

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PROJETO CONSTRUCTAL DA GEOMETRIA DE MATERIAIS ALTAMENTE CONDUTIVOS
APLICADOS À REFRIGERAÇÃO POR CONDUÇÃO DE CALOR

por

Tadeu Mendonça Fagundes

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, Julho de 2014.



Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO CONSTRUCTAL DA GEOMETRIA DE MATERIAIS ALTAMENTE CONDUTIVOS
APLICADOS À REFRIGERAÇÃO POR CONDUÇÃO DE CALOR

por

Tadeu Mendonça Fagundes

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Thamy Cristina Hayashi
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Energia e Fenômenos de Transporte**

Orientador: Prof. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Comissão de Avaliação:

Prof. Dra. Thamy Cristina Hayashi

Prof. Dr. Francis H. Ramos França

Prof. Dr. Paulo Smith Schneider

Porto Alegre, 11 de Julho de 2014.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu pai, Carlos Roberto Peixoto Fagundes, pelo apoio pleno durante toda a graduação e aconselhamento durante a minha vida;

À minha mãe, Joy Justo Mendonça Fagundes, por todo o suporte na minha carreira acadêmica e amparo incondicional constante;

Aos todos meus progenitores, falecidos, adotivos ou não, pelos ensinamentos de vida;

Ao meu orientador, Prof. Luiz Alberto Oliveira Rocha, pelo tempo dedicado e por toda orientação ao longo deste trabalho;

A todos meus amigos e colegas que estiveram comigo durante esse caminho de engenharia;

E especialmente a Jéssica Carolina Scherer, minha companheira e minha fonte de inspiração.

Fagundes, T. M. **Projeto Constructal da Geometria de Materiais Altamente Condutores Aplicados à Refrigeração por Condução de Calor**. 2014. 13. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

RESUMO

Este trabalho se baseia na teoria constructal para realizar a otimização geométrica de um sistema em forma de “V” que remove um fluxo de calor constante e o conecta a dissipadores isotérmicos. A equação de condução de calor em regime permanente é aplicada ao sistema de interesse. É mostrado numericamente que a resistência térmica global do caminho em “V”, sujeita as constantes área total e área do caminho em “V”, pode ser minimizada variando-se a sua geometria (graus de liberdade). A teoria constructal mostrou a emergência de uma arquitetura ótima que minimiza a resistência térmica global: um formato externo ótimo para a configuração, assim como ótimos valores para a geometria do caminho em “V”.

PALAVRAS-CHAVE: “constructal design”, otimização, condução de calor, caminho de condução em forma de “V”.

Fagundes, T. M. **Constructal design of Highly Conductive Materials Applied to Cooling by Heat Conduction**. 2014. 13. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

ABSTRACT

This work relies on the Constructal theory to perform the geometric optimization of the V-shaped pathway, which removes a constant heat flux and delivers it to isothermal sinks. The conduction heat transfer equation in steady state is applied to the studied system. It is shown numerically that the global thermal resistance of the V-shaped pathway can be minimized by geometric optimization subject to total volume and V-shaped pathways material constraints. Constructal design showed the emergence of an optimal architecture that minimizes the global thermal resistance: an optimal external shape for the assembly and optimal geometry features for the V-shaped pathway.

KEYWORDS: constructal design, optimization, heat conduction, V-shaped pathways.

ÍNDICE

	Pág.
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Objetivos.....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	1
3. MODELAMENTO MATEMÁTICO.....	2
3.1. Derivação da equação do calor.....	3
3.2. Definição das condições de contorno	4
3.3. Definição dos graus de liberdade	4
4. MODELAMENTO COMPUTACIONAL	4
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	5
6. CONCLUSÕES	13
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	13
Apêndice I	14
Apêndice II	15

1. INTRODUÇÃO

No cenário atual da engenharia no Brasil, há uma grande gama de aplicações para sistemas de dissipação de calor. Assim, a demanda de melhora do desempenho de tais sistemas se torna crítica. Os materiais normalmente empregados em tais sistemas são os metais. Apesar de apresentarem propriedades importantes para o sistema, esses são limitados em outras características, como peso e liberdade de forma na fabricação.

Com a recente descoberta de novos materiais poliméricos supercondutores de calor e, ainda assim, isolantes elétricos (Cheng e Chen, 2013), um novo horizonte de aplicações térmicas surgiu para esses tipos de materiais. Os polímeros já possuem muitas técnicas de fabricação difundidas, podendo ser facilmente moldado em diversas formas.

Em outro âmbito, a Lei Constructal governa o fenômeno de geração e evolução de design (configuração, forma, estrutura, padrão, ritmo) para qualquer tipo de sistema. Assim, é amplamente aplicada em diversos ramos da engenharia. Recentemente ganhando mais força, a Lei Constructal permite obter sistemas mais eficientes, que se moldam (adaptam, evoluem) para permitir um melhor caminho de troca de calor.

Sabendo-se que é possível alterar a forma dos corpos poliméricos sem limitações de fabricação e tendo como orientação a Lei Constructal de design, o presente trabalho busca uma análise da geometria e sua importância em sistemas de refrigeração. Essa análise possibilita uma otimização do sistema, assim como a descoberta do efeito dos graus de liberdade empregados na resistência térmica global.

1.1. OBJETIVOS

O estudo tem como objetivo o modelamento e simulação numérica de um sistema com troca de calor puramente condutiva utilizando a Lei Constructal, variando e analisando os parâmetros geométricos do sistema, visando a obtenção de uma geometria onde há maior remoção de calor, ou seja, menor resistência térmica global.

1.1.1. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- 1) Desenvolver um modelo numérico para cálculo da distribuição de temperatura para o sistema apresentado;
- 2) Validar o modelo numérico;
- 3) Simular numericamente diversas configurações geométricas variando os graus de liberdade;
- 4) Selecionar as configurações que facilitem o fluxo de calor, isto é, minimizem a resistência térmica global.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo de geometria em caminhos de condução de calor tem recebido grande importância acadêmica desde o postulado da teoria constructal.

O estudo de aletas e corpos em formato de T foi realizado por Bejan e Almogbel, 2000, com o intuito de maximizar a condutância térmica global sujeito ao volume total e limitações do material da aleta.

Já Reis, A. H., 2006, discorre sobre como a teoria constructal se encaixa no ramo da engenharia, especificamente em aplicações com fluxos. Segundo ele, a teoria dita as regras para a estrutura otimizada em todas as escalas, mostrando que essas regras são derivadas e não assumidas.

Bejan and Lorente, 2008, mostram que, previstas pela Lei Constructal, as formas da natureza são arranjadas de maneira a permitir o maior fluxo por entre si. Esse fenômeno pode ser transposto a engenharia, em aplicações como a condução de calor, onde uma estrutura

ótima é aquela em que o seu arranjo é capaz de se transformar em estruturas mais complexas e em menor escala, capaz de permitir maior fluxo.

Por sua vez, Cheng e Chen, 2013, realizaram uma análise topológica de caminhos de condução, definindo uma topologia ótima por meio de uma função de volume de sólido não limitada, utilizando essa função para definir uma geometria limitada pelos caminhos de condução ótimos do sistema.

Este trabalho de conclusão de curso baseou-se na geometria sugerida por Cheng e Chen, 2013, para descobrir qual a forma de um corpo de alta condutividade que facilita a remoção da energia na forma de calor de um corpo para sumidouros isotérmicos.

3. MODELAMENTO MATEMÁTICO

Considere o caminho de condução com formato em “V”, mostrado na Figura 3.1. O mesmo recebe um fluxo de calor constante pela base corpo e o remove no final dos dois caminhos que estão em contato com o dissipador de calor. A configuração é bidimensional, com a terceira dimensão (W) grande o suficiente em comparação com H e L , que são as dimensões que definem a área na qual o caminho em “V” está inserido. O fluxo de calor através da seção de raiz (q_1) e a temperatura do dissipador (T_0) são conhecidos. A temperatura máxima (T_{max}) ocorre na seção da base ($y = 0$) e varia com a geometria.

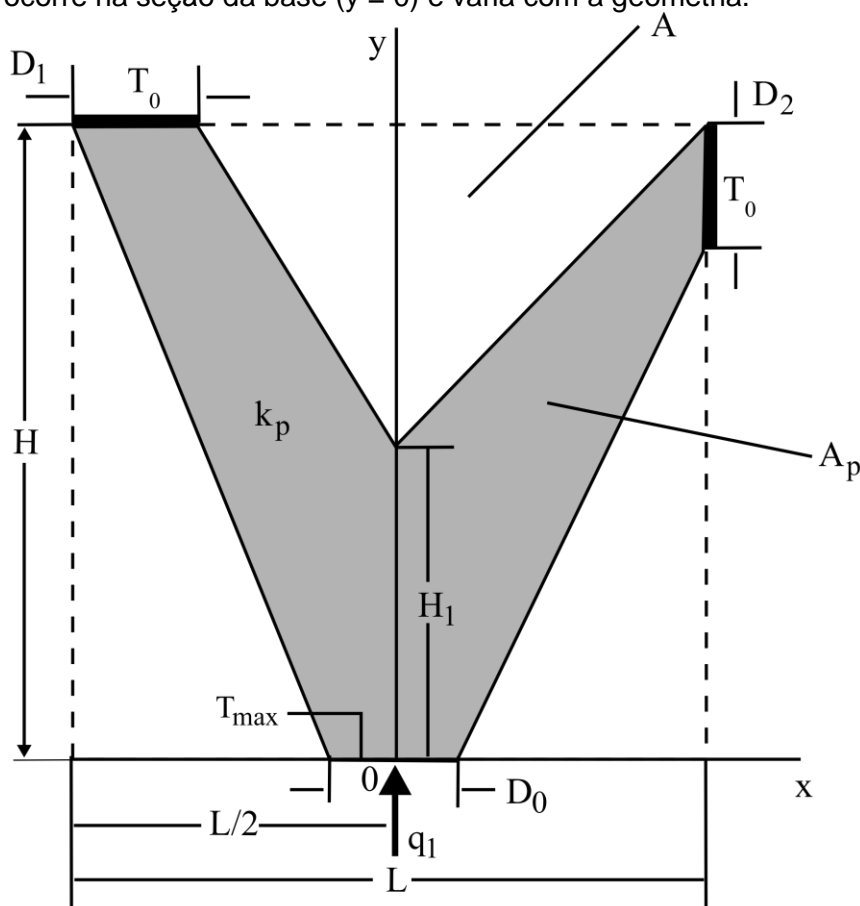


Figura 3.1 – Geometria a ser otimizada

3.1. DERIVAÇÃO DA EQUAÇÃO DO CALOR ADIMENSIONAL PARA O SISTEMA

O objetivo da análise é determinar a geometria ótima (com graus de liberdade D_0 , D_1/D_0 , D_2/D_0 , H/L) que é caracterizada pela mínima resistência térmica global $(T_{\max} - T_0)/q_1$.

De acordo com o design constructal [Bejan et Almgobel], a otimização do sistema está sujeita a duas limitações: a área total (área onde o caminho em V está inserido),

$$A = HL \quad (3.1)$$

e a limitação da área do caminho,

$$A_p = LH - \left[\left(\frac{L}{2} - \frac{D_0}{2} \right) \frac{H}{2} \right] - [(L - D_1)(H - H_1)/2] - \left[\left(\frac{L}{2} - \frac{D_0}{2} \right) (H - D_2)/2 \right] \quad (3.2)$$

A última pode ser expressa como uma fração de área

$$\phi = A_p/A \quad (3.3)$$

Para chegar à resistência térmica global como função da geometria, deve-se realizar a análise que consiste em resolver numericamente a 3ª equação de condução do calor através do caminho em forma de V , onde os caminhos são considerados isotrópicos com a constante de condutividade térmica k_p .

A equação de condução do calor é a equação energética aplicável a qualquer sistema térmico, porém é composta de muitos termos que podem ser simplificados ao sistema proposto. A primeira hipótese utilizada foi que o sistema se encontra em regime permanente, já que a análise é baseada na condição permanente do sistema apenas. Não há também geração de calor no mesmo. Visto que o sistema é supercondutor, a parcela de calor significativa é puramente condutiva. Finalmente, foi considerado que as propriedades se mantêm constantes no sistema. Assim, a equação pode ser reduzida a

$$\nabla^2 T = 0 \quad (3.4)$$

Para se ter essa igualdade, deve-se zerar o termo do laplaciano. Para isso, é necessário abrir o operador laplaciano apenas com duas dimensões, como é proposto, tendo-se,

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} = 0 \quad (3.5)$$

Onde as dimensões adimensionais são

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{q_1/kW} \quad (3.6)$$

e

$$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{D}_0, \tilde{D}_1, \tilde{D}_2, \tilde{H}_1 = \frac{x, y, D_0, D_1, D_2, H_1}{A^{1/2}} \quad (3.7)$$

Adimensionalizado as equações (3.1) e (3.3), tem-se que

$$1 = \tilde{H}\tilde{L} \quad (3.8)$$

$$\phi = \tilde{L}\tilde{H} - \left[\left(\frac{\tilde{L}}{2} - \frac{\tilde{D}_0}{2} \right) \frac{\tilde{H}}{2} \right] - [(\tilde{L} - \tilde{D}_1)(\tilde{H} - \tilde{H}_1)/2] - \left[\left(\frac{\tilde{L}}{2} - \frac{\tilde{D}_0}{2} \right) (\tilde{H} - \tilde{D}_2)/2 \right] \quad (3.9)$$

O excesso máximo de temperatura, θ_{\max} , também é a resistência térmica global do sistema,

$$\theta_{\max} = \frac{T_{\max} - T_0}{q_1 / \text{kW}} \quad (3.10)$$

3.2. DEFINIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno adimensionais então podem ser modeladas como

$$-\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{y}} = \frac{1}{\tilde{D}_0} \quad \text{em} \quad -\frac{\tilde{D}_0}{2} \leq \tilde{x} \leq \frac{\tilde{D}_0}{2} \quad \text{e} \quad \tilde{y} = 0 \quad (3.11)$$

e

$$\theta = \theta_0 \quad \text{nos dissipadores de comprimento } \tilde{D}_2 \text{ e } \tilde{D}_1 \quad (3.12)$$

e

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{n}} = 0 \quad \text{nas outras superfícies (adiabático)} \quad (3.13)$$

3.3. DEFINIÇÃO DOS GRAUS DE LIBERDADE

Para esse sistema, tem-se uma equação regente (equação 3.4) e quatro graus de liberdade (D_0 , D_1/D_0 , D_2/D_0 e H/L), sendo essas quatro variáveis os parâmetros geométricos do sistema. Dentre esses, \tilde{D}_0 pode ser visto como o local da entrada de fluxo do sistema, pois é a região que está transmitindo o fluxo de calor para dentro do sistema. D_1/D_0 e D_2/D_0 , por sua vez, são as razões entre as áreas em contato com o dissipador e a área de entrada do fluxo de calor, ou seja, definem as áreas adimensionais de remoção de calor do sistema. O grau de liberdade H/L indica a esbelteza do sistema, isto é, quanto menor essa razão de aspecto, mais esbelto é o sistema.

4. MODELAMENTO COMPUTACIONAL

A função definida pela equação 3.10 pode ser determinada numericamente resolvendo a equação 3.5 para o campo de temperatura em cada configuração assumida (D_0 , D_1/D_0 , D_2/D_0 , H/L), e calculando θ_{\max} para ver se θ_{\max} pode ser minimizado variando a configuração. Dessa maneira, a equação 3.5 foi resolvida utilizando um código de elementos finitos baseado em elementos triangulares, desenvolvido no ambiente do MATLAB, mais especificamente o PDE (equação diferenciais parciais) toolbox [MATLAB]. A malha utilizada é não uniforme em ambos eixos \tilde{x} e \tilde{y} , e variou de uma geometria para outra. O tamanho apropriado da malha foi determinado por refinamentos sucessivos, aumentando o número de elementos quatro vezes da malha atual para o próximo tamanho de malha, até que o critério

$\left|(\theta_{i,\max}^j - \theta_{i,\max}^{j+1})/\theta_{i,\max}^j\right| < 2 \times 10^{-4}$ fosse satisfeito. Aqui, $\theta_{i,\max}^j$ representa a máxima temperatura calculada utilizando o tamanho atual de malha, e $\theta_{i,\max}^{j+1}$ corresponde a máxima temperatura utilizando o próximo tamanho de malha, onde o número de elementos foi aumentado em quatro vezes. A tabela 4.1 mostra um exemplo de como a independência de malha foi obtida.

Tabela 4.1. Testes numéricos mostrando a obtenção da independência de malha ($\phi = 0,3$, $\tilde{D}_0 = 0,2$, $D_1/D_0 = D_2/D_0 = 1$, $H/L = 0,5$).

Número de elementos	θ_{\max}^j	$\left (\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1})/\theta_{\max}^j\right $
56	2,71277	$1,344 \times 10^{-2}$
224	2,74923	$4,743 \times 10^{-3}$
896	2,76227	$1,715 \times 10^{-3}$
3,584	2,76701	$7,372 \times 10^{-4}$
14,336	2,76905	

Os resultados a seguir foram realizados utilizando um número de elementos triangulares entre 2,000 e 10,000.

5. RESULTADOS

O trabalho numérico consistiu em determinar o campo de temperaturas em um grande número de configurações do tipo mostrado na Figura 3.1. A Figura 5.1 mostra um exemplo da distribuição de temperaturas calculada e que a temperatura máxima está localizada na base (raiz) do corpo de acordo com o que era esperado.

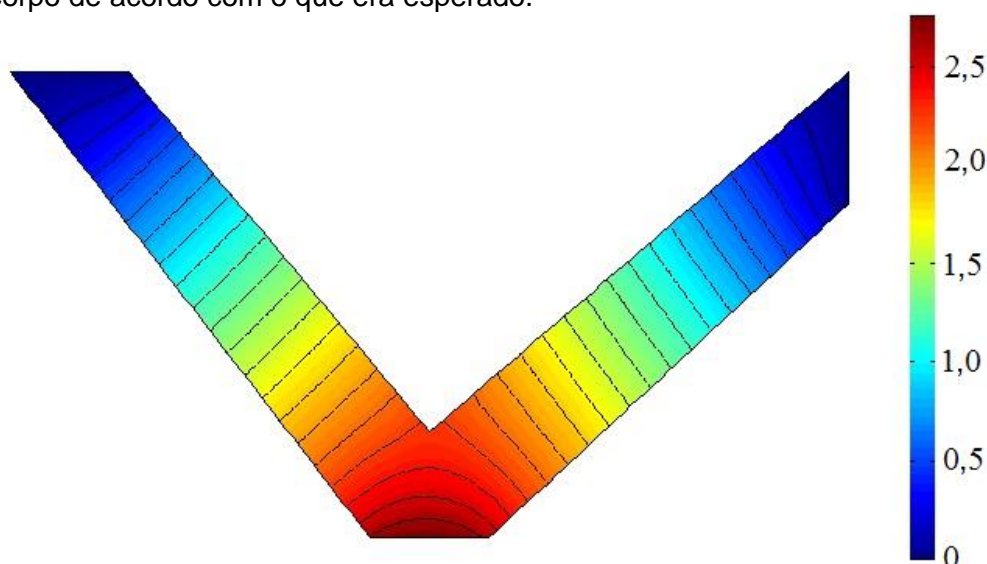


Figura 5.1 – Distribuição de temperaturas no meio de alta condutividade, com $\phi = 0,3$, $\tilde{D}_0 = 0,2$, $D_1/D_0 = D_2/D_0 = 1$, $H/L = 0,5$, and $\theta_{\max} = 2,767$.

O mesmo processo para a determinação do campo de temperaturas foi repetido no presente estudo para diversos valores de ϕ , \tilde{D}_0 , D_1/D_0 , D_2/D_0 , e H/L .

A figura 5.2 mostra o efeito da razão H/L sobre a temperatura adimensional máxima, θ_{\max} , para diversos valores de ϕ (fração de volume do caminho) e para valores fixos de $\tilde{D}_0 = 0,2$, $D_1/D_0 = D_2/D_0 = 1,0$.

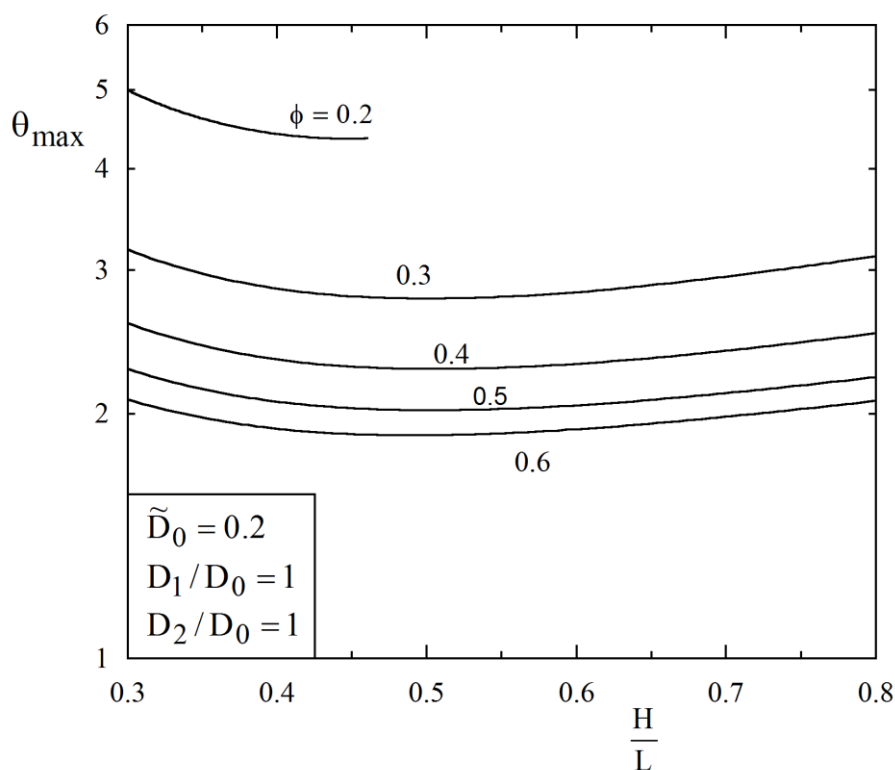


Figura 5.2 – Influência de H/L e ϕ sobre a temperatura adimensional θ_{\max}

Como esperado, o aumento de ϕ acarreta em uma diminuição na magnitude de θ_{\max} . Isso acontece pois há uma maior área útil para troca de calor. Para cada valor de ϕ investigado também há uma razão intermediária de H/L que minimiza θ_{\max} , exceto para $\phi = 0,2$ onde o mínimo valor de θ_{\max} é obtido pelo valor extremo superior da razão H/L porque essa razão é a maior que se permite construir para uma configuração real. Considerando um valor fixo de ϕ , são observadas razoáveis diferenças de desempenho térmico entre o valor ótimo $(H/L)_o$ e as razões extremas de H/L , como por exemplo, para $\phi = 0,3$ a razão ótima $(H/L)_o = 0,5$ obtém valores de θ_{\max} aproximadamente 14 % e 11 % menores que os obtidos para o menor e maior valor da razão estudada H/L , respectivamente. É importante notar que formatos ótimos, mesmo com baixos valores de ϕ , podem levar a um melhor desempenho térmico se comparados com geometrias não otimizadas de maiores valores de ϕ . Por exemplo, o formato ótimo obtido com $\phi = 0,5$, $(H/L)_o = 0,5$, possui uma performance térmica aproximadamente 3,0 % superior às razões extremas de H/L para $\phi = 0,6$.

Os resultados ótimos encontrados na figura 5.2 são resumidos na figura 5.3, que mostra o efeito da fração de volume do caminho (ϕ) sobre temperatura adimensional máxima ($\theta_{\max, \min}$) otimizada localmente e sua respectiva razão ótima $(H/L)_o$.

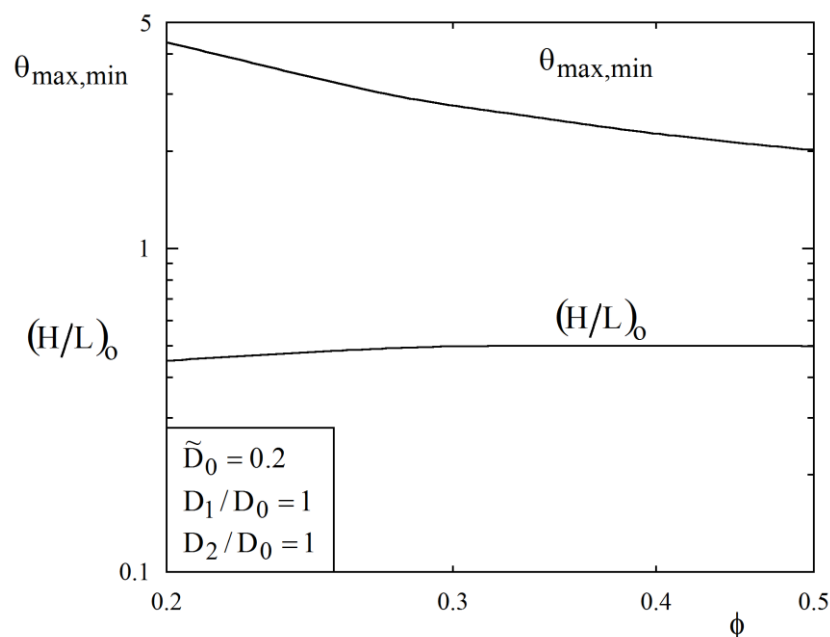


Figura 5.3 – Temperatura adimensional $\theta_{\max,\min}$ e o fator $(H/L)_o$ correspondente em função da fração de área ϕ

Pode ser visto uma diminuição na $\theta_{\max,\min}$ com o aumento de ϕ . No entanto, a diminuição de $\theta_{\max,\min}$ diminui para $\phi \geq 0,3$ e sofre uma nova suavização para $\phi \geq 0,4$. Quanto ao formato ótimo, a razão $(H/L)_o$ aumenta de $(H/L)_o = 0,45$ para $\phi = 0,2$ até $(H/L)_o = 0,5$ para $\phi = 0,3$. Depois deste ponto, a razão $(H/L)_o$ é insensível ao aumento de ϕ .

A seguir, a variação da razão D_2/D_0 foi levada em consideração. A figura 5.4 mostra a otimização da máxima temperatura adimensional (θ_{\max}) para vários valores de D_2/D_0 em função da razão H/L . É válido mencionar que os graus de liberdade \tilde{D}_0 e D_1/D_0 são mantidos fixos ($D_1/D_0 = 1,0$ and $\tilde{D}_0 = 0,2$).

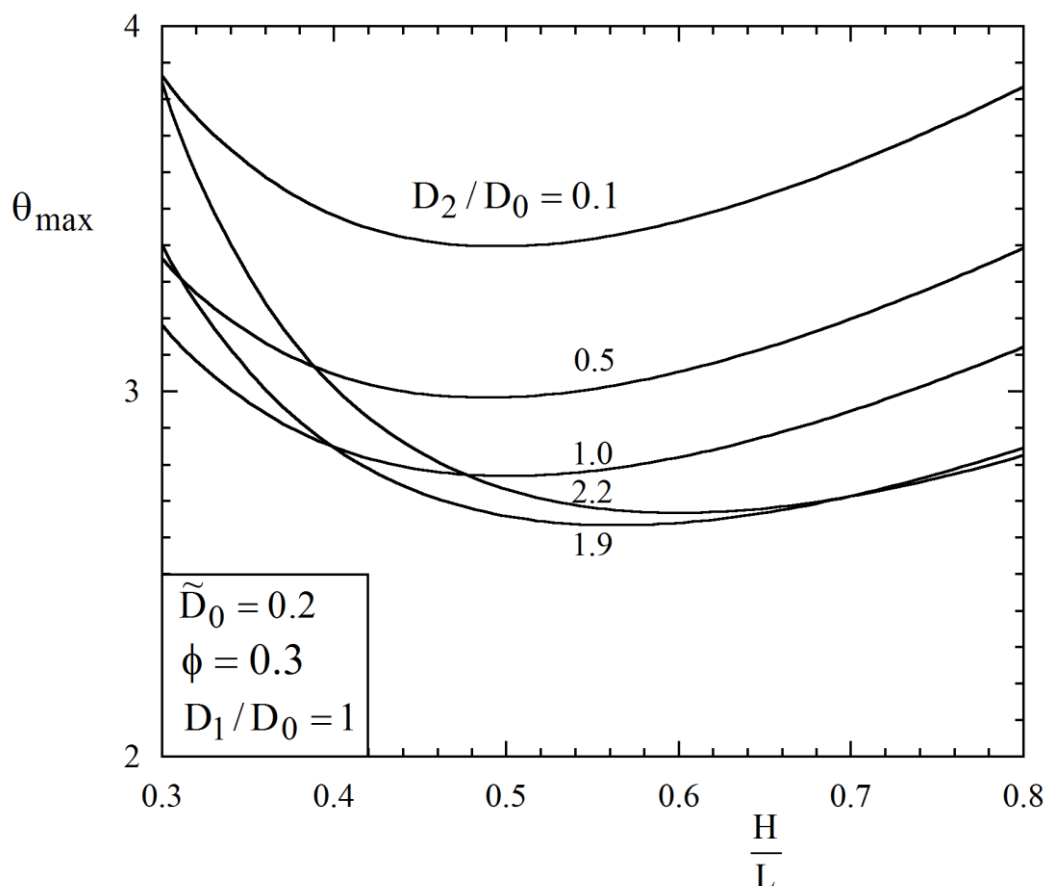


Figura 5.4 – Otimização da temperatura adimensional $\theta_{\max,\min}$ para diversos valores da razão D_2/D_0 em função de H/L

Os resultados mostram que a melhor configuração foi obtida para $D_2/D_0 = 1,9$, ou seja, com a dimensão bifurcada (D_2) maior que a dimensão da base (D_0). Para alguns índices de D_2/D_0 a performance térmica diminui significativamente, como por exemplo, para $D_2/D_0 = 0,1$ a melhor forma, $(H/L)_o = 0,49$, θ_{\max} é quase 27% maior que o obtido para $D_2/D_0 = 1,9$ e $(H/L)_o = 0,56$. Também é notado que para razões de $D_2/D_0 \leq 1,0$ as curvas de θ_{\max} em função de H/L possuem a mesma tendência, enquanto que para razões de $D_2/D_0 > 1,0$ essa tendência muda, com grandes diferenças de θ_{\max} entre os formatos ótimos de H/L e os extremos inferiores. Um exemplo desse comportamento pode ser visto para as razões $D_2/D_0 = 0,1$ e $2,2$, onde para $H/L = 0,3$ a magnitude de θ_{\max} é $\theta_{\max} = 3,8644$ e $3,8446$, respectivamente. É também importante mencionar que, no intervalo de $0,3 \leq H/L \leq 0,37$, a melhor performance é obtida em $D_2/D_0 = 1,0$, enquanto que para $0,37 < H/L \leq 0,7$ o menor valor de θ_{\max} é obtido para $D_2/D_0 = 1,9$ e para $H/L > 0,7$ a razão $D_2/D_0 = 2,2$ minimiza θ_{\max} . Em outras palavras, não há uma razão universal de D_2/D_0 que conduz o caminho em forma de “V” para a sua maior performance térmica nos valores investigados de H/L .

Os resultados ótimos encontrados na figura 5.4 são resumidos na Figura 5.5, ou seja, é mostrado o efeito de D_2/D_0 sobre a temperatura adimensional máxima uma vez minimizada ($\theta_{\max,\min}$) e sua respectiva geometria ótima, $(H/L)_o$.

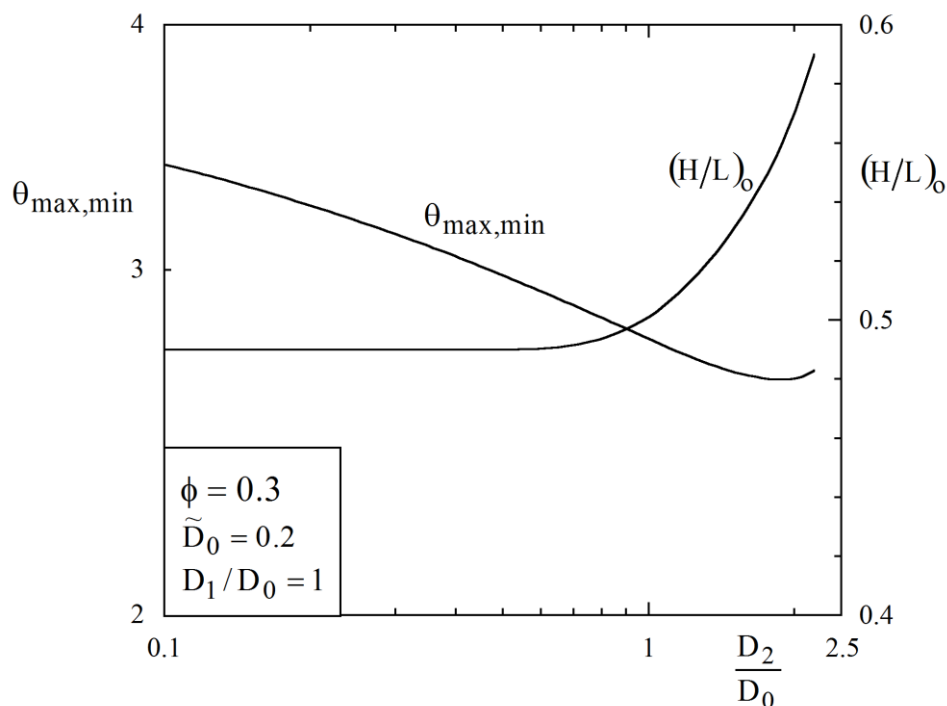


Figura 5.5 – Valores resumidos da mínima temperatura adimensional máxima e da razão duplamente otimizada $(H/L)_o$ em função da razão D_2/D_0

Pode-se notar um passo na diminuição de $\theta_{\max,\min}$ de $D_2/D_0 = 0,1$ para $D_2/D_0 = 1,9$, onde o ótimo foi encontrado. Em respeito a razão uma vez otimizada $(H/L)_o$, essa é quase insensível para $D_2/D_0 \leq 0,6$. Depois desse ponto é notado um aumento abrupto na razão $(H/L)_o$. O caminho em “V” precisa aumentar sua altura para tornar possível o aumento de D_2 sem a perda de performance, ou seja, a forma se adapta para facilitar o fluxo de calor interno através da geometria.

A avaliação da geometria continua repetindo o procedimento mostrado nas figuras 5.4 e 5.5 para diversos valores da razão D_1/D_0 . Nesse contexto, a figura 5.6 mostra o efeito de D_1/D_0 sobre a temperatura adimensional máxima duas vezes otimizada ($\theta_{\max,\min}$) e suas respectivas geometrias ótimas: $(D_2/D_0)_o$ e $(H/L)_{oo}$.

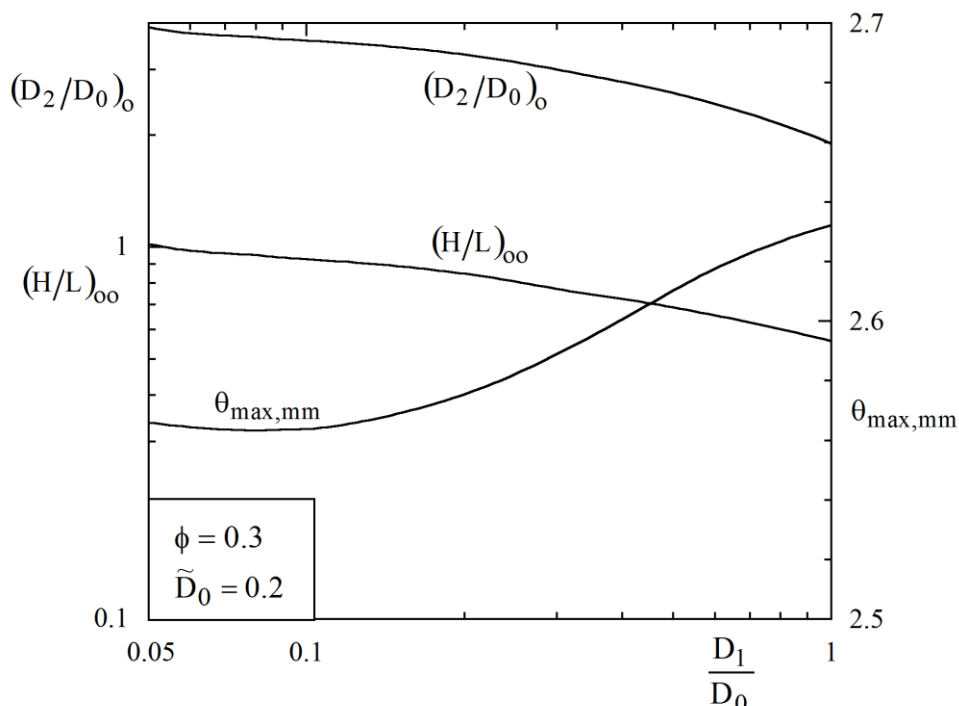


Figura 5.6 – Tendência de $\theta_{\max,mm}$ duplamente otimizado e $(H/L)_{oo}$ em função da razão D_1/D_0

Os resultados mostram uma razão intermediária ótima de D_1/D_0 que minimiza $\theta_{\max,mm}$ em $(D_1/D_0)_o = 0,08$. Em relação às geometrias ótimas, a razão $(H/L)_{oo}$ diminui com o aumento de (D_1/D_0) . Esse comportamento é relacionado à necessidade da ramificação esquerda ocupar o domínio em direção ao lado direito do domínio. Para $(D_2/D_0)_o$ também é notada uma diminuição desta variável com o aumento de D_1/D_0 de maneira similar à notada para $(H/L)_{oo}$. Outra observação importante é relacionada à razão $(D_2/D_0)_o$ que leva a um mínimo $\theta_{\max,mm}$ e conseqüentemente à razão ótima de D_1/D_0 . É obtido um valor de $(D_2/D_0)_{oo} = 3,7$, mostrando uma forte assimetria entre as ramificações bifurcadas ao longo do caminho em “V”. Esse mesmo comportamento pode ser notado na natureza (rios, árvores, pulmões e outros), ou seja, sistemas de fluxo sujeitos a condições assimétricas em geral irão gerar formatos ótimos assimétricos.

Em seguida, o procedimento utilizado nas figuras 5.4, 5.5 e 5.6 para $\tilde{D}_0 = 0.2$ foi repetido para diversos valores deste quarto grau de liberdade. A figura 5.7 mostra o comportamento das geometrias ótimas correspondentes a cada valor de \tilde{D}_0 .

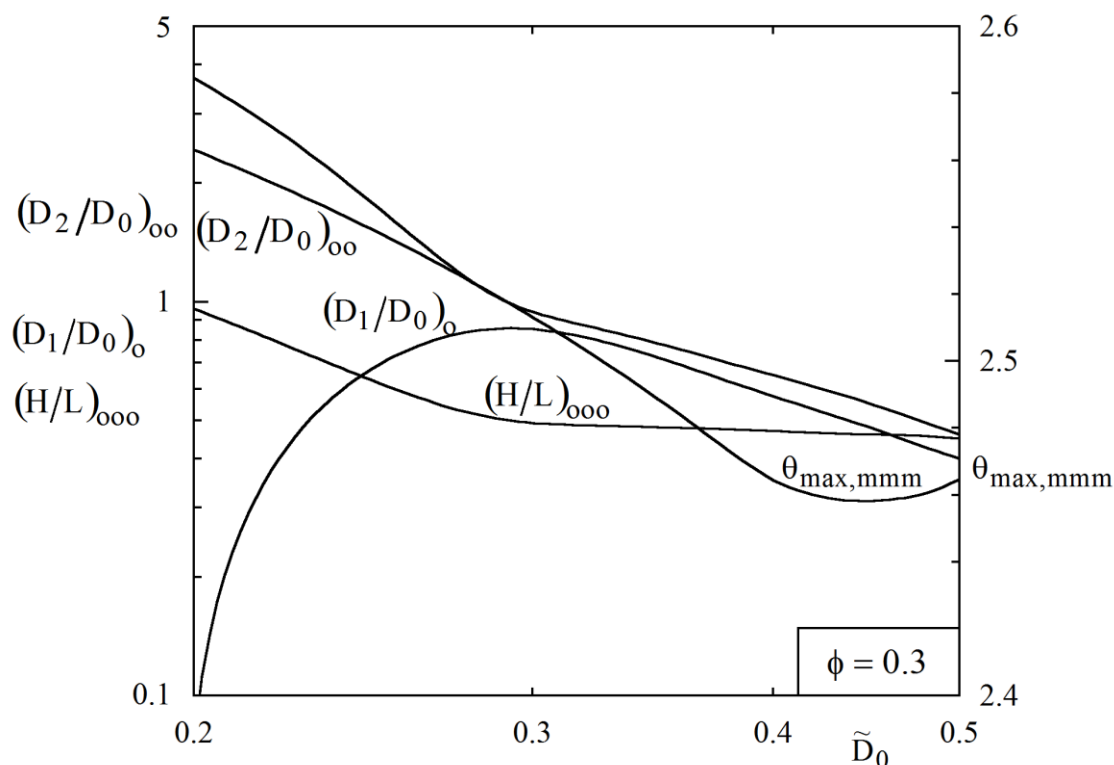


Figura 5.7 – Tendência da razão otimizada em quatro parâmetros $(H/L)_{ooo}$ e outros fatores relevantes otimizados em função de \tilde{D}_0

A curva $\theta_{max,mmm}$ decresce estavelmente enquanto \tilde{D}_0 aumenta; há um mínimo $\theta_{max,mmm}$ em $\tilde{D}_0 = 0,45$ e os valores da temperatura adimensional máxima minimizadas aumenta para valores maiores que $\tilde{D}_0 = 0,45$. A curva correspondente à razão três vezes otimizada $(H/L)_{ooo}$ decresce de $\tilde{D}_0 = 0,2$ para 0,3. Após isso, essa razão toma um valor aproximado de $(H/L)_{ooo} \approx 0,46$. A curva decresce com aproximadamente a mesma inclinação de 3,7 a 0,46. Um comportamento diferente é apresentado pela curva $(D_1/D_0)_o$. Esta curva aumenta de $\tilde{D}_0 = 0,2$ para 0,3 onde a mesma alcança seu máximo $(D_1/D_0)_o = 0,86$. Então ela decresce de maneira estável até alcançar o valor de $(D_1/D_0)_o = 0,4$ em $\tilde{D}_0 = 0,5$.

Realizada a otimização para o sistema, é válido mostrar as configurações localmente otimizadas encontradas. A figura 5.8 (a) – (d) mostra, em escala, a melhor configuração que emergiu da varredura para cada grau de liberdade.

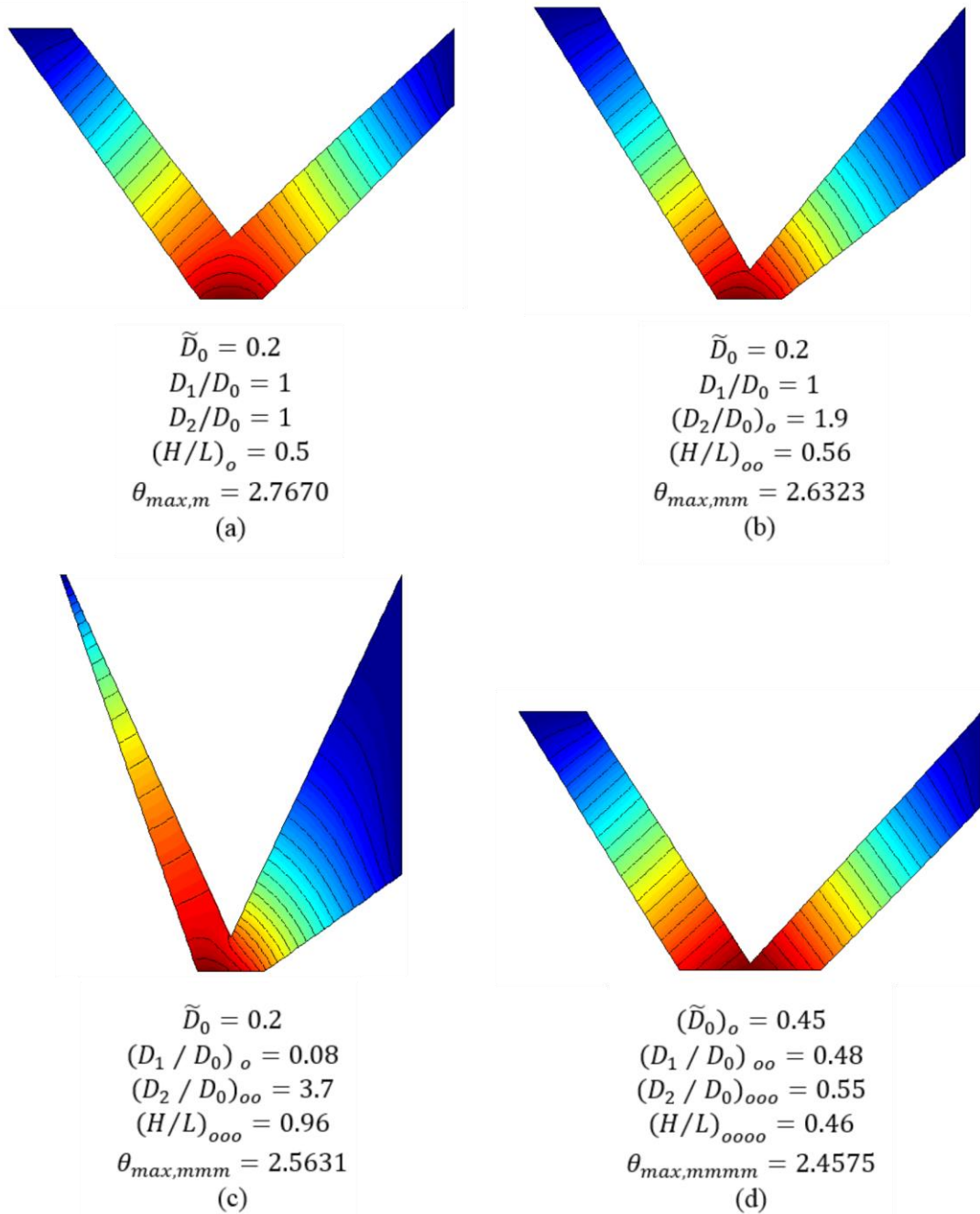


Figura 5.8 – Geometria para os casos de temperatura adimensional máxima ótimos para cada passo de otimização do sistema

A melhor forma da figura 5.8 (b) que foi otimizada duas vezes teve um desempenho 4,86% melhor que a configuração da figura 5.8 (a), que foi otimizada uma vez. A melhor arquitetura mostrada na figura 5.8 (c), por sua vez, obteve uma performance 2,65% melhor do que a configuração da figura 5.8 (b) e a forma mostrada na figura 5.8 (d), que foi otimizada quatro vezes, possui uma performance 4,5% melhor do que a configuração mostrada na figura 5.8 (c) e 11,2% melhor que a configuração da figura 5.8 (a). Os resultados permitem afirmar que, dada liberdade a um sistema de fluxo, ou seja, permitindo variações nos seus graus de liberdade, esse irá melhorar o seu desempenho. Isso corrobora com o pensamento construtal que liberdade é bom para o design. Nota-se que a figura 5.8 (d) também mostra o quão bem distribuídas são as imperfeições (pontos quentes) no sistema de fluxo.

6. CONCLUSÕES

Após uma revisão de casos de utilização da Lei Constructal e do equacionamento para o caso proposto, conclui-se, baseando nos resultados obtidos, que o sistema proposto pode ser otimizado de maneira a se obter um excesso de temperatura adimensional máximo otimizando apenas analisando os fatores dimensionais do mesmo.

O design constructal permitiu obter o formato da melhor configuração com uma fração de volume $\phi = 0,3$. O efeito de cada grau de liberdade foi mostrado individualmente. Comparando-se a performance do sistema de fluxo estudado, viu-se que a configuração completamente otimizada tem uma performance 11,2% superior do que a configuração otimizada em apenas um grau de liberdade. Os resultados indicam o quão importante é dar liberdade ao sistema de fluxo para que o mesmo possa se modelar para melhorar o seu desempenho (liberdade é bom para o design).

Finalmente, algumas ideias emergiram do presente estudo. O sistema, por exemplo, pode ter diferentes dissipadores com diferentes temperaturas associadas. Além disso, o formato dos dissipadores pode variar, assim como a geometria da área que circunscreve os caminhos em V. Esses problemas poderão ser estudados em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bejan, A.; Lorente, S. Design with Constructal Theory, Wiley, Hoboken, 2008.
Bejan, A., Almgobel, M. ,Int. J. Heat Mass Transfer 43 (2000), pp. 2101-2115
Cheng, C.H. and Chen, Y.F., "Topology Optimization of Heat Conduction Paths by a Non-constrained Volume-of-Solid function method", International Journal of Thermal Sciences, 2013.
MATLAB, user's guide, version 6.0.088, release 12, (2000), The Mathworks Inc.
Reis, A. H., Constructal Theory: From Engineering to Physics, and How Flow Systems Develop Shape and Structure, Applied Mechanics Review, Vol. 59 (2006), pp. 269-282.

APÊNDICE A – CÓDIGO DA ROTINA DE VARIAÇÃO DE HDL

```
clear
  for HdL = 0.3:0.05:3
    HdL
    V_exemplo_1(HdL)
  end
```

APÊNDICE B – CÓDIGO DA SUBROTINA DE SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO CALOR

```

DO function V_exemplo_1(HdL)

fi=0.4;

%HdL=0.2;

d0=0.2;

d1dd0 = 1;

d2dd0 = 1;

d1= d1dd0*d0;

d2= d2dd0*d0;

L=(1/HdL)^0.5;

H=1/L;

H1=(4*fi-2*d0*H-2*d1*H-d2*L+d0*d2)/(2*(L-d1));

[pde_fig,ax]=pdeinit;
pdetool('appl_cb',9);
set(ax,'DataAspectRatio',[1 1.0 1]);
set(ax,'PlotBoxAspectRatio',[1 0.66666666666666663 1.6666666666666665]);
set(ax,'XLim',[-2.0000000000000001 2.0000000000000001]);
set(ax,'YLim',[-0.10000000000000001 2.0000000000000001]);
set(ax,'XTickMode','auto');
set(ax,'YTickMode','auto');

% Geometry description:
pdepoly([-L/2,...
-L/2+d1,...
0,...
L/2,...
L/2,...
d0/2,...
-d0/2,...
],...
[ H,...
H,...
H1,...
H,...
H-d2,...
0,...
0,...
],...
'P1');
set(findobj(get(pde_fig,'Children'),'Tag','PDEEval'),'String','P1')

% Boundary conditions:
pdetool('changemode',0)
pdesetbd(7,...

```

```

'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(6,...
'neu',...
1,...
'0',...
'1')
pdesetbd(5,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(4,...
'dir',...
1,...
'1',...
'0')
pdesetbd(3,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(2,...
'neu',...
1,...
'0',...
'0')
pdesetbd(1,...
'dir',...
1,...
'1',...
'0')

% Mesh generation:
setappdata(pde_fig, 'Hgrad', 1.3);
setappdata(pde_fig, 'refinemethod', 'regular');
setappdata(pde_fig, 'jiggle', char('on', 'mean', ''));
setappdata(pde_fig, 'MesherVersion', 'preR2013a');
pdetool('initmesh')
pdetool('refine')
pdetool('refine')
pdetool('refine')

% PDE coefficients:
pdeseteq(1,...
'1.0',...
'0',...
'(0)+(0).*(0.0)',...
'(1.0).*(1.0)',...
'0:10',...
'0.0',...
'0.0',...
'[0 100]')
setappdata(pde_fig, 'currparam',...
['1.0';...
'1.0';...
'1.0';...
'0  '];...

```

```
'0 '];...
'0.0']])

% Solve parameters:
setappdata(pde_fig, 'solveparam', ...
char('0', '17568', '10', 'pdeadworst', ...
'0.5', 'longest', '0', '1E-4', '', 'fixed', 'Inf'))

% Plotflags and user data strings:
setappdata(pde_fig, 'plotflags', [1 1 1 1 2 1 7 1 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1]);
setappdata(pde_fig, 'colstring', '');
setappdata(pde_fig, 'arrowstring', '');
setappdata(pde_fig, 'deformstring', '');
setappdata(pde_fig, 'heightstring', '');

% Solve PDE:
pdetool('solve')
T=get(findobj(get(pde_fig, 'Children'), 'flat', 'Tag', 'PDEPlotMenu'), ...
'UserData');
y = max(T)
closereq
```