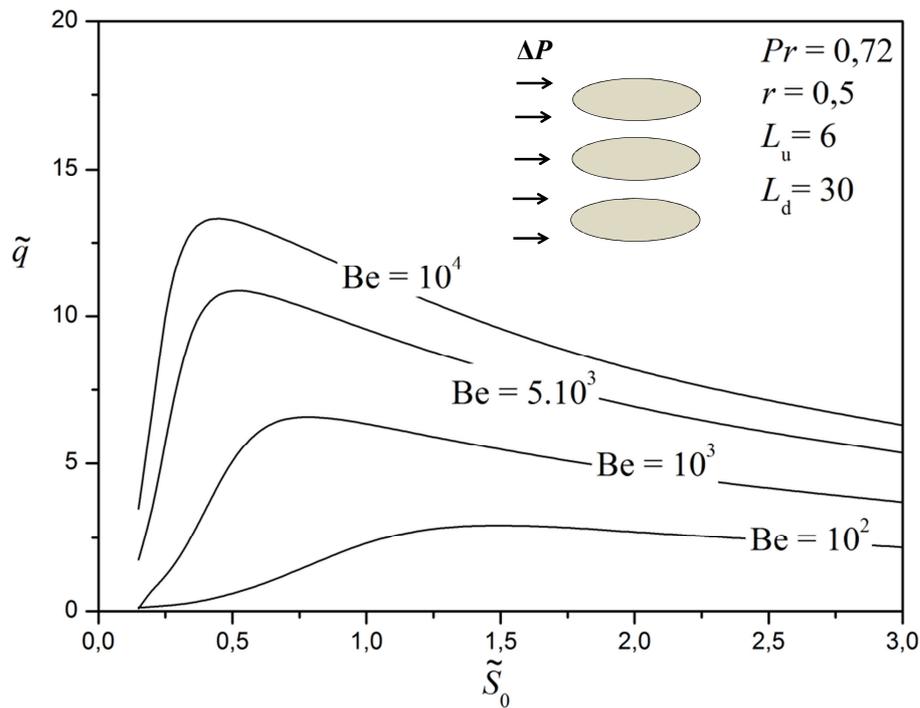


Figura 5.2 – Estudo da densidade de transferência de calor adimensional (\tilde{q}) em função da distância adimensional entre os cilindros elípticos para diferentes números de Bejan, $Be = 10^2$, 10^3 , $5 \cdot 10^3$, 10^4 e razão de aspecto $r = 0,5$.

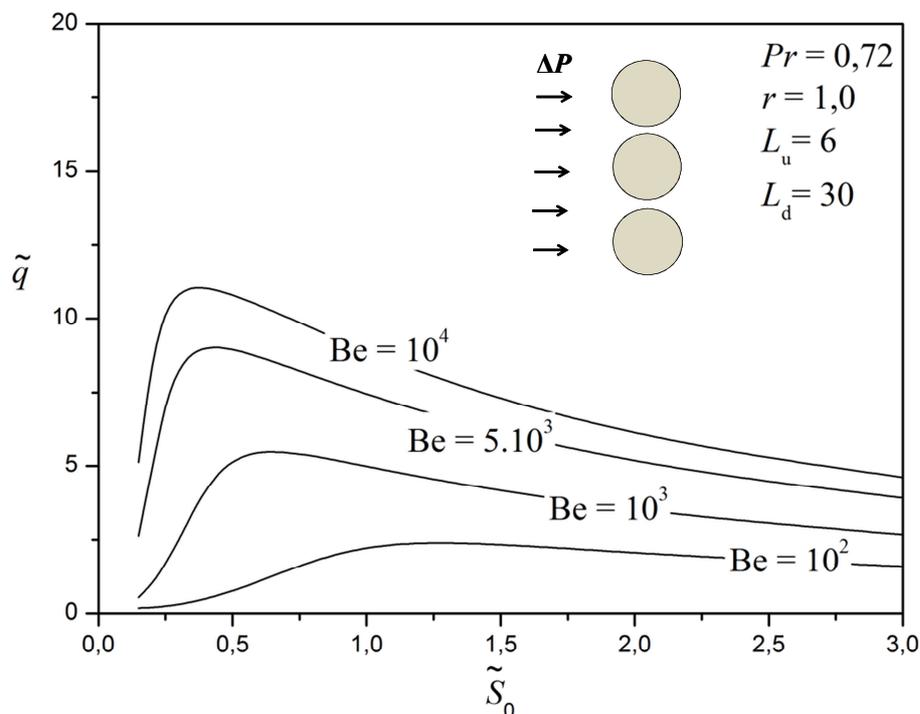


Figura 5.3 – Estudo da densidade de transferência de calor adimensional (\tilde{q}) em função da distância adimensional entre os cilindros elípticos para diferentes números de Bejan, $Be = 10^2$, 10^3 , $5 \cdot 10^3$, 10^4 e razão de aspecto $r = 1,0$.

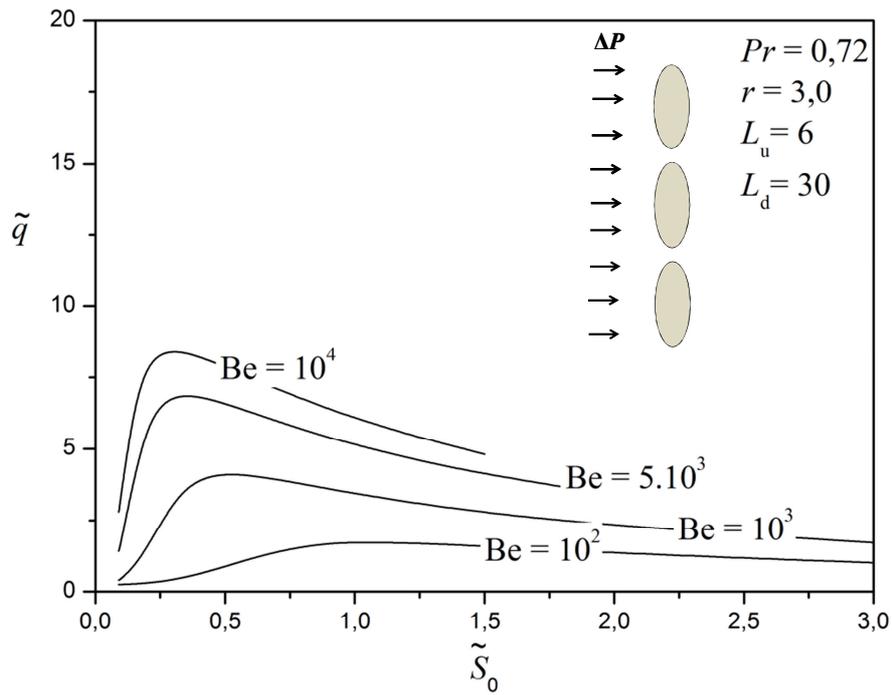


Figura 5.4 – Estudo da densidade de transferência de calor adimensional (\tilde{q}) em função da distância adimensional entre os cilindros elípticos para diferentes números de Bejan, $Be = 10^2$, 10^3 , $5 \cdot 10^3$, 10^4 e razão de aspecto $r = 3,0$.

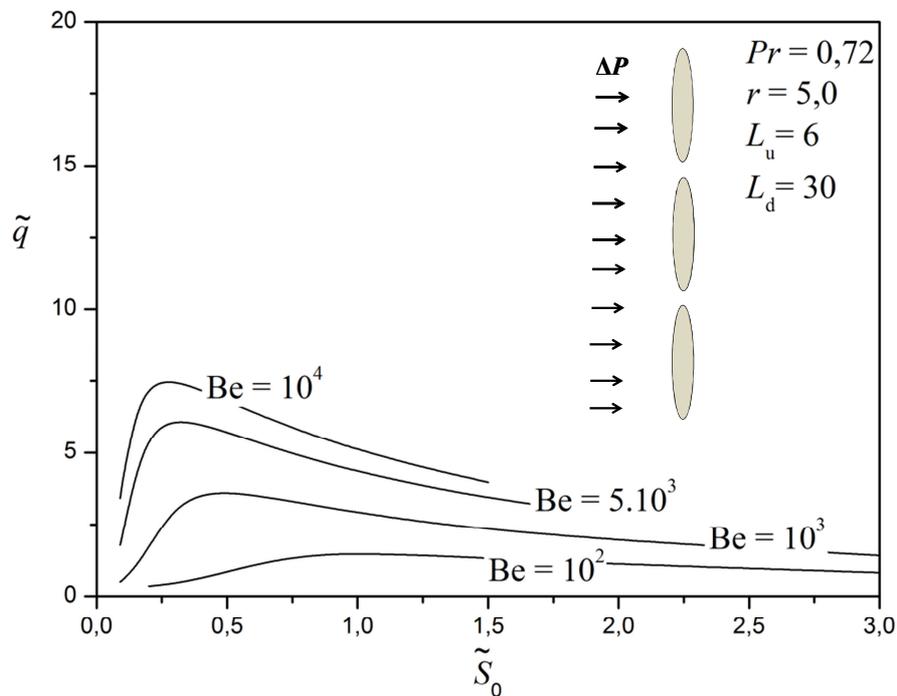


Figura 5.5 – Estudo da densidade de transferência de calor adimensional (\tilde{q}) em função da distância adimensional entre os cilindros elípticos para diferentes números de Bejan, $Be = 10^2$, 10^3 , $5 \cdot 10^3$, 10^4 e razão de aspecto $r = 5,0$.

É possível observar que as curvas apresentam um comportamento semelhante, de modo que através do aumento do espaçamento entre os cilindros (\tilde{S}_0), tem-se um crescimento dos valores \tilde{q} até um ponto de máximo, e a partir deste máximo, os valores de \tilde{q} tendem a diminuir com o aumento de \tilde{S}_0 . Dessa forma, obteve-se uma condição de espaçamento entre os cilindros que favoreceu a densidade de transferência de calor para todos os números de Bejan e razões de aspecto (r) avaliadas. Os maiores valores de \tilde{q} e os menores valores de \tilde{S}_0 foram obtidos para a maior diferença de pressão no domínio, dada por: $Be = 10^4$, além disso, observou-se que na medida em que os valores da razão de aspecto (r) aumentam tem-se um decréscimo nos valores da densidade de transferência de calor adimensional (\tilde{q}).

Ainda, através das curvas das Figuras 5.1 a 5.5, avalia-se que os espaçamentos maiores ou menores entre os cilindros elípticos não correspondem ao espaçamento ideal, o que mostra que a configuração ótima não é obtida através da inserção do número máximo ou mínimo de cilindros dentro de um espaço fixo. Isso pode ser explicado através da Figura 5.6, onde são apresentados os campos de temperatura para os casos de maior espaçamento $\tilde{S}_0 = 3,0$ (Figura 5.6a), espaçamento ótimo $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,7$ (Figura 5.6b) e de menor espaçamento $\tilde{S}_0 = 0,3$ (Figura 5.6c) entre os cilindros, obtidos para a configuração de $r = 0,1$, $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$.

Avaliando-se a Figura 5.6a, nota-se que grande parcela de fluido em torno dos cilindros não participa efetivamente da remoção de calor nos tubos elípticos, desse modo, uma redução no espaçamento \tilde{S}_0 proporciona uma distribuição mais eficiente dos espaços do domínio. Esse equilíbrio acontece na Figura 5.6b, em que é apresentado o modelo de configuração ótima para o caso, o qual favorece a densidade de transferência de calor adimensional (\tilde{q}), obtida neste caso por $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,7$, onde a transferência de calor encontra o equilíbrio através da interação das camadas limite térmicas entre os cilindros. Note-se que nesse caso as camadas limites térmicas são aproximadamente tangentes umas com as outras.

A Figura 5.6c apresenta o espaçamento mínimo entre os cilindros estudados, onde fica evidente a redução dos gradientes de temperatura em torno dos obstáculos. Essa redução ocorre, pois a mínima distância entre os cilindros dificulta a passagem do escoamento. Dessa forma, a transferência de calor torna-se predominantemente difusiva porque o espaço a ser ocupado pelo fluido é ocupado agora pelos cilindros (menos massa de fluido para trocar calor), além disso, os cilindros estando muito próximos ocasionam uma maior perda de carga no sistema, e, desse modo, a vazão de fluido que passa através dos cilindros é reduzida. A

partir disso, a taxa de troca térmica entre os cilindros e o escoamento em seu redor cai consideravelmente quando comparada aos casos anteriores. Para este caso ($r = 0,1$, $Be = 10^4$) obtém-se um ganho aproximado na densidade de transferência de calor adimensional de 65% do caso otimizado ($(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,7$) em relação ao caso de menor desempenho ($\tilde{S}_0 = 0,3$).

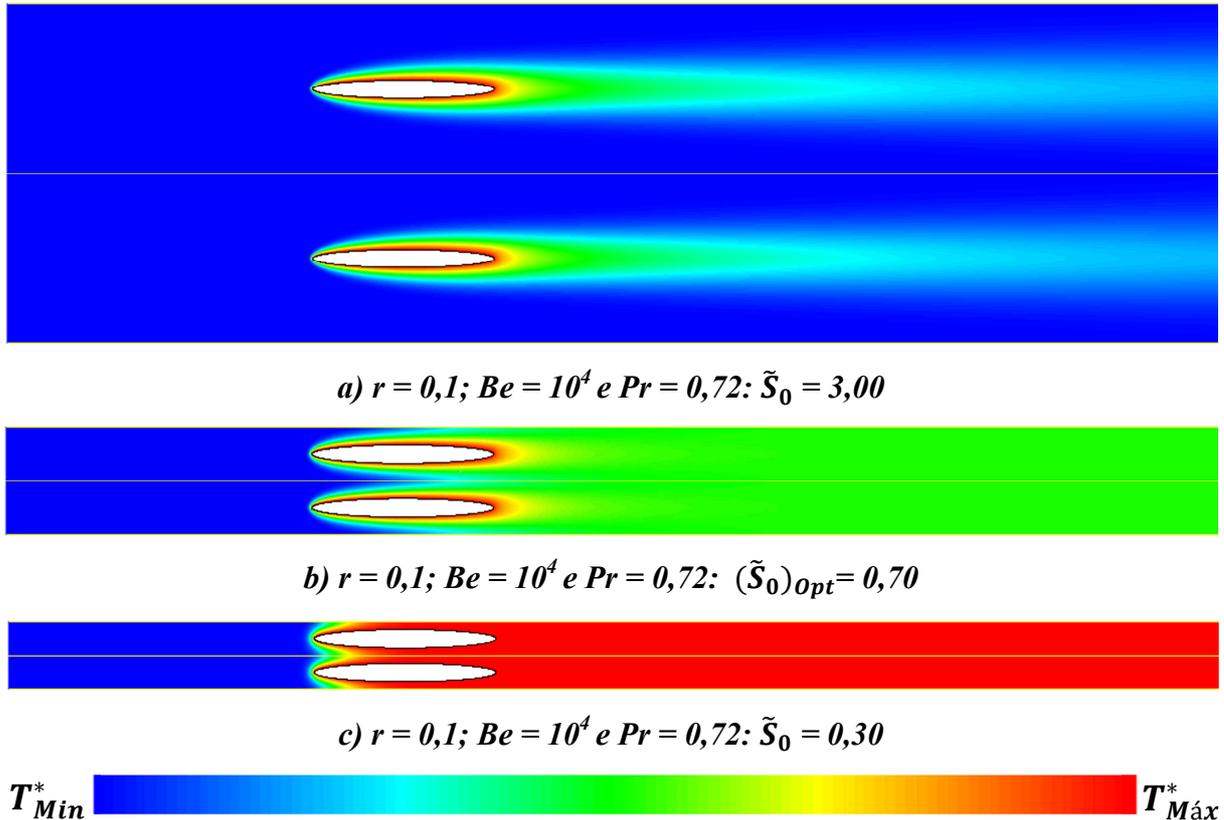


Figura 5.6 – Campos de temperatura para $r = 0,1$; $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$: a) maior espaçamento entre cilindros $\tilde{S}_0 = 3,0$; b) espaçamento ótimo entre cilindros $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,7$ e c) menor espaçamento entre cilindros $\tilde{S}_0 = 0,3$.

O comportamento entre o espaçamento ótimo entre os cilindros $(\tilde{S}_0)_{opt}$ e a máxima densidade de transferência de calor adimensional $(\tilde{q})_{Max}$, em função de diferentes números de Bejan (Be), para diferentes valores da razão de aspecto (r) são mostrados através das Figuras 5.7 e 5.8. Percebe-se que, na medida em que o Be aumenta o valor de $(\tilde{S}_0)_{opt}$ decresce, uma vez que, com o aumento do número de Bejan obtém-se um aumento na velocidade a montante dos cilindros, o que ocasiona uma redução na espessura da camada limite térmica, estabelecendo que o espaçamento ótimo entre os cilindros encontre o equilíbrio térmico para

menores valores de \tilde{S}_0 . Esse fenômeno pode ser visualizado através da Figura 5.9, em que se apresentam os casos de espaçamento ótimos para $r = 0,5$ e diferentes números de Be .

Além disso, o aumento de Be ocasiona um aumento na máxima densidade de transferência de calor adimensional $(\tilde{q})_{Max}$ entre os cilindros e o fluido circundante, pois, em um escoamento laminar, o aumento da velocidade a montante dos tubos favorece a transferência de calor.

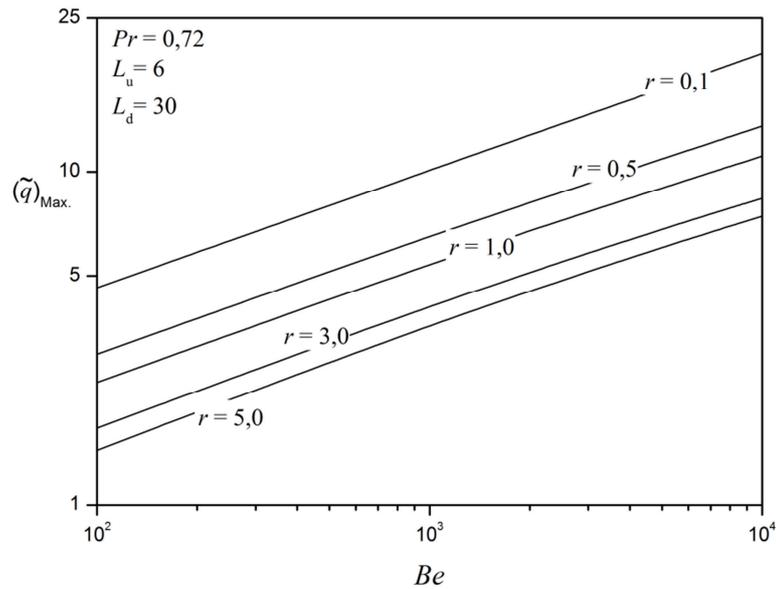


Figura 5.7 – Máxima densidade de transferência de calor adimensional $((\tilde{q})_{Max.})$ em função do número de Bejan (Be), para diferentes valores de razão de aspecto (r).

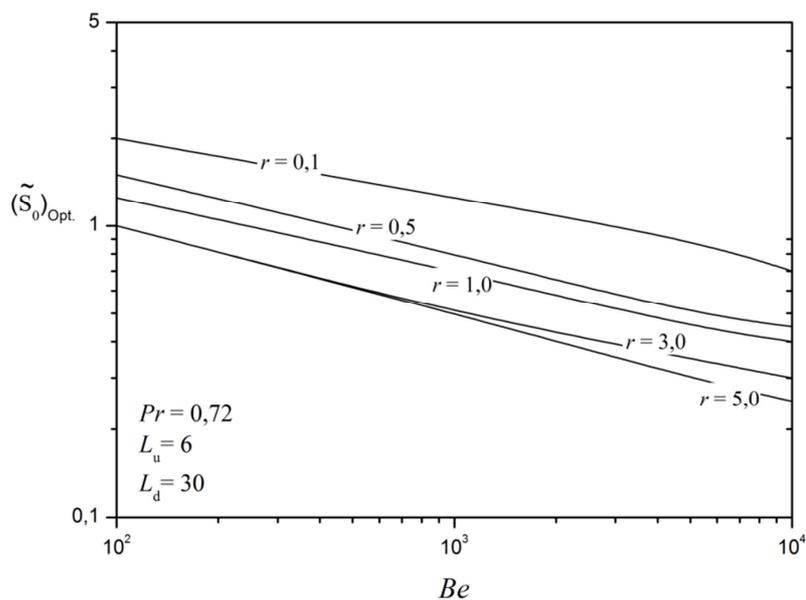
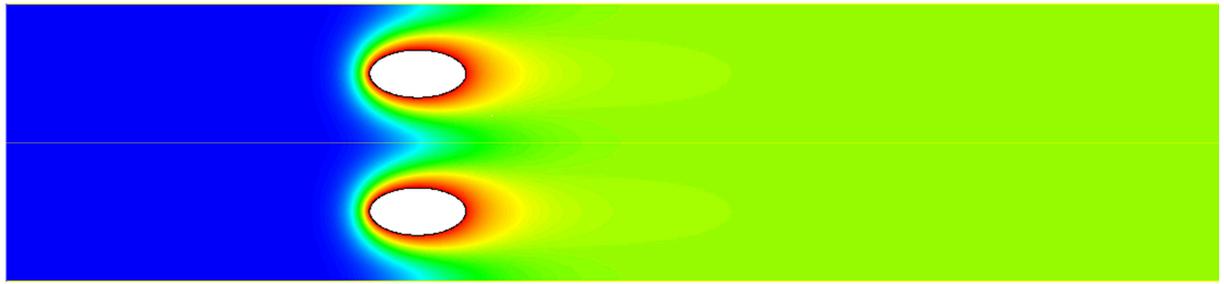
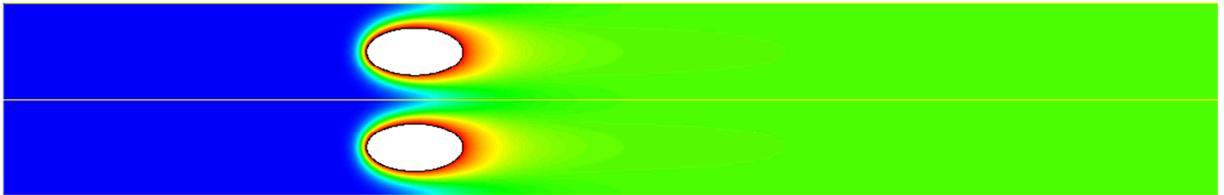


Figura 5.8 – Espaçamento ótimo entre os cilindros $((\tilde{S}_0)_{Opt.})$ em função do número de Bejan (Be), para diferentes valores de razão de aspecto (r).



a) $r = 0,5$; $Be = 10^2$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 1,50$



b) $r = 0,5$; $Be = 10^3$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,80$



c) $r = 0,5$; $Be = 5.10^3$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,50$



d) $r = 0,5$; $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,45$

T^*_{Min}  T^*_{Max}

Figura 5.9 – Campos de temperatura obtidos para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $r = 0,5$ e $Pr = 0,72$: a) $Be = 10^2$ b) $Be = 10^3$ c) $Be = 5.10^3$ e d) $Be = 10^4$

O comportamento da máxima densidade de transferência de calor ($(\tilde{q})_{Max.}$) e dos espaçamentos ótimos entre os cilindros ($(\tilde{S}_0)_{opt.}$), em função da razão de aspecto (r), é mostrado através das Figuras 5.10 e 5.11, para diferentes números de Bejan, $Be = 10^2$, 10^3 , 5.10^3 e 10^4 . É visível, através da Figura 5.10, que a densidade de transferência de calor adimensional máxima decresce conforme a razão de aspecto (r) do cilindro elíptico aumenta.

Do mesmo modo, o espaçamento ótimo entre os cilindros em função da razão de aspecto (r), Figura 5.11, decresce na medida em que r aumenta. Este fenômeno é explicado, pois, para que o espaçamento entre os cilindros seja ótimo, as camadas limites térmicas do

escoamento que se formam a partir da passagem de fluido pelos cilindros devem se encontrar próximo a região de saída dos tubos para a posição de desempenho ótimo seja encontrada. Desse modo, cilindros com menores valores de r necessitam um maior espaçamento para que esse fenômeno aconteça.

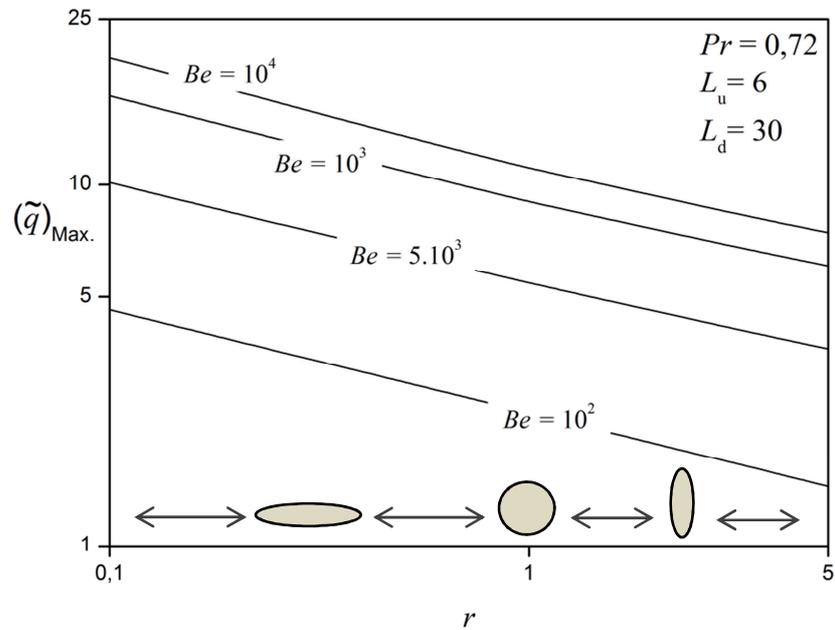


Figura 5.10 – Espaçamento ótimo entre os cilindros $(\tilde{q}_{Max.})$ em função da razão de aspecto (r) , para diferentes de Be .

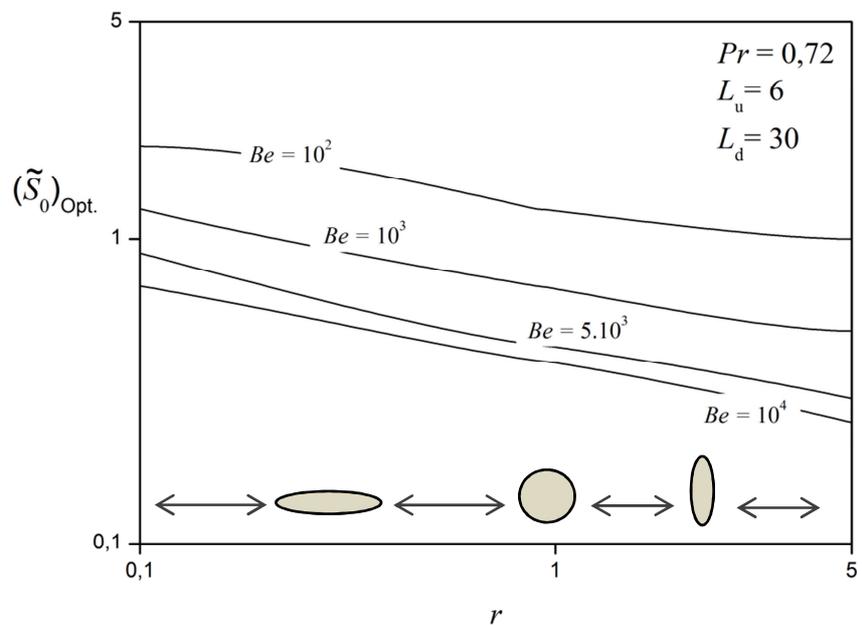
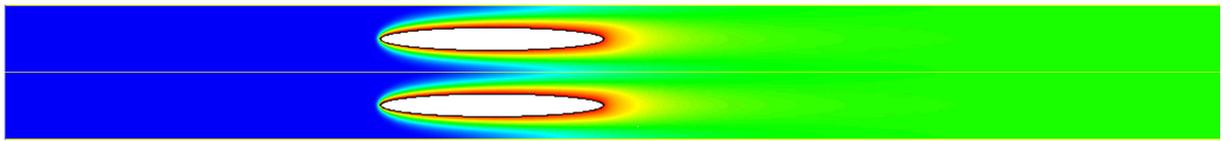
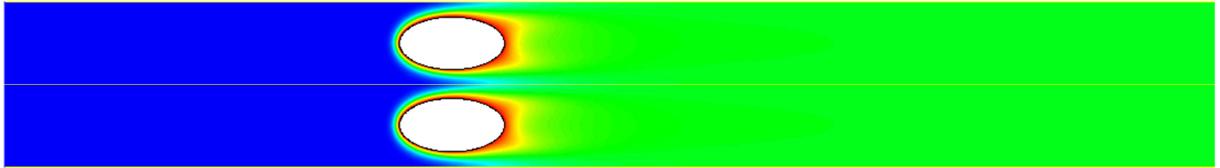


Figura 5.11 – Espaçamento ótimo entre os cilindros $(\tilde{S}_0)_{Opt.}$ em função da razão de aspecto (r) , para diferentes valores de Be .

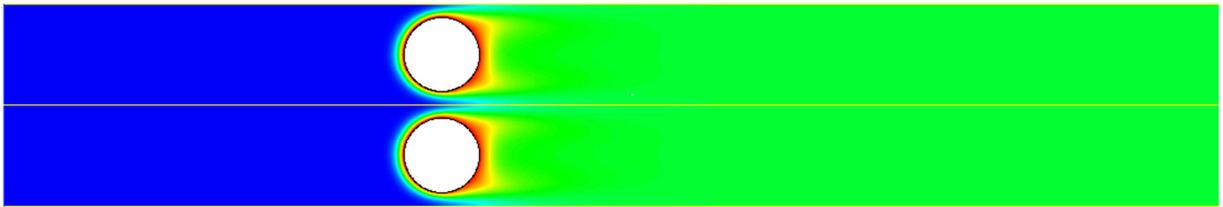
Para um melhor entendimento deste fenômeno é apresentado a Figura 5.12, a qual mostra os campos de temperatura para os casos de espaçamentos ótimos entre os cilindros para $Be = 10^4$ e $r = 0,1; 0,5; 1,0$ e $5,0$.



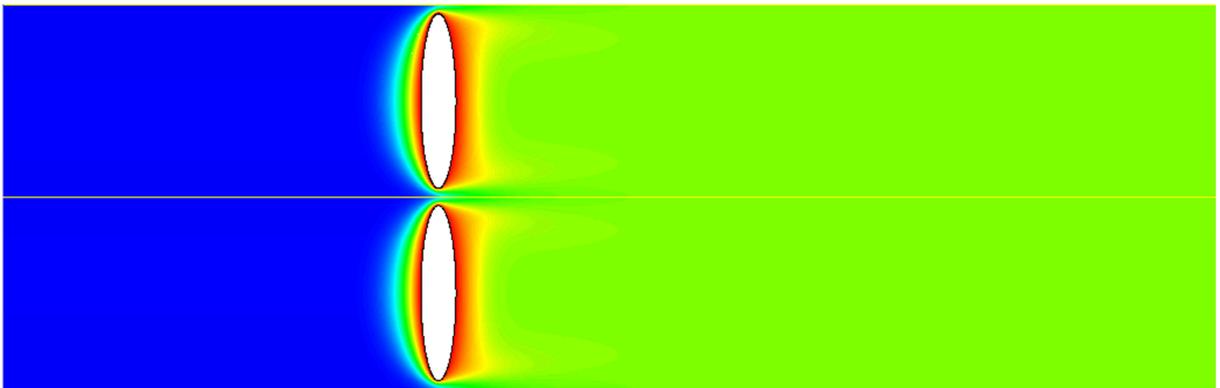
a) $r = 0,1; Be = 10^4$ e $Pr = 0,72: (\tilde{S}_0)_{opt} = 0,70$



b) $r = 0,5; Be = 10^4$ e $Pr = 0,72: (\tilde{S}_0)_{opt} = 0,45$



c) $r = 1,0; Be = 10^4$ e $Pr = 0,72: (\tilde{S}_0)_{opt} = 0,40$



d) $r = 5,0; Be = 10^4$ e $Pr = 0,72: (\tilde{S}_0)_{opt} = 0,25$

T_{Min}^*  $T_{Máx}^*$

Figura 5.12 – Campos de temperatura obtidos para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$: a) $r = 0,1$ b) $r = 0,5$ c) $r = 1,0$ e d) $r = 5,0$

A configuração que apresentou um desempenho intermediário foi obtida quando a razão de aspecto (r) teve seu valor igual a um ($r = 1,0$), Figura 5.12c, neste caso o cilindro possui geometria análoga a um tubo circular. Na medida em que os valores da razão entre os eixos dos tubos elípticos aumentam ou diminuem em relação aos tubos de razão de aspecto igual a um ($r = 1,0$), tem-se que a área superficial de contato entre o cilindro e o fluido circundante é ampliada, desse modo, ocorre um aumento da superfície de troca térmica entre os meios. Este aumento da superfície de troca térmica é favorável para os casos em que r tem seu valor menor que um ($r < 1,0$), Figura 5.12a e 5.12b, de modo que a remoção de calor entre os cilindros e o meio circundante é altamente favorecida pela região de entrada do fluido nos cilindros, apresentando altos gradientes de temperatura e desenvolvimento da camada limite térmica de forma similar a de uma placa plana. Em contra partida, quando a razão de aspecto tem seu valor maior que um ($r > 1,0$), Figura 5.12d, a transferência de calor é menos eficiente apesar da também maior superfície de troca térmica entre os meios. Isso é explicado porque esse modelo geométrico gera uma maior região de recirculação de fluido aquecido à jusante dos cilindros, proporcionando menores gradientes de temperatura nessa região de contato entre os meios, como pode ser visto pelas das linhas de corrente do fluxo através da Figura 5.13.

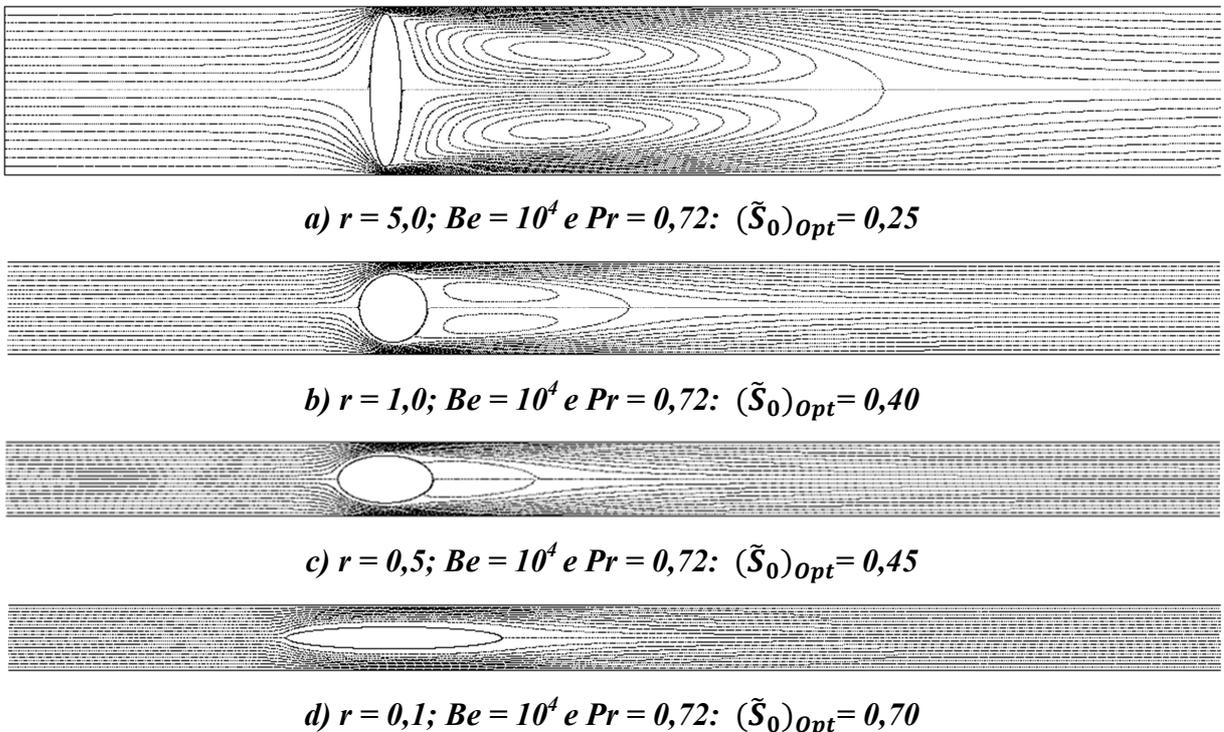
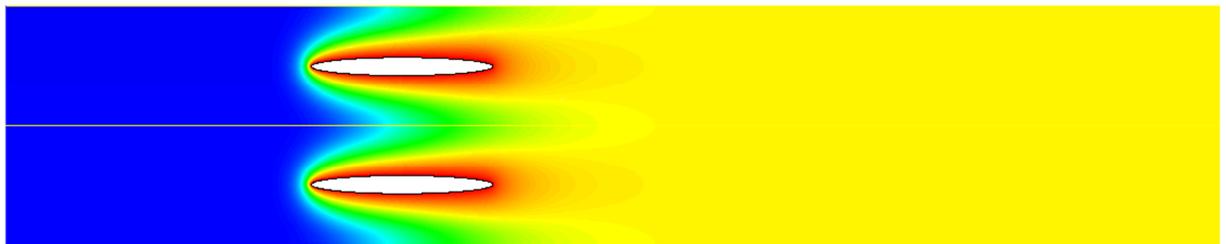
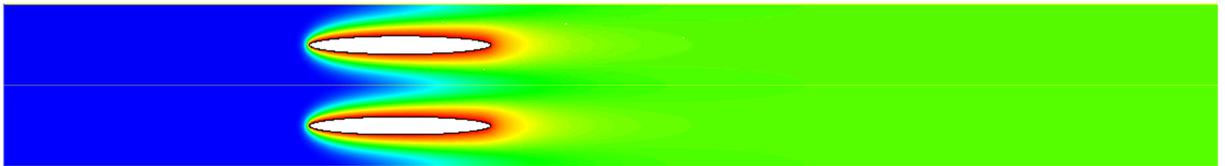


Figura 5.13 – Linhas de corrente obtidas para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$: a) $r = 5,0$ b) $r = 1,0$ c) $r = 0,5$ e d) $r = 0,1$

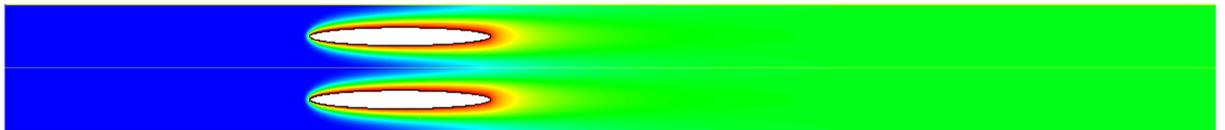
Os campos de temperatura, que representam os espaçamentos ótimos para algumas das geometrias estudadas em diferentes condições de escoamento, são visualizados através das Figs 5.14 – 5.17. Os casos que apresentaram menor desempenho para a configuração de $r = 0,1$ foram obtidos para os menores valores de \tilde{S}_0 avaliados ($\tilde{S}_0 = 0,3$). Assim, os casos ótimos obtidos para $r = 0,1$ apresentaram um ganho na densidade de transferência de calor adimensional em relação aos casos não otimizados de aproximadamente 65% para $Be = 10^4$, 78% para $Be = 5 \cdot 10^3$, 92% para $Be = 10^3$ e 97% para $Be = 10^2$.



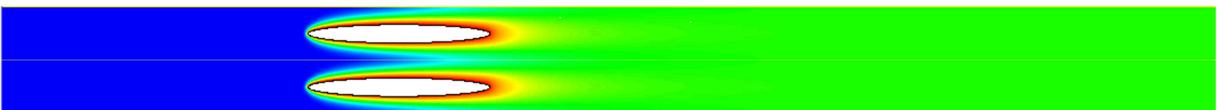
a) $r = 0,1$; $Be = 10^2$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 2,00$



b) $r = 0,1$; $Be = 10^3$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 1,25$



c) $r = 0,1$; $Be = 5 \cdot 10^3$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,90$



d) $r = 0,1$; $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,70$

T_{Min}^*  $T_{Máx}^*$

Figura 5.14 – Campos de temperatura obtidos para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $r = 0,1$ e $Pr = 0,72$: a) $Be = 10^2$ b) $Be = 10^3$ c) $Be = 5 \cdot 10^3$ e d) $Be = 10^4$.

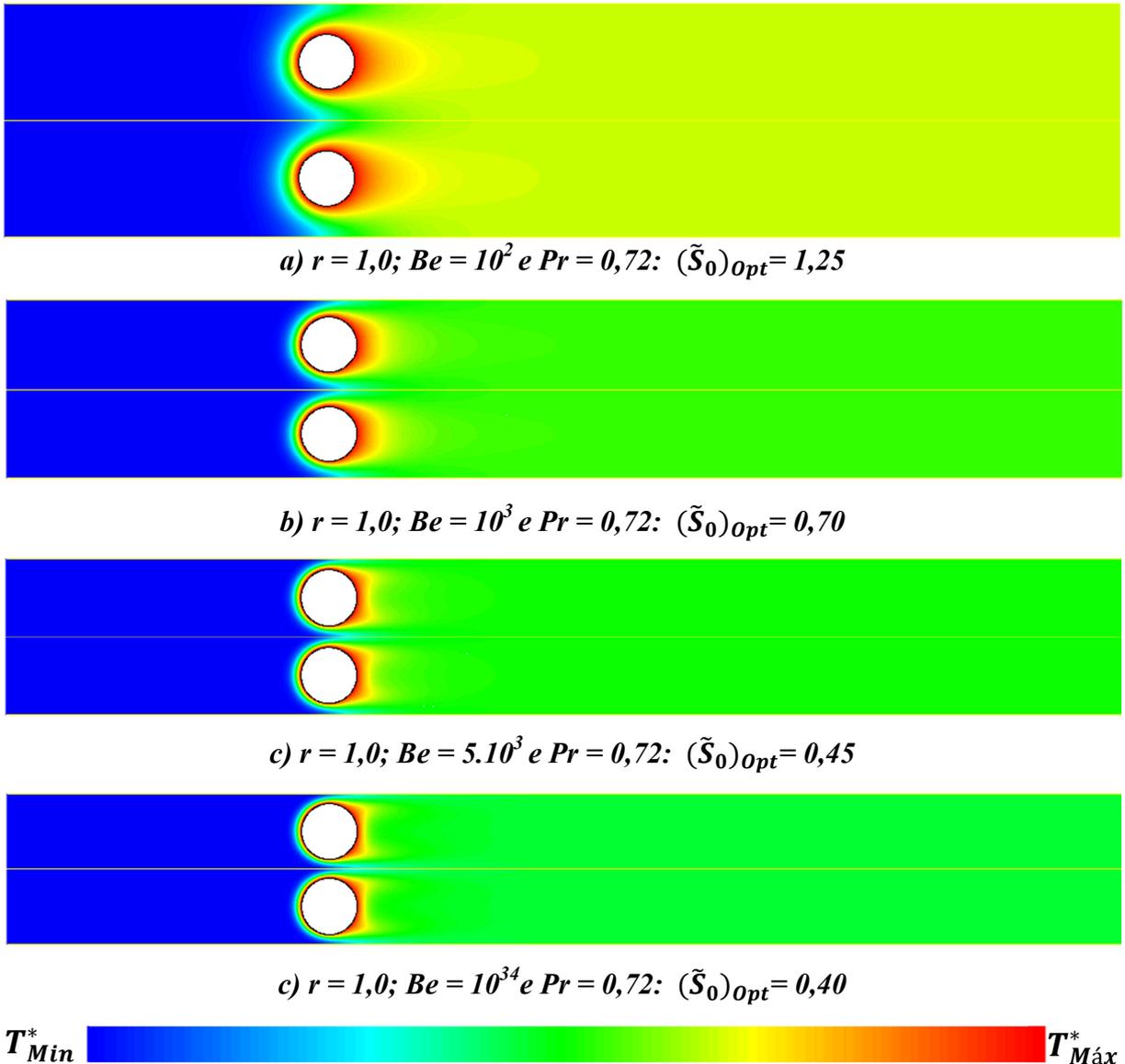


Figura 5.15 – Campos de temperatura obtidos para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $r = 1,0$ e $Pr = 0,72$: a) $Be = 10^2$ b) $Be = 10^3$ c) $Be = 5.10^3$ e d) $Be = 10^4$.

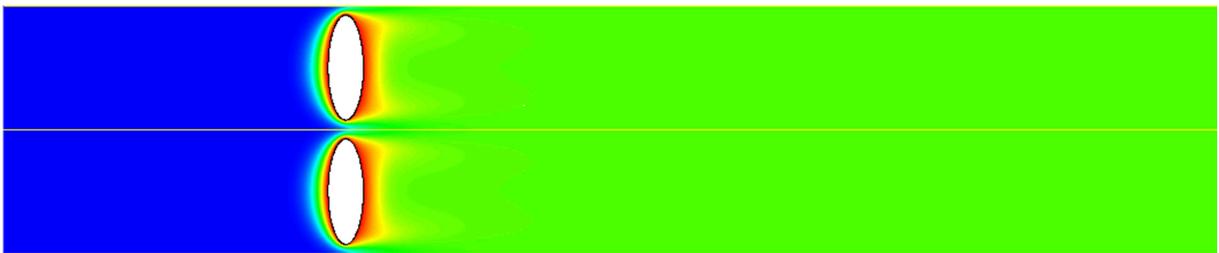
Os casos que apresentaram menor desempenho para a configuração de $r = 1,0$ foram obtidos para os menores valores de \tilde{S}_0 ($\tilde{S}_0 = 0,2$) para $Be = 10^2$ e 10^3 e para os maiores valores de \tilde{S}_0 ($\tilde{S}_0 = 3,0$) para $Be = 5.10^3$ e 10^4 . Assim, os casos ótimos obtidos para $r = 1,0$ apresentaram um ganho na densidade de transferência de calor adimensional em relação aos casos não otimizados de aproximadamente 58% para $Be = 10^4$, 56% para $Be = 5.10^3$, 81% para $Be = 10^3$ e 91% para $Be = 10^2$.



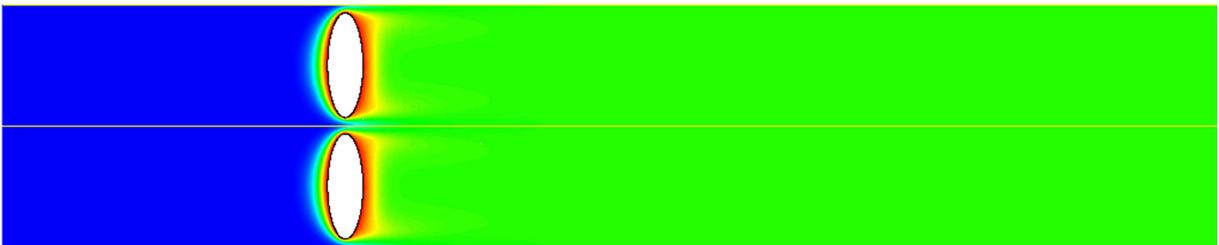
a) $r = 3,0$; $Be = 10^2$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 1,00$



b) $r = 3,0$; $Be = 10^3$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,50$



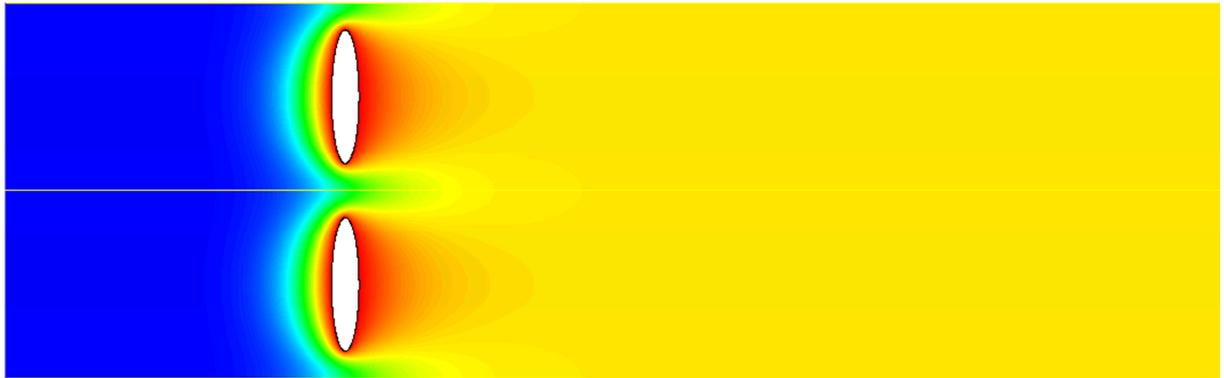
c) $r = 3,0$; $Be = 5.10^3$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,35$



d) $r = 3,0$; $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,30$

T_{Min}^*  $T_{Máx}^*$

Figura 5.16 – Campos de temperatura obtidos para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $r = 3,0$ e $Pr = 0,72$: a) $Be = 10^2$ b) $Be = 10^3$ c) $Be = 5.10^3$ e d) $Be = 10^4$.



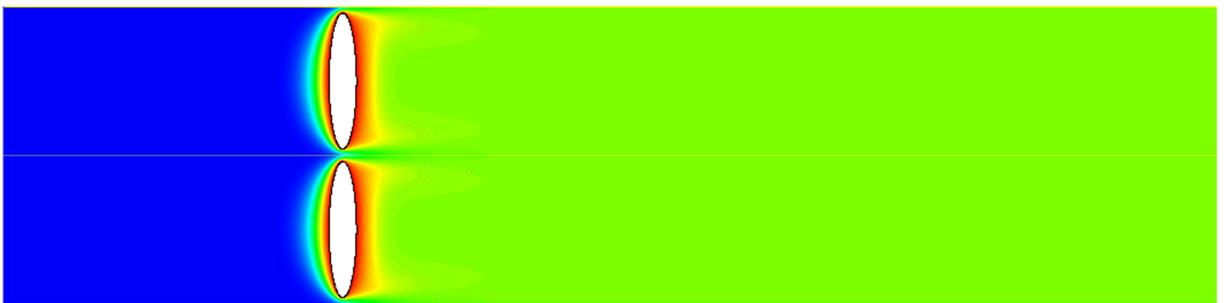
a) $r=5,0$; $Be = 10^2$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 1,00$



b) $r=5,0$; $Be = 10^3$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,50$



b) $r=5,0$; $Be = 5.10^3$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,30$



b) $r=5,0$; $Be = 10^4$ e $Pr = 0,72$: $(\tilde{S}_0)_{opt} = 0,25$

T_{Min}^*  $T_{Máx}^*$

Figura 5.17 – Campos de temperatura obtidos para o espaçamento ótimo entre os cilindros para $r = 5,0$ e $Pr = 0,72$: a) $Be = 10^2$ b) $Be = 10^3$ c) $Be = 5.10^3$ e d) $Be = 10^4$.

Os casos de menor desempenho em relação à densidade de transferência de calor adimensional para a configuração de $r = 3,0$ e $r = 5,0$ foram obtidos para os menores valores de \tilde{S}_0 estudados, $\tilde{S}_0 = 0,09$, com exceção para a condição de $Be = 10^2$ para $r = 5,0$, em que o menor desempenho foi obtido para $\tilde{S}_0 = 0,2$. Desse modo, os casos ótimos obtidos para $r = 3,0$ apresentaram um ganho de desempenho na densidade de transferência de calor adimensional em relação aos casos não otimizados de aproximadamente 66% para $Be = 10^4$, 79% para $Be = 5 \cdot 10^3$, 90% para $Be = 10^3$ e 85% para $Be = 10^2$. Para a configuração de $r = 5,0$, se obteve um ganho no desempenho de aproximadamente 54% para $Be = 10^4$, 70% para $Be = 5 \cdot 10^3$, 85% para $Be = 10^3$ e 79% para $Be = 10^2$.

Assim, através dos resultados ótimos obtidos para as diferentes configurações estudadas, foi possível verificar que o sistema adapta sua geometria ótima para cada condição de escoamento, a fim de proporcionar a melhor arquitetura de fluxo para atender ao objetivo térmico de maximizar a transferência de calor em um menor espaço físico. Desse modo, as resistências aos fluxos foram minimizadas para as diferentes variáveis do sistema, atendendo os princípios da Teoria Construtal.

6 CONCLUSÕES

Este trabalho avaliou numericamente, através do método Design Construtal, a influência do espaçamento entre cilindros de seção transversal elíptica na maximização da densidade de transferência de calor em um escoamento externo, permanente, laminar, bidimensional e incompressível sob o efeito de convecção forçada. A razão de aspecto (r) dos cilindros elípticos também foi um parâmetro geométrico avaliado. O regime de escoamento foi dirigido por diferença de pressão ΔP , que se mantém através do domínio e é governada pelo número de Bejan (Be). Foram avaliados escoamentos com quatro diferentes números de Bejan, $Be = 10^2, 10^3, 5 \cdot 10^3, 10^4$. As simulações foram realizadas para escoamentos com as propriedades termofísicas constantes, definidas por $Pr = 0,72$. A área fixa da seção transversal do cilindro (A_0) foi a restrição geométrica do problema, enquanto a distância adimensional entre os cilindros (\tilde{S}_0) e a razão de aspecto (r) foram os graus de liberdade. Buscou-se, dessa forma, o espaçamento ótimo entre os cilindros em vista da obtenção da densidade de transferência de calor adimensional máxima $(\tilde{q})_{\text{Max}}$, para diferentes razões de aspecto (r).

Inicialmente, foi elaborado o domínio computacional e a sua discretização através de volumes triangulares não uniformes. A malha foi avaliada através do teste de independência de malha, em que se verificou o comportamento do número de Nusselt médio ($\overline{Nu_d}$) em torno do cilindro para malhas com diferentes números de volumes. A malha independente apresentou um desvio relativo em relação à malha de maior número de volumes menor que 1%, justificando seu emprego no trabalho. A solução obtida com a malha independente apresentou-se adequada do ponto de vista qualitativo (campos de temperatura) e quantitativo, através da comparação do número de Nusselt médio em torno do cilindro ($\overline{Nu_d}$) com resultados experimentais obtidos na literatura.

O método Design Construtal mostrou-se eficiente para a obtenção das configurações ótimas para os cilindros, à medida que os resultados obtidos apresentaram o comportamento de (\tilde{q}) em função da variação do espaçamento entre os cilindros, para cada condição de r e Be estudadas. Foi observado que os espaçamentos maiores ou menores entre os cilindros elípticos não correspondem ao espaçamento ideal. Dessa forma, a configuração ótima é obtida através de um espaçamento onde a transferência de calor é equilibrada através da iteração das camadas limites térmica dos cilindros. Isso mostra que a configuração ótima não é obtida através da inserção de um número máximo ou mínimo de cilindros dentro de um espaço fixo.

Pode-se perceber, também, que, na medida em que o número de Bejan aumenta, o espaçamento ótimo entre os cilindros $(\tilde{S}_0)_{\text{opt}}$ decresce. Além disso, o aumento do número de Bejan ocasiona um aumento na máxima densidade de transferência de calor adimensional $(\tilde{q})_{\text{Max}}$ entre os cilindros e o fluido circundante. Em uma segunda avaliação, testaram-se diferentes razões de aspecto entre os eixos da seção transversal dos cilindros, onde se verificou que a densidade de transferência de calor adimensional máxima $(\tilde{q})_{\text{Max}}$ e os espaçamentos ótimos entre os cilindros $(\tilde{S}_0)_{\text{opt}}$ decrescem na medida em que r aumenta, para os diferentes números de Bejan estudados. Dessa maneira, os valores máximos da densidade de transferência de calor ocorreram quando a razão de aspecto (r) teve seu valor igual a 0,1 para $Be = 10^4$.

Sendo assim, percebe-se a importância desse estudo, visto que os casos ótimos obtiveram resultados consideravelmente melhores do que as demais configurações, de modo que as resistências ao fluxo de calor foram equilibradas através do estudo do comportamento térmico e fluidodinâmico em torno de cilindros de diferentes geometrias inseridos em diferentes condições de escoamentos. Aliado a isso, foram obtidos bons resultados sobre a fenomenologia da transferência de calor por convecção forçada em torno de cilindros elípticos, para diferentes valores da diferença de pressão imposta sobre o conjunto de cilindros. Em trabalhos futuros, devem ser exploradas outras condições de escoamento, bem como é importante avaliar outros mecanismos de transferência de calor como convecção mista e convecção natural. Pode-se, ainda, avaliar o efeito da utilização de tubos elípticos de diferentes escalas na densidade de transferência de calor, isto é, inserindo-se tubos de seção menores nos espaços onde o fluido fresco não foi usado (ver Bello-Ochende e Bejan, 2005b).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Adewumi, O. O.; Bello-Ochende, Tunde; Meyer, Josua P., Constructal Design Of Combined Microchannel And Micro Pin Fins For Electronic Cooling. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 66, P. 315-323, 2013.

Bejan, A., **Heat Transfer**, John Wiley & Sons, 1993.

Bejan, A., The Optimal Spacing For Cylinders In Crossflow Forced Convection. **Journal Of Heat Transfer**, V. 117, N. 3, P. 767-770, 1995.

Bejan, A., **Convection Heat Transfer**. John Wiley & Sons, 1994.

Bejan, A., And Zane, J. P., “**Design In Nature**”, Doubleday, New York. 2012.

Bejan, A.; Kraus, A.D., **Heat Transfer Handobook**, John Wiley, Durham, 2003.

Bejan, A.; Lorente, S., The Constructal Law And The Thermodynamics Of Flow Systems With Configuration. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 47, N. 14, P. 3203-3214, 2004.

Bejan, A.; Morega, Al M., Optimal Arrays Of Pin Fins And Plate Fins In Laminar Forced Convection. **Journal Of Heat Transfer**, V. 115, N. 1, P. 75-81, 1993.

Bejan, A., **Shape And Structure, From Engineering To Nature**. Cambridge University Press, 2000.

Bejan, A., **The Physics Of Life: The Evolution Of Everything**. St. Martin's Press, 2016.

Bejan, A.; Fowler, A. J.; Stanescu, G., The Optimal Spacing Between Horizontal Cylinders In A Fixed Volume Cooled By Natural Convection. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 38, N. 11, P. 2047-2055, 1995.

Bejan, A.; Lorente, S., Constructal Law Of Design And Evolution: Physics, Biology, Technology, And Society. **Journal Of Applied Physics**, V. 113, N. 15, P. 151301, 2013.

Bejan, A.; Lorente, S., Constructal Theory Of Generation Of Configuration In Nature And Engineering. **Journal Of Applied Physics**, V. 100, N. 4, P. 041301, 2006.

Bejan, A.; Lorente, S., **Design With Constructal Theory**. 2008.

Bejan, A.; Sciubba, E., The Optimal Spacing Of Parallel Plates Cooled By Forced Convection. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 35, N. 12, P. 3259-3264, 1992.

Bello-Ochende, T., And Bejan, A., Constructal Multi-Scale Cylinders With Natural Convection, **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 48, Pp. 4300-4306, 2005b.

Bello-Ochende, T.; Bejan, A., Maximal Heat Transfer Density: Plates With Multiple Lengths In Forced Convection. **International Journal Of Thermal Sciences**, V. 43, N. 12, P. 1181-1186, 2004.

Bello-Ochende, T.; Bejan, A., Constructal Multi-Scale Cylinders In Cross-Flow. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 48, N. 7, P. 1373-1383, 2005a.

Bello-Ochende, T.; Meyer, J. P.; Ogunronbi, O. I., Constructal Multiscale Cylinders Rotating In Cross-Flow. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 54, N. 11, P. 2568-2577, 2011.

Bhattacharjee, S.; Grosshandler, W. L., The Formation Of A Wall Jet Near A High Temperature Wall Under Microgravity Environment. In: **Asme 1988 National Heat Transfer Conference, Volume 1**. 1988. P. 711-716.

Brauer, H., Compact Heat Exchangers. **Chem. Process Eng**, V. 45, N. 8, P. 451-460, 1964.

Çengel, Y. A.; Ghajar, A. J., **Tranferência De Calor E Massa**. Amgh Editora, 2009.

Çengel, Y. A., Cimbala, J. M., **Fluid Mechanics: Fundamentals And Application**. New York: Mcgraw-Hill. 2006.

Chung, T. J. **Computational Fluid Dynamics**., Cambridge University Press, 2010.

Churchill, S. W.; Bernstein, M., A Correlating Equation For Forced Convection From Gases And Liquids To A Circular Cylinder In Crossflow. **Journal Of Heat Transfer**, V. 99, N. 2, P. 300-306, 1977.

Fluent (Version 6.3.16)., Ansys, Inc., 2007.

Fowler, A. J.; Ledezma, G. A.; Bejan, A., Optimal Geometric Arrangement Of Staggered Plates In Forced Convection. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 40, N. 8, P. 1795-1805, 1997.

Golani, R.; Dhiman, A., Fluid Flow And Heat Transfer Across A Circular Cylinder In The Unsteady Flow Regime. **The International Journal Of Engineering And Science**, V. 3, P. 8-19, 2004.

Hilpert, R., Heat Transfer From Cylinders. **Forsch. Geb. Ingenieurwes**, V. 4, P. 215, 1933.

Incropera, F. P.; Dewitt, D. P.; Bergman, T. L., **Fundamentos De Transferência De Calor E De Massa**. Grupo Gen-Ltc, 2000.

Kays, W. M.; Crawford, M. E.; Weigand, B., Convective Heat Transfer. **Mcgraw Hill**, 1980.

Khan, W.A.; Culham, R. J.; Yovanovich, M. M., Fluid Flow Around And Heat Transfer From Elliptical Cylinders: Analytical Approach. **Journal Of Thermophysics And Heat Transfer**, V. 19, N. 2, P. 178-185, 2005.

Kim, Y.; Lorente, S.; Bejan, A., Constructal Multi-Tube Configuration For Natural And Forced Convection In Cross-Flow. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 53, N. 23, P. 5121-5128, 2010.

Lin, Z. M., Wang, L. B., Fan, J. F., & Gao, Q. F., Characteristics Of The Absolute Vorticity Flux Along The Main Flow Direction On The Cross Section Of The Channel Formed By Oval Tube Bank Fins. **Numerical Heat Transfer, Part A: Applications**, 57(9), 666-690, 2010.

Lorenzini, G.; Rocha, L. A. O. Constructal Design Of Y-Shaped Assembly Of Fins., **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 49, N. 23, P. 4552-4557, 2006.

Lorenzini, G.; Rocha, L. A. O., Geometric Optimization Of Ty-Shaped Cavity According To Constructal Design. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 52, N. 21, P. 4683-4688, 2009.

Mahír, N.; Altaç, Z., Numerical Investigation Of Convective Heat Transfer In Unsteady Flow Past Two Cylinders In Tandem Arrangements. **International Journal Of Heat And Fluid Flow**, V. 29, N. 5, P. 1309-1318, 2008.

Maliska, C. R., **Transferência De Calor E Mecânica Dos Fluidos Computacional: Fundamentos E Coordenadas Generalizadas**. Livros Técnicos E Científicos, 2004.

Mendes, R., “**Análise Do Acoplamento Pressão-Velocidade Nas Equações De Navier-Stokes Utilizando O Método Dos Volumes Finitos Baseado Em Elementos E Solução Acoplada**”, Programa De Pós Graduação Em Engenharia Mecânica, Dissertação De Mestrado, Universidade Federal De Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2007.

Mereu, S.; Sciubba, E.; Bejan, A., The Optimal Cooling Of A Stack Of Heat Generating Boards With Fixed Pressure Drop, Flowrate Or Pumping Power. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 36, N. 15, P. 3677-3686, 1993.

Mohamed, M., A New Definition Of Bejan Number. **Thermal Science**, V. 16, N. 4, P. 1251-1253, 2012.

Patankar, S., **Numerical Heat Transfer And Fluid Flow**. Crc Press, 1980.

Petrescu, S., Comments On “The Optimal Spacing Of Parallel Plates Cooled By Forced Convection”. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 37, N. 8, P. 1283, 1994.

Rajani, B. N.; Kandasamy, A.; Majumdar, Sekhar. Numerical Simulation Of Laminar Flow Past A Circular Cylinder. **Applied Mathematical Modelling**, V. 33, N. 3, P. 1228-1247, 2009.

Rocha, L. A. O., Lorenzini, G., Biserni, C., & Cho, Y., Constructal Design Of A Cavity Cooled By Convection. **International Journal Of Design & Nature And Ecodynamics**, 5(3), 212-220, 2010.

Rocha, L. A. O.; Lorente, S.; Bejan, A., Constructal Design For Cooling A Disc-Shaped Area By Conduction. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 45, N. 8, P. 1643-1652, 2002.

Rocha, L. A. O.; Saboya, F. E. M.; Vargas, J. V. C., A Comparative Study Of Elliptical And Circular Sections In One-And Two-Row Tubes And Plate Fin Heat Exchangers. **International Journal Of Heat And Fluid Flow**, V. 18, N. 2, P. 247-252, 1997.

Saboya, S. M.; Saboya, Francisco E.M., Experiments On Elliptic Sections In One-And Two-Row Arrangements Of Plate Fin And Tube Heat Exchangers. **Experimental Thermal And Fluid Science**, V. 24, N. 1, P. 67-75, 2001.

Sahu, A. K.; Chhabra, R. P.; Eswaran, V., Effects Of Reynolds And Prandtl Numbers On Heat Transfer From A Square Cylinder In The Unsteady Flow Regime. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 52, N. 3, P. 839-850, 2009.

Schlichting, H., Boundary-Layer Theory, 6th Edn. Translation By Kestin J. Chaps 14 And 20. 1979.

Sharma, A.; Eswaran, V., Heat And Fluid Flow Across A Square Cylinder In The Two-Dimensional Laminar Flow Regime. **Numerical Heat Transfer, Part A: Applications**, V. 45, N. 3, P. 247-269, 2004.

Stanescu, G.; Fowler, A. J.; Bejan, A., The Optimal Spacing Of Cylinders In Free-Stream Cross-Flow Forced Convection. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 39, N. 2, P. 311-317, 1996.

Terukazu, O.; Hideya, N.; Yukiyasu, T., Heat Transfer And Flow Around An Elliptic Cylinder. **International Journal Of Heat And Mass Transfer**, V. 27, N. 10, P. 1771-1779, 1984.

Versteeg, H. K.; Malalasekera, W., An Introduction To Computational Fluid Dynamics: Harlow, England. 1995.

Zienkiewicz, O.C. Taylor, R.L., Nithiarasu, P., “**The Finite Element Method For Fluid Dynamics**”, 6th Ed. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2005.

Žukauskas, A., Heat Transfer From Tubes In Crossflow. **Advances In Heat Transfer**, V. 8, P. 93-160, 1972.

Zukauskas, A.; Ziugzda, J., Heat Transfer Of A Cylinder In Crossflow. **Washington, Dc, Hemisphere Publishing Corp., 1985, 219 P. Translation.**, V. 1, 1985.