

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROCESSO DE FUSÃO E SOLIDIFICAÇÃO
DA ÁGUA NO INTERIOR DE CILINDROS

por

Sandi Itamar Schäfer de Souza

Tese para Obtenção do Título de Doutor em Engenharia

Porto Alegre, novembro de 2002

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO PROCESSO DE FUSÃO E SOLIDIFICAÇÃO
DA ÁGUA NO INTERIOR DE CILINDROS

por

Sandi Itamar Schäfer de Souza

Mestre em Engenharia

Tese submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica,
PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte
dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Doutor em Engenharia

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Horácio Antonio Vielmo

Comissão de Avaliação:

Prof. Dra. Angela Ourivio Nieckele – DEM, PUC/Rio

Prof. Dra. Lígia Damasceno Ferreira Marczak – PPGEQ, UFRGS

Prof. Dr. Marco Tullio Menna Barreto de Vilhena – PROMEC, UFRGS

Prof. Dr. Alberto Tamagna
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 29 de novembro de 2002.

Dedico com amor este trabalho à minha esposa Bibiana e aos meus filhos Eduardo e Gabriel que junto comigo empreenderam este grande passo de evolução pessoal e familiar.

AGRADECIMENTOS

A minha família pelo amor, companheirismo, incentivo e tolerância.

Ao orientador Horácio Antonio Vielmo pelo exemplo de dedicação e incentivo.

Aos colegas do curso pelos laços de amizade firmados.

Aos professores do PROMEC/UFRGS pelo conhecimento transmitido.

A Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões pelo apoio.

Aos colegas amigos professores da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões pelo apoio.

A nação Brasileira que através da CAPES financiou a minha formação profissional.

RESUMO

Durante a realização de projetos de sistemas de refrigeração assistidos por sistemas de armazenagem de energia, na forma latente, é necessário que se saiba de antemão as taxas de transferência de energia dos mesmos. Na literatura soluções para este problema são escassos e não abordam todas as geometrias utilizadas para o armazenamento de energia latente, inexistindo correlações matemáticas que permitam aos projetistas prever o comportamento da fusão e da solidificação do material de mudança de fase (MMF) e as taxas de transferência de energia térmica. Na solução destes problemas são usualmente adotadas hipóteses simplificativas para amenizar o grau de complexidade da descrição matemática do problema. Uma destas hipóteses constitui-se em desconsiderar o processo advectivo na transferência de calor no MMF, em sua fase líquida. Outra hipótese adotada, quando o MMF é a água pura, consiste em utilizar um comportamento linear para a massa específica ou um comportamento médio, consistindo em um afastamento da realidade. Este trabalho descreve esforços no sentido de aproximar estas soluções cada vez mais da realidade física do problema. São apresentadas simulações para a mudança de fase da água pura levando em conta a inversão da massa específica, em geometria polar, na forma transiente, utilizando o método de Volumes Finitos para solução das equações governantes. As soluções apresentadas, otimizadas quanto às malhas espacial e temporal, envolvem condições de contorno de primeira e terceira espécies. Como resultado das soluções são apresentados o Nusselt local, ao longo da parede do cilindro além do Nusselt médio. Correlações matemáticas para o número de Nusselt médio durante a fusão e para o volume de MMF fundido, são propostos e apresentados. A evolução geométrica da fronteira de mudança de fase também é avaliada para as duas condições de contorno e diversos números de Rayleigh. Comparações entre o volume fundido considerando apenas o processo difusivo e o volume fundido utilizando a convecção são realizadas. Para a verificação da independência de malha aplica-se o índice de convergência de malha (GCI). Algumas comparações qualitativas com soluções experimentais disponíveis na literatura são apresentadas.

ABSTRACT

Working with refrigeration system projects assisted by energy storage systems in the latent form requires knowing their energy transfer rate beforehand. Extant literature offers scant solutions to this problem, and they do not deal with all kinds of geometry utilized in the storage of latent energy. There are no mathematical correlations that allow researchers to anticipate the behavior of the fusion and solidification of Phase Change Material (PCM) and the thermal energy transfer rates. Simplifying hypotheses are usually adopted in the solution of these problems to reduce the complexity of their mathematical description. One of these hypothesis consists in disregarding the advective process in the heat transfer in the PCM in its liquid phase. Another hypothesis adopted when the PCM is pure water is using either a linear behavior for specific mass or an average behavior, both procedures lead solutions distant from reality.

This work describes efforts in the direction of increasingly approximating these solutions to the physical reality of the problem. Simulations for the phase change of pure water are presented, considering the inversion of the specific mass, in polar geometry and transient form. The Finite Volume Method is adopted for the solution of the governing equations. The solutions presented, including spacial and temporal grid optimization, involve boundary conditions of the first and third kind. As a result of these solutions, the local Nusselt number along the inner wall of the cylinder is presented. Mathematical correlations for the average Nusselt number during fusion, and for the melted PCM are proposed and presented. Comparisons between the melted volume when considering only the difusive process and the melted volume when taking convection in consideration are studied. The use of the Grid Convergence Grid (GCI) for the testing of its independence is also presented. Some qualitative comparisons with experimental solutions offered by literature are presented and discussed.

ÍNDICE

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1.	Armazenamento de Energia em Materiais de Mudança de Fase	1
1.2.	A Solidificação.....	7
1.3.	Estruturas e Arranjos Atômicos	7
1.4.	A Solidificação nos Processos Metalúrgicos de Fabricação.....	9
1.5.	A Molécula Água.....	12
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	15
2.1.	As Soluções Clássicas.....	15
2.1.1.	Problema de Stefan	15
2.1.2.	Problema de Neumann.....	23
2.2.	As Investigações Mais Recentes.....	30
3.	FORMULAÇÃO EMPREGADA NO PRESENTE TRABALHO.....	42
3.1.	Formulação em Entalpia	44
4.	ARMAZENAMENTO DE CALOR EM MMF NO INTERIOR DE CILINDROS.....	57
4.1.	Modelo Físico e Condições de Contorno.....	61
4.2.	Equações Governantes	62
5.	O ESQUEMA NUMÉRICO	66
6.	RESULTADOS E DISCUSSÕES	72
6.1.	O Número de Nusselt Para o Problema	72
6.2.	Fusão com Condições de Contorno de Primeira Espécie	75
6.3.	Fusão com Condições de Contorno de Terceira Espécie.....	102
6.4.	Correlações Para o Nusselt na Fusão	112
6.5.	Fusão Parcial com Ressolidificação e Solidificação Normal	131

7. DISCUSSÃO SOBRE A CONSISTÊNCIA FÍSICA DAS SOLUÇÕES APRESENTADAS.....	147
8. CONCLUSÕES.....	153
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	157
BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR.....	164
APÊNDICE I.....	169
APÊNDICE II.....	174

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área [m ²]
a	Coefficientes na equação geral de transporte, coeficiente das funções de aproximação
B	Força de campo genérica [m/s ²]
b	Constante no termo fonte da equação geral de transporte
C	Constantes de integração, coeficiente do polinômio de aproximação
c	Coefficiente das funções de aproximação, calor específico [J/kg]
D	Coefficiente das funções de aproximação, coeficiente de difusão ou fluxo difusivo [Γ/L], Diâmetro, distância diagonal [m]
d	Coefficiente da função de aproximação
dm	Elemento de massa [kg]
dδ	Varição infinitesimal da espessura de material fundido [m]
E	Coefficiente da função proposta para a temperatura de Kirchhoff T _k , coeficiente da correlação do Nusselt ou Energia [J]
E ₁	Avaliador de independência de malha de Richardson
erf	Função erro
F	Fluxo advectivo [ρu ou ρv], energia livre [J], empuxo
f	Coefficiente para esquema temporal, função que produz aproximações de ordem p
Fo	Número de Fourier [αt/r ₀ ²]
F _s	Fator de segurança para o GCI
G	Termo fonte nas equações governantes
g	Aceleração gravitacional [m/s ²]
h	Incremento de malha, distância [m], entalpia [J/kg], Coeficiente de transferência de calor convectivo [W/m ² k]
J	Fluxo da variável genérica
k	Função diferenciável, condutividade térmica [W/mK]
L	Espaço entre as paredes, espaço entre os tubos [(D _e -D _i)/2], dimensão característica
\bar{L}	Espessura média do anel de líquido
M	Valor exato
max[a,b]	Assume maior valor entre a e b
n	Fator de incremento de malha, direção normal
N	Função que produz aproximações de ordem p

Nu	Número de Nusselt $[hD/k]$
P	Número de <i>Peclét</i> $[F/D]$
p	Ordem das aproximações, pressão $[N/m^2]$, pressão adimensional $[p_H/\rho(\alpha/r_0)^2 Pr]$
Pr	Número de Prandtl $[v/\alpha]$
q	Taxa de calor $[W]$
q''	Fluxo de calo, taxa de calor por unidade de área $[W/m^2]$
R	Parâmetro adimensional $[r/r_0]$
r	Coordenada radial do sistema polar, relação de refinamento de malha, raio $[m]$
R^*_c	Número de Rayleigh para cavidades $Ra[\ln(D_e/D_i)]^4 / [L^3(D_i^{-3.5} + D_e^{-3.5})^5]$
Ra	Número de Rayleigh convencional $[g\beta(T_p - T^*)L^3 Pr/\alpha v]$
Ra_c	Número de Rayleigh modificado $\eta g T - T^* ^b L^3/\alpha v$
Re	Número de Reynolds $[\rho VD/\mu]$
S	Termo da função proposta para a temperatura de Kirchhoff, parâmetro adimensional $[l/D]$, passo entre tubos
Ste	Número de Stefan $[c_p(T_p - T^*)/\lambda]$
T	Temperatura $[^\circ C, K]$
t	Tempo $[s]$
T(x,t)	Perfil transiente da temperatura.
U	Velocidade do fluido externo, velocidade adimensional $[ur_0/\alpha]$
u	Velocidade na direção linear z ou angular θ $[m/s]$
V	Volume, velocidade adimensional $[vr_0/\alpha]$
v	Velocidade na direção cartesiana y ou radial r $[m/s]$
x,y	Coordenadas do sistema cartesiano de coordenadas
z	Coordenada dos sistemas cartesiano e polar de coordenadas

LETRAS GREGAS

α	Ângulo, difusividade térmica [m ² /s]
β	Coefficiente de expansão térmica [1/K]
δ	Espessura de material fundido, diferença finita, posição da fronteira de mudança de fase [m]
δd	Energia livre [J/kg]
ε	Diferença relativa entre duas soluções
Γ	Parâmetro adimensional para a solução do problema de Neumann [$\sqrt{\alpha_L/\alpha_S}$], Coeficiente de difusão na equação geral de transporte
ϕ	Variável genérica
η	Variável de ligação [$x/2\sqrt{\alpha t}$], função que descreve o comportamento de k
λ	Calor Latente de fusão e solidificação [J/kg]
μ	Viscosidade absoluta [Ns/m ²]
ν	Viscosidade cinemática [m ² /s]
θ	Coordenada angular, Temperatura adimensional [$(T-T^*)/(T_w-T^*)$]
ρ	Massa específica [kg/m ³]
τ	Tempo adimensional [Ste Fo]
Δ	Diferença finita
Ω	Constante nos problemas de Stefan e Neumann [$e^{-\Omega^2} Ste/erf(\Omega)\sqrt{\pi}$]
ξ	Coordenada adimensional [z/r_0]
ψ	Ordem das aproximações nas extrapolações de Richardson

SUBÍNDICES

adm	Relativo a adimensional
c	Crítico
conv	Relativo ao processo convectivo
dif	Relativo ao processo difusivo
E	Volume situado a leste do volume P
e	Externo
eq	Equivalente
f	Fusão
H	Componente hidrostática
i	Fronteira de mudança de fase, interno
ini	Inicial
int	Relativo a posição do centro do volume elementar próximo à fronteira r_0
k	Kirchhoff
L	Latente, líquido, espaçamento entre paredes, longitudinal
l	Líquido
mist	Mistura
M	Médio
N	Volume situado ao norte do volume P
P	Ponto central de um elemento de volume
p	Parede, pressão constante
r,z	Direções no sistema polar de unidades
ref	Referência
S	Saída, Superfície, volume situado ao sul do volume P
s	Sólido, sensível
sup	Super-resfriado
T	Transversal
t	Total
VC	Volume de controle
v	Volume
W	Volume situado a oeste do volume P
w	Relativo à parede
0	Relativo à parede do tubo

1	Posição externa
2	Posição interna
θ	Posição angular (rad)
∞	Escoamento externo, escoamento não perturbado

SUPERÍNDICES

t	Período de tempo t
$t+\Delta t$	Período de tempo posterior
ϕ	Em relação a variável genérica
0	Estado inicial ou intervalo de tempo anterior
1	Incremento de tempo completo
$*$	Ponto de fusão

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1.1 – Candidatos a material de mudança de fase (MMF) para temperaturas acima de 0°C	3
Fig. 1.2 – Curva da variação da energia livre δF em função do tamanho do núcleo da fase sólida.	10
Fig. 1.3 – Registro térmico revelando a existência do super-resfriamento do líquido antes do início da solidificação.	11
Fig. 1.4 – Curvas de energia livre das fases líquida e sólida mostrando a estabilidade relativa de ambos em torno da temperatura de fusão T_f	11
Fig. 1.5 – Influência do super-resfriamento térmico sobre a variação da energia livre na nucleação homogênea.	12
Fig. 2.1 - Modelo físico para o problema de Stefan em coordenadas cartesianas.	15
Fig. 2.2 – $T_w=5^{\circ}\text{C}$, $T^*=0^{\circ}\text{C}$, $Ste=0,0631$ e $\alpha=1,35x10^{-7}$. Posição da fronteira de mudança de fase $\delta(m)$, em função do tempo $t(s)$, para uma situação difusiva pura.	21
Fig. 2.3 – $T_w=5^{\circ}\text{C}$, $T^*=0^{\circ}\text{C}$, $t=6000\text{ s}$, $Ste=0,0631$ e $\alpha=1,35x10^{-7}$. Perfil de temperatura na região líquida, $x(m)$	21
Fig. 2.4 – $T_w=5^{\circ}\text{C}$, $T^*=0^{\circ}\text{C}$, $Ste=0,0631$ e $\alpha=1,35x10^{-7}$. Velocidade da fronteira de mudança de fase (m/s) em função do tempo, $t(s)$	22
Fig. 2.5 - $T_w=5^{\circ}\text{C}$, $T^*=0^{\circ}\text{C}$, $Ste=0,0631$ e $\alpha=1,35x10^{-7}$. Taxa de calor por unidade de área, q_p (W/m^2), na fronteira em $x=0(m)$, em função do tempo, $t(s)$	22
Fig. 2.6 – Modelo físico para o problema de Neumann.	23
Fig. 2.7 – $T_w=5^{\circ}\text{C}$, $T^*=0^{\circ}\text{C}$, $T_{sup}=-4,5^{\circ}\text{C}$, $Ste_L=0,0631$, $Ste_s=0,027$, $\alpha_L=1,35x10^{-7}$ e $\alpha_s=1,02x10^{-6}$. Posição da fronteira de mudança de fase $\delta(m)$, em função do tempo $t(s)$, para uma situação difusiva pura.	27
Fig. 2.8 – $T_w=5^{\circ}\text{C}$ e $T^*=0^{\circ}\text{C}$, $T_{sup}=-4,5^{\circ}\text{C}$, $t=6000\text{ s}$, $Ste_L=0,0631$, $Ste_s=0,027$, $\alpha_L=1,35x10^{-7}$ e $\alpha_s=1,02x10^{-6}$. Perfil de temperatura nas regiões líquida, $x_L(m)$ e sólida, $x_S(m)$	27
Fig. 2.9 - $T_w=5^{\circ}\text{C}$, $T^*=0^{\circ}\text{C}$, $T_{sup}=-4,5^{\circ}\text{C}$, $Ste_L=0,0631$, $Ste_s=0,027$, $\alpha_L=1,35x10^{-7}$ e $\alpha_s=1,02x10^{-6}$. Taxa de calor por unidade de área, q_p (W/m^2), na fronteira $x=0(m)$, em função do tempo, $t(s)$	28
Fig. 2.10 - $T_w=5^{\circ}\text{C}$, $T^*=0^{\circ}\text{C}$, $T_{sup}=-4,5^{\circ}\text{C}$, $Ste_L=0,0631$, $Ste_s=0,027$, $\alpha_L=1,35x10^{-7}$ e $\alpha_s=1,02x10^{-6}$. Taxa de calor por unidade de área, q_f (W/m^2), na fronteira móvel, $x=\delta(m)$, doado pelo líquido, em função do tempo, $t(s)$	28

Fig. 2.11 - $T_w=5^\circ\text{C}$, $T^*=0^\circ\text{C}$, $T_{sup}=-4,5^\circ\text{C}$, $Ste_L=0,0631$, $Ste_s=0,027$, $\alpha_L=1,35x10^{-7}$ e $\alpha_s=1,02x10^{-6}$. Taxa de calor por unidade de área, q_{fs} (W/m^2), doado pela região de mudança de fase ao sólido em $x=\delta(m)$, em função do tempo, t (s).	29
Fig. 2.12 - $T_w=5^\circ\text{C}$, $T^*=0^\circ\text{C}$, $T_{sup}=-4,5^\circ\text{C}$, $Ste_L=0,0631$, $Ste_s=0,027$, $\alpha_L=1,35x10^{-7}$ e $\alpha_s=1,02x10^{-6}$. Velocidade da fronteira de mudança de fase (m/s) em função do tempo, t (s).	29
Fig. 3.1 - Comportamento da entalpia h em função da temperatura para uma substância pura. ...	45
Fig. 3.2 - Descrição geométrica do modelo físico do problema de Cao et al., 1989, (Bloco de Gelo) juntamente com as condições de contorno nas paredes.....	51
Fig. 3.3 - Posição da interface de mudança de fase ao longo da diagonal central durante a solidificação, em função do tempo adimensional τ para $k_L=0,9k_s$, $\alpha_L=0,9\alpha_s$, $\theta=1,0$, $Ste=0,641$ e $(T_w-T^*)=20\text{ K}$, Cao et Al., 1989.....	51
Fig. 3.4 - Posição da interface de mudança de fase ao longo da diagonal central durante a solidificação em função do tempo adimensional τ para $k_L=0,9k_s$, $\alpha_L=0,9\alpha_s$, $\theta=1,3$ e $Ste=2$ e $(T_w-T^*)=2\text{ K}$, Cao et Al., 1989.	52
Fig. 3.5 - Descrição geométrica do modelo físico do problema bloco de estanho juntamente com as condições de contorno nas paredes e a condição inicial.	53
Fig. 3.6 - Comportamento espacial da fronteira de mudança de fase para diversas posições temporais para o problema descrito pela Fig. 3.5.....	54
Fig. 3.7 - $t=3643\text{ s}$, comportamento das linhas de corrente . Valores negativos significam sentido horário e os positivos os anti-horários.....	55
Fig. 3.8 - $t=7484\text{ s}$, comportamento das linhas de corrente. Valores negativos significam sentido horário e os positivos os anti-horários.....	55
Fig. 3.9 - $t=8500\text{ s}$, comportamento das linhas de corrente. Valores negativos significam sentido horário e os positivos os anti-horários.....	56
Fig. 4.1 - Esquema de um banco de gelo.....	57
Fig. 4.2 - Comportamento da massa específica relativa da água, ρ_0 , em relação a temperatura... ..	59
Fig. 4.3 - Comportamento do número de Nusselt em função da posição angular θ para um tubo submetido a um escoamento externo de ar [resultados de Giede e Calif, 1948].....	60
Fig. 4.4 - Modelo físico para as situações com condição de contorno de primeira e de terceira espécies na parede do tubo.	61
Fig. 5.1 - Volume elementar e seus vizinhos para situação bidimensional.....	67
Fig. 5.2 - Esquema para a evolução temporal totalmente implícito.....	68

Fig. 5.3 – Malha computacional, 40x40 volumes elementares, utilizada para o desenvolvimento das simulações	71
Fig. 6.1 – Volume demonstrativo sobre o qual é realizado o balanço de energia.....	72
Fig. 6.2 – $T_w=2^\circ C$, comportamento do Nusselt local para diversos períodos de tempo.....	76
Fig. 6.3 - $T_w=2^\circ C$, $t=6000 s$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.	76
Fig. 6.4 - $T_w=2^\circ C$, $t=12000 s$ e $t=21000 s$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.....	77
Fig. 6.5 - $T_w=2^\circ C$, $t=30000 s$ e $t=40000 s$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.....	78
Fig. 6.6 – $T_w=2^\circ C$, comportamento do Nusselt médio em função da relação volume fundido/volume inicial.....	79
Fig. 6.7 – $T_w=4^\circ C$, comportamento do Nusselt local em diversos períodos de tempo.....	80
Fig. 6.8 – $T_w=4^\circ C$, $t=3000 s$ e $t=5000 s$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.	82
Fig. 6.9 – $T_w=4^\circ C$, $t=7000 s$ e $t=12000$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.	83
Fig. 6.10 – $T_w=4^\circ C$ e $t=18000 s$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.	84
Fig. 6.11 – $T_w=4^\circ C$, comportamento do Nusselt médio em função da relação volume fundido/volume inicial.....	84
Fig. 6.12 – $T_w=6^\circ C$, $t=3000 s$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.	85
Fig. 6.13 – $T_w=6^\circ C$, comportamento do Nusselt local em diversos períodos de tempo.....	86
Fig. 6.14 – $T_w=6^\circ C$, $t=7000 s$ e $t=10500 s$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.	87
Fig. 6.15 – $T_w=6^\circ C$, $t=11000 s$ e $t=15000 s$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.	88
Fig. 6.16 – $T_w=6^\circ C$, comportamento do Nusselt médio em função da relação volume fundido/volume inicial.....	89
Fig. 6.17 – $T_w=8^\circ C$, comportamento do Nusselt local em diversos períodos de tempo.....	90
Fig. 6.18 – $T_w=8^\circ C$, $t=3000 s$ e $t=6500 s$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.	91

Fig. 6.19 – $T_w=8^\circ\text{C}$, $t=8500\text{ s}$ e $t=11000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.....	92
Fig. 6.20 – $T_w=8^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt médio em função da relação volume fundido/volume inicial.....	93
Fig. 6.21 – $T_w=10^\circ\text{C}$, $t=1500\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.	94
Fig. 6.22 – $T_w=10^\circ\text{C}$, $t=2250\text{ s}$ e $t=6000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.....	95
Fig. 6.23 – $T_w=10^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt local em diversos períodos de tempo.....	96
Fig. 6.24 – $T_w=10^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt médio em função da relação volume fundido/volume inicial.....	96
Fig. 6.25 – $T_w=14^\circ\text{C}$, $t=1000\text{ s}$ e $t=2600\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.....	97
Fig. 6.26 – $T_w=14^\circ\text{C}$ e $t=3800\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.	98
Fig. 6.27 – $T_w=14^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt local em diversos períodos de tempo.....	98
Fig. 6.28 – $T_w=14^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt médio em função da relação volume fundido/volume inicial.....	99
Fig. 6.29 – Comparativo do comportamento da relação V_f/V_0 , para diversas T_w , em relação ao tempo s , entre as soluções obtidas considerando apenas a difusão e as soluções considerando a atuação da convecção.....	100
Fig. 6.30 – Comportamento da relação T_{mist}/T_w , para diversas temperaturas de parede, em relação ao volume fundido V_f	101
Fig. 6.31 – Comportamento da média aritmética da temperatura de mistura, T_{mist} , em relação a temperatura de parede, T_w	101
Fig. 6.32 - O Nusselt local para um tubo submetido a um escoamento externo de ar, utilizando as aproximações, eqs. (6.13) e (6.14).	103
Fig. 6.33 – $T_\infty=16^\circ\text{C}$, $Re=101300$ e $t=1000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	104
Fig. 6.34 – $T_\infty=16^\circ\text{C}$, $Re=101300$, $t=1800\text{ s}$ e $t=4000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	106

Fig. 6.35 – $T_{\infty}=16^{\circ}\text{C}$, $Re=101300$, $t=9000\text{ s}$ e $t=10000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	107
Fig. 6.36 – $T_{\infty}=16^{\circ}\text{C}$, $Re=101300$ e $t=4000\text{ s}$. Resultado com processo difusivo, na direita a massa específica e na esquerda a entalpia (J/kg).....	108
Fig. 6.37 – $T_{\infty}=27^{\circ}\text{C}$, $Re=219000$, $t=650\text{ s}$ e $t=1300\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	109
Fig. 6.38 – $T_{\infty}=27^{\circ}\text{C}$, $Re=219000$, $t=1800\text{ s}$ e $t=2150\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	110
Fig. 6.39 – $T_{\infty}=27^{\circ}\text{C}$, $Re=219000$, $t=2800\text{ s}$ e $t=3000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	111
Fig. 6.40 – Comportamento do Nusselt médio em função da relação V_f/V_0 para diversas temperaturas da parede T_w	113
Fig. 6.41 – Comportamento do Rayleigh definido na eq. (6.19), Ra , em função da relação V_f/V_0 para diversas temperaturas da parede T_w	114
Fig. 6.42 – Comportamento do Nusselt médio em função do Rayleigh definido na eq. (6.19), Ra , para diversas temperaturas da parede T_w	115
Fig. 6.43 – Comportamento da massa específica, eq.(6.20), em função da temperatura $^{\circ}\text{C}$	116
Fig. 6.44 – Comparativo entre os comportamentos dos números de Rayleigh em função da temperatura, definidos pelas eq's. (6.19) e (6.21).	116
Fig. 6.45 – Comportamento do Rayleigh modificado, Ra_c , em função da relação V_f/V_0 para diversas temperaturas da parede T_w	117
Fig. 6.46 – Comportamento da relação do Nusselt médio com o Rayleigh modificado, Nu/Ra_c , em função da relação V_f/V_0 para diversas temperaturas da parede T_w	118
Fig. 6.47 – Comportamento da inclinação a , eq. (6.24) e coeficiente b , eq. (6.25), em função do adimensional de Stefan.....	119
Fig. 6.48 - Comportamento da relação V_f/V_0 em função do tempo adimensional, para diversas temperaturas da parede T_w	120
Fig. 6.49 – Comportamento da inclinação d , eq.(6.28), em função do adimensional de Stefan.	121
Fig. 6.50 – Comportamento do coeficiente c , eq.(6.28), em função do adimensional de Stefan.	121

Fig. 6.51 – $T_w=2^\circ\text{C}$ e $Ste=0,0253$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do $ Fo$	123
Fig. 6.52 – $T_w=4^\circ\text{C}$ e $Ste=0,0505$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do $ Fo$	124
Fig. 6.53 – $T_w=6^\circ\text{C}$ e $Ste=0,0757$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do $ Fo$	125
Fig. 6.54 – $T_w=8^\circ\text{C}$ e $Ste=0,1$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do $ Fo$	126
Fig. 6.55 – $T_w=10^\circ\text{C}$ e $Ste=0,126$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do $ Fo$	127
Fig. 6.56 – $T_w=12^\circ\text{C}$ e $Ste=0,151$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do $ Fo$	128
Fig. 6.57 – $T_w=14^\circ\text{C}$ e $Ste=0,176$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do $ Fo$	129
Fig. 6.58 – $T_w=16^\circ\text{C}$ e $Ste=0,2$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do $ Fo$	130
Fig. 6.59 – Fusão com $T_w=8^\circ\text{C}$, $T_{sup}=-5,5^\circ\text{C}$, $t=200\text{ s}$ e $t=3000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	132
Fig. 6.60 – $T_w=8^\circ\text{C}$ e $T_{sup}=-5,5^\circ\text{C}$, fusão em $t=6500\text{ s}$ e início da ressolidificação em $t=7780\text{ s}$ com $T_w=-5^\circ\text{C}$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	133
Fig. 6.61 –Ressolidificação com $T_w=-5^\circ\text{C}$, $t=7800\text{ s}$ e $t=8000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	134

Fig. 6.62 – Ressolidificação com $T_w = -5^\circ\text{C}$, $t = 8500\text{ s}$ e $t = 8750\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	135
Fig. 6.63 – Ressolidificação com $T_w = -5^\circ\text{C}$, $t = 9750\text{ s}$, $t = 10750\text{ s}$, $t = 12500\text{ s}$ e $t = 13000\text{ s}$. Situações onde a convecção não se manifesta, predomínio do processo difusivo.	136
Fig. 6.64 – Fusão com $T_w = 4^\circ\text{C}$, $T_{sup} = -8^\circ\text{C}$, $t = 6000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	138
Fig. 6.65 – Ressolidificação com $T_w = -5,5^\circ\text{C}$, $t = 15010\text{ s}$ e $t = 15500\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	139
Fig. 6.66 – Ressolidificação com $T_w = -5,5^\circ\text{C}$, nos períodos $t = 17000\text{ s}$ e $t = 20600\text{ s}$. Comportamento da entalpia (J/kg) para uma situação próxima da fusão completa.	140
Fig. 6.67 – Solidificação com $T_w = -5,5^\circ\text{C}$, $T_{ini} = 8^\circ\text{C}$, $t = 80\text{ s}$ e $t = 200\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	141
Fig. 6.68 – Solidificação com $T_w = -5,5^\circ\text{C}$, $T_{ini} = 8^\circ\text{C}$, $t = 300\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	142
Fig. 6.69 – Solidificação com $T_w = -5,5^\circ\text{C}$, $T_{ini} = 8^\circ\text{C}$, $t = 1300\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).....	143
Fig. 6.70 – Solidificação com $T_w = -5,5^\circ\text{C}$, $T_{ini} = 8^\circ\text{C}$, $t = 3600\text{ s}$ e $t = 8000\text{ s}$. Apenas o comportamento da entalpia (J/kg).....	143
Fig. 6.71 – Comportamento da relação T_{mist}/T_{ini} em função do volume solidificado utilizando $T_{ini} = 16^\circ\text{C}$ e $T_w = -5,5^\circ\text{C}$. Simulações desenvolvidas considerando na primeira situação processo difusivo puro e na segunda a presença da convecção natural.....	144
Fig. 6.72 – Comportamento da relação V_f/V_0 em função da relação t/t_{max} utilizando $T_{ini} = 8^\circ\text{C}$ e $T_{ini} = 16^\circ\text{C}$ com $T_w = -5,5^\circ\text{C}$. Simulações desenvolvidas considerando o processo difusivo puro e o processo na presença da convecção natural.....	145
Fig. 7.1 - Resultados obtidos por Rieger e Beer, 1986. Em b solução numérica para $T_w = 6^\circ\text{C}$, $r_o = 32\text{ mm}$, $SteFo = 0,059$ e $0,09$. Em c solução experimental $T_w = 6^\circ\text{C}$, $r_o = 30\text{ mm}$, $SteFo = 0,053$ e $0,082$	148

Fig. 7.2 – Na esquerda das figuras estão linhas de corrente e na direita estão as isothermas, para $T_w=6^\circ\text{C}$, $SteFo=0,059$ e para $T_w=6^\circ\text{C}$, $SteFo=0,09$	149
--	-----

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1.1 – Resultados para o erro relativo e o GCI para condição de contorno de primeira espécie $T_w=10^\circ C$, condição inicial $T_{ini}=-5,5^\circ C$ e $r_0=30\text{ mm}$. Malhas utilizadas de 40×40 , 120×120 e 360×360 volumes.	152
--	-----

1. INTRODUÇÃO

1.1. Armazenamento de Energia em Materiais de Mudança de Fase

A humanidade atualmente possui forte dependência de fontes de energia para produzir os seus bens e serviços. As fontes de energia de origem mineral, petróleo e carvão, por exemplo, são largamente empregadas e não são renováveis, além do fato da conversão da energia associada a estas fontes gerarem grande quantidade de resíduos nocivos ao meio ambiente. A energia entregue durante a fissão nuclear também é empregada, sendo uma forma que traz enormes riscos ao meio ambiente. Outra fonte de energia largamente empregada está associada à biomassa (álcool, madeira), esta renovável e mais conservativa sob o aspecto ecológico. A conversão da energia hidráulica em elétrica é uma das formas mais utilizadas no Brasil para suprir as necessidades do atual estágio de desenvolvimento. No aspecto ecológico, esta conversão é denominada de limpa, não gerando resíduos, mas tem o inconveniente de ocupar grandes áreas de terra. Formas de energia denominadas de limpas, como a conversão da energia solar e eólica, em térmica ou elétrica, ainda não tem um emprego abrangente, competitivo economicamente, sendo empregadas em baixa escala.

Inúmeras fontes de energia são conhecidas, mas a sua conversão para formas de energia convencionalmente utilizadas pela sociedade, em muitas situações, são de baixo rendimento e poluidoras. Como exemplo, pode-se citar a utilização dos motores endotérmicos. A crescente demanda de energia, exigência do desenvolvimento, associada com a questão ecológica, tem sido um dos elementos de maior motivação no desenvolvimento de formas mais eficazes de conversão de energia. Além da conversão, a utilização racional da energia tem sido objeto de estudos, buscando consumir apenas o necessário, tornando os processos mais eficientes e menos onerosos evitando desperdícios, preservando o ambiente e as fontes não renováveis, evitando gastos desnecessários no sentido de ampliar a matriz energética. Para que isto aconteça é necessário o desenvolvimento científico através da compreensão dos fenômenos, impulsionando o desenvolvimento tecnológico nos quesitos conversão e conservação de energia.

Neste sentido, a utilização do armazenamento de energia térmica tem como objetivo básico tornar o consumo de energia, em suas diversas formas, mais racional. Este armazenamento é realizado, basicamente, de três formas distintas: na forma de energia sensível, na forma de energia latente e na forma termoquímica.

O armazenamento termoquímico não encontra aplicações relevantes enquanto que as demais formas são amplamente utilizadas. Os sistemas que operam com energia sensível necessi-

tam de altos gradientes térmicos em relação a temperatura ambiente e grande quantidade de massa da substância armazenadora. Isto gera alguns inconvenientes, como a necessidade de grandes espaços para acomodar o sistema e o aumento nas espessuras de isolamento térmico adotados. Os sistemas que utilizam a segunda forma, energia latente, possuem uma capacidade de armazenamento superior, devido à mudança de fase do material escolhido para atuar como substância armazenadora. A temperatura final normalmente é limitada pela temperatura de fusão do mesmo e o tempo de armazenamento é dependente dos processos para o qual o sistema foi projetado podendo ser diário, semanal, mensal, anual ou ainda sazonal.

O emprego de sistemas que se utilizam desta tecnologia, armazenamento térmico, pode ser no aquecimento, resfriamento ou ainda no isolamento térmico. O seu princípio de funcionamento consiste em armazenar a energia térmica durante o período em que há disponibilidade de energia, trocando a energia acumulada com o meio ou material que se deseja controlar termicamente em um período posterior no qual não haja disponibilidade de energia. A escolha da substância armazenadora deve ser feita com base nas propriedades físicas adequadas do mesmo. Nos sistemas empregados para produzir refrigeração, retira-se energia da substância armazenadora em um primeiro instante, utilizando para isto um refrigerador. A substância armazenadora é então conservada em um nível energético baixo, até que se faça necessário a sua utilização através da troca de energia com o meio ou material que está em um nível energético superior. Nos sistemas empregados para produzir o aquecimento o processo acontece de forma contrária. Em um primeiro instante doa-se energia ao sistema armazenador e em uma situação posterior, quando houver necessidade, promove-se a transferência de energia entre o meio ou corpo com a substância armazenadora que está com um nível energético superior.

O isolamento térmico dinâmico é uma outra forma de se utilizar o armazenamento de energia por mudança de fase e caracteriza-se por utilizar substâncias com temperaturas de fusão próximas a temperatura ambiente, como por exemplo parafina. Em substâncias homogêneas a solidificação e a fusão ocorrem isotermicamente, e esta característica termodinâmica, juntamente com a baixa temperatura de fusão, proporciona a possibilidade de se utilizar tais substâncias como isolantes térmicos de ambientes. A energia que iria penetrar no ambiente proveniente de uma fonte externa, e que provocaria uma elevação da carga térmica, é absorvida pela substância promovendo a sua fusão. Posteriormente, ao cessar a fonte de energia o produto libera a energia voltando a fase inicial.

Ismail, 1998, apresenta como exemplos de material de mudança de fase (MMF) atualmente empregados os materiais orgânicos, a água e os hidratos de sais e sais fundidos. Na classe dos orgânicos são citados como materiais utilizados: o Ácido Esteárico, Ácido Palmítico, Gli-

cóis Polietileno, e a parafina como o material mais empregado. Esta classe possui características de transferência térmica pobres, baixa massa específica, inflamável e o custo de um modo geral elevado. Os sais hidratados são disponíveis nas faixas de temperatura de 7 a 117°C de temperatura de fusão, nesta classe pode-se citar: Hexahidrato de Cloreto de Cálcio Modificado, Hexahidrato de Brometo de Cálcio e o Decahidrato de Sulfato de Sódio (Sal de Glauber ou Mirabilite) entre outros. Esta classe possui alto calor de fusão e com propriedades de transferência térmica boas. A pressão de vapor dos produtos desta classe aumenta com a temperatura necessitando enclausuramento hermético. São estáveis do ponto de vista químico, inflamáveis e geralmente compatíveis com recipientes plásticos. Na Fig. 1.1 estão alguns candidatos a MMF para temperaturas acima de 0°C.

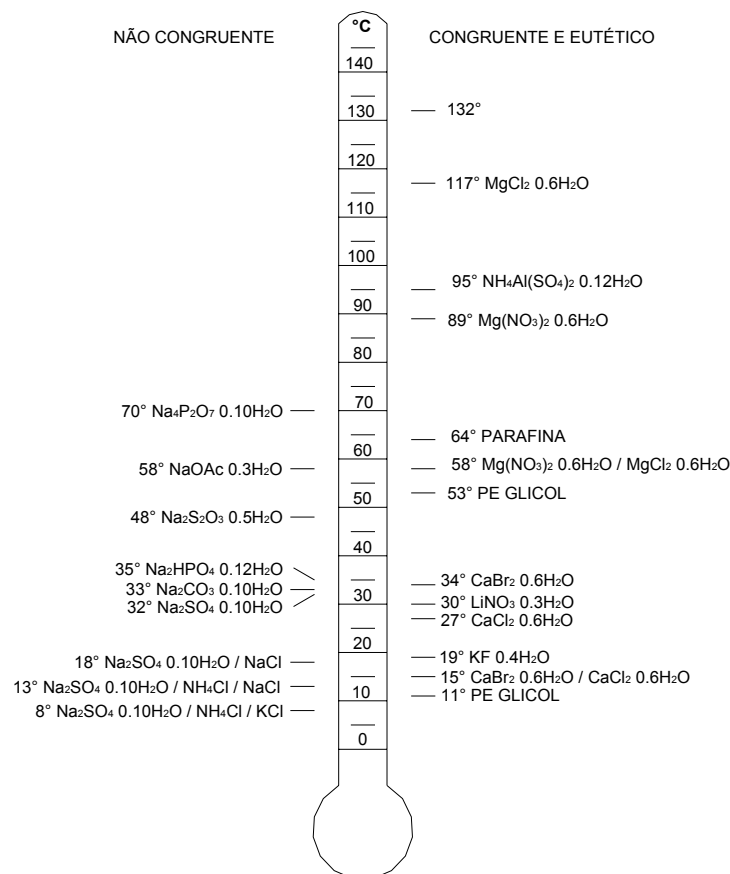


Fig. 1.1 – Candidatos a material de mudança de fase (MMF) para temperaturas acima de 0°C.

O desenvolvimento de sistemas para conter o MMF necessita especial atenção, devido a vários fatores críticos como o encapsulamento, proteção, trocas térmicas e manuseio. Os

tipos de encapsulamento são variados e a sua escolha é função do tipo de aplicação, disponibilidade de MMF, o meio e a necessidade de troca térmica, entre outros fatores. O encapsulamento pode dar-se na forma de trocador de calor macroencapsulado em metais, plásticos, filmes e outros materiais, ou na forma de micro encapsulamento.

O macroencapsulamento é o método mais comum, onde o MMF é encapsulado em unidades discretas e o seu volume por unidade, pode variar entre algumas gramas até alguns quilogramas. Este método é usado em sistemas que utilizam tanto o ar como os líquidos como fluido de transporte, e nas aplicações em que envolvam MMF de baixa temperatura de fusão e pequenos volumes de armazenamento. Para garantir uma adequada transferência de calor estes sistemas são projetados para possuírem uma razão [área superficial $f(D)$ /volume $f(D^2)$], relativamente grande (pequenos diâmetros no lugar de grandes diâmetros). Isto possibilita uma alta capacidade de armazenamento, reduzindo volume necessário.

O sistema de microencapsulamento é geralmente composto de unidades discretas e finas de MMF dispersas no meio, formando um tipo de mistura. Este sistema utiliza gotas de MMF de tamanho pequeno coberto por uma resina formando uma matriz rígida. A desvantagem do microencapsulamento é a alta razão do meio encapsulado em relação ao volume de MMF, reduzindo a capacidade de armazenamento e aumentando os custos. A troca térmica pode ser afetada, pois a matriz de encapsulamento impede correntes convectivas durante o processo de “carregamento” e “descarregamento”.

Os materiais empregados no encapsulamento devem ter alguns requisitos básicos tais como: compatibilidade com o MMF, alta condutividade térmica, facilitando os processos de carga e descarga de energia, estabilidade nas temperaturas extremas de utilização, e suportar os esforços mecânicos provocado pelas variações de volume do MMF. Os materiais mais comumente empregados são sem dúvida os metálicos e os plásticos, e em segundo plano materiais como rochas, concreto e vidro. Os materiais metálicos utilizados no encapsulamento podem sofrer corrosão com o MMF de alta temperatura de fusão, sendo essencial uma escolha entre o MMF e o material de encapsulamento, de modo a evitar efeitos danosos. Já os materiais plásticos podem sofrer efeitos danosos, tais como a dissolução da matriz do plástico, ocasionando inchaço e amolecimento, resultando em rompimento. Estes efeitos são provocados pela difusão de MMF na parede do encapsulante. A oxidação do plástico, ou pelo oxigênio atmosférico ou por agentes oxidantes do MMF, provoca o efeito denominado de fragilização podendo reduzir a flexibilidade do plástico e em função dos esforços mecânicos vir a romper.

Segundo a ASHRAE Applications, 1995, o emprego de sistemas que armazenam energia térmica pode ser atrativo do ponto de vista econômico quando as cargas de aquecimento

ou resfriamento possuírem uma ou mais das seguintes características: curta duração, freqüentes, cíclicas, incompatibilidade com a fonte de energia disponível, custo da energia variável com o tempo, incentivos econômicos para a instalação de sistemas, suprimento de energia limitado.

No campo da refrigeração têm-se usado bancos de gelo como armazenadores de energia, na forma latente, como solução para diminuir o consumo de potência elétrica nas horas de pico, levando a curva de consumo para uma situação mais favorável. Deve-se observar que no Brasil, a exemplo de outros países, o custo de energia elétrica industrial é variável ao longo do dia, tendo seus valores mais elevados nos períodos de pico de consumo. Existe ainda a demanda contratada, que se for ultrapassada acarretará em multa para o consumidor. Visando a viabilidade econômica, tem-se recorrido cada vez mais aos sistemas que utilizam o armazenamento de energia latente, mesmo reconhecendo seus aspectos indesejáveis. São eles a maior irreversibilidade, diminuição do rendimento do ciclo termodinâmico, aumento do espaço físico necessário para acomodar o banco de gelo, incertezas no equacionamento da taxa de transferência de energia térmica entre o MMF e o fluido que serve de veículo térmico para o sistema.

A água, na fase sólida, tem sido utilizada como substância armazenadora no campo da refrigeração e ar condicionado em função de suas propriedades e características, elevado calor latente de fusão e solidificação (334 kJ/kg), temperatura de fusão de 0°C na pressão atmosférica, fácil aquisição, baixo custo, não polui o meio ambiente e possui estabilidade química. Como ponto desfavorável mais importante, pode-se citar o super-resfriamento (equilíbrio metaestável) durante a solidificação. Os bancos de gelo constituem-se de tanques isolados termicamente e inseridos em um circuito de refrigeração. Nos sistemas mais antigos o gelo é formado externamente aos tubos. Um conjunto de tubos fica imerso em água e no interior dos mesmos passa o fluido refrigerante a baixa temperatura. Nestes sistemas deve haver uma limitação na espessura do gelo formado sobre as tubulações, pois se a mesma ultrapassar determinados valores haverá uma carga excessiva no sistema de refrigeração, e uma diminuição nas trocas térmicas durante o processo de descarga devido à obstrução do fluxo, pois a água utilizada para a produção do gelo é a mesma que irá circular e produzirá a refrigeração. Neste caso, o circuito de refrigeração pode utilizar tanto um circuito com expansão direta como um com expansão indireta. Uma melhoria deste sistema consiste em efetuar a carga e descarga internamente aos tubos, não existindo circulação da água do tanque e, neste caso, torna-se necessário um circuito de refrigeração com expansão indireta utilizando um fluido intermediário. Neste sistema as serpentinas ocupam aproximadamente 10% do volume do tanque e outros 10% são reservados para a expansão da água durante a solidificação. O restante do volume é ocupado pela água ou uma solução de água e anticongelante quando as temperaturas desejadas são inferiores a 0°C . A espessura do gelo sobre

as serpentinas, conseqüentemente o percentual do volume solidificado, dependem da configuração das serpentinas e do sistema. Nesta opção pode-se utilizar a configuração *shell and tube* disposto horizontalmente ou verticalmente.

O encapsulamento do gelo em tubos é uma das formas bastante difundidas de armazenamento latente. O armazenamento internamente em tubos pode ser realizado com fluxo paralelo ou transversal ao tubo. A primeira opção se dá com uma configuração que utiliza tubos de diâmetros diferentes e concêntricos sendo que, neste caso, o MMF pode ocupar o espaço central dos tubos com a circulação do fluido que serve de veículo térmico no canal anular. Uma segunda opção é a colocação do MMF no espaço anular e o fluido circulante escoar no duto interno. Outra possibilidade para a primeira situação é a configuração *shell and tube* de fluxos paralelos. Nos sistemas que atuam com fluxo transversal os sistemas consistem de um tanque com uma bancada de tubos dispostos horizontalmente, e sobre os mesmos escoar o fluido que serve de veículo térmico promovendo a descarga ou carga do sistema. Em ambos os casos normalmente os tubos utilizados são confeccionados em metal e o MMF é a água.

O encapsulamento em esferas, barras retangulares e em espirais são outras possibilidades. As esferas e as barras retangulares são normalmente de plástico e com água deionizada, associada a agentes nucleadores, atuando como MMF. Estas formas de armazenamento utilizam normalmente esferas de *10 mm* de diâmetro, ou retângulos com dimensões de *35 mm* por *300 mm* por *760 mm*. A geometria esférica é utilizada em tanques de armazenamento cilíndricos e o fluxo do veículo térmico ocorre de forma vertical. A geometria retangular é utilizada em tanques, com a mesma geometria, onde o fluxo se dá horizontalmente. Os sistemas em espirais são construídos normalmente através do enrolamento em espiral de duas lâminas de cobre, formando duas espirais cilíndricas com suas extremidades vedadas. As sessões formadas pelas espirais tem a geometria retangular, e em uma delas fica enclausurado o MMF, e na outra circula o fluido de transporte de energia. Um sistema parecido com este é produzido comercialmente em módulos onde tubos trocadores de calor, em plástico, são dispostos em forma espiral no interior do tanque e circundados com água. Quando existe demanda de energia é transferido calor do sistema até que *95%* da água solidifique.

1.2. A Solidificação

A grande maioria dos produtos industrializados, metálicos e não metálicos, que sofrem algum processo de conformação passam em algum estágio de sua fabricação por um processo de solidificação. Além dos processos industriais de fabricação pode-se citar ainda o isolamento térmico dinâmico, o armazenamento de energia na forma latente, além de inúmeros fenômenos meteorológicos, como exemplos onde a solidificação se faz presente. Como principal exemplo dos processos industriais tem-se a fundição que tem como objetivo fundamental dar forma adequada a um sólido, vertendo-o em estado líquido para o interior da cavidade de um molde.

A história registra que a fundição de objetos simples em cobre já ocorriam a 4000 anos AC. Na China em 1600 AC eram produzidos objetos altamente sofisticados em bronze. O processo de cera perdida foi desenvolvido na Mesopotâmia em 3000 AC. A fundição do Ferro aconteceu primeiramente na China em 500 AC, sendo esta tecnologia desconhecida na Europa até o séc. XVI, onde recebeu aceitação como matéria de construção na Inglaterra no séc. XVIII [Kurz e Fisher, 1992]. No âmbito do Rio Grande do Sul, segundo Werner Hoffmann, 1973, tem-se registros históricos da fundição do ferro pelos padres jesuítas, nas Missões, para a confecção de sinos e equipamentos de trabalho no ano de 1700. A matéria prima inicialmente era trazida do Chile, e em um período posterior com matéria prima local, extraída de uma pedra denominada *Itacururú* pelos índios da região, rica em minério de ferro.

1.3. Estruturas e Arranjos Atômicos

Para o completo entendimento do comportamento dos materiais durante as suas transformações de fases faz-se necessário uma breve revisão sobre as forças que atuam e mantêm coesos os átomos que formam as substâncias, forças estas que são função da estrutura eletrônica dos átomos. Da ciência dos materiais, Smith, 1993, e Callister, 2001, sabe-se que durante a mudança de fase o material passa por uma reorganização molecular ou cristalina, e em algumas situações pode ocorrer o polimorfismo (alotropia). Como exemplo pode-se citar os metais submetidos a tratamentos térmicos, onde uma mudança na estrutura cristalina pode implicar em alterações das forças atômicas.

A mudança de fase da água é exemplo de uma transformação onde as forças de atração intermoleculares são alteradas, mas a molécula permanece intacta. Já a mudança de fase alotrópica do ferro é exemplo de transformação onde a relação energética entre átomos é alterada juntamente com a mudança do cristal e conseqüentemente do retículo cristalino, permanecendo o

tipo de ligação atômica.

Do referencial atômico as forças atuantes na união são classificadas de fortes ou fracas. Com exceção dos gases nobres, estáveis eletronicamente, os demais elementos tendem a adquirir estabilidade quando a sua camada de valência estiver completa. Isto se dá através dos mecanismos de doação, ganho ou compartilhamento de elétrons, gerando assim as formas de ligação atômicas denominadas iônicas, covalentes, e metálicas e que pertencem ao grupo de forças fortes. A ligação interatômica iônica resulta da atração entre íons positivos e negativos, implicando na existência das forças Coulombianas. A ligação covalente é caracterizada pelo fato de átomos possuírem estruturas eletrônicas relativamente estáveis, e a estabilidade completa pode ser alcançada através do compartilhamento de elétrons com átomos vizinhos. Uma terceira forma de estabilização eletrônica é a ligação do tipo metálica, que se aplica a átomos que possuem poucos elétrons na camada de valência. Neste caso os elétrons podem ser removidos facilmente, ficando os demais firmemente ligados ao núcleo, originando-se assim uma estrutura formada por íons positivos e elétrons “livres”. É denominada de Nuvem Eletrônica a possibilidade que estes elétrons tem de se mover livremente dentro da estrutura metálica. Esta mobilidade dos elétrons é responsável por algumas propriedades dos metais, como a condutividade térmica e elétrica.

As ligações fracas secundárias normalmente são agrupadas sob a denominação de forças de Van der Waals. Entre os tipos que geram as forças fracas tem-se a polarização molecular, que engloba a maior parte das forças de atração de Van Der Waals, e se originam de dipolos elétricos por desbalanceamento elétrico. Isto ocorre quando os elétrons compartilhados circundam mais eficazmente um dos núcleos envolvidos na ligação, não coincidindo os centros de cargas positivas e negativas formando um dipolo elétrico.

Um caso especial e que será analisado com mais ênfase posteriormente são as ligações de Hidrogênio (Pontes de Hidrogênio) que mantém as moléculas de água unidas. Outra forma de força fraca é devido ao movimento ao acaso dos elétrons gerando o denominado “efeito de dispersão”.

Os arranjos atômicos possíveis são divididos em três grupos que são: arranjos moleculares, cristalinos e o arranjo intermediário denominado de amorfo e que não receberá atenção neste trabalho. Estes arranjos são função direta do número de coordenação. A importância do conhecimento dos arranjos atômicos se dá no fato de que um grande número de propriedades dos materiais é função destes arranjos.

A molécula pode ser definida como sendo um número limitado de átomos fortemente ligados entre si. Já a estrutura molecular é caracterizada pela união de inúmeras moléculas por forças relativamente fracas, forças de Van Der Waals. Este arranjo permite grupos de átomos

relativamente neutros agindo como uma unidade. Um indicativo para o fato de as forças de atração molecular serem do tipo fraco, é o fato de os pontos de ebulição e fusão serem relativamente baixos para materiais que possuam estas estruturas. As transformações de fase, no arranjo molecular, estão associadas a alterações no equilíbrio de forças intermoleculares através do recebimento ou doação de energia térmica, provocando alterações de energia cinética das moléculas.

Por sua vez as estruturas cristalinas se caracterizam pela repetição nas três dimensões de uma unidade básica, sendo esta repetição devida a coordenação atômica do material. A alteração de fase pode ocorrer através de uma alteração do estado vibratório, consequência de trocas de energia térmica, ou ainda por energia mecânica produtora de tensões, sendo responsável, neste caso, pelas transformações alotrópicas. O arranjo cristalino é uma forma de empacotamento atômico bastante eficiente, e normalmente encontrada no estado sólido dos metais. Tal como os átomos, as moléculas podem formar arranjos cristalinos, mas a unidade básica permanece a molécula, enquanto que para os metais a unidade básica é o cristal.

1.4. A Solidificação nos Processos Metalúrgicos de Fabricação

Na solidificação de um metal, a energia associada à mudança de fase é consumida na reorganização atômica, onde o próprio molde encarrega-se de retirar a energia do líquido. Esta inicialmente ocorre de forma sensível, e após a condição de equilíbrio ser atingida a retirada de energia se dá de forma latente, provocando a sua mudança de fase. Infelizmente a solidificação é de natureza ativa e dinâmica onde diversos eventos, que se não forem controlados, podem comprometer o desempenho do produto final, ou até mesmo interromper a seqüência de fabricação. Estes eventos podem gerar heterogeneidades físicas, (rechupes, trincas de contração, porosidade, etc.) sendo normalmente decorrentes da variação do volume específico, heterogeneidades químicas (segregação de impurezas ou de elementos de liga em escala macroscópica e microscópica) e heterogeneidades estruturais (tipo, orientação, tamanho e orientação dos grãos cristalinos).

A solidificação tornou-se ciência a partir dos últimos sessenta anos, o que possibilitou um melhor conhecimento das heterogeneidades, causas e efeitos, indicando parâmetros de controle, passíveis de mudanças, possibilitando processos de fundição otimizados e com produtos finais maximizados nos aspectos de qualidade e desempenho final. A solidificação se processa em duas etapas sucessivas de nucleação e crescimento. A nucleação traduz o modo pelo qual a fase sólida surge de forma estável no seio da fase líquida, e o crescimento traduz o modo pelo qual estes núcleos crescem. A nucleação pode ocorrer de forma homogênea (sem contribuição de elementos estranhos ao sistema metal líquido) ou heterogênea (com contribuição de elementos estranhos). Na fase líquida em temperaturas próximas da temperatura de fusão surgem regiões

atomicamente ordenadas, estas regiões com ordenação de curto alcance são denominadas de embriões da fase sólida. Estes formarão núcleos homogêneos da fase sólida desde que sejam estáveis, e para isto devem ter um tamanho superior ao raio crítico r_c , como demonstrado na Fig. 1.2.

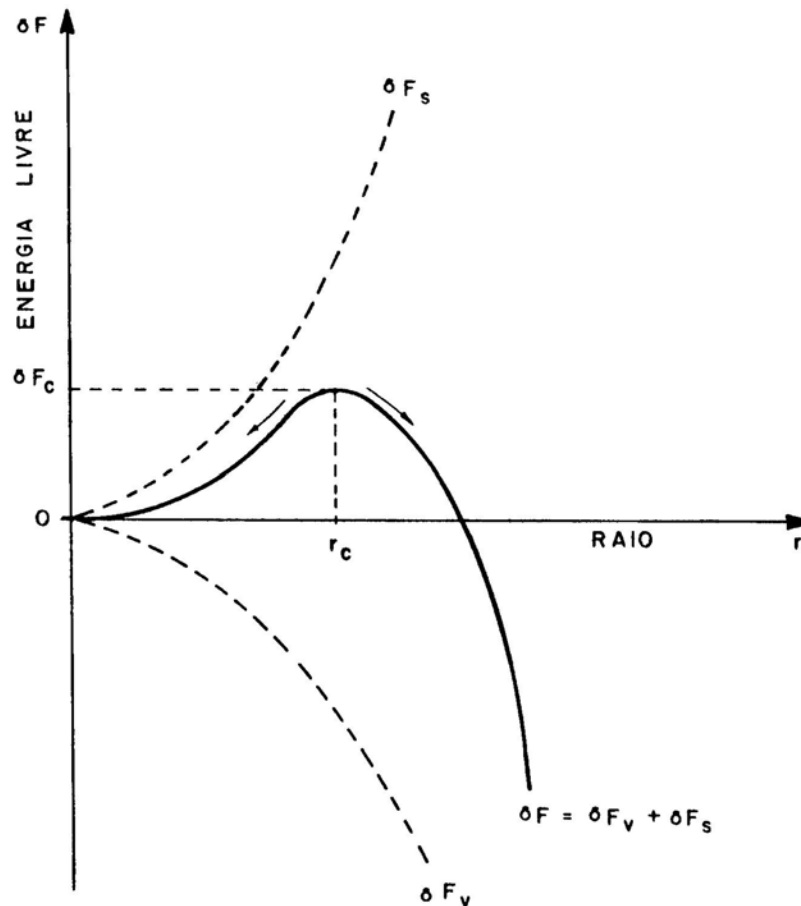


Fig. 1.2 – Curva da variação da energia livre δF em função do tamanho do núcleo da fase sólida.

Na Fig. 1.3 pode-se observar que, do enfoque termodinâmico, a fase líquida deverá estar com temperatura abaixo da temperatura de fusão T_f , em estado de líquido super-resfriado, caracterizando uma situação de desequilíbrio entre as energias livres do líquido, δF_l , e do sólido, δF_s , ($\delta F_l > \delta F_s$). Na Fig. 1.4 pode-se visualizar o comportamento das curvas de energia livre. Em função disto a fase sólida possui maior estabilidade, consistindo em um fator estimulante da nucleação homogênea. Na Fig. 1.5 pode-se observar a influência do super-resfriamento sobre a energia livre. O crescimento estável do embrião está associado a uma diminuição de sua energia livre de volume, δF_v , e uma energia livre de superfície, δF_s , crescente.

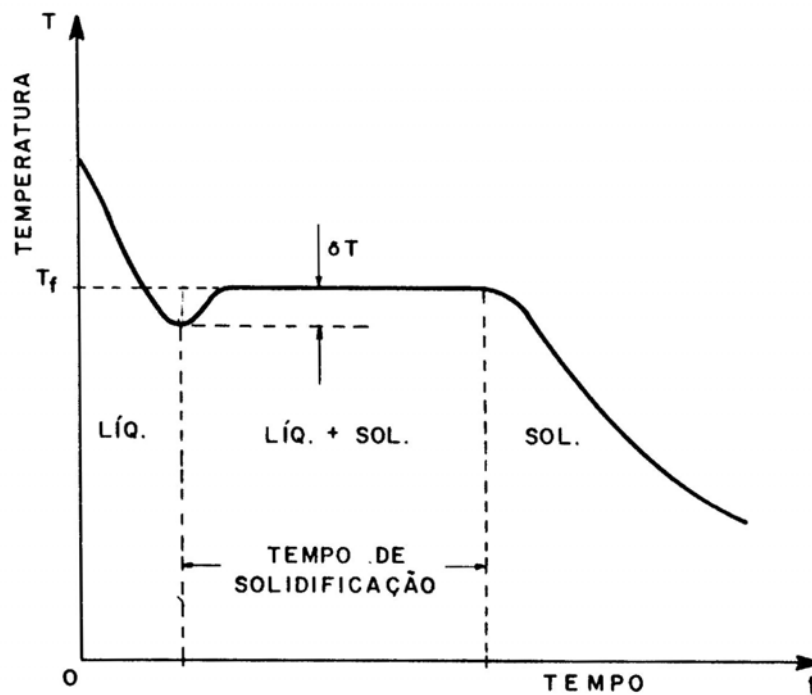


Fig. 1.3 – Registro térmico revelando a existência do super-resfriamento do líquido antes do início da solidificação.

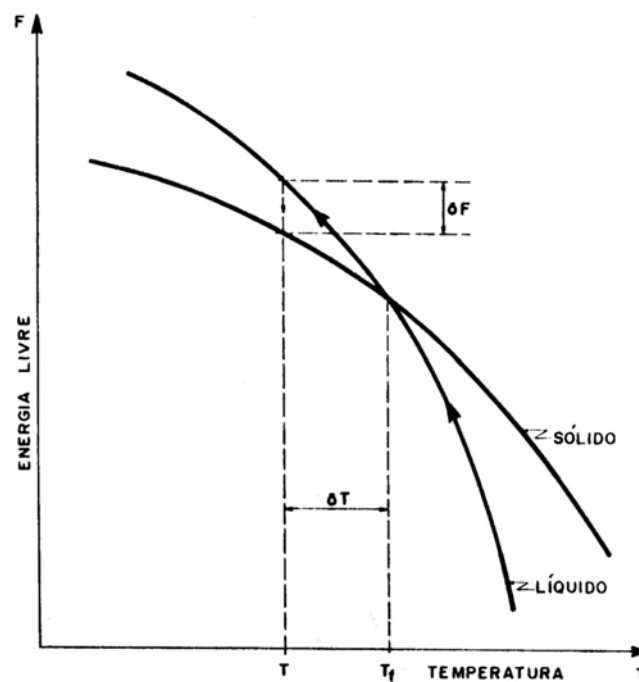


Fig. 1.4 – Curvas de energia livre das fases líquida e sólida mostrando a estabilidade relativa de ambos em torno da temperatura de fusão T_f .

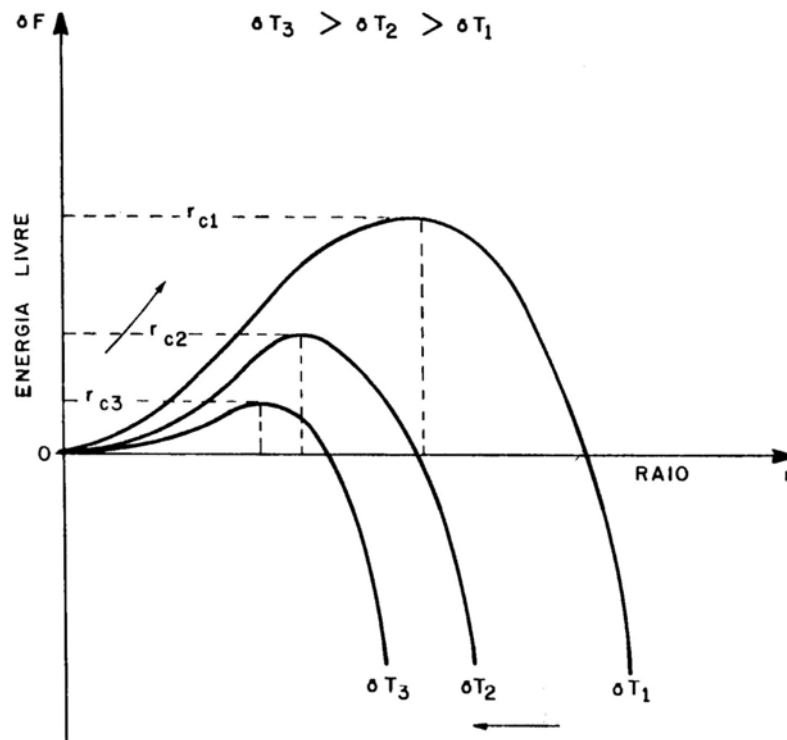


Fig. 1.5 – Influência do super-resfriamento térmico sobre a variação da energia livre na nucleação homogênea.

Durante a solidificação a forma como o núcleo sólido cresce depende da estrutura atômica e da interface, sólido-líquido, podendo ser interface instável ou estável. Neste trabalho serão assumidas, para a solidificação e fusão da água, no interior de tubos, interfaces macroscópicas estáveis.

1.5. A Molécula Água

Em função deste trabalho abordar a fusão e solidificação da água, faz-se necessário uma abordagem específica quanto ao tipo de ligação e arranjos estruturais da mesma. A água é composta de moléculas essencialmente covalentes, nas quais um átomo de Oxigênio divide um par de elétrons com cada dois átomos de Hidrogênio. Esta “união” covalente é realizada com uma distância $O - H$ de $0,96 \text{ \AA}$ e um ângulo de ligação HOH de 105° . Nas ligações do tipo covalente, quando os átomos “unidos” são de elementos diferentes, o elemento que é mais eletronegativo atrai a nuvem de elétrons de forma mais eficiente. Na água isto acontece, o átomo de oxigênio é mais eletronegativo que os átomos de Hidrogênio. Como resultado o átomo de Oxigênio adquire uma carga parcial negativa, e os átomos de Hidrogênio adquirem uma carga parcial posi-

tiva, ficando assim a molécula de água com características polares (molécula polar). Devido a estas características ocorre uma atração mútua entre moléculas de água vizinhas, onde os átomos de Hidrogênio, cargas parciais positivas, exercem atração sobre os átomos de Oxigênio (cargas parciais negativas) de outra molécula. Estas ligações intermoleculares recebem a denominação de Ligações de Hidrogênio ou Pontes de Hidrogênio, e mantêm a união de moléculas adjacentes na água líquida. Através destas uniões ocorre a formação de agregados moleculares, onde cada átomo de Oxigênio tende a cercar-se de átomos de Hidrogênio, e cada átomo de Hidrogênio tende a cercar-se de átomos de Oxigênio, sendo que, em valores médios, cada átomo de Oxigênio forma uma Ponte de Hidrogênio com dois átomos de Hidrogênio. A estrutura destes agregados é como que tecida de modo fechado, mas extremamente flexível, onde as moléculas de um dado agrupamento deslocam continuamente as suas posições relativas, e também se movem para outros agregados de forma aleatória, o que é uma característica da agitação térmica.

Estas ligações de Hidrogênio são mais fracas do que as ligações intramoleculares do tipo covalente, sendo que a distância intermolecular entre os átomos de Hidrogênio e de Oxigênio de duas moléculas de água é de $1,77 \text{ \AA}$, apreciavelmente maior do que a distância intramolecular entre os átomos de Hidrogênio e Oxigênio. São necessários cerca de $29,3 \text{ kJ}$ para quebrar todas as ligações de Hidrogênio de um mol de água, enquanto que a energia necessária para quebrar uma das ligações covalente $H-OH$, dentro da molécula de água, necessita-se de 460 kJ para cada mol de ligações covalentes.

Na medida que se diminui a temperatura da água líquida, abaixo da temperatura ambiental, a agitação térmica também diminui, aumentando a eficiência das ligações de Hidrogênio. A distância média entre moléculas também diminui e conseqüentemente há aumento na massa específica da água. Quando a temperatura da água atinge valores próximos a 4°C os agregados de moléculas começam a adquirir uma estrutura mais fixa e simétrica. Nesta situação cada átomo de Oxigênio fica tetraédricamente cercado por quatro átomos de Hidrogênio, e cada átomo de Hidrogênio por dois de Oxigênio. Nesta organização o arranjo de moléculas agregados é menos denso, com espaços relativamente largos separando as moléculas. Abaixo dos 4°C esta estrutura torna-se cada vez mais predominante a medida que se reduz a temperatura ocorrendo assim um diminuição da massa específica.

Com a diminuição da temperatura as forças que tendem a manter a organização do arranjo superam cada vez mais as forças decrescentes da energia cinética de translação das moléculas do líquido. Finalmente a 0°C , aproximadamente, ocorre a superação completa e a solidificação, onde a água adquire uma estrutura fixa formando uma rede cristalina molecular. Na estrutura cristalina o arranjo atômico permanece aquele registrado para a água líquida abaixo dos 4°C ,

tendo como diferença para as duas situações a estrutura cristalina molecular, onde a estrutura resultante é uma rede de “túneis” hexagonais. Estes hexágonos não são lisos, e sim enrugados, tendo consideráveis espaços vazios, tornando o sólido menos denso que o líquido.

Para a água, a transformação líquido-vapor exige a quebra das ligações de Hidrogênio, enquanto que para a transformação sólido-líquido existe uma reorganização molecular, e do ponto de vista energético sabe-se que para a realização da primeira necessita-se de uma parcela de maior energia.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. As Soluções Clássicas

2.1.1. Problema de Stefan

Stefan, J., 1891, foi um dos pioneiros na abordagem do problema de transferência de calor nos processos de fusão e solidificação de substâncias puras. Em sua abordagem a transferência de calor foi considerada unidirecional, desde uma superfície com temperatura superior a temperatura de fusão do MMF. Uma outra hipótese simplificadora utilizada por Stefan foi a de que a difusão seria o único mecanismo de transferência de calor atuante. Foi ignorada a possível interferência dos gradientes de massa específica e conseqüentemente o desequilíbrio entre as forças viscosas e de empuxo, que origina a convecção natural. Como conseqüência destas hipóteses simplificadoras tem-se que a morfologia da frente de mudança de fase mantém-se geometricamente plana, e idêntica nos processos de fusão e solidificação. A Fig. 2.1 descreve o modelo físico onde T representa a temperatura, x a coordenada espacial, t o tempo, δ a espessura de material fundido e $d\delta$ a evolução da fronteira de mudança de fase em um período de tempo Δt . Pode-se ainda observar o comportamento do perfil de temperatura $T(x,t)$.

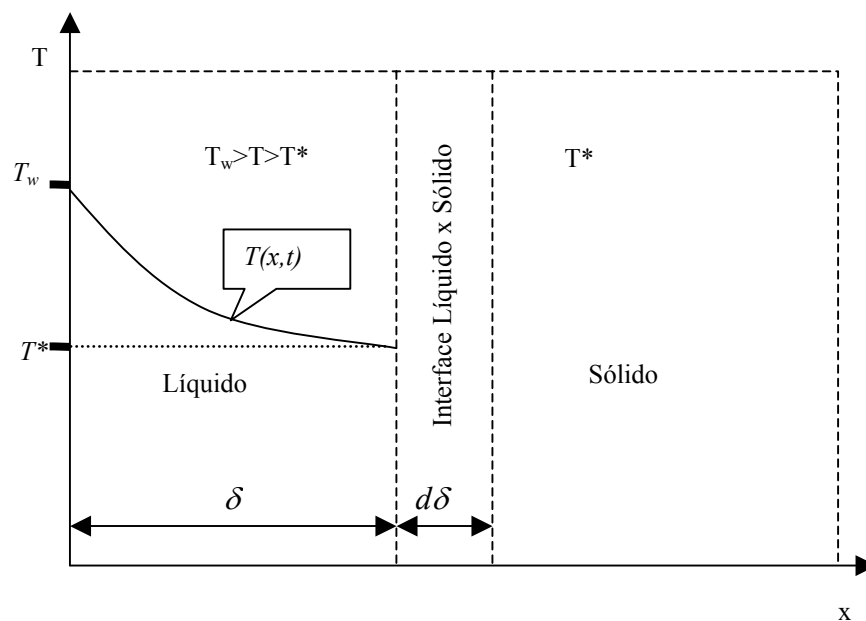


Fig. 2.1 - Modelo físico para o problema de Stefan em coordenadas cartesianas.

Nesta abordagem a condição inicial consiste em admitir que o domínio sólido encon-

tra-se na temperatura de fusão T^* permanecendo assim para qualquer período de tempo posterior, T_w é a temperatura na parede.

Como pode-se observar para a determinação da quantidade de material fundido é necessário conhecer a posição da fronteira de mudança de fase, obtendo-se assim a fração fundida e conseqüentemente as parcelas de energia sensível e latente doadas ou retiradas. Esta classe de problema apresenta um grau de dificuldade superior aos clássicos problemas atacados na transferência de calor, em virtude da não linearidade física proveniente do fato de existir uma fronteira livre que se movimenta no interior do domínio.

Para a solução do problema é necessária a resolução da equação governante, que em função das hipóteses simplificadoras torna-se a equação da difusão, que é escrita unidimensionalmente para a situação transiente da seguinte forma,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_l \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (2.1)$$

onde T representa a distribuição de temperatura na região líquida e α_l a difusividade térmica do líquido. Para a situação tratada tem-se como condição de contorno,

$$T = T_w \quad x = 0 \quad \forall t, \quad (2.2)$$

$$T = T^* \quad x = \delta \quad \forall t, \quad (2.3)$$

e condição inicial disposta a seguir,

$$T = T^* \quad t = 0 \quad \forall x. \quad (2.4)$$

Com a solução da equação governante tem-se a distribuição da temperatura no domínio líquido em regime transiente. Na região de mudança de fase a temperatura é constante, não existindo trocas sensíveis não sendo possível a aplicação da eq. (2.1) neste domínio.

A evolução da frente de fusão pode ser avaliada através do balanço de energia na região de interface sólido-líquido. A energia doada para a região líquida pode ser expressa como:

$$E_t = E_s + E_l, \quad (2.5)$$

onde E_t é a energia total doada a massa líquida enquanto que E_s e E_l representam a parcela de energia sensível e latente doadas ao sólido, respectivamente para a sua fusão e posterior aumento de temperatura. Ambas as parcelas são equacionadas como:

$$E_s = c_p \Delta T_m dm, \quad (2.6)$$

$$E_l = \lambda dm, \quad (2.7)$$

onde c_p representa o calor específico, dm representa a massa que muda de fase, que varia com o tempo, ΔT a diferença de temperatura na massa fundida, que não é constante, mas pode-se assumir como aproximação, sem comprometer a solução, um valor médio para este termo, representado por ΔT_m e λ a energia necessária para a mudança de fase (Calor Latente de fusão e solidificação).

A parcela de massa líquida é representada por:

$$dm = \rho_s A d\delta, \quad (2.8)$$

onde ρ_s representa a massa específica do sólido, A representa a área de face, por onde cruza a energia doada ao sólido, e $d\delta$ a evolução da fronteira de mudança de fase em um período de tempo.

Para os inúmeros MMF empregados nos processos de armazenamento de energia térmica na forma latente, a parcela de energia sensível envolvida normalmente é pouco relevante e na elaboração de projetos busca-se minimizar a sua existência. A relação entre as duas formas de energia é descrita pelo número de Stefan:

$$Ste = \frac{c_p (T_w - T^*)}{\lambda}. \quad (2.9)$$

Segundo Vielmo, 1993, para $Ste < 0,5$ a parcela sensível pode ser desconsiderada, sendo uma boa aproximação a utilização apenas da parcela de energia latente para avaliar a evolução da fronteira de mudança de fase. Nos sistemas de armazenamento de energia latente normalmente trabalha-se com $Ste \ll 0,5$, possibilitando a aplicação da hipótese simplificadora, ou seja, considerar apenas a parcela latente como atuante.

O balanço de energia na fronteira livre torna-se:

$$q'' dt = -k_l \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\delta} dt = \lambda \rho_s d\delta, \quad (2.10)$$

onde q'' representa o fluxo de calor, k_l é a condutividade térmica do líquido e $\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\delta}$ é o compor-

tamento do perfil de temperatura na fronteira de mudança de fase. A evolução da fronteira livre pode ser avaliada agora pela expressão dada a seguir,

$$\frac{d\delta}{dt} = - \frac{k_l}{\lambda \rho_s} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\delta}. \quad (2.11)$$

Observando as expressões matemáticas anteriores, pode-se notar que existe uma interdependência entre a evolução da frente de mudança de fase e o campo de temperatura na região líquida. Tem-se, assim, duas incógnitas e duas equações.

Para a determinação do campo de temperatura é necessária a obtenção da solução exata da equação da difusão transiente unidirecional. Isto pode ser realizado pelo clássico método da separação de variáveis ou pela transformação, da equação original, em uma equação diferencial ordinária através da utilização de uma variável de ligação η , definida como:

$$\eta = \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}. \quad (2.12)$$

Aplicando a variável de ligação tem-se para os termos da eq. (2.1),

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} = - \frac{x}{4t\sqrt{\alpha t}} \frac{\partial T}{\partial \eta}, \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{\alpha t}} \frac{\partial T}{\partial \eta}, \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{4\alpha t} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}, \quad (2.15)$$

assim, a equação da difusão eq. (2.1), torna-se:

$$\frac{d^2 T}{d\eta^2} = 2\eta \frac{dT}{d\eta}. \quad (2.16)$$

As condições de contorno para a nova situação, baseadas nas condições de contorno utilizadas para a equação original, são:

$$T(0) = T_w \quad x = 0 \quad \eta = 0, \quad (2.17)$$

$$T(\Omega) = T^* \quad x = \delta \quad \eta = \Omega = \frac{\delta(t)}{2\sqrt{\alpha t}}. \quad (2.18)$$

Da condição inicial tem-se,

$$T(\infty) = T^* \quad t = 0 \quad \eta = \infty. \quad (2.19)$$

A solução da equação diferencial é obtida por integração de forma simples, e está exposta em Incropera e de Witt, 1995, sendo,

$$T(\eta) = C_1 \int e^{-\eta^2} d\eta + C_2, \quad (2.20)$$

onde C_1 e C_2 são as constantes de integração obtidas com a aplicação da solução a uma situação conhecida e que são as condições de contorno obtidas para $x=0$ e $x=\delta$.

A solução final, obtida com a aplicação das constantes de integração, é,

$$T(\eta) = \frac{(T^* - T_w) \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta}{\int_0^\Omega e^{-\Omega^2} d\Omega} + T_w, \quad (2.21)$$

onde Ω está definida na eq. (2.18), e esta expressão pode ser rescrita com a função erro, $erf(x)$, quando multiplica-se e divide-se a expressão pela constante $2\pi^{1/2}$, assim,

$$T(\eta) = \frac{erf(\eta)(T^* - T_w)}{erf(\Omega)} + T_w, \quad (2.22)$$

sendo que a função $erf(\eta)$ encontra-se definida a qual assume os valores limites $erf(0)=0$ e $erf(\infty)=1$.

Com a solução acima, o perfil de temperatura fica estabelecido para uma determinada posição da fronteira de mudança de fase $\delta(t)$ em um período de tempo t .

Para a determinação da posição $\delta(t)$ deve-se solucionar a eq. (2.11), que escrita com a expressão da temperatura fica:

$$\frac{d\delta}{dt} = -\frac{2k_l(T^* - T_w)}{\sqrt{\pi}\lambda\rho_s erf(\Omega)} \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta \right]_{x=\delta(t)}, \quad (2.23)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = -\frac{k_l(T^* - T_w)e^{-\left(\frac{\delta(t)}{2\sqrt{\alpha t}}\right)^2}}{\lambda\rho_s \operatorname{erf}(\Omega)\sqrt{\alpha t\pi}}. \quad (2.24)$$

Utilizando agora a expressão da condição de contorno eq. (2.18) onde é definida a constante Ω tem-se,

$$\frac{d\delta}{dt} = \Omega\sqrt{\frac{\alpha}{t}}, \quad (2.25)$$

combinando as duas expressões anteriores eqs. (2.24) e (2.25) obtém-se:

$$\Omega = \frac{e^{-\Omega^2} Ste}{\operatorname{erf}(\Omega)\sqrt{\pi}}, \quad (2.26)$$

logo, a posição da frente será determinada por:

$$\delta(t) = 2\sqrt{\alpha t}\Omega. \quad (2.27)$$

A posição da frente de mudança de fase para cada período de tempo necessita da determinação da variável Ω da equação transcendental eq. (2.26). A obtenção de resultados para este modelo torna-se simples quando da utilização de um software matemático. A título de exemplo utilizou-se o software Mathcad para a obtenção de resultados para a fusão de um bloco de gelo submetido a $T_w=5^\circ\text{C}$, e utilizando a hipótese de substância pura, $T^*=0^\circ\text{C}$.

A energia doada ao domínio por unidade de área pode ser determinada pela equação de Fourier da condução de calor, aplicada na parede, em $x=0$,

$$q'' = -k_l \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0}, \quad (2.28)$$

e utilizando a eq. (2.22) que fornece o perfil de temperatura tem-se:

$$q'' = -\frac{k_l}{\sqrt{\pi\alpha t}} \frac{(T^* - T_w)}{\operatorname{erf}(\Omega)}, \quad (2.29)$$

e finalmente com o auxílio da eq.(2.26), podes-se escrever o fluxo de calor,

$$q'' = -\frac{k_l\Omega e^{-\Omega^2}}{\sqrt{\alpha t}} \frac{(T^* - T_w)}{Ste}. \quad (2.30)$$

A seguir nas Fig. 2.2, Fig. 2.3, Fig. 2.4 e Fig. 2.5, são apresentadas soluções para este problema.

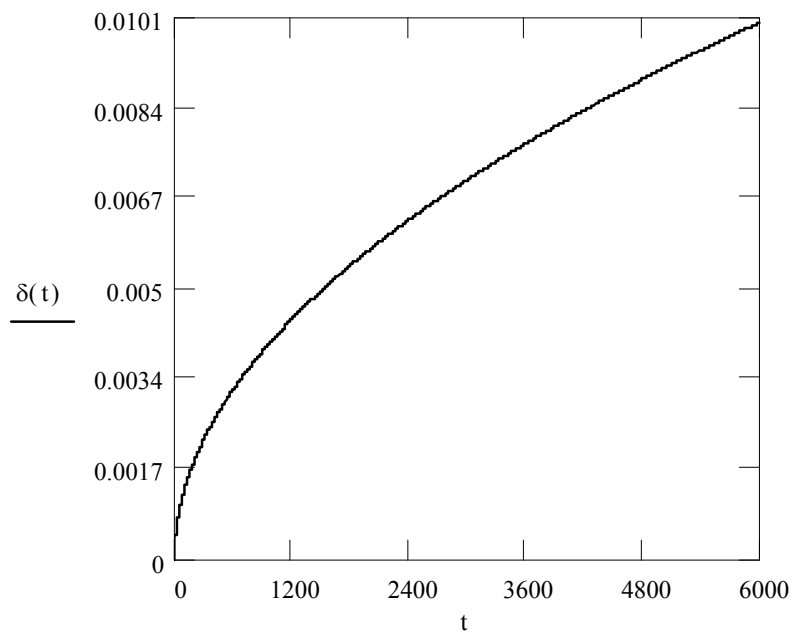


Fig. 2.2 – $T_w=5^\circ\text{C}$, $T^*=0^\circ\text{C}$, $Ste=0,0631$ e $\alpha=1,35 \times 10^{-7}$. Posição da fronteira de mudança de fase $\delta(m)$, em função do tempo $t(s)$, para uma situação difusiva pura.

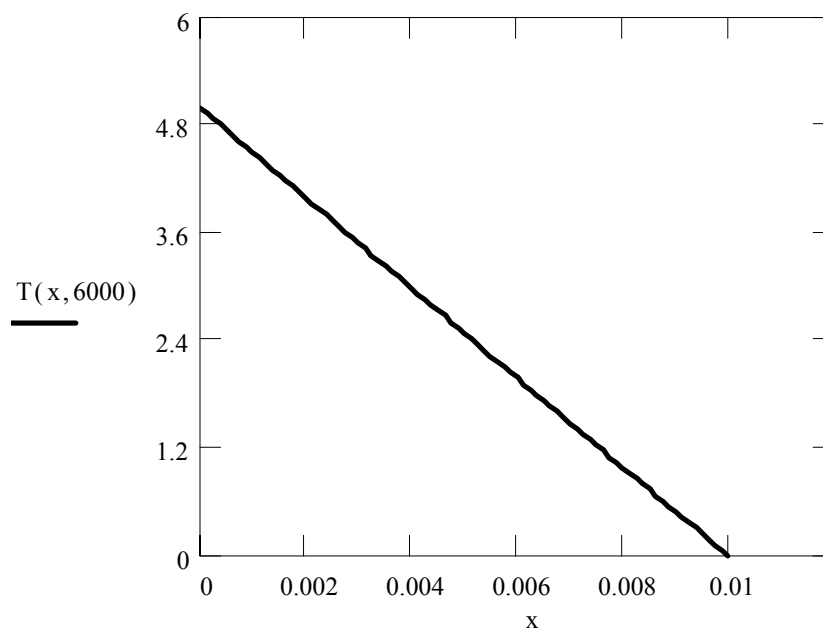


Fig. 2.3 – $T_w=5^\circ\text{C}$, $T^*=0^\circ\text{C}$, $t=6000$ s, $Ste=0,0631$ e $\alpha=1,35 \times 10^{-7}$. Perfil de temperatura na região líquida, $x(m)$.

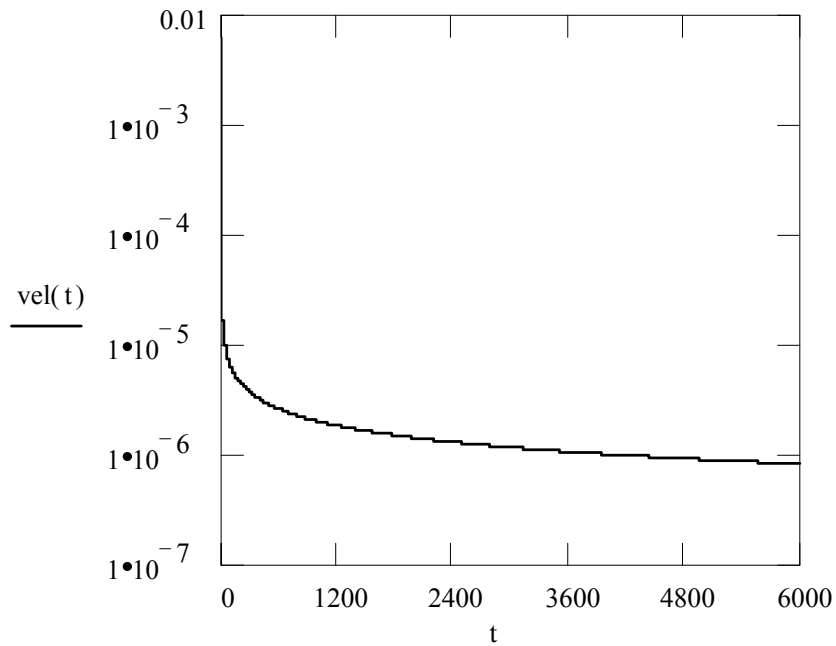


Fig. 2.4 – $T_w=5^\circ\text{C}$, $T^*=0^\circ\text{C}$, $Ste=0,0631$ e $\alpha=1,35 \cdot 10^{-7}$. Velocidade da fronteira de mudança de fase (m/s) em função do tempo, t (s).

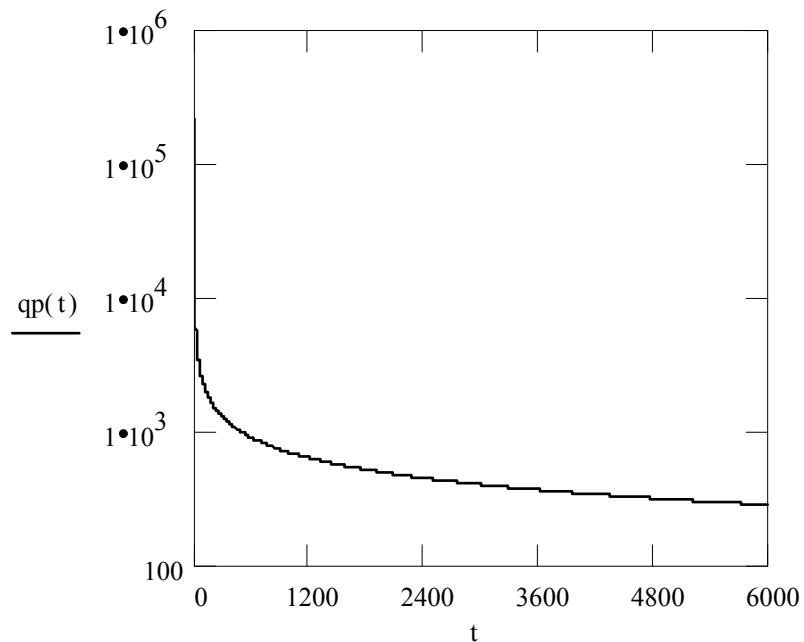


Fig. 2.5 - $T_w=5^\circ\text{C}$, $T^*=0^\circ\text{C}$, $Ste=0,0631$ e $\alpha=1,35 \cdot 10^{-7}$. Taxa de calor por unidade de área, q_p (W/m^2), na fronteira em $x=0$ (m), em função do tempo, t (s).

2.1.2. Problema de Neumann

O Problema de Neumann, 1860, é outra abordagem clássica da transferência de calor durante os processos fusão ou solidificação, assim como o problema de Stefan. Esta abordagem, mesmo sendo antecessora é mais evoluída, do ponto de vista técnico, que a abordagem proposta por Stefan. Ela não utiliza a condição inicial simplificadora no qual o domínio se encontra na temperatura de fusão no início do processo de fusão ou solidificação, sendo assim mais realista. Nesta abordagem clássica ocorre a transferência de calor em ambas as faces da fronteira de mudança de fase, líquido e sólido. O sentido do fluxo de energia depende do processo ser de fusão ou de solidificação. Do ponto de vista matemático, o problema de Neumann é mais extenso, mas com um grau de complexidade muito semelhante ao problema de Stefan.

Na Fig. 2.6 está disposto o modelo físico para o problema de Neumann onde T_{sup} representa a temperatura de super-resfriamento do sólido, $T_s(x,t)$ é o comportamento do perfil de temperatura na região sólida e $T_L(x,t)$ o comportamento do perfil de temperatura na região líquida.

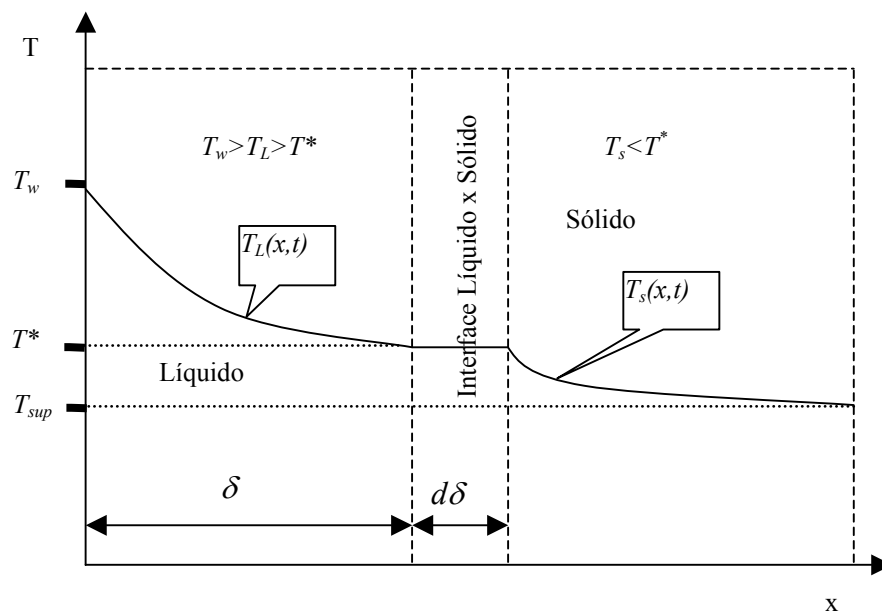


Fig. 2.6 – Modelo físico para o problema de Neumann.

Para a solução do problema de Neumann necessita-se conhecer os comportamentos dos perfis de temperatura nas regiões sólida e líquida, o que possibilitará a realização do balanço de energia na fronteira de mudança de fase. O procedimento adotado neste problema para a região de líquido é idêntico ao adotado no problema de Stefan, utilizando as mesmas equações. O perfil de temperatura na região líquida é dado pela eq. (2.22) e a posição da frente de mudança

de fase pela eq. (2.27), sendo esta expressão consequência direta da variável de ligação η na posição geométrica onde x assume o valor da posição $\delta(t)$, que indica a localização da fronteira de mudança de fase.

Fazendo o volume de controle em torno da fronteira de mudança de fase e aplicando o balanço de energia tem-se:

$$E_e - E_s = \frac{dE_{vc}}{dt}, \quad (2.31)$$

onde E_e representa a energia doada pelo líquido ao volume de controle, E_s representa a energia que sai do volume de controle em direção ao sólido, e que está a uma temperatura inferior e $\frac{dE_{vc}}{dt}$ representa a variação de energia no interior do volume de controle. Considerando apenas o mecanismo da condução, o balanço de energia pode ser rescrito,

$$-k_l \left. \frac{\partial T_L}{\partial x} \right|_{x=\delta} = \lambda \rho_s \frac{d\delta}{dt} - k_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial x} \right|_{x=\delta}. \quad (2.32)$$

O termo $\left. \frac{\partial T_L}{\partial x} \right|_{x=\delta}$, conhecido do problema de Stefan representa o comportamento do perfil de temperatura na região de líquido na fronteira de mudança de fase, k_s é a condutividade térmica do sólido e $\left. \frac{\partial T_s}{\partial x} \right|_{x=\delta}$ representa o comportamento do perfil de temperatura na região de sólido na fronteira de mudança de fase. O comportamento na região de líquido é determinado com o auxílio das conclusões obtidas no problema de Stefan, e o termo do lado esquerdo da eq. (2.32) é dado por:

$$\left. \frac{\partial T_L}{\partial x} \right|_{x=\delta} = \frac{(T^* - T_w) e^{-\left(\frac{\delta}{2\sqrt{\alpha t}}\right)^2}}{\operatorname{erf}\left(\frac{\delta}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \sqrt{\pi \alpha t}}. \quad (2.33)$$

Para o completo equacionamento do balanço de energia se faz necessário a determinação do perfil de temperatura, na região sólida, através da solução da equação da difusão, eq. (2.1), transformada na eq. (2.16), através da utilização da variável de ligação η , eq. (2.12), descrito no problema de Stefan.

A região sólida pode ser resolvida para a situação de sólido semi-infinito, que é uma

idealização adequada, pois as informações conhecidas se restringem a apenas uma superfície, juntamente com a condição inicial e a propagação da energia ocorre apenas em uma direção. As condições para esta situação tornam-se,

$$T = T^* \quad x = \delta \quad \eta_s = \Omega_s = \frac{\delta(t)}{2\sqrt{\alpha_s t}} \quad \forall t, \quad (2.34)$$

$$T = T_{sup} \quad t = 0 \quad \eta = \infty \quad \forall x. \quad (2.35)$$

A solução da equação transformada é dada pela eq. (2.20), aplicando as condições de contorno na solução tem-se para a região sólida,

$$T_s = (T^* - T_{sup}) \left(\frac{\text{erf}(\eta_s) - 1}{\text{erf}(\Omega_s) - 1} \right) + T_{sup}, \quad (2.36)$$

com a equação acima é possível determinar,

$$\left. \frac{\partial T_s}{\partial x} \right|_{x=\delta} = (T^* - T_{sup}) \frac{e^{-(\Omega_s)^2}}{\sqrt{\pi \alpha_s t}} \left(\frac{1}{\text{erf}(\Omega_s)} - 1 \right)^{-1}. \quad (2.37)$$

Aplicando as eqs.(2.37) e (2.33) na eq. (2.32), e considerando ρ_s e ρ_L como semelhantes, obtêm-se,

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{\sqrt{\alpha_L}}{\sqrt{t\pi}} \frac{Ste_L e^{-\Omega_L^2}}{\text{erf}(\Omega_L)} + \frac{\sqrt{\alpha_s}}{\sqrt{t\pi}} Ste_s e^{-\left(\Omega_L \frac{\sqrt{\alpha_L}}{\sqrt{\alpha_s}}\right)^2} \left(\frac{1}{\text{erf}\left(\Omega_L \frac{\sqrt{\alpha_L}}{\sqrt{\alpha_s}}\right)} - 1 \right)^{-1}, \quad (2.38)$$

onde,

$$Ste_L = \frac{c_{pL} (T_w - T^*)}{\lambda}, \quad (2.39)$$

$$Ste_s = \frac{c_{ps} (T^* - T_{sup})}{\lambda}. \quad (2.40)$$

Empregando a eq. (2.25) na eq.(2.38) obtêm-se a equação transcendental,

$$\Omega_L \sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\Omega_L) e^{\Omega_L^2} - Ste_L - \frac{Ste_s \operatorname{erf}(\Omega_L) e^{\Omega_L^2(1-\Gamma^2)}}{\Gamma \left(\frac{1}{\operatorname{erf}(\Omega_L \Gamma)} - 1 \right)} = 0, \quad (2.41)$$

onde,

$$\Gamma = \sqrt{\frac{\alpha_L}{\alpha_s}}. \quad (2.42)$$

Com a solução da eq. (2.41), determina-se a incógnita Ω_L . Aplicando Ω_L na eq. (2.27), que é reescrita abaixo, obtém-se a evolução da fronteira de mudança de fase para um determinado instante t ,

$$\delta(t) = 2\sqrt{\alpha t} \Omega_L.$$

A título de exemplo apresenta-se solução para a mesma situação apresentada para o problema de Stefan, com a temperatura inicial de super-resfriamento $T_{sup} = -4,5^\circ C$. A transferência de calor na parede pode ser determinada pelas eq. (2.29) e (2.30), expostas para o problema de Stefan. A parcela de energia trocada entre o líquido e a fronteira de mudança de fase é dada por:

$$q_L'' = -k_L \left. \frac{\partial T_L}{\partial x} \right|_{x=\delta} = -\frac{k_L (T^* - T_w) e^{-\Omega_L^2}}{\operatorname{erf}(\Omega_L) \sqrt{\pi \alpha_L t}}, \quad (2.43)$$

e a parcela de calor transferido da fronteira de mudança de fase para a região sólida é dada,

$$q_s'' = -k_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial x} \right|_{x=\delta} = -\frac{k_s (T^* - T_\infty) e^{-\Omega_s^2}}{\left(\frac{1}{\operatorname{erf}(\Omega_s)} - 1 \right) \sqrt{\pi \alpha_s t}}. \quad (2.44)$$

A seguir, desde a Fig. 2.7 até a Fig. 2.12 são apresentadas soluções para o comportamento da fronteira de mudança de fase, perfil de temperatura e as taxas de transferência de calor em $x=0$ e $x=\delta$. Comparando as Fig. 2.2 e Fig. 2.7 pode-se notar que frente de fusão na abordagem de Stefan possui um pequeno avanço, quando comparado com os resultados da abordagem de Neumann. Isto se deve a simplificação adotada para a condição inicial.

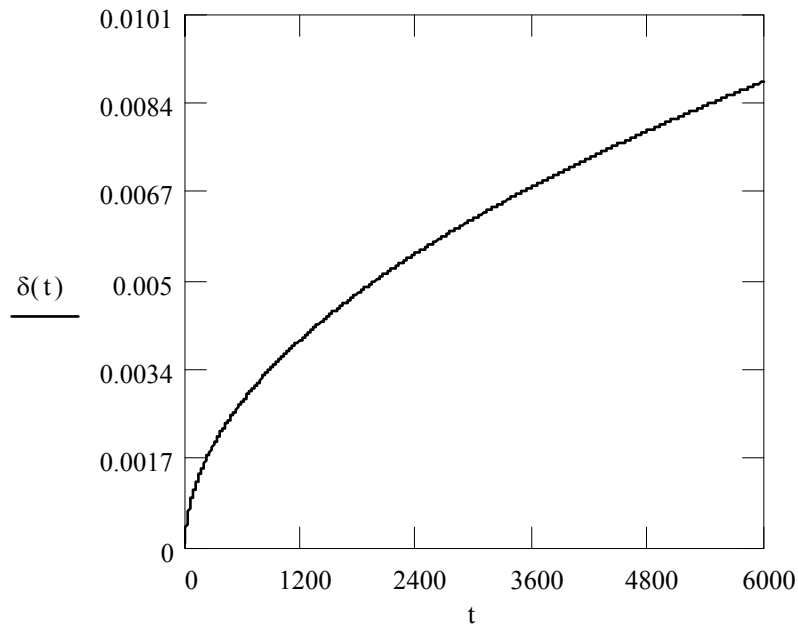


Fig. 2.7 – $T_w=5^\circ\text{C}$, $T^*=0^\circ\text{C}$, $T_{sup}=-4,5^\circ\text{C}$, $Ste_L=0,0631$, $Ste_s=0,027$, $\alpha_L=1,35 \times 10^{-7}$ e $\alpha_s=1,02 \times 10^{-6}$. Posição da fronteira de mudança de fase δ (m), em função do tempo t (s), para uma situação difusiva pura.

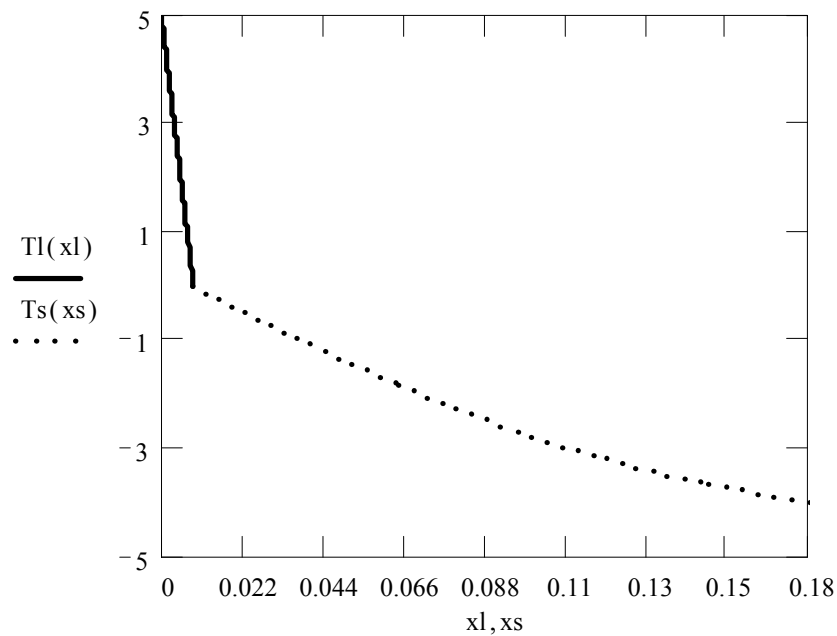


Fig. 2.8 – $T_w=5^\circ\text{C}$ e $T^*=0^\circ\text{C}$, $T_{sup}=-4,5^\circ\text{C}$, $t=6000$ s, $Ste_L=0,0631$, $Ste_s=0,027$, $\alpha_L=1,35 \times 10^{-7}$ e $\alpha_s=1,02 \times 10^{-6}$. Perfil de temperatura nas regiões líquida, x_L (m) e sólida, x_S (m).

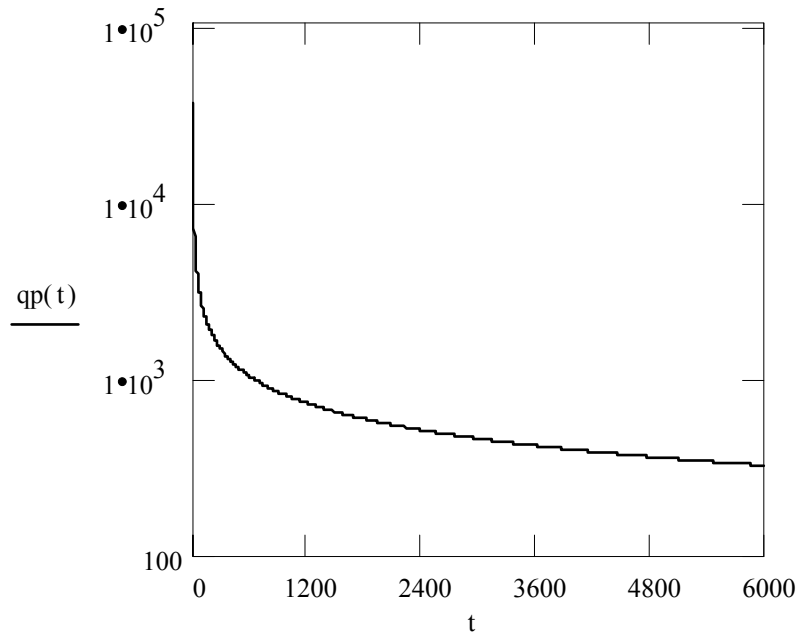


Fig. 2.9 - $T_w=5^\circ\text{C}$, $T^*=0^\circ\text{C}$, $T_{sup}=-4,5^\circ\text{C}$, $Ste_L=0,0631$, $Ste_s=0,027$, $\alpha_L=1,35 \times 10^{-7}$ e $\alpha_s=1,02 \times 10^{-6}$. Taxa de calor por unidade de área, q_p (W/m^2), na fronteira $x=0$ (m), em função do tempo, t (s).

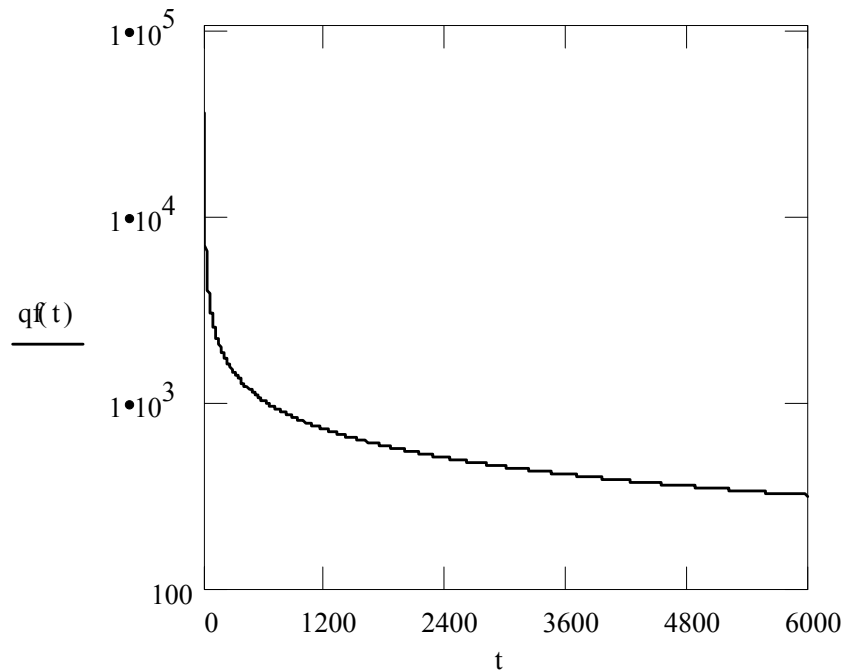


Fig. 2.10 - $T_w=5^\circ\text{C}$, $T^*=0^\circ\text{C}$, $T_{sup}=-4,5^\circ\text{C}$, $Ste_L=0,0631$, $Ste_s=0,027$, $\alpha_L=1,35 \times 10^{-7}$ e $\alpha_s=1,02 \times 10^{-6}$. Taxa de calor por unidade de área, q_f (W/m^2), na fronteira móvel, $x=\delta$ (m), doado pelo líquido, em função do tempo, t (s).

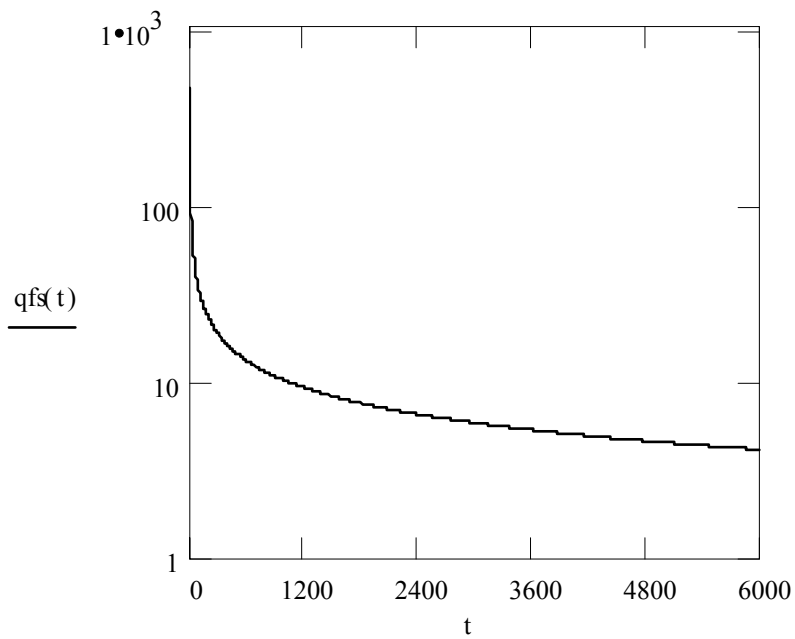


Fig. 2.11 - $T_w=5^\circ\text{C}$, $T^*=0^\circ\text{C}$, $T_{sup}=-4,5^\circ\text{C}$, $Ste_L=0,0631$, $Ste_s=0,027$, $\alpha_L=1,35 \times 10^{-7}$ e $\alpha_s=1,02 \times 10^{-6}$. Taxa de calor por unidade de área, q_{fs} (W/m^2), doado pela região de mudança de fase ao sólido em $x=\delta$ (m), em função do tempo, t (s).

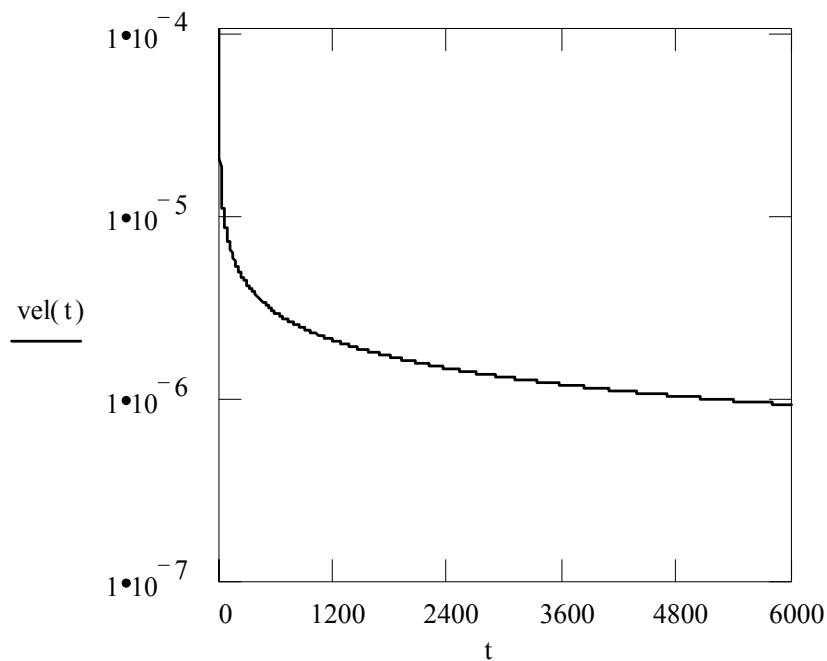


Fig. 2.12 - $T_w=5^\circ\text{C}$, $T^*=0^\circ\text{C}$, $T_{sup}=-4,5^\circ\text{C}$, $Ste_L=0,0631$, $Ste_s=0,027$, $\alpha_L=1,35 \times 10^{-7}$ e $\alpha_s=1,02 \times 10^{-6}$. Velocidade da fronteira de mudança de fase (m/s) em função do tempo, t (s).

2.2. As Investigações Mais Recentes

Problemas envolvendo mudança de fase têm sido abordados pela literatura técnica devido a sua importância em muitos campos da engenharia e da ciência, como já citado. Sabe-se que o conhecimento do mecanismo de troca térmica é importante no desenvolvimento de projetos otimizados, de dispositivos que utilizam os processos de mudança de fase para atingirem seus objetivos. Inúmeros trabalhos publicados nos últimos anos dedicam-se ao estudo da transferência de calor em bancos de gelo objetivando o aprimoramento dos conhecimentos associados a fusão e a solidificação de um MMF tanto nos sistemas em que o fenômeno ocorre externamente a tubos como naqueles em que o MMF está enclausurado. Coexistem duas abordagens clássicas na literatura. A primeira analisa o escoamento do fluido externo, empregado como veículo térmico na “carga” e “descarga” do sistema de armazenamento e se dá através de simulações ou medições das variações da quantidade de energia associada ao fluxo, utilizando alguma técnica simplificada para atacar a transferência de calor para ou do MMF. A segunda classe de trabalhos dedica-se ao mecanismo da mudança de fase do MMF utilizando condições de contorno geralmente de primeira espécie. Nesta classe de trabalhos pode-se fazer uma subdivisão entre aqueles que atacam a mudança de fase ocorrendo externamente, principalmente em tubos, daqueles que atacam a mudança de fase interna, MMF enclausurado. Esta classe de trabalho busca identificar, tanto nos trabalhos numéricos como nos experimentais, a localização da fronteira da mudança de fase e os gradientes de temperatura e velocidade na forma transiente, a fim de quantificar a energia doada ou retirada do MMF. Também é de interesse a identificação do mecanismo dominante da transferência de calor.

Neste item do trabalho é realizada uma apresentação em ordem cronológica crescente, por assunto, dos principais trabalhos científicos relacionados ao tema. Os trabalhos que serão citados tratam dos seguintes assuntos: transferência de calor entre tubos concêntricos, fusão externa, fusão interna e aqueles que enfocam o super-resfriamento durante a solidificação (metaestabilidade).

No estudo da transferência de calor entre tubos concêntricos pode-se citar inicialmente Kuehn e Goldstein, 1976 e 1978, que apresentam soluções experimental e numérica para o problema da transferência de calor para Rayleigh (Ra) desde $2,11 \times 10^4$ até $9,76 \times 10^5$. Dados experimentais são mostrados para cilindros dispostos excêntricos, com Ra desde $2,2 \times 10^2$ até $7,7 \times 10^7$. Apresentam uma discussão com referência ao surgimento da convecção turbulenta e equações de correlação para Nusselt e para a condutividade equivalente, k_{eq} . O fluido de trabalho para a obtenção dos resultados foi o ar.

Na mesma linha, Vasseur, Robillard e Shekar, 1983, simularam a transferência de energia entre cilindros concêntricos para a água, com Ra desde 2×10^3 até $7,6 \times 10^4$. O efeito da inversão na massa específica foi considerado, sendo a sua variação ajustada através de polinômios, resultados referentes as isolinhas de temperatura, linhas de corrente e o Nusselt local são apresentados.

Como trabalhos que tratam da fusão ocorrendo externamente a tubos pode-se citar inicialmente o trabalho Sparrow, Patankar e Ramadhyany, 1977, onde foi simulada a fusão de um sal na presença da convecção natural externamente a um tubo disposto verticalmente, sendo este trabalho um dos pioneiros a avaliar a influência da convecção nos processos de fusão. A aproximação de Boussinesq foi utilizada no tratamento da massa específica do líquido nas equações governantes. As soluções apresentadas foram obtidas com a utilização do método das diferenças finitas, com aplicação do esquema implícito. Os autores apresentam soluções para o perfil de temperatura, taxa de transferência de calor, linhas de corrente e posição da fronteira de mudança de fase. Comparações com soluções obtidas considerando o fenômeno difusivo puro também são apresentadas e discutidas.

Bathelt, Viskanta e Leidenfrost, 1979, apresentam um trabalho experimental tendo como objetivo determinar as características da convecção natural nos problemas envolvendo fusão durante a carga de armazenadores de energia latente. Para a determinação das características os autores fotografaram e realizaram medições de temperatura durante a solidificação do MMF, parafina neste caso, ocorrendo externamente a tubos dispostos horizontalmente em duas configurações com três tubos. Como resultado os autores conseguiram determinar o comportamento da fronteira de mudança de fase e avaliações sobre a influência da convecção natural no processo também puderam ser comprovadas. O Nusselt local e médio para as configurações testadas também foram avaliados durante a evolução da região sólida.

Ho e Chen, 1986, apresentaram um trabalho que se enquadra nesta classe de problemas (fusão externa), um tubo circundado de sólido. Os autores adotaram a água como MMF. As hipóteses simplificadoras adotadas são semelhantes àquelas adotadas em outros trabalhos já citados, ou seja, geometria bidimensional, laminar e fluido incompressível. Com exceção da massa específica as demais propriedades foram consideradas constantes com a temperatura, tornando as equações governantes lineares. As equações governantes normalizadas foram escritas em função da vorticidade, do perfil de temperatura adimensional e da função corrente. O tratamento do comportamento anormal da massa específica da água foi aproximado por uma função exponencial. Para a solução das equações governantes acopladas foi utilizada a aproximação por diferenças finitas para frente nos termos temporais e diferenças finitas centrais nos termos espaciais,

para os termos advectivos o *Upwind* foi utilizado. O esquema ADI foi utilizado para a tridiagonalização e a solução foi obtida com o algoritmo de Thomas (TDMA). Os autores apresentam soluções gráficas onde as isotermas e linhas de corrente podem ser visualizadas para diversas situações de Stefan e diferentes tempos adimensionais. Nas soluções gráficas pode-se observar claramente a atuação da convecção natural a partir de um certo período, bem como a influência da inversão da massa específica. As soluções apresentadas têm um aspecto gráfico, no início da solução, semelhante aos trabalhos já citados para a transferência de calor entre tubos concêntricos. Uma comparação com resultados experimentais, fotografias, é apresentada onde pode-se observar qualitativamente a concordância entre ambos.

Zhang e Faghri, 1995, desenvolveram semianaliticamente a solução transiente para o processo de fusão externo, com escoamento de fluido ocorrendo internamente, em tubos. Resultados foram obtidos através da solução da equação da energia unidimensional, usando o método da aproximação integral e considerando o processo difusivo puro na região ocupada pelo MMF. Na região interna o processo foi considerado ocorrendo em regime permanente e os mecanismos de transferência de calor atuante advectivo-difusivo. O regime de escoamento laminar completamente desenvolvido foi considerado na região em estudo. A relação entre as temperaturas nas duas superfícies da parede da tubulação foi obtida pelo balanço energético. Os autores apresentam resultados e comparações para a fronteira de mudança de fase, ao longo da posição axial para diversos tempos adimensionais e números de *Peclet*. Os números de Nusselt local ao longo das posições axiais também são apresentados. Os autores apresentam algumas conclusões óbvias como a que o processo de transferência de calor não atinge o estado de completamente desenvolvido e que o número de Nusselt não pode ser calculado sem erros usando as correlações para a região de entrada.

Na mesma linha de trabalho que o artigo anterior Yeh e Ho, 1996, e Ho, Yeh e Wang, 1998, apresentam dois trabalhos semelhantes onde o processo de fusão de gelo é tratado semianaliticamente através da solução da equação da difusão unidimensional transiente. No primeiro trabalho o problema resolvido consiste de uma barra de gelo disposta horizontalmente e submetida a um fluxo de ar em uma de suas superfícies, caracterizando uma condição de contorno de terceira espécie. Para o tratamento da interface ar sólido os autores adotaram uma expressão do número de Nusselt, apresentada na bibliografia básica de transferência de calor e indicada para a camada limite mista sobre placas planas. No segundo artigo o problema resolvido consiste de um sólido, gelo, semi-infinito, com sua face esquerda submetida a uma condição de contorno de segunda espécie. Em ambos os trabalhos o tratamento matemático das equações é semelhante. A solução é obtida através da integração da equação da energia ao longo das regiões sólida e

líquida. Com a aplicação das condições de contorno foram obtidas expressões algébricas tornando possível a determinação da espessura da região fundida e a taxa de transferência de calor para diversas situações. Soluções neste sentido são apresentadas.

Benta, Jesus e Moura, 2000, apresentam um estudo numérico experimental sobre a solidificação da água externamente a tubos. Neste trabalho os autores comparam os resultados numéricos obtidos com a técnica de imobilização da fronteira, com valores obtidos experimentalmente em um dispositivo constituído de um tubo submerso em água em um tanque de acrílico, isolado termicamente, com o Etanol a baixa temperatura sendo usado como fluido secundário. O comportamento da fronteira de mudança de fase foi observado e registrado através de fotografias. Os efeitos da variação da temperatura do fluido secundário e do número de Reynolds do escoamento deste fluido, sobre a espessura de solidificação em relação ao tempo são apresentados graficamente. As conclusões obtidas pelos autores foram que a temperatura do fluido secundário tem influência relevante, enquanto que o número de Reynolds tem pouca interferência. As espessuras medidas não foram uniformes sendo, as espessuras na parte superior do tubo maiores que as inferiores, esta diferença é creditada a existência da convecção livre no tanque, efeito este desconsiderado na simulação numérica.

Em dois trabalhos contínuos Abugderah e Ismail, 2000, investigaram numericamente a solidificação externa a tubos dispostos verticalmente e pertencentes a um armazenador de calor latente *Shell and Tube*. A simulação foi realizada utilizando a técnica de Volumes Finitos para a discretização das equações as quais foram escritas na formulação em entalpia (método da entalpia). Neste trabalho os autores resolveram as equações da energia para os três ambientes distintos, fluxo interno, parede das tubulações e o MMF que neste caso é água. Apresentam resultados referentes à distribuição de temperatura no domínio bem como o comportamento da fronteira de mudança de fase nas direções axial e radial, em função do número de Reynolds, número Stefan e materiais utilizados na tubulação. No artigo mais recente, os autores apresentam ainda resultados referentes à energia latente e sensível acumulada ao longo dos tubos, em função dos parâmetros adimensionais número de Reynolds, Stefan e do parâmetro dimensional diâmetro. O modelamento neste trabalho não considera os efeitos convectivos nem a variação das propriedades físicas dos materiais que compõem o domínio, água nas fases sólida e líquida, parede do tubo e fluido secundário.

Ismail, Henriquez, Moura e Ganzarolli, 2000, apresentam o desenvolvimento de um modelo e a solução numérica para a solidificação radial externa a tubos aletados dispostos horizontalmente submetidos a uma condição de contorno de primeira espécie. O modelo é baseado na condução pura e no método da entalpia. As equações governantes são aproximadas pelo mé-

todo das diferenças finitas associado a um esquema implícito. São apresentados resultados referentes à fração de massa solidificada em função do tempo para diversos números e espessuras de aletas, relação entre os diâmetros das aletas e da tubulação, temperatura da parede, e ainda em função de vários materiais utilizados na construção de aletas. A posição da fronteira de mudança de fase ao longo das posições axiais para diversos períodos também é apresentada.

Stampa, Nieckele e Braga, 2002, desenvolveram um estudo numérico da solidificação da água no lado externo de um tubo vertical. Neste trabalho os autores consideraram a inversão da massa específica da água. O comportamento das isothermas e linhas de corrente em tempos específicos foi apresentado. O transiente das energias sensível e latente, do fluxo de calor médio adimensional, e da fração de massa solidificada, também são apresentados.

Entre os trabalhos que tratam da fusão ocorrendo internamente pode-se citar Saitoh e Hirose, 1982, que apresentam soluções numéricas para a fusão e solidificação em cápsulas cilíndricas dispostas horizontalmente, mantendo o sólido fixo no centro, com elevados números de Ra (3×10^6). Utilizaram parafina e água como MMF submetidos a condições de contorno de primeira espécie. As soluções foram desenvolvidas considerando a existência da convecção natural. Diferenças finitas com formulação explícita foram utilizadas para desenvolver as simulações. Em função das malhas grosseiras adotadas (14×14 e 18×14) foi necessária a utilização de técnicas de suavização nas soluções para diminuir a instabilidade numérica, característica desta classe de problema. Soluções para as funções de corrente, isothermas, fração de energia armazenada, geometria e comportamento da fronteira de mudança de fase em função do tempo são apresentadas, discutidas e comparadas com outros autores. Nas comparações pode-se observar a existência de divergências nas soluções.

Rieger, Projahn, Bareiss e Beer, 1983 investigaram numericamente e experimentalmente o processo de fusão no interior de tubos dispostos horizontalmente para Ra de 10^5 a 10^6 . O sólido foi mantido fixo no centro do tubo e este submetido à condição de contorno de primeira espécie. A principal motivação apresentada pelos autores para a realização do trabalho está na divergência apresentada nas soluções apresentadas por Saitoh e Hirose, 1982, e as obtidas pelos autores. Os resultados experimentais foram obtidos utilizando como MMF a parafina $C_{18}H_{38}$. Para a obtenção dos resultados numéricos foi utilizado um modelamento, bidimensional, onde todas as propriedades foram consideradas constantes com exceção da massa específica. Para o tratamento das forças de empuxo utilizou-se a aproximação de Boussinesq. As equações foram aproximadas e discretizadas utilizando diferenças centrais com o método de evolução temporal totalmente implícito. A malha adotada foi de 21×30 . Os autores apresentam e comparam as soluções obtidas numericamente e experimentalmente para as isothermas, linhas de corrente e posição

da fronteira de mudança de fase, com soluções obtidas por outros autores e dispostos na literatura até aquele período. Pode-se observar a divergência em relação a outros autores e a convergência entre as soluções numéricas e experimentais apresentadas pelos autores. As justificativas para as divergências segundo os autores são devido à utilização, por outros autores, de malhas grossas e a influência das estabilizações forçadas no algoritmo numérico (técnicas de suavização). Soluções para o Nusselt local para diversos tempos adimensionais são apresentadas e excelentes comparações entre resultados numéricos e experimentais (fotografias da região sólida e líquida) são apresentadas.

Ho e Viskanta, 1984, apresentam resultados experimentais e numéricos para a fusão no interior de tubos horizontais. Segundo os autores a justificativa do trabalho está na discrepância entre os resultados apresentados na literatura e ainda no fato destes resultados serem limitados e insuficientes. No trabalho é apresentada uma excelente revisão bibliográfica onde são discutidas e apontadas as falhas dos trabalhos até então publicados. O objetivo deste trabalho está na obtenção de informações experimentais da posição da interface juntamente com a taxa de transferência de calor local, que são dados essenciais para a simulação de um sistema de armazenamento de energia latente. Os resultados apresentados utilizaram como MMF a parafina $CH_3(CH_2)_{16}CH_3$ ou $C_{18}H_{38}$. Na simulação numérica foi assumido: fluido Newtoniano incompressível, propriedades termofísicas constantes com a temperatura e a aproximação de Boussinesq foi considerada. As soluções foram obtidas utilizando diferenças finitas empregando o procedimento *ADI* para tridiagonalizar o sistema de equações governantes e o TDMA foi empregado para solucionar o sistema de equações resultantes. Para a avaliação do comportamento da fronteira de mudança de fase os autores apresentam diagramas obtidos a partir de fotografias da região sólida, em diversos tempos, o que possibilitou a determinação do volume fundido em função do tempo. Discussões referentes ao comportamento do MMF durante a fusão também são apresentadas. A correlação de Nusselt local com Rayleigh ($Nu/Ra^{1/4}$), normalmente apresentada na literatura nos problemas envolvendo convecção livre, é mostrada para diversos tempos dimensionais, números de Stefan e parâmetros de super-resfriamento. Correlações empíricas para a fração do volume fundido e do Nusselt médio também são apresentadas. Como nos demais artigos ficou evidente que inicialmente o processo de transferência de calor é dominado inicialmente pelo processo difusivo e a partir de um determinado período a convecção começa a agir e a sua importância na transferência de calor se intensifica com o passar do tempo. Nas comparações qualitativas entre os resultados numérico e experimental obtidos pelos autores verifica-se uma boa concordância apenas nas situações onde o processo é difusivo puro. Já nas comparações quantitativas observa-se um distanciamento entre as soluções continuando a existir a discrepância entre os

resultados.

O trabalho de Rieger e Beer, 1986, foi um dos primeiros estudos experimentais e numéricos sobre mudança de fase, utilizando como MMF a água no interior de tubos. O movimento do sólido foi evitado mantendo-o fixo no centro do tubo. Este trabalho tem um enfoque direcionado à influência da convecção natural sobre a transferência de calor, considerando o relacionamento não linear da massa específica com a temperatura em situações acima e abaixo dos 4°C . Para a realização da simulação numérica o fluido foi considerado Newtoniano com as propriedades termofísicas constantes, com exceção da massa específica que teve o seu comportamento descrito por um polinômio considerando a aproximação de Boussinesq válida. As condições de contorno utilizadas foram as de primeira espécie e como condição inicial considerou-se todo o domínio na temperatura de fusão (problema de Stefan). O esquema numérico adotado para discretizar as equações governantes foi diferenças centrais de segunda ordem no espaço, diferenças finitas atrasadas para discretizar os termos temporais. A fronteira de mudança de fase e seu comportamento podem ser visualizados através das linhas de fluxo e isoterms, que são apresentadas para diversas temperaturas de parede e dois diâmetros. Os resultados apresentados são comparados com fotografias da solução experimental. Gráficos comparativos das soluções numérica e experimental, contra uma solução que considera o processo de transferência de calor como difusivo puro, para a posição da frente de mudança de fase em várias posições angulares, também são apresentadas. Comparativos semelhantes são apresentados para a fração de massa fundida e o Nusselt médio em função do tempo adimensional. Pode-se observar a influência das condições de contorno sobre a geometria da fronteira de mudança de fase.

Hirato e Nishida, 1989, apresentam um artigo onde tratam experimentalmente o processo de fusão de um MMF, parafina $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16}\text{CH}_3$ com 99% de pureza, fixo no centro de um tubo. Os resultados foram obtidos para uma faixa de números de Rayleigh considerados elevados $9,62 \times 10^6 \leq Ra \leq 7,97 \times 10^7$. Novamente pode-se observar através do comportamento geométrico da região sólida durante a ocorrência do processo que a convecção natural é atuante e predomina a partir de um determinado instante. Baseado nas expressões empíricas, para tubos concêntricos, do Nusselt escrito em função dos diâmetros externo e interno propostas por Kuehn e Goldstein, 1976 e 1978, os autores apresentam expressão para a condutividade equivalente (k_{eq}) desprezando os efeitos da convecção natural. Comparações dos resultados desta correlação com os resultados para a convecção entre tubos concêntricos são apresentadas. A fração de massa fundida em relação ao tempo obtidas experimentalmente pelos autores é comparada com o processo difusivo puro e com valores disponíveis na literatura para os regimes laminar e turbulento. Uma das principais conclusões obtidas dos resultados expostos para a taxa de transferência de calor, em rela-

ção ao tempo adimensional, é que para o $Ra < 10^5$ os resultados experimentais coincidem com o processo difusivo puro.

Cao, Faghri e Juhasz, 1991, apresentam um artigo onde simulam dois problemas distintos de fusão interna a tubos. O primeiro consiste de dois tubos concêntricos, horizontalmente colocados, com o MMF preenchendo o tubo de menor diâmetro e no espaço anular entre os dois tubos circula o fluido utilizado como veículo térmico. O segundo problema consiste de três tubos concêntricos, também na horizontal, sendo que o MMF é enclausurado no espaço anular entre os tubos de menor diâmetro, e o fluxo do fluido secundário ocorre nos demais espaços em contracorrente. As equações da quantidade de movimento adimensionalizadas foram resolvidas para uma situação bidimensional desconsiderando a existência das forças de campo. Na equação da energia resolvida, os autores utilizaram o modelo da temperatura modificada que em outros trabalhos recebeu a denominação de temperatura de Kirchhoff e as propriedades termofísicas foram consideradas constantes com a temperatura. O domínio para o qual o problema foi solucionado envolveu o MMF, as paredes da tubulação e o fluido utilizado como veículo térmico. Para a solução das equações foi empregado o método dos Volumes Finitos utilizando o SIMPLE para o acoplamento pressão velocidade. Nas interfaces, parede-fluido e parede-MMF, foi utilizada a média harmônica para tratar a condutividade térmica. O TDMA foi utilizado em cada passo de tempo. Como resultados os autores apresentam a evolução da fronteira de mudança de fase, a distribuição de velocidade e o perfil de temperatura em todo o domínio, e a energia armazenada para diversos períodos. Como conclusão os autores afirmam que o processo de armazenamento é mais eficiente na segunda configuração.

Arnold, 1990, 1991 e 1994, desenvolveu trabalhos numéricos e experimentais para avaliar a taxa de transferência de calor durante a solidificação e a fusão do MMF, em armazenadores de calor latente dispostos vertical e horizontalmente. Estes são formados por camadas de cápsulas contendo água, banhadas por uma solução de água e Etileno Glicol. Através de medições de temperatura na solução e no interior de algumas cápsulas foi possível avaliar a taxa de transferência de calor. Um modelo dinâmico para simular bancos de gelo e analisar o processo físico da fusão e da solidificação foi sugerido. A determinação da taxa de transferência de calor das ou para as cápsulas é feita pela quantificação da fração de líquido ou sólido existente no interior das cápsulas, e o valor da energia latente do MMF. A interferência do super-resfriamento na transferência de calor no banco de gelo também é abordada.

Nóbrega e Braga, 1996, que simularam a recuperação da energia latente utilizando um modelo teórico, avaliando a interferência da geometria das cápsulas. A energia a ser retirada do MMF foi transformada em um termo fonte no interior das equações e do modelo matemático.

Neste trabalho os autores resolveram o fluxo do fluido secundário sem preocupação com o fenômeno da solidificação. A transferência de calor para o MMF foi tratada como difusiva pura. O MMF utilizado foi um Penta-Hidrato. Os autores apresentam resultados referentes ao aumento do volume do MMF e aumento do número de tubos. Para ambas as situações os autores avaliam o tempo para descarregar o sistema, a duração do patamar de temperatura inicial e a duração do patamar de regime permanente.

Tsai e Hwang, 1998, investigaram experimental e numericamente o efeito da variação da massa específica da água durante um escoamento laminar no interior de dutos. As paredes dos dutos foram mantidas abaixo da temperatura de fusão da água, promovendo a solidificação durante o escoamento. Os autores não descrevem com detalhes o aparato experimental utilizado para a visualização da morfologia da mudança de fase e dos escoamentos secundários. O elemento indicador utilizado pelos autores para a visualização foi o Mercúrio Cromo. O tratamento numérico não é apresentado, mas os autores citam referências onde os métodos são apresentados e discutidos. Soluções numéricas e fotografias da evolução da região sólida, no experimento, são apresentadas e comparadas. A interferência do processo convectivo no mecanismo de transferência de calor pode ser observada e avaliada. Os escoamentos secundários podem ser observados, além da excentricidade entre a região líquida e a parede da tubulação, originada pelos escoamentos secundários, devido aos gradientes de massa específica. Comparações com as soluções existentes na literatura também são apresentadas para a taxa de transferência de calor ao longo da tubulação.

Milón e Braga, 2000, investigaram o desempenho térmico de sistemas de armazenamento de energia latente em geometrias esféricas utilizando como MMF a água. Para isto construíram um dispositivo no qual circularam uma mistura de Álcool-Água como veículo térmico, efetuando medições de temperatura e fluxo, bem como medições de temperatura no interior da esfera. Com isto controlaram as condições de fluxo e avaliaram o comportamento do transiente térmico do MMF quando da alteração da temperatura do banho, possibilitando a visualização da ocorrência do super-resfriamento. A posição da fronteira de mudança de fase também pode ser detectada juntamente com o comportamento da potência térmica para as diversas situações de ensaio. Os autores concluíram que com a diminuição da temperatura do fluido secundário a possibilidade da ocorrência do super-resfriamento é minimizada. O super-resfriamento pode ainda reduzir a capacidade de armazenamento. Os autores apresentam conclusão referente ao aumento do volume de armazenamento, esferas com diâmetros maiores tem maior resistência a retirada de energia, mas os resultados apresentados no trabalho são válidos para apenas um diâmetro.

Scalon, Padilha e Ismail, 2000, simulam através da técnica de elementos finitos a fu-

são de um MMF em uma cavidade anular. Neste trabalho os autores avaliam a contribuição da convecção natural na solução através da comparação com uma solução onde foi assumido o processo puramente difusivo. A influência da razão entre os raios da cavidade sobre o processo de mudança de fase também é discutido chegando a conclusão que do ponto de vista térmico é aconselhável a utilização de diâmetros menores para que a fusão completa ocorra em tempos menores.

Rocha e Nieckele, 2002, simulam através da técnica de volumes finitos, o processo de solidificação de um metal puro no interior de uma cavidade fechada, bidimensional cartesiana, sob influência da convecção natural turbulenta. A influência do regime turbulento na cinética do processo de solidificação foi avaliada. A influência do número de Rayleigh nos campos de temperatura, velocidade, energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação também foi investigada. Resultados para a posição da fronteira de mudança de fase são apresentados

Alguns trabalhos nesta subclasse (fusão interna) consideram o sólido livre no interior do duto e entre estes trabalhos pode-se citar Bareiss e Beer, 1984, que apresentam uma solução analítica e experimental para o problema considerado utilizando como MMF a parafina $C_{18}H_{38}$ e o P-xylene C_9H_{10} . Neste trabalho o sólido foi considerado livre, a mercê das forças de empuxo. Através da observação da evolução da fronteira de mudança de fase por fotografias, observou-se que o processo de fusão para estes MMF não ocorreu em sua totalidade na parte superior do tubo. Através da fixação de um sinalizador na superfície superior do sólido, comprovou-se que o processo de transferência de calor, e conseqüentemente a fusão, são mais intensos na região de contato entre o sólido e a parede, permitindo assim ao sólido manter uma geometria na forma de um arco circular durante todo o processo na face superior. Na região de contato entre o sólido e a parede do tubo existe um “canal” por onde escoam a massa líquida, oriunda da fusão do sólido, em direção às extremidades onde está a região de líquido. A energia do escoamento provém da pressão exercida pelo sólido em função das diferenças de massa específica. São apresentados resultados comparativos entre as espessuras de sólido fundidos na região parede líquido, onde predomina a convecção, e a região sólida, onde não é clara a forma predominante de transferência de calor. Foram propostas expressões para a duração do processo e para o Nusselt através da avaliação do comportamento geométrico das regiões, sólida e líquida, em conjunto com relações de forças de empuxo entre sólido e líquido no “canal” formado entre o MMF na fase sólida e a parede na região superior. Os resultados apresentados são válidos apenas para os MMF apresentados no trabalho.

Webb et al., 1987, realizaram estudos experimentais sobre a fusão em geometria cilíndrica com o sólido livre, sendo a evolução da fronteira de mudança de fase em função do tem-

po visualizada através de fotografias. A água e a parafina foram utilizadas como MMF

Fomin e Saitoh, 1999, trabalharam a mesma classe de problema para geometria esférica utilizando a formulação proposta por Bareiss e Beer, 1984.

Uma outra subclasse de trabalhos, na área do armazenamento de energia latente, procura aumentar o grau de conhecimento sobre a metaestabilidade durante a solidificação do MMF. Nesta classe de trabalhos pode-se citar Saito et al, 1990, onde a interferência do super-resfriamento na solidificação da água foi investigada de forma experimental. O principal objetivo dos autores foi a de obter correlações entre as propriedades da superfície de transferência de calor, taxa de resfriamento e temperatura de solidificação da água super-resfriada. O processo de mudança de fase foi visualizado e registrado com o auxílio de fotografias e vídeos. No trabalho são expostos fotografias para diversas superfícies de resfriamento. Os efeitos da rugosidade superficial também foram investigados.

Chen e Lee, 1997, apresentam um trabalho onde iniciam mencionando que uma das principais desvantagens ao se utilizar água pura como MMF está no fato de existir um elevado grau de super-resfriamento, em baixas velocidades de resfriamento, que ocorre para a solidificação da água. Para que a nucleação aconteça e os pontos de nucleação sobrevivam é necessário que a temperatura na água atinja valores abaixo da temperatura de equilíbrio, caracterizando um estado de metaestabilidade. Este estado terminará após o início da nucleação e ocorre então o crescimento dendrítico de cristais de gelo dentro da região super-resfriada. Durante o crescimento dendrítico a energia retirada na solidificação será consumida pelo MMF líquido super-resfriado e no final do processo de crescimento dendrítico o líquido estará com a temperatura de equilíbrio de $0^{\circ}C$.

Se a metaestabilidade perdurar em grande parte ou por todo o processo de fusão então a energia de resfriamento armazenada será na forma sensível. Para ser possível o armazenamento e conseqüentemente a mudança de fase, traduzida pela nucleação, é necessário que a temperatura do banho atinja valores ainda mais baixos do que aqueles necessários para haver a nucleação. Isto irá promover um rebaixamento do coeficiente de performance do ciclo termodinâmico do equipamento de refrigeração. A eficiência no armazenamento está associada à minimização do efeito do super-resfriamento, aumentando a probabilidade da ocorrência da solidificação. Com esta finalidade os autores desenvolveram este trabalho teórico experimental para a solidificação ocorrendo internamente a tubos. Neste trabalho são apresentados resultados experimentais para a interferência da taxa de resfriamento, diâmetro do cilindro e agentes nucleadores sobre as temperaturas de super-resfriamento. Através de fotografias e medição de temperatura no interior do MMF pode-se observar que o crescimento dendrítico ocorre somente nas regiões su-

per-resfriadas e que quanto mais intensa for a taxa de resfriamento menor será o crescimento dendrítico. Pode-se dizer que para temperaturas de parede menores que -10°C o crescimento dendrítico é desprezível. Gráficos com o comportamento da probabilidade de solidificação versus temperatura do banho são apresentados, onde pode-se observar que para temperaturas de banho abaixo dos -9°C em 100% dos experimentos ocorreu a solidificação, enquanto que para temperaturas na faixa dos -7°C em apenas 50% dos experimentos. Já para temperaturas de banho a -4°C em nenhum experimento ocorreu a solidificação. O material utilizado para o tubo no experimento foi o cobre, possuidor de uma alta condutividade térmica. O crescimento dendrítico torna-se mais intenso com a diminuição do diâmetro da tubulação e a probabilidade de solidificação aumenta com o aumento do diâmetro até certos limites. O efeito dos agentes nucleadores e o comportamento da solidificação também foram observados pelos autores. Uma das conclusões a que os autores chegaram é que se a temperatura no centro do tubo ficar na faixa do -3°C o cilindro não será bloqueado pelo crescimento dendrítico.

3. FORMULAÇÃO EMPREGADA NO PRESENTE TRABALHO

A transferência de calor, do ou para o fluido, origina o surgimento de gradientes térmicos que por sua vez proporcionam a existência de gradientes de massa específica no interior do domínio fluido. Na presença do campo gravitacional, dependendo das configurações físicas, os gradientes de massa específica podem causar movimento e conseqüentemente a existência da convecção natural ou livre.

Em configurações verticais, a convecção natural existirá sempre que houver diferenças de temperatura entre o fluido e a superfície sólida, na presença de um campo de aceleração. Já nas configurações do tipo horizontais ou inclinadas, a existência da convecção livre pode sofrer restrições impostas pela geometria.

Em configurações restritivas, denominadas na literatura de cavidades, onde o fluido se encontra enclausurado entre superfícies que estão a temperaturas diferentes, a convecção só irá existir quando as forças de empuxo superarem as resistências opostas oriundas da ação da viscosidade. Em cavidades paralelepípedicas horizontais, com aquecimento na superfície superior, para fluidos que possuem o coeficiente de expansão térmica, β , positivo e que expandem com a elevação da temperatura, o processo de transferência será difusivo, ocorrendo a estratificação. Para os fluidos que contraem com a elevação da temperatura (β negativo) irá ocorrer a convecção quando as forças de empuxo superarem os efeitos da viscosidade. Na situação com aquecimento pela superfície inferior o fenômeno se inverte, para fluidos que se contraem (β negativo) irá ocorrer a estratificação enquanto que para fluidos que expandem (β positivo) o predomínio das forças de empuxo começará a acontecer quando $Ra_L > 1708$, sendo,

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_1 - T_2)L^3}{\alpha\nu}, \quad (3.1)$$

onde g é a aceleração gravitacional, L a dimensão característica que, para esta configuração, é o espaçamento entre as paredes, α a difusividade térmica, ν a viscosidade cinemática e T_1 e T_2 são as temperaturas das superfícies horizontais da cavidade. Assim, haverá um predomínio do mecanismo convectivo na transferência de calor através de células circulares de recirculação regularmente espaçadas. Para $Ra_L \geq 5 \times 10^4$, as células desaparecem e o movimento se torna turbulento. Em cavidades com as faces horizontais isoladas, o movimento celular é recirculatório, onde na parede quente o fluido tende a subir, e na parede fria, descer. Para $Ra_L \leq 10^3$ o mecanismo predominante é difusivo com os efeitos viscosos superando o empuxo. Elevando-se o Ra_L , as correntes celulares se intensificam concentrando-se nas regiões próximas às paredes. No centro o-

corre a estagnação do fluido.

Em cavidades anulares, formadas por cilindros coaxiais, a configuração é caracterizada pela existência de duas células convectivas simétricas em relação ao plano vertical. Segundo Raithby e Hollands, 1975, para $Ra_c^* < 10^2$ o processo é difusivo puro, sendo:

$$Ra_c^* = \frac{\left[\ln\left(\frac{D_e}{D_i}\right) \right]^4}{L^3 (D_i^{-3,5} + D_e^{-3,5})^5} Ra_L, \quad (3.2)$$

onde D_e é o diâmetro externo, D_i é o diâmetro interno e para esta geometria L é o espaçamento onde haverá fluido, sendo $L = (D_e - D_i)/2$.

Em trabalhos sobre cavidades anulares Kuehn e Goldstein, 1976 e 1978, apresentam soluções para $Ra_L \leq 2,4 \times 10^3$ onde o processo de transferência de calor é difusivo puro, enquanto que para valores de $Ra_L \leq 6,5 \times 10^6$, a convecção natural laminar predomina. Para $Ra_L = 1,64 \times 10^7$, existem pontos de turbulência localizada na região superior dos tubos, enquanto que para $Ra_L > 2,4 \times 10^7$, o movimento interno é parcialmente turbulento.

O tratamento de cavidade pode ser aplicado a um grande número de fenômenos naturais e de processos industriais, associados a fusão e a solidificação. Como exemplo pode-se citar a fusão e a solidificação de um MMF, empregado como armazenador de energia em forma latente, enclausurado em esferas, placas ou tubos, onde a superfície interna é móvel (fronteira de mudança de fase).

Na fusão, tanto no problema de Stefan como no de Neumann, a transferência de calor ocorre inicialmente por difusão. Com a evolução do processo o gradiente térmico da região na fase líquida aumenta, elevando a diferença de temperatura do líquido em relação ao sólido, assim como, um aumento no espaço físico ocupado pelo líquido. Em função disto, o número de Rayleigh aumenta intensificando a convecção natural, tornando-a, em alguns processos, o mecanismo predominante de transferência de calor.

Na solidificação, principalmente no problema de Neumann, o processo ocorre inicialmente na presença da convecção natural, pois nesta classe de problema ocorrem gradientes térmicos elevados no início do processo. Com a evolução temporal os gradientes térmicos e os espaços preenchidos com líquido diminuem promovendo uma redução no número de Rayleigh fazendo, a partir de um determinado período, da difusão o mecanismo predominante de transferência de calor.

Em virtude do exposto, as soluções propostas por Stefan e Neumann tem seu campo de aplicação reduzido, pois em sua abordagem utilizam condições simplificadoras que desconsi-

deram a existência da convecção natural. A aplicação destas abordagens se justifica em situações em que as de forças de empuxo são suplantadas pelos efeitos da viscosidade. Assim a aplicação destas abordagens a problemas onde a convecção natural atua geram soluções com erro apreciável.

Quando a intenção é a obtenção de soluções mais realistas é necessário o tratamento das não linearidades no interior das equações governantes, provenientes do fato de ter-se propriedades termofísicas, do MMF, variáveis. Isto, associado com a não linearidade física do problema (fronteira livre), promove um aumento no grau de complexidade exigindo formas de tratamento também mais complexas. A completa solução do problema exige o conhecimento de campos de temperatura, pressão, velocidades e massa específica, variáveis estas, que são interdependentes, o que caracteriza um problema acoplado.

A principal dificuldade na solução de problemas de mudança de fase está na identificação da posição da interface sólido líquido. Uma das necessidades desta identificação de posição ocorre devido ao comportamento particular das propriedades dos MMF no domínio para cada fase. Além disto a identificação da fronteira permite a determinação das parcelas de energia latente e sensível doadas através da avaliação do volume fundido. Assim, a geometria da fronteira juntamente com os campos de temperatura e velocidades, permite avaliações no sentido de determinar as posições onde a transferência de calor é mais intensa, e o mecanismo predominante nesta troca. Buscando a solução desta classe de problemas foi desenvolvida a formulação em entalpia, que será apresentada e discutida na seqüência.

3.1. Formulação em Entalpia

Uma das dificuldades em resolver os problemas de mudança de fase está associado ao fato da temperatura ser constante na interface líquido-sólido, no caso de substâncias puras. Isto faz com que a identificação da região de mudança de fase seja tarefa com certo grau de dificuldade. Nestas situações o emprego da equação da energia escrita em temperatura não consegue resolver a região de mudança de fase, necessitando do emprego de artifícios matemáticos como na formulação em temperatura apresentada em Sparrow et al., 1977. Uma forma de suplantar esta dificuldade é escrever as equações diferenciais governantes em função de propriedades que não sejam constantes naquela posição. Ao utilizar-se a propriedade termodinâmica entalpia como variável, nas equações governantes, essa dificuldade estará suplantada, pois o valor da mesma não é constante na interface, como pode ser observado pela Fig. 3.1. Além disto a identificação da posição da interface pode ser obtida através da avaliação do valor da entalpia no domínio com

o calor latente. Uma outra característica do método é o fato da malha computacional permanecer fixa, não havendo necessidade de adequações de malha na medida que a interface avança,

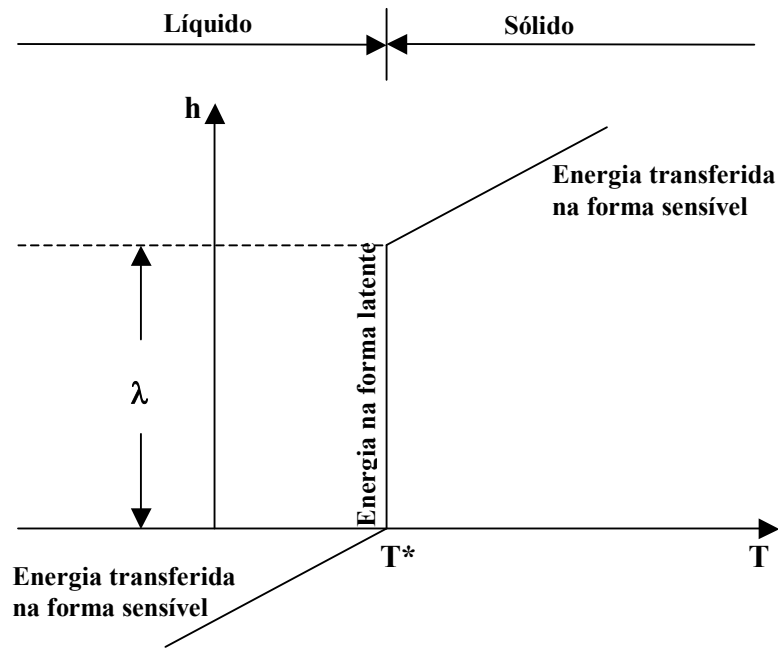


Fig. 3.1 – Comportamento da entalpia h em função da temperatura para uma substância pura.

As equações governantes para o problema de mudança de fase ocorrendo em uma situação bidimensional, e no sistema de coordenadas cartesianas são apresentadas a seguir.

A equação da energia, que escrita com a variável entalpia h nos termos advectivos, torna-se:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(u\rho h)}{\partial x} + \frac{\partial(v\rho h)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad (3.3)$$

onde u , e v são as velocidades nas respectivas direções x e y . A propriedade termodinâmica entalpia pode ser escrita com o auxílio da propriedade termodinâmica calor específico,

$$c_p(T) = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p. \quad (3.4)$$

Para o fenômeno em estudo o comportamento do calor específico $c_p(T)$ pode ser aproximado para um valor constante devido ao fato da faixa de temperaturas não ser extensa. O

comportamento da entalpia com a temperatura pode ser observado na Fig. 3.1, onde convencionou-se que para o sólido na temperatura de fusão, T^* , a entalpia assumia $h=0$. Quando o líquido estiver na temperatura de fusão a entalpia assume o valor $h=\lambda$ o que segue a formulação de Cao et al., 1989. Assim a temperatura, para as diversas fases termodinâmicas que compõem o domínio, pode ser escrita como

$$T = \begin{cases} T^* + \frac{h}{(c_p)_S} & \rightarrow h \leq 0 & (\text{fase Sólida}), \\ T^* & \rightarrow 0 < h < \lambda & (\text{Interface}), \\ T^* + \frac{(h-\lambda)}{(c_p)_L} & \rightarrow h \geq \lambda & (\text{fase Líquida}). \end{cases} \quad (3.5)$$

Introduzindo a temperatura de Kirchhoff, Solomon et al., 1986,

$$T_k = \int_{T^*}^T k(\eta) d\eta, \quad (3.6)$$

onde $k(\eta)$ representa a condutividade térmica, considerada constante para cada fase, e η é a função que descreve o comportamento de k nas fases que compõem o domínio. Assim tem-se,

$$T_k = \begin{cases} k_S(T - T^*) & \rightarrow h \leq 0 & \rightarrow (\text{fase Sólida}), \\ 0 & \rightarrow 0 < h < \lambda & \rightarrow (\text{Interface}), \\ k_L(T - T^*) & \rightarrow h \geq \lambda & \rightarrow (\text{fase Líquida}). \end{cases} \quad (3.7)$$

Inserindo na temperatura de Kirchhoff, eq.(3.7), a expressão para a temperatura, eq.(3.5), obtém-se:

$$T_k = \begin{cases} \frac{k_S h}{(c_p)_S} & \rightarrow h \leq 0 & \rightarrow (\text{fase Sólida}), \\ 0 & \rightarrow 0 < h < \lambda & \rightarrow (\text{Interface}), \\ \frac{k_L (h - \lambda)}{(c_p)_L} & \rightarrow h \geq \lambda & \rightarrow (\text{fase Líquida}). \end{cases} \quad (3.8)$$

Introduzindo a eq. (3.7) nos termos difusivos da equação da energia, eq. (3.3), obtém-se:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(u\rho h)}{\partial x} + \frac{\partial(v\rho h)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial \left(\frac{T_k}{k} + T^* \right)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial \left(\left(\frac{T_k}{k} + T^* \right) \right)}{\partial y} \right), \quad (3.9)$$

e sendo T^* constante a eq. (3.9) torna-se

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(u\rho h)}{\partial x} + \frac{\partial(v\rho h)}{\partial y} = \frac{\partial^2 T_k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_k}{\partial y^2}. \quad (3.10)$$

Escrevendo a temperatura de Kirchoff como uma nova função,

$$T_k = E(h)h + S(h), \quad (3.11)$$

onde, empregando (3.8),

$$\begin{aligned} E(h) &= \frac{k_S}{(c_p)_S} & S(h) &= 0 & \rightarrow h \leq 0 & \rightarrow (\text{fase Sólida}), \\ E(h) &= 0 & S(h) &= 0 & \rightarrow 0 < h < \lambda & \rightarrow (\text{Interface}), \\ E(h) &= \frac{k_L}{(c_p)_L} & S(h) &= -\frac{\lambda k_L}{(c_p)_L} & \rightarrow h \geq 0 & \rightarrow (\text{fase Líquida}). \end{aligned} \quad (3.12)$$

Assim equação da energia eq. (3.10), com a introdução da eq. (3.11), torna-se:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(u\rho h)}{\partial x} + \frac{\partial(v\rho h)}{\partial y} = \frac{\partial^2 (Eh)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (Eh)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 (S)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (S)}{\partial y^2}, \quad (3.13)$$

A equação da energia fica então escrita em função de uma única variável, podendo ser aplicada às três regiões distintas do domínio, região sólida, líquida e de mudança de fase.

Aplica-se ainda a equação da conservação de massa, que para um escoamento incompressível é escrita da seguinte forma,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3.14)$$

e as equações da quantidade de movimento nas coordenadas x e y , respectivamente,

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] + \rho B_x, \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + \rho B_y, \quad (3.16)$$

sendo μ a viscosidade absoluta, B_x e B_y são as forças de campo que atuam nas respectivas coordenadas. Para este problema tem-se apenas a força de campo, gravitacional, atuando na direção negativa do eixo y , ficando $B_y = -g$ e em x não existem forças de campo atuando.

No interior das equações da quantidade de movimento em y , pode-se identificar os termos responsáveis pela força de empuxo (F_e), que originam as correntes convectivas,

$$F_e = -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g. \quad (3.17)$$

Nas regiões junto ao sólido, o movimento do fluido tende a desaparecer, u e v são aproximadamente iguais a zero. Assim, as equações da quantidade de movimento, para as coordenadas y e x , tornam-se respectivamente,

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\rho g, \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0. \quad (3.19)$$

Das relações termodinâmicas de Maxwell [Van Wylen et al., 1998, Callen, 1985, e Bejan, 1994] tem-se a equação de estado termodinâmico que relaciona a massa específica com a temperatura e pressão, para uma determinada substância,

$$\rho = \rho(T, p), \quad (3.20)$$

para pequenas variações de massa específica é aceitável expandir a função em torno de uma situação de referência, com uma série de Taylor, originando:

$$\rho \cong \rho_{ref} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p (T - T_{ref}) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T (p - p_{ref}) + \dots \quad (3.21)$$

para líquidos pode-se escrever:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \rightarrow 0, \quad (3.22)$$

e utilizando o coeficiente de expansão térmico, definido como:

$$\beta = -\frac{1}{\rho_{ref}} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p, \quad (3.23)$$

a eq. (3.21) assume,

$$\rho \cong \rho_{ref} \left[1 + \beta(T_{ref} - T)\right], \quad (3.24)$$

ρ_{ref} representa a massa específica de referência, conhecida para uma determinada temperatura de referência T_{ref} . Com o conhecimento do coeficiente de expansão térmico pode-se determinar o comportamento da massa específica em função da temperatura, e a eq. (3.18) torna-se:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -g\rho_{ref} \left[1 + \beta(T_{ref} - T)\right]. \quad (3.25)$$

Na região líquida, a força de empuxo dada pela eq. (3.17), pode ser escrita com a utilização da eq. (3.24), ficando,

$$F_e = -\frac{\partial p}{\partial y} - g\rho_{ref} \left[1 + \beta(T_{ref} - T)\right], \quad (3.26)$$

inserindo, a eq. (3.26) na eq. (3.16), escrita na forma não conservativa, tem-se para a coordenada y ,

$$\begin{aligned} \rho_{ref} \left[1 + \beta(T_{ref} - T)\right] \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}\right) = & -\left(\frac{\partial p}{\partial y} - g\rho_{ref}\right) \\ & - g\rho_{ref} \beta(T_{ref} - T) + \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right]. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Observando na eq.(3.27), que o termo $g\rho_{ref}$ representa a pressão hidrostática por unidade de comprimento, pode-se definir a pressão total que incorpora a parcela hidrostática como:

$$\frac{\partial p_H}{\partial y} = \left(\frac{\partial p}{\partial y} - g\rho_{ref} \right). \quad (3.28)$$

Segundo Bejan, 1994, o termo $\beta(T_{ref} - T)$ contido no lado esquerdo da eq. (3.27) pode ser desconsiderado quando as variações de temperatura forem pequenas. Para situações onde o fluido de trabalho é um líquido submetido a pequenos gradientes térmicos pode-se reescrever a eq. (3.27) na forma conservativa, para a coordenada y da seguinte forma,

$$\left(\frac{\partial(\rho_{ref}v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_{ref}uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{ref}v^2)}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p_H}{\partial y} - g\beta\rho_{ref}(T_{ref} - T) + \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right]. \quad (3.29)$$

Na coordenada x não existe um campo gravitacional atuando, $g\rho_{ref}=0$, portanto o termo da pressão não engloba a parcela hidrostática como em y . De modo análogo ao efetuado para a coordenada y ,

$$\frac{\partial(\rho_{ref}u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_{ref}u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_{ref}uv)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right]. \quad (3.30)$$

Com a eq. (3.29) tem-se uma expressão que incorpora os efeitos das forças de empuxo no interior do líquido, função dos gradientes térmicos, e responsáveis pela existência da convecção natural. O procedimento adotado anteriormente, para tratar a equação da quantidade de movimento (3.29), é denominado na literatura de aproximação de Boussinesq.

Para exemplificar a utilização da formulação em entalpia com malha fixa selecionou-se, na literatura, os trabalhos de Cao et al., 1989, e Vielmo, 1993, os quais serão apresentados separadamente a seguir.

O problema resolvido por Cao et al., 1989, consiste de uma barra de gelo com duas paredes isoladas, condição de contorno de segunda espécie, e as outras duas paredes a uma condição de contorno de primeira espécie, como descrito na Fig. 3.2.

Para obtenção da solução do problema foi empregada a técnica de Volumes Finitos para aproximar as equações governantes. Os autores desconsideraram a convecção natural, pois consideraram a massa específica, ρ , constante em todo o domínio, $\rho_s = \rho_L$, enquanto que as demais propriedades foram mantidas constantes em cada fase do domínio. Na interface sólido-líquido, foram considerados valores médios para as propriedades termofísicas.

A solução obtida por Cao et al foi comparada com a solução obtida por Crowley, 1978, e Hsiao, 1984, foram utilizando os parâmetros temperatura adimensional, θ , e número de

Stefan. As soluções para a interface de mudança de fase ao longo da diagonal são mostradas na Fig. 3.3 e Fig. 3.4. As soluções foram obtidas utilizando uma malha tridimensional de $20 \times 20 \times 30$.

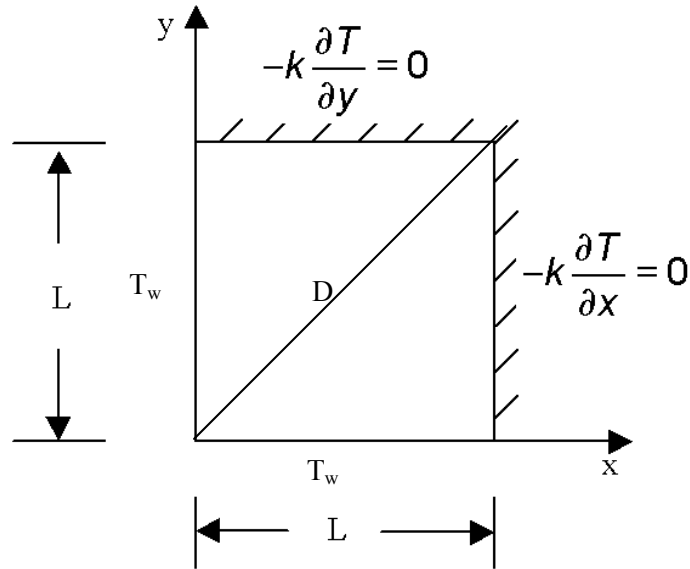


Fig. 3.2 – Descrição geométrica do modelo físico do problema de Cao et al., 1989, (Bloco de Gelo) juntamente com as condições de contorno nas paredes.

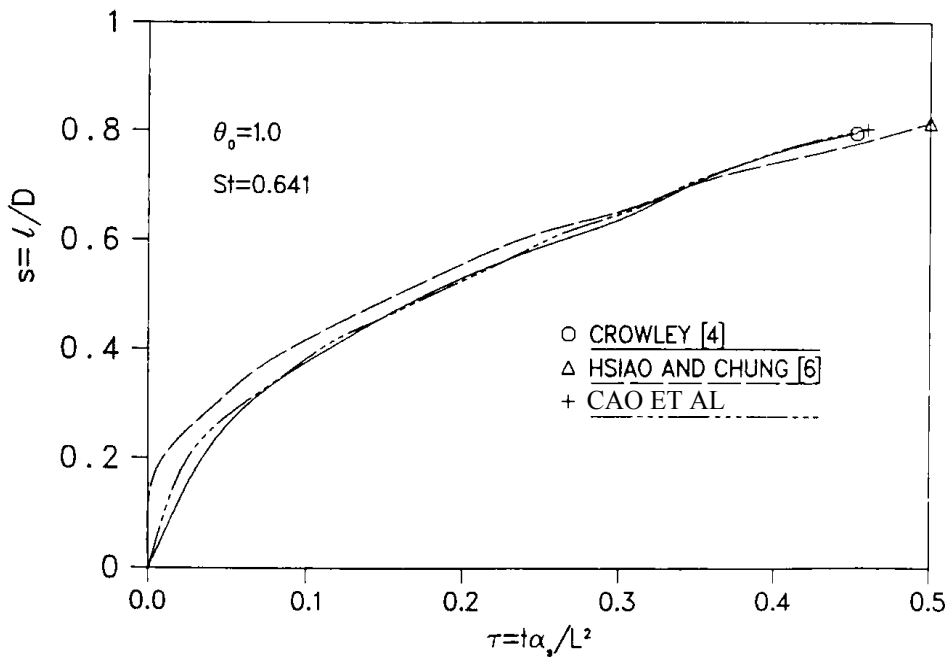


Fig. 3.3 – Posição da interface de mudança de fase ao longo da diagonal central durante a solidificação, em função do tempo adimensional τ para $k_L=0,9k_S$, $\alpha_L=0,9\alpha_S$, $\theta=1,0$, $St=0,641$ e $(T_w-T^*)=20 K$, Cao et Al., 1989.

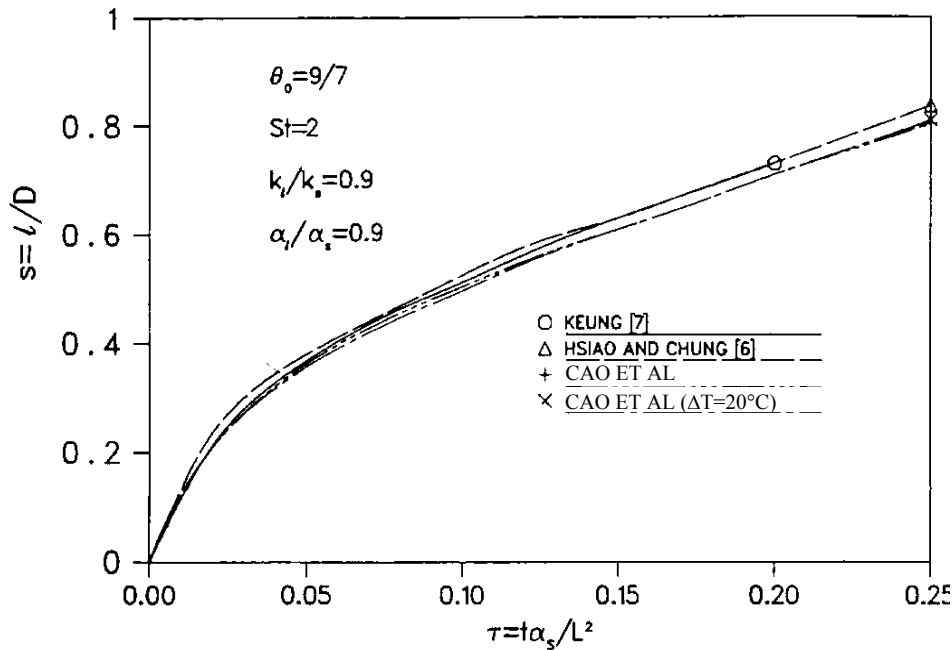


Fig. 3.4 - Posição da interface de mudança de fase ao longo da diagonal central durante a solidificação em função do tempo adimensional τ para $k_L=0,9k_S$, $\alpha_L=0,9\alpha_S$, $\theta=1,3$ e $Ste=2$ e $(T_w-T^*)=2$ K, Cao et AL., 1989.

O segundo exemplo é o problema apresentado e resolvido parcialmente por Gobin e Bérnard, 1989, resolvido totalmente por Vielmo, 1993, e também no presente trabalho. Este problema consiste de um bloco de uma substância pura, que neste caso é Estanho, submetido à condição inicial onde todo o domínio encontra-se na fase sólida na temperatura de fusão T^* . Em um determinado instante a superfície esquerda do referido bloco é submetida a uma temperatura T_w , superior a temperatura de fusão, enquanto que as superfícies superior, inferior e lateral direita são mantidas em uma condição adiabática, como descrito pela Fig. 3.5. As propriedades termofísicas consideradas para este problema exemplo foram:

$$\begin{aligned}
 k_L = k_S &= 32,2 \frac{W}{m^\circ C}, & (c_p)_L = (c_p)_S &= 257 \frac{J}{kg^\circ C}, \\
 \lambda &= 60.600 \frac{J}{kg}, & \beta &= 106 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ C}, \\
 T^* &= 231,9 \text{ } ^\circ C, & T_w &= 233,9 \text{ } ^\circ C, \\
 \mu &= 1,9614 \times 10^{-3} \frac{N}{s m^2}, & \rho_{ref} &= 6980 \frac{kg}{m^3}.
 \end{aligned}$$

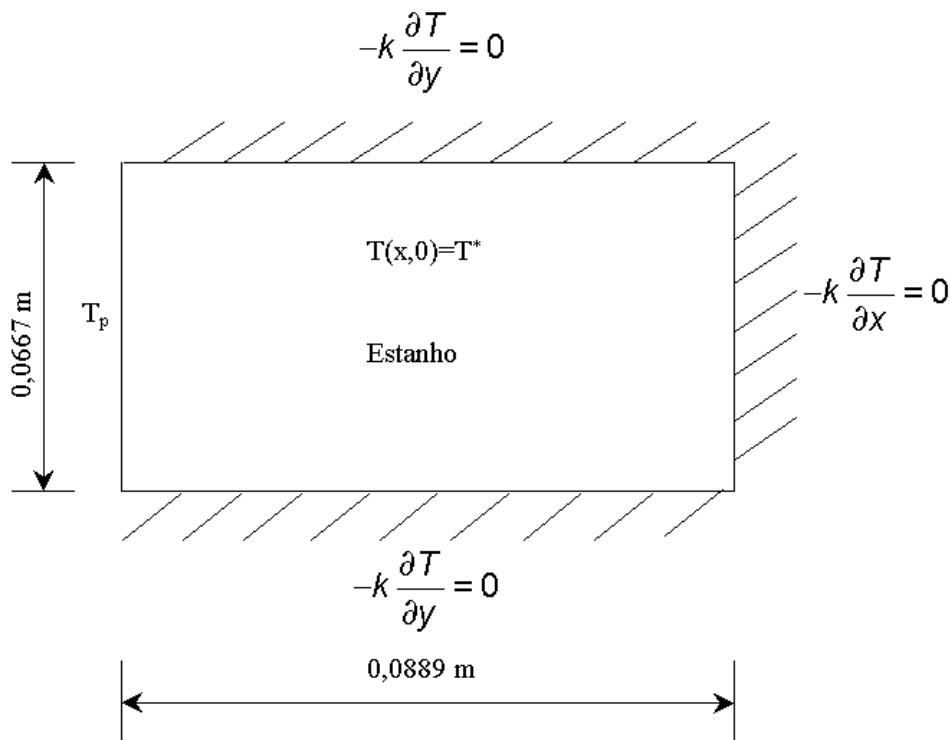


Fig. 3.5 - Descrição geométrica do modelo físico do problema bloco de estanho juntamente com as condições de contorno nas paredes e a condição inicial.

Para a solução deste problema de mudança de fase foi aplicada a técnica de Volumes Finitos utilizando uma malha computacional de 58×58 volumes. O esquema *Power Law* foi utilizado para tratar os fluxos nas fronteiras, e o algoritmo SIMPLEC foi utilizado para tratar o acoplamento pressão-velocidade. O sistema algébrico resultante foi resolvido utilizando o TDMA com correção por blocos. Valores da ordem de 10^{-8} foram utilizados como critérios de convergência, tanto para as variações relativas da entalpia como para os máximos resíduos de massa.

Este problema também foi investigado experimentalmente por Gau e Viskanta, 1986. A seguir são apresentados alguns resultados referentes a este problema. Entre os resultados expostos na Fig. 3.6, existem duas situações, $t=3643 \text{ s}$ e $t=7484 \text{ s}$, as quais foram obtidas para fins de comparação com as soluções experimentais e as soluções numéricas obtidas por Vielmo, 1993. Pode-se observar que para a situação de $t=500 \text{ s}$ a fronteira de mudança de fase já possui uma leve inclinação, indicando que a convecção natural já é atuante. A partir deste ponto ocorre uma deformação na região superior, intensificando-se com o passar o tempo. Isto ocorre em virtude da existência dos vórtices e do predomínio da transferência de calor convectiva.

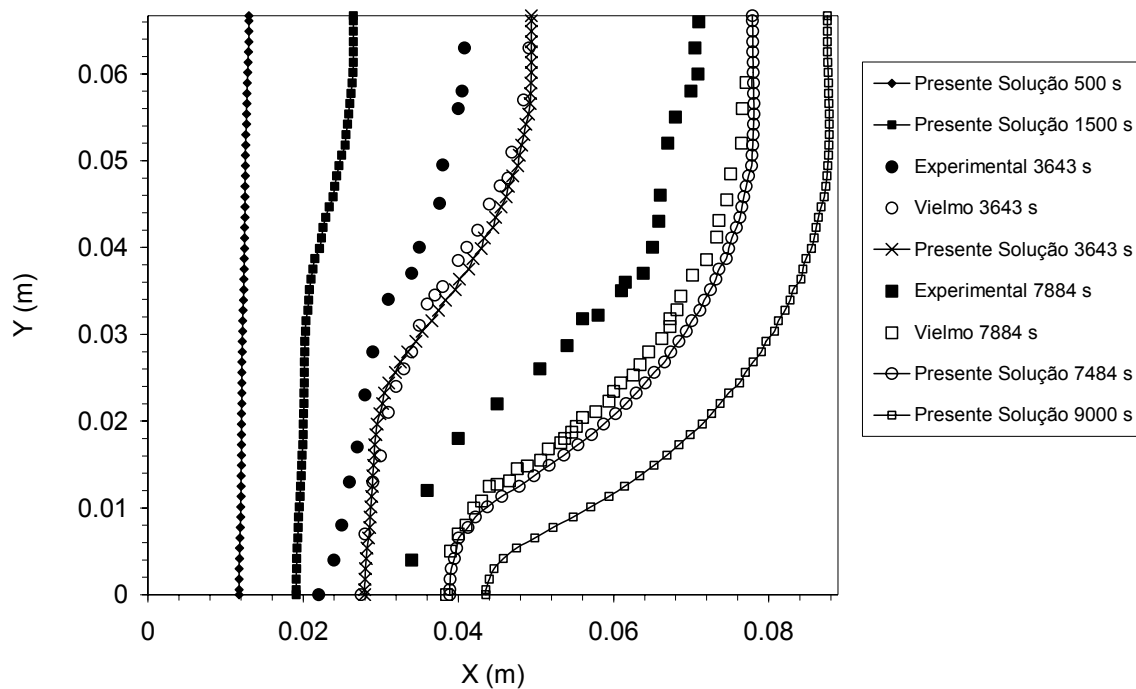


Fig. 3.6 - Comportamento espacial da fronteira de mudança de fase para diversas posições temporais para o problema descrito pela Fig. 3.5.

Na figura Fig. 3.6 nota-se que existe discordância entre os resultados experimentais e numéricos. Segundo Vielmo, 1993, estas diferenças são parcialmente creditadas à dificuldade de se manter a condição de contorno, $\Delta T = 2^\circ C$, no experimento, principalmente nos primeiros instantes do desenvolvimento do ensaio experimental. No início do experimento ocorrem as maiores taxas de transferência de calor. No seu decorrer isto não acontece, já que a condição de contorno não pode ser mantida, portanto a fronteira de mudança de fase avança mais rapidamente na simulação, causando as diferenças registradas. Outra fonte de discordância pode estar associada aos valores das propriedades físicas utilizadas na simulação que podem ser diferentes daquelas que ocorrem no desenvolvimento do ensaio experimental.

O comportamento do processo de transferência de calor será detalhado nas Fig. 3.7, Fig. 3.8 e Fig. 3.9, que apresentam as linhas de corrente para diferentes instantes de tempo. Assim pode-se visualizar a complexidade e a dinâmica da estrutura de vórtices no domínio líquido. Na situação $t = 3643 s$ existem quatro vórtices, um central, que é o maior responsável pela transferência convectiva girando no sentido horário, e outros três girando em sentido contrário. Na situação $t = 7484 s$, ocorre o surgimento de um quinto vórtice na posição inferior, de pequena intensidade. Este vórtice não sobrevive, pois na situação seguinte, em $t = 8500 s$, ele desaparece, e a configuração anterior retorna.

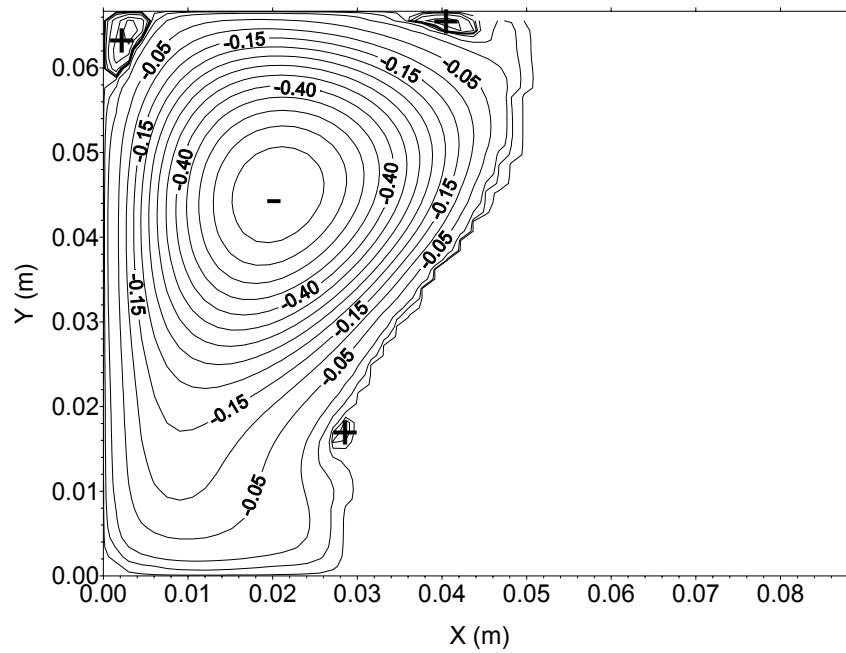


Fig. 3.7 – $t=3643$ s, comportamento das linhas de corrente . Valores negativos significam sentido horário e os positivos os anti-horários.

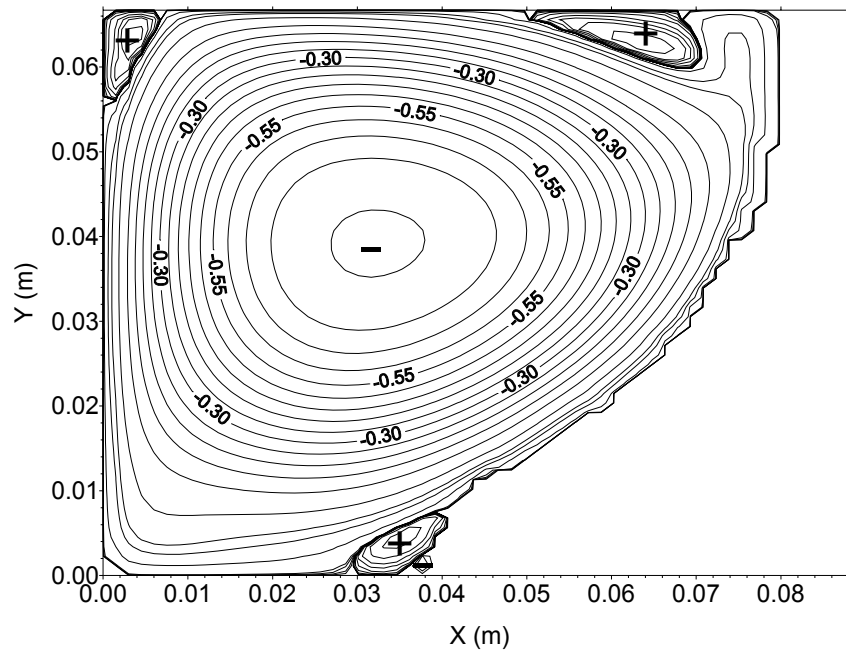


Fig. 3.8 - $t=7484$ s, comportamento das linhas de corrente. Valores negativos significam sentido horário e os positivos os anti-horários.

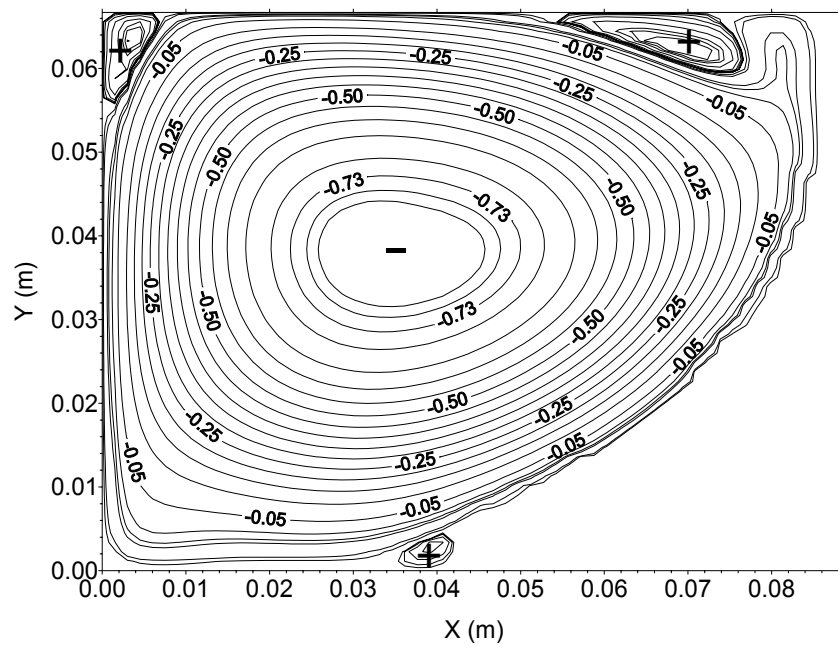


Fig. 3.9 - $t=8500$ s, comportamento das linhas de corrente. Valores negativos significam sentido horário e os positivos os anti-horários.

Mesmo com as pequenas diferenças entre as soluções, a simulação conseguiu prever o comportamento da fronteira de mudança de fase. Com a solução deste problema conseguiu-se testar e validar o método da entalpia, e a rotina computacional que serão utilizados para atingir o objetivo a que se propôs o presente trabalho.

4. ARMAZENAMENTO DE CALOR EM MMF NO INTERIOR DE CILINDROS

Entre os diversos sistemas de armazenamento de energia na forma latente, empregados para auxiliar plantas de refrigeração industriais e de ar condicionado, encontra-se a configuração demonstrada na Fig. 4.1. Nesta configuração, empregada em bancos de gelo, o MMF normalmente utilizado é a água. Dependendo do nível de temperatura desejado podem ser utilizadas outras substâncias, ou até mesmo a água associada a produtos que baixem o seu ponto de fusão. Segundo Chen e Lee, 1998, agentes nucleadores são utilizados para evitar o super-resfriamento, que é prejudicial ao processo de “carga” dos bancos de gelo.

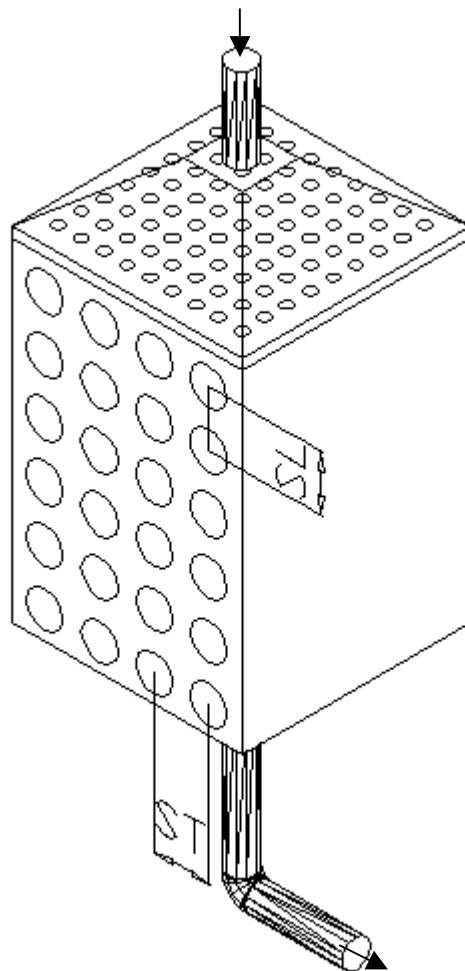


Fig. 4.1 – Esquema de um banco de gelo.

Nesta configuração o MMF fica enclausurado no interior de uma bancada de tubos, inserido em um tanque trocador de calor. Os tubos por sua vez são expostos ao escoamento de um fluido em sua parte externa. O fluido do escoamento atua como veículo térmico ao sistema de refrigeração, ou central de ar condicionado, promovendo a “carga” e “descarga” do banco de gelo de acordo com as necessidades.

Para a aplicação destes sistemas auxiliares de termoacumulação, é necessário um projeto de engenharia que incorpore entre suas etapas avaliações que visam determinar o tamanho, configurações físicas da instalação, capacidade de armazenamento e quantidade de MMF necessária para satisfazer os requisitos. A potência das trocas de energia entre o veículo térmico e o MMF é um fator crucial no projeto destes sistemas, e para que as avaliações sejam realizadas de forma coerente é necessário que se tenha em mãos correlações matemáticas que modelem a transferência de calor, durante os processos de fusão e solidificação em regime transiente durante as situações de “carga” e “descarga” dos referidos bancos de gelo. No atual estágio de desenvolvimento científico as correlações para estes problemas são escassas e aplicáveis a situações bastante simplificadas.

Os problemas fusão e solidificação da água em bancos de gelo se inserem na classe dos problemas do tipo fronteira livre, e possuem as complexidades características desta classe de problema, com não linearidades matemáticas e físicas. Para obter resultados alguns autores têm recorrido a hipóteses simplificadoras objetivando diminuir o grau de complexidade associada as não linearidades nas equações governantes. É comum a utilização da hipótese de que as propriedades termofísicas da água sejam constantes com a temperatura. Entre as propriedades da água, a que mais interfere é a massa específica, que além de ser variável com a temperatura apresenta uma inversão de valor em uma situação próxima a temperatura de fusão, como mostrado na Fig. 4.2. Este comportamento é responsável por uma configuração complexa nas linhas de fluxo, sendo de difícil tratamento para os métodos de solução. A aproximação que considera a massa específica do MMF, ρ , constante em todo o domínio, fase líquida, sólida e interface, ainda é empregada em bancos de gelo. Uma consequência imediata desta simplificação adotada é a desconsideração da existência da convecção natural, tornando o processo de troca térmica difusivo puro. Em trabalhos onde a convecção natural é tratada a aproximação de Boussinesq é aceita normalmente. Nestes casos o comportamento da massa específica é usualmente considerado linear com a temperatura, e o coeficiente de expansão térmica, β , constante.

Deve ser salientado que algumas modelagens matemáticas propostas para esta classe de problema tornam-se impraticáveis se não forem adotadas hipóteses simplificadoras. Em função disto grande parte das soluções apresentadas na literatura apresenta um certo grau de distanciamento com a realidade.

A utilização de condições de contorno de primeira espécie homogênea, em toda a parede da tubulação, também é um fator a auxiliar no distanciamento da realidade, pois sabe-se que nas paredes do tubo a convecção não é uniforme, como se pode observar pelos resultados de Giede e Calif, 1948, apresentados na Fig. 4.3.

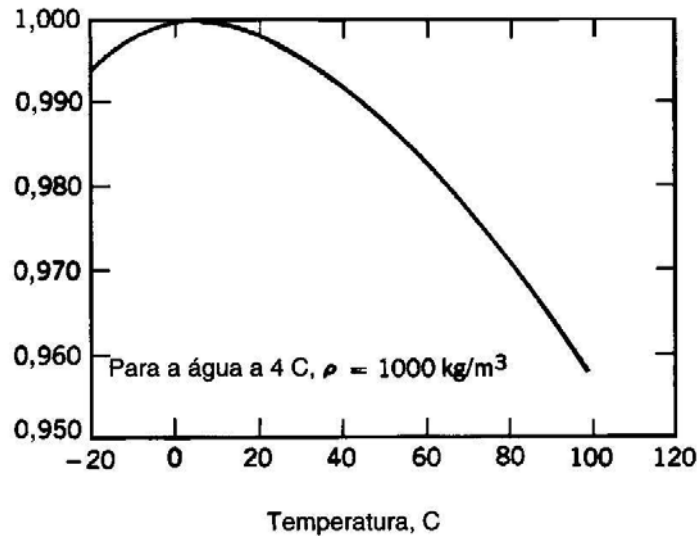


Fig. 4.2 - Comportamento da massa específica relativa da água, ρ_0 , em relação a temperatura.

O comportamento da transferência de calor externa a um tubo depende da velocidade do escoamento não perturbado, das características do fluido externo, dimensões do tubo, particularidades da superfície do tubo, regime de escoamento, posição da transição entre escoamento laminar e turbulento na camada limite, e da posição onde ocorre separação da camada limite. As correlações matemáticas para a transferência de calor convectiva externa a tubos são apresentadas normalmente para uma situação média, não apresentando correlações para o comportamento angular, correlações locais. Isto é justificado pelo fato de que na engenharia é necessário, normalmente, se determinar o fluxo total de transferência de calor, portanto necessita-se de valores médios que englobam todos os efeitos locais em torno do cilindro.

Para feixes de tubos a transferência de calor possui comportamento diferenciado entre os tubos que estão nas primeiras fileiras e aqueles que estão em fileiras mais internas ao feixe. A transferência de calor na primeira fileira é muito semelhante àquela que ocorre para um tubo único. O coeficiente de transferência de calor é menos intenso para os tubos situados até a quinta fileira, ficando estabilizado para as demais fileiras na maioria das configurações. Isto se deve ao fato de que os primeiros tubos atuam como malha de turbulência. Fatores adicionais do tipo disposição dos tubos em relação ao escoamento (alternados ou alinhados), o número de tubos, o passo longitudinal S_L e o passo transversal S_T , interferem na transferência de calor em feixes de tubos. Da mesma forma que para um tubo, a bibliografia específica apresenta correlações médias para a transferência de calor.

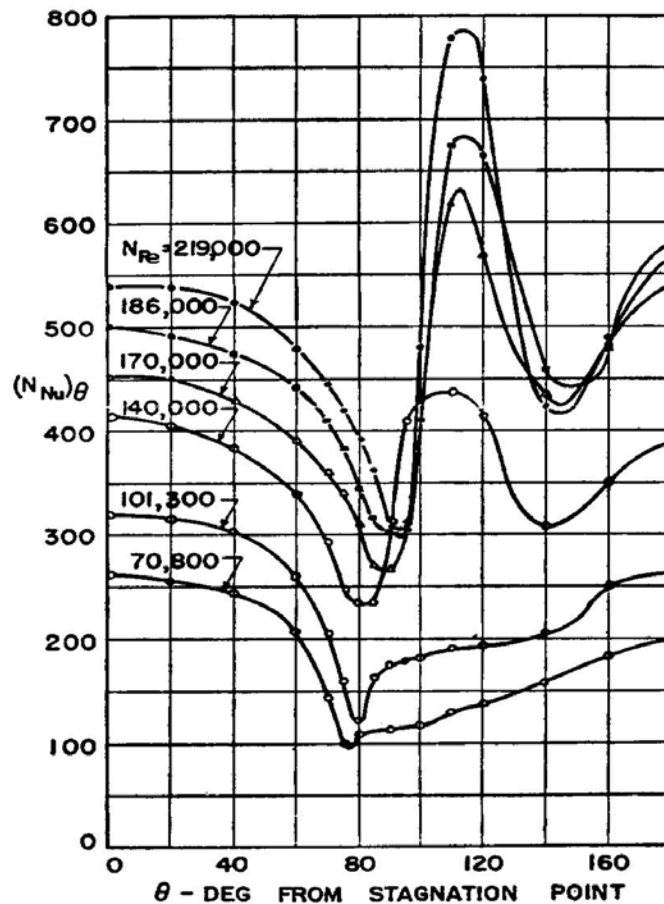


Fig. 4.3 - Comportamento do número de Nusselt em função da posição angular θ para um tubo submetido a um escoamento externo de ar [resultados de Giede e Calif, 1948].

Estas correlações médias são normalmente utilizadas como condições de contorno de terceira espécie, mas possuem o inconveniente, mesmo dentro de um certo conjunto de condições, de apresentarem incertezas máximas da ordem de 25%.

Uma maior aproximação com a realidade pode ser atingida através da aplicação de uma modelagem que permita o tratamento das complexidades que interferem de forma significativa no processo. Tendo isto como objetivo, enfocou-se o problema prático do processo de fusão e solidificação de um MMF, água pura neste caso, enclausurado no interior de um tubo pertencente a um módulo armazenador, levando em conta o comportamento variável da massa específica em relação à temperatura, utilizando condições de contorno de primeira e terceira espécies, sendo a última localizada.

4.1. Modelo Físico e Condições de Contorno

Para simular este problema foram consideradas as condições de contorno de primeira e terceira espécies, como demonstrados pelos modelos físicos expostos na Fig. 4.4.

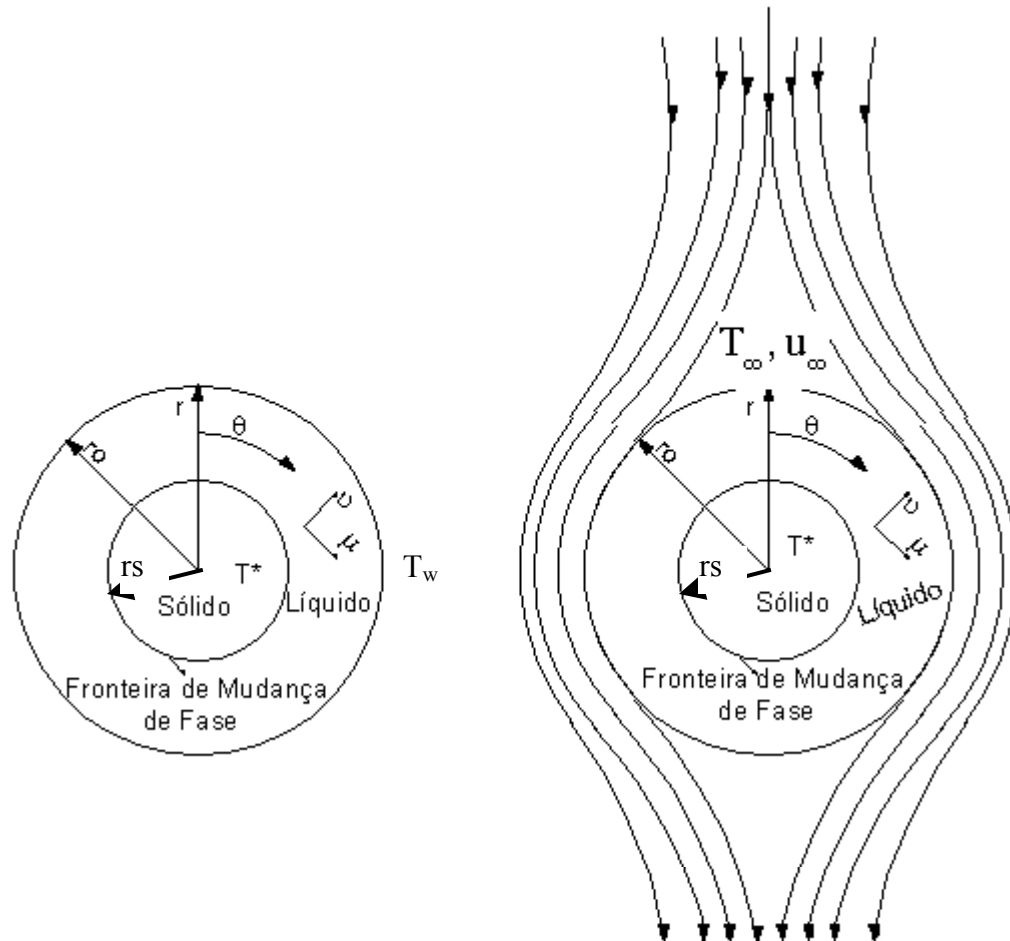


Fig. 4.4 – Modelo físico para as situações com condição de contorno de primeira e de terceira espécies na parede do tubo.

As condições de contorno de primeira espécie utilizadas para a equação da energia na fusão e na solidificação,

$$T(r_0, \theta) = T_w \quad \rightarrow \quad t > 0, \quad (4.1)$$

e para a condição de contorno de terceira pode-se escrever,

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = h_\theta [T_\infty - T(r_0, \theta)] \quad \rightarrow \quad t > 0. \quad (4.2)$$

Para o problema hidrodinâmico as condições de contorno utilizadas, para ambos os casos, foram de não deslizamento e impermeabilidade nas paredes, tanto do tubo como do MMF sólido,

$$u = v = 0 \quad \rightarrow \quad r = r_0 \quad e \quad r = r_s. \quad (4.3)$$

A condição inicial a ser assumida na solução do problema térmico durante a fusão é dependente da abordagem a ser utilizada. Na abordagem de Stefan tem-se:

$$T(r, \theta) = T^* \quad \rightarrow \quad t = 0, \quad (4.4)$$

enquanto que na abordagem de Neumann,

$$T(r, \theta) = T_{Sup} \quad \rightarrow \quad t = 0. \quad (4.5)$$

Na solidificação a condição inicial será:

$$T(r, \theta) = T_{ini} \quad \rightarrow \quad t = 0. \quad (4.6)$$

Para o problema hidrodinâmico,

$$u = v = 0 \quad \rightarrow \quad t = 0. \quad (4.7)$$

4.2. Equações Governantes

As equações governantes que descrevem os fenômenos fusão e solidificação, para o sistema de coordenadas cilíndricas, são escritas a seguir. A equação da continuidade é escrita como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\rho v)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho u)}{\partial \theta} = 0, \quad (4.8)$$

onde r e θ representam as coordenadas radial e angular, v e u as velocidades radial e angular, respectivamente.

Equações da quantidade de movimento nas direções r e θ ,

$$\frac{\partial (\rho v)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\rho v^2)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho uv)}{\partial \theta} + \frac{\rho u^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] + \rho B_r, \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho v u)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial \theta} + \frac{\rho u v}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] + \rho B_\theta, \quad (4.10)$$

onde B_r e B_θ são as componentes radial e angular das forças de campo, que em ambos os casos é a aceleração gravitacional g . Com o auxílio das definições já utilizadas, no Capítulo Três deste trabalho, a aproximação de Boussinesq é aplicada aqui também,

$$\rho \cong \rho_{ref} \left[1 - \beta (T - T_{ref}) \right], \quad (4.11)$$

aplicando a equação anterior nos termos de empuxo das eq. (4.9) e (4.10), assumindo a temperatura de referência como a temperatura de fusão $T_{ref} = T^*$ e $\rho_{ref} = \rho^*$ pode-se escrever,

$$-\frac{\partial p}{\partial r} + \rho g_r = -\frac{\partial p}{\partial r} + \rho g(-\cos\theta) = -\frac{\partial p_H}{\partial r} + \rho^* g \beta \cos\theta (T - T^*), \quad (4.12)$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \rho g_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \rho g(\sin\theta) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p_H}{\partial \theta} - \rho^* g \beta \sin\theta (T - T^*), \quad (4.13)$$

onde p_H é a componente hidrostática da pressão, como na eq. (3.28).

Em função da massa específica da água não se comportar de forma linear com a temperatura, como descrito na Fig. 4.2, é necessário determinar o comportamento do coeficiente de expansão térmico β em função da temperatura, para cada volume discretizado. Para isto utilizou-se o polinômio que descreve o comportamento da massa específica em função da temperatura, apresentado por Vasseur et al., 1983, através do qual obteve-se:

$$\beta = -1,9364 \times 10^{-7} T^2 + 1,7507012 \times 10^{-5} T - 6,59759847 \times 10^{-5}, \quad (4.14)$$

onde na eq. (4.14) o valor da temperatura deve ser utilizado na escala Celsius. Para os demais termos das equações de quantidade de movimento, onde está presente a massa específica, o comportamento da mesma será considerado constante por dois motivos. O primeiro por estar-se trabalhando com um fluido que possui variações na massa específica da ordem de 0,02%, para variações de temperatura de 10°C. O segundo é devido ao fato de que a massa específica, nos termos advectivos das equações, está associada ao fluxo de massa e as pequenas variações de massa específica que ocorrem devido à variação na temperatura pouco interferem na solução.

Com valores de β conhecidos pode-se inserir as eqs. (4.12) e (4.13) nas eqs. (4.9) e (4.10), obtendo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho^* v)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho^* v^2)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho^* uv)}{\partial \theta} + \frac{\rho^* u^2}{r} = -\frac{\partial p_H}{\partial r} \\ + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] + \rho^* g\beta \cos\theta (T - T^*), \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho^* u)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho^* vu)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho^* u^2)}{\partial \theta} + \frac{\rho^* uv}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p_H}{\partial \theta} \\ + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] - \rho^* g\beta \sin\theta (T - T^*). \end{aligned} \quad (4.16)$$

A equação da energia,

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho v h)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u h)}{\partial \theta} = k \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right], \quad (4.17)$$

escrita como no item formulação em entalpia, sem o termo fonte. Segundo o modelo de Cao et al., 1989, onde foi utilizado o conceito de temperatura de Kirchhoff T_k , para uma substância pura tem-se:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho v h)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u h)}{\partial \theta} = \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_k}{\partial r} \right) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_k}{\partial \theta^2} \right], \quad (4.18)$$

e utilizando a temperatura de Kirchhoff como uma função,

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho v h)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u h)}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E(h)h}{\partial r} \right) \right) \\ + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E(h)h}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S(h)}{\partial r} \right) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 S(h)}{\partial \theta^2}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

onde como no Capítulo Três do presente trabalho, tem-se:

$$\begin{aligned} E(h) &= \frac{k_S}{(c_p)_S} & S(h) &= 0 & \rightarrow h \leq 0 & \rightarrow (\textit{fase Sólida}), \\ E(h) &= 0 & S(h) &= 0 & \rightarrow 0 < h < \lambda & \rightarrow (\textit{Interface}), \\ E(h) &= \frac{k_L}{(c_p)_L} & S(h) &= -\frac{\lambda k_L}{(c_p)_L} & \rightarrow h \geq 0 & \rightarrow (\textit{fase Líquida}). \end{aligned} \quad (4.20)$$

5. O ESQUEMA NUMÉRICO

Para a discretização das equações da quantidade de movimento e a equação da energia em geometria polar, empregou-se a aproximação descrita em Patankar, 1980 e Maliska, 1995. Neste método as equações são discretizadas pela aplicação da lei da conservação sobre volumes de controle.

Para a aplicação do esquema numérico é conveniente escrever as equações da energia e da quantidade de movimento de forma semelhante e que serão representadas por uma equação genérica. As equações da quantidade de movimento são, inicialmente para a coordenada r ,

$$\frac{\partial(\rho^* v)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho^* v^2)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho^* uv)}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + G_r^\phi, \quad (5.1)$$

onde,

$$G_r^\phi = \frac{\rho^* u^2}{r} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial(\mu u)}{\partial \theta} - \frac{\mu v}{r^2} - \frac{\partial p_H}{\partial r} + \rho^* g \beta \cos \theta (T - T^*). \quad (5.2)$$

Para a coordenada θ ,

$$\frac{\partial(\rho^* u)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho^* uv)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho^* u^2)}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + G_\theta^\phi, \quad (5.3)$$

onde,

$$G_\theta^\phi = \frac{2}{r^2} \frac{\partial(\mu v)}{\partial \theta} - \left(\frac{\mu}{r^2} + \frac{\rho^* v}{r} \right) u - \frac{1}{r} \frac{\partial p_H}{\partial \theta} - \rho^* g \beta \sin \theta (T - T^*). \quad (5.4)$$

A equação da energia,

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho v h)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u h)}{\partial \theta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(E \frac{\partial h}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(E r \frac{\partial h}{\partial r} \right) + G^\phi, \quad (5.5)$$

onde,

$$G^\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial S(h)}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 S(h)}{\partial \theta^2}. \quad (5.6)$$

As equações da quantidade de movimento e da energia podem assim ser representa-

das, por uma equação diferencial para uma variável genérica ϕ .

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho v\phi)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial \theta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + G^\phi, \quad (5.7)$$

onde Γ é o coeficiente difusivo, que assume valores específicos para cada caso e G^ϕ é o termo fonte.

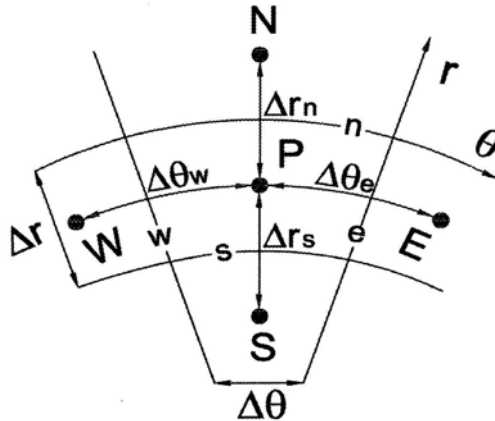


Fig. 5.1 - Volume elementar e seus vizinhos para situação bidimensional

Definindo o fluxo total da variável genérica como:

$$J = \left(\text{Fluxo advectivo} \right) + \left(\text{Fluxo difusivo} \right), \quad (5.8)$$

assim os fluxos nas respectivas direções são:

$$J_\theta = \rho u \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \quad e \quad J_r = \rho v \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial r}. \quad (5.9)$$

A expressão (5.7) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial J_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial(J_r r)}{\partial r} + G^\phi = 0, \quad (5.10)$$

e integrando nos elementos de volume de controle, e no tempo, obtém-se:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_n^s \int_w^e \left(\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial J_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial(J_r r)}{\partial r} + G^\phi \right) r d\theta dr dt = 0. \quad (5.11)$$

Os esquemas de evolução temporal podem ser expressos de uma forma também genérica, da seguinte forma:

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi_p dt = [f\phi_p^1 + (1-f)\phi_p^0], \quad (5.12)$$

onde $0 \leq f \leq 1$. Para o esquema explícito $f=0$ e para o esquema totalmente implícito $f=1$. Para garantir a positividade dos coeficientes e evitando as divergências associadas à evolução temporal, o esquema totalmente implícito será adotado conforme mostrado na figura a seguir:

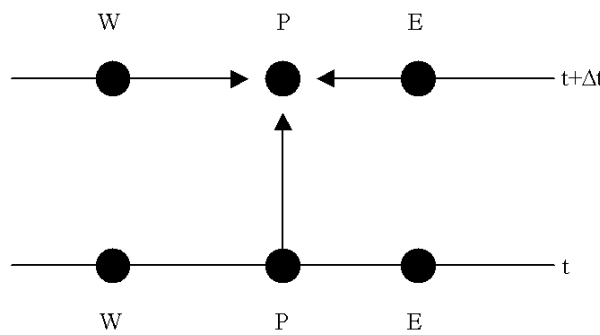


Fig. 5.2 - Esquema para a evolução temporal totalmente implícito

Na fronteira adota-se a média harmônica para tratar os coeficientes difusivos das equações, e para o tratamento dos termos advectivos é adotada a função de interpolação *Power Law*, conforme Patankar, 1980. O resultado do esquema numérico aplicado a equação diferencial genérica, eq. (5.7), resulta em uma equação algébrica da seguinte forma:

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b, \quad (5.13)$$

cujos coeficientes a 's são definidos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} a_E &= \{D_{\theta_e} A(|P|) + \max[-F_{\theta_e}, 0]\} \Delta r, \\ a_W &= \{D_{\theta_w} A(|P|) + \max[-F_{\theta_w}, 0]\} \Delta r, \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} a_N &= \{D_{r_n} A(|P|) + \max[-F_{r_n}, 0]\} r \Delta \theta, \\ a_S &= \{D_{r_s} A(|P|) + \max[-F_{r_s}, 0]\} r \Delta \theta, \end{aligned} \quad (5.15)$$

onde:

$$\begin{aligned}
 D_{\theta_e} &= \frac{1}{r} \frac{\Gamma_e}{\Delta\theta_e} & e & & D_{rn} &= \frac{\Gamma_n}{\Delta r_n}, \\
 D_{\theta_w} &= \frac{1}{r} \frac{\Gamma_w}{\Delta\theta_w} & e & & D_{rs} &= \frac{\Gamma_s}{\Delta r_s},
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

$$\begin{aligned}
 F_{rs} &= \rho v_s & e & & F_{rn} &= \rho v_n, \\
 F_{\theta_w} &= \rho u_w & e & & F_{\theta_e} &= \rho u_e,
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

$$P = \frac{F}{D}. \tag{5.18}$$

Nos termos $A(P)$ das eqs. (5.14) e (5.15) são inseridas as funções de interpolação que, no caso da *Power Law*, pode ser escrita para qualquer valor de P ,

$$\max\left[0, (1 - 0,1|P|)^5\right], \tag{5.19}$$

função esta que tem um comportamento muito semelhante à solução exata da equação genérica para uma dimensão.

Para a solução do problema em questão o coeficiente a_P recebe tratamento específico, dependendo da equação que está sendo resolvida, enquanto que no termo b são inseridos os termos fontes descritos pelas eqs. (5.2), (5.4) e (5.6), mais os termos referentes à variável genérica no passo de tempo anterior, oriundos do esquema de evolução temporal totalmente implícito.

Para as equações de quantidade de movimento o termo a_P torna-se:

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + \frac{\rho^0 \Delta r r \Delta\theta}{\Delta t}, \tag{5.20}$$

enquanto que para a equação da energia o termo a_P é descrito como:

$$a_P = a_{E_P} + a_{W_P} + a_{N_P} + a_{S_P} + \frac{\rho^0 \Delta r r \Delta\theta}{\Delta t}, \tag{5.21}$$

onde,

$$\begin{aligned}
 a_{E_P} &= \left\{ D_{\theta_{ep}} A(|P|) + \max[-F_{\theta_e}, 0] \right\} \Delta r, \\
 a_{W_P} &= \left\{ D_{\theta_{wp}} A(|P|) + \max[-F_{\theta_w}, 0] \right\} \Delta r,
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

$$\begin{aligned} a_{N_p} &= \{D_{rnp} A(|P|) + \max[-F_{rn}, 0]\} r \Delta\theta, \\ a_{S_p} &= \{D_{rsp} A(|P|) + \max[-F_{rs}, 0]\} r \Delta\theta, \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} D_{rnp} &= \frac{\Gamma_p}{\Delta r_n} & D_{rsp} &= \frac{\Gamma_p}{\Delta r_s}, \\ D_{\theta ep} &= \frac{1}{r} \frac{\Gamma_p}{\Delta\theta_e} & D_{\theta wp} &= \frac{1}{r} \frac{\Gamma_p}{\Delta\theta_w}. \end{aligned} \quad (5.24)$$

Na equação da energia os coeficientes difusivos não são tratados pela média harmônica. Isto se deve ao fato de que na região onde está ocorrendo mudança de fase, estes coeficientes são nulos e isto promove a diferença nos coeficientes das eqs. (5.16) e (5.24). Neste caso, se a média harmônica fosse utilizada, ter-se-ia uma inconsistência física e a simulação não evoluiria.

Na equação da energia o coeficiente difusivo e a variável genérica assumem,

$$\Gamma = E(h) \quad e \quad \phi = h, \quad (5.25)$$

e para as equações da quantidade de movimento o coeficiente difusivo e a variável genérica tornam-se:

$$\begin{aligned} \phi &= u \quad (\text{Para a Coordenada } \theta), \\ \phi &= v \quad (\text{Para a Coordenada } r), \\ \Gamma &= \mu \quad (\text{Para ambas as coordenadas}). \end{aligned} \quad (5.26)$$

Com o objetivo de validar o código computacional, simulou-se o problema apresentado por Vielmo, 1993, e que está exposto no capítulo que trata da mudança de fase na presença da Convecção Natural, deste trabalho. Em seu trabalho Vielmo, 1993, utilizou uma malha cartesiana com 28x28 pontos nodais, enquanto que neste trabalho utilizou-se uma malha com 58x58 pontos nodais. Com esta malha conseguiu-se identificar uma estrutura de vórtices não detectado por Vielmo, 1993.

As soluções apresentadas no capítulo posterior foram obtidas utilizando malhas computacionais de 40x40 volumes uniformemente distribuídos, Fig. 5.3, desconstruídas, posicionando as velocidades nas fronteiras dos volumes. O algoritmo SIMPLEC foi utilizado para tratar o acoplamento pressão-velocidade. O sistema algébrico resultante foi resolvido utilizando o TDMA, com correção por blocos, com varreduras feitas linha por linha e coluna por coluna, alternadamente. Avaliações de alternância nas varreduras foram feitas no sentido de aumentar a taxa de convergência, e verificar a unicidade da solução. Subrelaxações da ordem de 0,85 foram

utilizadas para todas as variáveis devido às instabilidades do problema hidrodinâmico. Valores da ordem de 10^{-8} foram utilizados como critérios de convergência, tanto para as variações relativas da entalpia como para os máximos resíduos de massa (SMAX). Em função das divergências numéricas foi necessária a adoção de evoluções temporais variáveis. Os passos de tempo utilizados foram escolhidos de forma que a entalpia, no domínio líquido, evoluísse na ordem de $200 J/kg$, quando não havia volumes de controle mudando de fase. Quando havia volumes de controle próximos à mudança de fase, os passos de tempo foram reduzidos a valores que produziam variações na entalpia da ordem de $10 J/kg$, no líquido. A existência de três domínios distintos, e com propriedades específicas para cada região, contribuí com a complexidade do problema. Quando os volumes elementares passam para a fase líquida ocorrem os momentos mais críticos da simulação, e nestes instantes os passos de tempo foram reduzidos. Para imobilizar a região sólida foi atribuído um valor elevado para viscosidade absoluta, $\mu=10^{50}$, nas posições onde $h<\lambda$.

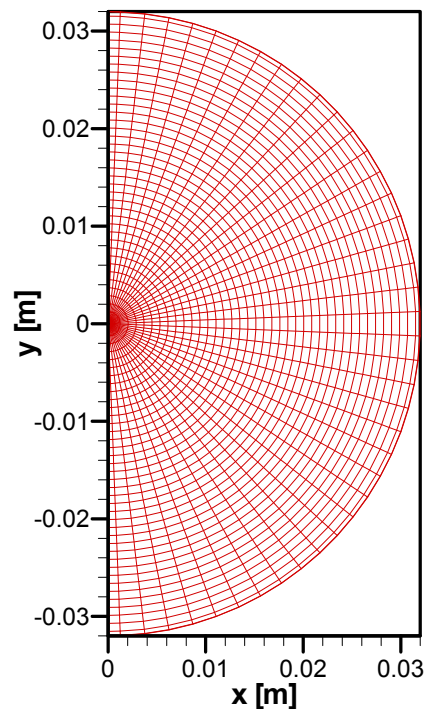


Fig. 5.3 – Malha computacional, 40x40 volumes elementares, utilizada para o desenvolvimento das simulações, $r_0=0.032$ m.

6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1. O Número de Nusselt Para o Problema

Inicialmente é necessário definir uma expressão para o número de Nusselt que atua na fusão do MMF enclausurado no interior do tubo, e para isto adotou-se o tratamento de cavidade. Portanto faz-se necessário o estudo do balanço do fluxo de energia sobre o volume de controle representativo, como demonstrado na Fig. 6.1, onde apenas a difusão é considerada inicialmente.

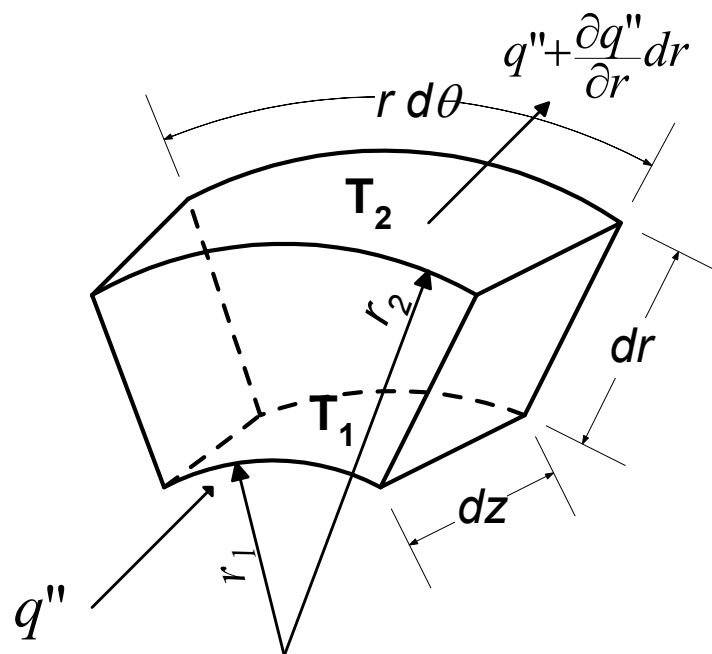


Fig. 6.1 – Volume demonstrativo sobre o qual é realizado o balanço de energia.

Para esta geometria a equação da difusão unidimensional, no regime permanente e sem os termos fontes, pode ser escrita, como:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(kr \frac{dT(r)}{dr} \right) = 0. \quad (6.1)$$

A solução da equação (6.1) fornece o perfil de temperatura, que adaptado para o problema focado neste trabalho, $T_1 = T^*$, $T_2 = T_w$, $r_1 = r_s$ e $r_2 = r_0$, pode ser escrito da seguinte forma:

$$T(r) = \frac{T^* - T_w}{\ln\left(\frac{r_s}{r_0}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) + T_w. \quad (6.2)$$

A taxa do calor, difusivo, que cruza a superfície do tubo em uma posição qualquer de r é obtido utilizando a lei de Fourier. Para o elemento de volume da Fig. 6.1, tem-se:

$$q_r = -k A(r) \frac{d}{dr} \left[\frac{T^* - T_w}{\ln\left(\frac{r_s}{r_0}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) + T_w \right] = -k A(r) \frac{T^* - T_w}{r \ln\left(\frac{r_s}{r_0}\right)}, \quad (6.3)$$

onde q_r é a taxa difusiva total que penetra no volume, e $A(r)$ é a área de troca na posição r .

No estudo da convecção a taxa de energia total, q_{conv} , é escrita utilizando expressão geral,

$$q_{conv} = -A(r_0) h (T^* - T_w), \quad (6.4)$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor por convecção, e $A(r_0)$ é a área de troca na posição r_0 .

Em uma situação em que o MMF estiver parte líquido e parte sólido, entretanto sem ter-se ainda iniciado a convecção, a taxa que penetra em r_0 , por difusão, é transferida pelo líquido até a fronteira de mudança de fase. Nesta situação pode-se escrever, para uma determinada posição angular θ ,

$$-k A(r_0) \frac{\partial T(\theta, r)}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = -k A(r_0) \frac{T^* - T_w}{r_0 \ln\left(\frac{r_s}{r_w}\right)} = -h_\theta A(r_0) (T^* - T_w). \quad (6.5)$$

Isto resultará em uma relação adimensional, que é definida como o número de Nusselt para este problema, e que na situação de difusão pura assumirá:

$$Nu_\theta = \frac{q_{conv}}{q_{r_0}} = \frac{h_\theta}{k} r_0 \ln\left(\frac{r_s}{r_0}\right) = 1. \quad (6.6)$$

A situação descrita pela eq. (6.6) ocorre nos instantes iniciais da fusão. Para a situação em que a convecção natural estiver atuando, toda a energia que penetra no domínio de forma difusiva é carregada para o interior do domínio pela convecção. Utilizando o conceito de parede

finalmente com as eqs. (6.3) e (6.5), para uma situação bidimensional, o Nusselt pode ser escrito como:

$$Nu_{\theta} = \frac{q_{conv}}{q_r} = \frac{-k A(r_0) \frac{\partial T(\theta, r)}{\partial r} \Big|_{r=r_0}}{-k A(r) \frac{(T^* - T_w)}{r \ln\left(\frac{r_s}{r_0}\right)}} = \frac{2\pi r_0}{(T^* - T_w)} \frac{\partial T(\theta, r)}{\partial r} \Big|_{r=r_0} \frac{r}{2\pi r} \ln\left(\frac{r_s}{r_0}\right). \quad (6.7)$$

Definindo o perfil de temperatura adimensional como:

$$T_{adm} = \frac{T(\theta, r) - T_w}{T^* - T_w}, \quad (6.8)$$

$$\frac{\partial T(\theta, r)}{\partial r} = (T^* - T_w) \frac{\partial T_{adm}}{\partial r}, \quad (6.9)$$

o Nusselt torna-se:

$$Nu_{\theta} = r_0 \ln\left(\frac{r_s}{r_0}\right) \frac{\partial T_{adm}}{\partial r} \Big|_{r=r_0}. \quad (6.10)$$

O Nusselt, assim definido, representa uma relação entre a taxa de transferência de calor convectiva existente e a taxa de transferência de calor que existiria se o processo fosse difusivo puro. Alguns autores mencionam esta relação como K_{eq} , [Tsui e Tremblay, 1983 e Prusa e Yao, 1983]. Todas as equações anteriores fornecem resultados para um volume em uma determinada posição do ângulo θ . Na seção seguinte serão expostas figuras que mostram o comportamento local do número de Nusselt nas posições angulares θ .

Normalmente na engenharia o interesse está no comportamento médio do fenômeno; portanto se faz necessário a determinação do comportamento médio do Nusselt, que é realizado da seguinte forma:

$$\bar{Nu} = \frac{1}{A(r_0)} \int_{A(r_0)} Nu_{\theta} dA(r_0) = \frac{1}{2\pi r_0} \int_0^{2\pi} Nu_{\theta} r_0 d\theta. \quad (6.11)$$

6.2. Fusão com Condições de Contorno de Primeira Espécie

Serão apresentadas a seguir soluções obtidas para a condição de contorno com temperatura prescrita na parede, de $T_w=2^\circ\text{C}$, a $T_w=14^\circ\text{C}$, partindo da temperatura inicial do sólido $T=0^\circ\text{C}$. Em função do fenômeno ser dinâmico, com a mudança da temperatura da parede e com o tempo, foram escolhidas soluções em diversos instantes t , para a gama de temperaturas de interesse na parede. Sobrepostos aos gráficos da massa específica estão os que representam as linhas de corrente na região líquida. Isto possibilita a compreensão do fenômeno associado à inversão de massa específica. O comportamento do Nusselt local, equação (6.10), e Nusselt médio, equação (6.11) são apresentados para todas as temperaturas mencionadas.

Inicialmente são apresentadas as soluções para a massa específica, temperatura e linhas de corrente, para $T_w=2^\circ\text{C}$. Estas soluções estão expostas nas Fig. 6.3, Fig. 6.4 e Fig. 6.5, e os comportamentos dos números de Nusselt local e médio, para este caso, estão expostos nas Fig. 6.2 e Fig. 6.6.

Observando a Fig. 6.2, pode-se notar que para os instantes iniciais, em $t=200\text{ s}$, o valor do Nusselt é a unidade, caracterizando uma igualdade de taxas como descrito na Eq.(6.6), ou seja, predomínio da difusão. Em tempos posteriores, $t=6000\text{ s}$, pode-se observar o início da manifestação dos efeitos convectivos, através de uma pequena elevação do valor de Nusselt para posições angulares $0^\circ < \theta < 100^\circ$ (parte superior). Em posições $100^\circ < \theta < 180^\circ$ (parte inferior), ocorre uma diminuição do valor de Nusselt. A máxima temperatura que o líquido pode atingir, nesta simulação, é próxima a 2°C e a mínima próxima a 0°C , e de acordo com Fig. 4.2 (massa específica) a parcela de líquido com temperatura mais elevada terá uma massa específica maior. Devido à ação do campo gravitacional, o fluido com menor massa específica e menor temperatura irá concentrar-se nas posições superiores, intensificando a transferência de energia naquela região. O fluido com maior temperatura e com maior massa específica irá ocupar as regiões inferiores do tubo, promovendo uma diminuição na taxa de transferência de calor da parede para o fluido. Como consequência o Nusselt atinge valores abaixo da unidade. Esta diminuição ocorre devido à hipótese assumida nas deduções para o número de Nusselt, Eq. (6.5), onde foi considerado que a taxa que penetra por difusão na fronteira é carregada, em quase a sua totalidade, pela advecção para o interior do domínio. Nas Fig. 6.3, Fig. 6.4 e Fig. 6.5, é possível observar a evolução da fronteira de mudança de fase, juntamente com o comportamento das variáveis do processo, temperatura e massa específica, comprovando a discussão anterior. Pelo comportamento do campo de temperatura pode-se observar que ocorre concentração de líquido com temperatura elevada na parte inferior do domínio. Com a evolução temporal as características do processo

ressaltadas anteriormente se intensificam, ou seja, o Nusselt aumenta nas posições superiores, diminuindo nas regiões inferiores.

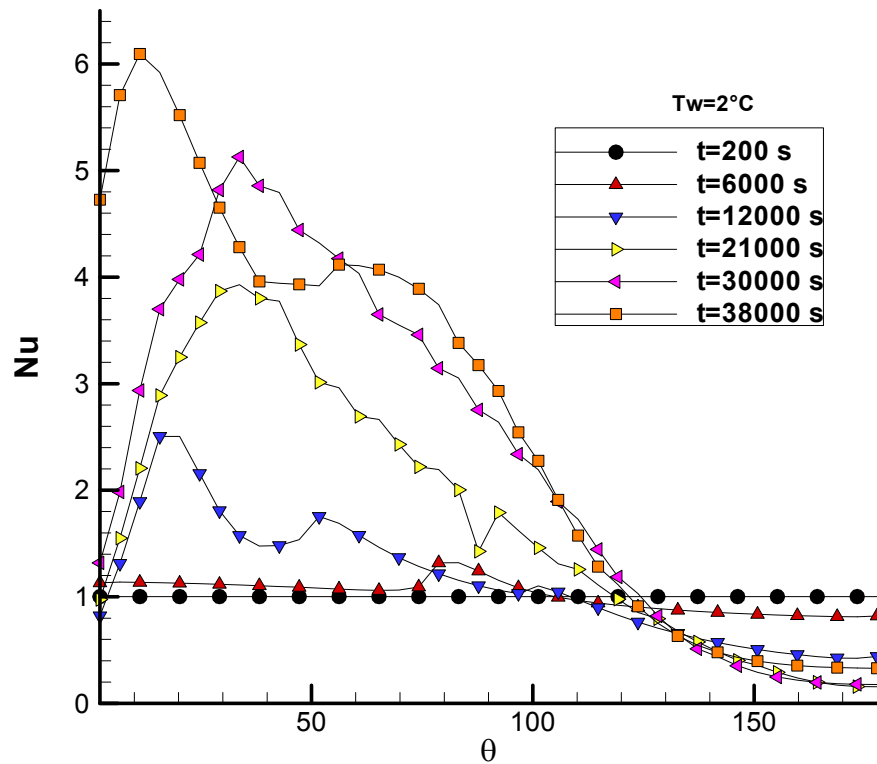


Fig. 6.2 – $T_w=2^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt local para diversos períodos de tempo.

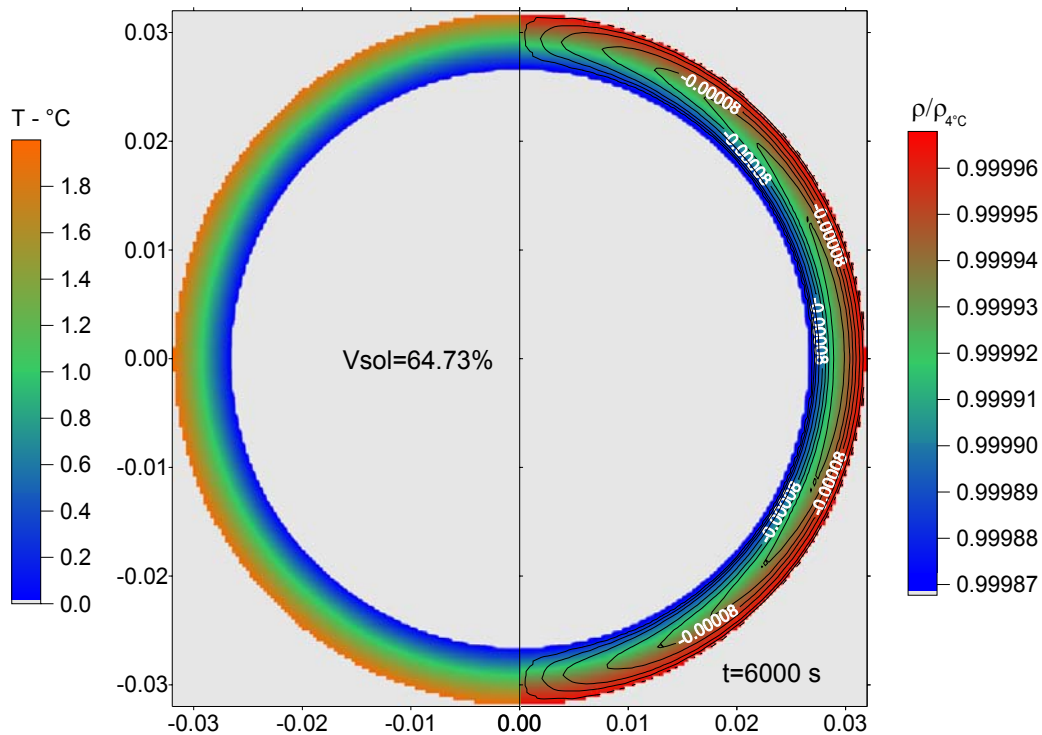


Fig. 6.3 - $T_w=2^\circ\text{C}$, $t=6000$ s. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

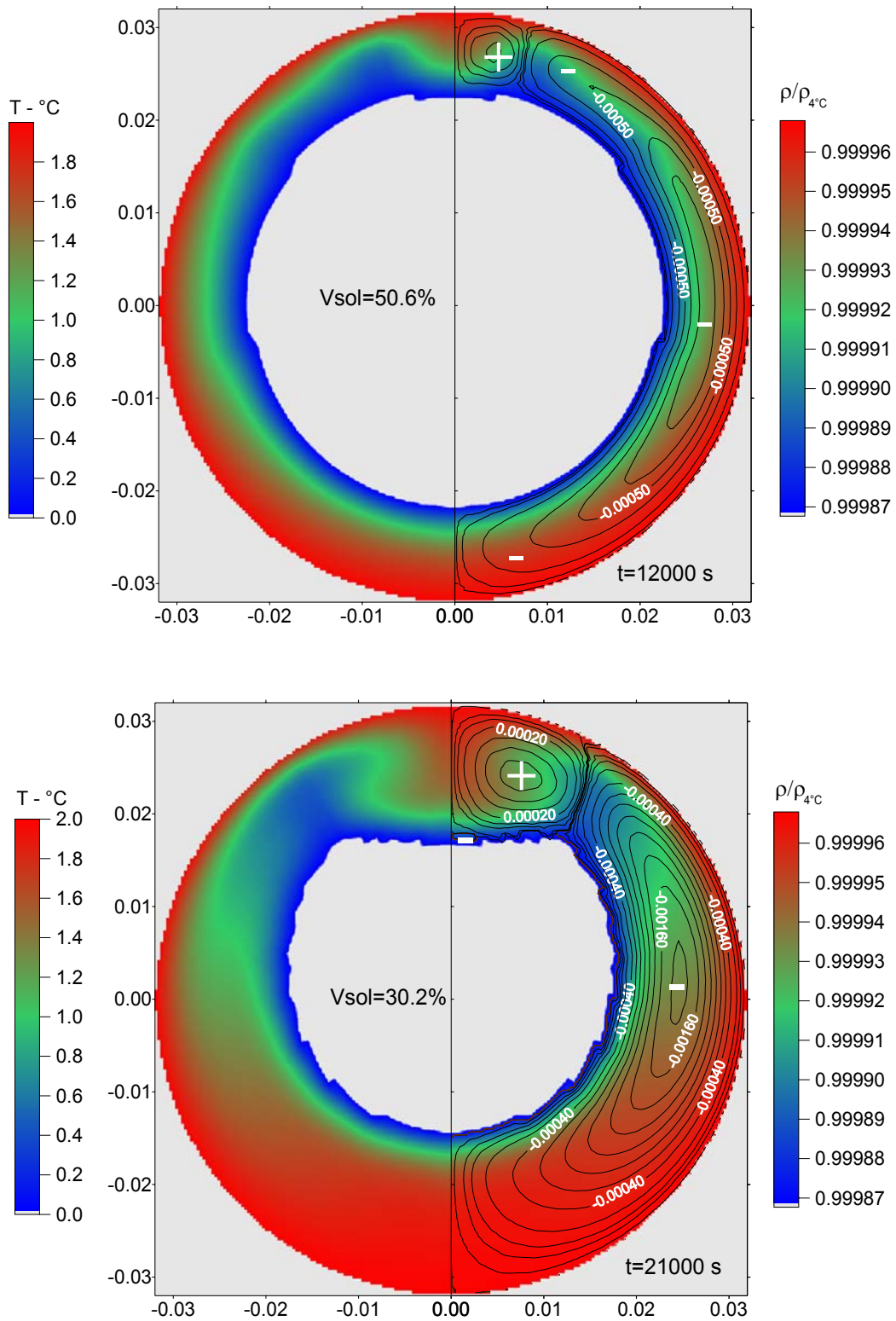


Fig. 6.4 - $T_w=2^{\circ}\text{C}$, $t=12000\text{ s}$ e $t=21000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

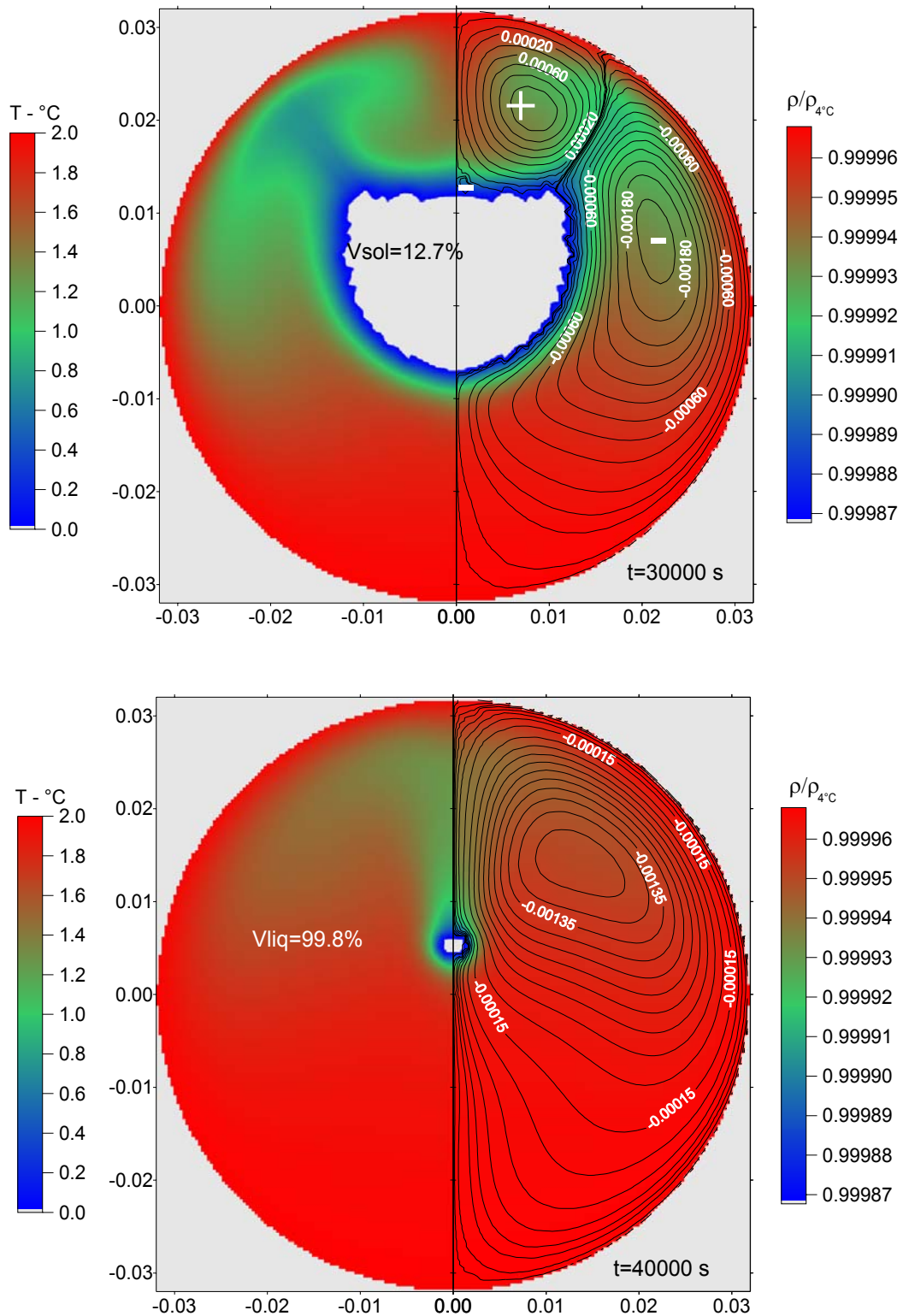


Fig. 6.5 - $T_w=2^{\circ}\text{C}$, $t=30000\text{ s}$ e $t=40000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

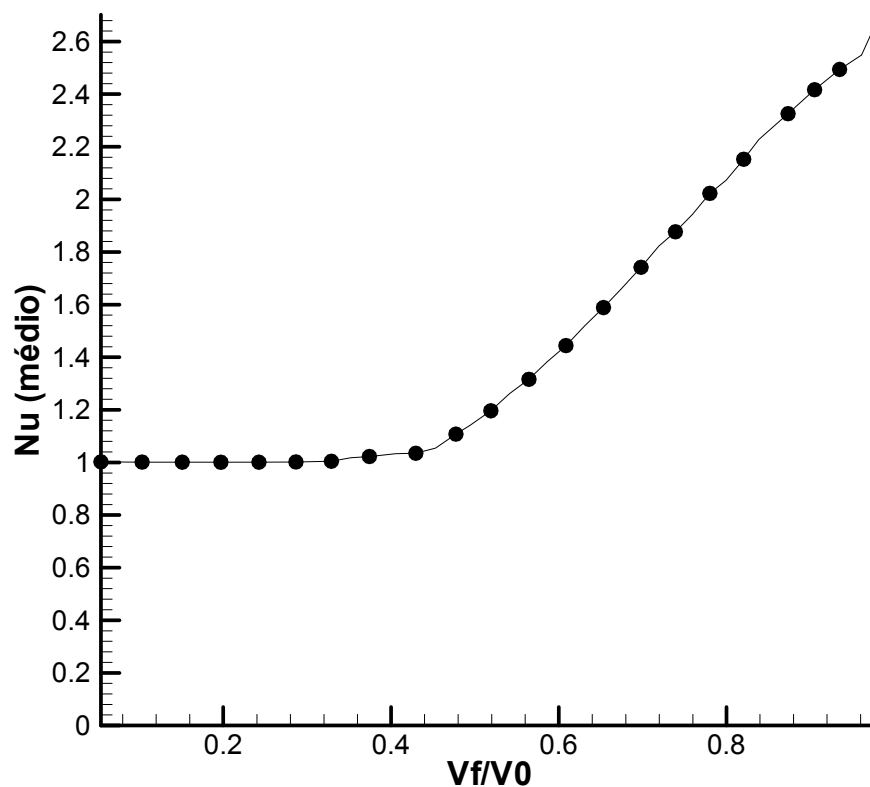


Fig. 6.6 – $T_w=2^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt médio em função da relação volume fundido/volume inicial.

Na Fig. 6.4, para $t=12000$ s ocorre o aparecimento de um segundo vórtice na posição superior com sentido anti-horário (positivo), enquanto que o vórtice maior tem o sentido horário (negativo). Este vórtice retira energia da parede desde a parte superior, e “carrega” esta energia até a parte inferior onde retorna e entrega calor promovendo a fusão do sólido. O líquido da região inferior já resfriado após ceder calor para o sólido, associado ao líquido oriundo da fusão, desloca-se, devido ao empuxo, para as posições superiores do anel. Naquela região a estrutura de vórtice local gera um pico no número de Nusselt na posição em que o fluido, com temperatura inferior, incide sobre a parede externa que está cedendo calor ao sistema. Esta posição coincide com a fronteira entre os dois vórtices. Como é possível notar, estes picos intensificam-se com a evolução do problema, pois os vórtices também se intensificam com o tempo, além de ocorrer uma mudança de posição pelo aumento do tamanho do vórtice secundário, como em $t=21000$ s, onde é possível detectar, com maior ênfase, a influência da estrutura de vórtices no formato geométrico do sólido no interior do domínio. Na Fig. 6.5 pode-se observar uma nova alteração na estrutura de vórtices, $t=30000$ s. Na mesma figura em $t=40000$ s existe apenas um vórtice com

sentido horário (negativo) atuando. Nesta situação tem-se 99,8% do volume do domínio na fase líquida. A espessura do anel de líquido é um fator que também interfere no número de Nusselt, contribuindo para o seu comportamento oscilatório ao longo de θ .

Na Fig. 6.6, demonstra-se o comportamento do Nusselt médio em função da relação volume fundido/volume inicial para a condição de $T_w=2^\circ\text{C}$. É possível observar que o comportamento médio torna-se pronunciadamente convectivo depois que 40% do volume inicial torna-se líquido.

A seguir serão apresentados os resultados obtidos para a segunda situação, onde a temperatura na parede foi mantida em 4°C . Semelhante ao que acontece para o caso com $T_w=2^\circ\text{C}$, nos instantes iniciais pode-se observar que o fenômeno é difusivo puro, como mostrado na Fig. 6.7, em $t=100\text{ s}$. Em tempos posteriores, como em $t=3000\text{ s}$, ocorrem variações no número de Nusselt. Comparando com a situação anterior percebe-se que com o aumento da temperatura da parede a convecção começa a atuar mais cedo, como se esperava. As forças de empuxo necessárias para promover a movimentação do fluido são mais intensas devido ao gradiente de temperatura ser mais elevado.

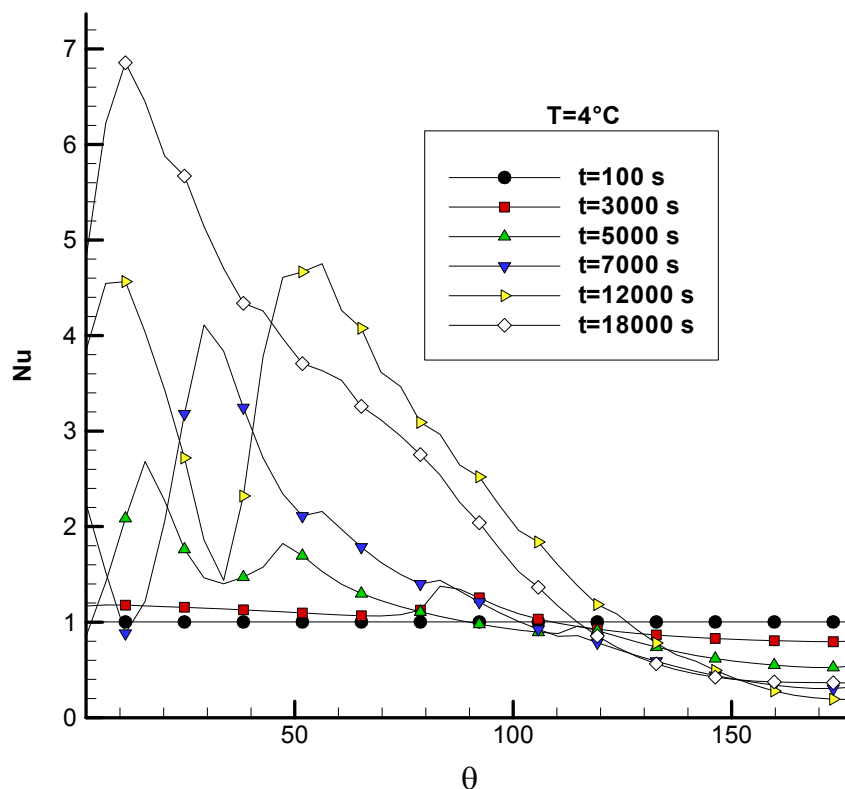


Fig. 6.7 – $T_w=4^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt local em diversos períodos de tempo.

Nesta situação uma parcela do líquido atinge os valores da máxima massa específica que ocorre próximo aos 4°C , região junto a parede do tubo. Observando a Fig. 6.3, situação com $T_w=2^{\circ}\text{C}$, para $t=6000\text{ s}$ e a Fig. 6.8 situação com $T_w=4^{\circ}\text{C}$, $t=3000\text{ s}$, é possível visualizar a diferença na intensidade das linhas de corrente que são maiores no segundo caso, devido às forças de empuxo também serem maiores. Nestas duas figuras o volume de líquido é semelhante. Em situações mais evoluídas no tempo, como em $t=5000\text{ s}$, é possível observar a existência de dois picos no número de Nusselt. O primeiro pico se deve ao aparecimento de um segundo vórtice que gira em sentido anti-horário, ao contrário do vórtice maior, horário. Da mesma forma que no caso anterior, na fronteira dos vórtices, o deslocamento de massa vai da região próxima ao MMF para a parede do tubo, originando regiões com alto gradiente térmico, como observado no lado esquerdo da Fig. 6.8, que representa o campo de temperatura. O segundo pico ocorre em uma posição angular intermediária, e é originado pela variação da espessura do anel de MMF no estado líquido. Em soluções mais avançadas no tempo, $t=7000\text{ s}$, a estrutura de vórtices é alterada novamente, e na Fig. 6.9 pode-se observar o aparecimento de um terceiro vórtice. Dois vórtices giram no sentido horário (negativos) e um vórtice gira no sentido anti-horário (positivo). Isto faz com que existam dois locais onde ocorrem picos no número do Nusselt, e esta estrutura de vórtices também é registrada em $t=12000\text{ s}$. Em $t=18000\text{ s}$, Fig. 6.10, tem-se uma nova estrutura de vórtices. O vórtice que gira no sentido horário, negativo, predomina, ficando um vórtice positivo na região inferior do domínio, sem interferir significativamente no processo de transferência de calor. Nesta situação ocorre o pico do número de Nusselt na posição superior do tubo, região para onde o líquido, com menor temperatura e massa específica se concentram.

O comportamento médio do número de Nusselt para $T_w=4^{\circ}\text{C}$ pode ser visualizado na Fig. 6.11, onde nota-se que existe semelhança com o caso anterior, ou seja o comportamento médio é difusivo dominante para relações $V_f/V_0 < 0,4$, e convectivo dominante para relações $V_f/V_0 > 0,4$. O comportamento oscilatório do tratamento localizado desaparece na situação média.

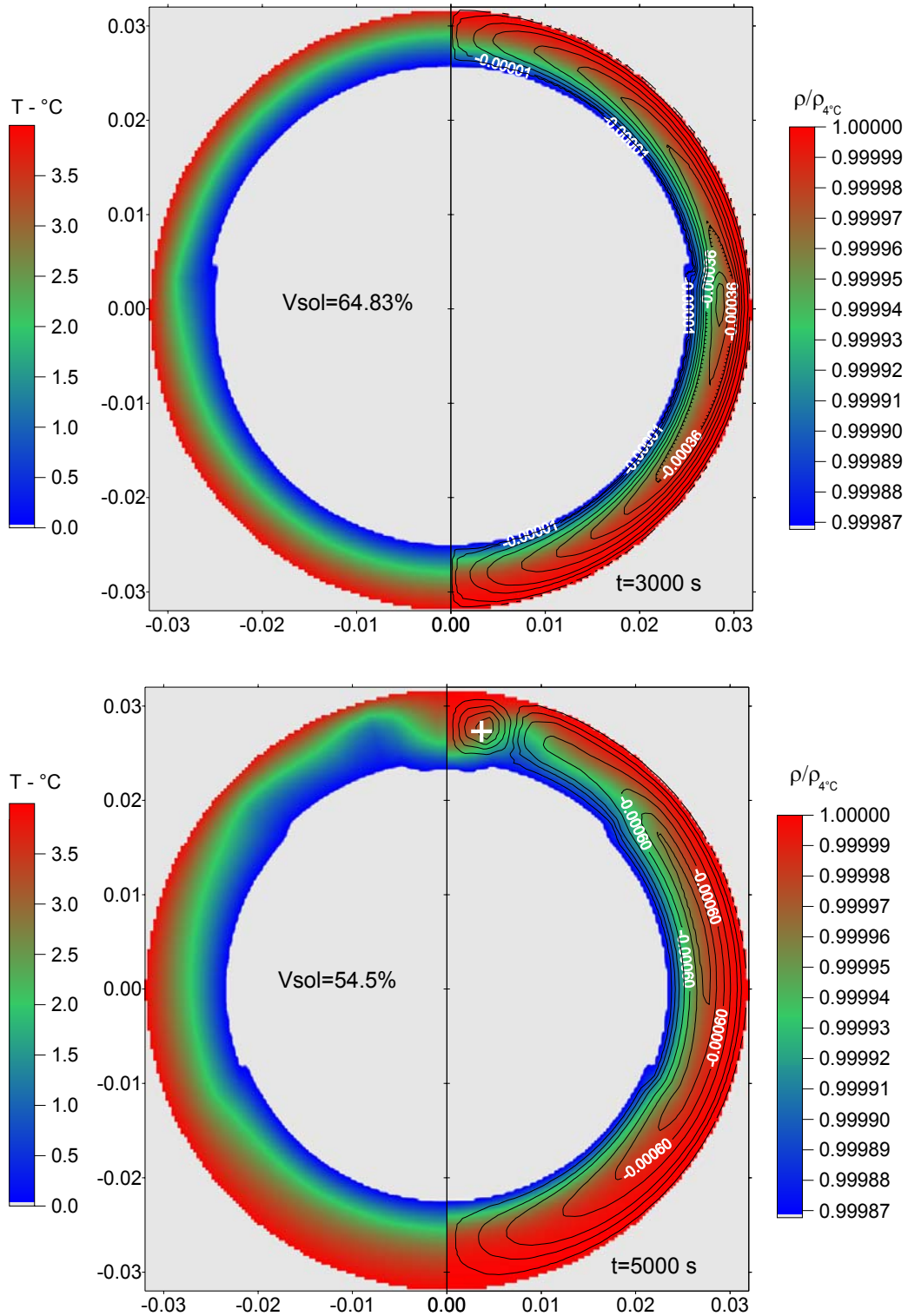


Fig. 6.8 – $T_w=4^{\circ}\text{C}$, $t=3000\text{ s}$ e $t=5000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

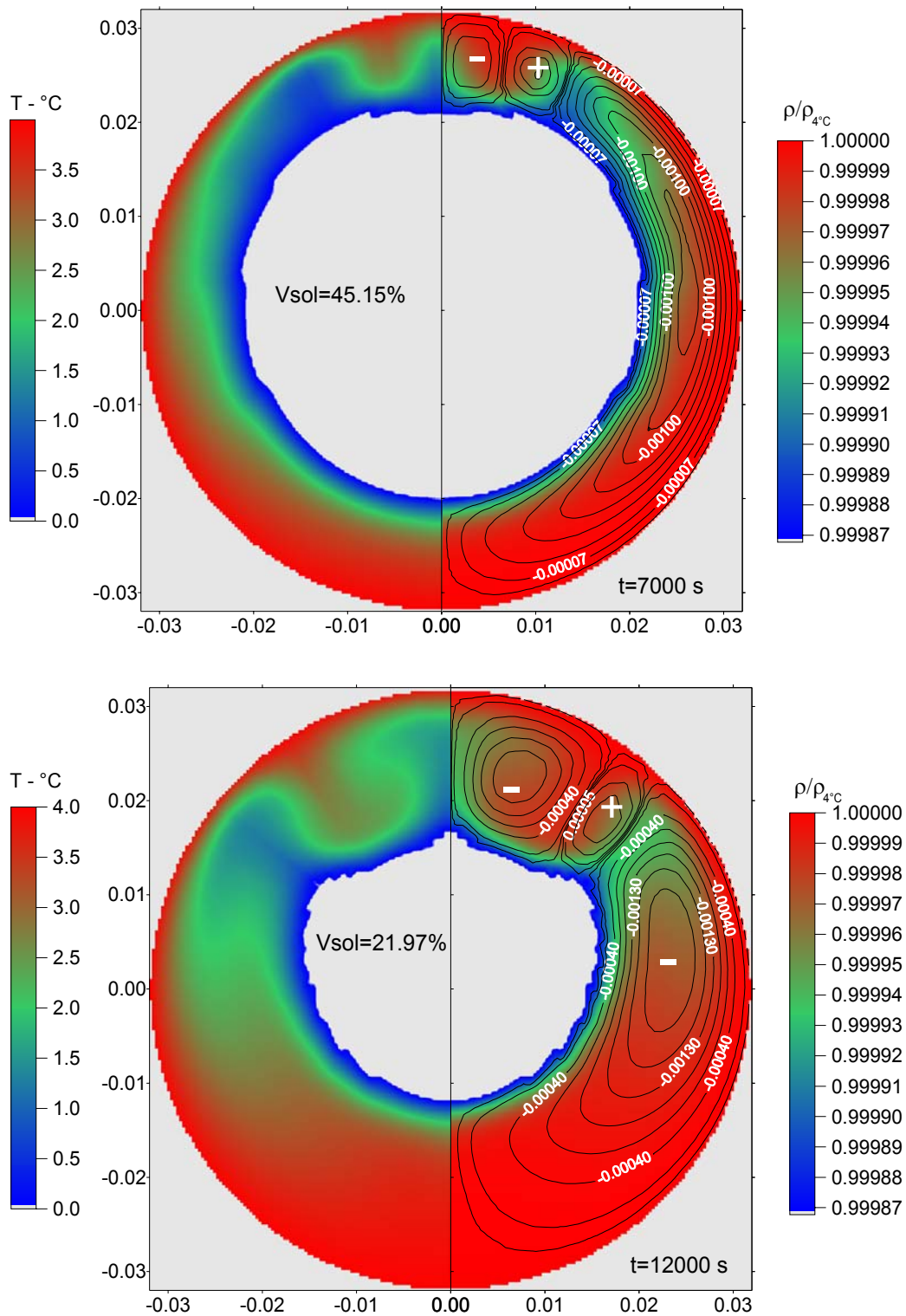


Fig. 6.9 – $T_w=4^{\circ}\text{C}$, $t=7000$ s e $t=12000$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

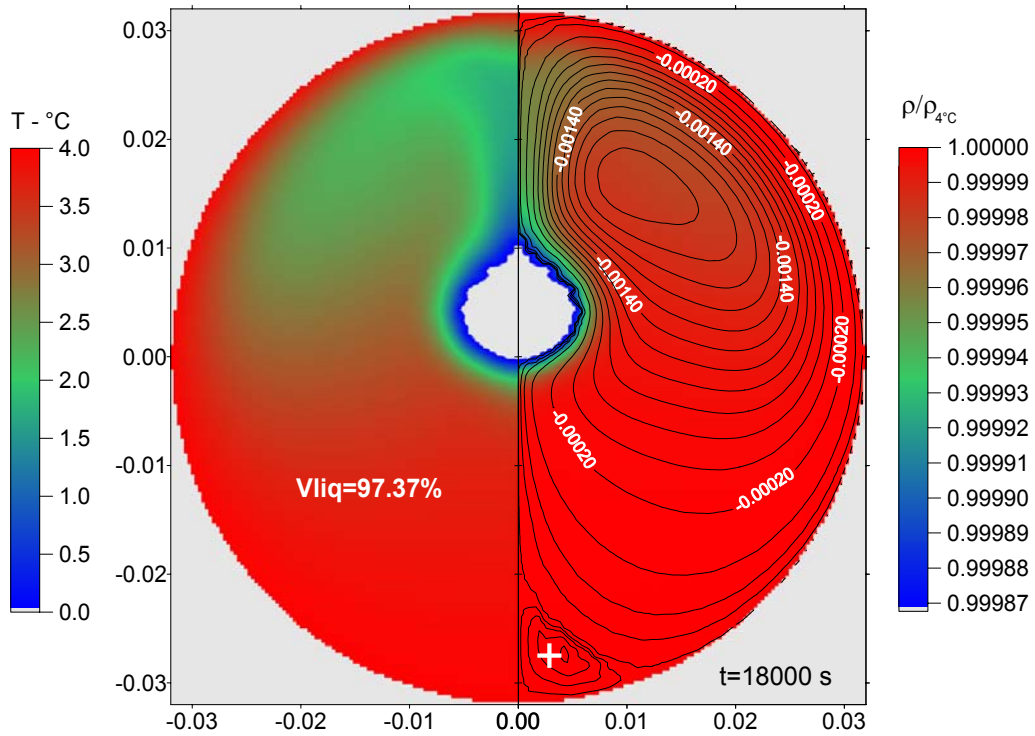


Fig. 6.10 – $T_w=4^{\circ}\text{C}$ e $t=18000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

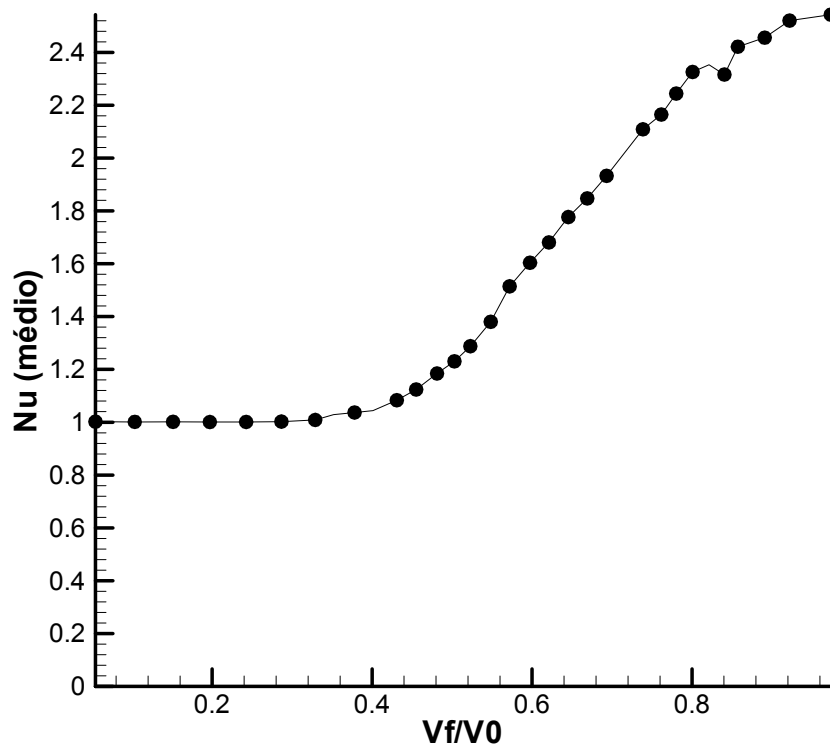


Fig. 6.11 – $T_w=4^{\circ}\text{C}$, comportamento do Nusselt médio em função da relação volume fundido/volume inicial.

Nas figuras posteriores são colocadas as soluções obtidas para a condição de contorno com $T_w=6^\circ\text{C}$. Neste caso, para $t=100\text{ s}$, o comportamento do fenômeno é difusivo, como pode-se observar na Fig. 6.13. Com a evolução temporal novamente a convecção começa a manifestar-se, como pode ser observado na Fig. 6.12.

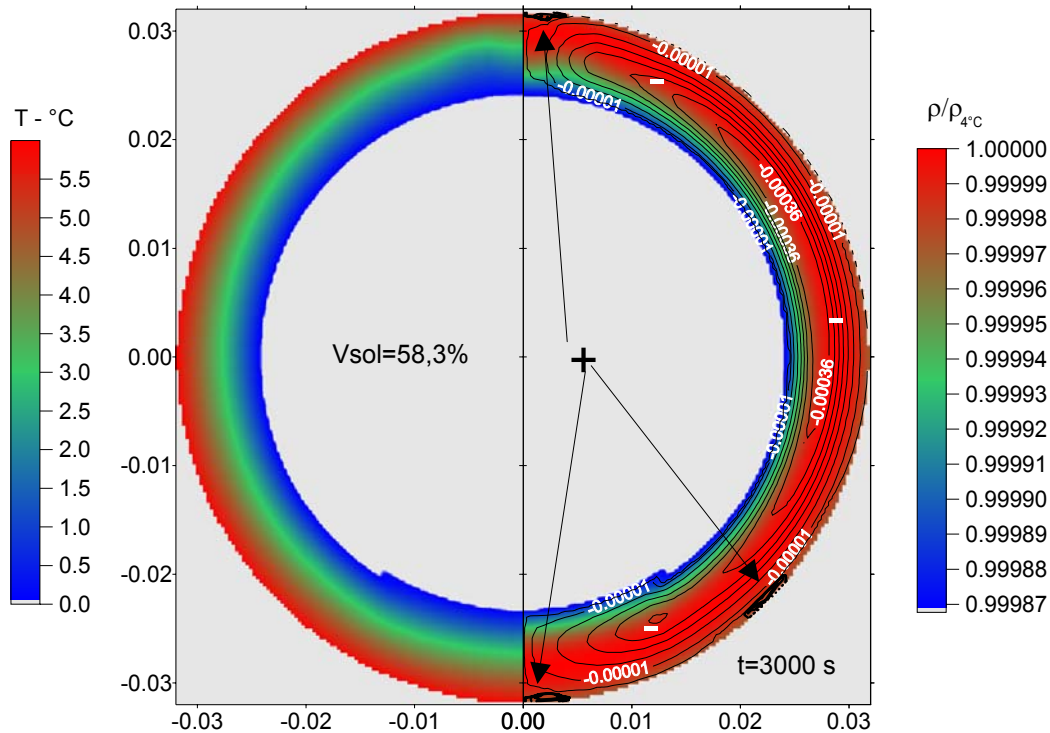


Fig. 6.12 – $T_w=6^\circ\text{C}$, $t=3000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

Agora a estrutura de vórtices é composta por um vórtice principal girando em sentido horário, negativo, e três outros vórtices de pequena escala girando no sentido anti-horário. No lado esquerdo da figura mencionada, onde aparece o comportamento do campo de temperatura, é possível observar na parte superior do anel o deslocamento de fluido, com baixa temperatura, em direção a parede do tubo, promovendo uma intensificação da transferência de calor naquela região. Novamente o líquido com a menor massa específica, junto ao MMF sólido, desloca-se para a parte superior do anel. Junto à parede do tubo o líquido está próximo à máxima massa específica, fazendo com que o mesmo se movimente na direção da região inferior do anel, diminuindo a taxa de transferência de calor do tubo para o fluido. Nesta situação a região de máxima massa específica não é junto à parede, mas sim em uma região próxima. Esta região pode ser facilmente identificada pela temperatura, $T=4^\circ\text{C}$. Este afastamento promove a existência dos pequenos vórtices já mencionados.

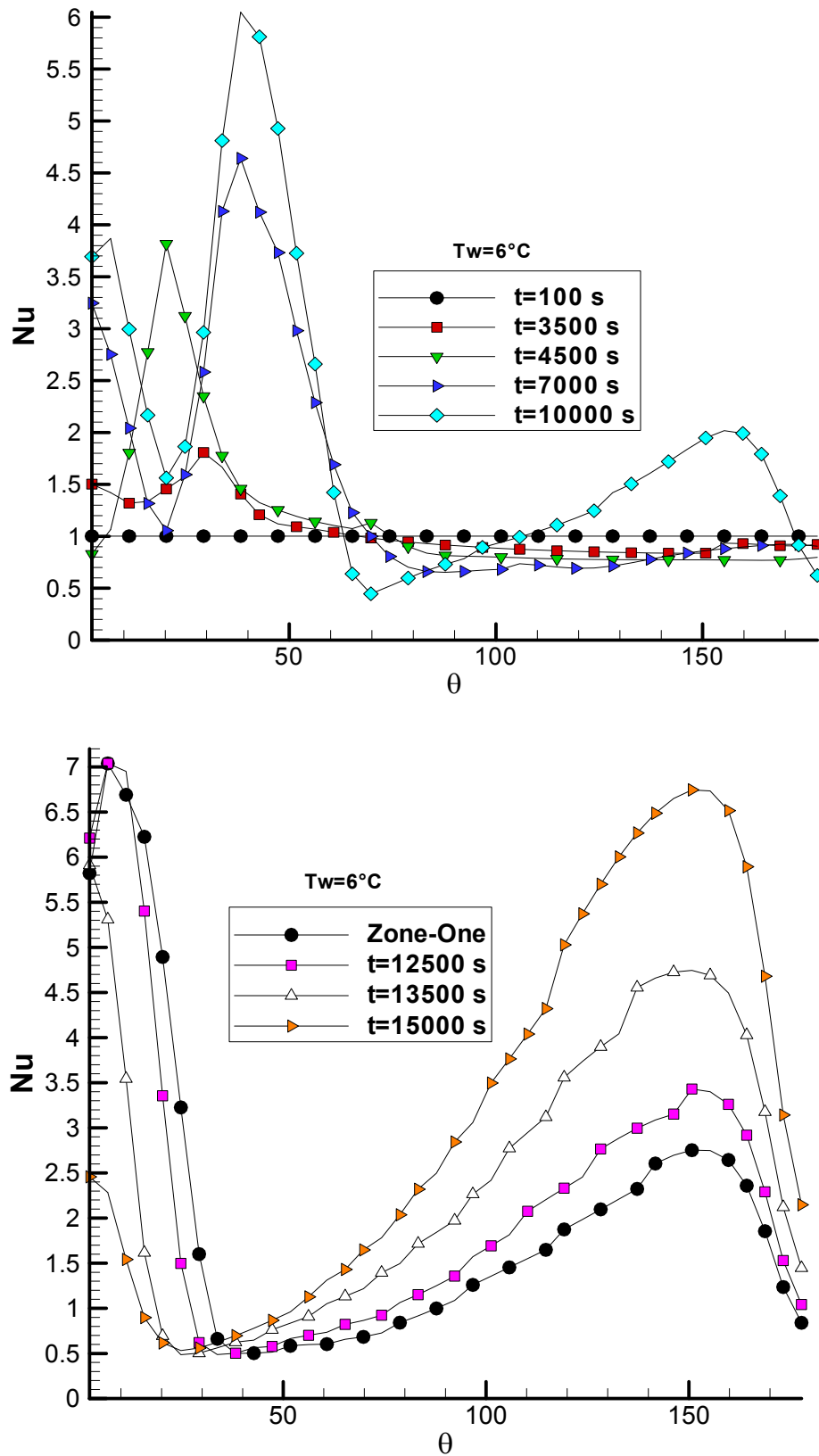


Fig. 6.13 – $T_w=6^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt local em diversos períodos de tempo.

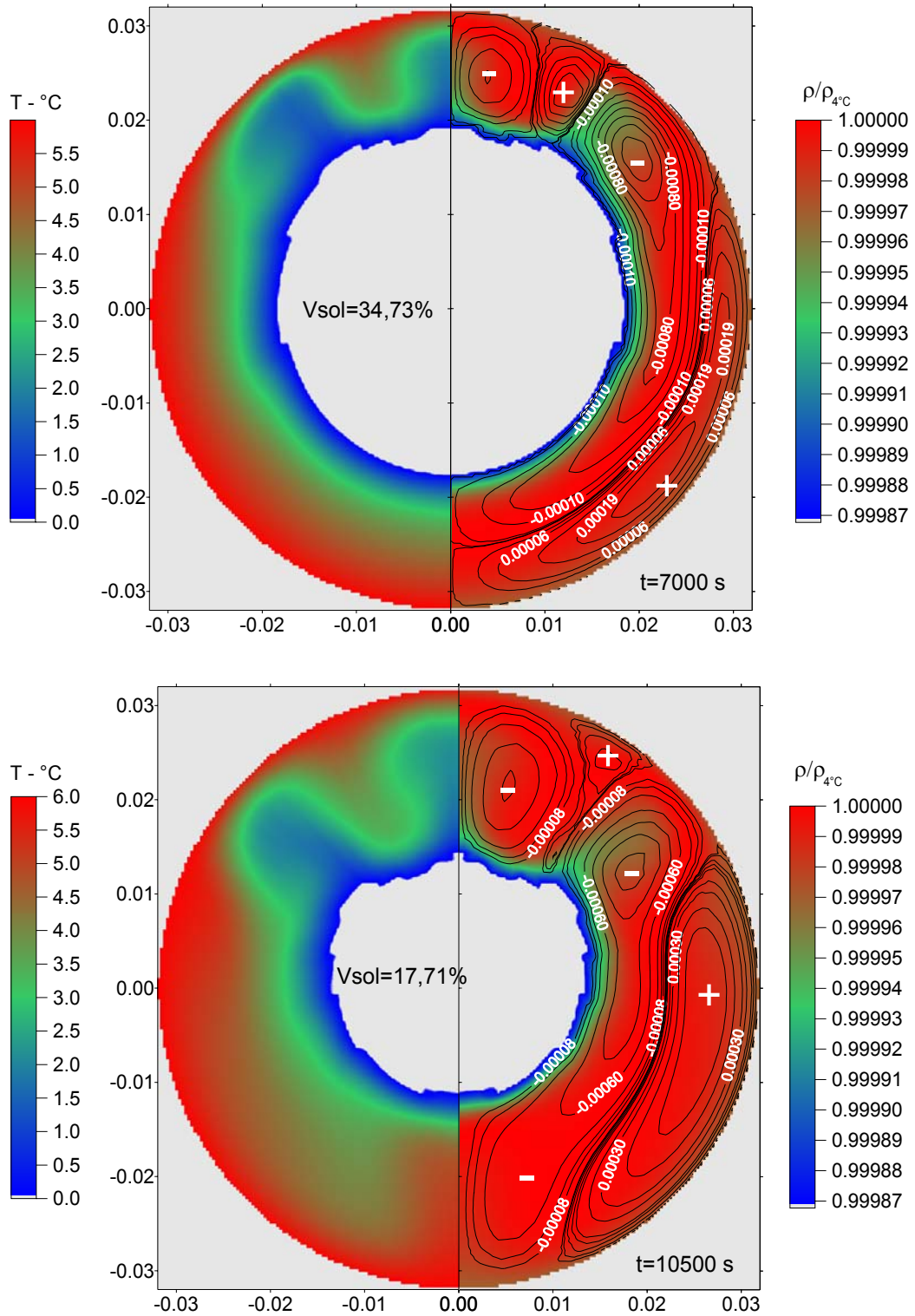


Fig. 6.14 – $T_w=6^\circ\text{C}$, $t=7000\text{ s}$ e $t=10500\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

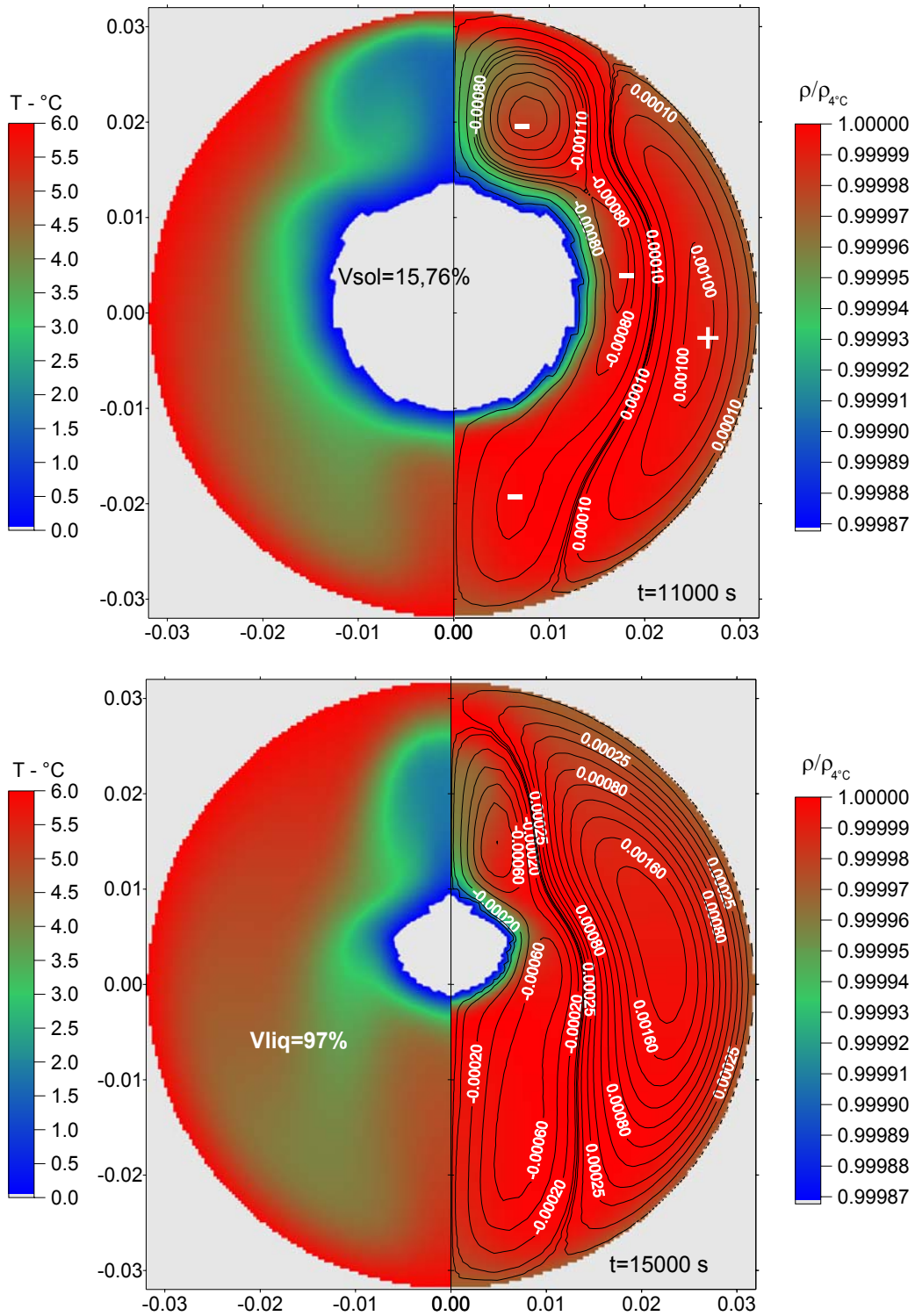


Fig. 6.15 – $T_w=6^{\circ}\text{C}$, $t=11000$ s e $t=15000$ s. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

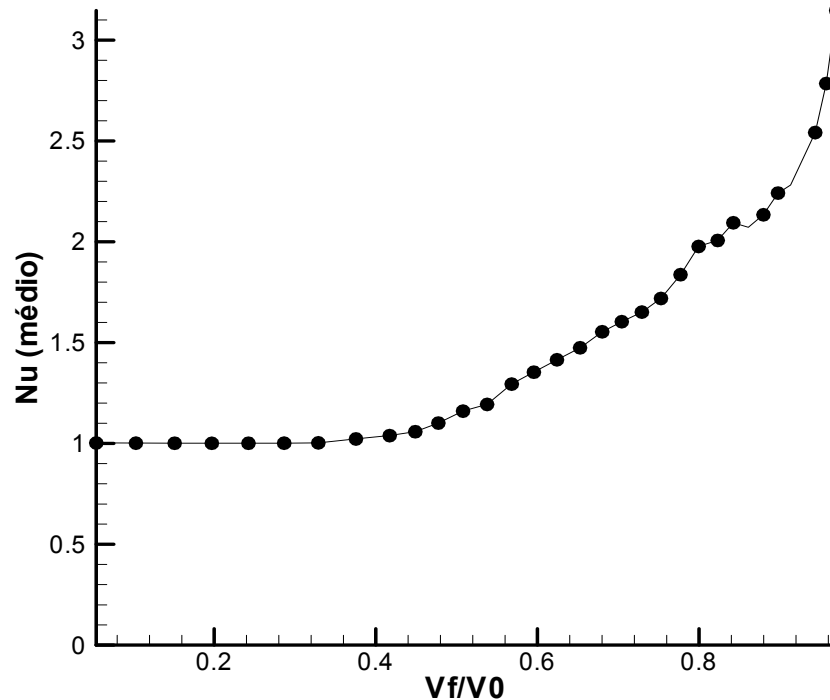


Fig. 6.16 – $T_w=6^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt médio em função da relação volume fundido/volume inicial.

Soluções mais avançadas no tempo permitem compreender de forma mais clara esta nova situação, como na Fig. 6.14 para $t=7000\text{ s}$ e $t=10500\text{ s}$, onde a estrutura de vórtices é diferente da estrutura encontrada em tempos anteriores. Existem agora 4 vórtices e a região onde ocorre a máxima massa específica é aquela onde ocorre a inversão no fluxo hidrodinâmico, e estas posições coincidem com a fronteira entre vórtices que giram em sentidos contrários. Este comportamento deve-se ao fato das temperaturas reinantes no líquido, nestas simulações, serem próximas àquelas da máxima massa específica da água. O comportamento do Nusselt local novamente é alterado e para estas soluções pode-se observar dois picos na parte superior do tubo, e o crescimento do Nusselt na parte inferior. Isto se deve ao comportamento da estrutura de vórtices, que novamente desloca fluido de baixa temperatura para regiões próximas à parede do tubo, intensificando a transferência de calor.

Em soluções mais avançadas $t=11000\text{ s}$ e $t=15000\text{ s}$, Fig. 6.15, a estrutura de vórtices já está completamente modificada, existindo agora apenas dois vórtices grandes: um externo girando em sentido anti-horário e um interno girando no sentido horário. Como consequência da nova estrutura de vórtices ocorre uma diminuição dos picos de Nusselt na parte superior do tubo. Na parte inferior do tubo o Nusselt aumenta, mas de forma mais homogênea, pois o escoamento

é paralelo à parede do tubo. Na Fig. 6.16 encontra-se exposto o comportamento do Nusselt médio para este caso, e como pode ser observado novamente o comportamento médio do fenômeno é difusivo para relações $V_f/V_0 < 0,4$.

A seguir, na Fig. 6.17, são apresentados os resultados para a situação com $T_w=8^\circ\text{C}$, onde novamente o processo difusivo é registrado nos instantes iniciais, e com a evolução temporal a convecção se manifesta. O comportamento das estruturas de vórtices, do campo de massa específica e do campo de temperatura novamente são singulares. Para a situação com $t=3000\text{ s}$, Fig. 6.18, é possível notar uma inversão de comportamento. Nos dois primeiros casos simulados, $T_w=2^\circ\text{C}$ e $T_w=4^\circ\text{C}$, havia uma concentração de fluido com alta temperatura na região inferior. Já neste caso a concentração do líquido com alta temperatura passa a ser na parte superior do tubo. Isto se deve ao fato de existir uma parcela maior de fluido com temperaturas acima de 4°C , e massa específica menor. O fluido com temperatura abaixo dos 4°C também tem massa específica baixa, mas em parcela menor. A região dos 4°C fica mais próxima agora da região sólida, sendo um divisor das duas regiões. Pode ser observada a existência de dois vórtices, um externo sentido anti-horário em toda a extensão do tubo e um vórtice interno girando em sentido horário, cobrindo parcialmente o sólido.

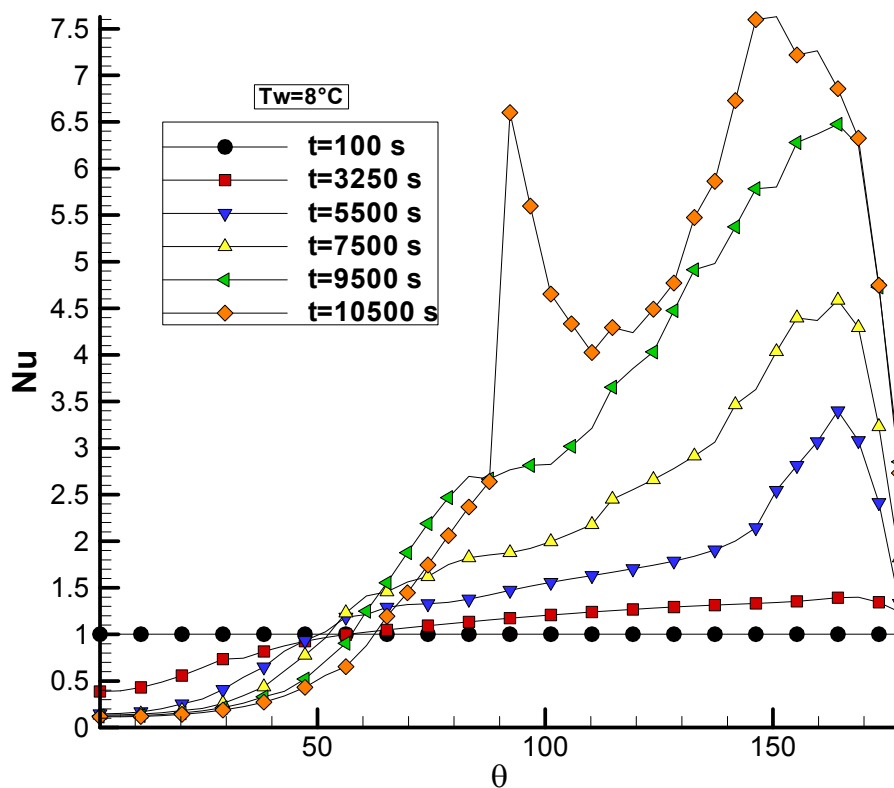


Fig. 6.17 – $T_w=8^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt local em diversos períodos de tempo.

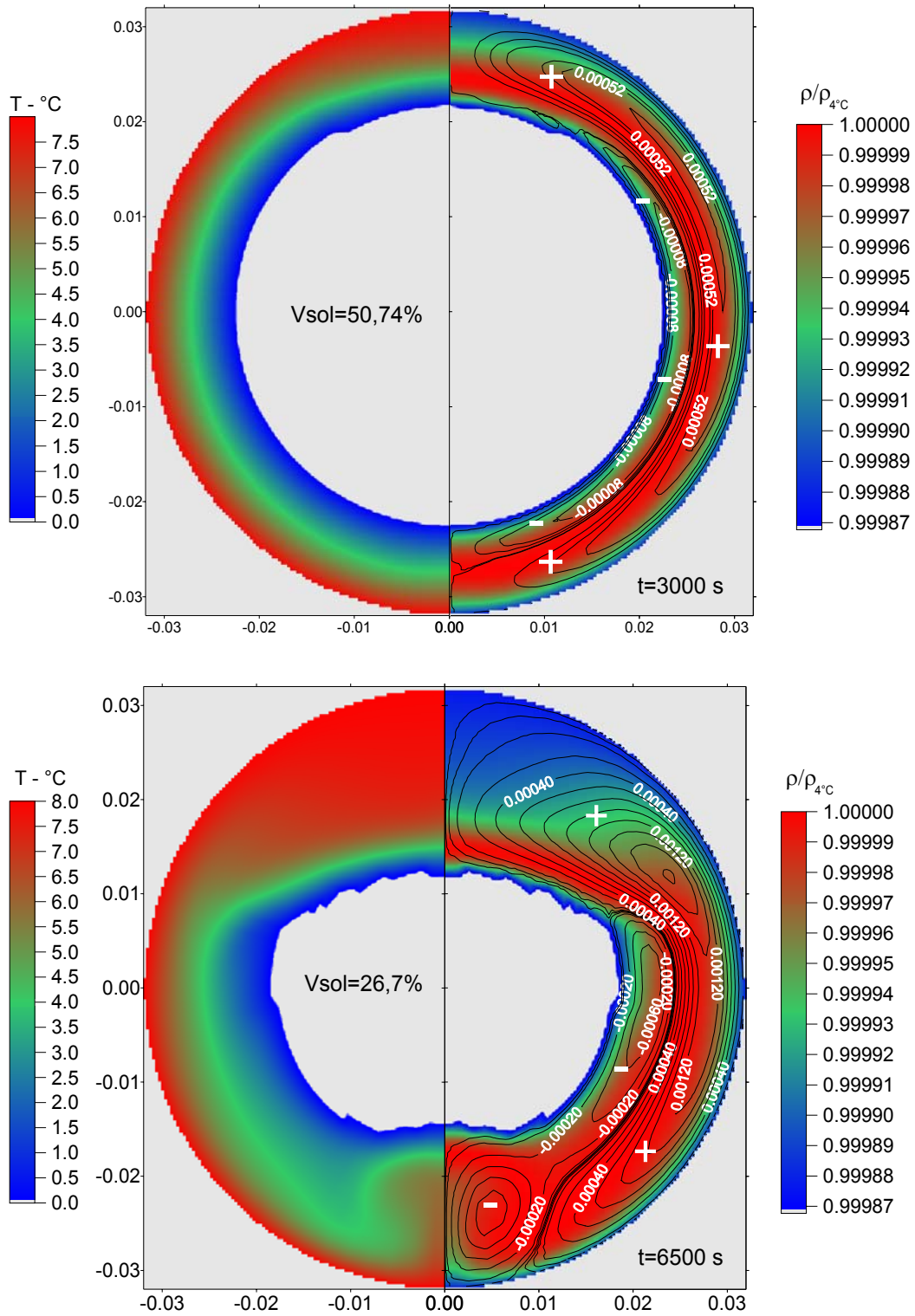


Fig. 6.18 – $T_w=8^{\circ}\text{C}$, $t=3000\text{ s}$ e $t=6500\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

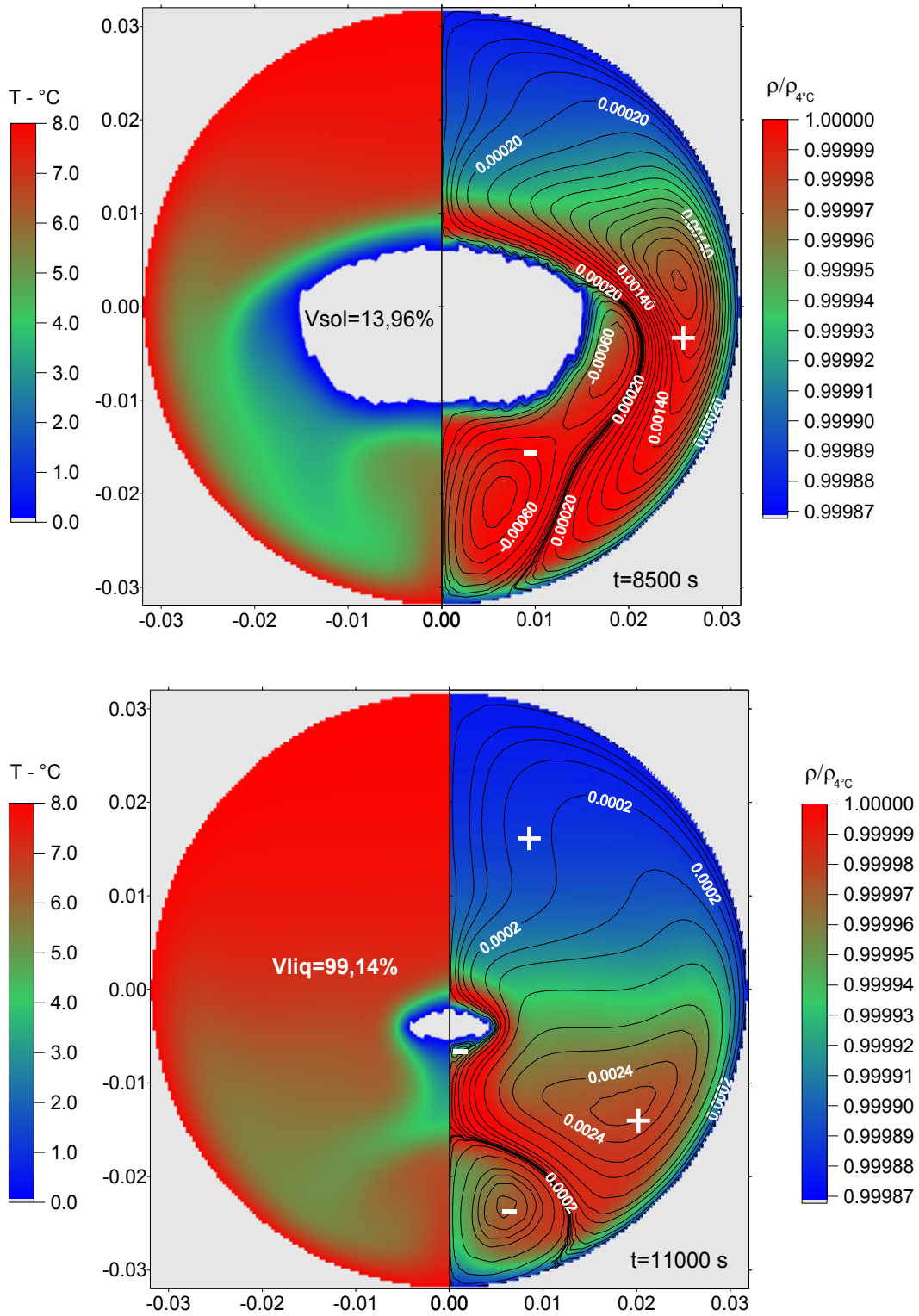


Fig. 6.19 – $T_w=8^\circ\text{C}$, $t=8500$ s e $t=11000$ s. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

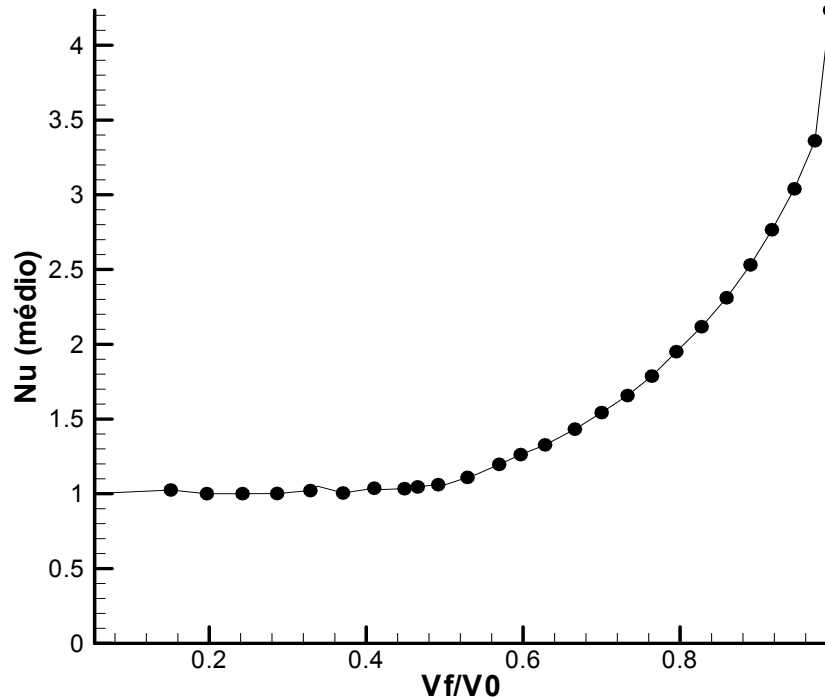


Fig. 6.20 – $T_w=8^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt médio em função da relação volume fundido/volume inicial.

O vórtice externo retira a energia do tubo, sendo uma parcela desta energia doada diretamente ao sólido, na parte superior do anel, e a outra parcela ao vórtice interno. Este comportamento não produz os picos de Nusselt registrados para os casos anteriores. Isto torna o comportamento do Nusselt local mais harmonioso, fazendo com que o comportamento médio difusivo se estenda para valores da relação $V_f/V_0 > 0,4$, conforme mostra a Fig. 6.20.

Outro aspecto a ressaltar agora é o comportamento observado para a situação com $T_w=6^\circ\text{C}$. Inicialmente o fenômeno se comporta como nos dois casos anteriores, $T_w=2^\circ\text{C}$ e $T_w=4^\circ\text{C}$, e após um determinado período o comportamento tende a ser semelhante ao registrado neste caso, $T_w=8^\circ\text{C}$. Em situações mais avançadas no tempo, $t=6500\text{ s}$, Fig. 6.18, percebe-se que a concentração de fluido com maior temperatura ocupa uma região maior na parte superior do anel. A geometria da região sólida também sofre modificações. Agora a região superior do sólido recebe mais energia e conseqüentemente funde numa taxa maior. Na região inferior o vórtice interno retira energia da parede também, e a entrega para o sólido, principalmente em sua parte inferior. Assim pode-se notar que a parte superior e inferior são abastecidas com um suprimento maior de energia. Este aspecto fica mais ressaltado pelo formato geométrico do sólido na Fig. 6.19.

Na Fig. 6.17 percebe-se mais claramente a inversão no comportamento do fenômeno. Agora o processo de transferência de calor, entre o fluido e o tubo, acontece com mais intensidade na parte inferior do tubo e isto se deve, como nas situações anteriores, devido ao comporta-

mento do campo de temperatura, que é uma consequência do comportamento “anormal” da massa específica da água.

A seguir são apresentadas, em seqüência, as soluções para as condições de contorno, $T_w=10^\circ\text{C}$ e $T_w=14^\circ\text{C}$. O comportamento do processo de fusão para os casos que utilizam temperaturas na parede acima dos 8°C , como condições de contorno, não são dotados das singularidades registrados para todos os caso anterior. Em função disto são apresentados apenas duas soluções com intervalos de temperatura maiores que nos casos anteriores. Optou-se por apresentar as soluções para $T_w=10^\circ\text{C}$ e $T_w=14^\circ\text{C}$, sem a apresentação dos resultados da situação intermediária, $T_w=12^\circ\text{C}$. Observando as figuras Fig. 6.21 até Fig. 6.28, pode-se perceber que o padrão de solução é semelhante às soluções obtidas para $T_w=8^\circ\text{C}$. Em soluções com temperaturas na parede maiores o padrão de solução observado também é semelhante, não justificando a apresentação destes resultados. Nestes casos observa-se o comportamento antagônico ao registrado para as $T_w < 6^\circ\text{C}$, ocorrendo a transferência de calor máxima, entre o líquido e o tubo nas partes inferiores do tubo. Já para o MMF sólido, a energia é doada com mais intensidade na parte superior. Nas Fig. 6.24 e Fig. 6.28, estão expostos o comportamento médio do número de Nusselt, nos quais pode-se verificar que o comportamento difusivo médio ocorre para valores da relação V_f/V_0 menores do que aqueles registrados nos casos anteriores. Isto é um indicativo de que com o aumento da T_w o empuxo se manifesta mais intensamente, em termos médios.

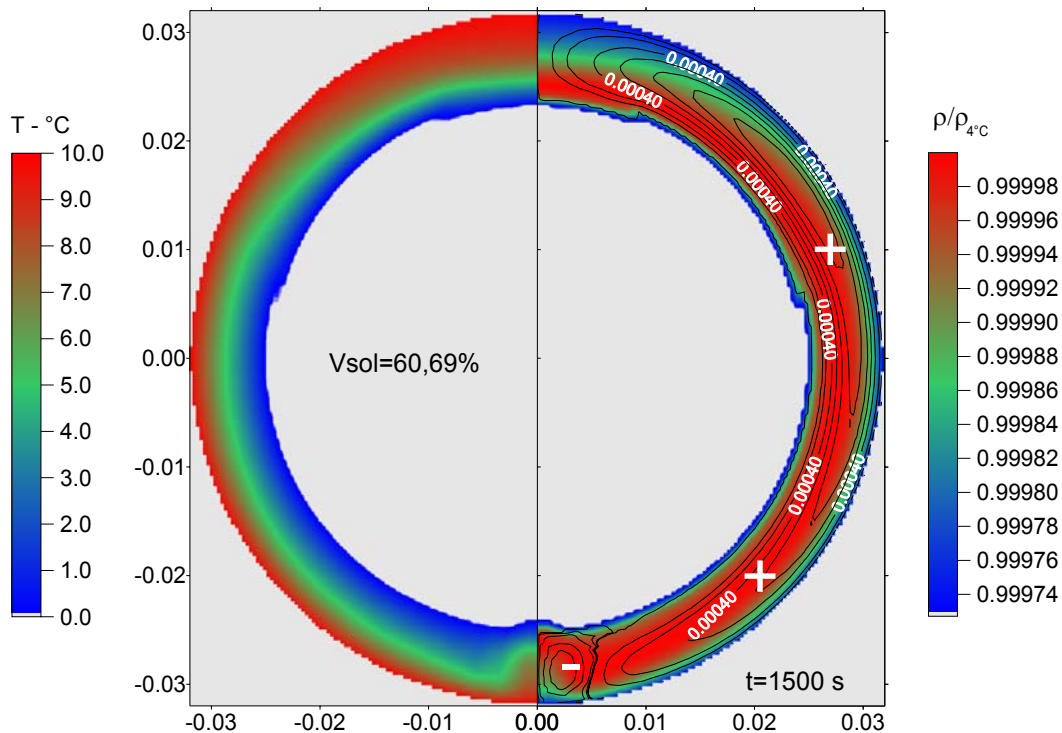


Fig. 6.21 – $T_w=10^\circ\text{C}$, $t=1500\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

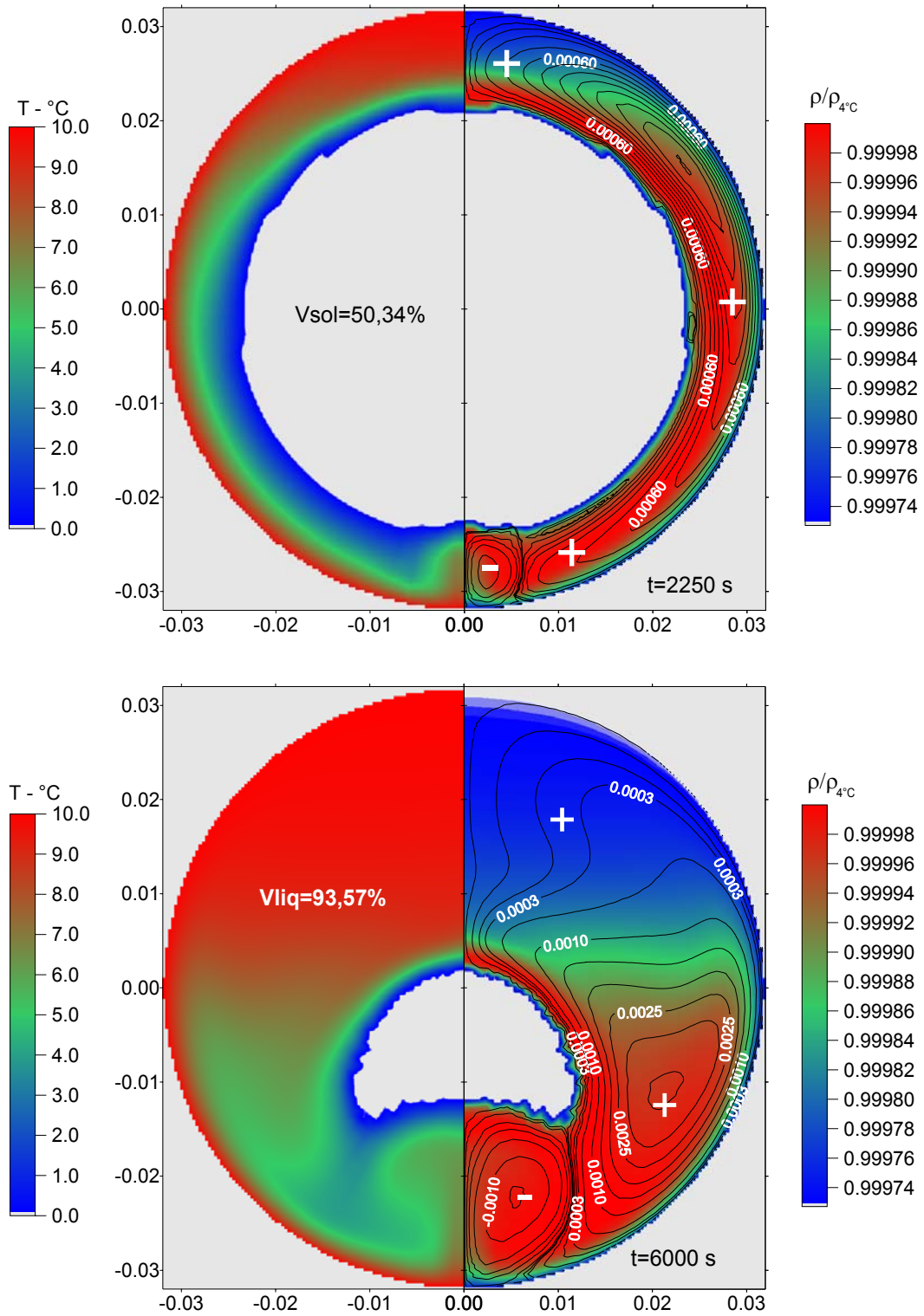


Fig. 6.22 – $T_w=10^\circ\text{C}$, $t=2250\text{ s}$ e $t=6000\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

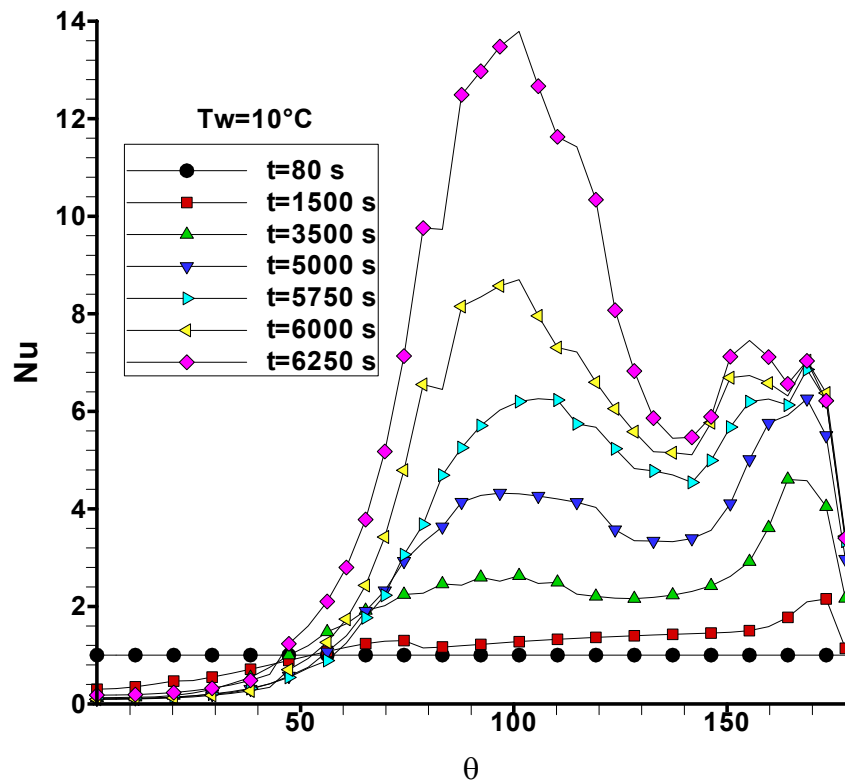


Fig. 6.23 – $T_w=10^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt local em diversos períodos de tempo.

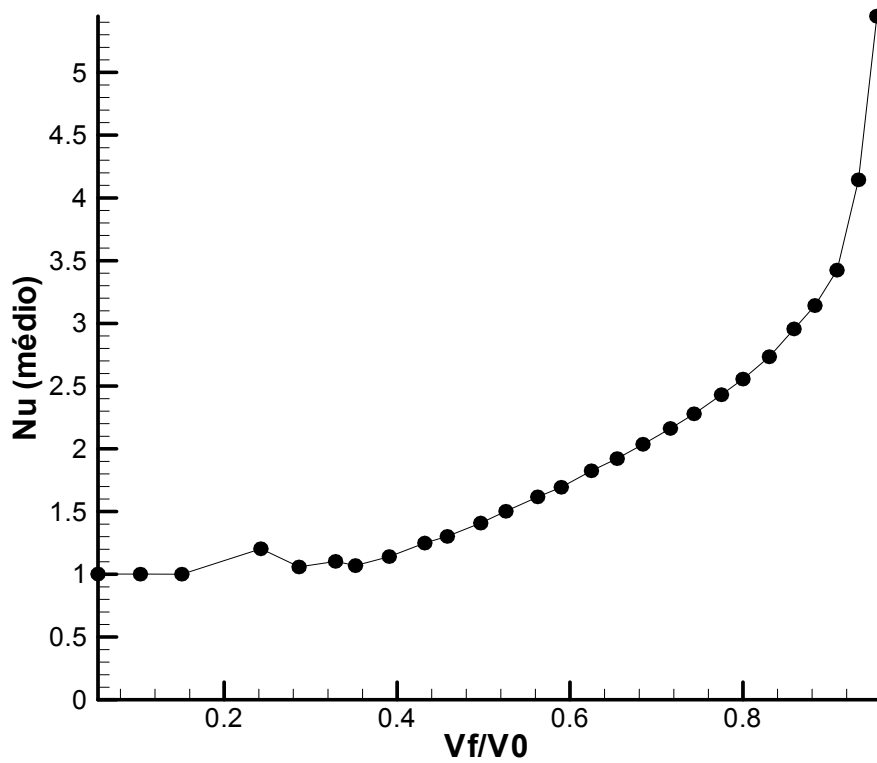


Fig. 6.24 – $T_w=10^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt médio em função da relação volume fundido/volume inicial.

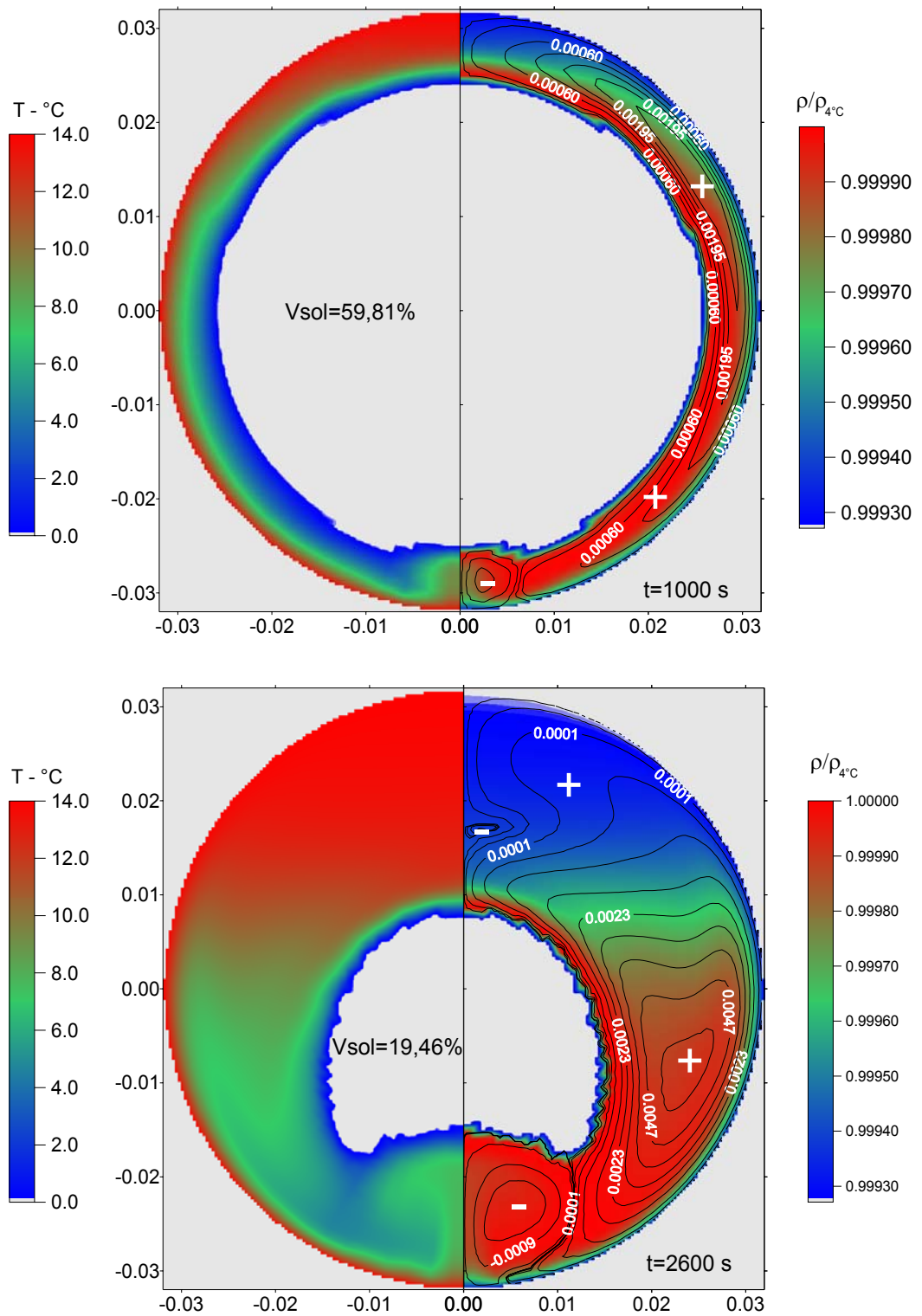


Fig. 6.25 – $T_w=14^\circ\text{C}$, $t=1000\text{ s}$ e $t=2600\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

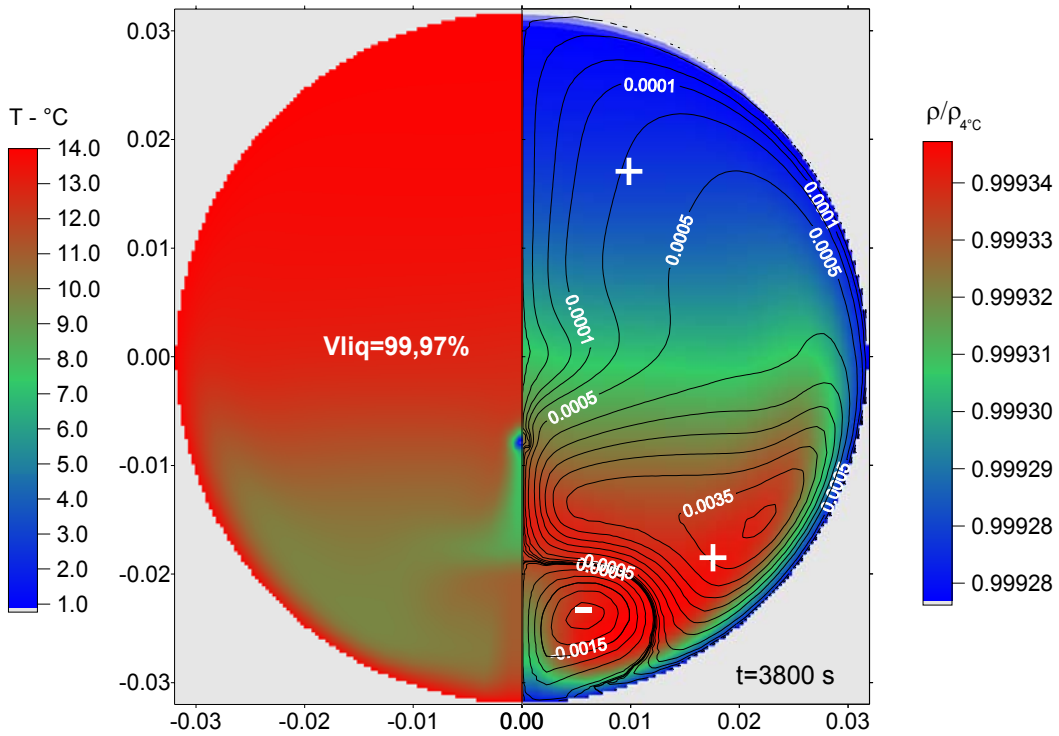


Fig. 6.26 – $T_w=14^\circ\text{C}$ e $t=3800\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a temperatura.

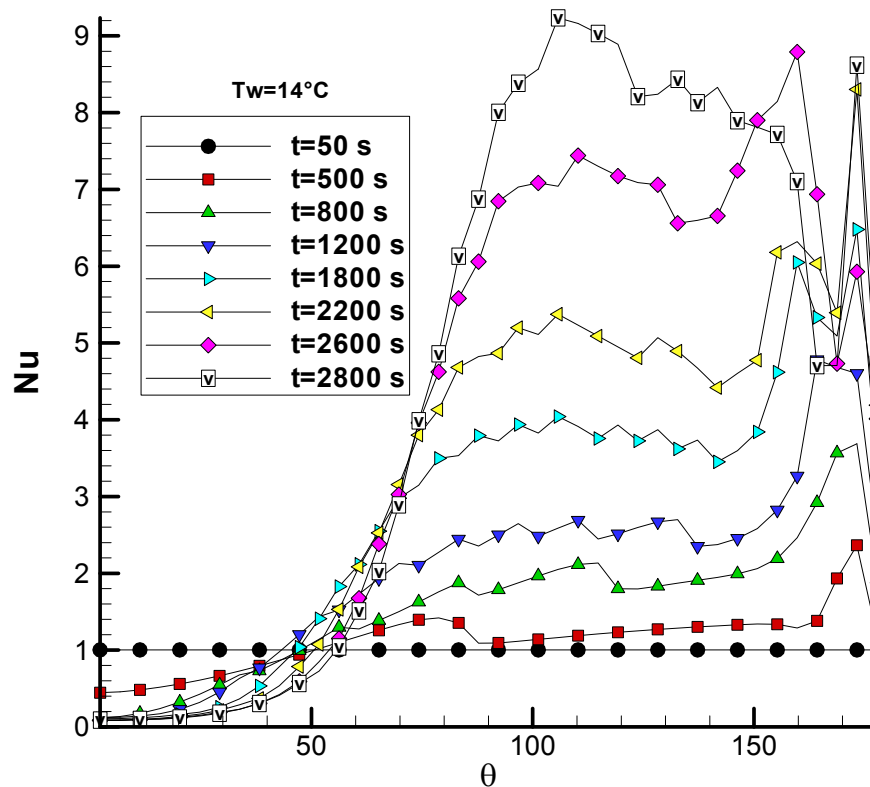


Fig. 6.27 – $T_w=14^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt local em diversos períodos de tempo.

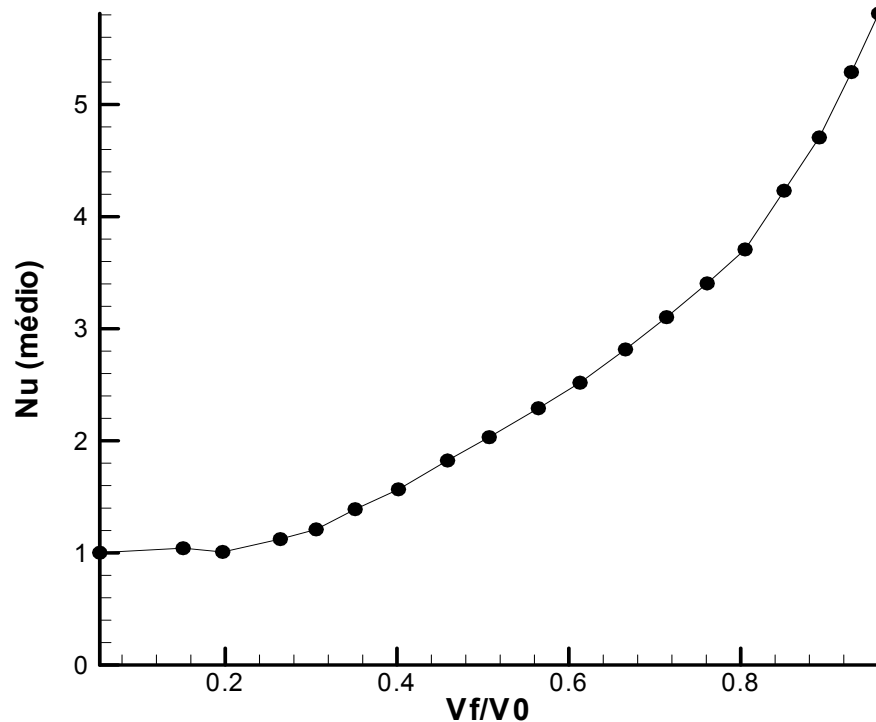


Fig. 6.28 – $T_w=14^\circ\text{C}$, comportamento do Nusselt médio em função da relação volume fundido/volume inicial.

Na Fig. 6.29 é apresentado um comparativo para a relação V_f/V_0 ao longo do tempo, entre as soluções obtidas, considerando a hipótese simplificadora da inexistência dos efeitos convectivos, processo difusivo puro, e as soluções que levam em conta os efeitos da convecção. Nota-se claramente o afastamento da realidade quando da adoção da hipótese simplificadora, sendo as diferenças entre os volumes fundidos, V_f , maiores quanto maior for a temperatura da parede. Na situação de maior temperatura ocorrem diferenças superiores a 30%. Outra característica que pode ser identificada é a igualdade entre as duas situações, difusivo puro e convectivo, no início do processo de fusão, fornecendo informações de quando o fenômeno se afasta do comportamento do processo difusivo puro. Isto vem ao encontro ao que pode ser observado nas figuras que fornecem o comportamento do Nusselt médio em a relação V_f/V_0 onde o $Nu_{médio}=1$ durante a difusão.

Normalmente nas avaliações de engenharia sobre processos de transferência de calor convectivos, utiliza-se as propriedades termofísicas dos fluidos definidas em relação a uma temperatura média aritmética, ou temperatura de filme. Isto é aceitável em situações onde o comportamento da massa específica não possui inversão, e o fenômeno é “comportado” do ponto de vista hidrodinâmico. Neste sentido efetuou-se investigações em relação ao comportamento da

temperatura da mistura do líquido, T_{mist} , durante a fusão, Fig. 6.30. Percebe-se claramente que a temperatura do líquido no interior do domínio difere da média aritmética entre a T^* e T_w , possuindo ainda um comportamento variável com o tempo e volume fundido.

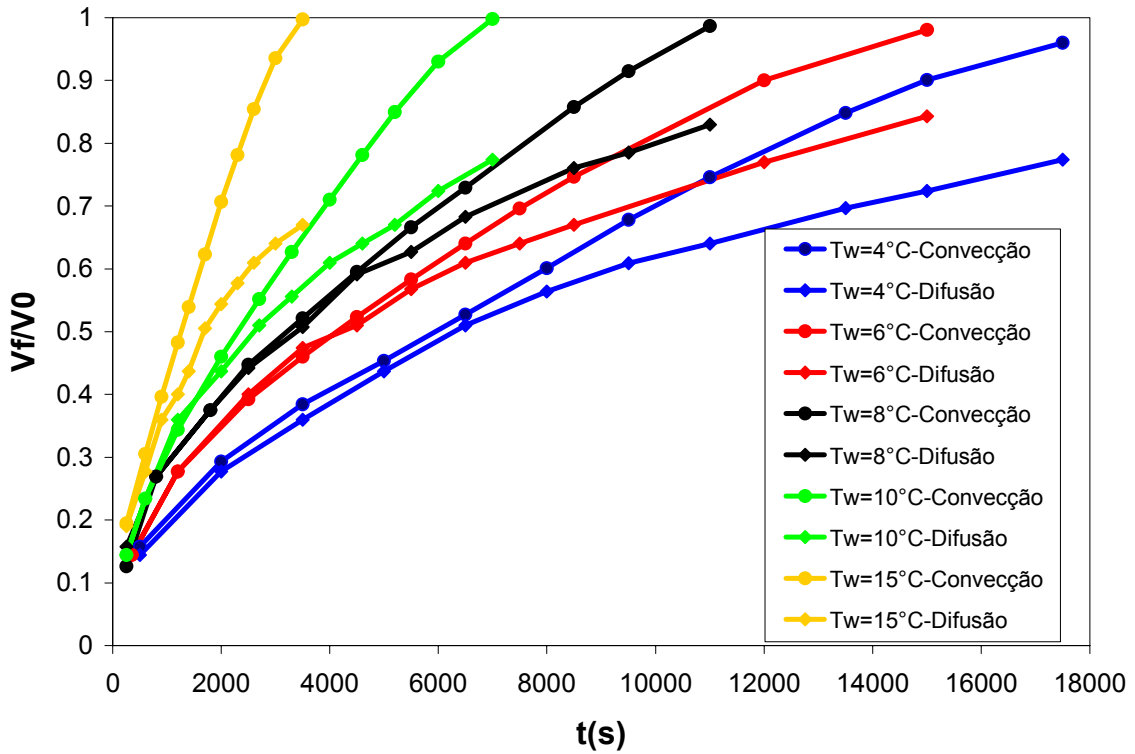


Fig. 6.29 – Comparativo do comportamento da relação V_f/V_0 , para diversas T_w , em relação ao tempo s , entre as soluções obtidas considerando apenas a difusão e as soluções considerando a atuação da convecção.

A T_{mist} é definida da seguinte forma:

$$T_{mist} = \frac{\left(\frac{1}{m_l \text{ volume}} \int h \rho dv \right) - \lambda}{(cp)_l}, \quad (6.12)$$

onde m_l representa a massa total na fase líquida no domínio. A média aritmética das temperaturas de mistura, T_{mist} , em relação à temperatura de parede, também foram avaliadas, estando expostas na Fig. 6.31. Percebe-se claramente que comportamento pode ser facilmente aproximado por uma função linear. O valor da T_{mist} -médio apresentada é calculada em função dos valores apresentados na Fig. 6.30. Estes comportamentos servem de indicativos dos erros de avaliação que podem ser cometidos quando da utilização de hipóteses simplificadoras, como o da utilização de

um valor para a massa específica, ρ , e do coeficiente de expansão térmica, β , determinados em função da temperatura média aritmética, entre T_w e T^* .

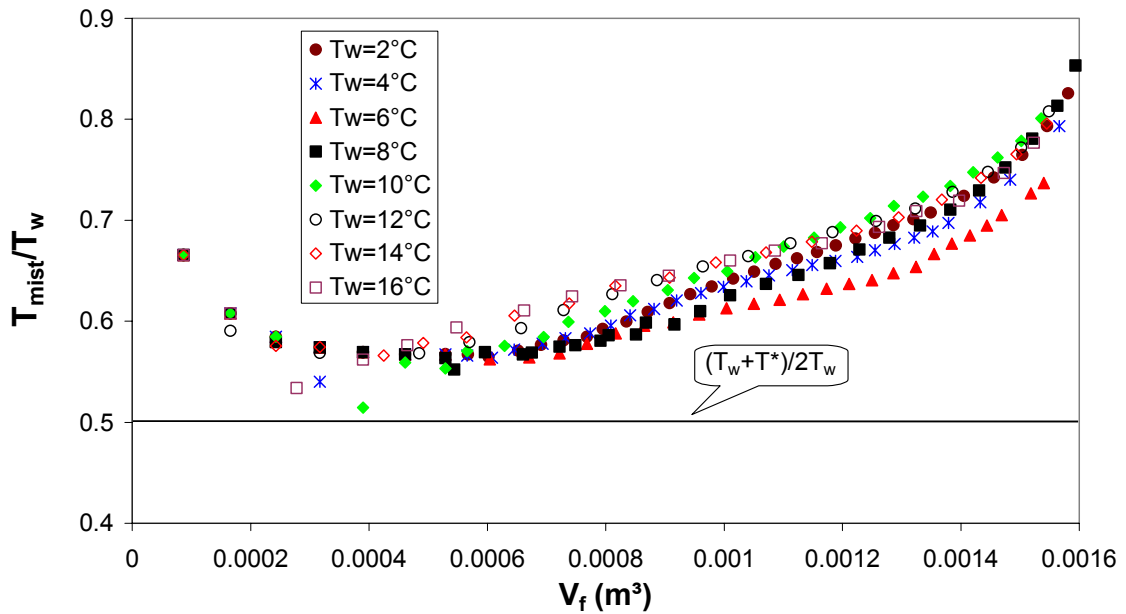


Fig. 6.30 – Comportamento da relação T_{mist}/T_w , para diversas temperaturas de parede, em relação ao volume fundido V_f .

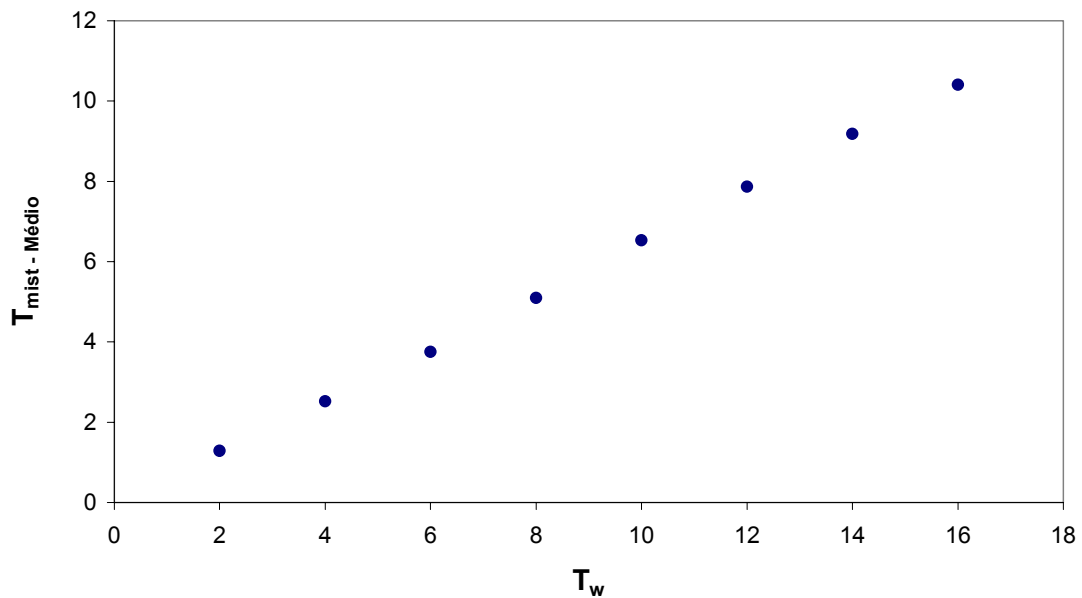


Fig. 6.31 – Comportamento da média aritmética da temperatura de mistura, T_{mist} , em relação a temperatura de parede, T_w .

6.3. Fusão com Condições de Contorno de Terceira Espécie

Buscando uma maior aproximação com a realidade física foram desenvolvidas simulações utilizando condições de contorno de terceira espécie não uniforme ao longo de θ , Fig. 4.4 e condição de contorno representada pela eq. (4.2). São poucos os trabalhos científicos que apresentam o comportamento do número de Nusselt em função da posição angular, θ , para um tubo submetido a um escoamento externo. Para a realização desta etapa dos trabalhos utilizou-se os resultados obtidos por Giede e Calif, 1948, expostos na Fig. 4.3, para gerar funções que aproximam o comportamento local do Nusselt externo a tubos para as situações de $Re=101300$ e $Re=219000$. Os resultados expostos no artigo destes autores foram obtidos em experimentos com um escoamento de ar externo a tubos.

As funções utilizadas para aproximar os valores de Nusselt para $Re=101300$ são:

$$\begin{aligned} Nu_{\theta} &= -103,756\theta^4 + 128,89\theta^3 - 73,377\theta^2 - 3,567\theta + 319,897 && \rightarrow \theta < 1,45rad, \\ Nu_{\theta} &= -182,703\theta^4 + 1701,02\theta^3 - 5799,94\theta^2 + 8628,16\theta - 4548,45 && \rightarrow 1,45rad < \theta < \pi rad, \end{aligned} \quad (6.13)$$

e as expressões utilizadas para $Re=219000$ são as seguintes:

$$\begin{aligned} Nu_{\theta} &= -79,4808\theta^3 + 38,2145\theta^2 - 9,1067\theta + 539,4823 && \rightarrow \theta < 1,65rad, \\ Nu_{\theta} &= -1,64757x10^4\theta^6 - 2,3204147x10^5\theta^5 \\ &+ 1,34639601x10^6\theta^4 - 4,11722804x10^6\theta^3 && \rightarrow 1,65rad < \theta < 2,1rad, \\ &+ 6,99359935x10^6\theta^2 - 6,25261183x10^6\theta \\ &+ 2,29799529x10^6 && (6.14) \\ Nu_{\theta} &= -877,7578\theta^3 + 7640,7318\theta^2 - 2,18803x10^4\theta \\ &+ 2,1114x10^4 && \rightarrow 2,1rad < \theta < \pi rad. \end{aligned}$$

Estas funções geraram os valores que estão expostos na Fig. 6.32, os quais foram utilizados para determinar os coeficiente convectivo local $h(\theta)$, inseridos na condição de contorno, eq.(4.2), onde:

$$h(\theta) = \frac{Nu_{\theta} k_{ar}}{D}. \quad (6.15)$$

Entende-se que com o passar do tempo o próprio Nusselt externo mudará, decorrente da mudança da temperatura da parede, em função da fusão do MMF no interior do duto. Entretanto a não observância deste fato constitui-se em hipótese simplificativa do problema.

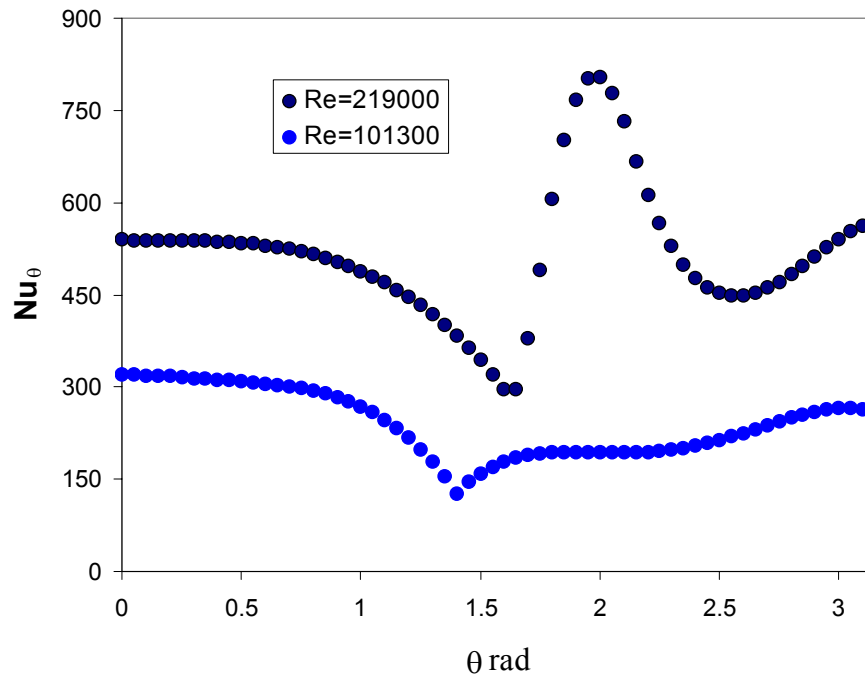


Fig. 6.32 - O Nusselt local para um tubo submetido a um escoamento externo de ar, utilizando as aproximações, eqs. (6.13) e (6.14).

Para agregar esta condição de contorno foi adotado o procedimento que utiliza volumes inteiros na fronteira. A fronteira foi isolada e o fluxo de calor convectivo, foi inserido no domínio como um termo fonte dos volumes vizinhos à fronteira, a fim de eliminar a necessidade de saber de antemão o valor da temperatura, T_w , sobre ela, como segue:

$$q'' = q''_{conv} = q''_{dif}, \tag{6.16}$$

$$q'' = h(\theta)(T_\infty - T_w) = k_{MMF} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0} \cong k_{MMF} \left. \frac{(T_w - T_{int})}{\Delta r} \right|_{r=r_0}, \tag{6.17}$$

$$\frac{q''_{conv}}{h(\theta)} = (T_\infty - T_w) \quad \frac{q'' \Delta r}{k_{MMF}} = (T_w - T_{int}) \quad q'' = \frac{(T_\infty - T_{int})}{\frac{1}{h(\theta)} + \frac{\Delta r}{k_{MMF}}}, \quad (6.18)$$

onde Δr representa a distância desde a fronteira até o centro do volume vizinho a fronteira, k_{MMF} é a condutividade térmica do MMF e T_{int} representa a temperatura nesta posição. O fluxo total, q'' , eq.(6.18), é inserido como um termo fonte fictício, na equação da energia eq. (5.5). O valor da variável na fronteira é calculado posteriormente.

A seguir, desde a Fig. 6.33 até a Fig. 6.35, são apresentadas as soluções obtidas considerando um escoamento externo de ar sobre o tubo, de forma que $Re=101300$, considerando a temperatura do escoamento de ar externo $T_\infty=16^\circ C$, com condutividade térmica $k_{ar}=0,02542 W/m K$.

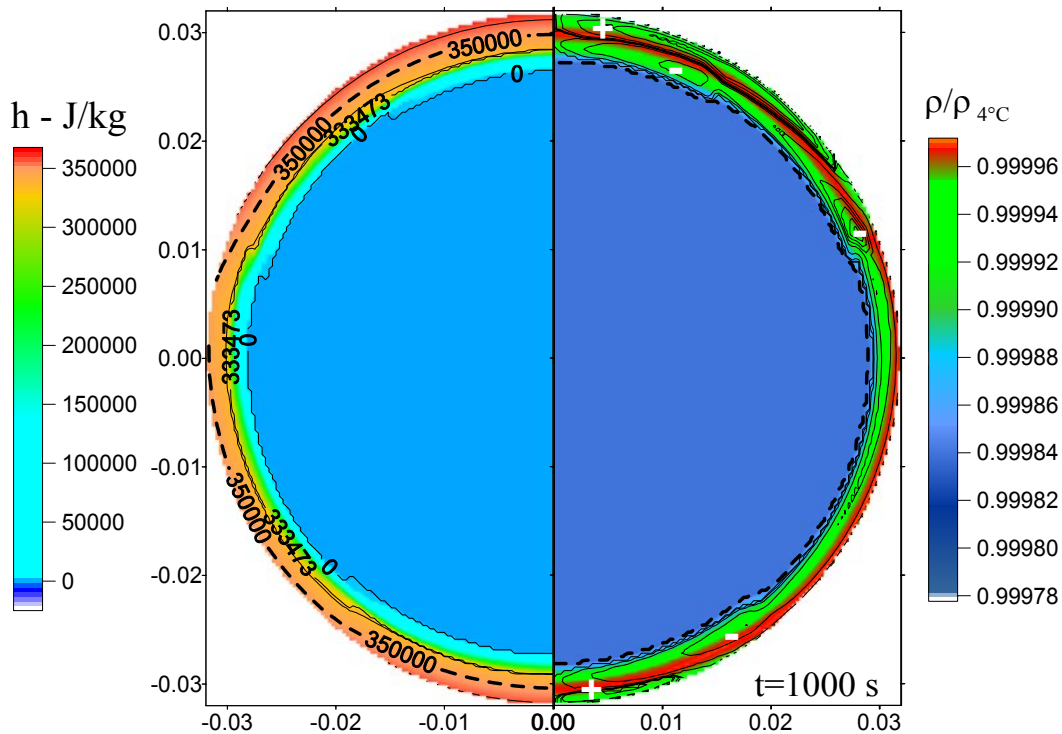


Fig. 6.33 – $T_\infty=16^\circ C$, $Re=101300$ e $t=1000 s$. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg)

Na Fig. 6.32 é possível verificar o comportamento da condição de contorno para as duas situações simuladas. Quando $Re=101300$ percebe-se que o valor de Nusselt inicia com valores máximos, em $\theta=0$, e diminui até atingir um valor mínimo, em $\theta \approx 1,45 rad$, e a partir deste valor retorna a crescer até $\theta=\pi$. Este comportamento indica como será a distribuição da taxa de

transferência de calor ao longo da parede do domínio, pois nos pontos de máximo e mínimo número de Nusselt serão também os pontos de máxima e mínima transferência de calor, do fluido externo para o MMF. Na Fig. 6.33 é possível comprovar este comportamento através da avaliação do campo de entalpia no líquido, e do formato da região sólida. O líquido com maior nível de entalpia concentra-se nas regiões, superior e inferior do tubo, onde existe a maior taxa de transferência de calor. A linha pontilhada no lado esquerdo da mesma figura indica a posição onde ocorre o valor $h=350000 \text{ J/kg}$, $T\cong 4^\circ\text{C}$, região de máxima massa específica. No lado direito da figura é exposto o comportamento da massa específica juntamente com as linhas de corrente, onde é possível constatar que, no início do processo, já existe uma estrutura de vórtices bastante complexa. Existem dois vórtices girando em sentido anti-horário, nas regiões inferior e superior do tubo, entre a parede e a região de maior massa específica. Um terceiro vórtice, maior, gira no sentido horário com uma estrutura bastante complexa, pois é composto de inúmeras células de recirculação. Na Fig. 6.34 este comportamento semelhante ocorre para o instante $t=1800 \text{ s}$, com uma modificação na estrutura dos vórtices e no campo da entalpia creditada ao comportamento da massa específica e a atuação do campo gravitacional.

Com a evolução do fenômeno a estrutura de vórtices é completamente modificada, pois o fluido com maior nível de entalpia e menor massa específica passa a se concentrar nas posições superiores. Na Fig. 6.34, em $t=4000 \text{ s}$, é possível visualizar este comportamento. Na Fig. 6.35, em $t=9000 \text{ s}$, encontra-se uma situação próxima da fusão completa, sendo possível verificar que o fluido com entalpia mais elevada, concentra-se na parte superior do anel. A estrutura de vórtices alterou-se novamente, sendo agora composta de dois vórtices principais e um pequeno vórtice de sentido horário, de recirculação, na parte superior do tubo, em $t=10000 \text{ s}$ está exposta uma situação onde ocorreu a fusão completa, estando o domínio com distribuição quase homogênea de temperatura.

Para fins comparativos entre o processo difusivo e convectivo, é exposta a Fig. 6.36 para os período $t=4000 \text{ s}$ onde encontra-se a solução para este mesmo problema, condição de contorno convectiva, considerando apenas a difusão como mecanismo de transferência de calor. Através dela pode-se visualizar novamente a interferência da convecção natural, e o afastamento da realidade se a mesma for desconsiderada.

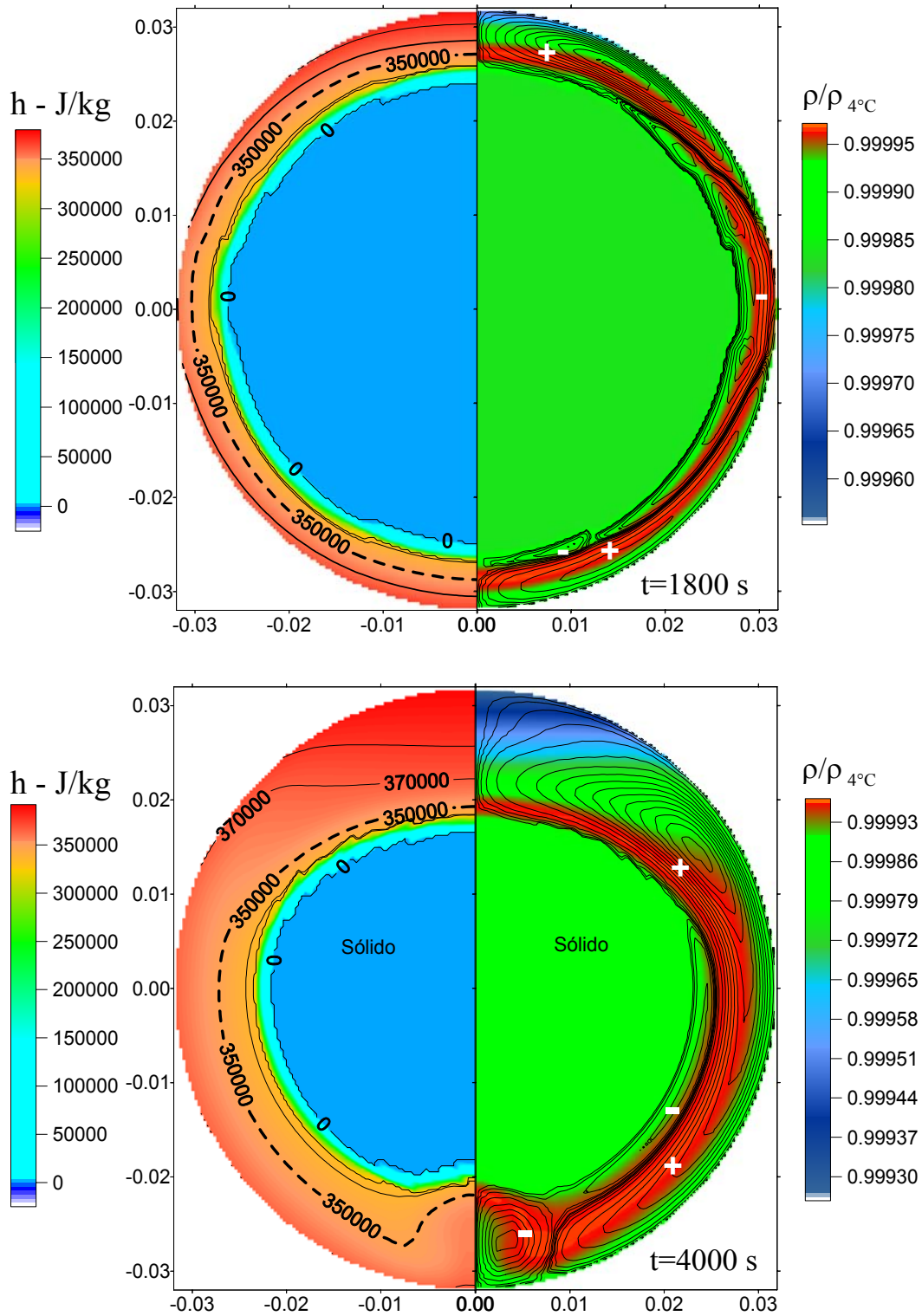


Fig. 6.34 – $T_\infty=16^\circ\text{C}$, $Re=101300$, $t=1800$ s e $t=4000$ s. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

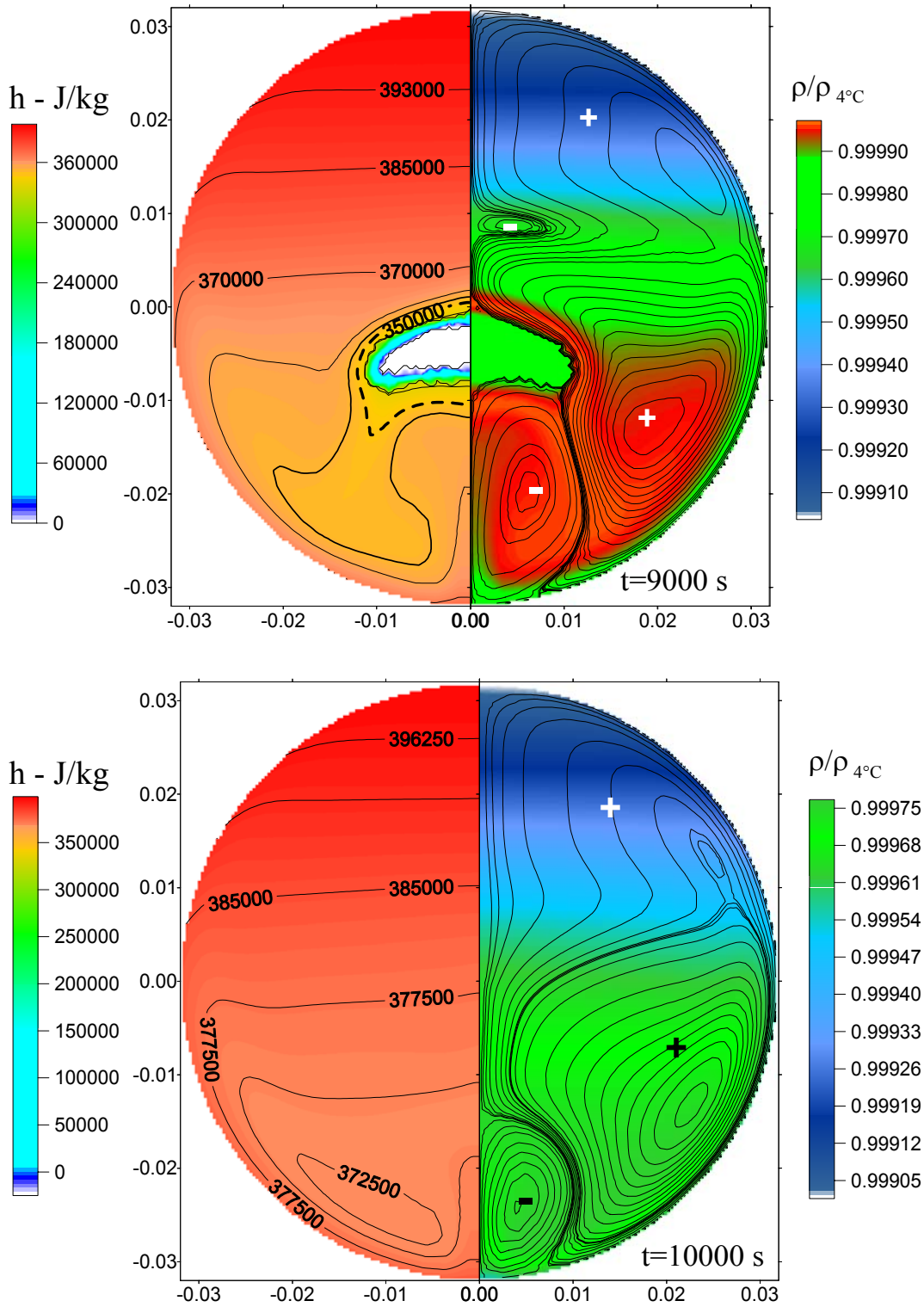


Fig. 6.35 – $T_\infty=16^\circ\text{C}$, $Re=101300$, $t=9000$ s e $t=10000$ s. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

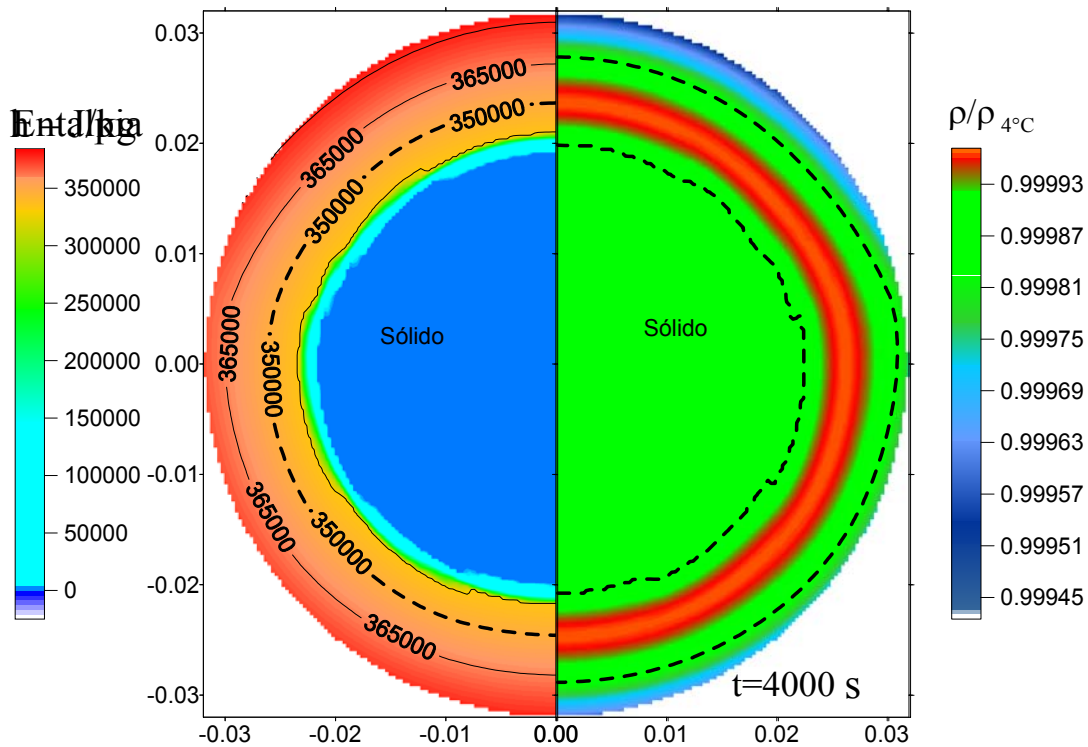


Fig. 6.36 – $T_{\infty}=16^{\circ}\text{C}$, $Re=101300$ e $t=4000$ s. Resultado com processo difusivo, na direita a massa específica e na esquerda a entalpia (J/kg).

Da Fig. 6.37 até a Fig. 6.39 estão apresentadas as soluções para $Re=219000$, considerando a temperatura do escoamento de ar externo $T_{\infty}=27^{\circ}\text{C}$ e o $k_{ar}=0,0263$ W/m K. Para a simulação deste caso utilizou-se as eqs. (6.14) para gerar o fluxo de calor convectivo. Novamente percebe-se a atuação da convecção natural que, neste caso, ocorre mais intensamente em virtude do gradiente térmico ser maior do que o do caso anterior. A estrutura de vórtice durante todo o processo é dinâmica, e a concentração de fluido, com elevada entalpia, ocorre novamente na região superior. Nos dois casos analisados a região onde o Nusselt externo é mais intenso é aquela onde as trocas térmicas acabam por serem minimizadas, em função do aumento da temperatura do líquido na parte superior do anel. Nestes casos, para $Re=101300$, o processo de transferência de calor poderia ser intensificado se a direção do escoamento de ar fosse invertida, fazendo com que a região de máximo Nusselt externo coincida com a região de maior gradiente térmico interno. Para ambas as situações de Re ocorrem picos do número de Nusselt externo, ocasionados pela transição do escoamento externo de laminar para turbulento e devido ao descolamento da camada limite do escoamento externo. Portanto o comportamento do processo interno de transferência de calor é influenciado pelo comportamento externo, sendo adequada a investigação do acoplamento de ambos.

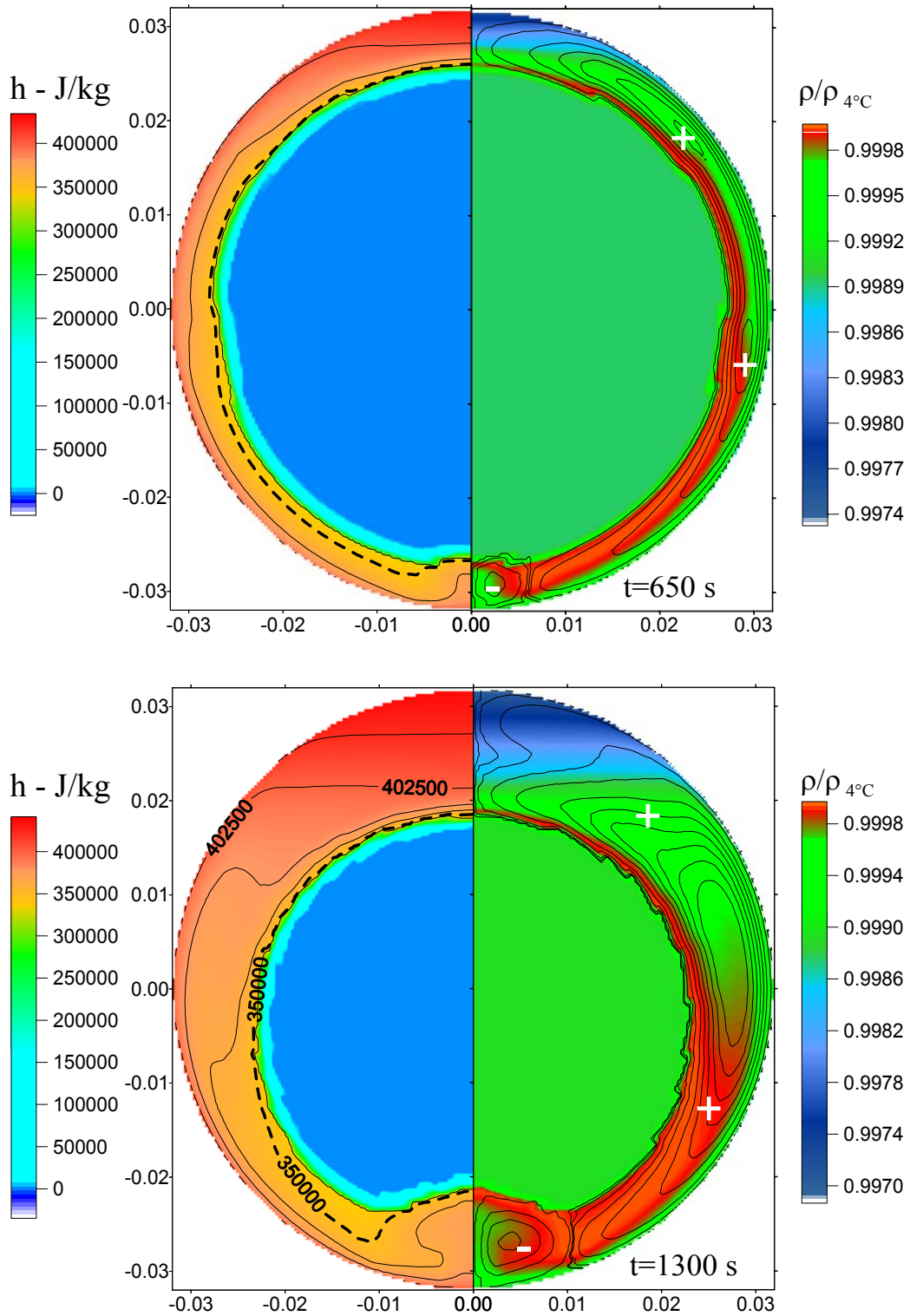


Fig. 6.37 – $T_\infty=27^\circ\text{C}$, $Re=219000$, $t=650$ s e $t=1300$ s. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

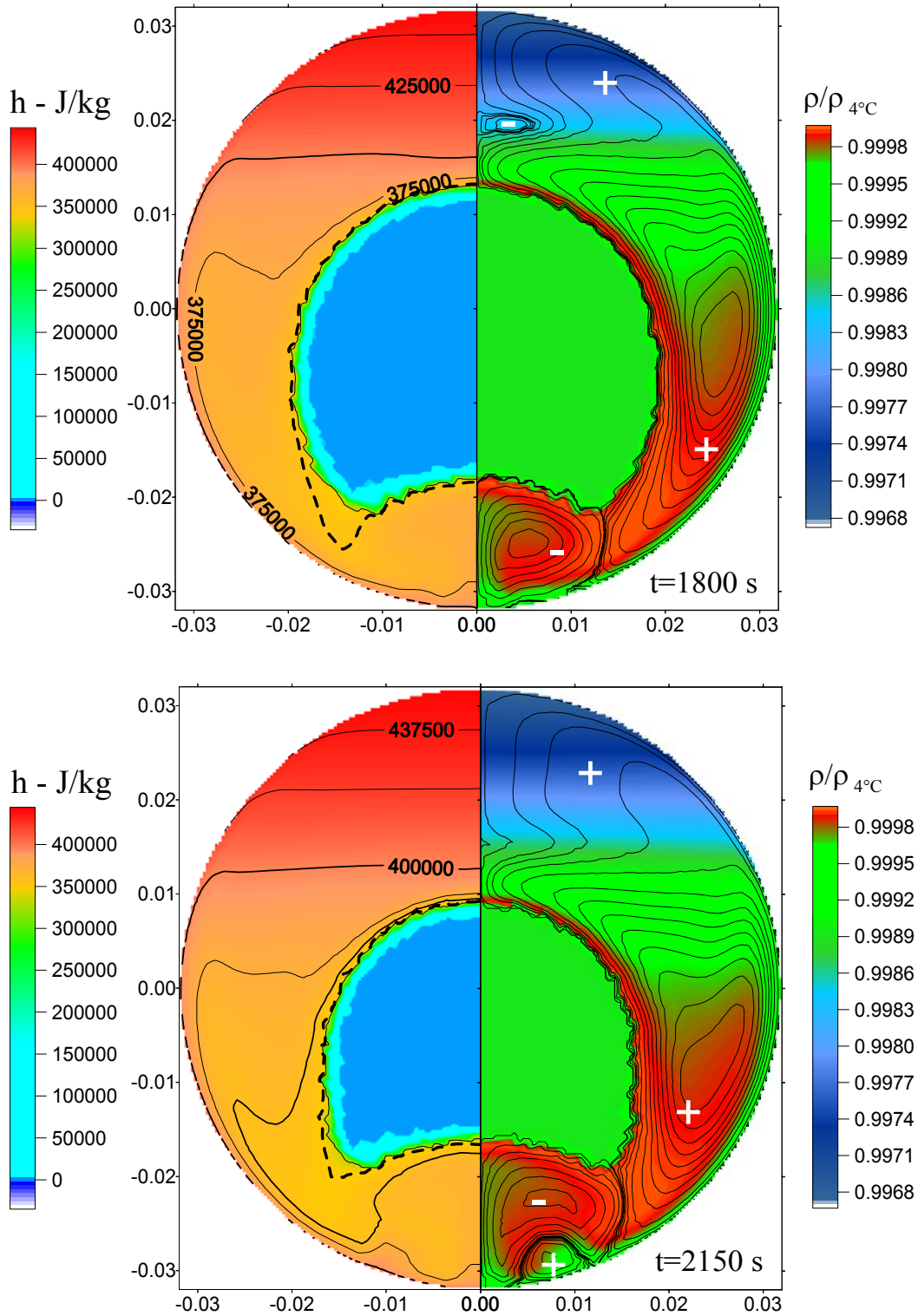


Fig. 6.38 – $T_\infty=27^\circ\text{C}$, $Re=219000$, $t=1800$ s e $t=2150$ s. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

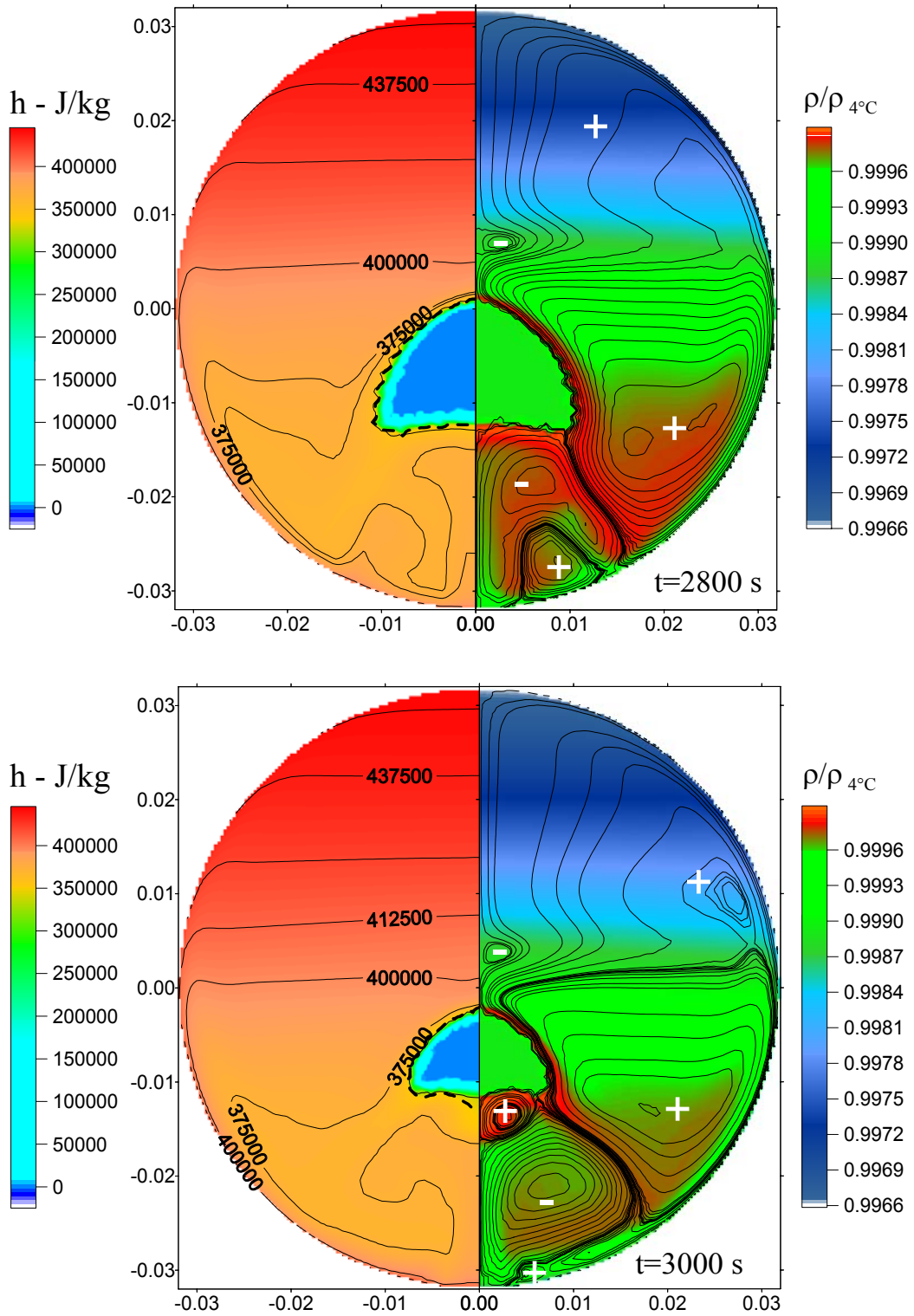


Fig. 6.39 – $T_\infty=27^\circ\text{C}$, $Re=219000$, $t=2800$ s e $t=3000$ s. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

6.4. Correlações Para o Nusselt na Fusão

Analisando os resultados das simulações expostas nas seções anteriores, onde alguns casos foram mostrados, pode-se compreender o mecanismo do processo de transferência de calor e verificar a sua dinâmica com o tempo, e com as condições de contorno. O comportamento “anormal” da massa específica da água líquida, em relação à temperatura, é o principal responsável pelo fenômeno, que aumenta o grau de dificuldade no equacionamento em aplicações de engenharia.

O comportamento dinâmico do fenômeno inviabiliza a utilização de conclusões locais para prever, com antecedência, o comportamento das variáveis do processo, sendo mais adequada a utilização do comportamento médio, que são mais representativos no aspecto global. Para esta classe de problema inexistem correlações, e esta seção, 6.4, tem portanto como principal objetivo a determinação de uma correlação matemática, para o adimensional de Nusselt.

Inicialmente, na Fig. 6.40, é apresentado o comportamento médio do número de Nusselt em função da relação volume fundido e volume inicial, (V_f/V_0) . Esta relação foi apresentada na secção anterior de forma individual para cada caso, e o agrupamento em um único gráfico tem como objetivo a determinação de um padrão de comportamento que possibilite a determinação de correlações matemáticas, entre as variáveis ou grupos adimensionais que governam o fenômeno. Como pode-se visualizar, individualmente as soluções tem um comportamento encorajador, mas quando agrupadas este comportamento não se repete. Seria cômodo, mas inadequado, expressar correlações individuais para cada condição de contorno.

Em cavidades, quando o fluido de trabalho possuir $Pr > 1$, que é o caso da água, o equilíbrio de efeitos será aquele originário do empuxo e da viscosidade [Bejan, 1984]. Os parâmetros adimensionais que relacionam estes efeitos são os números de Grashof e de Rayleigh. As soluções exatas das equações que governam a convecção livre laminar em uma superfície vertical fornecem o número de Nusselt como função do número de Rayleigh. De um modo geral a literatura técnica apresenta as correlações para o número de Nusselt, para outras geometrias, escritas como função do número Rayleigh. Isto serviu de orientação para a busca de um padrão de comportamento que pudesse ser correlacionado.

Inicialmente buscou-se avaliar o comportamento do Nusselt médio com o número de Rayleigh, definido na sua forma usual:

$$Ra = \frac{g|\beta|L^3(T_w - T^*)}{\nu\alpha} \quad (6.19)$$

Inúmeros trabalhos apresentados na literatura utilizam o número de Rayleigh definido pela eq. (6.19) para correlacionar com Nusselt, entre eles pode-se citar: Kuehn, 1980, Date 1985 e Yoo, 1996 e 1998.

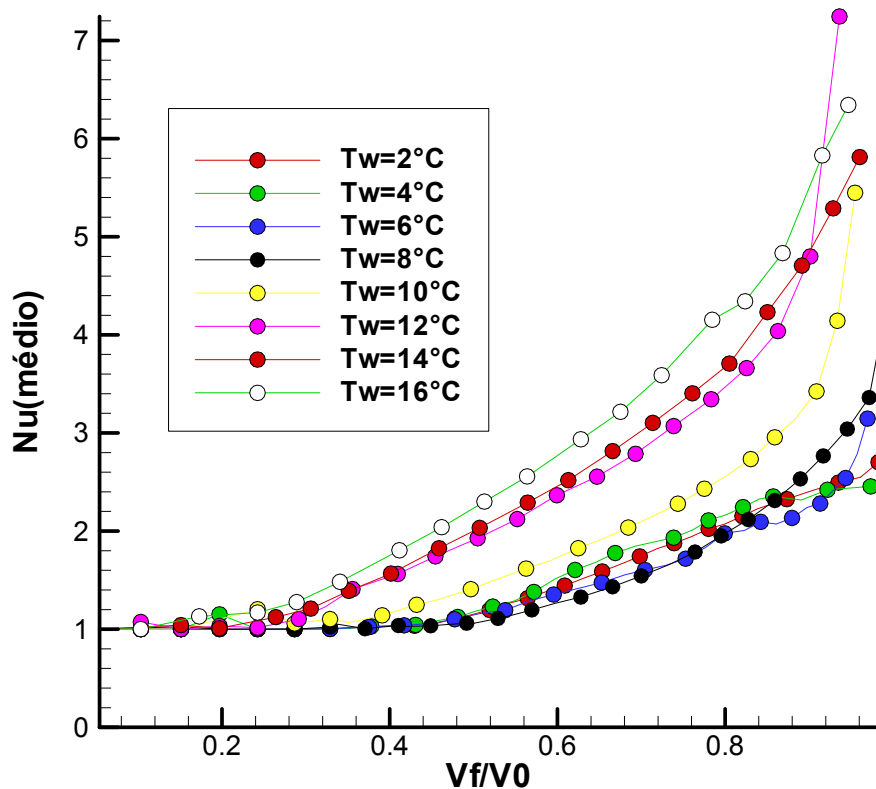


Fig. 6.40 – Comportamento do Nusselt médio em função da relação V_f/V_0 para diversas temperaturas da parede T_w .

Na Fig. 6.41 é exposto o comportamento do Rayleigh em função da relação V_f/V_0 , para diferentes temperaturas de parede T_w , onde pode-se notar que existe um padrão de comportamento quando são utilizadas escalas logarítmicas. Mas infelizmente o mesmo é oscilatório com a temperatura. Os menores valores de Ra acontecem para $T_w=8^\circ\text{C}$ e o maior para $T_w=16^\circ\text{C}$, a forma adequada para este comportamento seria um comportamento crescente com a temperatura da parede.

Quando busca-se verificar o comportamento direto, do Nusselt em relação ao Rayleigh, Fig. 6.42, percebe-se que este também carrega consigo o comportamento oscilatório detectado anteriormente. Na mesma figura nota-se que o comportamento para $T_w=8^\circ\text{C}$ se destaca

dos demais, devido ao comportamento do Rayleigh. Todas as demais temperaturas têm um comportamento semelhante, onde as situações para $T_w < 8^\circ\text{C}$ ficam “escondidas”, no gráfico, pelo comportamento dos casos onde $T_w > 8^\circ\text{C}$. O comportamento diferenciado para a situação com $T_w = 8^\circ\text{C}$ é devido ao comportamento do coeficiente de expansão térmica, β . Todos os valores das propriedades termofísicas são utilizados baseados na temperatura média que, neste caso, é de 4°C . Nesta temperatura o coeficiente β assume o seu menor valor, região em que ocorre a máxima massa específica da água. Assim o valor do Rayleigh oscila em torno da temperatura média de 4°C , promovendo a existência de duas regiões comportamentais. Isto leva a concluir que o Rayleigh, definido como na eq. (6.19), não é a melhor alternativa para determinar um padrão de comportamento.

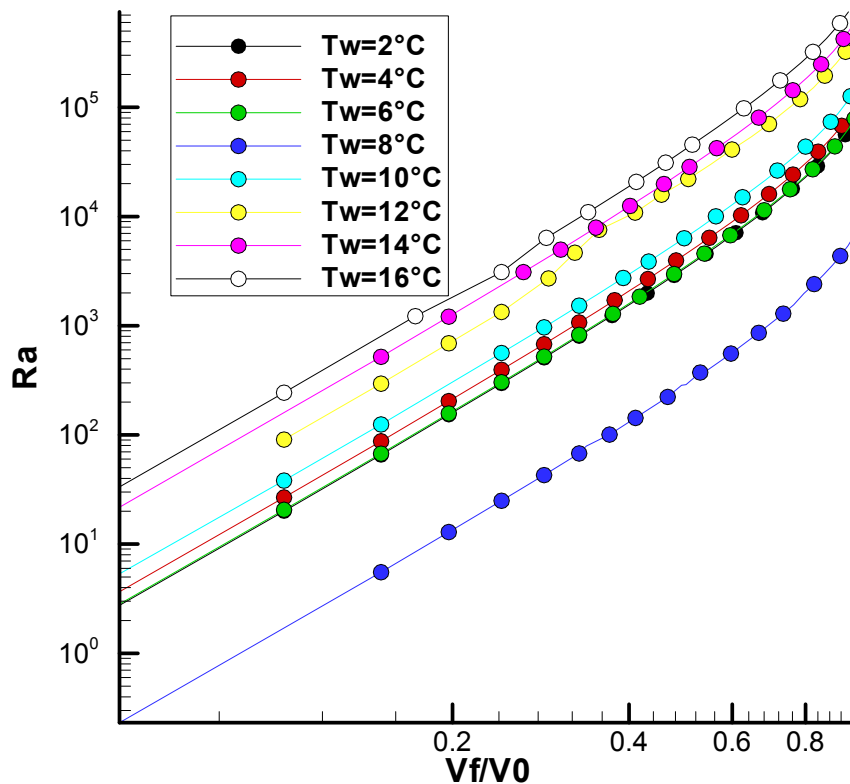


Fig. 6.41 – Comportamento do Rayleigh definido na eq. (6.19), Ra , em função da relação V_f/V_0 para diversas temperaturas da parede T_w .

Na busca de um parâmetro que fosse independente de oscilações utilizou-se a expressão que consta em Ho et al., 1986 e 1997, e Sasaguchi et al., 1998, para o comportamento da massa específica em função da temperatura,

$$\rho(T) = \rho_m \left(1 - \eta |T - T_m|^b\right), \quad (6.20)$$

onde $\rho_m = 999,972 \text{ kg/m}^3$, $\eta = 9,297173 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-b}$, $T_m = 4,0293 \text{ } ^\circ\text{C}$ e $b = 1,894816$. Na Fig. 6.43 está exposto o comportamento da massa específica obtida com a eq. (6.20).

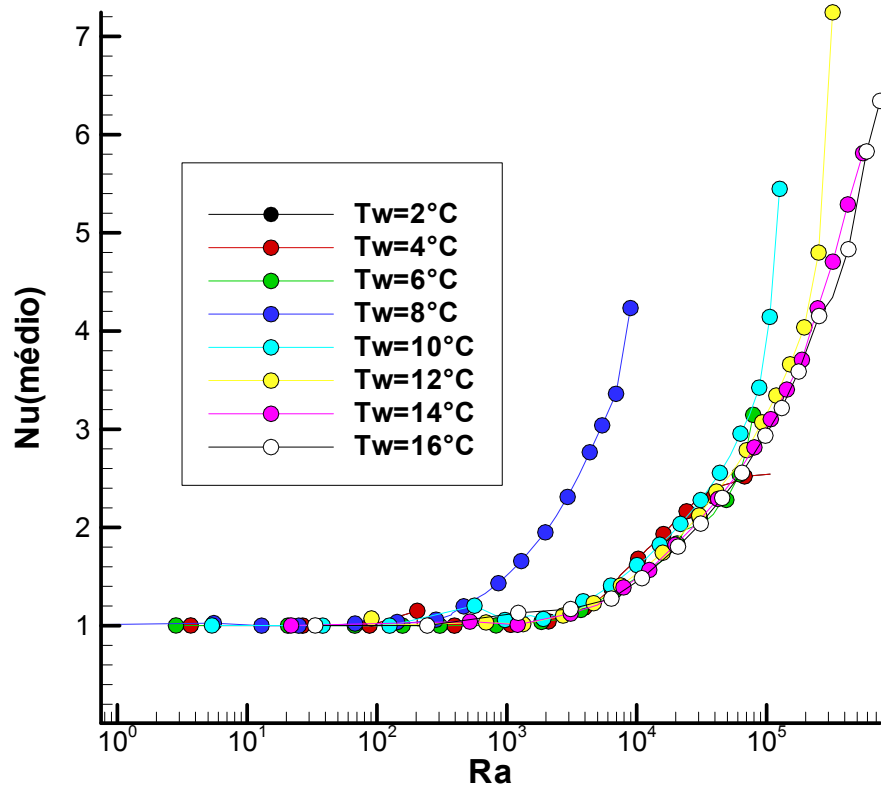


Fig. 6.42 – Comportamento do Nusselt médio em função do Rayleigh definido na eq. (6.19), Ra , para diversas temperaturas da parede T_w .

Um estudo sobre as equações de quantidade de movimento eqs. (3.15) e (3.16), adimensionalizadas e com a eq. (6.20), aplicada nos termos representantes do empuxo, revela um novo Rayleigh, Ra_c , que tem a seguinte forma:

$$Ra_c = \frac{\eta g |T_{ref} - T^*|^b \bar{L}^3}{\alpha \nu}, \quad (6.21)$$

onde:

$$V_{Sólido} = V_{total} - V_f \rightarrow \bar{L} = r_0 - \sqrt{r_0^2 - \frac{2}{\pi} V_f}, \quad (6.22)$$

sendo que \bar{L} , representa a espessura “média” do anel de MMF na fase líquida, r_0 o raio do tubo e V_f o volume de MMF fundido no instante t . T_{ref} é a temperatura característica, que nos processos de fusão assume T_w , e durante a solidificação assume a temperatura média do líquido, T_{mist} . Desta forma o Ra_c não sofre alterações em função das alterações da geometria do sólido interno.

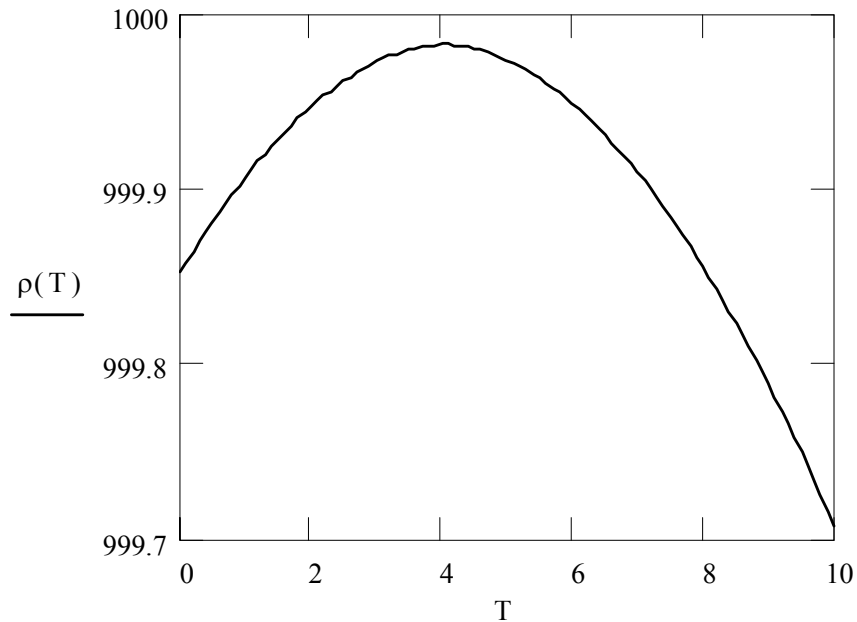


Fig. 6.43 – Comportamento da massa específica, eq.(6.20), em função da temperatura °C.

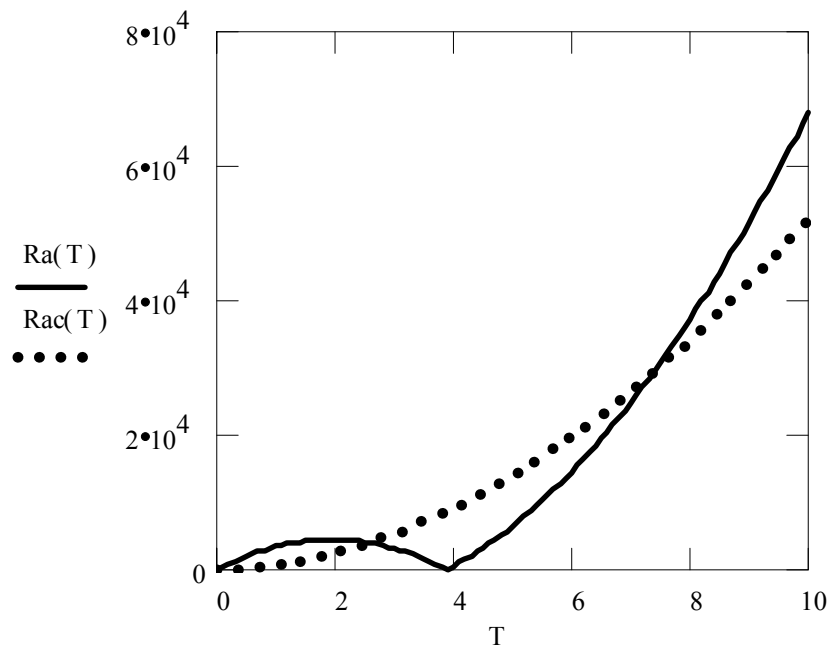


Fig. 6.44 – Comparativo entre os comportamentos dos números de Rayleigh em função da temperatura, definidos pelas eq's. (6.19) e (6.21).

Na Fig. 6.44 é apresentado um comparativo para os números de Rayleigh definidos pelas eq's. (6.19) e (6.21), de onde percebe-se que a segunda definição é mais adequada para a determinação de correlações.

Na Fig. 6.45, é apresentado o comportamento do Ra_c em função da relação de volumes V_f/V_0 , em escala logarítmica. Como pode-se observar este comportamento não é oscilante e é crescente com a temperatura da parede.

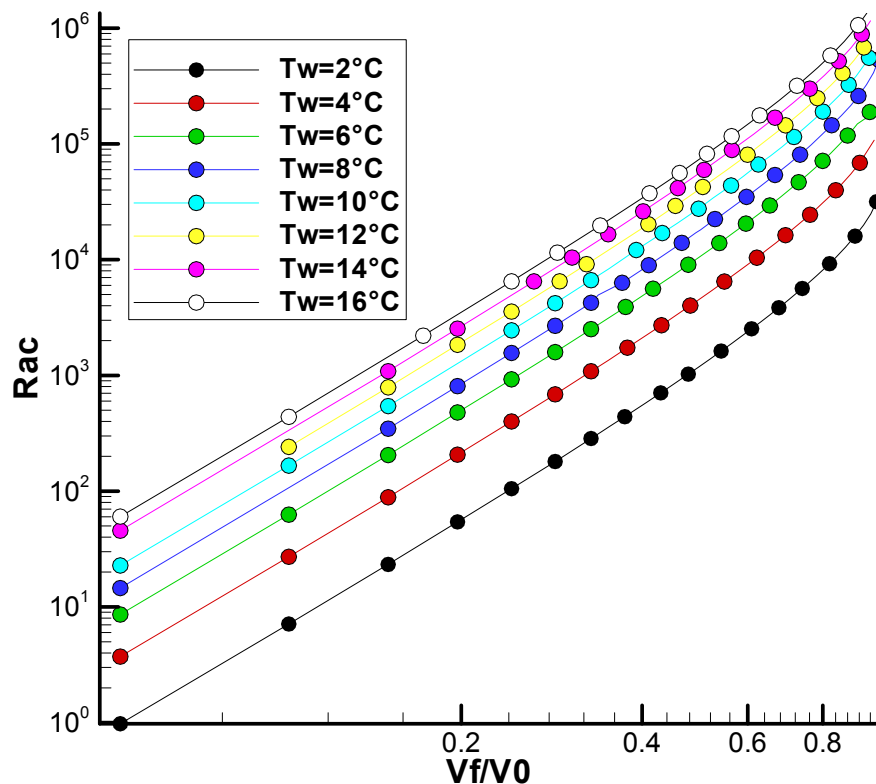


Fig. 6.45 – Comportamento do Rayleigh modificado, Ra_c , em função da relação V_f/V_0 para diversas temperaturas da parede T_w .

Com o comportamento do novo Rayleigh em função V_f/V_0 definido, é conveniente investigar-se o comportamento do termo $Nu_{médio}/Ra_c$ em função relação V_f/V_0 . Este comportamento está mostrado na Fig. 6.46, onde é possível verificar que existe um tendência ao comportamento linear.

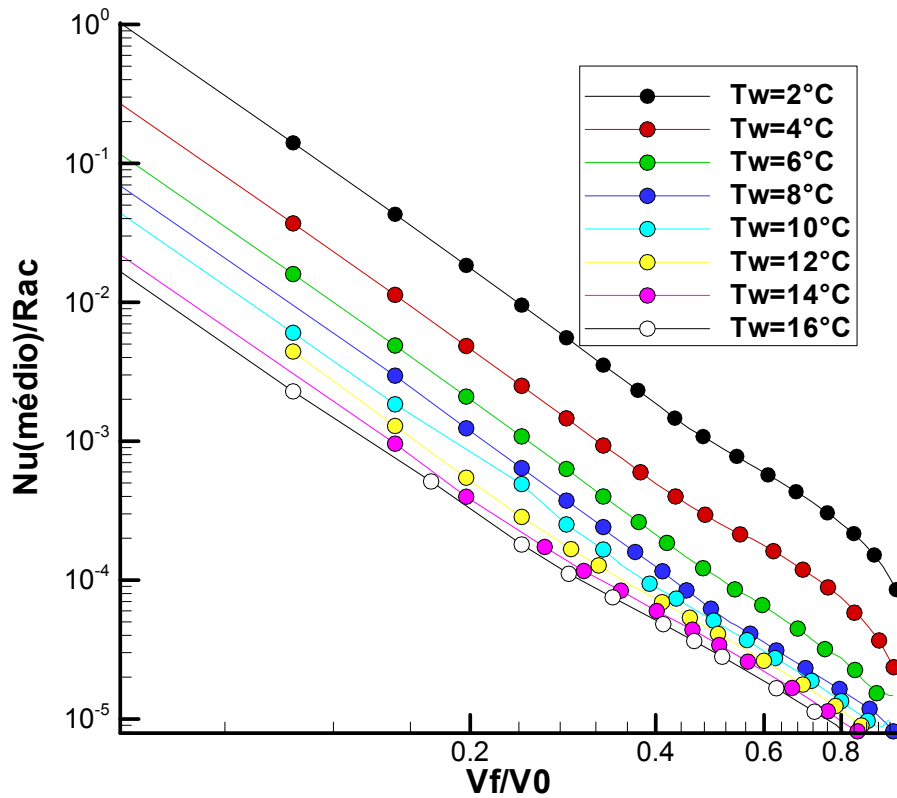


Fig. 6.46 – Comportamento da relação do Nusselt médio com o Rayleigh modificado, Nu/Ra_c , em função da relação V_f/V_0 para diversas temperaturas da parede T_w .

Este comportamento foi então aproximado por funções lineares do tipo,

$$\text{Log} \left(\frac{\overline{Nu}}{Ra_c} \right) = a \text{Log} \left(\frac{V_f}{V_0} \right) + b, \tag{6.23}$$

onde a é a inclinação das funções, e b é o ponto onde as retas cortam o eixo das ordenadas. Os comportamentos de a e b , em função do numero de Stefan, eq.(6.26), estão demonstrados na Fig. 6.47. Este comportamento também pode ser aproximado por funções, as quais são escritas da seguinte forma:

$$a = a_1 Ste + b_1 \rightarrow \begin{cases} a_1 = -0,0012 & b_1 = -3,1 & Ste \leq 0,1 \\ a_1 = 0,0502 & b_1 = -3,5 & Ste > 0,1 \end{cases} \tag{6.24}$$

$$b = C_1 Ste^3 + C_2 Ste^2 + C_3 Ste + C_4, \tag{6.25}$$

onde

$$Ste = \frac{c_{pl}(T_w - T^*)}{\lambda}, \tag{6.26}$$

e os coeficientes da eq. (6.25) assumem: $C_1=-531,1047$, $C_2=-245,216$, $C_3=-39,2225$ e $C_4=-3,0842$.

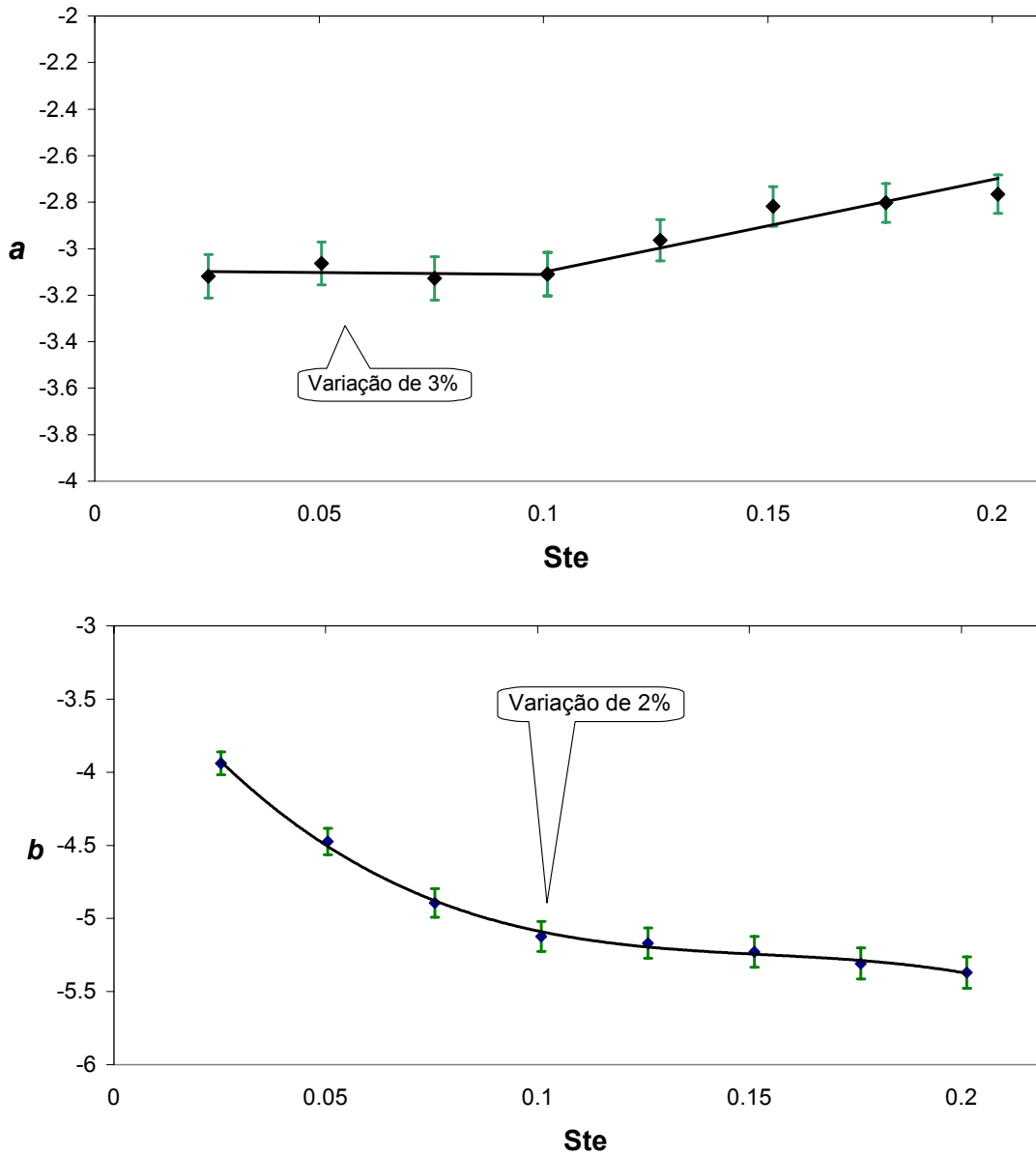


Fig. 6.47 – Comportamento da inclinação a , eq. (6.24) e coeficiente b , eq. (6.25), em função do adimensional de Stefan.

Substituindo as eqs (6.24) e (6.25) na eq. (6.23) obtêm-se:

$$\text{Log} \left(\frac{\overline{Nu}}{Ra_c} \right) = (a_1 Ste + b_1) \text{Log} \left(\frac{V_f}{V_0} \right) + (C_1 Ste^3 + C_2 Ste^2 + C_3 Ste + C_4), \quad (6.27)$$

Na Fig. 6.48, em escala logarítmica, pode ser visualizada a evolução da relação V_f/V_0 em função do tempo adimensional, Fo , para as diversas situações de temperatura da parede.

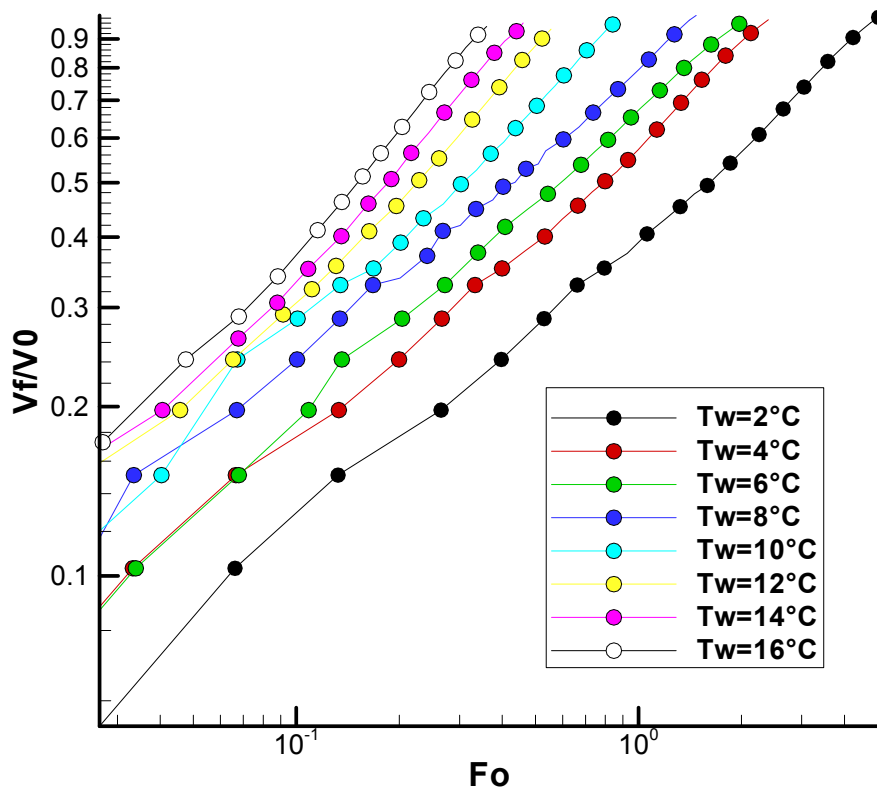


Fig. 6.48 - Comportamento da relação V_f/V_0 em função do tempo adimensional, para diversas temperaturas da parede T_w .

Nota-se novamente um comportamento linear, e que pode ser facilmente aproximado por uma função do mesmo tipo,

$$\text{Log} \left(\frac{V_f}{V_0} \right) = d \text{Log}(Fo) + c, \quad (6.28)$$

onde, d é a inclinação das aproximações, c é o ponto onde as aproximações cruzam o eixo das ordenadas, e Fo , Fourier, é tempo adimensional, definido como:

$$Fo = \frac{\alpha t}{r_0^2}. \quad (6.29)$$

Os comportamentos dos termos d e c , em função do número de Stefan, é dado pelas Fig. 6.49 e Fig. 6.50, e como é possível observar, os termos d e c possuem comportamentos próximos de lineares, e podem ser equacionados como:

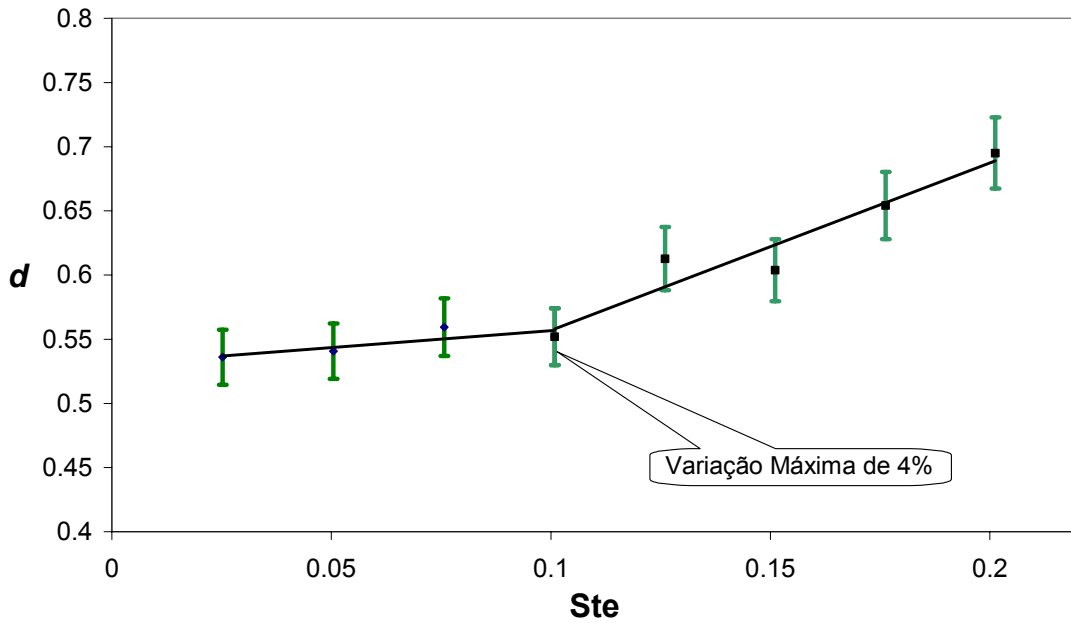


Fig. 6.49 – Comportamento da inclinação d , eq.(6.28), em função do adimensional de Stefan.

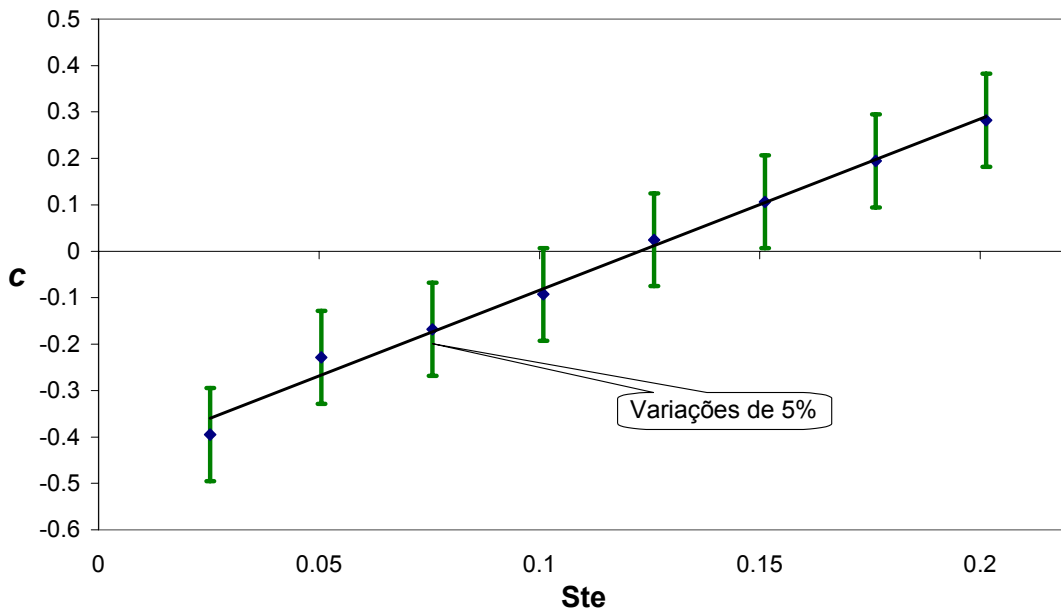


Fig. 6.50 – Comportamento do coeficiente c , eq.(6.28), em função do adimensional de Stefan.

$$d = a_2 Ste + b_2 \quad c = a_3 Ste + b_3. \quad (6.30)$$

Substituindo as eqs. (6.30) na (6.28), obtêm-se:

$$\text{Log}\left(\frac{V_f}{V_0}\right) = (a_2 \text{Ste} + b_2) \text{Log}(Fo) + (a_3 \text{Ste} + b_3). \quad (6.31)$$

Aplicando a eq. (6.31) na eq. (6.23), após a combinação dos coeficientes obtêm-se uma expressão para o número de Nusselt, com a seguinte forma:

$$\overline{Nu} = 10^{E_1} Fo^{E_2} Ra_c. \quad (6.32)$$

Os termos E_1 e E_2 , são definidos como:

$$E_1 = \begin{cases} -531,105 \text{Ste}^3 + 244,60 \text{Ste}^2 - 50,58 \text{Ste} - 1,682 & \rightarrow \text{Ste} \leq 0,1 \\ -531,105 \text{Ste}^3 + 259,85 \text{Ste}^2 - 53,95 \text{Ste} - 1,5 & \rightarrow \text{Ste} > 0,1 \end{cases}, \quad (6.33)$$

$$E_2 = \begin{cases} -0,395 \text{Ste}^2 - 0,894 \text{Ste} - 1,6418 & \rightarrow \text{Ste} \leq 0,1 \\ 5,2 \text{Ste}^2 - 2,86 \text{Ste} - 1,4924 & \rightarrow \text{Ste} > 0,1 \end{cases}. \quad (6.34)$$

Baseado nos comportamentos dos coeficientes apresentados anteriormente, é possível estabelecer correlações para o volume fundido e conseqüentemente para a espessura média do anel de MMF fundido,

$$Vf = 10^c Fo^d V_0, \quad (6.35)$$

$$\overline{L} = r_0 - \sqrt{r_0^2 (1 - Fo^d 10^c)}, \quad (6.36)$$

onde as inclinações a_2 e a_3 , juntamente com os coeficientes b_2 e b_3 para os cálculos dos coeficientes d e c , são expostos a seguir,

$$\begin{aligned} a_2 &= 0,2631 & b_2 &= 0,5304 & \rightarrow \text{Ste} \leq 0,1, \\ a_2 &= 1,3044 & b_2 &= 0,4264 & \rightarrow \text{Ste} > 0,1, \\ a_3 &= 3,6912 & b_3 &= -0,4531. \end{aligned}$$

A verificação da eficiência das correlações apresentadas nas eqs. (6.32) e (6.35), para prever o comportamento do Nusselt médio e volume fundido, é feita através do comparativo com

os resultados das simulações. Portanto, nas figuras seguintes são apresentados gráficos onde são expostos os resultados das simulações, e das correlações para todas as temperaturas de parede simuladas. Nos valores das simulações foram acrescentadas barras que demonstram variações percentuais, com o objetivo de demonstrar as máximas diferenças que existem entre os valores simulados e os valores obtidos com o uso das correlações.

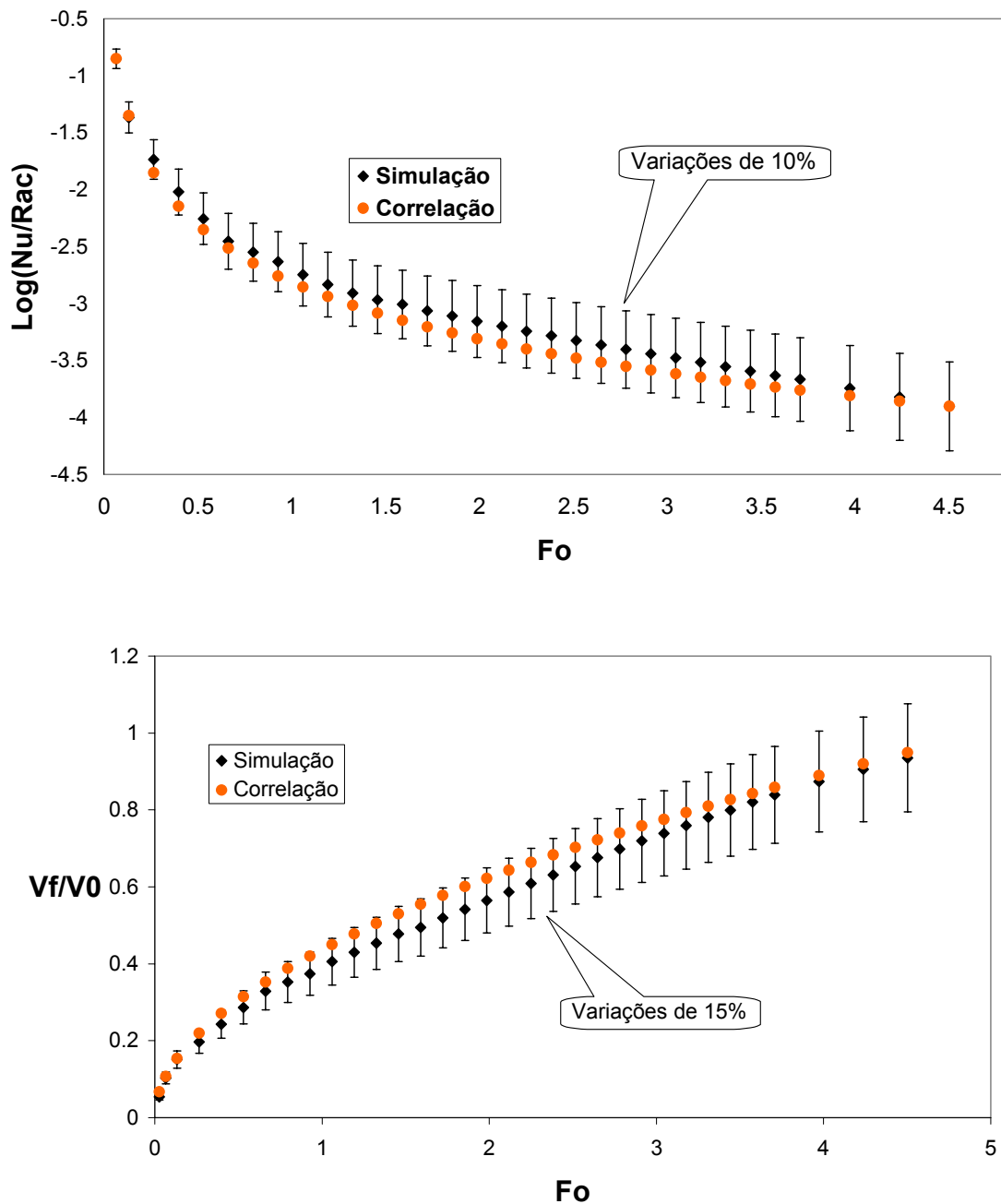


Fig. 6.51 – $T_w=2^\circ\text{C}$ e $Ste=0,0253$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do Fo .

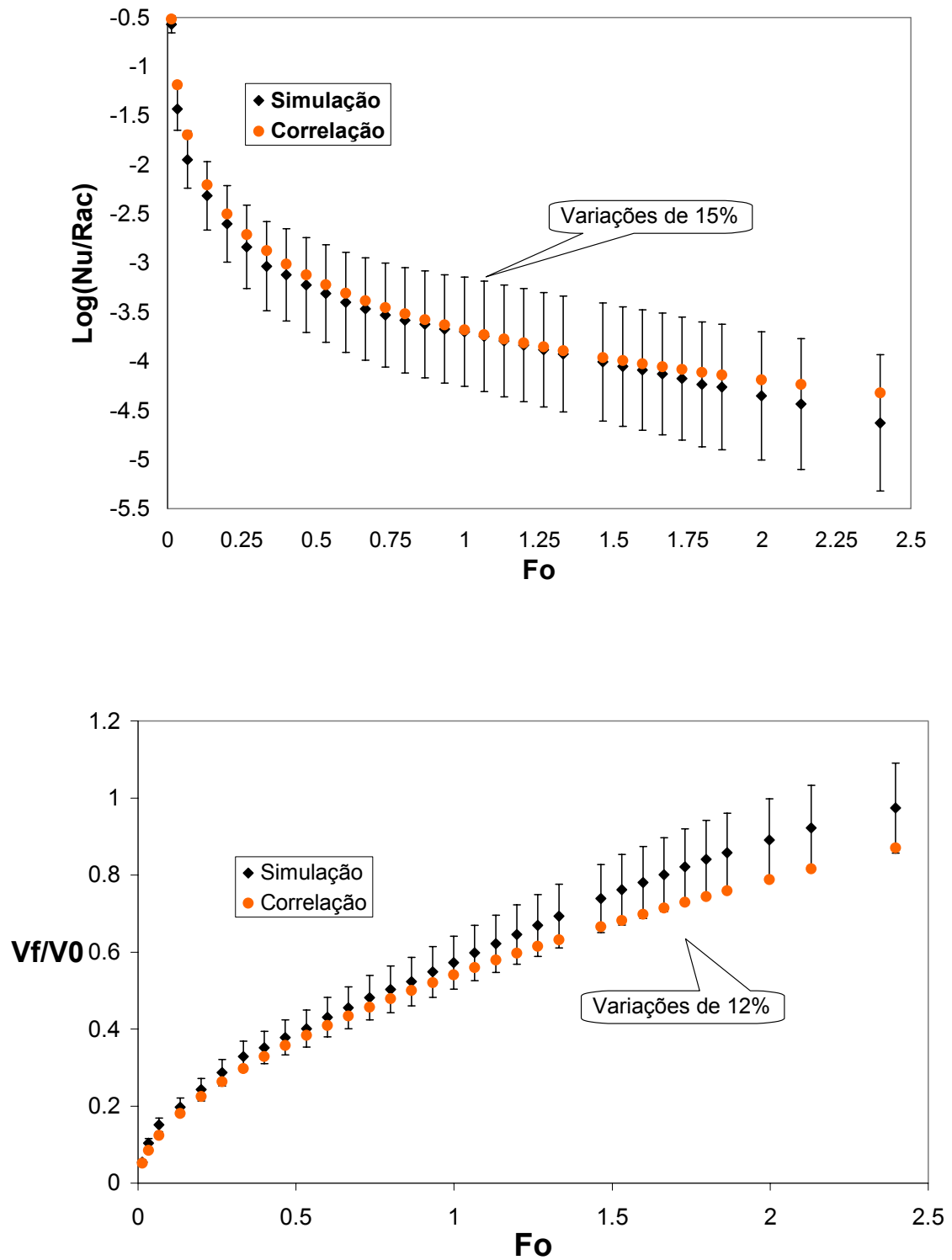


Fig. 6.52 – $T_w=4^\circ\text{C}$ e $Ste=0,0505$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do Fo .

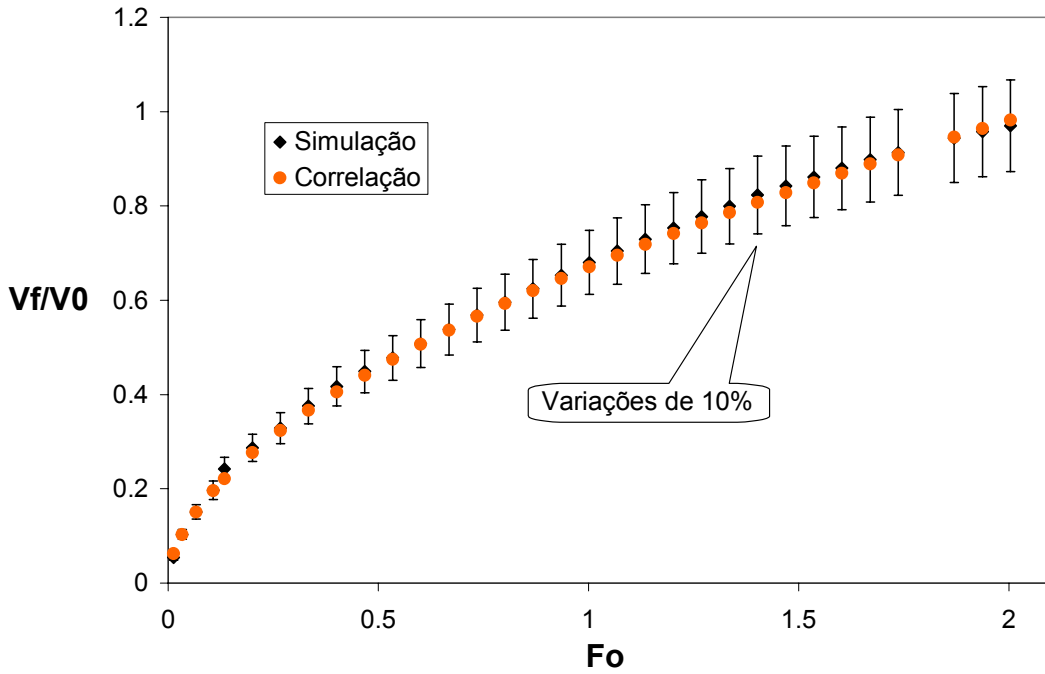
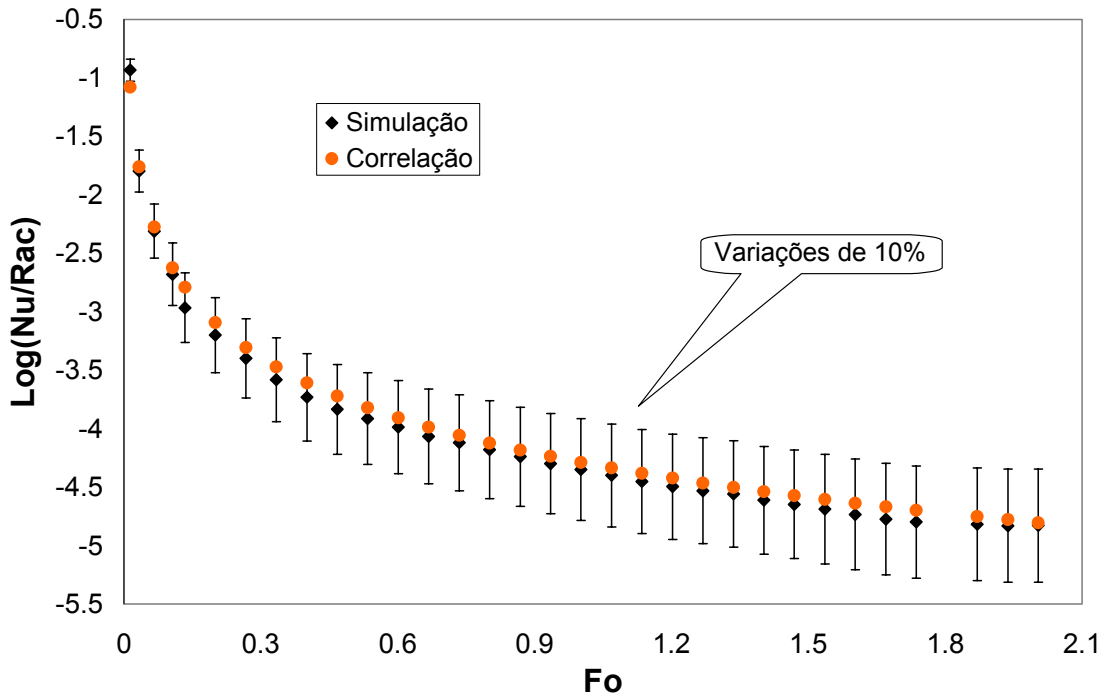


Fig. 6.53 – $T_w=6^\circ\text{C}$ e $Ste=0,0757$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do Fo .

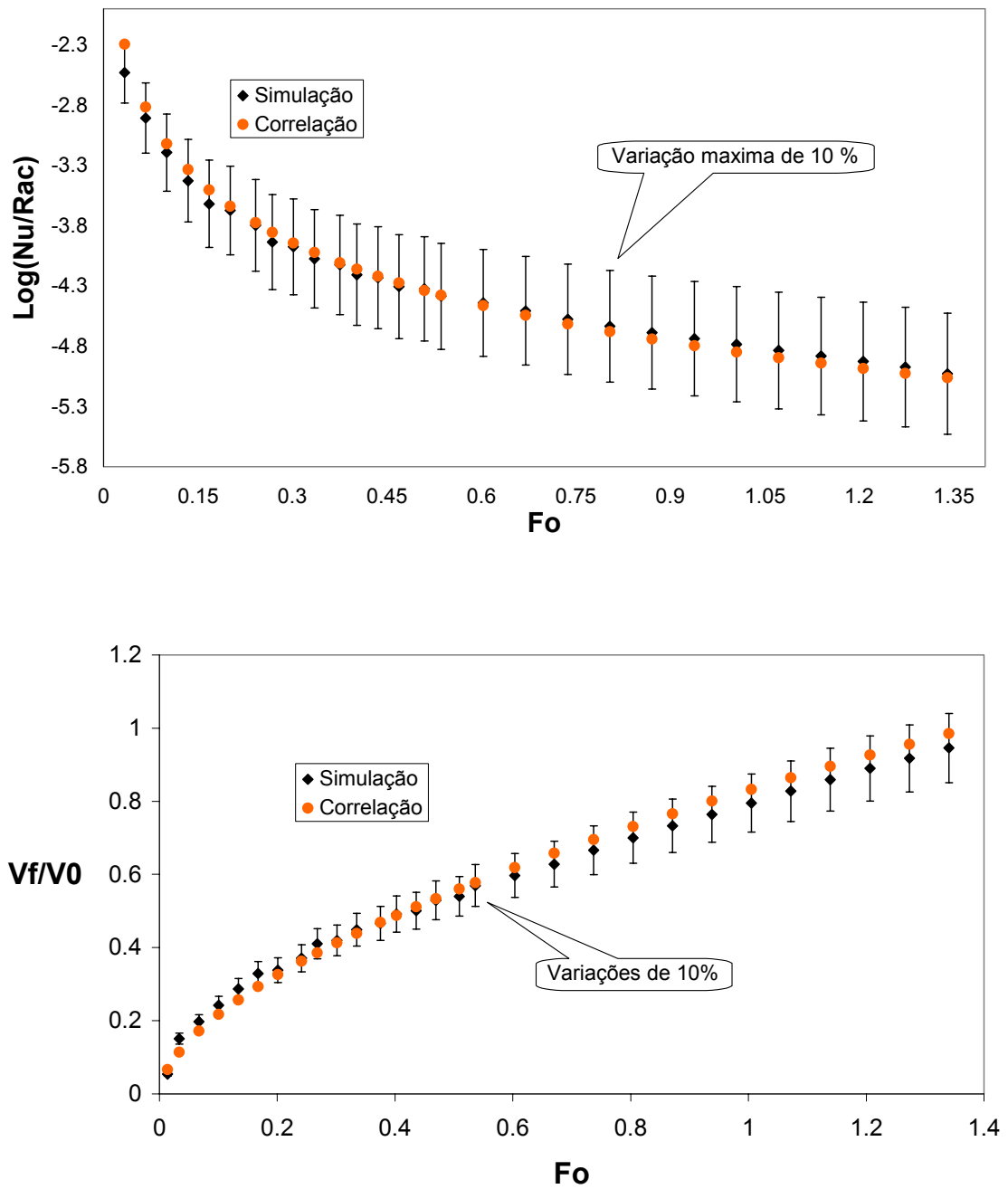


Fig. 6.54 – $T_w=8^\circ\text{C}$ e $Ste=0,1$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do Fo .

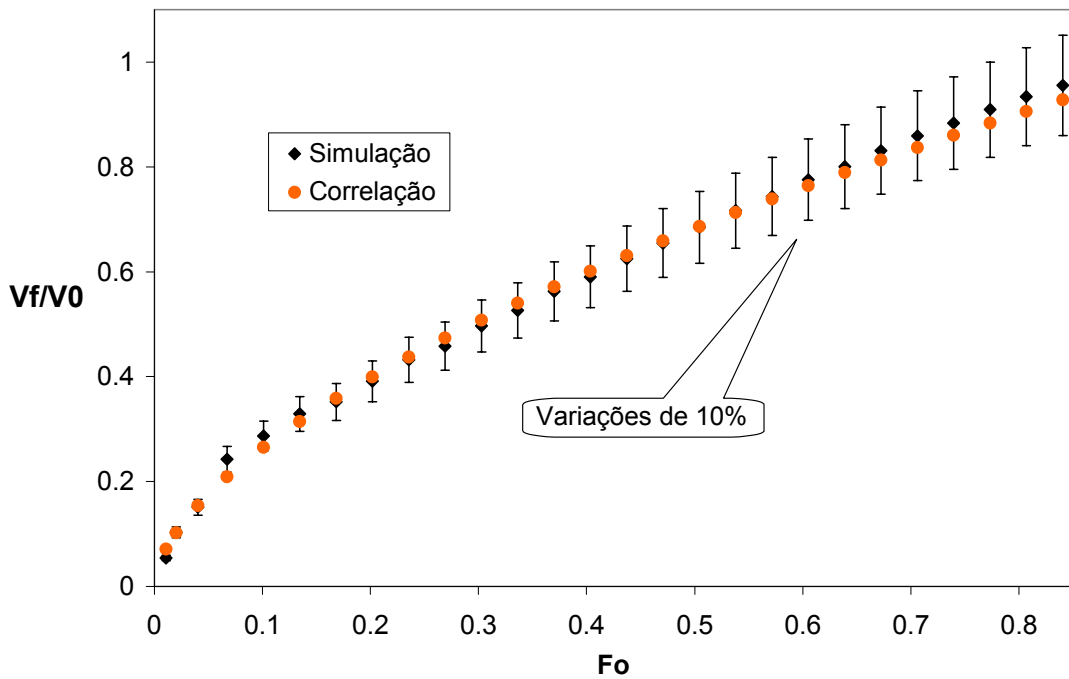
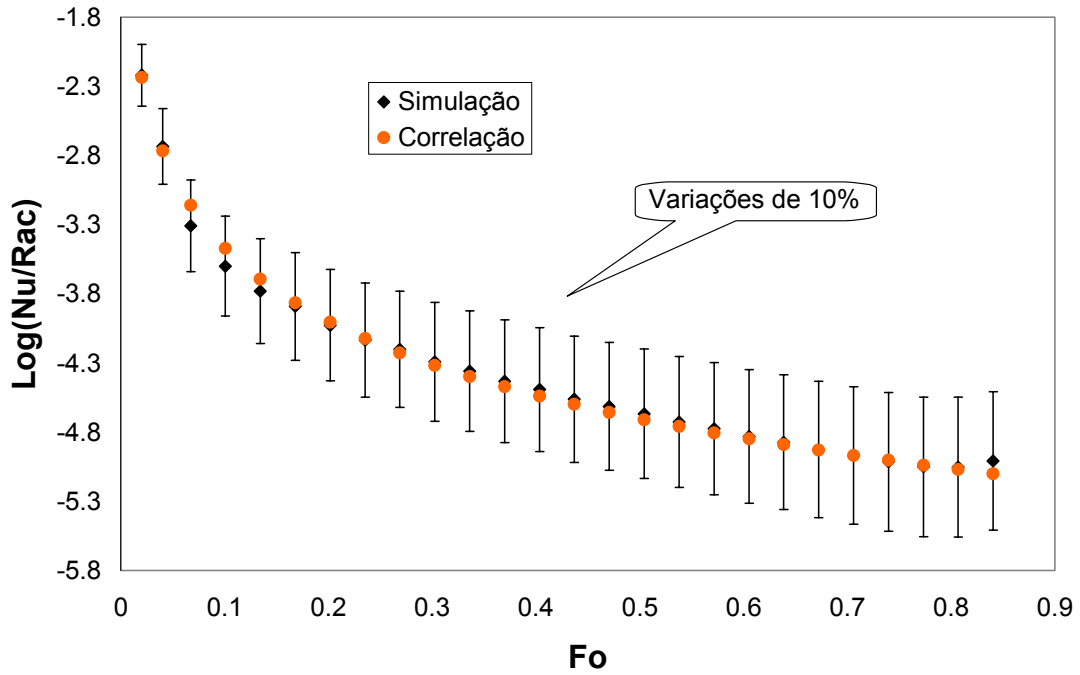


Fig. 6.55 – $T_w=10^\circ\text{C}$ e $Ste=0,126$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do Fo .

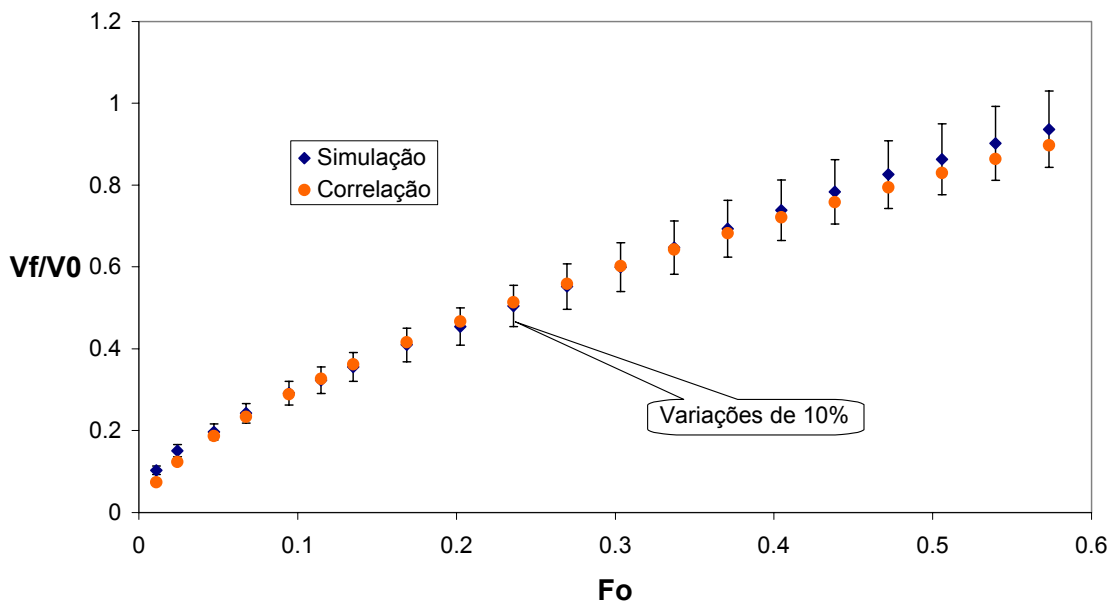
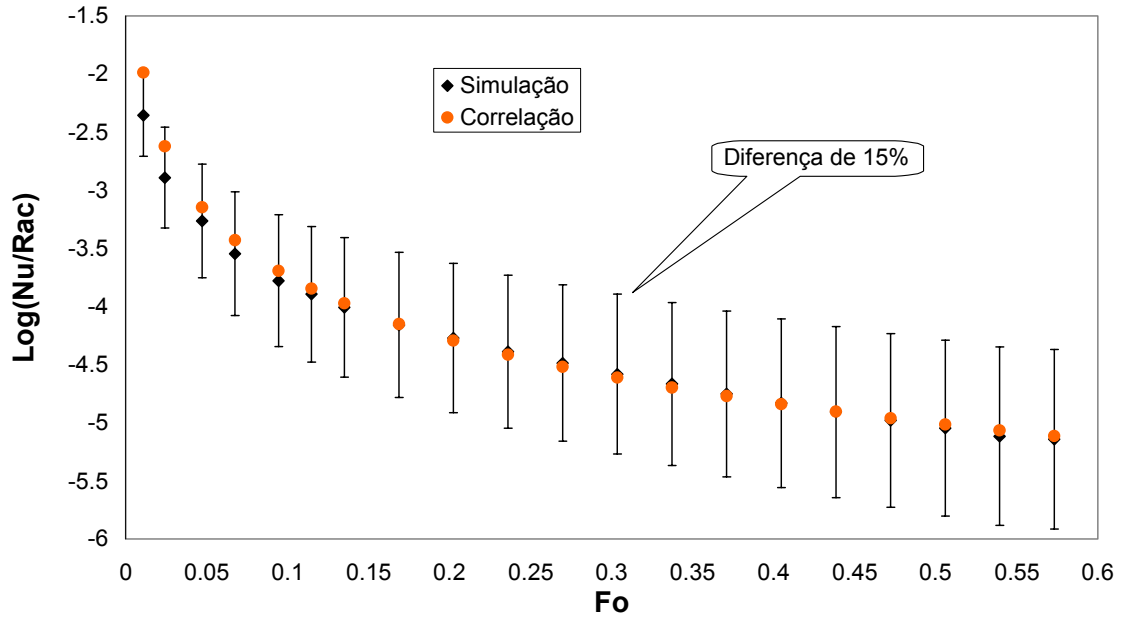


Fig. 6.56 – $T_w=12^\circ\text{C}$ e $Ste=0,151$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do Fo .

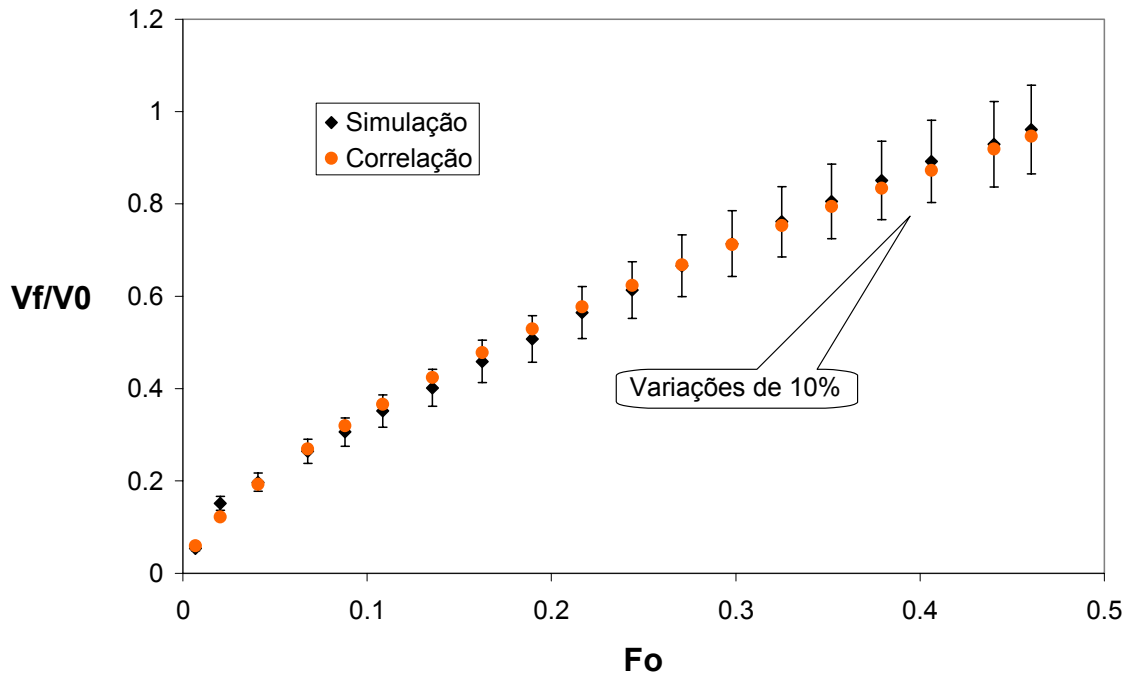
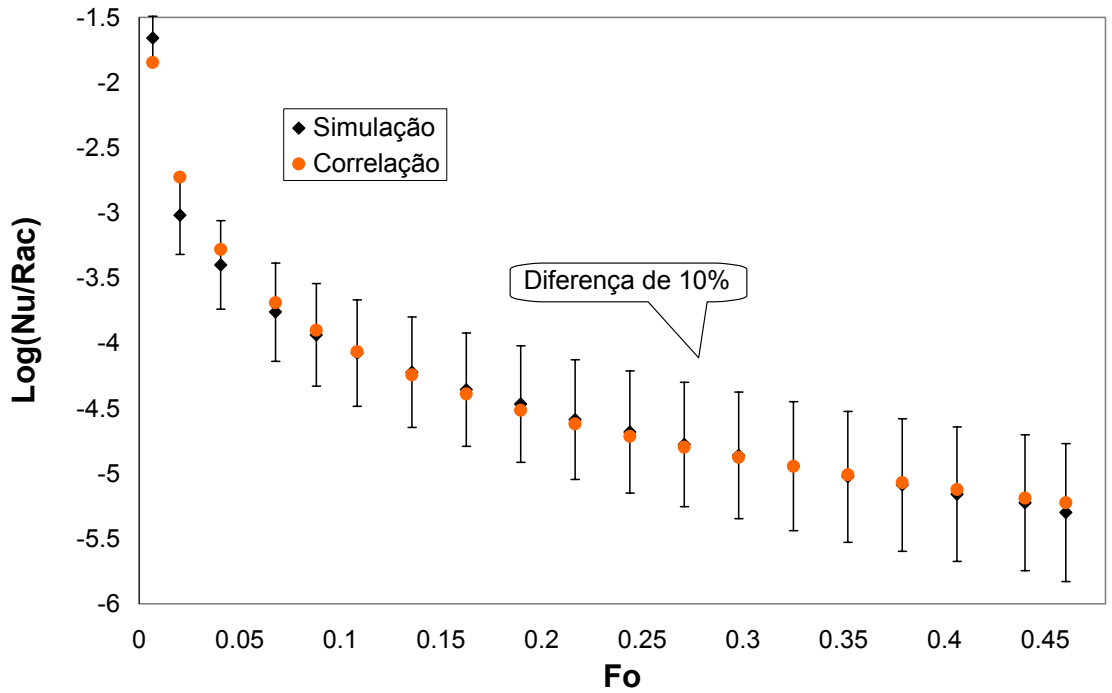


Fig. 6.57 – $T_w=14^\circ\text{C}$ e $Ste=0,176$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do Fo .

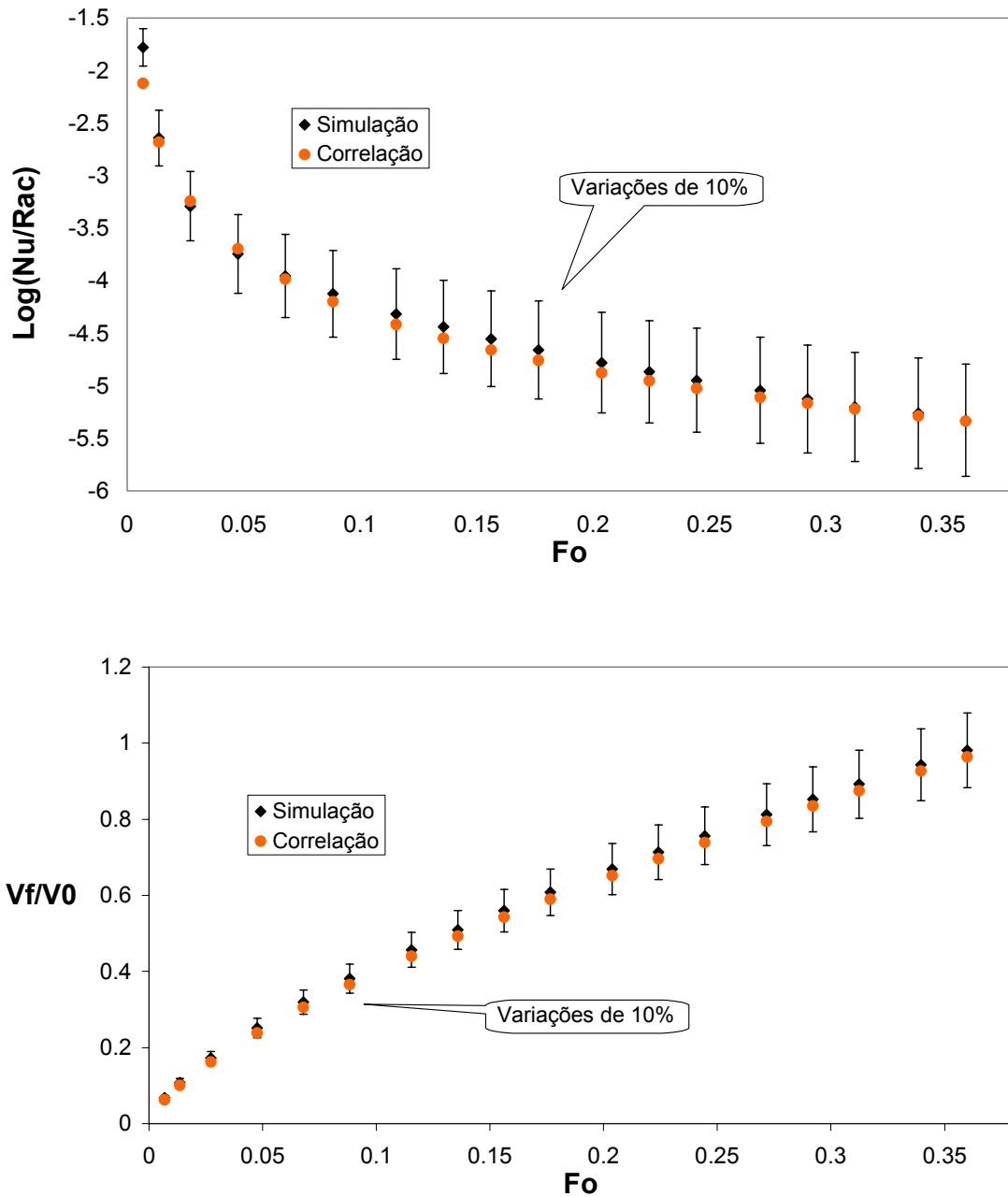


Fig. 6.58 – $T_w=16^\circ\text{C}$ e $Ste=0,2$, comparativo entre os resultados obtidos via simulação numérica e os resultados obtidos pelas correlações, para as relações $\text{Log}(\text{Nu}/\text{Rac})$ e V_f/V_0 , em função do Fo .

Como é possível observar, as diferenças máximas entre os valores simulados e os valores obtidos pelas correlações são, em sua grande maioria, inferiores a 25%, ficando na faixa de incertezas das correlações utilizadas para o tratamento da convecção. Segundo Incropera e de Witt, 1998, na maioria dos cálculos de engenharia não se pode esperar exatidões maiores que 25%.

6.5. Fusão Parcial com Ressolidificação e Solidificação Normal

Nesta seção são apresentadas as soluções para dois casos onde ocorre inicialmente a fusão parcial do MMF, seguido da ressolidificação. Um terceiro caso que considera a solidificação normal, ou seja, desde o início do processo o MMF está líquido com $T > T^*$ também é apresentado. Nos primeiros dois casos a abordagem de Neumann é utilizada, com o sólido mantido inicialmente na temperatura de super-resfriamento, T_{sup} , e a temperatura da parede, T_w , é mantida acima da temperatura de fusão, T^* . Após um determinado período uma parcela do MMF se encontra na fase líquida, e então a temperatura da parede é alterada para um valor abaixo da temperatura de fusão. Isto faz com que o processo de solidificação inicie, criando uma capa externa de MMF na fase sólida, confinando o MMF líquido entre as duas regiões de mudança de fase, que evoluem na mesma direção. A fronteira de mudança de fase interna continua a evoluir devido à energia sensível do líquido, que perdura por um determinado período, cuja extensão é função da temperatura de T_w utilizada durante a fusão. Nos instantes iniciais da ressolidificação, o líquido doa energia sensível para as duas fronteiras de mudança de fase, retardando a evolução da frente de solidificação, e evoluindo a frente de fusão.

Ao contrário do que acontece na fusão, na ressolidificação o processo no início é predominantemente convectivo, e, à medida que o mesmo evolui, a importância da difusão aumenta, sendo predominante após a retirada da energia sensível do líquido enclausurado. A fronteira de mudança de fase externa mantém uma geometria homogênea, pois a energia sensível do líquido é consumida rapidamente, estabelecendo uma homogeneidade na massa específica do líquido, minimizando a atuação da convecção natural. O Rayleigh considerado nestas simulações, Ra_c , é definido pela eq. (6.21).

Os resultados expostos nas Fig. 6.59 a Fig. 6.63 foram obtidos para um diâmetro de $0,032\text{ m}$, $T_{sup} = -5,5\text{ }^\circ\text{C}$. Em $t=0\text{ s}$ a parede do tubo foi exposta a $T_w = 8\text{ }^\circ\text{C}$ iniciando a fusão. Após o período de $t=7760\text{ s}$ a temperatura na superfície externa passa a $T_w = -5\text{ }^\circ\text{C}$. As cores intermediárias estão associadas à região de mudança de fase. A linha tracejada representa a entalpia na região de máxima massa específica do líquido que ocorre próximo à $4\text{ }^\circ\text{C}$.

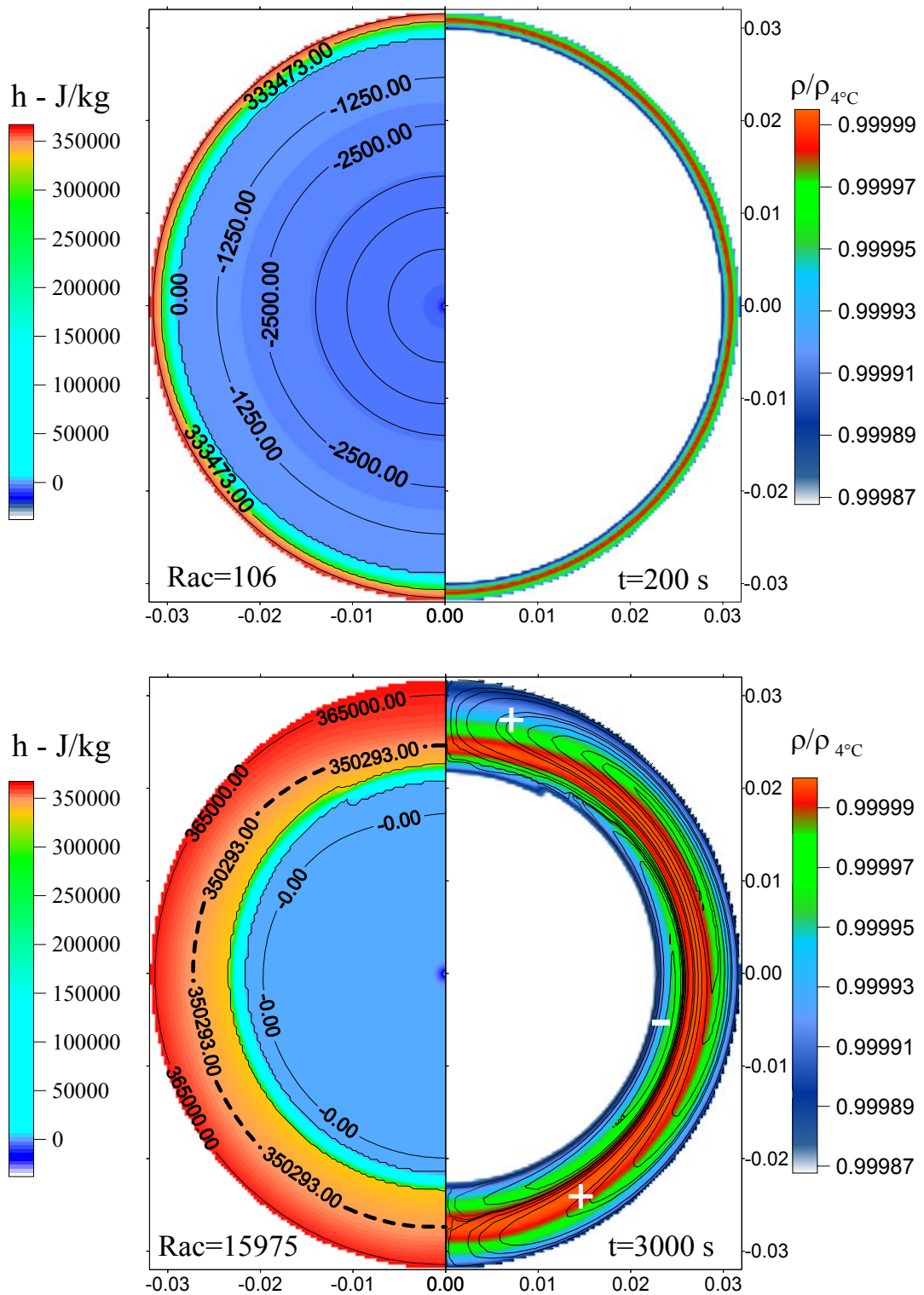


Fig. 6.59 – Fusão com $T_w=8^\circ C$, $T_{sup}=-5,5^\circ C$, $t=200$ s e $t=3000$ s. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

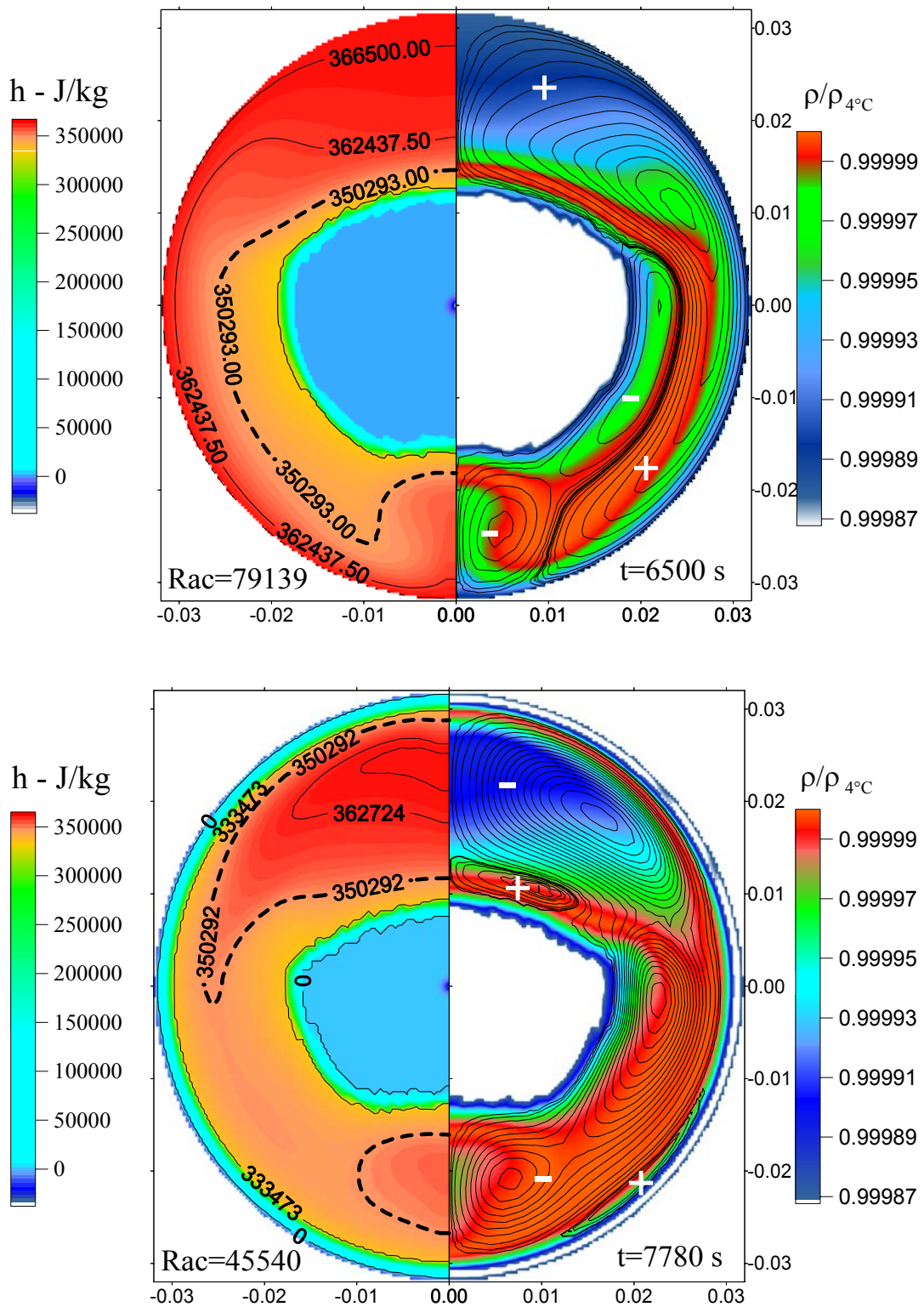


Fig. 6.60 – $T_w=8^{\circ}\text{C}$ e $T_{sup}=-5,5^{\circ}\text{C}$, fusão em $t=6500\text{ s}$ e início da ressolidificação em $t=7780\text{ s}$ com $T_w=-5^{\circ}\text{C}$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

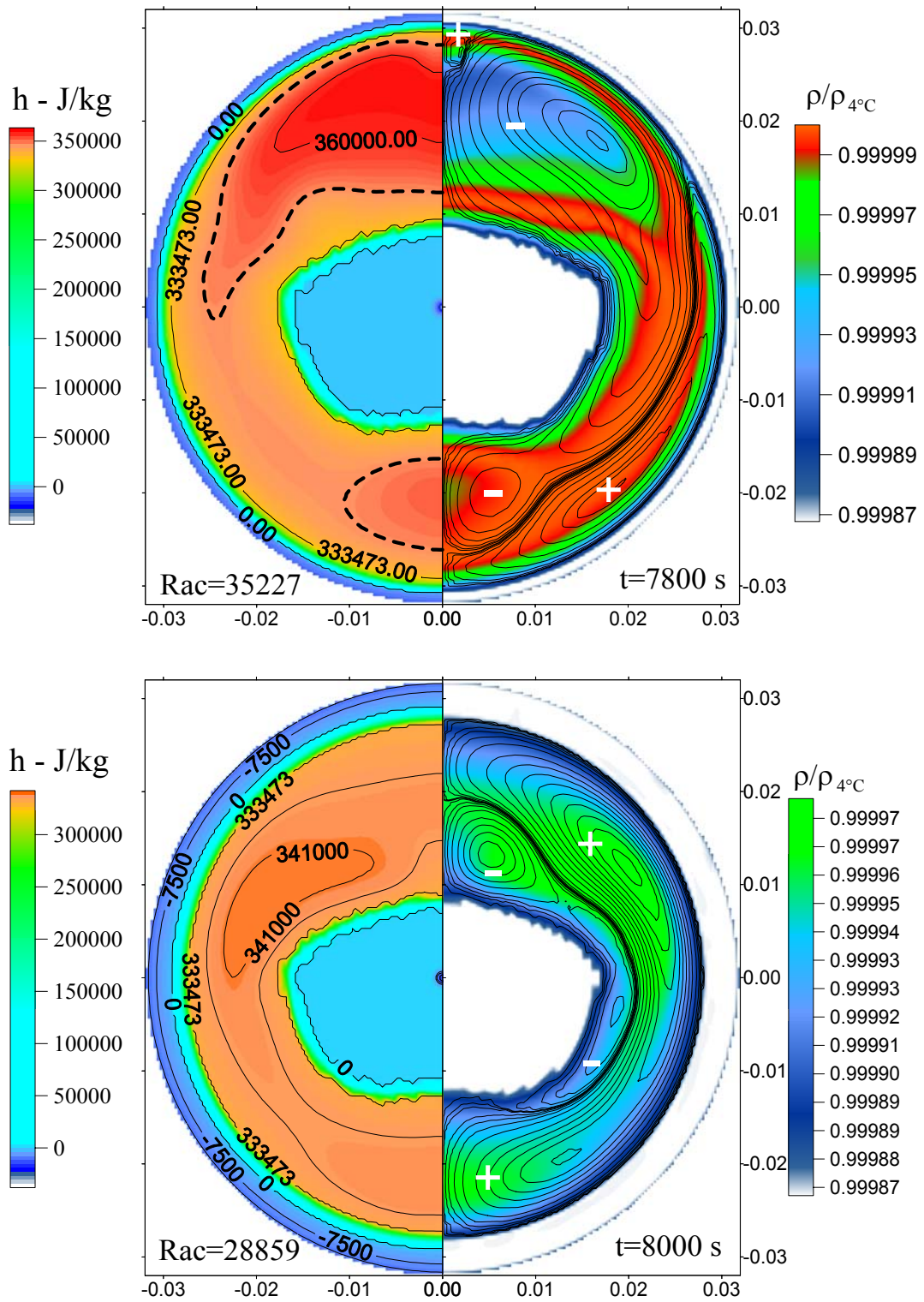


Fig. 6.61 –Ressolidificação com $T_w=-5^\circ\text{C}$, $t=7800$ s e $t=8000$ s. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

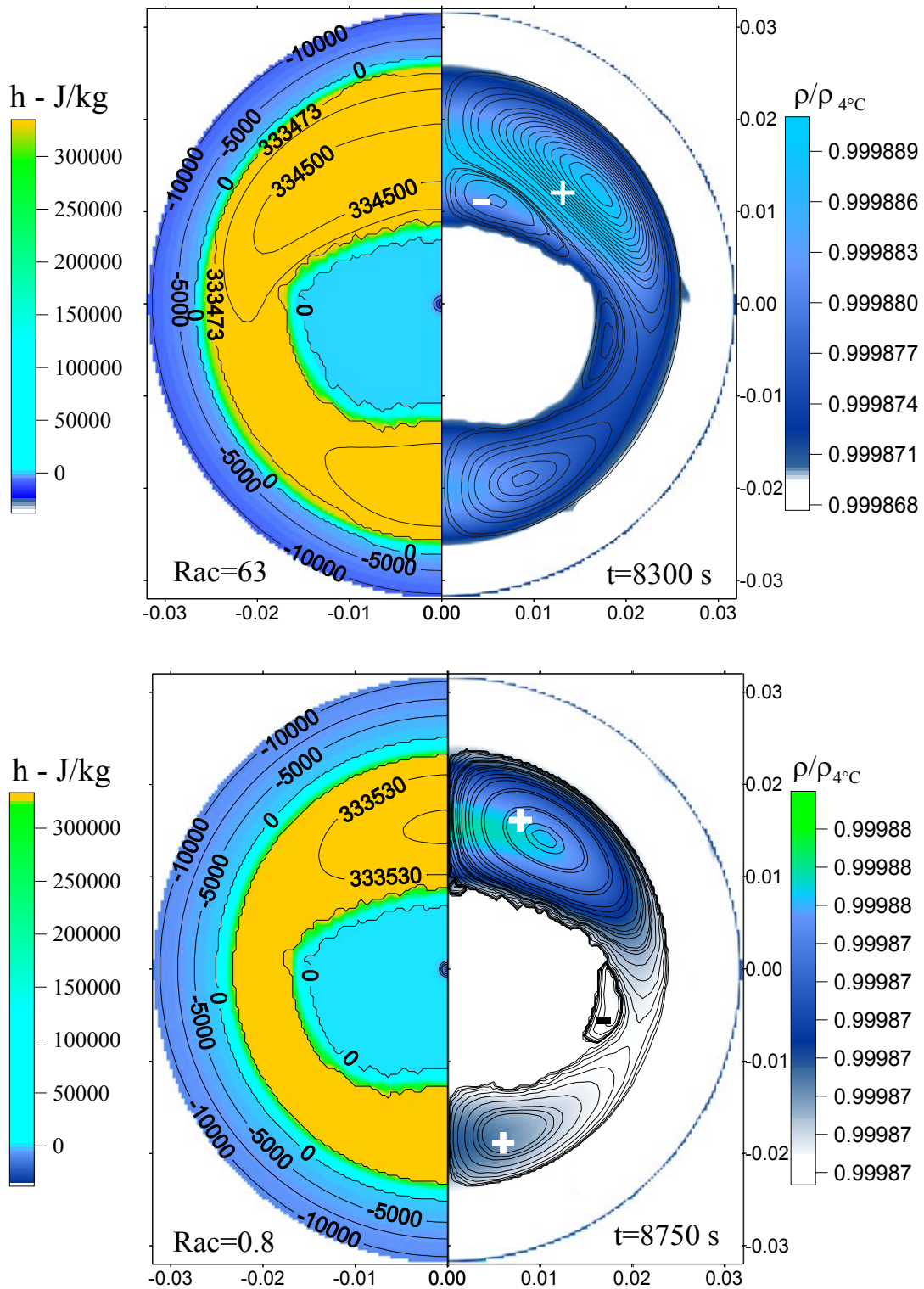


Fig. 6.62 – Ressolidificação com $T_w=-5^\circ\text{C}$, $t=8500$ s e $t=8750$ s. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

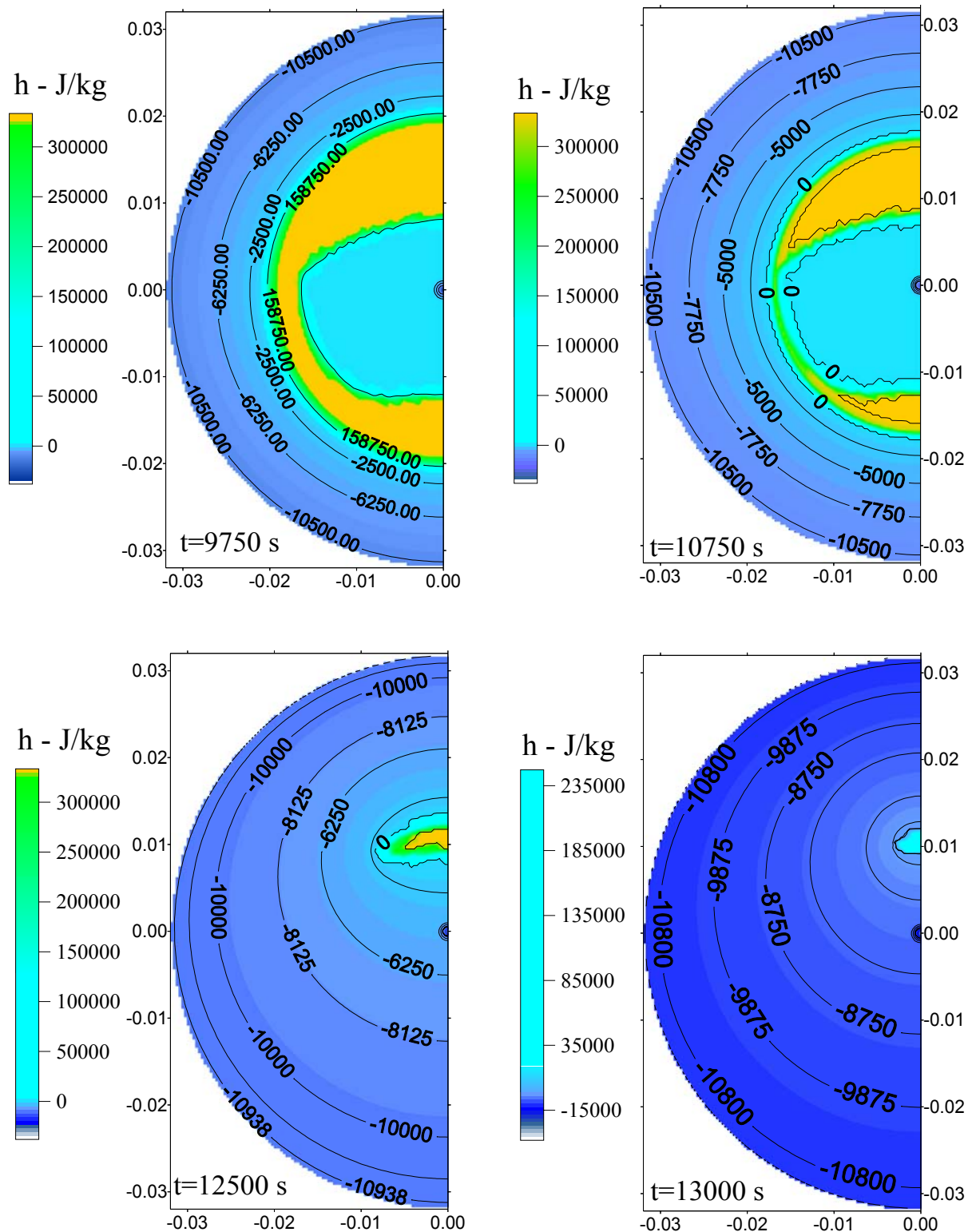


Fig. 6.63 – Ressolidificação com $T_w = -5^\circ\text{C}$, $t=9750$ s, $t=10750$ s, $t=12500$ s e $t=13000$ s. Situações onde a convecção não se manifesta, predomínio do processo difusivo.

Na Fig. 6.59 está exposto o comportamento da fusão no começo do processo, em $t=200$ s, onde percebe-se a existência da energia sensível associada ao sólido, abordagem de Neumann. $Ra_c=106$ caracteriza um fenômeno difusivo puro. Na mesma figura pode-se observar que a energia sensível associada ao super-resfriamento desaparece rapidamente. Em $t=3000$ s já não há vestígios da energia sensível, e a convecção já está instalada, $Ra_c=15975$, contribuindo para a transferência de calor. Pode-se observar a existência de dois vórtices, um mais intenso ocorrendo na parte externa, onde o líquido está com um nível de entalpia mais elevada, e menor massa específica, girando em sentido anti-horário, sinal positivo. O comportamento da estrutura é variável com o tempo, massa específica e com as condições de contorno. Esta evolução pode ser avaliada observando a situação para $t=6500$ s, na Fig. 6.60. Nesta situação o sólido na região central adquire uma geometria irregular pela ação da convecção natural. Em $t=7780$ s a condição de contorno já foi alterada para que a solidificação ocorra. Pode-se observar uma fina capa de material solidificado na região externa, ficando o líquido confinado entre as duas fronteiras de mudança de fase. A energia sensível associada ao líquido é doada para as duas fronteiras. Nos instantes iniciais da solidificação a transferência de calor, do líquido para as fronteiras, diminui o avanço da frente de solidificação externa. Na fronteira interna a fusão continua até que o equilíbrio térmico seja atingido. A estrutura de vórtices é completamente alterada com a mudança da condição de contorno, ocorrendo uma inversão no sentido dos vórtices, como pode ser observado na mesma figura.

Nas Fig. 6.60 e Fig. 6.61, o comportamento da solidificação pode ser visualizado. Inicialmente a espessura da camada externa solidificada não é uniforme como em $t=7800$ s, isto acontece pelo fato de que na região superior fica concentrado o líquido com menor massa específica e maior nível de entalpia. Esta diferença é de pequena dimensão, sendo mais acentuada quanto maior for a temperatura T_w , utilizada para promover a fusão. Na solidificação ocorre uma mudança bastante drástica na estrutura de vórtices, em função do comportamento da massa específica do MMF líquido, como pode ser observado para os períodos $t=7780$ s, $t=7800$ s, e $t=8000$ s. À medida que a solidificação avança, o desequilíbrio térmico entre o líquido e o sólido interno diminui, como em $t=8300$ s. Deste ponto em diante os efeitos do empuxo são desprezíveis, as velocidades associadas ao líquido são de tal intensidade que a convecção deixa de atuar, predominando a difusão novamente, $Ra_c=63$. A partir deste instante a massa específica no líquido é homogênea. O sólido interno fica isolado, sem alterar o seu estado energético, até um período posterior a $t=10750$ s, Fig. 6.63. Neste momento as duas fronteiras de mudança de fase encontram-se. Daí em diante ocorre transferência de energia do sólido interno por difusão. Em $t=13000$ s pode-se observar que não existe mais MMF líquido. Pode-se observar ainda o com-

portamento das isoentálpicas, que não são concêntricas. Nesta figura não são expostas as linhas de correntes, pois as mesmas possuem valores insignificantes, e a massa específica é homogênea.

Na seqüência são apresentadas soluções para o mesmo problema com alteração nas condições de contorno e inicial. Neste caso tem-se em $t=0$, $T_w=4^\circ\text{C}$ e $T_{sup}=-8^\circ\text{C}$ e em $t=15000$ s prescreve-se $T_w=-5,5^\circ\text{C}$. Na Fig. 6.64 verifica-se a fusão para o período de $t=6000$ s e $Ra_c=4356$. Nesta situação a convecção está atuante, e é possível notar a deformação geométrica que ocorre no sólido interno. Na Fig. 6.65 estão expostos os instantes iniciais da ressolidificação, $t=15010$ s. Nesta figura o líquido interno ainda está dotado de energia sensível, e a convecção interna se faz presente, $Ra_c=15128$, retardando a frente de solidificação nas regiões mais inferiores, onde ocorre a concentração de líquido com elevada entalpia e máxima massa específica. Em $t=15500$ s, os padrões de solução já foram modificados, alterando a estrutura de vórtices, e neste instante a convecção natural já está minimizada, $Ra_c=30,3$, devido ao fato do campo de entalpia estar próximo da uniformidade. Em $t=17000$ s, Fig. 6.66, ocorre o encontro das duas frentes de mudança de fase. Nesta situação o processo de transferência de calor é difusivo puro. A partir deste instante o sólido interno deixa o isolamento no qual foi mantido pela fronteira de mudança de fase, e passa a transferir energia de forma difusiva. Em $t=20600$ s tem-se a situação próxima a fusão completa.

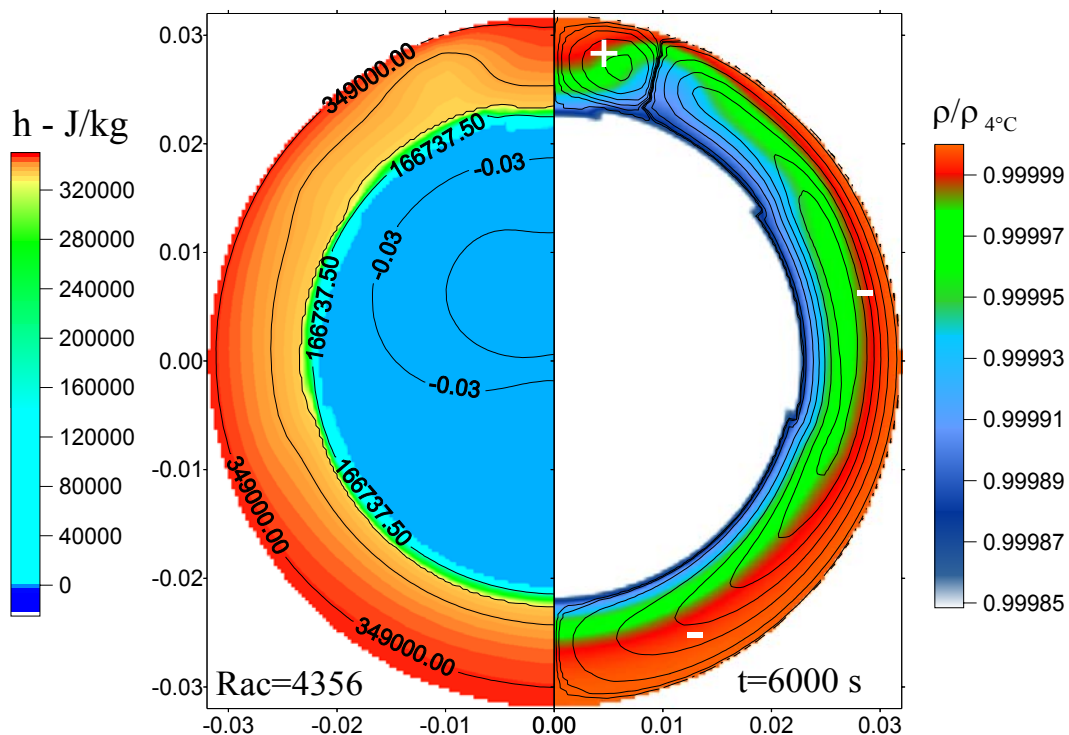


Fig. 6.64 – Fusão com $T_w=4^\circ\text{C}$, $T_{sup}=-8^\circ\text{C}$, $t=6000$ s. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

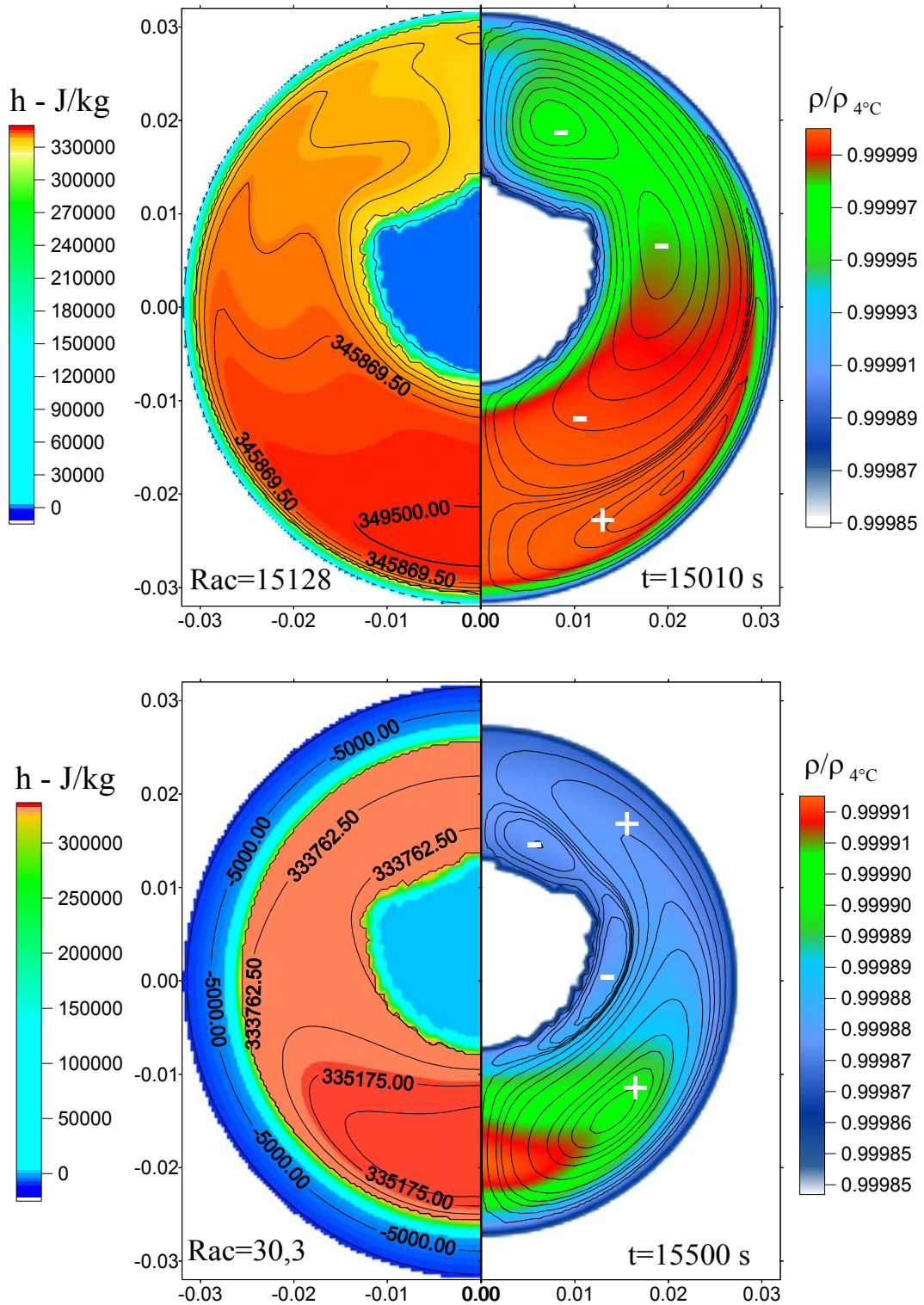


Fig. 6.65 –Ressolidificação com $T_w=-5,5^\circ C$, $t=15010$ s e $t=15500$ s. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

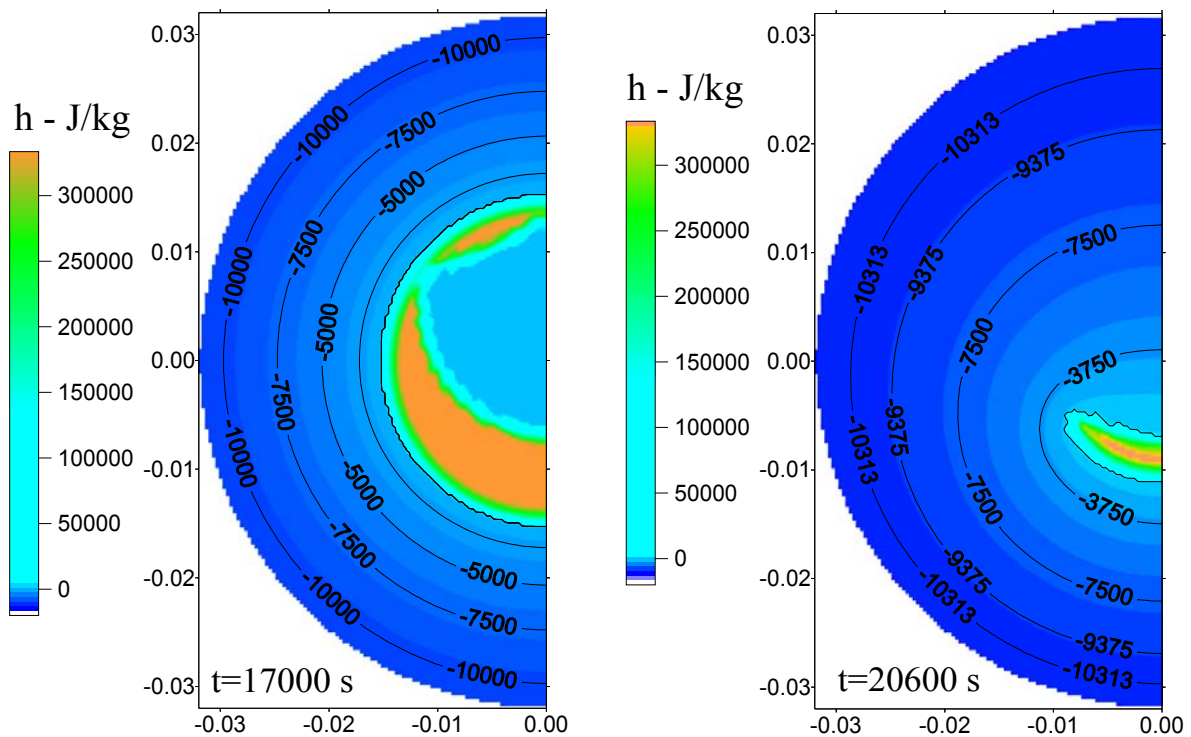


Fig. 6.66 – Ressolidificação com $T_w = -5,5^\circ\text{C}$, nos períodos $t = 17000\text{ s}$ e $t = 20600\text{ s}$. Comportamento da entalpia (J/kg) para uma situação próxima da fusão completa.

Nas próximas figuras serão expostas as soluções para uma situação de solidificação normal. Neste caso todo o MMF está líquido. Em $t = 0\text{ s}$ a temperatura do líquido é $T_{ini} = 8^\circ\text{C}$, e $h = 367039,2\text{ J/kg}$, $u = v = 0,0\text{ m/s}$, e com a temperatura na parede prescrita em $T_w = -5,5^\circ\text{C}$.

No início, o processo é dominado pela convecção. Para $t < 80\text{ s}$ existe um único vórtice no líquido, girando no sentido horário (negativo), pois na posição junto à fronteira de mudança de fase o líquido possui uma temperatura inferior a aquela que existe em regiões mais internas do domínio, portanto nesta região a massa específica é maior, fazendo com que o fluido escoe para regiões inferiores. Na medida em que a fronteira de solidificação evolui a energia sensível inicial vai sendo consumida, alterando o campo de massa específica. Em $t = 80\text{ s}$, Fig. 6.67, é possível verificar, no lado direito, um novo padrão de movimento composto de três vórtices. Um maior girando no sentido horário, e dois outros girando no sentido anti-horário. Nesta figura é possível identificar a posição em que se encontram as máximas e mínimas massas específicas. No lado esquerdo das figuras o comportamento da entalpia é mostrado, sendo que a linha tracejada é utilizada para identificar a região onde o líquido possui $T = 4^\circ\text{C}$. Em $t = 200\text{ s}$ o número de vórtices se manteve, mas o comportamento foi alterado juntamente com os valores do campo de entalpia.

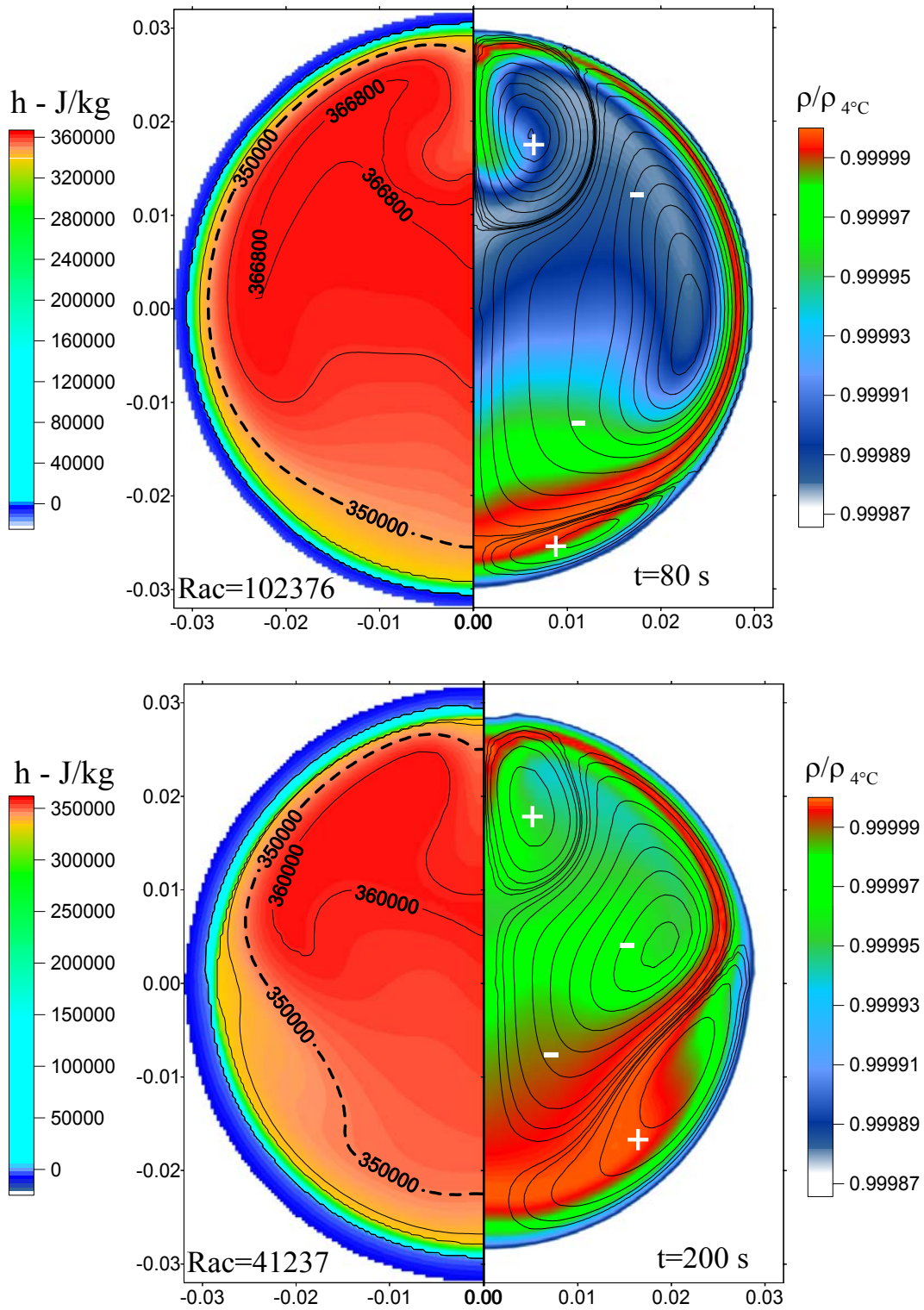


Fig. 6.67 – Solidificação com $T_w=-5,5^\circ C$, $T_{ini}=8^\circ C$, $t=80$ s e $t=200$ s. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

Em $t=300$ s e $Ra_c=21234$, a posição que o fluido com energia sensível mais elevada ocupa pode ser identificada na Fig. 6.68. Verifica-se que uma grande parte do domínio líquido está na situação de máxima massa específica, região em vermelho no lado direito da figura. Novamente o padrão de movimento é alterado. Agora um vórtice maior atua na parte externa girando com sentido anti-horário e um vórtice menor, confinado no centro do domínio, girando com sentido horário. Outra característica que pode ser visualizada é a deformação que ocorre na parede do sólido, na parte inferior e em uma pequena porção da parte superior do tubo. Nestas regiões a fronteira de solidificação avançou mais devido à convecção natural.

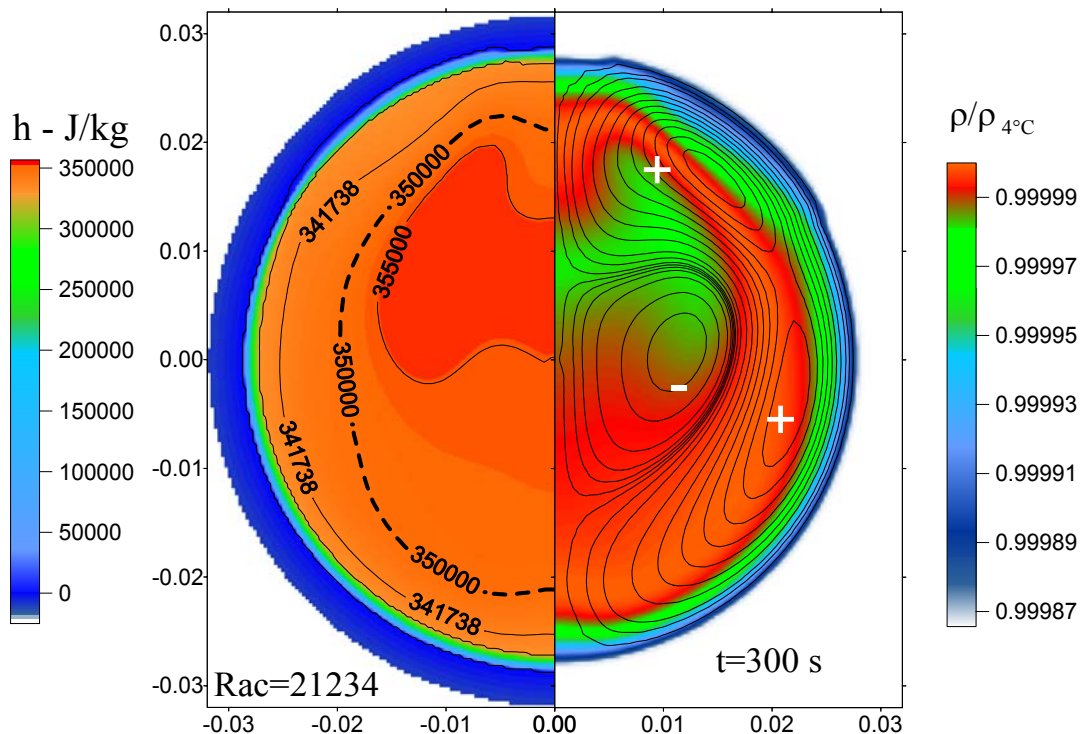


Fig. 6.68 – Solidificação com $T_w=-5,5^\circ\text{C}$, $T_{ini}=8^\circ\text{C}$, $t=300$ s. Na direita linhas de corrente (- recirculação no sentido horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

Na Fig. 6.69, está a solução no instante $t=1300$ s, para o valor de $Ra_c=23$, situação próxima da homogeneidade de temperatura no líquido, sendo predominado por um único vórtice que gira no sentido horário. Neste instante a difusão já é o mecanismo predominante, pois a energia sensível que existe está próxima dos valores mínimos, assim o líquido logo estará na temperatura de fusão. Na Fig. 6.70, foram colocadas as situações para $t=3600$ s, onde o líquido está na T^* , a convecção no líquido não existe. Em $t=8000$ s, atingiu-se uma situação muito próxima da fusão total, que acontece a $t=8300$ s.

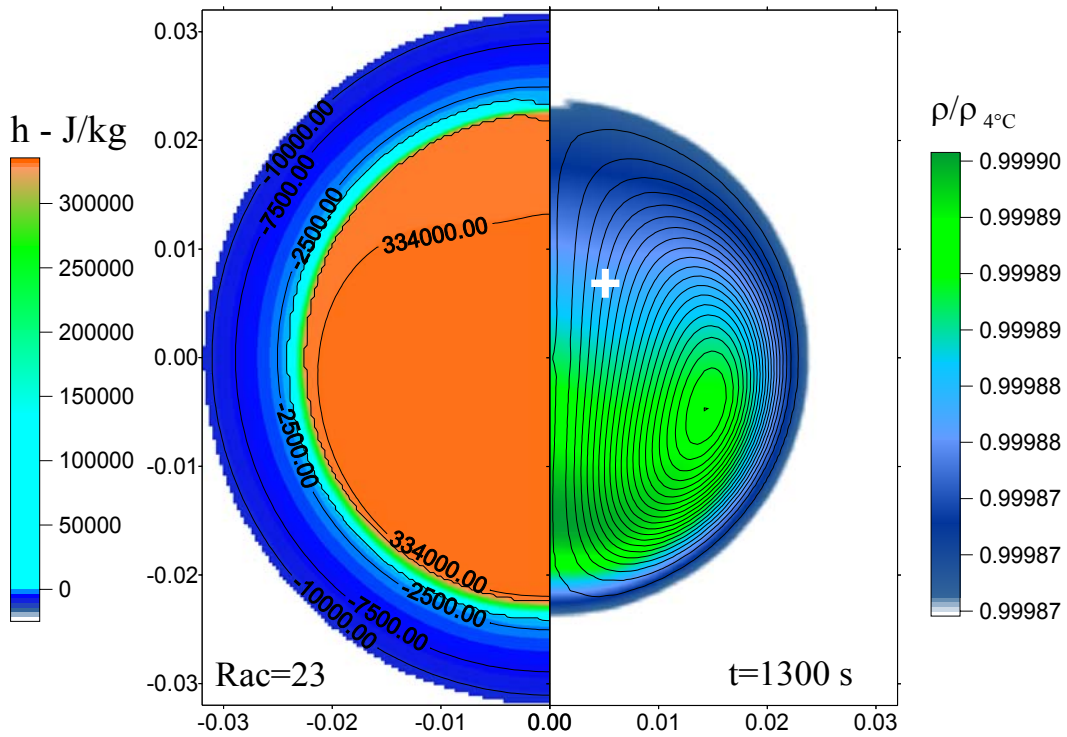


Fig. 6.69 – Solidificação com $T_w=-5,5^\circ\text{C}$, $T_{ini}=8^\circ\text{C}$, $t=1300\text{ s}$. Na direita linhas de corrente (+ recirculação no sentido anti-horário) sobrepostas a massa específica, na esquerda a entalpia (J/kg).

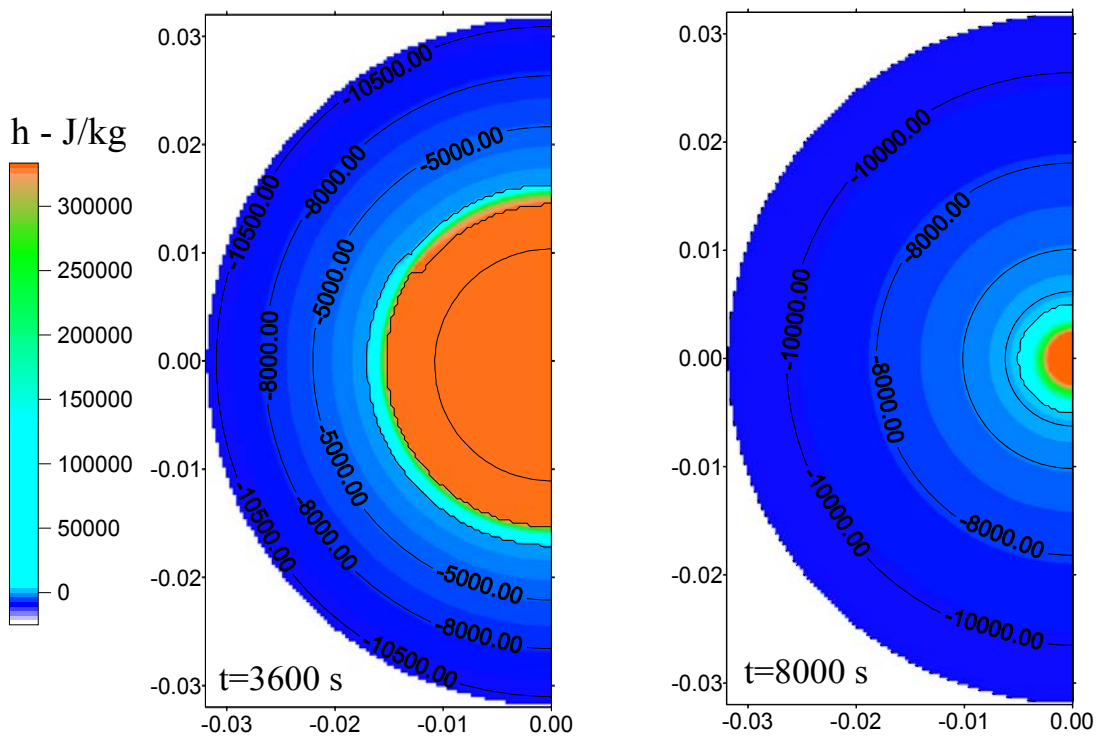


Fig. 6.70 – Solidificação com $T_w=-5,5^\circ\text{C}$, $T_{ini}=8^\circ\text{C}$, $t=3600\text{ s}$ e $t=8000\text{ s}$. Apenas o comportamento da entalpia (J/kg).

Na solidificação o tempo e a intensidade de atuação da convecção natural serão maiores para as situações onde a energia sensível inicial, traduzida pela temperatura do líquido T_{ini} , seja elevada com uma T_w baixa. Para avaliar a influência da convecção natural no processo de solidificação plotou-se o comportamento da T_{mist} , definida pela eq. (6.12), para duas simulações. Em ambas as situações considerou-se o mesmo modelo físico, condições de contorno e condição inicial, sendo que a diferença entre ambas está no método de solução. A primeira foi desenvolvida considerando o processo de solidificação como difusivo puro, e a outra com a convecção atuando.

O que se observa é um decréscimo mais rápido da T_{mist} na simulação resolvida com convecção natural, Fig. 6.71, e este comportamento se repetiu para outras simulações desenvolvidas, com condições de contorno, e inicial, diferentes. A intensidade da diferença entre as duas soluções diminui com o decréscimo da energia sensível do líquido no início do processo. O tempo para que ocorra a homogeneização da temperatura no interior do domínio líquido também decai pelo mesmo motivo, e a diminuição da T_{ini} causa os mesmos efeitos.

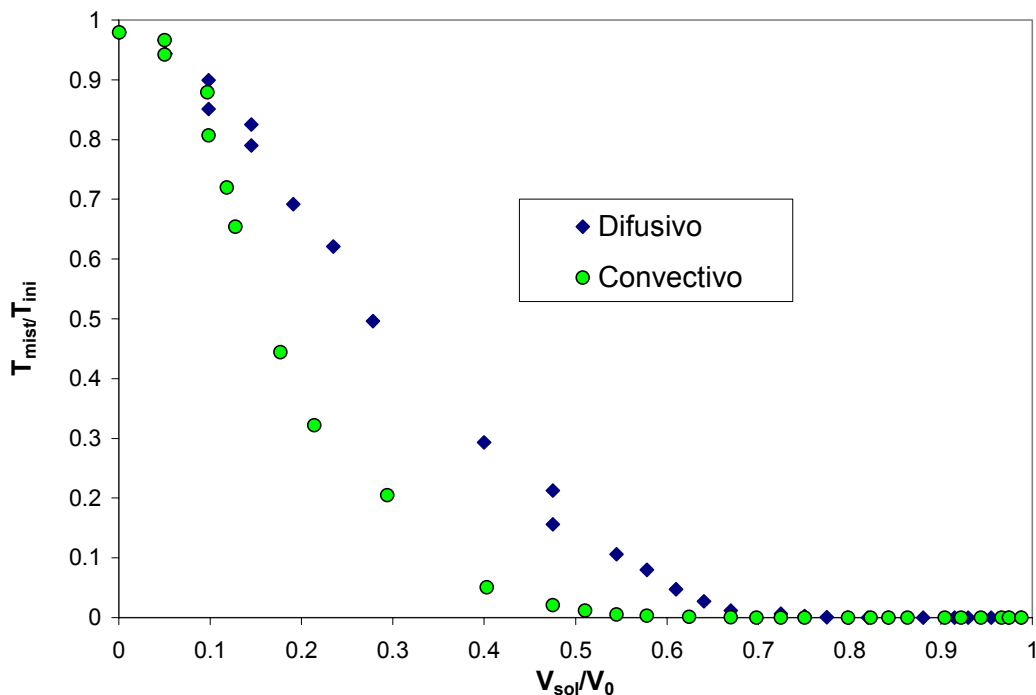


Fig. 6.71 –Comportamento da relação T_{mist}/T_{ini} em função do volume solidificado utilizando $T_{ini}=16^{\circ}\text{C}$ e $T_w=-5,5^{\circ}\text{C}$. Simulações desenvolvidas considerando na primeira situação processo difusivo puro e na segunda a presença da convecção natural.

A influência da convecção natural e da energia sensível, existente no início do processo, sobre o tempo de solidificação do MMF, pode ser visualizado na Fig. 6.72, onde estão

expostos os resultados para duas situações distintas na solidificação. Na primeira considerou $T_{ini}=8^{\circ}\text{C}$, e na segunda $T_{ini}=16^{\circ}\text{C}$, com $T_w=-5,5^{\circ}\text{C}$ em ambas as situações. Em ambos os casos as soluções foram obtidas para o processo difusivo puro e para o processo ocorrendo na presença da convecção natural. O que se percebe, ao avaliar estas soluções, é a proximidade das mesmas, pois mesmo havendo uma diminuição mais rápida da T_{mist} , quando a convecção é considerada, isto não é suficiente para produzir diferenças apreciáveis entre as duas soluções, difusiva pura e na presença da convecção natural. Este comportamento pode ser justificado pelo fato de que a energia sensível é muito menor do que a latente, números de Stefan baixos. O nível da energia sensível do líquido tem pequena interferência sobre a velocidade de solidificação, para temperatura na ordem de 8°C , sendo coincidente as soluções com convecção natural e difusivo puro. Para temperatura superiores, como em 16°C , a velocidade da solidificação é menor nos primeiros instantes, $V_f/V_0 > 0,6$, no processo convectivo, Fig. 6.72. Após a homogeneidade de temperatura ser atingida, Fig. 6.71, para $V_f/V_0 < 0,4$, ocorre uma inversão nas velocidades de solidificação, sendo o processo convectivo mais rápido. No final do processo o volume solidificado é idêntico para os dois casos, e o tempo para que isto ocorra, t_{max} , é semelhante em todos os casos simulados.

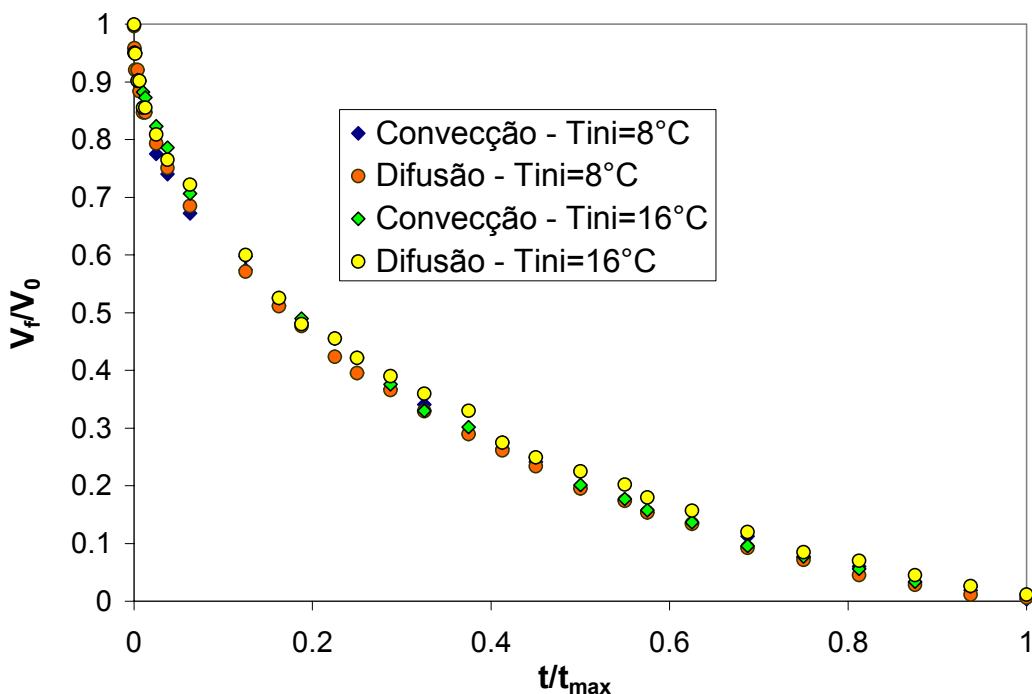


Fig. 6.72 – Comportamento da relação V_f/V_0 em função da relação t/t_{max} utilizando $T_{ini}=8^{\circ}\text{C}$ e $T_{ini}=16^{\circ}\text{C}$ com $T_w=-5,5^{\circ}\text{C}$. Simulações desenvolvidas considerando o processo difusivo puro e o processo na presença da convecção natural.

Assim pode-se afirmar que a solução desenvolvida apenas na presença da difusão gera resultados aceitáveis, para os níveis de temperatura simulados. Isto conduz a uma situação onde recomenda-se que a solução analítica das equações governantes do fenômeno sejam obtidas, atentando para uma solução fechada do problema.

7. DISCUSSÃO SOBRE A CONSISTÊNCIA FÍSICA DAS SOLUÇÕES APRESENTADAS.

Na busca da validade dos resultados obtidos é necessária uma avaliação dos erros associados. As fontes de erro no âmbito da simulação numérica, segundo Maliska, 1990, podem ser divididos em dois níveis quando comparados à realidade física. Em um primeiro nível estão os erros associados a má solução das equações diferenciais sendo necessário uma validação numérica da solução através da comparação com outras soluções numéricas ou analíticas. Segundo Demuren et al., 1993, a abordagem numérica dos fenômenos pode conter as seguintes fontes de erro:

- A** - Erros associados à utilização de geometrias inadequadas ocasionando “anormalidades” nos volumes.
- B** - Malhas não refinadas em regiões de maior interesse, regiões onde a condição de contorno é o motor do fenômeno, condições de contorno com comportamento inesperado.
- C** - Erros de truncamento dos esquemas numéricos.
- D** - Erros de convergência devido ao número de iterações insuficientes.
- E** - Erros de discretização em função da escolha de malhas inadequadas para avaliar o fenômeno.

Num segundo nível estão os erros associados ao modelamento inadequado do fenômeno, e ao uso de equações inadequadas na solução do problema. Neste nível existe a necessidade da validação física das soluções, utilizando resultados experimentais.

Com o objetivo de avaliar esta questão foram utilizadas as soluções, numéricas e experimentais apresentadas por Rieger e Beer, 1986, Fig. 7.1. Na Fig. 7.2 encontra-se a solução desenvolvida no presente trabalho, para a mesma situação lá apresentada, tornando possível uma comparação com valores da Fig. 7.1. Pode-se observar que existe uma excelente concordância entre ambos. Assim, baseado nas afirmações anteriores pode-se admitir que os erros associados ao segundo nível têm poucas chances de deteriorar os resultados apresentados neste trabalho. O modelamento que foi utilizado para a obtenção dos resultados foi amplamente testado e aplicado na solução de um grande número de fenômenos e comparado com as soluções experimentais.

Quanto aos erros associados ao primeiro nível, e que estão associados com má solução das equações governantes, pode-se afirmar que, para o item A, a geometria utilizada não possui anormalidades, não sendo fontes de erros. No item B, com referência ao comportamento das condições de contorno, estas são possuidoras de um comportamento normal, mesmo assim,

realizou-se para algumas soluções um refinamento local na malha, e não ocorreram variações perceptíveis nas soluções. No item C, o método das diferenças finitas foi utilizado para avaliar os erros de truncamento que estão associados à ordem das aproximações, utilizadas para resolver as equações diferenciais. A ordem do erro de uma aproximação é definida, normalmente, em relação à série de Taylor e à posição de seu truncamento.

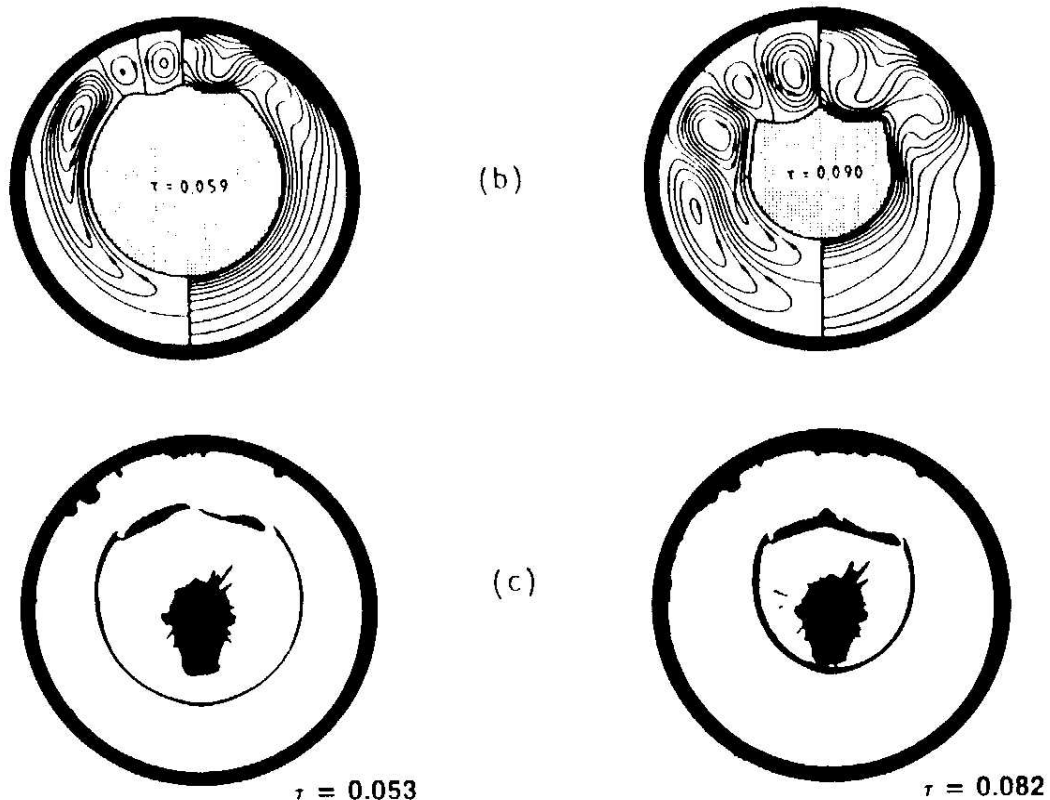


Fig. 7.1 - Resultados obtidos por Rieger e Beer, 1986. Em b solução numérica para $T_w=6^\circ\text{C}$, $r_o=32\text{ mm}$, $SteFo=0,059$ e $0,09$. Em c solução experimental $T_w=6^\circ\text{C}$, $r_o=30\text{mm}$, $SteFo=0,053$ e $0,082$.

Neste trabalho utilizou-se a função de interpolação *Power Law*, que caracteriza-se por tentar reproduzir o comportamento da solução exata em uma dimensão, por faixas do número de *Peclet*. A justificativa de sua utilização se encontra no fato de ser um esquema bem conhecido e amplamente testado. Na impossibilidade de se ter funções de interpolação isentas de erro, é necessário avaliações referentes ao tamanho de malha, a fim de minimizá-los.

Para minimizar os erros associados ao item D utilizou-se um número mínimo de cinco iterações para cada passo de tempo, nas situações em que não havia volumes mudando de fase. Já nas situações em que havia volumes mudando de fase o número de iterações mínimo foi

de dez. Além disto, utilizou-se critérios de convergência da ordem de 10^{-8} para diferenças relativas entre os termos das entalpias, obtidas para duas iterações no mesmo passo de tempo, bem como para os máximos resíduos de massa (resíduo da equação da continuidade SMAX). A diferença percentual, da ordem 10^{-2} , entre os fluxos que penetram no volume de controle (SMAX Normalizado), em duas iterações sucessivas em um mesmo passo de tempo, foi utilizada como terceiro critério de convergência. Deve-se ter cuidado quanto ao resíduo de massa (SMAX) e na sua utilização como critério de convergência, pois quando da utilização de malhas refinadas, ocorre a diminuição do tamanho dos volumes, promovendo o decréscimo no resíduo, necessitando uma reavaliação no valor do critério utilizado. Acredita-se que os erros associados ao número de iterações insuficientes foram minimizados, pelos critérios e cuidados adotados.

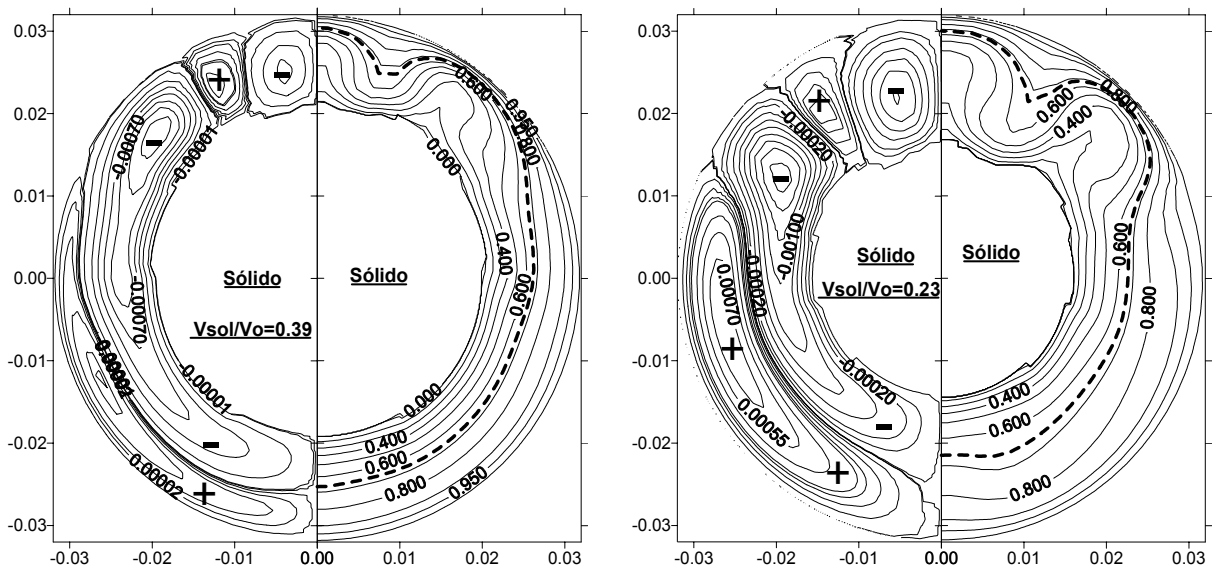


Fig. 7.2 – Na esquerda das figuras estão linhas de corrente e na direita estão as isotermas, para $T_w=6^\circ\text{C}$, $SteFo=0,059$ e para $T_w=6^\circ\text{C}$, $SteFo=0,09$.

No item E é mencionada a questão da malha ser inadequada para o tratamento do fenômeno, ou seja, malha que não consegue captar todas as particularidades do fenômeno. As soluções apresentadas neste trabalho utilizaram malhas de 40×40 volumes. As perguntas básicas para este item são: atingiu-se uma independência de malha. Se aumentar o número de volumes a solução se manterá. Se pode estar na presença de multiplicidade de soluções.

Aplicou-se a metodologia do GCI, Roache, 1998, e que está descrita no apêndice, nos resultados das simulações desenvolvidas para a fusão. Utilizou-se a abordagem de Neumann na condição inicial, $T_{ini}=-5,5^\circ\text{C}$, e para a condição de contorno $T_w=10^\circ\text{C}$, e um tubo com diâmetro $D=60\text{ mm}$. Inicialmente empregou-se a eq. (II.11),

$$p = \frac{\ln\left(\frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1}\right)}{\ln(r)},$$

para avaliar a ordem do método utilizado. Para isto foi necessária a obtenção de resultados em três situações de malhas distintas. A relação de malhas utilizada foi $r=3$, malhas com número de elementos de volume de 40×40 , 120×120 e 360×360 . Isto se fez necessário para que houvesse uma coincidência geométrica entre os pontos avaliados, juntamente com a coincidência temporal, que também foi observada. A variável utilizada para a averiguação da ordem do método foi a entalpia. Ela foi escolhida por ser a variável central do problema. Os resultados obtidos estão expostos na Tabela 1.1.

Avaliações foram desenvolvidas para três posições angulares no tubo, e em cada uma destas posições foram escolhidas três posições ao longo do raio. Os ângulos das posições são referenciados em relação ao eixo das abscissas. Estas posições foram escolhidas de forma que, uma ficasse na região superior do tubo, outra na região intermediária, e a terceira na região inferior do tubo. Ao observar os resultados nota-se que, a ordem do método ficou próxima de 1, como era de se esperar, a exceção ficou para os volumes de controle que estão junto da parede do tubo. Nesta região as velocidades tendem a zero, predominando a difusão. Nas regiões inferiores também ocorre uma diminuição nos gradientes de velocidade, deixando o fenômeno mais difusivo do que convectivo. Nestas posições também ocorrem diminuições na ordem do método.

As avaliações do erro relativo foram realizadas utilizando a eq. (II.6), reescrita aqui,

$$\varepsilon = \frac{f_2 - f_1}{f_1},$$

O GCI foi determinado utilizando a eq. (II.9), considerando a ordem da aproximação local, p , eq. (II.11),

$$GCI = \varepsilon \Big|_{r=2}^{p=2} = F_s E_1 = F_s \frac{|\varepsilon|}{r^p - 1}.$$

Como pode-se observar o erro relativo máximo, ε , atingiu valores da ordem de $0,1\%$, entre comparações efetuadas com os resultados obtidos pelas malhas de 40×40 e 360×360 . Para o GCI, tem-se como erro máximo $0,3\%$, na mesma situação. Pode-se dizer, baseado nos resultados apresentados na Tab. 1.1, que a malha utilizada de 40×40 volumes foi suficiente para as análises aqui efetuadas. Além disto, a relação de malhas entre as duas soluções é $r=9$, representando um

custo computacional elevado para a obtenção de apenas 0,1% de diferença relativa entre os valores das soluções.

Em todas as soluções obtidas, com as diferentes malhas, não foram registradas mudanças nos padrões de solução. A verificação da presença de multiplicidade de soluções foi investigada através da alteração das varreduras no TDMA, nas simulações que utilizaram as condições de contorno $T_w=4^{\circ}C$ e $T_w=6^{\circ}C$, apresentadas no capítulo Resultados e Discussões. Utilizou-se varreduras nos coeficientes e nas variáveis em todas as orientações, e não foram registradas alterações nas soluções.

Tabela 1.1 – Resultados para o erro relativo e o GCI para condição de contorno de primeira espécie $T_w=10^{\circ}\text{C}$, condição inicial $T_{\text{ini}}=-5,5^{\circ}\text{C}$ e $r_{\theta}=30\text{ mm}$. Malhas utilizadas de 40×40 , 120×120 e 360×360 volumes.

tempo <i>s</i>	posição		Entalpia <i>h</i>			Ordem <i>p</i>	$f_2=f_{40}$ $f_1=f_{120}$		$f_2=f_{40}$ $f_1=f_{360}$		$f_2=f_{120}$ $f_1=f_{360}$	
	$X=r \cos \theta$ <i>m</i>	$Y=r \sin \theta$ <i>m</i>	Malha	Malha	Malha		ε %	GCI %	ε %	GCI %	ε %	GCI %
			40 volumes	120 volumes	360 volumes							
Posição Angular $\theta_i=83,25^{\circ}$												
200	0,00348205	0,02941965	369821,3	369763,7	369665,9	0,48	0,0156	0,066	0,041	0,18	0,025	0,11
	0,00339389	0,02867485	358094,3	358026,3	357806,3	1,07	0,018	0,024	0,079	0,1	0,06	0,08
	0,00330574	0,02793005	345959,9	345916,4	345735,6	1,2	0,013	0,014	0,065	0,07	0,051	0,056
Posição Angular $\theta_i=11,25^{\circ}$												
200	0,02905576	0,00577955	369771,7	369710,4	369608,9	0,46	0,016	0,073	0,043	0,2	0,026	0,12
	0,02832017	0,00563323	358002,2	357910,1	357677,8	0,84	0,026	0,051	0,091	0,18	0,065	0,13
	0,02758459	0,00548692	345903,1	345835,6	345641,2	0,96	0,019	0,03	0,076	0,11	0,056	0,09
Posição Angular $\theta_i=-83,25^{\circ}$												
200	0,00348205	-0,02941965	369697,7	369633,7	369527,7	0,46	0,0173	0,08	0,045	0,2	0,029	0,13
	0,00339389	-0,02867485	357864,2	357743,5	357494,7	0,66	0,034	0,096	0,099	0,28	0,07	0,2
	0,00330574	-0,02793005	345818,9	345720,3	345506,5	0,7	0,028	0,08	0,09	0,25	0,062	0,17

8. CONCLUSÕES

Como esperado, o mecanismo predominante de transferência de calor para o interior do tubo varia com o tempo e com as condições de contorno. Os processos de fusão são inicialmente difusivos, e a partir de um determinado período de tempo, variável com a taxa de calor transferida, surgem vórtices que interferem no mecanismo de troca térmica, e na posição por onde é transferida a maior quantidade de energia.

O grau de complexidade do fenômeno de transferência de calor, está associado ao comportamento “anormal” da massa específica da água. Este comportamento é responsável pelas variações das estruturas de vórtices e formato das isotermas no interior do tubo. Estas estruturas, no caso da fusão, recolhem a energia ao longo da parede do tubo entregando-a ao sólido, intensificando o mecanismo de troca, em posições específicas, promovendo picos de transferência de calor. As estruturas de vórtice têm influência sobre a fronteira de mudança de fase. No início, enquanto o processo difusivo predomina, o sólido conserva um formato geométrico cilíndrico. Na medida que a estrutura de vórtices se intensifica a geometria da fronteira de mudança de fase sofre deformações. Na fusão, ao contrário do que acontece na solidificação, ocorre a intensificação dos gradientes de temperatura e massa específica, com a evolução do processo.

Nos processos de solidificação e ressolidificação, a transferência de calor para o interior do tubo também é variável com o tempo. Inicialmente o processo convectivo predomina, devido ao movimento do líquido. Nos instantes iniciais as estruturas de vórtices são dinâmicas, devido aos elevados gradientes de temperatura e massa específica. Na medida que o processo evolui os gradientes diminuem, até serem extintos. Na solidificação, com todo volume líquido no início do processo, o tempo de sobrevivência dos gradientes é função da condição inicial, T_{ini} , e da condição de contorno T_w . Na ressolidificação este período depende da condição de contorno, T_w , no início dos processos de fusão e ressolidificação, e do volume de MMF líquido. Nas simulações desenvolvidas na presença da convecção natural, a homogeneização da temperatura e da massa específica ocorre mais rapidamente, devido a existência de movimento. Das comparações entre processos de solidificação convectivos e difusivos puros, pode-se concluir que o volume de MMF solidificado ao longo do tempo é semelhante.

Entre as soluções que consideram apenas a difusão, os resultados para o processo de solidificação são mais próximos da realidade, do que aqueles obtidos para a fusão. Isto ocorre devido ao comportamento da energia sensível, que nos casos da fusão se intensifica com a evolução do processo, acontecendo o contrário na solidificação.

Na fusão, o formato geométrico cilíndrico mantém-se para problemas resolvidos com difusão pura, e condição de temperatura prescrita constante na parede. Isto demonstra o afasta-

mento entre o modelamento e a realidade física do problema quando adotam-se hipóteses simplificadoras, desconsiderando a convecção interna e o comportamento “anormal” da massa específica da água. Na solidificação o formato geométrico do anel sólido não possui deformações apreciáveis, tanto nos problemas difusivos como nos convectivos, o que serve de indicativo da pequena influência da convecção natural na solidificação.

Na fusão com condição de temperatura prescrita constante na parede, em todas as situações apresentadas, o número de Nusselt local assumiu a unidade nos instantes iniciais. Isto é característica do processo difusivo de transferência de calor. Para temperaturas $T_w < 4^\circ\text{C}$ existem picos no número de Nusselt local, na região superior do tubo, e diminuição do número de Nusselt local, na região inferior do tubo. Para temperaturas $T_w \geq 8^\circ\text{C}$, os picos de vórtices ocorreram na parte inferior do tubo, e a diminuição do número de Nusselt na região superior do tubo. Para $T_w = 6^\circ\text{C}$ o comportamento do número de Nusselt local tem dois comportamentos distintos. Nos primeiros instantes se comporta como para $T_w < 4^\circ\text{C}$ e após um determinado período como para $T_w \geq 8^\circ\text{C}$. Para todas as situações pode-se afirmar que a dinâmica de comportamento é função das estruturas de vórtices que ocorrem, e que dependem do comportamento da massa específica.

O comportamento do número de Nusselt médio, na fusão com temperatura da parede constante, possibilita a realização de avaliações sobre o processo de transferência de calor no aspecto global. Em termos médios o processo de transferência de calor é difusivo, $Nu=1$, até certos valores do volume fundido, e que é variável com a temperatura de parede T_w . Para o número de Nusselt médio é possível identificar dois comportamentos distintos. Para $T_w \leq 6^\circ\text{C}$, o comportamento médio difusivo ocorre para $V_f/V_0 < 0,4$. Para $T_w = 8^\circ\text{C}$, o comportamento médio difusivo ocorre para valores de $V_f/V_0 < 0,5$, e com a elevação da temperatura da parede este valor diminui ainda mais, como para $T_w = 14^\circ\text{C}$ onde o comportamento médio difusivo aparece para $V_f/V_0 < 0,2$. A temperatura da parede influencia o processo de transferência de calor. Para $T_w \geq 8^\circ\text{C}$ o aumento da temperatura da parede promove o aparecimento dos efeitos convectivos para relações V_f/V_0 menores.

O comportamento médio permitiu a determinação de correlações matemáticas, na fusão com temperatura de parede constante, para o número de Nusselt e fração de volume de MMF fundido. Tem-se assim condições de prever o volume de material fundido para uma determinada situação, bem como a velocidade da fusão. As taxas de transferência de calor também poderão ser previstas, dentro de uma faixa de incerteza aceitável.

Simulações da fusão, utilizando condições de contorno de terceira espécie locais, também foram realizadas. Nesta etapa utilizou-se condições de contorno oriundas de ensaios experimentais, representado em uma maior aproximação com a realidade física. Esta etapa deve-

rá servir de base para trabalhos futuros, onde serão abordadas as bancadas de tubos em um armazenador de energia na forma latente.

Outra característica detectada durante o tratamento dos resultados da simulação é o comportamento da temperatura de mistura, T_{mist} , na fusão. Na maioria das correlações utilizadas para o tratamento da convecção, as propriedades dos fluidos são utilizadas para a temperatura média. Nos resultados expostos para a fusão percebe-se a existência de regiões distintas, no líquido, de baixa temperatura e elevada temperatura. Nestes casos, acredita-se que a utilização da temperatura de mistura seria uma alternativa mais adequada a ser utilizada para a determinação das propriedades.

A simulação dos processos de ressolidificação proporcionou a visualização da complexidade do fenômeno. No início da ressolidificação o processo possui a dinâmica de um processo de fusão, com uma estrutura de vórtices característicos, um campo de temperatura e massa específica e em certa evolução. Fixa-se então a temperatura da parede para um valor abaixo da temperatura de fusão. Este procedimento provoca alterações drásticas no comportamento do fenômeno. Nesta nova situação ocorre uma inversão nas direções dos fluxos internos para se readaptar a nova situação, exigindo uma redução no passo de tempo da simulação, sob pena de ocorreram divergências numéricas. O grau de complexidade do fenômeno aumenta, pois existem duas fronteiras de mudança de fase a serem tratadas.

Com o objetivo de qualificar os resultados obtidos nas simulações, utilizou-se o GCI para determinar a independência de malha, de onde foi possível comprovar o baixo valor das diferenças relativas para todas as situações analisadas. Uma comparação com resultados expostos na literatura, originados por ensaios experimentais e simulação numérica, também foi feita demonstrando a excelente concordância de resultados.

Baseado nos resultados obtidos para a fusão, solidificação e ressolidificação acredita-se que se tenha conseguido atingir o principal objetivo deste trabalho, que era o de aproximar as soluções desta classe de problemas da realidade física. As simulações desenvolvidas aqui não ignoraram os efeitos da inversão da massa específica. As correlações desenvolvidas deverão servir de ferramenta na resolução de problemas de engenharia. Além disto as soluções apresentadas servirão de base para futuras tomadas de decisão no controle de processos de termoacumulação. Durante a realização deste trabalho, visualizou-se uma segunda classe de trabalhos para os quais as correlações obtidas poderão ser adequadas. Esta classe está associada à transferência de calor entre tubos concêntricos e excêntricos.

Uma etapa que deve ser cumprida em trabalhos futuros será a inserção da flutuação do sólido, nos problemas de fusão e ressolidificação. Isto tornará a simulação desta classe de

trabalhos completa. Na solidificação não existe a necessidade de abordar a flutuação, pois a casca de material solidificado permanece presa junto à parede. Avaliações futuras sobre os efeitos das características microscópicas na solidificação e fusão também deverão ser feitas. A determinação de correlações para o volume solidificado e para o número de Nusselt na solidificação deverá ser abordado em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abugderah, Mabruk M., Ismail, Kamal A. R., 2000. **“Low Temperature Applications of a Phase Change Thermal Storage System Performance”**, VIII ENCIT/MERCOFRIO 2000, Porto Alegre, RS, Brasil.

Arnold, D., 1990. **“Dynamic Simulation of Encapsulated Ice Stores, Part I – The Model”**, Ashrae Transactions, pp. 1103-1110.

Arnold, D., 1991. **“Laboratory Performance of an Encapsulated-Ice Store”**, Ashrae Transactions, pp. 1170-11178.

Arnold, D., 1994. **“Dynamic Simulation of Encapsulated Ice Stores, Part II – Model Development and Validation”**, Ashrae Transactions, pp. 1245-1254.

ASHRAE Handbook, 1995. **“HVAC Applications”**, Atlanta, GA, USA.

Bareiss, M., Beer, H., 1984. **“An Analytical Solution of the Heat Transfer Process During Melting of an Unfixed Solid Phase Change Material Inside a Horizontal Tube”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 27, nº 05, pp. 739-746.

Bathelt, A. G., Viskanta, R., Leidenfrost, W., 1979. **“Latent Heat-of-Fusion Energy Storage: Experiments on Heat Transfer from Cylinders During Melting”**, Journal of Heat Transfer, vol. 101, pp. 453-458.

Bejan, A., 1984. **“Convection Heat Transfer”**, John Wiley & Sons, New York, USA.

Bejan, A., 1996. **“Transferência de Calor”**, Ed. Edgard Blücher Ltda, São Paulo – SP, Brasil.

Benta, Edna, Jesus, A. B., Moura, Luis F. M., 2000. **“Estudo Experimental e Numérico da Solidificação da Água ao Redor de um Tubo Horizontal”**, VIII ENCIT/MERCOFRIO 2000, Porto Alegre, RS, Brasil.

Burden, R. L., Faires, J. D., 1988. **“Numerical Analysis”**. PWS-KENT Publishing Company, Boston, USA.

Callen Herbert B., 1985. **“Thermodynamics and an Introduction to Thermosta-**

tistics”, John Wiley & Sons, New York, USA.

Callister, W. D., 2001. **“Fundamentals of Materials Science and Engineering”**, John Wiley & Sons, New York, USA.

Cao, Y., Faghri, A., Chang, W. S., 1989. **“A Numerical Analysis of Stefan Problems for Generalized Multi-Dimensional Phase-Change Structures Using the Enthalpy Transforming Model”**, Int J. of Heat and Mass Transfer, vol. 32, pp. 1289–1298.

Cao, Y., Faghri, A., Juhasz, A., 1991. **“A PCM/Forced Convection Conjugate Transient Analysis of Energy Storage Systems With Annular and Countercurrent Flows”**, Journal of Heat Transfer, vol. 113, pp. 37-42.

Chen, Sih-Li, Lee, Tzong-Shing, 1998. **“A Study of Supercooling Phenomenon and Freezing Probability of Water Inside Horizontal Cylinders”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol.41, n° 4-5, pp. 769-783.

Crowley, A. B., 1978. **“Numerical Solution of Stefan Problems”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 21, pp. 215–218.

Date, A. W., 1986. **“Numerical Prediction of Natural Convection Heat Transfer in Horizontal Annulus”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 29, n° 10, pp. 1457–1467.

Demuren, A. O., Wilson, R. V., 1993. **“Estimating Uncertainty in Computations of Two-Dimensional Separated Flows”**, FED – Quantification of Uncertainty in Computational Fluid Dynamics, ASME, vol. 158, pp. 09-18.

Fomin, S.A., Saitoh, T.S., 1999. **“Melting of Unfixed Material in Spherical Capsule with Non-Isothermal Wall”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 42, pp. 4197-4205.

Fox, W. R., McDonald, A. T., 1995. **“Introdução à Mecânica dos Fluidos”**, LTC, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Gau, C., Viskanta, R., 1986 **“Melting and Solidification of a Pure Metal on a Vertical Wall”**, Journal. of Heat Transfer, vol. 108, pp. 174–181.

Giedt, W. H., Calif, Berkeley, 1948. **“Investigation of Variation of Point Unit Heat-Transfer Coefficient Around a Cylinder Normal to a Air Stream”**, Journal of Heat Transfer, pp. 375-381.

Gobin, D. H., Bernard, C., 1989. **“Melting of Metals in Rectangular Enclosures: Numerical Results”**, Anais do X COBEM, pp. 229-232.

Hirata, T., Nishida, K., 1989. **“An Analysis of Heat Transfer Using Equivalent Thermal Conductivity of Liquid Phase During Melting Inside an Isothermally Heated Horizontal Cylinder”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 32, n° 9, pp. 1663–1670.

Ho, C. J., Chen, S., 1986. **“Numerical Simulation of Melting of Ice Around a Horizontal Cylinder”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 29, n° 9, pp. 1359-1369.

Ho, C. J., Tu, F. J., 1998. **“Transition to Oscillatory Natural Convection of Cold Water in a Vertical Annulus”**. Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 41, n° 11, pp. 1559–1572.

Ho, C. J., Viskanta, R., 1984. **“Heat Transfer During Inward Melting in a Horizontal Tube”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 27, n° 5, pp. 705–716.

Ho, Chii-Dong, Yeh, Ho-Ming, Wang, Wen-Pen, 1998. **“Cool Thermal Discharge Obtained with Air Flowing Over Melting Ice”**, Energy, vol. 23, n° 4, pp. 270-288.

Hoffmann, Werner, 1973. **“Continuação de las Labores Apostólicas”**, Editora da Universidade de Buenos Aires, Buenos Aires, Argentina.

Hsiao, J. S., Chung, B. T. F., 1984. **“An Efficient Algorithm for Finite Element Solution to Two-Dimensional Heat Transfer with Melting and Freezing”**, ASME, n° 84-HT-2.

Incropera, Frank P., DeWitt, David P., 1996. **“Fundamentos de Transferência de Calor e Massa”**, LTC, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Ismail, Kamal A. R., 1998. **“Bancos de Gelo - Fundamentos e Modelagem”**, DETF-FEM-UNICAMP, Campinas, SP, Brasil.

Ismail, Kamal A. R., Abugderah, Mabruk M., 2000. **“Performance of a Thermal Storage System of The Vertical Tube Type”**, Energy Conversion & Management, vol. 41, pp.1165-1190.

Ismail, Kamal A. R., Henriquez, J. R., Moura, L. F. M., Ganzarolli, M. M., 2000. **“Ice Formation Around Isothermal Radial Finned Tubes”**, Energy Conversion & Management, vol. 41, pp.585-605.

Kuehn T. H., Goldstein, R. J., 1976. **“An experimental and Theoretical Study of Natural Convection in the Annulus Between Horizontal Concentric Cylinders”**, J. Fluid Mechanics, vol. 74, part 4, pp. 695–719.

Kuehn, T. H., and Goldstein, R. J., 1980. **“A Parametric Study of Prandtl Number and Diameter Ratio Effects on Natural Convection Heat Transfer in Horizontal Cylindrical Annuli”**, Journal of Heat Transfer, vol. 102, pp. 768–770.

Kuehn, T. H., Goldstein, R. J., 1978. **“An Experimental Study of Natural Convection in Concentric and Eccentric Cylinders Annuli”**, Journal of Heat Transfer, vol. 100, pp. 635-640.

Kurz, W., Fisher, D. J., 1992. **“Fundamentals of Solidification”**, Trans Tech Publication, Switzerland.

Mahan, Bruce M., Rollie J. M., 1998. **“Química um Curso Universitário”**, Edgard Blücher, São Paulo, SP, Brasil.

Maliska, Clovis R., 1995. **“Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional”**, LTC, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Marchi, C. H., 1993. **“Esquemas de Alta Ordem para a Solução de Escoamentos de Fluidos sem Dispersão Numérica”**, RBCM – J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, vol. XV, nº 3, pp. 231-249.

Milon, J. Juan, Braga, Sergio L., 2000. **“Termoacumulação com Gelo em Esferas”**, VIII ENCIT/MERCOFRIO 2000. Porto Alegre, RS, Brasil.

Nóbrega, Carlos E. L., Braga, Sérgio Leal, 1996. **“Simulação da Recuperação da Energia Armazenada em um Termoacumulador com Mudança de Fase”**, VI ENCIT/VI LATCYM, Florianópolis, SC, pp. 1001-1006.

Özisik, M. Necati, 1990. **“Transferência de Calor – Um Texto Básico”**, Guanabara Koogan, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Patankar, S. V., 1980. **“Numerical Heat Transfer and Fluid Flow”**, McGraw-Hill, New York.

Prusa, J., Yao, L. S., 1983. **“Natural Convection Heat Transfer Between Eccen-**

tric Horizontal Cylinders”, Journal of Heat Transfer, vol. 105, pp. 108-116.

Quagliano, J. V., Vallarino, L. M., 1985. “**Química**”, Guanabara Dois, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Raithby, G. D., Hollands, K. G. K., 1975. “**A General Method of Obtaining Approximate Solutions to Laminar and Turbulent Free Convection Problems**”, Advances in Heat Transfer, vol. 11, Academic Press, pp. 265-315.

Rieger, H., Beer, H., 1986. “**The Melting Process of Ice Inside a Horizontal Cylinder: Effects of Density Anomaly**”, Journal of Heat Transfer, vol. 108, pp. 166-173.

Rieger, H., Projahn, U., Bareiss M., Beer, H., 1983. “**Heat Transfer During Melting Inside a Horizontal Tube**”, Journal of Heat Transfer, vol. 105, pp. 226-234.

Rocha, L. J. C., Nieckele, A. O., 2002. “**Solidificação de Metal em uma Cavidade Fechada Sob influência da Convecção Natural Turbulenta**”, IX Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas, Paper CIT02-0281.

Roache, Patrick J., 1998. “**Verification and Validation in Computational Science and Engineering**”, Hermosa Publishers, New Mexico, USA.

Saito, A., Utaka, Y., Okawa, S., Matsuzawa, K., Tamaki, A., 1990. “**Fundamental Research on the Supercooling Phenomenon on Heat Transfer Surfaces - Investigation of an Effect of Characteristics of Surface and Cooling Rate on a Freezing Temperature of Supercooled Water**”, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 33, n° 8, pp. 1697–1709.

Saitoh, T., Hirose, K., 1982. “**High Rayleigh Number Solutions to Problems of Latent Heat Thermal Energy Storage in a Horizontal Cylinder Capsule**”, Journal of Heat Transfer, vol. 104, pp. 545–553.

Sasaguchi, K., Kuwabara, K., Kusano, K., Kitagawa, H., 1998. “**Transient Cooling of Water Around a Cylinder in a Rectangular Cavity – A numerical Analysis of the Effect of the Position of the Cylinder**”, Int. Journal of Heat Transfer, vol. 41, pp. 3149-3156.

Scalon, V. L., Padilha A., Ismail, K. A. R., 2000. “**Estudo do Processo de Mudança de Fase em Uma Cavidade Anular**”, VIII ENCIT/MERCOFRIO 2000, Porto Alegre, RS, Brasil.

Schlichting, Hermann, 1966. **“Bondary-Layer Theory”**, McGraw-Hill, New York, USA.

Smith, W. F., 1993. **“Fundamentos de la Ciencia e Ingenieria de Materiales”**, McGraw-Hill, Madri, Espanha.

Sparrow, E. M., Patankar, S. V., Ramadhyani, S., 1977. **“Analysis of Melting in the Presence of Natural Convection in the Melt Region”**, Journal of Heat Transfer, vol. 99, pp. 520-526.

Stampa, C. S., Nieckele, A. O., Braga, S. L., 2002. **“Um Estudo Numérico do Crescimento da Camada de Gelo do Lado Externo de um Tubo Vertical”**, IX Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas, Paper CIT02-0595.

Tsai, C. W., Yang, S. J., Hwang, G. J., 1998. **“Maximum Density Effect on Laminar Water Pipe Flow Solidification”**, Int J. of Heat and Mass Transfer, vol. 41, pp. 4251–4257.

Tsui, Y. T., Tremblay, B., 1984. **“On Transient Natural Convection Heat Transfer in the Annulus Between Concentric, Horizontal Cylinders With Isothermal Surfaces”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 27, nº 1, pp. 103-111.

Vasseur P., Robillard, L., Shekar, Chandra B., 1983. **“Natural Convection Heat Transfer of Water within a Horizontal Cylindrical Annulus with Density Inversion Effects”**, Journal of Heat Transfer, vol. 105, pp. 117-123.

Vielmo, Horácio A., 1993. **“Simulação Numérica da Transferência de Calor e Massa na Solidificação de Ligas Binárias”**, Tese de Doutorado, GPGEM/UFSC, Florianópolis, SC, Brasil.

Vielmo, Horácio A., 1997. **“Mecânica dos Fluidos e Transferência de Calor Computacional I e II”**, Notas de Aula, PROMEC/UFRGS.

Webb, B. W., Moallemi M. K., Viskanta, R., 1987. **“Experiments on Melting of Unfixed Ice in a Horizontal Cylindrical Capsule”**, Journal of Heat Transfer, vol. 109, pp. 454-459.

Wylen, V., Sonntag, R. E., Borgnakke, C., 1998. **“Fundamentos da Termodinâmica”**, Edgard Blucher, São Paulo, SP, Brasil.

Yeh, Ho-Ming, Ho, Chii-Dong, 1996. **“Cool Thermal Discharge from Ice Melting with Specified Heat Fluxes on the Boundary”**, Energy, vol. 21, n° 6, pp. 455-461.

Yoo, Joo-Sik, 1996. **“Dual Steady Solutions in Natural Convection Between Horizontal Concentric Cylinders”**, Int. J. of Heat and Fluid Flow, vol. 17, n° 06, pp. 587–593.

Yoo, Joo-Sik, 1996. **“Natural Convection in a Narrow Horizontal Cylindrical Annulus”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, 41, pp. 3055–3073.

Zhang, Yuwen, Faghri, Amir, 1996. **“Semi-Analytical Solution of Thermal Energy Storage System with Conjugate Laminar Forced Convection”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 39, n° 4, pp. 717–724.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

Banaszek, J., Domański, R., Rebow, M., El-Sagier, F., 1999. **“Experimental Study of Solid-Liquid Phase Change in a Spiral Thermal Energy Storage Unit”**, Applied Thermal Engineering, vol. 19, pp. 1253–1277.

Banaszek, J., Domański, R., Rebow, M., El-Sagier, F., 2000. **“Numerical Analysis of the Paraffin Wax-Air Spiral Thermal Energy Storage Unit”**, Applied Thermal Engineering, vol. 20, pp. 323–354.

Bellecci, C., Conti, M., 1993. **“Transient Behavior Analysis of a Latent Heat Thermal Storage Module”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 36, n° 15, pp. 3851-3857.

Brewster, R. A., Gebhart, B., 1988. **“An Experimental Study of Natural Convection Effects on Downward Freezing of Pure Water”**, Int J. of Heat and Mass Transfer, vol. 31, n° 2, pp. 331–348.

Cao, Y., Faghri, A., 1990. **“A Numerical Analysis of Phase-Change Problems Including Natural Convection”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 112, pp. 812-816.

Cao, Y., Faghri, A., 1991. **“Performance Characteristics of a Thermal Energy Storage Module: A Transient PCM/ Forced Convection Conjugate Analysis”**, Int. J of Heat and Mass Transfer, vol. 34, n° 1, pp. 93-101.

Cao, Y., Faghri, A., 1992. **“A Study of Thermal Energy Storage System With Conjugate Turbulent Forced Convection”**, Journal of Heat Transfer, vol. 114, pp. 1019–1027.

Castrejon, A., Spalding, D. B., 1988. **“An Experimental and Theoretical Study of Transient Free-Convection Flow Between Horizontal Concentric Cylinders”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 31, n° 2, pp. 273–284.

Chang, W. J., Yang, D. F., 1996. **“Natural Convection for the Melting of Ice in Porous Media in a Rectangular Enclosure”**, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 39, n° 11, pp. 2333–2348.

Chang, Wen-Jeng, Yang, Dong-Fang, 1996. **“Natural Convection for the Melting of Ice in Porous Media in a Rectangular Enclosure”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 39, n° 11, pp. 2333–2348.

Cheng, K. C., Sabhapathy, P., 1985. **“Determination of Local Heat Transfer Coefficients at the Solid-Liquid Interface by Heat Conduction Analysis of the Solidified Region”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 107, pp. 703-706.

Churchill, Stuart W., Chu, Humbert H. S., 1975. **“Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection From a Horizontal Cylinder”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 18, pp. 1049-1053.

Custer, J. R., Shaughnessy, E. J., 1977. **“Thermoconvective Motion of Low Prandtl Number Fluids within a Horizontal Cylindrical Annulus”**, Journal of Heat Transfer, vol. 99, pp. 596-602.

Dantzig, Jonathan A., 1989. **“Modeling Liquid-Solid Phase Changes with Melt Convection”**, Int. J. for Numerical Methods in Engineering, vol. 28, pp. 1769-1785.

Gilpin, R. R., 1975. **“Cooling of a Horizontal Cylinder of Water Through Its Maximum Density Point At 4°C”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 18, pp. 1307-1315.

Himeno, N., Hijikata K., Sekikawa, A., 1988. **“Latent Heat Thermal Energy Storage of a Binary Mixture – Flow and Heat Transfer Characteristics In a Horizontal Cylinder”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 31, n° 2, pp. 359-366.

Ho, C. J., Lin, Y. H., 1988. **“Natural Convection Heat Transfer of Cold Water Within An Eccentric Horizontal Cylindrical Annulus”**, Journal of Heat Transfer, vol. 110, pp. 894-900.

Hwang, G. J., Tsai, C. W., 1997. **“Theoretical and Experimental Studies of Laminar Mixed Convection in Water Pipe Flow with Density Inversion Effect”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 40, n° 9, pp. 2019-2033.

Intemann, Paul., Kazmierczak, Michael, 1997. **“Heat Transfer and Ice Formations Deposited Upon Cold Tube Bundles Immersed in Flowing Water - I. Convection Analysis”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 40, n° 3, pp. 557-572.

Jain, P. C., Lohar, B. L., 1979. **“Unsteady Mixed Convection Heat Transfer from a Horizontal Circular Cylinder”**, Journal of Heat Transfer, vol. 101, pp. 126-131.

Joshi, N. D., Sukhatme, S. P., 1971. **“An Analysis of Combined Free and Forced Convection Heat Transfer From a Horizontal Circular Cylinder to a Transverse Flow”**,

Journal of Heat Transfer, pp. 441-448.

Kawanami, Tsuyoshi, Fukusako, Shoichiro, Yamada, Masahiko, Itoh, Kenji, 1999. **“Experiments on Melting of Slush Ice in a Horizontal Cylinder Capsule”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 42, pp. 2981–2990.

Kazmierczak, Michael, Intemann, Paul Alexander, 1997. **“Heat Transfer and Ice Formations Deposited Upon Cold Tube Bundles Immersed in Flowing Water – II. Conjugate Analysis”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 40, n° 3, pp. 573-588.

Kitamura, K., Kami-iwa, F., Misumi, T., 1999. **“Heat Transfer and Fluid Flow of Natural Convection Around Large Horizontal Cylinders”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 42, pp. 4093–4106.

Knebel, E., David P. E., 1995. **“Predicting and Evaluating the Performance of Ice-Harvesting Thermal Energy Storage Systems”**, ASHRAE Transactions, pp. 1339-1344.

Kolesnikov, P. M., Bubnovich, V. I., 1988 **“Non-Stationary Conjugate Free-Convective Heat Transfer in Horizontal Cylindrical Coaxial Channels”**, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 31, n° 6, pp. 1149–1156.

Kuehn T. H., Goldstein, R. J., 1976. **“Correlating Equations for Natural Convection Heat Transfer Between Horizontal Circular Cylinder”**, Int. J. of Heat Transfer, vol. 19, pp. 1127-1134.

Kumar, R., 1988. **“Study of Natural Convection in Horizontal Annuli”**, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 31, n° 6, pp. 1137–1148.

Laouadi, A., Lacroix, M., 1999. **“Thermal Performance of a Latent Heat Energy Storage Ventilated Panel of Electric Load Management”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 42, pp. 275-286.

Rao, Y. F., Miki, Y., Fukuda, K., Takata, Y., Hasegawa, S., 1985. **“Flow Patterns of Natural Convection in Horizontal Cylindrical Annuli”**, Int. Journal of Heat Transfer, vol. 28, n° 3, pp. 705-714.

Roy, S. K., Sengupta, S., 1987. **“The Melting Process Within Spherical Enclosures”**, Journal of Heat Transfer, vol. 109, pp. 460–462.

Saitoh, T., Hirose, K., 1980. **“Thermal Instability of Natural Convection Flow Over a Horizontal Ice Cylinder Encompassing a Maximum Density Point”**, Journal of Heat Transfer, vol. 102, pp. 261-267.

Sande, E. V., Hamer, B. J. G., 1979. **“Steady and Transient Natural Convection in Enclosures Between Horizontal Circular Cylinders (Constant Heat Flux)”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 22, pp. 361-370.

Sasaguchi, K., Kusano, K., Viskanta R., 1997. **“A Numerical Analysis of Solid-Liquid Phase Change Heat Transfer Around a Single and Two Horizontal, Vertically Spaced Cylinders in a Rectangular Cavity”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 40, n° 6, pp. 1343-1354.

Sasaguchi, K., Kuwabara, K., Kusano, K., Hitagawa, H., 1998. **“Transient Cooling of Water Around a Cylinder in a Rectangular Cavity – A Numerical Analysis of the Effect of the Position of the Cylinder”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 41, pp. 3149-3156.

Seki, N., Fukusako, S., Nakaoka, M., 1976. **“An Analysis of Free Convective Heat Transfer with Density Inversion of Water Between two Horizontal Concentric Cylinders”**, Journal of Heat Transfer, Technical Notes, pp. 670-674.

Simpson, James E., Garimella, Suresh V., 1998. **“An Investigation of the Solutal, Thermal and Flow Fields in Unidirectional Alloy Solidification”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 41, n° 16, pp. 2485 – 2502.

Socio, Luciano M., 1983. **“Laminar Free Convection Around Horizontal Circular Cylinders”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, n° 11, vol. 26, pp. 1669–1677.

Spall, Robert E., 1998. **“A Numerical Study of Transient Mixed Convection in Cylindrical Thermal Storage Tanks”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 41 n° 13, pp. 2003-2011.

Stewart, William E., Gute, Douglas G., Jay, C., Saunders, Charles K., 1995. **“Modeling of the Melting Process of Ice Stores in Rectangular Thermal Energy Storage Tanks with Multiple Ice Openings”**, ASHRAE Transactions, 3839, pp. 66-78.

Stewart, William E., Gute, Douglas G., Saunders, Charles K., 1995. **“Ice-Melting and Melt Water Discharge Temperature Characteristics of Packed Ice Beds for Rectangu-**

lar Storage Tanks”, ASHRAE Transactions, 3840, pp. 79-89.

Voller, V. R., Cross, M., Markatos, N. C., 1987. **“An Enthalpy Method for Convection/Diffusion Phase Change”**, Int. J. for numerical Methods in Engineering, vol. 24, pp. 271–284.

Voth, T. E., Liu, A., Bergman, T. L., 1992. **“Thermocapillary Convection During Solid-Liquid Phase Change”**, Journal of Heat Transfer, vol. 114, pp. 1068-1069.

Yamada, M., Fukusako, S., Kawanami T., Watanabe, C., 1997. **“Melting Heat Transfer Characteristics of a Horizontal Ice Cylinder Immersed in Quiescent Saline Water”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 40, n° 18, pp. 4425–4435.

Yoo, Joo-Sik, 1998. **“Mixed Convection of Air Between Two Horizontal Concentric Cylinders with a Cooled Rotating Outer Cylinder”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 41, n° 2, pp. 293-302.

Yoo, Joo-Sik, 1998. **“Natural Convection in a Narrow Horizontal Cylindrical Annulus: $Pr < 0,3$ ”**, Int. J. of Heat and Mass Transfer, vol. 41, pp. 3055–3073.

APÊNDICE I

Extrapolação de Richardson

A avaliação dos fenômenos, utilizando técnicas experimentais, é a fonte de informações mais confiável, pois trabalha diretamente com a realidade física, e os resultados assim obtidos são contaminados apenas com os erros de medição, sistemáticos, aleatórios e grosseiros. Existem alguns fatores que tornam a abordagem experimental proibitiva em algumas áreas, entre eles pode-se citar como exemplo a questão custo dos ensaios, e a segurança necessária (nas áreas, nuclear e de biotecnologia, etc.). A impossibilidade da obtenção da semelhança em alguns eventos pode inviabilizar a utilização desta abordagem, pois em algumas situações é necessária a utilização de modelos, associada a uma análise dimensional na tentativa de obter-se a semelhança entre os fenômenos, em escala natural e em escala reduzida. Nestes casos, a opção é a realização dos ensaios com semelhança incompleta, não traduzindo a realidade em sua plenitude.

A investigação teórica pode ser dividida em analítica e numérica, conseqüência do procedimento adotado para a solução das equações governantes. Na investigação analítica as equações diferenciais governantes são resolvidas a partir simplificações usualmente mais fortes do que nas numéricas. Um importante ponto a favor deste método é a obtenção de soluções fechadas, requerendo pouco tempo para a obtenção dos resultados. Se uma solução analítica estiver disponível fornecendo resultados com a precisão desejada, ela deverá ser preferida.

A evolução exponencial da computação proporcionou o aparecimento de computadores de alta velocidade e de grande capacidade de armazenamento, isto, associado ao desenvolvimento das ferramentas numéricas (técnicas de aproximação), disponibilizou, introduziu e concretizou a simulação numérica computacional como uma ferramenta na solução de equações matemáticas que modelam fenômenos, nas diversas áreas da ciência. No âmbito acadêmico (pesquisa científica), o emprego da simulação tornou-se “popular”, pois possibilitou a investigação e solução de problemas que até então eram de difícil solução, ou inacessíveis ao tratamento analítico e a técnica experimental. Atualmente a simulação numérica computacional extrapolou as fronteiras das academias e o seu emprego industrial é uma realidade, pois inúmeros softwares são disponibilizados comercialmente e vários exemplos de aplicações poderiam ser citados.

A ampla aceitação dos modelos numéricos pela comunidade interessada na solução de problemas é explicada pela grande versatilidade e relativa simplicidade de aplicação dessas técnicas. Com a evolução da Ciência dos Materiais, ficará cada vez mais fácil, tanto no meio acadêmico-científico como no industrial, o uso de técnicas numéricas para a solução de proble-

mas de engenharia, uma vez que, os custos dos equipamentos necessários são cada vez menores. A experimentação numérica, praticamente, não apresenta restrições, sendo adequada e confiável quando se está de posse de um método numérico que resolva corretamente as equações diferenciais que governam o fenômeno e de um modelo matemático que represente com fidelidade o fenômeno físico. Problemas com complicadas condições de contorno, definidos em geometrias arbitrárias podem ser resolvidos com algumas vantagens sobre os demais métodos, na maioria dos casos. Evidentemente que existe a necessidade de despender atenção a algumas condições restritivas, segundo Patankar, 1980: o custo da simulação deve ser sempre inferior aos custos experimentais. As soluções numéricas em geometrias complexas, quando associadas as não linearidades sensíveis, podem ser mais difíceis de serem obtidas, comparativamente com a solução experimental. Em problemas instáveis pode existir mais de uma solução, sendo necessário avaliações externas para determinar a solução real. Em fenômenos de pequena escala a necessidade de malhas adequadas podem tornar a solução numérica inviável. Estas restrições tendem a diminuir com a evolução do par, computação técnicas numéricas.

Em situações onde a descrição matemática do fenômeno ainda não está concretizada faz-se necessário uma validação dos resultados numéricos. Isto é realizado através da comparação com os resultados experimentais, quando os mesmos existirem. Na ausência destas soluções a validação numérica é realizada através de comparações com outras soluções numéricas ou analíticas da mesma classe de problemas.

Portanto, a confiabilidade dos resultados obtidos na experimentação numérica é um ponto importante a ser considerado. Na busca da validade dos resultados obtidos é necessária uma avaliação dos erros associados, para isto é necessário o conhecimento das fontes de erro.

De acordo com Roache, 1998, existem várias técnicas para quantificar incertezas numéricas, as mais comuns são as avaliações da convergência de malha, sendo estas as mais diretas e mais confiáveis. Segundo este autor, existe inconsistência e confusão nos trabalhos apresentados na literatura e que tratam da convergência de malha. Isto lhe serviu de motivação para o desenvolvimento do *Grid Convergence Index* (GCI). O seguinte exemplo é citado para demonstrar a confusão existente na literatura: considere-se uma solução obtida para uma determinada malha e considerada correta. Utilizando um método de primeira ordem com uma malha 50% mais densa, obtêm-se uma solução com diferença percentual 4%, em relação a solução original. Uma outra situação para o mesmo problema, utilizando um método de segunda ordem, mas com a densidade de pontos da malha dobrada, possui diferença de 6% em relação a solução original. Em que situação tem-se maior confiabilidade? É válida a comparação? Em que bases foram realizadas estas comparações? Refinar a malha e mudar o método de interpolação

lizadas estas comparações? Refinar a malha e mudar o método de interpolação garante a solução?

A necessidade de realizar comparações entre soluções, objetivando a quantificação das incertezas associadas à convergência de malha, estimulou o desenvolvimento do GCI, que é um método de comparação embasado matematicamente, este método é derivado da teoria da extrapolação generalizada de Richardson.

Segundo Burden e Faires, 1989, a técnica de extrapolação de Richardson foi apresentada em 1927, sendo empregada para gerar resultados com alta precisão com o emprego de métodos de baixa ordem. Segundo Demuren e Wilson, 1993, o valor exato funcional pode ser aproximado a partir de resultados gerados por discretização numérica adicionado dos erros de truncamento, da seguinte forma:

$$M = N_1(h) + \text{Erro de trunc.}, \quad (\text{I.1})$$

$N_1(h)$ é uma expressão que produz aproximações com erro de truncamento de ordem p , para um valor desconhecido de M , o termo h representa o incremento e o erro de truncamento é dado por:

$$\text{Erro de trunc.} = K_1(h^{p+1}) + K_2(h^{p+2}) + K_3(h^{p+3}) + \dots, \quad (\text{I.2})$$

onde K_1 , K_2 e K_3 são funções diferenciáveis, definidas no contínuo e independentes de h .

Assume-se que a aproximação de $N_1(h)$ para M seja realizada pelo método das diferenças centrais, que é de ordem $p=2$, o erro de truncamento neste caso é dado pela equação (I.2) sem os termos exponenciais ímpares é escrito como:

$$\text{Erro de trunc.} = K_1(h^2) + K_2(h^4) + K_3(h^6) + \dots \quad (\text{I.3})$$

Em situações em que o incremento h é de pequeno valor o primeiro termo no lado direito das equações (I.2) e (I.3) predomina. Pode-se reescrever a equação (I.1) como:

$$M = N_1(h) + K_1(h^2) + O(h^4). \quad (\text{I.4})$$

Se o incremento for diminuído, fazendo $h/2$, isto resultará em um ganho de precisão para a expressão de aproximação $N_1(h/2)$. Com isto a expressão (I.1) torna-se:

$$M = N_1\left(\frac{h}{2}\right) + K_1\left(\frac{h^2}{4}\right) + O\left(\frac{h^4}{16}\right). \quad (\text{I.5})$$

Em ambas as situações acima a ordem do erro das aproximações permaneceu de ordem quatro. Se multiplicar a eq. (I.5) por quatro e subtrair esta nova equação da eq. (I.4) tem-se:

$$M = \frac{4N_1\left(\frac{h}{2}\right) - N_1(h)}{3} + O(h^4). \quad (\text{I.6})$$

Como pode ser observado com duas soluções utilizando incrementos diferentes, mas com um método de segunda ordem, pode-se obter soluções com erros de truncamento da ordem de $O(h^4)$. Se o incremento h for diminuído ainda mais, tem-se maior precisão nas aproximações. Para um fator de diminuição do incremento de malha, h/n , equação (I.6) pode ser escrita genericamente:

$$M = \frac{n^p N_1\left(\frac{h}{n}\right) - N_1(h)}{n^p - 1} + O(h^\psi). \quad (\text{I.7})$$

onde $\psi = p + 1$. Quando o erro de truncamento, equação (I.2), não possuir expoentes ímpares, semelhantes ao caso das diferenças centrais (*UDS*) assume-se, $\psi = p + 2$. Isto implica que a ordem do erro é dependente da representação do erro de truncamento. Para as situações onde $N_1(h)$ tem a ordem $p = 1$, como em diferenças adiantadas (*UPWIND*) ou atrasadas (*DOWNWIND*), $\psi = 2$. Se o objetivo for obter soluções com a ordem do erro de truncamento mais elevado, procede-se de forma análoga ao efetuado para a situação anterior, como descrito em Burden e Faires, 1989.

Esta técnica possibilita obter soluções com erros de truncamento de alta ordem com baixo custo computacional. Este método é aplicável nas equações discretizadas, resolvendo problemas dimensionais, no pós-processamento de duas soluções obtidas com malhas diferentes, em posições geométricas coincidentes sendo independente de códigos computacionais, algoritmos e equações governantes. A sua aplicação não é restrita a soluções do tipo ponto a ponto, mas também a soluções funcionais. Uma conclusão que se chega, ao observar as deduções, está associada à função de aproximação $N(h)$, que pode ser de qualquer tipo. Além disto, a técnica pode ser aplicada a funções $N(h)$ que tenham qualquer valor para a ordem do erro de truncamento.

Segundo Roache, 1998, uma significativa desvantagem da extrapolação de Richardson está no fato de que as soluções extrapoladas não serem conservativas. Em soluções de derivadas de alta ordem é recomendada precaução, pois a extrapolação pode introduzir “ruído” na solução, diminuindo a precisão. Assim a decisão, de utilizar a extrapolação de Richardson para melhorar soluções já obtidas, deve ser avaliada com cautela evitando equívocos. Por outro lado, a diferença entre a solução obtida pela técnica de extrapolação, que é de ordem superior, e a so-

lução previamente conhecida obtida pela função de aproximação $N(h)$, que é de menor ordem, pode servir como uma ferramenta de diagnóstico de erro para uma ampla gama de problemas. Com o objetivo de avaliar erros nas soluções é que se desenvolveu o Grid Convergence Index (GCI).

APÊNDICE II

O Índice de Convergência de Malha (GCI)

Para o desenvolvimento do GCI, a equação (I.6) deve ser representada de forma alternativa mantendo os incrementos, como apresentado por Roache, 1998:

$$M = \frac{\left(\frac{h}{2}\right)^2 N_1(h) - (h)^2 N_1\left(\frac{h}{2}\right)}{\left(\frac{h}{2}\right)^2 - (h)^2} + O(h^4). \quad (\text{II.1})$$

Definindo que:

$$\begin{aligned} f_1 &= N_1\left(\frac{h}{2}\right) \quad e \quad h_1 = \frac{h}{2} \quad \text{Malha refinada,} \\ f_2 &= N_1(h) \quad e \quad h_1 = h \quad \text{Malha grossa,} \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

tem-se:

$$M = \frac{h_2^2 f_1 - h_1^2 f_2}{h_2^2 - h_1^2} + O(h^4). \quad (\text{II.3})$$

Definindo a relação de refinamento $r = h_2/h_1$, é possível escrever a equação (II.3) como:

$$M = f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r^2 - 1} + O(h^4), \quad (\text{II.4})$$

de forma análoga ao empregado na equação (I.7) tem-se genericamente:

$$M = f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r^p - 1} + O(h^p). \quad (\text{II.5})$$

A avaliação tradicionalmente empregada para a verificação da independência de malha pode ser escrita da seguinte forma,

$$\varepsilon = \frac{f_2 - f_1}{f_1}, \quad (\text{II.6})$$

onde f_1 e f_2 , foram definidos na equação (II.2), ε é a diferença relativa entre duas soluções obtidas por um mesmo método com duas situações de malha distintas, com coincidência geométrica. Fazendo $M=f_{exata}$, pode-se escrever o erro relativo para uma solução com malha refinada utilizando a equação (II.5), sem os termos relativos ao erro de truncamento,

$$E_1 = \frac{f_1 - f_{exata}}{f_1} = \frac{f_2 - f_1}{f_1(r^p - 1)} = \frac{\varepsilon}{r^p - 1}, \quad (\text{II.7})$$

onde E_1 é o avaliador de independência de malha de Richardson. Uma comparação entre as equações (II.6) e (II.7), permite concluir que a segunda expressão é mais completa, pois leva em conta a relação de malhas, a ordem das aproximações e a diferença relativa entre duas soluções distintas, além de ser uma expressão baseada em teoria consistente e racional.

A idéia atrás do GCI é relacionar o ε obtido por qualquer estudo de convergência de malha, realizado com qualquer ordem p e relação de malha r , com o ε que seria obtido para o mesmo problema, utilizando soluções obtidas com a ordem $p=2$ e a relação $r=2$. Esta comparação é baseada na uniformidade do erro, pois segundo Roache, 1995, devido à experiência acumulada pela comunidade que desenvolve a Dinâmica de Fluidos Computacional, CFD, o ε da eq. (II.6) goza de um certo nível de confiança quando os resultados são gerados por métodos, validados, possuidores de erros da ordem $p=2$ com uma relação de malha $r=2$, neste caso,

$$E_1 = \frac{1}{3} \varepsilon. \quad (\text{II.8})$$

Para a determinação do Índice de Convergência de Malha é necessária a determinação inicial de ε utilizando duas soluções do problema com malhas distintas e em seguida obter E_1 , eq. (II.7). Com o valor de E_1 determina-se o valor de um novo ε equivalente que seria obtido se fosse utilizado a ordem $p=2$ e a relação $r=2$. Este ε equivalente é o Índice de Convergência de Malha, GCI, que pode ser expresso matematicamente como:

$$GCI = \varepsilon|_{r=2}^{p=2} = F_s E_1 = F_s \frac{|\varepsilon|}{r^p - 1}, \quad (\text{II.9})$$

onde o termo F_s para $p=2$ e $r=2$ assume:

$$F_s = r^p - 1 = 3. \quad (\text{II.10})$$

Pela eq. (II.9), constata-se que o GCI será o próprio ε , quando a ordem do erro de truncamento for $p=2$ e a relação de refinamento da malha for $r=2$. O termo F_s pode ser considerado como um fator de segurança aplicado a E_I . Em Roache, 1995, a utilização de outros valores para F_s é discutida, sendo recomendada a adoção de $F_s=3$, quando duas malhas são utilizadas para a avaliação da independência de malha.

Para a aplicação do GCI é necessário o conhecimento prévio da ordem do erro de truncamento, o que em muitas situações é um complicador. A ordem dos esquemas de interpolação empregados pelo método de Volumes Finitos, no tratamento dos termos convectivos, são normalmente definidos em relação a ordem de truncamento da série de Taylor, mas infelizmente, isto não pode ser aplicado a todos os esquemas. Segundo Marchi 1993, e de acordo com a definição da ordem de um esquema, a solução exata é de primeira ordem e os esquemas que procuram segui-la também. A ordem do esquema numérico pode ser determinada segundo Demuren e Wilson, 1993, e Roache, 1998, com a seguinte expressão, deduzida da extrapolação de Richardson:

$$p = \frac{\ln\left(\frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1}\right)}{\ln(r)}, \quad (\text{II.11})$$

onde os termos f são soluções do problema com três malhas distintas, tendo uma relação r entre as mesmas, obedecendo a coincidência geométrica das mesmas.