

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas,  
Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M)

**MÉTODOS ESTOCÁSTICOS APLICADOS A  
DEFINIÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE  
AMOSTRAGEM E HOMOGENEIZAÇÃO**

**Diego Machado Marques**

TESE PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
DOUTOR EM ENGENHARIA

Porto Alegre, RS  
Junho, 2014

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas,  
Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M)

**MÉTODOS ESTOCÁSTICOS APLICADOS A  
DEFINIÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE  
AMOSTRAGEM E HOMOGENEIZAÇÃO**

**Diego Machado Marques**  
Engenheiro de Minas

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais: PPGEM, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia.

Área de concentração: Metalurgia Extrativa e Tecnologia Mineral

Porto Alegre, RS  
Junho, 2014

Essa Tese foi julgada adequada para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia, área de concentração Metalurgia Extrativa e Tecnologia Mineral e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador:

Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Banca examinadora:

Geól. Dr. Diniz Tamantini Ribeiro (Vale)

Prof. Dr. Jair Carlos Koppe (DEMIN/UFRGS)

Prof. Dr. Paulo Salvadoretti (DEMIN/UFRGS)

Prof. Dr. Telmo Roberto Strohaecker  
Coordenador do PPGEM

# Índice

<b>Resumo</b> .....	<b>XV</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>XVII</b>
<b>Capítulo 1</b> .....	<b>1</b>
<b>1 Introdução</b> .....	<b>1</b>
1.1 Meta .....	6
1.2 Objetivos .....	8
1.3 Metodologia .....	8
1.4 Organização da tese .....	12
<b>Capítulo 2</b> .....	<b>13</b>
<b>2 Estimativa de incerteza por simulação geoestatística</b> .....	<b>13</b>
2.1 Estimativa versus simulação .....	13
2.2 Espaço de incerteza .....	15
2.3 Estudo de caso .....	16
2.3.1 Análise dos dados .....	17
2.3.2 Transformação Gaussiana .....	21
2.3.3 Continuidade espacial .....	23
2.3.4 Verificação de multinormalidade .....	26
2.3.5 Geração dos modelos simulados .....	28
2.3.6 Validação das simulações .....	30
2.4 Comentários finais .....	33
<b>Capítulo 3</b> .....	<b>34</b>
<b>3 Princípios de Amostragem</b> .....	<b>34</b>
3.1 Introdução .....	34
3.2 Cálculo para definição de protocolo amostral .....	36
3.1.1 Avaliando a incerteza dos teores nos blocos .....	38
3.1.2 Flutuações estatísticas .....	39
3.1.3 Análise variográfica .....	40
3.1.4 Amostragem usando simulações geoestatísticas .....	43

3.3	Considerações finais .....	49
<b>Capítulo 4.....</b>	<b>50</b>	
<b>4</b>	<b>Princípios de Homogeneização.....</b>	<b>50</b>
4.1	Variabilidade das Características dos Minérios .....	50
4.2	Homogeneidade e heterogeneidade .....	51
4.3	Relação Volume-Variância.....	53
4.4	Estratégias de blendagem e homogeneização .....	55
4.4.1	Blendagem na lavra .....	57
4.4.2	Homogeneização em pilhas .....	58
4.5	Cálculo de redução de variabilidade utilizando pilhas de blendagem e homogeneização.....	64
4.5.1	Avaliando a incerteza dos teores nos blocos .....	67
4.5.2	Redução de variabilidade em função do aumento de massa usando a relação de Krige	69
4.5.3	Redução de variabilidade em função do aumento de massa usando a solução numérica.....	76
4.5.4	Comparativo entre as diferentes técnicas de cálculo e redução de variabilidade	83
4.5.5	Pilhas de homogeneização associadas ao planejamento de lavra.....	85
4.5.6	Redução de variabilidade interna da pilha em função do número de camadas	88
4.6	Comentários finais .....	101
<b>Capítulo 5.....</b>	<b>102</b>	
<b>5</b>	<b>Choosing a proper sampling interval for the ore feeding a processing plant: a geostatistical solution .....</b>	<b>102</b>
<b>Capítulo 6.....</b>	<b>114</b>	
<b>6</b>	<b>An Algorithm to Simulate Ore Grade Variability in Blending and Homogenization Piles</b>	<b>114</b>
<b>Capítulo 7.....</b>	<b>122</b>	
<b>7</b>	<b>Analysis of the dispersion variance using geostatistical simulation and blending piles</b>	<b>122</b>
<b>Capítulo 8.....</b>	<b>129</b>	
<b>8</b>	<b>Conclusões e Recomendações .....</b>	<b>129</b>
8.1	Conclusões .....	129

8.1.1	Amostragem .....	129
8.1.2	Blendagem e homogeneização .....	130
8.2	Recomendações e trabalhos futuros.....	131
<b>9</b>	<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>133</b>

## Lista de Figuras

Figura 1-1: Esquema simplificado das incertezas de teores presentes em um empreendimento mineiro .....	9
Figura 1-2: Sequência metodológica adotada .....	12
Figura 2-1: Variograma da estimativa por (a) krigagem ordinária e (b) por simulação da variável Cd (pontos) com o modelo variográfico dos dados (linha contínua) (adaptado de Goovaerts (1997)).....	14
Figura 2-2: Comparativo entre realidade, estimativa por krigagem e simulação condicional .....	15
Figura 2-3: Flutuações ergódicas (a) nos variogramas e (b) gráfico quantil-quantil resultantes de 12 realizações obtidas por simulação sequencial (linhas azuis) em torno do modelo (linhas pretas) .....	16
Figura 2-4: Vista em planta dos dados do Depósito Capitão do Mato .....	18
Figura 2-5: Histograma da variável sílica global para os (a) dados originais e (b) desagrupados no domínio hematítico.....	19
Figura 2-6: Histograma da variável sílica global para os (a) dados originais e (b) desagrupados no domínio itabirítico .....	19
Figura 2-7: Vista em planta dos dados do Depósito Tamanduá.....	20
Figura 2-8: Histograma da variável sílica global para os (a) dados originais e (b) desagrupados no domínio hematítico.....	20
Figura 2-9: Histograma da variável sílica global para os (a) dados originais e (b) desagrupados no domínio itabirítico .....	21
Figura 2-10: Processo gráfico de transformação da distribuição original (z-valores) em y-valores. Fonte: Goovaerts, 1997: p. 268 .....	22
Figura 2-11: Histograma dos dados normalizados para (a) hematita e (b) itabirito do Depósito Capitão do Mato .....	23
Figura 2-12: Histograma dos dados normalizados para (a) hematita e (b) itabirito do Depósito Tamanduá .....	23
Figura 2-13: Variograma experimental (pontos) e modelado (linha contínua) na direção de máxima (azul) e intermediária (verde) e mínima (vermelho) continuidade espacial para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Capitão do Mato .....	25
Figura 2-14: Variograma experimental (pontos) e modelado (linha contínua) na direção de máxima (azul), intermediária (verde) e mínima (vermelho) continuidade espacial para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Tamanduá .....	25

Figura 2-15: Média das médias para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Capitão do Mato .....	29
Figura 2-16: Variância das médias para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Capitão do Mato .....	29
Figura 2-17: Média das médias para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Tamanduá .....	29
Figura 2-18: Variância das médias para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Tamanduá .....	30
Figura 2-19: Reprodutibilidade da estatística para as 50 realizações (linhas cinza), em função dos dados amostrais (linha vermelha) para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Capitão do Mato .....	30
Figura 2-20: Reprodutibilidade da estatística para as 50 realizações (linhas cinza), em função dos dados amostrais (linha vermelha) para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Tamanduá .....	31
Figura 2-21: Variograma modelado e flutuações ergódicas para (a) direção de máxima, (b) intermediária e (c) mínima continuidade espacial para o domínio hematítico do Depósito Capitão do Mato .....	31
Figura 2-22: Variograma modelado e flutuações ergódicas para (a) direção de máxima, (b) intermediária e (c) mínima continuidade espacial para o domínio itabirítico do Depósito Capitão do Mato .....	32
Figura 2-23: Variograma modelado e flutuações ergódicas para (a) direção de máxima, (b) intermediária e (c) mínima continuidade espacial para o domínio hematítico do Depósito Tamanduá .....	32
Figura 2-24: Variograma modelado e flutuações ergódicas para (a) direção de máxima, (b) intermediária e (c) mínima continuidade espacial para o domínio itabirítico do Depósito Tamanduá.....	32
Figura 3-1: Série temporal dos teores emulando o fluxo contínuo de uma correia transportadora. A linha vermelha representa o teor máximo e a linha azul o teor mínimo de SiO <sub>2</sub> entre as 50 realizações para cada SMU de 16 m <sup>3</sup> .....	39
Figura 3-2: Flutuações dos teores de SiO <sub>2</sub> durante os 31 dias do período analisado para a (a) simulação 23 e a (b) simulação 42. A linha preta representa a média e as linhas tracejadas representam 68% do intervalo de confiança dos teores para cada dia (a partir de 908 amostras) .....	40
Figura 3-3: Variogramas Experimental calculado para a simulação usando dados de 23 do (a) dia 8 e (b) dia 12 de março. Cada h representa cerca de 95 segundos .....	41



Figura 3-4: Variogramas Experimental calculado para a simulação usando dados de 46 do (a) dia 3 e (b) dia 26 de março. Cada h representa cerca de 95 segundos .....	42
Figura 3-5: Ilustração de como os teores estão associadas com um intervalo de tempo e o ato de assumir $y_i$ como o teor do intervalo $t_i$ leva a um erro (variância de extensão).....	43
Figura 3-6: Teores médios para os 31 dias de março de 2004, utilizando a simulação 23 como referência. A linha preta representa a média e as linhas tracejadas representam 68% de intervalo de confiança dos teores para cada dia (a partir de 908 amostras). A linha vermelha representa a média obtida para cada dia com (a) 10 e (b) 40 incrementos (ou amostras) .....	45
Figura 3-7: Teores médios para os 31 dias de março de 2004, utilizando a simulação 42 como referência. A linha preta representa a média e as linhas tracejadas representam 68% de intervalo de confiança dos teores para cada dia (a partir de 908 amostras). A linha vermelha representa a média obtida para cada dia com (a) 10 e (b) 40 incrementos (ou amostras) .....	45
Figura 3-8: Erro relativo versus o número de incrementos para todos os períodos (dias) analisados usando a simulação 23 como referência .....	46
Figura 3-9: Erro relativo versus o número de incrementos para todos os períodos (dias) analisados usando a simulação 42 como referência .....	47
Figura 3-10: Erro relativo versus número de incrementos amostrados. Dois modelos simulados foram utilizados como os teores de referência (teores “reais”).....	48
Figura 3-11: Desvio padrão do erro relativo versus número de incrementos amostrados. Dois modelos simulados foram utilizados como os teores de referência (teores “reais”) .....	49
Figura 4-1: Exemplos de formas de heterogeneidade presentes em lotes (a) não homogeneizados, (b) segregados e (c) homogeneizados .....	52
Figura 4-2: Relação de aumento/diminuição da variância com o aumento/diminuição do suporte (Pilger, 2000).....	53
Figura 4-3: (a) Contraste entre o espalhamento da distribuição dos blocos e dos dados amostrais e (b) histogramas de diferentes tamanhos de blocos para a mesma variável (Pilger, 2000) .....	54
Figura 4-4: Comportamento esperado pela relação volume-variância (Marques, 2010). .....	55
Figura 4-5: Esquema de simplificado das estratégias de homogeneização presente no complexo Vargem Grande (Marques, <i>et al.</i> , 2009).....	57
Figura 4-6: Homogeneização em pilhas (adaptado de Schofield, 1980).....	59

Figura 4-7: Pilha com retomador de correntes de caçamba. (FLSmith (s. d)). Disponível em: < <a href="http://www.flsmidth.com/en-US/Industries/Categories/Products/Material+Handling/Storage/Bucket+Excavator+Store/BE+-+Bucket+Excavator+Store">http://www.flsmidth.com/en-US/Industries/Categories/Products/Material+Handling/Storage/Bucket+Excavator+Store/BE+-+Bucket+Excavator+Store</a> >. Acessado em 13/04/2010 .....	60
Figura 4-8: Pilha do tipo circular (FLSmith (s. d)). Disponível em: < <a href="http://www.flsmidth.com/en-US/Products/Product+Index/All+Products/Storage/Circular+Blending+Store+System/CBS+-+Circular+Blending+System">http://www.flsmidth.com/en-US/Products/Product+Index/All+Products/Storage/Circular+Blending+Store+System/CBS+-+Circular+Blending+System</a> >. Acessado em 13/04/2010 .....	61
Figura 4-9: Pilha do tipo longitudinal (FLSmith). Disponível em: < <a href="http://www.flsmidth.com/en-US/Products/Product+Index/All+Products/Storage/Longitudinal+Bridge+Scraper+Store/BS+-+Longitudinal+Bridge+Scraper+Store">http://www.flsmidth.com/en-US/Products/Product+Index/All+Products/Storage/Longitudinal+Bridge+Scraper+Store/BS+-+Longitudinal+Bridge+Scraper+Store</a> >. Acessado em 13/04/2010 .....	62
Figura 4-10: Pilhas longitudinais em linha (eixos coincidentes) (Schofield, 1980).....	63
Figura 4-11: Pilhas paralelas com empilhadeira de torre giratória.....	63
Figura 4-12: Principais esquemas de empilhamento utilizados: (a) chevron (b) windrow (c) chevron-windrow (Schofield, 1980).....	64
Figura 4-13: Relação entre o comprimento do pátio e o investimento em equipamentos (Oyler, 1977).....	66
Figura 4-14: Série temporal dos teores alimentando as pilhas de blendagem (homogeneização). A linha vermelha representa o teor máximo e a linha azul o teor mínimo de SiO <sub>2</sub> entre as 50 realizações para cada SMU de 1.000 m <sup>3</sup> .....	68
4-15: Variograma temporal para a simulação (a) #30 e simulação (b) #46. Cada h representa aproximadamente o tempo (t) de 2 h e 55 min. Os pontos verdes representam o variograma experimental e a linha preta contínua representa o modelo variográfico.....	71
Figura 4-16: Variância de dispersão de SMUs de 1.000 m <sup>3</sup> em diferentes tamanhos de pilhas (aumento de massa) para a simulação #32 .....	72
Figura 4-17: Variância de dispersão de SMUs de 1.000 m <sup>3</sup> em diferentes tamanhos de pilhas (aumento de massa) para a simulação #46 .....	73
Figura 4-18: Decaimento da variabilidade devido ao aumento da massa para simulação #30. $\sigma^2(v/V)$ refere-se à variação de dispersão de v (SMU) dentro de uma unidade maior, V (pilhas de blendagem), $\sigma^2(V/D)$ refere-se à	

variação entre as pilhas de blendagem ao longo de D (ano analisado), e $\sigma^2(v/D)$ refere-se à variação de dispersão de v (SMU) em D (ano analisado).....	74
Figura 4-19: Decaimento da variabilidade devido ao aumento da massa para simulação #46. $\sigma^2(v/V)$ refere-se à variação de dispersão de v (SMU) dentro de uma unidade maior, V (pilhas de blendagem), $\sigma^2(V/D)$ refere-se à variação entre as pilhas de blendagem ao longo de D (ano analisado), e $\sigma^2(v/D)$ refere-se à variação de dispersão de v (SMU) em D (ano analisado).....	75
Figura 4-20: Redução de variabilidade devido ao aumento de massa para todas as 50 simulações usando a relação de Krige .....	76
Figura 4-21: Modelo geométrico teórico de pilha adotado .....	77
Figura 4-22: Gráfico de redução de variabilidade em função do incremento de massa, para 50 cenários equiprováveis .....	79
Figura 4-23: Série temporal das pilhas de 50 kt. A linha Azul representa o menor teor e o vermelho o maior teor de sílica obtido a partir dos 50 cenários equiprováveis .....	80
Figura 4-24: Série temporal das pilhas de 200 kt toneladas. A linha Azul representa o menor teor e o vermelho o maior teor de sílica obtido a partir dos 50 cenários equiprováveis.....	80
Figura 4-25: Série temporal das pilhas de 450 kt toneladas. A linha Azul representa o menor teor e o vermelho o maior teor de sílica obtido a partir dos 50 cenários equiprováveis.....	81
Figura 4-26: Série temporal dos blocos que alimentam o algoritmo de emulação de pilhas (linha cinza) e série temporal das pilhas formadas (em vermelho) para a simulação #30. A linha preta pontilhada representa a média da simulação .....	82
Figura 4-27: Série temporal dos blocos que alimentam o algoritmo de emulação de pilhas (linha cinza) e série temporal das pilhas formadas (em vermelho) para a simulação #46. A linha preta pontilhada representa a média da simulação .....	83
Figura 4-28: Decaimento da variabilidade devido ao aumento da massa para simulação #30. A linha vermelha representa o resultado obtido pela relação de Krige e a linha azul o resultado obtido pela relação numérica.....	84

Figura 4-29: Decaimento da variabilidade devido ao aumento da massa para simulação #46. A linha vermelha representa o resultado obtido pela relação de Krige e a linha azul o resultado obtido pela relação numérica.....	85
Figura 4-30: Vista em planta da localização dos blocos no depósito Capitão do Mato, onde os pontos cinzas são os blocos lavrado em 2004, os pontos azuis são os blocos da pilha 42 e os pontos vermelhos são os blocos da pilha 100 .....	87
Figura 4-31: Vista em planta da localização dos blocos no depósito Tamanduá, onde os pontos cinzas são os blocos lavrado em 2004, os pontos azuis são os blocos da pilha 42 e os pontos vermelhos são os blocos da pilha 100 .....	87
Figura 4-32: Deposição e retomada na pilha Chevron (Schofield, 1980) .....	89
Figura 4-33: Ilustração do efeito de homogeneização em pilhas longitudinais (adaptado de Schofield, 1980) .....	90
Figura 4-34: Gráfico de redução de variabilidade em função do número de camadas para pilhas geradas com vazão do material de 1.5 m <sup>3</sup> /m .....	93
Figura 4-35: Comprimento médio das pilhas de homogeneização para diferentes números de camadas (vazão de 1.5 m <sup>3</sup> /m) .....	94
Figura 4-36: Gráfico de redução de variabilidade em função do número de camadas para pilhas geradas com vazão do material de 4,5 m <sup>3</sup> /m .....	95
Figura 4-37: Comprimento médio das pilhas de homogeneização para diferentes números de camadas (vazão do material de 4,5 m <sup>3</sup> /m) .....	96
Figura 4-38: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 60 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m <sup>3</sup> /m e (b) 20 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m <sup>3</sup> /m. A linha azul representa o menor teor e o vermelho o maior teor de sílica obtido a partir dos 50 cenários equiprováveis.....	97
Figura 4-39: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 60 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m <sup>3</sup> /m e (b) 20 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m <sup>3</sup> /m para a simulação #30. A linha preta pontilhada representa a média da simulação .....	97
Figura 4-40: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 60 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m <sup>3</sup> /m e (b) 20 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m <sup>3</sup> /m para a simulação #46. A linha preta pontilhada representa a média da simulação .....	98
Figura 4-41: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 60 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m <sup>3</sup> /m e (b) 20 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m <sup>3</sup> /m. A linha Azul	

representa o menor teor e o vermelho o maior teor de sílica obtido a partir dos 50 cenários equiprováveis .....	98
Figura 4-42: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 60 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m <sup>3</sup> /m e (b) 20 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m <sup>3</sup> /m para a simulação #30. A linha preta pontilhada representa a média da simulação .....	99
Figura 4-43: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 60 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m <sup>3</sup> /m e (b) 20 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m <sup>3</sup> /m para a simulação #46. A linha preta pontilhada representa a média da simulação .....	99
Figura 4-44: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 60 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m <sup>3</sup> /m e (b) 20 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m <sup>3</sup> /m. A linha azul representa o menor teor e o vermelho o maior teor de sílica obtido a partir dos 50 cenários equiprováveis .....	100
Figura 4-45: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 60 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m <sup>3</sup> /m e (b) 20 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m <sup>3</sup> /m para a simulação #30. A linha preta pontilhada representa a média da simulação .....	100
Figura 4-46: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 60 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m <sup>3</sup> /m e (b) 20 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m <sup>3</sup> /m para a simulação #46. A linha preta pontilhada representa a média da simulação .....	101

## Lista de tabelas

Tabela 2.1: Resultados do teste de bigaussianidade baseado na Equação 2.8 para a variável Si (%) no domínio hematítico do Depósito Capitão do Mato.....	26
Tabela 2.2: Resultados do teste de bigaussianidade baseado na Equação 2.8 para a variável Si (%) no domínio itabirítico do Depósito Capitão do Mato.....	27
Tabela 2.3: Resultados do teste de bigaussianidade baseado na Equação 2.8 para a variável Si (%) no domínio hematítico do Depósito Tamanduá.....	27
Tabela 2.4: Resultados do teste de bigaussianidade baseado na Equação 2.8 para a variável Si (%) no domínio itabirítico do Depósito Tamanduá.....	28
Tabela 4-21: Resultados na redução de variabilidade no cenário com maior redução de variabilidade (26) e o de menor redução de variabilidade (49) para pilhas de 200 kt.....	81

# Resumo

Estimar os teores de minério alimentando uma usina de beneficiamento não é uma tarefa trivial e é uma contínua fonte de controvérsia na indústria de mineração. Os teores determinados como parte do planejamento de lavra de curto prazo muitas vezes não são reproduzidos pela amostragem do fluxo contínuo de minério na planta, devido a problemas na amostragem e/ou interpolação de baixa qualidade de teores. Os teores são normalmente obtidos por amostragens periódicas do fluxo contínuo durante um dia ou por turnos e tomando a média das múltiplas amostras recolhidas. O erro padrão do teor médio depende da variabilidade do minério e a frequência (número) de amostras. Quanto maior o número de amostras coletadas, maior será a precisão da média calculada. Experimentos variográficos são normalmente utilizados para mapear a variabilidade dos teores durante certo período, e a variância de extensão é derivada desse variograma. Esta abordagem é demorada, cara e complicada, e, por conseguinte, a sua utilização é muitas vezes evitada na indústria de mineração. Em alguns casos, as pilhas de homogeneização são utilizadas na indústria de mineração para a redução da variabilidade nos teores de minério que alimentam as plantas de beneficiamento, fornecidos pelo planejamento mina de curto prazo. Vários métodos são utilizados no design das pilhas de homogeneização, e a maioria não incorporam o a variabilidade *in situ* que é intrínseca ao depósito mineral. A metodologia proposta aqui investiga uma nova abordagem baseada em simulação dos teores de minério que alimenta a planta de beneficiamento e as pilhas de homogeneização. Modelos tridimensionais dos teores *in situ* são construídos usando simulações geoestatísticas. A continuidade espacial dos teores e sua variabilidade são reproduzidos em modelos com as mesmas características do depósito real. Estes modelos são utilizados no planejamento de mina e sequenciamento de lavra, transformando um modelo de blocos tridimensionais em uma sequência unidimensional de valores que alimentam a planta de beneficiamento (fluxo unidimensional) e/ou a pilha de homogeneização. O método combina pilhas longitudinais e simulações geoestatísticas para emular a variabilidade *in situ*, bem como a variabilidade dos teores da pilha retomada. Foi desenvolvido dois algoritmos de emulação: um para emular o processo de amostragem de fluxo contínuo e um emulador de blendagem/homogeneização para pilhas de homogeneização longitudinais. No algoritmo de amostragem, é emulado o intervalo de amostragem de um fluxo contínuo baseado unicamente em simulações geoestatísticas que imitam o processo de extração de várias amostras a intervalos diferentes e o erro relativo calculado para cada plano de amostragem, comparando a média das amostras contra a média real (média de todas as amostras do fluxo contínuo emulada). No emulador de blendagem/homogeneização, em que a entrada consiste na sequência pré-definida de lavra, o algoritmo foi aplicado a vários cenários simulados do depósito mineral. Esta sequência é rearranjada pelo algoritmo, que seleciona os blocos que formam a pilha de cada modelo de

blocos simulado, e simula a operação de empilhamento e retomada do material. Usando esta metodologia pode-se avaliar, dentro de um determinado período de tempo, a variabilidade dos teores para vários tamanhos de pilha, bem como a variabilidade interna dos teores da pilha quando determinada pilha é retomada. Os resultados de um estudo de caso em duas grandes minas de ferro mostraram consistência e forneceu estimativas satisfatórias de o erro de amostragem para vários intervalos de amostragem, utilizando os teores simulados. Além disso demonstra-se que a taxa de variabilidade nas pilhas de homogeneização diminui à medida que o tamanho da pilha aumenta e a variabilidade interna teores diminui para um dado tamanho de pilha, quando o número de camadas na pilha é aumentado.



# Abstract

Estimating the head grades from the ore feeding a processing plant is not a trivial task and is a continuing source of controversy in the mining industry. Grades determined as part of short-term mine planning are frequently not reproduced by sampling the continuous flow of ore at the plant, due to problems in the sampling and/or due to poor grade interpolations. Head grades are normally obtained by sampling the continuous flow periodically during a day or shift and taking the average of the multiple samples collected. The standard error of this mean grade depends on the ore variability and the frequency (number) of samples. The more samples that are taken, the higher the precision of the calculated mean. Variographic experiments are normally used to map grade variability during a certain period, and the extension variance is derived from this variogram. This approach is time-consuming, expensive, and cumbersome, and therefore its use is often avoided in the mining industry. In some cases, homogenization piles are used in the mining industry for variability reduction in the head grades of the ore feeding the processing plants provided by the short-term mine planning. Various methods are used when designing homogenization piles, and most fail to incorporate the in situ grade variability that is intrinsic to the mineral deposit. The methodology proposed here investigates a novel approach based on simulating the grades of ore feeding the processing plant and the homogenization piles. In situ three-dimensional grade models are constructed using geostatistical simulations. Grade spatial continuity and variability are reproduced in models with the same characteristics of the real deposit. These models are used in mine planning and scheduling, transforming a three-dimensional block model into a one-dimensional string of values feeding the plant (one-dimensional flow) and/or the homogenization pile. The method combines longitudinal piles and geostatistical simulations to emulate the in situ variability as well as the reclaimed pile grade variability. It has been developed two emulator algorithms: one to emulate the process of sampling of continuous flow and a blending/homogenization emulator for longitudinal stockpiles. In the sampling algorithm, it is emulated the sampling interval from a continuous flow based solely on geostatistical simulations mimicking the process of extracting various samples at different intervals and calculate for each sampling scheme the relative error by comparing the average of the samples against the true mean (mean of all samples in the emulated continuous flow). In the blending/homogenization emulator, where the input consists of the pre-defined mining sequence, the algorithm has been applied to several simulated scenarios of the mineral deposit. This sequence is re-arranged by the algorithm, which selects the blocks that will form the pile of each simulated block model, and simulates the operation of the stacking and reclaiming equipment. Using this methodology one can evaluate, within a certain period, the expected grade variability for various pile sizes as well as the internal grade variability when a given pile is reclaimed.

Results from a case study at two large iron mines showed consistency and provided satisfactory estimates of the sampling error for various sampling intervals using the simulated grades. Also, it is demonstrated that the rate of variability in the homogenization piles decreases as the pile size increases and the internal grade variability decreases for a given pile size, when the number of layers in the pile is increased.

# Capítulo 1

## Introdução

Diversas são as fontes de incerteza em um empreendimento mineiro, desde os erros associados a análises químicas realizadas nas amostras obtidas por sondagem, passando pelas definições dos contatos em um modelo geológico e chegando a problemas de reconciliação na planta. Sabe-se da existência desses erros, mas pouco é feito para mapear as incertezas associadas aos modelos de referência (modelo de teores, modelo geológico, entre outros).

Como o planejamento de lavra é tradicionalmente baseado no modelo geológico do corpo mineral (e o nos blocos com os teores incluídos), esse feito de forma determinístico-interpretativo, pode haver discrepâncias entre os volumes de material calculado e o extraído. Isso ocorre, pois, a definição do corpo mineral em locais onde não há informação próxima deve ser inferido, e a variabilidade dos contatos geológicos é subestimada. Além disso, os teores estimados são obtidos através de informações provenientes de sondagens, que muitas vezes possuem um espaçamento muito grande entre si. Desse modo, a complexidade do fenômeno e a pouca informação disponível impedem de se construir um modelo da distribuição espacial do minério com uma abordagem determinística.

A aplicação de técnicas geoestatísticas ajudam na construção de modelos das variáveis de interesse, interpoladas por meio de krigagem ordinária ou qualquer outra técnica derivada da citada. Mas, esse procedimento pode não incorporar a incerteza associada ao valor interpolado de forma satisfatória, sendo a variância dos valores estimados é menor que a variância dos dados originais. Há, também, limitações associadas ao uso da variância de krigagem como uma medida da incerteza, sendo este tópico discutido extensivamente dentro da literatura (David, 1977; Isaaks & Srivastava, 1989).

Já a simulação geoestatística tem como objetivo reproduzir a variabilidade *in situ*, incluindo a reprodução da continuidade espacial do conjunto de dados de entrada. O depósito simulado possui a vantagem de ter conhecido uma realização do atributo de interesse em todos os pontos e não apenas os pontos amostrais. Isto auxilia na análise de questões financeiras ou relacionadas ao planejamento de lavra, ajudando a avaliar os potenciais riscos durante o processo de decisão. Estes depósitos simulados são também chamados de modelos numéricos do depósito real (Journel & Huijbregts, 1978).

As primeiras aplicações de simulação geoestatística em mineração remontam a década de 1970 e início da década de 1980 (David, 1973; David *et al.*, 1974; Journel & Huijbregts, 1978). A simulação geoestatística possui uma variedade de aplicações na indústria mineral, incluindo:

- i. estudo de continuidade espacial de teores (Nowak *et al.*, 1993);
- ii. Otimização de locação amostral para a exploração avançada (Pilger, 2000);
- iii. avaliações de recursos e reservas (Souza *et al.*, 2004);

- iv. planejamento de lavra (Blackwell *et al.*, 1999; Bonato *et al.*, 2000; Gambin *et al.*, 2005);
- v. análise de risco financeiro (Ravenscroft, 1992; Rossi, 1999);
- vi. blendagem e homogeneização (Marques & Costa, 2013);
- vii. risco em estimativa de recursos (Costa, 1997);
- viii. qualquer combinação dos citados acima.

Modelos usados deste modo reproduzem a estrutura espacial e o conjunto de dados como um todo, em lugar de prover estimativas locais precisas e acuradas de um atributo em locais particulares. O modelo simulado é condicionalmente simulado se reproduzir as características de dispersão do conjunto de dados original, dada pelo seu histograma, e sua continuidade espacial dada pelo seu semivariograma, além de reproduzir os dados em locais simulados que coincidam com as coordenadas dos mesmos. Em um modelo condicionalmente simulado é possível endereçar perguntas que recorrem à dispersão dos teores durante a mineração ou processamento, desde que as características de dispersão dos dados originais sejam mantidas. Quanto melhor a continuidade espacial e a variabilidade do depósito puderem ser descritas, mais adequado numericamente será o modelo simulado.

Ao utilizar-se as variáveis de interesse interpoladas no planejamento de lavra, não levando em consideração as incertezas associadas a essas estimativas, pode-se gerar discrepâncias entre os teores previstos e os teores realmente minerados. Estes últimos obtidos por amostragem normalmente na alimentação da unidade de beneficiamento do minério. Essa discrepância é chamada de problema de reconciliação mina/usina e pode ter uma série de outras causas, além da incerteza associada a quantidade e qualidade do minério. Dentre as causas de viés nos teores tem-se os causados por má amostragem, e pode-se destacar a perda de material fino (o que pode levar a uma subestimativa ou superestimativa dos teores do minério na amostra), a amostragem manual (que pode levar à segregação de partículas) e a amostragem insuficiente em termos de número de incrementos extraídos na amostragem. Além das causas operacionais, muitos erros estão relacionados com a má amostragem e representatividade das amostras. Embora quase todos os erros possam ser eliminados, existe um erro, denominado Erro Fundamental (Gy, 1998), que não pode ser eliminado, mesmo sob as circunstâncias mais favoráveis. Segundo Grigorieff (2002), no caso da indústria mineral, o controle de qualidade pode ser dividido em três etapas:

- amostragem ou seleção da amostra;
- preparação da amostra;
- análise da amostra preparada.

A amostragem pode ser entendida como sendo uma operação de retirada de uma fração representativa de um lote maior que se deseja caracterizar. Uma amostra é representativa quando há uma combinação de precisão e reprodutibilidade. A reprodutibilidade (acurácia) é definida como a ausência de viés ou erro sistemático. A precisão é definida como uma baixa dispersão dos valores das

amostras em torno de sua média. É uma propriedade da variância dos erros de amostragem, o qual deve ser mínimo (Gy, 1998). Como o erro médio e variância do erro nunca são exatamente zero, a amostra pode ser considerada representativa quando esses dois fatores são menores do que os respectivos valores máximos aceitáveis.

O programa de amostragem, para apresentar resultados satisfatórios, precisa ser tanto acurado quanto preciso. Embora existam diversas técnicas de amostragem, estas são muitas vezes negligenciadas, devido às dificuldades de operação dos métodos existentes. Em consequência, as avaliações da qualidade dos minérios lavrados e produtos concentrados são baseadas em amostras com sérios erros sistemáticos (tendenciosos), provocando problemas para a aceitação dos lotes ou para a economicidade dos processos onde estes minérios serão usados. A teoria da amostragem foi primeiramente proposta por Gy (1951), mas por muito tempo não foi utilizada no meio científico e, conseqüentemente, no meio industrial.

Existe diversos estudos que mostram como deve ser feita amostragem não tendenciosas em fluxo contínuo de material, tais como Gy & Marin (1978), onde são descritos os experimentos efetuados e apresentados resultados obtidos para a definição das condições da extração dos incrementos de forma correta. Saunders & Robinson (1988) introduzem a amostragem aleatória restrita estratificada, propondo um método de amostragem que se intercala entre a amostragem sistemática e a amostragem estratificada randômica. Saunders *et al.* (1989) propõem um método simplificado para medida da variância do erro, empregando somente resultados de variogramas lineares, e Saunders *et al.* (1989) determina a variância do erro da amostragem de uma corrente em movimento através do método variográfico simplificado

Desse modo, a frequência com que essa extração dos lotes é feita irá influenciar a precisão dos resultados, levando a uma reconciliação satisfatória entre a lavra e a planta de beneficiamento. Sendo assim, é imperativo utilizar um intervalo de coleta associado a um número de incrementos que reduza significativamente o erro da estimativa associada a essa amostragem.

Desenvolver uma estratégia de amostragem apropriada em um fluxo contínuo de material que irá alimentar a planta de beneficiamento (ou pilha de homogeneização) é uma parte crítica em um processo de análise e diversas são as técnicas para determinar a estratégia de amostragem. Segundo Sans (2005), dois aspectos devem ser claramente considerados:

- a variabilidade do teor relacionada com o tempo em um fluxo de minério alimentando a planta de beneficiamento irá influenciar o espaçamento e o número de incrementos a serem retirados da correia transportadora durante um turno.
- a heterogeneidade do minério em cada incremento irá influenciar o protocolo de preparação da amostra.

A execução de um protocolo amostral adequado garante apenas acesso a medida do erro entre o teor real e o previsto pela amostra coletada, mas não atenua a variabilidade dos teores no fluxo

contínuo da alimentação da planta de beneficiamento. Ou seja, o problema da variabilidade do minério persiste. Assim sendo, existem duas possibilidades para a redução dessa variabilidade. Uma delas consiste na alteração da sequência de lavra, combinando minério de distintas frentes com vistas a manter os teores o mais estacionário possível. Através dessa combinação, é possível realizar uma blendagem, minerando materiais, que por si só não poderiam ser alimentados isoladamente em uma planta de beneficiamento.

Todos os depósitos minerais têm variabilidade de teores em sua composição. Dependendo do tipo de mineralização, existem diferentes escalas de variabilidade. Vários métodos de lavra podem ser utilizados para reduzir essa variabilidade, na tentativa de reduzir a diluição que ocorre na lavra separando seletivamente o estéril do minério e manter os teores que alimentam a planta de beneficiamento tão constantes quanto possível.

Obviamente, para cada tipo de depósito mineral existe um método de lavra ideal, capaz de produzir um produto com o teor médio requerido para o processamento, a um custo razoável e uma taxa de produção adequada (Parker, 1979). No entanto, existem alguns casos em que um método de lavra apropriado não é suficiente para assegurar que o ROM (Run of Mine) tenha as características desejadas para a alimentação da planta de beneficiamento ou para atender a especificação de um produto final.

Comum a todos os métodos de lavra é a noção do Selective Mining Unit (SMU), ou seja, menor unidade que se possa seletivamente lavar-se separadamente o minério ou o estéril (Parker, 1979). Considerando uma SMU de pequeno volume, é natural que existam algumas com altos teores e outras com baixos teores. Essas diferenças nos teores das SMUs podem ser medida pela sua variância. À medida que o tamanho da SMU aumenta, ele tenderá a incluir uma mistura de teores elevados e baixos, reduzindo a variância dos teores das diversas SMUs (convergindo para a média da população de acordo com o teorema do limite central). Note, que a média final dos teores de todos os blocos se mantém constante em todos os casos.

A relação de Krige ou Aditividade das Variâncias (Krige, 1951 e 1981) é uma relação de volume-variância, constatada experimentalmente pela D. G. Krige usando os dados dos depósitos de ouro de Witwatersrand. Nesta relação, dispersão de uma pequena unidade  $v$  dentro do depósito é igual à soma de a dispersão de  $v$  dentro de uma unidade maior  $V$  e a dispersão destas unidades  $V$  dentro do depósito “ $D$ ” (Dowd, 1993).

A relação entre essas três variâncias é dada por:

$$\sigma^2(v/D) = \sigma^2(v/V) + \sigma^2(V/D) \quad (1-1)$$

Conhecendo os princípios da relação de Krige e a relação do volume-variância, seria possível analisar a redução da variabilidade usando pilhas de blendagem (homogeneização) de vários tamanhos. Pilhas de blendagem (homogeneização) podem ser utilizados como parte de um sistema de controle de qualidade, de modo a reduzir a variabilidade do material na unidade de beneficiamento.

O oposto da homogeneidade é dado pela heterogeneidade que é uma propriedade estrutural primária de toda a matéria, ou seja, todos os sólidos particulados, seco, molhado, em suspensão na água ou no ar são heterogêneos. De acordo com Gy (1998), quando as partes que formam um material não são estritamente idênticas, o material é considerado heterogêneo. A heterogeneidade pode ser analisada sob dois aspectos diferentes, nomeadamente relacionadas com a constituição e com a distribuição do material. A heterogeneidade de constituição refere-se às características intrínsecas do material, e consiste nas diferenças que existem entre as partículas ou fragmentos constituintes de um lote (L). A mistura ou blendagem das partículas constituintes do lote não tem qualquer influência sobre a heterogeneidade da constituição. Esta heterogeneidade é responsável pela ocorrência do erro fundamental de amostragem.

A fim de reproduzir as flutuações nas séries (heterogeneidade de constituição e distribuição) dentro de um corpo de minério (por um período de tempo diário, mensal ou outra), simulações condicionais podem ser usadas (Journel, 1974). Ao aplicar esta técnica, os teores e sua continuidade e variabilidade espacial são reproduzidos em modelos que tem as mesmas características do depósito real. Alguns trabalhos anteriores envolvendo blendagem, pilhas de homogeneização e simulações geoestatísticas pode ser encontrada em Costa *et al.* (2007), Ribeiro *et al.* (2008), Marques *et al.* (2009), Abichequer *et al.* (2010), Beretta *et al.* (2010), Binndorf (2013) e Marques & Costa (2013). O trabalho seminal de Schofield (1980) aborda pilhas de homogeneização utilizando geoestatística linear (krigagem ordinária).

A unidade de homogeneização mais simples e mais utilizada é a pilha de homogeneização. O sistema de homogeneização em pilhas mais simples, conhecido como Chevron, consiste em depositar o material sobre um eixo alongado, formando uma configuração retangular e com a seção vertical triangular, além de semicone em cada extremo da pilha formada. Atualmente, outros tipos de pilhas também são usados, incluindo pilhas circulares contínuas, onde a construção e a retomada são realizadas simultaneamente (Gerstel, 1996).

Nos últimos anos, a capacidade de atenuar as variações na qualidade do minério vem fazendo com que a utilização de pilhas de homogeneização seja um processo essencial em algumas atividades de mineração. Quando projetada e operada adequadamente, as pilhas servem como unidade de armazenamento de material, em adição a sua capacidade e potencialidade de homogeneizar o material ROM. Hustrulid & Huchta (1995) afirmam que as pilhas de minério podem ser utilizadas na tarefa de homogeneização a fim de assegurar um teor quase constante do minério alimentado à usina. Segundo Schofield (1980), os seguintes pontos são favoráveis à sua utilização como uma unidade de armazenamento intermediária:

1. as atividades de lavra e processo não necessitam uma interação instantânea como no passado;

2. as pilhas garantem ao processo de beneficiamento uma fonte constante de minério ROM relativamente homogêneo;
3. facilidade na manipulação do minério;
4. reduz a demanda por automatização complexa das etapas subsequentes Permite extrair maior eficiência das diversas operações unitárias das usinas face à variabilidade reduzida;
5. possibilita o aproveitamento de litologias que até então não aproveitadas como minério, nas diversas frentes de lavra nas minas.
6. Os seguintes pontos são favoráveis à utilização da pilha como unidade homogeneizadora de materiais ROM:
7. a redução da variabilidade do material de entrada para o material de saída da pilha pode ser conseguida com o correto planejamento da pilha;
8. materiais provenientes de depósitos com minério de baixa qualidade e alta heterogeneidade podem ser utilizados;
9. crescimento de exigência do controle da qualidade do material fornecido pode ser satisfeito.

Entretanto, as pilhas de homogeneização se caracterizam pelos elevados custos de implementação. Sendo assim, a utilização de técnicas de previsão da variabilidade do minério *in situ* para utilização no dimensionamento das mesmas apresenta-se como uma solução adequada a ajudar na solução esse problema. Desse modo, a caracterização do depósito mineral, a partir de um modelo geológico e numérico robusto, torna-se essencial para análise da qualidade do material *in situ* e no cálculo de tonelagens com respectivos teores.

É nesse sentido que este trabalho foi proposto, buscando estabelecer uma abordagem que permita (i) revisar as principais técnicas atualmente empregadas com o intuito de quantificar a incerteza associada à estimativa de recursos minerais e (ii) propor uma metodologia numérica que permita a definição de um protocolo amostral em um fluxo contínuo e o correto dimensionamento de massa e número de camadas em pilhas de homogeneização. Essa metodologia pode servir como base para a escolha e dimensionamento de equipamentos de amostragem e homogeneização.

## 1.1 Meta

A partir dos tópicos abordados anteriormente sobre amostragem, blendagem e homogeneização de minérios, a presente tese combina a análise da incerteza dos teores *in situ* com aperfeiçoamento das estratégias utilizadas presentemente para prever e projetar amostragem e sistemas de blendagem de minério.

No tópico amostragem, a meta desse trabalho é desenvolver uma metodologia baseada em simulação numérica para calcular erro (ou a diferença entre os teores reais e aqueles obtidas a partir das amostras) resultante da extração de algumas amostras a partir de um fluxo contínuo e declarar a média



destas amostras como sendo o teor de determinado período utilizando modelos simulados do depósito mineral. Esse erro, ou a diferença entre o teor que é declarado na lavra com o teor amostrado, é simplesmente ignorado em muitos casos. Nos locais onde essa medida existe, é obtida a partir dos chamados experimentos variográfico. Dados obtidos durante estes ensaios são utilizados para calcular o erro utilizando técnicas matemáticas baseadas em funções auxiliares ou variância de extensão (Journel & Huijbregts, 1978, Saunders *et al.*, 1989, Gy, 1998; Grigorieff *et al.*, 2005; Sans & Olzard, 2005). Estes métodos baseiam-se nos dados coletados para o experimento variográfico, que precisa de amostras extraídas em intervalos de tempo curtos (tal como cada 2-4 minutos) durante um período de algumas horas para modelar a auto correlação do fluxo temporal (crono-variograma). Há dificuldade em obter-se amostras para este tipo de experiência, já que para obtê-las pode requer interrupções frequentes na produção durante o período de amostragem. Além disso, os resultados obtidos a partir destas experiências são dependentes do tipo de minério que alimenta a unidade de processamento no instante do teste. É irrealista pensar que o minério testado em um dado momento terá características estatísticas semelhantes ao longo do resto da vida da mina (hipótese extrema) ou se eventualmente seria idêntico ao que for minerado em outros períodos no futuro. Além disso, os métodos clássicos usados em projetos de sistemas de amostragem só podem ser aplicados com a mina em operação. Utilizando a simulação geoestatísticas, objeto da proposição dessa tese, poder-se-ia projetar o protocolo amostral em um empreendimento mineiro nas fases iniciais de projeto.

No tópico de blendagem e homogeneização, a meta desse trabalho é desenvolver uma metodologia que auxilie a definição do ponto “ótimo” de operação do sistema. Segundo Ferreira (1989), dois aspectos básicos devem ser considerados no tamanho das instalações de homogeneização em pilhas:

- econômicos: é desejável que os equipamentos utilizados no empilhamento e na retomada tenham, no seu conjunto, o menor investimento possível;
- processo: o material retomado da pilha deve ter uma variabilidade nos valores dos teores compatível com aquele requerido pelo processo posterior.

Satisfazendo estas duas condições, pode-se afirmar que o sistema de homogeneização em pilhas é satisfatório (ou ótimo). Entretanto, métodos clássicos calculados de maneira empírica (utilizando os resultados análogos obtidos em um depósito “A” ou depósito “B”) e métodos de simulação por Monte Carlo não levam em consideração a continuidade espacial dos teores do depósito mineral em seu cálculo. Os métodos que utilizam geoestatística clássica (krigagem) levam em consideração a continuidade espacial do depósito mineral mas ignoram a incerteza associada a ele, além do modelo de teores gerado ser irrealisticamente suavizado. Utilizando a simulação geoestatística, pode-se incorporar ao modelo as estatísticas de primeira e segunda ordem dos teores do depósito mineral, bem como a incerteza associada a ele. Emulando o comportamento dos teores nas pilhas de blendagem e homogeneização, busca-se um completo entendimento de como cada parâmetro de formação e

construtivo afeta a variabilidade dos teores nas mesmas, auxiliando na escolha de equipamentos mais adequados a modo de se obter o teor dentro da faixa desejada na planta de beneficiamento ou produto final.

## 1.2 Objetivos

O objetivo desse estudo é desenvolver uma metodologia que auxilie na definição do protocolo amostral usado no controle de qualidade de plantas de beneficiamento de minério para atendimento de uma determinada acuracidade e precisão dos valores declarados para as amostras. Além disso, serão estudados, para as pilhas de homogeneização, como sua massa e os parâmetros construtivos das mesmas afetam as variações dos teores na retomada do material. Para o atendimento destas metas, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- utilizar a simulação dos teores da variável de interesse em diferentes realizações, através de técnicas de simulação condicional e quantificar o erro associado aos mesmos, através da análise de incerteza associada aos valores dos blocos de lavra;
- propor uma metodologia para emular os mecanismos de amostragem e utilizar diferentes protocolos amostrais para obter a média da amostragem comparando-a com a média conhecida do período analisado (obtida a partir cenário simulado), quantificando o erro entre os dois;
- avaliar o uso da relação de Krige para analisar a redução da variabilidade dos teores em pilhas de blendagem através da variância de dispersão usando diferentes cenários simulados;
- analisar a redução de variabilidade com base na relação volume-variância, realizando a emulação numérica das pilhas de blendagem em diferentes massas;
- desenvolver uma comparação entre (iii) e (iv);
- desenvolver metodologia para emular pilhas de homogeneização de uma massa específica, com diferentes números de camadas, que permita verificar o ponto ótimo de operação, obtido através da comparação de diferentes parâmetros construtivos das mesmas.

## 1.3 Metodologia

A incerteza dos teores lavrados pode ser incorporada aos estudos de amostragem, blendagem e homogeneização através da incorporação de simulação estocásticas do depósito mineral. A Figura 1-1 apresenta um esquema simplificado de um empreendimento mineiro, identificando alguns dos pontos onde se tem incerteza sobre o produto. No canto superior esquerdo desta figura, mostra-se o modelo de blocos de longo prazo estimado usando krigagem e um conjunto de dados de furos de sondagem. O

modelo de blocos de teores de curto prazo é obtido após reestimar o modelo de bloco em certas regiões do depósito (ou a totalidade do depósito), com a adição de novas informações provenientes de trincheiras e/ou furos de desmote analisados (informações menos precisas, mas em maior abundância). A reconciliação entre os valores dos blocos e as classificações das tipologias de minério obtidas por estes dois modelos mede a eficiência dos métodos de estimativa, combinados com a qualidade dos novos dados incorporados. Em seguida, os teores previstos pelo modelo de blocos de curto prazo são reconciliados com os teores declarados com a amostragem do minério alimentando a planta de processamento ou pilha de homogeneização.

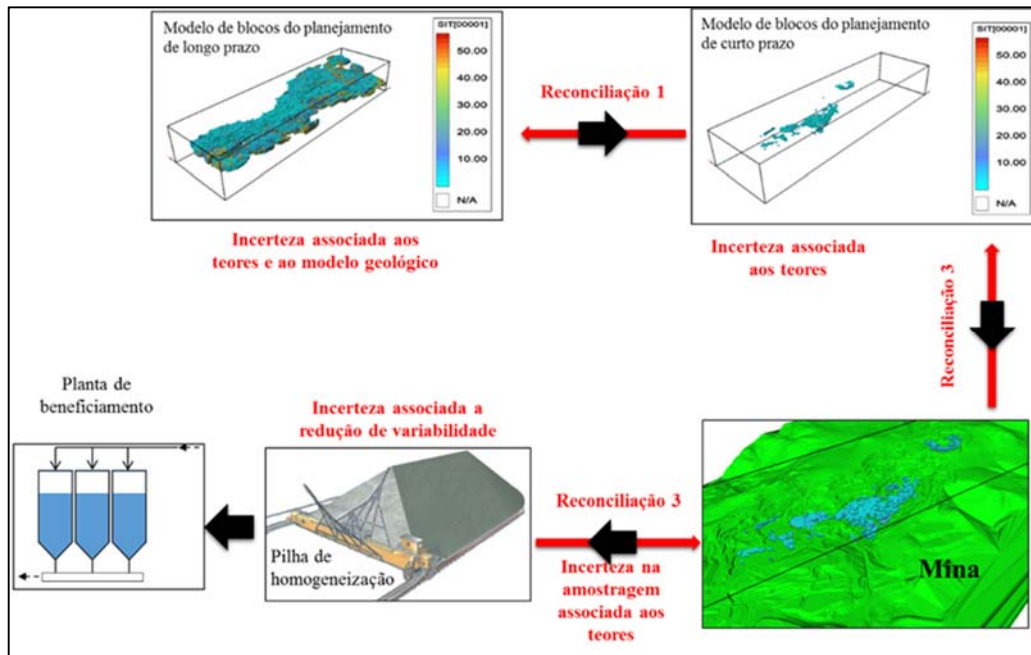


Figura 1-1: Esquema simplificado das incertezas de teores presentes em um empreendimento mineiro

O primeiro passo para a metodologia de amostragem desenvolvida é a construção de um modelo de blocos simulado para reproduzir as estatísticas da variável de interesse (teor de minério) e sua conectividade no espaço/tempo como um fluxo contínuo. Um modelo de bloco tridimensional é construído, com valores de minério reproduzindo a variabilidade *in situ* e a continuidade espacial. O sequenciamento de lavra é então aplicado a este modelo. O sequenciamento de lavra dos blocos fornece a sequência com que os blocos irão alimentar a pilha ou planta de beneficiamento.

Ao simular-se todo o fluxo contínuo de minério que irá alimentar a planta (que está relacionada com o minério a ser extraído durante um determinado período de tempo), é possível usar-se esses valores para estimar-se o erro associado com o uso de diferentes intervalos de amostragem. Com vários intervalos amostrais testados, pode-se selecionar um que leve a um erro aceitável para um determinado tipo de minério.

Os teores que alimentam a planta de beneficiamento frequentemente oscilam muito em torno de um valor médio (dependendo da variabilidade da variável de interesse e método de lavra). A primeira decisão a ser tomada é: deve-se ou não usar pilhas de blendagem (homogeneização) para atenuar essas oscilações, e se sim, qual seria a massa ideal da pilha? Para ajudar a responder a estas questões, este estudo propõe o uso de múltiplos modelos simulados com uso de técnica geoestatística (Journel, 1974) aliados a uma sequência definida pelo planejamento de lavra. Usando a sequência de blocos extraídos, as flutuações dos teores em cada simulação podem ser avaliadas e uma banda de incerteza definida para os teores das pilhas, considerando todos os possíveis cenários simulados.

Múltiplos cenários simulados da variável de interesse fornecem os meios para avaliar a variabilidade dos teores na alimentação da planta de beneficiamento. A partir desta sequência temporal emulando os teores que alimentam a planta, é possível analisar a relação volume-variância, bem como a variância de dispersão dos blocos nas pilhas de blendagem.

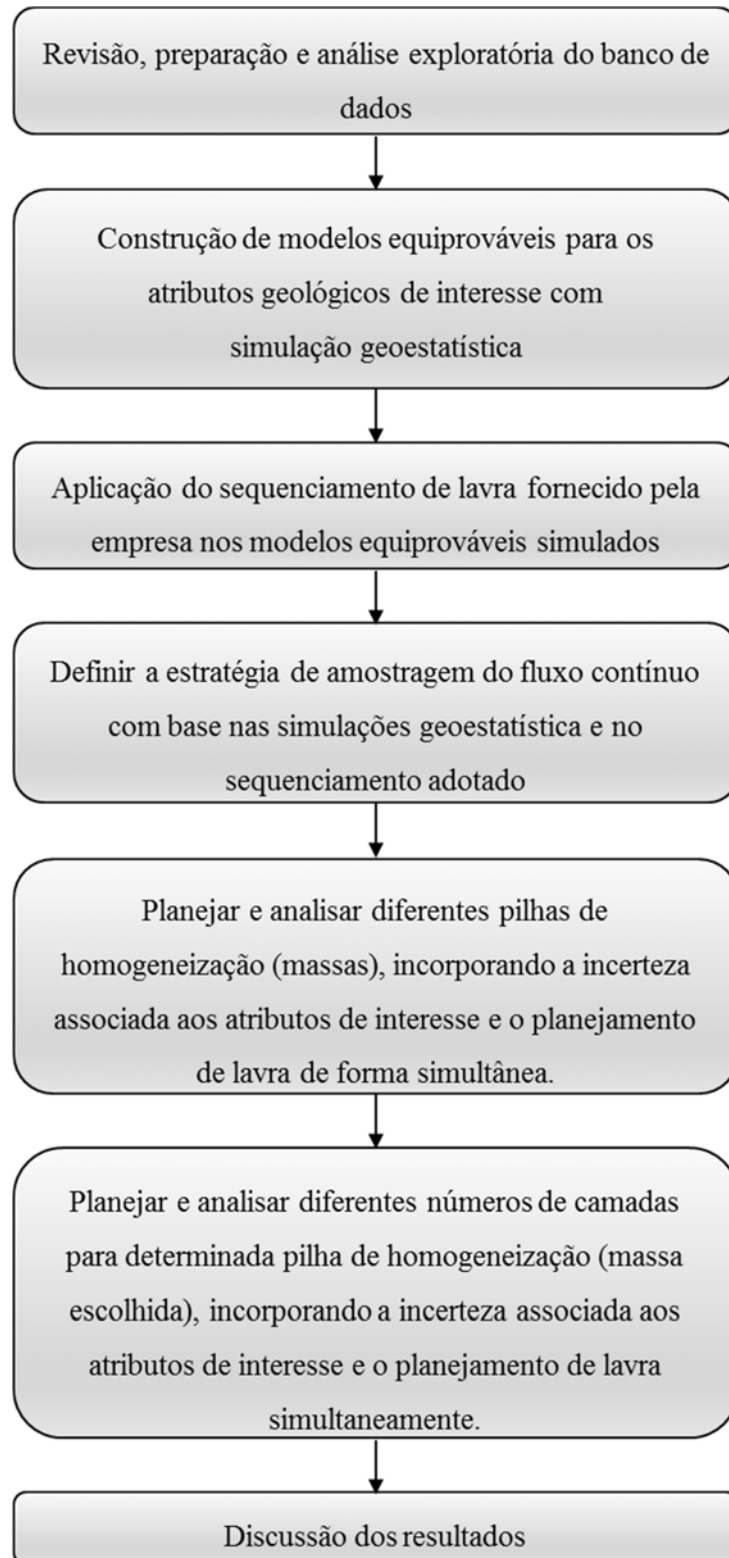
Os dados originais (furos de sondagem) foram usados para simular os teores dos blocos *in situ*, e após simular a série temporal que alimenta a planta para um dado sequenciamento de lavra. O sequenciamento utilizado foi o realizado de fato com os blocos extraídos ao longo de um período de tempo escolhido (neste estudo foi de um ano). As simulações no contexto mineral, reproduzem as características do depósito, criando valores para os teores, com as mesmas características espaciais e estatísticas dos teores reais. Uma simulação, por conseguinte, não é uma estimativa, mas sim um conjunto de valores, com as mesmas características estatísticas dos dados originais.

Os passos envolvendo o estudo são:

1. criação de vários modelos 3D igualmente prováveis para os teores do depósito (simulações geoestatísticas);
2. aplicar o sequenciamento de blocos fornecido pelo engenheiro de planejamento nos blocos simulados (bloco em 3D) de acordo com a produção planejada para um determinado período de tempo;
3. definição da estratégia de amostragem, baseada na análise de incerteza com uso de simulações geoestatísticas, verificando se variações devido à incerteza dos teores no modelo geológico influenciam no protocolo amostral;
4. emulação da alimentação das pilhas de blendagem (homogeneização);
5. cálculo da redução da variabilidade nas pilhas de blendagem usando a relação da Krige (variância de dispersão  $v/V$ , onde  $v$  é o teor dos blocos que formam pilha  $V$ );
6. definição da estratégia de homogeneização, baseada na análise de incerteza com uso de simulações geoestatísticas, analisando diferentes tamanhos de pilhas longitudinais a fim de reduzir as flutuações das características do minério;
7. comparar os resultados obtidos em (4) e (5).

8. analisar o impacto do arranjo de formação da pilha na variabilidade de alimentação da planta de beneficiamento, levando em consideração as limitações físicas na formação da mesma.

A Figura 1-2 apresenta um esquema simplificado de todos os passos a serem seguidos na tese.



## 1.4 Organização da tese

Os capítulos seguintes dessa dissertação estão organizados da seguinte maneira:

O Capítulo 2 revisa brevemente os princípios de simulação geoestatística, bem como apresenta os resultados da análise de incerteza nos dois depósitos do estudo de caso.

O Capítulo 3 revisa brevemente os princípios de definição de protocolo amostral, bem como os tipos de erros existentes em amostragem. A metodologia proposta contempla diferentes estratégias de amostragem através de um algoritmo criado para emular o fluxo temporal em uma correia transportadora, incorporando a incerteza associada ao valor estimado para os atributos de estudo.

O Capítulo 4 revisa brevemente os princípios da variância de dispersão e de homogeneização de minérios. É apresentada a implementação da metodologia para construção de pilhas de homogeneizações em algoritmos computacionais. A metodologia proposta contempla estratégias de blendagem usando a relação de Krige e de blendagem e homogeneização através de um algoritmo criado para emular as pilhas, incorporando a incerteza associada ao valor estimado para os atributos de estudo, tanto nos diferentes tamanhos de massa, bem como no arranjo interno das pilhas de homogeneização.

O Capítulo 5 é referente ao artigo intitulado “Choosing a proper sampling interval for the ore feeding a processing plant: a geostatistical solution”, aceito na revista International Journal of Mineral Processing no dia 7 de julho de 2014.

O Capítulo 6 é referente ao artigo intitulado “An Algorithm to Simulate Ore Grade Variability in Blending and Homogenization Piles”, publicado no dia 29 de janeiro de 2013 na revista International Journal of Mineral Processing.

O Capítulo 7 é referente ao artigo intitulado “Analysis of the dispersion variance using geostatistical simulation and blending piles”, publicado na edição especial “Danie Krige Commemorative Edition of the Saimm Journal”, da SAIMM (The Southern African Institute of Mining and Metallurgy)

O Capítulo 8 inclui conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

## Capítulo 2

### Estimativa de incerteza por simulação geoestatística

A maioria das técnicas de estimativa fornece um modelo de blocos com valores estimados usando métodos de krigagem (Matheron, 1963). Este modelo de blocos é impróprio para acessar a incerteza associada às estimativas, ou seja, este procedimento é falho na previsão de flutuações de teores. A krigagem gera a melhor estimativa local possível, mas sempre irá existir um erro associado. Segundo Souza (2002), muitos fatores podem contribuir para o erro associado as estimativa, tais como, o efeito da mudança de suporte, a insuficiência de amostras, a má amostragem ou técnica de preparação, erros de interpolação na geração do modelo de blocos, efeito de suavização dos interpoladores, incerteza na interpretação geológica, etc. Assim, modelos de blocos gerados por estimativas sempre terão um erro associado, sendo essa uma das principais razões para problemas de reconciliação por vezes observada.

Já, distintamente da krigagem, a simulação geoestatística tem como objetivo reproduzir a variabilidade *in situ*, incluindo a reprodução da continuidade espacial do conjunto de dados de entrada. O depósito simulado possui a vantagem de ter uma realização do atributo de interesse em todos os pontos e não apenas os pontos amostrais. Isto auxilia na análise de questões financeiras ou relacionadas ao planejamento de lavra, ajudando a avaliar os potenciais riscos durante o processo de decisão. Estes depósitos simulados são também chamados de modelos numéricos do depósito real (Journel & Huijbregts, 1978).

Este capítulo tem como objetivo apresentar uma metodologia que permite quantificar a incerteza associada ao fenômeno, evitando efeitos de suavização que ocorrem em métodos de estimativa tradicionais. Serão revisados brevemente alguns conceitos básicos de simulação geoestatística e os principais aspectos do algoritmo de simulação utilizado.

#### 2.1 Estimativa versus simulação

A estimativa de teores tem como objetivo fornecer, a cada nó de *grid* ( $x$ ), um valor de teor  $z^*(x)$  que seja o mais próximo possível do teor real no local  $z_0(x)$ . Os critérios para avaliar a qualidade de uma estimativa são a ausência de viés e erro médio quadrático mínimo, ou de forma equivalente a mínima variância da estimativa  $E\{[z(x)-z^*(x)]^2\}$  (Journel & Huijbregts, 1978). Entretanto, não há razões para que os estimadores reproduzam a variabilidade espacial dos teores reais  $\{z_0(x)\}$ . O que se observa são os efeitos de suavização, onde os valores baixos são superestimados, enquanto que os valores altos são subestimados. Outro inconveniente é que a suavização não é uniforme, mostrando-se

mínima próxima aos dados e aumentando com o afastamento como pode ser visto na Figura 2.1 (a) (Goovaerts, 1997).

Já, a simulação geoestatística  $\{z_s(x)\}$  visa respeitar as características dos dados reais  $\{z_0(x)\}$ , reproduzindo suas características de dispersão, como pode ser visto na Figura 2.1(b). O modelo simulado é dito ser condicionalmente simulado ( $z^*_{sc}(x)$ ) se honrar os dados amostrais, enquanto reproduz as características de dispersão e de continuidade espacial do mesmo conjunto de dados, ou seja, a média, variância e covariância, gerando representações igualmente prováveis do depósito real. Ao contrário da estimativa, a cada nó de *grid* ( $x$ ), o valor de  $z_s(x)$  não é o melhor valor possível  $z_0(x)$ .

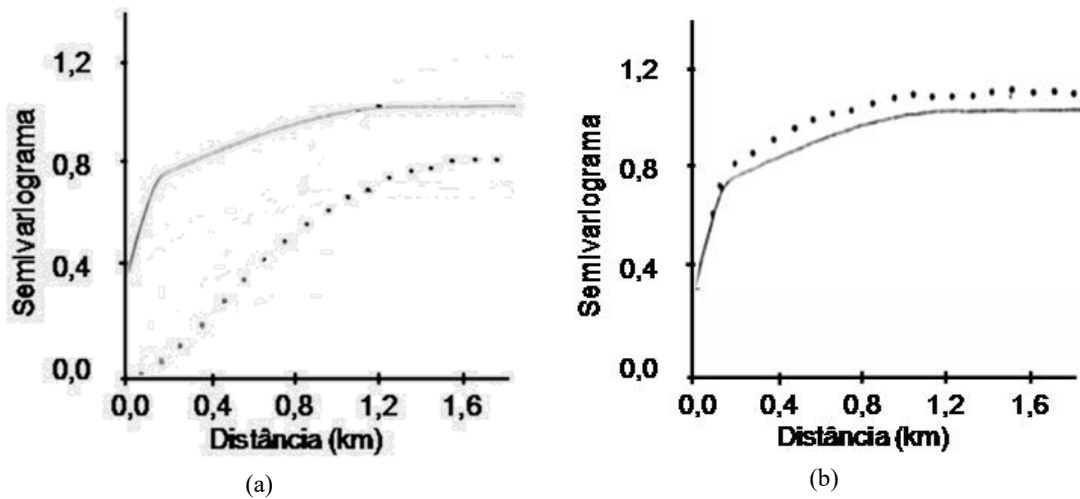


Figura 2-1: Variograma da estimativa por (a) krigagem ordinária e (b) por simulação da variável Cd (pontos) com o modelo variográfico dos dados (linha contínua) (adaptado de Goovaerts (1997))

Os objetivos da simulação e da estimativa são, normalmente, incompatíveis. Como mostra a Figura 2.2, mesmo que a curva dos valores estimados  $z^*(x)$  é, em média, mais próxima da curva real  $z_0(x)$ , a curva de valores simulados  $z^*_{sc}(x)$  é a melhor reprodução das flutuações da curva real. A curva dos valores estimados é preferível para locação e estimativa de recursos, enquanto que a curva de simulação é preferível para estudo da dispersão das características destes, considerando que a curva real só é conhecida realmente nos pontos amostrados  $x_\alpha$  (Journel & Huijbregts, 1978).



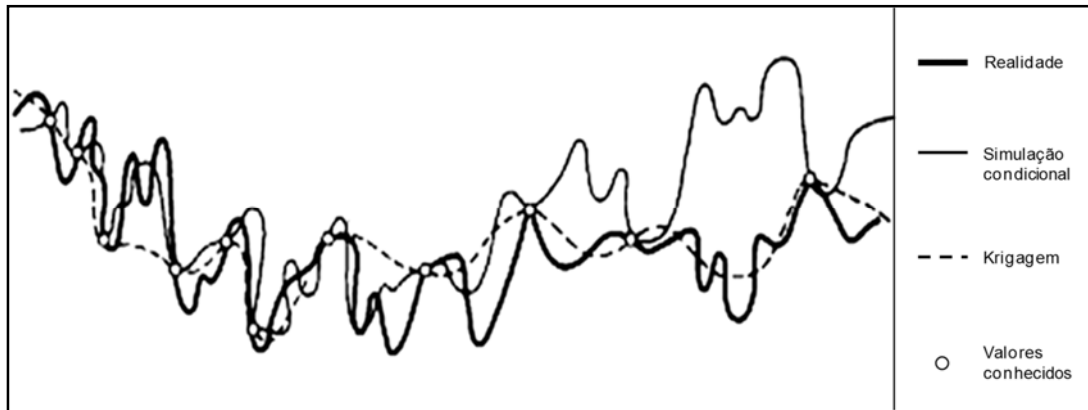


Figura 2-2: Comparativo entre realidade, estimativa por krigagem e simulação condicional

A partir da Figura 2-2, também pode-se constatar que a simulação não pode ser usada para substituir a amostragem, a qual é sempre necessária para uma boa estimativa do depósito. De qualquer modo, quanto melhor conhecido for o depósito, melhor será a avaliação do mesmo e, conseqüentemente, melhor serão os resultados das estimativas e/ou simulações.

## 2.2 Espaço de incerteza

Mesmo em depósitos minerais densamente amostrados, não existem informação suficiente para permitir a utilização de modelos determinísticos na estimativa de atributos em locais não amostrados. Sendo assim, sempre existe incerteza sobre como o fenômeno geológico se comporta entre os pontos amostrais. Por essas razões, os fenômenos devem ser descritos por meio de modelos probabilísticos, os quais consideram essas incertezas fundamentais. Esses modelos proporcionam ferramentas para estimar a incerteza associada a locais não amostrados utilizando funções randômicas estacionárias e variáveis randômicas.

A simulação geoestatística reproduz as características de dispersão dos histogramas e variogramas utilizados para sua realização de modo ligeiramente diferente a cada execução. Um conjunto de realizações fornece uma medida da incerteza, resultante do nosso conhecimento imperfeito sobre a distribuição no espaço do parâmetro ou variável de trabalho. Essa distribuição é o espaço de incerteza. As discrepâncias entre as realizações e o modelo estatístico adotado são conhecidas como flutuações ergódicas. A Figura 2.3 mostra as flutuações dos variogramas e gráfico quantil-quantil de 12 realizações em relação ao modelo de referência (Deutsch & Journel, 1998).

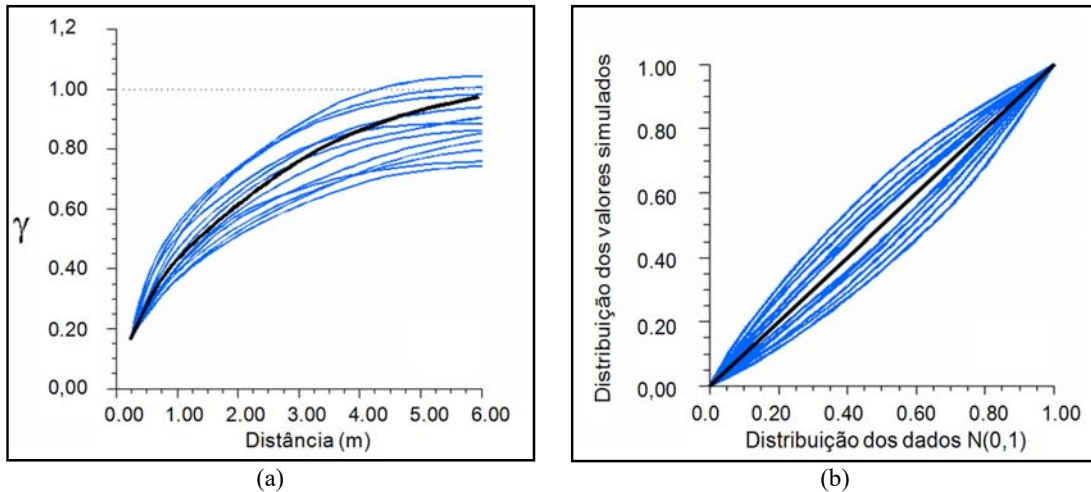


Figura 2-3: Flutuações ergódicas (a) nos variogramas e (b) gráfico quantil-quantil resultantes de 12 realizações obtidas por simulação sequencial (linhas azuis) em torno do modelo (linhas pretas)

Nesse capítulo, é analisada a influência do espaço de incerteza obtido pelo algoritmo conhecido como bandas rotativas. Alguns modelos de covariância podem ser utilizados para reproduzir covariâncias simuladas diretamente no espaço  $\mathbb{R}^n$ . Muitas vezes, é mais simples usar o método de bandas rotativas, que permite a construção de simulações no espaço a partir de simulações em linhas ( $\mathbb{R}^1$ ). O método de bandas rotativas foi usado pela primeira vez por Chentsov (1957), em um caso especial de funções brownianas aleatórias. Seu desenvolvimento para uso em simulação geoestatística foi realizado por Matheron (1973).

O método de simulação por bandas rotativas pode ser realizado de maneira não-condicional (reproduzindo o modelo de covariância) e de maneira condicional (reproduzindo os dados amostrais nas suas localizações). Para a realização da simulação condicional são necessárias duas etapas. Na primeira etapa, os valores obtidos em cada local de interesse ou nó de *grid*, reproduzem o modelo de covariância dos dados amostrados. Já, na segunda etapa, os valores obtidos são então condicionados aos dados. Uma descrição completa do método pode ser encontrada em Chilès e Delfiner, 1999

## 2.3 Estudo de caso

O estudo de caso desta dissertação foi realizado com os dados provenientes dos depósitos Tamanduá e Capitão do Mato, localizados no Quadrilátero Ferrífero. Os depósitos são parte do complexo Vargem Grande e pertencem à companhia Vale.

O Depósito Capitão do Mato possui 4500 m de comprimento, com profundidade máxima de 250 m. Já, o Depósito Tamanduá possui cerca de 2.800 m de comprimento e cerca de 500 m de profundidade na área central.

A planta de beneficiamento de Vargem Grande possui dois pátios para formação de pilhas de homogeneização. Desse modo, a utilização de dois depósitos acima citados neste estudo é interessante, já que minério é transportado de ambos os depósitos (minas) até a planta de beneficiamento e estocado nas pilhas de homogeneização para alimentação da usina de beneficiamento. Utilizando os dados dos depósitos que compõem esse sistema, será possível estabelecer parâmetros de comparação para análises futuras, confrontando os modelos com dados reais, caso seja necessário.

### 2.3.1 Análise dos dados

O minério de ferro do Quadrilátero Ferrífero foi formado pelo enriquecimento de BIF's (*banded iron formation*). Geralmente, são classificados, de acordo com o teor de ferro, em minérios de alto grau e os de baixo grau de enriquecimento. Minérios de alto grau têm teor de ferro superior a 64% e índices muito baixos de contaminantes  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{CaO}$ ,  $\text{MgO}$ , etc.. Já, os minérios de baixo grau apresentam um teor de ferro que varia de 32% para 64%, com diferentes quantidades de contaminantes.

O banco de dados foi dividido em dois grandes grupos para a análise e realização das simulações, sendo eles hematitas (alto grau) e itabiritos (baixo grau). Para compor o banco de dados a ser utilizado, foram retidas apenas as informações da variável sílica global (SI), por tratar-se de um contaminante com coeficiente de variação muito alto, mostrando-se bastante errática nesse tipo de mineralização. As amostras no banco de dados estão regularizadas em 10 m de comprimento.

Para evitar a possível interferência de qualquer agrupamento na análise estatística dos dados, utilizaram-se os pesos de krigagem para obter histogramas desagrupados. Esse procedimento é utilizado na tentativa de remover uma possível tendência relacionada ao plano de amostragem, principalmente em relação à média da distribuição amostral. A ideia desse método é armazenar os pesos de krigagem e utilizá-los como pesos de desagrupamento.

Tem como vantagens:

- não requerer parâmetros de dimensões de uma janela móvel, apenas os parâmetros de krigagem;
- não adicionar trabalho extra para um procedimento padrão de krigagem;
- coerência entre a média das estimativas (krigagem) e a média desagrupada é mais provável;
- o cálculo leva em consideração a continuidade espacial.
- Tem como desvantagens:
- requerer uma definição de domínio (neste caso, hematita e itabirito);
- o tempo necessário para a obtenção dos resultados pode ser elevado (depende do número de blocos a serem estimados);
- a solução depende do domínio geológico, o modelo de variograma e a definição de busca para a realização da estimativa.

Para obtenção dos pesos, foi realizada uma krigagem ordinária em cada domínio de cada depósito.

Para o tipo de depósito deste estudo de caso, é esperado que os possíveis agrupamentos preferências tenham ocorridos em regiões com alto teor de ferro. Como a sílica é inversamente proporcional ao ferro (coeficiente de correlação próximo a -1), o agrupamento preferencial pode ter levado a um teor médio inferior ao teor médio desagrupado.

### 2.3.1.1 Análise dos dados do Depósito Capitão do Mato

O Depósito Capitão do Mato está localizado no município de Nova Lima, 26 km a sudoeste da cidade de Belo Horizonte.

Do banco de dados original fornecido pela Vale, foram utilizados apenas 400 furos de sondagem, com um total de 2353 amostra. O filtro para a seleção desses furos de sondagem foi geográfico, ou seja, foram utilizados apenas os furos que se encontravam nas proximidades da mina atual. A disposição da malha amostral pode ser vista na Figura 2-4.

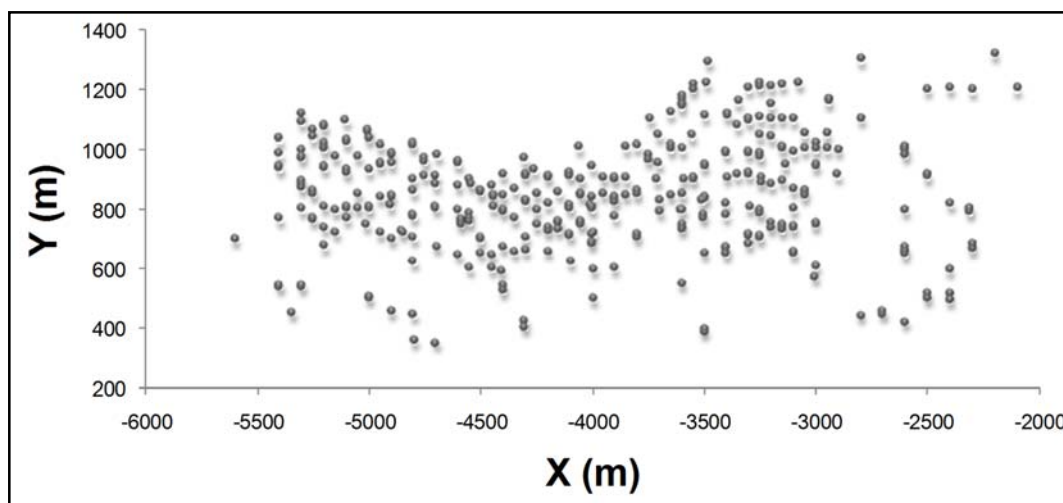


Figura 2-4: Vista em planta dos dados do Depósito Capitão do Mato

Como pode ser visto, a amostragem não ocorreu de maneira uniforme em todo o depósito, mostrando alguns pequenos agrupamentos em determinadas áreas, sendo necessário realizar um desagrupamento dos dados.

A Figura 2-5 e a Figura 2-6 apresentam os histogramas de frequências e as estatísticas dos dados originais (a) e dos dados desagrupados (b).

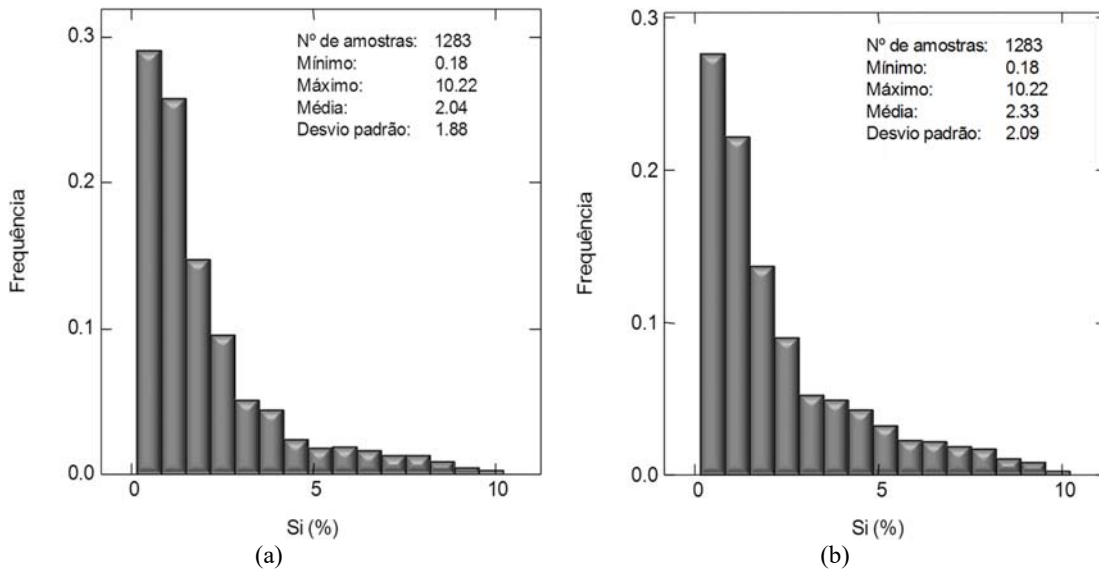


Figura 2-5: Histograma da variável sílica global para os (a) dados originais e (b) desagrupados no domínio hematítico

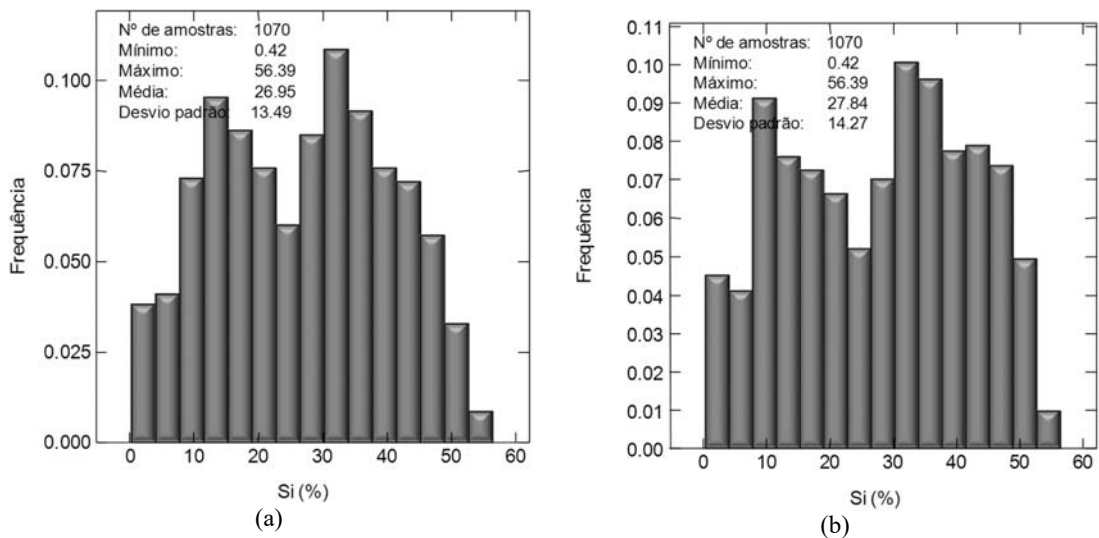


Figura 2-6: Histograma da variável sílica global para os (a) dados originais e (b) desagrupados no domínio itabirítico

Como citado anteriormente, o teor desagrupado da variável sílica é superior ao teor médio dos dados originais.

O domínio itabirito apresenta a presença de duas populações, mas não foi possível a separação em dois domínios, devido a disposição espacial das amostras presentes em cada população.

### 2.3.1.2 Análise dos dados do Depósito Tamanduá

O Depósito Tamanduá está localizado no município de Nova Lima, 23 km ao sul da cidade de Belo Horizonte.

Do banco de dados original fornecido pela Vale, foram utilizados apenas 337 furos de sondagem, com um total de 2582 amostra, sendo o critério de seleção dos furos de sondagem o mesmo citado para o Depósito Capitão do Mato. A disposição da malha amostral pode ser vista na Figura 2-7.

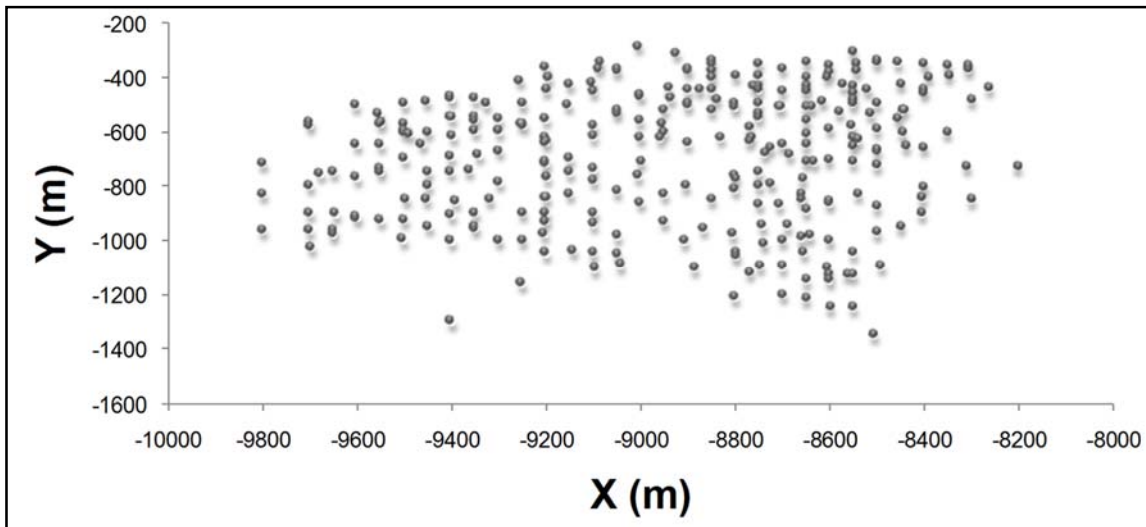


Figura 2-7: Vista em planta dos dados do Depósito Tamanduá

Do mesmo modo que o Depósito Capitão do Mato, a amostragem não ocorreu de maneira uniforme em todo o depósito, mostrando alguns pequenos agrupamentos em determinadas áreas, sendo necessário realizar um desagrupamento dos dados.

A Figura 2-8 e a Figura 2-9 apresentam os histogramas de frequências dos dados originais (a) e dos dados desagrupados (b).

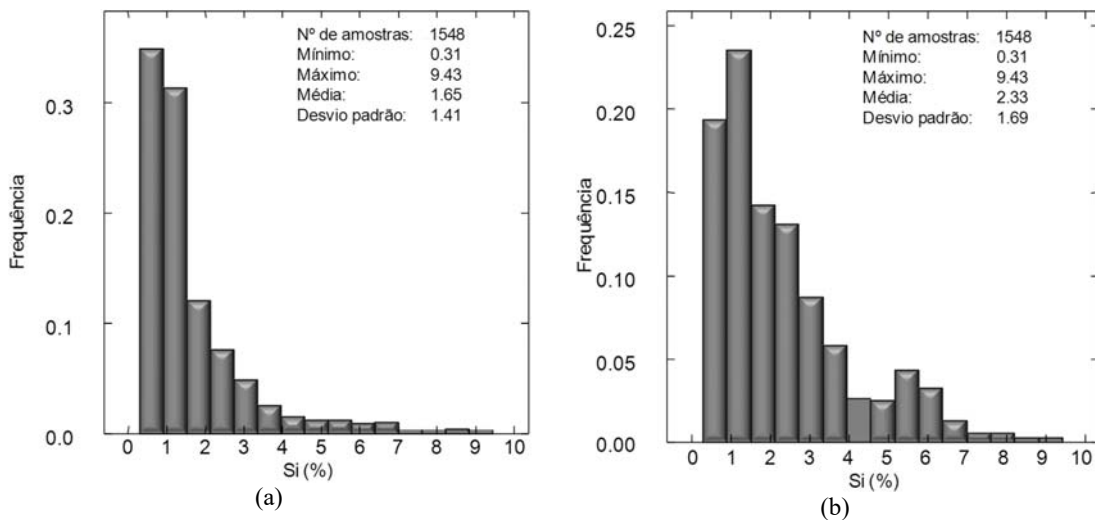


Figura 2-8: Histograma da variável sílica global para os (a) dados originais e (b) desagrupados no domínio hematítico

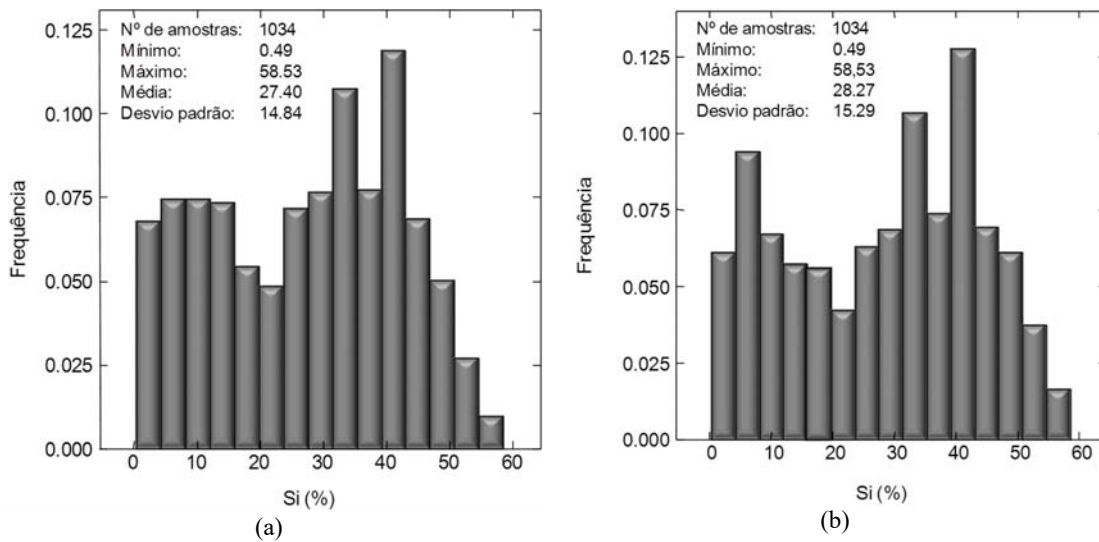


Figura 2-9: Histograma da variável sílica global para os (a) dados originais e (b) desagrupados no domínio itabirítico

Como citado anteriormente, o teor desagrupado da variável sílica é superior ao teor médio dos dados originais.

O domínio itabirito apresenta a presença de duas populações, mas não foi possível a separação em dois domínios, devido à disposição espacial das amostras presentes em cada população.

### 2.3.2 Transformação Gaussiana

Na simulação por bandas rotativas, a ideia é derivar um valor de uma distribuição baseada na teoria associada às funções randômicas multigaussianas. No caso de distribuições Gaussianas, a distribuição condicional de frequência acumulada local é estimada por meio da krigagem simples, a qual define a média e a variância da distribuição. Uma vez que existe uma distribuição condicional estimada por krigagem simples, pode-se amostrar randomicamente um valor dessa distribuição e, assim, gerar teores simulados para o bloco correspondente.

A inconveniência desse método é a exigência de que os dados apresentem uma distribuição Gaussiana, sendo que isso raramente acontece. Muitas variáveis nas Ciências da Terra mostram distribuição assimétrica com alguns valores extremos (assimetria positiva). Dessa forma, existe a necessidade de se recorrer à transformação dos dados originais para o espaço normal (Goovaerts, 1997).

O processo de normalização da distribuição amostral é realizado com auxílio de uma transformação gerada a partir de uma função monotônica crescente,  $\Phi(\cdot)$ , que pode ser derivada graficamente como mostra Figura 2-10 e descrita pela Equação 2.2. Nessa figura, os valores que correspondem aos p-quantis da distribuição cumulativa dos dados são correlacionados com os valores normais correspondentes de mesma probabilidade. Os dados originais, z-valores, são transformados em y-valores:  $y(u_\alpha) = \Phi[z(u_\alpha)]$ ,  $\alpha = 1 \dots n$  (Journal e Huijbregts, 1978; Goovaerts, 1997).

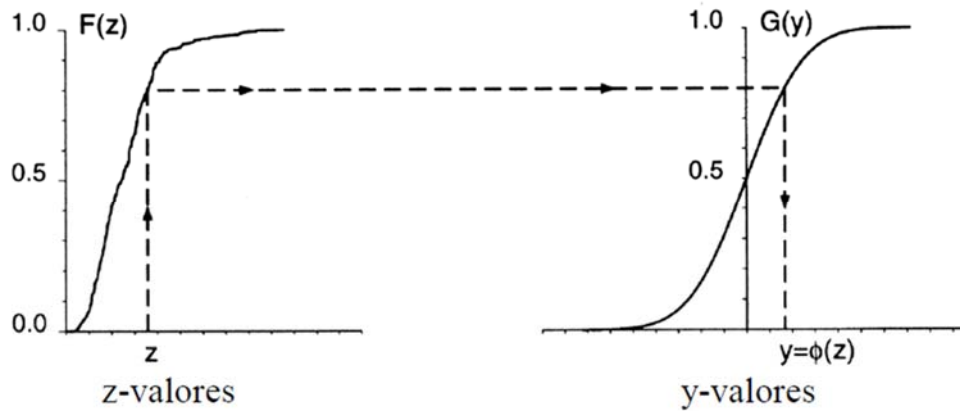


Figura 2-10: Processo gráfico de transformação da distribuição original (z-valores) em y-valores. Fonte: Goovaerts, 1997: p.

268

$$Y(u) = \phi(z(u)) = G^{-1}[F(z(u))] \quad (2.1)$$

Onde:

$Y(u)$ : variável regionalizada que representa os y-valores;

$\phi$ : função de transformação;

$z(u)$ : variável randômica que representa os z-valores;

$G^{-1}$ : distribuição Gaussiana inversa da função randômica  $Y(u)$ .

Assim, na maioria dos casos, uma transformação gaussiana precede os passos da simulação condicional. A Figura 2.13 apresenta os histogramas dos dados normalizados para os domínios hematíticos e itabiríticos do Depósito Capitão do Mato. A Figura 2.14 apresenta os histogramas dos dados normalizados para os domínios hematíticos e itabiríticos do Depósito Tamanduá. Note que a normalização dos dados garante que a distribuição normal apresente média igual a zero e variância igual a um.



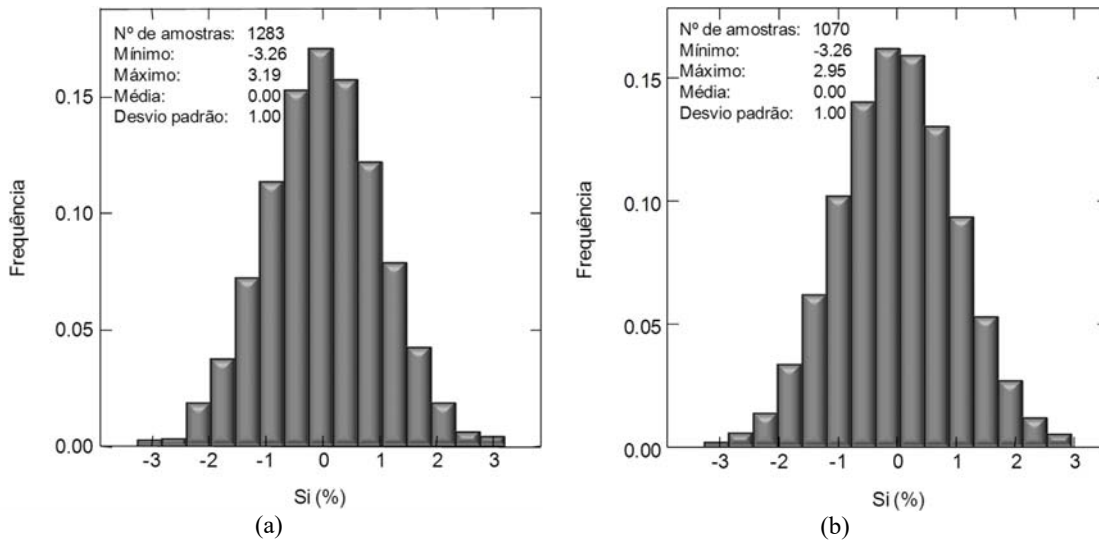


Figura 2-11: Histograma dos dados normalizados para (a) hematita e (b) itabirito do Depósito Capitão do Mato

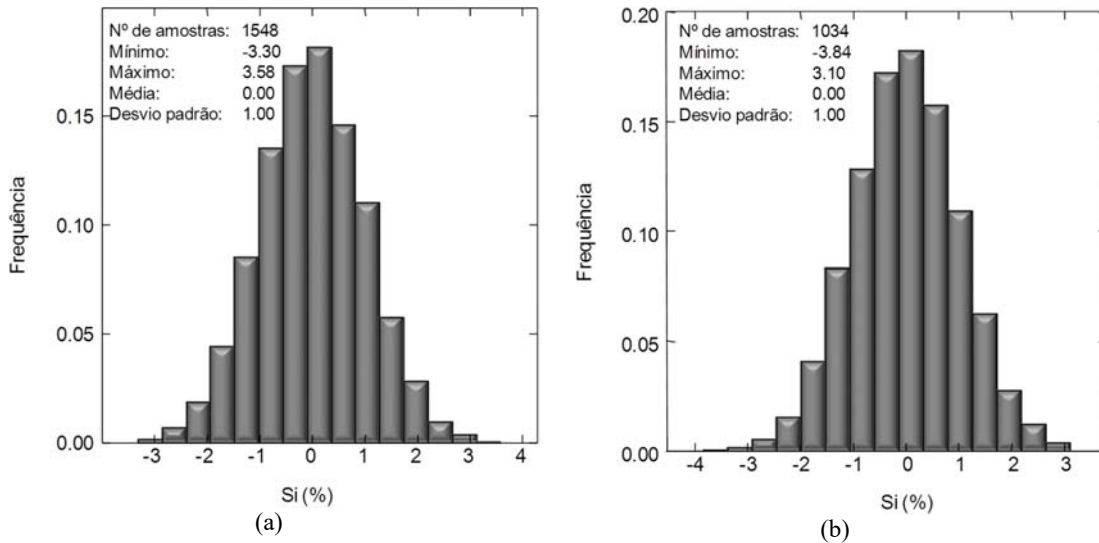


Figura 2-12: Histograma dos dados normalizados para (a) hematita e (b) itabirito do Depósito Tamanduá

Os dados normalizados foram utilizados nas simulações realizadas, resultando em valores simulados no espaço gaussiano que foram posteriormente retro-transformados para o espaço original, utilizando as mesmas leis de correlação da normalização inicial, porém no sentido inverso.

### 2.3.3 Continuidade espacial

Após a normalização dos dados, a etapa seguinte consiste da análise da continuidade espacial dos mesmos através de variogramas. O variograma mede a média das diferenças quadráticas de pares de valores separados de certa distância  $h$  e em certa direção. Matheron (1963) foi o primeiro a utilizar esses conceitos em geociências. Clark (1979) e David (1988) descrevem com detalhe o conceito de

variograma e os ajustes matemáticos para continuidade espacial (Souza, 2007). Existem outras funções para medir a continuidade espacial, as quais não serão consideradas neste estudo.

Baseado na hipótese intrínseca da geoestatística (estacionariedade) pode-se descrever a continuidade espacial de uma variável por meio do variograma experimental constituído a partir dos valores amostrados. Na Equação 2.2,  $n(h)$  é o número de pares para a distância  $h$  (*lag*) a certa direção e  $z_i(u)$  e  $z_i(u+h)$  são os pares de valores separados de  $h$ . A unidade do variograma é a mesma da variável  $z$  ao quadrado (Souza, 2007).

$$\gamma^*(x) = \frac{1}{2n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} [z_i(u) - z_i(u+h)]^2 \quad (2-2)$$

O estudo da continuidade espacial teve início com o cálculo do variograma ao longo do furo, no qual obtém-se o efeito pepita que será usado no resto da modelagem variográfica. Foi utilizado este tipo de variograma para obtenção do efeito pepita, pois, através dele podemos medir as diferenças quadráticas médias entre amostras em distâncias muito pequenas (10 metros).

Com o objetivo de construir um modelo que capture as principais características espaciais do atributo em estudo, parte-se para a determinação dos variogramas direcionais. Através da modelagem variográfica, podemos determinar o comportamento espacial do fenômeno com as direções de maior, intermediária e menor continuidade espacial.

Os resultados da modelagem variográfica podem ser verificados na Equações 2.4, e 2.5 e Figura 2.15 para o Depósito Capitão do Mato e na Equações 2.6 e 2.7 e Figura 2.16 para o Depósito Tamanduá.

Modelo variográfico para o domínio hematítico do Depósito Capitão do Mato:

$$\gamma(h) = 0.2 + 0.4 \times Sph\left(\frac{N90^\circ}{100} + \frac{vert}{70} + \frac{N0^\circ}{35}\right) + 0.4 \times Sph\left(\frac{N90^\circ}{550} + \frac{vert}{150} + \frac{N0^\circ}{150}\right) \quad (2-3)$$

Modelo variográfico para o domínio itabirítico do Depósito Capitão do Mato:

$$\gamma(h) = 0.2 + 0.4 \times Sph\left(\frac{N0^\circ}{50} + \frac{N90^\circ}{50} + \frac{vert}{50}\right) + 0.4 \times Sph\left(\frac{N0^\circ}{1000} + \frac{N90^\circ}{650} + \frac{vert}{80}\right) \quad (2-4)$$

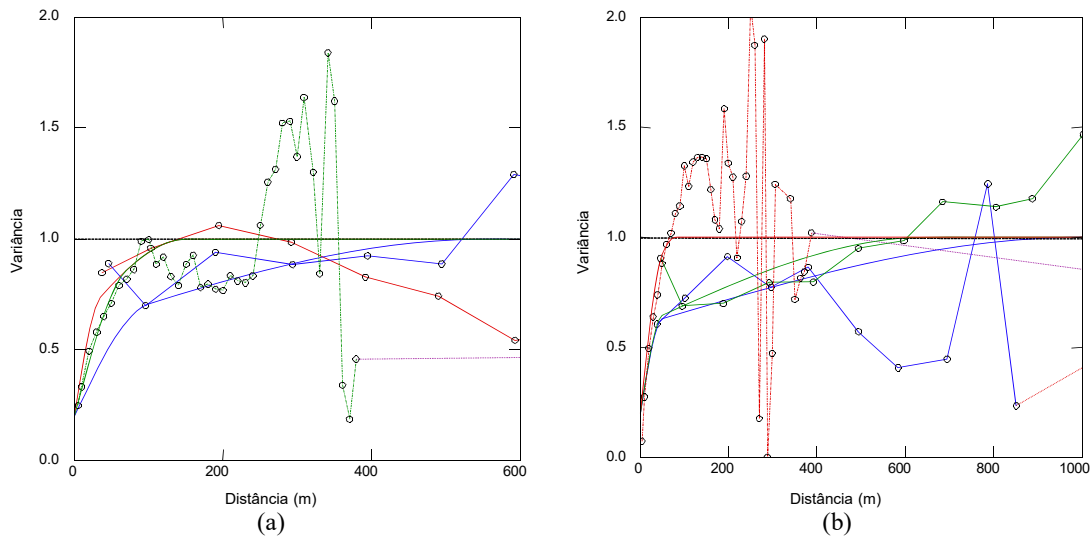


Figura 2-13: Variograma experimental (pontos) e modelado (linha contínua) na direção de máxima (azul) e intermediária (verde) e mínima (vermelho) continuidade espacial para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Capitão do Mato

Modelo variográfico para o domínio hematítico do Depósito Tamandua:

$$\gamma(h) = 0.2 + 0.4 \times Sph\left(\frac{N113^\circ}{120} + \frac{vert}{60} + \frac{N23^\circ}{60}\right) + 0.4 \times Sph\left(\frac{N113^\circ}{850} + \frac{vert}{350} + \frac{N23^\circ}{200}\right) \quad (2-5)$$

Modelo variográfico para o domínio itabirítico do Depósito Tamandua:

$$\gamma(h) = 0.2 + 0.4 \times Sph\left(\frac{N68^\circ}{120} + \frac{vert}{120} + \frac{N158^\circ}{120}\right) + 0.4 \times Sph\left(\frac{N68^\circ}{1200} + \frac{vert}{220} + \frac{N158^\circ}{150}\right) \quad (2-6)$$

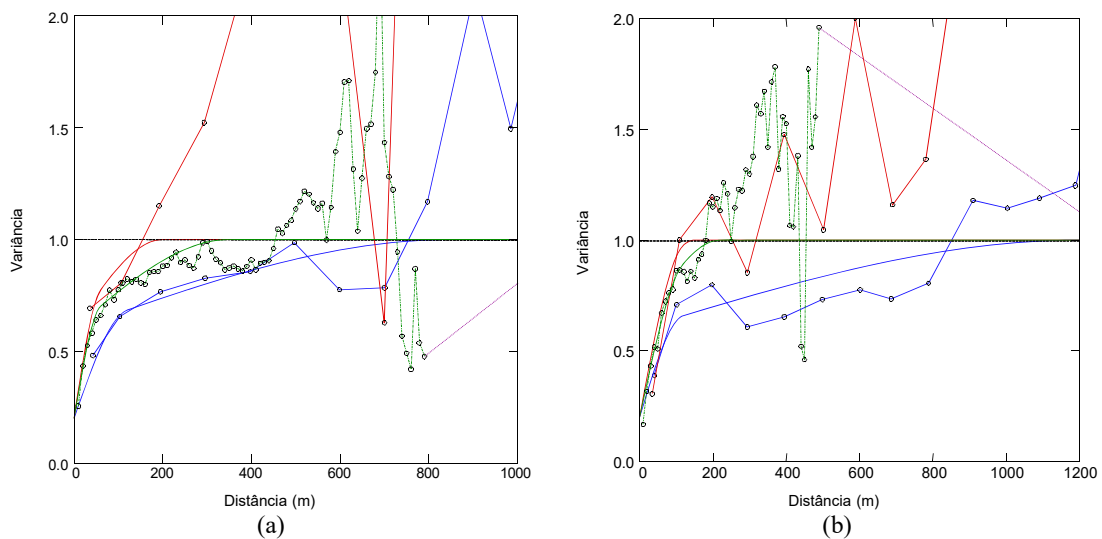


Figura 2-14: Variograma experimental (pontos) e modelado (linha contínua) na direção de máxima (azul), intermediária (verde) e mínima (vermelho) continuidade espacial para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Tamandua

### 2.3.4 Verificação de multinormalidade

A simples normalização da distribuição amostral não garante que o modelo de função randômica seja multinormal. Esse procedimento garante apenas a normalidade bivariada da distribuição condicional local de probabilidade (dclp). Assim, faz-se necessária a verificação de normalidade nas demais dimensões da dclp.

Na prática, é possível apenas verificar até o nível bivariado (distribuição bigaussiana). Sendo assim, se for validada a hipótese bigaussiana, o formalismo multigaussiano é assumido. Pode-se realizar o teste de binormalidade que considera a relação madograma/variograma. Essa relação pode ser vista na Equação 2.8 deve se aproximar à constante 0,564 (Matheron, 1982) e deve ser verificada para diversas distâncias  $h$  (*lags*).

$$\frac{\gamma_1(h)}{\sqrt{\gamma_2(h)}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} = 0,564 \quad (2.7)$$

Onde:

$$2\gamma(h) = E\{|Y(x+h) - Y(x)|\}$$

$$2\gamma_2(h) = E\{|Y(x+h) - Y(x)|^2\}$$

A Tabela 2.1 e a Tabela 2.2 apresentam os resultados do teste para Depósito Capitão do Mato. A Tabela 2.3 e a Tabela 2.4 apresentam os resultados do teste para Depósito Tamanduá. A relação foi realizada a partir dos variogramas omnidirecionais, utilizando distâncias  $h$  (*lags*) de 100 metros.

Tabela 2.1: Resultados do teste de bigaussianidade baseado na Equação 2.8 para a variável Si (%) no domínio hematítico do Depósito Capitão do Mato

Distancia h (m)	Número de pares	Madograma experimental	Variograma experimental	Razão Madograma/Variograma
100	4041	0,3980	0,5549	0,534
200	39741	0,5277	0,8936	0,558
300	62717	0,5593	0,9886	0,563
400	68348	0,5432	0,9327	0,562
500	65158	0,5392	0,9260	0,560
600	57355	0,5544	0,9678	0,564
700	54197	0,5714	1,0236	0,565
800	51233	0,5713	1,0265	0,564
900	50779	0,5719	1,0258	0,565
1000	49739	0,5679	1,0077	0,566
1100	45747	0,5888	1,0809	0,566
1200	41325	0,5939	1,1074	0,564

Tabela 2.2: Resultados do teste de bigaussianidade baseado na Equação 2.8 para a variável Si (%) no domínio itabirítico do Depósito Capitão do Mato

Distancia h (m)	Número de pares	Madograma experimental	Variograma experimental	Razão Madograma/Variograma
100	2718	0,4077	0,5579	0,546
200	15682	0,5120	0,8413	0,558
300	28321	0,5275	0,8833	0,561
400	33418	0,5431	0,9277	0,564
500	33843	0,5435	0,9240	0,565
600	35437	0,5666	0,9925	0,569
700	33371	0,5665	1,0010	0,566
800	31312	0,5625	0,9945	0,564
900	29905	0,5545	0,9562	0,567
1000	27886	0,5661	1,0024	0,565
1100	26892	0,5812	1,0617	0,564
1200	23366	0,5786	1,0492	0,565

Tabela 2.3: Resultados do teste de bigaussianidade baseado na Equação 2.8 para a variável Si (%) no domínio hematítico do Depósito Tamandúá

Distancia h (m)	Número de pares	Madograma experimental	Variograma experimental	Razão Madograma/Variograma
100	6711	0,3774	0,5101	0,528
200	83254	0,4846	0,7600	0,556
300	169058	0,5270	0,8731	0,564
400	192804	0,5519	0,9556	0,565
500	158896	0,5560	0,9687	0,565
600	118528	0,5798	1,0530	0,565
700	93460	0,5919	1,0907	0,567
800	90044	0,6087	1,1436	0,569
900	83205	0,5962	1,1018	0,568
1000	65510	0,5916	1,0738	0,571
1100	52216	0,5703	1,0138	0,566
1200	36988	0,5736	1,0394	0,563

Tabela 2.4: Resultados do teste de bigaussianidade baseado na Equação 2.8 para a variável Si (%) no domínio itabirítico do Depósito Tamanduá

Distancia h (m)	Número de pares	Madograma experimental	Variograma experimental	Razão Madograma/Variograma
100	3119	0,3075	0,3593	0,513
200	22730	0,4954	0,8057	0,552
300	45631	0,5389	0,9264	0,560
400	56141	0,5533	0,9781	0,559
500	63940	0,5624	1,0094	0,560
600	66767	0,5459	0,9431	0,562
700	58549	0,5571	0,9721	0,565
800	50216	0,5628	0,9811	0,568
900	44089	0,5751	1,0126	0,572
1000	41247	0,5688	0,9779	0,575
1100	29760	0,6027	1,1063	0,573
1200	23942	0,6132	1,1391	0,575

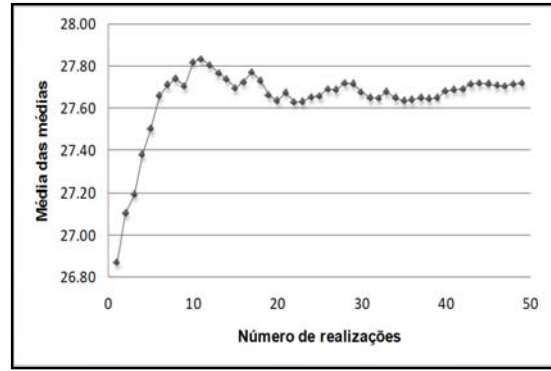
### 2.3.5 Geração dos modelos simulados

As etapas de geração dos cenários simulados, validação e análise dos modelos foram desenvolvidas no *software* ISATIS® (Bleines *et al.*, 2001).

Para este estudo, foram realizadas 50 simulações através do algoritmo de bandas rotativas em cada domínio (hematítico e itabirito) para cada depósito (Capitão do Mato e Tamanduá). Como o número de simulações a serem utilizadas depende de seu uso e da estrutura do fenômeno analisado, é necessário verificar se esse número é suficiente para mapear a incerteza associada. Baseando-se na metodologia proposta em Costa (1997) e Bonato (2000) para decidir o número necessário de cenários a serem gerados, analisou-se as flutuações na variância das médias das realizações. Sabe-se que estes parâmetros apresentam oscilação conforme aumenta-se o número de modelos até atingir um determinado patamar limite, sendo o número ideal aquele que garanta que esse patamar tenha sido atingido (Souza, 2007). A Figura 2.17 e a Figura 2.18 apresentam a média das médias e a variância das médias, respectivamente para o Depósito Capitão do Mato. Já, a Figura 2.19 e a Figura 2.20 apresentam a média das médias e a variância das médias, respectivamente para o Depósito Tamanduá.

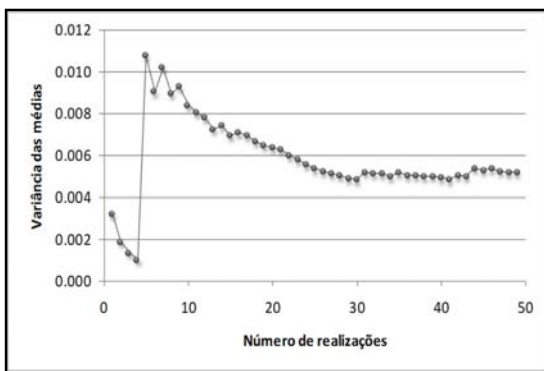


(a)

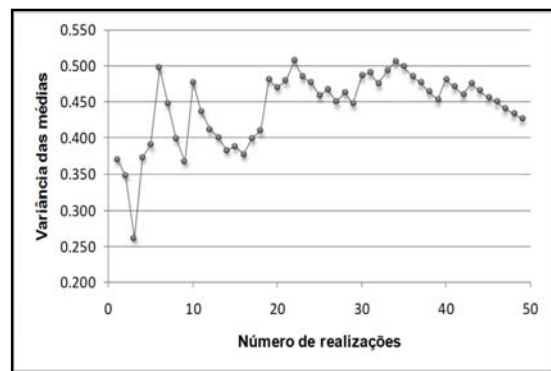


(b)

Figura 2-15: Média das médias para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Capitão do Mato

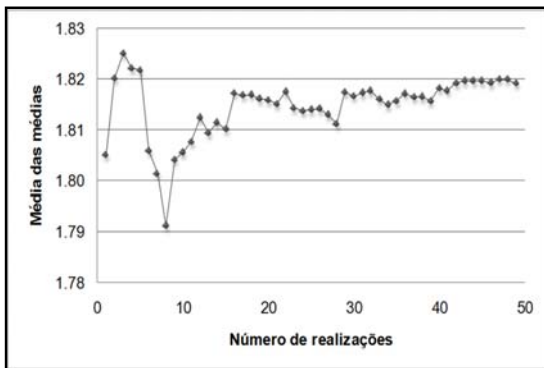


(a)

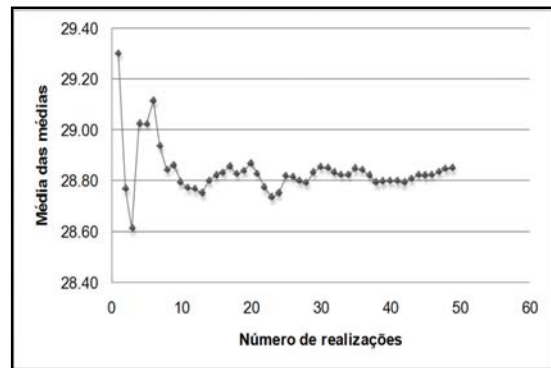


(b)

Figura 2-16: Variância das médias para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Capitão do Mato



(a)



(b)

Figura 2-17: Média das médias para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Tamanduá

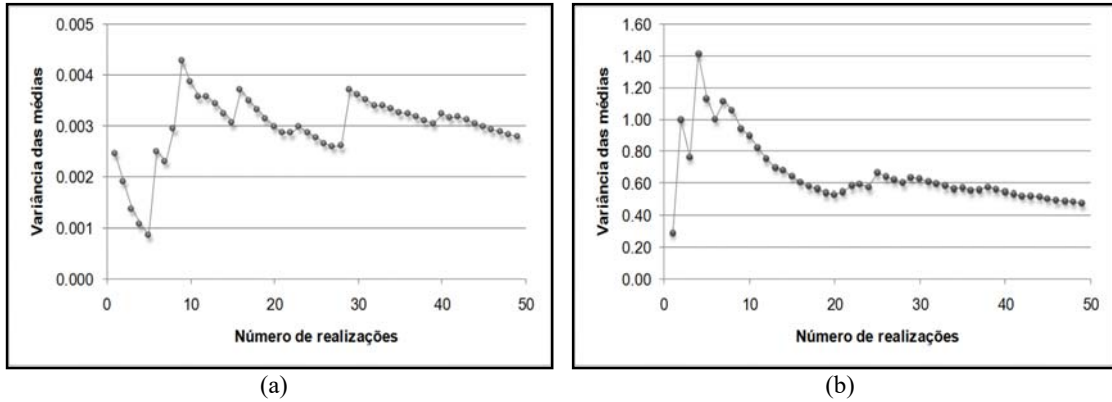


Figura 2-18: Variância das médias para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Tamanduí

Pela análise das figuras, pode-se observar que o intervalo de incerteza ou variabilidade representado pelas oscilações torna-se pouco significativo a partir de 30 realizações. Sendo assim, o número de realizações geradas foi considerado suficientemente para mapear a incerteza associada à estimativa do atributo geológico.

### 2.3.6 Validação das simulações

Após a obtenção dos modelos simulados, mas antes de se prosseguir com o uso dos mesmos para estimar a incerteza associada à redução de variabilidade com pilhas de homogeneização, foi executada a validação das simulações geradas, para verificar a reprodutibilidade do variograma e histograma.

A Figura 2.21 apresenta um gráfico comparativo entre os histogramas acumulados obtidos pelo algoritmo de simulação com os dados amostrais normalizados para o Depósito Capitão do Mato. A Figura 2.22 apresenta o mesmo gráfico comparativo para o Depósito Tamanduí. Nota-se, que em ambos os casos, ocorreu uma boa reprodutibilidade dos modelos no espaço normal.

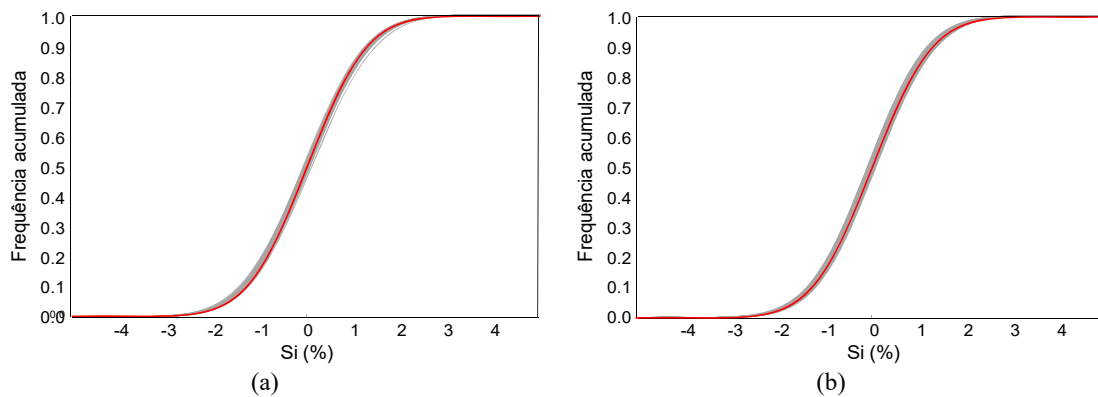


Figura 2-19: Reprodutibilidade da estatística para as 50 realizações (linhas cinza), em função dos dados amostrais (linha vermelha) para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Capitão do Mato



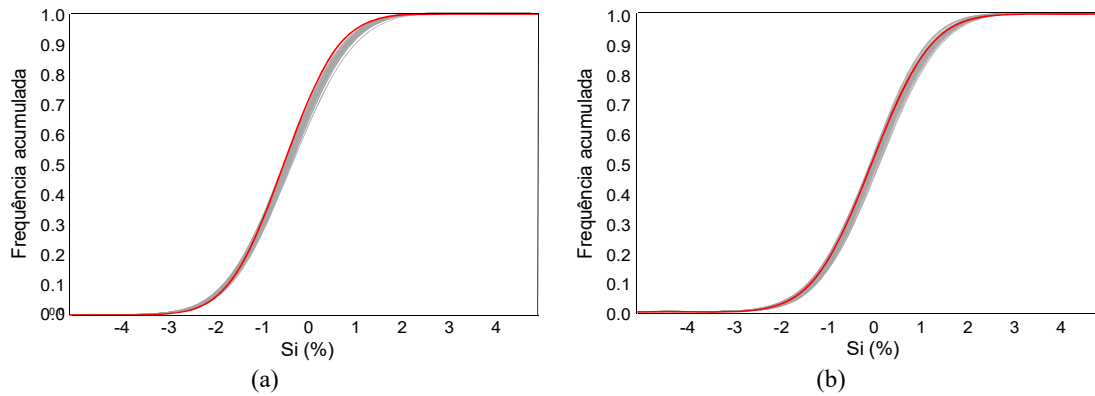


Figura 2-20: Reprodutibilidade da estatística para as 50 realizações (linhas cinza), em função dos dados amostrais (linha vermelha) para o (a) domínio hematítico e (b) itabirítico do Depósito Tamanduá

Na Figura 2.23 e na Figura 2.24, são apresentados os variogramas experimentais dos dados simulados comparados com os modelos de continuidade espacial baseados nos dados gaussianos (transformados) para o Depósito Capitão do Mato. Na Figura 2.25 e na Figura 2.26, são apresentados os variogramas experimentais dos dados simulados comparados com os modelos de continuidade espacial baseados nos dados gaussianos (transformados) para o Depósito Tamanduá.

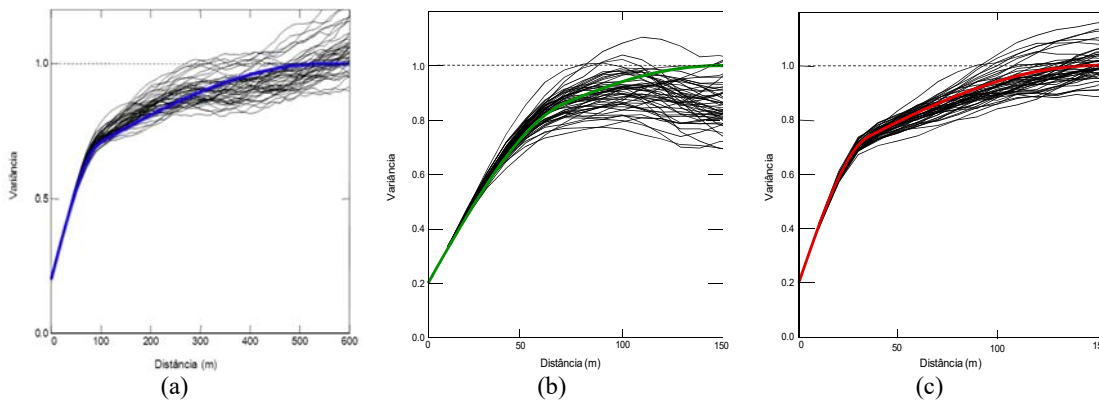


Figura 2-21: Variograma modelado e flutuações ergódicas para (a) direção de máxima, (b) intermediária e (c) mínima continuidade espacial para o domínio hematítico do Depósito Capitão do Mato

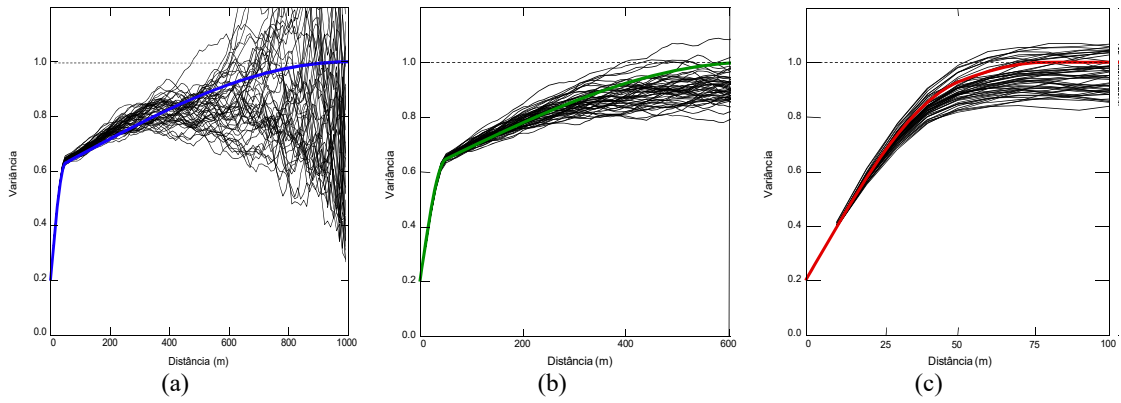


Figura 2-22: Variograma modelado e flutuações ergódicas para (a) direção de máxima, (b) intermediária e (c) mínima continuidade espacial para o domínio itabirítico do Depósito Capitão do Mato

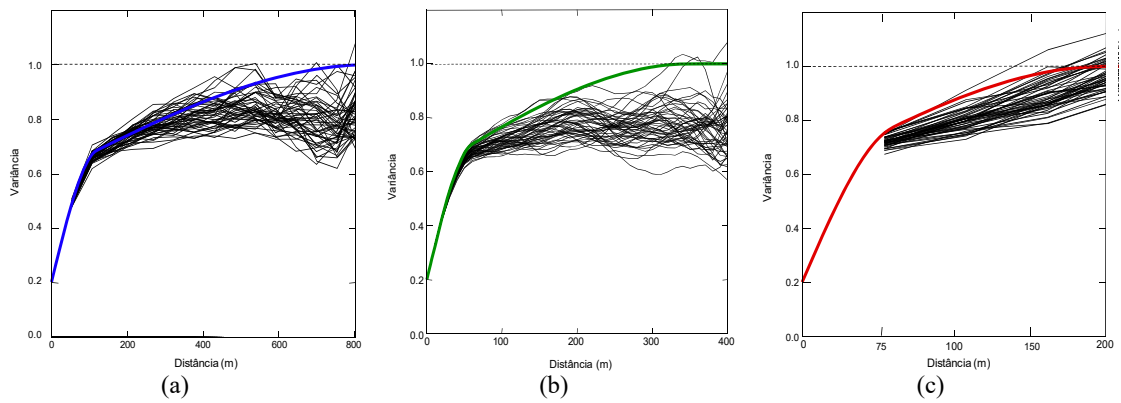


Figura 2-23: Variograma modelado e flutuações ergódicas para (a) direção de máxima, (b) intermediária e (c) mínima continuidade espacial para o domínio hematítico do Depósito Tamanduá

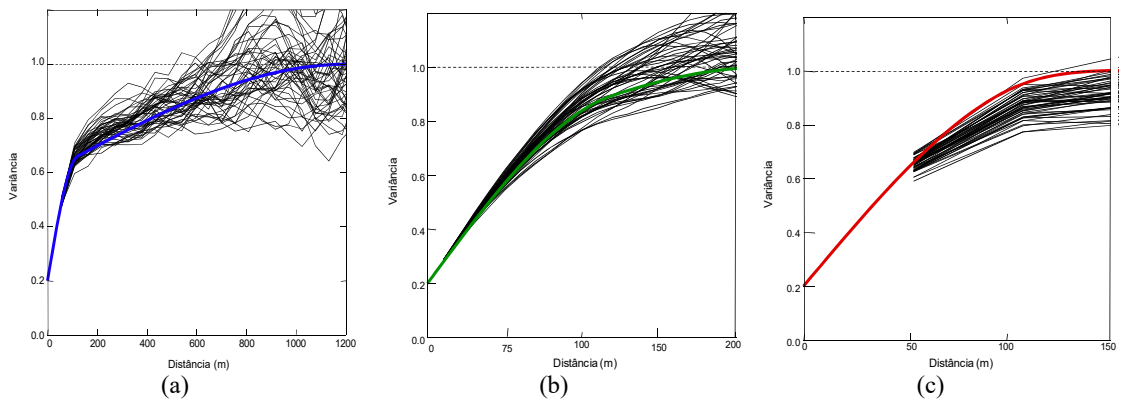


Figura 2-24: Variograma modelado e flutuações ergódicas para (a) direção de máxima, (b) intermediária e (c) mínima continuidade espacial para o domínio itabirítico do Depósito Tamanduá

Do mesmo modo que ocorreu com os histogramas, os variogramas do espaço normal simulados honraram os variogramas dos dados amostrais normalizados.

## **2.4 Comentários finais**

Neste capítulo, foi apresentada à técnica de banda rotativas e sua aplicação em dois depósitos de minério de ferro, tomando como base a variável sílica (muito errática nesse tipo de depósito). Após a geração dos modelos simulados, os mesmos foram validados de forma a garantir a reprodução das características dos dados originais pelos modelos. No capítulo 4, será feito uso dos resultados obtidos pelas simulações, aplicando os parâmetros de lavra (identificando minério e estéril), para aperfeiçoamento da estratégia de homogeneização em pilhas.

# Capítulo 3

## Princípios de Amostragem

Neste capítulo, são revisados os conceitos de heterogeneidade, variabilidade das características dos minérios, conceitos básicos de amostragem, além de problemas considerados fundamentais para a compreensão da teoria da amostragem. Também serão apresentadas técnicas numéricas para emular amostragem em fluxo contínuo, bem como meios de quantificar o impacto do número de incrementos na reconciliação entre o teor obtido por amostragem e o teor previsto pelo planejamento de lavra.

### 3.1 Introdução

As discrepâncias entre os teores obtidos por amostragem, o minério de alimentação da planta de processamento e os teores informados pela mina são um problema comum na indústria de mineração. Os assim chamados problemas de reconciliação entre mina/usina ocorrem devido a várias razões (Chierigati, *et al.*, 2007). Dentre as causas de viés nas séries amostradas são: a perda de material fino (o que pode levar a uma subestimativa ou superestimativa dos teores de minério), a amostragem manual (que pode levar à segregação de partículas) e a amostragem de um número insuficiente de incrementos. Além das causas operacionais, muitos erros estão relacionados com a amostragem e representatividade. Alguns deles podem ser atenuados, exceto pelo erro fundamental. Esta última não pode ser reduzida até ser eliminada quando as hipóteses mais favoráveis são aceitas (Gy, 1998). Deste modo, em cada fase do protocolo de amostragem, há a ocorrência de pelo menos o erro fundamental.

Uma amostra representativa é quando há uma combinação de precisão e reprodutibilidade. A precisão é definida como a ausência de viés ou erro sistemático. É uma propriedade do meio, que deve ser igual a zero. Reprodutibilidade é definida como uma baixa dispersão dos valores da amostra em torno de sua média. É uma propriedade da variância dos erros de amostragem, o qual deve ser mínimo (Gy, 1998). Como o erro médio e variância do erro nunca são exatamente zero, a amostra pode ser considerada representativa quando esses dois fatores são menores do que os respectivos valores máximos aceitáveis.

Um resultado importante da teoria de Gy é que a variância da média de um lote, quando se baseia em várias amostras, depende da estratégia de amostragem (Minkkinen e Paakkunainen, 2005). As formas mais usuais dos intervalos de tomada de incrementos de uma série unidimensional são os seguintes (Gy, 1979; Grigorieff, 2002):

- Seleção Sistemática: seleção de amostras espaçadas por um intervalo uniforme  $T_{si}$ , onde o tempo do primeiro incremento é selecionado de forma aleatória no intervalo compreendido entre  $t = 0$  e  $t = T_{si}$ . É a forma de tomada de incrementos mais largamente empregada na indústria. O intervalo de tempo constante é garantido através do emprego de um temporizador simples e a escolha aleatória do tempo de tomada do primeiro incremento ocorre a partir da ausência de correlação entre este tempo e as propriedades do material fluindo naquele instante.
- Seleção Aleatoriamente Estratificada: O tempo total DL compreendido no intervalo  $t = 0$  e  $t = TL$ , durante o qual o lote L passa pelo ponto de amostragem, é subdividido em um número de intervalos uniforme de duração  $T_{st}$ . O objetivo deste tipo de amostragem é evitar o risco da descoberta tardia da presença de flutuações cíclicas. Se este tipo de flutuação ocorrer na amostragem do tipo sistemática, o intervalo  $T_{si}$  funciona como um múltiplo inteiro do período P. Ao ser efetuado o projeto de uma instalação de amostragem, se existir qualquer desconfiança da existência de flutuações cíclicas no processo que será controlado, a forma de tomada de incrementos escolhida deveria ser a seleção aleatoriamente estratificada.
- Seleção Completamente Aleatória; O processo de seleção inicia com a definição do número de incrementos  $Q_{sa}$  a ser tomado. Com a passagem do lote pelo ponto de amostragem os incrementos passam a ser coletados de forma completamente aleatória até que seja atingido o número de incrementos. Este tipo de amostragem raramente é empregado.

Neste estudo, foi utilizado apenas seleção sistemática. A pergunta é: o que seria o erro de amostragem (ou a diferença entre as séries e as obtidas usando as amostras) resultante da extração de algumas amostras a partir de um fluxo contínuo e declarar a média destas amostras a ser o teor de lote? Isso é exatamente o que acontece quando o minério que alimenta a planta de processamento é amostrado durante, por exemplo, uma mudança ou um dia e média destas amostras é declarado ser o teor do período analisado (dia/turno).

Este erro, ou a diferença entre o que é declarado como o teor do período analisado e do teor “real”, é simplesmente ignorado em muitos casos. Em minas onde existe uma medida desse erro, o resultado é obtido a partir dos chamados experiências variográfico. Dados obtidos durante estes ensaios são utilizados para calcular o erro utilizando técnicas matemáticas baseadas em funções auxiliares e extensão de variância (Gy, 1998; Grigorieff et al, 2005; Sans e Olzard, 2005, Saunders et al, 1989.). A definição de extensão de variação pode ser encontrada em Journel e Huijbregts (1978).

Note-se que é difícil obter dados para calcular o erro, utilizando métodos correntes. Como já foi mencionado, estes métodos baseiam-se na experiência um variográfico, que precisa de amostras a serem tomadas em intervalos de tempo curtos (como cada 2-4 minutos) durante um período de algumas horas para modelar a influência do tempo na continuidade dos teores (variância). É difícil obter amostras

para este tipo de experiência, porque isso requer interrupções frequentes a produção durante o período de amostragem. Além disso, os resultados obtidos a partir destas experiências são dependentes do tipo de minério que alimenta a unidade de processamento no instante do teste. É irrealista pensar que o minério vai ter características estatísticas semelhantes ao longo do resto da vida do depósito (hipótese extrema) ou até a próxima semana.

Os resultados obtidos a partir de um teste variográfico irá determinar o intervalo de amostragem (protocolo amostral) a ser adotado, com um erro calculado a ser associado a cada intervalo de tempo escolhido. O erro associado com a extensão do valor de algumas amostras para o teor de todo o lote (dia ou mudança) depende da variabilidade do minério durante o período. Supondo-se que esta variabilidade do minério vai segurar por um longo período de tempo (ou seja, a estacionariedade do variograma durante um longo período de tempo) pode não ser realista.

Este documento propõe uma abordagem alternativa para o problema de medir o erro de amostragem (o erro devido a assumir o teor de deslocamento dado amostras extraídas em cada intervalo de  $t$  minutos). O objetivo aqui é usar métodos geoestatísticos para prever o teor médio do depósito e sua variabilidade em situ, combinado com o meu planejamento (agendamento) para gerar cenários possíveis para um fluxo contínuo que alimenta a planta de processamento. Os trabalhos anteriores utilizaram dados simulados na tentativa de prever a variância amostral (Rose, 2008), mas sem levar em conta a questão da reprodutibilidade da variabilidade in situ depósito mineral.

### **3.2 Cálculo para definição de protocolo amostral**

O primeiro passo para esta nova metodologia de amostragem é a utilização de simulação geoestatísticas em um modelo de blocos de suporte pontual e a aplicação do sequenciamento de lavra para um determinado período. Um modelo de blocos tridimensional é construído, com teores de minério que visam reproduzir o a variabilidade *in situ* e continuidade espacial. A este modelo é então aplicado o planejamento de lavra, ou seja, o sequenciamento dos blocos. O sequenciamento de lavra fornece uma sequência de blocos para alimentar a planta de processamento em um determinado momento. Os teores de estes blocos têm sido previamente determinados utilizando simulação geoestatística (Journel e Huijbregts, 1978).

Ao simular toda a série de teores na planta (que está relacionada com o minério a ser extraído, durante um determinado período de tempo), é possível estimar o erro associado com o uso de diferentes intervalos de amostragem, e assim, para selecionar uma amostra que vai levar a um erro aceitável para um determinado tipo de minério.

Existem várias fontes de incerteza em um projeto de mineração. O modelo de blocos de longo prazo é estimado usando krigagem e um conjunto de dados furos de sondagem. O modelo de blocos de teor de curto prazo é obtido por reestimar o modelo de bloco inicial de longo prazo dentro de certas regiões do depósito (ou a totalidade do depósito), após a adição ao banco de dados de furos de desmonte

ou trincheiras. A reconciliação entre as classificações obtidas por estes dois modelos mede a eficiência dos métodos de estimativa, combinados com a qualidade dos novos dados incorporados. Em seguida, os teores previstos pelo modelo de blocos de curto prazo são reconciliados com os teores declarados de amostragem do minério que irá alimentar a planta de beneficiamento. Este último procedimento é o foco do estudo de caso apresentado nesta tese.

Estas incertezas não podem ser eliminadas, mas existem abordagens alternativas para prever e reduzi-los. Uma maneira de quantificar a incerteza decorrente da falta de conhecimento dos teores seria realizar simulação geoestatística. Os teores reais extraídos da jazida mineral não são conhecidos, mas eles podem ser substituídos por vários cenários simulados igualmente prováveis. Estes modelos simulados podem ser usados no meu planejamento e programação para antecipar a incerteza e os riscos associados com os valores de teor durante a vida útil da mina.

Os dados originais (furos de sondagem) foram usados para simular os teores dos blocos *in situ*, e conseqüentemente emular a série temporal que alimenta a planta. O sequenciamento utilizado é muito próximo ao realizado na mina ao longo de um mês (março de 2004), pois baseiam-se nas superfícies topográficas mensais de lavra e estacionarização dos teores. As simulações no contexto mineral, reproduzem as características do depósito, criando valores para os teores, com as mesmas características espaciais e estatísticas dos teores reais. Uma simulação, por conseguinte, não é uma estimativa, mas sim um conjunto de valores, com as mesmas características estatísticas dos dados originais.

Os passos envolvendo o estudo são:

- criação de vários modelos 3D igualmente prováveis para os teores do depósito (simulações geoestatística);
- sequenciamento do modelo simulado (bloco em 3D) de acordo com a produção planejada para um 31 dias;
- transformação da sequência de mineração a partir de um 3D modelo *in situ* de uma série temporal 1D, simulando a alimentação da planta de processamento;
- simulação de diferentes estratégias de amostragem no fluxo contínuo;
- cálculo do erro relativo e variabilidade de amostras dentro de cada estratégia de amostragem para os diferentes cenários simulados para o depósito mineral.

A Simulação condicional e a estimativa por krigagem diferem em muitos aspectos. Em termos gerais, o objetivo de krigagem é fornecer, em cada posição geográfica de um determinado depósito mineral, a melhor estimativa global de uma variável, mas sem reproduzir a variabilidade dos dados original. Conseqüentemente, a variância dos valores estimados é menor do que a variância dos dados originais. Por outro lado, os métodos de simulação geoestatística tem por objetivo reproduzir a variabilidade *in situ*, e a continuidade espacial do conjunto de dados de entrada. A ideia incorporada na maioria dos métodos de simulação geoestatística utilizados para simular variáveis contínuas é avaliar a incerteza na estimativa sobre o valor estimado. Modelos utilizados desta forma procurar replicar a

estrutura espacial de um conjunto de dados como um todo, em vez de fornecer estimativas locais confiáveis de um atributo em locais específicos.

Os múltiplos cenários equiprováveis permitem avaliação da variação dos teores do minério de alimentar que alimentam a planta de beneficiamento ou as pilhas de homogeneização. A partir desta sequência temporal, é possível simular várias alternativas de amostragem e, assim, avaliar o erro de amostragem associado com cada um. Neste estudo, para analisar os possíveis protocolos amostrais, foi utilizado a variável sílica ( $\text{SiO}_2$ ), em um depósito de ferro na região central do Brasil. Os dados utilizados para emular a série temporal (planejamento de lavra) foram obtidos a partir de dados históricos da mina durante o ano de 2004.

### **3.1.1 Avaliando a incerteza dos teores nos blocos**

Um algoritmo de simulação geoestatística condicional foi utilizada para gerar 50 cenários igualmente prováveis de  $\text{SiO}_2$ . Cada bloco simulado (ou SMU) possui um volume de  $16 \text{ m}^3$ . Os teores são mostrados em uma série temporal (Figura 3-1) em sequência através de um mês. A massa do SMU é aproximadamente 57,28 toneladas. A banda de incerteza associada a cada SMU (teores máximos e mínimos) é obtida através das séries simuladas de sílica ( $\text{SiO}_2$ ) para cada bloco derivado dos 50 cenários igualmente prováveis ordenados de acordo com o sequenciamento de lavra.

Para utilização dos dados das simulações geoestatísticas, foi necessário aplicar aos modelos simulados a sequência de lavra. Foram identificados os blocos lavrados dentro de cada mês (mas não a sequência dos blocos durante o mês). O modelo de blocos utilizado para determinar a sequência de lavra, tem seus teores estimados por krigagem (fornecido pela Vale), contendo também os valores estimado da densidade de cada bloco. O tamanho do bloco é de  $2 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 2$  em X, Y e Z respectivamente.

Os dados correspondem a mina Capitão do Mato e apenas 28.150 são utilizados neste estudo. Estes blocos correspondem ao mês de março de 2004 (obtido a partir dos dados históricos da empresa). A Figura 3-1 mostra a série temporal dos blocos com a banda de incerteza associada, obtida através das simulações geoestatísticas. São apresentados apenas os maiores (vermelho) e menores (azul) teores de  $\text{SiO}_2$  de cada bloco, obtidos a partir dos 50 cenários equiprováveis.



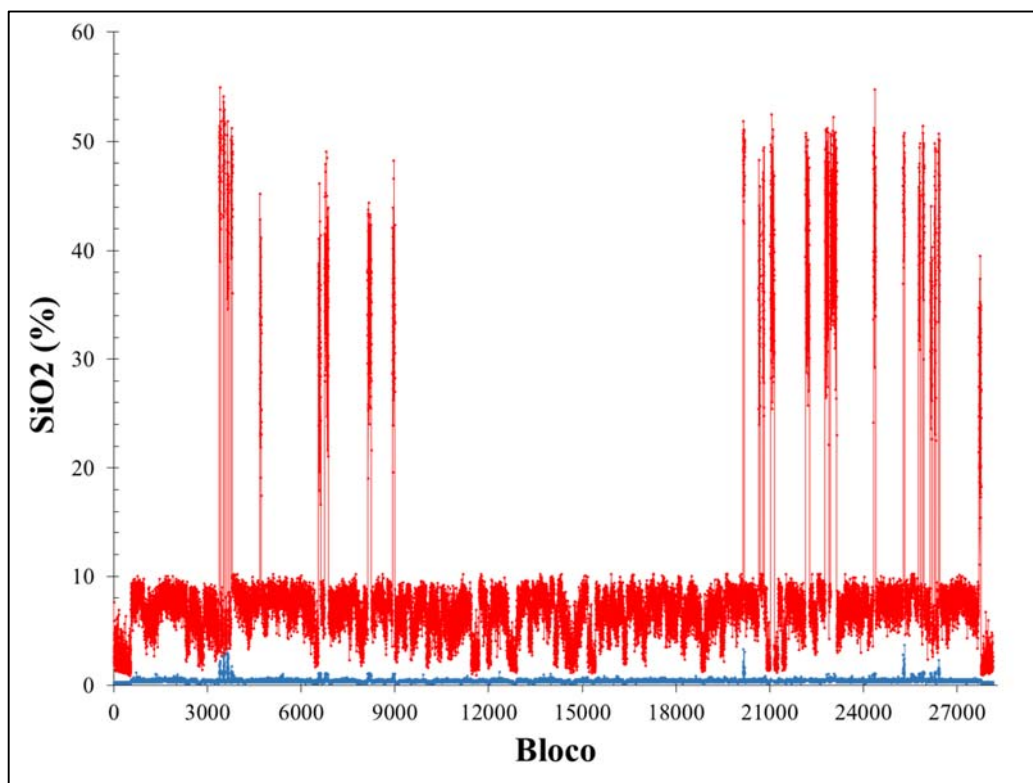


Figura 3-1: Série temporal dos teores emulando o fluxo contínuo de uma correia transportadora. A linha vermelha representa o teor máximo e a linha azul o teor mínimo de SiO<sub>2</sub> entre as 50 realizações para cada SMU de 16 m<sup>3</sup>

Note a incerteza nos teores (máximo-mínimo) e sua variação ao longo dos 31 dias. Note-se também que existem blocos, onde o teor de incerteza é extremamente elevado. Isto mostra a necessidade de definir um intervalo de amostragem que é adequado para todos os cenários possíveis, como características de minério de mudar com o tempo (como um resultado da extração zonas diferentes no interior do depósito).

Os blocos estimados por krigagem e que foram utilizados para o sequenciamento de lavra estão em um suporte de 10 m x 10 m x 10 em X, Y e Z respectivamente. Os blocos simulados têm o menor suporte possível para a execução do algoritmo (nesse estudo), devido a limitações computacionais. Para cada bloco de 10 m<sup>3</sup>, identificou-se de forma randômica 125 simulados correspondente ao mesmo.

### 3.1.2 Flutuações estatísticas

Apesar de possuir os dados simulados correspondentes a um mês de produção, optou-se por dividir esse conjunto de dados em unidades de tempo menor. As análises estatísticas estão representada em dia de produção. Dado o volume de cada bloco simulado, é possível obter um total de 908 durante um dia (1 amostra a cada 95 s). Esse conjunto de dados exaustivo fornece a média “real” (ou de referência) do dia, além do desvio padrão dos teores. A Figura 3-2 (a) e Figura 3-2 (b) mostram a média

(linha preta) e s média +/- o desvio padrão (linhas tracejadas) durante os 31 dias de março para duas simulações selecionadas aleatoriamente: simulações 23 e 42, respectivamente.

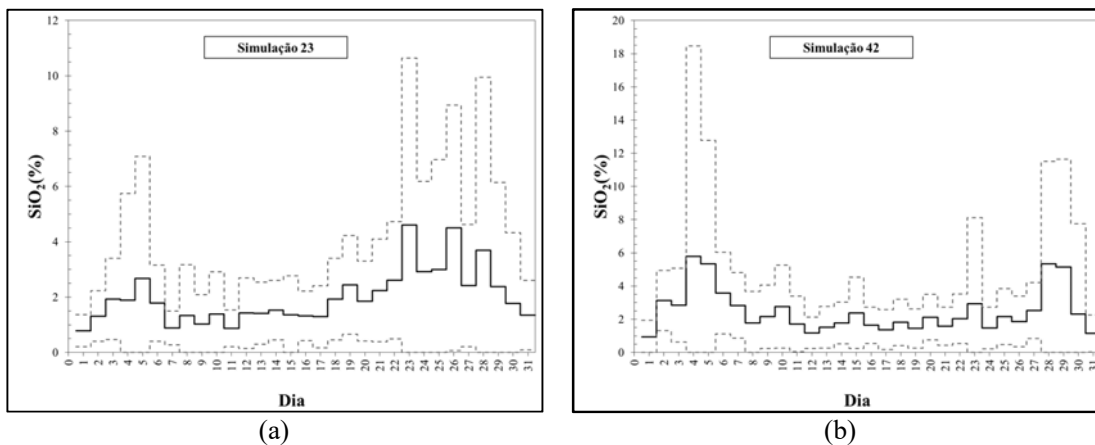


Figura 3-2: Flutuações dos teores de SiO<sub>2</sub> durante os 31 dias do período analisado para a (a) simulação 23 e a (b) simulação 42. A linha preta representa a média e as linhas tracejadas representam 68% do intervalo de confiança dos teores para cada dia (a partir de 908 amostras)

Pode-se perceber que as estatísticas diárias podem variar consideravelmente. Isso ocorre devido as flutuações de teores na lavra, dependendo da frente de lavra onde o material foi extraído (segundo planejamento de lavra) e também de acordo com o modelo de simulação utilizado como entrada (considerado aqui como os "verdadeiros" teores). As linhas tracejadas mostram a gama de valores possíveis (intervalo de confiança de 68%) que a unidade de processamento pode receber durante o dia. Isso significa que, a menos que seja usada uma pilha de homogeneização, o operador da planta não deve esperar um teor constante durante ao longo do dia. Como a média dos teores varia a cada dia da simulação a simulação, o mesmo acontece com a nota média para o mês. O teor médio do mês é 1,99% (de acordo com a simulação de 23) e 2,47% (de acordo com a simulação de 42).

### 3.1.3 Análise variográfica

A fim de realizar uma análise variográfica, deve-se considerar um fluxo contínuo de minério de viajando ao longo de uma correia transportadora dividido em um certo número de incrementos (ou blocos) lavrados durante um determinado período. Estes incrementos, como visto anteriormente, podem exibir valores distintos de teores, apresentando alguma variabilidade, cuja a magnitude depende da variabilidade entre as partículas do material e na segregação de partículas no lote em particular, entre outros fatores (Grigorieff et al., 2005).

Na teoria de Gy, as variâncias amostrais são estimadas experimentalmente a partir da experiência variográfica, a partir de um conjunto de amostras extraídos em intervalos fixos. Suponha-se que  $(y)$  expressa os teores de incrementos no fluxo contínuo como uma função do tempo. Esta função

caracteriza a heterogeneidade unidimensional do material, durante o tempo que o lote está a ser processado.

Exemplos de variogramas experimentais são mostrados na Figura 3-3 e Figura 3-4, calculado com as amostras com os modelos simulados de fluxo contínuo. Pode-se observar que os variogramas, calculados para um período curto de tempo (por exemplo, um dia), podem apresentar modelos muito diferentes para dias diferentes (mas em um mesmo mês de produção). A Figura 3-3 e Figura 3-4, apresentam os variográfica experimentais (linha tracejada) obtidos com os teores simulados utilizando lago  $h = 1$  (amostras separadas por intervalos de 95 s). Os respectivos modelos dos variogramas experimentais são dadas pela Equação (3-1) para a Figura 3-3(a), a Equação (3-2) para a Figura 3-3(b), a Equação (3-3) para a Figura 3-4(a) e Equação (3-4) para a Figura 3-4(b).

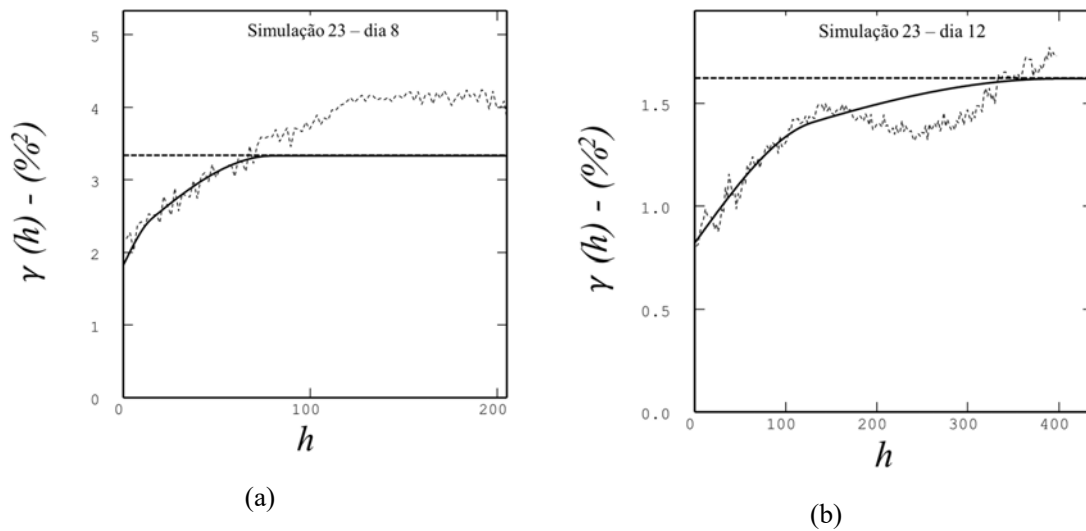


Figura 3-3: Variogramas Experimental calculado para a simulação usando dados de 23 do (a) dia 8 e (b) dia 12 de março.  
Cada h representa cerca de 95 segundos

$$\gamma(h) = 1.83 + 0.3 * Sph\left(\frac{h}{15}\right) + 1.2 * Sph\left(\frac{h}{80}\right) \quad (3-1)$$

$$\gamma(h) = 0.82 + 0.4 * Sph\left(\frac{h}{130}\right) + 0.4 * Sph\left(\frac{h}{400}\right) \quad (3-2)$$

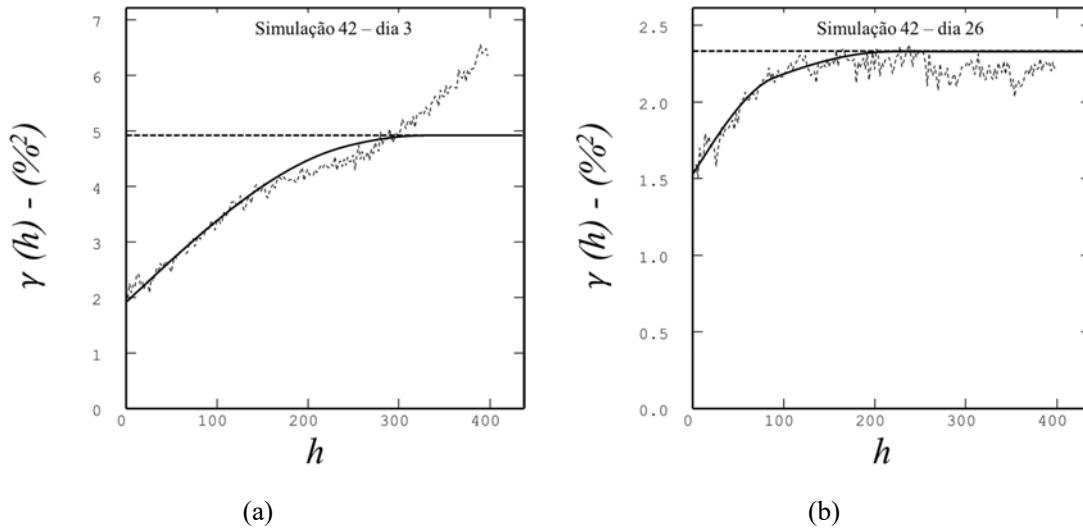


Figura 3-4: Variogramas Experimental calculado para a simulação usando dados de 46 do (a) dia 3 e (b) dia 26 de março.  
Cada h representa cerca de 95 segundos

$$\gamma(h) = 1.92 + 1 * Sph\left(\frac{h}{240}\right) + 2 * Sph\left(\frac{h}{330}\right) \quad (3-3)$$

$$\gamma(h) = 1.53 + 0.4 * Sph\left(\frac{h}{90}\right) + 0.4 * Sph\left(\frac{h}{220}\right) \quad (3-4)$$

Como o material da mina é uma mistura de hematita e itabirito (ambos apresentam grandes diferenças estatísticas em relação à sílica), é gerado um alto efeito pepita no variograma temporal, como pode ser visto na Figura 3-3 e Figura 3-4.

Assumindo que cada um destes cenários tem uma oportunidade igual de representar o depósito mineral real, pode ser arriscado para propor um intervalo de amostragem com base numa variográfica experimental calculado com amostras extraídas durante um curto período de tempo, uma vez que é evidente que os variogramas experimentais podem apresentar modelos completamente diferentes.

O variogramas poderia ser usado para calcular a variância de extensão (VE), que se refere o erro associado com o ato de estender um valor (teor) de amostra para um maior ou zona de influência. Neste método, o teor ( $y_i$ ) da amostra om está relacionado com o teor de o intervalo de  $t_i$ , e o erro associado é definida usando VE, calculado a partir do variograma temporal (ilustrada na Figura 3-5). Por exemplo, considere o  $y_i$  exemplo na Figura 3-5. Seu teor pode ser estendido para todo o intervalo  $t_i$ , mas existe um erro associado de assumir este valor, o qual pode ser calculando usando a VE. Um exemplo de cálculo VE no caso de uma 1D é apresentado por Dowd (1993).

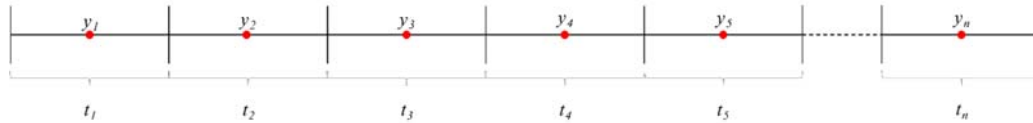


Figura 3-5: Ilustração de como os teores estão associados com um intervalo de tempo e o ato de assumir  $y_i$  como o teor do intervalo  $t_i$  leva a um erro (variância de extensão)

Como mostrado anteriormente o variograma temporal pode mudar substancialmente dependendo do dia analisado, em uma escala pequena de tempo (mês). Conforme a lavra avança ao longo dos meses e anos, as características do minério podem ser diferentes, levando a outros variogramas temporais. Disse modo, diferentes variogramas sendo utilizados para o cálculo do erro de estender um valor de amostra para um intervalo de tempo, irão levar a diferentes variâncias de extensão. Utilizar o variograma temporal obtido a partir de um experimento variográfico para definir o protocolo amostral (obtido a partir de amostragem reais), e estender esse protocolo a um período grande de tempo, pode levar a resultados inconsistentes e problemas de reconciliação entre as médias informadas pela equipe de planejamento e a amostragem.

O experimento variográfico combinado com o cálculo VE é chamada aqui de solução clássica. A principal desvantagem é a necessidade de dados para executar o variograma temporal a parti de dados experimentais, como explicado anteriormente. Como alternativa, a nova metodologia apresentada nesta tese utiliza simulação geoestatística combinada com o planejamento lavra para simular a série temporal (de teores de alimentação da planta durante um determinado período). Detalhes da geração dos cenários igualmente prováveis são apresentados na seção seguinte.

### 3.1.4 Amostragem usando simulações geoestatísticas

A análise variográfica fornece uma ferramenta para caracterização da continuidade de um processo auto correlacionado no tempo. No entanto, a obtenção de dados para o cálculo do variograma experimental para estimar o erro de amostragem é um processo trabalhoso, e devido à sua complexidade, pode ser realizado apenas algumas vezes durante a vida útil de uma mina. Assim, esta tese sugere uma nova metodologia para definir o intervalo de amostragem de um fluxo contínuo, baseado unicamente em simulações geoestatísticas (entretanto podem ser feitas análises experimentais a posteriori para confirmar a validade dos protocolos). Para cada simulação, a média de  $\text{SiO}_2$  obtido a partir de um modelo exaustivo (908 amostras por dia), sendo aqui chamado de teor “real” ou de referência do dia. Note que a simulação reproduz as estatísticas introduzidos a partir dos dados amostrais. Deste conjunto completo de teores emulando processo de um dia, é possível extrair várias amostras em intervalos diferentes e definir diversos protocolos amostrais e calcular os erros relativos, comparada à média de referência. Uma vez que cada simulação é uma possível representação da

realidade, o processo é repetido para todos os cenários simulados para verificar se a escolha de um determinado simulação utilizado como referência influencia os resultados.

Gy (1982) e Saunders et al. (1989) mostraram que a amostragem sistemática apresenta, na maioria das situações práticas, um resultado mais preciso, a menos que a característica de qualidade estimada está variando de uma forma periódica (Saunders e Robinson, 1989). Este estudo apresenta resultados apenas a partir de seleção sistemática, que é comumente usada na indústria de mineração.

Considerando o período de um dia, tem-se 908 possíveis incrementos (dado o tamanho ou suporte em que as simulações foram construídas nesse caso específico). O conteúdo de teor é diferente para cada incremento e diferente do teor médio para o dia. No entanto, quando a seleção sistemática é utilizada e o número de incrementos é suficientemente grande, o teor médio desses incrementos se aproxima do teor "real" do dia. Assim, o que deve ser buscado é o número mínimo de incrementos para aproximar o teor amostrado do teor "real", obtendo um erro relativo aceitável (esse erro deve ser definido caso a caso, de acordo com as especificações da empresa).

Para calcular o teor médio do intervalo em diferentes configurações, foi utilizada a Equação (3-5)

$$TM_I = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_{\text{int}((AP/I)*(n-0.5))} \quad (3-5)$$

Onde:

$TM$  é o teor médio obtido durante o período de tempo analisado (neste caso 1 dia) a partir de amostras  $n$  extraídos;

$AP$  é o número de amostras no período analisado (nesse caso são 908 amostras);

$I$  é o número de incrementos extraídos durante o período de tempo;

$n$  é o contador que representa o número de incrementos de analisados (intervalos de 1 a  $I$ );

$T$  é o teor de cada incremento;

Considere o teor diária é calculada utilizando quatro amostras por dia. Para cada dia em que irá ser igual a 4, e o teor médio será calculada usando amostras extraídas nas posições 113, 340, 567 e 794 (para  $n = 1$ ,  $n = 2$ ,  $n = 3$  e  $n = 4$ , respectivamente).

Sete configurações diferentes de amostragem foram testadas, recolhendo incrementos respectivamente  $N = 1, 4, 10, 20, 40, 60$ , e  $90$  durante o dia. Os mesmos incrementos são tomados para todos os períodos analisados e todas as simulações. A Figura 3-6 (a) e Figura 3-6 (b) apresentam os resultados para 10 e 40 incrementos, respectivamente, para a simulação 23. A Figura 3-7 (a) e Figura 3-7 (b) apresentam os resultados correspondentes a simulação 42 como referência.

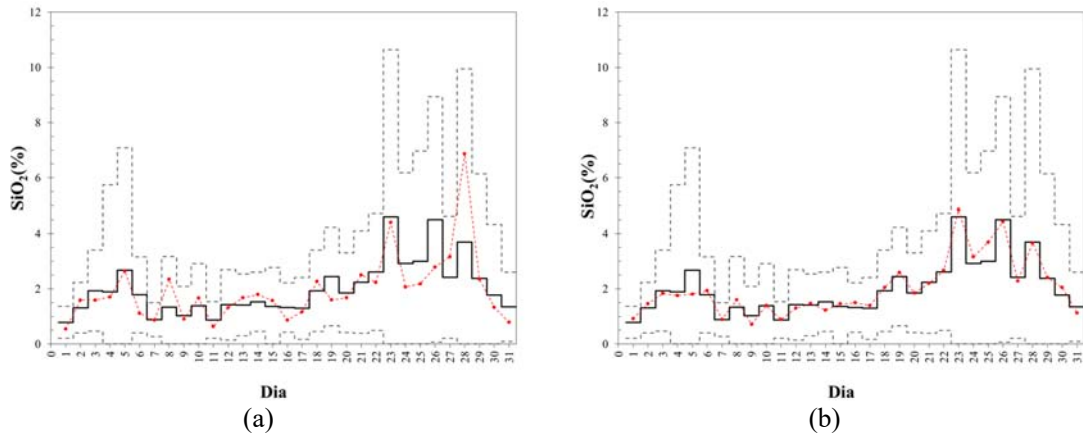


Figura 3-6: Teores médios para os 31 dias de março de 2004, utilizando a simulação 23 como referência. A linha preta representa a média e as linhas tracejadas representam 68% de intervalo de confiança dos teores para cada dia (a partir de 908 amostras). A linha vermelha representa a média obtida para cada dia com (a) 10 e (b) 40 incrementos (ou amostras)

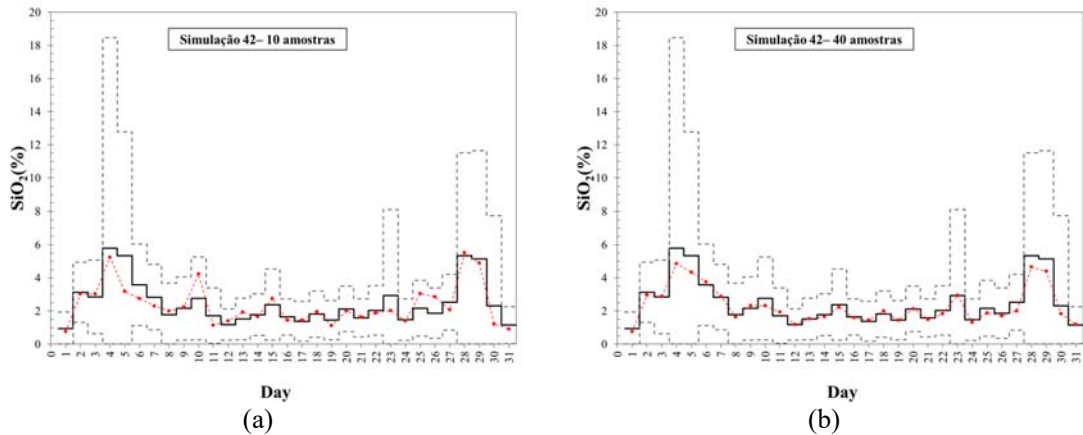


Figura 3-7: Teores médios para os 31 dias de março de 2004, utilizando a simulação 42 como referência. A linha preta representa a média e as linhas tracejadas representam 68% de intervalo de confiança dos teores para cada dia (a partir de 908 amostras). A linha vermelha representa a média obtida para cada dia com (a) 10 e (b) 40 incrementos (ou amostras)

Note que, como cada simulação apresenta características diferentes de variabilidade, as amostragens de alguns cenários podem apresentar resultados semelhantes dentro de uma mesma simulação. Na Figura 3-7 (a) e Figura 3-7 (b), há uma redução do erro em relação com o aumento do número de amostras (10 a 40), mas não tão significativa como na simulação # 23. Assim, é importante o uso de um número de simulações geoestatísticas que captam toda a banda de incerteza associada com teores de minério previstos, e não limitam a escolha de um determinado protocolo de amostragem com base nos resultados obtidos a partir de uma única simulação. O erro relativo foi obtido, para cada dia de análise, pela diferença entre a média de 908 amostras (considerado como a média "real") e a média diária obtido pelo número de amostras analisadas dividido pela média "real". O erro é apresentado em percentual.

O que se procura nesses resultados é o ponto em que um aumento adicional no número de incrementos deixará de reduzir o erro significativamente (estabilização da curva). Os conjuntos de resultados completo pode ser visto na Figura 3-8 e Figura 3-9, para a simulação de 23 e 42, respectivamente.

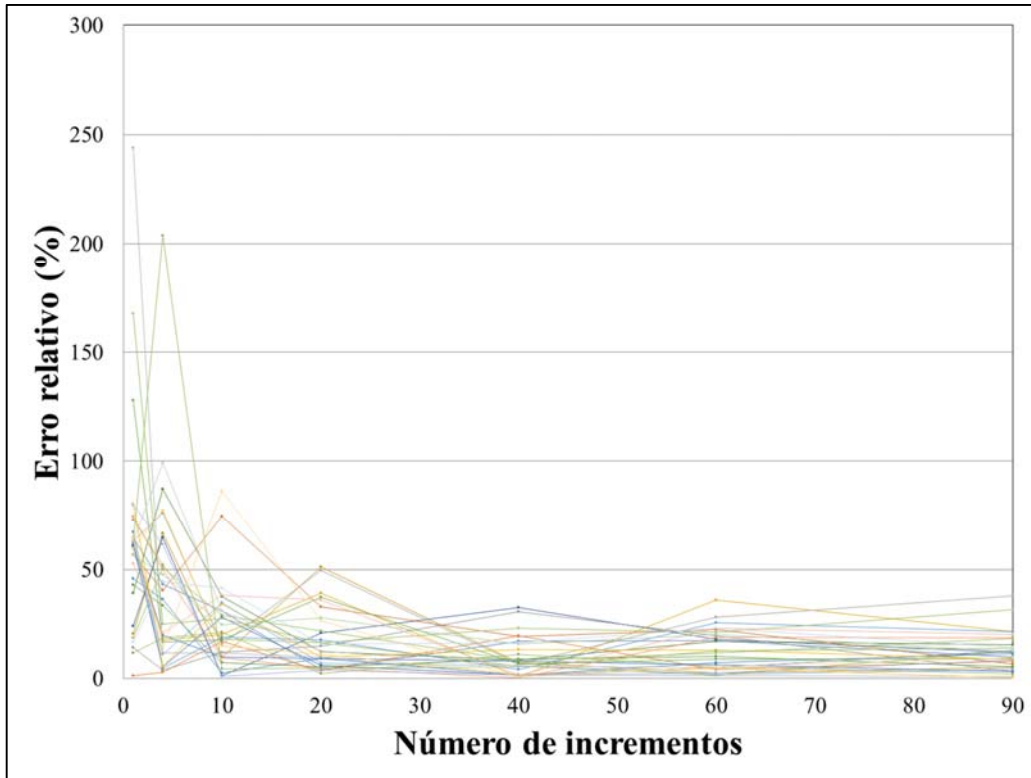


Figura 3-8: Erro relativo versus o número de incrementos para todos os períodos (dias) analisados usando a simulação 23 como referência



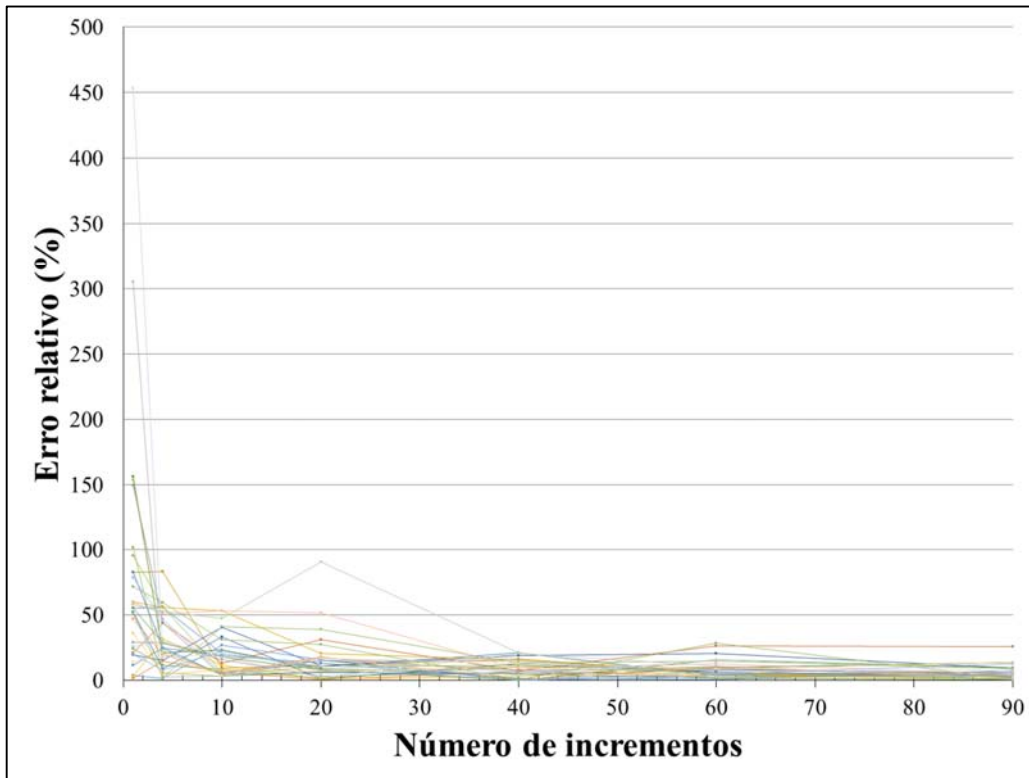


Figura 3-9: Erro relativo versus o número de incrementos para todos os períodos (dias) analisados usando a simulação 42 como referência

A Figura 3-10 mostra o erro relativo entre a média obtida com número diferente de incrementos amostrados e média utilizando o conjunto de dados exaustivo (ou seja, todos os incrementos em todos os dias). Do mesmo modo, a Figura 3-11 representa o desvio padrão do erro relativo em relação ao número de incrementos de amostra. Nota de ambas as figuras, que não há redução significativa no erro relativo através da recolha de mais de 20 passos por dia. Pode-se observar na Figura 3-8, Figura 3-9, Figura 3-10 e Figura 3-11 que ocorre uma redução significativa do erro relativo até de 20 incrementos por dia (para os 31 dias analisados), em todas as simulações analisadas. No entanto, o ponto de estabilização do erro relativo ocorre com o número de incrementos de 40. Com base nesta informação, pode-se escolher o ponto ideal, em que há um erro relativo aceitável a um dado custo de amostragem.

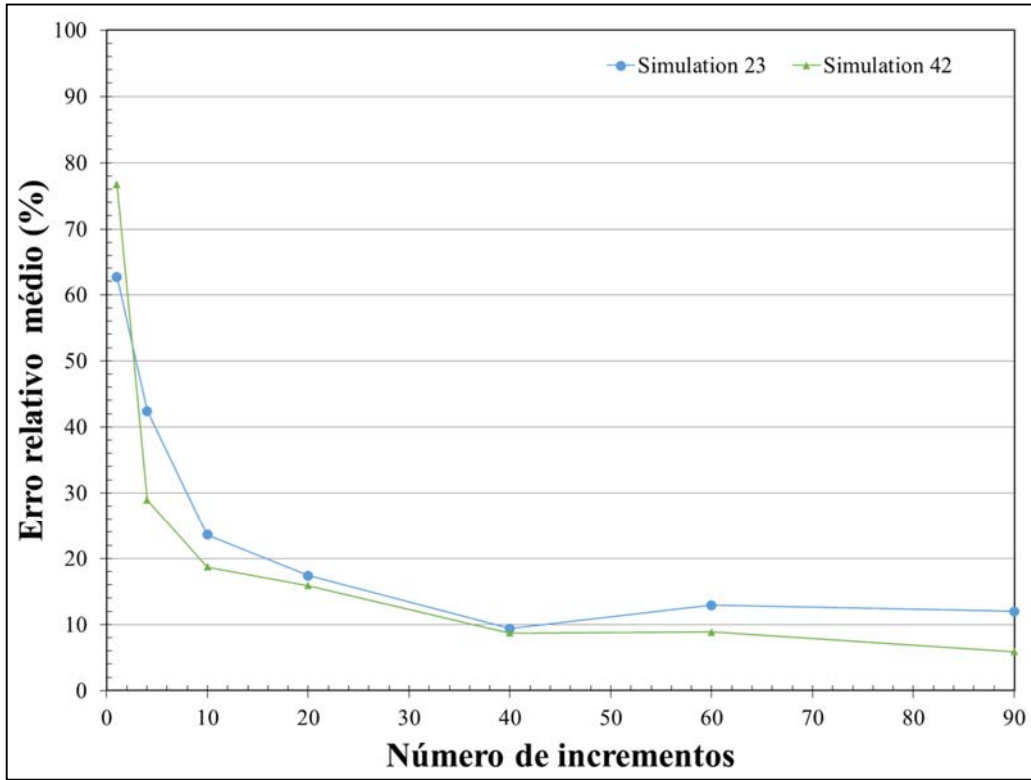


Figura 3-10: Erro relativo versus número de incrementos amostrados. Dois modelos simulados foram utilizados como os teores de referência (teores “reais”)

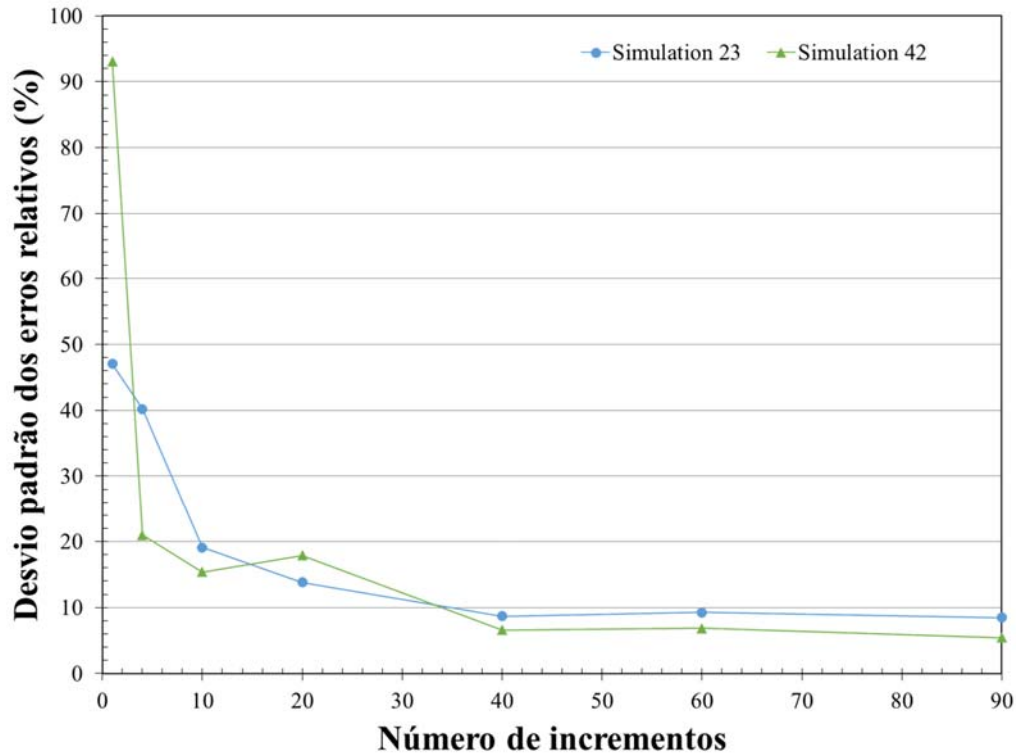


Figura 3-11: Desvio padrão do erro relativo versus número de incrementos amostrados. Dois modelos simulados foram utilizados como os teores de referência (teores “reais”)

### 3.3 Considerações finais

A utilização de simulações geoestatísticas para emular o fluxo de teores que alimentarão as de pilhas de homogeneização ou planta de beneficiamento, não é necessário para um funcionamento mina para prosseguir com um experimento variográfica. Este procedimento de simulação apresenta uma grande vantagem sobre as técnicas tradicionais. Nas técnicas tradicionais, equipamento de amostragem já deveria estar em operação para a obtenção do variogramas temporais, e este equipamento de amostragem foram selecionados e instalados sem a confirmação da sua adequação para o intervalo de amostragem utilizado. Ao aplicar a metodologia introduzida neste trabalho, pode-se realizar uma análise sobre o número necessário de incrementos da amostra levando a um melhor ajuste no sistema de amostragem.

# Capítulo 4

## Princípios de Homogeneização

Neste capítulo, serão revisados os conceitos de heterogeneidade, variabilidade das características dos minérios, a relação volume-variância, além de algumas das principais estratégias de homogeneização. Também serão apresentadas técnicas numéricas e geoestatísticas para emular blendagem e homogeneização de minério, bem como meios de quantificar o impacto da homogeneização na variabilidade do minério.

### 4.1 Variabilidade das Características dos Minérios

Todos os depósitos minerais são compostos de uma combinação de minério e rocha estéril com variabilidade de teores em sua composição, o que pode levar o ROM (Run of Mine) proveniente da lavra apresentar variações nas suas características ao longo do tempo. Dependendo do tipo de mineralização, existem diferentes escalas de variabilidade dos teores. Vários métodos de lavra podem ser utilizados para controlar essa variabilidade na tentativa de reduzir a diluição que ocorre ao se tentar separar seletivamente o estéril do minério e manter os teores que alimentam a planta de beneficiamento tão constantes quanto possível.

Obviamente, para cada tipo de depósito mineral existe um método de lavra ideal capaz de produzir um produto com o teor médio requerido para a planta de beneficiamento ou para o produto final, a um custo razoável e uma taxa de produção adequada (Parker, 1979). No entanto, existem alguns casos em que um método de lavra apropriado não é suficiente para assegurar que o ROM tenha as características desejadas.

A heterogeneidade do material também pode ser afetada pelos métodos de carregamento e transporte e os tipos de procedimentos empregados na manipulação e preparação do minério. Segundo Schofield (1980), as etapas de carregamento, transporte, britagem, moagem, armazenamento e manipulação contribuem de alguma forma na variabilidade do material, já que introduzem certa quantidade de reestruturação da distribuição espacial da mineralização natural.

Comum a todos os métodos de lavra é a noção do Selective Mining Unit (SMU), ou seja, menor unidade seletiva de lavra prática que pode ser extraído separadamente o minério ou estéril. Considerando um SMU de pequeno volume, é natural que existam alguns com altos teores e outros com baixos teores. Essas diferenças nos teores dos SMUs em torno de um valor médio podem ser medida pela sua variância. À medida que o tamanho do SMU aumenta, ele tenderá a incluir uma mistura de partes com teores elevados e baixos, reduzindo a variância dos teores dos diversos SMUs com volume maior (convergindo para a média da população).

## 4.2 Homogeneidade e heterogeneidade

Para entender adequadamente o funcionamento de sistemas homogeneizadores, é necessária uma pequena introdução sobre a noção fundamental de heterogeneidade. A dualidade entre a homogeneidade e heterogeneidade não é simples, e não pode ser comparado com o tipo simples da dualidade que costumamos observar entre preto e branco (Pitard, 1993). De uma maneira simplista, podemos descrever o conceito de heterogeneidade como uma função escalar, onde a homogeneidade equivale ao zero. Portanto, a homogeneidade é um caso limite.

Segundo Pitard (1993), a homogeneidade também pode ser encarada como um conceito relativo. Por exemplo, uma pilha de areia fina, a uma certa distância, pode parecer homogênea; entretanto, a medida em que a escala de observação (proximidade) da pilha aumentar, a ponto de ser observada com uma lupa, pode-se notar que a homogeneidade observada foi uma ilusão, pois os grãos presentes possuem características diferentes. Quando cada grão for examinado, serão verificados diferentes tamanhos, cores, composições, formatos, densidades, durezas, porosidades, etc. Ou seja, a homogeneização perfeita é um caso limite raramente encontrado.

Podemos afirmar que uma grande quantidade de material tem uma distribuição homogênea, quando todos os grupos de um determinado tamanho, que podem ser selecionadas dentro do domínio do lote, têm uma composição média rigorosamente idêntica, ou seja, cada amostra do lote representa o todo, não sendo necessária aleatoriedade na escolha.

Como citado anteriormente, todos os materiais minerais presentes na indústria mineira são essencialmente heterogêneos. Dessa maneira, a prevenção de perdas de minério é o problema mais grave presente em plantas de beneficiamento como consequência de heterogeneidade. Para manter o processo em adequada produtividade em quantidade e qualidade, as equipes que lidam com esse problema possuem duas opções:

- a aceitação da heterogeneidade, dependendo do tipo de mineralização;
- a utilização de algum processo de homogeneização, como a utilização de pilhas de homogeneização.

Os processos de homogeneização são usados na tentativa de reduzir a heterogeneidade dos materiais, mesmo sabendo que nunca se conseguirá gerar um material completamente homogêneo.

A heterogeneidade é uma propriedade estrutural primária de toda a matéria, ou seja, todos os sólidos particulados, secos, molhados, em suspensão na água ou no ar são heterogêneos. Segundo Gy (1998), quando as porções formadoras de um material não forem estritamente idênticas, esse material é tido como heterogêneo. A heterogeneidade pode ser analisada sob dois aspectos diferentes, sendo eles referentes à constituição e a distribuição do material.

A heterogeneidade de constituição refere-se às características intrínsecas do material, ou seja, consiste nas diferenças que se verificam entre as partículas ou fragmentos constituintes de um lote L,

quando é efetuada a comparação de uma determinada propriedade. A mistura ou homogeneização das partículas constituintes do lote não apresenta nenhuma influência sobre a heterogeneidade de constituição. Esta heterogeneidade é responsável pela ocorrência do Erro Fundamental da amostragem. A blendagem de materiais de diferentes características pode afetar a heterogeneidade de constituição.

A heterogeneidade de distribuição, que depende heterogeneidade de constituição, mas também, como o próprio nome sugere, sobre a distribuição espacial das unidades dentro do volume ocupado pelo lote. Esse tipo de heterogeneidade pode ser observado quando olhamos para os vários grupos de unidades vizinhas, tais como fragmentos dentro do domínio de um determinado lote de material. Logo que o material consolidado é extraído e cominuído, estes minerais se tornam parcial ou totalmente livres, dependendo do seu grau de liberação. Por conseguinte, estes minerais podem reconfigurar sua distribuição na busca de uma configuração mais estável, quando submetido às forças gravitacionais ou outras forças que se destinam a promover a segregação ou de homogeneização no processamento mineral.

Para ilustrar os diferentes tipos de heterogeneidade, considere a Figura 4-1, o qual representa um lote de material a ser analisado. Inicialmente, havia dois lotes de material, um com 18 esferas na cor azul e o outro com 18 esferas na cor vermelha, homogêneos em sua constituição e distribuição. Quando os lotes foram blendados, foi obtido a um novo lote de material heterogêneo (em constituição e distribuição) representado na Figura 4-1(a). Ao círculo azul será atribuído o valor 1 e ao círculo vermelho será atribuído o valor 2, gerando um teor médio do lote de 1,5. Ao coletar 3 amostras, contendo 4 esferas cada, foi obtido o teor médio de 1,33. Após sofrer um processo de segregação (Figura 4-1(b)), o material foi novamente amostrado e o novo teor médio foi de 1,33. Após passar por um processo de homogeneização, o material foi novamente amostrado (Figura 4-1(c)) e o teor médio obtido foi de 1.5.

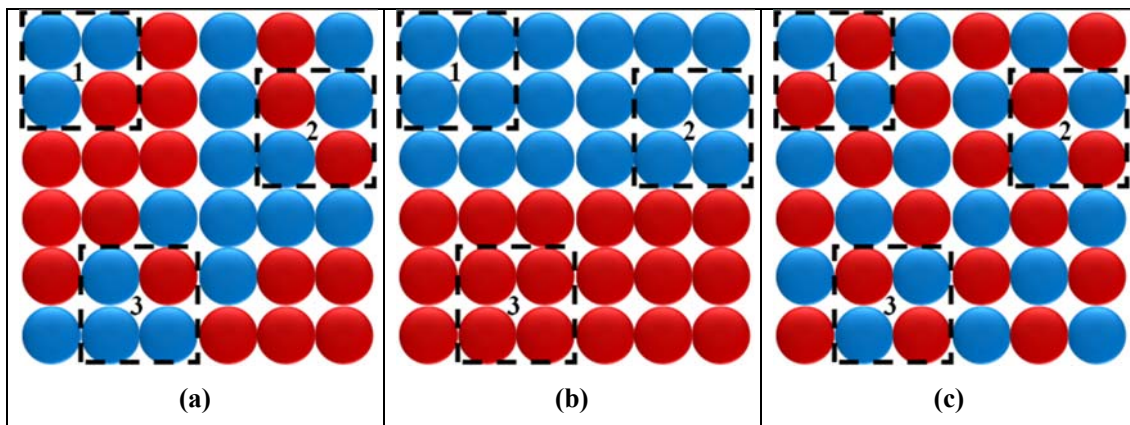


Figura 4-1: Exemplos de formas de heterogeneidade presentes em lotes (a) não homogeneizados, (b) segregados e (c) homogeneizados

Esse exemplo é muito semelhante ao que acontece na lavra. O ROM pode sofrer blendagem de materiais provenientes de diferentes frentes, com diferentes características. Entretanto, se o mesmo não

passar por um processo de homogeneização, pode ocorrer problemas na alimentação da planta de beneficiamento com flutuações nos teores médios da alimentação.

### 4.3 Relação Volume-Variância

Em muitas situações práticas, é necessário conhecer o valor de uma variável regionalizada dentro de um certo volume ou área, em vez de em um ponto no espaço. O volume básico sobre o qual uma variável regionalizada é medida é chamada de suporte (Armstrong, 1998). Quando ocorre uma alteração no suporte (aumento) entre o dado imputado e volume em que esse é estimado, surge um novo tamanho do bloco (SMU). Este novo bloco ou SMU está relacionada com o anterior por meio da média global, mas as suas características estruturais espaciais são diferentes. Por exemplo, em blocos de 10x10 m há mais variabilidade entre os teores do que em um painel (combinação de blocos) criado blendando e/ou homogeneizando esses blocos. Com o aumento do suporte, a variabilidade entre os novos painéis (combinação de vários blocos) diminui. A pergunta que temos de responder é o quanto essa variabilidade reduz ao mudarmos de uma para outro suporte.

A relação volume-variância é uma relação fundamental da geoestatística, a qual permite o cálculo da variância de dispersão (medida da dispersão dos dados) de teores para diversos volumes, usando apenas os dados amostrais e o conhecimento do variograma. Espera-se que o aumento no suporte amostral reduza a variabilidade dos minérios analisados (Parker, 1979), conforme Figura 4-2.

Suporte	Variância
↑	↓
↓	↑

Figura 4-2: Relação de aumento/diminuição da variância com o aumento/diminuição do suporte (Pilger, 2000)

É possível calcular-se o impacto da mudança de suporte nas variâncias através da Relação de Krige ou Aditividade das Variâncias (Krige, 1951, 1981). Essa é uma relação entre o volume e a variância constatada experimentalmente por D. G. Krige usando os dados dos depósitos de ouro de Witwatersrand. Nesta relação, a variância de dispersão de uma pequena unidade “v” dentro do depósito é igual à soma da variância de dispersão de “v” dentro de uma unidade maior “V” e variância de dispersão destas unidades “V” dentro do depósito “D” (Dowd, 1993).

A relação entre essas três variâncias é (Equação (4-1)):

$$\sigma^2(v/D) = \sigma^2(v/V) + \sigma^2(V/D) \quad (4-1)$$

Conhecendo os princípios da relação de Krige e a relação do volume-variância, seria possível analisar a redução da variabilidade usando pilhas de blendagem (ou homogeneização) de vários tamanhos. Pilhas de blendagem e/ou homogeneização podem ser utilizadas como parte de um sistema de controle de qualidade, de modo a reduzir a variabilidade do material na unidade de beneficiamento.

Na Figura 4-3(a), pode-se observar uma menor dispersão da distribuição quando o suporte amostral é aumentado. O aumento do suporte afeta os valores extremos e a variância. Outro fenômeno pode ocorrer juntamente com a redução da variância, denominado simetrização (Myers, 1996). Esse efeito se refere a redução da assimetria da distribuição após a mudança de suporte, aproximando-se de uma distribuição normal, mas não afetando a média, conforme pode ser visto na Figura 4-3(b).

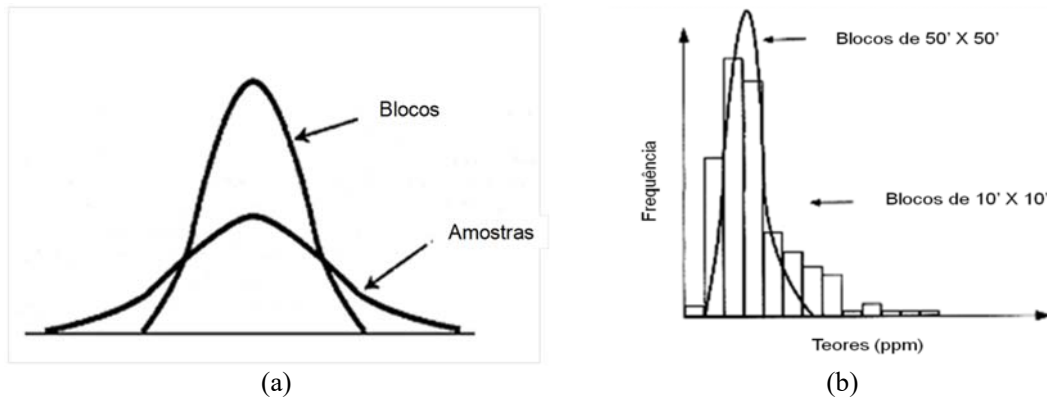


Figura 4-3: (a) Contraste entre o espalhamento da distribuição dos blocos e dos dados amostrais e (b) histogramas de diferentes tamanhos de blocos para a mesma variável (Pilger, 2000)

O aumento do volume do bloco considerado resulta no aumento da variância de dispersão no interior de cada bloco e na diminuição da variância entre os blocos. Um impacto direto dessa influência do volume do bloco, é que numa lavra seletiva, um bloco de maior volume resultará em menores flutuações das características do minério (desde que o bloco seja homogeneizado) reduzindo a variância dos teores minerados que alimentam a planta de beneficiamento (Figura 4-4).



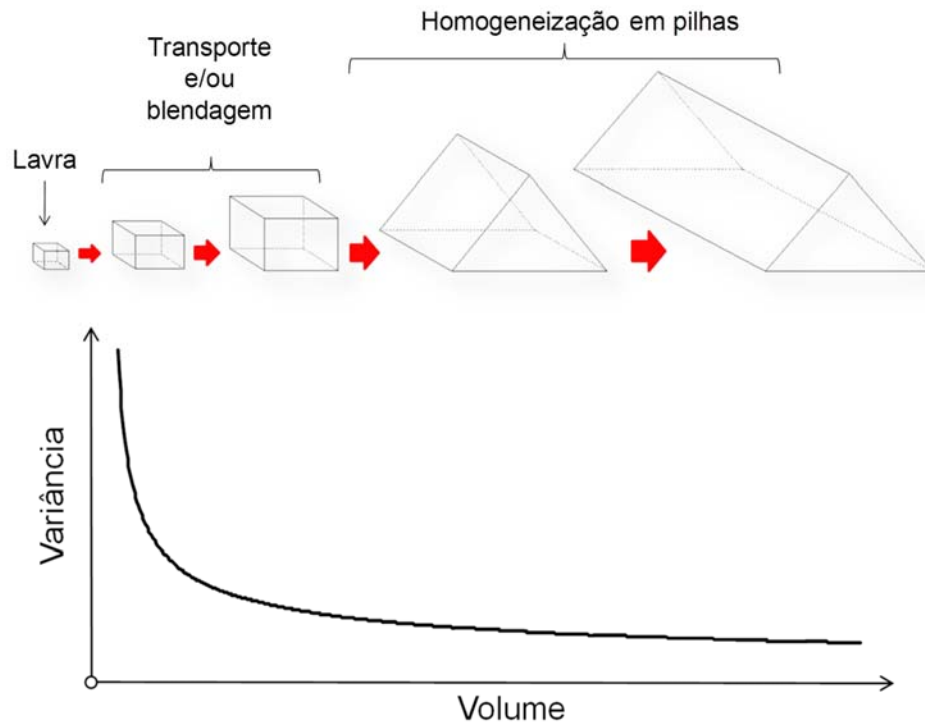


Figura 4-4: Comportamento esperado pela relação volume-variância (Marques, 2010).

A partir da figura 4.4, pode-se afirmar que o aproveitamento de um minério em qualquer tipo de lavra é função do volume considerado, ou seja, um minério que apresente como característica uma alta variabilidade, pode ter sua qualidade controlada através de homogeneização.

#### 4.4 Estratégias de blendagem e homogeneização

Blendagem refere-se a uma mistura, em proporções controladas de matérias-primas diferentes, a fim de se obter um material com características específicas, como no caso de pilhas pulmões. A blendagem, pode alterar a heterogeneidade de constituição. Ou seja, ao realizar uma blendagem (mistura) um bloco de alto teor com outro de baixo teor (blocos de mesmas dimensões), teremos um lote de material com teor intermediário e massa equivalente a combinação dos blocos anteriores.

Homogeneização implica na manipulação da matéria-prima, levando em consideração a disposição espacial do material, com o objetivo de tornar suas características uniformes e constantes e alterando a heterogeneidade de distribuição. Esse é o objetivo das pilhas de homogeneização. Ou seja, o lote pode ser heterogêneo em sua constituição, mas suas partículas podem ser ordenadas a ponto de que todas as amostras analisadas desse lote tenham igual proporção das mesmas.

Na mineração, existem pelo menos três áreas principais para a redução de variabilidade dos minérios usando blendagem e/ou homogeneização, sendo elas:

- Lavra seletiva em múltiplas frentes;

- Pilha de homogeneização;
- Processos de beneficiamento.

As técnicas envolvidas na atividade de lavra de minérios, baseadas no conhecimento do depósito mineral, possibilitam uma blendagem inicial capaz de reduzir significativamente as flutuações em torno de um atributo petrofísico ou químico de qualidade em qualquer na etapa de extração (Gambin, 2003).

As pilhas de homogeneização podem assumir um duplo propósito, atuar simplesmente como uma pilha de estocagem ou uma pilha pulmão, com o objetivo de fornecer material a uma usina de beneficiamento, ou ainda, atuar como um filtro da variabilidade da qualidade do minério através do empilhamento cuidadoso e da adequada recuperação do material. (Gambin, 2003).

A homogeneização de minérios no beneficiamento se dá através dos processos existentes em uma usina de beneficiamento, desde sistemas de classificação até processos gravimétricos, hidrometalúrgicos, flotação e processos de aglomeração de minérios.

A Figura 4-5 apresenta um esquema simplificado de uma planta de beneficiamento alimentada após algumas etapas de redução de variabilidade. Note, que o material proveniente da lavra, possui grandes flutuações de teores. Após sua passagem pelas pilhas de homogeneização, essas flutuações ficam significativamente reduzidas.

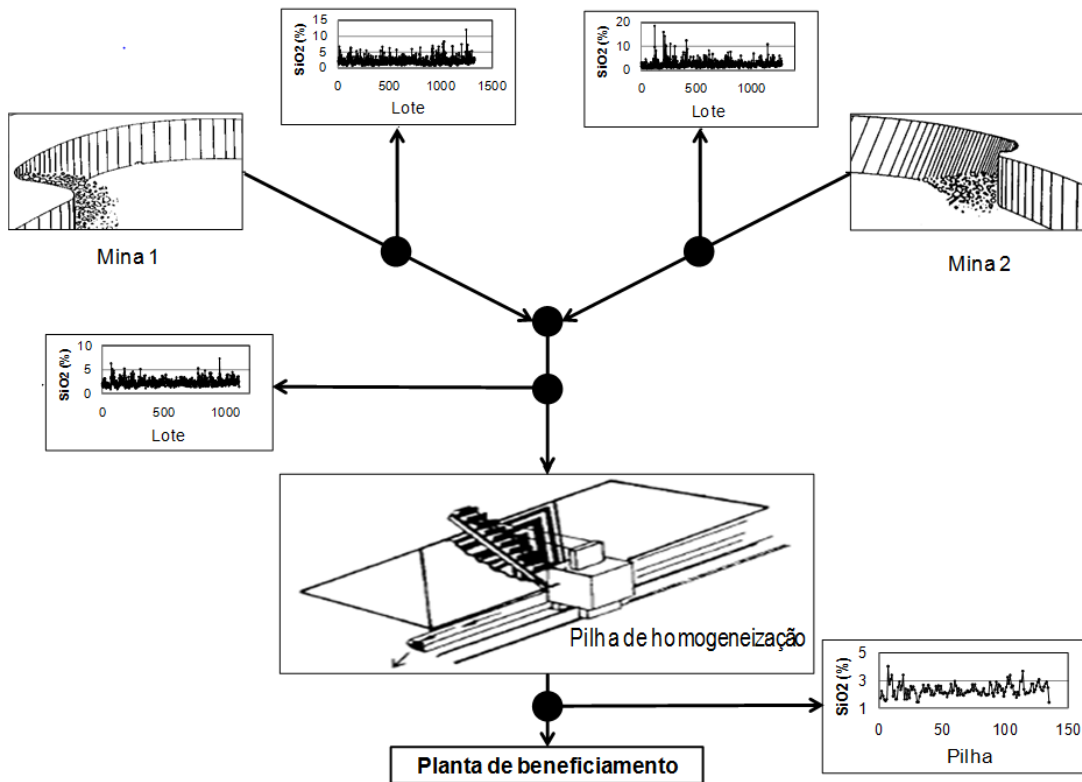


Figura 4-5: Esquema simplificado das estratégias de homogeneização presente no complexo Vargem Grande (Marques, *et al.*, 2009)

A seguir, serão brevemente descritos os tipos de blendagem existentes em um empreendimento mineiro.

#### 4.4.1 Blendagem na lavra

A lavra seletiva baseada no conhecimento espacial das propriedades do depósito mineral, possibilita uma redução de variabilidade inicial significativa de um atributo de qualidade qualquer na etapa de extração. Essa redução de variabilidade é a realizada através da blendagem do material de diferentes frentes de lavra e/ou minas.

O problema de utilizar esse método no controle da variabilidade, é sua influência sobre o ritmo de produção. Para manter o minério dentro de determinada especificação, é necessária uma interação imediata entre as diferentes fontes de minério que compõe o sistema. Também, é necessária uma excelente caracterização dos teores ao longo de as partes do corpo de minério em lavra.

As técnicas geoestatísticas fornecem ferramentas poderosas que podem ser utilizadas no auxílio do planejamento da etapa de extração, possibilitando descrever a variabilidade encontrada em um depósito mineral. E assim, permitindo o controle sobre a qualidade média do material fornecido à etapa seguinte do processo (Schofield, 1980).

#### 4.4.2 Homogeneização em pilhas

Por melhor e mais eficiente que seja a tentativa de atenuar as flutuações dos teores durante a lavra (estacionarização dos teores), o material que constitui o ROM apresentará algumas variações e/ou flutuações em termos de algum parâmetro de qualidade. Essas variações devem ser atenuadas de forma que a alimentação na usina apresente a homogeneidade necessária (Valente, 1982).

Segundo Schofield (1980), os seguintes pontos são favoráveis a utilização das pilhas como uma unidade de armazenamento intermediária:

- As atividades de extração e produção não necessitam uma interação instantânea para atenuar oscilações de teores;
- Garante ao processo de beneficiamento uma fonte constante de minério ROM relativamente homogêneo;
- Facilidade na manipulação do minério;
- Reduz a demanda por automatização complexa das etapas subsequentes.

Os seguintes pontos são favoráveis à utilização da pilha como unidade homogeneizadora de materiais ROM:

- A redução da variabilidade do material de entrada para o material de saída da pilha pode ser conseguida com o correto planejamento da pilha;
- Materiais provenientes de depósitos com minério de baixa qualidade e alta heterogeneidade podem ser utilizados;
- O crescimento de exigência do controle da qualidade do material fornecido pode ser satisfeito.

As pilhas de homogeneização podem ser usadas como parte de um sistema de controle de qualidade, visando reduzir a variabilidade de teores na alimentação da planta de beneficiamento. Além disso, não havendo necessidade de executar a lavra de forma tão seletiva, os custos operacionais seriam reduzidos e o método de lavra empregado poderia ser mais simples. Entretanto, para que esse sistema funcione adequadamente, é necessário medir a qualidade do material que alimenta a pilha. Esse material é empilhado de forma a manter um teor de saída com a menor variabilidade de acordo com parâmetros técnicos e/ou econômicos pré-estabelecidos. Um dos métodos mais simples para suavizar a variabilidade de determinada propriedade de um minério é a construção de pilhas longitudinais de homogeneização pelo descarregamento do minério em longas camadas elementares ao longo do eixo longitudinal da pilha ou em pilhas elementares, uma subsequente a outra (Ferreira et al., 1992).

A Figura 4-6 apresenta, esquematicamente, a função esperada de uma pilha de homogeneização atendendo o controle das variações dos parâmetros físicos e químicos do minério

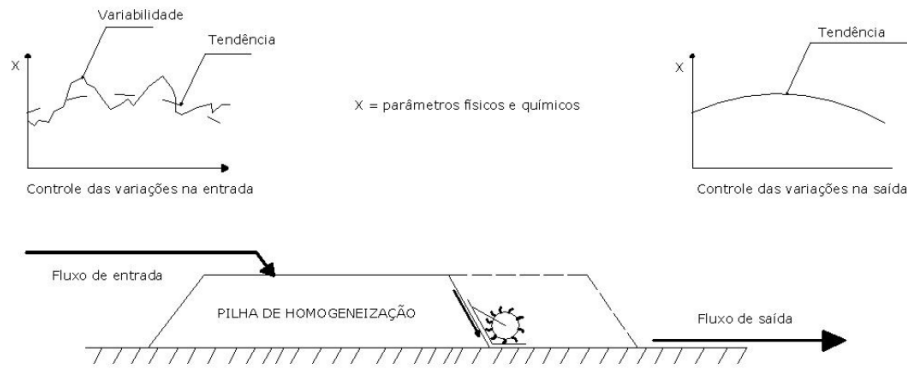


Figura 4-6: Homogeneização em pilhas (adaptado de Schofield, 1980)

Segundo Ferreira (1989), dois aspectos básicos devem ser considerados no tamanho das instalações de homogeneização em pilhas:

- econômicos: é desejável que os equipamentos utilizados no empilhamento e na retomada tenham, no seu conjunto, o menor investimento possível;
- de processo: o material retomado da pilha deve ter um desvio padrão em torno dos valores médios dos teores compatíveis com aquele requerido pelo processo posterior.

Satisfazendo essas duas condições, pode-se afirmar que o sistema de homogeneização em pilhas é satisfatório.

Segundo Ferreira (1989), o uso de sistemas homogeneizadores traz diversos ganhos em etapas posteriores a lavra, os quais pode-se citar:

- usinas trabalhando com menor custo operacional e produto com melhor qualidade;
- usinas com tamanho melhor dimensionado dada a regularização do fluxo de material no sentido mina-usina conseguido pelo estoque existente nas pilhas. Isso propicia a continuidade da operação da usina na eventualidade do não funcionamento da mina;
- maiores recuperações do produto alimentado no processo, com a consequente diminuição dos custos finais;
- a qualidade do produto fica dentro de limites de tolerância mais estreitos, implicando em ganhos cumulativos nos estágios posteriores de processamento. No caso das operações de sinterização, a saída do sinter com qualidade mais homogênea permite ganhos na operação do alto-forno.

O ganho no uso de sistemas homogeneizadores é alto para grandes áreas da indústria, estando cada vez mais presente. Entre algumas áreas que usam sistemas homogeneizadores, podemos citar fabricas de cimento, produtoras de fertilizantes, produtoras de minério de ferro, etc.

O foco desta tese é aperfeiçoar estratégias de homogeneização em pilhas longitudinais de homogeneização. Para efeito de análise (estado da arte), serão apresentados alguns arranjos físicos de instalações de blendagem e homogeneização.

#### 4.4.2.1 Pilha com retomador de correntes de caçamba

Esse tipo de pilha de homogeneização é projetado particularmente para materiais coesivos (por exemplo argila). Além disso, é utilizado quando se precisa de um aproveitamento total do espaço e/ou cobertura do material. Nesse tipo de pilha, o material é despejado em uma camada limitada por paredes de concreto ou aço, com o equipamento de montagem as pilhas dispostos em trilhos colocados sobre as paredes, conforme a Figura 4-7. O empilhamento é feito em finas camadas sucessivas e contínuas.

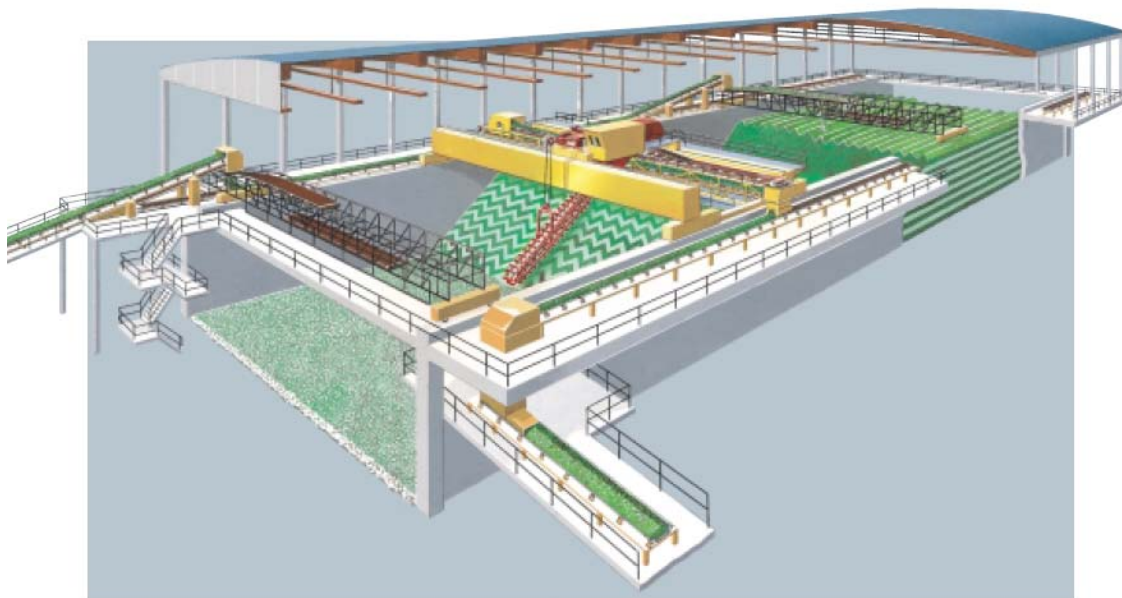


Figura 4-7: Pilha com retomador de correntes de caçamba. (FLSmith (s. d.)). Disponível em: <<http://www.flsmith.com/en-US/Industries/Categories/Products/Material+Handling/Storage/Bucket+Excavator+Store/BE+-+Bucket+Excavator+Store.>>. Acessado em 13/04/2010

Esse tipo de pilha apresenta as seguintes vantagens:

- praticamente ausente de segregação do material;
- pode ser utilizado com materiais mais coesivos;
- a quantidade de material a ser utilizada não depende do ângulo de repouso do material;
- maior capacidade de estocagem por terreno utilizado dentre os métodos.

A capacidade de estocagem desse método está limitada pela altura das paredes de retenção.

#### 4.4.2.2 Pilhas circulares

Em pilhas de homogeneização do tipo circular (Figura 4-8), a empilhadeira e o retomador são montados sobre a coluna central. A empilhadeira tem rotação em ambos os sentidos, simultaneamente com o movimento vertical do braço. Sua altura acima do topo da pilha é mantida em uma altura mínima para reduzir a emissão poeira.

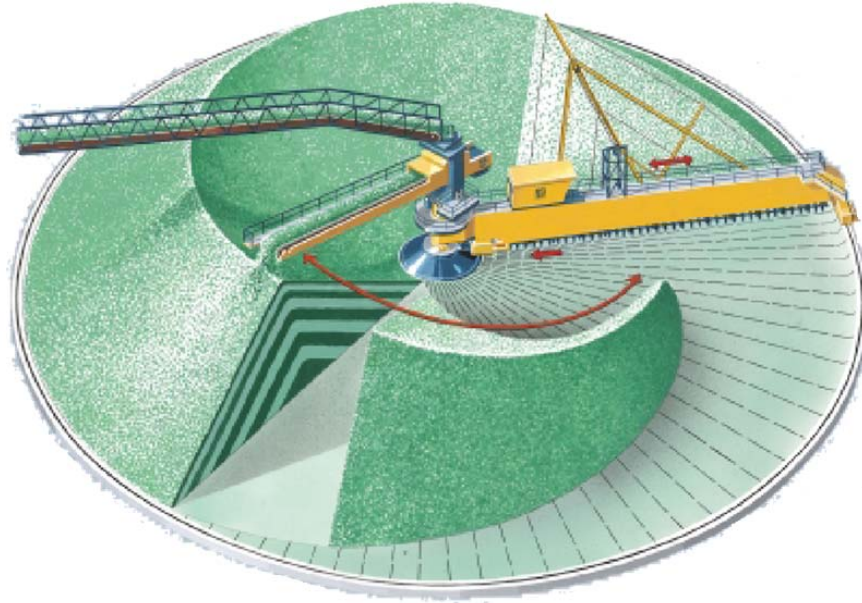


Figura 4-8: Pilha do tipo circular (FLSmidth (s. d.)). Disponível em: <<http://www.flsmidth.com/en-US/Products/Product+Index/All+Products/Storage/Circular+Blending+Store+System/CBS+-+Circular+Blending+System>>. Acessado em 13/04/2010

Esse tipo de pilha apresenta como vantagens:

- correias transportadoras com menor extensão;
- equipamentos com baixa exigência de energia;
- flexibilidade no arranjo físico da pilha.

Entretanto, possuem baixa eficiência de homogeneização, se comparada as pilhas longitudinais. Desse modo, esse tipo de pilha não será considerado nesta dissertação.

#### 4.4.2.3 Pilhas Longitudinais

O sistema de homogeneização utilizando pilhas longitudinais consiste, geralmente, de pelo menos duas pilhas, onde uma está sendo formada, enquanto a outra está sendo retomada. A construção de pilhas longitudinais é realizada distribuindo-se o material ao longo de um eixo através de sucessivos

movimentos da empilhadeira. Esse tipo de pilha apresenta forma triangular (relacionado ao ângulo de repouso do material empilhado), conforme pode ser visto na Figura 4-9



Figura 4-9: Pilha do tipo longitudinal (FLSmith). Disponível em: < <http://www.flsmidth.com/en-US/Products/Product+Index/All+Products/Storage/Longitudinal+Bridge+Scraper+Store/BS+-+Longitudinal+Bridge+Scraper+Store> >. Acessado em 13/04/2010

Nesse tipo de sistema, a capacidade efetiva de estoque é igual a 50% da capacidade total de estocagem do sistema, baseado em um sistema com duas pilhas. Tal relação pode ser aumentada em instalações com três ou quatro pilhas (Ferreira, 1989).

As pilhas longitudinais podem ser dispostas em uma variedade de combinações, sendo as principais as de eixos coincidentes (Figura 4-10) e as em paralelo (Figura 4-11). O sistema de pilhas com eixos coincidentes (Figura 4-10) tem ao menos duas pilhas em linha. Esse sistema permite o uso de apenas uma empilhadeira de braço fixo e um retomador bidirecional. Esse sistema tem como vantagem principal a possibilidade de aumento posterior de capacidade com um custo relativamente baixo, sendo restrito a disponibilidade do pátio de homogeneização. A empilhadeira de braço fixo custa menos e o tempo de transferência do retomador é significativamente menor.



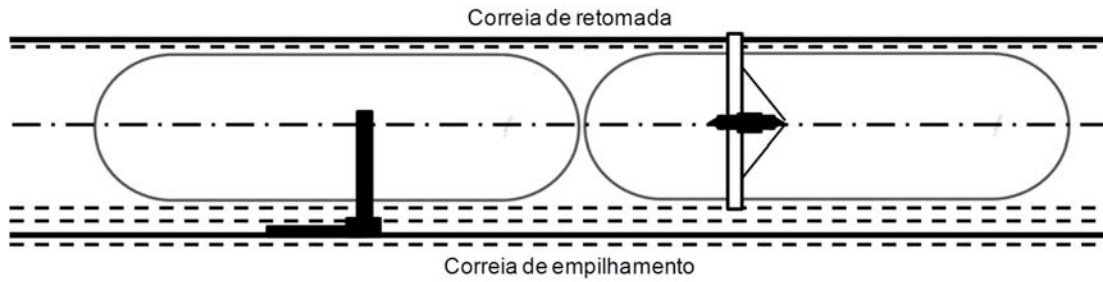


Figura 4-10: Pilhas longitudinais em linha (eixos coincidentes) (Schofield, 1980)

Nas pilhas paralelas (Figura 4-11), as pilhas são localizadas lado a lado. Para isso, é necessário utilizar uma empilhadeira giratória ou com duas lanças. O retomador tem que ser transportado através de um carro de transferência, e, segundo Ferreira (1989), a operação dura aproximadamente 45 minutos (entre o termino da retomada de uma pilha e o início da outra). Esse sistema tem como vantagem maiores capacidades de estocagem onde o comprimento é limitado.

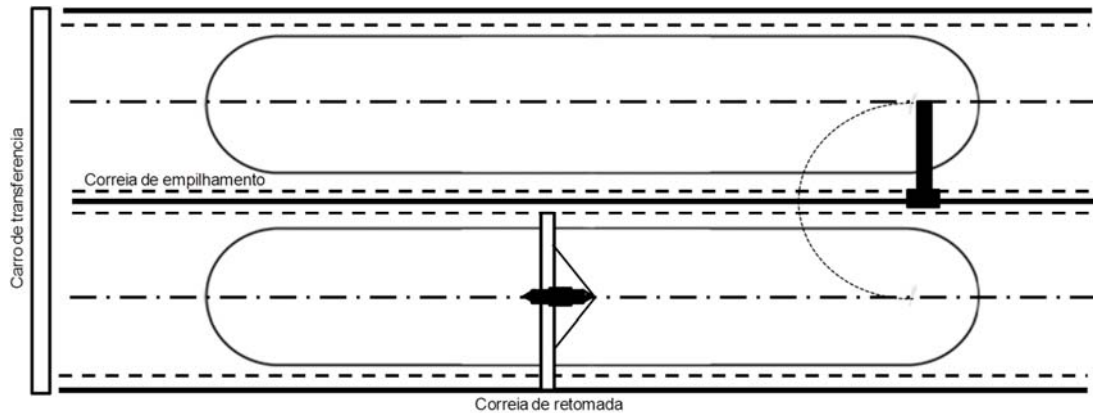


Figura 4-11: Pilhas paralelas com empilhadeira de torre giratória

Os métodos mais comumente usados para empilhamento nesses em sistemas longitudinais são o chevron e windrow. Basicamente, estes métodos consistem em um grande número de camadas empilhadas, no sentido longitudinal da pilha. A Figura 4-12 apresenta seções transversais idealizadas desses métodos.

O método chevron (Figura 4-12(a)) consiste no empilhamento de camadas do material a ser homogeneizado sobre a linha central da pilha. Esse é o método mais comumente empregado na indústria, tendo as seguintes vantagens:

- permite uma manipulação de forma mais direta, podendo ser utilizados materiais que atenuem a variabilidade em qualquer momento da formação da pilhas, de forma a deixar o produto dentro das especificações de qualidade requeridas pelo sistema.

- a empilhadeira pode ser com torre fixa, com sua lança tendo menor comprimento, resultando numa empilhadeira de peso relativamente menor, e com um custo total de instalação mais baixo (Ferreira, 1989).
- a automação dos movimentos do equipamento utilizado no empilhamento é mais simples.

O método tem como desvantagem a segregação do material com partículas finas na parte central da pilha e partículas grossas na superfície e no fundo da pilha. Para assegurar a mistura adequada de uma pilha chevron, deve-se retomar o material da pilha a partir da face, trabalhando em toda a seção transversal.

No método windrow (Figura 4-12(b)), o material é depositado em uma série de camadas (cordões) paralelas em toda a largura da pilha, ou sobre aquelas já empilhados. Com essa configuração, é assegurada uma distribuição mais uniforme de partículas finas e grossas em toda a pilha, evitando a segregação do material. A desvantagem desse método é a necessidade de equipamentos mais complexos, como empilhadeiras de lança telescópica ou giratória, resultando em maiores investimentos, além dos movimentos de formação serem mais complexos, necessitando uma maior automação.

O método chevron-windrow (Figura 4-12(c)) é configuração intermediária entre as duas citadas anteriormente, sendo ele composto pelo empilhamento de pequenas pilhas chevron. Apresenta como vantagens a necessidade de movimentos menores em relação ao método windrow e uma segregação menor do material em relação ao método chevron.

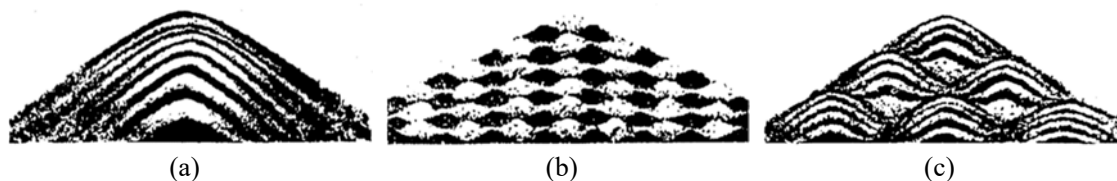


Figura 4-12: Principais esquemas de empilhamento utilizados: (a) chevron (b) windrow (c) chevron-windrow (Schofield, 1980)

## 4.5 Cálculo de redução de variabilidade utilizando pilhas de blendagem e homogeneização

Conforme descrição anterior, as pilhas de homogeneização podem exercer um papel de extrema importância na redução de flutuações nos teores (ou outra propriedade) que alimentam a planta de beneficiamento ou se destinem a um cliente na forma de produto final. Entretanto, para um correto dimensionamento da massa necessária para a formação das pilhas, e conseqüentemente, para a correta seleção dos equipamentos necessários a construção e retomada das pilhas, vários aspectos devem ser detalhadamente analisados (Ferreira, 1989), sendo alguns deles listados a seguir:

- características do minério;
- número de materiais distintos a serem empilhados;

- morfologia do depósito mineral;
- método de lavra;
- sequência de lavra (Marques, 2013);
- características físicas do material, como densidade aparente, ângulo de repouso, etc.;
- necessidade de homogeneização;
- desvio padrão admissível na qualidade do material na alimentação do processo;
- capacidade de estoque;
- facilidade de operação dos equipamentos;
- custos de capital;
- custo operacional.

Considerando todos os pontos acima citados, alternativas devem ser buscadas para as possíveis instalações e equipamentos sob o ponto de vista econômico. Segundo Oyler (1977) e Ferreira (1989), é sugerido um modelo relativamente genérico para tal análise, gerando o gráfico da Figura 4-13. Esse gráfico é gerado após a decisão da massa da pilha de homogeneização, onde se deve definir as dimensões para a construção da mesma. Quando o comprimento da pilha aumentar, a largura da base diminui de maneira a manter o volume constante. Quanto maior for o comprimento da pilha (e menor sua largura), menor será o custo das empilhadeiras e dos retomadores. Já os custos com transportadores (correias) é diretamente proporcional ao comprimento das pilhas. Desse modo, é necessário encontrar o ponto ótimo de operação, onde os custos serão minimizados.

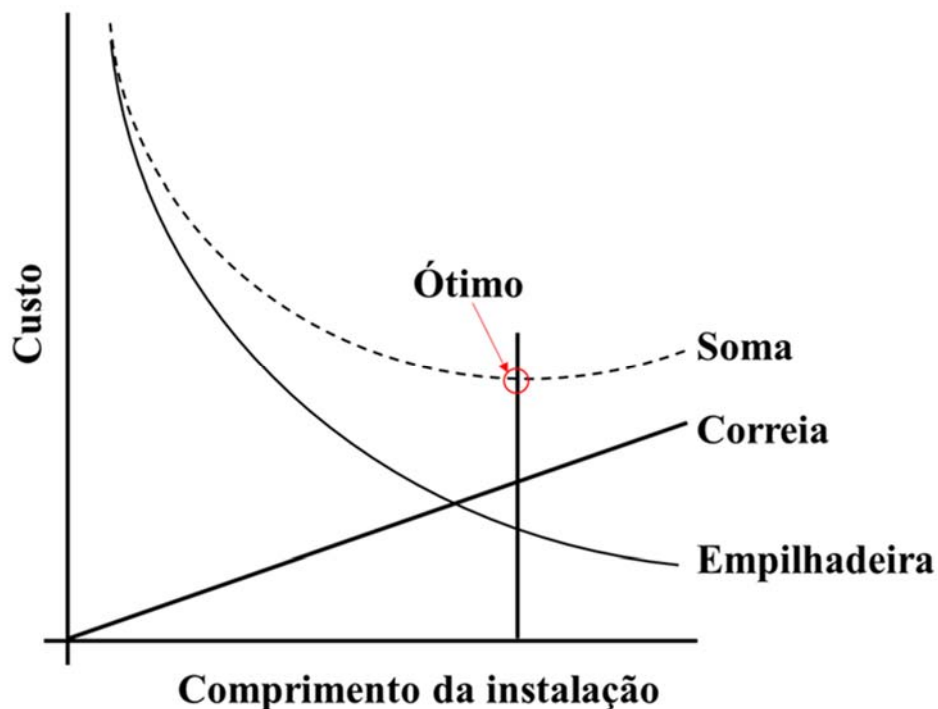


Figura 4-13: Relação entre o comprimento do pátio e o investimento em equipamentos (Oyler, 1977)

Simulando o depósito mineral e emulando as pilhas de homogeneização, é possível responder qual o ponto ótimo de operação. A partir de diversas dimensões de pátios e equipamentos, pode-se obter os parâmetros de montagens dessas pilhas e comparar os resultados nos diversos.

Inicialmente, é necessário um completo entendimento do depósito mineral. Sabe-se que os teores que alimentam a planta de beneficiamento frequentemente oscilam muito. A primeira decisão a ser tomada é: deve-se ou não usar pilhas de blendagem (homogeneização), e se sim, qual seria a massa ideal da pilha? Para ajudar a responder a estas questões, este estudo propõe o uso de múltiplos modelos simulados por geoestatística aliados a uma sequência de lavra definida pelo planejamento de lavra. Usando a sequência de blocos extraídos, as flutuações dos teores de cada bloco podem ser avaliadas pelas simulações com uma banda de incerteza definida, considerando todos os possíveis cenários simulados. Conseqüentemente, a incerteza dos teores associada as pilhas de blendagem e/ou homogeneização pode ser avaliada. Esses cenários simulados fornecem os meios para avaliar a variabilidade dos teores da variável de interesse na alimentação da planta de beneficiamento (ou produto final). A partir desta sequência temporal emulando os teores que alimentam a planta, é possível analisar a relação volume-variância existente entre os blocos extraídos e pilhas de diferentes massas, bem como a variância de dispersão dos teores dos blocos nas pilhas de blendagem e/ou homogeneização.

Os dados originais (furos de sondagem) foram usados para simular os teores dos blocos *in situ*, e conseqüentemente emular a série temporal com os valores dos teores dos blocos que alimentam a planta. O sequenciamento utilizado é muito próximo ao realizado na mina ao longo de um ano (2004),

pois baseiam-se nas superfícies topográficas mensais de lavra e estacionarização dos teores. As simulações reproduzem as características estatísticas de primeira e segunda ordem do depósito. Uma simulação, por conseguinte, não é uma estimativa, mas sim um conjunto de valores com as mesmas características estatísticas dos dados originais.

Os passos envolvendo o estudo são:

1. criação de vários modelos 3D igualmente prováveis para os teores do depósito (simulações geoestatísticas);
2. sequenciamento do modelo simulado (bloco em 3D) de acordo com a produção planejada para um ano;
3. emulação da alimentação das pilhas de blendagem (homogeneização);
4. cálculo da redução da variabilidade nas pilhas de blendagem usando a relação da Krige para vários tamanhos de pilhas;
5. emulação das pilhas de blendagem e cálculo da redução da variabilidade para vários tamanhos de pilhas;
6. emulação das pilhas de homogeneização com diferentes números de camadas.

Os pontos 4 e 5 são independentes, apenas mostrando formas diferentes de calcular a redução de variabilidade em função do incremento de massa, sendo descritos detalhadamente a seguir.

No algoritmo, todos os cálculos de variabilidade empregam a variância ( $\sigma^2$ ), por se tratar de uma variável aditiva, mas os resultados podem ser apresentados ao usuário de diferentes maneiras (variância, desvio padrão ou coeficiente de variação).

#### **4.5.1 Avaliando a incerteza dos teores nos blocos**

Um algoritmo de simulação geoestatística condicional foi utilizada para gerar 50 cenários igualmente prováveis de SiO<sub>2</sub>. Combinando a sequência de lavra das duas minas, obtém-se os teores que irão alimentar as pilhas de blendagem, ou seja, um bloco de 1.000 m<sup>3</sup> de cada mina, resultando em um volume de 1000 m<sup>3</sup> combinado (novo SMU ou  $\nu$ ). Os teores são mostrados em uma série temporal (Figura 3-1) ao longo de um ano (a partir dos dados históricos da empresa). Cada SMU nesta série de tempo possui um volume de 1.000 m<sup>3</sup>. A massa do SMU é aproximadamente 3.587 toneladas. A banda de incerteza associada a cada SMU (teores máximos e mínimos) é obtida através das séries simuladas de sílica (SiO<sub>2</sub>) para cada bloco derivado dos 50 cenários igualmente prováveis ordenados de acordo com o sequenciamento de lavra.

Para utilização dos dados das simulações geoestatísticas, foi necessário aplicar aos modelos simulados a sequência de lavra. Foram identificados os blocos lavrados em cada mês (mas não a sequência dos blocos durante o mês). O modelo de blocos utilizado para determinar a sequência de lavra

tem seus teores estimados por krigagem (fornecido pela Vale), contendo também os valores estimado da densidade de cada bloco. O tamanho do bloco é de 10 m x 10 m x 10 em X, Y e Z, respectivamente.

A Figura 3-14 mostra a série temporal dos blocos com a banda de incerteza associada, obtida através das simulações geoestatísticas. São apresentados apenas os maiores (vermelho) e menores (azul) teores de SiO<sub>2</sub> de cada bloco, obtidos a partir dos 50 cenários equiprováveis.

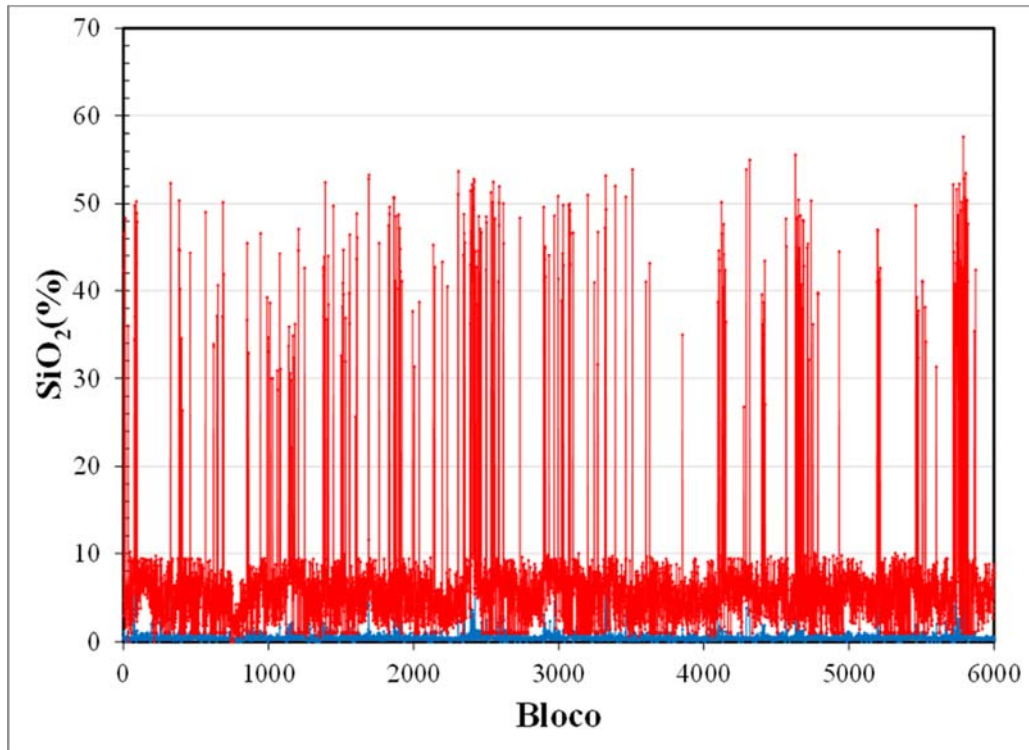


Figura 4-14: Série temporal dos teores alimentando as pilhas de blendagem (homogeneização). A linha vermelha representa o teor máximo e a linha azul o teor mínimo de SiO<sub>2</sub> entre as 50 realizações para cada SMU de 1.000 m<sup>3</sup>

Note a incerteza nos teores (máximo-mínimo) e sua variação ao longo do ano. Essa série temporal é necessária como entrada para o algoritmo usado para emular as pilhas de homogeneização, permitindo a avaliação sobre a redução da variabilidade.

Os blocos estimados e simulados estão em suporte equivalente ao comprimento das amostras originais e representam o teor no volume  $v$ . Desse modo, a variância de dispersão dos “pontos” ou amostras dentro dos blocos  $v$  é zero. Caso houvesse algum tipo de mudança de suporte dos blocos simulados antes de aplicar os algoritmos de redução de variabilidade, seria necessário adicionar a componente  $\sigma^2(. / v)$  ao cálculo (dispersão dos “pontos” nos blocos), conforme equação a Equação (4-2):

$$\sigma^2(. / D) = \sigma^2(. / v) + \sigma^2(v / V) + \sigma^2(V / D) \quad (4-2)$$

É altamente recomendado realizar os cálculos de redução de variabilidade apresentado nesta tese com os blocos simulados em suporte “pontual”, pois a série temporal pode ser composta de múltiplas frentes de lavras ou minas diferentes, e a componente  $\sigma^2(. / \nu)$  pode ser diferente para cada uma dessas frentes e/ou minas. Caso a sequência de lavra seja apresentada em blocos com suporte superior aos blocos simulados, é possível utilizá-la da mesma maneira, deixando o algoritmo realizar a mudança de suporte. Por exemplo, caso o primeiro bloco da sequência de lavra obtida pelo planejamento tenha 50 m x 50 m e 10 m em X, Y e Z, respectivamente. Caso a simulação tenha sido realizada em 10 m x 10 m x 10 m em X, Y e Z, respectivamente, pode-se organizar os 25 blocos simulados correspondente ao primeiro bloco planejado em suporte maior e ordenando, de forma randômica, os 25 primeiros blocos da série temporal pontual. Desse modo, pode-se obter resultados das reduções de variabilidade, comparada a alimentação da mina ou produto final real.

#### **4.5.2 Redução de variabilidade em função do aumento de massa usando a relação de Krige**

Em muitas situações práticas, é necessário conhecer o valor de uma variável regionalizada dentro de um certo volume ou área, em vez de em um ponto. O volume básico sobre o qual uma variável regionalizada é medida é chamada de suporte (Armstrong, 1998). Quando ocorre uma alteração no suporte (aumento) entre o dado imputado e volume em que esse é estimado, surge um novo tamanho do bloco (SMU). Este novo bloco ou SMU está relacionada com o anterior por meio da média global, mas as suas características estruturais espaciais são diferentes. Por exemplo, em simulações de blocos de 10 x 10 x 10 m há mais variabilidade do haveria em um painel (combinação de blocos) criado blendando estes blocos. Com o aumento do suporte, a variabilidade entre os novos painéis (combinação de vários blocos) diminui. A pergunta que temos de responder é o quanto essa variabilidade reduz ao mudarmos de uma para outro suporte?

Usando a relação de Krige, a variância de dispersão do SMU ( $\nu$ ) dentro de cada painel ( $V$ ) foi medida. Sabendo a variância total no ano ( $\nu/D$ ), é possível calcular a variação entre as pilhas ao longo do ano ( $V/D$ ).

Nesta análise, vamos considerar  $\nu$  o menor painel com 1.000 m<sup>3</sup>, ou cerca de 3.587t, a unidade  $V$  serão os diferentes painéis testados (a partir de 3.587t até 1.000 kt: equivalente aos vários tamanhos de pilhas testadas) e  $D$  será todo o domínio (compreendendo a soma dos 6.000 painéis de 1.000 m<sup>3</sup> cada). Para fins de cálculo, o painel é considerado como uma função do volume de SMUs individuais (mesmo volume em cada bloco), mas todos os resultados são apresentados como uma função da massa (aproximada). As massas dos blocos podem variar, dependendo da densidade do tipo de rocha predominante em cada SMU.

A redução na variabilidade devido ao aumento na massa pode ser calculada a partir da variância de dispersão, de acordo com a Equação (4-3):

$$\sigma^2(v/V) = \bar{\gamma}(V/V) - \bar{\gamma}(v/v) \quad (4-3)$$

Onde:

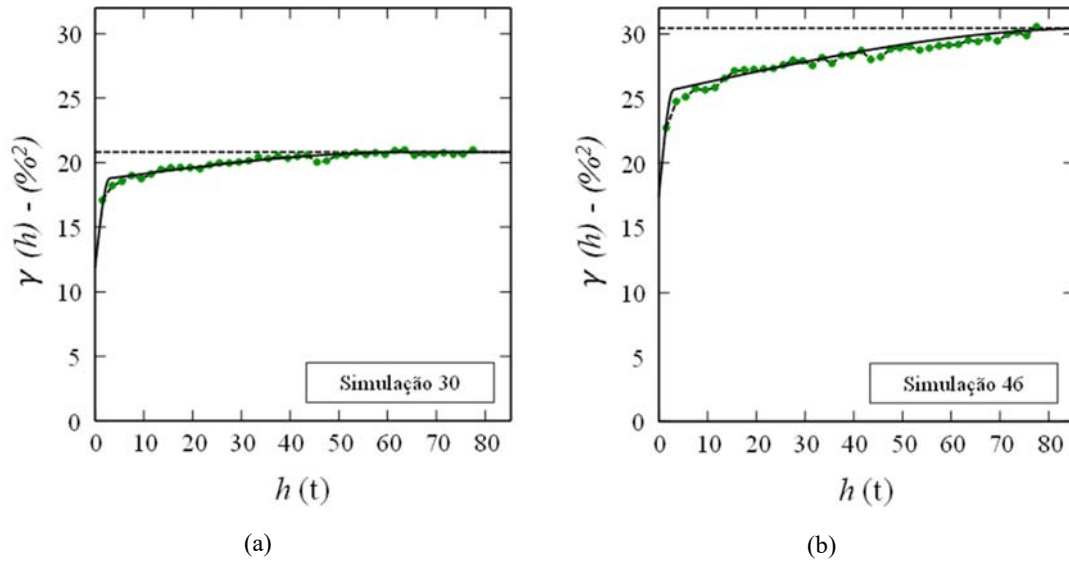
$\sigma^2(v/V)$  é a variância de dispersão de  $v$  (SMU) em uma unidade maior  $V$  (pilhas de blendagem),

$\bar{\gamma}(v/v)$  é a variância interna de  $v$  (SMU) ao longo do ano e  $\bar{\gamma}(V/V)$  é a variância interna da unidade  $V$  (pilhas de blendagem) no ano.

Inicialmente  $\bar{\gamma}(v/v)$  e  $\bar{\gamma}(V/V)$  são calculados. Isso pode ser feito usando os ábacos apropriadas (Journel e Huijbregts, 1978) ou obtidas usando a média de todos os valores da função semivariograma para todos os possíveis pares que podem ser formados em um dado volume (conhecido como *gammabar*; Deutsch e Journel, 1998). Para outros exemplos de como calcular a variância de dispersão verificar Isaaks e Srivastava (1989), Pyrcz e Deutsch (2002) e Journel e Kyriakidis (2004). Nesse caso, o valor de  $\sigma^2(v/D)$  (variância dos blocos ou SMUs no ano) é conhecido para cada simulação analisada e igual a variância da série temporal (teores do fluxo contínuo que alimenta a planta de beneficiamento).

Assim, para cada simulação de um fluxo contínuo de minério que alimenta a planta de beneficiamento, ou uma pilha de blendagem e/ou homogeneização, será calculado a variância de dispersão em 1 dimensão (1D) (um exemplo detalhado pode ser visto em Dowd (1193), pag. 94). Para isso, usa-se a série temporal ordenada segundo o sequenciamento de lavra de determinado período para calcular o crono -variograma experimental dos teores e definir seu modelo de ajuste matemático. Como cada simulação de fluxo contínuo é uma possível representação da realidade, e todas são ligeiramente diferentes entre si, existem 50 possíveis variogramas temporais a serem calculados e modelados. Neste estudo, apenas dois serão apresentadas, associados às simulações # 30 e # 46, que podem ser vistos na Figura 4-15 (a) e Figura 4-15 (b), respectivamente. Nestas figuras, o modelo variográfico é representada por uma linha contínua preta e os pares dos variogramas experimentais são representados por pontos verdes. O passo utilizado no cálculo do variograma experimental (ou crono-variograma) para os teores do fluxo contínuo, é de aproximadamente 2 horas e 55 min.





4-15: Variograma temporal para a simulação (a) #30 e simulação (b) #46. Cada h representa aproximadamente o tempo (t) de 2 h e 55 min. Os pontos verdes representam o variograma experimental e a linha preta contínua representa o modelo variográfico

O modelo variográfico pode ser visto na Equação (3-1) e na Equação (3-2) para as simulações #30 e #46, respectivamente.

$$\gamma(h) = 11.82 + 6.8 * Sph\left(\frac{h}{3}\right) + 2.2 * Sph\left(\frac{h}{65}\right) \quad (4-4)$$

$$\gamma(h) = 17.42 + 8 * Sph\left(\frac{h}{3}\right) + 5 * Sph\left(\frac{h}{90}\right) \quad (4-5)$$

onde cada modelo é representado pelo efeito pepita,  $Co$ , duas estruturas esféricas ( $Sph$ ) com  $C1$  e  $C2$  sendo a contribuição de cada estrutura para atingir o sill, e alcances,  $a1$  e  $a2$ , respectivamente [ $\gamma(h) = Co + C1 * Sph(h/a1) + C2 * Sph(h/a2)$ ]. Uma vez que o variograma para cada simulação foi definido, esses podem ser usados para calcular a variância de dispersão. Pode-se notar nesses variogramas um alto efeito pepita. Isso era esperado, pois a série temporal usada no cálculo do crono-variograma é resultado da combinação de duas minas com características geológicas diferentes combinando blocos vindos de setores geológicos distintos. O crono variograma da série temporal não tem correlação nenhum com a continuidade espacial do depósito original.

A Tabela 1 apresenta os resultados para cinco painéis (combinação de múltiplos blocos) usando as simulações #30 e #46.

Tabela 1: Resultado da variância de dispersão de SMUs de 1000 m<sup>3</sup> em cinco diferentes volumes (simulação #30 e #46)

Volume do painel (m <sup>3</sup> )	Massa aproximada (t)	Variância de dispersão (% <sup>2</sup> )	
		Simulação 30	Simulação 46
1.000	3.5867	0	0
10.000	35.867	16,68	22,86
16.000	57.387	17,57	24,09
30.000	107.601	18,42	25,31
58.000	208.029	19,17	26,49

A Figura 4-16 e a Figura 4-17 mostram os resultados completos para a variância de dispersão de SMUs de 1.000 m<sup>3</sup> SMU em diferentes tamanhos de pilhas (ou painéis em volume equivalente) para a simulação #30 e #46, respectivamente.

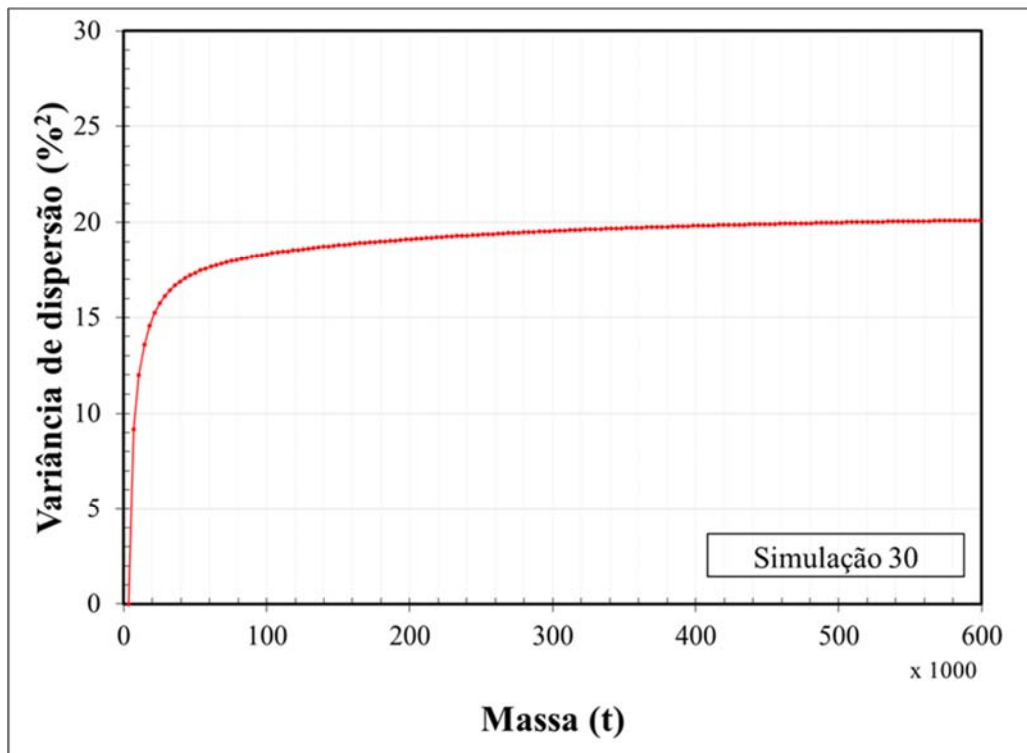


Figura 4-16: Variância de dispersão de SMUs de 1.000 m<sup>3</sup> em diferentes tamanhos de pilhas (aumento de massa) para a simulação #30

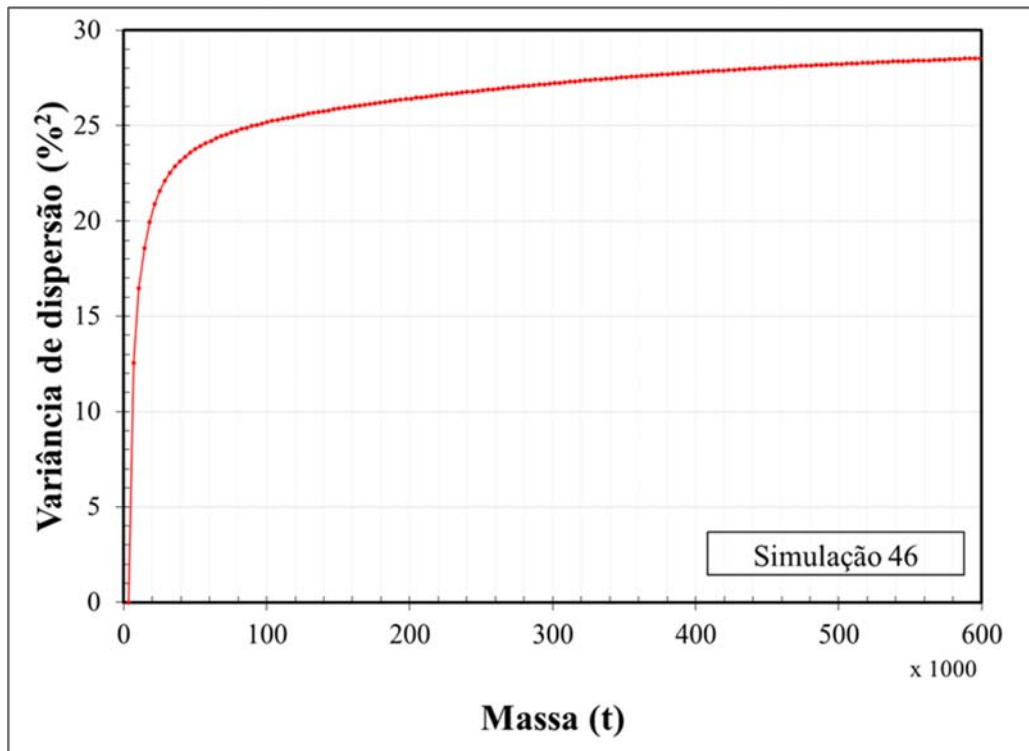


Figura 4-17: Variância de dispersão de SMUs de 1.000 m<sup>3</sup> em diferentes tamanhos de pilhas (aumento de massa) para a simulação #46

Ao final do processo, para se obter a redução de variabilidade, deve-se considerar o seguinte. A variação do teor final que alimenta a planta de beneficiamento é a soma da variabilidade das fontes  $\sigma^2(v/V)$  e  $\sigma^2(V/D)$ . Quando alimentamos a usina diretamente com os blocos ( $v$ ),  $V$  é igual a  $D$ , ou seja, a variabilidade é igual a variância (ou desvio padrão dos dados) total da série temporal. Quando analisamos pilhas de 100 kt (por exemplo), temos  $V$  igual a massa da pilha. Se a dispersão dos blocos dentro dessas pilhas for calculada ( $\sigma^2(v/V)$ ) e conhecendo a variância total da série temporal ( $\sigma^2(v/D)$ ), obtém-se a variância entre as pilhas de 100 kt. O mesmo procedimento é repetido para todas as massas de pilhas a serem analisadas.

Para se obter a redução de variabilidade, basta subtrair a variância de dispersão obtida pela relação de Krige da variância total da série temporal. Ou seja, se  $v$  e  $V$  possuem a mesma massa, a variância de dispersão é zero (dispersão dos blocos dentro dos blocos), e conseqüentemente a variabilidade da alimentação da planta de beneficiamento é a mesma da série temporal. A Figura 4-18 e a Figura 4-19 apresentam os componentes na redução de variabilidade para as simulações #30 e #46, respectivamente.

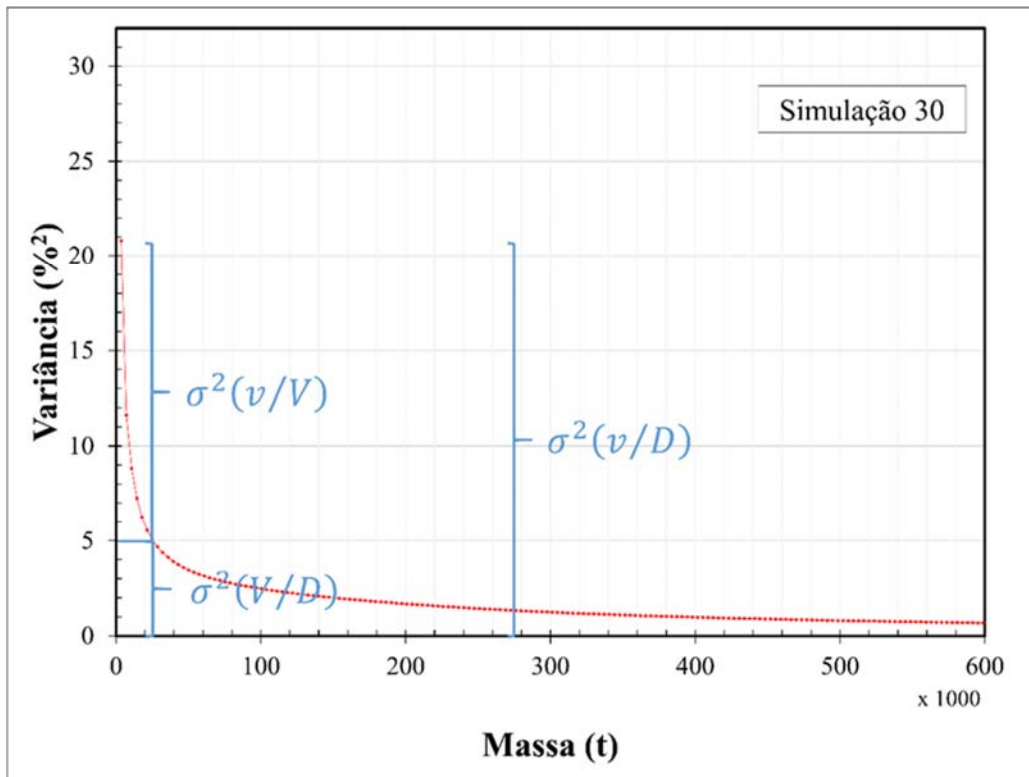


Figura 4-18: Decaimento da variabilidade devido ao aumento da massa para simulação #30.  $\sigma^2(v/V)$  refere-se à variação de dispersão de v (SMU) dentro de uma unidade maior, V (pilhas de blendagem),  $\sigma^2(V/D)$  refere-se à variação entre as pilhas de blendagem ao longo de D (ano analisado), e  $\sigma^2(v/D)$  refere-se à variação de dispersão de v (SMU) em D (ano analisado)

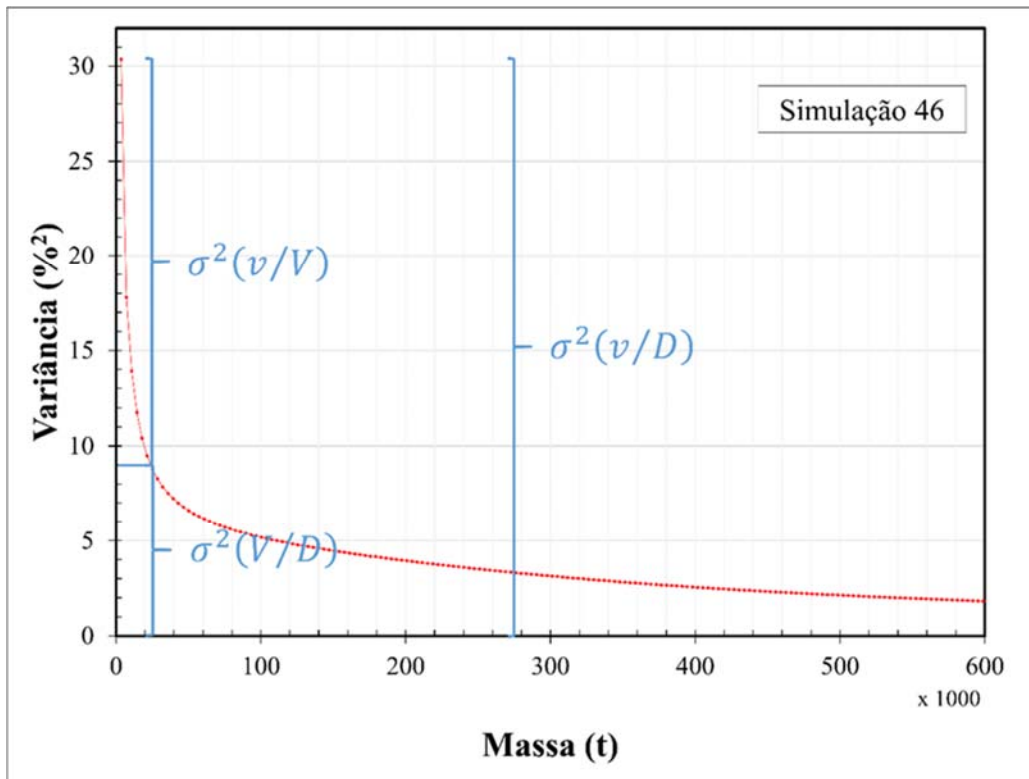


Figura 4-19: Decaimento da variabilidade devido ao aumento da massa para simulação #46.  $\sigma^2(v/V)$  refere-se à variação de dispersão de  $v$  (SMU) dentro de uma unidade maior,  $V$  (pilhas de blendagem),  $\sigma^2(V/D)$  refere-se à variação entre as pilhas de blendagem ao longo de  $D$  (ano analisado), e  $\sigma^2(v/D)$  refere-se à variação de dispersão de  $v$  (SMU) em  $D$  (ano analisado)

O cálculo para a redução da variabilidade devido ao aumento na massa na pilha, foi repetido para os 50 modelos de blocos simulados igualmente prováveis. Os resultados podem ser vistos na Figura 4-20.

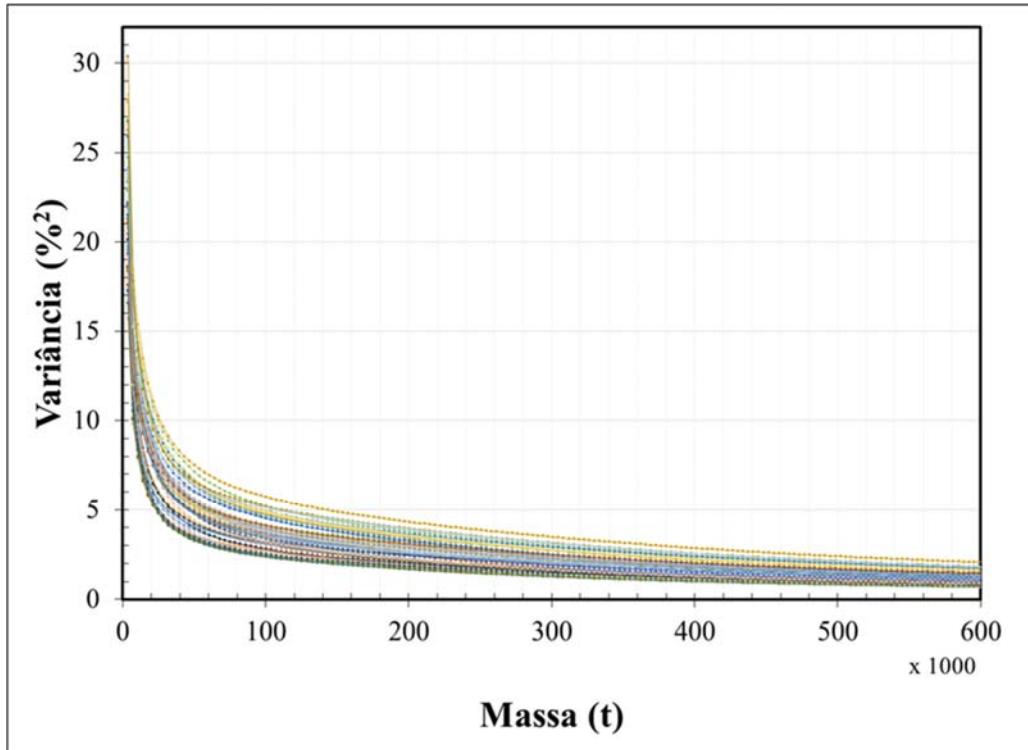


Figura 4-20: Redução de variabilidade devido ao aumento de massa para todas as 50 simulações usando a relação de Krige

As imagens sugerem um decaimento do tipo exponencial na variabilidade dos teores com um aumento na massa da pilha. Isto reproduz a relação volume de variância discutido em Parker (1979) e os resultados de estudos realizados anteriormente envolvendo simulação geoestatística e pilhas de homogeneização.

#### 4.5.3 Redução de variabilidade em função do aumento de massa usando a solução numérica

De acordo com Marques e Costa (2013), o teor de cada bloco difere dos demais, e difere da média global dos blocos calculados para determinado período (por exemplo 1 ano). Ao agrupar vários blocos e formar pilhas de homogeneização, o teor médio de cada pilha aproxima-se do teor calculado para média global anual, quando comparado com o teor individual de cada bloco que a compõe. Este fenômeno explica porque os teores retomados das pilhas de homogeneização têm menos variação do que os teores obtidos da alimentação bloco a bloco na planta de beneficiamento. Para tentar quantificar essa variação, um algoritmo que emula pilhas de homogeneização foi criado. Para a implementação do algoritmo, algumas considerações são necessárias:

- i. O modelo se baseia em configurações de pilhas longitudinais;
- ii. A geometria dos cones nas extremidades das pilhas é desconsiderada;
- iii. O empilhamento do material é realizado nos dois sentidos de movimento da empilhadeira;
- iv. A empilhadeira despeja uma quantidade de material constante durante seu movimento;
- v. A recuperação do material é realizada de forma perpendicular ao solo;
- vi. A pilha é recuperada em fatias de um metro;
- vii. A segregação do material foi desconsiderada;
- viii. As partículas que compõem o bloco/lote são infinitamente pequenas comparadas a massa do bloco/lote.

De acordo com a afirmação (i), o algoritmo foi desenvolvido para emular os três tipos de pilhas longitudinais apresentados na Figura 4-12. Por simplificação, o cálculo de volume é realizado com base em um prisma triangular, conforme Figura 4-21.

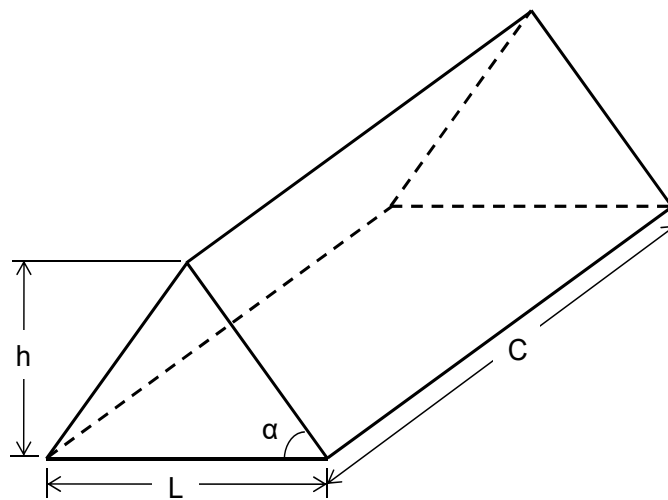


Figura 4-21: Modelo geométrico teórico de pilha adotado

As simplificações realizadas na definição do algoritmo não afetam de forma significativa o cálculo. Isso se deve ao fato da relação volume-variância não ser afetada pela heterogeneidade de distribuição.

A aplicação da metodologia aqui apresentada começa com o cálculo o teor médio ponderado usando todos os blocos da primeira simulação geoestatística, de acordo com a Equação (4-6):

$$T_{sim} = \frac{1}{M_i} \sum_1^n (T_i \times M_i) \quad (4-6)$$

Onde:

$T_{sim}$  é o teor médio de uma simulação geoestatística,

$M_l$  é a soma das massas de todos os blocos no modelo simulado,

$T_l$  é o teor de cada bloco  $l$ ,

$M_l$  é a massa do bloco, e  $n$  é o número de blocos existentes na simulação geoestatística.

Em seguida, precisamos calcular o teor médio ponderado de cada pilha (para a mesma simulação) de acordo com a Equação (4-7):

$$T_p = \frac{1}{M_p} \sum_1^n (T_l \times M_l) \quad (4-7)$$

Onde:

$T_p$  é o teor médio da pilha,

$M_p$  é a massa total da pilha,

$T_l$  é o teor de o bloco  $l$ ,

$M_l$  é a massa do bloco de  $l$ ,

$n$  é o número de blocos que constituem a pilha.

Para cada pilha formada, a diferença quadrática entre o teor médio da pilha e o teor médio da simulação ( $T_{sim}$ ) (todos os blocos ao longo do ano) é calculado. Em seguida, a média dessas diferenças de quadrados é calculada, obtendo-se a variabilidade dos teores das pilhas ao longo do ano, para a massa da pilha de blendagem selecionada (variância entre pilhas). Após isso, todo o processo é reiniciado, utilizando outra simulação geoestatística.

A massa final da pilha a ser análise da será de 600 kt. O algoritmo analisa todas as possíveis combinações de massas em todos os cenários equiprováveis. Os resultados podem ser vistos na Figura 4-22.



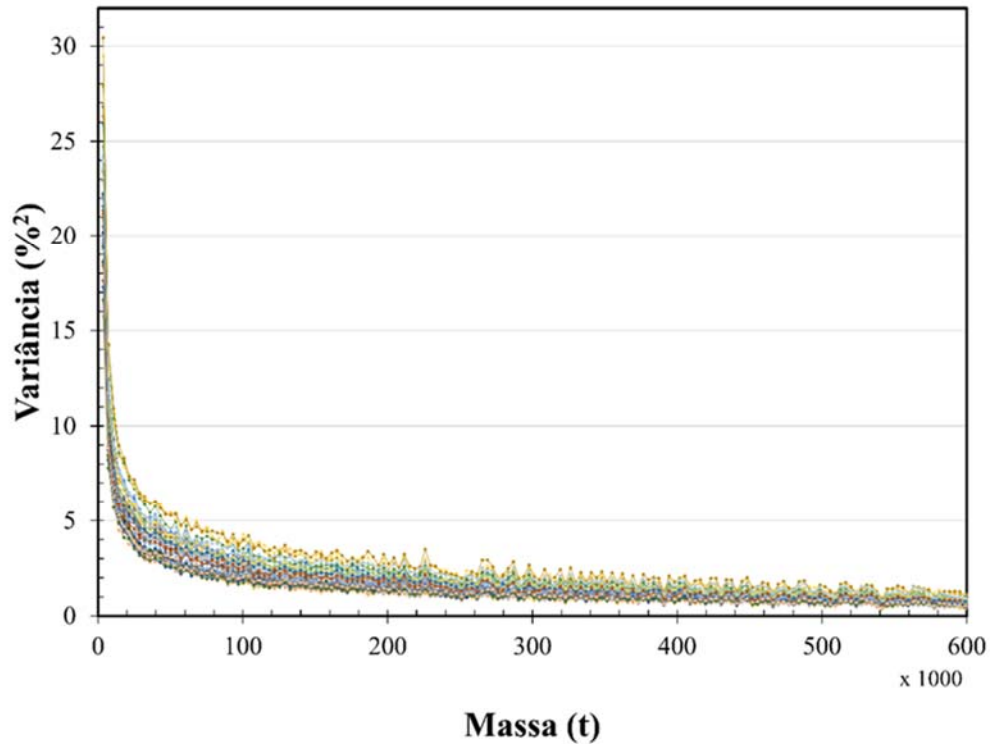


Figura 4-22: Gráfico de redução de variabilidade em função do incremento de massa, para 50 cenários equiprováveis

Pode-se notar pelo gráfico, que há uma redução significativa de variabilidade em pilhas de até 50 kt. Após isso, a redução existe, mas não é tão acentuada. Após 200 kt, pode-se dizer que a redução de variabilidade é insignificante. Desse modo, as pilhas com massa aproximadamente 200 kt serão o alvo do algoritmo de análise de variabilidade interna das pilhas, sendo também esse valor o mais próximo do praticado no complexo Vargem Grande.

O algoritmo retorna ao final do processo de emulação, a série temporal de todas as pilhas formadas, em todas as massas e simulações. Com isso foi possível gerar alguns gráficos comparativos sobre a banda de incerteza, sendo apresentados na Figura 4-23, Figura 4-24 e a Figura 4-25 para as pilhas de 50 kt, 200 kt e 450 kt, respectivamente. Pode-se perceber a redução na banda de incerteza com o aumento de massa, incluindo a redução de valores extremos, conforme descrito anteriormente. As pilhas de 50 kt apresenta ainda alta variabilidade entre elas. As pilhas de 200 kt e 450 kt apresentam uma variabilidade muito próxima uma das outras. As pilhas de 450 kt apresentam variabilidade levemente inferior, mas o custo de implementação e operação seriam maiores, justificando a escolha de pilhas de 200 kt para as análises posteriores.

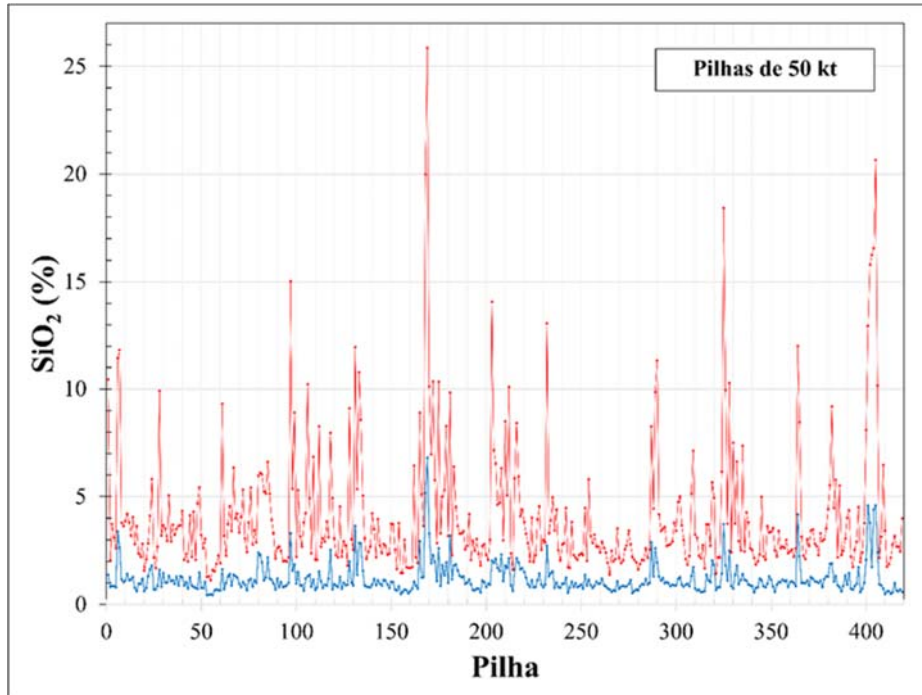


Figura 4-23: Série temporal das pilhas de 50 kt. A linha Azul representa o menor teor e o vermelho o maior teor de sílica obtido a partir dos 50 cenários equiprováveis

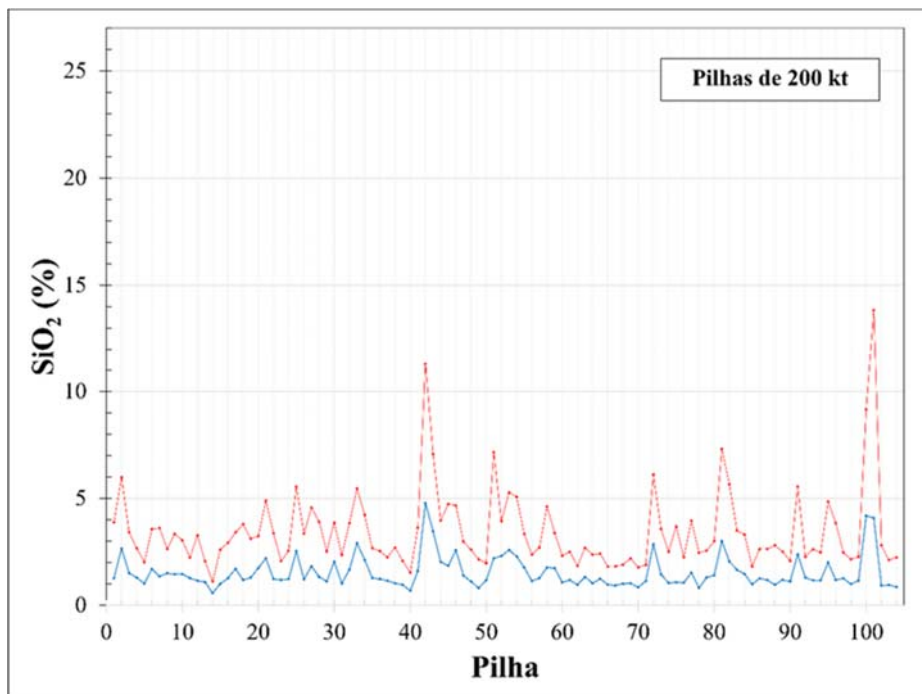


Figura 4-24: Série temporal das pilhas de 200 kt toneladas. A linha Azul representa o menor teor e o vermelho o maior teor de sílica obtido a partir dos 50 cenários equiprováveis

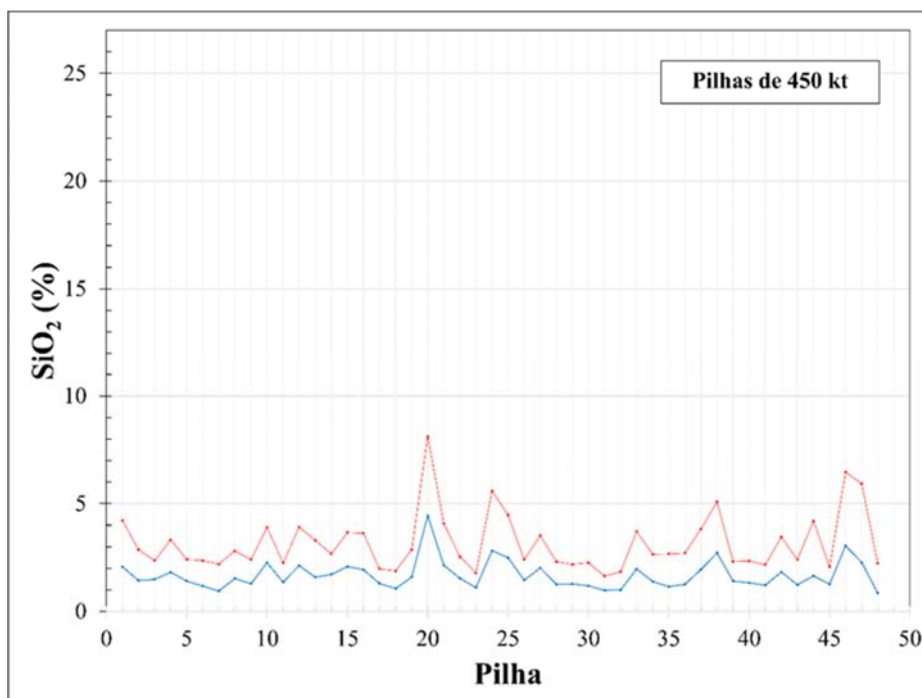


Figura 4-25: Série temporal das pilhas de 450 kt toneladas. A linha Azul representa o menor teor e o vermelho o maior teor de sílica obtido a partir dos 50 cenários equiprováveis

A Tabela 4-21 apresenta a redução de variabilidade em dois cenários equiprováveis, para as pilhas de 200 kt (obtidos através das simulações geoestatísticas), para os dois cenários escolhidos para ilustração anteriormente (simulações #30 e #46), conforme Tabela 4-212. Considerando todas as simulações, no cenário mais pessimista, a redução de variabilidade do material fica em aproximadamente 68.4 %, e no cenário mais otimista fica em 77.1%.

Tabela 4-21: Resultados na redução de variabilidade no cenário com maior redução de variabilidade (26) e o de menor redução de variabilidade (49) para pilhas de 200 kt

Cenário equiprovável	Desvio padrão dos dados de entrada (%)	Desvio padrão das pilhas de homogeneização (%)	Redução na variabilidade (%)
30	4.56	1.17	74.7
46	5.52	1.59	71.2

Sabendo a massa da pilha de homogeneização que será alvo de estudos posteriores, pode-se localizar os blocos da série temporal de alimentação do algoritmo que formam cada pilha. Para pilhas de 200 kt, obteve-se um total de 104 ao longo do ano. A Figura 4-27 e a Figura 4-28 apresentam a série temporal dos blocos que alimentam o algoritmo de emulação de pilhas (em cinza) e a série temporal

das 104 pilhas de homogeneização formadas ao longo do ano (em vermelho) para as simulações #30 e #46, respectivamente.

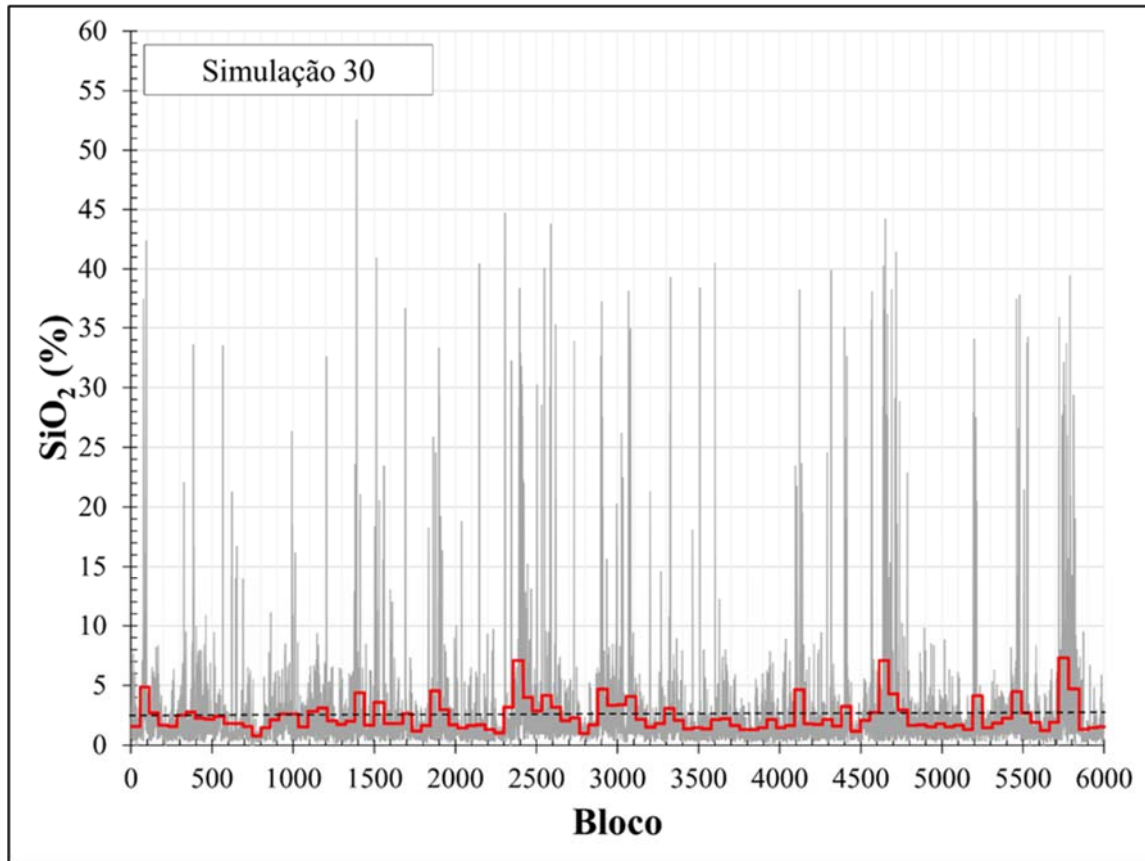


Figura 4-26: Série temporal dos blocos que alimentam o algoritmo de emulação de pilhas (linha cinza) e série temporal das pilhas formadas (em vermelho) para a simulação #30. A linha preta pontilhada representa a média da simulação

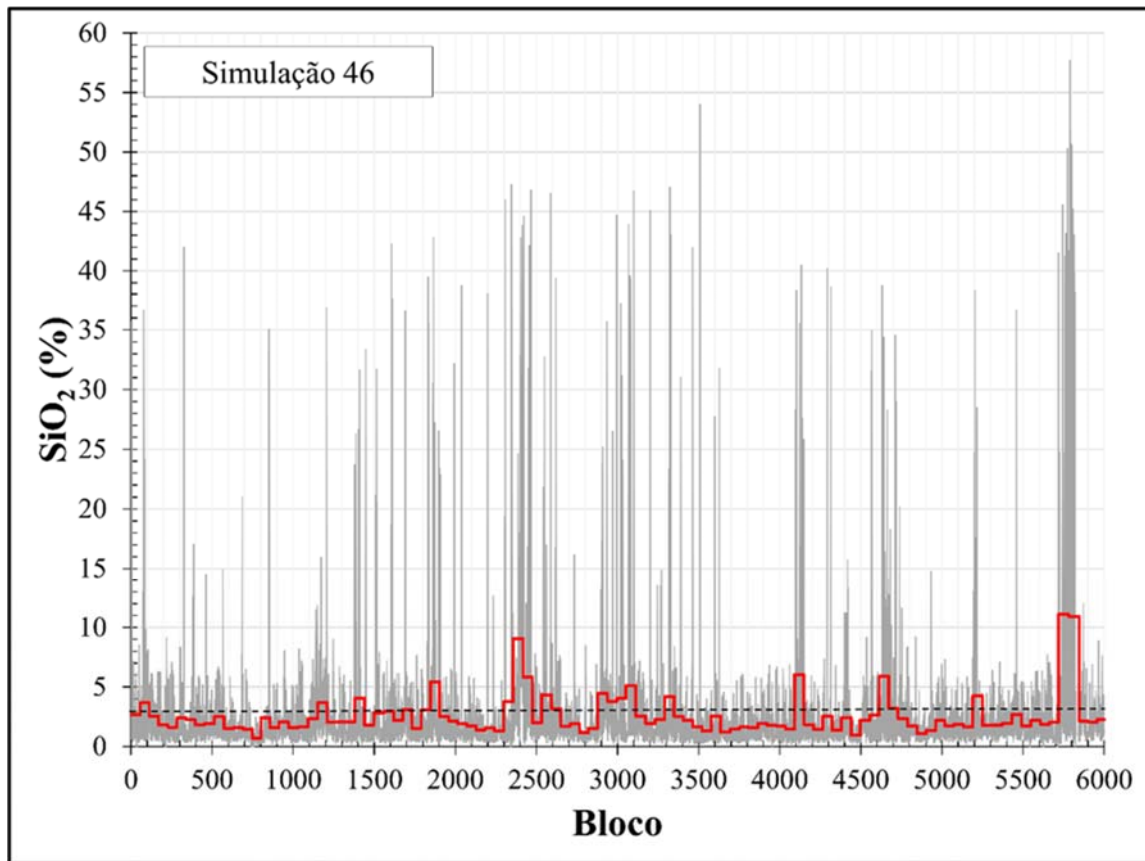


Figura 4-27: Série temporal dos blocos que alimentam o algoritmo de emulação de pilhas (linha cinza) e série temporal das pilhas formadas (em vermelho) para a simulação #46. A linha preta pontilhada representa a média da simulação

Mesmo havendo flutuações dos teores das pilhas ao longo do período analisado, cada pilha terá um período de residência de aproximadamente 3 dias (no complexo Vargem Grande). Se cada pilha tiver poucas flutuações ao longo de sua retomada, o processo de beneficiamento pode ser gerenciado adequadamente. Sendo assim, pode-se perceber que as pilhas de homogeneização são uma poderosa ferramenta de redução de variabilidade na alimentação da planta de beneficiamento e/ou produto final. Entretanto, deve-se ter em mente que esta redução na variabilidade só será obtida, se as pilhas de homogeneização forem adequadamente projetadas e operadas (massa e número de camadas adequadas).

#### 4.5.4 Comparativo entre as diferentes técnicas de cálculo e redução de variabilidade

Ao final do processo de ambas as análises (usando a relação de Krige e a solução numérica), foram comparados os resultados para a simulação #30 e a simulação #46. Os resultados põem ser vistos na Figura 4-28 e na Figura 4-29, respectivamente. A redução da variabilidade associada com o aumento de massa usando a fórmula de variância de dispersão (área acima da linha) é mostrada em vermelho (linha suave e contínua). A linha azul (irregular) é a redução de variabilidade devido ao aumento da

massa para diferentes tamanhos de pilha usando a solução numérica (emulação numérica dos teores das pilhas).

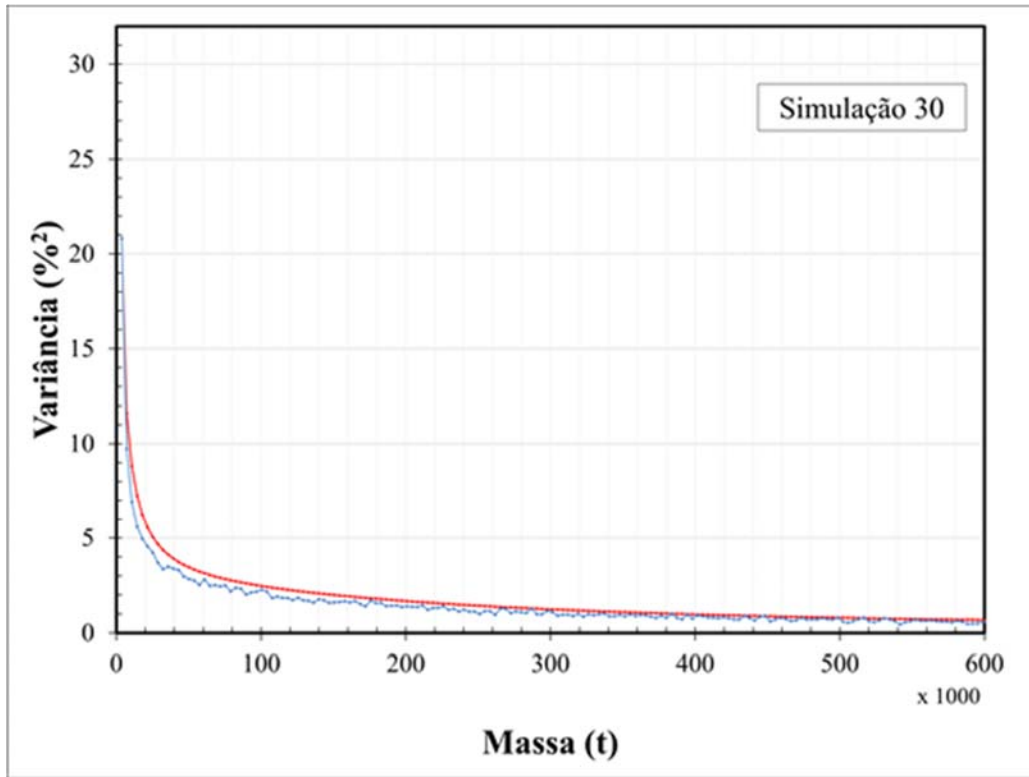


Figura 4-28: Decaimento da variabilidade devido ao aumento da massa para simulação #30. A linha vermelha representa o resultado obtido pela relação de Krige e a linha azul o resultado obtido pela relação numérica

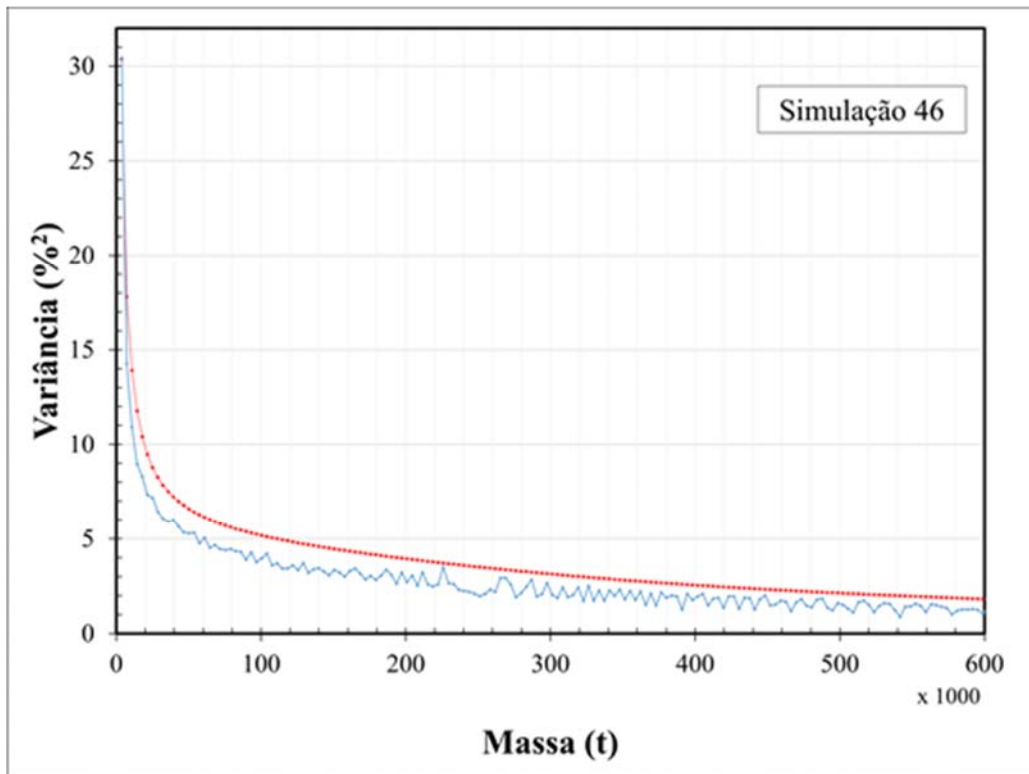


Figura 4-29: Decaimento da variabilidade devido ao aumento da massa para simulação #46. A linha vermelha representa o resultado obtido pela relação de Krige e a linha azul o resultado obtido pela relação numérica

Note que, embora a linha azul seja menos suave do que a linha vermelha, ambos partilham a mesma forma geral. Além disso, a Figura 4-28 e a Figura 4-29 têm diferentes variações totais (eixo Y), mas são equivalentes na forma e na proporção.

#### 4.5.5 Pilhas de homogeneização associadas ao planejamento de lavra

Em muitos casos na indústria mineira, lotes de minério que apresentem seus parâmetros de qualidade fora dos limites estabelecidos podem ser rejeitados ou penalizados pelo cliente. Sendo assim, medidas devem ser tomadas para evitar o custo elevado dessas penalizações. A homogeneização do minério ROM pode ser uma solução para este problema.

Ao emular as pilhas de homogeneização, o algoritmo criado pode verificar, a partir da banda de incerteza, o percentual das mesmas que estejam fora de determinada faixa específica. Desse modo, é possível alterar parâmetros no planejamento de lavra, tais como teor de corte, teores dos contaminantes, etc., e analisar seu impacto na planta de beneficiamento.

Como exemplo, foi assumido que os limites da variável sílica estejam entre 0 % e 6 % (apenas para ilustrar o funcionamento do algoritmo, sendo desconsiderado na análise de variabilidade interna da pilha) na massa de 200 kt. Qualquer pilha que tiver, em sua banda de incerteza, valores fora das especificações será identificada pela rotina. Ao final do processo, para cada pilha da série temporal,

serão identificados através da análise da banda de incerteza qualquer elemento fora das especificações, identificando o percentual da banda de incerteza fora das especificações e o número de blocos ou lotes que formaram essa pilha. Caso os dados de entrada tenham fornecido as coordenadas X, Y e Z *in situ* de cada bloco (caso tenham sido informadas no início do cálculo), o algoritmo pode identificar as coordenadas dos blocos que formaram as pilhas fora de especificações, mapeando os locais que causam o problema. A Tabela 4-33 apresenta os resultados do algoritmo para as pilhas de 200 kt fora de especificações.

Tabela 4-3: Pilhas com teores superiores a 6 % de SiO<sub>2</sub>

Percent Out of specification	Expected Massa (t)	Real Massa (t)	Number of the Pile	Number of lots	X_First_lot	Y_First_lot	Z_First_lot
84	208838.39	208448.01	42	63	-8850	-770	1350
16	208838.39	205376.43	43	57	-8720	-850	1360
4	208838.39	206903.27	51	61	-4405	685	1305
2	208838.39	208167.96	72	59	-4285	765	1295
20	208838.39	207086.64	81	59	-4095	765	1295
60	208838.39	206453.43	100	61	-9160	-830	1390
90	208838.39	207274.99	101	67	-9110	-870	1390

Em três casos (pilhas 42, 100 e 101), o percentual da banda de incerteza que ficou acima do especificado é extremamente alto indicando alto risco de problemas no beneficiamento

A Figura 4-30 apresenta uma vista em planta da mina Capitão do Mato, onde são identificados os blocos formadores das pilhas 42 (pontos azuis) e 100 (pontos vermelhos). A Figura 4-31 apresenta uma vista em planta da mina Tamanduá, onde são identificados em azul os blocos formadores da pilha 42 e em vermelho os blocos formadores da pilha 101 (Marques, 2010).



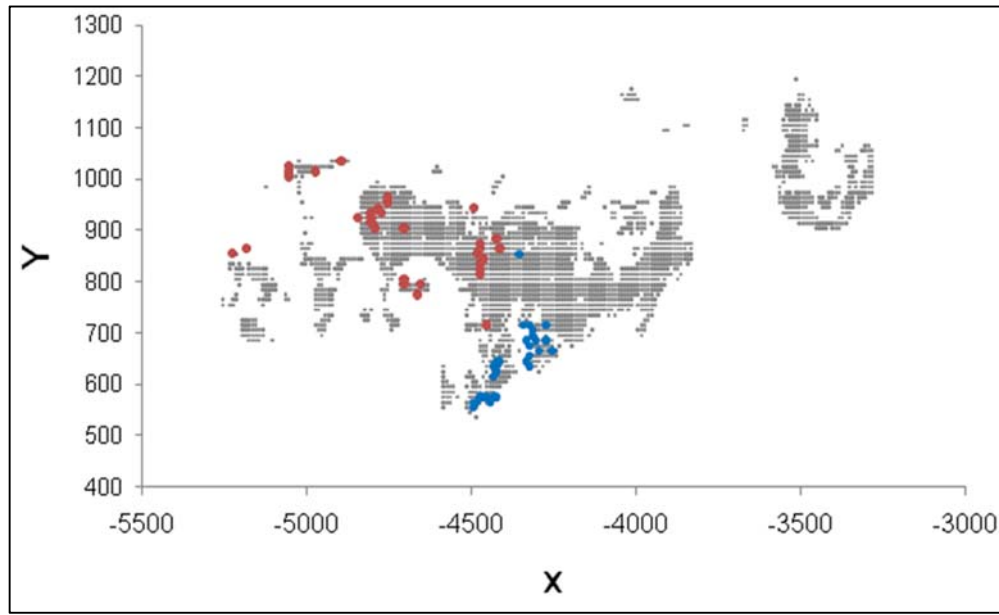


Figura 4-30: Vista em planta da localização dos blocos no depósito Capitão do Mato, onde os pontos cinzas são os blocos lavrado em 2004, os pontos azuis são os blocos da pilha 42 e os pontos vermelhos são os blocos da pilha 100

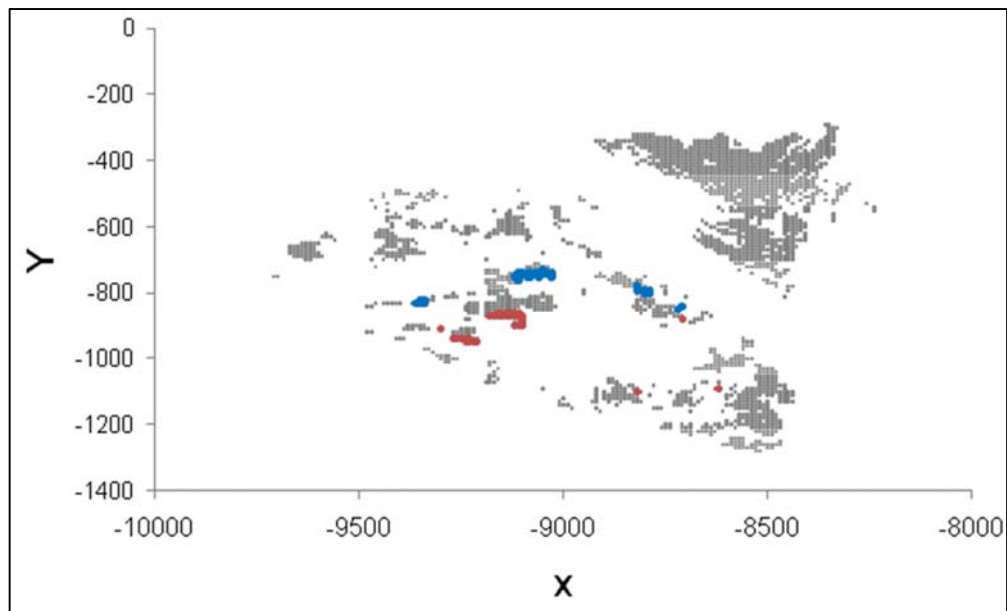


Figura 4-31: Vista em planta da localização dos blocos no depósito Tamanduá, onde os pontos cinzas são os blocos lavrado em 2004, os pontos azuis são os blocos da pilha 42 e os pontos vermelhos são os blocos da pilha 100

De posse da localização dos blocos que formam a banda de incerteza das pilhas de homogeneização, cabe a área do planejamento de lavra avaliar as causas e apontar soluções do problema. Neste estudo de caso, optou-se por manter todos os blocos disponíveis na série temporal de alimentação das pilhas, a fim de testar a robustez do algoritmo utilizado.

#### 4.5.6 Redução de variabilidade interna da pilha em função do número de camadas

A grande parte da redução de variabilidade em pilhas de homogeneização deve-se a relação volume-variância. Mas, outro componente no sistema de homogeneização em pilhas é o arranjo de como as camadas serão dispostas na formação da pilha. Pilhas do tipo longitudinal, por possuírem uma seção transversal triangular, apresentam uma relação direta entre a altura da pilha e seu comprimento. O algoritmo desenvolvido leva em consideração a heterogeneidade de distribuição para calcular a redução de variabilidade interna da pilha.

No método de pilhas *chevron*, ilustrado na Figura 4-32, o efeito da homogeneização é obtido da seguinte forma (Valente, 1982):

- como resultado da deposição do minério ROM em camada por camada, a alimentação da pilha é dividida em pequenas quantidades  $\Delta R$ , onde  $\Delta R$  representa a massa de cada uma das camadas.
- assim, as variações das características de qualidade que ocorrem no material ROM são igualmente divididas nos intervalos de  $\Delta R$ .
- devido ao modo de construção dessas pilhas, as variações entre as quantidades  $\Delta R$  estarão sobrepostas quando a pilha se completar.
- considerando seções de corte devidamente orientadas (Figura 4-32), percebe-se que devido ao efeito de sobreposição de parte dos  $\Delta R$  de cada camada, haverá alteração nas características de variação de seção para seção, sendo estas menores do que as variações existentes entre os referidos  $\Delta R$ .
- Se cada seção de corte ou fatia de retomada tiver a massa  $\Delta K$ , o processo de homogeneização, neste tipo de pilha, tem de ser estudado em função de  $\Delta R$ ,  $\Delta K$  e  $N$ , sendo  $N$  o número de camadas que a pilha comportou.

O correto dimensionamento de uma pilha de homogeneização consiste, essencialmente, em selecionar os valores ótimos para os parâmetros  $N$ ,  $\Delta R$  e  $\Delta K$ , de forma a minimizar as variações entre os diversos  $\Delta K$ . As variações entre os diversos  $\Delta K$  são menores do que as variações entre os diversos  $\Delta R$ , porque haverá um pedaço de cada  $\Delta R$  em cada  $\Delta K$  e se admite que dentro de cada  $\Delta R$  há uma homogeneidade aceitável (há heterogeneidade entre os diversos  $\Delta R$ ).

A forma de deposição e de retomada do material é importante para a obtenção da homogeneização desejada entre os  $\Delta K$ . O aumento do número de camadas ( $N$ ) reduz a quantidade de material por camada  $\Delta R$ , permitindo que o efeito da homogeneização em pilhas seja acentuado pela redução nas variações entre as seções de retomada ( $\Delta K$ ).

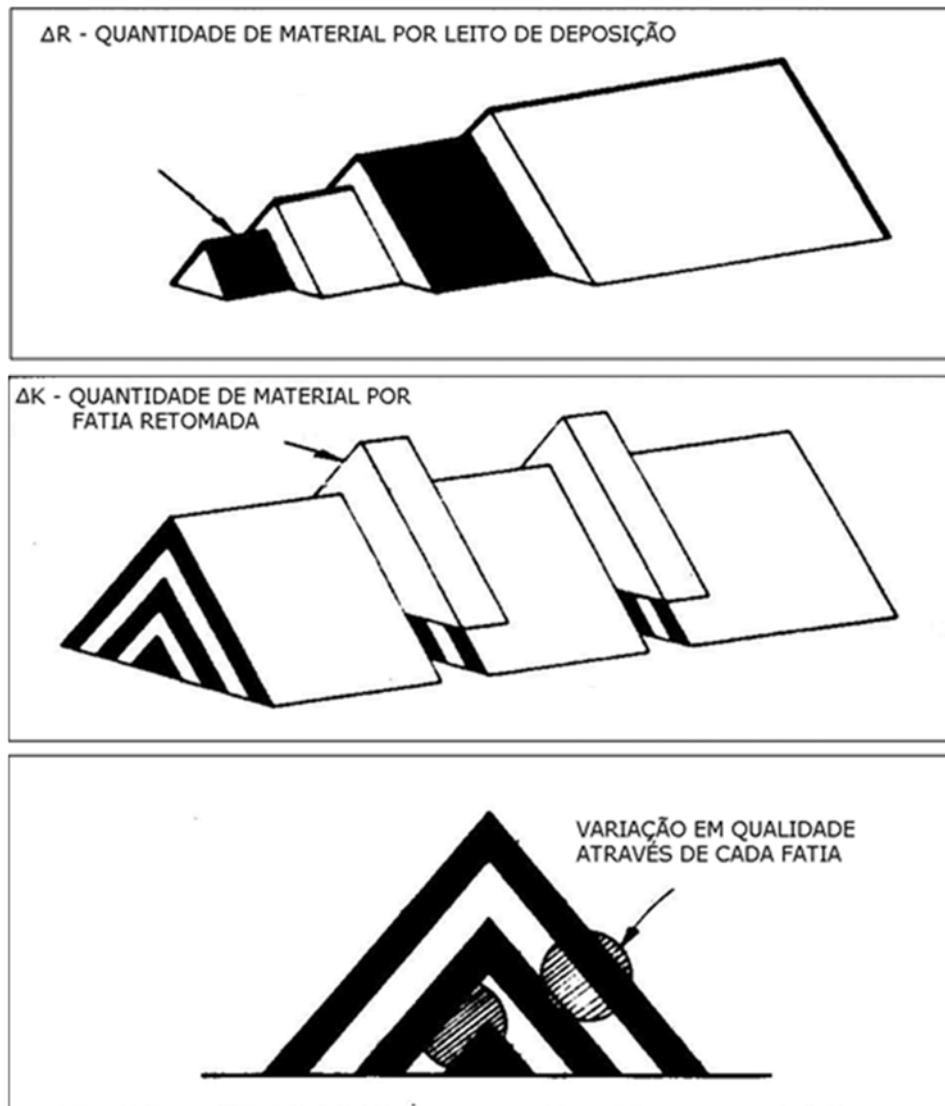
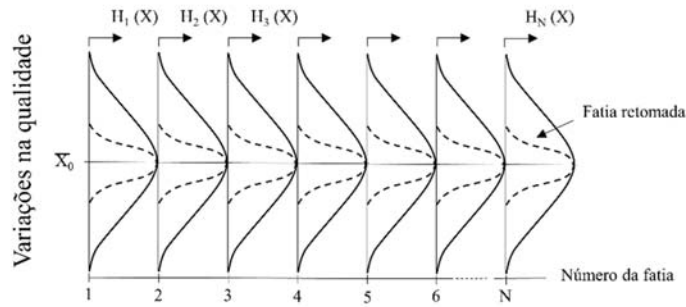
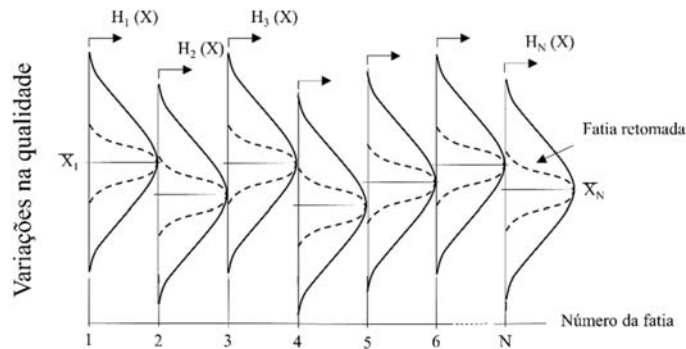


Figura 4-32: Deposição e retomada na pilha Chevron (Schofield, 1980)

Em uma pilha de homogeneização ideal, haverá variações somente dentro das fatias retomadas e a média dos valores da distribuição de frequência dentro dessas fatias será constante para todas as fatias de uma pilha (Schofield, 1980). O que se procura em um homogeneizador ideal é uma distribuição de teores nas fatias que formam a pilha conforme ilustrado na Figura 4-33.



Distribuições de frequência típicas – Homogeneizador ideal



Distribuições de frequência típicas – Homogeneizador não ideal

Figura 4-33: Ilustração do efeito de homogeneização em pilhas longitudinais (adaptado de Schofield, 1980)

Teoricamente, o efeito da homogeneização será melhor obtido quanto maior for o número de camadas  $N$  da pilha, embora numa situação real o aumento de  $N$  para além de um determinado número deverá ser antieconômico.

Segundo Ferreira (1989), o custo da aquisição dos equipamentos de empilhamento e retomada é diretamente proporcional a largura dos mesmos, e conseqüentemente proporcional à largura da pilha. O inverso ocorre com os transportadores, pois quanto maior a largura da pilha, menor será o seu comprimento. Desse modo, o ponto adequado de operação refere-se ao tamanho e layout de pilha que forneça material adequado às necessidades da usina de beneficiamento, levando em consideração o menor custo possível com os equipamentos de formação da mesma.

Diversos métodos têm sido testados com o objetivo de projetar e especificar completamente a homogeneização por pilhas longitudinais. Entre esses processos de homogeneização em pilhas, destaca-se o processo gaussiano, o processo de Monte Carlo, entre outros. Esses processos não serão abordados nessa discussão, porém estão apresentados em Schofield (1980, cap. 2).

Nesta dissertação, o cálculo da variabilidade interna da pilha só poderá ser realizado após o cálculo da variabilidade entre pilhas de diferentes massas. Para emular uma pilha de homogeneização, são necessários os seguintes parâmetros:

- Massa da pilha de homogeneização;
- Volume de material descarregado pela empilhadeira a cada metro do trajeto;
- Fator de empolamento do material;
- Ângulo de repouso do material (em graus);
- Largura da base da pilha;

O algoritmo divide o cálculo em dois ciclos, sendo o primeiro ciclo referente as simulações geoestatísticas, e o segundo referente as diferentes camadas solicitadas na janela de parâmetros. Ou seja, para cada simulação, serão realizados os cálculos referentes as camadas, e para cada camada, serão realizadas as etapas descritas a seguir, para cada pilha possível de se formar com os blocos alimentados. O número máximo de camadas será calculado a partir da geometria da face da pilha.

Na primeira etapa do cálculo, calcula-se o número de lotes (blocos) necessário para formar a pilha de homogeneização e obtém-se o seu teor médio ponderado, segundo a Equação (4-3). Após, calcula-se o volume total da pilha para a massa especificada pelo usuário, segundo a Equação (4-8).

$$V_p = \sum_1^n (V_l \times F_e) \quad (4-8)$$

Onde:

$V_p$  : volume total da pilha de homogeneização;

$V_l$  : volume de cada lote que compõe a pilha de homogeneização;

$F_e$  : fator de empolamento fornecido pelo usuário;

$n$  : número de lotes que compõe a pilha.

Sabendo o volume total da pilha e o número de camadas, tem-se o volume de material que será utilizado em cada camada. A etapa seguinte é a chave no cálculo do algoritmo de análise de variabilidade interna da pilha: a vazão de material da empilhadeira. O algoritmo baseia-se na premissa que a empilhadeira terá uma vazão constante do material, bem como manterá uma velocidade também constante ao longo de todo o percurso. A razão entre esses dois valores de ser informada pelo usuário ( $m^3/m$ ). Com essa razão, pode-se calcular o comprimento da pilha de homogeneização. Não é necessário especificar o tipo de pilha longitudinal diretamente, pois fica implícito ao colocar a vazão da empilhadeira muito pequena que a pilha é do tipo windrow e a vazão alta corresponde a um pilha do tipo chevron.

No algoritmo, calcula-se a variância das fatias retomadas em relação ao teor médio da pilha, para cada pilha formada, somando os resultados. No final do procedimento, divide-se o valor obtido pelo número total de pilhas formadas, obtendo-se a variância para o número de camadas em questão, em cada simulação. O procedimento é repetido para as demais simulações e configurações de pilhas solicitados na janela de parâmetros. Esse cálculo é realizado com base na propriedade aditiva da variância.

O arquivo de saída irá informar se a geometria de cada pilha emulada é válida para determinado número de camadas. Para isso, calcula-se a área da face da pilha emulada (Equação (4-9)), para cada número de camada solicitado nos parâmetros, pois o volume e o comprimento da pilha emulada são conhecidos.

$$A_f = \frac{V_p}{C_p} \quad (4-9)$$

Onde:

$A_f$ : área da face da pilha de homogeneização emulada;

$V_p$ : volume da pilha de homogeneização emulada;

$C_p$ : comprimento da pilha de homogeneização emulada.

Como o usuário informa a base que a pilha final deverá possuir ( $B_p$ ) e o ângulo de atrito interno do material que está sendo empilhado, o algoritmo calcula a altura da pilha final ( $h_p$ ), ou seja, a maior altura que uma pilha pode ter de acordo com os parâmetros informados ao algoritmo (Equação (4-10)).

$$A_{fp} = \left( \frac{\frac{B_p}{2} \times h_p}{2} \right) \times 2 = \frac{B_p}{2} \times h_p \quad (4-10)$$

Onde:

$A_{fp}$ : área da face da pilha de homogeneização (configuração final);

$B_p$ : base da pilha de homogeneização (configuração final);

$h_p$ : altura da pilha de homogeneização (configuração final).

Quando a área da face da pilha emulada ( $A_f$ ) for maior que a área de face da configuração final ( $A_{fp}$ ), o cálculo irá prosseguir, mas será informado no arquivo de saída da rotina a inviabilidade de formar pilhas de homogeneização com essa configuração. Pilhas possíveis de serem formadas serão identificadas como 1, caso contrário será 0.

No complexo Vargem Grande, uma pilha de aproximadamente 200 kt leva em média três dias para ser formada. Devido à velocidade da montagem, não é possível formar pilhas com um número elevado de camadas, sendo estas em torno de cinquenta. Para formar pilhas com essas características, o equipamento deve ter uma vazão de aproximadamente quatro metros cúbicos e meio a cada metro de movimento (para as dimensões do pátio desse estudo de caso).

Segundo Fortes e Pereira (2012), no complexo Vargem Grande cada pilha de base retangular tem dimensões máximas de 36 m de largura, 269 m de comprimento (restringidas pelas dimensões do pátio) e 15 m de altura (limitada pela inclinação vertical da lança da empilhadeira). Para comparação com estudos anteriores a 2012 (Marques, 2010), foram feitas pequenas adaptações nos parâmetros. Para a análise de variabilidade interna das pilhas de homogeneização foram escolhidos os seguintes parâmetros:

- massa da pilha de homogeneização de 200 kt;
- volume de material descarregado pela empilhadeira a cada metro do trajeto será de 1,5 m<sup>3</sup>/m e 4,5 m<sup>3</sup>/m (testes independentes);
- fator de empolamento do material 1,3;
- ângulo de repouso do material de 35°;
- largura da base da pilha de 38 metros;

Essa análise é feita com base na heterogeneidade de distribuição, ou seja, na forma como o material está distribuído no interior da pilha. As partes que compõe a pilha são diferentes entre si, além de serem diferentes do teor médio da pilha. Organizando os lotes que compõem a pilha em diferentes números de camadas, leva-se a redução das variações no material que irá alimentar a usina.

A Figura 4-34 apresenta os resultados de redução da variabilidade interna da pilha em função do número de camadas para vazão de 1.5 m<sup>3</sup> por metro de movimento da empilhadeira. Esse é um cenário que requer um tempo maior para formação da pilha e necessidade de um número grande de movimentos para o pátio com as dimensões do exemplo. A Figura 4-35 mostra o comprimento médio que as pilhas de homogeneização apresentam para cada configuração (número de camadas).

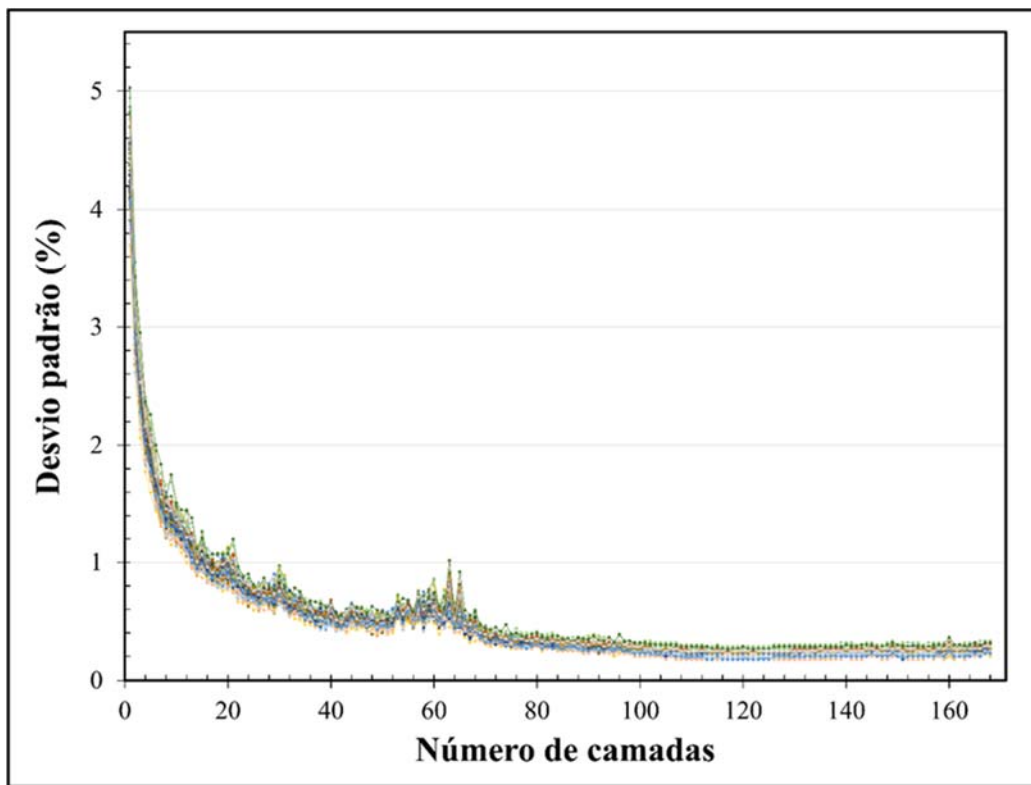


Figura 4-34: Gráfico de redução de variabilidade em função do número de camadas para pilhas geradas com vazão do material de 1.5 m<sup>3</sup>/m

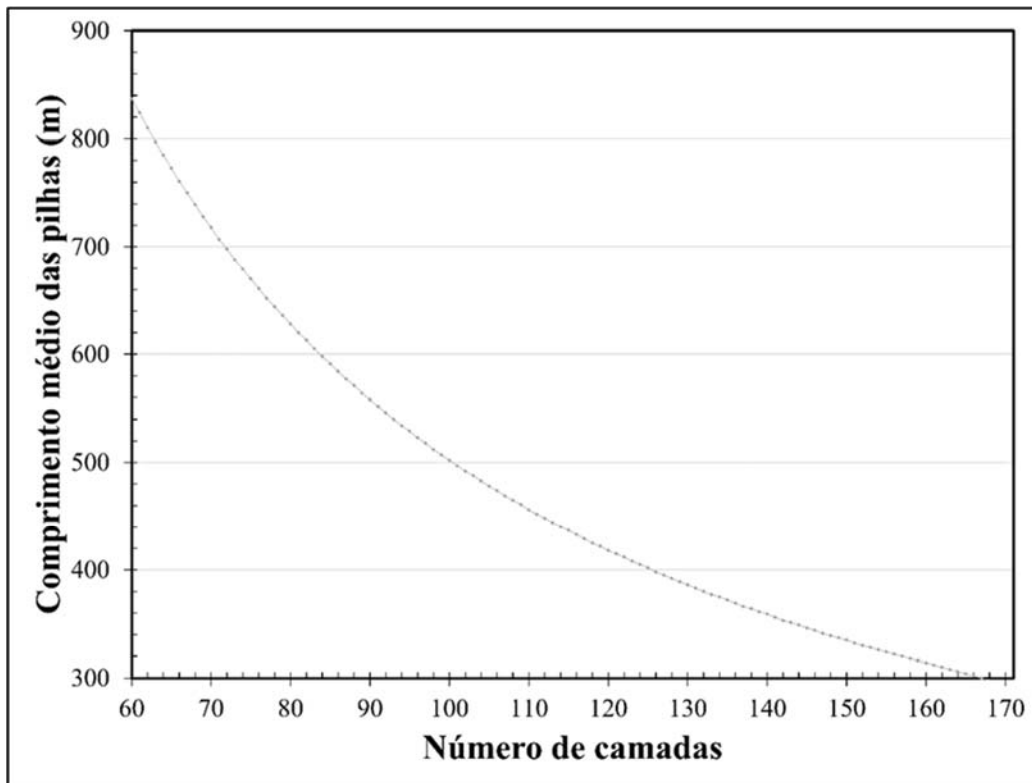


Figura 4-35: Comprimento médio das pilhas de homogeneização para diferentes números de camadas (vazão de 1.5 m<sup>3</sup>/m)

A Figura 4-36 apresenta os resultados de redução da variabilidade interna da pilha em função do número de camadas para vazão de 4,5 m<sup>3</sup> por metro de movimento da empilhadeira. Este cenário é o que mais se assemelha as pilhas do complexo Vargem Grande. O aumento na vazão da empilhadeira implica em um menor número de camadas possíveis de serem formadas (neste caso o número é 59). A Figura 4-37 mostra o comprimento médio que as pilhas de homogeneização apresentariam para cada configuração (número de camadas).



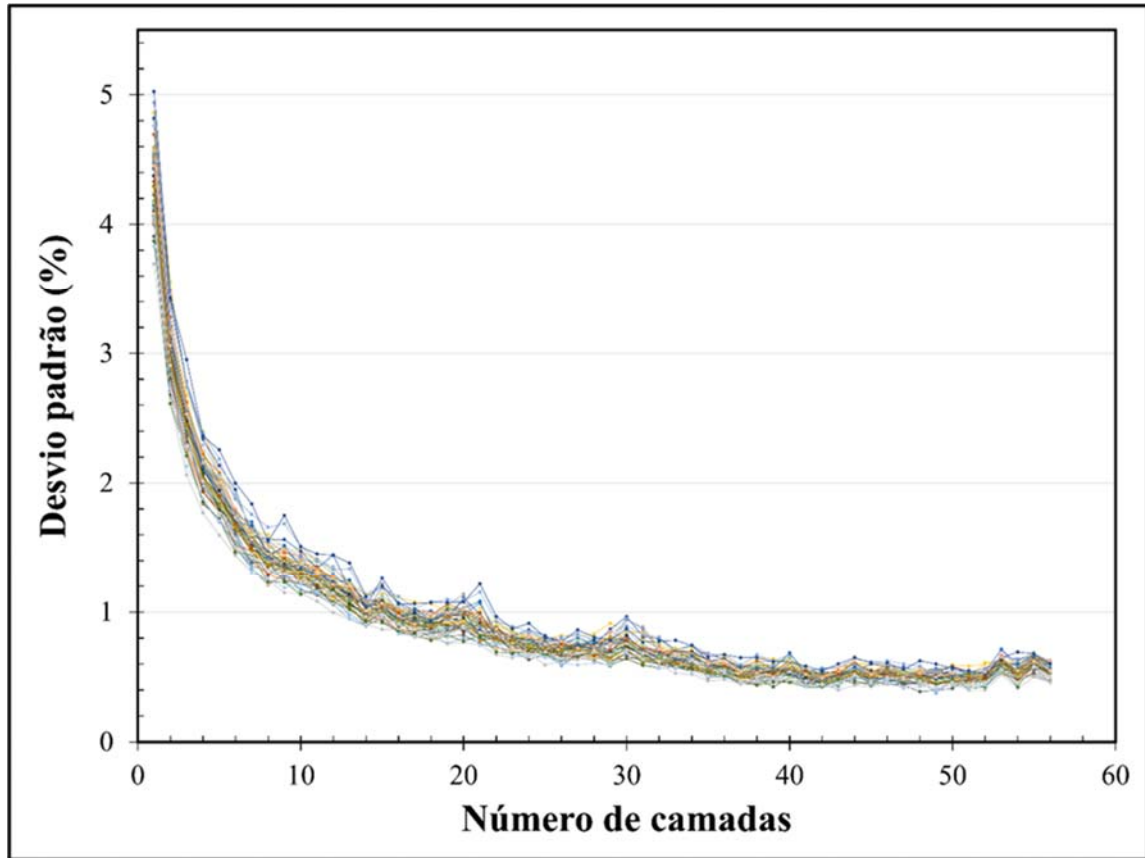


Figura 4-36: Gráfico de redução de variabilidade em função do número de camadas para pilhas geradas com vazão do material de 4,5 m<sup>3</sup>/m

A Figura 4-37 apresenta os comprimentos médios das pilhas com configuração válida.

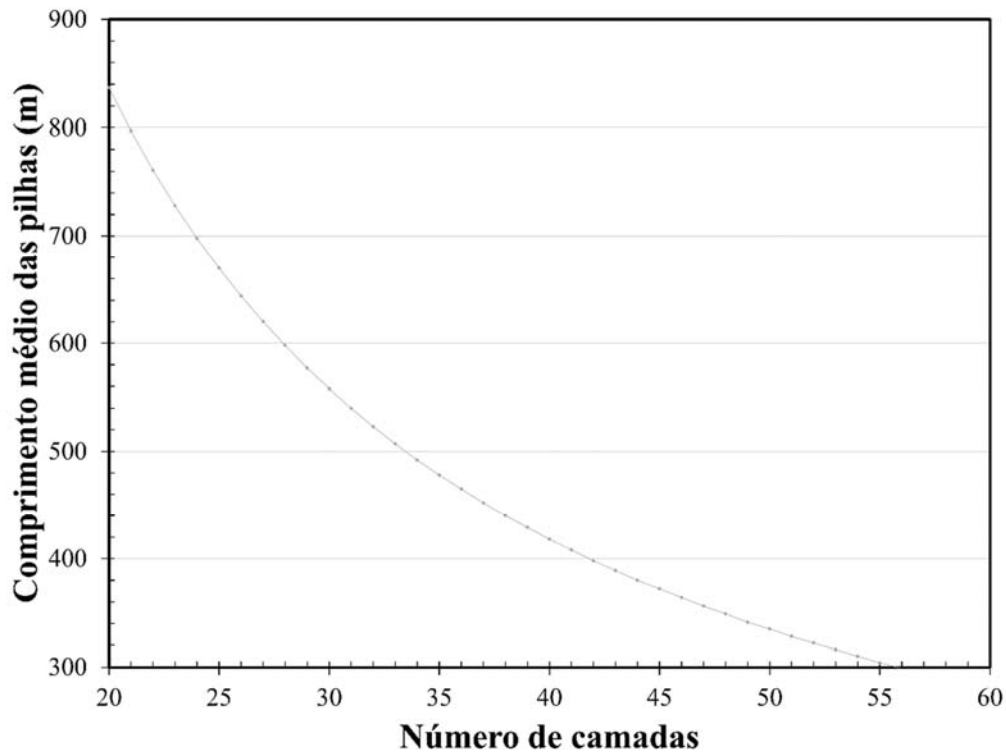


Figura 4-37: Comprimento médio das pilhas de homogeneização para diferentes números de camadas (vazão do material de 4,5 m<sup>3</sup>/m)

Ainda segundo Fortes e Pereira (2012), o número de camadas nas pilhas em Vargem Grande pode variar entre 52 a 225. Pode-se perceber no gráfico é que, não houve redução de variabilidade significativa a partir de 70 camadas para a vazão de 1,5 m<sup>3</sup>/m e a partir de 30 camadas para a vazão de 4,5 m<sup>3</sup>/m. Entretanto, o comprimento da pilha foi reduzido consideravelmente.

Para encontrar o ponto ótimo de operação citado anteriormente, é necessário avaliar as flutuações nos teores da alimentação da planta de beneficiamento nas diferentes configurações analisadas. A Figura 4-36 apresenta um desvio padrão inferior a 1% de SiO<sub>2</sub>, para mais de 20 camadas com um nível de confiança de 68%. O algoritmo apresentado aqui fornece as ferramentas para emular a retomada das pilhas analisadas, de metro a metro. As duas vazões de empilhamento serão comparadas para três diferentes números de camadas. No primeiro comparativo, foi escolhido o número de 60 camadas para a vazão de 1,5 m<sup>3</sup>/m (Figura 4-38 (a)) e 20 camadas para a vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m (Figura 4-38 (b)). Em ambos os casos, o comprimento médio das pilhas seria de 837 metros. Fica claro, que um maior número de camadas em um mesmo comprimento garante menor flutuação de teores.

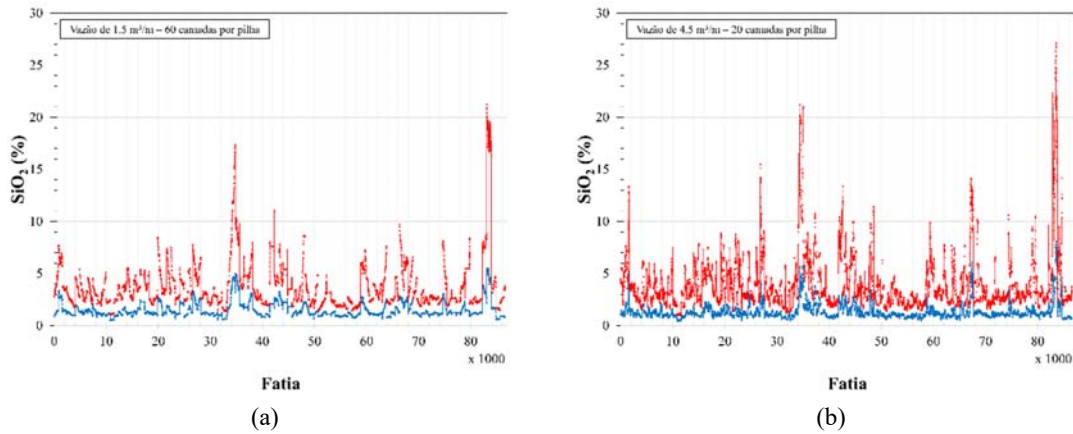


Figura 4-38: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 60 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m<sup>3</sup>/m e (b) 20 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m. A linha azul representa o menor teor e o vermelho o maior teor de sílica obtido a partir dos 50 cenários equiprováveis

Apesar da banda de incerteza ser um bom indicativo das regiões que podem apresentar problemas de operação, o ideal é complementar a análise com uma avaliação em cenários simulados de forma independente. A Figura 4-39 e a Figura 4-40 apresentam as séries temporais da retomada das pilhas (vazão da empilhadeira de 1,5 m<sup>3</sup>/m e 60 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m e 20 camadas) para as simulações #30 e #46 respectivamente.

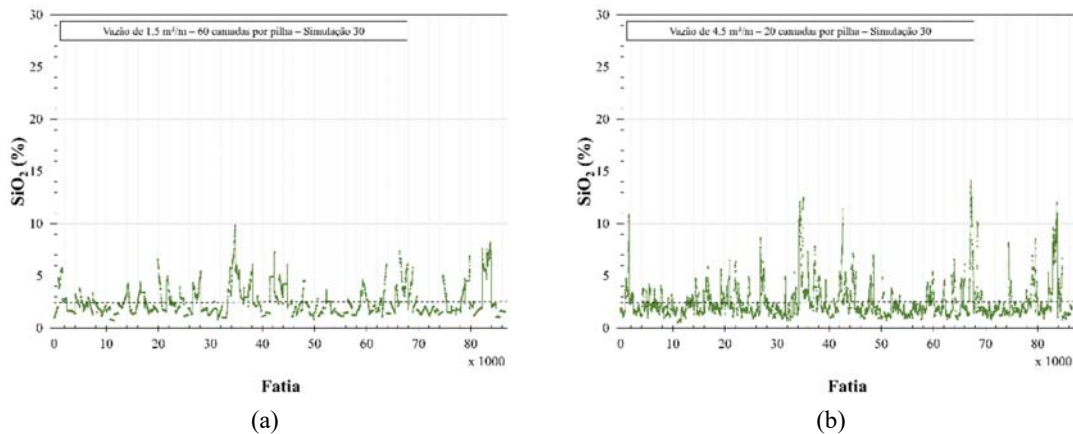


Figura 4-39: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 60 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m<sup>3</sup>/m e (b) 20 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m para a simulação #30. A linha preta pontilhada representa a média da simulação

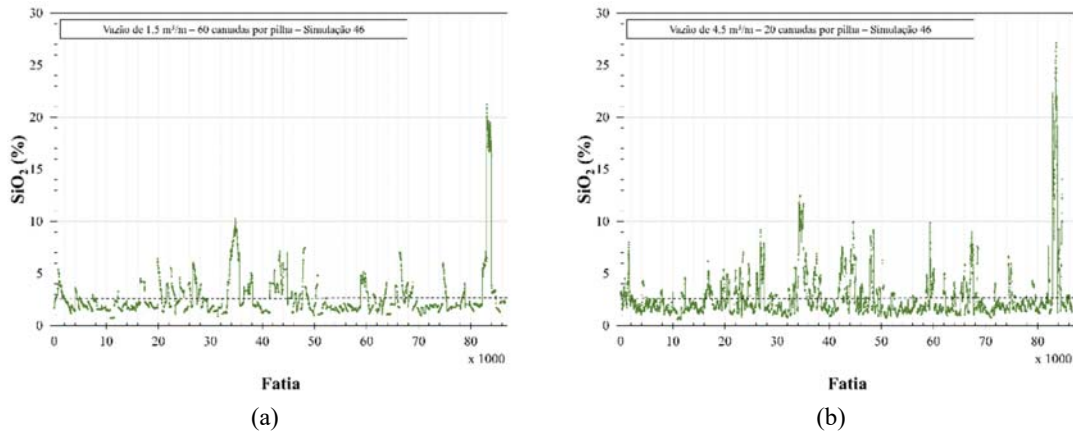


Figura 4-40: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 60 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m<sup>3</sup>/m e (b) 20 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m para a simulação #46. A linha preta pontilhada representa a média da simulação

Na segunda comparação, foi escolhido o número de 105 camadas para a vazão de 1,5 m<sup>3</sup>/m (Figura 4-41 (a)) e 35 camadas para a vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m (Figura 4-41 (b)). Em ambos os casos, o comprimento médio das pilhas seria de 478 metros. Da mesma forma que a análise anterior, um maior número de camadas em um mesmo comprimento garante menor flutuação de teores.

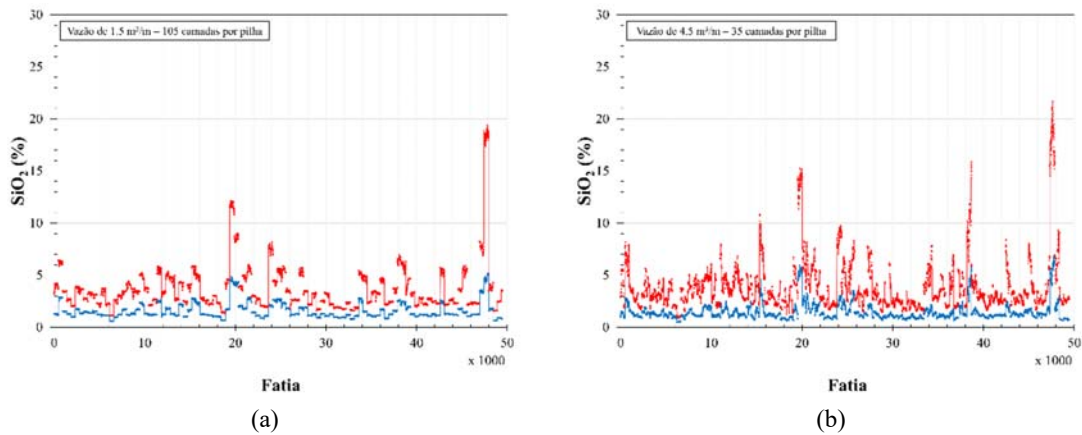


Figura 4-41: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 105 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m<sup>3</sup>/m e (b) 35 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m. A linha Azul representa o menor teor e o vermelho o maior teor de sílica obtido a partir dos 50 cenários equiprováveis

A Figura 4-42 e a Figura 4-43 apresentam as séries temporais da retomada das pilhas (vazão da empilhadeira de 1,5 m<sup>3</sup>/m e 105 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m e 35 camadas) para as simulações #30 e #46 respectivamente.

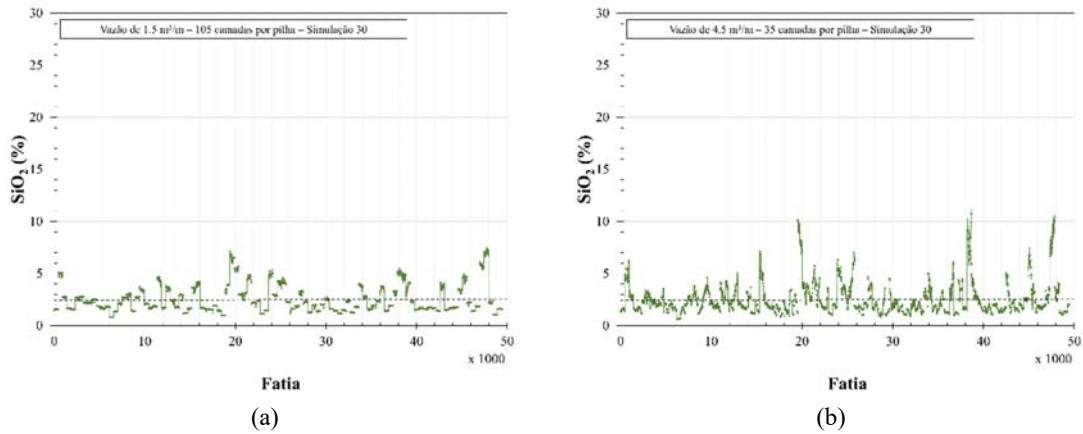


Figura 4-42: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 105 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m<sup>3</sup>/m e (b) 35 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m para a simulação #30. A linha preta pontilhada representa a média da simulação

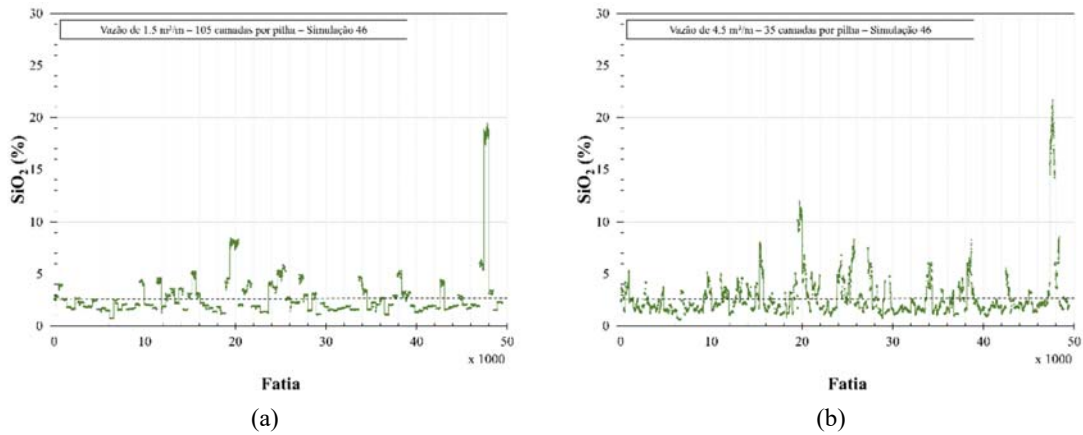


Figura 4-43: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 105 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m<sup>3</sup>/m e (b) 35 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m para a simulação #46. A linha preta pontilhada representa a média da simulação

Na terceira comparação, foi escolhido o número de 150 camadas para a vazão de 1,5 m<sup>3</sup>/m (Figura 4-44 (a)) e 50 camadas para a vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m (Figura 4-44 (b)). Em ambos os casos, o comprimento médio das pilhas seria de 335 metros, sendo esse comprimento muito próximo ao do pátio de homogeneização disponível da empresa. Pode-se notar que, a diferença entre as bandas de incertezas já não é tão elevada.

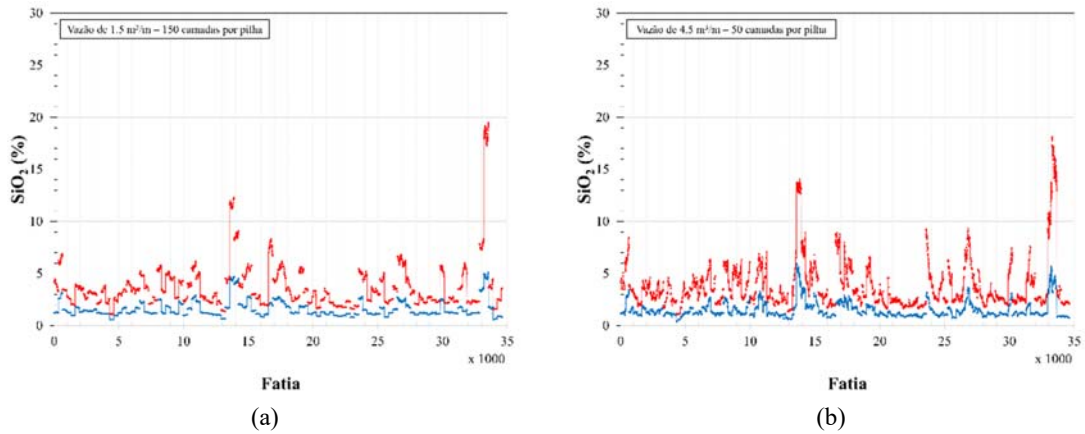


Figura 4-44: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 150 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m<sup>3</sup>/m e (b) 50 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m. A linha azul representa o menor teor e o vermelho o maior teor de sílica obtido a partir dos 50 cenários equiprováveis

A Figura 4-45 e a Figura 4-46 apresentam as séries temporais da retomada das pilhas (vazão da empilhadeira de 1,5 m<sup>3</sup>/m e 150 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m e 50 camadas) para as simulações #30 e #46 respectivamente. Assim como ocorreu com a banda de incerteza, as flutuações de teores nas simulações individuais são muito próximas.

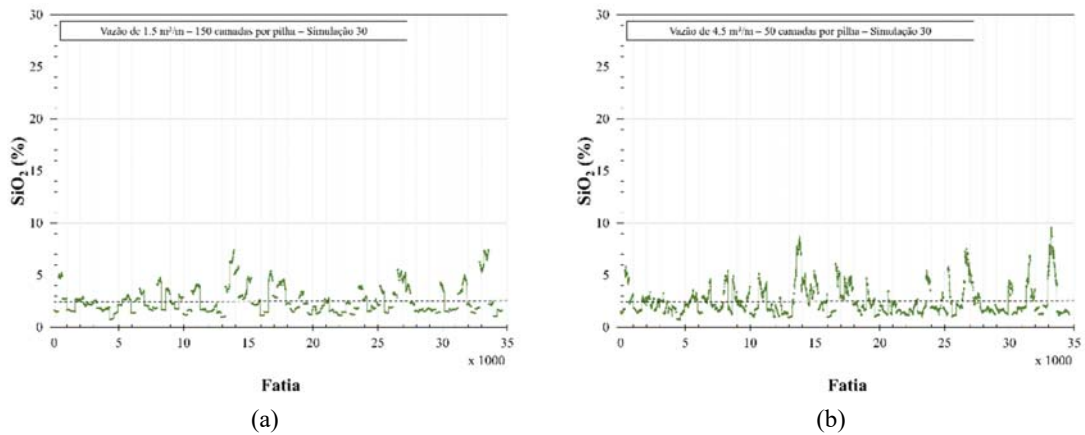


Figura 4-45: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 150 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m<sup>3</sup>/m e (b) 50 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m para a simulação #30. A linha preta pontilhada representa a média da simulação

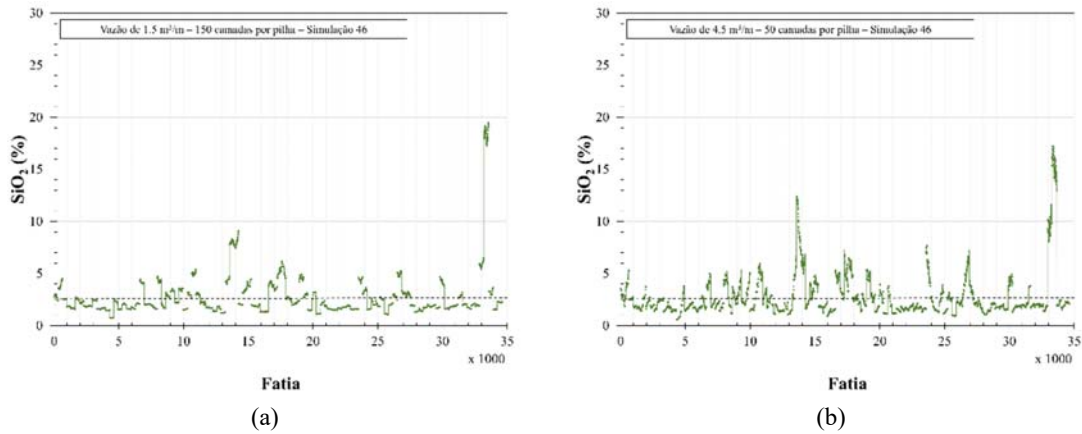


Figura 4-46: Série temporal das fatias das pilhas de 200 kt formadas ao longo do período analisa para (a) 150 camadas e vazão da empilhadeira de 1,5 m<sup>3</sup>/m e (b) 50 camadas e vazão da empilhadeira de 4,5 m<sup>3</sup>/m para a simulação #46. A linha preta pontilhada representa a média da simulação

O custo operacional do equipamento está ligado ao número de camadas. O produto que será retomado da pilha deve apresentar características aceitáveis para a planta com um menor número de camadas e uma maior vazão do material pela empilhadeira. Isso garante um menor custo de aquisição e manutenção dos equipamentos. O mesmo processo apresentado nessas três configurações pode ser repetido para um largo leque de configurações, a fim de obter o ponto ótimo de operação.

## 4.6 Comentários finais

O presente capítulo abordou a utilização séries temporais reproduzindo a alimentação das pilhas de homogeneização, com base em modelos gerados por simulação geoestatística e no sequenciamento de lavra, como forma de melhoria na estratégia de homogeneização em pilhas longitudinais. Mostra não só a necessidade de dimensionar a massa a ser utilizada na pilha, mas também a forma com esta será montada.

Foram feitos cálculos utilizando a solução analítica (relação de Krige) bem como métodos numéricos para as prever as reduções da variabilidade interna das pilhas e entre as pilhas. Os resultados são similares com os dois métodos

Também, foi possível verificar o uso das pilhas de homogeneização como uma ferramenta auxiliar no planejamento de lavra, permitindo prever o risco de em certos momentos da operação futura lavar-se minério fora dos limites especificados.

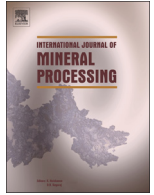
O Capítulo 5 apresenta as conclusões sobre os objetivos traçados para esta dissertação, além de algumas recomendações para trabalhos futuros.

# Capítulo 5

## **Choosing a proper sampling interval for the ore feeding a processing plant: a geostatistical solution**

Artigo submetido a revista International Journal of Mineral Processing





## Choosing a proper sampling interval for the ore feeding a processing plant: A geostatistical solution



Diego M. Marques\*, João Felipe C.L. Costa<sup>1</sup>

Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Av. Bento Gonçalves, 9500, Bloco IV, Prédio 75, Sala 104, Porto Alegre, RSCEP: 91501-970, Brazil

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 10 February 2014  
Received in revised form 3 April 2014  
Accepted 7 July 2014  
Available online 22 July 2014

#### Keywords:

In situ variability  
Sampling strategies  
Geostatistical simulation

### ABSTRACT

Estimating the head grades from the ore feeding a processing plant is not a trivial task and is a continuing source of controversy in the mining industry. Grades determined as part of short-term mine planning are frequently not reproduced by sampling the continuous flow of ore at the plant. Head grades are normally obtained by sampling the continuous flow periodically during a day or shift and taking the average of the multiple samples collected. The standard error of this mean grade depends on the ore variability and the frequency (number) of samples. The more samples that are taken, the higher the precision of the calculated mean. Variographic experiments are normally used to map grade variability during a certain period of time, and the extension variance is derived from this variogram. This approach is time-consuming, expensive, and cumbersome, and therefore its use is often avoided in the mining industry. Additionally, a temporal variogram can vary as different ores are mined during the lifetime of the mine. This paper investigates a novel approach based on simulating the grades of ore feeding the processing plant. In situ three-dimensional grade models are constructed using geostatistical simulations. Grade spatial continuity and variability are reproduced in models with the same characteristics of the real deposit. These models are used in mine planning and scheduling, transforming a three-dimensional block model into a one-dimensional string of values feeding the plant (one-dimensional flow). The grades thus obtained have the statistical characteristics of the unknown real grades and can be sampled to simulate a variographic experiment. The results of this study showed consistency and provided satisfactory estimates of the sampling error for various sampling intervals using the simulated grades. They also showed that a variographic experiment can change significantly from time to time as the ore changes and that a selected sampling protocol can become obsolete if not adjusted for ore variability.

© 2014 Elsevier B.V. All rights reserved.

### Contents

1. Introduction . . . . .	31
2. Methodology . . . . .	32
3. Geostatistical simulation . . . . .	33
4. Mining scheduling . . . . .	35
5. Statistical fluctuations . . . . .	35
6. Variographic analysis . . . . .	35
7. Sampling strategy using geostatistical simulations . . . . .	37
8. Conclusions . . . . .	42
References . . . . .	42

### 1. Introduction

Discrepancies between the grades obtained by sampling the ore feeding a processing plant and those determined in the mine are a common problem in the mining industry. This so-called mine/mill reconciliation problem has a number of causes (Chieregati et al., 2007). Among

\* Corresponding author. Tel.: +55 51 3308 9519.

E-mail addresses: [diegommarques@gmail.com](mailto:diegommarques@gmail.com) (D.M. Marques), [jfelipe@ufrgs.br](mailto:jfelipe@ufrgs.br) (J.F.C.L. Costa).

<sup>1</sup> Tel.: +55 51 3308 9480.

the causes for bias in the grades sampled are: the loss of fine material (which may lead to an underestimation or overestimation of the ore grades), manual sampling (which may lead to particle segregation) and the sampling of insufficient number of increments. In addition to operational causes, many errors are connected with sampling and representativeness. Some of them can be mitigated, but not fundamental errors. The latter cannot be reduced or eliminated even under the most favorable circumstances (Gy, 1998). Thus, at each stage of the sampling protocol, at least fundamental errors are present.

A sample is representative when there is a combination of accuracy and reproducibility. Accuracy is defined as the absence of bias or systematic error. It's a property of the mean, which should be zero. Reproducibility is defined as a low dispersion of the sample values around their mean. It is a property of the variance of the sampling errors, which should be minimal (Gy, 1998). As the mean error and variance of the error are never exactly zero, a sample can be taken as representative when both of these factors are smaller than the respective maximum acceptable values.

One important result of Gy's theory is that the variance of the mean of a lot, when based on several samples, depends on the sampling strategy (Minkkinen and Paakkunainen, 2005). The three possible strategies are:

- systematic selection: can be defined as the selection of points spaced at a uniform time interval. It is the most widely used selection method in the industry.
- stratified random selection: in this method, the total time is divided into uniform intervals, but the points at which samples are extracted are selected at random in each interval. The objective of this method is to avoid possible cyclic fluctuations in the grades of the material.
- completely random sampling: in this method, the samples are extracted on a completely random basis.

In this study, only systematic selection was used. The question asked was: what would be the sampling error (or the difference between the real grades and those obtained using the samples) resulting from extracting a few samples from a continuous flow and declaring the average of these samples to be the grade of the lot? That is exactly what happens when the ore feeding the processing plant is sampled during, for instance, a shift or a day and the average of these samples is declared to be the day/shift grade.

This error, or the difference between what is declared as the grade of a shift (or other period) and the real grade, is simply ignored in many cases. In other mine sites where there is a measure of the error, the result is obtained from so-called variographic experiments. Data obtained during such experiments are used to calculate the error using mathematical techniques based on auxiliary functions and extension variance (Gy, 1998; Grigorieff et al., 2005; Sans and Olzard, 2005; Saunders et al., 1989). The definition of extension variance can be found in Journel and Huijbregts (1978).

Note that it is difficult to obtain data to calculate the error using current methods. As it has been mentioned, these methods are based on a variographic experiment, which needs samples to be taken at short time intervals (such as every 2–4 min) during a period of a few hours to model the influence of the time interval on the mean square difference of the grades (variance). It is difficult to obtain samples for this type of experiment, because to do so requires frequent interruptions to production during the sampling period. Also, the results derived from these experiments are dependent on the type of ore feeding the processing plant at the instant of the test. It is unrealistic to assume that the ore will have similar statistical characteristics over the rest of the mine's lifetime (an extreme assumption) or even the next week.

The results derived from a variographic test will determine the sampling intervals to be adopted, with a calculated error being associated with each time interval chosen. The error associated with extending the value of a few samples to the grade of the entire lot (day or shift) depends on the variability of the ore during the period. Assuming that

this ore variability will hold for a long period of time (i.e., stationarity of the variogram over a long time span) might not be realistic.

This paper proposes an alternative approach to the problem of measuring the sampling error (the error due to assuming the grade of shift given samples extracted at every  $t$  minute interval). The goal here is to use geostatistical methods to predict the mean grade of the deposit and its in situ variability, combined with mine planning (scheduling) to generate possible scenarios for a continuous flow feeding the processing plant. Previous work has used simulated data in an attempt to predict the sampling variance (Rose, 2008), but without considering the issue of reproducibility of the in situ mineral deposit variability.

## 2. Methodology

The first step in this new sampling methodology is the application of a block simulation model to model ore grade statistics and its space/time connectivity as a continuous flow. A three-dimensional model is constructed, with ore block values reproducing the in situ grade variability and spatial continuity. This model is then applied to mine planning, i.e., pit optimization and mine scheduling. The optimized mine schedule provides a sequence of blocks to feed the processing plant at a given time. The grades of these blocks have previously been determined using geostatistical simulation (Journel and Huijbregts, 1978).

By simulating the entire time series of grades at the plant (which is related to the ore being mined during a given period), it is possible to estimate the error associated with the use of different sampling intervals, and thereby to select a sampling that will lead to an acceptable error for a given ore type.

There are several sources of uncertainty in a mining project, some of which are listed in Fig. 1. At the top left corner of this figure is the long-term block model estimated using kriging and a diamond drill holes dataset. The short-term grade block model is obtained by re-estimating the original long-term block model within certain regions of the deposit (or the entire deposit) after new assays are obtained from blast holes or channel samples. The reconciliation between the grades obtained by these two models measures the efficiency of the estimation methods combined with the quality of the new data incorporated. Next, the grades predicted by the short-term block model are reconciled with the grades declared from sampling the ore feeding the processing plant. This last procedure is the focus of the case study presented in this paper.

These uncertainties cannot be eliminated, but there are alternative approaches to predict and reduce them. One way to quantify the uncertainty arising from a lack of knowledge of the correct mined grade values would be to perform geostatistical simulation. The real mined grades from the mineral deposit are not known, but they can be replaced by multiple equally probable simulated scenarios. These simulated models can be used in mine planning and scheduling to anticipate the uncertainty and risk associated with the grade values during the lifetime of the mine.

This study proposes the use of multiple geostatistical simulated models as the input for planning the mining schedule and for analyzing the sampling uncertainty (the third reconciliation phase in Fig. 1). The steps involved are as follows:

- generation of multiple equally probable three-dimensional (3D) models using the turning bands algorithm (TBA) with conditional data (Journel, 1974);
- mine planning for each grade block model derived from the simulations to obtain the respective mining schedule;
- transformation of the mining sequence from a 3D in situ model to a 1D time series, simulating the feeding of the processing plant;
- simulation of different sampling strategies in the continuous flow;
- calculation of the relative error and the variability of samples within each sampling strategy for the different simulated scenarios for the mineral deposit.

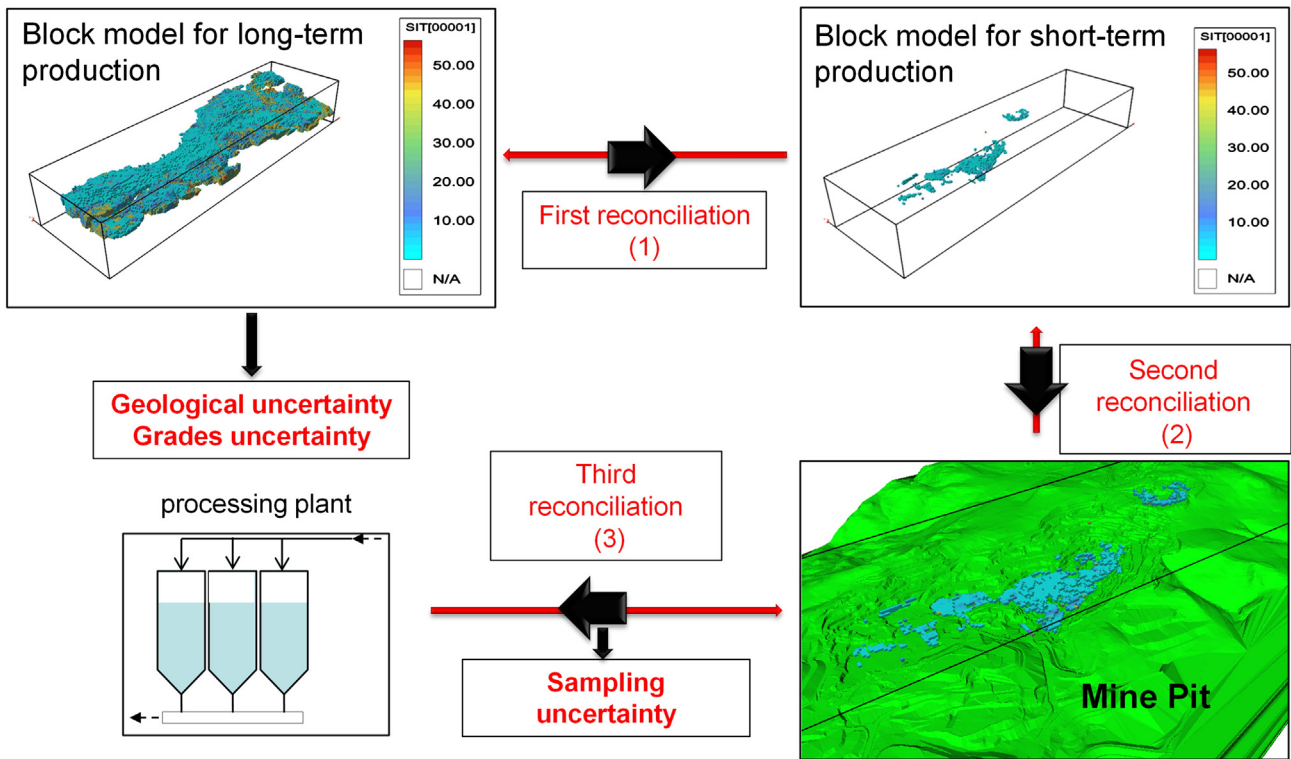


Fig. 1. Simplified sketch of the multiple sampling and reconciliation stages at a mine site.

Conditional simulation and kriging estimation differ in many aspects. In general terms the objective of kriging is to provide, at each geographical position of a certain mineral deposit, the best estimation of a variable in a least square sense, without reproducing the original variability of the data. Consequently, the variance of the estimated values is less than the variance of the original data. On the other hand, geostatistical simulation methods aim to reproduce in-situ variability, and the spatial continuity of the input dataset. The idea embedded in most geostatistical simulation methods used for simulating continuous variables is to assess the uncertainty in the estimation prior to any guess about the value estimated. Models used in this way aim to replicate the spatial structure of a dataset as a whole rather than provide reliable local estimates of an attribute at particular locations.

Mine production plans, schedules, and blending strategies require knowledge of grade dispersion. Because kriged estimates are said to be biased in terms of grade dispersion they should not be used for these engineering applications. Equally probable models generated by simulation of the deposit are introduced to overcome this problem. The simulated model is said to be conditionally simulated if it honors values at sampled points and reproduces the same dispersion characteristics of the original dataset, i.e. the mean, variance and covariance or variogram. In a conditionally simulated model it is possible to address questions referring to the dispersion of the grades during mining or processing, since the dispersion characteristics of the original data are maintained. The better the spatial continuity and variability of the real deposit can be described, the better the numerically simulated model will be.

The simulated data,  $z'_s(x)$  is the  $l$ th realization of the random function  $Z(x)$ , in the same way that the real values  $z(x)$  are also considered realizations of a random function, both exhibiting the same two first order moments (i.e. mean and variance). Simulations which honor sample data at their location are called conditional.

Thus, from a perspective of two-point statistics, there is no difference between the real and simulated values. The interesting aspect of conditional simulation is that simulated values can be generated in all geographical positions covering the whole deposit and not only at the sampled sites. The penalty for obtaining this denser grid of values

through the deposit is an increase of the estimation error, or, in geostatistical jargon, the variance of the estimation obtained through conditional simulation is higher than the variance obtained using estimation methods (Costa, 1997).

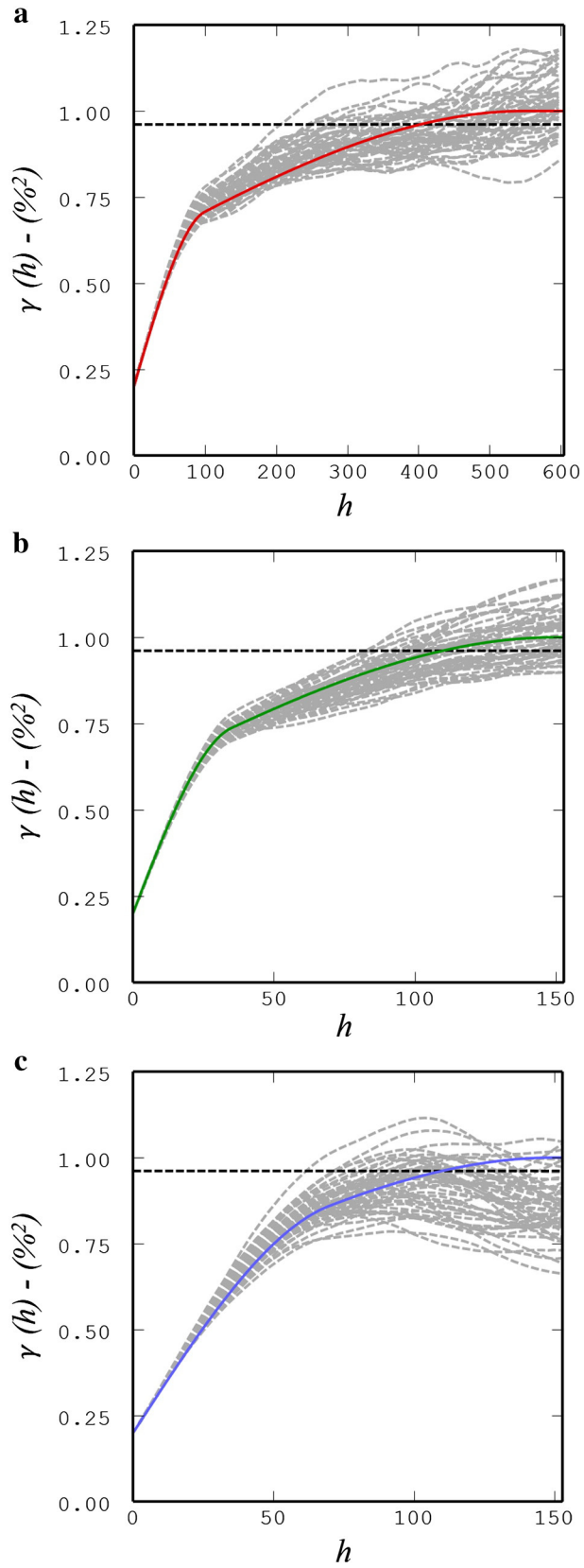
The multiple outputs allow evaluation of the variation in head grades of the ore feeding the processing plant. From this temporal sequence, it is possible to simulate multiple sampling alternatives and thereby evaluate the sampling error associated with each one. In this study, to analyze the possible sampling configurations, the silica ( $\text{SiO}_2$ ) content from a large iron ore deposit in central Brazil was selected. The data used to emulate the time series is obtained from historical data from the mine during the year 2004.

### 3. Geostatistical simulation

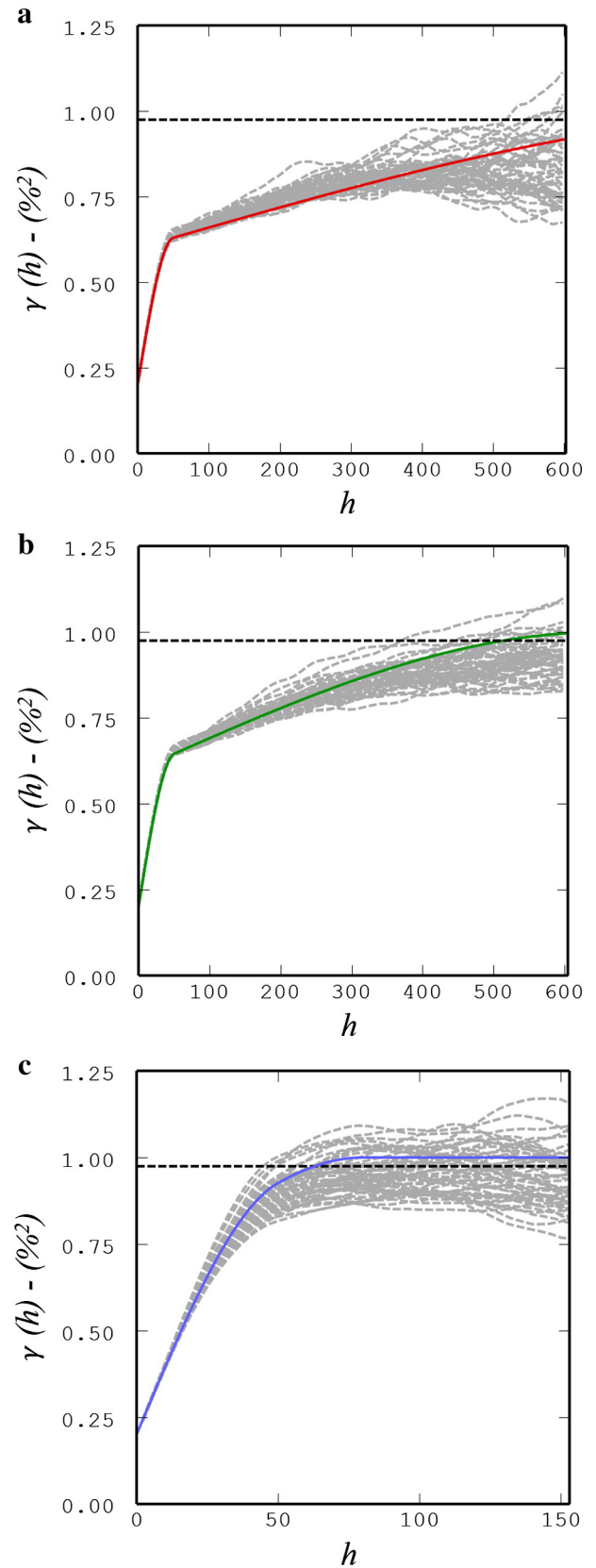
Simulation in a mining context means reproducing the characteristics of a mineral deposit, creating an array of values that has the same statistical and spatial characteristics as the true grades. A simulation is not an estimation; it is rather a set of values having the same general statistical character as the original data.

The principles of geostatistical simulation were originally presented by Journel (1974), who developed the method (TBA) used in the present study. Simulations serve a variety of purposes in the mining industry (see Journel, 1979; Sinclair and Blackwell, 2002), including the following:

- study of grade continuity (Nowak et al., 1993);
- optimizing sampling plans for advanced exploration (Koppe et al., 2009);
- evaluation of resource/reserve estimation methods (Dowd and David, 1976);
- mine planning (Blackwell et al., 1999; Peroni et al., 2003);
- mill optimization (Journel and Isaaks, 1984);
- blending and homogenization (Marques and Costa, 2013);
- financial risk analysis (Ravenscroft, 1992; Rossi, 1999);
- risk in resources estimation (Costa, 1997);
- any combination of the above.



**Fig. 2.** Variogram model along the direction of (a) maximum (red line), (b) intermediate (green line) and (c) minimum (blue line) spatial continuity values. The gray lines represent the ergodic fluctuations obtained from 50 simulated models. Hematitic domain. Each  $h$  represents 1 block of  $2\text{ m} \times 2\text{ m} \times 2\text{ m}$ . (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)



**Fig. 3.** Variogram model along the direction of (a) maximum (red line), (b) intermediate (green line) and (c) minimum (blue line) spatial continuity values. The gray lines represent the ergodic fluctuations obtained from 50 simulated models. Itabiritic domain. Each  $h$  represents 1 block of  $2\text{ m} \times 2\text{ m} \times 2\text{ m}$ . (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

Here, the emphasis is placed on the use of conditional simulations for characterizing spatial in situ dispersion of SiO<sub>2</sub> grades. The 3D grade models are then transformed into a time series (mine schedule) and used to assess precision and accuracy from different sampling strategies of a continuous flow.

Fifty equally probable scenarios of the deposit were obtained using the TBA with 2 m × 2 m × 2 m blocks. The dataset conditioning this model comprises 400 boreholes with a total of 2353 samples. The mineral deposit was divided into two main domains (hematite and itabirite). The entire simulated deposit (composed of the itabirite and hematite domains) has 33 397 250 blocks. The simulations were performed individually for each domain.

A test of the similarity of spatial character is illustrated by a comparison of the experimental semivariogram of the simulated values with the semivariogram model that characterizes the conditioning data (Sinclair and Blackwell, 2002). Fig. 2 (hematitic domain) and Fig. 3 (itabiritic domain) clearly demonstrate that the model for the conditioning data could just as well serve as a model for the experimental semivariogram of the simulated values.

Using the same technique and the same samples, but with different realizations, allows determination of the uncertainty associated with the mineral phenomenon. Thus, although the uncertainties cannot be eliminated, the tools to quantify them and reduce them considerably are available.

#### 4. Mining scheduling

Of all the blocks simulated (33 397 250), only 28 150 are used in this study. These blocks correspond to those mined during March 2004 with grade values available for reconciliation. Using the grades from the simulation process for each equally probable model, the in situ 3D models were sequenced according to the mine schedule used during the same year. Fig. 4 shows max/min (uncertainty band) possible grades for the month of March obtained from the 50 simulations (sequentially during the selected month).

Note also that there are blocks where the grade uncertainty is extremely high. This shows the need to define a sampling interval that is suitable for all possible scenarios, as ore characteristics change with time (as a result of mining different zones within the deposit).

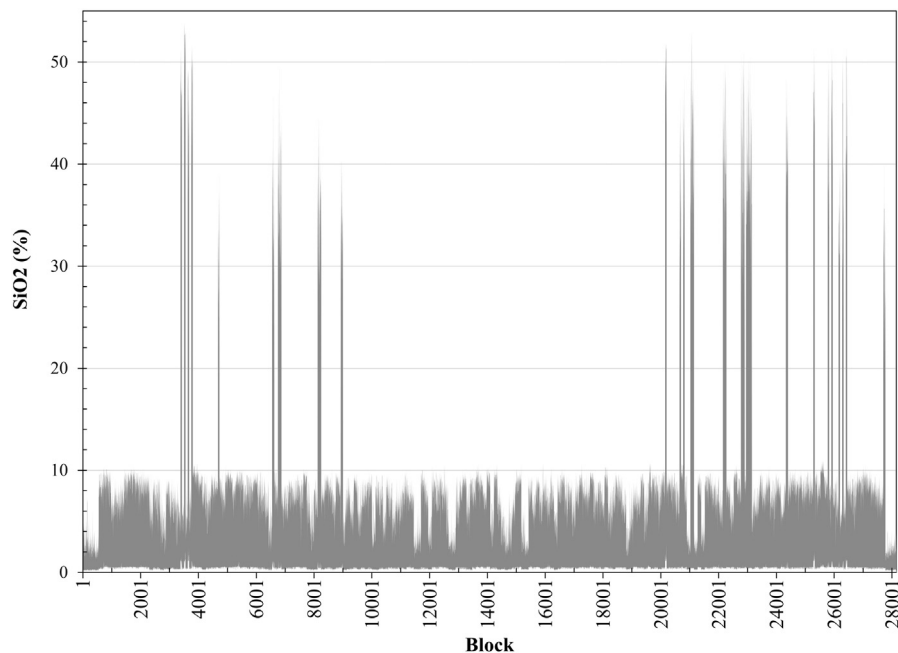


Fig. 4. Time series of the block grades feeding the processing plant. The gray area represents the uncertainty band of the grades.

#### 5. Statistical fluctuations

Given the size of each simulated mining unit, it should be possible to obtain 908 samples during a day (1 sample every 95 s), with this exhaustive dataset providing the real, or reference, mean and standard deviation of the grades comprising a period. Fig. 5(a) and (b) shows the mean (black line) and the standard deviation (dashed lines) during the 31 days of March for two randomly selected simulations: numbers 23 and 42, respectively.

Note from these figures that the average grade changes each day according to the ore zone mined (following the planned mine scheduling) and also according to the simulation model used as the input (considered here as the “true” grades). The dashed lines depict the range of possible values (max/min) that the processing plant can receive during the day. This means that, unless a blending pile is used, the plant operator should not expect a constant grade throughout the day! As the mean grade varies each day from simulation to simulation, the same happens to the average grade for the month. The average monthly grade is expected to be 1.99% (according to simulation 23) and 2.47% (according to simulation 42).

#### 6. Variographic analysis

In order to conduct a variographic analysis, one must consider a continuous flow of ore traveling along a conveyor belt divided in a certain number of increments (or mined blocks) during a certain period. These increments will most likely exhibit distinct grade values and these grade values will show some variability, the magnitude of which depends on the variability among the particles of the material and on the particle segregation in the particular lot, among other factors (Grigorieff et al., 2005).

In Gy's theory, the sampling variances are estimated experimentally from the variographic experiment, from a set of samples taken at fixed intervals. Suppose that ( $y$ ) expresses the grades of the increments in the continuous flow as a function of time. This function characterizes the one-dimensional heterogeneity of the material, during the time that the lot is being processed.

Examples of experimental variograms are shown in Figs. 6 and 7, calculated using all samples from the simulation model using the grades scheduled to be mined during March 2004. For long periods

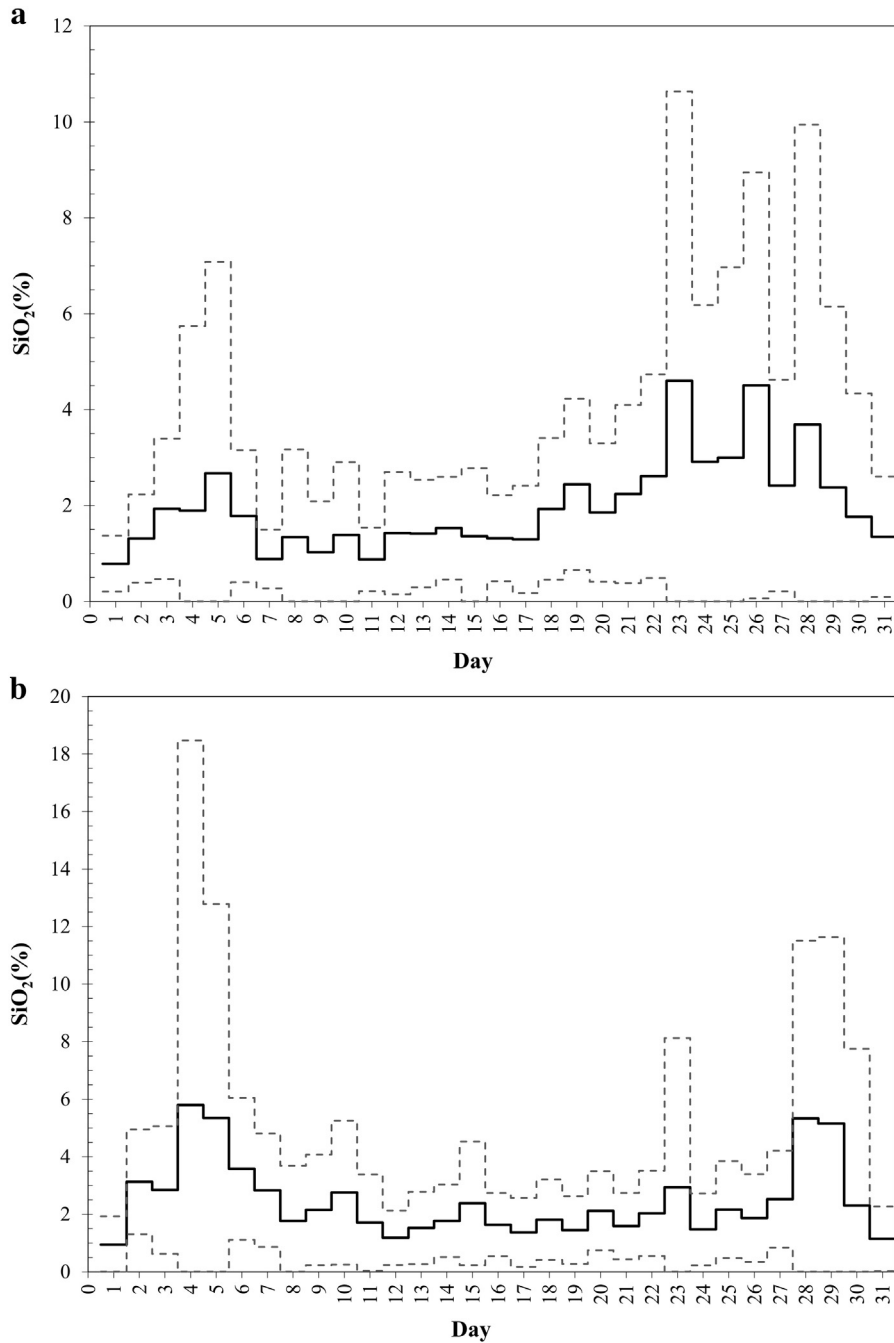


Fig. 5. Grade fluctuations during the 31 days of March for (a) simulation 23 and (b) simulation 42. The black line represents the mean and the dashed lines represent 68% of confidence interval of the grades for each day (from 908 exhaustive samples).

(e.g., a month) the variograms are all similar, with a range of approximately 200 lags (19000 s or 5 h and 17 min). However, when the variograms are calculated for a shorter period of time (e.g., a day), they may lead to different models with different ranges compared with variograms fitted to data sampled during a longer period of time. Note on Figs. 6 and 7 that each line represents an experimental variogram obtained with the simulated grades using lag  $h = 1$  (samples separated by 95 s intervals). The respective models of the experimental variograms are given by Eq. (1) for Fig. 6a, Eq. (2) for Fig. 6b, Eq. (3) for Fig. 7a and Eq. (4) for Fig. 7b.

$$\gamma(h) = 1.83 + 0.3\left(\frac{h}{15}\right) + 1.2\left(\frac{h}{80}\right) \quad (1)$$

$$\gamma(h) = 0.82 + 0.4\left(\frac{h}{130}\right) + 0.4\left(\frac{h}{400}\right) \quad (2)$$

$$\gamma(h) = 1.92 + 1\left(\frac{h}{240}\right) + 2\left(\frac{h}{330}\right) \quad (3)$$

$$\gamma(h) = 1.53 + 0.4\left(\frac{h}{90}\right) + 0.4\left(\frac{h}{220}\right) \quad (4)$$

As the material from the mine is a blend of hematite and itabirite (both of which show large statistical differences with respect to silica),

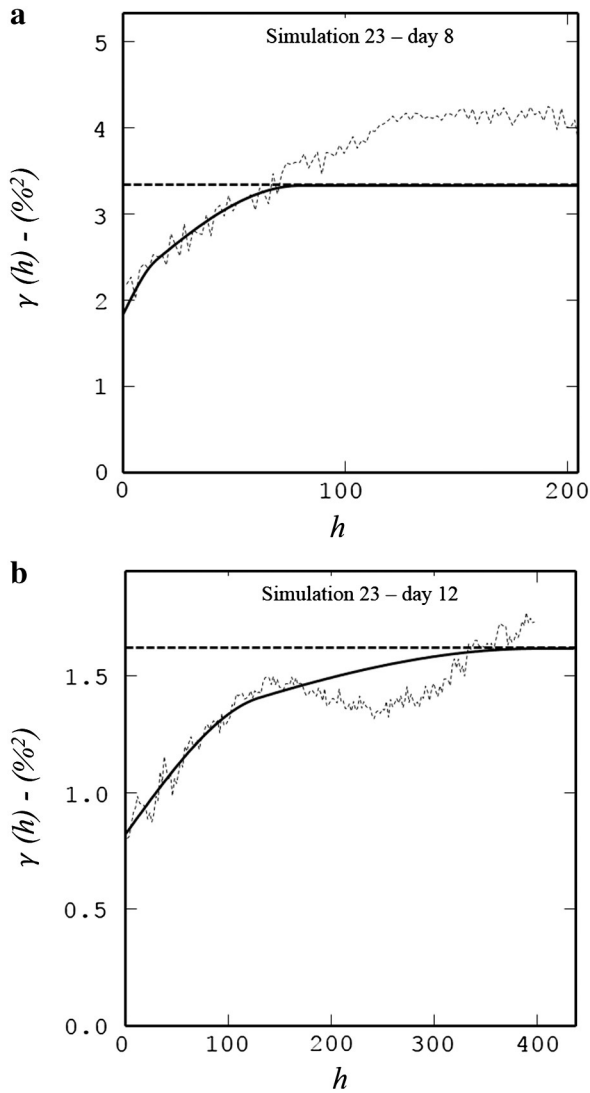


Fig. 6. Experimental variograms calculated for simulation 23 using data from (a) day 8 and (b) day 12 of March. Each  $h$  represents approximately 95 s.

it generates a high nugget effect in the variogram, as can be seen in Figs. 6 and 7.

Assuming that each of these scenarios has an equal chance of representing the real mineral deposit, it can be risky to propose a sampling interval based on an experimental variogram calculated with samples taken during a short period of time, since it is clear that the experimental variograms represent completely different models.

The variograms could be used to calculate the extension variance (EV), which refers to the error associated with the act of extending a sample value to a larger support or zone of influence. In this method, the grade ( $y_i$ ) of the  $i$ th sample is associated with the grade of the  $i$ th interval  $t_i$ , and the associated error is defined using EV and a temporal variogram (illustrated in Fig. 8). For example, consider the sample  $y_1$  in Fig. 8. Its grade can be extended to the whole interval  $t_1$ , but there is an associated error of assuming this value for the entire  $t_1$  calculated using the EV. An example of EV calculation in a 1D case is presented by Dowd (1993).

Because different variograms are used for calculating the error of extending a sample value to a time interval, it is clear that, depending on the variogram selected, different EVs will be obtained. Consequently, different errors will be calculated for the same sampling intervals (because of the distinct temporal variability modeled by different variograms).

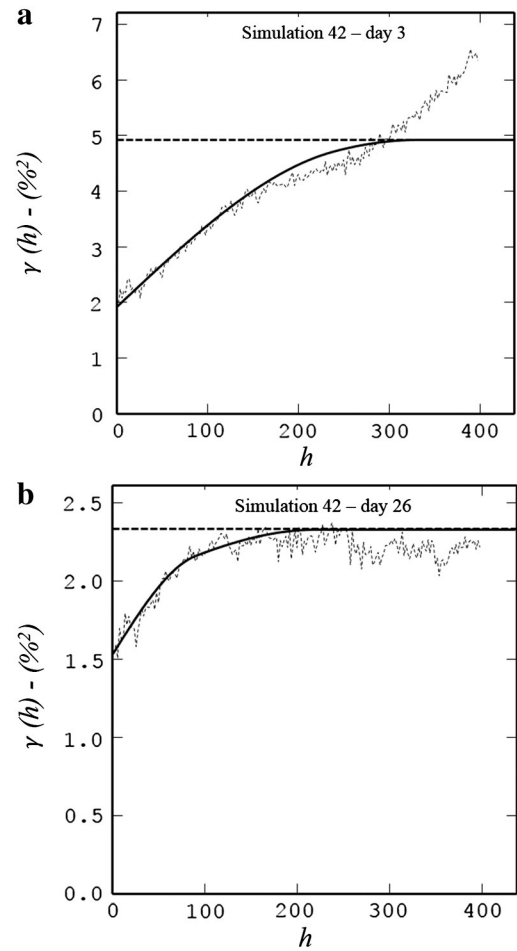


Fig. 7. Experimental variograms calculated for simulation 42 using data from (a) day 3 and (b) day 26 of March. Each  $h$  represents approximately 95 s.

The variographic experiment combined with the EV calculation is called the classical solution. The major drawback is the need for data to run the experimental time-series variogram. As an alternative, the new methodology presented in this paper uses simulation geostatistics combined with mine planning to simulate the time series (of grades feeding the plant during the lifetime of the mine). Details of the generation of the equally probable scenarios are presented in the next section.

## 7. Sampling strategy using geostatistical simulations

The variogram provides a tool for characterizing and displaying the variability of a time-autocorrelated process. However, obtaining the data to construct a model for estimating the sampling error is a laborious process, and, owing to its complexity, one that can be performed only a few times over the lifetime of a mine. This paper therefore suggests a new methodology to define the sampling interval from a continuous flow, based solely on geostatistical simulations. For each simulation, the mean of silica obtained from an exhaustive model (908 samples per day) is here considered as the “true” mean or the grade of the day. Note that the simulation reproduces all the statistics inputted from the real world. From this complete set of grades emulating a day’s process, it is possible to extract various samples at different intervals and calculate for each sampling scheme the relative error by comparing the average of the samples against the “true” mean. As it is not known which simulation represents reality, the process is repeated for all simulated scenarios to check if the choice of a given simulation used as reference influences the results.

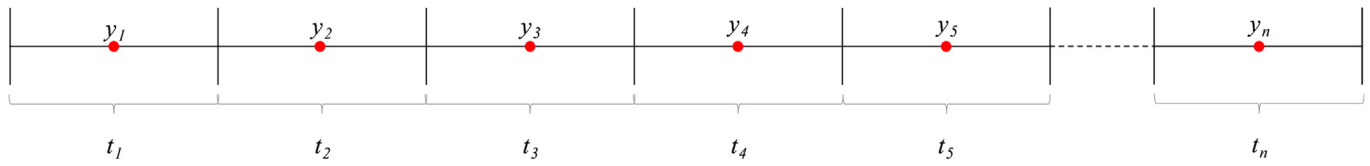


Fig. 8. Illustration of how grade values are associated with a time interval and the act of assuming  $y_i$  as the grade of interval  $t_i$  leads to an error (extension variance).

One important result of Gy's theory is that the variance of the mean of a lot, when based on several samples, depends on the sampling strategy. Gy (1982) and Saunders et al. (1989) showed that systematic sampling will in most practical situations give a more accurate result, unless the quality characteristic being estimated is

varying in a periodic manner (Saunders and Robinson, 1989). This study reports results only from systematic selection, which is commonly used in the mining industry.

Considering a one-day period, there are 908 possible increments (given the size or support on which the simulations were built). The

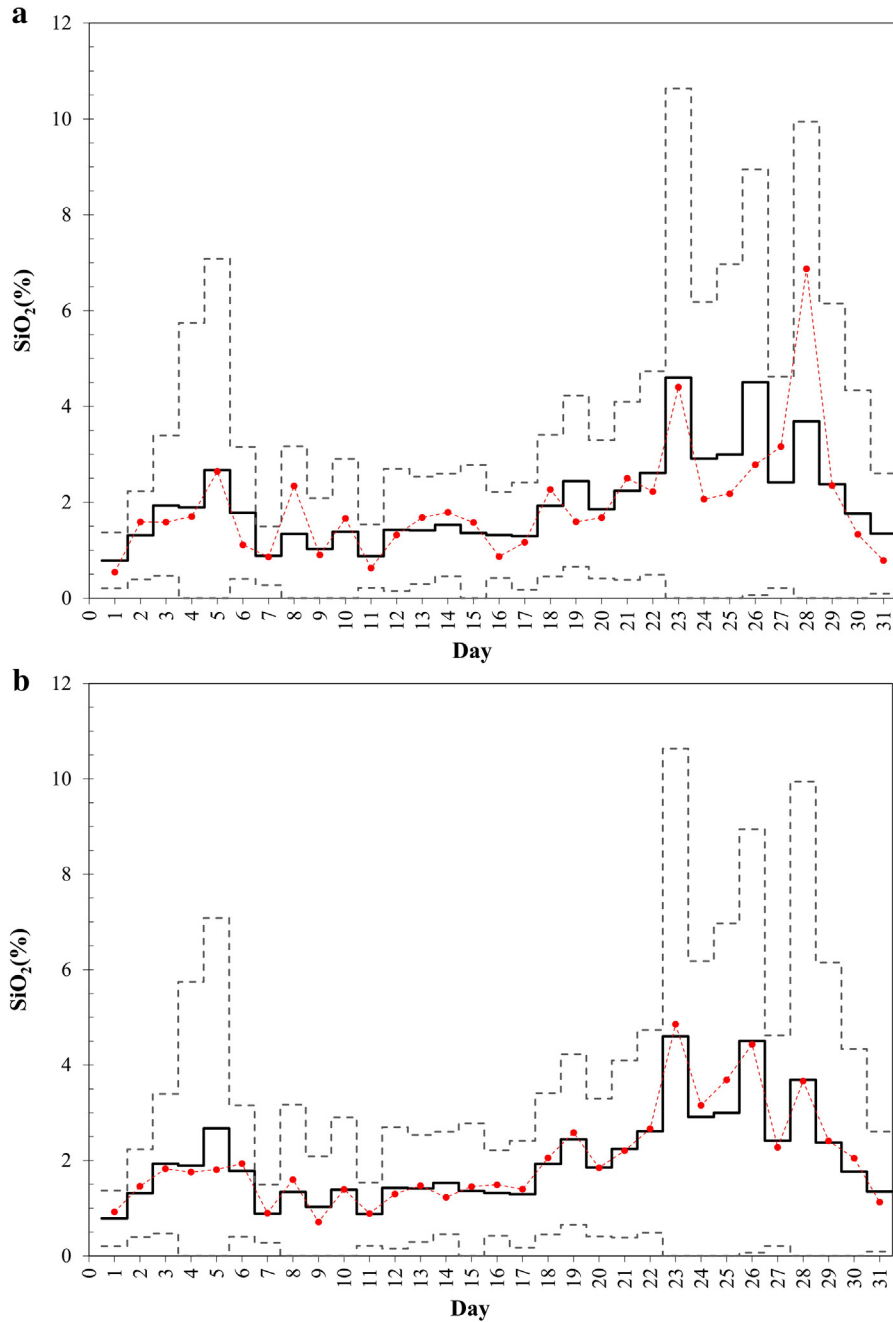


Fig. 9. Average grade values for the 31 days of March 2004 using simulation 23 as reference. The black line represents the mean and the dashed lines represent 68% of confidence interval of the grades for each day (from 908 exhaustive samples). The red line represents the mean for each day obtained with 10 (a) and 40 (b) increments (or samples). (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)



grade content is different for each increment and different from the average grade for the day. However, when systematic selection is used and the number of increments is sufficiently large, the mean grade of these increments approaches the “true” mean for the day. Thus, what is to be sought is the minimum number of increments to approximate the “true” mean, obtaining a low relative error at the minimum possible cost.

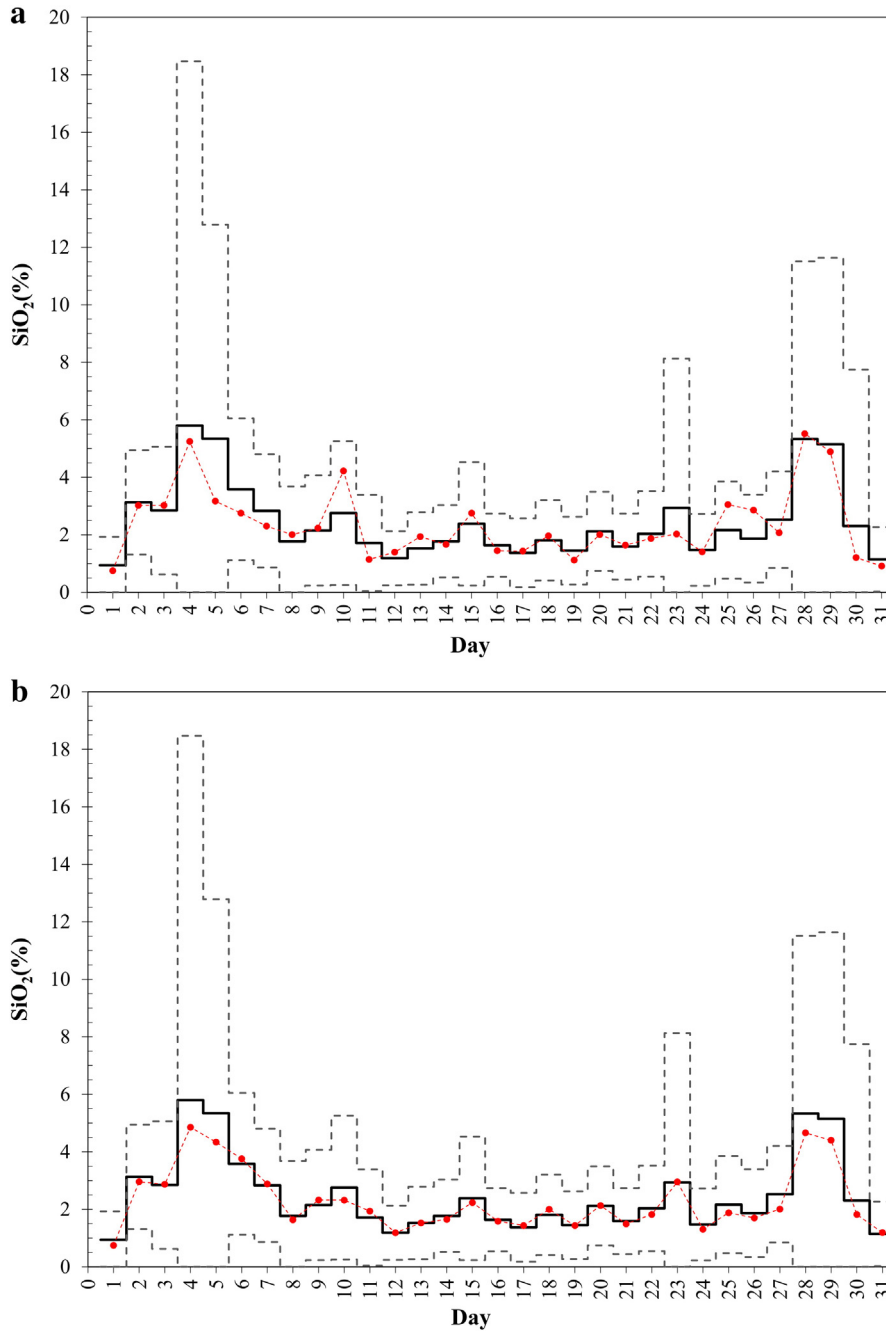
To calculate the mean grade of the interval in different configurations, Eq. (5) was used:

$$MG_I = \frac{1}{n} \sum_1^n G_{\text{int}((908/I) \cdot (n-0.5))} \quad (5)$$

where:

- MG* is the mean grade during one day obtained from *n* extracted samples;
- I* is the number of increments analyzed in a day (fixed number);
- n* is the counter representing the number of increments analyzed (ranges from 1 to *I*);
- G* is the grade at the location of each increment.

Consider that the daily grade is calculated using 4 samples per day. For each day *I* will be equal to 4, and the mean grade will be calculated



**Fig. 10.** Average grade values for the 31 days of March 2004 using simulation 42 as reference. The black line represents the mean and the dashed lines represent 68% of confidence interval of the grades for each day (from 908 exhaustive samples). The red line represents the mean for each day obtained with 10 (a) and 40 (b) increments (or samples). (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

using samples extracted at the positions 113, 340, 567 and 794 (for  $n = 1$ ,  $n = 2$ ,  $n = 3$  and  $n = 4$ , respectively).

Seven different sampling configurations were tested, collecting respectively  $I = 1, 4, 10, 20, 40, 60$ , and 90 increments during the day. The same increments are taken for all days and all simulations. Fig. 9(a) and (b) shows the results for 10 and 40 increments, respectively, where the means obtained with these two strategies are compared against the known means obtained for simulation 23 (considered as the real deposit for the sake of reference). Fig. 10(a) and (b) shows the corresponding results taking simulation 42 as reference.

Note that, as each simulation presents different characteristics of variability, sampling some scenarios may show similar results within the same simulation. In Fig. 10(a) and (b) there is a reduction on the relative error with the increase on the number of samples (10 to 40),

but not as significant as at simulation #23. Thus, it is important to use a number of geostatistical simulations that capture the whole band of uncertainty associated with forecasted ore grades, and not limit the selection of a given sampling protocol based on the results derived from a single simulation. The relative error was obtained, for each analyzed day, by the difference between the mean of 908 samples (considered as the “true” mean) and the average daily grade obtained by the number of samples analyzed divided by the “true” mean. The error is presented as a percentage.

As can be seen from Figs. 9 and 10, by increasing the number of increments, the mean grade obtained from sampling gives a better approximation to the “true” mean grade. The results show a clear reduction in the relative error between the “true” mean and the mean obtained from the increments (for all sampling intervals tested). What is sought

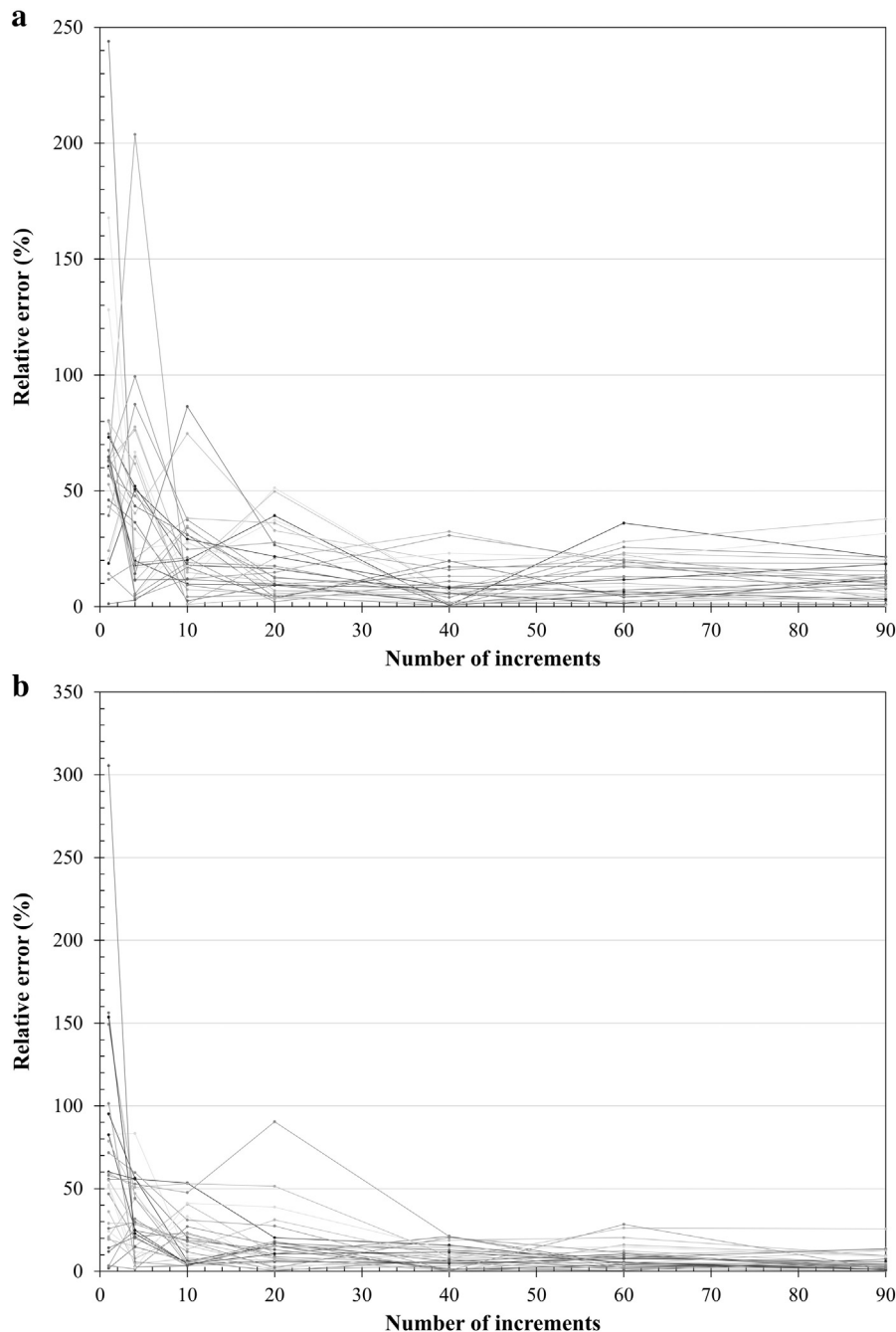


Fig. 11. Relative error versus number of increments sampled for all days in the month for (a) simulation 23 and (b) simulation 42.

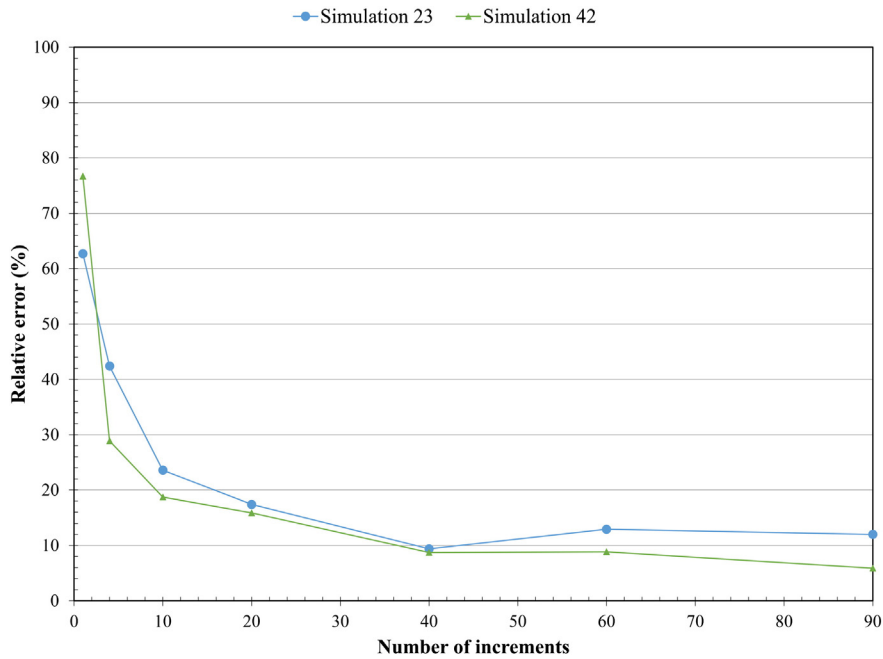


Fig. 12. Relative error versus number of increments sampled. Two simulated models were used as the reference grades (“true” grades).

here is the point at which a further increase in the number of increments will no longer reduce the error significantly. The complete sets of results can be seen in Fig. 11(a) and (b) for simulations 23 and 42, respectively.

Fig. 12 depicts the relative error between the mean obtained with different numbers of sampled increments and the mean using the exhaustive dataset (i.e., all increments in all days). Similarly, Fig. 13 depicts the standard deviation of the relative error versus the number of sampled increments. Note from both figures that there is no significant reduction in the relative error by collecting more than 20 increments per day. Note from Figs. 11, 12 and 13 that there is a significant reduction in the relative error collecting 20 increments per day for most of the 31 days analyzed, in all analyzed simulations. However, the stabilization point of the relative error occurs at the number of 40

increments. Based on this information, one can choose the optimal point, where there is an acceptable relative error at a given sampling cost.

By using geostatistical simulations to emulate the flow of grades that will feed the processing plant and/or homogenization piles, it is not necessary to a mine operating to proceed with a variographic experiment. This simulation procedure presents a major advantage over traditional techniques. In traditional techniques, sampling equipment should already be in operation for obtaining the temporal variograms, and this sampling equipment was selected and installed without confirmation of their suitability for the sampling interval used. By applying the methodology introduced in this paper, one can perform an analysis on the required number of sample increments leading to a better adjustment in the sampling system.

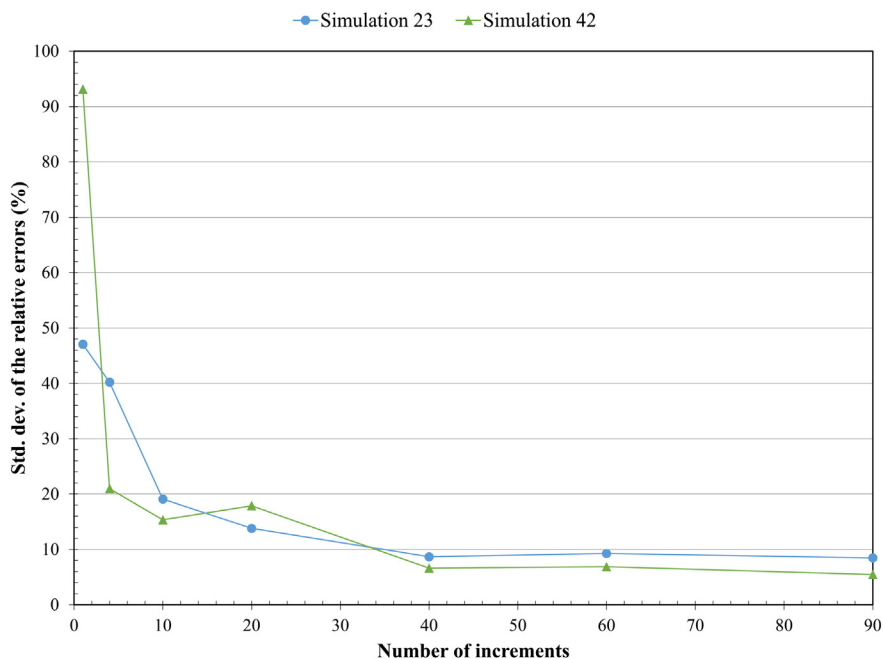


Fig. 13. Standard deviation of the relative error versus number of increments sampled. Two simulated models were used as the reference grades (“true” grades).

## 8. Conclusions

Grade spatial continuity and variability are reproduced in models with similar statistical characteristics of the real deposit. These models are used in mine planning and scheduling, allowing the transformation of a 3D block model into a 1D string of values feeding the plant (1D flow). These 1D strings of values (grades) have the statistical characteristics of the unknown “true” grades and can be sampled to simulate a variographic experiment.

In this study, the results showed consistency and provided satisfactory estimates of the sampling error for various sampling intervals using the simulated grades. They also showed that a variographic experiment can change significantly from time to time as the ore changes and that a selected extraction interval can become obsolete if not adjusted for ore variability.

Different sampling intervals can be tested (simulated) before a new mine is brought into operation: that is, a variographic experiment can be simulated without physically sampling the continuous flow.

For future work, the results herein presented will be confronted with those obtained by the classical solution (variogram analysis and extension variance). It is also planned to analyze the reconciliation between the data obtained by simulations and real data obtained by sampling a continuous flow in iron ore.

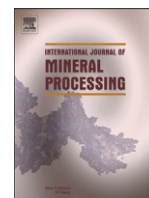
## References

- Blackwell, G.H., Anderson, M., Ronson, K., 1999. Simulated grades and open pit mine planning—resolving opposed positions. *Proceedings of the 28th APCOM—International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Colorado*, pp. 205–215.
- Chierigati, A.C., Costa, J.F.C.L., Delboni Jr., H., Peroni, R.L., 2007. Proactive reconciliation in mining industry. *Proceedings of the Third World Conference on Sampling and Blending, Porto Alegre*, pp. 176–185.
- Costa, J.F., 1997. *Developments in Recoverable Reserves Estimation and Ore Body Modelling* PhD thesis WH Bryan Mining Geology Research Centre, University of Queensland, Brisbane.
- Dowd, P.A., 1993. *Basic Geostatistics for the Mining Industry*. University of Leeds, Leeds.
- Dowd, P.A., David, M., 1976. Planning from estimates: sensitivity of mine production schedules to estimation methods. *Math. Phys. Sci.* 24, 163–183.
- Grigorieff, A., Costa, J.F.C.L., Koppe, J., 2005. Variogram of a continuous flow—a tool for designing sampling increments. *Proceedings of the Second World Conference on Sampling and Blending, Melbourne*, pp. 27–31.
- Gy, P.M., 1982. *Sampling of Particulate Materials*. Amsterdam, Elsevier.
- Gy, P.M., 1998. *Sampling for Analytical Purposes*. Wiley, Chichester.
- Journel, A.G., 1974. Geostatistics for conditional simulation of ore bodies. *Econ. Geol.* 69, 673–687.
- Journel, A.G., 1979. Geostatistical simulation: methods for exploration and mine planning. *Eng. Min. J.* 86–91 (December).
- Journel, A.G., Huijbregts, C.J., 1978. *Mining Geostatistics*. Academic Press, London.
- Journel, A.G., Isaaks, E.H., 1984. Conditional indicator simulation: application to a Saskatchewan uranium deposit. *Math. Geol.* 16, 685–718.
- Koppe, V.C., Costa, J.F.C.L., Koppe, J.C., 2009. Algorithm to help additional drilling location. *Proceedings of the 34th APCOM—International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Vancouver*, pp. 87–93.
- Marques, D.M., Costa, J.F.C.L., 2013. An algorithm to simulate ore grade variability in blending and homogenization piles. *Int. J. Miner. Process.* 120, 48–55 April.
- Minkkinen, P., Paakkunainen, M., 2005. Direct estimation of sampling variance from time series measurements—comparison to variographic analysis. *Proceedings of the Second World Conference on Sampling and Blending, Melbourne*, pp. 39–44.
- Nowak, M.S., Srivastava, R.M., Sinclair, A.J., 1993. Conditional simulation, a mine planning tool for a small gold deposit. *Proceedings of Geostatistics Troia '92, Troia*, pp. 977–987.
- Peroni, R.L., Koppe, J.C., Costa, J.F.C.L., 2003. Considering in situ grade variability during mining sequence. *Proceedings of the 31st APCOM—International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Cape Town*, pp. 15–18.
- Ravenscroft, P.J., 1992. Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation. *Trans. Inst. Min. Metall.* 101, A104–A108.
- Rose, C.D., 2008. A fractal sampling model for mineral commodities. *Proceedings of the Sampling 2008 Conference, Perth*, pp. 127–133.
- Rossi, M.E., 1999. Uncertainty and risk models for decision-making. *Proceedings of the 28th APCOM—International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Golden*, pp. 185–195.
- Sans, H.J., Olzard, K.L., 2005. Assessment of mill-feed sampling strategies based on a variographic experiment. *Proceedings of the Second World Conference on Sampling and Blending, Melbourne*, pp. 219–225.
- Saunders, I.W., Robinson, G.K., 1989. Restricted stratified random sampling. *Int. J. Miner. Process.* 25, 159–166.
- Saunders, I.W., Robinson, G.K., Lwin, T., Holmes, R.J., 1989. A simplified variogram method for determining the estimation error variance in sampling from a continuous stream. *Int. J. Miner. Process.* 25, 175–198.
- Sinclair, A.J., Blackwell, G.H., 2002. *Applied Mineral Inventory Estimation*. Cambridge University Press, Cambridge.

## **Capítulo 6**

### **An Algorithm to Simulate Ore Grade Variability in Blending and Homogenization Piles**

Artigo submetido a revista International Journal of Mineral Processing



# An algorithm to simulate ore grade variability in blending and homogenization piles

Diego M. Marques <sup>a,\*</sup>, João Felipe C.L. Costa <sup>b</sup>

<sup>a</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Av. Bento Gonçalves, 9500, Bloco IV, Prédio 75, Sala 101, Porto Alegre, RS, CEP:91501-970, Brazil

<sup>b</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Av. Bento Gonçalves, 9500, Bloco IV, Prédio 75, Sala 104, Porto Alegre, RS, CEP:91501-970, Brazil

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 8 October 2012

Received in revised form 18 January 2013

Accepted 19 January 2013

Available online 29 January 2013

### Keywords:

*In situ* variability

Homogenization pile

Geostatistical simulation

## ABSTRACT

Homogenization piles are largely used in the mining industry for variability reduction in the head grades of the ore feeding the processing plants. Various methods are used when designing homogenization piles, and most fail to incorporate the *in situ* grade variability that is intrinsic to the mineral deposit. The methodology proposed here combines longitudinal piles and geostatistical simulations to emulate the *in situ* variability as well as the reclaimed pile grade variability. A blending/homogenization simulator for longitudinal stockpiles has been developed, where the input to the algorithm consists of the pre-defined mining sequence, and has been applied to several simulated scenarios of the mineral deposit. This sequence is re-arranged by the algorithm, which selects the blocks that will form the pile of each simulated block model, and simulates the operation of the stacking and reclaiming equipment. The output sequence of the algorithm reflects the quality fluctuation of the grade after the blending/homogenization and reclamation. Using this methodology one can evaluate, within a certain time period, the expected grade variability for various pile sizes as well as the internal grade variability when a given pile is reclaimed. Results from a case study at two large iron mines operated by Vale S.A. proved the usefulness and functionality of the method. It is demonstrated that the rate of variability decreases as the pile size increases. It is also demonstrated that the internal grade variability decreases for a given pile size, when the number of layers in the pile is increased.

© 2013 Elsevier B.V. All rights reserved.

## Contents

1. Introduction . . . . .	48
2. Methodology . . . . .	49
2.1. Calculation of variability between piles of different masses (inter-pile) . . . . .	49
2.2. Using inter-pile variance to aid mining planning . . . . .	50
2.3. Calculation of internal variability of a given pile (intra-pile variability) . . . . .	50
3. Results and discussion . . . . .	51
3.1. Assessing block grade uncertainty . . . . .	51
3.2. Inter pile grade variability . . . . .	51
3.3. Locating critical blocks from critical piles . . . . .	53
3.4. Intra-pile variability . . . . .	53
4. Conclusions . . . . .	55
Acknowledgments . . . . .	55
References . . . . .	55

## 1. Introduction

Blending and homogenization piles can be used as part of a quality control system to reduce ore grade variability in the material fed into a processing plant. For this system to perform properly, a measure of

the quality and variability of the material forming the piles is required, taking into account the economic, geometric and statistical parameters. The characteristics of the mined ore may vary according to the heterogeneity of its constituents. This *in situ* variability can be mapped using geostatistical simulated models to reproduce the spatial continuity and histogram of any geological property from the ore deposit. Simulated models that reproduce grade variability are used in mining, planning and scheduling. The mining sequence produced by the scheduling optimization can be used to predict a reduction

\* Corresponding author. Tel.: +55 51 3308 9519.

E-mail addresses: [diegommarques@yahoo.com.br](mailto:diegommarques@yahoo.com.br) (D.M. Marques), [jfelipe@ufrgs.br](mailto:jfelipe@ufrgs.br) (J.F.C.L. Costa).

in variability for different configurations of homogenization piles. In the mining industry, one of the simplest methods to smooth the standard deviation of a given ore-controlled property is to build longitudinal blending piles (Ferreira et al., 1992). Assessing ore variability is a must for a proper blending system project. This study uses conditionally simulated models to reproduce the statistical moments of the original data set, i.e. their mean, variance and semi variograms. In a conditionally simulated model, questions concerning the dispersion of the ore grades during mining or processing can be addressed since the dispersion characteristics of the original data are maintained. As the spatial continuity and variability of the deposit are properly determined, reliability in the numerically simulated model is obtained, helping to assess potential risks during the decision making process (Ribeiro et al., 2008).

The optimization of the homogenization system is given by the geometric features of the pile (width and length), which allows the standard deviation of the grades feeding the processing plant to be satisfied. It is required to find a pile model that suits both the dimension of the storage yard design/equipment (economic aspect) and with an acceptable grade variability (process aspect).

Some previous examples involving blending and homogenization piles can be found in Schofield (1980), Gy (1981, 1998), Yu and Standish (1991), Ferreira et al. (1992), and Pavloudakis and Agioutantis (2001). The use of blending and homogenization piles combined with geostatistical simulations can be found in Gambin et al. (2005), Costa et al. (2007), Ribeiro et al. (2008) and Marques (2010). Geostatistical simulations provide the means to access the uncertainty associated with the grades at each mined block within the mineral deposit. The novelty in our study is the combination of geostatistical simulation, mine sequencing and blending. The first and second provide the means to access the input variability in the blending system without sampling it. This means that by using a simulation one can have an appraisal on the expected head grade variability prior the start of the operation and use this information for a proper blending and homogenization design.

In this paper we report the results of a study developed for two iron ore deposits located in the Iron Quadrangle in Brazil. The deposits are part of the Vargem Grande complex and are operated by Vale S.A. The aim is to investigate the *in situ* grade variability obtained during mining, and define an optimal pile dimension and geometry to attenuate this variability. The variable silica ( $\text{SiO}_2$  %) was chosen for this analysis as it constitutes the most critical contaminant for these types of iron ore deposits.

## 2. Methodology

One of the most relevant parameters to be controlled in an iron mine is the silica content in the product. This parameter was chosen as it exhibits an erratic behavior (high variability) which needs to be kept under strict control below a maximum limit.

The principles of geostatistical simulation were originally presented by Journel (1974). In his original work, the turning bands method (TBA) was presented as an algorithm that is able to obtain *via* simulations the grades of ore.

The simulation of an attribute  $Z$  using turning bands conditioned to the original data is performed in two stages both in the Gaussian space. The final generated values are back-transformed to the original variable space. In the first stage a non-conditional simulation is run providing a Gaussian simulated value at every grid node reproducing the covariance model of these data. Next, the values obtained at each grid node are conditioned to the Gaussian data using Eq. (1).

$$z_c^{(1)}(\mathbf{u}) = z^*(\mathbf{u}) + \left[ z^{(1)}(\mathbf{u}) - z^{*(1)}(\mathbf{u}) \right] \quad (1)$$

where  $z_c^{(1)}(\mathbf{u})$  is the conditioned simulated value at location  $\mathbf{u}$ ,  $z^*(\mathbf{u})$  is the kriged value at location  $\mathbf{u}$  using the sampled data available within the neighborhood of  $\mathbf{u}$ ,  $z^{(1)}(\mathbf{u})$  is the non-conditional simulated value at

location  $\mathbf{u}$  and  $z^{*(1)}(\mathbf{u})$  is the kriged value at location  $\mathbf{u}$  using the simulated values of the sampled data locations within the neighborhood of  $\mathbf{u}$ .

More details on the method are presented in Chiles and Delfiner (1999). More recently, Lantuéjoul (2002) proposed some alternatives for algorithms to simulate values along a 1D line conditioned to a covariance model (Ribeiro et al., 2008).

A 3D grade block model was built using the TBA, where the algorithm generates multiple equiprobable scenarios for the spatial distribution of the grades of  $\text{SiO}_2$ , reproducing statistically their spatial continuity and histogram. Each of these equiprobable 3D block models were submitted to a mining scheduling algorithm that sequenced the order for each block that is mined.

The steps involved are:

- generation of multiple equiprobable 3D models using the TBA for both deposits;
- sequencing the simulated 3D block model according to the 2004 production schedule used at each mine;
- emulating the feeding of the homogenization piles (combining the blocks mined at the two mines);
- calculate the variability among the piles for a given selected pile size for each 3D simulated grade block model;
- calculate the variability during the reclamation of each pile formed (variance of the grades of each slice reclaimed).

To implement the algorithm, which emulates the homogenization piles, some considerations are necessary:

- i. the model is based upon the configurations used for longitudinal piles;
- ii. the geometry of half cones at the edges of the piles is not considered;
- iii. stacking of the material is performed along both directions of the moving stacker;
- iv. the stacking and reclaiming rates of the ore are constant while the equipment is moving;
- v. the material is reclaimed perpendicular to the major axis of the pile;
- vi. the reclaimer cuts one meter thick slices on each pass;
- vii. segregation of the material was disregarded in the pile;
- viii. the particles within a mined block are infinitely small as compared to the total mass of the block.

According to (i), the algorithm can emulate chevron, windrow and chevron-windrow homogenization piles. For the sake of simplification, the volume of a pile is approximated by a triangular prism, which is schematically illustrated in Fig. 1 (Yu and Standish, 1991), where  $h$  is the height,  $W$  is the width,  $L$  is the length and  $\alpha$  is the angle of internal friction of the granular material in the homogenization pile.

The effects on the results by the simplifications of the algorithm are reported in Marques (2010). The input file of the algorithm must contain information about the block model, ordered according to the mining sequence. There is no limit to the number of blocks and/or simulations used.

For the calculations, it is mandatory that the database contains the mass and volume of each block. Assigning coordinates to each block (*in situ*) in the dataset is optional, but recommended. Coordinates allow mapping of the spatial location of blocks that may cause problems to the processing plant, even after being homogenized with other blocks in piles.

### 2.1. Calculation of variability between piles of different masses (inter-pile)

The blocks selected to form a given pile have their grades simulated by the TBA. Each block grade differs from another, and also differs from the global mean of the blocks calculated for the entire year of 2004. By grouping various blocks and forming a pile, the average grade of each pile is closer to the global annual mean when compared

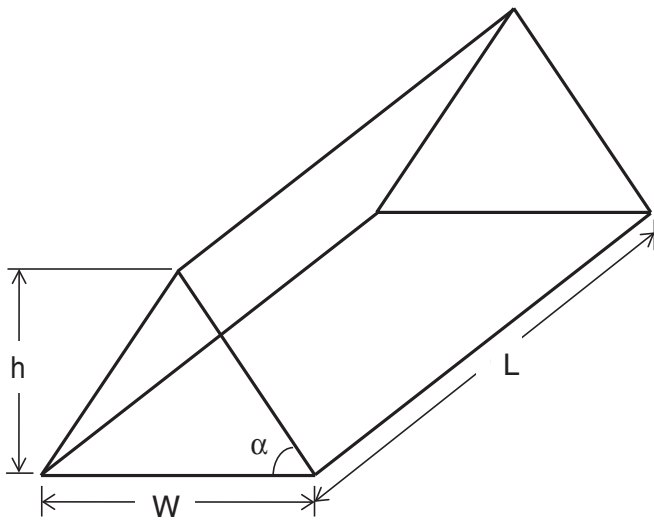


Fig. 1. Approximated shape model adopted for homogenization pile.

to the grade of each individual block within the pile. This phenomenon of variance reduction is well known among geostatisticians and it is referred to as the volume–variance relationship (Parker, 1979), and explains why the grades in the reclaimed ore from the piles have less variance than the grades that would be obtained from a block-by-block scheme feeding the processing plant.

Other aspects controlling the fluctuation of the average grades from multiple piles are:

- the larger the pile size – the smaller the variance of the average grade of each pile around the yearly mean grade;
- as a consequence, an extremely large pile that is (hypothetically) perfectly homogenized, having being formed by blocks mined during a certain period, will have zero variance around the mean grade of this mining period (in theory).

However, the larger the pile – the better the blending process (since the mean grade of the pile will approach the mean grade of the analyzed period) will be; and from an operational perspective, problems tend to grow in difficulty as the size of the equipment involved increases. The “optimal” pile size is the minimum size which will deliver the ore to the plant with grades varying within a pre-determined and acceptable grade interval.

In order for the algorithm to calculate the inter-pile grade variability, it is necessary to consider the following parameters:

- Initial mass: this is the smallest size of the homogenization pile tested. The adopted value must be greater than the lowest mass (from one block for instance) in the input file.
- Increase of mass: indicates the difference between the sizes of the piles analyzed. The value of this parameter must be greater than the lowest mass of the input file, and less than the sum of the mass of all blocks included in the input file.
- Final mass: this is the largest pile mass to be analyzed. The adopted value must be less than the sum of the masses of all blocks comprising the input file.

The first step is to calculate the reduction of variability. To find the acceptable grade interval we need to calculate a weighted mean using all blocks from the first geostatistical simulation, according to:

$$T_{sim} = \frac{1}{M_t} \sum_{i=1}^n (T_i \times M_i) \quad (2)$$

where  $T_{sim}$  is the mean grade of a geostatistical simulation;  $M_t$  is the sum of the masses of all blocks in the input database;  $T_i$  is the grade

of the block  $i$ ;  $M_i$  is the mass of the  $i$ th block; and  $n$  is the number of existing blocks in the geostatistical simulation.

Next, we need to calculate the weighted mean grade of each pile (for the same simulation) according to:

$$T_p = \frac{1}{M_p} \sum_{i=1}^n (T_i \times M_i) \quad (3)$$

where  $T_p$  is the mean grade of the pile;  $M_p$  is the total mass of the pile;  $T_i$  is the grade of the block  $i$ ;  $M_i$  is the mass of the block  $i$ ; and  $n$  is the number of blocks forming the pile.

For each pile formed, the squared difference between the pile grade and mean grade of one selected simulation ( $T_{sim}$ ) is calculated. The simulation includes all block grades mined along the year. Next, we found all squared differences, one for each pile grade, which were then averaged (mean squared difference). This number is basically the variance of the pile grades for the mass of the homogenization pile selected (inter-pile variance) during a production year. The entire process starts again but choosing a different simulated model.

## 2.2. Using inter-pile variance to aid mining planning

Most commercial agreements used in the iron ore mining industry establish limits for the chemical species associated with the contaminants. Mine planning and mine sequencing aims to keep contaminants within specified limits (blending the run-of-mine materials from multiple mine faces or benches). The benefits of using homogenization piles include the possible use of blocks previously considered inappropriate (waste) in the sequence of mining without penalty (by delivering ore grades within accorded specifications).

The algorithm has a function called “Locate” which allows us to spatially identify blocks within a given homogenization pile to determine if their grade content is outside these specifications. A homogenization pile is considered out of specification when its grade range (minimum and maximum) does not include the expected (contracted) grade.

This function allows the detection of piles whose values exceed the allowed tolerable range, and maps the blocks forming these specific piles. This information can be used to redefine a mining sequencing in order to meet targeted grades. This process requires the input file with X, Y and Z coordinates for each mined block forming the lot and produces a report containing:

- identification of the pile with grades out of the allowed range;
- mass of the pile;
- grade of the pile out of specification;
- coordinates X, Y and Z for the first block in the pile;
- number of blocks forming the pile.

There are two situations where a pile can have a grade beyond the specification limits. The first case is where the band of uncertainty is above the maximum acceptable grade, and the algorithm will return the lowest simulated grade of the pile (used to control the contaminant grades). In the second case, the band of uncertainty is below the minimum acceptable grade and the algorithm returns the highest simulated grade of pile (applied to control ore grades).

## 2.3. Calculation of internal variability of a given pile (intra-pile variability)

In homogenization piles each layer can be regarded as a stratum. When a complete slice of equal thickness is cut from the pile it includes all strata in correct ratio and thus the between-strata variance is eliminated from the variance of the lot mean. Only the within-stratum variances have to be considered.

The question is: how this within strata variance can be calculated without sampling the grades feeding the pile? This means if there is not a mine already in operation how could the answer to the previous



question be answered. Note, we have no access to the grades feeding the blending system.

The first step when calculating the number of blocks required to form the homogenization pile is to obtain the degree of homogenization within the pile, as well as the weighted mean of its contents, using Eq. (3). The second step is to calculate the volume of each pile, according to the mass specified by the user (Eq. (4)).

$$V_p = \sum_1^n (V_l \times F_e) \quad (4)$$

where  $V_p$  is the total volume of the homogenization pile;  $V_l$  is the volume of each block of the homogenization pile;  $F_e$  is the bulk factor; and  $n$  is the number of blocks within the pile. The bulk factor (*in situ* density divided by the swell factor) is necessary as each block volume is defined *in situ* and need to be converted to the volume after mining it. When these blocks are mined, their volume swells.

The algorithm is based upon the assumption that the stacker travels at a constant speed, and the discharge flow remains the same along the whole pass when a layer is formed. The ratio between these two values (speed and discharge) should be specified by the user along with its unit ( $\text{m}^3/\text{m}$ ). This ratio is then used to calculate the length of a homogenization pile. Knowing the volume of material used in each pile, and the number of layers, it's possible to obtain the volume of material in each layer. This is how to define the layout of the longitudinal pile being studied. A pile with a large volume of material per layer will have fewer layers, and its shape is closer to the chevron model. The same pile (same volume) with a small amount of material per layer is better represented by the windrow model.

### 3. Results and discussion

#### 3.1. Assessing block grade uncertainty

Conditional geostatistical simulations (TBA) had been applied to generate 50 equiprobable scenarios of  $\text{SiO}_2$  spatial distribution in  $10 \times 10 \times 10$  m blocks.

Figs. 2 and 3 show the time series grades for each block mined sequentially for a full year. The band of uncertainty associated with each block grade (*i.e.* the difference between the maximum and minimum grades) is obtained from the simulated grades for mine 1 and mine 2, respectively. The maximum (red line) and minimum (blue line) grade values of silica ( $\text{SiO}_2$ ) for each block are derived from the 50 equiprobable scenarios ordered according to the mining schedule.

Combining the block sequence from the two mines provide the grades that will feed the blending piles. This is displayed as a time series in Fig. 4. Note the uncertainty in the grades (max–min) and their yearly fluctuation. These time series values are required as the input to the algorithm used to emulate the homogenization piles, which allows an assessment of the reduction in variability.

#### 3.2. Inter pile grade variability

Checking the fluctuation of the grades plotted in Fig. 4, one can understand the need of homogenization piles verifying the high fluctuations in the grades at short intervals. Note the high variability of silica grades mined at mines 1 and 2. Directly feeding the processing plant with ore on a block-by-block basis makes the subsequent beneficiation processes inefficient, with high financial losses.

To emulate how the homogenization piles can reduce the variability, a simulation process was defined with the following parameters:

- initial pile mass of 30 kt (smallest pile);
- final pile mass of 270 kt (largest pile);
- increments of mass between piles tested: 20 kt.

All 50 simulated block models were passed through the emulation algorithm. Using the block grades for each of the 50 simulated models (each curve relates to a simulated grade model), Fig. 5 shows a reduction in variability as the size of the pile increases.

Note from Fig. 5 the benefits in reducing the variability of the head grades obtained using different homogenization pile sizes, and the curves simultaneously depict the expected variability of the head grades due to *in situ* grade uncertainty. For instance, a 50 kt pile will lead to reclaimed ore with a head grade standard deviation in the 1.6–2.5 range (min–max variability). These results of reduction of variability are similar to that reproduced in Costa et al. (2007) for another iron deposit. The plot suggests an exponential decay in grade variability with an increase in pile size. This reproduces the volume–variance relationship discussed in Parker (1979). Consequently, the grades measured in the reclaimed ore from the piles have a reduced variance when compared to the grade variability that would be obtained from feeding the processing plant block-by-block.

Table 1 shows a reduction in variability for two simulated scenarios picked out of the 50 geostatistical simulations (the ones with the highest and smallest reduction in grade variability respectively) for a 210 kt piles (selected size for this mine site). This forecast of a reduction in variability is obtained by combining simulated *in situ* block grades using geostatistical simulations, and the chevron blending

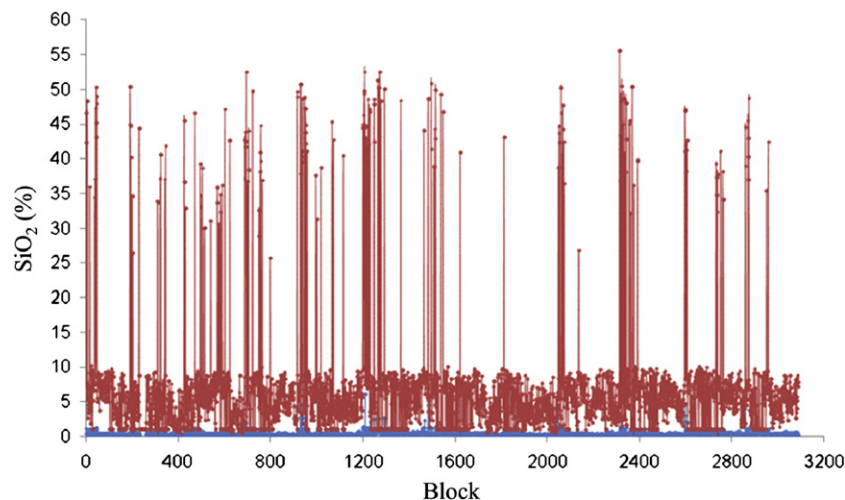


Fig. 2. Silica grades in a time series for blocks mined at mine 1. The blue and red lines represent the lowest and highest simulated silica grades for each block, respectively.

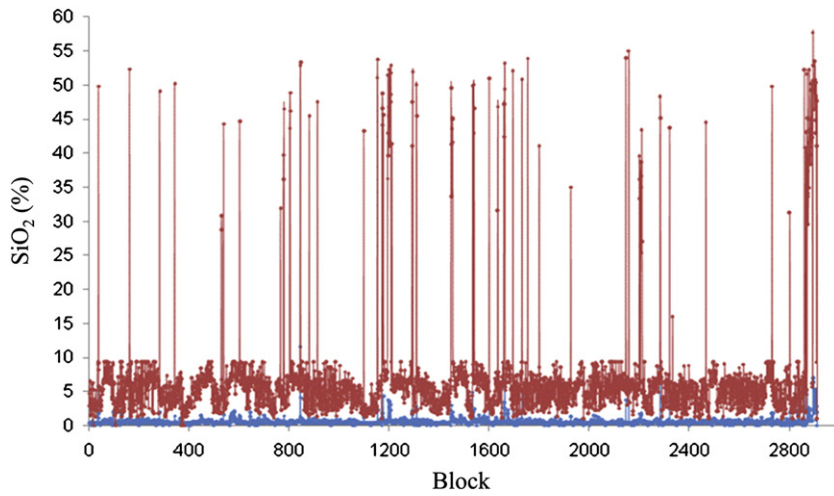


Fig. 3. Silica grades in a time series for the blocks mined at mine 2. The blue and red lines represent the lowest and highest simulated silica grades for each block, respectively.

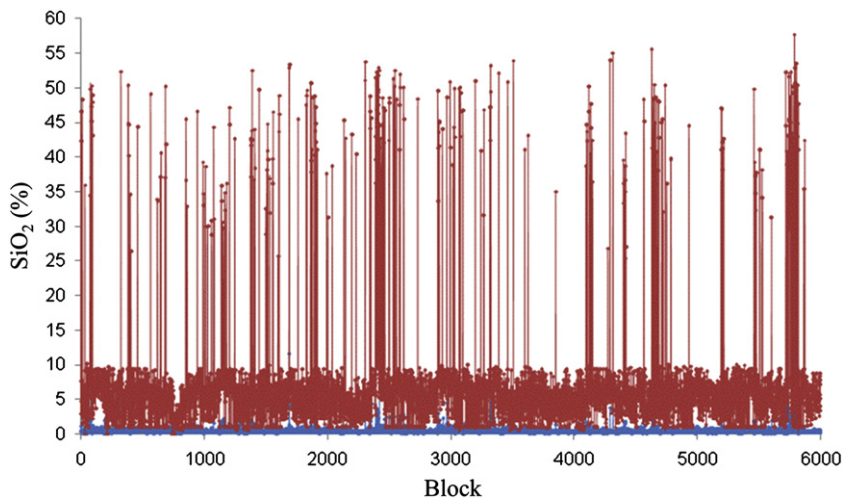


Fig. 4. Time series of the block grades feeding the homogenization piles. The blue and red lines represent the lowest and highest simulated silica grades for each block, respectively.

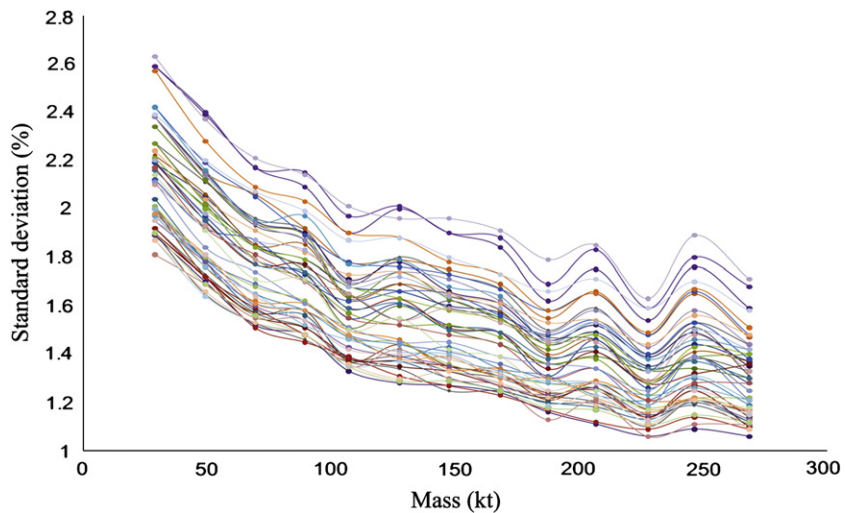


Fig. 5. Reduction of variability due to the increase of mass for 50 equiprobable scenarios of  $\text{SiO}_2$ .

**Table 1**

Reduction in grade variability for two scenarios: one with the largest reduction in variability (realization 26) and the one with the smallest (realization 49) for 210 kt piles.

Realization number	Standard deviation of input data (%)	Standard deviation of grades after the homogenization piles (%)	Reduction of variability (%)
26	4.56	1.12	75.5
49	4.90	1.71	65.1

pile emulator reproduces historical production variability (Marques et al., 2010). This match between the forecasted values from the model and real historical data demonstrates the efficiency of the methodology proposed.

Fig. 6 shows a time series of the maximum and minimum grades for all 210 kt homogenization piles planned for 2004. Note that a significant reduction on the range of possible grades (min–max interval) as compared to the block-by-block grade variability (Figs. 2 and 3).

### 3.3. Locating critical blocks from critical piles

To illustrate the problem, let us assume that the acceptable range for silica composition in the ore is between 0% and 5% (these values were arbitrarily chosen in order to properly illustrate the algorithm). Any pile whose possible grade interval does not include the specification grade is marked (as in Table 2). Table 2 shows, for all the masses required in routine inter-pile, the piles out of specifications, with the information in the following order:

- number of the pile in time sequence;
- expected mass of the pile to be formed;
- real mass of the pile formed;
- grade that escapes specifications (out of the band defined in this example being between 0% and 5% silica);
- coordinates X, Y and Z of the first lot of the pile;
- number of lots which form the pile.

Fig. 7 shows the time series with the maximum and minimum simulated grades for all 210 kt piles formed in 2004. The area shaded in the figure represents the lower and upper limits defined for silica, highlighting piles exceeding the specifications. In two cases (pile 42 and pile 100), the band of uncertainty was completely out of specification, indicating the ore from these piles certainly cannot be processed without financial losses.

Despite other piles being above the upper limit of the band of uncertainty (5%), it is possible (probable) that the grades of these piles are actually within the established limits. The probability of exceeding this limit can be calculated, and a risk factor defined.

### 3.4. Intra-pile variability

At this specific mining site, where the case study was developed, a homogenization pile of approximately 200 kt takes approximately three days to be formed. There is a limit to the number of layers used when assembling a pile.

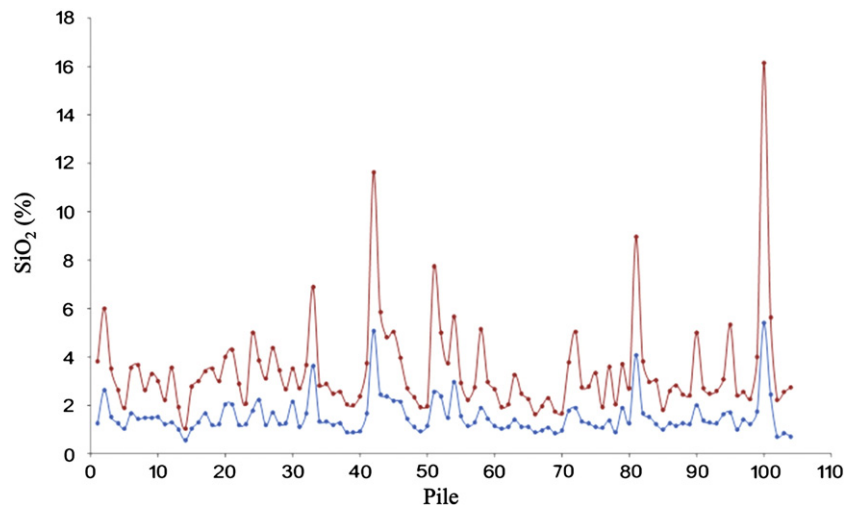
To analyze the internal variability of the grades within each one of the homogenization piles, the process was emulated for a different number of layers. The following parameters were used:

- a total mass of the homogenization pile of 210 kt;
- the volume of material discharged by the stacker along each meter of its trajectory is 4.5 m<sup>3</sup> per meter (considering the flow at the conveyor belt and traveling speed of the stacker);
- bulking factor of the material: 1.3;
- angle of repose for the material: 35°;
- width of the pile base: 38 m;
- initial number of layers: 1;
- increasing steps in the number of layers: 5;
- final number of layers: 150.

For this analysis, the pile emulator mimics the heterogeneity distribution, *i.e.* the way the material is distributed within the pile. Each zone in the stack is different from the other (in terms of grades), and is different from the average content of the stack. Organizing the mined blocks along the pile in different layers leads to a reduction in grade variation of the reclaimed materials (Costa et al., 2007). As the number of layers increases for a given pile the variability in the reclaimed material is reduced. This effect is due to the fact that for a large amount of layers, the final pile format tends to be formed by a similar material along each vertical slice (Fig. 8).

Although we had set the algorithm to calculate the reclaimed variability for up to 150 layers, it was noticed that at 51 layers the variability had asymptotically reached its minimum. Table 3 explains the geometric consequences of constructing 210 kt with a different number of layers.

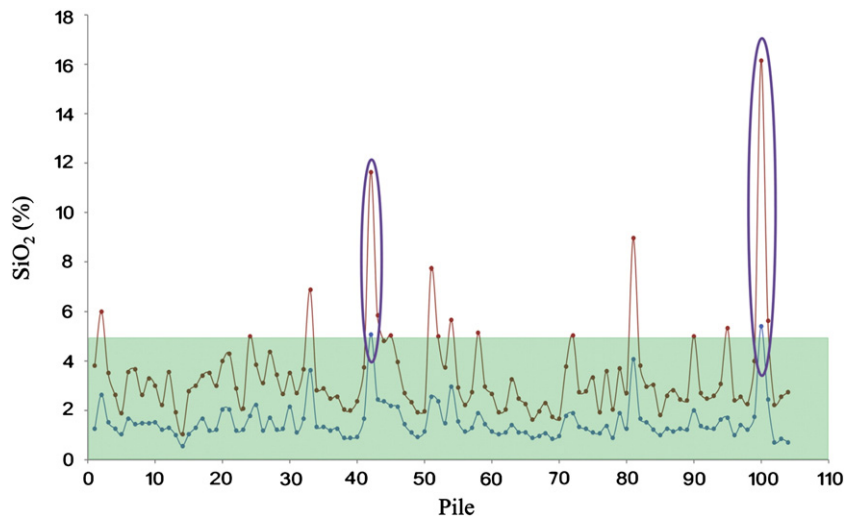
Theoretically, an infinitely good blending effect can be achieved by increasing the number of layers *N*, although in a practical situation this ideal may not be economical. As the number of layers increases,



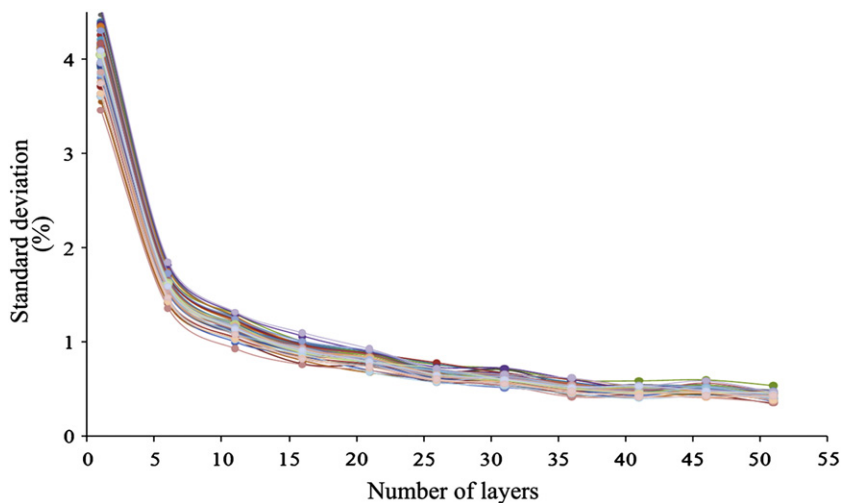
**Fig. 6.** Time sequence for the grades from 210 kt piles assembled in 2004. The blue line represents the lowest possible grade and red the highest grade of silica obtained from 50 realizations obtained by geostatistical simulation for each pile in the sequence.

**Table 2**  
Results of the “Locate” algorithm.

Pile number	Projected_mass	Real_mass	Silica grade (%)	Xlocate (m)	Ylocate (m)	Zlocate (m)	Number_of_blocks included in the pile
306	30,000	29,597.2	9.308	−9060	−750	1360	10
307	30,000	26,851.55	5.995	−9030	−750	1360	8
726	30,000	27,033.81	6.101	−4425	855	1295	8
180	50,000	49,992.83	5.976	−9090	−740	1360	16
181	50,000	49,569.56	6.655	−9040	−740	1360	15
127	70,000	67,964.58	5.137	−4465	575	1295	21
128	70,000	69,954.59	5.88	−9050	−730	1360	21
303	70,000	68,138.26	5.549	−9390	−700	1330	21
99	90,000	89,982.31	7.096	−4475	575	1295	28
81	110,000	109,414.6	5.489	−9060	−740	1360	32
68	130,000	126,521	6.701	−4465	575	1295	39
59	150,000	149,820.5	5.901	−4455	575	1295	45
52	170,000	168,588.5	5.43	−8790	−790	1350	50
42	210,000	206,848.6	5.088	−4425	645	1305	61
100	210,000	208,654	5.393	−4415	865	1295	64
84	250,000	249,851.6	5.205	−4425	855	1295	77



**Fig. 7.** Two piles of 210 kt out of specification (#42 and #100). The blue line represents the lower possible grade and the red the higher possible grade for silica on each pile obtained from the 50 equiprobable scenarios.



**Fig. 8.** The effect of the number of layers on silica grade variability reduction for a 210 kt pile.

**Table 3**  
Average length of the homogenization piles for different number of layers (given the pile base width and height).

Number of layers	Average length of the piles (m)
1	17,029.6
6	2837.8
11	1547.7
16	1064.1
21	810.4
26	654.5
31	548.8
36	472.6
41	414.7
46	369.7
51	333.4

the correlation in material quality and variability between adjacent layers also increases until a point is reached where any further increase in N is completely offset (Schofield, 1980).

In this case study, after 35 layers the gain in reduction of variability is not significant, however by increasing the number of layers, the length of the stack can be reduced considerably. Thus, an adequate solution would be the use of equipment with a higher flow discharge to form 210 kt piles that consist of approximately 35 layers. This solution leads to a suitable stock yard length dimensions with a minimized head grade variability feeding the processing plant.

#### 4. Conclusions

The operation of a homogenization system brings different gains in reducing variability of the grades of SiO<sub>2</sub> feeding the processing plant, depending on the pile size and number of layers selected. The parameters of pile formation (size and number of layers) should be carefully chosen in order to satisfy the maximum grade variation allowed in the downstream processes.

The largest reduction in variability in a homogenization system is associated with an increase in the mass of the pile (inter-pile grade variability). However, the number of layers should also be considered in the formation of a homogenization pile, as a pile with a high mass but not properly formed will not bring the expected reduction in variability (even a reduction of inter-pile variability could not be obtained).

The effect of homogenization is best obtained by using the greatest number of pile layers, keeping in mind that after a certain number of layers, the reduction in variability is practically nil.

The model presented in this study is innovative since it can predict a reduction of variability in the ore used to feed the processing plant, as well as its expected level of uncertainty, using as an input to a geostatistically simulated grade model which reproduces the characteristics of the mineral deposit.

#### Acknowledgments

The CNPq (Brazilian research agency) is acknowledged for supporting the graduate student associated with this project. Vale S.A., is also acknowledged for supporting the research team as well as providing the datasets, and all information required for this study.

#### References

- Chiles, J.P., Delfiner, P., 1999. Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty. Wiley & Sons, New York (695 pp.).
- Costa, J.F.L.C., Koppe, J.C., Marques, D.M., Costa, M.S.A., Batiston, E.L., Pilger, G.G., Ribeiro, D.T., 2007. Incorporating *in situ* grade variability into blending piles design using geostatistical simulation. Proceedings of the Third World Conference on Sampling and Blending, Porto Alegre, pp. 378–389.
- Ferreira, F.M., Chaves, A.P., Delboni, H., 1992. Conditional simulation method for design of blending piles. Proceedings of 23th International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Phoenix, pp. 615–623.
- Gambin, F., Costa, J.F.C.L., Koppe, J.C., 2005. Estratégia de controle de qualidade de minério na lavra usando simulação geoestatística. REM – Rev. Escola de Minas 58 (4), 193–200.
- Gy, P.M., 1981. A new theory of bed-blending derived from the theory of sampling-development and full-scale experimental check. Int. J. Miner. Process. 8, 201–238.
- Gy, P.M., 1998. Sampling for Analytical Purposes. John Wiley & Sons Ltd., Chichester (153 pp.).
- Journel, A.G., 1974. Geostatistics for conditional simulation of ore bodies. Econ. Geol. 69 (5), 673–687.
- Lantuéjoul, C., 2002. Geostatistical Simulation: Models and Algorithms. Springer, Berlin (256 pp.).
- Marques, D.M., 2010. Desenvolvimento De Um Algoritmo Para Simular A Variabilidade Do Minério Em Pilhas De Homogeneização, Dissertação de mestrado. PPGEM – UFRGS, Porto Alegre (130 pp.).
- Marques, D.M., Costa, J.F.C.L., Ribeiro, D.T., Stangler, R.L., Castro, E.B., Koppe, J.C., 2010. A comprovação da relação volume × variância na homogeneização da sílica em minério de ferro. REM – Rev. Escola de Minas 63 (2), 355–361.
- Parker, H., 1979. The volume variance relationship: a useful tool for mine planning. Eng. Min. J. 180, 106–123.
- Pavloudakis, F., Agioutantis, Z., 2001. Development of a software tool for the prediction of the coal blending efficiency in longitudinal stockpiles. Proceedings of 17th International Mining Congress and Exhibition of Turkey, Turkey, pp. 675–681.
- Ribeiro, D.T., Stangler, R.S., Vidigal, M., Costa, J.F.C.L., Marques, D.M., 2008. Conditional simulations to predict ore variability and homogenization pile optimal size: a case study of an iron deposit. Proceedings on the Eighth International Geostatistics Congress, Santiago, pp. 749–758.
- Schofield, C.G., 1980. Homogenisation/Blending Systems Design and Control for Minerals Processing. TransTech Publications, Germany (236 pp.).
- Yu, A.B., Standish, N., 1991. Estimation of the bulk density of a coal stockpile. Bulk Solids Handl. 11 (3), 605–611.

## **Capítulo 7**

### **Analysis of the dispersion variance using geostatistical simulation and blending piles**

Artigo publicado na edição especial Danie Krige Commemorative Edition of the Saimm Journal



# Analysis of the dispersion variance using geostatistical simulation and blending piles

by D.M. Marques\* and J.F. Costa\*

## Synopsis

The additive property of dispersion variances was found experimentally by D.G. Krige using data from the gold deposits of Witwatersrand. In this property, called 'Krige's relationship', the dispersion of a small unit,  $v$ , within the deposit is equal to the sum of the dispersion of  $v$  within a bigger unit,  $V$ , and the dispersion of these units,  $V$ , within the deposit,  $D$ . It is known that the variance of the grades decreases as the support increases, the so-called volume-variance relationship. To analyse volume-variance and Krige's relationship, the methodology herein proposed combines blending piles and geostatistical simulation to simulate the *in situ* and the pile grade variability. Variability reduction in large piles is based on the volume-variance relationship, i.e. the larger the support, the smaller the variability (assuming perfect mix). Based on a pre-defined mining sequence to select the blocks that will form each pile for each simulated block model, the statistical fluctuation of the grades derived from real piles can be simulated. Using this methodology, one can evaluate within a certain time period the expected grade variability for various pile sizes, and also calculate the Krige's relationship between the small blocks and the piles of different sizes. A real case study using a large Brazilian iron ore deposit illustrates the methodology and demonstrates the validity of the results.

## Keywords

dispersion variance, blending piles, simulation, Krige's relationship.

## Introduction

All mineral deposits have variable grades in their composition. Depending on the type of mineralization, there are different scales of variability. Various mining methods can be employed to try to reduce this variability, attempt to reduce the dilution that occurs in mining, and remove the waste from the ore, to maintain the mean grade that feeds the processing plant as constant as possible.

Obviously, an optimal mining method exists for each deposit that yields a product of required average grade for downstream processing at a reasonable cost and a suitable rate of production (Parker, 1979). However, there are some cases where a proper mining method is not sufficient to ensure that the ROM (run of mine) has the characteristics desired for the feeding of the processing plant or the final product.

Common to all mining methods is the notion of the selective mining unit (SMU) – the

smallest practical volume that can be classified as ore or waste (Parker, 1979). Considering a SMU of small volume, it is natural that there are some with high grades and others with low grades. These differences in grades among SMUs can be measured by the variance of the SMUs. As the size of the SMU increases, it will tend to include a mixture of high and low grades, reducing the variance. Note that the mean remains constant in all cases.

Krige's relationship or additivity of variances (Krige, 1951, 1981) is a volume-variance relationship, found experimentally by D.G. Krige using data from the gold deposits of the Witwatersrand. In this relationship, the dispersion of a small unit,  $v$ , within the deposit is equal to the sum of the dispersion of  $v$  within a bigger unit,  $V$ , and the dispersion of these units,  $V$ , within the deposit,  $D$  (Dowd, 1993).

The relationship between these three variances is:

$$\sigma^2(v/D) = \sigma^2(v/V) + \sigma^2(V/D) \quad [1]$$

Knowing the principles of Krige's relationship and the volume-variance relationship, it would be possible to analyse the reduction of variability using blending piles of various sizes. Blending (homogenization) piles can be used as part of a system of quality control in order to reduce the variability of the material fed to the processing plant.

This is possible only because of the heterogeneity of constitution of the material. Heterogeneity is a primary structural property of all matter, i.e. all particulate solids, dry, wet, suspended in water or in air, are heterogeneous. According to Gy (1998), when the portions forming a material are not strictly identical, the material is considered heterogeneous. The heterogeneity can be analysed

\* Federal University of Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brazil.

© The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 2014. ISSN 2225-6253.

## Analysis of the dispersion variance using geostatistical simulation and blending piles

from two different aspects, namely relating to the constitution and to the distribution of the material. The heterogeneity of the constitution refers to the intrinsic characteristics of the material, and consists of the differences that exist between particles or constituent fragments of a lot,  $L$ . The mixing or blending of the constituent particles of the lot does not have any influence on the heterogeneity of the constitution. This heterogeneity is responsible for the occurrence of the Fundamental Sampling Error.

In order to reproduce the fluctuations in grades (heterogeneity of constitution and distribution) within an orebody (for a daily, monthly, or other time period), conditional simulations can be used (Journel, 1974). By applying this technique, the grades with their spatial continuity and variability are reproduced in models that mimic the real deposit. Some previous investigations involving blending, homogenization piles and geostatistical simulations can be found in Abichequer *et al.* (2010), Beretta *et al.* (2010), Binndorf (2013), Costa *et al.* (2007), Marques *et al.* (2009), Marques and Costa (2013), and Ribeiro *et al.* (2008). The seminal work by Schofield (1980) addresses homogenization piles using linear geostatistics (ordinary kriging).

This work presents a study developed on two iron ore deposits located in the Iron Quadrangle region of Brazil. The aim is to investigate the volume-variance relationship for different SMUs (blending piles) with Krige's relationship (analytical solution) and compare it with the results obtained using a numerical simulation. The variable silica ( $\text{SiO}_2$  in %) was chosen for this analysis, as it constitutes the most critical contaminant for this iron ore.

### Methodology

The grades of silica in the feed to the processing plant often fluctuate too much. The first decision is whether to use blending piles (homogenization), and if used, what is the ideal size. To help answer these questions, this study proposes the use of multiple geostatistical simulated models (Journel, 1974) allied to mine planning. Using the sequence of blocks extracted, obtained by mining planning, the fluctuations of the grades in each simulation can be evaluated and a band of uncertainty defined for the grades, considering all possible simulated scenarios.

Multiple outputs provide the means to evaluate the variability of the  $\text{SiO}_2$  head grades feeding the processing plant. From this temporal sequence emulating the grades feeding the plant it is possible to analyse the volume-variance relationship, as well the dispersion variance of the blocks in the blending piles.

The original data (drill-holes) was used to simulate the grades, simulate the time series, and reconcile the models against the reference values obtained from the historical data from the blocks mined in one year. The simulations in a mining context mimic the characteristics of the mineral deposit, creating an array of values with the same statistical and spatial characteristics as the true grades. A simulation, therefore, is not an estimate, but rather a set of values with the same general statistical characteristics as the original data.

The steps involved in this study are:

- Generation of multiple equally-probable 3D models (geostatistical simulations)

- Sequencing of the simulated 3D block model according to the production of one year
- Emulation of the feeding of the blending (homogenization) piles
- Calculation of the reduction of the variability in blending piles using Krige's relationship (dispersion variance  $v/V$ )
- Emulation of the blending piles and calculation of the reduction of variability
- Comparison of the results obtained in the previous two steps.

### Assessing block grade uncertainty

A conditional geostatistical simulation algorithm was applied to generate 50 equally probable scenarios of  $\text{SiO}_2$  spatial distribution in  $10 \times 10 \times 10$  m blocks. Combining the block sequence from the two mines provides the grades which will feed the blending piles, *i.e.* one block of 1000  $\text{m}^3$  from each mine resulting in a 2 000  $\text{m}^3$  combined volume (new SMU or  $v$ ). Grades are shown in a time series (Figure 1) sequentially through a year (as the historical data of the company). Each SMU in this time series has a volume of 2 000  $\text{m}^3$  and a mass of approximately 7 173 t. The band of uncertainty associated with each SMU grade (maximum and minimum grades) is obtained through the simulated grades of silica ( $\text{SiO}_2$ ) for each block derived from the 50 equally probable scenarios ordered according to the mine scheduling.

Note the uncertainty in the grades (max-min.) and their fluctuation through the year. These time series values are required as the input to the algorithm used to simulate the homogenization piles allowing an assessment on the reduction of variability.

### Inter-pile grade variability using a numerical solution

According to Marques and Costa (2013), each block grade differs from every other, and differs from the global mean of the blocks calculated for the entire year. By grouping various blocks and forming a pile, the average grade of each pile is moved closer to the global annual mean when compared to the grade of each individual block within a pile. This phenomenon explains why the grades in the reclaimed ore from the piles have less variance than the grades that would be obtained from a block-by-block scheme feeding the processing plant.

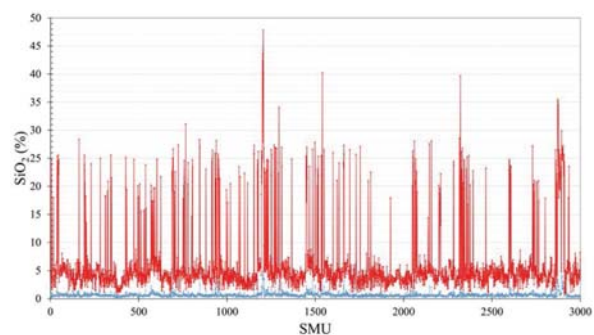


Figure 1—Time series of the SMU grades feeding the homogenization piles. The red line is the maximum grade and the blue line is the minimum grade of  $\text{SiO}_2$



# Analysis of the dispersion variance using geostatistical simulation and blending piles

The first step is to calculate the reduction in the variability. To find the acceptable grade interval we need first to calculate the weighted mean grade using all blocks from the first geostatistical simulation, according to:

$$T_{sim} = \frac{1}{M_t} \sum_1^n (T_i \times M_i) \quad [2]$$

where  $T_{sim}$  is the mean grade of a geostatistical simulation,  $M_t$  is the sum of the masses of all blocks in the simulated model,  $T_i$  is the grade of the block  $I$ ,  $M_i$  is the mass of the  $i$ th block, and  $n$  is the number of existing blocks in the geostatistical simulation.

Next, we need to calculate the weighted mean grade of each pile (for the same simulation) according to:

$$T_p = \frac{1}{M_p} \sum_1^n (T_i \times M_i) \quad [3]$$

where  $T_p$  is the mean grade of the pile,  $M_p$  is the total mass of the pile,  $T_i$  is the grade of the block  $I$ ,  $M_i$  is the mass of the block  $i$ , and  $n$  is the number of blocks forming the pile.

For each pile formed, the squared difference between the pile mean grade and the mean grade of the simulation ( $T_{sim}$ ) (all blocks throughout the year) is calculated. Next, these squared differences are averaged, leading to the variance of the pile grades throughout the year, for the mass of the homogenization pile selected (inter-pile variance). The entire process then starts again, but choosing a different simulation.

### Inter-pile grade variability using Krige's relationship

In many practical situations, it is necessary to know a regionalized variable which is the average over a certain volume or area, rather than at a point. The basic volume on which a regionalized variable is measured is called its support (Armstrong, 1998). When a change occurs in the support (increase), a new block size is created. This new block or SMU is related to the previous one via the global average, but their spatial structural characteristics are different. For example, simulations in blocks of  $10 \times 10 \times 10$  m have greater variability than the panel (combination of blocks) created by blending these blocks. As the support increases, the variability among the new panels (combination of various blocks) decreases. The question we need to answer is how much this variability changes at different supports.

Using Krige's relationship, the dispersion variance of the SMUs ( $v$ ) within each panel ( $V$ ) was measured. Knowing the total variance for the year ( $v/D$ ), it is possible to compute the variance among piles over the year ( $v/D$ ).

In this analysis, let us consider  $v$ , the smallest panel, as 2 000 m<sup>3</sup>, or approximately 7 173 t, which is the size of the SMU; the unit  $V$  as the different panels tested (from approximately 7 173 t to 1 000 kt – equivalent to the various pile sizes tested); and  $D$  as the whole domain (comprising the sum of the 3 000 panels of 2 000 m<sup>3</sup> each). For calculation purposes, the panel is considered as a function of the volume of individual SMUs (same volume support, i.e. constant in each block), but all results are presented as a function of the mass (approximate). Block mass may vary depending on the density of the rock type predominant at each SMU.

The reduction in variability due to the increase in the mass can be calculated from the dispersion variance, according to:

$$\sigma^2 (v/V) = \bar{\gamma}(V/V) - \bar{\gamma}(v/v) \quad [4]$$

where  $\sigma^2 (v/V)$  is the dispersion variance of  $v$  (SMU) within a bigger unit  $V$  (blending pile),  $\bar{\gamma} (v/v)$  is the variance of  $v$  (SMU) through the year, and  $\bar{\gamma} (V/V)$  is the variance of a bigger unit  $V$  (blending piles) in the year.

Initially  $\bar{\gamma} (v/v)$  and  $\bar{\gamma} (V/V)$  are calculated. This can be done using the appropriated charts (Journel and Huijbregts, 1978) or obtained by averaging the variogram value between all possible pairs within a SMU (known as a 'gammabar'; Deutsch and Journel, 1998). For other examples on calculating dispersion variance, see Isaaks and Srivastava (1989), Pyrcz and Deutsch (2002), and Journel and Kyriakidis (2004). In this case, the value of  $\sigma^2 (v/D)$  is known for each simulation analysed, and is equal to the variance of the time series (grades of the continuous flow feeding the processing plant).

Thus, for each simulation of a continuous flow of ore that feeds the processing plant, or a blending and/or homogenization stack, it is necessary to calculate the experimental variogram of the grades and model it. As each simulation of continuous flow is a possible representation of reality, and all are slightly different, there are 50 possible temporal variograms. In the following discussion the variograms for just two of them are presented (simulations #30 and #46), which can be seen in Figure 2a and Figure 2b. In these figures, the variogram model is represented by a continuous black line. The lag used in the calculation of the experimental variogram (or chrono-variogram) for the continuous flow grades is approximately 2 hours and 55 minutes.

The variogram model can be seen in Equations [4] and [5] for simulations no. 30 and no. 46, respectively.

$$\gamma(h) = 4.71 + 4 * Sph\left(\frac{h}{4}\right) + 2 * Sph\left(\frac{h}{40}\right) \quad [5]$$

$$\gamma(h) = 5.66 + 5 * Sph\left(\frac{h}{3}\right) + 5.4 * Sph\left(\frac{h}{50}\right) \quad [6]$$

where each model is represented by a nugget effect,  $C_0$ , two spherical structures ( $Sph$ ) with  $C_1$  and  $C_2$  as their sill contribution, and ranges,  $a_1$  and  $a_2$ , respectively [ $g(h) = C_0 + C_1 * Sph(h/a_1) + C_2 * Sph(h/a_2)$ ]. Once the variogram for each simulation has been fitted, it can be further used to calculate the dispersion variance. Table I presents the results for five panels (combination of multiple blocks sizes) using simulations no. 30 and no. 46.

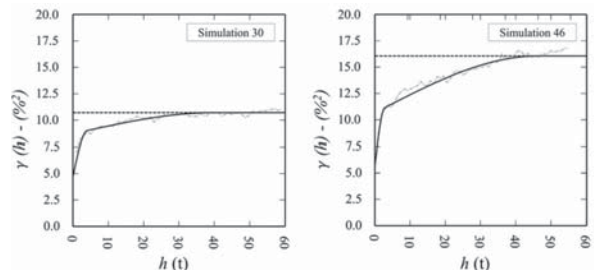


Figure 2 – Temporal variogram for simulation (a) 30 and simulation (b) 46. Each  $h$  represents approximately a time (t) of 2 h and 55 min

# Analysis of the dispersion variance using geostatistical simulation and blending piles

Table 1  
**Result of the dispersion variance of a 2 000 m<sup>3</sup> SMU within five increasing volumes – panels within the year - (simulation no. 30 and no. 46)**

h	Panel volume (m <sup>3</sup> )	Approximate mass (t)	Dispersion variance (% <sup>2</sup> )	
			Simulation 30	Simulation 46
1	2 000	7 173	0	0
5	10 000	35 867	6.31	8.34
8	16 000	50 214	7.25	9.44
15	30 000	107 601.2	9.09	10.59
29	58 000	208 029	8.93	11.74

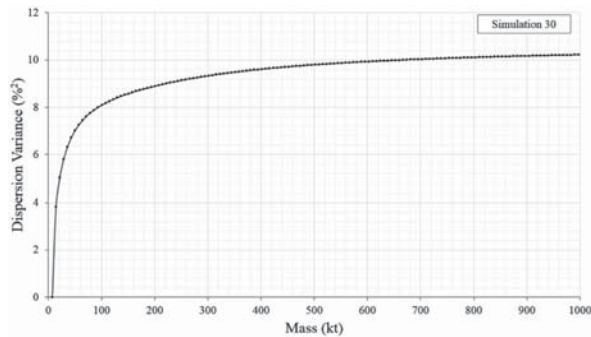


Figure 3—Dispersion variance of 2000 m<sup>3</sup> SMUs within different pile sizes (increasing mass) for simulation 32

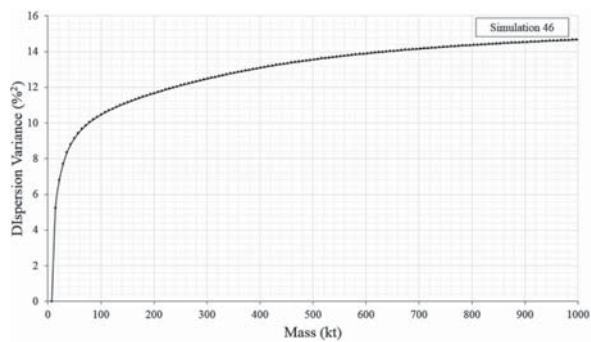


Figure 4—Dispersion variance of 2000 m<sup>3</sup> SMUs within different pile sizes (increasing mass) for simulation 46

Figure 3 and Figure 4 show the complete results for the dispersion variance of 2 000 m<sup>3</sup> SMUs within increasing pile sizes (or equivalent panel volumes) for simulations no. 30 and no. 46, respectively.

## Results

The variance of the final grade which feeds the processing plant is the sum of variability of the sources  $\sigma^2(v/V)$  and  $\sigma^2(V/D)$ . Figure 4 depicts the values for the total variability ( $\sigma^2$ ) of the grades due to the two sources listed *versus* the different blending pile sizes. The variability reduction associated with the increase of mass using the dispersion variance formula (area above the line) is shown in red

(continuous smooth line). The blue (jagged) line is the variability decay due to the increase of mass for different pile sizes using the numerical solution (numerical emulation of the pile grades). Note that although the blue line is less smooth than the red line, both share the same overall form. Also, Figure 5 and Figure 6 have different total variances (y-axis), but are equivalent in form and proportion.

The benefit of reducing the variability of the head grades obtained by using different blending pile sizes can be seen clearly in Figure 4. For instance, a 50 kt pile will lead to a

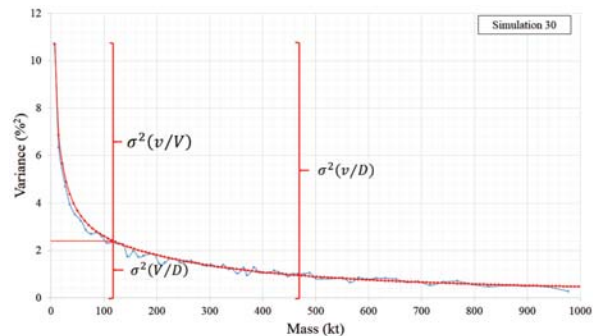


Figure 5—Variability decay due to the increase of mass for simulation 30.  $\sigma^2(v/V)$  refers to the dispersion variance of  $v$  (SMU) within a larger unit,  $V$  (blending piles),  $\sigma^2(V/D)$  refers to the variance among the blending piles along  $D$  (year analysed), and  $\sigma^2(v/D)$  refers to the dispersion variance of  $v$  (SMU) in  $D$  (year analysed)

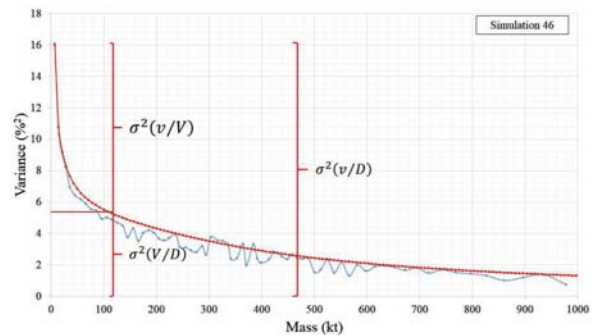


Figure 6—Variability decay due to the increase of mass for simulation 46.  $\sigma^2(v/V)$  refers to the dispersion variance of  $v$  (SMU) within a larger unit,  $V$  (blending piles),  $\sigma^2(V/D)$  refers to the variance among the blending piles along  $D$  (year analysed), and  $\sigma^2(v/D)$  refers to the dispersion variance of  $v$  (SMU) in  $D$  (year analysed)

# Analysis of the dispersion variance using geostatistical simulation and blending piles

reclaimed ore with a head grade variance approximately 50% less than would be obtained by feeding the plant directly with the grades of 7 173 t SMUs.

The calculation on variability reduction due to the increase in pile mass was repeated for 50 equally probable simulated block models using either Krige's relationship or numerical emulation (Marques and Costa, 2013). For the sake of comparison the resulting total variance of each simulation was standardized (equal to 1). Figure 7 shows the results using Krige's relationship, and Figure 8 shows the results for the numerical simulation.

The plots suggest an exponential decay in grade variability with an increase in pile size. This reproduces the volume-variance relationship discussed in Parker (1979). Consequently, the grades measured in the reclaimed ore from the piles will have a reduced variance when compared to the grade variability that would be obtained from feeding the processing plant block-by-block (or SMU-by-SMU).

It should be kept in mind that this reduction in variability will be obtained only if properly designed and operated homogenization piles (of the proper size and with the proper number of layers) are in place. This analysis is based on the heterogeneity of distribution, i.e. the way the material is distributed within a pile. The parts forming the stack differ among themselves and are different from the average content of the stack. Organizing the block or SMU forming the stack in different numbers of layers leads to a reduction of variation in the grades that will feed the processing plant. For each increment of mass, it is possible obtained a new time

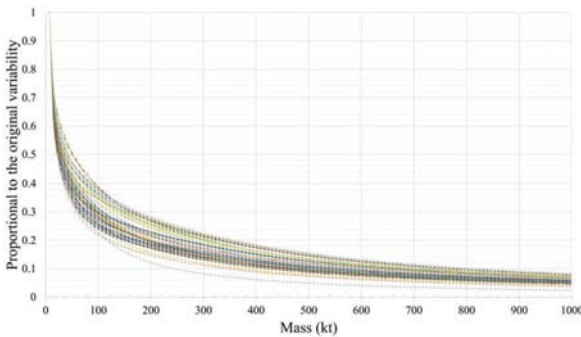


Figure 7—Reduction in variability due to the increase of mass for all 50 simulations using Krige's relationship

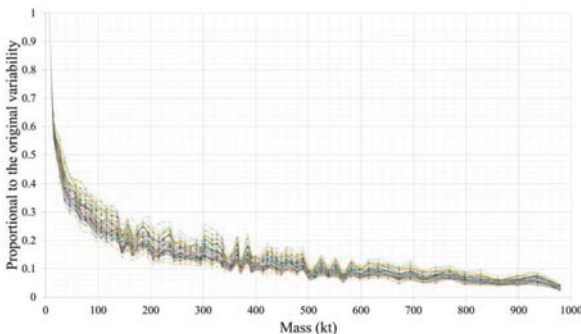


Figure 8—Reduction in variability due to the increase of mass for all 50 simulations using numerical simulation of real piles

series of the feed to the processing plant (from the formed homogenization piles). The larger the homogenization pile that is formed, the lower the uncertainty in this band of the time series (as long as the pile is adequately homogenized). A detailed proof of this topic can be seen in Marques and Costa (2013).

## Conclusions

The data used for modelling the variogram needed to calculate the variance of dispersion derives from simulated continuous flow and does not have the spatial structure of the original mineral deposit. The grades along the continuous flow follow the mining sequence and no longer have the spatial characteristics of the deposit. However, the sequence of values has its own temporal autocorrelation structure.

The dispersion variance decreases as the support increases. This relationship (volume-variance) is well known and the results corroborate the principle embedded in Krige's relationship. The simulation of a continuous flow was used to model the temporal variogram and to obtain the dispersion variance for various pile sizes. Additionally, a numerical simulation of various pile sizes gave very similar results.

The algorithm designed to predict the variability in the blending piles reflects the uncertainty associated with *in situ* grades. The use of estimated models (via any Kriging method, for instance) is not suitable for performing this type of analysis, as there is an excessive smoothing in the block grades.

The largest amount of variability reduction in the homogenization system is associated with the mass pile increase (inter-pile grade variability). However, the number of layers should also be also considered in the formation of a homogenization pile, as a pile with a large mass but improperly assembled will not lead to the expected reduction in variability.

## References

- ABICHEQUER, L.A., COSTA, J.F.C.L., PASTI, H.A., and KOPPE, J.C. 2010. Design of blending piles by geostatistically simulated models - A real case reconciliation. *International Journal of Mineral Processing*, vol. 99. pp. 21-26.
- ARMSTRONG, M. 1998. *Basic Linear Geostatistics*. Springer, Berlin.
- BERETTA, F.S., COSTA, J.F.C.L., and KOPPE, J.C. 2010. Reducing coal quality attributes variability using properly designed blending piles helped by geostatistical simulation. *International Journal of Coal Geology*, vol. 84, no. 2. pp. 83-93.
- BINNDORF, J. 2013. Application of efficient methods of conditional simulation for optimising coal blending strategies in large open pit mining operations. *International Journal of Coal Geology*, vol. 112. pp. 141-153.
- COSTA, J.F.L.C., KOPPE, J.C., MARQUES, D.M., COSTA, M.S.A., BATISTON, E.L., PILGER, G.G., and RIBEIRO, D.T. 2007. Incorporating *in situ* grade variability into blending piles design using geostatistical simulation. *Proceedings of the Third World Conference on Sampling and Blending*, Porto Alegre, Brazil, 23-25 October 2007. Costa, J.F.C.L. and Koppe, J.C. (eds.), Fundacao Luiz Englert. pp. 378-389.
- DEUTSCH, C.V. AND JOURNEL, A.G. 1998. *GSLIB. Geostatistical Software Library and User's Guide*. 2nd edn. Oxford University Press.
- DOWD, P.A. 1993. *Basic Geostatistics for the Mining Industry*. University of Leeds. (Monograph).

## Analysis of the dispersion variance using geostatistical simulation and blending piles

- GY, P. 1998. Sampling for Analytical Purposes. John Wiley& Sons, Chichester.
- ISAAKS, E.H. and SRIVASTAVA, M.R. 1989. An Introduction to Applied Geostatistics. Oxford University Press, New York.
- JOURNEL, A.G. 1974. Geostatistics for conditional simulation of ore bodies. *Economic Geology*, vol. 69, no. 5. pp. 673–687.
- JOURNEL, A.G. and HUIJBREGTS, C.J. 1978. Mining Geostatistics. Academic Press, New York.
- JOURNEL, A.G. and KYRIAKIDIS, P.C. 2004. Evaluation of Mineral Resources: A Simulation Approach. Oxford University Press, New York.
- KRIGE, D.G. 1951. A statistical approach to some mine valuation and allied problems on the Witwatersrand. MSc thesis, University of the Witwatersrand, Johannesburg.
- Krige, D.G. 1981. Lognormal-de Wijsian Geostatistics for Ore Evaluation. *South African Institute of Mining and Metallurgy*, Johannesburg.
- MARQUES, D.M., COSTA, J.F.C.L., RIBEIRO, D.T., and KOPPE, J.C. 2009. The evidence of volume variance relationship in blending and homogenisation piles using stochastic simulation. *Proceedings of the Fourth World Conference on Sampling and Blending*. Cape Town, South Africa, 21–23 October 2009. Southern African Institute of Mining and Metallurgy, Johannesburg. pp. 235–242.
- MARQUES, D.M. and COSTA, J.F.C.L. 2013. An algorithm to simulate ore grade variability in blending and homogenization piles. *International Journal of Mineral Processing*, vol. 120. pp. 48–55.
- PARKER, H. 1979. The volume variance relationship: a useful tool for mine planning. *Engineering and Mining Journal*, vol. 180. pp. 106–123.
- PYRCZ, M.J. and DEUTSCH, C.V. 2002. Geostatistical Reservoir Modeling. Oxford University Press, New York.
- RIBEIRO, D.T., ROGER, L.S., VIDIGAL, M., COSTA, J.F.C.L., and MARQUES, D.M. 2008. Conditional simulations to predict ore variability and homogenization pile optimal size: a case study of an iron deposit. *Proceedings of the Eighth International Geostatistics Congress*, Santiago, Chile, 1–5 December 2008. Ortiz J.M. and Emery X. (eds.). pp. 749–758.
- SCHOFIELD, C.G. 1980. Homogenisation/Blending Systems Design and Control for Minerals Processing. TransTech Publications, Zurich. ◆
-

# Capítulo 8

## Conclusões e Recomendações

Neste capítulo, são apresentadas as conclusões dessa tese fazendo uma análise retrospectiva para observar se a meta e objetivos expostos no Capítulo 1 foram atingidos.

Também, são colocadas recomendações para trabalhos futuros, baseados nas conclusões e citando tópicos que não foram abordados diretamente nessa tese, realizando novas metodologias que podem ser pesquisados e validados em novos trabalhos.

### 8.1 Conclusões

As metas dessa tese consistiam em analisar a possibilidade do uso de métodos estocásticos na análise de amostragem e homogeneização. Fazendo o uso de simulações geoestatísticas, foi possível desenvolver utilizar algoritmos específicos em cada tópico investigado, conforme descrito a seguir.

#### 8.1.1 Amostragem

Quanto maior a variabilidade do atributo analisado maior será o número de incrementos necessários para durante a amostragem garantir uma boa reconciliação entre os teores previstos pela mina e os teores que alimentam a planta de beneficiamento.

A continuidade espacial dos teores e sua variabilidade são reproduzidos em modelos com características estatísticas semelhantes de depósito real. Estes modelos são utilizados e podem ser utilizados o planejamento de lavra, permitindo a transformação de um modelo de blocos 3D em um fluxo contínuo em 1D, reproduzido a alimentação da planta de beneficiamento, pilhas de homogeneização ou o produto final. Esse fluxo contínuo de teores têm as características estatísticas dos teores reais (os quais são desconhecidos) e podem ser usados para simular um experimento variográfico.

Foi mostrado que o variograma temporal do fluxo contínuo não é algo fixo ao longo da vida da mina (ou em intervalos de tempo menor), podendo mudar significativamente ao longo do tempo. Definir o número de incrementos a serem extraídos do fluxo contínuo, a fim de garantir uma boa amostragem (e reconciliação), a partir dos variograma temporais feitos em um só momento da vida da mina, pode ser arriscado, levando a problemas de reconciliação.

Intervalos de amostragem diferentes podem ser testados (simulados) antes de uma nova mina entrar em funcionamento, ou seja, um experimento variográfico pode ser simulada sem amostrar-se fisicamente o fluxo contínuo.

### 8.1.2 Blendagem e homogeneização

A utilização de modelos equiprováveis do depósito permite que a estratégia de homogeneização por pilhas incorpore as possíveis flutuações apresentadas nas estimativas feitas nos blocos em uma determinada variável no depósito. A maior vantagem de incorporar essas flutuações à pilha de homogeneização será o conhecimento da faixa de variação do teor médio destes teores (banda de incerteza), possibilitando uma margem maior de negociação de contratos entre o produtor e o consumidor em relação às características de qualidade.

Os dados usados para a modelagem variográfica necessária para calcular a variância de dispersão derivam do fluxo contínuo simulado e não tem a estruturação espacial do depósito mineral de origem. Os teores ao longo do fluxo contínuo seguem a sequência de lavra e já não têm as características espaciais do depósito. No entanto, a sequência de valores tem a sua própria estrutura de auto-correlação temporal.

A variância de dispersão diminui com o aumento do suporte, ou seja a dispersão de  $V$  em  $D$  é menor que a dispersão de  $v$  em  $D$ . Esta relação (volume -variância) é bem conhecida e os resultados corroboram o princípio apresentado na relação de Krige. A simulação de um fluxo contínuo foi usada para modelar a variografia temporal e para obter a variância de dispersão para vários tamanhos de pilhas de homogeneização. As simulações numéricas da variabilidade de vários tamanhos de pilhas apresentaram resultados muito semelhantes aos calculados analiticamente com a relação de Krige.

O algoritmo projetado para prever a variabilidade nas pilhas de blendagem reflete a incerteza associada aos teores *in situ*. A utilização de modelos estimados (através de qualquer método de krigagem por exemplo) não é apropriado para a realização deste tipo de análise, uma vez que existe uma suavização excessiva nos teores dos blocos.

As pilhas de homogeneização se destacam pela flexibilidade na atenuação da variabilidade das características do material de alimentação. No entanto, como os custos de sua implementação são elevados, é necessário procurar as dimensões de pilha que ofereçam uma boa redução de variabilidade, tendo o menor custo de implementação.

A operação de um sistema de homogeneização traz diferentes ganhos na redução da variabilidade, dependendo do modo como é utilizado. Devem ser escolhidos os parâmetros de formação da pilha (tamanho e número de camadas), que satisfaçam as exigências de variabilidade máximas admitidas requeridas nas próximas etapas do processo.

O uso de um algoritmo criado para prever a variabilidade do minério nas pilhas de homogeneização reflete em seus resultados a incerteza associada ao fenômeno (mineralização). Para se obter resultados confiáveis, deve-se garantir a boa execução dos procedimentos da simulação geoestatística.

A maior quantidade de redução da variabilidade no sistema de homogeneização está associada com o aumento de massa pilha (variabilidade entre-pilhas). No entanto, o número de camadas deve

também ser considerada na formação de uma pilha de homogeneização. Uma pilha com uma massa grande, mas montado de forma inadequada, não irá conduzir à esperada redução da variabilidade.

O efeito da homogeneização será melhor obtido quanto maior for o número de camadas da pilha, porém esta metodologia demonstra que a partir de determinado número de camadas, a redução de variabilidade é praticamente nula.

## 8.2 Recomendações e trabalhos futuros

A seguir são apresentadas sugestões para trabalhos futuros relacionados com a pesquisa realizada na tese:

- O algoritmo de emulação de amostragem em fluxo contínuo foi desenvolvido inicialmente utilizando amostragem sistemática. Apesar de esse ser o método mais utilizado pela indústria, ele pode não ser eficiente caso os teores do fluxo contínuo apresentarem um comportamento cíclico. Assim, o algoritmo deve ser alterado para contemplar os métodos de amostragem randômica estratificada e completamente randômica, comparando os resultados de todos os métodos.
- Métodos alternativos para a definição do número de amostras a serem extraídas baseadas em variograma, tais como variância de extensão. Para executar esses cálculos, deve-se usar o variograma temporal do período a ser analisado (turno, dia, etc.).
- Os resultados gerados pelo algoritmo utilizando simulações geoestatísticas são parte de um estudo conceitual, baseado nas características de um depósito real, bem como a sequência dos blocos extraídos no período analisado. Entretanto, ainda é necessário realizar a reconciliação entre os dados obtidos por meio de simulações e dados reais obtidos por amostragem.
- O algoritmo teve seus resultados validados a partir de modelos numéricos, em diversos cenários hipotéticos em sua fase de desenvolvimento. No estudo de caso, seus resultados foram coerentes e dentro do esperado. Entretanto, não foi possível realizar uma reconciliação com os dados reais do complexo Vargem Grande, devido à baixa densidade de dados referentes às pilhas de homogeneização e a inexistência da sequência de lavra bloco a bloco. Recomenda-se a aplicação da metodologia em um caso real, o qual disponha de abundância de informações referentes à lavra e a pilhas de homogeneização, confrontando os dados reais com a banda de incerteza obtida a partir das simulações.
- Como o algoritmo permite realizar diversas variações em seus parâmetros, simulando diversos tipos de configurações, seria interessante a realização de um estudo com base econômica, analisando a relação entre largura da base e comprimento das pilhas e seu impacto nos custos de implementação. Um exemplo dessas relações pode ser visto em Ferreira (1989).

- Uma avaliação do impacto na alteração dos parâmetros de lavra sobre as pilhas de homogeneização poderia ser realizada com o auxílio das rotinas presentes no algoritmo.
- O algoritmo contempla apenas pilhas de homogeneização do tipo longitudinal. Entretanto, existem outros tipos de pilhas de homogeneização (tal como pilhas circulares), os quais poderiam ser implementados no BlendSim.



## Referências Bibliográficas

- FLSmidth (s. d.). FLSmidth: Circular Blending System. Disponível em: <<http://www.flsmidth.com/en-US/Products/Product+Index/All+Products/Storage/Circular+Blending+Store+System/CBS+-+Circular+Blending+System>>. Acessado em 13/04/2010.
- FLSmidth (s. d.). FLSmidth: Bucket Excavator Blending System. Disponível em: <<http://www.flsmidth.com/en-US/Industries/Categories/Products/Material+Handling/Storage/Bucket+Excavator+Store/BE+-+Bucket+Excavator+Store>>. Acessado em 13/04/2010.
- FLSmidth (s. d.). FLSmidth: Longitudinal Blending System. Disponível em: <<http://www.flsmidth.com/en-US/Products/Product+Index/All+Products/Storage/Longitudinal+Bridge+Scraper+Store/BS+-+Longitudinal+Bridge+Scraper+Store>>. Acessado em 13/04/2010.
- Abichequer, L.A., Costa, J.F.C.L., Pasti, H.A., Koppe, J.C., 2010. Design of blending piles by geostatistically simulated models: A real case reconciliation. *International Journal of Mineral Processing*, Vol. 99, pp. 21-26.
- Armstrong, M., 1998. *Basic Linear Geostatistics*. Springer, Berlin, 153p.
- Binndorf, J., 2013. Application of efficient methods of conditional simulation for optimising coal blending strategies in large open pit mining operations. *International Journal of Coal Geology*, Vol. 112, pp. 141-153.
- Blackwell, G.H., Anderson M., Ronson K., 1999. Simulated grades and open pit mine planning: resolving opposed positions. In: *Proceedings of the 28rd APCOM—International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry*, Colorado, pp. 205–215.
- Blackwell, G.H., SINCLAIR, A.J., 2002. *Applied Mineral Inventory Estimation*. Cambridge University Press, Cambridge, 381p.
- Beretta, F.S., Costa, J.F.C.L., Koppe, J.C., 2010. Reducing coal quality attributes variability using properly designed blending piles helped by geostatistical simulation. *International Journal of Coal Geology*, Vol. 84, nº 2, pp. 83-93.
- Bleines, C., Deraisme, J., Geffroy, F., Perseval, S., Rambert, F., Renard, D., Touffait, Y., 2001. *ISATIS software manual*. Geovariances and École des Mines de Paris, 531p.
- Bonato, F.S., Costa, J.F.C.L., Koppe, J.C. 2000. *Planejamento de Lavra Baseado na Variabilidade de Atributos Geológicos*. REM: Revista Escola de Minas, Vol. 53, nº 4, pp. 275-284.
- Bonato, F.S., 2000. *Planejamento de Lavra com Auxílio de Simulação Geoestatística*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 87p.

- Chierigati, A.C., Costa J.F.C.L., Delboni Jr, H., Peroni R.L., 2007. Proactive reconciliation in mining industry. In: Proceedings of the Third World Conference on Sampling and Blending, Porto Alegre, pp. 176–185.
- Chilès, J.P., 1984. *Simulation of a Nickel Deposit: Problems Encountered and Practical Solutions*. In: Verly, G., David, M., Journel, A. and Marechal, A. (Eds.) *Geostatistics for Natural Resources Characterization*. Reidel Publishing Company, Dordrecht, pp. 1015-1030.
- Chilès, J.P., Delfiner, P., 1999. *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*. John Wiley & Sons Ltd., New York, 695p.
- Clark, I., White, B., 1976. *Geostatistical Modelling of an Orebody as an Aid to Mine Planning*. Proceedings, 14<sup>th</sup> International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Colorado, U.S.A., pp 1004-1012.
- Clark, I., 1979. *Practical Geostatistics*. Applied Science Publishers Ltd., London, 129p.
- Costa, J.F., 1997. Developments in Recoverable Reserves Estimation and Ore Body Modelling. PhD thesis, WH Bryan Mining Geology Research Centre, University of Queensland. Brisbane.
- Costa, J.F.L.C., Koppe, J.C., Marques, D.M., Costa, M.S.A., Batiston, E.L., Pilger, G.G., Ribeiro, D.T., 2007. Incorporating in Situ Grade Variability into Blending Piles Design Using Geostatistical Simulation. Proceedings of the Third World Conference on Sampling and Blending, Porto Alegre, Brazil, 23-25 October. Costa, J.F.C.L. and Koppe, J.C. (eds.), pp. 378-389.
- Dagbert, M., 1981. *The Simulation of Space-Dependent Data in Geology*. In: Craig, R.G.; Labovitz, M. L. (Eds.) *Future Trends in Geomathematics*. Pion Limited, London, pp. 29-47.
- David, M., 1973. *Tools for Planning: Variances and Conditional Simulations*. Proceedings, Proceedings, 11<sup>th</sup> International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Arizona, U.S.A., pp. D10-D23.
- David, M., Dowd, P., Korobov, S., 1974. *Forecasting Departure from Planning in Open Pit Design and Grade Control*. Proceedings, 12<sup>th</sup> International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Colorado, U.S.A., pp. F131-F153.
- David, M., 1977. *Geostatistical Ore Reserve Estimation*. Developments in Geomathematics 2. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 364p.
- David, M., 1988. *Handbook of Applied Advanced Geostatistical Ore Reserve Estimation*. Developments in Geomathematics 6. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 216p.
- Deraisme, J., De Fouquet, C., Fraise, H., 1984. Geostatistical Orebody Model for Computer Optimization of Profits from Different Underground Mining Methods. Proceedings, 18<sup>th</sup> International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, London, pp. 583-590.
- Deutsch, C.V., Journel, A.G., 1998. *GSLIB. Geostatistical Software Library and User's Guide*, 2nd edn. Oxford University Press, New York, 369p.

- Dowd, P.A., 1993. *Basic Geostatistics for the Mining Industry*. Leeds, University of Leeds. (Monograph), 226p.
- Dowd, P.A., David, M., 1976. Planning from estimates: sensitivity of mine production schedules to estimation methods. *Math. Phys. Sci.*, Vol. 24, pp. 163–183.
- Ferreira, F.M., 1989. *Otimização do Projeto de Pátios de Homogeneização Através do Método da Simulação Condicional*. Dissertação de mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 114p.
- Ferreira, F.M., Chaves, A.P., Delboni, H., 1992. *Conditional Simulation Method for Design of Blending Piles*. Proceedings, 23<sup>th</sup> International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Phoenix, U.S.A., pp. 615-623
- Gambin, F., 2003. *Aperfeiçoamento da Estratégia de Homogeneização de Minérios Utilizando Simulação Geoestatística*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 96p.
- Gambin, F., Costa, J.F.C.L., Koppe, J.C., 2005. *Estratégia de controle de qualidade de minério na lavra usando simulação geoestatística*. REM: Revista Escola de Minas, Vol. 58, Nº 4, pp. 193-200.
- Gerstel, A.W., Werner, J.W., 1996. *Computer Simulation Program for Blending Piles*. Bulk Solids Handling, Vol. 16, nº 1, pp. 49-58.
- Goovaerts, P., 1997. *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. Oxford University Press, New York, 483p.
- Grigorieff, A, Costa, J.F.C.L, Koppe, J., 2005. Variogram of a continuous flow—a tool for designing sampling increments. In: Proceedings of the Second World Conference on Sampling and Blending, Melbourne, pp. 27–31.
- Gy, P.M., 1998. *Sampling for Analytical Purposes*. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, 153p.
- Hustrulid, W., Kuchta, M., 1995. *Open Pit Mine Planning & Design Fundamentals*. A. A. Balkema, Rotterdam, Vol. 1, 636p.
- Isaaks, E.H., Srivastava, M.R., 1989. *An Introduction to Applied Geostatistics*. Oxford University Press, New York, 561p.
- Journel, A.G., 1974. *Geostatistics for Conditional Simulation of Ore Bodies*. Economic Geology, Vol. 69, nº 5, pp. 673-687.
- Journel, A.G., Huijbregts, C.J., 1978. *Mining Geostatistics*. Academic Press, London, 600p.
- Journel, A.G., 1979, Geostatistical simulation: methods for exploration and mine planning. *Eng. Min. J.*, Vol 180, nº 12, pp. 86-91.
- Journel, A.G., Isaaks E.H., 1984. Conditional indicator simulation: application to a Saskatchewan uranium deposit. *Math. Geol.* 16, 685–718.
- Journel, A.G., Kyriakidis, P.C. (2004). *Evaluation of mineral resources: A simulation approach*. New York, Oxford University Press, 216p.

- Krige, D.G., 1951. A statistical approach to some mine valuation and allied problems on the Witwatersrand. MSc thesis, University of the Witwatersrand, Johannesburg.
- Krige, D.G., 1981. Lognormal-de Wijsian Geostatistics for Ore Evaluation. Johannesburg, South African Institute of Mining and Metallurgy.
- Koppe, V.C., Costa, J.F.C.L., Koppe, J.C., 2009. Algorithm to help additional drilling location. In: Proceedings of the 34th APCOM—International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Vancouver, pp. 87-93.
- Marques, D.M., Costa, J.F.C.L., Ribeiro, D.T., Koppe, J.C., 2009. The evidence of volume variance relationship in blending and homogenization piles using stochastic simulation. Proceedings of Fourth World Conference on Sampling and Blending. Cape Town, South Africa, 21-23 October 2009. Southern African Institute of Mining and Metallurgy, pp. 235-242.
- Marques, D.M., Costa, J.F.C.L., Ribeiro, D.T., Stangler, R.L., Castro, E.B., Koppe, J.C., 2010. *A comprovação da relação volume x variância na homogeneização da sílica em minério de ferro*. REM: Revista Escola de Minas, Vol. 63, nº 2, pp. 355-361.
- Marques, D.M., Costa, J.F.C.L., 2013. An algorithm to simulate ore grade variability in blending and homogenization piles. Int. J. Miner. Process. Vol. 120, pp. 48-55.
- Minkkinen, P., Paakkunainen, M., 2005. Direct estimation of sampling variance from time series measurements—comparison to variographic analysis. In: Proceedings of the Second World Conference on Sampling and Blending, Melbourne, pp. 39–44
- Matheron, G., 1963. *Principles of Geostatistics*. Economic Geology, Vol. 58, pp. 1246-1266.
- Matheron, G., 1973. *The Intrinsic Random Functions and Their Applications*. Advances in Applied Probability, Vol. 5, pp. 439-468.
- Matheron, G., 1982. *La d'Estructuration des Hautes Teneurs et le Krigeage des Indicatrices*. Internal report N-761, Centre de Géostatistique, Ecole des Mines de Paris, Fontainebleau, 33p.
- Myers, J.C., 1996. Geostatistical Error Management: Quantifying Uncertainty For Enviromental Sampling And Mapping. Van Nostrand Reinhold, New York, 545p.
- Nowak, M.S., Srivastava R.M., Sinclair A.J., 1993. Conditional simulation, a mine planning tool for a small gold deposit. In: Proceedings of Geostatistics Troia '92, Troia, pp. 977-987.
- Pilger, G.G., 2000. *Critérios para Locação Amostral Baseados em Simulação Estocástica*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 127p.
- Pitard, F.F., 1993. Pierre Gy's Sampling Theory and Sampling Practice. Heterogeneity, Sampling Correctness, and Statistical Process Control. CRC Press, Boca Raton, 2ª Edição, 488p.
- Parker, H., 1979. The volume variance relationship: a useful tool for mine planning. Engineering and Mining Journal, Vol. 180, pp. 106-123.

- Peroni, R.L., Koppe, J.C., Costa J.F.C.L., 2003. Considering in situ grade variability during mining sequence. In: Proceedings of the 31st APCOM—International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Cape Town, pp. 15–18.
- Pyrcz, M.J., Deutsch, C.V., 2002. Geostatistical Reservoir Modeling. Oxford University Press, New York, 376p.
- Ravenscroft, P.J., 1992. Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation. Trans. Inst. Min. Metall. Vol. 101, pp. A104–A108.
- Ribeiro, D.T., Roger, L.S., Vidigal, M., Costa, J.F.C.L., Marques, D.M. (2008). Conditional simulations to predict ore variability and homogenization pile optimal size: a case study of an iron deposit. Proceedings of the Eighth International Geostatistics Congress, Santiago, Chile, 1-5 December, Ortiz J.M. and Emery X. (eds.), pp. 749-758.
- Rose, C.D., 2008. A fractal sampling model for mineral commodities. In: Proceedings of the Sampling 2008 Conference, Perth, pp. 127–133.
- Rossi, M.E., 1999. Uncertainty and risk models for decision-making. In: Proceedings of the 28th APCOM—International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry, Golden, pp. 185–195.
- Ravenscroft, P.J., 1992. *Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation*. Institution of Mining and Metallurgy, Vol. 101, pp. A104-A108.
- Ribeiro, D.T., 2007. *PDFseq: Mine Scheduling Simulation Based on Block Probability Distribution Function: An Iron Ore Application*. Proceedings, 33<sup>th</sup> International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Santiago, Chile, pp. 369-374.
- Rossi, M.E., 1999. Uncertainty and Risk Models for Decision-Making Processes. Proceedings, 28<sup>th</sup> International Symposium on Computer Applications in the Mineral Industries, Colorado, U.S.A, pp. 185-195.
- Sans, H.J., Olzard, K.L., 2005. Assessment of mill-feed sampling strategies based on a variographic experiment. In: Proceedings of the Second World Conference on Sampling and Blending, Melbourne, pp. 219–225.
- Saunders, I.W, Robinson, G.K., 1989. Restricted stratified random sampling. Int. J. Miner. Process. Vol. 25, pp. 159–166.
- Saunders, I.W., Robinson, G.K., Lwin, T., Holmes, R.J., 1989. A simplified variogram method for determining the estimation error variance in sampling from a continuous stream. Int. J. Miner. Process. Vol. 25, pp. 175-198.
- Sinclair, A.J., Blackwell, G.H., 2002. Applied Mineral Inventory Estimation. Cambridge University Press, Cambridge, 381p
- Schofield, C.G., 1980. Homogenisation/Blending Systems Design and Control for Minerals Processing. TransTech Publications, Germany, 236p.

- Souza, L.E. 2002. *Estimativa de Incertezas e suas Aplicações na Classificação de Recursos Minerais*. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 170p.
- Souza, L.E., Costa, J.F.C.L., Koppe, J.C., 2004. *Uncertainty Estimate in Resources Assessment: A Geostatistical Contribution*. Natural Resources Research, Vol. 13, pp. 1-5.
- Souza, L.E. 2007. *Proposição Geoestatística Para Quantificação do Erro em Estimativas de Tonelagens e Teores*. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 193p.
- Valente, J.M.G.P., 1982. *Geomatématica: Lições de Geoestatística*. Fundação Gorceix, Ouro Preto, Vol. 6, 323p.