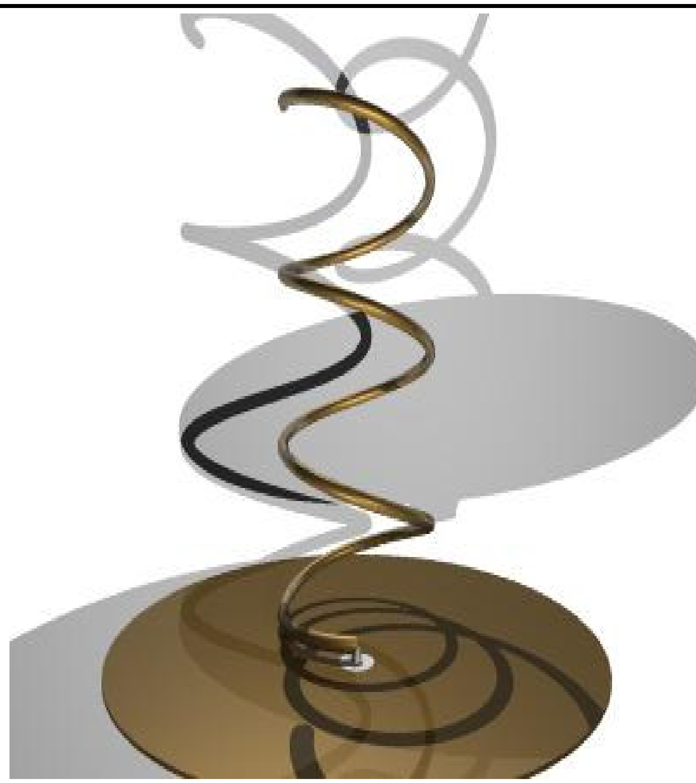
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

JOÃO ALBERTO DA SILVA

MODELOS DE SIGNIFICAÇÃO E PENSAMENTO LÓGICO-MATEMÁTICO

UM ESTUDO SOBRE A INFLUÊNCIA DOS CONTEÚDOS NA CONSTRUÇÃO DA INTELIGÊNCIA



Porto Alegre
2009

João Alberto da Silva

MODELOS DE SIGNIFICAÇÃO E PENSAMENTO LÓGICO-MATEMÁTICO

UM ESTUDO SOBRE A INFLUÊNCIA DOS CONTEÚDOS NA CONSTRUÇÃO DA INTELIGÊNCIA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Educação, sob orientação do Prof. Dr. Fernando Becker.

Porto Alegre
2009

Catalogação na Fonte

Silva, João Alberto da

S586m Modelos de significação e pensamento lógico-matemático: um estudo sobre a influência dos conteúdos na construção da inteligência. / por João Alberto da Silva -- 2009.

167 f.; il.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2009.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Becker

1. Psicologia da Educação 2. Epistemologia Genética 3. Modelos de significação I.Título

Bibliotecária Responsável: Maria Alice Munhoz Parker CRB 10/1320

Agradecimentos

Quando se termina uma tese antes dos trinta anos, tendo iniciado a carreira acadêmica aos dois e seguido desde então sem interrupções, é incrivelmente difícil definir a quem agradecer. Como omitir a professora Simone, que tão bem me acolheu na pré-escola; ou a professora Ana Maria, que me deixou encantado na 4ª série. Imagine não se lembrar da professora Suzi, que me fez gostar de Educação Física! No Ensino Médio e no curso superior também tive exemplos que me ajudaram a construir o caráter e o intelecto. Não posso omitir o Professor Bauer e a Professora Teresinha. Não dá para esquecer que fui estudar Piaget instigado pela Professora Aneli.

Evidente que um sujeito não é apenas produto de sua vida escolar e intelectual, mas das diversas interações das quais participa ao longo de sua vida. Assim, adiciono a essa lista meus dois avós, que me proporcionaram alegres momentos na infância e que tenho recordado seguidamente. Lembro dos meus primos e dos meus amigos pueris e de tantas outras pessoas gentis com quem pude conviver.

Todavia, vale destacar aqueles que estão mais ligados a este trabalho propriamente dito. Assim agradeço profundamente:

- ao Professor Fernando Becker, pela amparo intelectual e o acompanhamento simultaneamente afetivo e desafiador;

- a acolhida da Professora Silvia Parrat-Dayan, durante minha estadia na Universidade de Genebra, bem como a toda equipe dos Archives Jean Piaget;

- ao Governo Federal e a CAPES por financiarem esta pesquisa, meu curso de doutorado, bem como meu estágio no exterior;

RESUMO

Os estudos da Epistemológica Genética são capazes de responder a maior parte dos problemas a respeito do conhecimento, todavia, acreditamos que é possível avançar mais na compreensão do papel ativo dos objetos e conteúdos. As operações lógico-matemáticas caracterizam situações ideais de ação mental, mas a introdução dos conteúdos dificulta a organização de um pensamento que precisa enfrentar os problemas do real. Defendemos a importância da atribuição de significados aos conteúdos como uma dos fatores determinantes dos modos de organização do pensamento. Estes significados são oriundos dos esquemas disponíveis a partir dos conhecimentos prévios do sujeito e são arranjados em sistemas de conjunto através de conexões lógicas que Piaget chamou de implicação significante. Temos chamado esta estrutura de conjunto, em virtude dos esquemas e de sua possibilidade de serem atribuídos aos objetos e às situações, de modelos de significação. Eles representam os modos pelos quais o sujeito arranja os conteúdos em função de suas particularidades. Nesse sentido, realizamos três provas com a intenção de pesquisar como os participantes significam problemas que envolvem operações aritméticas elementares, geometria plana e frações. A referência metodológica é o Método Clínico praticado pela Escola de Genebra. Foram investigados sessenta e um estudantes universitários. Em cada uma das atividades foi possível perceber a variedade de comportamentos dos adultos frente aos problemas, de maneira que suas condutas eram influenciadas enormemente pelos graus de complexidade e novidade da tarefa proposta. Por fim, concluímos que o pensamento do adulto apresenta uma estrutura muito poderosa que se desdobra em uma mobilidade e uma agilidade de raciocínio muito grandes. Entretanto, a presença de uma capacidade lógico-matemática não é garantia que o sujeito operará sempre da mesma maneira. Os conteúdos resistem à assimilação do sujeito e evidenciam o caráter ativo do objeto nos processos de interação.

Palavras-chave: Epistemologia Genética. Modelos de Significação. Pensamento Lógico-matemático.

ABSTRACT

The Genetic Epistemology studies are able to answer most part of the problems related to knowledge, otherwise, we believe that it is possible to go further into the objects and contents active role understanding. The mathematical logic operations characterize ideal mental action situations, but the contents introduction makes difficult the organization of a thought which needs to face the problems of the real. We are for the importance of meaning atribution to the contents as one of the determinant factors of the thought organization model. These meanings come from avaible schemas from subject previous knowledges and are placed into group systems through logical conection that Piaget called significant implication. We have called this structure of group, because of its schemas and their possibility of being related to objects and situations, of signification models. They represent the ways through which the subject place the contents according their particularities. So, three tests were applied with the objective of researching how participants significate problems that have elementary aritmetical operations, practical geometry and fractions. The methodological reference is the Clinical Method performed by the Genebra School. 61 university students were investigated. In each one of the activities it was possible to notice the variety of behaviours in adults facing the problems, in a way that their performance were strongly influenced by the complexity levels and novelty of the task proposed. At the end, we concluded that the adult thought presents a powerful structure that turns into a very high mobility and thought agility. However, the presence of a mathematical logic ability is not a guaranty that the subject will always work the same way. The contents resist to the subject aquisition and put in evidence the object active character in the interaction process.

Key-words: Genetic Epistemiology, Signification Models. Logic Mathematical Thought.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas e Quadros

Sumário

Introdução

Muitas vezes os professores universitários deparam-se em suas salas de aula com alunos que apresentam comportamentos bastante restritos do ponto de vista intelectual. Estes estudantes mostram-se com problemas para compreender conceitos muito simples e exibem dificuldade de raciocínio frente a conteúdos que já deveriam operar com certa facilidade. Particularmente, quando se trata da matemática, a dificuldade parece ser ainda maior. Nota-se que muitos dos problemas que os estudantes universitários enfrentam referem-se a conteúdos anteriores ao Ensino Superior, gerando por parte dos professores um tipo curioso de justificativa para o fracasso dos alunos: “falta base!”.

Partindo do pressuposto de que sujeitos adultos deveriam estar próximos de um estádio mais sofisticado do desenvolvimento cognitivo, começamos a nos perguntar por que o pensamento dos estudantes universitários encontra empecilhos ao entrar em contato com conteúdos novos. Além disso, intuitivamente, percebíamos que muitos dos comportamentos pareciam demonstrar regressões a condutas infantis. Pareceu-nos, desde o princípio, muito difícil acreditar que a estrutura mental dos adultos retrocedesse a ponto de não apresentarem mais operações, tais como a conservação ou a reversibilidade.

A partir desse quadro começamos a levantar hipóteses para compreender o que se passa no pensamento do adulto. Em especial, acreditamos que os conteúdos interferem na organização das operações lógico-matemáticas, tanto em relação ao seu grau de novidade quanto a sua complexidade. Essa intromissão ocorre, principalmente, em função das experiências anteriores de cada sujeito e de suas capacidades de significar os problemas, materiais, objetos ou situações. Quando refletimos a partir da lógica operatória, o pensamento organiza-se em função das dezesseis operações elementares e de suas combinações (PIAGET, 1955, 1972a). Todavia, ao abordarmos a interferência dos conteúdos e de suas significações, é possível perceber a influência de um sistema de implicações e inferências que motivam os comportamentos. Dentre as novidades trazidas pelo ponto de vista de se estudar as significações, pode-se destacar a temporalidade das ações, já que as operações são por si só atemporais (PIAGET, 1974b). A temporalidade e a introdução dos conteúdos dificultam a natureza “pura” das operações lógico-matemáticas, visto que estas deixam de operar em perspectivas ideais. Dessa maneira, os comportamentos adultos, que podiam ser considerados equivalentes do ponto de vista lógico-matemático, podem assumir uma diversidade de características em função das infinitas possibilidades de significação das situações.

O papel dos conteúdos e das significações é destacado por Piaget e Garcia ao dizerem que “toda ação e toda operação comportam significações e como nenhuma ação ou operação, nem, sobretudo nenhuma significação, permanece em um estado isolado, então cada uma delas é solidária de outras, pois existem implicações entre ações ou operações envolvendo suas significações” (1987, p. 12, tradução nossa). Assim sendo, cremos que as significações se estabelecem fundadas em um quadro implicativo que conjuga as inferências envolvidas. Acreditamos que esse sistema de conjunto organiza-se sob a forma de um modelo, cuja principal função é construir um quadro antecipatório e dedutivo sobre as condutas a serem executadas. De fato, estamos de acordo com a definição de Wermus (p. 265, 1982): “Tradicionalmente um modelo quer ser ao mesmo tempo explicativo e descritivo. Ele ‘realiza’ certas vias teóricas e representa, de uma maneira sistematizada, os aspectos julgados relevantes em um domínio complexo de fatos concretos”. Esta evidência da dimensão de conjunto que adquire a idéia de modelo manifesta seu caráter de ligação entre a antecipação inferencial e o real.

Em geral, os estudos em psicologia do desenvolvimento estão mais ligados às crianças e o raciocínio do adulto é um pouco negligenciado. Na perspectiva específica dos estudos piagetianos, a temática do desenvolvimento psicogenético remonta aos primórdios da infância, mas não se ocupa muito da organização do pensamento em indivíduos com mais de vinte anos. Nosso objetivo é justamente compreender os processos de pensamento do adulto e evidenciar as peculiaridades que são próprias dessa etapa da vida. Se por um lado Piaget (1955, 1972a) já evidenciou as características comuns aos sujeitos que são operatório-formais, nós nos destinamos a investigar as múltiplas formas de organização das condutas dos adultos em função das particularidades dos conteúdos.

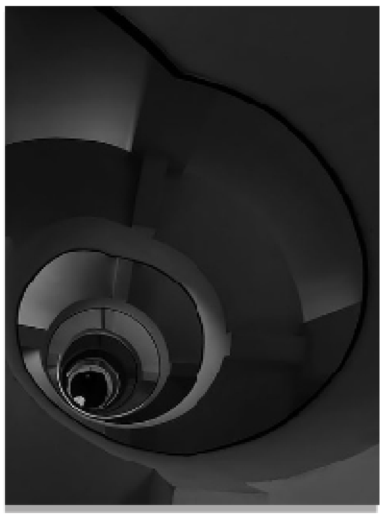
Nosso problema de pesquisa, mais exatamente, é investigar como se organizam os modelos de significação no pensamento do adulto. Para empreender tal investigação optamos por um conteúdo que fosse de acesso universal e pelo qual todos os sujeitos já tivessem tido algum tipo de contato. A escolha recaiu sobre a matemática e os conteúdos específicos das operações aritméticas elementares, da geometria plana e das frações. Elaboramos experimentos que pudessem investigar os processos de significação que sujeitos adultos elaboram a respeito desses conteúdos, bem como problemas que evidenciassem os diferentes modos de raciocínio e organização das situações.

Os dados coletados indicam que podemos encontram diversos comportamentos e processos de pensamento nos adultos. Todavia, também é possível evidenciar que muitas condutas, aparentemente diferentes, possuem modos comuns de organizar a situação. Essa maneira comum de abordar os problemas, em função dos conteúdos, é o que chamamos de modelo de significação. A técnica de coleta de dados é inspirada no Método Clínico criado e praticado por Piaget e a Escola de Genebra. Para atender as demandas específicas do estudo que conduzimos, algumas adaptações foram necessárias. Dividimos a sessão em três momentos: começamos pelo que chamamos de uma “primeira foto”, na qual o experimentador conduz a sessão sem muita intervenção; em seguida abordamos o experimento utilizando o Método Clínico propriamente dito, com as características da entrevista de contra-sugestões, conflitos e questionamentos; depois, realizamos ainda uma "última foto", que é uma entrevista sem maiores intervenções sobre uma pequena variação da prova apresentada. A introdução dessas entrevistas no início e no fim da sessão foi necessária em função da particularidade do pensamento do adulto. Os sujeitos têm um raciocínio muito rápido, com grande mobilidade. As entrevistas serviram para fazer uma imagem estática, como uma foto do modo de pensar dos entrevistados. Diferentemente, o Método Clínico permite investigar o pensamento em movimento, com todas as suas características regulatórias e móveis que surgem da reflexão sobre os problemas. Em cada uma das provas utilizadas, procuramos fornecer uma análise específica das dificuldades colocadas pelo modo como o experimentador elabora a situação, bem como dos entraves surgidos das próprias características físicas dos materiais.

A maneira pela qual procedemos durante a análise dos dados levou em consideração, principalmente, a organização que os sujeitos elaboravam a respeito do conteúdo. Para cada uma das três provas utilizadas, construímos quatro modos de organizar as significações sobre os materiais e a situação. Nestes quatro modelos de significação encontramos desde condutas muito simples, até modos mais sofisticados de interpretação do problema. Nos modelos iniciais, muitas das condutas lembram comportamentos infantis. Os juízos são formulados com base quase que exclusivamente na percepção ou em tateios empíricos. As explicações são um tanto quanto desarticuladas e muito pobres do ponto de vista das relações que estabelecem.

Diferentemente, outros sujeitos apresentam níveis hierárquicos intermediários, nos quais desenvolvem processos mais organizados sobre os conteúdos. Os entrevistados são capazes, muitas vezes, de solucionar o problema sem compreender completamente os processos envolvidos ou o significado de suas ações e materiais empregados. À medida que o pensamento se organiza, os conteúdos vão sendo arranjados de maneira mais ordenada e autônoma. Nos últimos modelos de significação encontramos sujeitos capazes de construir raciocínios mais elaborados, cuja capacidade de regulação destaca-se dos casos anteriores.

Por fim, defendemos a idéia de uma interferência da construção dos significados nos processos de pensamento através das formas de organização dos conteúdos. O estudo dos diferentes modos de raciocínio do adulto pode ajudar a compreender as distintas formas de organização do pensamento em múltiplas perspectivas. Além disso, a análise da influência dos conteúdos evidencia o papel ativo dos objetos de conhecimento nos processos de construção da inteligência, mostrando um aspecto dialético e inferencial que nos leva a crer na mais radical das interações entre sujeito e objeto.



Capítulo 1

OS PROBLEMAS E OS MÉTODOS

1.1 A configuração do problema

Os conteúdos trabalhados nas escolas são os mais diversos e apresentam graus de dificuldade diferenciados para os estudantes. Nota-se, que em alguns casos é possível que o aluno atinja sucesso ao final do ano letivo apenas reproduzindo certos procedimentos ensinados pelo professor. Nas aulas de matemática é freqüente o uso de algoritmos, os quais podem ser entendidos como procedimentos memorizados para alcançar a solução de um problema dado. Em alguns casos, o estudante pode ter êxito ao resolver os problemas que são colocados no âmbito da escola, ainda que não possa significar adequadamente os processos de resolução empregados. Assim, parece interessante investigar como adultos, que já passaram com êxito pela escola, elaboram significações[1] para problemas práticos que envolvem conteúdos escolares.

De fato, o objetivo não é ver o quanto o sujeito pode compreender, mas o quanto ele próprio pode construir significações. Se o adulto pode ter uma estrutura[2] mais ou menos estabelecida, então parece ser bastante interessante investigar os poderes e a capacidade de significar os conteúdos que resultam desse pensamento mais estruturado. Para limitar o campo de análise dos dados optou-se por conteúdos da área da matemática. Tal escolha se deve ao fato de que a matemática é considerada um dos maiores "vilões" da escola, justamente porque seus conteúdos são considerados difíceis de atribuir significado.

A significação que o sujeito elabora para uma situação desdobra-se em uma explicação para o porquê das coisas. Ao longo da obra de Piaget (1970, 1974a, 1974b, 1975 et al), o termo explicação aparece em duas dimensões distintas. Em geral, é empregado mais comumente no que se refere às explicações causais. Nesse sentido, a explicação supera as simples constatações ou regularidades que são percebidas pelo sujeito, restringindo-se a elaborações conceituais mais complexas. Ela pode ser

---

[1] Para Piaget e Inhelder a significação é a atribuição de um esquema a um objeto ou situação, como esclareceremos mais adiante (PIAGET e INHELDER, 1979 e INHELDER e cols. 1980).
[2] No sentido da organização lógico-matemática das operações mentais.

entendida como uma compreensão e uma conceituação[3] das operações atribuídas aos objetos, tornando-se uma construção operatória e formal dos problemas.

De acordo com Piaget:

> A descrição atinge um certo número de fatos gerais [...], mas sem ultrapassar o nível das constatações, logo dos observáveis, e a determinação de seu grau de generalidade. A explicação começa, ao contrário, a partir do momento em que se podem destacar as razões destes fatos gerais, o que equivale a destacá-los uns dos outros ou a outros ainda não conhecidos, mas por um laço de necessidade dedutiva orientada na direção de uma construção teórica (1975, p. 168).

Por outro lado, ao falar dos diversos níveis de conduta, Piaget (1955, 1968a, 1968b, 1974a, 1974b), eventualmente, refere-se ao termo explicação de outra maneira. Ainda que muitos dos sujeitos não atinjam uma explicação, no sentido de uma conceituação, eles são capazes de elaborar justificativas para suas ações. Os entrevistados podem não elaborar uma explicação dedutiva, mas têm capacidade de atribuir um sentido às condutas que realizaram em função de constatações ou regularidades que percebem.

As justificativas elaboradas podem não ser, necessariamente, corretas. Do ponto de vista do sujeito, elas almejam suprir as necessidades de coerência interna do pensamento. Caso a lógica do sujeito tenha uma organização simples e se contente com modelos abreviados de interpretação da realidade, então descrições dos fatos são suficientes como uma explicação para o porquê das coisas. Contudo, se a lógica do pensamento é complexa, o sujeito satisfaz-se apenas com uma explicação que seja capaz de identificar relações mais profundas que existam no problema em questão. Piaget (1931) diz que a lógica é um índice de coerência, pois ela "é um conjunto de regras que governam nosso pensamento e que o obrigam à verificação" (p. 187, tradução nossa). Dessa maneira, do ponto de vista deste estudo, ainda que para o

[3] A conceituação é o domínio em pensamento dos conteúdos em suas características mais gerais, o que permite que adquiram características operatórias. (PIAGET, 1974a)

observador a constatação de uma regularidade ou uma simples descrição dos comportamentos não seja uma compreensão mais sofisticada da realidade, para o sujeito que constrói uma significação e a apresenta como uma razão para suas condutas, trata-se de uma explicação. É nesse sentido que o termo é empregado ao longo do texto.

Quando se pensa o conhecimento a partir da Epistemologia Genética, o ser humano pode ser entendido na interação entre o sujeito e os objetos[4]. O desenvolvimento ocorre na medida em que se passa por diversos níveis de construção. Os estádios dessa evolução encontram-se amplamente descritos e analisados por Piaget (1950; 1955; 1970 et al.) e demonstram as características de desenvolvimento do recém-nascido ao adulto. Todavia, quando o sujeito atinge a adolescência, o que se chama de estádio das operações formais não implica a garantia de que doravante operará formalmente sobre todos os objetos. Há um detalhe imprescindível a ser considerado: as especificidades dos conteúdos. No que se refere à significação, diante de um conteúdo novo, mesmo um sujeito adulto com uma estrutura formal têm a necessidade de se (re) organizar frente às novidades. No entanto, diferente da criança, o adulto consegue (re) elaborar suas idéias muito mais rapidamente (PIAGET, 1970; BOVET, 1975, 2002). Enquanto a criança leva, por exemplo, aproximadamente dez anos de sua vida para construir a conservação do volume, um adulto frente a um novo problema poderá assimilar as particularidades em um tempo significativamente menor. O pensamento do adulto apresenta características de mobilidade e organização bastante diferente às da criança.

Em seu estudo sobre o pensamento do adulto, Bovet diz:

---

[4] Os objetos que aqui nos referimos não se restringem apenas a concretude, mas aos objetos de conhecimento, no sentido da Epistemologia Genética.

> [...] independente de que ao final de suas explorações cheguem ou não a descobrir um modelo explicativo satisfatório, o pensamento dos adultos, tal como aparece nesse estudo, é diferente do pensamento da criança. A diferença principal reside no fato de que o pensamento do adulto explora mentalmente o problema com uma notável mobilidade, colocando mais perguntas do que as que acaba respondendo. (2002, p. 305-306).

Em função das particularidades de cada sujeito, as experiências individuais frente aos objetos são as mais distintas, ocasionando na vida adulta, diversas maneiras de compreender e assimilar os conteúdos. Assim, é possível encontrar nos adolescentes e nos adultos uma variedade bastante grande de comportamentos a respeito de problemas que são apresentados, visto que é possível encontrar distintos estados de significação e explicação das situações.

Piaget e Inhelder acreditavam que as condutas poderiam ser interpretadas sobre dois aspectos: os procedimentos e as estruturas (PIAGET e INHELDER, 1979; INHELDER e cols., 1980). Acreditamos que existe mais um fator em jogo, que são os conteúdos e a significação que o sujeito adulto elabora. As condutas não seriam determinadas tão somente pelas estruturas e os procedimentos empregados, mas dependeriam ainda da natureza dos conteúdos. Essa influência aconteceria tanto em relação ao caráter de novidade que os conteúdos representam para o sujeito quanto à complexidade da problemática proposta.

No que tange ao desenvolvimento, a estrutura lógico-matemática que sustenta as condutas está presente desde as primeiras ações, mas sob diferentes configurações. Os comportamentos do bebê se caracterizam pelas primeiras coordenações das ações em função do seu corpo e de sua motricidade. A estrutura que se origina dessas primeiras coordenações caracteriza-se pela organização do corpo no espaço e das primeiras adaptações ao real. A noção de objeto permanente e o grupo de deslocamento (incluindo-se aí o espaço, o tempo e a causalidade) são as marcas mais importantes dessa composição (PIAGET, 1936, 1937). O primeiro dará ao bebê a possibilidade de identificar que as coisas não desaparecem quando retiradas do seu campo de visão. O segundo deixará a criança organizar os seus próprios movimentos e os dos objetos no espaço. O bebê poderá engatinhar de um lado ao outro da sala e voltar pelo mesmo caminho que percorreu ou, ainda, elaborar outro modo de voltar ao seu ponto de origem. Em outras palavras, a estrutura do período sensório-motor ocupa-se das organizações das primeiras ações, do conhecimento do corpo, do real e da posição desse corpo em um mundo com algumas propriedades físicas definidas.

Com o advento da função simbólica, a estrutura lógico-matemática ascende a um novo patamar. Aquilo que, inicialmente, no período sensório-motor caracterizava-se por uma organização prática, desdobra-se agora numa construção em pensamento. As ações podem ser reconstruídas no plano da representação e a estrutura organiza-se ao redor dessas novas ações interiorizadas (PIAGET, 1945). Contudo, essa organização representativa ainda não é muito elaborada. As ações interiorizadas carecem de aspectos lógico-matemáticos mais sofisticados tais como a reversibilidade e a reciprocidade. O período pré-operatório configura-se como um momento em que a estrutura lógico-matemática começa a se organizar em direção ao que mais adiante dará origem às operações concretas.

A reversibilidade é uma das características mais marcantes do surgimento das primeiras operações concretas. O sujeito é capaz de realizar uma ação e de, no plano do pensamento, retornar à situação inicial. As ações interiorizadas do período pré-operatório passam a ser organizadas sob a forma de operações lógico-matemáticas que indicam maiores mudanças estruturais. A nova estrutura é o agrupamento (PIAGET, 1941, 1955, 1959), o qual dá origem às operações concretas e apresenta uma sofisticação em relação às pré-operações do período anterior: permite construir estruturas de classe, chegando até modelos semelhantes às árvores genealógicas e de elaborar séries indefinidas de objetos, em função de critérios estabelecidos para a seriação. Por outro lado, o agrupamento apresenta algumas limitações estruturais - não possibilita ao sujeito fundir em um só conjunto as diferentes formas de reversibilidade e de elaborar hipóteses que transponham o real em direção a um pensamento propriamente dedutivo. Essas dificuldades estruturais somente serão superadas com o surgimento das operações formais.

No estádio operatório-formal, o aperfeiçoamento do agrupamento desdobra-se em uma estrutura lógica de grupo com diferentes formas de reversibilidade e organização das operações. As novas propriedades do chamado Grupo INRC reúnem as operações de identidade (I), negação (N), reciprocidade (R) e correlação (C) em uma mesma estrutura cuja construção permite ao pensamento chegar ao plano hipotético-dedutivo (PIAGET, 1955). Essa nova organização estrutural supera as limitações impostas pelos arranjos anteriores. Teoricamente, permite ao sujeito operar na formalidade e elaborar hipóteses que não estejam restritas às suas dimensões concretas, mas que atinjam suas formas mais gerais de tematização e formalização.

Como se vê, as operações lógico-matemáticas possuem características muito gerais e representam o que há de mais universal no sujeito epistêmico. O conceito de uma estrutura lógico-matemática que organiza as operações remete a uma idéia de que elas atuam em um "vazio", visto que uma vez constituídas podem ser aplicadas a quaisquer conteúdos. Diferentemente, na ação do sujeito sobre a realidade, os problemas e as situações resistem à assimilação. O objeto também é ativo. Quando as operações lógico-matemáticas abordam os conteúdos, há certa interferência em sua organização. Acreditamos que, na medida em que os conteúdos interferem nas condutas, as operações precisam organizar-se sobre a especificidade dos problemas com os quais o sujeito se ocupa.

Baseados em Piaget, nossa hipótese é de que quando o sujeito ocupa-se de um problema, as operações e a estrutura provêem uma dimensão lógico-matemática para abordar a situação. Todavia, além disso, é necessário que essas operações se organizem em função dos conteúdos e de suas especificidades. De acordo com Piaget, é preciso construir uma significação para os objetos a fim de atribuir-lhes sentido (1979, 1987). Dessa maneira, acreditamos que haja uma instância na qual as operações procuram organizar os conteúdos em função dos significados que estes compreendem. Essa organização das significações dar-se-ia sob a forma de um modelo capaz de apresentar certo grau de generalidade em função da novidade e da complexidade do conteúdo. De fato, isso não é negar a existência de uma estrutura lógico-matemática, mas de considerá-la como um suporte mais profundo e universal para a organização dos problemas. A hipótese da construção de modelos de significação nada mais é do que uma tentativa de introduzir os conteúdos como um fator determinante das condutas e do pensamento em geral.

Para Piaget (1972b), as condutas dentro de um estádio apresentam uma equivalência estrutural e funcional, sendo essa uma das características que determinam o conceito. A modificação de um estádio é marcada, justamente, por uma mudança hierárquica dos níveis de conduta. Por exemplo, os sujeitos em um nível pré-operatório apresentam condutas equivalentes nas mais diferentes situações. Eles vão abordar os problemas ainda com uma estrutura cuja organização ainda não apresenta operações completas, isto é, com reversibilidade. O pensamento intuitivo domina as justificativas e demonstra uma falta de reversibilidade das operações. Quando essas condutas mudam, então o sujeito não se encontra mais no estádio pré-operatório, mas em um novo nível hierárquico - o das operações concretas. Em outras palavras, para Piaget (1972b), os estádios representam níveis hierárquicos de organização das condutas, mas dentro de um mesmo estádio os comportamentos mantêm características estruturais equivalentes.

Todavia, um problema nos motiva a repensar essa questão da equivalência de condutas no interior dos estádios. Os adultos que já detêm um pensamento formal apresentam comportamentos, aparentemente, muito diferentes frente a conteúdos com os quais não estão familiarizados. Alguns pesquisadores explicam esse fato dizendo que sujeitos formais podem voltar a um estádio operatório concreto ou mesmo pré-operatório, ainda que outros acreditem até mesmo na idéia de um estádio “pós-formal” (MARCHAND, 2002; MONNIER e WELSS, 1980; KRAMER, 1983; FAKOURI, 1976; VONÈCHE & GRUBER, 1976). A variedade de condutas que se abre com a estruturação do pensamento formal parece indicar que há mais alguma coisa que intervém nos comportamentos do que os procedimentos e as estruturas.

Piaget já alertava para essa problemática dizendo que

> todos os sujeitos normais atingem as operações e as estruturas formais, senão entre 11-12 a 14-15 anos, pelo menos entre 15-20 anos, porém, eles atingem este estádio em diferentes áreas de acordo com suas aptidões e suas especializações profissionais (estudos avançados ou diferentes tipos de aprendizagem para as várias profissões). A maneira pela qual essas estruturas formais são usadas, porém, não é necessariamente a mesma em todos os casos (1970, p. 154, tradução nossa).

Nossa hipótese, apoiando-se em Piaget e Inhelder, é de que os conteúdos interferem diretamente na organização das condutas de duas maneiras: através do grau de novidade que representam ao sujeito e pela complexidade da problemática que colocam. Toda significação é a atribuição de um esquema[5] de ação a um objeto ou situação (PIAGET e INHELDER, 1979; INHELDER e cols., 1980). Dessa maneira, para significar uma situação, evidentemente, é preciso construir esquemas a respeito dos problemas envolvidos. Caso o sujeito seja apresentado a um conteúdo desconhecido, é preciso organizar-se a propósito das novidades. Inicialmente, pode parecer até mesmo que o sujeito não opere de modo formal, dando a falsa ilusão de que houve uma "regressão" da estrutura de pensamento. Para Piaget (1972b) as estruturas organizam-se sempre em sistemas cada vez mais complexos, não admitindo a possibilidade de uma volta a estádios anteriores ou de supressão da ordem hierárquica de desenvolvimento da estrutura.

Por exemplo, ao compararmos dois sujeitos formais: um físico e um médico. Diante de um problema a propósito da fusão nuclear ambos podem apresentar equivalência de condutas quanto à dimensão estrutural e funcional. Podem levantar hipóteses, valer-se da dupla reversibilidade de operações e da estrutura do Grupo INRC. Contudo, o conteúdo abordado é mais familiar ao físico, devido à especificidade de sua formação. Muito provavelmente, ele será capaz de significar a situação de uma maneira mais eficaz que o médico. Este, ao organizar suas condutas, encontra

[5] A importância dos esquemas nas significações será desenvolvida mais adiante, mas de acordo com Piaget "O esquema de uma ação é, em relação a uma classe de ações equivalentes do ponto de vista do sujeito, a estrutura comum que caracteriza essa equivalência" (1957, p. 46, tradução nossa).

dificuldade na novidade do conteúdo e na ausência de esquemas para lidar com a situação. Além disso, o problema apresenta certo grau de complexidade, o que representa mais uma dificuldade para a significação. A disponibilidade de uma estrutura formal, tal como o INRC, não basta por si só, pois é preciso ter esquemas construídos para significar os problemas. Dessa maneira, aparentemente, as condutas voltariam a apresentar características mais simples, ainda que não haja uma regressão da estrutura lógico-matemática. O adulto não perde a capacidade (o poder) de agir de modo hipotético-dedutivo e é justamente isto que garante uma quantidade maior de possíveis a serem acionados na hora de agir sobre um objeto resistente e complexo. Esta característica permite agir de forma mais elaborada e de conseguir compreender mais rapidamente as relações entre os elementos em jogo na organização dos objetos complexos propostos como desafio. Por fim, nossa hipótese, é que apesar desses sujeitos apresentarem equivalência de condutas em suas dimensões funcionais e estruturais há, ainda, uma diferença de níveis de significação em função da interferência dos conteúdos na organização das condutas.

Acreditamos que, além das estruturas e dos procedimentos, o pensamento organiza modelos para interpretar os conteúdos. Entende-se que um modelo é o quadro assimilador formado pelos esquemas construídos, o qual permite atribuir significação aos problemas, controlar, organizar e dirigir a atividade cognitiva do sujeito. Assim, ao invés de nos referirmos a níveis de conduta ou de estádios do desenvolvimento, como no caso dos estudos de Piaget e Inhelder a respeito das estruturas e dos procedimentos, optamos por falar de modelos de significação, os quais indicariam a importância das propriedades dos conteúdos na organização das condutas e da atividade mental em si mesma.

Na evolução da significação, percebe-se que ela está intimamente ligada à tomada de consciência das ações. Isso se deve ao fato de que ambas iniciam-se pela periferia da interação sujeito e objeto e se direcionam para os mecanismos centrais de coordenação. Todavia, optou-se por utilizar o termo significação porque a tomada de consciência tende a ser um estudo dos caminhos da ação à conceituação (PIAGET 1974a), enquanto pressupomos que a significação se dirige mais para a análise das implicações e dos conteúdos. A tomada de consciência se ocupa da elaboração conceitual das operações e das formas com as quais se pode dominar as características mais gerais das ações em pensamento. Ela envolve sempre uma significação, mas difere em parte, pois a significação se relaciona mais com a atribuição de um esquema a um objeto ou situação a fim de conferir-lhe sentido. Além disso, muitas significações das ações ocorrem sem uma maior conceituação. Por exemplo, encontram-se casos de crianças pequenas que explicam o movimento dos objetos por sua própria força de atuação. No caso do pêndulo, podem dizer que ele balança "porque eu empurrei" (PIAGET e INHELDER, 1955). Para o experimentador, a criança não apresenta uma tomada de consciência muito elaborada do problema, mas, para ela, essa justificativa é uma significação. Ainda que ocorram diferentes níveis de tomada de consciência, opta-se pelo termo significação para colocar o acento sobre o objeto dessa investigação, que é o do sujeito particular e sua interpretação dos problemas.

Para Piaget, o fazer é um êxito ligado a ação, isto é, a função do fazer é obter o êxito. A compreensão, por outro lado, é o alcance simultâneo, em pensamento, da solução dos problemas e das razões (o como e o porquê) ou, em outras palavras, uma busca pela verdade das coisas (PIAGET, 1974b). Do nosso ponto de vista, diferentemente da compreensão, a significação ocupa-se dos conteúdos e da construção de um modelo de interpretação da realidade que explique os problemas e elabore significados. O próprio da significação não é ocupar-se das operações ou dos procedimentos, mas dos esquemas e de sua atribuição aos conteúdos na busca da solução dos problemas. Evidente que não se tratam de processos dissociados, mas em completa relação, sendo muito difícil estabelecer os limites de onde começa a compreensão do sujeito e onde se inicia a significação dos objetos.

Piaget diz que:

> a característica mais geral dos estados conscientes, desde as tomadas de consciência elementares, unidas aos objetivos e resultados das ações, até as conceituações de níveis superiores, é a de exprimir significações e reuni-las em uma forma de conexão que chamaremos, na falta de um termo melhor, de "implicação significante" (1974b, p. 178).

Assim, o próprio da tomada de consciência é dirigir-se a uma significação dos problemas à medida que o sujeito vai se organizando em função das novas implicações significantes que podem ser construídas. Nota-se que, no plano da estrutura, os conteúdos que são organizados pelas operações lógico-matemáticas, tal como seriar, classificar, etc., quando se depara com os problemas da realidade precisa organizar os conteúdos em função de seus significados. Entende-se que a implicação significante demonstra a importância dos conteúdos nos processos de pensamento, pois evidencia uma lógica das significações que influencia diretamente as condutas. Assim, para Piaget (1974b, 1977b, 1987), a implicação significante refere-se, essencialmente, a uma implicação de sentido amplo, cuja função é a conexão entre significados.

Sobre a natureza da implicação significante, Piaget (1974b, p. 178) diz que

> tudo o que concerne à ação e ao seu contexto pode ser traduzido por representações significativas através dos instrumentos semióticos correntes (língua, imagens, etc.) [...] a operação não é uma representação de uma ação: ela é, falando francamente, ainda uma ação, visto que é construtora de novidades, mas é uma ação "significante" e não mais física, porque os meios que utiliza são de natureza implicativa e não mais causal.

No caso do adulto, ainda que as operações lógico-matemáticas possam fazer parte de uma estrutura formal, é preciso construir e organizar o conjunto de implicações significantes, para se ter a possibilidade de uma dedução sobre o real e a significação de uma situação. Se as conexões entre as significações apresentam um caráter representativo apoiado nos instrumentos semióticos, pressupomos que se pode falar então de um modelo para interpretar a realidade, organizar os problemas em pensamento e atribuir significado às situações.

Nesse contexto, a estrutura é entendida como a organização das operações lógico-matemáticas que sustenta o pensamento, mas as operações não acontecem no "vazio": é preciso construir modelos para extrair das coordenações uma significação.

Com exceção dos lógicos, psicólogos e dos epistemólogos que se ocupam do estudo dos processos mentais, o pensamento segue seu curso sem se preocupar com a formalização de suas próprias operações (PIAGET, 1955, 1972a). A estrutura lógico-matemática apresenta um caráter, provavelmente, mais inconsciente ao sujeito, pois a procura da razão das coisas se dá sobre os significados dos conteúdos e não sobre as operações lógico-matemáticas em si mesmas.

Quanto às significações, elas devem, ainda, ser compreendidas sob a perspectiva dos esquemas. Segundo Piaget, os esquemas são "o que, numa ação, é assim transponível, generalizável ou diferenciável de uma situação à seguinte, ou seja, o que há de comum nas diversas repetições ou aplicações de uma mesma ação" (1967, p. 16). O sujeito assimila os objetos através dos esquemas e, na medida em que estes são atribuídos à realidade, pode então designar significação às situações. No caso do experimento da funda[6] (PIAGET 1974a), propunha-se aos sujeitos que arremessassem um objeto contra um obstáculo um pouco distante. Nos níveis iniciais de tomada de consciência os esquemas empregados permaneciam inconscientes e os sujeitos não conseguiam significar a situação. Em níveis intermediários, os esquemas utilizados vão tornando-se conscientes e o sujeito vai aprimorando suas interpretações da realidade. Assim, a construção dos significados origina-se na relação entre os objetos e os esquemas e evolui à medida que estes vão se tornando conscientes das relações e dos problemas envolvidos.

Nas situações mais complexas podem-se encontrar conjuntos de esquemas atuando para significar os problemas. Em decorrência disso, acredita-se que os esquemas são a origem dos modelos de significação, os quais apresentam as características mais gerais das ações e permitem ao sujeito atuar sobre os problemas e elaborar explicações para os procedimentos que realiza. Em resumo, supõe-se que a significação elaborada pelo conjunto dos esquemas organiza-se sob a forma de modelos através dos quais é possível interpretar a realidade, atribuir-lhe sentido e elaborar meios de explicar as situações.

[6] A funda utilizada é daquelas na qual há uma bola fixa na ponta de um barbante (PIAGET, 1974a, Capítulo II)

A estrutura pode ser entendida como o arranjo capaz de prover o dinamismo da lógica operatória, mas o modelo de significação é a organização que o sujeito elabora em função dos conteúdos e dos significados. Nos adultos e nos adolescentes a estrutura formal possibilita uma conduta equivalente sob a perspectiva do uso de um pensamento hipotético-dedutivo para solucionar os problemas. Entretanto, uma vez admitido que as particularidades dos conteúdos interferem nas condutas, pode-se pressupor que as significações elaboradas pelos sujeitos dependem de suas experiências anteriores e dos esquemas já construídos para abordar os problemas. Assim, embora diante de uma relativa equivalência do ponto de vista estrutural, acreditamos na existência de diferentes níveis de hierarquia das significações no pensamento do adulto. Ainda, supomos que a definição desses níveis de hierarquia é determinada pela organização de um modelo de interpretação da realidade, baseado no quadro assimilador construído nas experiências anteriores sobre os conteúdos.

Um modelo de significação também pode ser entendido sob a perspectiva do conjunto de implicações significantes que o sujeitoelabora para interpretar a realidade. Quando Piaget (1974b, 1977b, 1987) introduz o conceito de implicação significante, ele o faz para exprimir a existência de uma lógica própria das ações e dos significados. Se de um lado a estrutura representa as condições de possibilidade das operações lógico-matemáticas que amparam a elaboração dos significados, de outro, os conteúdos do pensamento resistem à assimilação de operações puramente lógicas. De acordo com Piaget "o sistema das implicações significantes fornece um elemento que não é compreendido, nem nos objetivos, nem nos meios empregados: é a determinação das razões, sem as quais os sucessos representam apenas fatos sem significados" (1974b, p. 179). A construção de significados é fundamental para se dominar os objetos em pensamento. No caso do adulto, mesmo que a estrutura possa fornecer às operações suas formas de organização mais sofisticadas, tais como o grupo INRC e sua dupla integração das diferentes formas de reversibilidade, é necessário que se construam conexões entre significados sob a forma de modelos que atribuam sentido às situações.

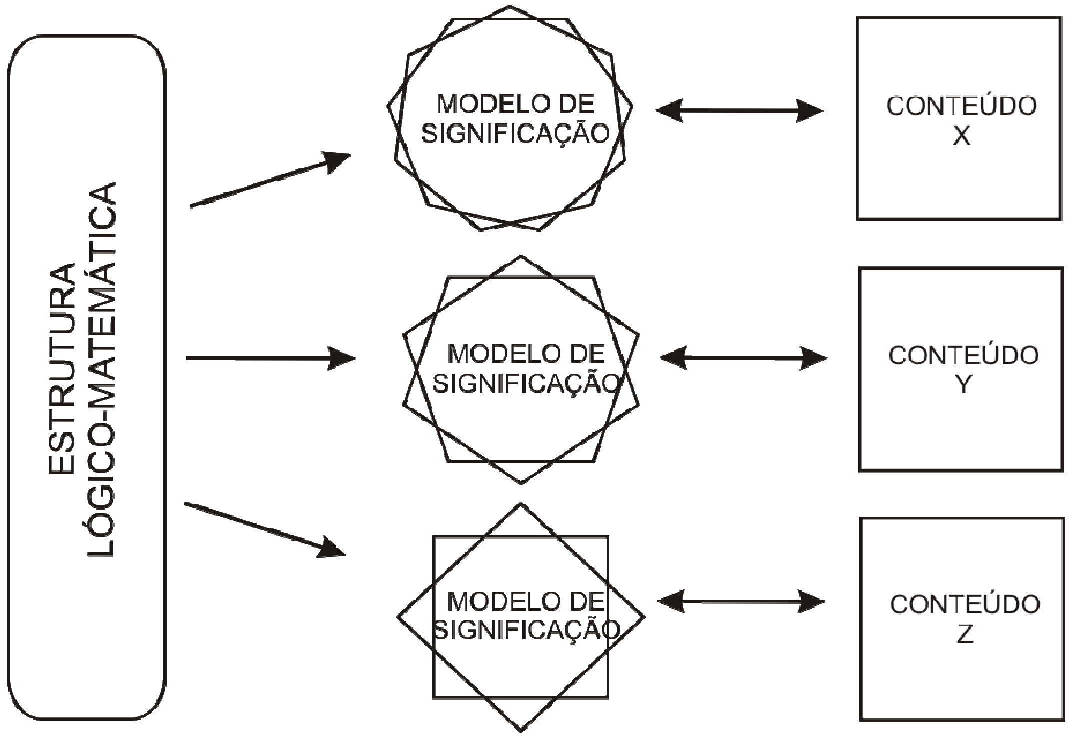
Ao se falar em modelo de significação têm-se duas perspectivas: uma estrutural, em função do desenvolvimento e outra funcional, em relação aos processos de pensamento sobre conteúdos específicos[7]. Um modelo de significação é uma forma de organização dos significados em função da capacidade de responder aos problemas específicos. De acordo com Wermus (p. 264, 1982) "O termo modelo indica seu status mediador entre o pensamento formal e o pensamento natural", isto é, os modelos originam-se dessa relação entre conteúdos e estruturas e fornecem instrumentos pelos quais o sujeito pode interpretar a realidade e elaborar uma explicação.

É possível encontrar duas pessoas que possuem um mesmo modelo de significação, mas que apresentam explicações, aparentemente, com conteúdos diferenciados sobre o mesmo problema. No caso das pesquisas com adultos que Bovet (2002) realizou a respeito da flutuação, foi possível identificar sujeitos que apresentavam explicações bastante distintas, mas com características em comum. Alguns diziam que um objeto flutuava por ser redondo, outros diziam que flutuava por parecer um barco. As explicações parecem ser diferentes, pois tratam de forma e peso, mas podem derivar de um mesmo modelo de significação, que é o de se centrar sobre características externas do objeto.

Diferente de uma idéia behaviorista, uma organização em função dos conteúdos não significa que há um comportamento a ser construído para cada situação. Faz-se o uso da palavra modelo para exprimir que essa organização das significações apresenta certo grau de generalidade levando em conta os conteúdos, suas características e particularidades. As operações oriundas da estrutura lógico-matemática apresentam um caráter mais universal, podendo sustentar diversos modelos de significação. Por exemplo, a reversibilidade é uma construção estrutural de cunho lógico-matemático. O pensamento pode se valer da reversibilidade nas mais diversas situações, mas acreditamos que frente aos conteúdos é preciso que essa reversibilidade se adapte às especificidades e aos significados atribuídos aos objetos, isto é, uma operação lógico-matemática pode ser utilizada em diversos modelos de

[7] Essa divisão é apenas didática e contempla o ponto de vista do pesquisador, já que estrutura e funcionamento estão em constante interação na elaboração de uma significação.

significação, mas dentro de cada modelo ela precisa se organizar em função dos conteúdos.



I II III

I – Estrutura comum que sustenta as operações lógico-matemáticas.
II Modelos de significação que indicam a organização das operações em função de conteúdos específicos
III Conteúdos com os quais o sujeito opera

Figura 1 – Modelos de Significação

A figura anterior ilustra a dinâmica que propomos. Encontra-se no sujeito uma estrutura mais ou menos geral que é responsável por organizar as operações lógico-matemáticas. Além dela, existiriam modelos de significação que se originaram da atividade operatória do sujeito frente aos conteúdos. Os comportamentos continuariam, como já afirmou Piaget (1972b), equivalentes, sob o ponto de vista lógico-matemático, mas podem ser considerados hierarquicamente diferenciados se levarmos em conta os conteúdos e a significação construída sobre estes.

Diante desses pressupostos, o objetivo desse trabalho é pesquisar o alcance da significação do adulto. Tratando-se de sujeitos com uma estrutura lógico-matemática presumidamente mais elaborada do que a da criança, pode-se investigar o poder de significar os conteúdos escolares e de elaborar explicações a respeito deles.

O problema central de pesquisa é, então: **<u>Como se organizam os modelos de significação elaborados por adultos para a solução de problemas que envolvem conteúdos escolares de matemática da educação básica?</u>** Como o foco do estudo dirige-se para o estudo da influência dos conteúdos, a pesquisa se dirige à procura de: **<u>Como se dá a resistência dos objetos na construção da significação?</u>**

Para essas questões, tem-se a hipótese que as significações formadas por adultos podem ser as mais variadas e são elaboradas em função de suas características particulares de pensamento. Igualmente, acredita-se que a construção das significações nos adultos apresenta níveis de hierarquia. As significações mais simples são baseadas nas descrições dos objetos e das ações do sujeito e desenvolvem-se em direção ao estabelecimento de relações mais elaboradas que demandam a conceituação das ações e a construção de significações mais sofisticadas e complexas. Os conteúdos influenciam as condutas na medida em que ao serem transformados encarados como objetos de conhecimento passam a ter características ativas nos processos de interação.

Os problemas apresentados desdobram-se em outros questionamentos relevantes. No caso de atividades que envolvem materiais, é importante investigar como o sujeito se vale dos conteúdos escolares para significar a situação e superar os problemas. Nossa hipótese é de que os exercícios escolares, em geral, são seqüências de procedimentos memorizadas em função de um algoritmo de resolução. Dificilmente, os estudantes se ocupam da razão dos métodos empregados, valendo-se de condutas mais ou menos automatizadas. Assim, tem-se por pressuposto que os comportamentos dos sujeitos na resolução da atividade experimental[8] terão pouca ou nenhuma influência dos procedimentos empregados nos exercícios escolares, de modo que os entrevistados terão dificuldades em estabelecer uma comparação entre as duas situações.

1.2 A perspectiva metodológica

Esta pesquisa caracteriza-se por ser um estudo exploratório, descritivo e de cunho qualitativo. A orientação metodológica é inspirada nos procedimentos normalmente utilizados nas pesquisas em Epistemologia e Psicologia Genéticas. Em especial, o Método Clínico e suas variações ao longo da obra de Piaget (VINH-BANG, 1966) é o referencial que se adota para a coleta e análise dos dados.

Para investigar a significação e a mobilidade do pensamento do adulto elaboramos um procedimento metodológico em três etapas. Em um primeiro momento é apresentando um cálculo sobre o assunto em questão e se diz ao sujeito: "Resolva este cálculo como tu fazias na escola e vá me contando o que está fazendo". Em seguida, é realizada uma entrevista semi-estruturada. O objetivo é fazer uma "primeira foto" do modelo de significação do adulto. Essa primeira foto seria a significação que o adulto constrói de imediato frente a um problema novo. O segundo momento consistiria na aplicação do Método Clínico, através do qual o experimentador procura explorar o pensamento do sujeito de modo a mobilizar suas operações na construção de uma significação mais elaborada do problema. Se a entrevista semi-estruturada permite a confecção de uma foto estática do pensamento do sujeito, o Método Clínico permite captar o movimento e fazer um "filme" que, além de registrar a significação atribuída, é capaz de evidenciar os processos e as operações mentais envolvidos. Por último, volta-se à entrevista, com uma pequena variação em

---

[8]Utilizamos a expressão "atividade experimental" para o momento da sessão na qual o sujeito manipula objetos físicos.

relação à situação inicial, e registra-se uma “última foto”, entendida como a significação que o sujeito produz sozinho ao final da sessão. A análise dos dados se dá na evolução entre a primeira e a última foto, e as características de mobilidade do pensamento durante o Método Clínico.

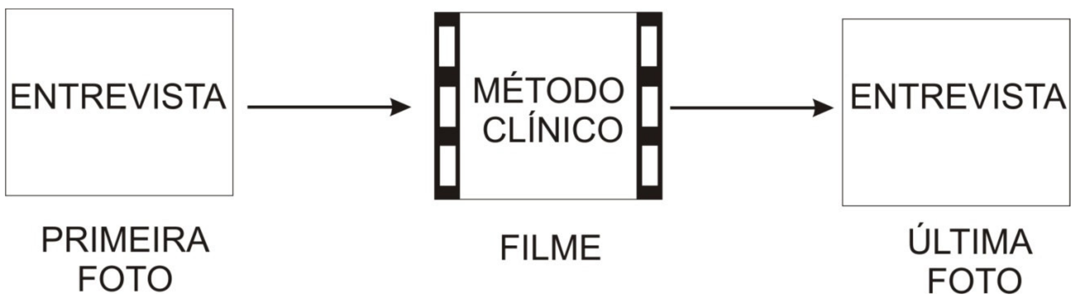


Figura 2- Encadeamento metodológico

A entrevista da primeira foto restringe-se a um conjunto de perguntas já elaboradas em um protocolo mais ou menos acabado. Eventualmente, diante de uma resposta não muito clara, o entrevistador pode pedir que o sujeito explique melhor o que disse ou que justifique determinada opinião. O objetivo dessa entrevista é o de uma “imagem estática” da significação momentânea que o sujeito realiza.

Em seguida, utiliza-se o Método Clínico para explorar o pensamento do entrevistado. O Método Clínico ou Método de Exploração Crítica é um procedimento de coleta e análise de dados que fornece ao pesquisador uma possibilidade de compreensão do pensamento e dos comportamentos dos sujeitos. Ele é flexível para suprir as inúmeras possibilidades que podem surgir ao longo de uma experiência ou entrevista, ao mesmo tempo em que exige uma organização muito rápida das hipóteses e do pensamento do pesquisador para que seja aplicado da maneira mais adequada.

De acordo com Piaget (1926, p. 270):

> O exame clínico faz parte da experiência no sentido de que o clínico se coloca problemas, formula hipóteses, altera as condições que entram em jogo e, finalmente, controla cada uma de suas hipóteses em contato com as reações provocadas pela conversa. Mas o exame clínico também faz parte da observação direta, no sentido de que o bom clínico não apenas dirige como se deixa dirigir e dá importância a todo encadeamento mental, em vez de se deixar levar por "erros sistemáticos", como ocorre freqüentemente no caso do puro experimentador.

Não obstante, os processos de pensamento não são visíveis exclusivamente pela observação pura do comportamento, pois o sujeito pode estar em alta atividade mental sem produzir uma ação exterior. Como dizem Inhelder, Bovet e Sinclair (1974, p. 36): "ser ativo cognitivamente não se reduz [...] a uma manipulação qualquer; pode haver atividade mental sem manipulação, assim como passividade com manipulação". A expectativa é de descobrir os processos mentais elaborados pelos participantes da pesquisa na solução de problemas que envolvem os conteúdos escolares.

De acordo com Piaget (1926, p. 7), o essencial, no Método Clínico, consiste em não conduzir o pensamento, "mas em fazer falar livremente e em descobrir tendências espontâneas, em vez de as canalizar e as conter. Consiste em situar qualquer sintoma dentro de um contexto mental, em vez de fazer abstração do contexto". As exigências para com o experimentador são inúmeras, a reformulação das hipóteses é constante e a sagacidade tem de ser imediata.

A partir da observação da manipulação do material e da descrição verbal que os participantes realizavam de suas ações, as perguntas do protocolo anteriormente elaborado foram sendo adequadas. O Método Clínico apresenta maior flexibilidade na aplicação, o que lhe atribui características, como ter um protocolo anteriormente elaborado com questões prontas, mas que podem ser reorganizadas em função das respostas dos entrevistados.

Em termos práticos, durante a etapa em que se utiliza o Método Clínico, procura-se propor situações de contra-sugestão ou de conflito que permitam ao sujeito operar sobre os conteúdos de modo a evitar respostas prontas ou automáticas. Por se tratar de adultos, as perguntas podem avançar um pouco mais do que na entrevista com as crianças. A mobilidade de um pensamento mais organizado permite a elaboração de situações com conflitos maiores e de pedir explicitamente ao sujeito que explique o modo como pensa.

Por último, é proposta uma atividade com materiais que corresponde a uma variação da situação inicialmente proposta. Retorna-se à entrevista e procura-se realizar uma "última foto" ou imagem estática do pensamento do entrevistado. Tal recurso visa a identificar o nível de significação do entrevistado após ter passado pela atividade com o Método Clínico[9].

O esquema a seguir resume a proposta metodológica:

[9] Superficialmente, pode parecer que nossa proposta se assemelha a um método de aprendizagem. Optamos por uma abordagem em três etapas porque o Método Clínico nos permite verificar uma organização estrutural mais profunda, bem como o pensamento do adulto, em geral, apresenta uma velocidade de raciocínio muito grande, o que dificulta acompanhar a organização de suas idéias. Esses dois fatores aliados nos fizeram temer as inúmeras mudanças de significação que o sujeito poderia ter ao longo da sessão em função dos conflitos, das contra-sugestões e das perguntas típicas do Método Clínico. Fazer uma *primeira foto* através de uma entrevista não significa avaliar o sujeito como em um pré-teste, mas registrar o quanto ele significa uma situação sem ter pensado muito sobre ela. O Método Clínico não é utilizado como uma intervenção, mas como uma possibilidade de "ver" o pensamento em ação. O que chamamos de uma última foto em nada se assemelha a um pós-teste e não há um intervalo de tempo desde a intervenção (típico de um método de aprendizagem). O objetivo desse último momento é verificar o que o sujeito significa após ter mobilizado seu pensamento na resolução da tarefa proposta.

- **1ª Etapa**
  - PRIMEIRA FOTO

O sujeito realiza um cálculo da mesma maneira que é proposta na escola. Pede-se que explique os procedimentos que realiza. Aplica-se uma entrevista sobre uma tarefa com material. O entrevistador se limita às perguntas do protocolo e, eventualmente, pode perguntar “por que” ou pedir que o entrevistado explique melhor.

- **2ª Etapa**
  - MÉTODO CLÍNICO

O experimentador explora o pensamento do entrevistado para verificar a mobilidade e a organização das operações. Propõe pelo menos uma situação de conflito. Pede ao entrevistado para elaborar comparações. Formulam-se contra-sugestões.

- **3ª Etapa**
  - ÚLTIMA FOTO

Apresenta-se uma variação da situação e retorna-se a entrevista semi-estruturada.

Quadro 1 – Esquema metodológico

Quanto aos participantes da pesquisa, trata-se de um grupo relativamente privilegiado. Foram entrevistados sujeitos que atenderam às seguintes características: ter completado com sucesso a série escolar na qual são ensinados os conteúdos em questão, terem mais de 18 anos, serem estudantes do Ensino Superior ou já tê-lo concluído, disponibilidade para participar do estudo e assinar o consentimento informado. Todos os sujeitos fazem parte da classe média ou média-alta, não apresentam déficit mental ou relato de problemas de aprendizagem. Para o número de sujeitos entrevistados foi utilizado o critério da saturação. Foram-se realizando entrevistas até que as respostas não apresentavam mais variações em relação às anteriores.

Os sujeitos foram escolhidos em função de se apresentarem, muito provavelmente, no que Piaget (1950, 1955) denomina de estádio das operações formais. Nesse estádio do desenvolvimento, o sujeito é capaz de construir hipóteses, realizar inferências e se valer do pensamento hipotético-dedutivo. As idades dos entrevistados variaram de 19 a 37 anos, perfazendo um total de 61 sujeitos investigados. Na descrição dos procedimentos adotados para cada experimento há, igualmente, uma exposição mais detalhada do perfil dos sujeitos investigados. Algumas pesquisas discordam que, de fato, todos os sujeitos adultos atingem o nível formal (MARCHAND, 2002; GRUBER e VONÈCHE, 1976). Ainda que, apoiados em Piaget[10], discordemos da posição destes outros autores, supomos que, no mínimo, uma estrutura operatória é atingida por um grupo seleto como o dos entrevistados.

Como já dissemos, a estrutura lógico-matemática é considerada como uma condição de possibilidade para o pensamento. A escolha por sujeitos adultos se deve ao fato de que precisávamos de sujeitos com maiores poderes de coordenação lógico-matemática, diferente do caso das crianças, cujas condutas sofreriam limitações em função da incompletude do desenvolvimento. No caso dos adultos, a estrutura apresenta uma organização mais evoluída. Assim, é possível ver com mais clareza o quanto os conteúdos influenciam nas condutas, já que a estrutura lógico-matemática não se coloca com um obstáculo tão relevante quanto na criança.

Teve-se o cuidado de antes de iniciar a sessão tranqüilizar o sujeito quanto ao sigilo dos dados e das intenções da pesquisa. Em cada um dos experimentos, antes que se apresentassem os materiais ou se realizassem as entrevistas, o participante era informado da intencionalidade daquele momento, do assunto abordado e das expectativas do experimentador. O fato de explicar a intencionalidade da sessão é um elemento importante, pois o sujeito, em especial o adulto, tende a querer adivinhar as

[10] Relembremos a fala de Piaget na qual diz que "todos os sujeitos normais atingem as operações e as estruturas formais, senão entre 11-12 a 14-15 anos, pelo menos entre 15-20 anos" (1970, p. 154, tradução nossa).

respostas que o experimentador gostaria de ouvir ou ainda realizar conjecturas sobre o que seria a real intenção daquele experimento. Igualmente, ainda que para o pesquisador a sessão se constitua de três momentos, com as entrevistas e o Método Clínico, tal organização não é transparente ao sujeito. Para ele, trata-se de uma atividade contínua na qual o experimentador apresentou um tema e o retoma de diferentes maneiras. Na análise dos dados, optou-se por reproduzir apenas um protocolo em cada modelo. Por se tratar de um estudo psicológico, é preciso acompanhar na íntegra e nas minúcias o desenrolar e o encadeamento dos processos de pensamento. A necessidade de uma análise mais contínua e profunda, focada nos processos e nas regulações, impede o uso de pequenos e diversos extratos a fim de se exibir um número maior de casos.

A partir dessa abordagem metodológica é importante retomar que, em geral, as pesquisas de Piaget e colaboradores referiam-se ao desenvolvimento dos sujeitos em termos de níveis de conduta. Esses níveis eram organizados em função das ações do sujeito e do seu desempenho na solução dos problemas. Nesse estudo, diferentemente, as tarefas apresentadas possuem características metodológicas distintas. Ao invés de se apresentar um problema para que o sujeito possa agir sobre os objetos ou apresente soluções, coloca-se o entrevistado diante de um material que tem características que permitam justificar os procedimentos à medida que o experimentador conduz a entrevista. O sujeito não precisa apenas resolver um problema, é necessário passar por diversas etapas que explicitam os procedimentos de resolução e demandam a justificativa e a significação das ações empregadas. Como se pode ver, a abordagem metodológica se aproxima muito daquela empregada por Inhelder em estudos anteriores (INHELDER et al, 1976, INHELDER & CELLÉRIER, 1992) . Nesse sentido, os dados não são analisados diretamente em função das estruturas que as condutas evidenciam, mas das significações elaboradas pelos sujeitos. Os conteúdos abordados como, por exemplo, a soma e a subtração, não são analisadas sob a perspectiva de uma psicogênese da aritmética, mas são considerados em função da significação que o sujeito faz entre esses conteúdos e os problemas que precisa resolver. As condutas foram agrupadas em modelos de significação de acordo com os esquemas que mobilizavam. Os níveis hierárquicos são classificados em virtude da complexidade. Os primeiros modelos são aqueles baseados em interpretações deformadas da realidade ou simples descrições dos fatos e dos comportamentos. Os modelos mais avançados dirigem-se para o estabelecimento de relações mais complexas e abstratas chegando ao "como" e ao "porquê" das coisas.

1.2.1 Apresentação geral das provas

Foram realizados experimentos que envolvem três tipos de conteúdos escolares: adição e subtração, frações, superfície e perímetro de quadriláteros. A técnica utilizada é essencialmente a mesma, ainda que em cada capítulo haja uma descrição minuciosa dos procedimentos adotados.

Inicialmente, pede-se ao sujeito que resolva um exercício escolar da maneira como normalmente são propostos e desenvolvidos na sala de aula. Pede-se que o entrevistado vá descrevendo suas ações. Em seguida, passa-se a uma situação que envolve a manipulação de objetos e a entrevista. Apresenta-se um problema ao sujeito e pede-se que elabore uma explicação para cada um dos procedimentos que realiza. Na construção dos experimentos se teve o cuidado para que, pelo menos em um momento, houvesse uma situação de conflito maior que só pudesse ser superada pela construção de uma explicação mais elaborada sobre o problema.

Após a atividade com manipulação dos objetos, organiza-se uma situação na qual é solicitado que o sujeito realize uma comparação entre o cálculo que elaborou inicialmente e o experimento que acabou de realizar. Investiga-se se o sujeito consegue estabelecer uma relação entre os conteúdos escolares e a situação proposta e se pode elaborar algum significado entre os procedimentos adotados no cálculo em relação à manipulação dos objetos.

De acordo com Parrat-Dayan (1980), uma situação experimental na qual um sujeito deve resolver um problema é composta de três coisas: os materiais, a instrução dada sobre o que fazer e a tarefa realizada. No caso desta pesquisa, os materiais eram apresentados pelo experimentador e as instruções eram acompanhadas de questionamentos sobre as ações empreendidas pelo sujeito. Os materiais utilizados são bastante simples, mas repletos de conteúdos que podem ser explorados. No caso das frações, são usados blocos que podem ser montados uns sobre os outros; no estudo dos quadriláteros, é utilizado um tabuleiro com furos nos quais é possível prender pinos para restringir superfícies; para estudar a soma e a subtração é utilizado um conjunto de peças redondas e um plano com quatro hastes. As instruções são organizadas pelo experimentador, que vai conduzindo a entrevista à medida que o sujeito realiza as tarefas requisitadas. Houve, ainda, um cuidado a respeito das instruções elaboradas. É importante relembrar que a entrevista sofreu diversas alterações ao longo de sua formulação para tornar as questões o mais simples e claras possíveis e sem a sugestão das respostas.

De fato, não se trata de compreender a gênese dos conceitos matemáticos envolvidos ou ainda simplesmente como os adultos resolvem problemas. O objetivo é investigar o quanto o sujeito é capaz de significar os processos que emprega na resolução dos problemas que envolvem conteúdos escolares. As tarefas são organizadas para que as ações e as explicações realizem-se sobre procedimentos similares aos empregados na escola. As provas apresentam características que permitem demonstrar uma explicação, assim como admitem que o experimentador conduza a entrevista para extrair do sujeito as justificativas que elabora para cada etapa que realiza. Por exemplo, no caso da soma, o objeto de estudo não é a aritmética em si mesma, mas o quanto o sujeito pode explicar o processo de adição e em particular a questão do transporte ou do “vai 1”. No caso das frações, é interessante investigar o quanto o sujeito compreende a complexa seqüência de procedimentos para somar dois números fracionários: por que se divide pelo denominador e se multiplica pelo numerador? Ou ainda: por que é preciso ter um mínimo múltiplo comum? No caso dos quadriláteros, os adultos compreendem perfeitamente o que é a área e qual a sua relação com o perímetro?

O nível operatório exigido pelas provas é um item interessante de ser analisado. Do ponto de vista da conduta, é possível que sujeitos mais jovens, ainda no estádio das operações concretas, possam resolver os problemas apresentados. Todavia, como já dito, a tarefa não se restringe ao conteúdo matemático em si, mas dirige-se para a significação que o sujeito pode atribuir. De acordo com Piaget (1955, 1974a, 1974b), a conceituação mais elaborada é apoiada por uma estrutura lógico-matemática formal capaz de contemplar de maneira simultânea as diferentes formas de reversibilidade. No caso das tarefas propostas, devido a sua característica peculiar, acredita-se que elas demandem um pensamento formal organizado, pois é preciso extrair o "como" e o "porquê" das coisas e, além disso, organizar um modelo de significação das situações. Ainda que se trate de adultos, a possibilidade de diferentes níveis hierárquicos de significação remete à idéia de que as características lógico-matemáticas não são o único fator a determinar o desempenho do sujeito. Os conteúdos adquirem importância na análise da solução da tarefa.

Apesar de que, do ponto de vista do experimentador, os conteúdos escolares ensinados e aqueles utilizados na atividade experimental sejam elementarmente os mesmos, para o sujeito eles podem parecer muito diferentes. Enquanto que na escola o aluno está consciente de uma situação formal de ensino, na qual os professores trabalham conteúdos e passam instruções, na atividade experimental o sujeito precisa identificar os conteúdos que precisa empregar. Além disso, a atividade escolar resume-se, muitas vezes, aos exercícios, cuja relação com problemas de ordem mais prática é, em geral, negligenciada. Assim, considera-se que o desempenho do sujeito na atividade que lhe é proposta não é a mesma que exerce na resolução de um conteúdo escolar em situação formal de ensino. Todavia, não se trata de um problema metodológico em si, visto que o objetivo desta investigação é justamente descobrir o quanto, e de que maneira, os sujeitos elaboram significações frente às resistências dos objetos.

1.3 Estado da Arte

O funcionamento do pensamento humano é o tema de discussão de diversos domínios do conhecimento. Em particular, a psicologia se ocupa das formas mais diretas da organização mental e se vale do auxílio de outras áreas, tais como a neurologia, a lingüística, a filosofia, etc. Nos estudos da psique humana, pode-se adotar as mais diferentes perspectivas: das emoções, da inteligência, do condicionamento, do funcionamento ou da estrutura. Acredita-se que o quadro teórico da Epistemologia Genética pode explicar grande parte dos problemas que tratam das questões epistemológicas. Todavia, é importante avançar em direção à significação que o pensamento pode engendrar e o papel que os conteúdos têm nessa construção.

Na psicologia do desenvolvimento, em geral, a criança é o tema mais freqüente e as pesquisas, mesmo as com os adolescentes, orientam-se mais para as questões do desenvolvimento e da estrutura, ainda que o funcionamento não seja ignorado. Nossa proposta, diferentemente, dirige-se à investigação do poder de significação do pensamento do adulto. Além disso, o adulto apresenta uma complicação adicional em relação à criança: um inesgotável número de possibilidade de operações e, conseqüentemente, de condutas, as quais são resultantes de um pensamento mais estruturado e com maiores poderes de organização.

Este Estado da Arte se ocupa das pesquisas que mais especificamente tratam dos processos de significação, do pensamento do adulto e do raciocínio lógico em geral. Encontram-se muitos estudos a propósito da significação no campo da linguagem e da filosofia. Entretanto, a pesquisa bibliográfica realizada restringiu-se aos trabalhos que se ocupam da significação sob a ótica da inteligência, da epistemologia e da psicologia.

Na Epistemologia Genética é possível encontrar alguns trabalhos do próprio Piaget a propósito da significação (1977b, 1980a, 1987) e obras que tratam do desenvolvimento dos mecanismos funcionais do sujeito (1974a, 1974b, 1977a, et al.). O quadro teórico de Piaget não é desenvolvido nessa seção, pois se encontra vastamente analisado como ponto de sustentação da coleta e da análise dos dados.

Dentre as pesquisas recentes que se apóiam na Epistemologia Genética, Gilly (2001) traz um interessante trabalho sobre modelos explicativos na perspectiva do conflito sócio-cognitivo. Ele acredita que a interação entre os pares é uma situação importante para a percepção de contradições em explicações elaboradas. No entanto, nosso estudo está mais voltado para os aspectos de significação em termos de uma construção psicológica e não para as questões da interação social. Grize (2001) traz, igualmente, uma importante discussão a respeito da explicação e da significação na organização do discurso e se ocupa de analisar a sistematização psicolingüística de uma explicação elaborada.

Bideau e Houdé (1991) analisam os modelos de cognição elaborados por diferentes teóricos. Acreditam que a psicologia genética piagetiana e o cognitivismo anglo-saxão são os principais referenciais nas questões do pensamento e do raciocínio, ainda que seguindo caminhos diferentes. Os autores falam de duas características abordadas pelas teorias da cognição – o sentido e o cálculo – e entendem que isso se deve a uma dicotomia entre funcionamento e estrutura. Eles afirmam que algumas teorias se ocupam demais do processo da informação e transformam o raciocínio em uma seqüência de procedimentos. Por outro lado, há teorias que se deixam levar somente pela significação das coisas e pelos mecanismos de compreensão que o sujeito elabora para interpretar a realidade. Assim, os autores propõem novos caminhos para os estudos da cognição, no qual haja modelos que considerem o sujeito em um contexto, ou um modelo que "[...] comporta um componente *sujeito* dotado de uma instância de cálculo, de uma instância de integração e de atribuição de sentido e de uma instância de controle" (BIDEAU e HOUDÉ, p. 101. 1991).

1.3.1 Bärbel Inhelder e as pesquisas sobre o funcionamento do pensamento

Desde a década de 70 é possível encontrar com maior vigor no campo da Psicologia Genética os estudos de Inhelder e colaboradores (1976, 1981, 1992) a respeito do funcionamento do pensamento. As pesquisas ocupam-se mais das condutas, dos processos de invenção ou de descoberta e do que chamam de *teorias-em-ação*[11]. Os dados são analisados na perspectiva do funcionamento e indicam categorias em função dos pressupostos que os sujeitos elaboram na resolução dos problemas. Ao afastar-se um pouco da pesquisa sobre as estruturas, foi necessário introduzir mudanças metodológicas nas pesquisas. Nessa nova temática, o experimentador propunha uma tarefa e praticamente não intervinha na solução. O sujeito agia sobre os objetos livremente e, intencionalmente, não havia interferência, pois o objetivo era observar as condutas livres.

Os objetivos das pesquisas a respeito das *teorias-em-ação* apontavam para os comportamentos do sujeito, de maneira que as teorias implícitas eram inferidas a partir dos procedimentos e das falas que eram realizadas ao longo do experimento. Em nosso estudo, a perspectiva metodológica é um pouco diferenciada, pois o experimentador precisa perguntar bem mais para compreender como o sujeito explica o que faz. Da mesma maneira que nas investigações de Inhelder e colaboradores, não há preocupação com o fracasso ou sucesso na solução do problema. O interesse da pesquisa sobre os modelos de significação está na compreensão dos procedimentos e nas explicações elaboradas.

Inhelder e seus colaboradores (1976, 1992) dedicaram-se, ainda, à investigação do funcionamento do pensamento na perspectiva das estratégias. O método muda mais uma vez e torna-se mais refinado. Surge a análise microgenética como uma possibilidade de investigação mais minuciosa dos comportamentos. Da mesma maneira que na pesquisa sobre as teorias-em-ação, no estudo das estratégias não há

---

[11] As teorias-em-ação são definidas em função das estratégias que o sujeito vai desenvolvendo durante a resolução dos problemas. Elas configuram-se como teorias implícitas que norteariam as condutas.

preocupação se o sujeito significa as suas ações ou se o êxito se restringe a uma dimensão apenas prática. O objeto de estudo continuava a ser o sujeito psicológico sob a perspectiva dos procedimentos adotados.

Diferentemente de outros trabalhos sobre o funcionamento do pensamento e do raciocínio, Inhelder e cols. não se esquecem da dimensão estrutural. Pelo contrário, as estruturas são consideradas como um elemento indispensável, ainda que não exclusivo, pois elas "proporcionam o marco interpretativo necessário para inferir os limites inferior e superior dos conceitos aos quais uma criança pode se referir em uma tarefa dada" (1981, p. 69, tradução nossa). Em nosso estudo, a importância da dimensão estrutural é semelhante a que atribui Inhelder: as estruturas são condições de possibilidade do sujeito.

Há, ainda, uma diferença de objetivos: as pesquisas de Inhelder e cols. destinavam-se a organizar os conteúdos e os funcionamentos do sujeito em ação partindo do pressuposto que as crianças têm muitas teorias implícitas em suas condutas. No entanto, do ponto de vista do sujeito, a elaboração da significação demanda mais esforço do que a ação concreta, pois exige uma organização das ações no pensamento. Assim, o que se propõe é algo diferente das pesquisas de Inhelder, pois o interesse é investigar quanto o adulto pode significar conscientemente uma situação.

A própria autora afirma que:

> Não obstante, suas teorias permanecem implícitas, visto que a criança pequena não pode, sem dúvida, refletir sobre as situações hipotéticas que podem confirmar ou refutar sua teoria. De fato, ainda que as seqüências de ação da criança sejam um claro testemunho da existência de uma teoria-em-ação implícita em sua conduta, isto não deve ser entendido como uma capacidade de conceituar explicitamente o que está fazendo e o porquê. (1981, p. 84, tradução nossa).

É evidente que os estudos das teorias-em-ação e das estratégias são de suma importância para a Psicologia Genética, mas, em nossa perspectiva, interessa pesquisar as significações conscientes que o sujeito pode elaborar. Igualmente, nosso estudo se diferencia dos de Inhelder por trabalhar com adultos, o que implica a análise de um pensamento que apresenta mais organização estrutural do que o das crianças. A abordagem de Inhelder inspira por demais este trabalho, ainda que ele se proponha a outros objetivos.

1.3.2 As últimas pesquisas do Centro Internacional de Epistemologia Genética

Nos últimos anos da vida de Piaget, o Centro Internacional de Epistemologia Genética (CIEG) ocupou-se, principalmente, da pesquisa a respeito das significações e dos aspectos inferenciais das ações. Desse período, surgiram obras tais como *As formas elementares da dialética* (1980), na qual a dialética é apontada como o aspecto inferencial de toda equilibração e *Para uma lógica das significações* (1987, com a colaboração de Rolando Garcia) que apresenta, em parte, os resultados das pesquisas sobre as significações. No entanto, pouco antes da morte de Piaget e no período seguinte em que o Centro Internacional de Epistemologia Genética funcionou sob a direção de Gil Henriques, o tema das pesquisas era a respeito das razões construídas durante a resolução de problemas.

Em 2004 Henriques juntou-se a alguns ex-colaboradores do Centro e editou uma obra que reúne os resultados das últimas pesquisas realizadas no âmbito do CIEG, bem como alguns fragmentos de documentos internos escritos pelo próprio Piaget. Na obra, a impressão que se tem é de que o tema das razões foi a última preocupação de Piaget, mas que permaneceu inacabado em função de sua morte. Henriques e colaboradores seguem o intento e retomam a temática tanto tempo depois devido a sua importância e às novas perspectivas de pesquisa na Psicologia contemporânea.

É interessante observar nesse livro por onde rondavam as idéias de Piaget em seus últimos anos e a dinâmica de trabalho do CIEG. O estudo das significações e de sua lógica torna-se mais do que uma temática a ser abordada, pois se trata de uma mudança mais profunda que expande o modelo piagetiano de uma lógica operatória de cunho extensional para uma lógica inferencial das ações. O tema desse último programa de pesquisas surge do fato de que o estudo das razões permite se dedicar ainda mais aos aspectos inferenciais e implicativos do pensamento, que tanto interessavam a Piaget em suas últimas obras; particularmente desde 1974 com os estudos sobre a tomada de consciência.

As razões são estudadas novamente do ponto de vista psicogenético. Os relatos das atividades realizadas em 1979-1980 indicam o estudo desde crianças muito pequenas até adolescentes. A análise dos dados demonstra o crescente nível de elaboração e complexidade das razões e as classificam como um caso particular das significações. Os sujeitos mais jovens tendem a atribuir um "porque" às coisas baseados em simples descrições de seus atos ou dos objetos de maneira não muito organizada. As razões se confundem com a significação prática que se pode atribuir ao objeto ou à tarefa. Em níveis mais avançados a razão é uma explicação mais elaborada que se desprende dos conteúdos e significa os objetos em quadros mais gerais e abstratos.

Nos experimentos, a razão é estudada na perspectiva das significações. Henriques retoma a definição de Piaget e diz que "uma significação é um conteúdo de conhecimento que o sujeito atribui aos objetos em função de sua assimilação a seus esquemas" (2004, p. 117, tradução nossa). Piaget já havia inserido a razão no quadro das significações ao especificar que "a 'razão' é uma das significações de um objeto ou de um evento considerado, mas uma significação que leva a outras por implicações significantes" [12]. Dessa maneira, a razão das coisas não é só uma significação, mas um elemento construtivo que é capaz de levar o sujeito a se colocar novas necessidades, abrindo-se a novas possibilidades de organização.

[12] Documento interno do CIEG não-publicado, 1980.

> A razão não se restringe tão somente ao ponto de chegada da construção cognitiva, ela constitui uma das fontes dessa construção, e o motor da ultrapassagem de cada sistema operatório adquirido para estruturas de organização, de transformação e de explicação mais poderosas (HENRIQUES, 2004, p. 41, tradução nossa).

No que tange à elaboração das razões, a estrutura lógico-matemática é compreendida como aquilo que o sujeito pode fazer. Henriques salienta como as razões estão ligadas às estruturas e diz que “é natural que as razões que são invocadas façam essencialmente referência às capacidades operatórias que lhes são características” (2004, p. 101, tradução nossa). Ainda, segundo Henriques, as razões são, na verdade, mais um fator para evidenciar a existência de estruturas lógico-matemáticas, pois demonstram o poder de organização das mesmas.

Quando a razão e a significação são estudadas a partir da criança, de modo genético, nota-se que é muito difícil discernir a influência dos conteúdos das limitações estruturais. Nas análises de Henriques, a razão parece ser apenas uma expressão da organização estrutural. As explicações que os sujeitos elaboram para os problemas são limitadas pelas possibilidades de elaboração lógico-matemática. Do nosso ponto de vista, o que consideramos importante investigar é o papel que os conteúdos têm na elaboração das significações. Para pesquisar tal influência é importante examinar sujeitos com um pensamento mais organizado, cuja dimensão estrutural não apresente um caráter tão restritivo, o que é o caso dos adultos e não das crianças.

Para o estudo das significações, um dos conceitos mais importantes é o de implicação significante, isto é, das ligações entre os significados. No caso das análises de Henriques, as razões não são diretamente abordadas sobre as implicações significantes e os conteúdos envolvidos, mas mais do ponto de vista das operações lógico-matemáticas. Diferentemente, nosso estudo se propõe a estudar as implicações sob a perspectiva da influência dos conteúdos no pensamento.

Do ponto de vista metodológico, as pesquisas realizadas no CIEG sobre as razões dedicam-se à exploração de questões que iniciam explicitamente com “por que”. Da mesma maneira que em nosso estudo, as tarefas são propostas aos sujeitos e a entrevista conduzida pelo experimentador tem papel primordial. O entrevistador precisa perguntar muito e organizar a situação de maneira a explorar os processos de pensamento do sujeito. Enquanto o estudo de Henriques e colaboradores utiliza o termo “razão”, optamos por manter a idéia de significação. Ao falarmos de níveis hierárquicos de construção, a significação parece ligar-se mais a uma idéia de processo enquanto que a razão remete a uma dimensão de maior acabamento, como um caso particular de uma significação mais elaborada.

1.3.3 Teorias dos modelos

Considerando a idéia dos modelos como uma organização para interpretar a realidade e solucionar problemas, surgem dois trabalhos que têm objetivos semelhantes: os modelos mentais de Jhonson-Laird (1983, 2004) e os modelos organizadores de Moreno, Sastre, Leal e Bovet (2002). A seguir, apresentar-se-á uma pequena revisão bibliográfica a respeito dessas duas abordagens para identificar as semelhanças, diferenças e influências em relação a esta pesquisa.

O estudo de Moreno, Sastre, Leal e Bovet (2002) apresenta interessantes contribuições para esta pesquisa e, igualmente, encontra inspiração na Epistemologia Genética. A proposta das autoras é de centrar-se nos conteúdos, os quais consideram como negligenciados por Piaget. O pressuposto é de que o objetivo da Escola de Genebra centra-se por demais nas estruturas e “constrói um modelo teórico que se baseia na sucessão ou na gênese delas, sem dar muita atenção àquilo que diferencia atos de pensamento que tem unicamente em comum aspectos estruturais” (MORENO e cols., p. 74, 2002). Além disso, as autoras identificam outro problema: o conceito de decalagem[13]. Entendem que a decalagem não é uma exceção nas questões do

[13] Entendida como a explicação para o fato de que uma estrutura apresenta uma diferença temporal em sua construção quando aplicada sobre diferentes conteúdos (PIAGET, 1972b).

desenvolvimento cognitivo, mas sim a regra, pois os conteúdos apresentam diferentes dificuldades aos sujeitos.

Moreno e colaboradores falam, então, de modelos organizadores e os definem "como uma particular organização que o sujeito realiza dos dados que seleciona e elabora a partir de uma determinada situação, do significado que lhes atribui e das implicações que deles se originam" (p.78, 2002). Acreditam que os modelos se constroem a partir das ações, sejam físicas ou mentais, e que podem ser os mais variados, em função das infinitas possibilidades de ação e de experimentação. Na perspectiva das autoras, os modelos organizadores estão relacionados aos conteúdos e o objetivo de sua pesquisa é observar como o sujeito os organiza. Afirmam que o sujeito seleciona os dados que assimila de uma experiência, descartando outros. A atividade experimental dirige-se à pesquisa de uma hierarquia de modelos organizadores em função da coordenação a respeito dos conteúdos e dos dados que são utilizados ou descartados durante a solução dos problemas.

De acordo com elas:

> Os dados, seus significados e suas implicações estão religados em um sistema de conjunto exatamente pelo que denominamos *modelos organizadores*; dentro desse conjunto todos os elementos estão inter-relacionados graças a um jogo de relações cujo nível também é variável segundo os indivíduos. (p. 78, 2002, grifos do autor).

Estamos de acordo com essa afirmação das autoras. O modelo, como o entendemos, é um sistema de organização dos dados e de seus significados, mas, diferentemente, acreditamos que é sustentado pelo poder de organização da dimensão estrutural. Os modelos organizadores ocupam-se dos conteúdos que o sujeito considera e como os utiliza. O que chamamos de modelo de significação tem as mesmas características comuns de um modelo, mas avança no sentido de que acredita em uma estrutura lógico-matemática que dinamiza o funcionamento do pensamento e apóia a organização de modelos de interpretação da realidade em função das significações que o sujeito constrói.

Os modelos organizadores são abordados como representações mentais dos problemas nos quais os indivíduos organizam alguns dados em detrimento de outros. As autoras indicam que os modelos mais primitivos estariam na representação que a criança elabora, pois na imitação ela já começa a representar os objetos em função de algumas características, enquanto não atribui importância a outras. Elas definem que as características dos modelos organizadores podem ser ampliadas "a este outro produto da atividade cognitiva, que é a imagem mental, muito mais precoce geneticamente falando, do que os complexos modelos que o pensamento científico desenvolve "(MORENO e cols. p. 93, 2002).

Se a perspectiva das autoras para os modelos organizadores tende a analisá-los sob a forma de representações da realidade em relação aos conteúdos, a nossa interpretação para os modelos de significação mantém as mesmas características de um sistema de conjunto, mas considera a existência de uma estrutura lógico-matemática que sustenta os modelos e avança na procura pela relação entre a significação e as operações lógico-matemáticas. Igualmente, se os modelos organizadores remontam em suas origens à imagem mental, acreditamos que as significações provêm dos esquemas e, ainda mais primordialmente, das próprias ações. Por fim, o trabalho de Moreno e colaboradores é fonte de inspiração e referência para este estudo, resguardando os objetivos diversos e as perspectivas anteriormente citadas.

Outra possibilidade de estudo da significação encontra-se na perspectiva cognitivista da idéia de raciocínio. Nesse caso, a teoria dos modelos mentais de Jhonson-Laird (1983) é muito difundida na Psicologia Cognitiva, pois trata o pensamento como um processamento de informações e os modelos como representações para controlar e interpretar a realidade. O sujeito é aquele que retém, elabora e representa as informações. O foco de estudo é o controle sobre a situação e a resolução pragmática que se atinge. Moreira (2006) afirma que, no caso dos modelos mentais, as atividades experimentais são fundamentalmente baseadas em situações nas quais há um enunciado verbal através do qual se deve chegar a uma conclusão baseado na lógica formal. A análise dos dados se dá pelo sucesso ou fracasso do sujeito em compreender o enunciado e alcançar uma resposta correta. Nesse ponto de vista, a compreensão é a elaboração de uma representação da realidade exterior e o pensamento é entendido como os procedimentos que o sujeito realiza com as representações que elabora.

Para Jhonson-Laird (1983), a estrutura dos modelos mentais é isomorfa às estruturas da realidade em si mesma. Se os modelos mentais atingem tal grau de representação, o autor atribui ao mundo exterior uma organização que lhe é própria. De acordo com Johnson-Laird "as imagens correspondem aos componentes dos modelos, que são diretamente perceptíveis em seus objetos equivalentes do mundo real" (1983, p. 213, tradução nossa). O sujeito, assim, constrói representações dos conteúdos da realidade, bem como as relações entre estes. Para ele, a compreensão nada mais é do que a elaboração de modelos mentais cada vez mais preparados a respeito dos fatos que se propõe interpretar. A lógica do sujeito, nesse sentido, se confunde com a dos objetos, visto que é uma representação de propriedades que já se encontram na realidade. Mais ainda, se há uma lógica do pensamento, ela ocorre na verificação das conclusões do modelo mental, mas não em sua construção, já que este é exclusivamente uma representação.

A elaboração dos modelos mentais, de acordo com Jhonson-Laird, se dá por acumulações sucessivas, nas quais inicialmente o sujeito elabora um modelo muito geral, através do qual vai se adaptando às novidades e às novas representações que elabora. Em seguida, os modelos mentais evoluem para analogias com outras situações e relações entre casos comuns, para aproximar-se, cada vez mais, da construção de conceituações.

Para nosso estudo, ainda que os modelos sejam construções psicológicas para interpretar a realidade, eles estão imbuídos de operações lógico-matemáticas que dirigem seu funcionamento. Na perspectiva de Jhonson Laird (2004), diferentemente, os modelos estão mais direcionados a representações imagéticas das coisas, sobre as quais o sujeito age e pode chegar ao raciocínio. Nesse sentido, a lógica é um resultado do modelo mental elaborado, mas não um elemento próprio de sua construção e funcionamento. Apoiando-se em Piaget (1949, 1959), defende-se a idéia de que os aspectos figurativos do pensamento estão parcialmente subordinados às características operatórias, ainda que as operações mais simples possam ser ajudadas por formas mais claras de organização das situações.

De acordo com os autores:

> As pessoas usam o significado das premissas, e os conhecimentos gerais, para construírem os modelos mentais, i.e., para construírem as representações mentais das possibilidades envolvidas no discurso, na percepção, ou na imaginação, sendo que a estrutura de um modelo mental é análoga à estrutura da situação que ele representa (JHONSON-LAIRD e QUELHAS, p. 310, 2004).

Os modelos de significação que abordamos tratam, igualmente, de sistemas de organização para a solução dos problemas, ainda que mais direcionados para o estudo da construção da significação. No caso de Jhonson-Laird, os modelos são voltados aos conteúdos e o sujeito pode elaborar muitos modelos para um mesmo problema, ou ainda combinar diversos modelos durante uma mesma situação. Do nosso ponto de vista, a idéia de modelo adquire um caráter mais geral, na qual é possível encontrar diversas explicações como resultado de um mesmo modelo de significação. Enquanto que para Jhonson-Laird (1983) as características do modelo mental estão ligadas a representações da realidade, um modelo de significação estaria mais ligado às características gerais de organização das operações e das significações frente aos conteúdos. A metodologia da pesquisa com modelos mentais supõe que eles podem ser inferidos a partir da verbalização do sujeito. Contudo, na perspectiva que adotamos (PIAGET, 1974a, 1974b), uma significação envolve mais do que uma verbalização, pois existe um conhecimento próprio da ação que pode indicar a elaboração de uma significação.

Jhonson-Laird (1983, 2004) está inserido em um ramo da Psicologia Cognitiva que estuda o raciocínio humano entendido como um sistema de cômputo, no qual o sujeito recebe, processa informações e emite resultados. Os modelos mentais seriam as formas de processar a informação. Do nosso ponto de vista, as interpretações que os sujeitos elaboram da realidade são permeadas pela lógica de seu pensamento em função de suas estruturas de conhecimento. Além disso, a interpretação do sujeito não é uma cópia fiel da realidade, pois é possível – em função das características de funcionamento e da diversidade de conteúdos – alterar o real em função de assimilações deformantes.

1.3.4 Pesquisas brasileiras

No âmbito da pesquisa brasileira há uma relativa escassez de trabalhos a respeito da significação e do pensamento formal. No país, o site SciELO (Scientific Electronic Library Online) é considerado um dos maiores bancos de dados da produção acadêmica. Uma ampla busca[14] pelo termo "significação" remonta a 99 textos, sendo 28 da área de Ciências da Saúde (incluídas aí a Psiquiatria e a Psicologia Clínica), 24 na área de Ciências Sociais, 16 na educação, 12 no domínio da psicologia, 10 na área da linguagem e 9 no campo da filosofia. Evidentemente, ao se fazer uma análise de sentido, o termo significação é usado nas mais diferentes perspectivas. Dentre os artigos encontrados na busca do termo significação, apenas três apresentam relação com a perspectiva com a qual trabalhamos. Há o trabalho de Moro (2004) sobre a importância do significado no ensino de matemática para crianças e, ainda, dois artigos de Zanella (2002, 2004) que analisam a idéia de significação sob a ótica da Psicologia Sócio-Histórica. Ambos os textos discutem o papel que a sociedade exerce na construção da significação pelo homem.

Na procura pela expressão "tomada de consciência" encontram-se dois artigos (FERREIRA & LAUTERT, 2003; FÁVERO & MACHADO, 2003). O primeiro artigo (FERREIRA & LAUTERT, 2003) aborda o caminho percorrido por uma criança de

---

[14] A busca foi realizada em maio de 2008 e incluiu todas as referências existentes neste repositório.

aproximadamente seis anos para explicar o conceito de divisão; o segundo artigo (FÁVERO & MACHADO, 2003) trata de uma intervenção sobre dois professores de língua estrangeira a respeito de sua prática. Para a expressão "resolução de problemas" foram encontrados sete artigos. Destaca-se um texto (CHAHON, 2006) tratando da metacognição e de como esta pode auxiliar o trabalho psicopedagógico. Dois artigos (FÁVERO & PIMENTA, 2006; SELVA & BRANDÃO, 2000) tratam de temas específicos de resolução de problemas com estudos de caso. Os demais são referentes a outras áreas. A busca de expressões como *modelos mentais*, *modelos organizadores* ou *pensamento do adulto*, resulta em seis textos que remetem a interpretações teóricas ou atividades experimentais baseadas nas teorias de Jhonson-Laird (1983) ou de Moreno, Sastre, Leal e Bovet (2002).

Dentre os demais trabalhos conhecidos, dois deles têm maior destaque dentro da temática estudada: o de Sérgio Franco (2000), que desenvolve em sua tese de doutorado uma pesquisa com adultos e os estudos de Colinvaux e colaboradores (1992, 1997) a respeito das relações entre os modelos mentais de Jhonson-Laird e a teoria de Piaget.

Franco (2000) procurou ver as relações entre a lógica operatória e a lógica das significações no raciocínio de adultos, habitantes do meio rural do Rio Grande do Sul. Ele identificou em sujeitos com baixo índice de escolarização características operatórias do pensamento, ainda que variassem em função dos conteúdos abordados. Os sujeitos pesquisados apresentaram um pensamento formal e estruturado quando se relacionavam com situações concretas de suas vidas, ainda que hesitassem ao elaborar juízos sobre problemas de silogismo. Franco atribui esses resultados às significações construídas pelos entrevistados e ao papel que os conteúdos exercem nas operações mentais.

No campo da Epistemologia Genética e dos modelos mentais, há ainda o interessante trabalho que Colinvaux e cols. (1992, 1997) vêm desenvolvendo no Ensino de Ciências. O artigo denominado A teoria piagetiana e os modelos mentais (COLINVAUX e cols., 1997) trata de uma interessante comparação entre os modelos mentais de Jhonson-Laird e os estudos de Piaget. Os autores acreditam que as propostas se diferenciam, já que Piaget propõe um pensamento centrado em características proposicionais, enquanto Jhonson-Laird defende um raciocínio que é, sobretudo, figurativo. Colinvaux e cols. (ibidem) acreditam, ainda, que a teoria dos modelos mentais apresenta lacunas quanto às questões do desenvolvimento, ainda que a teoria piagetiana careça de explicação quanto ao papel dos conteúdos específicos.

Capítulo 2

A INFLUÊNCIA DA SIGNIFICAÇÃO NAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

AS INTERAÇÕES ENTRE OS ESQUEMAS PRÉVIOS E OS NOVOS PROBLEMAS

Nota-se que as frações são, em geral, um dos conteúdos considerados mais difíceis na matemática. Particularmente, alguns fatores contribuem para isso. O ensino de frações se dá por volta da quarta ou quinta série (no Ensino Fundamental de oito anos), período em que as crianças saem da unidocência e têm uma disciplina exclusiva de matemática. O professor passa a ter de ensinar um conteúdo muito específico ao mesmo tempo em que lhe é exigido o cumprimento de prazos determinados. Igualmente, os métodos de memorização, repetição de um algoritmo e de "técnicas" de resolução, encontram um obstáculo em um dos conteúdos que exige um grau mais elevado de abstração. Essa peculiaridade no estudo das frações, em relação à abstração e à compreensão, reveste-se de uma dimensão psicológica.

Quando o sujeito precisa pensar em um cálculo com, ou mesmo para quantificar, números fracionários, há uma questão singular na relação parte/todo. Carraher e Schliemann (1992) já constataram que a magnitude relativa de uma fração é um dos principais problemas para a aprendizagem. Uma fração configura-se como a representação de uma parte de algo, isto é, não basta ter conhecimento dos numerais utilizados já que é preciso considerar a relação com a totalidade. Como o que se manipula no cálculo e na quantificação é a representação da parte, a dimensão do todo ao qual a fração se refere, restringe-se ao plano do pensamento. Por exemplo, quando o sujeito quantifica $\frac{1}{3}$, é preciso relacionar que esse número representa um todo dividido em um determinado número de partes iguais (3), do qual se considera uma parte e que existem, ainda, outras duas. Essa compreensão somente é alcançada quando o sujeito constrói a relação entre o numerador e o denominador ou, em outras palavras, entre a parte e o todo.

Para a compreensão da relação parte/todo é preciso que se realize uma operação lógico-matemática que Piaget e Szeminska (1941) chamam de conservação. Tal operação mental determina um grau de abstração e reversibilidade que exige um pensamento mais organizado, de maneira que não é possível alcançar a compreensão real do número fracionário somente através da memorização do procedimento do cálculo ou da simples ação física sobre materiais. De acordo com Piaget e Szeminska

(1941), o número é sempre produto de uma operação mental, isto é, uma construção inferencial sobre uma quantidade.

E o que faz a escola na maioria das situações? Ocupa-se da incorporação da seqüência de procedimentos e, com isso, nega a compreensão mental e a atividade cognitiva do sujeito (SILVA, 2005, 2007). O estudante memoriza a ordem de ações que deve executar e a aplica na resolução do cálculo, mesmo não compreendendo o processo que se passa e os conceitos envolvidos durante o desenvolvimento do algoritmo. Desse aspecto pedagógico, de um ensino voltado à memorização e à aplicação de técnicas automatizadas, o conteúdo de frações apresenta-se como um dos "vilões" do fracasso escolar, já que exige uma ação do pensamento e um grau de abstração que não é muito presente nas salas de aula da educação básica. Quando o estudante precisa operar para solucionar problemas ou utilizar o número fracionário para compreender conteúdos mais complexos, não obtém êxito ou enfrenta grande dificuldade, já que não há preocupação com a construção de uma significação sobre a relação parte/todo.

A partir da observação de alunos de cursos de licenciatura, da experiência em sala de aula, das práticas de extensão realizadas, foi possível perceber que o mal-estar que acompanha os números fracionários estende-se para além do próprio estudo das frações, pois outros conteúdos que as envolvem são considerados mais difíceis. Desta maneira, parece interessante pesquisar as operações de pensamento e os modelos de significação que sujeitos adultos elaboram para a solução de problemas que envolvem frações. Como pensa um sujeito já escolarizado para resolver um problema com frações? Como o conhecimento escolar pode ajudar a resolver atividades experimentais? Como o cálculo das operações com números fracionários, da maneira convencionalmente ensinada, favorece o pensamento? Como adultos acostumados a realizar cálculos com frações explicam a solução de desafios experimentais? Diante de tantas interrogações, torna-se por demais interessante investigar o pensamento em ação na resolução de problemas com frações. Particularmente, a pesquisa com adultos torna mais atrativo o estudo, pois se tem a hipótese de que mesmo sujeitos que realizam cálculos há anos e têm um relativo domínio do algoritmo não compreendem efetivamente as relações parte/todo que estão em jogo nos problemas com números fracionários.

2.1 Descrição da técnica utilizada

Para realizar aquilo que temos chamado de primeira foto, começamos por pedir ao sujeito que resolva o cálculo $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, em uma folha de papel à parte, de maneira que vá comentando como está procedendo e pensando no desenrolar da solução. Em seguida, utilizam-se blocos de encaixe que formam duas torres: uma de blocos amarelos com peças agrupadas duas a duas e uma de peças vermelhas cujas peças estão agrupadas três a três. Todas as peças estão firmemente coladas e não podem ser separadas. Procede-se a entrevista perguntando se é possível construir duas torres de mesma altura utilizando em uma os blocos amarelos e noutra os blocos vermelhos. Pede-se que o entrevistado monte as duas torres. Pergunta-se: que relação tem o número seis com os conjuntos; se seria possível fazer torres mais altas, se fosse, quantas peças seriam necessárias; que fração da torre representa um conjunto dos blocos amarelos e um dos blocos vermelhos. Em seguida, por meio do Método Clínico, explora-se o pensamento do sujeito em busca da significação que elabora. A pergunta que norteia o interrogatório é qual a fração de uma torre correspondente à soma de um conjunto amarelo com um conjunto vermelho. Além disso, retomam-se os primeiros blocos usados e compara-se a solução pelo algoritmo e o material. Pede-se para que o sujeito mostre os procedimentos de resolução dos cálculos nos blocos.

Para a última foto, apresenta-se uma pequena variação da situação inicial. Utilizam-se duas torres de doze peças, uma com blocos agrupados de três em três e outra com blocos de quatro em quatro. Pergunta-se: que fração representa um conjunto de cada torre; com quantas peças as torres ficaram do mesmo tamanho e como se chegou a tal resultado; se seria possível fazer a soma de um pedaço de uma torre com um pedaço da outra torre, se sim, que se descreva o cálculo.

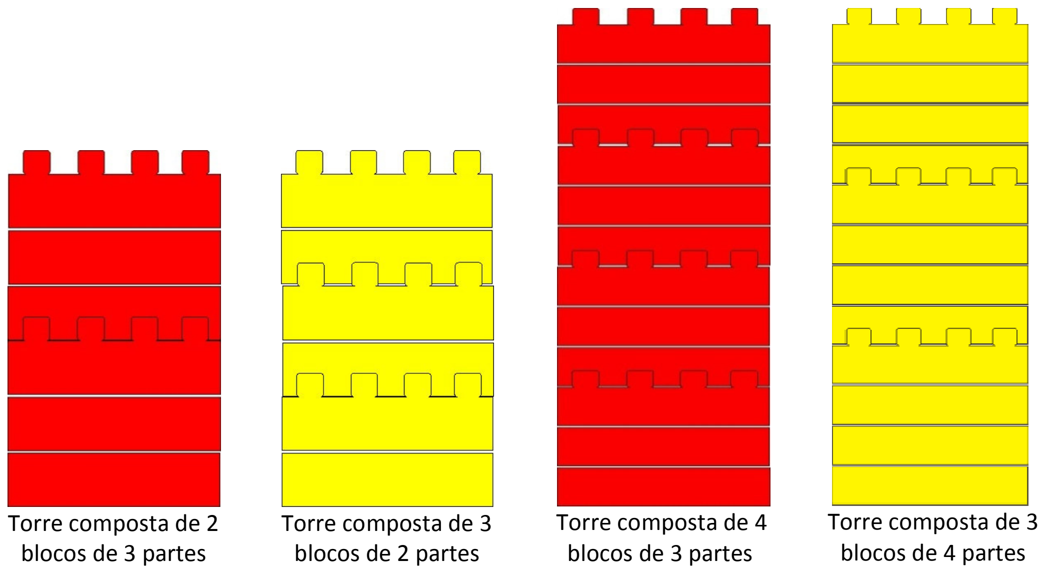


Figura 3- Ilustração do material utilizado na prova das frações

Participaram da pesquisa vinte e nove sujeitos que atenderam às seguintes características: ter completado com sucesso a série escolar na qual são ensinadas as frações, ter mais de dezoito anos, estar cursando ou ter concluído o Ensino Superior, disponibilidade para participar do estudo e assinar o consentimento informado.

2.2 Análise da Prova

O objetivo desta seção é descrever e avaliar os problemas oriundos dos materiais e dos conteúdos em discussão. Trata-se de uma análise do grau de dificuldade e complexidade da tarefa a ser realizada. Nos modelos de significação abordados mais adiante o enfoque está na interação entre o sujeito e o objeto. Neste espaço procuraremos discutir o ponto de vista do objeto e da organização que ele demanda do sujeito.

A tarefa que propomos apresenta dificuldades bastante específicas. Primeiramente, estamos muito mais acostumados a trabalhar no dia-a-dia com números inteiros. Na maioria das vezes, a demanda de problemas que envolvem números fracionários dificulta um pensamento que está acostumado a pensar as situações de outra maneira. Além disso, as frações apresentam inúmeros fatores complicadores do seu entendimento. Diversos autores (PIAGET, 1921, LIMA, 1986; CARRAHER & SCHLIEMANN, 1992, MACIEL E CÂMARA, 2007) afirmaram que é preciso compreender:

- a experiência de uma totalidade que é divisível, isto é, um todo que é simultaneamente um único elemento, mas composto de partes.

- a igualdade das partes

- o esgotamento do todo, ou seja, a fração com a qual trabalhamos possui uma complementar cuja soma é 1.

- a relação entre o número de partes e o número de divisões.

- a invariância, isto é, o princípio de que a soma das partes é igual ao todo.

Além dessas características típicas do número fracionário, a prova utilizada apresenta certo grau de novidade, já que as circunstâncias do cotidiano e as técnicas de ensino dificilmente se aproximam da atividade proposta. De fato, a situação que escolhemos é uma tentativa de, através dos materiais concretos, representar o cálculo utilizado para somar duas frações. Todavia, não se trata de uma adaptação pura e simples. As operações de multiplicação e divisão que são utilizadas internamente no algoritmo de resolução não são, na verdade, passíveis de serem representadas na concretude. Elas são uma decorrência de aspectos inferenciais do pensamento durante a manipulação dos materiais. A construção dessas inferências demanda determinado grau de organização das significações, o que torna a tarefa um tanto quanto difícil.

O modo como organizamos a sessão pode apresentar alguns obstáculos ao pensamento do sujeito. A todo momento é preciso voltar à totalidade, dar-se conta do que é parte e ainda estabelecer a relação entre parte e todo. Ao iniciar a entrevista são realizadas diversas perguntas para verificar se o sujeito compreende o que é o mínimo múltiplo comum. As questões exigem que se realizem certas antecipações dos acontecimentos e se trabalhe situações hipotéticas, como é o caso de se fazer torres indefinidamente maiores e de mesma altura.

O próprio material traz algumas características que ora dificultam ora facilitam o raciocínio. Cada torre é composta de seis peças iguais, mas distribuídas em conjuntos diferentes. Os conjuntos das torres vermelhas e amarelas servem para mostrar que duas frações diferentes podem ter um múltiplo comum. Assim sendo, foi necessário que os conjuntos fossem constituídos de peças, já que isso permite o estabelecimento de uma unidade comum a ambas as torres. O fato de haver dois tipos de divisão pode ser um fator complicador, pois é importante observar se a pergunta refere-se à torre, dividida em conjuntos, ou a um único conjunto, dividido em peças. Se, para um sujeito, organizar a divisão simultânea em conjuntos e peças facilita a verificação das frações respectivas e do múltiplo comum, para outros, pode ser uma característica que confunde a identificação da fração e o estabelecimento de uma relação parte/todo.

Para compreender a relação fracionária de uma parte é necessário, antes de tudo, conservar o todo. Durante a sessão retiramos um dos conjuntos da torre e perguntamos qual a fração correspondente. Na verdade, ao realizarmos esse procedimento estamos desconstruindo o todo, pois a torre deixa de existir na concretude. Caso não haja conservação do todo, a parte passa a ser considerada como a referência e os elementos que a compõem são considerados como uma fração desse novo referente. Em outras palavras, não há o estabelecimento de uma relação correta da parte com o todo que ela constituía. Neste caso, o sujeito atribui uma totalidade à própria parte e passa a procurar frações nas subpartes daquele elemento.

A relação parte/todo que se estabelece durante o cálculo com frações pode ser compreendida e interpretada tendo por base a estrutura de classificação, típica dos agrupamentos do período operatório-concreto (PIAGET, 1941, 1955). Na lógica das classes, tendo uma classe geral C (torre vermelha) que representa a totalidade, têm-se como frações do todo as classes B_1 (um conjunto correspondente a ½) e B_2 (sendo o outro conjunto correspondente a ½). Por sua vez, as classes B_1 e B_2 possuem elementos que as compõem (peças que constituem os conjuntos) que chamaremos de subclasses A_1, A_2 e A_3, etc.

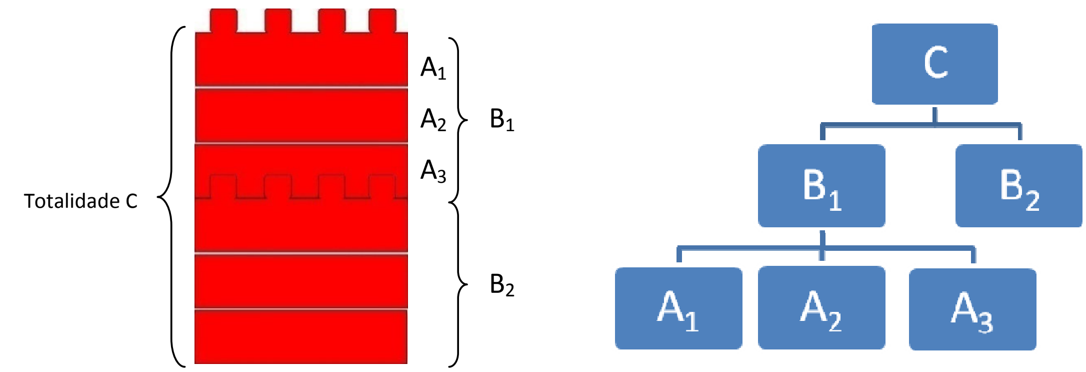


Figura 4 – Lógica das classes para a torre vermelha

Para o caso da torre amarela, a organização hierárquica é idêntica, mudando apenas a posição de alguns elementos. Pode-se encontrar uma totalidade C’ (torre amarela) composta de três partes B_1’, B_2’ e B_3’, cada uma correspondente a ⅓ do todo. Além disso, cada uma dessas partes ainda é composta por 2 elementos A’.

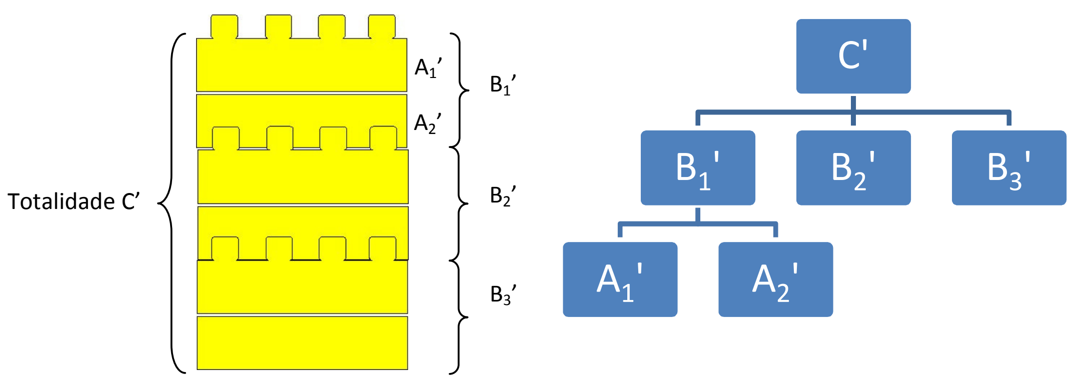


Figura 5 – Lógica das classes para a torre amarela

A própria estrutura de classificação das torres amarela e vermelha já demanda certa organização do pensamento. Não obstante, essas torres confundem-se no momento em que propomos a soma de um conjunto vermelho com outro amarelo. Os conjuntos amarelo (B_1’) e vermelho (B_1) representam frações diferentes das torres (C e C’). Quando propomos o cálculo é preciso que se realize uma série de inferências e operações mentais para compreender a situação. Em primeiro lugar, é preciso voltar às torres (todo) e compará-las a fim de constatar sua igualdade. Depois disso, é necessário perceber que os conjuntos (subclasse B) não representam divisões iguais do todo e por isso não podem ser somados diretamente. Procura-se, então, por uma unidade comum de divisão, que são as peças (subclasse A). Quando se contam as peças resultantes da soma de um conjunto amarelo com um conjunto vermelho é preciso, ainda, notar que a divisão mudou. Não se trata mais de uma torre dividida em 2 ou 3 conjuntos (subclasse B), mas de uma torre (C ou C’) dividida em 6 peças.

O pensamento precisa a todo instante conservar o todo e relativizar os elementos em jogo, ora em conjuntos divididos em 2 ou 3, ora em peças divididas em 6. Acreditamos que essas singularidades do material e das conseqüentes particularidades do interrogatório podem constituir um fator complicador da organização do pensamento. Além disso, quando perguntamos sobre as frações correspondentes e o resultado da soma, exige-se que o sujeito realize as operações que descrevemos e ainda signifique toda a situação proposta a fim de estabelecer múltiplas e simultâneas relações. Esses diferentes aspectos determinam um certo grau de complexidade à tarefa que, aliada à condição de novidade, pode demandar maior organização dos modos de significar a situação.

Observemos, agora, como as condutas se organizam em diferentes modelos de significação em função das interferências dos conteúdos que acabamos de listar:

2.3 Primeiro Modelo de Significação: o esquema do número inteiro

Nessa categoria foram encontrados 12 sujeitos (com variações de idades entre 19 e 34 anos) que não conseguiram resolver um cálculo com dois números fracionários e mostraram não compreender as relações parte/todo durante a atividade experimental. Tampouco viram relação entre o cálculo e a tarefa proposta. Estes sujeitos assemelham-se àquelas crianças que sabem dizer a seqüência de números como um enunciado dos nomes, mas não têm muita noção de sua quantificação.

Um caso é suficiente para ilustrar essa situação:

(PAT, 24 anos, estudante de Letras) **Primeira foto**: -Podes resolver este cálculo aqui? -*Sim,* $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$. -Tu achas que é possível montar uma torre utilizando somente essas peças vermelhas que seja igual a outra torre utilizando somente peças amarelas? -*Acho que não.* -Tu podes tentar montar essas duas torres? -*Sim...*[15] *ah, deu certo.* -Quantos conjuntos tu utilizaste de peças amarelas e quantos de peças vermelhas? -*Três amarelas e duas vermelhas.* -E se contássemos as peças separadas? -*Seis.* -Por que tu achas que as torres tornaram-se iguais quando tu utilizaste dois conjuntos de três e três conjuntos de dois? -*Porque é seis que tem nas duas.* -Tu sabes me dizer que relação tem o seis com os conjuntos de duas peças e os conjuntos de três peças? -*Não sei...deu igual porque tu pegaste seis de cada, se tu tivesses pegado quatro também daria* (!). -Se nós quiséssemos fazer novamente duas torres iguais, só que mais altas, seria possível? -*Não tem mais peças.* -E se tivéssemos, que número de peças eu precisaria para fazer isso? -*Mais seis, dividindo elas em três e três. Não sei, a mesma coisa num e noutro, daí continuava igual.* -Agora, vamos pegar essa torre dos amarelos (conjuntos com duas peças). Se eu retirar um desses conjuntos da torre, qual fração representa esse pedaço da torre? -*É três.* -E agora, vamos ver como fica na torre vermelha. Se eu retirar um desses conjuntos da torre, que fração da torre representa esse pedaço? -*Fica três terços.* -Como é que tu sabes? -*Porque ficaram três na parte que tirou e três na outra parte.*

Para começarmos a compreender o pensamento de PAT é interessante analisarmos as primeiras regulações elaboradas frente ao conteúdo novo. O sujeito apresenta dificuldade em fazer uma antecipação e hesita muito ao responder; não tem problema ao precisar o número de conjuntos e peças, mas não consegue justificar porque as torres têm a mesma altura. Na verdade, PAT não estabelece uma real

[15] Usamos o sinal gráfico "..." para ilustrar os momentos em que o entrevistado faz uma pausa ou encerra uma frase sem uma conclusão.

implicação entre as seis peças e a igualdade das torres, visto que parte apenas de uma constatação e não é capaz de justificar sua afirmação. Caso o sujeito construísse uma implicação do tipo $\mathrm{NC} \rightarrow \mathrm{I}$ (número comum implica igualdade de tamanho) então elaboraria ou procuraria elaborar uma explicação para essa relação. Quando ele simplesmente responde "porque é seis que tem nas duas", o faz em função da evidência dos fatos e não pela construção de uma significação dessa situação.

Ao observarmos com mais atenção, é possível identificar que a idéia de número inteiro é o que dirige as condutas do entrevistado. Desde o início, ao pedirmos que realizasse o cálculo no papel, o sujeito soma diretamente os numeradores e denominadores como em um cálculo de adição de número inteiro. De acordo com Piaget (1936, 1955, 1974a), a interação entre sujeito e objeto acontece em função dos esquemas e das coordenações construídos. Quando abordamos um determinado conteúdo ou problema, o fazemos através dos esquemas ou conjunto de esquemas que temos disponíveis para assimilar a situação. Muitas vezes, os esquemas não são os mais eficientes para assimilar os dados dos objetos, pois são oriundos de outras coordenações. É preciso que o sujeito exerça determinadas regulações e procure superar os problemas de adaptação que resultam em uma assimilação deformante dos conteúdos. Em resumo, o que queremos dizer é que nosso desempenho frente a um problema depende das estruturas de significação prévias que construímos. No caso de um conteúdo diferente, seu grau de novidade interfere no desempenho do sujeito, dando margem a comportamentos que lembram os das crianças.

Ao longo de nossa vida, agimos muito mais com quantidades inteiras. Isso torna mais fácil extrair, das coordenações de nossas ações, os elementos que permitem construir formas gerais de organização desse conteúdo. Supomos que, pelo fato de experimentarmos mais corriqueiramente problemas e circunstâncias com números inteiros, é mais provável que os sujeitos estejam menos habituados com os números fracionários. No caso deste primeiro modelo de significação, a familiaridade com os números inteiros leva o sujeito a encarar a problemática por este viés.

Para construir um esquema referente ao número fracionário é preciso que executemos atividades, que possamos refletir sobre problemas e situações que envolvem esse conteúdo. O caso de PAT demonstra que ele parece não ter se ocupado muito em pensar a respeito de situações com frações. Nessas condições, o esquema disponível para significar a situação é o que trabalha com números inteiros. Pudemos perceber isso por diversas vezes ao longo dessa primeira foto. Ao interrogarmos o sujeito a respeito da fração equivalente a um conjunto amarelo, ele nos responde simplesmente três. Ora, é interessante observar que ele não responde com o número de peças, pois são apenas duas. Acreditamos que ele já compreende que uma fração trata de uma divisão, enquanto ao dividirmos os conjuntos encontramos três deles, donde o número de sua resposta. De fato, o que o sujeito nos responde não é a fração relativa ao conjunto amarelo, mas o número de elementos em que se divide a torre.

Quando passamos a interrogar PAT a respeito da torre vermelha, ele vacila em suas condutas e modifica o seu tipo de resposta. Agora, o sujeito responde que um conjunto corresponde a três terços (3/3). A justificativa elaborada nos dá pistas de como ele pensa. Provavelmente, o sujeito percebe que "3" não está no formato convencional de um número fracionário, com um algarismo servindo de numerador e outro de denominador. Agora ele deixa-se guiar pela percepção e infere que a divisão realizada resultou em três peças "em cima" e outras três "embaixo". Desse lance perceptivo ele conclui que a fração é 3/3. Ainda que tenha mudado sua resposta e se aproximado um pouco mais do que é um número fracionário, o esquema pelo qual o sujeito significa a idéia de fração permanece ligado ao número inteiro. Quando ele diz três terços refere-se às três peças de um conjunto sobre as três de outro. Para ele, uma fração é o resultado de uma divisão, mas o número fracionário em si é uma totalidade visto que não mantém mais relação com o todo que lhe deu origem.

O sujeito apresenta duas implicações contraditórias. Primeiramente, a fração é dada pelo número de elementos resultantes da divisão, depois, é oriunda da relação perceptiva do número de peças. Ainda que essas duas respostas tenham diferentes elementos, percebe-se que o dado comum é uma atribuição de um número inteiro à fração. A lógica interna do modelo de significação ainda não é muito forte, pois suas conexões permitem a existência de duas afirmações conflitantes. Podemos melhor observar a organização desse modelo no decorrer da entrevista.

-Vamos retomar esta torre aqui (amarela). -Teve um colega teu que disse que 1 conjunto dessa torre amarela era 1 pedaço dos 3 existentes. Tu achas que ele pode estar certo? *-Sim, é claro.* -Então ele, disse que a fração era ⅓. Será que ele está certo? *-Não, tu tens 1 parte de 3, mas o que te resulta aqui são 2 peças, então dá 2 o resultado da fração existente. É bem isso, porque tu tens uma fração, um pedaço do todo, e esse pedaço dá 2 peças.* -Mas esse colega disse que achava que um conjunto da torre vermelha representa a metade da torre, será que ele está errado? *-Não, é metade mesmo e metade dá 3 peças então essa fração da torre dá 3.* -Tu sabes me dizer que fração corresponde à metade? *-Eu acho que é ½*. -Então que fração de uma torre toda corresponde um conjunto desses (o entrevistador pega na mão um conjunto da torre vermelha)? *-3*. -Mas tu não me disseste que é metade? *-Sim, é metade, mas a fração é 3 porque da metade eu vou tirar a fração que dá 3*. -Agora vamos voltar à tentativa de somar um conjunto vermelho mais um amarelo. Quanto tu achas que dá o resultado? *-Dá 5.* -Como é que tu sabes? *-Porque eu tenho 5 peças aqui. É só olhar e ver.* -E quantas partes do todo tu tens? *-Eu tenho 5*. -Quantas partes tu tens em cada torre? *-6.* -Mas uma fração é sempre uma divisão, tu tens ½ ou ⅓, por exemplo. Como ficam esses conjuntos? *-Ah...*(Pára e pensa). *Assim para escrever eu não sei.*

Ao acompanhar o raciocínio de PAT é possível evidenciar como ele se prende à idéia de totalidades inteiras. Agora as "frações" correspondentes estão mudando. Antes, um conjunto da torre amarela era equivalente a três (número de elementos resultantes da divisão), mas passa a ser dois em função do número de peças. A partir de então a idéia do número de peças como o valor correspondente em fração domina o modelo de significação. Engraçado que ele compreende que um conjunto vermelho é o equivalente à metade da torre. Igualmente, sabe dizer que a fração correspondente à metade é ½, mas não avança daí. Diante das contra-sugestões, ele não se sente desequilibrado e mantém suas inferências. As explicações que formula passam, com o desenrolar da entrevista, a ter maior coerência entre si – ainda que incorretas. Todos os valores anunciados às frações são resultantes do número de peças, de maneira que uma fração é sempre entendida como o produto de uma divisão, mas não como uma relação entre a parte e o todo.

Veja que o conjunto de esquemas de assimilação é bastante elementar: uma fração é uma divisão, mas ainda sem consideração da relação do todo e das partes. Quando pedimos que some um conjunto mais outro, essa hipótese de número de divisões dos conjuntos não é mais possível. Tem-se uma nova totalidade, que é o conjunto amarelo sob o conjunto vermelho. A fração resultante, segundo ele, passa a ser cinco, ou seja, o número de peças em que essa nova totalidade está dividida. O esquema que interpreta essa fração ainda está relacionado ao número inteiro e o sujeito trata as frações como produtos de uma divisão cujo resultado é uma totalidade absoluta, sem relação parte/todo.

Na última foto, sem contra-sugestões e conflitos, o sujeito reafirma seu modo de significar a situação:

Última foto: -Tu podes me dizer nessa primeira torre (conjuntos de 4) que fração da torre vale cada conjunto? -*Um.* -E nessa outra torre (conjuntos de 3), que fração representa cada conjunto da torre? -*Um também.* -Como é que tu sabes que é um? -*A fração é sempre um porque tu estás pegando sempre um pedaço.* -E se eu tiver dois conjuntos vermelhos? -*Dá 2.* -Com quantas peças as torres ficaram com o mesmo tamanho? -*12.* -Por que 12? -*Porque tem 12 em cada um.* -Como é que tu sabes? -*Porque eu contei.* -Tu saberias me dizer por que as torres ficam iguais com 12 peças e não com 10, por exemplo? -*Porque tu pegaste mais que 10.* -Daria para fazer com dez? -*Tem de pegar menos.* -Podes fazer? (Tenta, mas não consegue). E se eu tivesse que somar esse pedaço desta torre ($\frac{1}{3}$) com um pedaço daquela torre ($\frac{1}{4}$) para saber o quanto de uma torre eu tenho, como eu poderia fazer? Tu consegues montar um cálculo aqui no papel para me mostrar isso? *4+3 =7.*

No começo da sessão o sujeito vacila em seus comportamentos e apresenta certo conflito interno em seu processo de significação, mas, após a atividade desenvolvida durante a aplicação da prova, ele estabelece uma conduta única e determina seus juízos em prol de uma única relação – a fração é o resultado da divisão. Pode-se perceber que o modelo de significação é restrito a um esquema relativo ao número inteiro. Ele interpreta os conteúdos de maneira deformada e persiste nessa deformação nas variações da prova. Quando apresentamos as contra-sugestões, elas não incomodam o entrevistado, pois ele não possui uma estrutura de significação capaz de assimilá-las a seus juízos anteriores como um possível conflito. Na última foto fizemos uma pequena modificação que consistiu em indagar o entrevistado a respeito da fração da torre referente a dois conjuntos de 4 peças. Ele identifica que a fração é “2”. Aqui, a resposta não foi 8, o número de peças, mas a quantidade de conjuntos. O sujeito está preso às totalidades que surgem em função da divisão que consegue empreender, ou seja, continua a significação de que uma fração é uma divisão cujo resultado é uma totalidade absoluta.

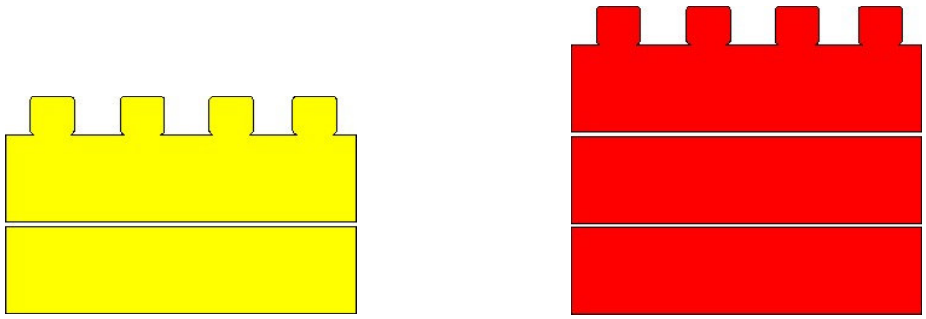
2.4 Segundo Modelo de Significação: erros de agrupamento

Trata-se de sujeitos que agem sobre o problema, aparentemente, de maneira pré-operatória. No estudo empreendido foram encontrados sete casos, com idades de 19, 20, 20, 24, 25, 29 e 30 anos, que se valem desse modelo de significação. Agem baseados na percepção e sustentados por um pensamento intuitivo que ainda não coordena e conserva operações mais complexas. Esses sujeitos julgam um bloco formado por três partes, correspondente à metade de uma das torres trabalhadas, equivalente a ⅓ da torre e, igualmente, um bloco composto de duas partes como ½ da torre, embora corresponda a ⅓.

Um dos sujeitos que elabora esse modelo de significação procede da seguinte maneira:

(LAR, 20 anos, estudante de História) -Podes resolver este cálculo aqui? -*Sim,* $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$. -Tu achas que é possível montar uma torre utilizando somente essas peças vermelhas que seja igual à outra torre utilizando somente peças amarelas? -*Sim.* -Tu podes tentar montar essas duas torres? -*Sim.* -Quantos conjuntos tu utilizaste de peças amarelas e quantos de peças vermelhas? -*3 amarelas e 2 vermelhas.* -E se contássemos as peças separadas? -*6 de uma e 6 de outra.* -Por que tu achas que as torres tornaram-se iguais quando tu utilizaste 2 conjuntos de 3 e 3 conjuntos de 2? -*6 peças é o que forma uma torre, se tu tivesses só um desses vermelhos de 3 não seria uma torre, aí quando tu colocas mais 1 fica uma torre e já dá 6.* -Tu sabes me dizer que relação tem o 6 com os conjuntos de duas peças e os conjuntos de três peças? -*É o que tu tens de ter para ter uma torre.* -Se nós quiséssemos fazer novamente duas torres iguais, só que mais altas, seria possível? -*Sim.* -Que número de peças eu precisaria para fazer isso? -*Pelo menos o dobro. Tu tens muito pouquinhas.* -Agora, vamos pegar essa torre dos amarelos (conjuntos com duas peças que equivalem a ⅓). Se eu retirar um desses conjuntos da torre, qual fração representa esse pedaço da torre? -*½.* -E agora, vamos ver como fica na torre vermelha. Se eu retirar um desses conjuntos da torre, que fração da torre representa esse pedaço? -⅓. Como é que tu sabes? -*Porque tem um pedaço dividido em três partes.*

Pode-se observar que o sujeito apresenta maior antecipação, está mais seguro de suas respostas e se articula melhor em suas justificativas. Ainda não elabora uma explicação mais complexa a respeito da igualdade das torres com seis peças, mas já supera, em parte, um caráter meramente descritivo. As frações ainda não estão elaboradas em função da totalidade (a torre), mas já apresentam uma relação parte/todo. Quando interrogamos a respeito da fração correspondente a um conjunto amarelo, ele nos responde ½. Para chegar nessa resposta, a totalidade inicial é esquecida e se considera um novo todo, que é o próprio conjunto. Ao tratar o conjunto como uma nova totalidade, cada um dos seus elementos, então, corresponde a uma fração de ½. É verdade que o sujeito ainda não conserva o todo inicial, mas evolui, em comparação ao modelo anterior, ao significar a fração como uma parte de um todo.



Conjunto formado de duas peças que corresponde a um terço de uma torre de seis peças.

Conjunto formado de três peças que corresponde a um meio de uma torre de seis peças.

Figura 6 – Blocos particionados utilizados no experimento

Ao analisarmos o problema do ponto de vista lógico-matemático, podemos recorrer a uma estrutura de classificação para interpretá-lo melhor. Tendo uma totalidade C (a torre vermelha) dividida em dois conjuntos B_1 e B_2, cada um destes possui subdivisões, seja A_1 e A_2 para B_1 e A_3 e A_4 para B_2. Durante a entrevista perguntamos ao sujeito que fração de C corresponde B_1. Para que possa responder adequadamente é preciso que o sujeito conserve a totalidade C e, simultaneamente, considere o outro subconjunto B_2 como parte complementar para a formação do todo. Entretanto, LAR descarta esses outros elementos e passa a pensar somente a partir do conjunto B_1 sobre o qual estamos perguntando. Isso equivale a dizer que o entrevistado não conserva ainda a classe C como formada por B_1+B_2 e nem B_1 como resultado de $C – B_2$. O problema não é compreender que uma fração é uma parte do todo, mas, o sujeito opera com a parte sem conservar o todo e por isso não a relativiza, atribuindo-lhe uma dimensão nova, não mais de uma parte, mas de um "novo" todo. Assim sendo, a totalidade agora passa a ser B_1 e suas partes são A_1 e A_2. Cada um dos elementos A correspondem então a ½ da totalidade considerada, dando margem à resposta do sujeito.

Respostas desse tipo são um tanto quanto comuns em crianças pequenas, cuja estrutura lógico-matemática é pré-operatória e que, por isso, não apresentam ainda a capacidade de classificar. Os pequenos confundem-se quando perguntamos se em um buquê com seis margaridas e cinco rosas temos mais margaridas ou mais flores (PIAGET & SZEMINSKA, 1941). É muito difícil acreditar que adultos escolarizados não apresentem uma estrutura tão elementar quanto a classificação. A hipótese que sustentamos é que esse comportamento, aparentemente infantil, deve-se a coordenações próprias dos objetos e dos graus de novidade e complexidade apresentados. Acreditamos que os esquemas mobilizados ainda não estão muito adaptados às exigências da situação e o sujeito responde sem muita condição de mobilidade em seu raciocínio. No caso específico desse experimento, é preciso considerar que o material apresenta a divisão em conjuntos e em peças, o que pode dificultar o trabalho de um pensamento que não seja muito organizado. É preciso sempre voltar ao todo, ainda que se esteja pensando a respeito de uma parte. Dificilmente, as frações são tratadas da maneira que propomos e isso demanda novas coordenações frente aos problemas colocados. Podemos observar que esse modelo de significação desencadeia regulações interessantes no decorrer da sessão:

-E se eu tivesse que somar um conjunto amarelo com um conjunto vermelho, que fração de uma torre eles representam? -*Dá um meio mais um terço. Vai dar mais um meio do total das duas torres.* -Quanto? *Mais um meio do total das duas torres.* -Como é que tu sabes disso? -*É que essa amarela é um meio e se eu somar mais essa vai dar...Não está certo. Dá mais que um meio.* -E quanto dá então a soma de uma mais outra? -*É ½ mais ⅓. Dá mais do que a metade. Dá uma torre inteira.* -Como é que tu sabes disso? -*Porque se eu pegar um pedaço dessa torre (a vermelha) que já é metade e somar com outra dessa (amarela) já dá uma torre inteira e se tu olhares bem fica uma outra torre. É uma torre inteira ...eu acho.* -Teve um colega teu que me disse que esse conjunto amarelo correspondia a ⅓ da torre. Tu achas que ele pode estar certo? -*Não, porque ⅓ é o vermelho.* -Mas ele me disse que era no amarelo que a torre estava dividida em 3 partes e que pegando uma dessas partes dava ⅓. Será que ele está errado? -*Não é que ele esteja errado. Isso é verdade, mas quando eu pego um dos pedaços aí eu tenho que olhar para ver com quantas peças ficou.* -E se eu colocar um conjunto aqui sobre o outro e pedir para tu comparares com a uma torre toda que tu tinhas, o que tu podes me dizer? -*Dá dois quintos (⅖).* -Como é que tu chegaste a esse resultado? -*Porque eu somei as duas partes. Tem 2 conjuntos de 5 peças.* -Tu podes me mostrar o cálculo no papel? -*Claro. ,* $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$ *. -É assim que resolve o problema.*

O sujeito é capaz de formular corretamente o cálculo da soma de um conjunto amarelo mais um vermelho ($\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$), mas o faz considerando cada um dos elementos ao inverso. Quando precisa chegar a um resultado dessa soma, a confusão aparece. Ele acredita primeiro que tem ½, mas depois crê que tem mais do que isso, chegando, então, a concluir que tem uma totalidade nova e por isso uma torre inteira. Veja que ele conclui que ao somar um conjunto vermelho "que já é metade" para somar com outro amarelo, que anteriormente afirmou ser ½, tem-se uma torre inteira. As inferências construídas confundem o próprio raciocínio e os comportamentos oscilam em função de uma inadaptação dos esquemas ao problema. O sujeito trata a problemática ainda como se cada subtotalidade fosse um valor absoluto; como se, ao desconstruirmos o todo, ele não pudesse mais ser considerado.

Diante das contra-sugestões ele mantém certa coerência entre seus julgamentos e sustenta uma explicação. Percebe-se que, ao retirarmos os dois conjuntos de suas torres de origem, o sujeito sente maior dificuldade para identificar o todo, pois as torres só podem ser reconstruídas mentalmente. Quando colocamos um conjunto amarelo sobre o vermelho, para que o sujeito diga a fração equivalente a uma torre inteira, então provocamos um possível conflito. Sugerimos que a totalidade não pode ser mais a nova torre construída, mas que precisa, necessariamente, ser comparada com a torre original. O sujeito agora se confunde mais um pouco e oscila para uma inferência baseada na percepção. Ele acredita que a nova fração corresponde a ⅖ de uma torre. O numerador 2 é tirado da quantidade de conjuntos e o denominador 5 do número de peças. O esquema de assimilação empregado para o número fracionário já envolve uma relação parte/todo, mas encontra dificuldade na volta para o todo. Ora, ao dizer ⅖ ele considera uma relação parte/todo que ainda se encontra unicamente na nova torre (número de conjuntos/número de peças) sem retorno à torre de origem. Na última foto, essa característica continua a predominar.

Última foto: -Tu podes me dizer nessa primeira torre (conjuntos de 4 que equivalem a ⅓) que fração da torre vale cada pedaço? -*¼*. -E nessa outra torre (conjuntos de 3 que representam ¼)?- *⅓*. -Com quantas peças as torres ficaram com o mesmo tamanho? -*12*. -Por que 12? -*Porque é a mesma coisa de peças, mas não de conjuntos.* -Como é que tu sabes? -*Porque está colado, não tem como fazer 12 e 12 com peças diferentes.* -Tu saberias me dizer por que as torres ficam iguais com 12 peças e não com 10, por exemplo? -*Porque é com o 12 que dá certo, com 10 não pode dar.* -E se eu tivesse que somar esse pedaço desta torre (⅓) com um pedaço daquela torre (¼), como eu poderia fazer? Tu consegues montar um cálculo aqui no papel para me mostrar isso? -*Deixa eu ver... É só somar* (pega a caneta e escreve*). Dá 2/7.* -E nas peças? -*É aqui: tu tens 2 conjuntos em 7 peças.*

O sujeito hesita em suas respostas. Ora a fração é resultado do número de peças em relação ao conjunto, ora é o número de conjuntos sobre o número de peças. Interessante que a lógica interna desse modelo de significação não permite ao sujeito perceber os conflitos entre os diferentes juízos emitidos. Os esquemas que atuam na resolução do problema, provavelmente, não são muito apropriados e, frente às inadaptações que surgem com a introdução do novo conteúdo, não organizam um sistema de conjunto capaz de tomar consciência das contradições. Em comum, os resultados apresentam a mesma organização ao considerar as relações parte/todo a partir do novo elemento resultante da divisão. As totalidades originais são desconsideradas e o sujeito passa a trabalhar apenas com o novo elemento. Acreditamos que as propriedades específicas desse material corroborem para esse comportamento e indiquem dificuldades de coordenação do sujeito frente à novidade do objeto.

2.5 Terceiro Modelo de Significação: processos alternativos de pensamento

Aqui estão sujeitos que não realizam o cálculo através do algoritmo ensinado pela escola, mas, ao enfrentar os problemas da atividade experimental, desenvolvem processos alternativos de pensamento. Foram encontrados seis sujeitos (20, 24, 29, 29, 30 e 32 anos) que apresentam características correspondentes a esse modelo de significação. Nestes casos, o sujeito resiste ao problema proposto e o modifica. Os esquemas disponíveis para interpretar a situação não são muito adequados, mas, diferentemente dos outros modelos, o sujeito procura não utilizá-los. A alternativa, então, é mudar o problema de acordo com os esquemas disponíveis. É o que acontece com quem não compreende que metade da torre corresponde a um meio do todo, mas que se trata de 50% do material. Igualmente, um terço é tratado como 33,33%. O sujeito opera mentalmente em termos de porcentagem e consegue êxito na atividade experimental. Todavia, quando é perguntado se há relação entre o cálculo de frações e a atividade, é capaz de esboçar algumas relações simples, mas retorna ao modelo de significação do percentual e não consegue demonstrar qualquer cálculo com números fracionários no material. Encontram-se neste quadro, também, os sujeitos que expressam a quantia correspondente a ½ como "tem-se a metade do todo" e ⅓ como "menos da metade" ou, ainda, os que fazem representações gráficas, mas que em ambos os casos ainda não conseguem elaborar um número fracionário para representar o que dizem. Acompanhemos um caso em suas minúcias:

(KAY, 24 anos, estudante de Pedagogia): -Esse experimento que eu estou fazendo é para ver como os sujeitos compreendem as idéias de frações. *-Nossa...Faz muito tempo que eu estudei isso.* -A primeira coisa que eu vou pedir para tu fazeres é um cálculo então. Depois nós vamos trabalhar algumas coisas aqui nos materiais para ver que comparações tu podes fazer. *-Se eu lembrar ainda como faz...*(Risos). -Então vou pedir para tu fazeres esses cálculos aqui nesta folha e que tu possas ir me dizendo o que tu estás fazendo? (Pára diante da folha e pensa aparentando não saber muito o que fazer). *-Gente, eu sou tão zero à esquerda em fração...Eu sei que nós temos de colocar num denominador comum e que na verdade isso aqui* (aponta para a fração ½) *é a metade de algo e que isto aqui* (aponta para a fração ⅓) *é um terço. Se pegar uma barrinha e cortar em 3 você tem 1 pedacinho e aqui* (aponta para ½) *tem um pouquinho a mais. Tem a barrinha inteira cortada na metade, um pouquinho mais de ⅓.* (Pára e pensa novamente sobre o cálculo). *Na verdade, sinceramente, eu lembro que a gente deve colocar num denominador comum para depois somar os numeradores, mas matematicamente eu não conseguiria fazer. Eu pensaria em 50%. Eu pensaria em porcentagem.* -Se tu pensares em porcentagem tu conseguirias resolver? *-Por que aqui* (½) *daria 50%. Aqui, um terço de 100 dá mais ou menos 33,33%. Será que está certo se eu somar um mais ou outro?* O que tu achas? *Pode ser que sim. Daria um pouco mais de 80%.* -Você pode voltar a transformar 80% em fração? *-Daria mais ou menos uns ¾ . Não. Não sei.* -Tu disseste antes que conseguirias fazer os desenhos com barrinhas. Tu consegues fazer? *-Eu tenho de desenhar 2 barrinhas iguais* (Desenha um retângulo, divide em 3 partes e pinta uma delas. Desenha outro retângulo, divide em 2 partes e pinta uma delas)*. Na verdade, você está pedindo para eu somar isso* (um pedaço da barra dividida em 3) *mais* isso (um pedaço da barra dividida em 2). –Então, você não lembra,mesmo, como resolver o cálculo? *-Não, não lembro mesmo.*

KAY não se lembra do algoritmo, mas compreende o que é uma fração. Ele procura representá-las, muito possivelmente, através de técnicas que aprendeu na escola, visto que o método de desenhar retângulos e dividi-los é um procedimento bastante comum em sala de aula. Além disso, o sujeito tem certas lembranças não muito organizadas a respeito do cálculo. Lembra que tem um denominador comum, mas não sabe como atingi-lo. Observa-se, ainda, que KAY sente-se desconfortável ao trabalhar com os números fracionários. Ele procura relacioná-los a outras formas de representação, tais como o desenho gráfico e a forma de percentual. Particularmente, o percentual é um modo interessante de abordar o problema, pois permite que se possa realizar um cálculo, responder de maneira relativamente correta e ainda operar com números inteiros.

Na verdade, o sujeito reorganiza o problema em função da sua maneira particular de ver as coisas. Os esquemas de assimilação não estão preparados para responder às necessidades do novo problema. O caráter geral da novidade dificulta a assimilação. Habilmente, o sujeito não mobiliza diretamente seus esquemas para interpretar o problema, mas faz o inverso: procura reorganizar o problema em função de seus esquemas. Mesmo que não lembre o cálculo, que evite trabalhar com frações, poderemos ver que o sujeito tem um desempenho bastante competente ao confrontar-se com o problema na continuação da sessão.

-Tem como a gente fazer uma torre usando esses conjuntos amarelos que seja igual a outra torre usando os conjuntos vermelhos? (Monta imediatamente) Como é que tu sabes que são iguais? *-Porque na verdade eu somei os subpedacinhos.* -O que são os subpedacinhos? *-É que você falou que tinha coladas em 2 e coladas em 3* -Quantos conjuntos de peças amarelas tu utilizaste? *-3.* -E quantos conjuntos de peças vermelhas? *-2.* -Que fração da torre representa um conjunto desses (Retira-se um conjunto da torre vermelha)? *-A metade ou 50%, que é a mesma coisa.* -E dessa torre amarela? Que fração da torre representa um conjunto? (Retira-se um conjunto da torre amarela) *-Tu tens 33%, menos da metade.* -Se eu tivesse mais peças vermelhas em conjuntos de 3 e mais peças amarelas em conjuntos de 2, seria possível fazer torres mais altas só que do mesmo tamanho? *-Teria. Se você tivesse esse mesmo número.* -Com quantas peças? *-Eu teria de ter 6. Nesse caso* (torre vermelha com conjuntos de 3 peças) *seriam 2 conjuntos e nesse outro* (torre amarela com conjuntos de 2 peças) *seriam 3 conjuntos. Na verdade o denominador é 6. Você vai colocando de 6 em 6 peças e só aí que você vai encontrar que os conjuntos são iguais.* -Tu achas que agora conseguiria fazer o cálculo? (Volta para o papel e coloca o 6 como denominador comum. Pára e pensa). *-Que ódio! Eu preciso do concreto. Porque eu lembro que não pode somar direto.*

Nota-se que o sujeito antecipa as situações e é capaz de coordenar diversos elementos em suas respostas. Ele apresenta um grau de organização bastante sofisticado em seu modelo de significação. KAY não identifica os conjuntos sob a forma de frações, mas aponta corretamente para a relação que esses conjuntos têm com o todo. Diferentemente dos modelos anteriores, esse sujeito não tem problemas em estabelecer uma relação parte/todo, mas esbarra constantemente na dificuldade de trabalhar com o número fracionário. Como compreende a situação então ele procura superar esse obstáculo reposicionando o problema, respondendo, na verdade, para uma questão diferente daquela que colocamos.

O sujeito compreende que 6 é o mínimo múltiplo comum entre os conjunto de 2 e 3 peças. Ainda assim, mesmo identificando no material o denominador comum às duas frações, não é capaz de desenvolver o cálculo. Observe-se que o algoritmo não é condição indispensável para significar o problema. O sujeito responde corretamente a todas as perguntas e, inclusive, é capaz de somar um conjunto com o outro. Ele articula a relação parte/todo e as coordena na manipulação física. Quando começamos a contrapô-lo e a apresentar contra-sugestões, ele desenvolve regulações bastante interessantes:

-Que fração da torre vermelha tu me disseste que é um conjunto?-*Olha, eu não sei dizer que fração exata, mas é a metade.* -E da torre amarela? -*É menos da metade porque se tu comparares um conjunto vermelho com um amarelo tu podes ver que é menor. Dá 33%* -E se eu tivesse que somar um conjunto amarelo com um conjunto vermelho, que fração da torre eles representam somados? -*Dá 83%, quase um inteiro.* -Em um conjunto amarelo, quantas peças eu tenho? -*Tens 2*. -Do total de quantas? -*De 6.* -E que fração é essa, então? *–Olha, é um conjunto dos 3 que tem, talvez fosse três meios* (3/2)*, mas não tenho certeza se é assim que se escreve a fração*. -Teve um sujeito que disse que um conjunto amarelo corresponde a ½ porque tu tens o conjunto dividido em 2 partes. Tu achas que ele pode estar certo? -*Não, porque não me interessa saber aqui as divisões dos conjuntos, mas a divisão da torre e a torre está dividida em 3.* -E se a torre está dividida em 3, quantas partes de 3 tu tens? -*Uma. Dá 1 sobre 3 a fração, eu acho*. -E a fração de um conjunto vermelho? -*Pensando nessa linha de raciocínio seria 1 sobre 2 porque eu tenho 1 conjunto de um todo dividido em 2.* -E se eu tivesse que somar um conjunto amarelo com um conjunto vermelho, que fração de uma torre eles representam? -*Seria 5 em 2. Não, daí eu teria de mudar. Não dá mais para contar os conjuntos, teria de dizer que eu tenho 5 de 6. Isso, 5 de 6, agora eu cheguei na soma.(*Coloca um conjunto sobre o outro). *Porque na verdade aqui* (pega o conjunto amarelo) *tu tens 2 peças de 6 e aqui* (pega um conjunto vermelho) *tu tens 3 de 6. 2 de 6 mais 3 de 6 dá 5 de 6.*

Pode-se perceber que, inicialmente, o sujeito continua resistindo a trabalhar com o número fracionário, mas organiza-se bem frente às contra-sugestões. Quando propomos uma afirmação incorreta (um conjunto amarelo equivalente a ½), ele responde de imediato que isso não está certo porque o todo é sempre a torre. À medida que vamos interrogando, ele vai supondo as frações e chega mesmo a elaborar uma fórmula quando diz: "Pensando nessa linha de raciocínio seria 1 sobre 2 porque eu tenho 1 conjunto de um todo dividido em 2". Ora, aqui podemos especular que o sujeito está reorganizando seus esquemas em função do raciocínio que exerce no próprio momento da sessão. Ele chega a uma forma bem geral, que é conceber a fração como sendo o número de partes consideradas (um conjunto) em relação ao número total de partes existentes (dois conjuntos). Ao propormos a soma, KAY chega à resposta correta de 5/6, mas mais interessante é o modo como ele chega. Na verdade, ao acompanharmos o raciocínio do sujeito, pode-se perceber que ele não soma ½ mais ⅓ e sim os múltiplos 3/6 e 2/6 dessas mesmas frações. Ele faz isso porque é, provavelmente, mais simples observar o número de peças em cada conjunto de maneira comum. Na própria construção da fala podemos observar que o sujeito não diz "um meio" ou "três sextos", mas "três de seis" ou "cinco de seis". Diferente dos modelos anteriores, ele não se esquece nunca do todo como um referente. Todavia, ainda procura mudar a posição do problema para respondê-lo, mesmo que tenha efetuado certas regulações ao longo da entrevista e que se aproxime um pouco mais de uma explicação organizada de suas condutas. Em resumo, podemos observar a todo o momento que o sujeito está rearranjando a situação para que possa respondê-la de uma maneira que considere mais confortável.

-E este dois aqui (aponta o denominador da fração ½). Onde nós podemos encontrá-lo representado no material concreto? -*Seria essa peça* (um dos conjuntos da torre vermelha)*. Seria essa peça do total dela* (Faz sinal com a mão para indicar toda a torre vermelha). -E esse 1 (aponta para o numerador da fração ½)? -*Ah não, esse 2 são essas duas peças* (indica com a mão os dois conjuntos da torre vermelha). -*Essa uma* (um dos conjuntos da torre vermelha) *é uma qualquer que eu peguei.*-E esse 1 (aponta para o numerador da fração ½) ? -*É isso que eu peguei* (1 conjunto vermelho*). Desse total é 1 dessas* (um dos conjuntos). -E esse 3 (aponta para o numerador da fração ⅓)? -*São essas 3* (indica com o dedo os 3 conjuntos da torre amarela)*. E o 1 é mesma coisa. É um desses* (pega um conjunto amarelo na mão). -E esse 6 aqui? -*Como a gente supõe que os tamanhos sejam iguais entre as peças a gente precisa encontrar uma maneira que a gente divida esse tamanho em um tamanhinho que seja igual para gente encontrar onde se possa misturar essa peça* (pega na mão um conjunto amarelo) *com essa* (pega na mão um conjunto vermelho*) para poder encontrar algo que a gente possa relacionar.* -Você sabe como se chega nesse 6 aí no cálculo? -*Como nós sabemos que precisamos ter esse tamanho. Seria a soma desse* (pega na mão um conjunto amarelo) *com esse* (pega na mão um conjunto vermelho). -E aqui no cálculo como você chegou ao 6? -*É que são seis pecinhas.* -Mas se não tivéssemos o material? -*Se não tivesse eu não iria saber.* -Poderia chegar ao 6? -*A gente iria multiplicar aqui. 2 vezes 3 dá 6. Eu cheguei a pensar em fazer isso, mas achei que estaria errado.*(Aponta para o 2 e o 3 das frações ½ e ⅓ que estão no papel). -Poderia fazer o cálculo agora? (Pára e pensa). -*Se a gente multiplicasse em cruz....*(Tenta aleatoriamente descobrir o algoritmo de resolução, mas não avança).

É interessante o fato de que KAY chega mesmo à formalização do conceito de mínimo múltiplo comum ao dizer "Como a gente supõe que os tamanhos sejam iguais entre as peças, a gente precisa encontrar uma maneira que a gente divida esse tamanho em um tamanhinho que seja igual para encontrar onde se possa misturar essa peça (pega um conjunto amarelo) com essa (pega um conjunto vermelho) para poder encontrar algo que a gente possa relacionar." Ele mostra-se capaz de executar várias regulações ao longo do experimento em função dos problemas que se colocam e do raciocínio que desencadeia. Por outro lado, quando insistimos para voltar ao cálculo, KAY pode identificar o algarismo "6" como o denominador da fração da resposta, mas não sabe como chegar a ele e tampouco desenvolve o restante do cálculo. Em determinado momento quer "multiplicar em cruz", parecendo confundir suas memórias anteriores. Na última foto ele volta a encontrar resistências para trabalhar com o número fracionário.

Última foto: -Nessa primeira torre, tu tens os conjuntos colados com 4 peças. Quantos conjuntos tu tens? -*Eu tenho 3 conjuntos e 12 peças.*-Nessa torre amarela os conjuntos são de 3 peças. Quantos conjuntos tu tens? -*Tenho 4 conjuntos de 3 peças cada um. 12 peças no total.* -Aqui na torre amarela, cada conjunto representa que fração da torre? -*Cada conjunto é 1 de 4, dá 3 sobre 12 a fração.* -E na outra torre? -*Dá 4 sobre 12.* -Se nós quisermos somar um conjunto dessa torre (aponta-se a torre amarela) com um conjunto daquela torre (aponta-se para a outra torre), que fração de uma torre toda nós teríamos?- *Dá 7 sobre 12.* (Imediatamente pega as torres. Deita-as sobre a mesa. Separa um conjunto de cada torre e os une. Conta com a ponta do dedo e proclama o resultado). -Tu conseguiste me dizer que dá 7 sobre 12, mas tu conseguirias montar um cálculo para demonstrar isso? -*Nãooo.*(Sorri e demonstra inquietude).

A última foto mostra estabilidade no modelo de significação de KAY. Ele opera sobre o material, mas não consegue elaborar um cálculo no papel. Pode-se destacar que o cálculo através do algoritmo provém de um procedimento automatizado cuja fonte está, principalmente, na memória. No caso de KAY essa lembrança não está mais presente, mas isso não impede que se adapte para resolver a situação. Astutamente, o sujeito reorganiza o problema e o coloca sob outra perspectiva. A principal característica desse modelo de significação é esta: os problemas são ajustados aos esquemas disponíveis para interpretá-lo. O grau de novidade causa estranheza à capacidade do sujeito de significar o problema. Existe um desajuste entre seus esquemas disponíveis e aqueles que são necessários para assimilar a situação. Na verdade, KAY não resolve a prova que propomos, pois o que apresenta é a solução para outra questão que ele mesmo articulou. A dificuldade em trabalhar com o número fracionário foi burlada através da elaboração de uma nova forma de pensar o problema.

2.6 Quarto Modelo de Significação: adaptação ao problema

São em menor número os sujeitos que aqui se enquadram, pois se trata de um modelo de significação sofisticado: foram encontrados quatro participantes (19, 20, 25 e 32 anos) que apresentam as características de compreensão da relação parte/todo, da formalização da fração e dos procedimentos de cálculo. O sujeito tem êxito na resolução do cálculo e, mesmo empregando o algoritmo, já é capaz de comentar o cálculo que está realizando. Na atividade experimental demonstra desenvoltura e compreensão dos problemas propostos - formula hipóteses e apresenta explicações para o que se passa. Na comparação entre o cálculo e o problema demonstra-se surpreso com a pergunta e afirma não ver qualquer diferença, pois as duas situações “são a mesma coisa”. Além disso, é capaz de identificar o procedimento realizado para a solução do cálculo no material concreto.

Uma situação é suficiente para ilustrar este modelo:

(PRI, estudante de física, 20 anos). Resolve o cálculo pelo algoritmo. -Tem como a gente fazer uma torre usando esses conjuntos amarelos que seja igual a outra torre usando os conjuntos vermelhos? -*Sim.* -Tu podes montar para mim? (Pega 3 conjuntos amarelos e 2 vermelhos). Quantos conjuntos de peças amarelas tu utilizaste? -*3.* -E quantos conjuntos de peças vermelhas? -*2.* -Que fração da torre representa um conjunto desses (Retira-se um conjunto da torre vermelha)? -*A metade.* -E dessa torre amarela? (Retira-se um conjunto da torre amarela) -*⅓.* -E se eu tivesse que somar um conjunto amarelo com um conjunto vermelho, que fração de uma torre eles representam? -*Não sei se dá para resolver sem o cálculo.* -Como tu poderias pensar para resolver e me dizer o resultado sem elaborar o cálculo? -*Olha, eu teria aqui que ver. São 5 peças* (Pára e pensa). *É são 5 peças de 6, dá 5/6, porque se tu olhares uma torre inteira são 6 peças e aqui* (pega na mão os conjuntos amarelo e vermelho) *tu tens 5. É 5/6.* -Tu consegues montar um cálculo para resolver isso? -*Claro, é o mesmo de antes.* -E esse dois aqui (aponta o denominador da fração ½). Onde nós podemos encontrá-lo representado no material concreto? -*É essa divisão em 2 conjuntos da torre vermelha.* -E esse 3 (aponta para o denominador da fração ⅓)? -*É a divisão da torre amarela.* -E o 6 (aponta para o denominador da fração 5/6)? -*É o número de peças que dá certo para as torres ficarem iguais.* -E o 5 (aponta para o numerador da fração 5/6)? -*É o número aqui dos dois conjuntos que tu pediste para somar.*

Neste exemplo, o sujeito parece muito bem coordenar suas ações e delas retira os dados para seu juízo. Possui uma mobilidade grande do pensamento e dele desprende as razões que explicam os problemas. Ele parece hesitar para responder com o resultado da soma dos conjuntos, em face da nova relação que tem de ser estabelecida. Ao responder sobre as frações referentes aos conjuntos, considerava-os como subtotalidades da torre, mas quando perguntamos sobre a soma de um conjunto com o outro é capaz de avaliar o número de peças sem perder a torre como a totalidade relacionada. Aparentemente, o sujeito possui esquemas organizados suficientemente para interpretar o problema. Diante da novidade é capaz de, muito rapidamente, responder aos desafios surgidos pelo uso dos materiais. Pode-se perceber sua capacidade de organização e regulação no restante da sessão:

-Agora vou te mostrar essas duas torres (já montadas com 12 peças em conjuntos de 3 e de 4). Nessa primeira torre, tu tens os conjuntos colados com 4 peças. Quantos conjuntos tu tens? -*3.* -Nessa torre amarela os conjuntos são de 3 peças. Quantos conjuntos tu tens? -*4.* -Aqui na torre amarela, cada conjunto representa que fração da torre? -*¼.* -E na outra torre? -*⅓.* -Teve um colega teu que achou que um conjunto desses (de 4 peças) era ¼. Tu achas que ele pode estar certo? -*Não, porque daí teria que ter mais um conjunto e são só 3.* -Se nós quisemos somar um conjunto dessa torre (aponta-se a torre amarela) com um conjunto daquela torre (aponta-se para a outra torre), que fração de uma torre toda nós teríamos? -*Pois é, eu teria que somar ⅓ mais ¼, dá 7/12.*- Como é que tu sabes? -*Porque eu tenho nesses dois conjuntos 7 peças comparadas com as 12 da torre inteira.* -Tu podes montar um cálculo. (Pega o papel e monta o cálculo). -*Claro, dá os 7/12.* -Onde tem esse 7 (aponta para o numerador da fração 7/12) nos materiais? -*Acho que é se somar essas peças de 3 e 4.* -E o 12? -*É nas torres. É o número comum.*

No decorrer da sessão o sujeito mantém suas condutas anteriores sobre o problema, uma vez que não encontra qualquer dificuldade para interpretá-lo. A lógica interna do modelo garante determinada segurança nas respostas, uma vez que as inferências realizadas estão pautadas em justificativas que formam um conjunto explicativo da situação. Os movimentos sobre os materiais apenas ratificam essas inferências prévias, fornecendo feedbacks positivos aos juízos construídos. O sujeito estabelece relações e responde corretamente as contra-sugestões, apresenta maior mobilidade de pensamento e não se sente em contradição ou hesitante ao responder.

2. 7 As frações e a significação

Para a construção de uma relação entre partes e um todo é imprescindível a presença de um pensamento mais ou menos organizado. Este pensamento se constitui à medida que os sujeitos passam por experiências lógico-matemáticas[16] que promovam ação mental sobre as situações. Parece, no que tange aos números fracionários, que as experiências anteriores dos sujeitos entrevistados estão mais ligadas às memórias e às experiências físicas relacionadas aos sentidos, tais como ver, ouvir e tocar.

Nota-se que, para a solução dos cálculos habitualmente propostos na escola, é preciso saber uma seqüência de procedimentos automatizados chamada de algoritmo. Os algoritmos permitem que os sujeitos manipulem algarismos sem a necessidade de uma compreensão das operações que realizam. Para efetuar tais seqüências de procedimentos, o pré-requisito é a memória, visto que se torna possível realizar um cálculo sem construir uma significação das operações efetuadas. O sujeito memoriza

[16] Para Piaget (1970) as experiências lógico-matemáticas referem-se às situações em que há atividade operatória do pensamento, diferindo das experiências físicas, baseadas em elementos ligados aos sentidos e a percepção. Enquanto as experiências físicas retiram seus dados das características aparentes dos objetos, as experiências lógico-matemáticas abstraem dados das coordenações das ações.

uma lei, no sentido de uma regularidade de ações, através da qual pode chegar aos resultados. Contudo, essa aplicação da lei não exige a presença de um pensamento em ação, o que se desdobra em um modelo de significação inexistente ou parcialmente elaborado que pode perdurar durante a vida adulta.

No experimento proposto, muitas vezes os sujeitos possuem as operações lógico-matemáticas (reversibilidade, correlação, negação, etc.) para chegar a um resultado, mas mesmo assim fracassam. Em tese, eles não obtêm êxito na solução porque o pensamento precisa organizar também significações sobre o problema. O raciocínio precisa dedicar-se àquele conteúdo específico. De acordo com Piaget e Inhelder, "toda significação provém, de fato, da atribuição de um esquema a um objeto ou a um evento qualquer, mas todo esquema resulta, por outro lado, de uma construção, a qual consiste naturalmente em ações" (1979, p. 177, tradução nossa). Muitas vezes os esquemas disponíveis não são os mais recomendados para atribuir significado à situação. Em função disso, ocorre uma série de problemas que lembram a ausência das operações lógico-matemáticas e, aparentemente, indicariam que adultos podem regredir a estruturas infantis. Alguns sujeitos referiam-se às frações sempre em termos de números inteiros; outros se confundiam com o todo; outros, ainda, procuravam evitar o problema e o abordavam em outra perspectiva. Supomos que isso se deve às inadaptações de seus esquemas de ação frente ao conteúdo específico. Não se trata da ausência de operações lógico-matemáticas ou de regressão estrutural[17], mas da necessidade de uma nova organização dos esquemas frente ao conteúdo. No caso da prova proposta encontramos quatro diferentes modelos de significação da situação.

A tabela a seguir ilustra as condutas observadas:

---

[17] É evidente que acreditamos na existência de sujeitos adultos que não tenham atingido o pensamento formal. Todavia, no caso dos entrevistados, diversas condutas demonstram um pensamento que é, no mínimo, operatório, ainda que apresente variações, as quais julgamos ser influência dos conteúdos.

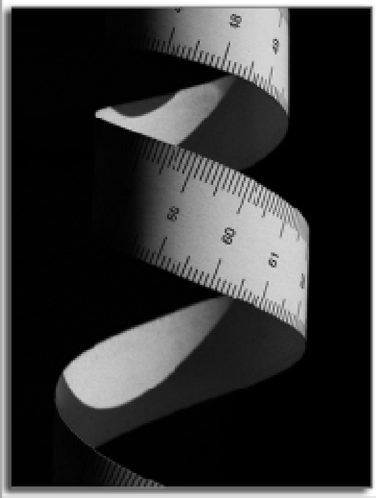
Modelo de Significação	Condutas
Esquema do número inteiro	• Significação pelo número inteiro • Fração entendida como uma divisão • Coexistência de duas implicações conflitantes. • Ausência de relação entre a parte e o todo • Domínio da percepção
Erros de agrupamento	• Domínio da percepção • Ausência de conservação do todo • Ausência de classificação organizada • Significação de uma relação parte/todo
Processos alternativos de pensamento	• Significação de uma relação parte/todo • Reorganização do problema • Estabelecimento de relações com outros conteúdos • Êxito na atividade experimental
Adaptação ao problema	• Êxito na atividade experimental • Estabelece relações com o algoritmo • Conservação e classificação organizadas • Justificativas para todas as condutas

Tabela 1 – Resumo das condutas para a prova de frações

Nossa hipótese é de que, além da estrutura lógico-matemática que sustenta as operações, há uma organização inerente às significações. A estrutura lógico-matemática evidencia as características universais dos seres humanos, mas acreditamos na existência de uma organização que é construída em função das experiências particulares. Essa estrutura das significações envolve os esquemas de ação que construímos ao longo de nossa vida. Eles podem se organizar sob formas de sistemas (modelos) que procuram interpretar os problemas em função da significação que lhes atribuem. Cada vez que nos deparamos com diferentes conteúdos, precisamos, inicialmente, mobilizar os esquemas existentes e utilizá-los para interpretar a situação, adaptar-se à novidade e construir novas significações. Ora, as formas desses esquemas, mesmo que gerais, ainda estão presas aos conteúdos. Temos esquemas ou conjuntos de esquemas para agarrar, para puxar, para nadar, para correr, comer e realizar diferentes tarefas. Cada situação apresenta uma novidade e uma complexidade que exige adaptação. Dependendo do grau da novidade e da complexidade, os esquemas não apresentam uma adaptação imediata. Isso dá margem à construção de diferentes modelos de significação, visto que podemos abordar os problemas de diversas maneiras em função das construções particulares dos esquemas.

É evidente que a estrutura de significação que propomos está em constante interação com a organização das operações lógico-matemáticas. Na verdade, não se tratam de duas estruturas distintas, mas de diferentes aspectos da mesma organização que sustenta o pensamento. De um lado, precisamos considerar as operações lógico-matemáticas que dinamizam as formas de abordar os problemas e as situações. De outro, temos a organização sobre os conteúdos específicos e os diversos modos de significar os problemas.

Aparentemente, os comportamentos dos entrevistados lembram condutas pré-operatórias e, até mesmo, alguns traços sensório-motores. Entretanto, podemos observar que à medida que os participantes debruçavam-se sobre a prova, enfrentavam contra-sugestões e conflitos, abordavam o problema de maneira muito diferente dos pequenos. As sessões revelam que as dificuldades frente ao experimento provinham de complicações devidas ao conteúdo específico. As características do assunto, dos objetos utilizados e das perguntas propostas complicavam a situação. Os modelos de significação representam a organização dos esquemas envolvidos na solução da tarefa. Ora, se as operações lógico-matemáticas influenciam e são influenciadas pelas significações construídas, nos parece notório que se trata da mesma organização em diferentes facetas. O que gostaríamos de destacar é que se, por um lado, as operações lógico-matemáticas possuem uma lógica operatória já estudada por diversas vezes (PIAGET, 1936, 1941, 1955), existe também uma lógica das significações, própria dos modelos que o sujeito constrói para interpretar a realidade. Mostrar os desdobramentos desse caso particular da lógica é o objetivo do nosso próximo capítulo.



Capítulo 3

AS RELAÇÕES ENTRE ÁREA E PERÍMETRO NA GEOMETRIA PLANA

A TEMPORALIDADE DAS INFERÊNCIAS E O PAPEL DOS CONTEÚDOS PERCEPTIVOS

Os conteúdos elementares da geometria são ensinados, em geral, na sexta série do Ensino Fundamental. Eles abordam o cálculo da superfície e do contorno de figuras planas e se ocupam da formalização desses conceitos por meio de algoritmos, os quais indicam que o perímetro é a soma de todos os lados e que a área, no caso dos quadriláteros regulares, pode ser obtida pela multiplicação de dois lados adjacentes. Tem-se a hipótese de que, mesmo dominando o cálculo, muitos sujeitos não são capazes de elaborar uma explicação para a relação que existe entre a área e o perímetro de quadriláteros.

Assim, o estudo da construção da significação sobre os conteúdos elementares de geometria se reveste de interesse devido à relação que se estabelece entre os aspectos psicológicos da inteligência e os conteúdos que são normalmente ensinados nas escolas. Cabe perguntar como procede o sujeito em um problema no qual é necessário compreender as relações entre área e perímetro: os cálculos aprendidos na escola serão o índice[18] que auxilia nos juízos ou o sujeito se deixa levar pela percepção? No caso de sucesso diante dos obstáculos, o sujeito os supera pelos meios que aprendeu na escola ou desenvolve outros mecanismos? É igualmente interessante investigar o papel dos observáveis registrados no objeto e aqueles que o sujeito crê constatar na construção da significação.

3.1 Descrição da técnica utilizada[19]

Foram entrevistados 17 sujeitos com idades que variam de 19 a 37 anos. Todos com sucesso escolar na série em que se ensina geometria plana. Inicialmente, pede-se ao entrevistado que calcule, em uma folha de papel à parte, a área e o perímetro de duas figuras: um retângulo de 8 cm por 2 cm e de um quadrado de lado 4 cm. Seis

[18] Consideramos como índice um dado ou referente que serve de parâmetro para a construção de uma implicação.

[19] Este experimento é livremente inspirado na proposta de Piaget (1977a) para investigar a noção de superfície e perímetro de quadriláteros.

entrevistados não souberam resolver o cálculo e alegaram não se lembrarem da fórmula empregada. Dentre os que resolveram, todos se valeram da estratégia de somar os lados para encontrar o perímetro e de multiplicar um lado pelo outro para encontrar a área.

Após, utiliza-se um geoplano, pinos e um cordão de 25 cm de comprimento para investigar a compreensão que o sujeito possui dos conceitos. O geoplano é um material muito utilizado no ensino de geometria. Trata-se de um tabuleiro com furos com distância de 1 cm uns dos outros. Nestes furos, colocam-se pinos, os quais servem de apoio para que, com um barbante, se limite uma superfície plana. Os furos servem como índice para mensurar a superfície limitada pelo cordão, bem como seu comprimento. A fácil alteração das figuras pela mobilidade dos pinos e a possibilidade de contagem dos furos faz com que o geoplano seja muito útil no ensino da geometria.

No experimento, o geoplano é utilizado para representar cinco quadriláteros. O primeiro (A) é um quadrado de lado 5 (área= 25 e perímetro= 20); o segundo (B) é um retângulo de lados 6 e 4 (área= 24 e perímetro= 20); o terceiro (C) é outro retângulo de lados 7 e 3 (área= 21 e perímetro= 20); o quarto (D) é um quadrilátero de lados 8 e 2 (área= 16 e perímetro= 20); o último (E) é por sua vez um retângulo cujo um lado é apenas a espessura de um furo e o outro próximo de 10 (área próxima de 0 e perímetro= 20). Os pinos já estão colocados no geoplano desde o início do experimento e não são retirados nas transformações, apenas o cordão muda de lugar.

Observe-se a figura a seguir:

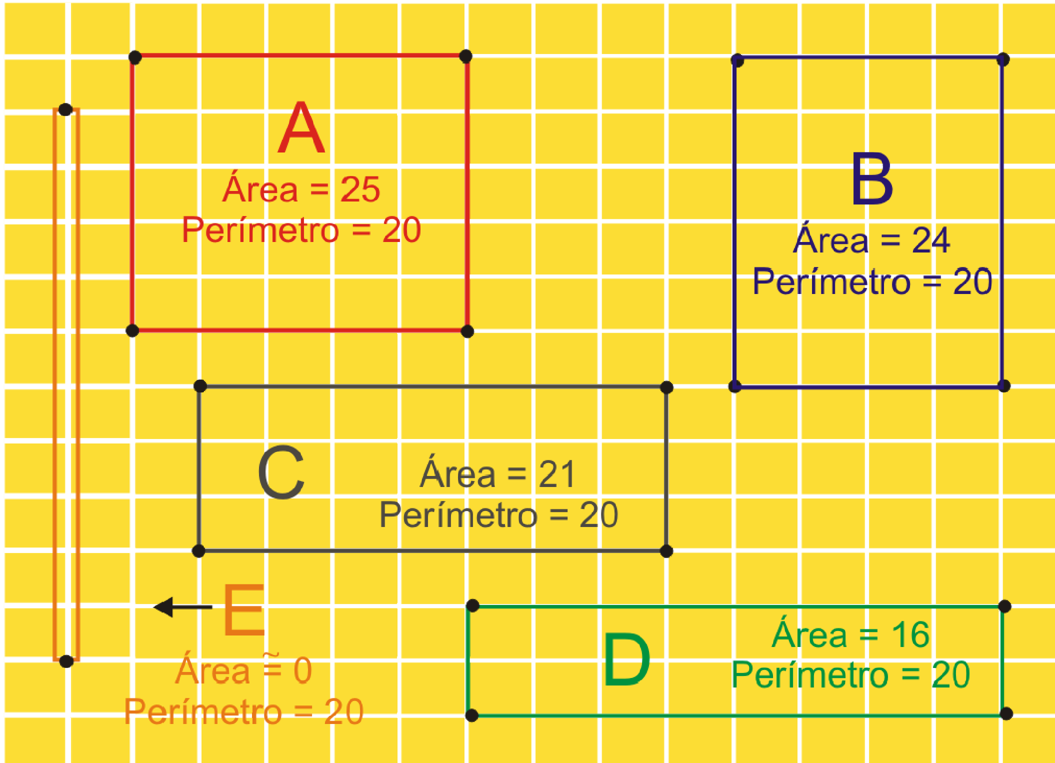


Figura 7 – Ilustração do geoplano para conservação do perímetro e alteração da área

Para a realização da "primeira foto", nos moldes de uma entrevista semi-estruturada, conta-se uma pequena história para o entrevistado diante do geoplano:

Há um senhor que comprou um cachorro e construiu um canil próximo de sua casa. *Coloca-se o cordão nos pinos que correspondem ao quadrado A*. Após algum tempo, esse senhor resolve trocar o canil de lugar no terreno e o constrói de outra maneira. *Retira-se o cordão do quadrado A e se passa para o retângulo B*. Pergunta-se ao entrevistado: O que aconteceu com a superfície? E com a cerca? Caso o entrevistado não compreenda as perguntas, pode-se enfatizar indagando se foi preciso que o dono do cão comprasse mais arame para fazer a cerca do canil ou como ficou a superfície para o animal brincar. Depois de um tempo, o senhor achou que o cão não estava muito feliz naquele lugar e resolveu trocar novamente o canil de lugar. *Retira-se o cordão do retângulo B e passa-o para o retângulo C.* Pergunta-se novamente ao entrevistado como está a superfície e o comprimento da cerca do novo canil. Ainda, não satisfeito com a situação, o dono do cachorro resolveu trocar mais uma vez o canil. *Retira-se o cordão do retângulo C e se passa para o retângulo D.* Pergunta-se ao entrevistado a respeito da cerca e da superfície.

Tem-se o cuidado de, durante a entrevista, não se utilizar o termo área e perímetro, mas empregar as palavras superfície e contorno. Essa opção se justifica pelo fato de se ter a hipótese de que mesmo realizando o cálculo da superfície e do contorno dos quadriláteros, alguns sujeitos podem não compreender a que exatamente as palavras "área" e "perímetro" se referem. Particularmente, o entendimento do que definimos por "contorno" pode ser, eventualmente, difícil de entender, então variamos as questões para "o comprimento do fio da cerca" ou sobre o fato de se "comprar mais cerca ou sobrar cerca".

Após esse interrogatório já previamente organizado, passamos para a prática do Método Clínico. Nesse momento da sessão, o experimentador procura explorar o pensamento do entrevistado, oferecer contra-sugestões e situações de conflito. As respostas dadas durante a entrevista da primeira foto são testadas agora sob a perspectiva de seu significado e sentido. O experimentador realiza mais uma mudança no geoplano. Ele propõe aquilo que consideramos ser a situação de maior conflito perceptivo, que é o caso em que o perímetro se conserva e a área se torna mínima (retângulo E). Conta-se que o dono do cão não estava, mais uma vez, satisfeito com o canil e o trocou novamente. Explora-se o pensamento do sujeito em função dessa nova mudança e de comparações com as situações anteriores. O entrevistador pode voltar a reconstruir os retângulos de área maior para comparar com o quadrilátero E.

Para uma "última foto", optou-se pela utilização de uma variação dessa prova, de mesmo conteúdo, mas de características inversas: um experimento no qual a área se conserva ao longo de diversas transformações e o perímetro sofre alterações[20]. Com a introdução dessa segunda prova foi possível ampliar a qualidade dos dados coletados com a entrevista e estabelecer, com mais precisão, a significação que o sujeito elaborou para aquilo que consideramos uma perturbação na última transformação do geoplano. É evidente que essa segunda etapa adquire maior relevância nos casos em que o sujeito encontra perturbações às suas antecipações e consegue superar os problemas por regulações que visam a compensar as

[20] O experimento, novamente, encontra inspiração na técnica utilizada por Piaget (1977a) no capítulo 12 do livro da *Abstração Reflexionante.*

perturbações dos objetos. No caso dos sujeitos que se apresentaram desde o início com uma compreensão total dos fatos, essa segunda atividade é apenas uma confirmação. Nos casos dos sujeitos que elaboraram explicações muito pobres e não perceberam qualquer perturbação na primeira etapa, a segunda é apenas mais uma situação na qual o sujeito aplica seu modelo de significação, sem regulações, já que não percebe a resistência dos objetos à sua assimilação. Contudo, essa variação da prova é muito importante para definir o modelo de significação dos sujeitos que oscilam muito durante o experimento devido às contra-sugestões e à situação de conflito. Diante de uma circunstância nova, o sujeito tende a voltar ao modelo de significação já construído, bem como é possível averiguar o poder das regulações que foram desencadeadas pelos processos de pensamento durante a sessão.

Na segunda etapa utilizam-se seis cartas de baralho, que nada mais são do que retângulos de papel com lados de 1 cm e 1,5 cm. Elas são colocadas sempre sobre o geoplano, de forma que, se o sujeito assim o desejar, pode utilizar os furos como índice para mensurar as superfícies. Inicialmente, é construída uma figura com as seis cartas organizadas em duas fileiras de três (A), após, modifica-se a figura, organizando os retângulos em três fileiras de dois (B). Por fim, as cartas são organizadas em uma única fileira (C). Na figura A tem-se uma superfície de 9 e um perímetro de 12; na figura B a área é igualmente de 9 e o perímetro passa a 13, na C, a área continua a mesma e o perímetro aumenta para 20.

Os seis retângulos sofreram as três variações conforme a ilustração a seguir:

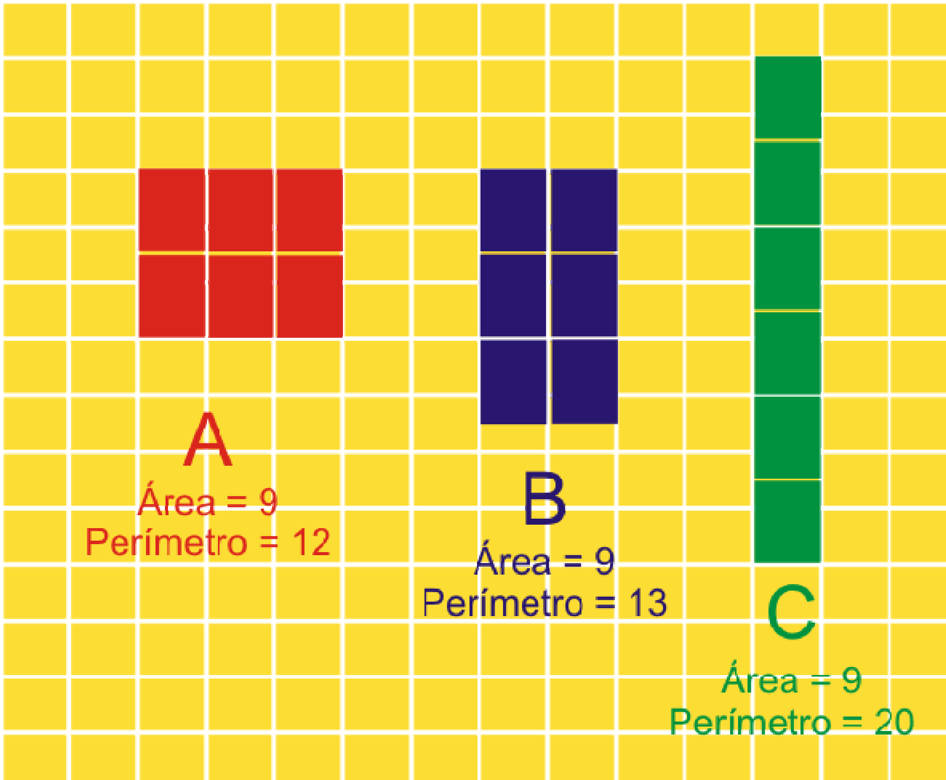


Figura 8 – Ilustração do geoplano para conservação da área e alteração do perímetro

Conta-se a seguinte história:

O dono do cachorro resolve colocar pedras no chão do canil para facilitar a limpeza. Colocou, inicialmente, seis pedras em duas fileiras de três. *Colocam-se os seis retângulos sobre o geoplano em duas fileiras de três (figura A).* Depois, o senhor resolveu modificar o canil e montou desse jeito. *Organiza-se a figura agora em três fileiras de duas cartas (figura B).* Pergunta-se ao entrevistado como ficou a superfície e a cerca do canil. Ainda, o senhor era muito confuso e mudou o canil mais uma vez. *Reorganizam-se agora os seis retângulos em uma única fileira (figura C).* Pergunta-se novamente sobre a superfície e a cerca.

Após as entrevistas, foi organizado um protocolo de análise dos dados, o qual permitiu evidenciar quatro modelos de significação elaborados pelos sujeitos, os quais apresentaremos em breve.

3.2 Análise da prova

O problema proposto e o material utilizado colocam questões particulares que exigem organizações mentais específicas a respeito dos significados envolvidos. Primeiramente, o problema que a prova coloca é a relação que o perímetro e a área têm em comum, pois ambos dependem dos lados dos quadriláteros, ainda que não de maneira equivalente. O perímetro depende exclusivamente da soma total dos lados do quadrilátero, mas a área está sujeita também à forma pela qual a figura é constituída. O fato é que ambos são determinados pelos lados, mas não possuem uma relação direta de conservação. Essa característica torna difícil dissociar uma dependência comum da medida dos lados de uma interdependência entre superfície e contorno.

A vinculação que a área e o perímetro possuem em relação aos lados coloca um primeiro obstáculo: o juízo[21] unidimensional, isto é, baseado na condição de um único lado. No caso em que manejamos um fio e mantemos a conservação do perímetro, as dimensões dos lados se alteram em cada transformação. É preciso superar a inferência mais aparente: de que o perímetro se modifica em função de uma mudança na disposição dos lados. Pode-se acreditar que o perímetro está muito diferente porque ou um dos lados está demasiado comprido ou demasiado estreito.

Para ultrapassar essa inferência, de que a mudança na disposição dos lados modifica o perímetro, é preciso constatar que ocorre uma compensação, isto é, o que aumenta ou diminui em um dos lados aumenta ou diminui no outro. Essa explicação permite inferir que o perímetro se conserva nas mais diferentes disposições em função de uma conservação do tamanho do fio. Todavia, por conexão lógica, essa inferência leva a uma outra, que deforma a leitura dos observáveis. Ora, se a modificação dos lados não altera o perímetro, então essa transformação conserva, igualmente, o valor da superfície da figura. A explicação que permite superar a crença de que o perímetro se altera pela modificação dos lados da figura é a mesma que leva a inferir que essa

[21] Entendemos que um juízo é uma conclusão oriunda de implicações.

modificação não influencia, também, no tamanho da área. Se para o perímetro essa justificativa é correta, por implicação, ela é transposta para a área, ou seja, a superfície também sofre compensação. Além disso, a manipulação aparente é realizada com o fio e nunca com a superfície, o que acrescenta mais um fator para corroborar a afirmação de que a área se conserva.

Muitos sujeitos entrevistados alegam que a superfície do quadrilátero se conserva porque o aumento do comprimento se compensa pelo estreitamento da largura. Trata-se de uma compensação qualitativa, pois quantitativamente a diminuição ou aumento simultâneo dos lados não resulta em uma conservação da área. A partir dessa segunda inferência, oriunda da justificativa que corrige a primeira, organiza-se um segundo modelo de significação do problema. Esse modelo sofre resistência do objeto e as transformações que ocorrem entre os quadriláteros passam a sugestionar uma compensação qualitativa do tamanho da área. Superado o primeiro obstáculo, o objeto se encarrega de colocar mais desafios à organização do problema e o jogo inferencial contribui para um aumento da dificuldade de assimilar todos os observáveis em questão.

Até então, essas duas primeiras inferências decorriam de um referente perceptivo de juízo. O objeto fornece ao sujeito indícios de que o perímetro se altera em função da modificação do tamanho dos lados. Ele também indica que, em função da correção da inferência anterior, os lados podem manter-se iguais devido a uma compensação. Tais juízos são, principalmente, baseados nos observáveis que se acredita encontrar no material. Particularmente, as primeiras transformações são ainda mais confusas, pois as variações no tamanho da superfície são muito pequenas para serem notadas por um juízo que se baseia na percepção. Para modificar essa situação é preciso trocar o índice, isto é, abandonar uma decisão pautada na simples observação e introduzir uma métrica quantitativa.

A realização de um estudo piloto permitiu identificar algumas características do experimento para qualificá-lo. Particularmente, foi possível perceber que a última transformação, na qual há uma conservação do perímetro e uma área mínima, poderia se apresentar como uma perturbação para sujeitos que elaboram explicações baseadas na idéia de conservação da superfície devido a uma manutenção do fio. Diante da situação que pode gerar um conflito, os sujeitos constatam uma incoerência em sua inferência anterior. Se antes acreditavam que a área se mantinha em função da conservação do tamanho do fio, nesta última situação o fio continua a se manter, mas a percepção visual é de que a superfície diminui muito.

A partir daí derivam duas formas de significação do problema. Uma delas passa a trabalhar com a situação de conflito como um caso particular ou, aparentemente, regride para justificativas anteriores. A outra é a possibilidade de procurar por um novo índice de juízo. Neste caso, as coordenações do objeto demandam a construção de novos observáveis e coordenações por parte do sujeito, o que implica regulações no jogo inferencial atuante na interpretação do problema.

Se o material que utilizamos coloca algumas dificuldades à assimilação do sujeito, é verdade que também oferece certas facilidades. O fato de que as distâncias estão marcadas com furos eqüidistantes em 1 cm permite que o cálculo seja realizado facilmente, bem como, até mesmo, pode ser um fator que sugestione o sujeito a realizar um cálculo. As características do material e do conteúdo envolvidos podem auxiliar a construção de um modelo de significação muito organizado. Se o sujeito, de início, não se deixa levar por um índice perceptivo, o material permite que realize julgamentos quantitativos de imediato. As resistências do conteúdo e do material sequer são percebidas e a situação, que para alguns se configura como um conflito, torna-se mais um caso dentre tantos.

No caso da última foto, na qual utilizamos um material em que a área se conserva e o perímetro se modifica em cada uma das transformações, o jogo inferencial é semelhante ao da primeira situação. Muitos acreditam que a área se modifica devido a um juízo unidimensional; outros crêem novamente em uma compensação qualitativa e, por fim, alguns se mantêm fiéis ao cálculo como único fator preciso de ponderação. Todavia, há aí mais um fator complicador: as construções inferenciais que foram realizadas sobre o material anterior. A própria atividade mental exercida no momento da experiência permite que o sujeito organize uma representação mental para interpretar o problema. Enquanto as operações lógico-matemáticas que sustentam essa organização são atemporais, as inferências se ligam por conexões lógicas e possuem um caráter de temporalidade latente.

No primeiro dos materiais, o perímetro se conserva e a área se altera. O sujeito que anteriormente acreditava na conservação de ambos e se reorganiza no decorrer da sessão clínica tende, em geral, a transpor essas inferências para o outro experimento. Todavia, essa transposição é direta e não adaptada. Em uma situação, como é a do segundo material, em que a área se conserva e o perímetro se modifica, inúmeros sujeitos acreditam no inverso. Para eles, o índice de seu juízo não é nem o dado perceptivo, nem o cálculo que poderiam realizar, mas as próprias inferências que realizaram anteriormente. Elas influenciam o modo do sujeito interpretar o problema e configuram-se como os referentes na constituição de seu juízo. Ora, assim sendo, a própria temporalidade através da qual os problemas são encadeados apresenta-se como mais um elemento de dificuldade à significação do sujeito.

3.3 Primeiro Modelo de Significação: juízo unidimensional

Foram encontrados dois sujeitos (28 e 34 anos) que apresentam um modelo de significação bastante simples. Eles interpretam o problema considerando apenas a modificação dos lados dos quadriláteros e emitem um juízo de acordo com o dado perceptivo mais aparente. Escolhemos um dos casos para analisar em minúcias:

(NER, 34 anos, Estudante de Administração). Não sabe resolver os cálculos no papel. Em seguida, conta-se a história a respeito do cachorro e se executa a primeira transformação (quadrado de 5x5 para o retângulo de 6x4) -E agora? O que tu podes me dizer que aconteceu com a cerca do canil? É maior? É menor? É a mesma? -*É o mesmo.* -E a superfície para o cachorro caminhar? -*É maior. Tem mais espaço para o cachorro brincar.* -Como é que tu sabes disso? -*Porque aqui* (aponta um dos lados do retângulo) *é mais comprido, então o cachorro pode ir e voltar mais.* -O teu outro colega disse que achava que era diferente. Ele disse que achava que era a mesma coisa porque um lado estava mais comprido, mas o outro estava mais curto? -*É, mas o espaço para o cachorro caminhar é maior nesse segundo canil. Eu posso contar?* -Sim, claro. -*Tu podes ver que em um o lado é 5, mas no outro já é 6, daí é melhor.*

O trecho acima já fornece algumas pistas de que o sujeito utiliza um índice unidimensional. Ele percebe uma mudança no tamanho do lado do quadrilátero e usa esse referente para emitir um juízo. Tal afirmação é bastante surpreendente para o experimentador, que precisa desde já indagar mais o sujeito para conseguir compreender o que diz. Ele julga que a superfície do canil se modifica, pois no quadrilátero de lado 6 o comprimento para o cachorro caminhar é maior, mas faz isso sem se preocupar que o canil torna-se simultaneamente mais estreito. O sujeito confunde-se entre o comprimento total do fio e o comprimento do lado do quadrilátero. Surpreende, novamente, ao tomar a iniciativa de contar, mas o faz apenas para reafirmar seu critério unidimensional. Na seqüência da sessão é possível ampliar as características do seu modo de significar o problema.

(Mudança do retângulo de 6x4 para o de 7x3) -E como fica a cerca agora? -*Vai faltar porque é mais comprido. Tu precisas mais fio.* -E a superfície para o cachorro caminhar? -*Ficou mais estreito, porém aumentou a largura.* -Então o que tu achas? -*Fica a mesma coisa. Tu tiras o espaço de um lado, mas coloca de outro.* (Mudança do quadrilátero de 7x3 para 8x2) -Como fica a cerca? -*Tu tens de comprar mais cerca.* -Como é que tu sabes? -*Porque eu contei e aqui tem 8 então está mais comprido, tem mais distância.* -E a superfície? -*É a mesma porque tu estás mudando só o formato, mas o espaço é o mesmo.* -Teve um colega teu que veio aqui antes e disse que era preciso mais cerca para fazer esse canil porque ele fica muito comprido desse lado. Tu achas que ele pode estar certo? -*Sim, porque tu precisas espichar o fio para poder cercar tudo. É muito mais comprido.* -Mas também teve outro colega que achou que a cerca era realmente a mesma, mas achou que a superfície diminuiu porque está muito estreito. Tu achas que ele pode estar certo? -*Não, porque a cerca está mudando em todas as transformações, mas tu podes ver que tu desmanchas um canil e faz outro, então o espaço é o mesmo.* -Se tu tivesses de me dizer como está o fio e a superfície do canil aqui nessas mudanças, o que tu poderias me dizer? -*Que a cerca está mudando, mas o espaço é sempre o mesmo.*

Ora, a continuação da entrevista nos permite identificar mais precisamente o modo de pensar de NER. Para o caso da área, ele tenta realizar uma espécie de conservação, mas não para o perímetro, pois está preso à idéia de comprimento do fio. Interessante observar que não se trata apenas de um problema de linguagem. Iniciamos a sessão perguntando a respeito do comprimento do fio, mas também variamos a pergunta para a necessidade de se comprar mais cerca ou sobrar cerca em função da transformação. Acreditamos que com essas variações das perguntas eliminamos a possibilidade de uma inferência equivocada decorrente de um problema de linguagem. Além disso, o conjunto dos comportamentos do sujeito leva a crer fortemente em um juízo unidimensional, ainda que hesite em determinados momentos frente a uma compensação das transformações. Notemos como ficam as condutas do sujeito frente à situação que consideramos fonte de um possível conflito:

(Mudança do quadrilátero de 8x2 para 10x0) -Como tu achas que fica a cerca agora? -*Aumenta um monte o comprimento.* -Mas e o tamanho do fio? -*É o mesmo porque ele diminui na largura. Nesse aqui não tem largura.* -E a superfície para o cachorro caminhar? -*Não existe, porque o cachorro só pode caminhar de um lado para outro.* -Vou voltar para aquela primeira situação que nós tínhamos (quadrado de 5x5). Se eu comparar esse quadrado com essa última situação (10x0) que nós tínhamos, o que tu podes me dizer? -*É que nesse mais fino* (10x0) *o cachorro não tem onde caminhar e o fio fica muito comprido.* -Como fica o tamanho do fio? -*É bem mais comprido nesse último.* -Teve um colega teu que disse que achava que o fio era o mesmo porque não se tirou nem colocou nada? -*Não tem como saber se o tamanho do fio é o mesmo porque aqui ele fica mais comprido.* -E se eu agora mudar novamente e voltar para o primeiro que a gente tinha (5x5) para comparar de novo, o que tu achas que eu tenho de fazer com o fio nessa mudança? -*Tem de comprar mais fio, mas que engraçado porque tu estás é usando o mesmo fio sempre. A grosso modo, se eu contar tu tens de comprar mais fio porque está ficando mais comprido, mas é o mesmo fio. Na verdade ... claro... o fio é sempre o mesmo então é a mesma cerca sempre.* -E a superfície? -*Está maior, mas está mais estreita.* -Mas a superfície total? -*Ela é maior na distância, mas ela toda se compensa. Eu acho que é isso.* Isso o quê? *Resumindo, não muda nada, só o formato.* -E tu consegues contar para me mostrar isso? -*Tenho. 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11* (conta com o dedo o retângulo de 10x0, mas conta o número de marcadores e não o de espaços). *E aqui tem 1,2,3,4,5,6* (No retângulo de 5x5). *É esse..* (aponta para o retângulo de 10x0) *É maior.* -O que é maior? -*Ele é mais comprido. A distância é maior. Nesse outro* (5x5) *o centro é maior, mas nesse a distância é que é. Eles se compensam.* -E tu consegues fazer uma conta para me dizer isso? -*Sim, mas é esse o problema. Nesse dá 11 e é mais comprido que o outro que dá só 6.*

Anteriormente, o sujeito apresentava juízos baseados em dados unidimensionais que o levavam a crer que a cerca se transformava e a área se conservava. Após passar pela situação de conflito, percebeu, parcialmente, que suas crenças estavam equivocadas. NER constata que a área não se mantém nessa última transformação e passa, agora, a acreditar na conservação do fio. Todavia, essa nova inferência não surge da observação de que as mudanças dos lados se compensam, mas simplesmente da constatação de que “é o mesmo fio”.

Nota-se que essas condutas equivocadas são oriundas de um problema de coordenação. Não se trata da ausência de conservação do fio ou das operações lógico-matemáticas, mas de organizar este problema em função de seus conteúdos. A situação de conflito ajuda a modificar as inferências que deformavam a leitura da realidade, mas ainda não levam ao êxito. Provavelmente, não há muitos esquemas mobilizados para dar conta do problema e eles não produzem um modelo muito organizado para interpretar os fatos.

Veja que ele realiza um cálculo, mas cuja origem está ainda em uma inferência unidimensional. As regulações diante desses novos parâmetros não são suficientes para dar origem a novas coordenações. O que o sujeito faz é medir o tamanho de um dos lados, reforçando a idéia de uma organização unidimensional do problema. Em certos momentos, diante das variações que propomos, ele oscila e passa a realizar uma compensação qualitativa das transformações. Mostra-se confuso, mas quando recorre ao cálculo, volta ao comportamento de considerar apenas um dos lados do quadrilátero. Na última foto não foram realizadas contra-sugestões ou maiores transformações e o sujeito confirmou a característica unidimensional de sua conduta.

Última foto: Conta-se a segunda história. -Então eu tenho esse primeiro (quadrado de 6x6), mas depois passo a ter este (retângulo de 9x4). Tu achas que a cerca que ele vai fazer é a mesma, maior ou igual? -*Não é a mesma quantidade, porque mudou a forma. Está mais comprido.*-E a superfície? -*A distância assim aumenta* (indica um dos lados do quadrilátero)*, mas no outro formato ele tem mais opção de caminhar. Ele só vai caminhar no quadrado ou no retangular.* -Agora, o dono do cachorro resolveu mudar de novo e fez assim (caso limite)? O que tu achas da superfície? -*A distância aumentou, mas é a mesma coisa porque ficou mais estreito.* -E a cerca? -*Agora terá de ser muito comprida porque tem um enorme espaço para ti cercar.*-Como é que tu sabes que é maior? -*Porque eu olho e vejo que agora o cachorro tem muito mais espaço para caminhar.*

Observa-se que no momento em que não oferecemos contra-sugestões ou maior variedade de transformações, o sujeito retoma seu modelo de significação unidimensional. Trata-se de um modelo baseado em uma inferência bastante primitiva e por isso muito instável ao longo da sessão. Em determinados momentos o sujeito acredita em uma coisa, mesmo que seja contrária a inferências anteriores, o que dá origem a duas implicações conflitantes:

$\overline{L} \rightarrow \overline{F}$ (a não conservação do lado implica a não conservação do fio)[22]

$F \rightarrow A$ (a conservação do fio implica a conservação da área)

Nesse caso, a linha temporal das inferências e de conexão entre as implicações é muito importante. Em comum, os comportamentos apresentam uma predominância de juízos baseados em impressões perceptivas muito simples. Primeiramente, ele acredita que há uma mudança nos lados do quadrilátero e isso faz, por conseqüência, mudar o comprimento do fio ($\overline{L} \rightarrow \overline{F}$). Esse sujeito não apresenta ainda uma compensação entre largura e comprimento, estando atento apenas a uma dessas características. Todavia, por vezes o sujeito responde que o fio é o mesmo, ainda que ache que ele deve ser mais comprido! Sendo o mesmo fio, então algo se conserva, donde o sujeito conclui que a área permanece a mesma nas diferentes transformações ($F \rightarrow A$). Para o entrevistado, o que importa são as variações do lado do quadrilátero. Ora, observe-se a linha temporal que surge: o formato muda - isso leva a crer que muda o comprimento do fio, mas uma conservação do fio implica uma manutenção da área. As implicações ainda não estão arranjadas em um sistema de conjunto mais organizado, o que ocasiona uma incoerência lógica entre as significações construídas.

Na última variação (10x0), a área se reduz ao mínimo com a conservação do perímetro. O sujeito não confirma a percepção de que a área se mantém, isto é, percebe que $F \rightarrow A$ é uma implicação falsa. Ele corrige seus juízos anteriores: se a área se altera, então é ela o fator que muda. O fio é sempre o mesmo e seu comprimento se conserva. Para explicar essa nova inferência o sujeito agora vai para uma compensação qualitativa. Os passos seguintes é que são curiosos, o caso de conflito serve para o sujeito, em parte, se corrigir, mas logo em seguida essa primeira inferência é perdida. Como ele passa a acreditar na compensação qualitativa, conclui que não há mais mudança porque há compensação dos lados e por isso conservação

[22] L = Lado; F= Fio; A= Área

tanto da área quanto do perímetro. O peculiar é que a mesma inferência (a área não se mantém), que serve para corrigir uma anterior (conservação da área), produz uma nova inferência (a de que o comprimento do fio se compensa nos lados) e que volta a concluir por uma conservação na área.

Vejamos o jogo de implicações:

$\overline{L} \rightarrow \overline{F}$ (a não conservação do lado implica a não conservação do fio)

$F \rightarrow A$ (a conservação do fio implica a conservação da área)

Após a situação de conflito, as implicações anteriores são percebidas como falsas, dando origem à seguinte ordem seqüencial de implicações:

$\overline{F \rightarrow A}$ (a conservação do fio não implica a conservação da área), então

$\overline{L} \rightarrow F$ (a não conservação do lado implica a conservação do fio), logo

$F \rightarrow P$ (a conservação do fio implica a conservação do perímetro) e

$P \rightarrow A$ (a conservação do perímetro implica a conservação da área)

Esse fato, que é curioso por um lado, por outro, mostra a seqüência temporal das implicações entre significados e conexões lógicas derivados. Eles possuem ordens seqüenciais que influenciam os juízos e as conclusões posteriores. Diferentemente das operações lógico-matemáticas, cuja temporalidade não é determinante, a ordem das significações e das implicações é crucial na organização de um modelo para atribuir significado ao problema. Nesse primeiro caso, a organização lógica das significações ainda é muito frágil, pois não apresenta uma maior coerência interna. Ainda que haja essa construção implicativa ao longo da sessão, classificamos o sujeito em um modelo unidimensional porque na última foto volta a dominar as inferências baseadas nas implicações $\overline{L} \rightarrow \overline{F}$ e $F \rightarrow A$, indicando regulações muito frágeis e incapazes de ampliar as coordenações do sujeito.

3.4 Segundo Modelo de Significação: compensação qualitativa

Para os sujeitos que ultrapassam, de imediato, a crença de que a mudança dos lados modifica o tamanho do perímetro, surge uma justificativa que leva a outra constatação. Se os lados se conservam, então os tamanhos se compensam. Essa interpretação correta para o caso do perímetro é estendida para a estimativa da área, dando espaço a uma série de novas condutas. Foram encontrados seis sujeitos (19, 22, 23 24, 27, e 37 anos) que organizavam a situação dessa maneira. Vejamos um caso:

(ROS, 22 anos, Estudante de Ciências Contábeis): Conta-se a história a respeito do canil. Faz-se a primeira mudança (do quadrado de 5x5 para o retângulo de 6x4) -E agora? O que tu podes me dizer que aconteceu com a cerca do canil? É maior? É menor? É a mesma? *-Eu acho que fica a mesma coisa.* -E a superfície para o cachorro caminhar? *-É a mesma.* -Como é que tu sabes? *-É que tu usaste o mesmo fio. O que tu tiraste daqui* (aponta para a área que foi diminuída pelo estreitamento do retângulo) *foi colocada aqui* (aponta para a área que foi aumentada em função do aumento do comprimento do retângulo).

No extrato acima é possível perceber que o sujeito justifica a conservação da área em função da permanência do fio. Todavia, essa compensação não é quantitativa, pois o índice para o juízo é a percepção. Ao mudarmos um quadrado de 5x5 para um retângulo de 6x4, a superfície, aparentemente, se conservou. Contudo, o incremento de 1 cm em um dos lados garante um aumento de 4 cm^2 na área total, enquanto que a diminuição simultânea de 1 cm do lado adjacente leva a uma redução de 5 cm^2. Para um juízo baseado na percepção, essa pequena redução é difícil de perceber e fomenta a inferência de que a conservação do fio implica a conservação da área. Nesses casos, em que o sujeito acredita em uma conservação da área devido a uma possível regulação entre o aumento e a diminuição dos lados, dizemos que se trata de uma compensação qualitativa, pois não leva em conta os dados métricos que podem fornecer o resultado correto.

Pode-se fazer uma analogia às quantificações extensivas que fazem as crianças pequenas durante a contagem de coleções. Dada uma coleção de objetos dividida em duas subclasses, os sujeitos pré-operatórios podem quantificá-las como sendo "muito", "pouco" ou "mais ou menos": é uma espécie de métrica sem quantificação intensiva (PIAGET e SZEMINSKA, 1941). Os entrevistados justificam que as áreas do retângulo e do quadrado se equivalem, fazendo essa compensação da mesma maneira extensiva, sem precisar as quantidades exatas que se compensam. Nas crianças, em geral, essas condutas são originadas da limitação estrutural ocasionada por sua organização mental. Aos pequenos faltam as estruturas de classificação e seriação que permitem estabelecer uma métrica adequada. No caso dos adultos, as dificuldades desdobram-se às resistências do objeto e dos conteúdos envolvidos, dando margem às seguintes inferências:

$F \rightarrow L$ (conservação do fio implica conservação dos lados) ou

$F \rightarrow P$ (conservação do fio implica conservação do perímetro)

A partir dessas duas primeiras implicações o sujeito infere que há compensação entre os lados do quadrilátero e, então, formula novas implicações:

$F \rightarrow A$ (conservação do fio implica conservação da área) ou

$P \rightarrow A$ (conservação do perímetro implica conservação da área)

Desse conjunto de implicações extrai-se a explicação da compensação qualitativa. O sujeito já ultrapassa a constatação aparente de que a mudança do lado leva a alguma modificação no quadrilátero. Ele parte da inferência de que os tamanhos dos lados se conservam pela manutenção do fio. Disso, deriva que o perímetro não se altera e que os outros elementos também se conservam em função de uma compensação. Evidente que essa inferência anterior se basta como um índice suficiente para o juízo, sem que se preocupe em averiguar a métrica da transformação. O sujeito não precisa verificar a proporção dessa mudança, pois a inferência anterior já lhe serve como garantia dessa conservação. Na seqüência da sessão é possível ver como esse jogo inferencial sustenta as condutas do sujeito:

(Mudança de 6x4 para o retângulo de 7x3) -E como fica a cerca agora? -*Continua a mesma.* -E a superfície para o cachorro caminhar? -*Eu acho que a mesma coisa.* (Mudança para o retângulo de 8x2). -Como é que ficou a superfície para o cachorro caminhar? -*Agora parece que aumentou.* -Como é que tu sabes que aumentou? -*É difícil de dizer. Tu não aumentaste o fio e não diminuíste, mas está mais comprido. Dá a impressão de que é maior porque está mais estreito.* -Tu achas que a superfície é maior porque está mais estreito? Tu podes me explicar melhor isso? -*É que está mais estreito, daí acaba ficando mais comprido justamente porque o fio é o mesmo então dá essa impressão de que aumentou, mas no fim é a mesma coisa.* -Teve um colega teu que veio aqui antes e disse que era preciso mais cerca para fazer esse canil porque ele fica muito comprido desse lado. Tu achas que ele pode estar certo? -*Não, porque ele está mais comprido, mas acabou diminuindo na largura.* -Mas também teve outro colega que achou que a cerca era realmente a mesma, mas que a superfície diminuiu porque está muito estreito. Tu achas que ele pode estar certo? -*Sim, claro. Tu olhando dá a impressão que mudou, mas é a mesma coisa.*

Nesse momento da sessão é importante verificar como as transformações provocam certo desequilíbrio em ROS. Ele percebe que algo muda: no primeiro quadrado tem-se uma área de 25 cm^2, depois 24 cm^2, para então 21 cm^2 e 16 cm^2. A área está mudando e o sujeito volta a verificar suas implicações para interpretar o que está acontecendo. Destaca-se que os observáveis do objeto só são acessíveis à medida que existam coordenações inferenciais que sejam capazes de interpretá-los (PIAGET, 1975). Se o sujeito não pode interpretar os dados do objeto é porque não possui coordenações suficientes para uma leitura mais objetiva da realidade. Coisa curiosa é que esse sujeito, em particular, retoma inferências mais primitivas, oscilando entre a compensação qualitativa e o juízo unidimensional. Em certos momentos não sabe como interpretar as mudanças que acontecem, então as atribui a uma modificação do tamanho do lado, mas que é rapidamente corrigida pela idéia da conservação do fio. Na verdade, superficialmente, poder-se-ia interpretar que o sujeito estava, em determinados momentos, regredindo. Entretanto, em uma análise mais profunda, pode-se observar que essa aparente regressão só acontece porque o sujeito já duvida da inferência que rege o seu juízo naquele instante. Essa dúvida vai abrir a possibilidade de que novas regulações se construam e que possam organizar novas coordenações.

(Mudança para o retângulo de 10x0) -Como tu achas que ficou a superfície agora? -*Está muito estreita.* -É menor, igual ou maior? -*É bem menor.* -E a cerca para o canil? -*É o mesmo fio, mas mudou o espaço. Está bem menor.* -Vou voltar para aquela primeira situação que nós tínhamos (quadrado de 5x5). Se eu comparar esse quadrado com essa última situação (10x0) que nós tínhamos, o que tu podes me dizer? -*Nessa aí tu tens bem mais espaço para o cachorro brincar.* -Agora se eu comparar esse primeiro canil (5x5) e esse outro (7x3). O que tu podes me dizer da superfície? -*É a mesma. Agora sim continua igual.* -Teve um colega teu que achava que este aqui (7x3) era menor, tu achas que ele pode estar certo? -*Não. Eu acho que ele pode ter olhado que está mais estreito, mas fica ao mesmo tempo mais comprido. É a mesma coisa.* -Tu achas que consegue fazer algum cálculo para me dizer a medida da cerca ou da superfície? (Pára e pensa). -*Não... Eu não sei como.*

Com a mudança para a situação em que o perímetro ainda se conserva e a área é mínima, o sujeito já é capaz de perceber que há uma modificação no tamanho da superfície. A diferença perceptiva entre o quadrado de 5x5 e o retângulo de um lado 10 e outro próximo de 0 é muito grande. Como a percepção ainda é um forte referente para o juízo do sujeito, nesse caso, ele desconsidera suas inferências anteriores e acredita em uma mudança. Veja que interessante a relação que se estabelece entre os dados oriundos da percepção e as inferências: são os índices perceptivos que levam às inferências (compensação qualitativa), mas quando estas são superadas o sujeito tende a voltar para inferências mais primitivas (juízo unidimensional), baseadas exclusivamente na percepção. Ao compararmos esse modelo de significação com o anterior, percebe-se que o sujeito avança na construção das implicações e a lógica das significações é um pouco mais sofisticada, ainda que não completamente coerente. Em comum, os dois modelos têm uma forte influência da percepção, que conduz à construção inferencial, influencia o juízo das mudanças e determina as condutas do sujeito. A variação da situação reafirma o modelo de significação do sujeito.

Última foto: Conta-se a segunda história. -Então eu tenho esse primeiro (quadrado de 6x 6), mas depois passo a ter esse (retângulo de 9x4). Tu achas que a cerca que ele vai fazer é a mesma, maior ou igual? -*Ela é maior.* -Como é que tu sabes? -*É por causa do comprimento. Tu precisas muita cerca porque ficou muito comprido.* -Teve um colega teu que achava que a cerca era a mesma porque ficou mais comprido, mas mais estreito. Será que ele pode estar certo? -*É, é a mesma coisa. Ele vai usar a mesma cerca. Só que fica mais comprida.* -E a superfície para o cachorro caminhar? -*É a mesma.* -Agora, o dono resolveu mudar de novo e fez assim (caso limite)? O que tu achas da superfície? -*É a mesma.* -E a cerca? -*Ela é maior, mas desse lado só. O tamanho do fio é o mesmo.* -Como é que tu sabes que é a mesma? -*Porque tu não mudaste o espaço.*

Ao propormos a variação da prova pode-se notar, através do extrato acima, que o sujeito mantém seu modelo de significação da situação em uma compensação qualitativa. Em determinado momento parece que ele nota a mudança no perímetro do quadrilátero, mas é apenas um retorno a um juízo unidimensional. O jogo inferencial que aqui se estabelece é muito semelhante ao anterior. A permanência dos retângulos nas diferentes variações implica uma conservação da área, mas em função disso o sujeito infere também uma conservação do perímetro.

Se antes tínhamos:

$P \rightarrow A$ (conservação do perímetro implica conservação da área)

O sujeito desdobra essa implicação em outra, pois acredita que:

$A \rightarrow P$ (conservação da área implica conservação do perímetro)

A partir disso, destacamos que as inferências que sustentam os juízos dos sujeitos e que caracterizam esse modelo de significação são baseadas em uma implicação mútua, dada por:

$A \leftrightarrow P$ (a conservação da área implica a do perímetro e vice-versa).

O fato de ROS não saber resolver o cálculo tanto no papel quanto no material impede que tenha outros índices de juízo. O único feedback para suas ações é a percepção imediata e qualitativa.

3.5 Terceiro Modelo de Significação: correção pelo cálculo

Alguns sujeitos iniciam a sessão organizando a situação através de um modelo de compensação qualitativa, mas, ao longo do experimento, são capazes de perceber problemas na lógica implicativa que vinham seguindo. Determinados momentos, tal como o caso em que o perímetro se conserva e a área é mínima, podem desencadear regulações e sugerir uma revisão nas conexões lógicas estabelecidas (implicações significantes). Além disso, esses sujeitos são suscetíveis a situações que demandam a busca por novos índices de juízo, pois percebem a insuficiência dos parâmetros que vinham seguindo até então. As referências que dominam as condutas originam-se das implicações $F \rightarrow P$ e $F \rightarrow A$, portanto $A \leftrightarrow P$. Nesses casos, os dados perceptivos são apenas índices que confirmam as justificativas construídas a partir das inferências formuladas. Todavia, frente a situações de conflito e de contra-sugestões, as inferências anteriores podem ser revistas pela introdução de uma métrica capaz de precisar os dados em questão. Caso o sujeito duvide da explicação que constrói, então é preciso rever as implicações que lhe deram origem. Analisemos um caso específico para acompanhar o processo de raciocínio dos sujeitos que elaboram esse modelo de significação:

(MAR, 26 anos, Doutoranda em Educação): Resolve os cálculos propostos sem problemas. Vale-se sempre do algoritmo convencionado. Conta-se a história a respeito do canil. Faz-se a primeira mudança (do quadrado de 5x5 para o retângulo de 6x4). -E agora? O que tu podes me dizer que aconteceu com a cerca do canil? -*A área é a mesma, mas os lados da cerca mudaram de tamanho porque antes ela estava aqui* (aponta com os dedos o quadrado de 5x5)*...Se eu não me engano tínhamos um quadrado e todas as áreas da cerca tinham o mesmo tamanho. Agora ele fez um retângulo, dois lados ficaram maiores, dois lados ficaram menores, mas como ele usou a mesma cerca a área ficou a mesma.* (Passa o dedo sobre o fio). -Então me explica um pouco melhor. Como ficou a cerca? -*Ela mudou a medida dos lados, mas a área pro cachorro é a mesma.* -Quando o dono desmanchou a cerca para construir o novo canil foi preciso comprar mais cerca? Sobrou cerca? -*É a mesma cerca.* Segunda transformação (retângulo de 6x4 para retângulo de 7x3). -E agora? Como tu achas que ficou a cerca? É a mesma coisa? Faltou cerca? Foi preciso comprar mais cerca? -*Não, é a mesma cerca porque ele só está mudando, na verdade, o tamanho dos lados. Eu tenho um lado que ficou menorzinho* (gesticula com a mão para indicar o lado de 3 centímetros*), mas eu tenho outro que ficou bemmm mais comprido* (aponta o lado de 7 cm). *Você está usando a mesma cerca então a área ficou a mesma.*

Até então, nessa primeira foto, é possível notar que o sujeito segue um modelo de compensação qualitativa. É interessante destacar como ele se mostra mais ativo durante a entrevista: apresenta mais regulações, já presume algumas perguntas e aponta algumas relações. MAR já diz “se eu não me engano tínhamos um quadrado” e estabelece relações mais precisas entre os lados do retângulo. Ao acompanharmos o seu raciocínio é possível verificar como ela passa a corrigir suas hipóteses.

Terceira transformação (retângulo de 7x3 para retângulo de 8x2). -Então o dono resolveu mudar o canil... -*É a mesma coisa.* -O que é a mesma coisa? -*De novo, os lados...Este lado ficou mais estreito que esse e por conta disso o comprimento teria de ser um pouquinho maior para ser a mesma cerca.* -Tu podes fazer uma comparação entre o cálculo que fizeste e a situação? -*Segundo a minha tese tem algum problema em algum cálculo. Ah não!* (Pára e pensa). -O que tu estás pensando? -*Eu estou pensando no caso dessas duas* [contas] *que a área é a mesma e que os perímetros são diferentes* (Pára e pensa).... *Pois é, se a área é a mesma* (Incrível porque a área não é a mesma!!)...*É que para você construir a cerca você sempre leva em conta a área que vai ser cercada e nunca o perímetro.* -O que é o perímetro? -*O perímetro eu acho, antes eu tinha mais certeza do que agora, que era a soma dos lados. Vamos supor que se a gente corta a cerca é como se fosse toda a extensão e a área é todo esse espaço que a cerca ocupa por isso que não importa qual o tamanho a área vai ser a mesma porque essa extensão* (o fio) *não mudou.* -Então se eu pegar o primeiro canil (5x5) e esse outro (6x4), tu achas que o tamanho do fio muda? -*Não. O tamanho do fio não muda.* -E a superfície que ele limita? *Também não.*

Nesse momento da entrevista é interessante observar como MAR estabelece relações entre o cálculo e o experimento que está realizando. Até então ele está emitindo seus juízos baseadas na decorrência de que a conservação do fio e, conseqüentemente, do perímetro implicam a mesma área ($A \leftrightarrow P$). Todavia, quando pedimos que compare o procedimento com os exercícios realizados no papel, ele percebe que existem dois cálculos nos quais a área é a mesma, mas o perímetro é diferente. Ele passa a se questionar se o próprio cálculo está certo (!), visto que a implicação anterior ainda é considerada correta. Chega, até mesmo, a pensar que no experimento a área está se conservando e o perímetro está mudando, já que isso ocorre nos cálculos realizados anteriormente. Quando pedimos que esclarecesse o que entende por perímetro, ele define corretamente o conceito e retoma seu raciocínio de que a conservação do fio implica a manutenção da área ($F \rightarrow A$). É interessante observar que não é a compensação qualitativa que implica a preservação da superfície. Ela é apenas a justificativa elaborada para o índice real – a conservação do fio - que sustenta essa implicação.

A mobilidade do pensamento nesse modelo de significação é muito importante. Continua-se a perceber como o sujeito estabelece mais relações e coordenações entre os objetos, e entre os objetos e os cálculos. Parece claro que MAR possui todas as possibilidades de um pensamento organizado: testa hipóteses, organiza a situação, verifica e compara casos. O que dificulta o acerto do problema são suas inferências anteriores, que dirigem o caminho do seu pensamento. Essa organização que dá origem a esse modelo de significação diferenciado apresenta uma coerência interna bastante forte, não permitindo que o sujeito perceba a situação de conflito, mesmo que os dados perceptivos, que justificam a inferência, passem, agora, a negá-la.

Propõe-se a situação de conflito (retângulo de lado 10 e o outro próximo a zero) -E agora? Como tu achas que ficou? -*O perímetro é o mesmo, mas a área mudou.* -Tu achas que a superfície para o cachorro caminhar não é a mesma? -*Não sei..*. (Passa o dedo dentro da superfície limitada pelo fio) *É. Eu acho que é a mesma, mas é tão impressionante olhar dessa forma. Porque você pegou o mínimo que poderia colocar em um dos lados. Na verdade, isso aqui não são duas retas, ainda é um retângulo, mas é tão impressionante porque parece que a área mudou totalmente.* -Mas como você sabe que a área é a mesma? -*Porque se em todos os outros casos a área era a mesma aqui não pode ser diferente porque estou usando o mesmo fio. É a mesma cerca.* -É sempre tudo igual? -*É, muda o tamanho dos lados, a altura, o comprimento.* -Por exemplo, nesse primeiro (5x5), a primeira mudança que eu faço é essa aqui (6x4). -*Isso, você diminui o lado e aumentou o comprimento.* -Você acha que a superfície é a mesma, mas como é que tu sabes isso? -*Na verdade, antes você tinha aqui* (indica com os dedos uma parte do quadrado de 5x5) *e isso daqui* (essa parte) *está aqui* (aponta uma outra parte do retângulo de 6x4).

Nesse extrato é possível verificar que o sujeito entra em dúvida diante da situação que julgamos ser de conflito. Observa que a área diminui, mas os aspectos inferenciais continuam a dominar o campo perceptivo. Ela diz “é tão impressionante olhar dessa forma”, pois se surpreende com a redução drástica da superfície. Ainda, de imediato já diz “isso aqui não são duas retas, ainda é um retângulo, mas é impressionante porque a área parece que mudou totalmente”. Para MAR, as perturbações são compensadas e, inconscientemente, são negadas. O sujeito ainda crê na evidência, nos objetos, de observáveis que comprovam suas coordenações iniciais. De acordo com Piaget isso ocorre “porque este falso observável do objeto se deve a coordenações, elas próprias errôneas ou incompletas” (1975, p. 127). Há uma primazia da afirmação sobre a negação: “se o cordão é o mesmo, a superfície que ele delimita também é”. É preciso construir a negação da identidade entre o cordão e a superfície demarcada para compreender as relações entre área e perímetro.

O que podemos observar do jogo inferencial? Até então os dados perceptivos alimentavam a idéia de uma compensação qualitativa para sustentar que a conservação do fio implicava uma manutenção da área. Construída essa implicação, os dados perceptivos podem mudar, mas agora é essa inferência construída que passa a determinar os juízos e faz com que o sujeito reconsidere a leitura perceptiva dos objetos. Ora, os índices visuais ajudam a construir inferência e, após isto, elas mesmas influenciam a leitura dos mesmos dados perceptivos. Isso nos faz concluir que ambos estão em constante troca, um influenciando o outro: ora os índices perceptivos colaboram na construção das inferências, ora estas determinam a leitura dos índices. Os julgamentos, por sua vez, estão em função da seqüência temporal organizada, o que destaca o papel da temporalidade das implicações e inferências na operação sobre conteúdos específicos.

-Tu conseguirias fazer um cálculo em cima desse material (retângulo de 6x4)? -*Posso tentar. Teria que ser ...um, dois, três, quatro, cinco, seis,* (vai para o outro lado)*, doze,* (vai com o dedo para a outra dimensão) *treze, quatorze, quinze, dezesseis,* (vai para o lado paralelo), *vinte. É isso 20 cm. Um, dois, três, quatro, cinco, seis.* (conta um dos lados com o auxílio do dedo, depois para a outra medida)*. Um, dois, três, quatro. Seis vezes quatro dá vinte e quatro* (Conta com o auxílio do dedo). -E agora quando eu fizer essa transformação (para o retângulo de 8x2). Como tu prevês que será o perímetro e a área? -*Tem que ser o mesmo.* (Conta o comprimento do fio pelo mesmo método anterior). *Dá 20. O perímetro é* *igual.* -Quanto tu prevês que será a área? -*Igual.* (começa a contar pelo mesmo método anterior). *8 vezes 2 dá 16! É diferente!* -Como você fez? -*A área, eu multipliquei o comprimento vezes a altura, 8x2 dá 16.* -E se eu mudar mais uma vez. Tu podes prever como vai ser o perímetro? -*Vai ser igual.* -E a área? -*Agora vai ser diferente.* -Por quê? -*Eu sempre estava achando que a área era igual, mas depois desse resultado então a área pode mudar.* -E se eu fizer mais essa transformação (para o caso de lado mínimo)? O que você pode prever? -*Então... eu tinha...Quando eu vi eu falei que a área ficou muito reduzida. Depois eu pensei, mas se a cerca é a mesma a área continua a mesma, mas não, a área muda totalmente.* -Tu achas que essa área (10x0) é maior ou menor que o primeiro caso (5x5)? -*É menor.*

O modo organizado como MAR atua sobre o problema é muito interessante. Ele é capaz de descrever seus próprios juízos e analisá-los. Com a introdução do cálculo, ele percebe que seus juízos anteriores não estavam corretos e é capaz de descrever porque havia emitido tais julgamentos. O cálculo, agora, o faz perceber que a inferência anterior ($\mathrm{F} \rightarrow \mathrm{A}$), de que a manutenção do fio implicava a conservação da área, não é mais um índice confiável. O sujeito constata que a conservação do fio não assegura a manutenção da superfície, dando origem a implicação $\overline{\mathrm{P} \rightarrow \mathrm{A}}$. Com a construção desta nova implicação, a anterior $\mathrm{A} \leftrightarrow \mathrm{P}$ passa a ser falsa juntamente com a explicação que a justificava. É preciso encontrar um novo parâmetro para emissão dos juízos. O raciocínio do sujeito se dirige para a procura de novas explicações, como podemos observar mais adiante.

-Eu vou te propor outra comparação, entre esse (7x3) e esse (8x2). -O que tu podes me dizer? -*O perímetro é o mesmo, mas a área vai ser diferente.* -Tu podes me prever qual vai ser maior que o outro? -*Eu teria que fazer o cálculo.* -E sem o cálculo? Teria como fazer? -*Eu poderia tentar contar os quadradinhos, mas ainda seria um cálculo.* -Podes, então, fazer o cálculo? -*Um, dois três,..*(conta os lados com o auxílio do dedo) *dá 20. Eu falei que um dos lados tinha 7, o outro tem um, dois, três. Dá 21 centímetros quadrados. A área aumentou.* -Estranho, não? É sempre o mesmo fio. -*É o mesmo fio, mas é a proporção...não sei se é bem a proporção...há uma diferença entre ...parece que é...não sei é isso é a lei, mas parece que quanto mais a figura se aproxima de um quadrado ela parece que consegue ganhar uma área maior. Por que aqui* (aponta para o caso de lado quase zero) *é praticamente o extremo de um retângulo. Tem um comprimento muito grande, mas a largura não. Parece-me que quando o comprimento e a largura são mais próximos, a área aumenta. Não sei se é uma regra, mas aqui eu tenho 4 e 2 e aqui 3 e 3* (aponta para os cálculos) *e o perímetro é igual, mas ele ganha em área.* (Hesita ao falar Não parece seguro do que afirma). -Os números são como? -*Eu não sei se isso é uma regra, mas parece que quando os números se aproximam mais, o tamanho da largura e do comprimento. Quanto mais a largura e o comprimento se aproximam entre eles, maior é o tamanho da superfície coberta. Porque, por exemplo, aqui no primeiro cálculo* (pega o fio e reconstitui o quadrado de 5x5) *tem a maior área 24 cm. Aqui nesse caso* (monta o retângulo de 8x2) *tem a menor altura tem a menor área. E esse* (10x0) *é menor que esse, tem a área menor ainda.*

Nota-se que com a introdução do cálculo como novo índice para a construção dos juízos o sujeito passa a procurar por uma nova explicação para o porquê das transformações. Se antes as compensações qualitativas justificavam a implicação $F \rightarrow A$ (manutenção do fio implica conservação da área), agora elas não são mais suficientes ($P \rightarrow ?$). A mudança dos índices de juízo abre a possibilidade de novas inferências ao mesmo tempo em que fomenta a busca por uma nova razão das coisas. No caso de MAR, ele começa a pensar em compensações que não são mais equivalentes. Introduz a idéia de que os lados mudam e há certa compensação, mas não em proporção direta. Em resumo, a quebra de uma inferência faz rever a confiabilidade dos índices que deram origem a ela e isso permite a procura por outros referentes. Esses novos parâmetros proporcionam a criação de novos juízos e implicações, mas ainda exigem a construção da significação da situação através de uma explicação dos procedimentos envolvidos.

Até então podíamos perceber um privilégio da afirmação de que a manutenção do fio implicava a conservação da área. A negação da identidade entre área e perímetro ($\overline{P \leftrightarrow A}$), que era anteriormente restrita à situação que colocava uma perturbação, passa agora a se aplicar a outras formulações do sistema explicativo, o que faz o sujeito voltar às suas ações e reavaliar seus juízos anteriores. Pode-se falar de uma generalização das negações, que se expandem para outros casos e funcionam como uma perturbação eficiente, pois, ao negar a identidade do perímetro e da área, colocam em xeque todas as conclusões tiradas da evidência de que a linha não foi aumentada ou diminuída. Parece que o modelo de significação desses sujeitos começa a desconstruir a primazia da afirmação sobre a negação, permitindo perceber os desequilíbrios que os objetos colocam a essas coordenações mal organizadas. As regulações, um pouco mais poderosas que as dos sujeitos do modelo anterior, são capazes de estender as compensações para os outros casos da mesma situação, mas não ainda para outras situações análogas. No caso de MAR, os novos índices levaram a novos julgamentos, mas as explicações para isso ainda não estão muito organizadas, o que impede uma generalização maior das inferências, como se pode perceber na última foto.

Última foto: (Conta-se a segunda história). -Então eu tenho esse primeiro canil (quadrado de 6x6), mas depois passo a ter esse (retângulo de 9x4). Tu achas que a cerca que ele vai fazer é a mesma, maior ou igual? -*A quantidade de cerca é a mesma, mas ela vai ser disposta de uma maneira diferente.* (Pára e pensa antes de responder). -E a superfície para o cachorro caminhar? -*O espaço estava aqui* (manipula pra reconstruir o quadrado) *e foi para lá* (manipula para reconstruir o retângulo) *então continua o mesmo espaço.* -E a cerca que ele precisa para o canil? -*Ela mudou o tamanho da cerca* (faz um gesto com a mão indicando o comprimento). *Ele mudou o comprimento da cerca, mas a quantidade de cerca é a mesma.* -Então não sobrou cerca? -*Não.* -E a superfície? -*É a mesma. Nossa, agora você me deixou confusa. Eu comecei partindo desse princípio, depois eu mudei e agora eu estou voltando nele de novo.* -Por quê? -*Porque eu acho que o cálculo me atrapalhou mais do que me ajudou. Porque eu parti de um cálculo errado. Porque quando eu comecei aqui eu falei sempre que a superfície ia ser a mesma.* - agora tu achas que a superfície continua a mesma? -*Sim, porque é a mesma quantidade de lajes que tu utilizaste aqui e ali. Não pode ser diferente* Propõe uma terceira variação (alinha 6 cartas em um retângulo de 9x1). -E agora? Como fica a superfície? -*A superfície é a mesma. A disposição é que é diferente.* -E o fio para fazer a cerca? –*Igual.* -Como você sabe? -*Partindo dos outros exemplos, também. E se a gente olhar os espaços que não usa mais, a gente usa no resto.* -Então o que você conclui? -*É tudo o mesmo.*

É impressionante o poder que as inferências anteriores têm sobre o juízo de MAR. É essa influência que caracteriza os sujeitos que classificamos nesse modelo de significação. De início, ele conclui, corretamente, por uma conservação da área, uma vez que os 6 retângulos são sempre os mesmos. Para a conservação do fio, agora, o sujeito não se justifica por uma compensação qualitativa, pois já viu no caso anterior que ela não é um fator confiável. Ele baseia-se na inferência construída sobre a outra situação e procura por uma nova explicação apresentando uma justificativa unidimensional que apela para o aumento do comprimento lateral da cerca. A relação entre a conservação da área e o perímetro para MAR é, ainda, amalgamada, pois não compreende que essa situação é o oposto da outra.

As condutas do sujeito demonstram que confunde as duas situações e as considera de maneira semelhante. Este fato evidencia a construção da implicação mútua: a conservação perímetro supõe a manutenção da área e vice-versa ($\mathrm{A} \leftrightarrow \mathrm{P}$). O uso do mesmo conjunto de implicações nas duas situações reforça ainda mais a hipótese de uma inferência incorreta em função dos conteúdos. Todavia, o que diferencia o modelo de significação de MAR do anterior é que possui uma maior coerência interna e ele mesmo se sente confuso frente ao problema. O sujeito percebe que está emitindo novamente juízos baseados em índices que julgou, pouco antes, como não confiáveis. Ele sente-se duvidoso, mas também não tem autonomia para procurar pelo cálculo. Quando propusemos contra-sugestões e situações de conflitos típicos do Método Clínico, seu pensamento responde e se organiza para resolver o problema. Aqui, no caso de uma última foto, baseada em uma entrevista simples, o sujeito retoma seu modelo de significação, mas as inferências realizadas durante o Método Clínico passam a questionar esses juízos de agora. Este terceiro modelo de significação caracteriza-se por uma maior coerência lógica interna, uma procura por outro índice de determinação das condutas face ao fracasso dos primeiros, mas ainda por uma incompletude da significação dos novos juízos construídos.

3.6 Quarto Modelo de Significação: a métrica

Há um grupo de três sujeitos (22, 24 e 25 anos) que apresenta um modelo de significação da situação bem mais organizado. Eles procuram interpretar o problema sob diferentes perspectivas, buscam distintos índices de juízo para testar suas hipóteses, sendo mais capazes de exercer regulações frente aos conflitos. Na verdade, o conflito configura-se como tal em função das inferências anteriores e referentes considerados. No caso de alguns desses sujeitos, a suposta situação de conflito não é percebida como tal, mas ainda como mais um caso dentre tantos. Para outros, a situação de conflito desencadeia a procura por outros parâmetros de juízo e exerce uma regulação capaz de corrigir inferências anteriores e reorganizar as inferências futuras. Os modos de pensar desse modelo caracterizam-se por essa capacidade de significar os problemas, de auto-regulação e busca por novas possibilidades de explicar e justificar as condutas empregadas.

Alguns desses sujeitos ainda iniciam o experimento acreditando na igualdade das relações entre área e perímetro ($A \leftrightarrow P$), mas corrigem-se ao longo da sessão e estendem essa correção à contraprova. As condutas desses entrevistados podem ser interpretadas como capazes de responder às perturbações colocadas pelos observáveis dos objetos, o que modifica os próprios observáveis constatados pelo sujeito e suas coordenações. Estas, por sua vez, são atribuídas às coordenações do objeto e fazem com que o sujeito organize todo o sistema em função de uma regulação que modifica a interpretação geral do problema. O sujeito passa a corrigir suas respostas e condutas anteriores e, ainda, amplia suas regulações a casos futuros.

Em uma perspectiva de equilibração, as perturbações serão agregadas ao modelo de significação do sujeito como uma variação previsível dos dados da realidade e as regulações constituirão as novas coordenações, cuja construção permite um maior poder de explicação dos problemas. No caso deste quarto modelo explicativo, as regulações levam a uma nova conduta, mais qualificada e com maior capacidade de generalização do que a anterior. Nota-se uma relação indelével entre as coordenações do sujeito e os observáveis do objeto. É a partir dos objetos que o sujeito obtém feedbacks das suas ações e pode encontrar índices para realizar regulações. Assim, quanto mais ativo é o sujeito em um experimento, quanto mais explora um material e as relações que nele se encontram, mais próximo se encontra da elaboração de uma significação.

Os sujeitos que apresentam respostas compatíveis com esse quarto modelo explicativo possuem regulações capazes de responder às necessidades, quando estão diante de uma perturbação. Provavelmente, eles não apresentam tal desempenho desde o início porque nunca tinham pensado a respeito do problema sob a ótica que propomos, apesar de terem visto os conteúdos de área e perímetro ao longo da educação básica e alguns, inclusive, no ensino superior. Optamos por explicitar esse modelo de significação através do acompanhamento do raciocínio de um sujeito que apresenta regulações bastante interessantes frente às situações.

(OCT, 22, estudante de Ciências Sociais): Conta-se a história a respeito do canil. Faz-se a primeira mudança (do quadrado de 5x5 para o retângulo de 6x4) -E agora? O que tu podes me dizer que aconteceu com a cerca do canil? -*Ele usou o mesmo arame para fazer.* (Aponta com o dedo para o fio). -Então tu achas que a cerca... -*Deve ter o mesmo tamanho.* -E a superfície para o cachorro caminhar? Como fica? -*Continua a mesma.* (Mudança do retângulo de 6x4 para 7x3). -E como fica a cerca agora? -*É o mesmo tamanho.* -E a superfície? -*É o mesmo tamanho.* (Mudando do retângulo de 7x3 para 8x2). -É preciso comprar mais cerca? -*Não, usa a mesma cerca. Está tudo aí.* -E a superfície? -*É a mesma, só que está distribuída de maneira diferente.* -Como assim "distribuída de maneira diferente"? -*Mudou a largura e a altura.*

Observando apenas o extrato acima, no qual o experimentador não intervém, não sugestiona, nem apresenta contra-sugestões, poder-se-ia dizer, superficialmente, que o sujeito apresenta um modelo de compensação qualitativa, no qual a inferência dominante é oriunda da conservação da área pela manutenção do fio ($F \rightarrow A$). Todavia, a utilização do Método Clínico permite explorar esse pensamento, organizá-lo e dissecá-lo para compreender as significações que estão em jogo, as inferências envolvidas e a mobilidade do raciocínio empregado. No caso de OCT, podemos observar que sua capacidade de regulação é maior, que a novidade do problema lhe causa estranheza, mas que pode significar o problema à medida que atua sobre ele. Observemos:

Propõe-se a situação de conflito (retângulo de lado 10 e o outro próximo do zero). -Como tu achas que fica a cerca agora? -*Horrível! Não tem espaço para o cachorro!* -Como tu achas que fica a cerca? -*Tem o mesmo perímetro de arame, mas a área é que é diferente.* -Tu achas que mudou a área? Como é que tu sabes? -*Porque tem pouquinho espaço.* -Vou voltar para aquela primeira situação que nós tínhamos? Se eu comparar esse quadrado (5x5) com essa última situação que nós tínhamos... -*A cerca é a mesma*. -E a superfície? -*A superfície me parece ser diferente. Aqui* (aponta para o quadrado de 5x5) *parece ter mais espaço. A superfície é a área, então multiplica esse lado pelo outro* (Aponta os lados do quadrado de 5x5)*. Se esse ladinho aqui* (aponta o lado próximo de zero do outro quadrilátero) *multiplicado pelo outro der o mesmo, a área é a mesma. O perímetro é o mesmo porque o barbante é o mesmo, mas aqui* (aponta com o dedo o retângulo de 10 a quase 0*) a área me parece ser menor porque está mais longa. A impressão de olhar é que aqui está melhor do que ali.*

Aqui OCT ainda mantém suas inferências com base quase que exclusivamente na percepção visual, mas os índices de juízo que antes eram exclusivamente perceptivos agora são deixados de lado em função de um novo parâmetro: o cálculo. Ele começa a raciocinar sobre o problema de outra maneira e a superar as inferências baseadas exclusivamente na percepção. É interessante que a aplicação do algoritmo no problema é correta, mas ele não o ajuda de imediato a corrigir seu erro. É uma aplicação mecânica. Ele começa a desenvolver o raciocínio que lhe abrirá novas possibilidades de hipóteses, mas a inferência inicial é mais forte. Ele ainda descreve como seria a resolução do problema pelo algoritmo, mas insiste que se os resultados forem iguais, então a área será igual. Essa afirmação, que inicialmente pode parecer um empecilho para as coordenações do sujeito, demonstra que ele já antecipa a existência de duas figuras cujos lados sejam diferentes, mas as áreas sejam idênticas. Entretanto, ao final, mesmo com a possibilidade de usar o cálculo para chegar a uma resposta precisa do problema, ele volta a usar a percepção e destaca "a impressão de olhar". Ainda aqui, para OCT, é a percepção que lhe fornece os dados para seu juízo, mesmo que surjam as primeiras possibilidades de inferências baseadas em outros referentes. O desenrolar da sessão mostra que o sujeito vale-se desse desequilíbrio proporcionado pela situação de conflito para se reorganizar. Nas diversas variações que propomos, a inferência baseada na percepção perde cada vez mais espaço e a métrica introduzida passa a ser considerada pelo sujeito como o único referente confiável.

-E se eu comparar esse (quadrado de 5x5) com a segunda transformação que eu tinha feito (retângulo de 6x4)? O que tu achas? -*Tem a mesma área.* -Como você sabe? -*Como eu sei? Vamos ver...um, dois, três, quatro, cinco, seis* (Conta com o dedo um dos lados do retângulo). *Seis unidades por...um, dois, três quatro. Seis vezes quatro, vinte e quatro. Eu posso mexer?* -Claro. (O sujeito volta o fio para o quadrado de 5x5). - *Um, dois, três, quatro, cinco, e aqui um, dois, três, quatro, cinco,* (conta com o dedo os lados do quadrado). *É diferente, tem dez. Quer dizer, 5 vezes 5 dá 25. Quase o mesmo, 24 para 25.* -Mas então, não entendi a sua solução. Quase o mesmo quer dizer o mesmo? O que aconteceu? -*É, a área mudou.* -Então você errou antes? -*Sim, eu errei antes.* -Mas como se o perímetro é sempre o mesmo? -*É, mas então o perímetro é diferente da área.* -Se eu mudar mais uma vez (a partir do retângulo de 6x4) e fizer esse aqui (o retângulo de 7x3). O que tu podes me dizer da cerca? -*O perímetro do barbante é o mesmo. É a mesma cerquinha. Ele não usou mais material para fazer a cerca.* -E a superfície? –*Um, dois, três ...* (Interrompe-se a contagem). -Espere, você não sabe sem contar? -*A impressão que eu tenho é que continua a mesma área, independente da forma que assume.* -Por que tu achas que continua a mesma área? -*Porque está delimitado pelo tamanho do barbante.* -Mas se eu comparar o primeiro (quadrado de 5x5) e esse (retângulo de 7x3) como fica afinal a superfície? -*É diferente.* -Como é que tu sabes? -*É que mudou a relação entre os tamanhos dos lados.* -Então sempre vai ser diferente? -*Não necessariamente, porque se a relação entre os números dos lados forem iguais, a área vai ser igual, mas se der um número diferente aí mudou.*

Ainda que inicialmente OCT deixe-se levar pela percepção, visto que na primeira transformação a diferença é muito pequena, ele tem autonomia para introduzir o cálculo como um índice de avaliação. Quando fica em maior dúvida ou precisa explicar o seu juízo, então o parâmetro perceptivo não lhe é mais suficiente. A introdução do cálculo provoca uma mudança no jogo das implicações. Até então ele acreditava que a manutenção do perímetro implicava também a conservação da área, mas após a introdução do cálculo ele desconstrói essa implicação. Isso é facilmente percebido quando pedimos que reafirme sua resposta e ele diz: “É, mas então o perímetro é diferente da área”. Essa fala de OCT vai permitir rever suas inferências anteriores para reorganizar seus julgamentos. O fato de não verificar nos objetos suas inferências anteriores abre a possibilidade da procura por novas explicações.

Até então o jogo de implicações desenvolvido é o seguinte:

$\mathrm{P} \rightarrow \mathrm{A}$ (a conservação do perímetro implica a da área)

Após a introdução do cálculo como índice de verificação

$\overline{\mathrm{P} \rightarrow \mathrm{A}}$ (a conservação do perímetro não implica a conservação da área),

Abre-se margem à busca por novas explicações já que

$\mathrm{P} \rightarrow ?$ (a conservação do perímetro refere-se a quê?)

Mais para o final, percebemos que ele deixa de considerar a superfície do quadrilátero como um resultado direto de seu perímetro, mas passa a especular sobre uma “relação entre o tamanho dos lados”, ainda que não possa explicá-la satisfatoriamente. Ele afirma corretamente que a mudança da relação do tamanho dos lados é o que define a área, mas oscila quando se refere à conservação do fio. O sujeito já antecipa a existência de figuras diferentes com áreas idênticas, mas não percebe que nesses casos o perímetro não pode ser mantido. Em nosso entendimento não se trata de uma incoerência lógico-matemática, mas uma desorganização devido a relações inferenciais que são estabelecidas, mas não relacionadas e, tratando-se de inferências, um caso típico de uma lógica das significações. Veja que o cálculo permitiu ao sujeito substituir o índice perceptivo como fonte de dados para seus julgamentos. Isto ocasionou a busca por outras explicações para o porquê das coisas e desencadeou processos de pensamento que ampliam as significações e procuram reorganizar as inferências realizadas em função de uma revisão das implicações envolvidas. Tal jogo inferencial é percebido mais claramente na seqüência do experimento:

-Eu vou te propor um exemplo. Vamos comparar esse (retângulo de 6x4) e este (retângulo de 8x2)? O que tu podes me dizer? -*O barbante usado é o mesmo e a área mudou.* -Quando tu dizes que o barbante é o mesmo, o que tu queres dizer? -*Que o perímetro é o mesmo.* -E esse segundo retângulo (8x2) tem área maior, menor ou igual que o outro (6x4)? -*É menor.* -Como é que tu sabe? - *Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito por dois dá 16. É menor.* (Precisa realizar o cálculo para ter certeza). -E antes tu tinhas? – *24.* -E sem fazer um cálculo, tu achas que tens (como) me dizer se é maior, menor ou igual. -*Olhando.*-Olhando tu achas que essa (8x2) é menor? -*A impressão que eu tenho é que é menor.* -Mas antes tu dizias que era a mesma? -*Sim, eu dizia que era a mesma porque eu pensava que pelo fato do tamanho do barbante ser o mesmo, a área era a mesma.* -Então muda em cada transformação? -*Não, porque depende dos lados, se a multiplicação de um lado pelo outro for a mesma, então a área é sempre igual.*

A partir daqui o cálculo assume o papel de índice confiável de juízo, em lugar da percepção. Todavia, a explicação para as novas inferências ainda não está totalmente organizada. Até então, o sujeito acreditava na compensação qualitativa como uma justificativa. Agora, passa a falar de uma relação entre os lados. Ora, se essa relação não é totalmente direta, deve haver, também por inferência, algum caso em que a área se conserva. Nesse momento fica claro que o sujeito considera casos como, por exemplo, em que quadriláteros têm medidas de 6x4 e 8x3, nos quais a superfície é a mesma. O que o sujeito não antecipa é que nestes casos de conservação da superfície é o perímetro que varia. Nos casos de 6x4 e 8x3, a área é 24 em ambos os casos, mas os perímetros são 20 e 22. OCT não "descola" ainda totalmente a idéia de área e perímetro, mas o algoritmo o ajuda a chegar a resultados em casos específicos, ainda que não generalize e compreenda todos os possíveis.

Última foto. Conta-se a história e usam-se as cartas. -Então eu tenho esse primeiro (quadrado de 6x6), mas depois passo a ter esse (retângulo de 9x4). Tu achas que a cerca que ele vai fazer é a mesma, maior ou igual? -*A cerca eu não sei, mas a área é a mesma.* -Como é que tu sabes que é a mesma área? -*É a mesma quantidade de cartas em cada transformação. Tu não acrescentas, nem retira.* -E a cerca? -*Só contando.* -Tu podes fazê-lo? -*Sim, dá 3 vezes 4. Dá 12. No outro dá 2, 4, mais 9. Dá 13. É, diminuiu.* -Agora, o dono resolveu mudar de novo e fez assim (9x1 – caso limite)? O que tu achas da superfície? -*Não é muito funcional. Deve ter diminuído. Deixa eu ver. Dá 1 mais 1, 2 e mais 9 com 9. Dá 20 no total.* -O que é o 20? -*É o comprimento da cerca.* -E a superfície? -*Ah, eu me confundi antes e respondi errado. É* *a mesma, claro, são as 6 cartas ainda.* -E se tu tiveres que comparar essa situação com os cálculos que tu fez antes (aponta para o papel)? -*Não sei... É um retângulo que tem um comprimento e uma largura e a multiplicação dessas duas dá a área e a soma de todos os lados dá o perímetro.* -E se eu mostrar essas variações aqui (do quadrado de 6x6 ao retângulo de 9x4)? Tem alguma coisa parecida no cálculo? -*É a mesmíssima coisa. Se eu multiplicar os lados eu tenho a área e se eu somar os lados, tenho o perímetro.* -E se tu tiveres que comparar essa situação aqui com as cartas, com a outra, que tem o barbante? (Mostra-se o lado com as cartas e conservação da área e o lado com o barbante a conservação do perímetro) O que tu poderias dizer? -*É que nessa aqui as cartas são sempre as mesmas. É sempre o mesmo tamanho de cartas....e no barbante.... a operação é a mesma: é multiplicar uma dimensão pela outra. É que aqui a área está fixa e lá é o perímetro que está delimitado.*

Percebe-se que nessa última variação o sujeito apela diretamente para o cálculo como índice para a construção de suas inferências. Ele conclui duas coisas de imediato: a área é a mesma devido à manutenção do número de cartas e o perímetro precisa ser estimado através de uma métrica. As regulações desencadeadas pela situação de conflito estenderam-se para a organização de novas coordenações. Diferentemente da situação anterior, o sujeito não conclui, por implicação, que o perímetro se conserva. O dado visual não é mais considerado, já que não se mostrou passível de confiança. O sujeito procura realizar o cálculo, mas ele só o faz porque antes já desconstruiu a implicação de que a conservação do perímetro provocava a da área.

As novas implicações agora são:

$\mathrm{F} \rightarrow \mathrm{P}$ (a conservação do fio implica a do perímetro), logo

$\overline{\mathrm{A} \rightarrow \mathrm{P}}$ (a conservação da área não implica a conservação do perímetro)

$\mathrm{A} \rightarrow \mathrm{RL}$ (a conservação da área implica a manutenção de uma relação entre o tamanho dos lados)

Nessa variação da prova o sujeito mostra-se mais organizado, tranqüilo e seguro de suas respostas. A situação que consideramos como um possível conflito, para ele, não é detectada. Trata-se de mais um caso, uma vez que seu modelo de significação é capaz de compreendê-lo como mais um dentre os possíveis. O sujeito percebe a diferença entre a primeira e a segunda situação e é capaz de formular uma comparação com o cálculo. Trata-se de uma mobilidade de pensamento maior do que nos modelos anteriores, visto que frente às dificuldades impostas pela novidade e complexidade do problema o sujeito foi capaz de se organizar e responder às necessidades que se apresentaram.

3.7 A geometria plana e a significação

As condutas observadas nos diferentes modelos de significação nos levam a considerar a influência do grau de novidade e de complexidade dos objetos. Em geral, a prova que propomos para os entrevistados é uma perspectiva nova sobre o assunto. O conteúdo e o material específicos demandam a construção de novas coordenações cuja origem está na organização e na auto-regulação do sujeito. Esta capacidade de adaptação frente aos objetos e suas características particulares surge, então, da estrutura que chamamos de modelo de significação.

A tabela a seguir permite resumir as condutas e as implicações encontradas:

Modelo	Características	Implicações
Juízo unidimensional	-A transformação dos lados dos quadriláteros é interpretada como uma mudança no próprio comprimento do contorno da figura. -Existem implicações diferentes e contraditórias (a mudança do lado significa alteração no perímetro, mas a conservação do fio justifica a manutenção da área).	$\overline{\mathbf{L}} \to \overline{\mathbf{F}}$ $F \to A$ $\overline{F \to A}$ $\overline{L} \to F$ $F \to P$ $P \to A$
Compensação qualitativa	-Conservação da área e do perímetro devido a uma compensação extensiva entre os lados. -Estabelecimento de uma relação direta de interdependência entre área e perímetro.	$F \to L$ $F \to P$ $F \to A$ $P \to A$ $A \to P$ $\mathbf{A \leftrightarrow P}$
Correção pelo cálculo	-A lógica interna do modelo é mais poderosa e não aceita contradições internas. -O cálculo, enquanto parâmetro para o juízo, só surge de conflitos e contra-sugestões. -Regulações respondem ativamente às perturbações. -Os juízos atuais são influenciados pelas inferências anteriores.	$A \leftrightarrow P$ $\overline{P \to A}$ $\mathbf{P \to ?}$
Métrica como índice de juízo	-As regulações desencadeadas em função da situação de conflito permitem corrigir todo o conjunto de implicações. -O jogo inferencial procura sempre obter feedbacks do material. -A desconstrução das inferências anteriores permite a busca por uma nova explicação para o problema. -O sujeito procura diferentes perspectivas de análise, testa hipóteses e organiza melhor a situação.	$F \to P$ $\overline{A \to P}$ $\mathbf{A \to RL}$

Tabela 2 – Resumo das condutas para a prova do geoplano

Aparentemente, a percepção toma as rédeas do processo e fornece os índices iniciais de juízo, cujos elementos permitem ao sujeito construir as primeiras implicações. Entretanto, nota-se que há uma troca constante entre inferências e índices de juízo. Assim como Piaget (1977a) já alertou a respeito das trocas entre a abstração empírica e reflexionante, acreditamos que são as inferências que determinam a preferência dos índices utilizados, uma vez que a opção por alguns em detrimento de outros já indica a realização de escolhas que evidenciam, conseqüentemente, a existência de inferências e implicações anteriores que determinam, por sua vez, os índices a serem considerados e a serem descartados. Ainda que a percepção, inicialmente, pareça dominar os conteúdos das implicações, isso se deve a coordenações ainda não muito elaboradas, mas que estão atuando desde o princípio.

Quando uma inferência não é confirmada, abre-se a possibilidade de averiguação das implicações que lhe deram origem, podendo chegar, até mesmo, à verificação dos índices de juízo. As coordenações que o sujeito elabora permitem interpretar o problema e obter feedbacks de suas ações sobre os objetos. Todavia, as coordenações dos objetos colocam restrições às coordenações do sujeito. No caso deste estudo, as diferentes transformações e relações em jogo dificultam a assimilação do problema. Acredita-se que as inferências são construídas levando-se em conta as implicações que o sujeito formula sobre os índices de juízo que estabelece. A reunião dessas inferências elaboradas é capaz de formar uma explicação a respeito do problema, visto que esse sistema de conjunto constrói um modelo de significação da situação baseado nas implicações estabelecidas. Esses modelos de significação estão em dependência das organizações demandadas pelos objetos e das coordenações anteriores do sujeito. No caso da geometria plana, neste problema específico apresentado, foram encontrados quatro modelos de significação que reúnem as implicações, regulações e inferências elaboradas.

Percebe-se que o pensamento do adulto encontra dificuldades frente ao experimento, de maneira que muitas regulações acontecem no próprio momento de realização da prova. No caso das perturbações do experimento, elas podem desenvolver regulações que levam à procura da explicação, uma vez que dão destaque às lacunas existentes no modelo de significação do sujeito. Uma perturbação pode ser responsável pelo surgimento de uma regulação e tanto quanto mais ativa esta for, mais apresentará compensação à perturbação que lhe deu origem. As regulações ativas implicam escolhas, o que supõe uma consciência das possibilidades, podendo se desdobrar até à tomada de consciência das coordenações (PIAGET, 1974a).

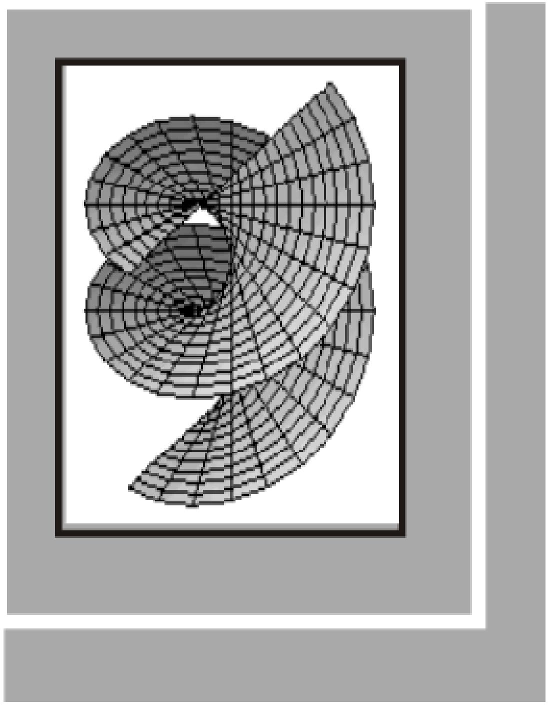
Nota-se que, quando o algoritmo é adquirido sob forma de um processo automatizado, ocorre, apenas, a identificação de uma lei que interpreta a regularidade dos fatos. Os sujeitos são capazes de construir implicações e desenvolver maiores inferências quando pensam o problema, refletem sobre os conteúdos e testam suas hipóteses. Percebe-se que a prática de resolução baseada em um processo memorizado não é garantia da construção da significação sobre os elementos envolvidos. É possível solucionar um problema que o professor propõe “pegando” o número de um lado e multiplicando pelo número do outro lado. Mesmo quando o sujeito domina o cálculo com relativa facilidade isso não é garantia de que compreende ou que possa vir a compreender as relações envolvidas. No caso específico desse experimento e desse conteúdo, a ampla maioria dos sujeitos não tem uma leitura objetiva dos dados da realidade.

Todavia, os algoritmos podem desempenhar um papel importante ao longo da sessão. Como dissemos, muitos sujeitos não compreendem porque executam um algoritmo de determinada maneira, mas quando o aplicam sobre o problema podem perceber desarranjos. O cálculo através do algoritmo pode antecipar um resultado no material, mas caso essa previsão não se comprove, ocorre um feedback negativo às suas hipóteses. Esse feedback fornecido pelos objetos em função da aplicação do algoritmo pode quebrar a certeza sobre uma inferência realizada e abrir possibilidades para que se revise as implicações envolvidas. Os algoritmos podem contribuir na construção da explicação à medida que se constituem como índices “seguros” que fornecem os resultados matemáticos e permitem uma comparação entre as antecipações e os reais dados encontrados nos objetos.

O algoritmo pode ser um elemento importante para fomentar a troca dos juízos qualitativos pelos quantitativos, cujas inferências são baseadas em uma métrica de origem matemática e não mais na simples percepção. As inferências que são pautadas pela percepção abrem possibilidade a deformações dos observáveis do sujeito, já que a leitura dos observáveis do objeto depende das coordenações realizadas pelo sujeito. Ocorre que as próprias coordenações do objeto dificultam a leitura dos observáveis pelo sujeito. Diferentemente, no caso das inferências que se originam de um índice métrico, o próprio parâmetro já está relacionado a avanços nas coordenações do sujeito. Isso pode diminuir as diferenças entre os observáveis que o sujeito crê constatar e aqueles realmente existentes nos objetos.

Além disso, percebe-se um prevalecimento das inferências positivas em relação às negativas (PIAGET, 1974b). O pensamento se deixa levar mais facilmente pelas implicações positivas, resistindo mais à aceitação de implicações negativas. Por exemplo, é mais fácil admitir que a conservação do fio implique a manutenção da área $F \to A$ do que construir a negação dessa implicação sob a forma $(\overline{P \leftrightarrow A})$. A construção da negação permite a revisão do sistema de implicações e a procura de possíveis incoerências lógicas existentes, o que abre possibilidade de revisão dos índices de juízo e das próprias implicações envolvidas.

Os objetos usados no experimento que realizamos dificultam a assimilação do sujeito à medida que exigem a construção da negação das implicações aparentes, o uso de diversas e simultâneas relações e a construção de noções que são aprendidas em processos de memorização. As coordenações do objeto envolvem a transformação constante dos elementos pelas modificações, ora da posição do fio, ora da disposição das cartas. Todavia, embora esses sejam os movimentos físicos aparentes, o que está se modificando são os elementos complementares. Por exemplo, cada vez que variamos a forma de um quadrilátero pela modificação do formato do fio, a área sofre uma modificação, mas o perímetro permanece intacto. Além disso, de início, os dados perceptivos sugestionam o erro, pois é difícil perceber as pequenas variações realizadas. Durante a aplicação da prova indagamos muito o sujeito, exigimos que realize diversas coordenações, propomos muitas transformações e o colocamos em condições de conflito. Todas essas situações corroboram uma confusão dos processos de pensamento, os quais precisam responder de imediato a problemas sobre os quais os sujeitos não haviam se preocupado muito. O grau da novidade e da complexidade da tarefa parece ser um empecilho para as coordenações do sujeito, que precisa lidar com essas características do experimento e construir modelos de representação para interpretar o problema. A idéia que continuaremos a defender é que os conteúdos envolvidos influenciam na construção de um jogo de implicações que concebe esse modelo em termos de significação.



Capítulo 4

A TOMADA DE CONSCIÊNCIA DA ADIÇÃO E DA SUBTRAÇAO E A CONSTRUÇÃO DA SIGNIFICAÇÃO

O conteúdo escolar da adição e da subtração ocupa praticamente todo o ensino de Matemática das séries iniciais e é retomado, sob diferentes dimensões, ao longo de toda a educação formal. Em geral, junto com a alfabetização, as operações de somar e diminuir são os principais apontadores para considerar o sucesso das crianças nas duas primeiras séries. Há uma imensidão de livros didáticos e de técnicas para ensinar a somar e a subtrair, sendo algumas, inclusive, desenvolvidas pelos próprios estudantes.

Nota-se que há um algoritmo mais ou menos convencionado, nas escolas brasileiras, para se ensinar as operações aritméticas. Colocam-se os números um abaixo do outro, observando que os algarismos correspondentes às unidades, dezenas, centenas, etc. alinhem-se na mesma coluna. Realiza-se a operação da direita para a esquerda e em cada coluna separadamente. Podem, ainda, ocorrer duas situações: caso se trate de uma adição, quando o valor é superior a nove, há um transporte para a coluna seguinte; na subtração, quando o valor é inferior a zero, há um transporte da coluna posterior para a coluna em que se realiza a operação. O procedimento termina na última coluna e os algarismos que resultaram devem ser lidos, agora, da esquerda à direita para formar o número que representa o resultado final da operação realizada.

Nota-se a dificuldade que as operações de somar e diminuir apresentam ao longo de grande parte da vida dos adultos, os quais retornam, muitas vezes, a comportamentos infantis, como contar nos dedos, sussurrar os números baixinho ou levantar os olhos enquanto imagina objetos concretos para simbolizar a operação. Dessa maneira, parece interessante pesquisar como o sujeito explica as operações de adição e subtração em um sistema de base dez como o utilizado por nossa cultura. Na verdade, o objetivo da prova que propomos é averiguar a significação que sujeitos adultos podem construir a respeito dos métodos empregados na resolução de problemas aritméticos. Nossa hipótese é de que, mesmo acostumados a realizar o cálculo, os entrevistados podem não significar os processos que realizam durante o procedimento. Não se trata de investigar a significação especificamente sobre a soma e a subtração, mas sobre os métodos de resolução utilizados nas situações que envolvem essas operações. Das três provas que utilizamos, esta é a mais preocupada com a significação que o sujeito atribui aos materiais envolvidos no experimento. Os objetos, por si só, não apresentam um desafio: é preciso atribuir-lhes significado, bem como às ações que se realizam no decorrer da sessão.

4.1 Descrição da técnica utilizada

Nesta prova foram entrevistados 15 sujeitos com idades entre 19 e 33 anos. Para investigar os modelos de significação elaborados a propósito dos procedimentos empregados na resolução de cálculos de adição e subtração fez-se uso de um instrumento conhecido como ábaco. O exemplar utilizado durante esta pesquisa é o chamado ábaco aberto, no qual há quatro hastes para representar a unidade, a dezena, a centena e a unidade de milhar. Há, ainda, quatro conjuntos de cores diferentes com dez peças em formato cilíndrico, vazadas no centro, que podem ser encaixadas nas hastes do ábaco. O sistema utilizado nesse instrumento, para realizar as operações de adição e subtração, é muito semelhante ao empregado no algoritmo, em geral, utilizado.

A figura abaixo ajuda a compreender o material:

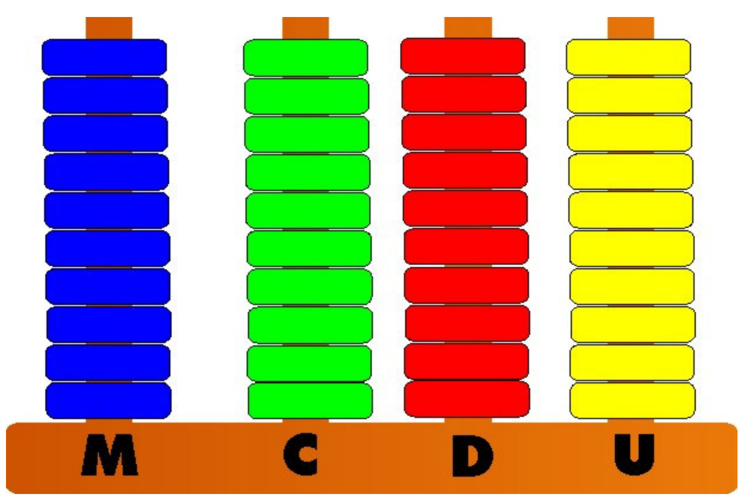


Figura 9 – Ábaco aberto

Apesar da aparência simples, o ábaco permite realizar uma série de operações matemáticas elementares, além de evidenciar os procedimentos que ocorrem desde os inícios das operações até se chegar ao resultado. Para a primeira foto, inicialmente, é oferecida ao entrevistado uma folha de papel na qual há quatro cálculos: 17+18; 104+99; 12-6; 5000-4. Pede-se ao sujeito que realize as operações.

Na seqüência da entrevista parte-se para o aparelho: explica-se que o ábaco é um instrumento utilizado para se realizar operações matemáticas e demonstram-se pequenos cálculos, como, por exemplo, 3+4, 12+17, 8-3 e 16-13. O entrevistador procura certificar-se de que o sujeito compreendeu o mecanismo de funcionamento do ábaco. Em seguida, pede-se ao sujeito que realize sua primeira operação: 3+5. Pergunta-se qual o resultado, como ele pensou e como poderia explicar o procedimento. Após, pede-se que faça 14+35, pedindo a devida explicação para os procedimentos adotados. Até esse momento, as entrevistas não apresentaram maior dificuldade, sendo o próximo cálculo o início das complicações.

Para iniciar a aplicação do Método Clínico pede-se ao sujeito que efetue a operação de somar os números 8+3, ou seja, um caso no qual há transporte e é necessário que, quando se chegue a dez unidades, se efetue a troca por uma dezena. A partir daqui começam a surgir diversas formas de raciocínio e com eles diversificam-se os problemas que o entrevistador precisa compreender. Na primeira tentativa não é fornecido ao entrevistado qualquer indicativo de como realizar o cálculo. Alguns sujeitos, ao somarem 8+3, realizavam o cálculo mentalmente e colocavam diretamente a resposta, sem realizar a operação, isto é, de imediato colocavam 1 peça na haste das dezenas e outra na das unidades. Nesses casos, modificou-se um pouco a proposta e colocaram-se, de saída, 8 peças na haste correspondente às unidades. Em seguida, pedia-se ao entrevistado que adicionasse 3 àquele número dado. Igualmente, à medida que iam executando suas ações, eram realizadas perguntas a respeito do que se estava fazendo e da explicação para suas escolhas. Em alguns casos foi necessário propor outro cálculo com transporte (27+34) para explorar o pensamento do entrevistado de maneira mais adequada e compreender melhor as explicações que elaborava.

Passadas as operações de soma, seguia-se o experimento para a subtração. Retomava-se com o entrevistado um cálculo simples (8-3) para que compreendesse o princípio do aparelho. A primeira operação que o sujeito realizava sozinho era 7-5, para em seguida realizar 16-13. As duas primeiras subtrações não apresentaram maiores dificuldades. O próximo cálculo realizado era 12-8, no qual era necessário um transporte da coluna das dezenas para as unidades, já que não havia unidades "suficientes" para retirar 12. Novamente, na primeira tentativa, era apenas dada a instrução ao entrevistado de realizar 12-8. Alguns sujeitos repetiram o comportamento ocorrido nas operações de soma e apenas colocaram quatro peças na haste das unidades para representar o resultado. Nesses casos, retomou-se o problema, colocando uma peça na haste das dezenas e duas na das unidades e pedia-se que dali subtraísse 8 unidades. Para alguns sujeitos foi necessário realizar mais uma subtração com transporte (23-18) a fim de que se pudesse compreender melhor como o entrevistado organizava suas ações e elaborava uma explicação.

Por fim, para uma última foto, pediu-se aos sujeitos que demonstrassem uma operação de soma e outro de subtração de livre escolha. Caso o entrevistado não tivesse iniciativa para sugerir, então se pedia que resolvesse no ábaco um dos cálculos anteriormente resolvidos na folha de papel.

4.2 Análise da Prova

O principal desafio da tarefa que propomos é a construção da significação sobre os materiais em função dos procedimentos de resolução das operações de soma e subtração. Muitas vezes, os cálculos são realizados de forma automática, sem compreensão da técnica empregada. Diferentemente, a prova utilizada exige um certo grau de consciência desses procedimentos para que se possa significar os materiais. De fato, o experimento evidencia uma relação indelével entre a tomada de consciência e a significação.

A tomada de consciência (PIAGET, 1974a) refere-se a um processo de interação entre sujeito e objeto, no qual há um caminho que sai da periferia -dos objetivos explícitos do sujeito e dos resultados sobre os objetos- em direção ao centro, isto é, as coordenações inferenciais do sujeito e as relações causais dos objetos. Pode-se definir a periferia como as finalidades imediatas e as decorrências contíguas da ação, ou seja, no sentido de uma ação prática que busca apenas um fim. Os centros do sujeito e do objeto se constituem dos mecanismos internos de reconhecimento dos meios empregados e dos resultados obtidos. Em outras palavras, o movimento da periferia para o centro pode ser mais claramente definido como um processo que parte dos objetivos da ação para as coordenações internas que levam ao êxito, ou ainda, em inferência nossa, das características exteriores dos comportamentos à conceituação, por parte das coordenações do sujeito, e à significação, por parte das coordenações atribuídas ao objeto.[23]

O diagrama que segue foi elaborado por Piaget para evidenciar as idéias de periferia e centro na interação entre sujeito e objeto de conhecimento.

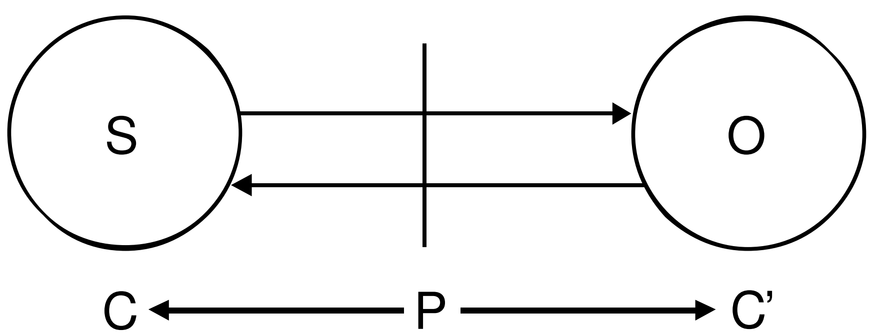


Figura 10 – A tomada de consciência (PIAGET, 1974a, p. 188).

[23] É importante destacar, mais uma vez, que não se trata de uma confusão entre a explicação causal e a significação. A explicação causal refere-se exclusivamente às propriedades físicas que são atribuídas aos objetos e às situações enquanto a significação dirige-se para o conjunto de inferências que permitem interpretar os problemas em função de um sistema implicativo.

Segundo Piaget (1974a), os movimentos da periferia aos centros C (do sujeito) e C’ (do objeto) apresentam uma solidariedade correlativa, pois, na mesma medida que a tomada de consciência leva aos mecanismos internos da ação do sujeito (centro C), caminha em direção ao conhecimento do objeto, em suas propriedades intrínsecas (centro C’). Acreditamos que isso significa dizer que, se de um lado o movimento da periferia P ao centro C do sujeito promove uma organização de suas coordenações e operações, por outro lado, o movimento correlativo da periferia P para C’ implica uma significação cada vez maior dos objetos.

Essa relação entre a periferia e o centro na interação entre sujeito e objeto coloca um dos obstáculos iniciais da prova. Uma das primeiras adversidades a serem superadas na realização da tarefa é não se deixar levar pelos resultados imediatos que podem ser obtidos sobre o material. As operações aritméticas de adição e subtração são, em geral, bastante simples para a antecipação do cálculo mental. Se o sujeito não toma consciência do processo envolvido durante a resolução e das especificidades do material utilizado, ele pode tender a ocupar-se apenas dos dados imediatos, sem demonstrar os procedimentos que levam aos resultados. Por exemplo, quando se realiza a soma 16+27, é mais fácil imediatamente representar no ábaco o resultado 43 do que realizar todo o artifício dedutivo que leva a esse produto final.

Além disso, para se realizar todo o procedimento, as particularidades do instrumento colocam certas dificuldades ao pensamento do sujeito. O ábaco reproduz o sistema de numeração decimal levando em conta sua característica posicional. Em dados momentos, pode ser necessário fazer trocas entre as posições dentro do numeral. Para se trocar 10 unidades por 1 dezena é preciso realizar uma tomada de consciência bastante avançada sobre os mecanismos internos de construção do próprio sistema de numeração, bem como significar essas características no material utilizado. As particularidades dos mecanismos internos do sistema de numeração ocidental e a representação que o material procura evidenciar compõem uma dupla dificuldade para o sujeito.

Além disso, durante a sessão, a significação das ações materiais é um aspecto importante para a solução adequada da tarefa. Quando realizamos uma adição, a ação esperada é a de acréscimo de elementos. Pelo contrário, ao realizarmos uma subtração, a expectativa é que as ações sejam de retirada de peças. Acontece que ao realizarmos um cálculo tal como 17+4, temos, inicialmente, 7 peças na haste correspondente às unidades. Se o sujeito antecipa mentalmente o cálculo, é possível prever que o resultado, na posição das unidades, será 1, levando-o a não somar mais 4 unidades ao número 17, mas a **retirar** 6 unidades e acrescentar 1 dezena. Essa aparente facilidade de se eliminar alguns passos evidencia uma ausência de tomada de consciência do procedimento, bem como uma dificuldade de significar as próprias ações realizadas sobre o material.

É verdade que os sujeitos desenvolvem procedimentos bastante diferentes do aguardado. Nesse caso, poderíamos ser acusados de classificá-los em modelos de significação iniciais apenas por não responderem como ambicionávamos. De fato, as variações que os sujeitos propõem são inúmeras e muitas delas apresentam um resultado correto. Todavia, o critério que adotamos é a significação que o sujeito atribui ao ábaco como um instrumento de cálculo. Muitos sujeitos atingem resultados satisfatórios usando engenhosas técnicas para alcançar o resultado. Todavia, em sua ampla maioria, os sujeitos desenvolvem esses procedimentos alternativos porque negam o problema que propomos e o resultado correto que apresentam se refere, na verdade, a outro objetivo que o próprio modelo de significação do sujeito se propõe a resolver.

Em resumo, no caso da tarefa proposta, é preciso agir sobre os materiais e simultaneamente valer-se de uma conceituação do sistema de numeração juntamente com a construção de um modo de significar os objetos disponíveis. Além disso, se a tomada de consciência é um processo gradual, contínuo e marcado por diversos níveis de conceituação, nos parece justo acreditar que a significação também se desenvolva de maneira análoga, ou seja, com diferentes estados hierárquicos cujo arranjo reflete os níveis de organização das coordenações. Vejamos, a seguir, os diferentes modelos de significação encontrados.

4.3 Primeiro modelo de significação: descaso com os processo internos

Este modelo de significação reúne três entrevistados (19, 24 e 25 anos) que conseguem resolver o algoritmo, são capazes de efetuar mentalmente o cálculo, mas aparentam não ter muita consciência das ações que realizam no experimento. O material dificulta a realização de um procedimento de resolução e o sujeito deixa-se dirigir por antecipações mentais dos resultados. Na verdade, o fato destes sujeitos serem capazes de resolver mental o problema faz como que não se preocupem em significar o processo empregado, pois não sentem necessidade de construir uma explicação Além disso, esses sujeitos não conseguem estabelecer uma relação entre o cálculo que realizam em uma folha de papel e aquilo que executam na experimentação. O traço marcante desse modelo de significação é a dificuldade em compreender o ábaco como um instrumento de cálculo e não apenas de exibição de números já previamente calculados.

Analisemos um caso em maior profundidade:

(LU, 19 anos, estudante de Veterinária): Realiza, no papel, os cálculos da adição e os da subtração pelo algoritmo. -Tu podes me mostrar como se soma 3+5 no ábaco? -*3 unidades* (coloca 3 peças na haste das unidades) *mais 5 unidades* (coloca 5 peças na haste das unidades). -Tu podes escrever o cálculo? (Escreve o cálculo corretamente). -Onde tu tens esse 3 (o experimentador aponta para o algarismo 3 na folha de papel)? (Pega as 3 primeiras peças da haste das unidades e as suspende). -Onde tu tens o 5? (Percorre com o dedo as outras 5 peças da haste das unidades). -E o 8? -*No total.* -E o mais? -*Eu acho que o mais representa a união das 3 peças com as 5 peças.* -E tu poderias fazer 14+35? (Não retira as peças anteriores para começar o novo cálculo. Coloca 4 peças na haste das dezenas e acrescenta mais 1 na haste das dezenas, ou seja, põe o resultado direto). -E o resultado? -*49.* -Agora vou te propor uma subtração. Tu podes fazer 8-3? (Novamente, não retira as peças do cálculo anterior. Retira as 4 peças da haste das dezenas e 4 peças da haste das unidades, deixando 5 peças.) Tu podes escrever o cálculo? – Sim, *8-3.* -Onde tu tens o 3? -*São essas peças que eu tirei.* -E o 8? -*Era o total que eu tinha antes.* -E o menos? -*É o ato de retirar o 3.* -Tu podes fazer 16-13? (Coloca diretamente 3 peças na haste da unidade, mas antes de operar com o ábaco precisa escrever o cálculo no papel).

No extrato acima podemos verificar que o sujeito compreende o uso do instrumento e o manipula, aparentemente, sem problemas. O entrevistado identifica os elementos do cálculo e pode dizer o resultado. Todavia, pode-se perceber que em alguns casos as operações aritméticas não são realizadas e o sujeito apenas exibe no instrumento o resultado para o cálculo que propúnhamos. É como se a técnica de somar e diminuir permanecesse inconsciente e o sujeito antecipasse o resultado por dedução mental. Diversas vezes rearranjamos a prova para que o sujeito se visse diante de uma situação na qual precisasse explicar os procedimentos internos do cálculo. Os adultos, cujos processos de pensamento identificam-se com as características desse modelo, não são capazes de significar o processo interno do cálculo.

No caso da subtração (8-3), é interessante notar que LU não retira as peças do cálculo anterior. Até então o ábaco tinha 4 peças na haste das dezenas e 9 nas das unidades. Como ele antecipa que o resultado do cálculo dá 5, então ele retira 4 dezenas e 4 unidades. Na realidade, o cálculo que ele realizou no instrumento foi 49 (número já existente) menos 44 (número necessário para se chegar ao resultado 5). No mesmo sentido, quando o interrogamos a respeito do número 3, que ele escreveu na folha de papel, ele nos diz que “são as 3 peças que eu retirei”, ainda que não tivesse em nenhum momento tirado essas 3 peças. É verdade que não provocamos ou instigamos o sujeito a realizar os procedimentos dedutivos. Ele age livremente sobre o material. Todavia, o uso do Método Clínico permite evidenciar melhor como esse modelo de significação se organiza.

-Agora vamos voltar para a soma. Tu consegues realizar 8+3? (Como havia 4 peças na haste das unidades, o sujeito retira 3 delas e acrescenta uma na haste das dezenas). -E se eu já tiver 8 (O experimentador coloca 8 peças na haste das unidades), tu podes somar mais 3? -*Só tem duas peças a mais para compor a unidade e precisaria mais 3, mas como no* ***resultado*** *tem uma dezena, tem que colocar a dezena* (coloca uma peça na haste das dezenas) *e deixar uma unidade* (retira 7 peças da haste das unidades) *e fica 11.* -Como é que tu sabes que dá 11? -*Porque se eu somar dá 11.* -Tu contas antes? -*Sim, porque senão eu não tenho como saber.* -Tu podes me mostrar 12-8? -*Sim* (coloca duas peças na haste das unidades e uma na das dezenas). *12 menos 8 vai dar 4, então tem de ficar 4 aqui* [no ábaco]. *A dezena vai sair* (tira a peça da haste das dezenas) *e aqui tem que colocar mais 2* (coloca duas peças na haste das unidades). -E tu consegues fazer 23-18? (Coloca duas peças na haste das dezenas e 3 na das unidades). -*Tira 10* (retira uma das peças da haste das dezenas). *Tem de tirar esse 10 também* (retira a outra peça da haste das dezenas). *23 menos 18 dá 5* (adiciona mais duas peças na haste das unidades).

Vejamos que nos diversos cálculos o procedimento é, essencialmente, o mesmo. A antecipação mental conduz os comportamentos e o sujeito não realiza o cálculo no instrumento. A antecipação é tamanha que o sujeito não se ocupa em representar as parcelas da soma e da subtração, mas preocupa-se com o número que estava anteriormente representado. Quando pedimos que some 8+3, ele não vai representar o número 8, ainda que o saiba fazer. Ele se preocupa em como se pode, a partir do número já existente (4), representar o resultado. Na verdade, a função do instrumento é reduzida a uma forma de representar os números dentro do sistema decimal. O transporte de uma posição para outra pode se configurar como uma situação de conflito. LU não passa por essa situação, já que se dirige imediatamente para o resultado. Todavia, não é somente este processo que é eliminado, mas o próprio ato de somar ou diminuir.

Por outro lado, poder-se-ia alegar que o sujeito realiza os cálculos corretamente e não comete qualquer erro matemático, residindo o problema apenas na compreensão da instrução. Antes de iniciarmos a sessão, o sujeito é informado dos objetivos da atividade e da intencionalidade do experimentador. Além disso, algumas operações são demonstradas antes de se dar início a primeira entrevista. Durante a aplicação da prova reorganizamos a situação para que o sujeito se veja obrigado a realizar o procedimento, ainda que ele resista a essa reorganização. Observemos esse detalhe na continuidade da sessão:

-Agora eu vou pedir para tu fazeres uma conta, mas eu gostaria que tu não fizesses o cálculo antes, que tu pudesses resolvê-lo só usando o ábaco. Tu podes fazer 112-97? (Coloca uma peça na haste das centenas, uma na haste das dezenas e duas na das unidades, pára e pensa). -*Então esse aqui vai ter de sair* (retira a peça da haste das centenas). *Ah, eu preciso fazer a conta para saber quanto que tem de sair.* -Não, mas eu gostaria que tu não fizesses o cálculo antes, que tu usasses o ábaco para chegar ao resultado. -*Mas daí não dá para fazer* (Pára e pensa). *Dá 15* (começa a mover as peças para mostrar 15). -Como é que tu sabes que é 15? -*Eu tenho de fazer a conta*- sem fazer a conta tu não consegues? -*Não, porque eu não vejo aqui.* -Por que tu tiraste aquela primeira peça (da haste das centenas)? -*Porque não vai mais ter a centena.* -E como tu podes fazer com as restantes? -*Não tem como fazer porque tem de fazer o cálculo antes.* -Eu vou te demonstrar um cálculo, 58-43. (O experimentador demonstra como fazer). Agora vamos ver se tu consegues fazer outro cálculo, 987-676? -*Dá 300...Dá 311* (Realiza mentalmente) -Tu podes me mostrar como se calcula isso no ábaco? -*Sim* (coloca as peças correspondentes a 987 e depois retira até chegar a 676). -Como tu fizeste? -*Eu pus 987 e depois o 676.* -Teve um colega teu que colocou primeiro o 987 e depois retirou o 676, ficando o 311. Tu achas que ele pode estar certo? -*Acho que não porque daí o que ficou fora do ábaco foi o 676 e assim do jeito que eu fiz o que sobrou foi o 311.* -Vamos fazer um mais simples, mostre para mim no ábaco como se realiza 27-

13? (Coloca 2 peças na haste das dezenas e 7 na das unidades, depois retira 1 peça das dezenas e 4 das unidades). -Quanto deu? *-Dá 14.* -Como é que tu sabes? *-Porque é o que sobrou na minha mão*

Quando propomos o primeiro cálculo e pedimos que o sujeito não o realize mentalmente, ele é capaz de iniciar representando a primeira parcela da conta. Entretanto, ao tentar começar a realizar a operação, LU já se sente confuso e não consegue realizar os procedimentos de maneira organizada. Quando volta a agir sobre o instrumento, retorna à perspectiva de representar diretamente o resultado. Diante das dificuldades do sujeito, optamos por realizar mais uma demonstração dos procedimentos para realizar um cálculo. É interessante notar que a partir daí o entrevistado adota uma nova estratégia. Ele passa a representar a primeira parcela para depois retirar do ábaco o correspondente ao resultado, permanecendo no instrumento o número de peças relativo à segunda parcela. Evidente que se trata de uma evolução, já que agora se realiza uma operação com o uso do instrumento, mas ainda muito incompleta. Na verdade, o sujeito só consegue realizar o cálculo dessa maneira porque continua antecipando o resultado, e por isso é capaz de retirar o resultado diretamente do valor da primeira parcela. A função do ábaco, de realizar o cálculo, continua não sendo exercida, pois o que acontece é apenas uma maneira diferente de proceder sobre os materiais.

A última foto confirma esse modo de significar a situação.

-Agora te pediria para tu mesmo inventares um cálculo e me mostrares como se pode resolvê-lo no ábaco. Tu podes tentar fazer? *-Sim. Na verdade, eu posso fazer qualquer cálculo*. -Então escolha um e me demonstre como resolver com o ábaco. *-Ok. Vou resolver 10+10, dá 20.* (coloca duas peças simultaneamente na haste das dezenas). -E como tu explicas a resolução? *-É só efetuar o cálculo e ir colocando o resultado. Eu pus 10 e depois mais 10.* -E tu podes fazer uma subtração? *-Sim. Que cálculo tu queres?* -Tu podes elaborar um qualquer. *-Vou fazer 10-5 então*. (Pega e coloca uma peça na haste das dezenas, depois a retira e coloca 5 na da unidade). -E como tu explicas o teu cálculo? *-Eu tenho 10 para tirar 5 ficam essas 5 unidades no final.*

Veja que sem as intervenções do experimentador o sujeito, aparentemente, efetua todos os cálculos sem problemas. Mostra-se organizado e atinge o resultado sem maiores dificuldades. Se atentarmos aos procedimentos empregados, nota-se que ele continua a se deixar dirigir pela antecipação mental e a não se ocupar dos meios empregados para se chegar ao resultado. Quando pedimos que justifique como fez para que 10+10 levasse ao resultado 20, ele diz muito claramente "É só efetuar o cálculo e ir colocando o resultado...". O sujeito não sente qualquer problema no método que adota, mas não consegue apresentar um modo diferente de significar a situação, mesmo quando reorganizamos as circunstâncias para que tenha de demonstrar o procedimento. Parece-nos que lhe falta mesmo é a significação do processo interno do cálculo e isso o faz resistir ao instrumento. Ainda que as condutas mostrem resultados aritméticos corretos, optamos por classificá-las como um primeiro modelo de significação em razão do real uso do instrumento, que, nesse caso, é parcialmente negado e o problema apresentado não é de fato resolvido.

4..4 Segundo Modelo de Significação: as dificuldades com o mecanismos interno

Encontra-se um grupo de cinco sujeitos (21, 24, 25, 27 e 33 anos) com um pensamento mais organizado, que tem explicações mais ricas nas descrições dos procedimentos, mas que apresentam problemas ao tentar adaptar idéias anteriores ao material proposto. Esses entrevistados efetuam sem problemas as operações, tanto de adição quanto de subtração, que não exigem transporte; são capazes de elaborar uma explicação adequada e de estabelecer uma comparação com o cálculo realizado anteriormente. Todavia, nos cálculos nos quais há transporte, os sujeitos utilizam de maneira deformada um procedimento comum ao algoritmo.

Destaca-se o caso abaixo:

(KAL, 24 anos, estudante de Psicologia). Realiza os cálculos corretamente utilizando o algoritmo. -Tu podes me mostrar como se soma 3+5 no ábaco? -*Sim.* (Coloca 3 peças amarelas na haste da unidade e depois mais 5). -Tu podes me contar o que tu fizeste? -*Botei 3 peças e depois mais 5 para fazer a conta*. -Se tivesse que explicar a outra pessoa como é que tem de fazer, como tu explicarias? -*Tu colocas o primeiro número, depois o segundo. Pode ver o resultado contando tudo junto.* -Tu podes fazer 3+5 aqui no papel? (Realiza o cálculo no papel sem problemas). -Onde está esse 3 aqui no ábaco? -*Aqui* (Aponta as 3 mais debaixo). -E o 5? -*As outras.* -E o mais? -*O mais é quando eu junto o 3 com o 5.* -Agora tu podes me mostrar como eu faço 14+35?. (Imediatamente coloca 1 peça vermelha na haste das dezenas e 4 amarelas na haste das unidades. Depois, coloca mais 3 vermelhas na haste das dezenas e 5 amarelas na das unidades). -Tu podes me explicar como tu fizeste? -*É fácil. Coloquei o 14 e depois o 35.* -Tu podes fazer 8-3? -*Claro, dá 5* (Coloca direto 5 peças na haste das unidades).- Tu podes escrever o cálculo? –Sim, *8-3= 5.* -Onde tu tens o 3? -*Não tenho aqui porque eu já coloquei o resultado, mas seriam as 3 que eu já tirei das primeiras 8 peças.* -E o 8? -*Era o total que eu teria.* -E o menos? -*Eu não tenho aqui porque eu teria era de ter começado colocando 8 para tirar 3.*-Tu podes fazer então 16-13? -*Sim* (Coloca 1 peça na haste das dezenas e 6 na das unidades, depois retira a peça das dezenas e 3 da haste das unidades).

Pode-se observar que as condutas são bem mais organizadas e o sujeito realmente utiliza o ábaco como um instrumento para realizar um cálculo. Apenas na subtração, de início, KAL antecipa o resultado, mas, ao perguntarmos mais um pouco, é possível perceber como ele compreende o procedimento que executa. Podemos notar que o sujeito tem um razoável grau de tomada de consciência dos meios empregados durante as operações simples de adição e subtração. Essa tomada de consciência se reflete no uso adequado do instrumento e na construção de uma significação mais elaborada. Todavia, as dificuldades e os conflitos propostos durante a aplicação das provas mostraram algumas dificuldades do sujeito ao abordar a situação.

-Agora tu podes somar 8+3? -*Sim.* (Pega 8 peças amarelas e coloca na haste das unidades. Pára e pensa) *Coloquei o 8, mas não dá para botar mais 3*. -Por que tu não podes por mais 3? -*Não cabe aqui nessa haste. Fica cheio demais. Não sei como é que faz isso...* (Pega e coloca apenas duas, mas fica manipulando ao acaso. Retira tudo e coloca novamente 8 peças). *Já sei! É só fazer assim: eu coloco as 8 unidades, daí coloco mais as 3, como só cabe 10 aqui preciso colocar a que sobra na outra haste. É o "vai um" da conta.* -Tu podes me mostrar no papel como funciona? -*Sim, é assim: 8+3 dá 11, então vai 1 para a outra casa e por isso que tu precisas passar essa unidade para lá.* -Onde está esse 1 aqui (O entrevistador aponta para o primeiro 1, que representa a dezena)? *Ele é o dez. São essas dez peças aqui*. -E esse outro 1 aqui (O entrevistador aponta para o 1 que representa a unidade)? -*É esse outro aqui que está sozinho* (Indica a peça que representa 1 dezena).

O caso com transporte acaba por ser um problema para o sujeito. Ele tem dificuldade em atuar sobre o material e mostra-se confuso. Da forma como o cálculo é normalmente ensinado nas escolas, o esgotamento das unidades é visto como um “vai 1” para a próxima posição. Nesse sentido, parece difícil para o sujeito compreender o que se passa durante a aplicação da técnica. No caso de KAL, ele representa o número 11 por onze unidades e não por 1 dezena e 1 unidade. Ainda que antes efetue corretamente o cálculo, a representação que utiliza está incorreta em função da dificuldade imposta pela situação de transporte. Como o sujeito não sabe mais como proceder no instrumento, então resolve a situação ao colocar mais uma unidade na haste das dezenas.

O êxito nas operações simples e a significação do ábaco como um instrumento de cálculo representam um avanço em relação ao modelo anterior. Todavia, o sujeito ainda está preso as suas ações mais simples, sem ainda refletir muito sobre o porquê procede de determinada maneira. Piaget já alertava para os diferentes níveis de consciência existentes entre um fazer-em-ação e um compreender-em-pensamento:

> nas situações em que os problemas são diferentes e em que se trata de compreender e não de conseguir, o indivíduo, capacitado graças a suas ações (e isto já nesse mesmo nível) a estruturar operatoriamente o real, permanece muito tempo inconsciente de suas próprias estruturas cognitivas: mesmo se as aplica para seu uso individual e mesmo se as atribui aos objetos e aos acontecimentos para explicá-las causalmente, ele não faz dessas estruturas um tema de reflexão antes de ter atingido um nível bem mais elevado de abstração (1974b, p. 174).

Podemos observar que o êxito nos casos mais simples demonstra certo nível de significação da situação, mas que encontra dificuldade nos casos que demandam maior compreensão das situações. Muito provavelmente, os procedimentos internos do cálculo, como é o caso do transporte, não foram alvo de reflexão. Se o sujeito não compreende a técnica que utiliza e as relações existentes durante a resolução de uma operação aritmética, então isso se reflete em uma dificuldade de significar o material e o problema que demanda maior compreensão.

Observemos como isso ocorre na subtração:

-Tu podes fazer agora 12-8? -*Sim, claro*. (Coloca uma peça na haste das dezenas e duas na das unidades. Pára e pensa). *Eu vou ter de tirar as duas unidades* (Retira as duas unidades) ... *Agora eu vou ter de fazer assim* (Retira a peça da haste das dezenas e coloca 4 na haste das unidades). *É isso. Dá 4.* -Tu podes me explicar como tu fizeste? -*Eu coloquei o doze, então tirei 8 e ficou 4, que é o resultado.* -Mas eu acho que tu somaste mais 4 porque eu vi tu colocando 4 peças na unidade e não tirando? -*Pois é, mas é o jeito que eu tenho de fazer para chegar ao resultado, senão não tem como.* -Vou te propor outro cálculo então, podes fazer 112-97? -*Sim* (coloca 1 peça na haste das centenas, 1 na das dezenas e 2 na das unidades). *Agora, eu vou tirar os 100...* (retira 1 peça da haste das centenas) *vou pôr mais 5 aqui* (coloca 5 peças na haste das unidades). -O que tu fizeste? -*Eu coloquei o 112 e daí fui tirando*. -Teve um colega teu que disse que não podia tirar essa peça da centena diretamente porque tinha que retirar 90 antes. Tu achas que ele pode estar certo? -*Sim, na verdade está, mas é que não tem como.* –Por que não tem como? -*É que não tem como retirar 90 de 1 centena então tem de ir direto.*

No caso da subtração, o sujeito não pode ir acumulando unidades, como fez anteriormente. Agora ele parece regredir e deixa-se conduzir pela antecipação do cálculo. Como KAL não consegue realizar o procedimento de transporte, então ele modifica a significação do uso do material. Antes, quando não havia transporte, ele conseguia significar que suas ações de colocar ou retirar peças referiam-se a adições ou subtrações, mas agora isso não é mais possível. Quando realiza o cálculo 12-8 e precisa colocar mais 2 unidades, ele diz que "tirou 8", contrariamente a sua ação de simultaneamente ter tirado 1 dezena e adicionado 4 unidades. Nota-se que a situação do transporte dificulta a compreensão dos meios empregados e o sujeito elimina alguns dos procedimentos executados no instrumento. A última foto permite comprovar que seu modelo de significação está adequado às situações mais simples.

Última foto: -Agora te pediria para tu mesmo inventares um cálculo e me mostrares como se pode resolvê-lo no ábaco. Tu podes tentar fazer?- *Sim. Pode ser qualquer um?* -Sim, qualquer um. -*Vou fazer 3+2* (Coloca 5 peças amarelas na torre das unidades). -E como tu explicas a resolução? -*É só juntar o 3 e o 2. Dá 5.* -Tu poderias fazer 19+2? -*Sim* (Coloca 9 peças amarelas na haste das unidades e 1 vermelha na haste das dezenas, depois coloca mais uma amarela nas unidades. Pára e pensa. Coloca mais uma vermelha na haste das dezenas) *Está alguma coisa errada, mas eu não sei o que é*. -Por que tu achas que está errado? -*Porque eu coloquei 19, depois eu pus mais 2* (1 peça amarela nas unidades mais 1 vermelha nas dezenas) *e se eu olhar agora não* está dando 21. -Teria de tirar peças da unidade, mas daí não seria uma soma. -E como tu poderias fazer? -*Só tirando 9 dessas peças aqui das unidades, daí dá certo.*

Diferentemente do modelo anterior, o sujeito procura sempre realizar o cálculo no próprio ábaco. Nessa última foto, ao introduzirmos o cálculo com transporte, ele tenta fazer uma soma direta. Observe-se que ele adiciona primeiramente duas peças, uma correspondente a 1 unidade e outra correspondente a 1 dezena, mas diz que adicionou "dois". Nesse caso, o sujeito estaria renegando a característica posicional do sistema de numeração decimal e estabelecendo a igualdade absoluta entre 1 dezena e 1 unidade. Todavia, anteriormente, percebemos que ele não estabelece essa confusão. Além disso, o problema maior surge quando ele vai constatar o resultado e percebe que tem 2 dezenas e 10 unidades. Como não consegue compreender o que se passa, então o sujeito deixa de usar o ábaco como um instrumento de cálculo e se atém ao resultado antecipado.

4.5 Terceiro Modelo de Significação: primazia da afirmação sobre a negação

Um dos modelos de significação mais interessantes é aquele dos sujeitos[24] que elaboram explicações bastante organizadas para a adição, inclusive para a situação do transporte, mas fracassam no caso da subtração.

Destaca-se a entrevista a seguir:

(FER, 27 anos, Estudante de Administração) Resolve os cálculos no papel pelo algoritmo. --Tu podes me mostrar como se soma 3+5 no ábaco? -*Sim.* (Coloca 3 peças amarelas na haste da unidade e depois acrescenta mais 5). -Tu podes me contar o que tu fizeste? -*Coloquei as 3 peças, que é o primeiro número, e depois somei mais 5*. -Se tivesse que explicar a uma outra pessoa como é que tem de fazer, como tu explicarias? -*É preciso por o primeiro número e depois adicionar o segundo. Depois o resultado é a contagem de ambos.* -*A*gora tu podes me mostrar como eu faço 14+35?. (Coloca uma peça vermelha na haste das dezenas e 4 nas amarelas, depois 3 peças na haste das dezenas e 5 na das unidades). -Tu podes me explicar como tu fizeste? -*Coloquei 1 dezena e 4 unidades para dar o 14; depois coloquei 3 dezenas e mais 5 unidades para ter o 35. O resultado dá 49: 4 dezenas e 9 unidades.* -Tu podes fazer 8-3? -*Sim. Tu terias que ter 8 (coloca 8 peças na haste das unidades) e depois 3 (retira 5 peças. Eu acho que é assim.* -Tu podes escrever o cálculo? –*Sim, 8-3= 5.* -Onde tu tens o 3? -*São essas peças aqui (aponta*

---

[24] Encontramos quatro sujeitos com esse modo particular de organizar os conteúdos, com idades de 19, 23, 24 e 26 anos.

para as 3 peças que restam no ábaco. -E o 8? *-Era o número inicial de peças que eu coloquei.* -E *o 5? -São essas peças que estão aqui* (aponta para as peças que foram retiradas). -E o menos? *-É quando se tira as peças*.

A primeira foto nos fornece a impressão de que o sujeito é muito articulado e capaz. Ele consegue responder as perguntas sem problemas e realiza todas as ações diretamente no instrumento de maneira correta. Além disso, pode-se perceber que as respostas do entrevistado apresentam uma característica especial: ele responde dizendo a decomposição do número. Ao referir-se ao número 49, FER diz imediatamente "4 dezenas e 9 unidades". Parece-nos uma demonstração de que o sujeito está levando em conta o fator de composição do sistema de numeração em suas operações. Todavia, esse sucesso imediato encontra maiores dificuldades durante a sessão clínica.

-Agora tu podes somar 8+3? *-Sim.* (Coloca 8 peças amarelas depois pega mais duas e as coloca, em seguida retira as dez peças amarelas e volta a acrescentar uma. Finaliza acrescentando uma peça vermelha na haste das dezenas). -Por que fizeste assim? *-Botei o 8, daí somei o 3.* -Como fizeste para somar o 3? *-Coloquei as 8 unidades, e depois coloquei mais duas, mas daí não dá porque só tem dez, então para somar três tive que trocar essas dez amarelas e botar uma vermelha. Daí coloquei a outra amarela que faltava.* -Agora vou te propor um cálculo novo: 27+34. Podes fazê-lo? *-Sim* (Coloca 2 vermelhas na haste das dezenas e sete amarelas na das unidades. Em seguida, coloca as 3 peças amarelas restantes nas unidades e acrescenta mais 3 peças vermelhas na haste das dezenas). *Vou ter de mudar de novo porque senão falta uma unidade.* (Tira as dez peças amarelas e depois retorna uma delas. Coloca mais uma peça vermelha na haste das dezenas). -Tu podes me contar o que tu fizeste? *-Eu coloquei o 27, daí fui somar o 34. Coloquei as 3 unidades que eu tinha e ficou faltando uma. Botei as dezenas, daí fechou direitinho. Daí para colocar aquela unidade que faltava eu tirei as dez unidades e coloquei uma dezena.* -Tu podes me montar o cálculo no papel, mas vai explicando como tu estás fazendo? *-Faço assim: 4 mais 7 dá 1e vai 1 e 3 mais 2 dá 5, mais o 1 que foi dá 6. Dá 61 o resultado.* -Onde tu tens esse 4 mais 7 no ábaco? *-É quando eu somo as unidades aqui.* -E o vai 1? *-Pois é. Não sei se no ábaco tem esse vai 1, mas pode ser que seja quando eu ...acho que é só aqui no papel que tem o vai 1, mas no ábaco eu troco quando não tem mais. É mais ou menos a mesma coisa.*

Nota-se que, diferentemente do modelo anterior, o transporte não se coloca como uma situação de conflito. O sujeito realiza os cálculos sem problemas e é capaz de desempenhar todos os procedimentos inerentes no próprio aparelho. Quando pedimos que compare o cálculo no papel com o procedimento realizado no material, ele tem um pouco de dificuldade. O sujeito não sabe muito bem onde tem o "vai 1", ainda que realize as trocas corretamente no material. Essa dificuldade aumenta quando a subtração é abordada.

-Tu podes me mostrar como se faz para 7-5? -*Sim.* (Põe 7 peças amarelas na haste das unidades e depois retira 5). -Tu podes me explicar como tu fizeste? -*Eu coloquei o 7 e depois retirei o 2*. -E onde tu tens o resultado? -*É essas 5 aqui que sobraram* (aponta para as peças que haviam sido deixadas no ábaco). -Tu podes fazer agora 12-8? (Coloca uma peça vermelha na haste das dezenas e 2 amarelas nas unidades. Pára e pensa). -*Não tem como tirar oito* ...[risos]... *Que engraçado! É claro que deve dar, mas eu não vejo como.* (Pensa mais um pouco). *É, não sei como fazer*. -Como é que tu estás pensando em resolver? -*Eu não sei. Acho que assim.* (Tira 1 peça da haste das dezenas e coloca 6 na haste das unidades). *Não está certo.* -Porque tu achas que não está certo? -*Porque eu não tenho o 4, que é a resposta, em lugar algum.* -Vamos tentar outro cálculo com mais calma. Tu podes tentar 112-97? -*Sim* (coloca corretamente as peças correspondentes a 112). *Pois é. Aí que está o problema porque não dá para tirar os 90. Não tem como. Eu sei que dá 15 a resposta, que eu tenho de tirar essa peça da centena e deixar só 1 na dezena, mas daí não estou fazendo o cálculo. Não sei como é que faz.* -Quantas dezenas valem uma centena? *Valem 10, mas dessa centena eu não tenho como tirar as 9 dezenas que eu preciso*

Nota-se como o sujeito age com certo desembaraço com a adição, mas ao realizar uma subtração mostra-se bastante confuso. O entrevistado não compreende que, da mesma maneira com que realiza um transporte na adição, pode realizá-lo na subtração. Como não sabe de onde subtrair as 9 dezenas que necessita, então o sujeito não vê uma solução para o problema. Consideramos que esse é um modelo de significação mais sofisticado porque o sujeito não se deixa levar pela antecipação mental. Ele significa o ábaco como um instrumento de cálculo e percebe que, caso efetue o procedimento pelo cálculo mental não estaria realmente utilizando o instrumento. Essa maior significação mostra um acréscimo no desempenho frente aos problemas. As operações aritméticas parecem mais organizadas e o uso do aparelho mais adequado. Todavia, a subtração é um problema em função do caráter negativo dessa operação.

Piaget (1974b) destaca que as afirmações são ações positivas que se encontram na periferia da interação entre sujeito e objeto. Observar que um objeto tem determinadas características como ser pequeno ou alto, pesado ou leve, são propriedades aparentes e mais ligadas aos observáveis. Pelo contrário, determinar que um objeto seja não-comprido ou não-fino significa colocá-lo em relação e afastar-se de suas características mais evidentes para aproximar-se das coordenações mais centrais.

A partir das constatações de Piaget, é possível inferir que, na construção da significação, o papel da negação não é muito diferente. No caso da subtração, ela se apresenta como o processo complementar da adição e traz os aspectos negativos de retirada de uma quantidade. A soma é um processo no qual se acrescenta uma quantidade a outra, mas na subtração é necessário retirar uma quantidade existente dentro de outra quantidade, ou seja, é um processo que exige mais coordenações e é preciso perceber que, por exemplo, na quantidade 12 existem inúmeras quantidades como 9, 8, 7, etc., que podem ser dali retiradas.

A coordenação de ações que implica negações demanda então abstração de nível mais elevado e, conseqüentemente, a compreensão dessas ações negativas representa um modelo de significação mais elaborado. Piaget afirma que "as negações se aproximam das regiões mais centrais, pois elas se referem a relacionamentos, coordenações e, freqüentemente, inferências cada vez mais complexas" (1974b, p. 186). Ora, se de fato um modelo de significação é uma construção inferencial, então as negações têm papel importante na organização das significações, visto que as implicações entre as inferências precisam ser mais complexas para lidarem com as negações.

A última foto confirma o desempenho adequado do sujeito em situações menos complicadas:

-Agora te pediria para tu mesmo inventares um cálculo e me mostrares como se pode resolvê-lo no ábaco. Tu podes tentar fazer? -*Sim*. -Então escolha um e me demonstre como resolver com o ábaco. – Ok, *4+4. Tem de fazer assim* (coloca 4 peças na haste das unidades e depois mais 4). -E como tu explicas a resolução? -*Eu pus 4, depois mais 4, então tenho 8.* -E tu podes fazer uma subtração? -*Sim. Vou fazer 4-3, então.* (Pega e coloca 4 peça na haste das unidades, depois retira 1). -E como tu explicas o teu cálculo? *Eu tenho primeiro 4, depois 3 e tenho o resultado que é 1.*

Diante da autonomia para escolher os cálculos, o sujeito opta pelos que não encontra dificuldade. Ele não propõe situações com transporte e realiza os procedimentos sem problemas. Essa última foto mostra, então, sua capacidade de usar o ábaco em situações simples e a significação parcial que elabora do instrumento, uma vez que encontra dificuldades nas situações mais complexas.

4.6 Quarto Modelo de Significação: a significação das ações

O quarto modelo de significação refere-se aos sujeitos (20, 23 e 25 anos) que demonstram compreensão dos mecanismos envolvidos, são capazes de responder a novos desafios e generalizam suas conclusões. Em especial, percebemos que a memorização do algoritmo permite um jeito de "fazer sem compreender", visto que a maioria dos entrevistados até aqui resolve o cálculo, mas não compreende os procedimentos que realiza para chegar ao resultado. No caso do uso de materiais, a especificidade do conteúdo e da situação impõe mais alguns problemas para a organização do pensamento.

Para ilustrar as afirmações anteriores destacamos um dos sujeitos que construiu uma significação bastante avançada:

(TAR, 25 anos, estudante de Física) Realiza os cálculos com base no algoritmo. Curiosamente já fala "3 dezenas mais 2 dezenas... 5 centenas menos 4 unidades..." -Tu podes me mostrar como se soma 3+5 no ábaco? *-3 (pega 3 peças) mais 5 (pega 5 peças) dá 8.* -Tu podes escrever o cálculo? *-Sim.* (Escreve 3+5=8) -Onde tu tens esse 3? *-São essas 3 primeiras peças.* (Aponta com o dedo as 3 primeiras peças). -Onde tu tens o 5? *-São essas outras.* (Aponta com o dedo as outras cinco). -E o 8? *-São todas.* (Percorre com o dedo todas as peças). -E o mais? *-É só pra representar a adição.* -Ele não existe no material? *-Existe, porque eu coloquei todos aqui. Eu juntei.* -E tu poderias fazer 14+35? (Tira as 8 unidades que estavam, coloca uma dezena e 4 unidades). *-Tem 14 mais trinta* (põe 3 dezenas) *e cinco* (põe 5 unidades). -E o resultado? *-Dá quarenta* (passa o dedo ao longo das 4 peças da dezena) *e nove* (passa o dedo ao longo das 9 unidades). -Tu podes fazer 8-3? *-Sim.* (Retira todas as peças anteriores. Coloca 8 peças amarelas na haste das unidades e em seguida retira 3 delas). -Tu podes escrever o cálculo? *– Sim, 8-3= 5.* -Onde tu tens o 3? *-Nas peças que eu subtrai do total.* -E o 8? *-É a primeira parcela, o que eu tinha antes.* -E o menos? *-Foi essa ação de eu tirar as 3 peças.*

Nota-se que o sujeito é extremamente ativo frente ao instrumento e aos problemas que precisa resolver. É capaz de elaborar hipóteses e, quando as testa, o faz de maneira muito organizada. A linguagem para descrever as ações não está restrita a características materiais e aparentes, mas dirige-se para uma explicação das próprias razões e procedimentos adotados. Pode-se notar que as ações dos sujeitos são carregadas de intencionalidades e seu comportamento é dominado pelas conceituações e hipóteses anteriormente elaboradas. As ações que o sujeito executa não são mais no sentido de desvendar o problema, mas de verificar uma solução que já está formulada mentalmente antes que se execute a ação.

Anteriormente, a cada cálculo novo que propúnhamos, os sujeitos partiam diretamente para o resultado ou arranjavam a primeira parcela em função das peças que haviam permanecido no ábaco. Este sujeito toma o cuidado de a cada nova operação realizá-la desde o início, demonstrando cada um dos procedimentos. Ele começa limpando o ábaco de todas as peças restantes dos cálculos anteriores. Além disso, o sujeito é capaz de significar suas ações, pois relaciona a soma ao ato de "juntar" as peças e a subtração ao fato de "tirar". As condutas parecem muito organizadas, pois o sujeito não se mostra confuso e realiza antecipações de suas ações. De acordo com Piaget e Garcia, "antecipar consiste em deduzir e toda dedução ou inferência é uma seqüência ou um sistema de implicações" (1987, p. 28). Na verdade, se consideramos uma modelo de significação como uma estrutura de conjunto que reúne inferências em função de implicações, então antes de iniciar suas ações o sujeito já tem uma intencionalidade sob todas as condutas que precisa realizar. É evidente que essa intenção pode ir se adaptando aos resultados que vão se verificando nos materiais, mas ela ainda é uma construção anterior que fornece um caráter antecipatório aos comportamentos. No caso de TAR, o nível de organização das antecipações que realiza é muito grande e ele se vale sempre de regulações muito ativas sobre os materiais a fim de solucionar os problemas e significar os procedimentos adotados.

É importante observar, no decorrer da sessão, como o sujeito concebe todo um modelo para significar a situação:

-E seu eu tiver que somar mais 3 (aos 49 já existentes)? -*Aí você põe mais uma unidade e deu 50. Só que como eu não posso colocar mais* [unidades] *eu tenho de trocar. Eu troco isso tudo* (retira as 10 unidades) *por isso* (coloca 1 dezena) *e mais essas duas* (põe duas unidades), *o que dá cinqüenta* (conta com o dedo as dezenas) *e dois* (conta com o dedo as unidades). -E tu consegues fazer 199 mais 2? (Tira todas as peças anteriores). -*Cento* (põe 1 centena) *e noventa* (põe 9 dezenas no ábaco) *e nove*... (separa 9 unidades e coloca no ábaco). *Mais quanto? Mais 2?* -Sim. -*Então eu coloco mais um* (unidade) *e eu fiz 200 então eu troco isso* (assinala as dez unidades com o dedo e as retira do ábaco) *e então eu ganho uma dezena*. *Aqui fez dez dezenas e eu troco isso por uma centena e mais uma unidade.* -Tu podes montar esse cálculo no papel? -*Claro, 9 mais 2 unidades, eu fico com 11 unidades, então eu conservo 1 unidade, e a dezena eu pulo na casa das dezenas*. *Aqui eu faço dez dezenas e troco por um 1, e 1 cento mais 1 cento dá 2 centos*. -E onde tem esse 1? (A dezena que surge no transporte das unidades) -*Na verdade, esse 1 é o movimento da troca.* -E esse outro 1? (A centena que surge do transporte das dezenas) -*Também, porque como eu tinha 10 dezenas é impossível colocar porque é uma casa só no número, então eu indico que não tem nada, mas é porque foram todas para a centena.* -Tu podes voltar no ábaco para o 199? -O que é a primeira coisa que tu fazes quando tu somas com 2*? -São 2 unidades, então é na unidade que eu tenho de mexer, como aqui também* (aponta para o cálculo). *Então eu somo 1 e já tenho dez, que é 1 dezena*. *Como você pediu para acionar 2 eu coloco mais 1. Agora eu tenho dez dezenas então eu troco por 1 cento.*

O extrato acima evidencia como o pensamento de TAR é organizado nas mais diferentes situações. Ele não procura ir direto aos resultados e explicita todos os procedimentos. Toma o cuidado para que, durante a soma, suas ações sejam de “juntar” e é capaz de descrevê-las cuidadosamente. Além disso, o sujeito compara os procedimentos que realiza nos materiais diretamente com o cálculo no papel.

Desde o princípio, percebemos que uma das maiores dificuldades imposta pelo tipo de material que utilizamos é referente às características particulares do sistema decimal. Para a composição de um número, o sistema que utilizamos pode utilizar até 10 algarismos em cada uma das posições, mas, além disso, esses algarismos modificam seu valor em função da disposição que ocupam na composição do número. TAR mostra desde o início que tem consciência dessa característica do sistema de numeração decimal, pois já enuncia os cálculos como “duas centenas mais 1 centena, 3 dezenas...”. Essa tomada de consciência do sistema decimal permite que enfrente os desafios do material de maneira mais organizada, o que se desdobra em uma significação mais qualificada das ações e dos materiais envolvidos na situação.

O desempenho do sujeito desdobra-se igualmente para a subtração, como podemos perceber na continuidade da sessão:

-Agora vou te propor outro tipo de cálculo, que são as subtrações. Tu podes fazer 16-13? (Coloca uma peça na haste das dezenas e seis na das unidades. Retira a peça da haste das dezenas e três da das unidades). -E agora tu podes fazer 14-8? (Põe 1 peça na haste das dezenas e 4 na das unidades). *-Eu tenho 14, mas eu não vou ter oito unidades aqui* (aponta para a haste das unidades) *então eu vou ter de trocar essa* (toca a peça na haste das dezenas). *Então, para menos 8 eu já tiro 4* (retira as 4 peças da haste das unidades) *e depois eu troco a dezena* (tira a peça da dezena e coloca 10 peças na haste das unidades) *e tiro 4* (tira 4 peças na haste das unidades). -Agora tu podes fazer esse cálculo anterior (aponta para o papel no cálculo 5000 – 4)? *-É 5000 menos 4, só que eu não tenho como tirar 4 porque na verdade, todas essas unidades estão reunidas no milhar, então, eu tenho de passar por um processo de troca. Na verdade, eu tenho 1 milhar que são 10 centenas* (tira 1 peça do milhar e coloca 10 na haste das centenas) *e uma centena dá dez dezenas* (tira 1 peça das centenas e coloca 10 na haste das dezenas) *e uma dezena dá dez unidades* (tira 1 peça das dezenas e coloca 10 na haste das unidades). *Eu tiro 4* (tira 4 peças das unidades) *e dá 4 mil* (aponta o dedo na haste do milhar) *novecentos* (passa o dedo pela haste da centena) *e noventa* (passa o dedo pela haste da dezena) *e seis*. -Teve uma outra pessoa que fez esse mesmo experimento que tu e ela fez assim: colocou as cinco peças no milhar e tirou 1, daí ela trocou por 9 peças na centena, 9 na dezena e pôs 6 na unidade (O experimentador realiza esses movimentos). Por que tu achas que ele fez assim? *-Porque ele já fez o cálculo direto. Ele já colocou o resultado*. Tu achas que ele não está certo? *Eu acho que ele fez o cálculo ao mesmo tempo. Eu fui trocando...trocando...trocando* (gesticula com os dedos os movimentos de troca) *até conseguir tirar das unidades. Essa outra pessoa tirou 1 milhar porque disse que não dava, mas já colocou 9 porque já sabia o resultado e depois ele foi fazendo automaticamente*. -O que tu podes fazer de comparação entre essa atividade com o material e o cálculo que tu realizaste antes no papel? *-Esses movimentos na adição, por exemplo, que as crianças aprendem na escola como "vai 1" é, na verdade, essas trocas que eu faço no material.* -O que é o "vai um"? *-É um dezena... ou uma centena. É aquilo que você não pode colocar na casa anterior.*

Podemos observar que a subtração não afeta o desempenho do sujeito. Ele continua a operar com clareza sobre o instrumento. A adição, que significava a ação de juntar, torna-se equivalente à subtração e à ação de retirar. As condutas demonstram o caráter de antecipação construído e o domínio do sistema de numeração. Diante das contra-sugestões, o sujeito ainda percebe que no caso hipotético apresentado, trata-se de alguém que não realizou o procedimento de cálculo, mas que já anteviu o resultado. Todas essas características das condutas de TAR durante a prova nos permitem dizer que ele atinge uma conceituação do sistema de numeração decimal e de suas operações aritméticas elementares. Essa conceituação desdobra-se em uma significação qualificada da situação e dos problemas propostos.

A última foto demonstra ainda a capacidade do sujeito de elaborar cálculos autonomamente no instrumento.

-Agora te pediria para tu mesmo inventares um cálculo e me mostrares como se pode resolvê-lo no ábaco. Tu podes tentar fazer? -*Claro.* -Por favor, então escolha um cálculo e me demonstre como resolver com o ábaco. -*Eu farei 17-8* (coloca 1 peça na haste das dezenas e 7 na das unidades, depois retira as 7 peças das unidades para em seguida retirar a da dezena e acrescentar de volta 10 peças às unidades. Termina tirando 1 peça das unidades). *Dá 9.* -E como tu explicas a resolução? -*Primeiro tu tens de representar com as peças o primeiro número que no caso é o 17, depois tu tens de fazer as retiradas. No caso especial desse cálculo eu ainda tive que trocar 1 dezena por 10 unidades.* -E tu podes fazer uma adição? -*Sim. Qualquer uma?* -Sim. *Farei então 105 + 12* (Pega e coloca uma peça na haste das centenas e cinco na das unidades, depois coloca 1 na haste das dezenas e mais 2 nas unidades) *Dá 117*. -E como tu explicas o teu cálculo? -*Essa soma é mais fácil. Eu represento o primeiro número e depois adiciono o segundo. Para ver o resultado é só olhar para o número que se formou.*

A última foto mostra autonomia ao propor o cálculo. De fato, o sujeito não considera o caso do transporte como uma dificuldade, pois é mais um procedimento dentre os outros. Diante da iniciativa de propor um cálculo, ele mesmo elabora uma situação em que há transporte. O modo formal como é capaz de descrever a situação demonstra a capacidade de significar o problema, a situação, os materiais e suas próprias ações.

4.7 As operações aritméticas elementares e a significação

Durante o desenrolar dessa prova notou-se que a construção da significação encontra-se fortemente relacionada à tomada de consciência, visto que em ambos os casos os processos partem da periferia da interação sujeito – objeto em direção aos centros de coordenação. As significações iniciais estão restritas a dados secundários, tais como características imediatas e perceptivas dos materiais e das ações. Os modelos mais avançados procuram significar os mecanismos de funcionamento, tanto das coordenações do sujeito quanto das relações implicativas dos objetos.

A tabela a seguir apresenta um resumo das condutas:

Modelo de Significação	Características	Ações no ábaco
Descaso com os processos internos	• Nega o ábaco como um instrumento de cálculo. • Sem relação entre o cálculo no papel e o experimento. • Dirige-se pela antecipação do resultado.	○ Não retira peças de procedimentos anteriores. ○ Coloca o número de peças para atingir o resultado. ○ Retira e acrescenta peças simultaneamente.
Dificuldades com os mecanismos internos	• Opera sob o instrumento, ainda que de maneira deformada. • Estabelece algumas comparações entre o cálculo e a atividade. • Nega a característica posicional do sistema decimal.	○ Representa cada uma das parcelas. ○ Retira peças em caso de soma. ○ Limpa o ábaco antes de iniciar qualquer procedimento.
Primazia da afirmação sobre a negação	• Decompõe, claramente, os números em centenas, dezenas e unidades, etc. • Não identifica que uma dezena é composta de unidades.	○ Nos casos de adição nunca retira peças. ○ Na subtração com transporte representa apenas a primeira parcela.
A significação das ações	• Identifica corretamente no ábaco cada um dos elementos em comparação com o cálculo. • Relaciona a adição ao ato de colocar peças e a subtração ao de retirar. • O êxito de suas ações é acompanhado de uma descrição elaborada e preocupada em evidenciar os procedimentos.	○ Realiza as trocas sem problemas. ○ Assinala que 10 peças amarelas correspondem a 1 vermelha. ○ As trocas são efetuadas de maneira simultânea. ○ O número de peças é descrito junto de seu valor posicional.

Tabela 3 – Resumo das condutas para a prova do ábaco

Os primeiros modelos caracterizam-se por terem uma significação formulada com base nos resultados e objetivos das ações imediatas. Mesmo os entrevistados que consideramos em um terceiro modelo, quando estão descrevendo uma ação, elaboram uma significação apenas em função dos resultados que querem alcançar. Pode-se observar que esses sujeitos, em particular, pautam sua explicação em uma descrição, ainda que bem organizada, das ações e das características dos objetos. O modelo de significação ainda é parcial porque não se ocupa dos meios para se chegar aos resultados, mas apenas destes, com fins em si próprios. Nota-se que a construção da significação, no caso deste experimento, se dá à medida que o sujeito se ocupa dos mecanismos intrínsecos às suas ações, ou seja, quando ultrapassa os objetivos e resultados das ações para os mecanismos do como as ações ocorrem e porque produzem determinados resultados.

Quando um sujeito depara-se com um novo objeto de conhecimento, ele procura assimilá-lo com a organização estrutural que possui. Essa estrutura é capaz de efetuar regulações - que podem ser entendidas como certa mobilidade nos estados de equilíbrio - para se ajustar a novas propriedades colocadas pelo objeto de conhecimento. Quando diante de um problema, o sujeito não modifica sua estrutura, ou o faz apenas superficialmente, ele está de posse de regulações automáticas, as quais se prestam para assimilar somente determinadas propriedades dos objetos. Todavia, quando o objeto apresenta novidades ou propriedades que o sujeito não é capaz de assimilar, pode ser necessário que desenvolva regulações ativas, para dar conta dos novos desafios que surgem. Essas regulações ativas são fonte de novas organizações e de mudanças na conceituação do sujeito, que precisa se modificar para melhor assimilar.

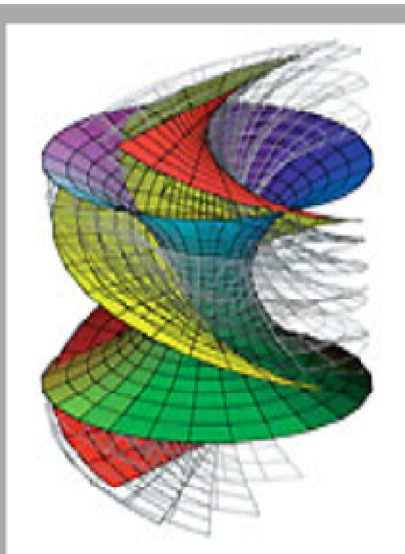
De acordo com Piaget

> o que desencadeia a tomada de consciência é o fato de que as regulações automáticas (por correções parciais, negativas ou positivas, de meios já em atuação) não são mais suficientes e de que é preciso, então, procurar novos meios mediante uma regulação mais ativa e, em conseqüência, fonte de escolhas deliberadas, o que supõe o uso da consciência. (1974a, p. 188).

Se o adolescente e o adulto resolvem cálculos de matemática, tais como a adição e a subtração, valendo-se apenas de regulações automáticas sobre os algoritmos que aprenderam, a tomada de consciência e a significação a respeito dessas operações é abreviada e limitada. Por outro lado, se os sujeitos possuírem conceituações elaboradas, dominarem o mecanismo interno das operações e apresentarem o “como” e o “porquê” agem de determinada maneira, pode-se dizer que estão a caminho da construção de uma significação mais sofisticada. No estudo que conduzimos, a maioria dos entrevistados não atinge uma significação adequada para as operações de somar e diminuir. Diferentemente, os sujeitos que elaboram um quarto modelo de significação compreendem as características do sistema numérico decimal e das técnicas empregadas nos cálculos. Além disso, diante das diversas variações que propomos, eles apresentam regulações bastante ativas. Estes sujeitos exploram o material, testam suas hipóteses chegando mesmo a modos formalizados de como utilizar o instrumento.

Dessa maneira, o êxito escolar que os estudantes obtêm nos cálculos de aritmética não parece ser garantia de sucesso frente ao problema específico que propomos. Supõe-se que os procedimentos automatizados oriundos de uma aprendizagem por algoritmos restringem o desenvolvimento de regulações diante de novas situações. Os sujeitos estão habituados a um saber-fazer, sem muita compreensão dos procedimentos envolvidos. Segundo Piaget (1974b, p. 176) “fazer é compreender em ação uma dada situação em grau suficiente para atingir os fins propostos”. Contudo, para além do simples fazer há um compreender, que é “conseguir dominar, em pensamento, as mesmas situações até poder resolver os problemas por elas levantados em relação ao porquê e ao como das ligações constatadas e, por outro lado, utilizadas na ação” (ibidem). Ora, o que destacamos com esse experimento é o fato de que a tomada de consciência dos procedimentos utilizados nos cálculos aritméticos elementares é um fator que influencia a construção da significação. Se os métodos permanecem inconscientes, então os modos de significar a situação que utilizamos são muito pobres e restritos. Por outro lado, se o sujeito toma consciência das operações que realiza, então sua significação torna-se mais sofisticada.

Em resumo, acreditamos que este experimento demonstra uma relação entre a significação que o sujeito elabora acerca do conteúdo e a tomada de consciência que possui a respeito do assunto abordado. Dessa maneira, parece relevante destacar novamente como o grau de complexidade dos conteúdos influencia as condutas, visto que a tomada de consciência e a significação dependem da interação qualificada entre sujeito e objeto de conhecimento.



Considerações Finais

A SIGNIFICAÇÃO E O PENSAMENTO HUMANO

Por hora, a psicologia sofre uma certa onda positivista e empirista, que atribui à maioria dos estudos um caráter científico somente quando estes se atêm aos fatos concretos (sic). Nesse sentido, o conceito de estrutura tem sido renegado. Como não podemos “abrir a cabeça” e enxergar diretamente as formas de organização do pensamento, então é como se não existisse qualquer estruturação. Discordamos de tal posição, pois acreditamos que as condutas e os métodos qualitativos são suficientemente capazes de evidenciar os diferentes modos de organização do pensamento.

Quando falamos de uma estrutura lógico-matemática, nos referimos à organização mental oriunda das operações. Igualmente, ao falarmos dos modelos de significação, tratamos também de um modo de organização do pensamento, mas em função dos conteúdos. Ora, se tanto a significação quanto as operações lógico-matemáticas são entendidas como modos de coordenação, então estamos falando da mesma estrutura em diferentes pontos de vista. Não se trata de “dividir” o pensamento em dois, mas de compreendê-lo por outra perspectiva. Na verdade, nossa posição é a de um pensamento único, que é influenciado por características mais gerais, tais como são as operações lógico-matemáticas, mas também afetado pelas organizações particulares em função dos graus de novidade e especificidade dos conteúdos. Em comum, essas duas perspectivas têm o fato de que o pensamento se organiza - tanto em sua dimensão lógico-matemática quanto das significações – à medida que o sujeito age. A ação, como já há muito tempo afirmou Piaget (1936, 1950, 1975, 1977a), permanece como motor de toda a organização mental. Tanto os estádios do desenvolvimento, quanto os de modelos de significação, tratam de formas de organização mental que estão estruturadas em sistemas de conjuntos cujo arranjo acontece na medida em que funcionam e procuram agir sobre a realidade.

Além disso, a dimensão lógico-matemática do pensamento determina suas características mais gerais de organização. As operações derivam da abstração dos conteúdos em função de um modo de coordenação que se desprende da materialidade dos fatos em direção a formas mais gerais de tematização (PIAGET, 1977a). Elas dirigem a maneira com a qual abordamos os problemas, as possibilidades de intervenção que temos sobre as situações e determinam grande parte da mobilidade de raciocínio. Os modelos de significação referem-se, ao contrário, a formas de organização dos conteúdos em função de suas características específicas. Ora, se temos formas de organização dos conteúdos e das operações em um pensamento que é uno, então essas estruturações apresentam certas características comuns. Assim, supomos que os conteúdos organizam-se de maneira análoga aos processos de coordenação lógico-matemática. Isso permite evidenciar um pensamento que possui modos comuns de organização em diferentes dimensões, seja em suas características gerais, seja em suas particularidades.

Dessa maneira, além dos grandes estádios do desenvolvimento humano, encontraríamos frente a cada conteúdo um renascimento dos mesmos modos de organização. Cada conteúdo propõe um obstáculo particular para conhecê-lo, de maneira que é preciso desenvolver modos de organizar essa novidade para assimilá-la. Os dados que coletamos permitem evidenciar características comuns aos modelos de significação e aos estádios de desenvolvimento. A diferença está no fato de que no pensamento do adulto as operações lógico-matemáticas já estão mais articuladas e não se constituem como limitadores das ações mentais. Pelo contrário, elas representam uma dimensão de possibilidade que fornece ao pensamento uma grande mobilidade.

Muitas vezes a rapidez do raciocínio do adulto pode dificultar a percepção dos diferentes modos de significar o problema. Nesse sentido, a introdução, na abordagem metodológica, do que chamamos de primeira e última fotos permitiu enquadrar a significação de um pensamento com um enorme grau de mobilidade. Ao observarmos com atenção essa imagem estática percebemos como, muitas vezes, elas lembram condutas infantis. Todavia, durante a atividade com emprego do Método Clínico, os sujeitos mostravam toda a exuberância de um pensamento adulto que é sustentado por operações lógico-matemáticas muito mais sofisticadas. Esses fatos não nos deixam falar de uma regressão do raciocínio, das operações ou da estrutura. Eles parecem evidenciar que temos uma forma lógico-matemática mais ou menos geral de organizar as situações, acrescida de outra em função das coordenações dos objetos. Poderíamos remontar à imagem de duas helicóides concêntricas (vide ilustração da capa). Se por um lado possuímos uma grande helicóide para demonstrar a dialética do conhecimento referente aos estádios e aos processos de equilibração, temos uma mesma forma frente a cada organização dos conteúdos. Contudo, o apoio dessa grande estruturação das operações lógico-matemáticas permite dinamizar a organização dos conteúdos, de maneira que o adulto não dispensa o mesmo tempo que uma criança para assimilá-los. Se Piaget fala em descontinuidade estrutural e continuidade funcional, nossa tese é de que a organização do pensamento reproduz esta última como um holograma ou um caleidoscópio. Em resumo, as formas de organização vão evoluindo em seus mecanismos mais gerais, ao mesmo tempo em que vão se reconstruindo frente às novidades mais específicas ou, em outras palavras, é como se a linha macrocósmica do desenvolvimento se reproduzisse no microcosmo da especificidade dos conteúdos.

Quando começamos esta pesquisa, tínhamos a presunção de que teríamos diferentes “primeiras fotos”, mas que a mobilização do pensamento devido ao Método Clínico levaria ao desenvolvimento de uma significação elaborada e homogênea por parte de todos os sujeitos. Na verdade, o que constatamos é que mesmo o adulto tendo um raciocínio mais organizado e capaz, os objetos desempenham um papel ativo e resistem à assimilação imediata. Nesse sentido, a análise do desempenho dos sujeitos em função de sua idade cronológica foi desnecessária, visto que as condutas sofreram reais alterações em virtude das características particulares das situações, isto é, das coordenações próprias dos objetos.

Em alguns casos de fracasso, ao final da prova, explicávamos para o sujeito minuciosamente o desenrolar de todos os procedimentos. A lógica organizada do adulto permitiu que fossem capazes de compreender o que dizíamos. Todavia, existe uma grande diferença entre uma simples constatação dos fatos e a construção autônoma de uma significação. A lógica que sustenta o pensamento do adulto apresenta maior coerência interna, mas significar é diferente de constatar ou compreender, pois envolve uma construção inferencial que implica a atribuição de esquemas aos objetos ou situações. Compreender a seqüência de procedimentos realizados em um experimento expressa, principalmente, a existência de operações lógico-matemáticas que coordenam a lógica das ações, mas construir uma significação implica ter esquemas disponíveis para serem atribuídos ao experimento. Na verdade, o que constatamos fortemente é o caráter ativo dos objetos nos processos de interação, visto que não é apenas o sujeito que está em atividade, em função do fato que os objetos têm suas próprias coordenações.

No que tange aos esquemas, percebemos nos experimentos o quão essencial é sua construção para as significações. O esquema é a organização capaz de assimilar os problemas, os materiais e as situações. O conjunto de esquemas disponíveis determinou como os sujeitos entrevistados abordavam os problemas. Muitas vezes, esse quadro assimilador não era o mais adequado e os sujeitos resistiam ao problema modificando-o ou negando-o. Concluímos que o pensamento do adulto tem seu poder de significação ligado à construção dos esquemas anteriores em função do grau de novidade da atividade proposta. Caso não haja esquemas ou estes não sejam os mais adequados, os modelos para significar os problemas são bastante abreviados. Além disso, todo esquema precisa adequar-se às novas situações e isso implica acomodações, as quais se constituem em modificações nesses mesmos esquemas. De acordo com Piaget (1968c, p. 23) "todo esquema de assimilação é obrigado a se acomodar aos objetos aos quais se aplica, senão a assimilação seria deformante (ou centrada na afetividade do eu, como é o caso do jogo simbólico, onde o real é modificado ao sabor dos desejos do momento)". Essa necessidade de acomodação diante de novas situações exige certa mobilidade dos sistemas de esquemas e, muitas vezes, sofrem resistência em função da complexidade do problema a ser enfrentado. Esses dois fatores, a novidade e a complexidade, influenciam diretamente as formas de organização dos conteúdos e parecem ser os dois maiores elementos a dificultarem o arranjo dos modelos de significação no pensamento do adulto.

Nos modelos iniciais as explicações ou justificativas para as condutas são bastante frágeis e restritas a descrições dos comportamentos, dos objetos ou situações, isto é, reduzem-se a constatações. Com a construção de significações mais elaboradas, os modelos produzem explicações que levam a sistemas implicativos de conjunto, que demonstram inferências ligadas por conexões lógicas entre os significados. As implicações significantes são mais organizadas e as explicações procuram as relações entre o fato e o resultado, bem como se dirigem para tematizações mais sofisticadas sobre os problemas. Essa característica da explicação desdobra-se no grau de mobilidade e generalidade do modelo de significação. Nos casos em que as justificativas são meras descrições dos acontecimentos, o pensamento do sujeito é mais restrito e encontra dificuldade para operar sobre um mundo de possíveis. Diferentemente, quando as explicações apresentam um laço dedutivo, o sujeito apresenta maiores regulações frente aos problemas e é capaz de responder mais adequadamente a diferentes variações.

O fato do sujeito contentar-se com uma explicação abreviada da realidade demonstra a existência de uma lógica mais simples, sem grande necessidade de coerência interna. Por outro lado, a exigência de uma justificativa mais sofisticada, obedecendo, muitas vezes, a um intrincado jogo de inferências, revela uma lógica interna de organização dos conteúdos bastante complexa. Levar o sujeito a tomar consciência da incompletude de suas explicações pode sugestioná-lo à revisão das inferências e das implicações envolvidas. Nos casos em que as explicações são postas em xeque, as condutas dos adultos são muito diferentes dos procedimentos das crianças. O adulto tende a se incomodar mais com a contradição, procurando eliminá-la ou compensá-la. A lógica do pensamento do adulto não permite, na maioria dos casos, a existência de inferências conflitantes ou sem relação com o sistema de conjunto do qual se vale para interpretar a situação. Na verdade, estamos falando de uma lógica própria de organização dos conteúdos que reflete a lógica operatória. Trata-se, de fato, de uma lógica das significações.

A idéia da interferência dos conteúdos e dos processos de significação na estruturação cognitiva fornece um quadro mais sutil e progressivo de construção das estruturas lógico-matemáticas. Os modelos de significação a serem construídos em função dos conteúdos evidenciam as primeiras organizações singulares frente aos objetos, para darem origem, ao mesmo tempo em que se apóiam, às operações lógico-matemáticas de natureza mais profunda e universal. Eles podem ajudar a explicar as divergências de condutas de sujeitos de um mesmo estádio, bem como a infinidade de procedimentos do sujeito psicológico, revelados pela análise microgenética. Os modelos de significação destacam o caráter de construção e reconstrução infinitos do pensamento, ainda que este siga formas mais ou menos universais de organização. Em resumo, um modelo de significação é o resultado da interação mais radical entre a estrutura cognitiva e o objeto de conhecimento. Isso quer dizer que não basta a existência de uma estrutura formal muito poderosa; é preciso que ela se organize em função das propriedades e coordenações dos objetos. Quando o sujeito precisa elaborar uma significação, esta não deriva diretamente das operações lógico-matemáticas, mas da interação estrutura-objeto.

Voltando-se às questões iniciais, que eram:

- Como se organizam os modelos de significação elaborados por adultos para a solução de problemas que envolvem conteúdos escolares de matemática da educação básica?
- Como se dá a resistência dos objetos na construção da significação?

Tendemos a concluir que os modelos de significação apresentam características semelhantes aos estádios do desenvolvimento, mas que assumem as particularidades de coordenação dos objetos. A temporalidade das ações e do raciocínio passa a ser um fator importante, bem como as características dos materiais e de configuração da situação. Os processos de pensamento utilizados levam em conta um jogo inferencial sustentado por implicações cuja principal origem está na conexão lógica entre os significados, isto é, na implicação significante.

A partir dos três experimentos empregados, descobrimos quatro modelos de significação cujas características iniciais são a forte presença dos índices perceptivos, a existência de implicações conflitantes e a falta de coerência e regulação internas aos modelos. Nos níveis mais avançados, encontramos significações mais elaboradas, que são capazes de responder melhor às variações do problema, bem como produzem explicações mais ricas e coesas. Encontramos ainda modelos intermediários nos quais os sujeitos negam o problema e o reconfiguram em função dos esquemas que possuem para significar a situação. Acreditamos ter, parcialmente, confirmado a hipótese de que as significações formadas por adultos podem ser as mais variadas e são elaboradas em função de suas características particulares de pensamento. As singularidades dos comportamentos são inúmeras (em virtude das infinitas possibilidades de aplicação dos mais diferentes esquemas), mas os modos de organização das significações são mais ou menos gerais.

Também nos perguntamos "Como o sujeito se vale dos conteúdos escolares para significar a situação e superar os problemas?". Nossa hipótese inicial era de que os algoritmos determinavam modos de se chegar aos resultados sem tomada de consciência dos mecanismos internos e que, por isso, os exercícios escolares não teriam muita influência na resolução dos problemas. É verdade que os algoritmos mostraram-se limitados e os sujeitos tiveram relativa dificuldade em empregá-los nos materiais. Todavia, nos casos em que os entrevistados conseguiram realizar algum cálculo a respeito dos objetos utilizados, este se tornou um índice capaz de colocar em conflito inferências equivocadas e que vinham dominando o modo de pensar a situação até então. Em alguns casos, os dados oriundos dos cálculos permitiram que os sujeitos modificassem profundamente suas condutas, enquanto que em alguns outros permitiram que o sujeito obtivesse um feedback positivo a suas antecipações e deduções. Por fim, reafirmamos a hipótese de que os algoritmos resumem-se a técnicas memorizadas que podem ser aprendidas sem a interferência da significação dos objetos, mas que, quando utilizados nas situações experimentais, podem influenciar fortemente as condutas.

No que tange as práticas no Ensino Superior, a interferência dos conteúdos nos experimentos realizados mostrou muitos problemas de significação a respeito de temas que deveriam ter sido aprendidos há muito tempo. Se a dificuldade do adulto para a compreensão de conteúdos do presente reside em uma dificuldade de aprendizagem na infância, é preciso trazer novamente à tona esse problema ou, em outras palavras, realizar uma “catarse” das coisas que não estão suficientemente bem elaboradas para permitir que o sujeito prossiga livremente. Parece desnecessário insistir na aprendizagem, por exemplo, do cálculo diferencial, se o sujeito ainda não adquiriu uma verdadeira significação das funções elementares. Essa paráfrase freudiana nada mais é do que assumir que a criança permanece no adulto e esse adulto não está livre da criança que foi um dia.

As perspectivas futuras e as possíveis ampliações do estudo podem ser realizadas sobre uma gama considerável de outros conteúdos. Torna-se bastante interessante investigar os modelos de significação sobre outras áreas escolares, tais como a História, a Geografia, as Artes, etc. Os aspectos metodológicos podem ser melhorados com um pré-teste que seja capaz de selecionar apenas sujeitos comprovadamente formais, bem como se pode realizar um estudo simultâneo entre o comportamento de crianças e adultos em um mesmo experimento. As possibilidades de avanço dentro da temática parecem ser animadoras e suas contribuições para o campo da Educação revelam as características particulares de organização dos conteúdos. A compreensão das coordenações próprias dos objetos pode permitir a construção de práticas educativas mais interativas, que não se ocupem apenas da livre ação do sujeito ou da imposição, no sentido behaviorista, dos comportamentos. Por fim, acreditamos que todo processo de pensamento estrutura-se na relação dialética entre sujeito e objeto, sendo ambos, igualmente, ativos.

Referências

BIDEAU, J.; HOUDÉ, O. *Cognition et développement.* Berna: Lang, 1991.

BOVET, M. Explicações e mudanças em adultos. In: MORENO, M. ; SASTRE, G. ; BOVET, M. e LEAL, A. *Conhecimento e mudança*: os modelos organizadores na construção do conhecimento. São Paulo: Moderna, 2002.

______. *Etude interculturelle de processus de raisonnement*: notion de quantité et relations spatio-temporelles. Tese de Doutorado. Université de de Genève, 1975.

CARRAHER, David William e SCHLIEMANN, Analúcia Dias. A compreensão de frações como magnitude relativa. In: *Psicologia* : teoria e pesquisa. Brasília Vol. 8, n. 1 (jan./abr. 1992), p. 67-78.

CHAHON, Marcelo. Metacognição e resolução de problemas aritméticos verbais: teoria e implicações pedagógicas. *Revista do Departamento de Psicologia*. UFF, 2006, vol.18, n. 2, ISSN 0104-8023.

COLINVAUX, D. *A formação do conhecimento físico*: Um estudo da causalidade em Jean Piaget. Rio de Janeiro: EDUFF, 1992, 189 p.

COLINVAUX, D.; FRANCO, C.; KRAPAS-TEIXEIRA, S e QUEIROZ, S. A teoria piagetiana e os modelos mentais. In: BANCKS-LEITE, L. *Percursos piagetianos* São Paulo: Cortez, 1997.

FAKOURI, M. Cognitive development in adulthood:a fifth stage?: A critique. *Developmental Psychology*, 12, 1976.

FÁVERO, Maria Helena; PIMENTA, Meireluce Leite Pensamento e linguagem: a língua de sinais na resolução de problemas. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, 2006, vol.19, n. 2, ISSN 0102-7972.

FÁVERO, Maria Helena; MACHADO, Conceição de Maria Couto A tomada de consciência e a prática de ensino: uma questão para a psicologia escolar. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, 2003, vol.16, n. 1, ISSN 0102-7972.

FERREIRA, Sandra Patrícia Ataíde; LAUTERT, Síntria Labres. A tomada de consciência analisada a partir do conceito de divisão: um estudo de caso. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, 2003, vol.16, n. 3, ISSN 0102-7972.

FRANCO, S. *Lógica Operatória e Lógica das Significações em Adultos do Meio Rural: um estudo piagetiano e seu significado educacional* Porto Alegre: UFRGS/FACED/PPGEdu. Tese de doutorado, 2002.

GILLY, Michel. Interactions entre pairs et constructions cognitives: modèles explicatifs. In: PERRET-CLERMONT, Anne-Nelly; NOCILET, Michel. *Interagir et connaître.* Paris: L'Harmattan, 2001.

GRIZE, Jean-Blaize. *Le discours explicatif.* In: Colloque International L'explication: enjeux cognitifs et communicationnels. Paris: Université René Descartes, 2001.

HENRIQUES, G. et al. *La formation des raisons :* Etude sur l'épistémogenèse. Sprimont (Belgique): Pierre Mardaga Editeur, 2004.

INHELDER, B.; ACKERMANN-VALLADÃO, E.; BLANCHET, A.; KARMILOFF-SMITH, A.; KILCHER-HAGEDORN, H.; MONTANGERO, J.; ROBERT, M. Des structures cognitives aux procédures de découverte. *Archives de Psychologie*, n.44, p. 57-72, 1976.

INHELDER, B.; KARMILOFF-SMITH, A."Si quieres avanzar, hazte com uma teoria", *Infancia u apredizaje,* n. 13, p. 69-88, 1981.

INHELDER, B.; BOVET, M.; SINCLAIR, H.. [1974] [25] *Aprendizagem e estruturas do conhecimento.* São Paulo: Saraiva, 1977.

INHELDER, B. e CELLÉRIER, G. *Les cheminements des découvertes de l'enfant :* Recherche sur les microgenèses cognitives. Paris, Delachaux et Niestlé, 1992.

INHELDER, B.; BLANCHET A.; BORDER; CAPRONA, D.; SAAD-ROBERT, M.; ACKERMANN-VALLADAO, E. Procédures et significations dans la résolution d'um problème concret. In: *Bulletin de Psychologie* Tomme XXXIII, n. º 345, p. 645-648, 1980.

JHONSON-LAIRD, P. N. *Mental models*: towards a cognitive science of language, inference and consciousness. Mova Iorque: Cambridge Univeversity Press, 1983.

_______. e QUELHAS, A. C. *Conhecimentos, modelos e raciocínio condicional.* Análise Psicológica; p. 309-317, 2004

[25] Nos casos em que não foi consultada diretamente a primeira edição, a data entre parênteses indica o ano de publicação desta. O restante concerne à referência consultada efetivamente. No texto é empregada a data da primeira aparição da obra. Trata-se de um recurso importante para compreender a cronologia de surgimento das idéias de Piaget.

KRAMER, D. Post-formal operations? A need for further conceptualization. *Human Development, 26*, 91- 105, 1983.

LIMA, José Maurício de Figueiredo. Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação de quantidade. In: CARRAHER, T et al. *Aprender Pensando.* Petrópolis: Vozes, 1986.

MARCHAND, Helena. Em torno do pensamento pós-formal. *Aná. Psicológica*, Apr. 2002, vol.20, no.2, p.191-202. ISSN 0870-8231.

MACIEL, A. & CÂMARA, M. Analisando o rendimento de alunos das séries finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio em atividades envolvendo frações e idéias associadas. In: *Bolema* vol. 20, n.°28, 2007, p. 163-177.

MONNIER, C., & WELLS, A. Does the formal operational stage exist? A review critique of recent works on the subject of formal operations. *Cahiers de la Fondation Archives Jean Piaget, 1*, 201-242, 1980.

MORO, Maria Lucia Faria. Notações da matemática infantil: igualar e repartir grandezas na origem das estruturas multiplicativas. *Psicol. Reflex. Crit*. , Porto Alegre, v. 17, n. 2, 2004 .

MOREIRA, Marco Antônio. Modelos mentais. *Revista Investigações em Ensino de Ciências*, Porto Alegre, v. 1, n. 3, pp. 193-232, 1996.

MORENO, M. ; SASTRE, G. ; BOVET, M. e LEAL, A. *Conhecimento e mudança*: os modelos organizadores na construção do conhecimento. São Paulo: Moderna, 2002.

PARRAT-DAYAN, S. *Etude génétique de l'acquisition de la notion de moitié*. Genève : FPSE, 1980.

PIAGET, Jean. Essai sur quelques aspectes du development de la notion de partie chez l'enfant. *Journal de Psychologie normale e pathologique.* 1921, XVIII, n.º 6, p. 429-480.

_____. [1926] *A representação do mundo na criança.* Rio de Janeiro: Record, [sd].

_____. [1931]. Psychologie expérimentale: la mentalité de l'enfant. In: PARRAT-DAYAN, Silvia. *La dialectique de l'autre et du même.* Archives de Psychologie, 62, 171-192, 1994.

_____. [1936] *O nascimento da inteligência na criança.* Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

_____. [1937] *A construção do real na criança.* Rio de Janeiro: Zahar, 1979.

_____. [1945] *A formação do símbolo na criança*; imitação, jogo e sonho; imagem e representação. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

_____. e SZEMINSKA, A. [1941] *A gênese do número na criança.* Rio de Janeiro: Zahar, 1983.

_____. [1950] *Epistemologia Genética.* São Paulo; Martins Fontes, 2001.

_____. e INHELDER, B. [1955] *Da lógica da criança à lógica do adolescente*. São Paulo: Pioneira, 1976.

_____. Les liaisons analytiques et synthétiques dans les comportements du sujet. Paris: P.U.F., 1957.

_____. e INHELDER, B. [1959] *Gênese das estruturas lógicas elementares.* Rio de Janeiro: Zahar, 1971.

_____. [1967] *Biologia e conhecimento.* Petrópolis: Vozes, 2003.

_____. ; GRIZE, J. B. ; SZEMINSKA e VINH-BANG. *Épistémologie et psychologie de la fonction*. Paris: Presses univ. de France. (EEG 23), 1968a.

_____. ; SINCLAIR, H. e VINH-BANG. *Épistémologie et psychologie de l'identité.* Paris: Presses univ. de France. (EEG 24), 1968b.

_____. [1968c] *Memória e inteligência*. Rio de Janeiro/Brasília : Artenova/UnB, 1979.

_____. L'évolution intellectuelle entre l'adolescence et l'âge adulte. In: *Third Intenational convention and awardinf of Foneme prizes.* Milao: Foneme, 1970, p. 149-156.

_____. ; GARCIA, R. [1971] *Les explications causales.* Barcelona : Barral Editores, 1973.

_____. [1972a] *Ensaios de lógica operatória*. São Paulo/Porto Alegre: EDUSP/Globo, 1976.

_____. [1972b] *Problemas de psicologia genética*. Rio de Janeiro: Forense, 1973. (Col. Os Pensadores).

_____. [1974a] *A tomada de consciência.* São Paulo: EDUSP, 1975

_____. [1974b] *Fazer e compreender.* São Paulo: Melhoramentos, 1977.

_____. [1975] A e*quilibração das estruturas cognitivas*: problema central do desenvolvimento Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

_____. [1977a] *Abstração reflexionante.* Porto Alegre: ArtMed, 1990.

_____. Essai sur la necessité. In: *Archives de Psychologie.* Vol. XLV, n° 175, p. 235-251, 1977b.

_____. e INHELDER, B. Procédures et strucutres. In: *Archives de psychologie*. Genève: Vol. 47, n.º 18, p. 165-175, 1979.

_____. [1980a] *As formas elementares da dialética*. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1996.

_____. *Recherches sur les correspondaces.* (EEG 27), Paris: Presses Universtaires de France, 1980b.

_____. [1987] *Hacia una logica de significaciones* (*Vers une logique des significations*). Barcelona: Gedisa, 1989.

SELVA, Ana Coêlho Vieira; BRANDÃO, Ana Carolina Perrusi *A notação escrita na resolução de problemas por crianças pré-escolares.* Psicologia: Teoria e Pesquisa, 2000, vol.16, n. 3, ISSN 0102-3772.

SILVA, João Alberto da. O professor pesquisador e a liberdade do pensamento. In: BECKER, F. e MARQUES, T. *Professor pesquisador.* Porto Alegre: Mediação, 2007.

______, *Escola, complexidade e construção do conhecimento*. Porto Alegre: UFRGS/FACED/PPGEdu, 2005, Dissertação de Mestrado.

VINH-BANG. [1966] El metodo clínico y la investigación en psicologia de nino. In : AJURIAGUERRA, J., *Psicología y epistemoligia genítica.* Buenos Aires: Proteo, 1970, p. 39-51).

VONÈCHE, J. e GRUBER, H. Reflexions sur les operations formelles de la pensée. In: *Archives de Psychologie* vol. XLIV, n. º 171, p. 45-55, 1976.

WERMUS, Henri. Procedures de la pensee naturelle et schemes formles. In: *Cahiers de la Fondation Jean Piaget* -Epistemologie Génétique et science cognitive n. 3, p. 239-271, 1982.

ZANELLA, Andréa Vieira. Atividade, significação e constituição do sujeito: considerações à luz da Psicologia Histórico-Cultural. *Psicol. estud.*, Abr 2004, vol.9, no.1, p.127-135. ISSN 1413-7372.

_____; et al Processos de significação no brincar: problematizando a constituição do sujeito. *Psicol. estud.*, Dez 2002, vol.7, no.2, p.127-133. ISSN 1413-7372.