

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PROJETO MECÂNICO DE FRESADORA CNC BASEADO NA RIGIDEZ ESTÁTICA

por

BRUNO BAVIA BAMPI

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, novembro de 2016



Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Escola de Engenharia

Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO MECÂNICO DE FRESADORA CNC BASEADO NA RIGIDEZ ESTÁTICA

por

BRUNO BAVIA BAMPI

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Alcy Rodolfo dos Santos Carrara  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Projeto e Fabricação**

Orientador: Prof. Heraldo José de Amorim, Dr. Eng.

Comissão de Avaliação:

Prof. Mario Roland Sobczyk Sobrinho

Prof. Patric Daniel Neis

Prof. Arnaldo Ruben Gonzalez

Porto Alegre, 18 de novembro de 2016.

BAVIA BAMPI, B. **Projeto de Máquina-Ferramenta baseado na Rigidez Estática**. 2016. 20 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016

## **RESUMO**

O presente trabalho apresenta o desenvolvimento do projeto mecânico de uma fresadora de três eixos utilizando como requisito de projeto as tolerâncias dimensionais dos componentes a serem usinados. Desse modo, o dimensionamento se baseou na rigidez efetiva na interface ferramenta/peça, onde ocorrem as solicitações devidas ao corte. A etapa inicial consiste no projeto conceitual, onde são definidas as características funcionais da máquina. No projeto executivo é desenvolvida uma metodologia de dimensionamento baseado na rigidez estática efetiva desejada. Essa metodologia é dividida em duas partes: análise e dimensionamento dos elementos de máquina a ser selecionados e dimensionamento das estruturas que compõem o corpo da máquina-ferramenta. Durante o desenvolvimento do trabalho foi utilizado o conceito de orçamento de rigidez, que possibilita o dimensionamento de partes separadas da máquina ferramenta a partir de uma rigidez efetiva definida através dos requisitos de projeto. O procedimento, que se mostrou adequado para o projeto mecânico de máquinas operatrizes a partir dos parâmetros de processo desejados, também pode ser utilizado para a definição dos parâmetros de processo de máquinas já existentes.

**PALAVRAS-CHAVE:** Máquinas-ferramentas, rigidez estática, fresadora de três eixos.

BAVIA BAMPI, B. **Design of a Machine Tool Based on Stiffness Requirements**. 2016. 20 pages. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

## **ABSTRACT**

This work presents the mechanical design of a three-axis CNC milling machine using dimensional tolerances of machined parts as design requirements. Thus, dimensioning is based on the effective stiffness in tool/part interface, where solicitations due to cutting occur. The study initiates with conceptual design, where functional characteristics of the machine tool are chosen. Executive design applies a dimensioning methodology based on desired static stiffness. This methodology consists in two parts: selection of machine components and design of the structural parts of the machine tool. Stiffness budget concept was applied in the design, allowing the dimensioning of single parts from an effective stiffness defined through design requirements. The methodology was found to be suitable for the mechanical design of machine tools, and can also be used for the definition of machining parameters for an existing machine tool.

**KEYWORDS:** Machine tools, stiffness, three axis milling machine

## ÍNDICE

	Pág.
1. INTRODUÇÃO .....	1
2 PROJETO CONCEITUAL.....	1
3 METODOLOGIA DE DIMENSIONAMENTO.....	3
3.1 Metodologia de dimensionamento dos elementos de máquina.....	4
3.1.1 Guias Lineares.....	5
3.1.2 Sistema de Acionamento.....	6
3.2 Metodologia de dimensionamento das estruturas.....	7
4 REQUISITO DE RIGIDEZ ESTÁTICA .....	9
5 RESULTADOS .....	9
6 CONCLUSÕES .....	15
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	15
Apêndice A .....	16
Apêndice B .....	17
Apêndice C .....	18
Apêndice D .....	19

## 1. INTRODUÇÃO

Máquinas-ferramentas para usinagem de materiais são utilizadas há pelo menos 150 anos e em 1950 foi desenvolvida a primeira máquina-ferramenta controlada numericamente [Stoeterau, 2004]. Atualmente, máquinas-ferramentas controladas por CNC são amplamente difundidas. Além disso, a redução dos custos associados a elementos como motores elétricos, mancais, guias, entre outros, faz com que diversos modelos de máquinas de baixo custo estejam disponíveis no mercado, além de projetos disponíveis do tipo *faça você mesmo* (FVM).

Apesar da grande quantidade de projetos FVM disponíveis, poucos apresentam uma solução robusta no que diz respeito à rigidez da máquina que, em aplicações de usinagem, é uma questão frequentemente mais importante que a capacidade de suportar carga. Isto se deve ao fato das tensões correspondentes à máxima deformação permissível da máquina serem em geral significativamente inferiores às tensões máximas suportadas pelo material utilizado em sua construção [Tlusty e Koenigsberger, 1970].

Processos de usinagem são interessantes frente a outros processos de fabricação, pois permitem a obtenção de três características: formas complexas, com bom acabamento superficial e tolerâncias dimensionais restritas [Ferraresi, 1978]. Porém, quando a rigidez da máquina-ferramenta não é considerada as vantagens associadas às duas últimas características podem ser perdidas.

O objetivo é desenvolver o projeto mecânico de uma fresadora CNC de 3 eixos de pequeno porte e com potência do eixo-árvore de no máximo 500 W. Para isso foi criada uma metodologia de dimensionamento baseada na análise da rigidez estática da máquina. Este dimensionamento visa o desenvolvimento de uma fresadora com valores de rigidez estática efetiva estabelecidos como requisito de projeto.

## 2. PROJETO CONCEITUAL

Existem diversos arranjos de estruturas de máquinas-ferramentas descritos na literatura [Koenigsberger, 1964]. Para fresadoras, os arranjos mais usados são dos tipos *C* e *Portal* (fig. 2.1). A parte superior do arranjo em *C* pode ser considerada uma viga engastada enquanto a parte superior do arranjo em *Portal* pode ser considerada uma viga bi engastada. Desse modo, considerando-se apenas o tipo de arranjo da estrutura, verifica-se uma tendência do arranjo em *Portal* de ser mais rígido do que o arranjo em *C*, motivo pelo qual se optou pelo primeiro.

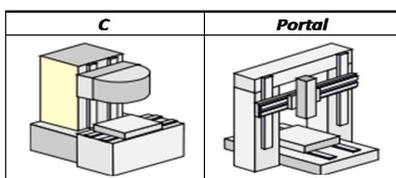


Figura 2.1 – Arranjos *C* e *Portal* de fresadoras. (Adaptado de Stoeterau, 2004).

A Figura 2.2 apresenta dois conceitos que podem ser utilizados em fresadora com estrutura do tipo *Portal*. A primeira análise comparativa realizada foi sobre a forma de movimentação na direção do eixo *x*. A Figura 2.2a apresenta uma fresadora na qual a mesa se move enquanto o pórtico permanece fixo, enquanto a Figura 2.2b corresponde a um modelo de mesa fixa no qual o movimento no eixo *x* é realizado pelo movimento do pórtico.

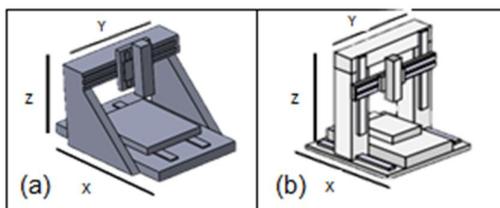


Figura 2.2 – Conceitos de estrutura em arranjo *Portal*. (Adaptado de Stoeterau, 2004).

Uma primeira análise indica que a máquina apresentada na Figura 2.2a necessitará de um comprimento no eixo x no mínimo duas vezes maior que o necessário para o corte, resultando em uma estrutura significativamente maior. No entanto, uma vez que a movimentação do pórtico demanda maior esforço por parte do sistema de movimentação (devido à maior massa a ser deslocada), o conceito ilustrado pela Figura 2.2b exigirá maior potência para movimentar-se. Diante destes fatores optou-se pelo desenvolvimento de uma fresadora com movimentação do pórtico, visto que a mesma terá um volume total menor, ainda que à custa de maior potência requerida para movimentação do pórtico.

Em relação às estruturas responsáveis pela movimentação dos eixos z apresentadas nas Figuras 2.2a e 2.2b, optou-se por uma solução onde as guias lineares do eixo z estejam mais próximas ao eixo-arvore (Fig. 2.2a), resultando em menores restrições de forma para as colunas. O conceito adotado é representado na Figura 2.3, onde serão utilizadas duas guias lineares e um sistema de movimentação por eixo, com acionamento por motores de passo. Para conversão do movimento rotacional dos motores de passo em deslocamento linear dos eixos, optou-se pela utilização de fusos de esferas recirculantes, que apresentam elevada exatidão de posicionamento e baixo atrito.

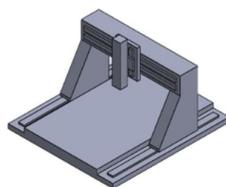


Figura 2.3 – Projeto conceitual de fresadora de três eixos.

Utilizando acionamento por motor de passo e fuso de esferas, a solução escolhida para a disposição dos elementos responsáveis pela movimentação dos eixos é que a mesa de cada eixo esteja fixada a duas guias lineares e que o fuso de esferas esteja abaixo ou detrás dessa mesa. A Figura 2.4 ilustra a disposição adotada para esses elementos nos eixos y e z

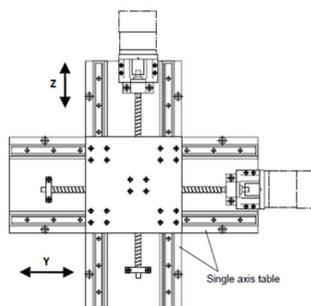


Figura 2.4 – Disposição dos eixos z e y (Fonte: [www.nsk.com](http://www.nsk.com), acessado em 13/06/2016).

Para o acionamento do movimento no eixo x deve-se decidir como serão dispostas as guias lineares que sustentam o pórtico. A Figura 2.5 apresenta duas possibilidades bastante usadas: guias fixadas na lateral da mesa de corte (a) ou em uma superfície apoiada diretamente ao piso (b). O pórtico (c) é conceitualmente idêntico para as duas alternativas.

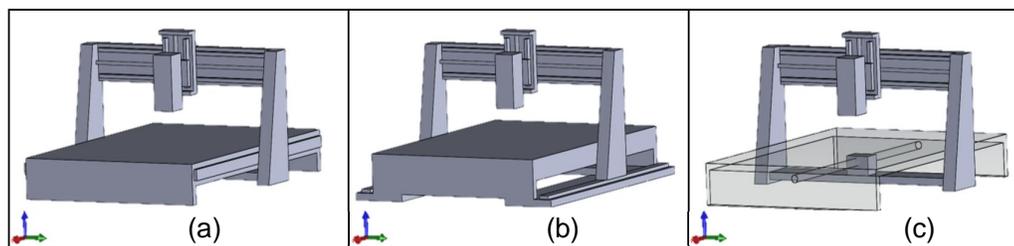


Figura 2.5 – (a) e (b) Dois conceitos de fixação das guias lineares do eixo x. (c) Pórtico.

A escolha entre estes dois conceitos passa pela análise da rigidez da máquina. O conceito de laços ou *loops* estruturais auxilia a análise. Um *loop* estrutural é uma idealização do caminho por onde as forças de ação e reação entre diferentes componentes (no caso, devido aos esforços provenientes do processo de corte) “viajam” durante a utilização da máquina [Bamberg, 2000]. Em um laço estrutural de uma fresadora apenas as forças geradas no processo de corte são contabilizadas. As forças de corpo, como o peso da estrutura, não fazem parte do *loop* estrutural. Os *loops* estruturais, considerando apenas as forças na direção vertical, dos dois conceitos ilustrados nas Figuras 2.5a e 2.5b são apresentados na Figura 2.6.

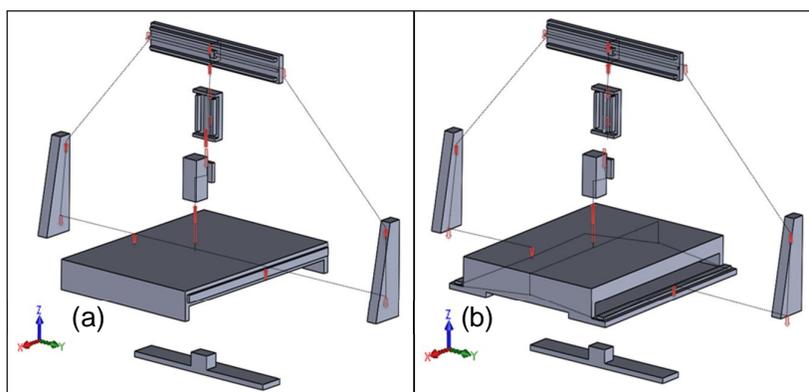


Figura 2.6 – Laços estruturais para fresadoras com guias: (a) nas laterais da mesa; (b) no piso.

É importante ressaltar que o percurso que a força viaja, que é representado pela linha tracejada, na opção com guias no piso é um percurso mais longo, o que resulta em mais partes da estrutura deformando. Assim, optou-se pela configuração apresentada na Figura 2.6a.

### 3. METODOLOGIA DE DIMENSIONAMENTO DA FRESADORA

Uma máquina é a associação de diversos componentes, cada um com uma rigidez finita. Os elementos de maior interesse são aqueles que fazem parte do *loop* estrutural, sujeitos a deformações devido às solicitações geradas durante o corte. Esses componentes são responsáveis pelos deslocamentos na interface peça/ferramenta durante a usinagem, sendo diretamente associados à qualidade final do produto usinado em termos dimensionais e acabamento superficial.

A disposição dos componentes que formam a máquina-ferramenta pode ser considerada uma montagem em série. Desse modo, pode-se considerar que cada montagem associa os componentes como molas de rigidez finita em série. Da associação dos  $n$  componentes que fazem parte do *loop estrutural* é encontrada a rigidez efetiva, que é a rigidez na interface ferramenta/peça:

$$k_{efetiva} = \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \right)^{-1} \quad (3.1)$$

A rigidez efetiva é uma característica da máquina ferramenta associada a aspectos importantes como tolerância dimensional e acabamento superficial. Máquinas com elevada rigidez efetiva apresentaram menores deslocamentos devidos à vibrações e menores deslocamentos estáticos, sendo por isso consideradas de maior qualidade.

Como máquinas-ferramentas apresentam um número elevado de componentes, uma análise conjunta de todos estes para alcançar a rigidez efetiva desejada torna-se complicada. Para contornar este problema Bamberg, 1970, apresenta o conceito de Orçamento de Rigidez, que consiste em considerar os  $n$  elementos que devem ser dimensionados e definir a mesma rigidez mínima permissível para cada um destes componentes. A máquina selecionada pode ser dividida conforme a Figura 3.1, onde cada subconjunto é representado como uma mola e a associação em série dessas molas corresponde à rigidez efetiva da máquina.

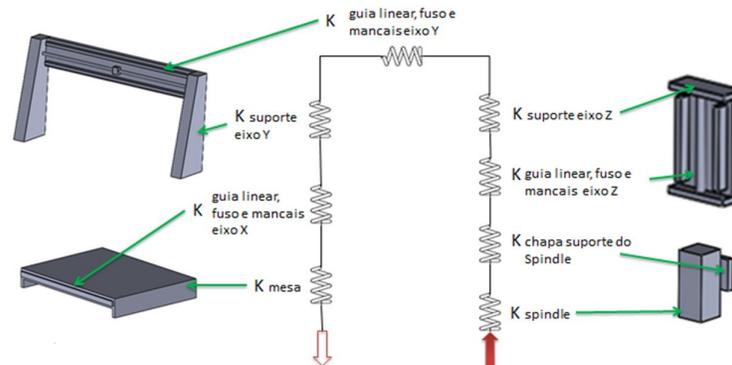


Figura 3.1 – Subconjuntos que formam a fresadora.

Esta configuração separa a fresadora em 8 sub estruturas (molas) que se associam em série (Fig. 3.1). Segundo o conceito de Orçamento de Rigidez, uma condição para atingir a rigidez efetiva desejada é quando a rigidez mínima  $k_i$  de cada uma das  $n$  molas seguir a relação descrita pela eq. 3.2.

$$k_i \geq n \cdot k_{efetiva} \quad (3.2)$$

Os elementos da Figura 3.1 podem ser agregados em 3 tipos de subconjuntos:

1. Subconjuntos que são soluções de prateleira, elementos de máquina que devem ser selecionados entre as opções disponíveis no mercado. Essa categoria inclui as guias lineares, mancais e fusos de esferas (com suas respectivas castanhas). Esses elementos são representados por uma única rigidez (mola) em cada eixo;
2. Estruturas que serão projetadas ou desenvolvidas, tais como a estrutura da mesa, a estrutura de suporte do eixo y e o suporte do eixo z;
3. Motor do eixo árvore (*spindle*), selecionado de acordo com a potência e torque máximo de corte desejada. Uma vez que não estão disponíveis dados referentes à rigidez desse componente, ele será desconsiderado no dimensionamento (i.e., será considerado de rigidez infinita). Uma vez que eixos-árvore de máquinas ferramentas são componentes de elevada rigidez, desconsiderá-lo na análise de rigidez não acarretará em erros consideráveis. Uma estimativa da rigidez radial do *spindle* usado neste projeto conforme abordagem apresentada por Joshi, 2007, é apresentada no Apêndice D.

Uma vez que o eixo árvore foi desconsiderado na análise de rigidez, a máquina será considerada como uma montagem de 7 subconjuntos (molas) que devem ser dimensionados conforme sua rigidez.

### 3.1 Metodologia de dimensionamento dos elementos de máquina

Na subdivisão feita da máquina, apresentada na Figura 3.1, existe um subconjunto (mola) que representa a rigidez dos componentes: guia linear, fuso de esferas e mancais. A disposição dos elementos e a maneira como se pode modelá-los de acordo sua rigidez é apresentada na Figura 3.2.

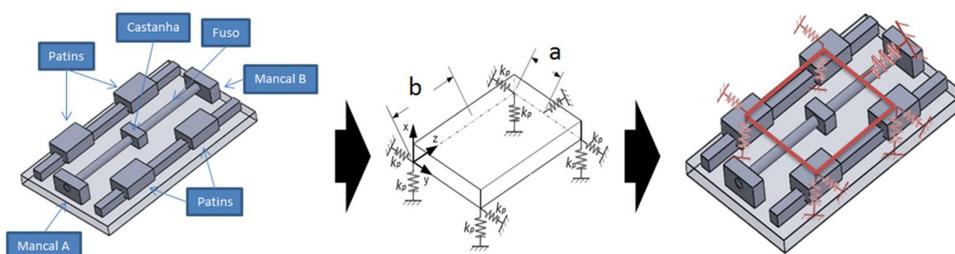


Figura 3.2 – Subconjunto formado por guias lineares e sistema de acionamento.

A disposição do sistema apresentada na Figura 3.2 foi seguida em todos os eixos da máquina, e consiste em 4 patins dispostos simetricamente com o fuso de esferas entre os trilhos das guias lineares e a castanha posicionada no centro geométrico entre os patins. A rigidez total desse conjunto é encontrada através da análise da rigidez das guias lineares e da rigidez do conjunto fuso, castanha e mancais (sistema de acionamento), separadamente.

### 3.1.1 Guias Lineares

Para efeito de análise, considerou-se uma guia linear como sendo composta pelo conjunto trilho/patins, cuja rigidez é caracterizada pela rigidez do patim. A rigidez de cada patim é considerada em duas direções (Figura 3.3). No entanto, uma vez que fabricantes de guias lineares apresentam somente um valor para a rigidez do patim, será considerado o mesmo valor para ambas as direções. O modelamento realizado não considera a rigidez torsional dos patins, que não é informada pelos fabricantes.

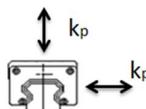


Figura 3.3 – Patim com sua rigidez em duas direções.

Como se deseja encontrar a rigidez do conjunto de quatro patins na interface ferramenta/peça, deve-se determinar os deslocamentos que ocorrem nesta interface devido às forças aplicadas nesta mesma interface.

O cálculo da rigidez efetiva das guias lineares foi realizado através do método das forças unitárias, considerando-se a hipótese de pequenos deslocamentos, requisito fundamental no projeto de máquinas ferramentas. A vantagem da aplicação do método das forças unitárias é que o deslocamento causado por uma força unitária é por definição a flexibilidade na direção do deslocamento causada por esta força. Ao aplicar o método das forças unitárias para cada direção dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  são encontrados os termos da matriz de rigidez.

A Figura 3.4 exemplifica o cálculo das constantes  $K_{xx}$  e  $K_{xz}$  da matriz de rigidez efetiva na interface ferramenta/peça dos patins do eixo  $Z$  da máquina. As equações 3.3 e 3.4 apresentam as constantes de rigidez correspondentes ao exemplo da Figura 3.4.

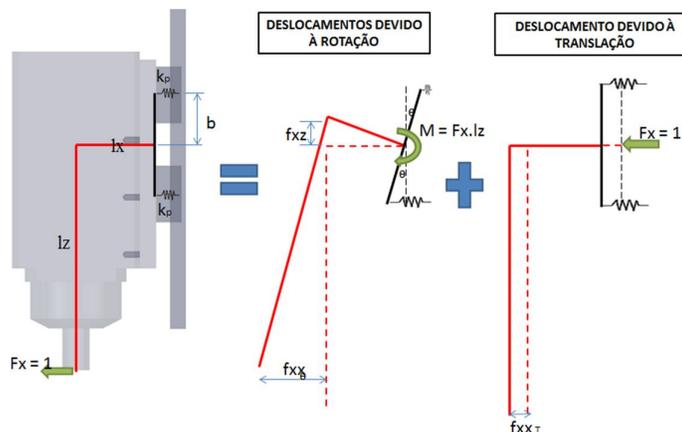


Figura 3.4 – Superposição dos deslocamentos causado por uma força unitária na direção  $x$ .

$$k_{xx} = \frac{1}{f_{xx\theta} + f_{xx\tau}} \quad (3.3)$$

$$k_{xz} = \frac{1}{f_{xz}} \quad (3.4)$$

Ao aplicar uma força unitária em cada direção dos eixos x, y e z são obtidos os termos que formam a matriz de rigidez dos patins. As matrizes de rigidez calculadas para os patins que guiam o movimento em cada um dos eixos da fresadora são apresentadas no apêndice A.

Uma limitação deste método é que ao não considerar a rigidez rotacional dos patins a rigidez do conjunto é subestimada. Esse efeito se torna mais pronunciado conforme diminuem as distâncias entre os patins. Na Figura 3.4, a cota  $b$  representa a distância entre patins no mesmo trilho.

### 3.1.2 Sistema de Acionamento

O sistema de acionamento, composto pelo fuso, castanha e mancais (Figura 3.5) pode ser representado por um sistema de molas. O motor responsável pela movimentação do eixo na direção axial do fuso é acoplado em sua extremidade.

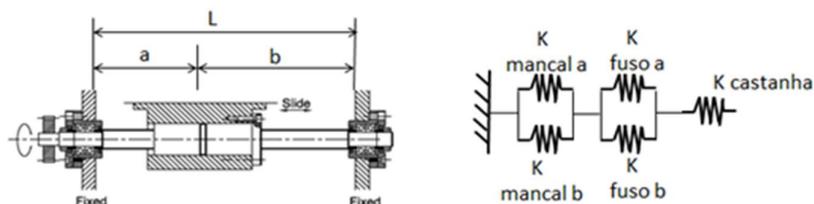


Figura 3.5 – Sistema de acionamento .

A rigidez equivalente das partes  $a$  e  $b$  do fuso é calculada através da equação 3.5. Como a rigidez do fuso depende da posição da castanha, considerou-se a posição em que a rigidez equivalente é mínima, o que ocorre quando a castanha está no centro do fuso ( $a = b = L/2$ ). Para fins de segurança, esta rigidez será considerada como a rigidez do fuso independente da posição das castanhas. A rigidez do fuso depende do módulo de elasticidade  $E$  e da área transversal do fuso  $A$ .

$$k_{eq_{ab}} = k_{fuso_a} + k_{fuso_b} = \frac{EA}{a} + \frac{EA}{b} \quad \therefore \quad k_{eq_{ab}} = \frac{EAL}{ab} \xrightarrow{\text{Mínimo}} k_{eq_{ab \text{ min}}} = \frac{4EA}{L} \quad (3.5)$$

A rigidez do conjunto Sistema de Acionamento (SA) é calculada por:

$$\frac{1}{k_{SA}} = \frac{1}{k_{mancalA} + k_{mancalB}} + \frac{1}{\frac{4EA}{L}} + \frac{1}{k_{cas \ tanh \ a}} \quad (3.6)$$

Onde  $K_{SA}$  é a rigidez efetiva na interface ferramenta/peça. Isto porque se considera que o sistema de acionamento resiste apenas a forças na direção axial do fuso.

Como os patins estão livres para se movimentar na direção axial do sistema de acionamento, os patins não apresentam resistência ao movimento de translação nesta direção. A resistência ao movimento de translação nesta direção é realizada pelo sistema de acionamento, responsável pela rigidez efetiva nesta direção. No caso do eixo z, uma força no sentido z positivo causa um deslocamento devido à flexibilidade do sistema de acionamento nesta direção. Desse modo, a matriz de rigidez do sistema de acionamento do eixo z pode ser representada pela matriz simétrica da equação 3.7.

$$k_{SA_z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ sim. & & k_{SA_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ sim. & & \left( \frac{1}{k_{mancal_a} + k_{mancal_b}} + \frac{1}{\frac{4EA}{L}} + \frac{1}{k_{cas \ tanh \ a}} \right)^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Para criar uma única matriz de rigidez que represente o conjunto guias lineares e sistema de acionamento, deve-se associar as constantes de rigidez com mesmo índice como se fossem molas em série (Fig. 3.6). A rigidez do conjunto é representada pela equação 3.8.

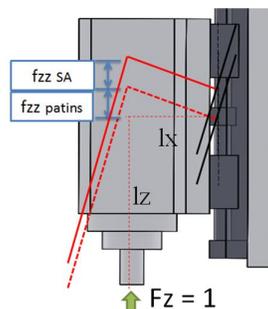


Figura 3.6 – Deslocamentos do conjunto patins e sistema de acionamento devido a uma força unitária na direção z.

$$k_{patins + SA_z} = \begin{bmatrix} k_{xx_{PZ}} & k_{xy_{PZ}} & k_{xz_{PZ}} \\ & k_{yy_{PZ}} & k_{yz_{PZ}} \\ sim . & & \left( \frac{1}{k_{zz_{PZ}}} + \frac{1}{k_{SA_z}} \right)^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx_{PZ}} & k_{xy_{PZ}} & k_{xz_{PZ}} \\ & k_{yy_{PZ}} & k_{yz_{PZ}} \\ sim . & & \frac{1}{f_{zz_{patins}} + f_{zz_{SA}}} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

A seleção das guias lineares e do sistema de acionamento é feita com o objetivo que cada elemento da matriz de rigidez seja maior ou igual ao mínimo estipulado pelo orçamento de rigidez. As matrizes de rigidez do conjunto de elementos de máquinas dos eixos x, y e z estão no Apêndice B.

### 3.2 Metodologia de dimensionamento das estruturas

A determinação da rigidez dos elementos estruturais (chapa de suporte do *spindle*, suporte do eixo z, suporte do eixo y e mesa) foi realizada através de uma análise de elementos finitos com o software Comsol. O método de dimensionamento consiste em aplicar na estrutura os carregamentos provenientes da aplicação de forças unitárias na interface ferramenta/peça, estimando-se o deslocamento efetivo no ponto de corte (interface ferramenta/peça) a partir da deformação da estrutura.

Os carregamentos no centro geométrico dos patins devido às forças no ponto de corte foram calculados e aplicados nos patins e mancais da estrutura simulada seguindo as mesmas regras usadas para dimensionar os elementos de máquinas da seção anterior.

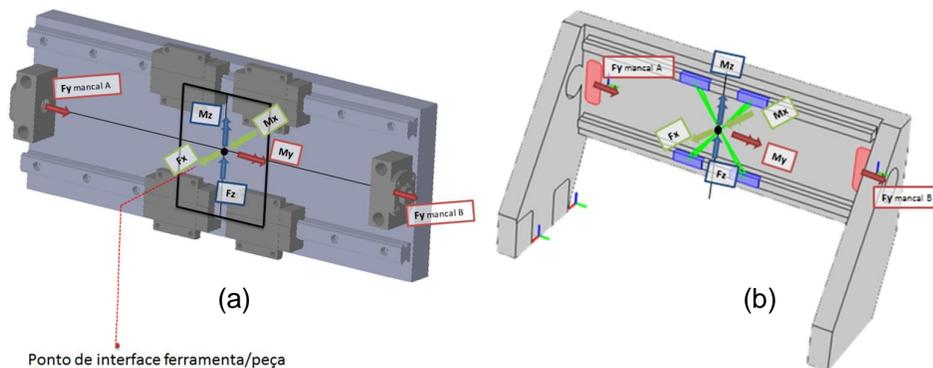


Figura 3.7 – Suporte do eixo y. (a) Carregamentos na estrutura ocorrem nos patins e mancais. (b) Suporte do eixo y modelado para simulação.

Para o caso do suporte do eixo y (Figura 3.7) os patins resistem apenas a esforços nas direções x e z, sendo o sistema de acionamento responsável por suportar esforços na direção y. Com isso, toda força aplicada na direção y é transferida para o suporte do eixo y pelos mancais. Os momentos no centro geométrico dos patins em todas as direções são suportados pelos patins. Para a análise, considerou-se os patins como sendo conectados por corpos rígidos.

As condições de contorno onde são geradas as reações aos carregamentos são ilustradas na Figura 3.8. Para o suporte do eixo y, as reações ocorrem nos mancais e sistema de acionamento do eixo x.

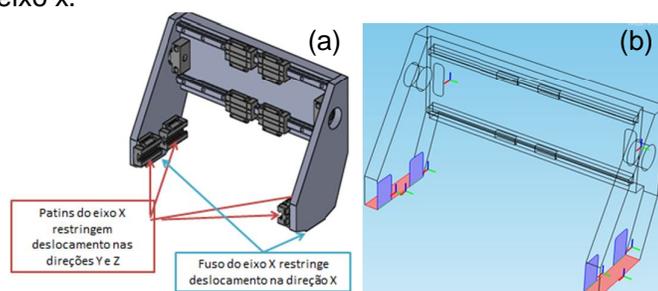


Figura 3.8 – Condições de contorno do suporte do eixo y (a) Estrutura real e (b) simulada.

Para calcular os deslocamentos no ponto de corte foram considerados os movimentos de translação e rotação do centro geométrico do corpo rígido conectado aos patins. Logo, para descobrir o deslocamento que ocorre na interface ferramenta/peça devido aos deslocamentos do suporte do eixo y, calcula-se o deslocamento total em uma determinada direção utilizando as relações geométricas  $l_x$  e  $l_z$  apresentadas na Figura 3.9a. Esse deslocamento terá duas componentes: uma devido ao movimento de translação do corpo rígido e outra devido à rotação do corpo rígido. A Figura 3.9a apresenta os deslocamentos na direção x causados por uma força unitária na direção x.

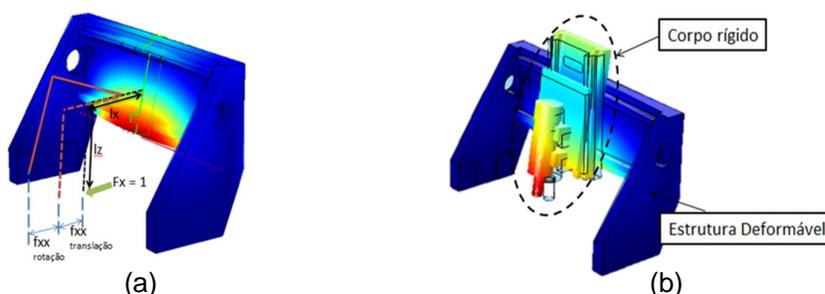


Figura 3.9 – (a) Deslocamentos no ponto de corte devido a deformação do suporte do eixo y. (b) Ilustração do deslocamento do ponto de corte devido a deformação do suporte do eixo y. A escala de cores representa o deslocamento total.

Como o deslocamento causado por uma força unitária corresponde à flexibilidade, a rigidez do sistema pode ser determinada. Este procedimento foi aplicado para cada componente, resultando nas respectivas matrizes de rigidez.

Todas as malhas foram geradas com elementos tetraédricos de primeira ordem e a convergência para deslocamento máximo foi analisada. Uma vez que os requisitos de projeto eram os deslocamentos da estrutura, não foi realizada a convergência para tensões, reduzindo sensivelmente o tempo de processamento necessário para a convergência, que ocorre com um número menor de elementos.

#### 4. REQUISITO DE RIGIDEZ ESTÁTICA

O dimensionamento das estruturas e a seleção de componentes são realizados com o objetivo de alcançar a rigidez efetiva desejada no ponto de corte, cujo valor foi estipulado com

base nos esforços máximos gerados em uma operação de corte e no deslocamento máximo permitido (equação 3.9).

$$k_{efetiva} = \frac{F_{m\acute{a}x}}{\delta_{m\acute{a}x}} \quad (3.9)$$

A força máxima durante o processo de fresamento foi estimada para o corte de alumínio em fresamento de canal com fresa de 4 arestas de corte. Este limite máximo foi encontrado sabendo-se que a potência e torque máximos do eixo-árvore são 500 W e 0,55 Nm, respectivamente. Uma descrição de como foi estimada a força de corte é apresentada no Apêndice C. Para o dimensionamento, considerou-se o fresamento de canal com uma fresa de topo de 4 arestas com 5 mm de diâmetro, com uma profundidade de corte de 2,5 mm e rotação de 10000 rpm. A tabela 3.1 apresenta os resultados de força, torque e potência de corte correspondentes calculados através do procedimento apresentado no Apêndice C.

Tabela 3.1 – Solicitações de fresamento usadas no dimensionamento.

Torque máximo (Nm)	Potência máxima (W)	Força transversal máxima (N)	Força de avanço máxima (N)	Força axial máxima (N)
0.46	482	130	13	92

Com base nas tolerâncias desejadas, foi estipulado que a força máxima gerada no processo de corte pode causar no máximo um deslocamento de 0,05 mm na mesma direção da força. Com isso obtém-se uma rigidez de 2,6 N/μm. E está é considerada a rigidez efetiva da máquina.

Esta maneira de definir a rigidez efetiva é apenas uma aproximação, visto que se sabe que o deslocamento no ponto de corte é causado por forças nas três direções. Segundo Bamberg, 2000, valores de rigidez efetiva entre 10 e 25 N/μm são considerados adequados para máquinas ferramentas de alta qualidade. O valor de 2,6 N/μm é considerado adequado visto que se trata de uma máquina de pequeno porte para *hobby*.

Como o objetivo é dimensionar 7 componentes, a rigidez mínima de cada componente segundo a equação 3.3 é de 18,2 N/μm.

## 5. RESULTADOS

O dimensionamento foi feito seguindo a ordem apresentada no fluxograma da Figura 4.1. Adicionalmente, definiu-se um volume de corte de 400x300x70 mm em x, y e z.



Figura 4.1 – Sequência de dimensionamento.

Esta sequência foi adotada devido à necessidade de conhecer as condições de contorno do problema antes do dimensionamento dos elementos por simulação numérica. Uma vez que essas estruturas utilizam patins e guias lineares e o sistema de acionamento para a transmissão dos carregamentos, o dimensionamento de cada eixo deve iniciar por suas guias lineares e sistema de acionamento.

### 4.1 Guias Lineares e Sistema de Acionamento do Eixo Z

A seleção dos componentes é realizada visando que a combinação das dimensões  $a$  e  $b$  e a rigidez  $k_p$  dos patins satisfaçam a rigidez mínima de 18,2 N/μm. No entanto, esses termos não podem ser selecionados livremente devido às limitações dimensionais assumidas nos parâmetros de projeto da máquina.

A Fig. 4.2 ilustra o conjunto de guias lineares e sistema de acionamento do eixo z. O aumento de  $a$  resulta em maior rigidez efetiva das guias lineares. No entanto, uma vez que  $a$

está relacionada à largura do suporte do *spindle*, seu aumento resulta em maior largura da máquina ou em menor volume de trabalho. Uma restrição adotada foi que a largura máxima do conjunto não poderia ser maior que a metade do curso em *y*, definida como 300 mm. Desse modo,  $2a \leq 150$  mm.

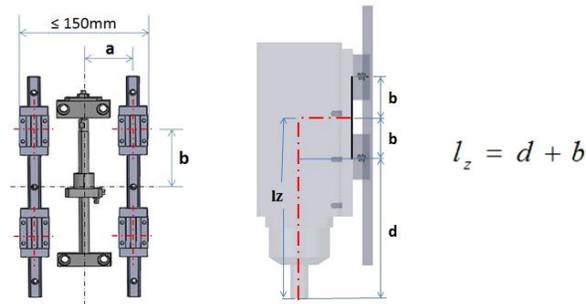


Figura 4.2 – Guias lineares e sistema de acionamento do eixo z.

O efeito da dimensão  $b$  pode ser analisado pela fórmula da constante de rigidez  $K_{xx}$  do conjunto de patins. Como ilustra a Figura 4.2,  $l_z$  e  $b$  são dependentes. A dimensão  $d$  é constante e é definida visando obter um curso predeterminado do eixo z, estabelecida em 70 mm. A eq. 4.1 representa a rigidez  $K_{xx}$ .

$$k_{xx \text{ PATINS}} = 4k_p \left( 1 + \left( \frac{l_z}{b} \right)^2 \right)^{-1} = 4k_p \left( 1 + \left( \frac{d+b}{b} \right)^2 \right)^{-1} = 4k_p \left( 1 + \left( \frac{d}{b} + 1 \right)^2 \right)^{-1} \quad (4.1)$$

A Fig. 4.3 apresenta o comportamento do termo de  $K_{xx}$  em função da razão  $b/d$ . Observa-se que este termo, e assim também a rigidez do conjunto de patins aumenta de forma assintótica com  $b$ . Este limite, de 0,5, ocorre quando o valor de  $b$  é muito superior a  $d$ , ou seja, quando  $l_z$  tende a  $b$ . Quando isto ocorre,  $K_{xx} = 2K_p$ . O gráfico também deixa clara uma limitação da metodologia adotada ao não considerar a resistência à rotação dos patins. Quanto menor o valor de  $b$ , maiores serão os momentos aplicados nos patins. No entanto, como considerou-se a rigidez torsional dos patins como sendo nula, a rigidez, conforme se aproximam os patins, tenderia a zero caso fosse possível  $b=0$ .

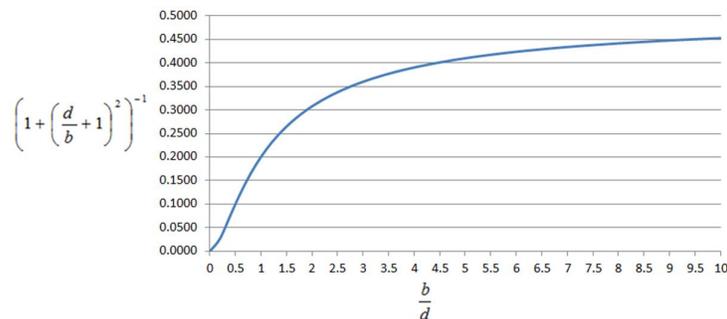


Figura 4.3 – Rigidez  $k_{xx}$  dos patins do eixo z.

Não foi possível com as dimensões e componentes selecionados atingir o critério adotado, i.e., com todas as constantes de rigidez acima  $18,2 \text{ N}/\mu\text{m}$ , em especial devido às limitações impostas às dimensões  $a$  e  $b$ . O fato da rigidez ser menor que o objetivo pode ser interpretado como se o dimensionamento iniciasse em débito de rigidez, de modo que, para alcançar a rigidez efetiva desejada será necessário que os demais componentes compensem a rigidez deste conjunto. A matriz de rigidez do conjunto é:

$$k_{\text{patins} + SA_z} = \begin{bmatrix} 14,3 & 0 & 60,5 \\ & 13,2 & 0 \\ \text{sim.} & & 53,5 \end{bmatrix} \text{ N}/\mu\text{m}$$

#### 4.2 Suporte do Motor (*Spindle*)

As dimensões deste componente estão limitadas pela disposição dos patins do eixo z previamente selecionados (Fig. 4.4a). A Fig. 4.4b ilustra as restrições aplicadas pelos patins e pelo sistema de acionamento.

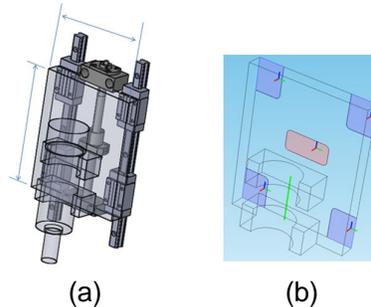


Figura 4.4 – (a) suporte fixo aos patins. (b) estrutura simulada.

A definição da espessura da chapa utilizada na fabricação do suporte foi feita através da simulação numérica de chapas de diferentes espessuras da liga de alumínio AISI 5052-F, selecionado em função de sua boa relação entre módulo de elasticidade e peso específico. As espessuras avaliadas foram 10, 15 e 20 mm, com a primeira sendo selecionada por atender aos requisitos de projeto com menor custo.

Tabela 4.1 – Rigidez da chapa de suporte do motor *spindle*.

Espessura	20mm	15mm	10mm
Matriz de Rigidez (N/ $\mu$ m)	$\begin{bmatrix} 107,5 & 0 & 400 \\ & 232,5 & 0 \\ sim. & & 714,3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 76,9 & 0 & 238 \\ & 222,2 & 0 \\ sim. & & 526,3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 43,5 & 0 & 111,0 \\ & 181,3 & 0 \\ sim. & & 284,5 \end{bmatrix}$

#### 4.3 Guias Lineares e Sistema de Acionamento do Eixo Y

Para este subconjunto, a rigidez na direção Y devido a uma força nessa direção  $K_{yy}$  é a menor componente de rigidez devido à limitação da dimensão  $a$  da Figura 4.5, definida com critérios semelhantes aos aplicados para a dimensão correspondente nas guias lineares do eixo z. Além disso, as forças aplicadas nos patins devido ao momento criado por uma força no ponto de corte na direção Y são proporcionais ao braço de alavanca de  $a$ . Neste caso a rigidez real deve ser maior que o valor encontrado, visto que a dimensão  $a$  é pequena em relação às dimensões dos patins, de modo que o momento sobre os patins torna-se mais elevado. Como citado na seção 4.1, o modelo usado para dimensionar os patins não considera a resistência à rotação.

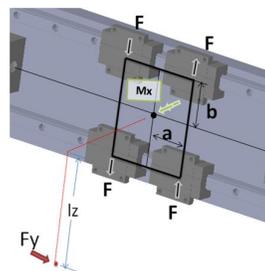


Figura 4.5 – Força  $F$  aplicada em cada patim devido ao momento  $M_x$ .

Uma maneira para aumentar a rigidez  $K_{yy}$  é reduzindo o braço de alavanca  $l_z$  para, com isso, diminuir o momento  $M_x$  da Figura 4.5, e por consequência as forças aplicadas nos patins. A única maneira de fazer isto é diminuindo a cota  $b$ . Porém, diminuir esta cota causa a diminuição das demais constantes de rigidez que dependem desta dimensão. Desse modo, não há uma solução satisfatória para todas as componentes da matriz de rigidez.

$$k_{\text{patins} + SA_y} = \begin{bmatrix} 21,7 & 0 & 46,2 \\ & 9,8 & 0 \\ \text{sim.} & & 56,2 \end{bmatrix} \text{N}/\mu\text{m}$$

#### 4.4 Suporte do Eixo Z

O suporte do eixo z é uma chapa de alumínio na qual são fixados os trilhos das guias lineares. Estruturalmente, os trilhos servem como reforço da estrutura. Apesar de construídos em aço, os trilhos foram modelados como parte da estrutura da chapa, em alumínio.

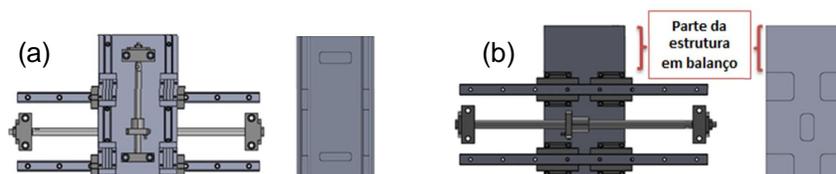


Figura 4.6 – (a) vista superior da estrutura real e simulada. (b) vista inferior da estrutura real e simulada.

Os carregamentos são transferidos do ponto de corte até os patins e mancais do eixo z seguindo as mesmas regras apresentadas na metodologia de dimensionamento. As restrições aos deslocamentos são aplicadas nas superfícies onde o suporte está conectado aos patins e mancais do eixo y (Figura 4.6).

Uma vez que os patins do eixo y são os pontos de fixação do suporte do eixo z, a redução da distância entre trilhos do primeiro (seção 4.3), aliada à necessidade de manter o curso de corte em z definido nos requisitos de projeto, impossibilita que os pontos de ancoragem da chapa sejam posicionados de forma ideal. Desse modo, é necessário que uma porção da chapa de suporte do eixo y fique em balanço (Figura 4.6b), reduzindo a rigidez efetiva da estrutura.

Para o dimensionamento do suporte do eixo z, o ponto de aplicação dos carregamentos varia conforme a movimentação do eixo z. Foram avaliadas três posições do eixo z, com os deslocamentos no ponto de corte apresentados na Figura 4.7.

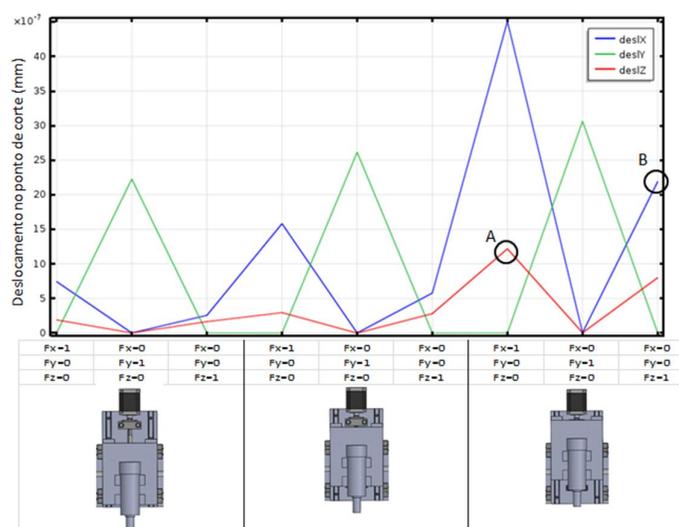


Figura 4.7 – Deslocamentos no ponto de corte devido a deformação do suporte do eixo Z.

Os maiores deslocamentos ocorrem quando o eixo z esta na sua posição mais elevada, o que era esperado uma vez que esta posição apresenta o maior balanço.

Os deslocamentos A e B marcados na Figura 4.7 deveriam ser iguais. A diferença observada significa que a matriz de rigidez não é simétrica, quando deveria obrigatoriamente

ser simétrica. O deslocamento no ponto A é o deslocamento na direção Z causado por uma força em X e o deslocamento no ponto B é o deslocamento na direção X causada por uma força em Z. É possível calcular  $K_{xz}$  e  $K_{zx}$ :

$$k_{xz} = \frac{1N}{12 \cdot 10^{-7} \text{ mm}} \cong 833 \text{ N}/\mu\text{m} \quad k_{zx} = \frac{1N}{22 \cdot 10^{-7} \text{ mm}} \cong 454 \text{ N}/\mu\text{m}$$

A diferença entre os pontos A e B ocorre porque o problema foi modelado de maneira que os carregamentos ocorrem separadamente entre patins e mancais quando aplicada uma força na direção Z. Para o dimensionamento foi considerado sempre a componente de menor rigidez. Desse modo,  $K_{xz} = K_{zx} = 454 \text{ N}/\mu\text{m}$ . A matriz de rigidez do suporte do eixo z, considerando o pior caso, é:

$$k_{\text{sup eixo z}} = \begin{bmatrix} 200 & 0 & 454 \\ & 322 & 0 \\ \text{sim.} & & 1250 \end{bmatrix} \text{ N}/\mu\text{m}$$

#### 4.5 Guias Lineares e Sistema de Acionamento do Eixo X

Como a rigidez deste conjunto depende da posição de corte, deve-se considerar a pior posição possível, que ocorre quando as cotas  $l_z$  e  $l_y$  são máximas. Neste caso a rigidez da viga de ligação que transmite as forças da castanha para o pórtico deve ser considerada (Figura 4.8).

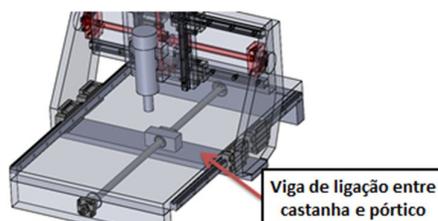


Figura 4.8 – Sistema de acionamento com a viga de ligação.

Este elemento foi modelado como uma viga bi engastada com uma força aplicada no centro. A associação dessa viga com o fuso do eixo x, mais comprido que os demais, acarreta a diminuição da rigidez do Sistema de Acionamento, o que se reflete na rigidez efetiva  $K_{xx}$  do conjunto.

A matriz de rigidez do conjunto composto por guias lineares e SAx:

$$k_{\text{patins + SA}_x} = \begin{bmatrix} 9,5 & 68,3 & -113,9 \\ & 91,6 & 656,7 \\ \text{sim.} & & 79,8 \end{bmatrix} \text{ N}/\mu\text{m}$$

#### 4.6 Suporte do Eixo Y

Assim como o suporte do eixo Z, esta estrutura tem sua rigidez efetiva alterada conforme a posição de corte, sendo analisada em três posições.

Os maiores deslocamentos ocorrem quando a estrutura do eixo z está exatamente no centro do eixo Y. Todas as componentes da matriz de rigidez do suporte serão calculadas com os deslocamentos nesta condição, com exceção da constante  $K_{yy}$  que foi considerada no ponto A marcada na Figura 4.9. Neste ponto é encontrada a menor rigidez  $K_{yy}$  do suporte. A razão para tanto é que já se sabe, pelos resultados das matrizes de rigidez dos outros componentes da máquina, que a rigidez  $K_{yy}$  efetiva da máquina será uma das menores. Fazendo isto o pior cenário esta sendo usado para dimensionar a máquina. A matriz de rigidez resultante é:

$$k_{\text{sup eixo y}} = \begin{bmatrix} 13,7 & 0 & 17,2 \\ & 26,3 & 0 \\ \text{sim.} & & 15,4 \end{bmatrix} \text{ N}/\mu\text{m}$$

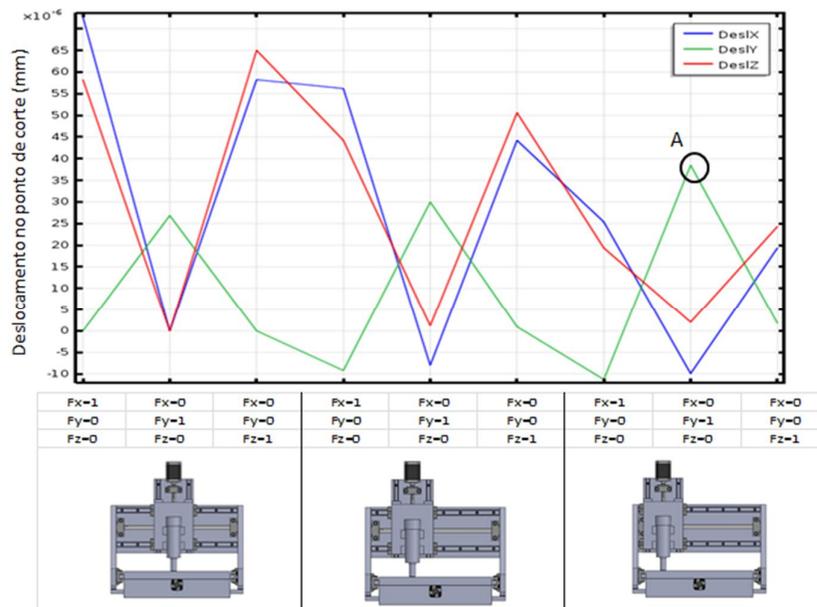


Figura 4.9 – Deslocamentos causados por forças unitárias devido a deformação do suporte do eixo Y.

#### 4.7 Mesa

A análise deve ser feita considerando as deformações que ocorrem devido ao binômio ação-reação das forças que são geradas na interface ferramenta/peça devido ao processo de corte. A solução encontrada foi projetar na mesa uma superfície que representa o ponto de ação das forças geradas no processo de corte e considerar este ponto engastado, enquanto os carregamentos são aplicados nos patins e mancais como já foi feito para os outros casos.

A Figura 4.9 apresentam o caso onde uma força na direção Z é gerada no ponto de corte.

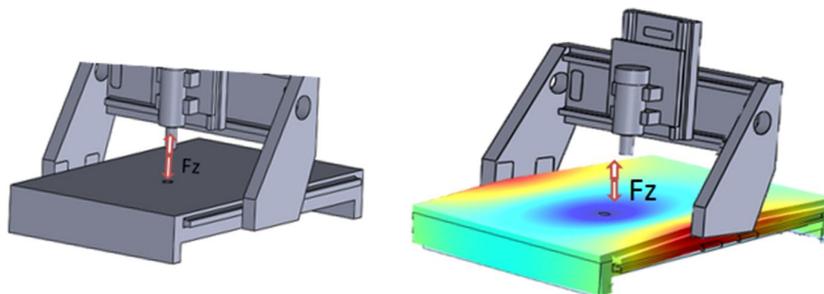


Figura 4.9 – Deformação da mesa devido à forças de corte na direção Z.

O resultado obtido para a rigidez da mesa é:

$$k_{\text{mesa}} = \begin{bmatrix} 200 & 0 & -400 \\ \text{sim.} & 51,3 & 0 \\ & & 71,4 \end{bmatrix} \text{N}/\mu\text{m}$$

Através da associação das matrizes de rigidez obtidas para cada subconjunto obteve-se a matriz de rigidez que representa a rigidez efetiva da fresadora na interface ferramenta/peça:

$$k_{\text{efetiva}} = \begin{bmatrix} 2,9 & 68,3 & 10,2 \\ \text{sim.} & 3,8 & 656 \\ & & 7,5 \end{bmatrix} \text{N}/\mu\text{m}$$

## 6. CONCLUSÕES

O objetivo de dimensionar uma máquina com todas as constantes de rigidez da matriz de rigidez maiores que  $2,6 \text{ N}/\mu\text{m}$  foi atingido.

O método de separar a máquina em diversos subconjuntos se mostra interessante, pois é possível saber qual o subconjunto que mais afeta o resultado. Por exemplo, a maneira mais efetiva para aumentar a rigidez  $K_{xx}$  da máquina é aumentando a rigidez do Sistema de Acionamento do eixo x, visto que este apresenta o menor valor de  $K_{xx}$  dentre todos os subconjuntos.

O modelamento dos patins desconsiderando que os mesmos resistem à rotação leva a uma subavaliação da rigidez dos mesmos, o que favorece a segurança em relação ao dimensionamento da máquina.

Para o dimensionamento de cada subconjunto (mola) da Figura 3.1 foi considerada a posição de corte que geraria a menor rigidez da estrutura. Visto que isso ocorre em posições diferentes para cada caso, a matriz de rigidez efetiva da máquina encontrada representa uma situação impossível de ocorrer, o que também favorece a segurança.

O dimensionamento da rigidez é complicado porque todas as estruturas que se associam em série umas as outras e são omitidas da análise na realidade são consideradas de rigidez infinita, levando a uma superavaliação da rigidez da estrutura. Desse modo, o resultado final é uma rigidez maior que a rigidez real da máquina. Por exemplo, neste trabalho em nenhum momento foram consideradas as juntas entre estruturas. Os trilhos das guias lineares que foram considerados como parte integral das estruturas são na realidade conectados por juntas aparafusadas.

Os resultados do suporte do eixo z indicam que a forma como as estruturas foram carregadas pelos mancais e patins não representa uma maneira adequada de simulação, visto que os resultados geraram uma matriz de rigidez não simétrica. Entretanto, como o resultado que gerou a menor rigidez foi considerado, a solução final foi a favor da segurança.

A metodologia adotada pode ser utilizada tanto no projeto de novas máquinas quanto na adequação das condições de usinagem de máquinas já existentes.

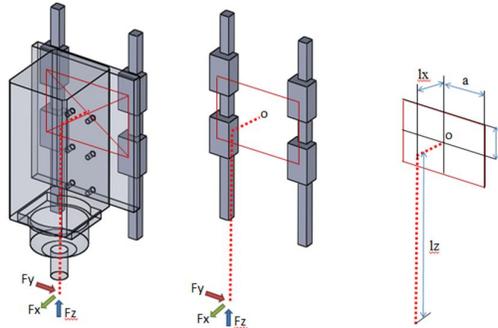
O orçamento de rigidez é muito útil para guiar o projetista com valores para cada estrutura visando uma solução global.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Altintas, Y.; **“Manufacturing Automation – Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations and CNC Design”**, Cambridge University Press, 2nd edition, 2012.
- Bamberg, E.; **“Principles of Rapid Machine Design”**, Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA, 2000.
- Budynas, R.G.; Nisbett, J.K.; **“Shigley’s Mechanical Engineering Design”**, McGraw-Hill, 10th edition, 2014.
- Ferraresi, E.; **“Fundamentos de Usinagem dos Metais”**, Editora Blucher, Primeira Edição, 1970.
- Joshi, P.H.; **“Machine Tools Handbook – Design and Operation”**, McGraw-Hill, 1st edition, 2007.
- Koenigsberger, F; **“Design Principles of Metal-Cutting Machine Tools”**, Pergamon Press, 1<sup>st</sup> edition, 1964.
- Koenigsberger, F; Tlusty, J; **“Machine Tool Structure”**, Pergamon Press, 1st edition, 1970.
- Stoeterau, R. L.; **“Introdução ao Projeto de Máquinas-Ferramentas Modernas”**, Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Mecânica, 2004.
- Witte, H.; **“Máquinas Ferramentas – Elementos Básicos de Máquinas e Técnicas de Construção”**, Hemus, 7ª edição, 1998.

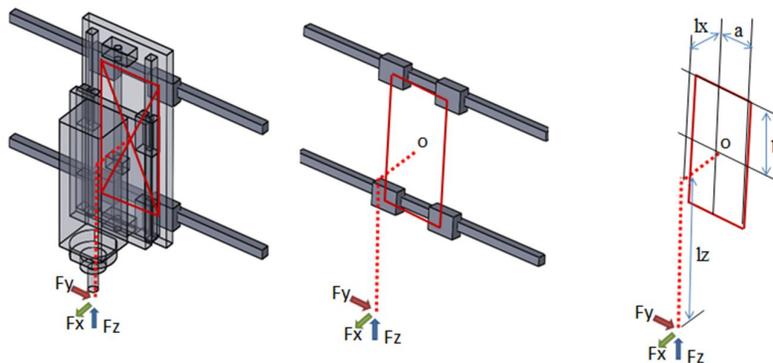
## APÊNDICE A - Matrizes de Rigidez para cada eixo

### EIXO Z



$$k_{patins_z} = \begin{bmatrix} k_{xx_{pZ}} & k_{xy_{pZ}} & k_{xz_{pZ}} \\ sim. & k_{yy_{pZ}} & k_{yz_{pZ}} \\ & & k_{zz_{pZ}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 + \left(\frac{l_z}{b}\right)^2\right)^{-1} & 0 & \frac{b^2}{l_z \cdot l_x} \\ & \left(\left(\frac{l_x}{a}\right)^2 + \left(\frac{l_z}{b}\right)^2 + 1\right)^{-1} & 0 \\ sim. & & \left(\frac{b}{l_x}\right)^2 \end{bmatrix} 4k_p$$

### EIXO Y

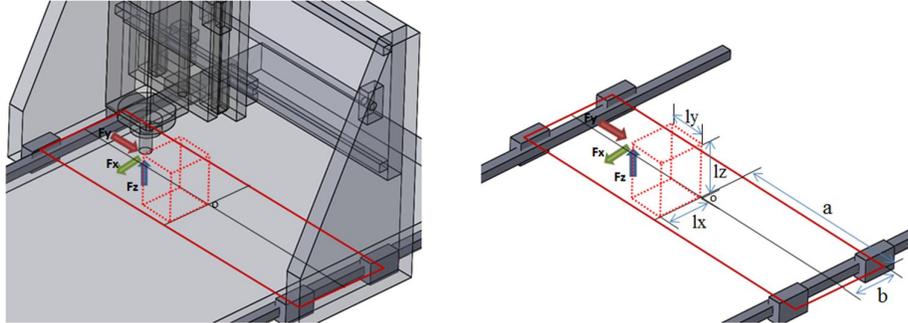


Para o eixo Y, a distância  $l_z$  não é constante. Esta distância varia conforme o eixo Z se move na direção vertical. Para a seleção das guias lineares deve-se considerar o pior caso, que ocorre quando a máquina esta cortando no seu ponto mais baixo (máximo  $l_z$ ).

$$k_{patins_y} = \begin{bmatrix} k_{xx_{pY}} & k_{xy_{pY}} & k_{xz_{pY}} \\ sim. & k_{yy_{pY}} & k_{yz_{pY}} \\ & & k_{zz_{pY}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 + \left(\frac{l_z}{b}\right)^2\right)^{-1} & 0 & \frac{b^2}{l_z \cdot l_x} \\ & \left(\left(\frac{l_x}{a}\right)^2 + \left(\frac{l_z}{a}\right)^2\right)^{-1} & 0 \\ sim. & & \left(1 + \left(\frac{l_x}{b}\right)^2\right)^{-1} \end{bmatrix} 4k_p$$

EIXO X

Para o eixo X as distâncias  $l_y$  e  $l_z$  são variáveis, mudando conforme o ponto de corte se move nos eixos Y e Z. Para a seleção das guias lineares deve-se usar o pior caso, correspondente aos maiores valores de  $l_y$  e  $l_z$ .



$$k_{patins_x} = \begin{bmatrix} k_{xx_{pX}} & k_{xy_{pX}} & k_{xz_{pX}} \\ & k_{yy_{pX}} & k_{yz_{pX}} \\ sim. & & k_{zz_{pX}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b^2}{l_z^2 + l_y^2} & \frac{b^2}{l_y l_x} & -\frac{b^2}{l_z l_x} \\ & \left(1 + \left(\frac{l_x}{b}\right)^2 + \left(\frac{l_z}{a}\right)^2\right)^{-1} & \frac{a^2}{l_y l_z} \\ sim. & & \left(1 + \left(\frac{l_x}{b}\right)^2 + \left(\frac{l_y}{a}\right)^2\right)^{-1} \end{bmatrix} 4k_p$$

**APÊNDICE B**

Cada eixo tem seu conjunto de elementos de máquinas que é composto pelas guias lineares e o sistema de acionamento. A forma como a rigidez do sistema de acionamento é estimada foi apresentada na seção 3.1. O resultado final que é a associação das guias lineares, apresentadas no apêndice B, e o sistema de acionamento resulta nas seguintes matrizes de rigidez para cada eixo.

EIXO Z

$$k_{patins + SA_z} = \begin{bmatrix} k_{xx_{pZ}} & k_{xy_{pZ}} & k_{xz_{pZ}} \\ & k_{yy_{pZ}} & k_{yz_{pZ}} \\ sim. & & \left(\frac{1}{k_{zz_{pZ}}} + \frac{1}{k_{SA_z}}\right)^{-1} \end{bmatrix}$$

EIXO Y

$$k_{patins+SA_y} = \begin{bmatrix} k_{xx_{pY}} & k_{xy_{pY}} & k_{xz_{pY}} \\ & \left(\frac{1}{k_{yy_{pY}}} + \frac{1}{k_{SA_y}}\right)^{-1} & k_{yz_{pY}} \\ sim. & & k_{zz_{pY}} \end{bmatrix}$$

EIXO X

$$k_{patins+SA_x} = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{k_{xx_{pX}}} + \frac{1}{k_{SA_x}}\right)^{-1} & k_{xy_{pX}} & k_{xz_{pX}} \\ & k_{yy_{pX}} & k_{yz_{pX}} \\ sim. & & k_{zz_{pX}} \end{bmatrix}$$

## APÊNDICE C - SOLICITAÇÕES MECÂNICAS DO PROCESSO DE FRESAMENTO

A força de corte pode ser calculada através do produto da pressão de corte  $k_c$  e da área da seção de corte, definida pelo comprimento de corte  $b$  e a largura de corte  $h$  (equação C.1).

$$F_c = k_c \cdot A = k_c \cdot b \cdot h \quad (C.1)$$

Uma vez que a espessura do cavaco no fresamento varia ao longo da trajetória de corte do dente, a área da seção de corte não é constante. A equação C.2 [Altintas, 2012] permite o cálculo da espessura  $h$  do cavaco em um momento durante o corte como uma função do avanço por dente  $f_z$  e do ângulo de contato entre o dente da ferramenta e a peça ( $\phi$ ).

$$h(\phi) = f_z \cdot \text{sen}(\phi) \quad (C.2)$$

Existem diversos métodos para o cálculo da pressão específica de corte. Um dos mais aceitos é através da equação C.3, desenvolvida por Kienzle, 1951.

$$k_c = k_{c1.1} \cdot h^{-mc} \quad (C.3)$$

As forças de avanço e transversal para o fresamento de canal com uma fresa de topo de duas arestas são obtidas através da decomposição da força de corte nas respectivas direções (eq. C.4), como ilustra a Figura C.1.

$$\begin{cases} F_f(\phi) = F_c \cdot \cos(\phi) \\ F_t(\phi) = F_c \cdot \sin(\phi) \end{cases} \quad (C.4)$$

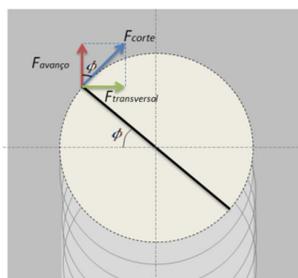


Figura C.1 - Determinação das forças de avanço e transversal no fresamento de canal com fresa de duas arestas.

Para o cálculo da força axial, Horst Witte, 1998 apresenta a equação C.5:

$$F_{axial} = F_c \cdot \tan(\lambda) \quad (C.5)$$

Para o fresamento de canal com uma fresa de topo de 4 arestas (Figura C.2), deve-se considerar a contribuição de cada aresta em corte. Como as forças variam conforme o ângulo de posição deve-se encontrar o ponto onde as forças são máximas em cada direção.

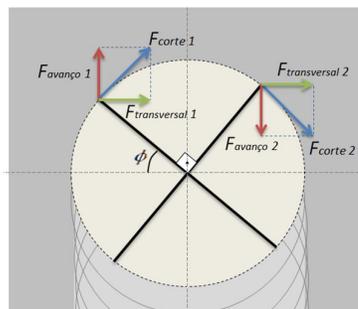


Figura C.2 - Determinação das forças de avanço e transversal no fresamento de canal com fresa de duas arestas.

O torque de corte é calculado através da equação C.6, e a potência requerida para o corte através da eq. C.7.

$$T_c = F_c \cdot \frac{D}{2} \quad (3.1)$$

$$P_c = \frac{2\pi \cdot T_c \cdot n}{60} \quad (3.1)$$

Para o dimensionamento utilizou-se as maiores solicitações encontradas para o fresamento de canal com uma fresa de topo de 4 arestas do catálogo da OSG com 5 mm de diâmetro usinando alumínio com teor de Si > 16%,  $k_{c1.1} = 700$  MPa e  $mc = 0,27$  com uma profundidade de corte de 2,5 mm. A tabela C.1 apresenta as solicitações, o torque e a potência para as condições avaliadas.

Tabela C.1 - Esforços, torque e potência durante a usinagem.

Força de corte máxima (N)	Torque máximo (Nm)	Potência máxima (w)	Força transversal máxima (N)	Força de avanço máxima (N)	Força axial máxima (N)
184	0.46	482	130	13	92

## APÊNDICE D

Conforme Joshi, 2007, a rigidez radial no ponto de corte ( $W$ ) de um eixo-árvore pode ser calculada modelando o problema como uma viga apoiada sob duas molas  $P$  e  $Q$  (Fig. D.1), representando a rigidez radial dos rolamentos do eixo-árvore. Dessa abordagem é obtida a equação D.1,

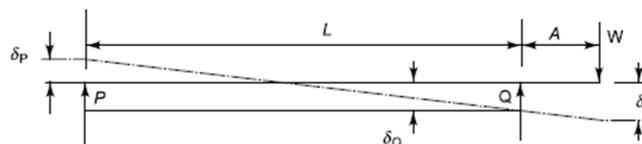


Figura D.1 - modelo usado para o cálculo da rigidez do eixo-árvore (Fonte: Joshi, P.H.; "Machine Tools Handbook", 2007).

$$k_r = \frac{W}{\delta_r} = \frac{A^2}{3E} \left( \frac{L}{I_L} + \frac{A}{I_A} \right) + \delta_Q \left( 1 + \frac{A}{L} \right)^2 + \delta_P \frac{A^2}{L^2} \quad (D.1)$$

Onde  $I_L$  é o momento de Inércia da seção em L,  $I_A$  o momento de Inércia da seção em A, e  $\delta_Q$  e  $\delta_P$  correspondem à flexibilidade radial dos rolamentos Q e P.

Para o dimensionamento foram medidas as dimensões do eixo-árvore utilizado no projeto, subestimando-se a rigidez radial dos rolamentos, considerada igual a  $0,5 \text{ N}/\mu\text{m}$ . Rolamentos de esferas com diâmetro de eixo igual ao do eixo-árvore utilizado apresentam valores entre 10 e 15  $\text{N}/\mu\text{m}$  conforme catálogo da fabricante *TPI Bearings*. A rigidez radial do eixo-árvore estimada considerando a rigidez radial dos rolamentos igual a  $0,5 \text{ N}/\mu\text{m}$  é de 1110  $\text{N}/\mu\text{m}$ , ao menos duas ordens de grandeza maior que os encontrados para os subconjuntos dimensionados neste trabalho.