

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas,
Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M)

**METODOLOGIA PARA PREVER RECUPERAÇÃO DE ZINCO EM PLANTA DE
BENEFICIAMENTO**

Mara Cássia Alves Vieira

Dissertação para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, RS

2016

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas,
Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M)

METODOLOGIA PARA PREVER RECUPERAÇÃO DE ZINCO EM PLANTA DE BENEFICIAMENTO

Mara Cássia Alves Vieira

Dissertação realizada no Laboratório de Pesquisa Mineral e Planejamento Mineiro da Escola de Engenharia da UFRGS, dentro do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais (PPGE3M), como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração: Tecnologia Mineral, Ambiental e Metalurgia Extrativa

Porto Alegre, RS

2016

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração de Metalurgia Extrativa e Tecnologia Mineral, e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora do Curso de Pós-Graduação.

Orientador:

Prof. Dr. João Felipe Coimbra Leite Costa

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Amílcar Soares

Prof. Dra. Vanessa Koppe

Prof. Dra. Vlândia Souza

Prof. Dr. Carlos Pérez Bergmann

Coordenador do PPGE3M

Grandes coisas fez o Senhor por nós e por isso estamos alegres.

Sl. 126:3

AGRADECIMENTOS

A Deus, por dirigir sempre os meus passos.

Ao Prof. Dr. João Felipe Costa pela orientação, por todos os conselhos e apoio.

A todos que de alguma forma ajudaram na elaboração desse trabalho, em especial ao Dr. Diego Marques, à Dra. Vanessa Koppe, ao geólogo Artur Saldanha e aos colegas Rafael Caixeta, Sr. e Sra. Ronald, Bruno Kuckartz e Marcelo Batelochi.

À Votorantim Metais pela concessão dos dados e suporte por parte dos profissionais.

Ao anjo Alex de Oliveira pela confiança e assistência.

À minha querida irmã Cláudia e à Elren, Pamily, Claudinha, Diana e Alberito, por ser minha família em Porto Alegre e proporcionar momentos agradabilíssimos.

Ao pastor Francisco e às obreiras Lenira, Tatiane e Isabel pelas orações e conselhos.

À Capes, pela bolsa concedida.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	IX
LISTA DE TABELAS	XVI
RESUMO	XIX
ABSTRACT	XX
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Contexto	1
1.2 Estado da arte	2
1.3 Prós e contras da metodologia disponível na literatura	4
1.3.1 Supersecundária	5
1.3.2 Análise dos componentes principais - PCA.....	6
1.3.3 Função de transferência	7
1.3.4 Teorema de Bayes.....	7
1.3.5 Krigagem de indicadores e cokrigagem dos indicadores	10
1.3.6 Regressão linear	11
1.3.7 Esperança condicional alternativa (<i>Alternating Conditional Expectation – ACE</i>)	11
1.3.8 Métodos utilizados nesse trabalho	12
1.4 Problema	13
1.5 Objetivo	13
1.6 Metodologia	13
1.7 Contribuição esperada.....	19
1.8 Organização da dissertação	19
2 FLOTAÇÃO.....	20
2.1 Introdução.....	20

2.2 Hidrofobicidade e hidrofiliçidade	21
2.3 Reagentes	22
2.3.1 Coletor	23
2.3.2 Espumantes.....	25
2.3.3 Modificadores.....	26
2.4 Circuitos de beneficiamento	27
2.5 Recuperaçãõ	28
2.6 Circuito de beneficiamento de zinco na unidade de Vazante	29
2.6.1 Circuito <i>W</i>	29
2.6.2 Circuito <i>C</i>	38
2.6.3 Problemas da flotaçãõ da unidade de Vazante.....	43
3 REGRESSÃõ LINEAR	45
3.1 Correlaçãõ	45
3.1.1 Coeficiente de correlaçãõ de Pearson	45
3.1.2 Coeficiente de correlaçãõ <i>rank</i>	46
3.2 Regressãõ linear simples	47
3.3 Regressãõ linear múltipla	48
3.3.1 Regressãõ linear considerando a média dos dados	51
3.3.2 Regressãõ polinomial.....	51
3.4 Intervalo de confiançã.....	53
3.4.1 Intervalo de confiançã para regressãõ linear simples	53
3.4.2 Intervalo de confiançã para regressãõ linear múltipla.....	54
3.5 Métodos de avaliaçãõ da regressãõ	54
3.5.1 Coeficiente de determinaçãõ - R^2	55
3.5.2 Teste de hipóteses.....	56
3.5.3 Análise de variância – ANOVA.....	57

3.5.4	Análise de sensibilidade baseada em regressão	59
4	KRIGAGEM DE INDICADORES	64
4.1	Krigagem de indicadores - KI	64
4.2	Semivariograma.....	65
4.3	Krigagem	66
4.3.1	Krigagem simples de indicadores	67
4.3.2	Krigagem ordinária de indicadores.....	68
4.3.3	Krigagem dos indicadores pela mediana	68
4.4	Correção de desvios de relação de ordem	69
5	ESTUDO DE CASO – MODELAGEM DE TIPOLOGIAS GEOMETALÚRGICAS 72	
5.1	Contexto geológico	72
5.1.1	Geologia Local	76
5.1.2	Minério	77
5.2	Modelagem tipológica da mina Vazante	78
5.2.1	Análise exploratória dos dados	78
5.2.2	Variografia	81
5.2.3	Krigagem de indicadores	84
5.2.4	Validação da krigagem.....	85
5.2.5	Classificação tipológica dos blocos.....	94
5.3	Modelagem tipológica da mina Extremo Norte	96
5.3.1	Análise exploratória dos dados	96
5.3.2	Variografia.....	99
5.3.3	Krigagem.....	101
5.3.4	Resultado	102
5.3.5	Validação da krigagem.....	104
5.3.6	Classificação tipológica dos blocos.....	112

5.4	Considerações finais	114
6	ESTUDO DE CASO – ESTIMATIVA DA RECUPERAÇÃO METALÚRGICA DE ZINCO	116
6.1	Banco de dados geometalúrgico	116
6.2	Análise exploratória dos dados.....	120
6.3	Correlação entre diversas variáveis e a recuperação metalúrgica de zinco .	122
6.4	Definição do modelo de regressão linear	126
6.4.1	Modelo de regressão linear múltipla, com teor de alimentação de zinco, porcentagem de brecha dolomítica e de brecha willemítica como variáveis explicativas	126
6.4.2	Modelo de regressão linear múltipla, com teor de alimentação de zinco e porcentagem de brecha dolomítica como variáveis explicativas.....	130
6.5	Krigagem do teor de zinco	131
6.5.1	Variografia.....	131
6.5.2	Krigagem ordinária do teor de zinco	133
6.5.3	Subblocagem	134
6.5.4	Resultado	135
6.5.5	Estimativa da porcentagem de brecha dolomítica.....	136
6.6	Cálculo da recuperação metalúrgica por <i>stope</i>	136
6.7	Intervalo de confiança.....	139
6.8	Validação	141
6.9	Considerações finais	144
7	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	145
7.1	Conclusões.....	145
7.2	Recomendações.....	147
	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....	148

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Representação esquemática de (a) dada a causa, trabalha-se com o efeito ou resultado e (b) dados os resultados, trabalha-se com a causa, sendo esta uma função de verossimilhança (<i>likelihood function</i>). Fonte: Sivia, 1996	8
Figura 1.2 - Histogramas dos dados agrupados de teor de zinco e da recuperação, respectivamente, provenientes do banco de dados geometalúrgico.....	14
Figura 1.3 - Histogramas mostrando o número de amostras litológicas e o número de amostras com teor de zinco, respectivamente, na mina Vazante	16
Figura 1.4 - Histogramas mostrando o número de amostras litológicas e o número de amostras com teor de zinco, respectivamente, na mina Extremo Norte	16
Figura 1.5 – Fluxograma para o prognóstico da recuperação de zinco.....	18
Figura 2.1 - Ângulo de contato entre a bolha de ar, a partícula sólida e o líquido...	21
Figura 2.2 - Esquema genérico de um tanque de flotação. Fonte: Rubim, 2013.....	22
Figura 2.3 - Exemplo de estrutura heteropolar	23
Figura 2.4 - Classificação dos coletores.....	25
Figura 2.5 - Circuito de flotação. Fonte: Chaves, 2006	28
Figura 2.6 - Fluxograma da britagem do circuito <i>W</i> de Vazante. Fonte: Votorantim, 2015	31
Figura 2.7 - Fluxograma dos circuitos de flotação da unidade Vazante. Fonte: Votorantim, 2015.....	33
Figura 2.8 - Fluxograma do processo de flotação Bulk de sulfetos. Fonte: Bechir, 2012	35
Figura 2.9 - Fluxograma da flotação seletiva de chumbo e prata. Fonte: Bechir, 2012	36
Figura 2.10 - Fluxograma da etapa <i>cleaner</i> da flotação <i>W</i> . Fonte: Bechir, 2012.....	37
Figura 2.11 - Fluxograma das etapas <i>rougher</i> e <i>scavenger</i> da flotação <i>W</i> . Fonte: Bechir, 2012	38

Figura 2.12 - Fluxograma da britagem C.....	39
Figura 2.13 - Fluxograma da moagem C.....	40
Figura 2.14 - Fluxograma da etapa <i>cleaner</i> da flotação C.....	41
Figura 2.15 - Fluxograma das etapas <i>rougher</i> e <i>scavenger</i> da flotação C.....	42
Figura 2.16 - Fluxograma dos materiais de zinco da Votorantim Metais. Modificado de Biava e Rezende, 2006.....	43
Figura 3.1 - Representação gráfica de uma função de regressão múltipla. Fonte: Fotheringham, 2002.....	49
Figura 3.2 - Gráfico de uma regressão quadrática.....	52
Figura 3.3 - Distribuição de uma variável.....	53
Figura 3.4 - Exemplo hipotético do diagrama Tornado Estendido. As barras amarelas correspondem aos coeficientes de sensibilidade (ou de sensibilidade estandardizados) positivos, e as barras verdes, aos coeficientes de sensibilidade negativos. As barras laranjadas correspondem aos termos de interação positivos, e as azuis, aos termos de interação negativos. As barras verdes claras, localizadas no fim das barras maiores, correspondem ao intervalo de confiança, em um determinado nível de confiança α	63
Figura 4.1 - Correção dos problemas de relação de ordem. A cdf corrigida é uma média das correções ascendente e descendente. Fonte: Rossi e Deutsch, 2014...	71
Figura 5.1 - Localização da cidade de Vazante.....	72
Figura 5.2 - Mapa geológico regional da Faixa Brasília e da margem oeste do cráton do São Francisco, modificado de Dardenne (2000, <i>apud</i> Marques, 2009). O retângulo vermelho corresponde à área estudada.....	73
Figura 5.3 - Coluna estratigráfica do Grupo Vazante (modificado de Dardenne, 2000, <i>apud</i> Neves, 2011).....	75
Figura 5.4 - Seção esquemática da geologia na mina Vazante - seção 11000E. Modificado de Hitzman <i>et al.</i> (2003) <i>apud</i> Bhering, 2009.....	77
Figura 5.5 - Furos realizados na mina Vazante.....	79

Figura 5.6 - Seção geológica da mina Vazante.....	80
Figura 5.7 - Histograma das tipologias da mina Vazante	81
Figura 5.8 - Variograma do Indicador 2 nos eixos de máxima, média e mínima continuidades	84
Figura 5.9 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 1, respectivamente	86
Figura 5.10 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 2, respectivamente	86
Figura 5.11 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 3, respectivamente	87
Figura 5.12 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 4, respectivamente	87
Figura 5.13 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 5, respectivamente	88
Figura 5.14 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 6, respectivamente	88
Figura 5.15 - Seção NW-SE do indicador 1.....	89
Figura 5.16 - Seção NW-SE do indicador 2.....	89
Figura 5.17 - Seção NW-SE do indicador 3.....	90
Figura 5.18 - Seção NW-SE do indicador 4.....	90
Figura 5.19 - Seção NW-SE do indicador 5.....	91
Figura 5.20 - Seção NW-SE do indicador 6.....	91
Figura 5.21 - Análise de deriva da krigagem do indicador 1 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente.....	92
Figura 5.22 - Análise de deriva da krigagem do indicador 2 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente.....	92
Figura 5.23 - Análise de deriva da krigagem do indicador 3 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente.....	93

Figura 5.24 - Análise de deriva da krigagem do indicador 4 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente.....	93
Figura 5.25 - Análise de deriva da krigagem do indicador 5 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente.....	93
Figura 5.26 - Análise de deriva da krigagem do indicador 6 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente.....	94
Figura 5.27 - Exemplo da classificação da tipologia de um dado bloco, a partir da estimativa da probabilidade de ocorrência de cada tipologia.....	94
Figura 5.28 - Histograma das tipologias do depósito dos dados originais desagrupados e dos dados estimados, respectivamente.....	95
Figura 5.29 – Seção vertical da modelagem das tipologias geometalúrgicas da mina Vazante.....	95
Figura 5.30 - Mapa com a localização dos furos da mina Extremo Norte	96
Figura 5.31 - Histograma das tipologias da mina Extremo Norte desagrupadas pelo método do vizinho mais próximo.....	98
Figura 5.32 - Demonstração da realização da krigagem hierárquica	99
Figura 5.33 - Histograma da zona brechada, onde 1 indica a zona brechada	99
Figura 5.34 - Variograma do indicador 2 nos eixos de máxima, média e mínima continuidades.....	100
Figura 5.35 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem dos indicadores realizada dentro da zona brechada, respectivamente	103
Figura 5.36 - - Histograma dos dados originais desagrupados e do modelo krigado das rochas localizadas fora da zona brechada, respectivamente	103
Figura 5.37 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 1, respectivamente	104
Figura 5.38 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 2, respectivamente	105

Figura 5.39 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 3, respectivamente	105
Figura 5.40 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 4, respectivamente	106
Figura 5.41 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 5, respectivamente	106
Figura 5.42 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 6, respectivamente	107
Figura 5.43 - Seção NW-SE da krigagem do indicador 1	107
Figura 5.44 - Seção NW-SE da krigagem do indicador 2	108
Figura 5.45 - Seção NW-SE da krigagem do indicador 3	108
Figura 5.46 - Seção NW-SE da krigagem do indicador 4	109
Figura 5.47 - Seção NW-SE da krigagem do indicador 5	109
Figura 5.48 - Seção NW-SE da krigagem do indicador 6	110
Figura 5.49 - Análise de deriva da krigagem do indicador 1 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente	111
Figura 5.50 - Análise de deriva da krigagem do indicador 2 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente	111
Figura 5.51 - Análise de deriva da krigagem do indicador 3 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente	111
Figura 5.52 - Análise de deriva da krigagem do indicador 4 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente	112
Figura 5.53 - Análise de deriva da krigagem do indicador 5 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente	112
Figura 5.54 - Análise de deriva da krigagem do indicador 6 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente	112
Figura 5.55 - Histograma da proporção das tipologias dos dados originais e dos dados estimados, respectivamente	113

Figura 5.56 – Seção vertical da modelagem tipológica da mina Extremo Norte ...	114
Figura 6.1 – Mapa com a localização das amostras geometalúrgicas nas minas Vazante e Extremo Norte	117
Figura 6.2 - Histograma cumulativo da percentagem de BXD e BXW nos stopes	120
Figura 6.3 - Proporção de BXH e estéril nos stopes	120
Figura 6.4 - Histogramas do teor de zinco e da recuperação metalúrgica do metal	121
Figura 6.5 - Histograma dos dados de teor de zinco desagrupados	122
Figura 6.6 - Histograma dos dados de recuperação de zinco desagrupados.....	122
Figura 6.7 - Matriz de correlação entre o teor de alimentação de zinco, o teor de concentrado na etapa <i>rougher</i> , o grau de enriquecimento, as tipologias e a recuperação metalúrgica.....	123
Figura 6.8 - Diagrama de dispersão entre a recuperação metalúrgica e (a) o teor de alimentação de zinco, (b) o teor do concentrado da etapa <i>rougher</i> , (c) o grau de enriquecimento de zinco, (d) a percentagem de brecha willemítica (BXW) no <i>stope</i> e (e) a percentagem de brecha dolomítica (BXD) no <i>stope</i>	125
Figura 6.9 - Variograma do teor de zinco na mina Vazante, nas direções N55/0, N145/35 e D-90	132
Figura 6.10 - Variograma do teor de zinco na mina Extremo Norte nos eixos N30/0, N120/25 e N120/115	133
Figura 6.11 - Correlação entre a densidade medida e a soma dos teores de zinco e ferro.....	135
Figura 6.12 - Histograma do teor de zinco estimado nas minas Vazante e Extremo Norte, respectivamente	135
Figura 6.13 - Mapa com a recuperação estimada nos <i>stopes</i> disponíveis	137
Figura 6.14 - Histograma da recuperação calculada nos <i>stopes</i> disponíveis.....	138
Figura 6.15 – Gráfico tridimensional dos valores previstos de recuperação metalúrgica em função do teor de zinco e da percentagem de BXD no <i>stope</i>	138

Figura 6.16 - Intervalo de confiança do valor médio da recuperação metalúrgica para um nível de significância α de 5%.....	140
Figura 6.17 - Diagrama de dispersão dos valores médios de testes laboratoriais da recuperação metalúrgica <i>versus</i> recuperação calculada	142
Figura 6.18 - Histograma do erro (valores absolutos e porcentagem, respectivamente).....	143

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Exemplo de surfatantes da classe dos tio-compostos	24
Tabela 2.2 - Exemplo de surfatantes da classe dos não iônicos	26
Tabela 3.1 - Decisão no teste de hipóteses.....	56
Tabela 3.2 - Exemplo de tabela de análise de variância (ANOVA).....	59
Tabela 5.1 - Espessura das amostras realizadas nas brechas da mina Vazante	79
Tabela 5.2 - Parâmetros do grid da mina Vazante	84
Tabela 5.3 - Parâmetros utilizados nas krigagens dos indicadores	85
Tabela 5.4 - Estatística da espessura das amostras das brechas realizadas na mina Extremo Norte	97
Tabela 5.5 - Parâmetros do grid da mina Extremo Norte.....	102
Tabela 5.6 - Parâmetros utilizados nas krigagem dos indicadores.....	102
Tabela 6.1 - Porcentagem das tipologias, número de amostras e número de furos utilizados para compor cada amostra geometalúrgica	118
Tabela 6.2 - Sumário estatístico do número de furos e do número de amostras utilizados para compor uma amostra geometalúrgica.....	119
Tabela 6.3 – Análise de variância para testar a significância da regressão.....	129
Tabela 6.4 – Teste para os coeficientes individuais de regressão.....	129
Tabela 6.5 - Análise de variância para testar a significância da regressão	131
Tabela 6.6 - Parâmetros utilizados na krigagem ordinária de zinco na mina Vazante	134
Tabela 6.7 - Parâmetros utilizados na krigagem ordinária de zinco na mina Extremo Norte	134
Tabela 6.8 - Estatística das estimativas de zinco realizadas nas minas Vazante e Extremo Norte	136

Tabela 6.9 - Sumário estatístico da recuperação calculada para os <i>stopes</i> disponíveis	138
Tabela 6.10 - Limites superior e inferior do intervalo de confiança da recuperação metalúrgica com um nível de significância α de 5%.....	139
Tabela 6.11 - Comparação entre os valores de recuperação calculados com os valores de testes laboratoriais e o resíduo associado.....	141
Tabela 6.12 - Sumário estatístico do erro	143

LISTA DE DIAGRAMAS

- Diagrama 6.1** - Tornado Estendido das variáveis recuperação, teor de alimentação de Zn, porcentagem de BXD e de BXW, com os coeficientes de sensibilidade plotados..... 128
- Diagrama 6.2** - Tornado Estendido das variáveis recuperação, teor de alimentação de Zn, porcentagem de BXD e de BXW, com os coeficientes de sensibilidade estandardizados plotados 128
- Diagrama 6.3** - Tornado Estendido das variáveis recuperação metalúrgica, teor de alimentação de Zn e BXD, com os coeficientes de sensibilidade estandardizados plotados..... 130

RESUMO

O desempenho do processamento mineral é influenciado por diversos fatores geológicos, como composição mineralógica, grau de alteração da rocha, teor de contaminantes, dureza, além de fatores do processo, como tipos e dosagem de reagentes utilizados na flotação, vazão de entrada de água/gás na célula, presença de lamas, entre outros. Contudo, por não apresentarem uma relação linear com o desempenho da planta, a predição desse desempenho, de um modo geral, é complicada. O estudo da relação entre as variáveis do processo e as propriedades da rocha permite prognosticar o desempenho dos processos metalúrgicos, aumentar a recuperação do minério, avaliar os riscos associados ao projeto e fazer uma análise econômica mais acurada deste. Assim, geologia e metalurgia, quando associadas a um bom planejamento de lavra, proporcionam melhor aproveitamento do recurso mineral, que, por sua vez, maximiza o valor econômico do empreendimento. Em vista disso, o objetivo do presente estudo é identificar e modelar as variáveis geológicas que interferem no beneficiamento de um minério silicatado de zinco e estimar a recuperação metalúrgica deste. As variáveis geológicas que interferem no processo foram identificadas por meio de testes de bancada e análises estatísticas multivariadas. Posteriormente, foram modeladas por meio de krigagem ordinária e krigagem de indicadores e, através de um modelo de regressão linear múltipla, a recuperação foi estimada com um intervalo de confiança de 95%. Com essa metodologia, foi possível obter o prognóstico da recuperação metalúrgica de zinco, cujo resultado mostrou boa aderência com os dados originais de testes de bancada, com uma porcentagem média de erro de 4%. Desta forma, a incorporação de variáveis geológicas permitiu estimar de modo mais preciso e acurado a resposta do minério na flotação. Portanto, a geometalurgia, através da integração de variáveis geológicas e teor do minério, provou ser uma ferramenta eficaz para a estimativa da recuperação metalúrgica de zinco, possibilitando melhorias no planejamento de lavra, nas rotas do processo, no beneficiamento e nos processos metalúrgicos.

ABSTRACT

A mineral processing plant performance is affected by several geologic factors, such as ore mineralogical composition, degree of alteration, contaminants grade, and hardness. Additionally, processing factors including type and dosage of flotation reagents, water/gas flow in flotation cells and mud content affect ore mass recovery. Unfortunately, the relationship between these factors is nonlinear, imposing severe difficulties to predict plant performance. The study between the interaction of process variables and rock properties allows metallurgical process performance prediction, increasing the ore recovery, providing risk assessment and accurate economic evaluation of the future mining operation. Thereby, geology and metallurgy, associated with a good mine planning, enhance mining efficiency, which, in turn, maximizes the economic value of the enterprise. Seeing that, the aim of this study is to identify and to model geological variables that interfere in the industrial process of a zinc silicate ore and estimate its metallurgical recovery. The geological variables affecting plant performance were identified by laboratory tests and multivariate statistics analysis. Next they were spatially modeled using ordinary kriging and indicator kriging, and through a multivariate linear regression model, the recovery was estimated at a confidence interval of 95%. Using this methodology, the prediction of zinc metallurgical recovery was obtained, and the result showed consistency with the lab tests used to predict stope's zinc plant recovery, exhibiting a 4% average error. Thus, the incorporation of geological variables allowed precise and accurate estimation of the ore response in the flotation process. For this reason, geometallurgy, through the integration of geological variables and ore grade, proved that it is an effective tool for estimating zinc metallurgical recovery, therefore enabling improvements in mine planning, process routes and ore processing.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Contexto

As minas de zinco de Vazante, situadas no noroeste de Minas Gerais, juntamente com a mina de Morro Agudo, em Paracatu, localizada na mesma região, correspondem ao principal distrito zincífero do Brasil. Esses depósitos estão inseridos na Faixa Vazante-Paracatu e pertencem ao Grupo Vazante (Dardenne Freitas-Silva, Souza & Campos, 1998), o qual é composto por metarritmitos, metapelitos e metadolomitos. O minério de zinco de Vazante, diferente dos maiores depósitos de zinco do mundo, é silicatado, sendo a willemita (Zn_2SiO_4) o seu principal mineral minério, seguido de hemimorfita ($Zn_4Si_3O(OH)_2$) e hidrozincita ($Zn_5(CO_3)_2(OH)_6$).

As duas minas de zinco da cidade de Vazante, denominadas Extremo Norte e Mina de Vazante, embora pertençam à mesma mineralização, apresentam diferenças quanto a composição mineralógica e a geologia estrutural. Aquela mina apresenta direção da mineralização norte-sul, enquanto esta, nordeste-sudoeste. Outra característica marcante na mina do Extremo Norte é o alto teor de ferro nas zonas mineralizadas, o que não é notado na mina de Vazante (Lemos, 2011).

O zinco constitui o principal metal de ambas as minas, sendo produzidos também chumbo e prata como subprodutos. Possuem, ainda, cádmio, germânio e terras raras leves, que estão sendo estudados detalhadamente para futura exploração.

A mineralização ocorre em brechas hidrotermais, as quais têm composição willemítica, dolomítica ou, raramente, hematítica. O litotipo que contém o melhor minério é a brecha willemítica (BXW). A brecha dolomítica, embora possa apresentar teor suficiente para a lavra, afeta negativamente a recuperação, pois gera muitos finos. O metal ocorre também na hemimorfita e na hidrozincita, cujas mineralizações são supérgenas.

Por estar hospedada em dolomitos, metarritmitos e metapelitos, é comum haver alta quantidade de dolomita, óxido/hidróxido de ferro e argilominerais durante a fase de beneficiamento, o que gera finos revestindo as partículas maiores (efeito *slime coating*) e dificulta o processo de flotação (Biava & Rezende, 2006; Lemos, 2011).

Segundo Lemos (2011), o excesso de sulfetos no minério também constitui um problema no processamento por afetar a interação entre as partículas de silicato de zinco e os reagentes, reduzindo a recuperação do zinco. Além disso, quando há dolomita em excesso no concentrado de zinco, pode haver perdas durante a lixiviação ácida devido ao excesso de espuma causada pelo alto teor de óxido de magnésio. Outro elemento que também prejudica o beneficiamento é o ferro, que se ocorrer com uma concentração maior do que 10%, afeta a liberação da willemita nos processos de britagem e moagem. No entanto, o minério ou o concentrado rico em ferro aumenta a recuperação de zinco no processamento hidrometalúrgico.

Em virtude dessas questões, urge um estudo minucioso de todos os fatores que afetam o processamento mineral, quer sejam as propriedades da rocha, quer sejam as variáveis do processo. A partir do correto entendimento da distribuição espacial das variáveis geológicas e da quantificação da variabilidade da recuperação, haverá melhoria na performance do processo e elevação da recuperação do zinco. A geometalurgia possibilitará a predição do desempenho da planta, antes da extração e processamento do minério.

1.2 Estado da arte

Geometalurgia é o estudo das variáveis que estão relacionadas à performance do processamento mineral e metalúrgico. Ela conecta geologia e operação de mina à metalurgia, permitindo o prognóstico da recuperação e do desempenho da planta, maximizando, assim, o valor econômico do empreendimento mineiro (Rossi & Deustch, 2014; Jackson, McFarlane & Hoal, 2011). Tem como objetivo obter o total controle de variáveis que interferem direta ou indiretamente no processo, tais como minerais de ganga, teor do minério, *work index*, recuperação, consumo de reagente, granulometria, liberação do minério, dureza, moabilidade, umidade, qualidade do concentrado, entre outros, a fim de

potencializar o beneficiamento, prognosticar o desempenho do processo e aperfeiçoar o planejamento da lavra, agregando valor econômico à extração dos recursos naturais. Possibilita, ainda, a identificação – e posterior mitigação – de impactos ambientais, melhoria dos processos metalúrgicos e das rotas do processo, aumento da recuperação do minério, detecção e quantificação de contaminantes e de subprodutos, e a garantia da qualidade dos produtos (Deutsch, 2013; Rossi & Deutsch, 2014; Williams & Richardson, 2004).

A modelagem das variáveis geometalúrgicas é complexa, pois frequentemente envolve variáveis com relações não lineares com a função resposta (como recuperação mássica ou metalúrgica) e/ou depósitos com um grande número de variáveis. Além disso, o que se tem disponível, geralmente, são medidas indiretas das variáveis metalúrgicas de interesse. Outro problema comumente encontrado é o fato de as variáveis metalúrgicas, que geralmente são as variáveis respostas, serem medidas em um suporte muito maior do que as variáveis geológicas, que correspondem às variáveis de entrada, além de haver um número muito maior de amostras geológicas do que metalúrgicas (Boisvert, Rossi, Ehrig & Deutsch, 2013; Deutsch, 2013; Rossi & Deutsch, 2014).

Existem diversos tipos de modelagem geometalúrgica, as quais variam de acordo com o objetivo do empreendimento mineiro, podendo considerar apenas a variabilidade geológica e sua influência no tratamento de minério, ou podem ser mais amplas, abrangendo todas as áreas, ou seja, geologia, planejamento de mina, beneficiamento e metalurgia. Este último tipo é o mais indicado, por envolver todas as fases da mineração, proporcionando, assim, melhor aproveitamento dos recursos minerais.

Dentre os fatores que afetam o processo geometalúrgico, um dos mais importantes é o geológico/mineralógico. A forma e local de ocorrência do minério, como em charneiras de dobras, zonas de cisalhamento, entre outros, sua geometria, teor, alteração, dureza, e associação com características estruturais, como falhas, fraturas, bandamento, interferem no teor e no grau de liberação, afetando os processos de cominuição, flotação e recuperação do minério. Os contatos litológicos, os minerais de ganga e o teor de contaminantes também devem ser considerados na modelagem geometalúrgica. O conhecimento detalhado da

distribuição espacial das variáveis que afetam a performance do processo e da recuperação permite uma otimização da operação mineira e menor erro na estimativa (Dunham & Vann, 2007).

Com a modelagem geometalúrgica, pode-se planejar e dimensionar as etapas de britagem, deslamagem e flotação, que por sua vez permitem a determinação da capacidade da usina. A geometalurgia deverá estar presente em todas as fases do projeto da mina, desde a fase de estudo de viabilidade, passando pela fase de produção até seu fechamento, pois o estudo geometalúrgico tem que acompanhar as mudanças das características do minério à medida que a lavra avança, assim como o cenário econômico de cada período. Esse estudo é feito através de ferramentas geoestatísticas, que de acordo com o método usado, possibilita a medida da incerteza da qualidade e da caracterização do minério (Dobby, Bennet, Bulled & Kosick, 2004 *apud* Motta, 2014).

1.3 Prós e contras da metodologia disponível na literatura

A modelagem geometalúrgica envolve diversos tipos de variáveis. Devido a isso, há vários métodos para estimá-las, principalmente no tocante à linearidade, ou não, das mesmas.

Um dos métodos sugeridos para estimar as variáveis é a simulação. Esta representa a melhor alternativa por ser capaz de lidar com os vieses que são introduzidos na estimativa de variáveis não lineares e por representar a variabilidade de pequena escala que será encontrada durante a lavra. Além disso, a simulação também é capaz de inferir a incerteza local e permitir a avaliação dos riscos técnicos e econômicos. A krigagem ordinária, por outro lado, não é indicada, pois sempre há variáveis não aditivas envolvidas, de forma que o resultado produzido é enviesado e sem acuracidade (Deutsch, 2013). A desvantagem da simulação é o grande esforço computacional para criar as realizações e o esforço profissional necessário para lidar com o resultado da simulação (Goovaerts, 1997).

Para trabalhar com as múltiplas variáveis envolvidas na modelagem geometalúrgica, sugere-se o agrupamento ou eliminação de algumas delas, pois trabalhar com numerosas variáveis pode gerar resultados não confiáveis. No primeiro caso, cria-se uma variável supersecundária, que consiste em reunir as

variáveis secundárias, agrupando-as em uma única variável. No segundo, eliminam-se as variáveis com baixíssima correlação com a variável primária e cuja amostragem seja muito esparsa, assim como as variáveis com alta correlação, pois estas são redundantes e geram viés na estimativa (Boisvert *et al.*, 2013, Deutsch, 2013).

A seguir são dissertados, de modo breve, alguns métodos usados para modelar as variáveis geometalúrgicas.

1.3.1 Supersecundária

As variáveis secundárias, que podem ser descrição de afloramentos, controle estrutural, litotipos, granulometria, mineralogia, teor do minério, teor da ganga, consumo de ácido, recuperação, *work index*, entre outros, possuem informações que acrescentarão acuracidade na estimativa e ajudarão a reduzir a incerteza na predição do desempenho da planta (Hong & Deutsch, 2009). No entanto, o uso de muitas variáveis acaba prejudicando o resultado, sendo necessária a redução delas, agrupando-as, por exemplo. Para isso, sugere-se criar uma variável supersecundária.

A criação de uma variável supersecundária consiste em englobar as variáveis redundantes, que descrevem características análogas. Boisvert *et al.* (2013) e Rossi e Deustch (2014) declaram que uma variável supersecundária é gerada por meio da atribuição de peso para cada variável:

$$M(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i \quad (1.1)$$

onde n é o número de variáveis a serem agrupadas, λ_i é o peso atribuído a cada variável e x_i são as variáveis originais. Os pesos são gerados por meio da resolução da matriz correspondente para cada variável agrupada:

$$\begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & \rho_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{10} \\ \rho_{20} \\ \vdots \\ \rho_{n0} \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

Nessa matriz, o lado esquerdo corresponde à correlação entre todas as n variáveis a serem agrupadas, λ_i é o peso de cada variável e o lado direito é a correlação ρ entre as n variáveis a serem agrupadas e a variável de interesse, representada pelo índice 0.

As variáveis agrupadas são uma combinação linear de variáveis com distribuição normal. A média das variáveis agrupadas será, então, zero, entretanto, a variância não será um. As variáveis são estandardizadas pelo desvio padrão, de forma que a equação $M(x)$ torna-se:

$$M(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i x_i}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\lambda_i \lambda_j Cov(x_i, x_j))} \quad (1.3)$$

onde λ é o peso atribuído a cada variável e $Cov(x_i, x_j)$ é a covariância entre as variáveis a serem agrupadas. Babak e Deustch (2008) indicam a cokrigagem colocada para se trabalhar com uma variável supersecundária, pois essa técnica dá resultados idênticos à cokrigagem colocada de numerosas variáveis.

1.3.2 Análise dos componentes principais - PCA

Outro método usado para modelar multivariáveis é a descorrelação das variáveis através da análise dos componentes principais (do inglês *Principal Component Analysis* – PCA). Esse método foi desenvolvido por Pearson (1901) e Hotelling (1933), tendo como objetivo diminuir a dimensão dos dados multivariados, sem perder informações importantes. Nele, os fatores descorrelacionados são krigados e posteriormente, retrotransformados (Sewell, 2007). Essa técnica simplifica a modelagem geoestatística, pois não requer a utilização do modelo linear de correionalização, MLC, durante a krigagem. A desvantagem desse método é o requisito de que todas as variáveis estejam disponíveis em todos os lugares. Isso faz com que muitos dados que não estejam colocados sejam removidos da estimativa, havendo perda de informação (Rossi & Deutsch, 2014).

1.3.3 Função de transferência

Uma função de transferência é um modelo numérico que conecta as propriedades da rocha às variáveis do processo. As propriedades das rochas são estimadas ou simuladas, e por meio de funções de transferência, as variáveis do processo, como *work index*, rendimento, recuperação e consumo de reagente, são prognosticadas. Esta função pode ser um modelo de regressão ou uma predição probabilística. Esse método é muito utilizado para estimar variáveis não aditivas (Deutsch, 2013).

1.3.4 Teorema de Bayes

Outro método que é usado na estimativa de múltiplas variáveis é o teorema de Bayes. Este é um método estatístico que combina crença e probabilidade; nele, o conhecimento *a priori* obtido por meio de observação ou de cálculo estatístico é adicionado aos cálculos estatísticos, produzindo-se nova probabilidade. Consiste em um eficiente recurso para lidar com múltiplas informações ou para inverter uma probabilidade condicional inacessível $P(B|A)$ para uma acessível $P(A|B)$ (Pyrz & Deutsch, 2014).

O teorema de Bayes baseia-se na regra do produto, em que:

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A) \quad (1.4)$$

logo,

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

onde

$P(A|B)$ é a probabilidade *a posteriori* e representa o grau de conhecimento sobre a hipótese de acordo com os dados disponíveis;

$P(B|A)$ é a probabilidade da informação advinda do experimento, também conhecida como probabilidade de verossimilhança (*likelihood probability*);

$P(A)$ é a probabilidade *a priori* e representa o grau de conhecimento – ou ignorância – sobre a hipótese A antes da análise corrente dos dados. É modificada pelas medidas experimentais através da função de verossimilhança (Sivia, 1996);

$P(B)$ é a probabilidade da evidência.

À medida que o experimento ocorre, a probabilidade *a posteriori* obtida torna-se a nova probabilidade *a priori*; as probabilidades, então, são atualizadas progressivamente, conforme vão sendo observados novos fatos.

1.3.4.1 Função de verossimilhança (*likelihood function*)

É a função que associa os resultados observados A ao parâmetro B , sendo a probabilidade dos resultados observados dados os parâmetros. Seja, por exemplo, uma moeda lançada dez vezes. Pode-se calcular a probabilidade de obter cara nos dez lançamentos (figura 1.1a). Contudo, supondo uma situação reversa, em que dez lançamentos de uma moeda resultem em sete caras, qual a probabilidade da moeda estar enviesada? Ou seja, dados os resultados, quais seriam as causas (figura 1.1b)?

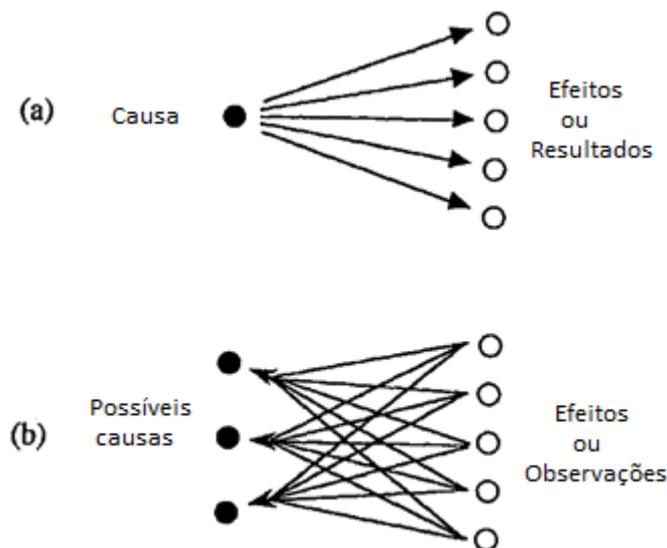


Figura 1.1– Representação esquemática de (a) dada a causa, trabalha-se com o efeito ou resultado e (b) dados os resultados, trabalha-se com a causa, sendo esta uma função de verossimilhança (*likelihood function*). Fonte: Sivia, 1996

Para solucionar esse problema, Sivia (1996) sugere fazer inferências baseadas nos dados experimentais e em conhecimentos prévios; posteriormente, revisar a inferência quando novas informações forem inseridas na resolução.

1.3.4.2 Teorema de Bayes para múltiplas informações

Quando há múltiplas informações relacionadas ao evento A, isto é, quando A_1, A_2, \dots, A_n são eventos mutuamente exclusivos e formam uma partição do espaço amostral Ω (Pyrzcz & Deutsch, 2014), e sendo B um evento que também ocorre em Ω , então, para $i=1, \dots, n$ e $P(A_i) > 0$ e $P(B) > 0$, tem-se

$$P(A|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)} \quad (1.5)$$

O teorema de Bayes permite a determinação das probabilidades dos eventos A_1, A_2, \dots, A_n que podem ser a causa de ocorrência do evento B, sendo necessário ter conhecimento das probabilidades conjuntas.

1.3.4.3 Teorema de Bayes aplicado a distribuições gaussianas

Em uma distribuição gaussiana, o cálculo da distribuição *a posteriori* é parametrizado pela média e pela variância (Pyrzcz & Deutsch, 2014). A média da distribuição atualizada é dada por:

$$\bar{x}_{atualizada} = \frac{\bar{x}_{verosim}(u) * \sigma_{priori}^2(u) + \bar{x}_{priori}(u) * \sigma_{verosim}^2(u)}{[1 - \sigma_{verosim}^2(u)][\sigma_{priori}^2(u) - 1] + 1} \quad (1.6)$$

e a variância de uma distribuição atualizada:

$$\sigma_{atualizada}^2(u) = \frac{\sigma_{priori}^2(u) * \sigma_{verosim}^2(u)}{[1 - \sigma_{verosim}^2(u)][\sigma_{priori}^2(u) - 1] + 1} \quad (1.7)$$

onde \bar{x} e σ^2 são a média e a variância para cada distribuição.

A variância atualizada é impactada somente pela variância, não sofrendo nenhuma influência da média da distribuição *a priori* ou de verossimilhança. Isso ocorre devido à distribuição ser homoscedástica, em que a variância é constante e igual a σ^2 . A variância de distribuição *a posteriori* é menor do que a variância da

distribuição *a priori*. A média *a priori* geralmente possui um valor entre a média das distribuições *a priori* e de verossimilhança (Sivia, 1996).

1.3.5 Krigagem de indicadores e cokrigagem dos indicadores

A krigagem de indicadores é muito utilizada no tratamento de variáveis não lineares e em distribuições de probabilidade muito assimétricas, como depósitos de ouro. Nela, as inferências dos valores e das incertezas são obtidas a partir da construção da função de distribuição acumulada, condicionada aos dados amostrados de cada variável aleatória, possibilitando inferências de valores a partir de amostras pontuais de um atributo espacial. É um método de estimativa mais flexível que os demais devido à codificação binária dos valores, proporcionando uma estimativa melhor ao envolver valores extremos (Deustch & Journel, 1998; Goovaerts, 1997).

A estimativa de uma variável contínua z é feita discretizando-a em K classes. Então, para cada classe calcula-se a proporção dos z -dados que não excede um determinado teor de corte z_k (Goovaerts, 1997).

A cokrigagem dos indicadores, por outro lado, usa toda a informação disponível para a estimativa. Ela considera inclusive as classes de valores que não estão sendo interpoladas – ao contrário da krigagem dos indicadores, que usa apenas os indicadores das classes interpoladas (Deustch & Journel, 1998; Goovaerts, 1997).

Teoricamente, a cokrigagem dos indicadores é melhor do que a krigagem dos indicadores por considerar mais informação durante a estimativa, todavia, Goovaerts (1997) declara que na prática, a cokrigagem dos indicadores apresenta pequena vantagem em relação à krigagem dos indicadores, pois:

- Os dados acumulados de indicadores já carregam informações de outras classes, o que diminui a perda de informação com relação às outras classes;
- Locais onde a variável primária está colocada com a secundária acabam não sendo muito influenciados por esta, pois a variável primária tende a eclipsar a secundária;

- A cokrigagem dos indicadores gera mais problemas de relação de ordem do que a krigagem de indicadores;
- A cokrigagem dos indicadores requer a modelagem simultânea de semivariogramas diretos e cruzados, sendo necessários $K(K+1)/2$ semivariogramas.

Mais sobre krigagem de indicadores pode ser visto no capítulo 4.

1.3.6 Regressão linear

Regressão linear é um método estatístico que permite o estudo da relação entre uma variável dependente ou resposta, Y , com uma ou mais variáveis independentes ou explicativas, X . Quando apenas uma variável independente não é suficiente para descrever o fenômeno, adicionam-se outras variáveis que tenham correlação com a variável dependente, sendo, então, uma regressão linear múltipla. Nesse método, matrizes são usadas para uma melhor definição do modelo de regressão (Magalhães, 2001).

A regressão linear é representada pelo modelo

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \varepsilon \quad (1.8)$$

onde β_i é o coeficiente de regressão parcial, x_1 é a variável independente e ε é o erro com média zero e variância σ^2 .

Mais sobre regressão linear poder ser visto no capítulo 3.

1.3.7 Esperança condicional alternativa (*Alternating Conditional Expectation – ACE*)

A esperança condicional alternativa é um algoritmo de regressão não linear desenvolvido por Breiman e Friedman (1985), cujo objetivo é maximizar a correlação entre a variável resposta e a soma das variáveis prognosticadoras (Deustch & Barnett, 2014; Nguyen Cong & Rode, 1995; Wang & Murphy, 2004).

O algoritmo realiza, de modo iterativo, a estimativa de funções lineares de variáveis p -dimensionais $X=(X_1, \dots, X_p)$ através da estimativa de p funções ϕ_i unidimensionais separadamente, além da estimativa de θ , que é a função arbitrária da variável resposta com média zero. Então, são realizadas transformações até que a variância do erro que não é explicada por uma relação linear seja minimizada.

Sua vantagem é a maximização da regressão (Nguyen Cong & Rode, 1995) e a habilidade de recuperar a forma operacional das variáveis e de revelar relações complicadas (Wang & Murphy, 2004).

O modelo de regressão da esperança condicional é:

$$\theta(Y) = \sum_{i=1}^p \phi_i(X_i) + \varepsilon \quad (1.9)$$

onde ε é o erro não capturado pelo uso da transformação ACE e assumido como tendo distribuição normal com média zero.

A fração da variância do erro (ε^2) não explicada pela regressão de $\theta(Y)$ em $\sum_{i=1}^p \phi_i(X_i)$ é

$$\varepsilon^2 = \varepsilon^2(\theta, \phi_1, \dots, \phi_p) = \frac{E\left\{\left[\theta(Y) - \sum_{i=1}^p \phi_i(X_i)\right]^2\right\}}{E\theta^2(Y)} \quad (1.10)$$

A transformação ACE é finalizada quando a variância do erro é minimizada.

Os algoritmos de ACE podem ser encontrados na biblioteca do *software* GSLib (Deustch & Journal, 1998): *ace*, *ace_predict* e *ace_boot*.

1.3.8 Métodos utilizados nesse trabalho

Devido ao enviesamento nas estimativas que pode ser causado pela krigagem ordinária ao lidar com variáveis não aditivas, ao grande esforço computacional requerido pela simulação, à necessidade de que as múltiplas variáveis sejam colocadas ao se usar PCA, aos grandes problemas de relações de ordem gerados pela cokrigagem de indicadores, além de sua complexidade, foi utilizado, nesse trabalho, krigagem de indicadores para modelar as tipologias geometalúrgicas. Utilizou-se, também, regressão linear para estabelecer a

correlação entre as tipologias geometalúrgicas, o teor do minério e a recuperação metalúrgica, pois esse método é simples e apresentou bons resultados.

1.4 Problema

O prognóstico da recuperação do zinco nas células de flotação, embora seja essencial, é difícil de ser feito, visto que a recuperação não se relaciona linearmente com as propriedades físicas e químicas das rochas. Assim sendo, o problema encontrado no processamento mineral em estudo é a dificuldade em prognosticar a recuperação metalúrgica, devido à alta variabilidade apresentada por esta.

1.5 Objetivo

O objetivo desta dissertação é estudar alternativas para modelar as variáveis que interferem no beneficiamento do zinco e, posteriormente, prognosticar a recuperação metalúrgica desse metal.

1.6 Metodologia

Dentre os diversos tipos de metodologia para modelar variáveis geometalúrgicas, é utilizado nesse trabalho uma função de transferência, representada por um modelo de regressão linear múltipla, cuja variável resposta é a recuperação metalúrgica de zinco, e as variáveis explicativas são o teor de zinco e as tipologias geometalúrgicas. Escolheu-se esse método devido a sua simplicidade e eficiência.

Um total de 257 furos de sondagem foram realizados nas minas Vazante e Extremo Norte. Esses furos foram descritos, observando-se a coloração, mineralogia, textura, estruturas, grau de alteração e compacidade das rochas. Posteriormente, os testemunhos de sondagem foram amostrados, gerando 110 amostras geometalúrgicas. As amostras passaram por diversos testes em nível de bancada, a saber, moagem, classificação e flotação em bancada padrão de Pb/Ag e de zinco silicatado.

Na moagem de bancada, utilizou-se uma massa de 1300 g, que foi classificada por meio de peneiramento a úmido posteriormente, gerando um produto com 88% a 90% passante em 0,147 mm (100#). Em seguida, uma pequena alíquota do material passou por análise de teor de zinco, chumbo e prata, nas faixas de 65#, 100#, 400# e menor do que 400#, e o material restante foi enviado para a flotação em escala de bancada, a qual englobou as etapas *Rougher* e *Scavenger* da *Rougher*. Uma pequena alíquota do material classificado e do material originado da flotação foi coletada para caracterização mineralógica e estudo da liberação do mineral minério em microscópio de análise mineral (*MLA, Mineral Liberation Analyzer*).

Após a realização dessas etapas, foi obtido um banco de dados contendo as 110 amostras geometalúrgicas, as quais possuem teores de zinco, chumbo e prata, recuperação metalúrgica e descrição litológica. Dessas, após remoção de valores extremos, dados errados ou incompletos, restaram 104 amostras, sendo 100 localizadas na mina Vazante e quatro na mina Extremo Norte. A figura 1.2 mostra os histogramas do teor de zinco e da recuperação metalúrgica do banco de dados geometalúrgico, estando os dados agrupados.

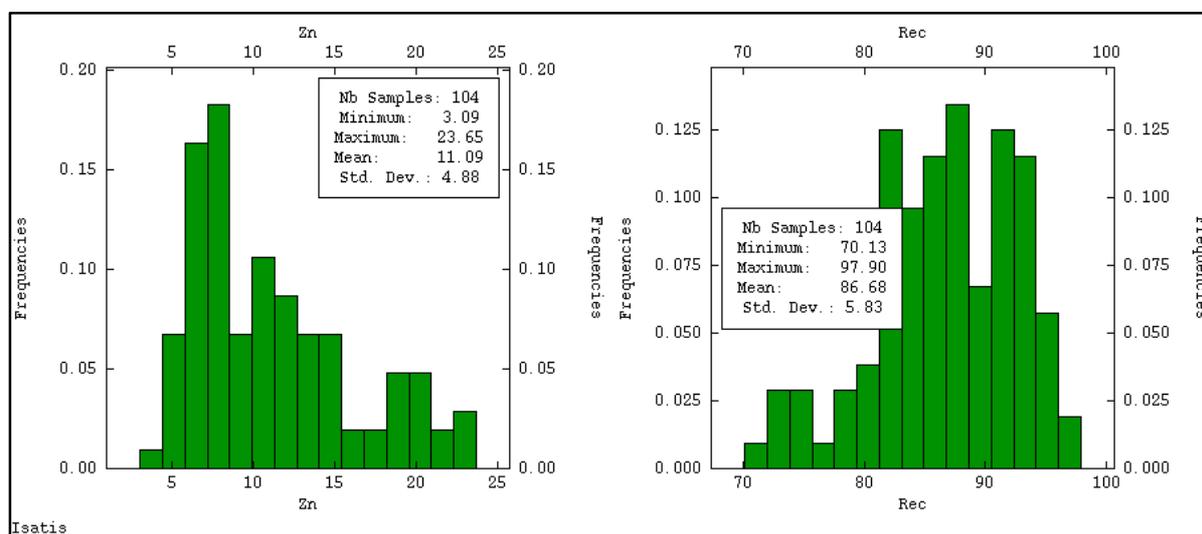


Figura 1.2 - Histogramas dos dados agrupados de teor de zinco e da recuperação, respectivamente, provenientes do banco de dados geometalúrgico

De posse das informações obtidas dos testes de bancada, analisou-se a performance de cada litotipo no processamento mineral e, em seguida, foram

definidos domínios geometalúrgicos. O critério para definir um domínio geometalúrgico consiste na divisão do depósito em tipologias de rocha, baseando-se nos tipos de minério, na performance dos litotipos durante a lavra, beneficiamento e metalurgia, na compacidade das rochas, no teor, no grau de alteração das rochas, contaminantes, entre outros, considerando sempre a relação espacial e geológica dos litotipos. Nesse trabalho, os domínios geometalúrgicos foram definidos de acordo com a performance dos litotipos de minério e de estéril no beneficiamento.

Após esse estudo, concluiu-se que metapelito, metarritmito, marga, dolomita e hematita dificultam a hidrofobicidade induzida da willemita, pois esses litotipos e minerais geram o efeito *slime coating*, que é o revestimento das partículas do mineral minério por um material mais fino durante a flotação. A hematita prejudica, ainda, a liberação da willemita na britagem e moagem. Além disso, os sulfetos existentes dificultam a interação entre a willemita e os reagentes. Assim sendo, foram definidos três domínios para os três litotipos que ocorrem na zona mineralizada – brecha willemítica, brecha hematítica e brecha dolomítica – e mais três domínios para as rochas estéreis: dolomitos indiscriminados, rochas de textura argilosa (marga, metapelitos e metarritmitos) e demais rochas, as quais não interferem no beneficiamento ou que não estão em contato com a zona mineralizada (silexito, filito, ardósia, folhelho, rocha metabásica). O estéril foi modelado devido à diluição que ocorre durante a lavra, principalmente em zonas de contato. Embora seja pequena a porção de estéril diluída, ela é prejudicial ao processamento mineral.

Adicionalmente, foram realizados 5.297 furos de sondagem na mina Vazante e 398 furos na mina Extremo Norte para informação de teor de zinco e dos litotipos dos depósitos, totalizando 273.790 amostras litológicas e 126.155 amostras com análise de teor de zinco na mina Vazante; 58.951 amostras litológicas e 23.247 amostras com análise de teor de zinco na mina Extremo Norte (figuras 1.3 e 1.4). Essas amostras deram origem ao banco de dados litoquímico.

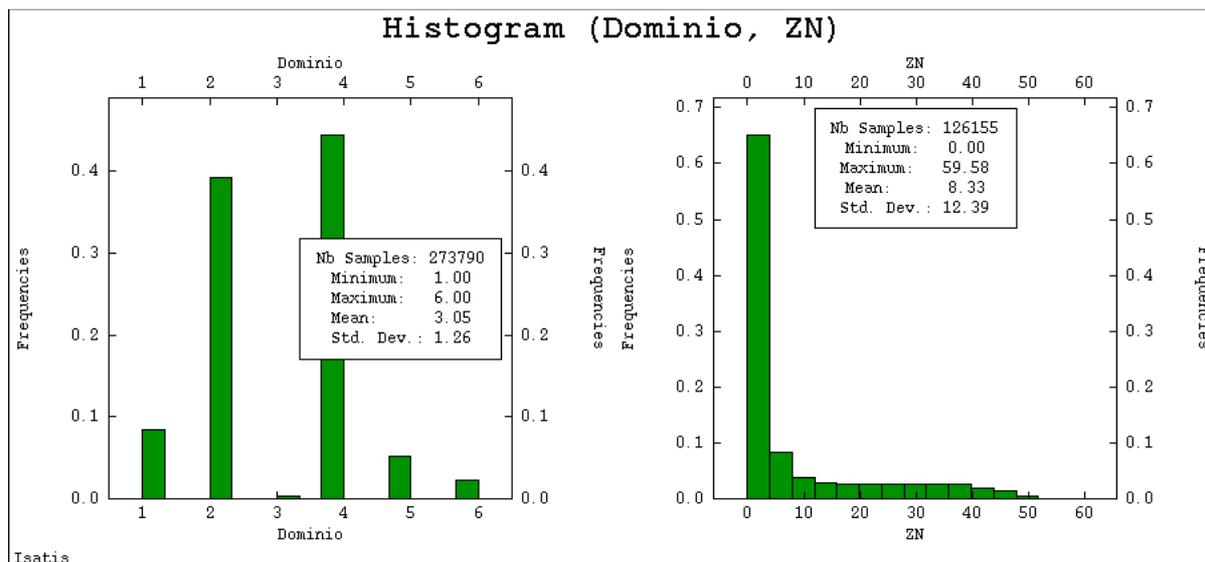


Figura 1.3 - Histogramas mostrando o número de amostras litológicas e o número de amostras com teor de zinco, respectivamente, na mina Vazante

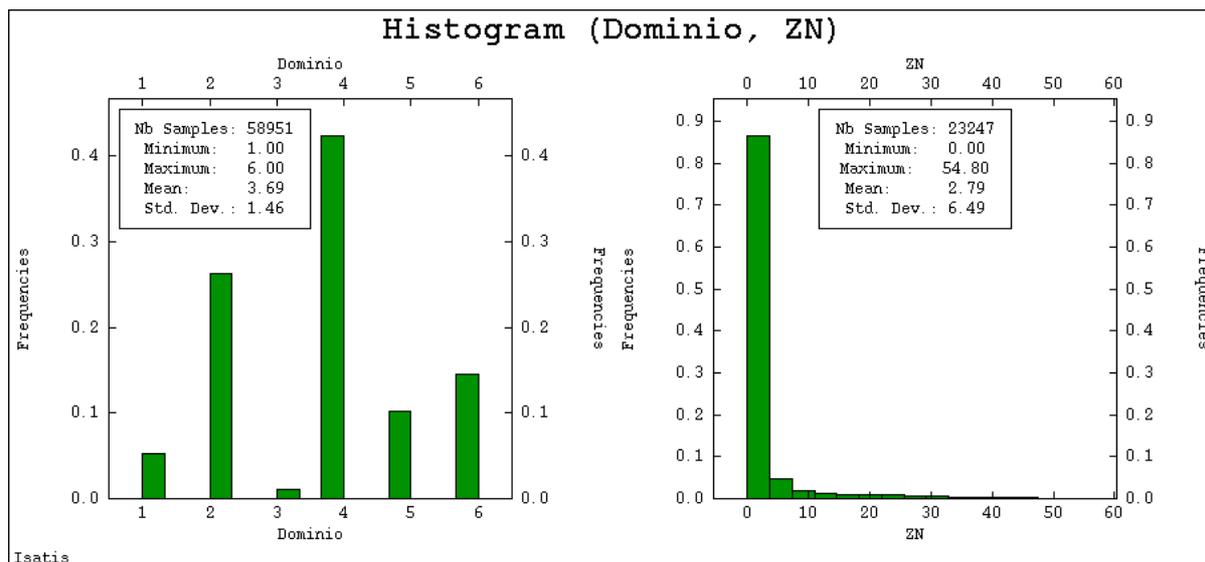


Figura 1.4 - Histogramas mostrando o número de amostras litológicas e o número de amostras com teor de zinco, respectivamente, na mina Extremo Norte

Os litotipos foram determinados mediante descrição visual dos testemunhos de sondagem, enquanto o teor de zinco foi determinado por meio de análise química. Esses litotipos foram agrupados em domínios geometalúrgicos, conforme a classificação estabelecida anteriormente.

Os domínios geometalúrgicos do banco de dados litoquímico foram modelados por meio de krigagem de indicadores. Igualmente, o teor de zinco

também foi modelado, porém via krigagem ordinária. Ambos os modelos foram usados como variáveis de entrada no modelo de regressão múltipla para estimativa da recuperação metalúrgica.

Abaixo, são listadas as etapas para obtenção do prognóstico da recuperação metalúrgica de zinco:

- o teor de zinco foi estimado em todo o depósito por meio de krigagem ordinária. Essa estimativa passou por uma validação;
- os litotipos do depósito foram agrupados de acordo com a resposta de cada um no processamento mineral. Desta forma, definiram-se domínios geometalúrgicos, os quais foram transformados em indicadores para, então, serem usados na estimativa de todo o depósito. A estimativa foi pós-processada para correção dos desvios de relação de ordem, e após ter sido avaliada, foi validada. Depois, cada bloco do depósito foi classificado segundo a tipologia com maior probabilidade de ocorrência;
- o banco de dados geometalúrgico foi organizado e validado antes de ser usado na definição do modelo de regressão linear;
- as variáveis que apresentaram correlação com a recuperação metalúrgica foram utilizadas para construção do modelo de regressão linear. Foi feita a análise de sensibilidade dos coeficientes de regressão do modelo e, em seguida, o teste de hipóteses baseado na estatística F para definição das variáveis pertinentes ao modelo. O modelo de regressão forneceu o prognóstico da recuperação metalúrgica.

As etapas para o processo de predição da recuperação estão ilustradas na figura 1.5, sendo detalhadas nos capítulos 5 e 6.

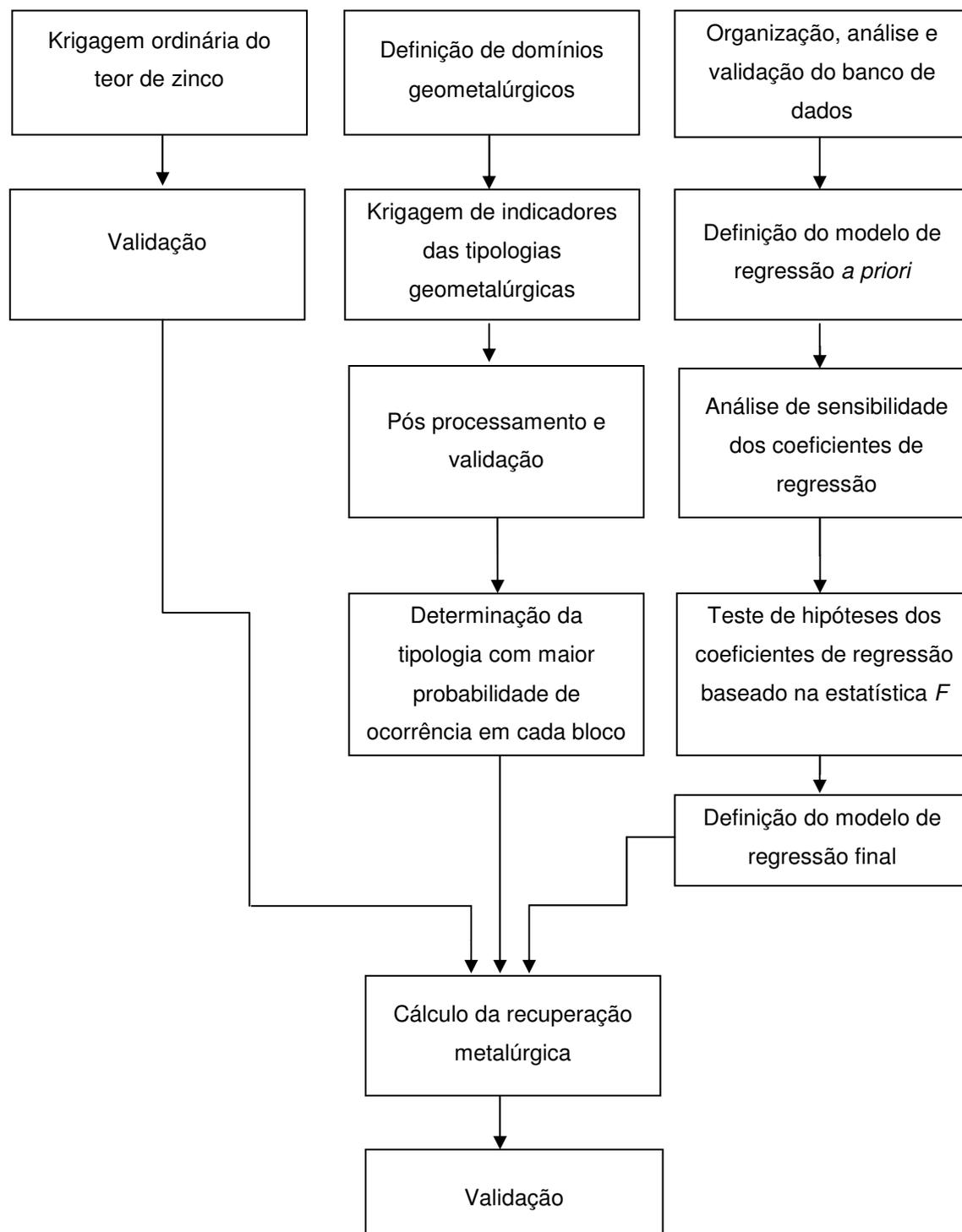


Figura 1.5 – Fluxograma para o prognóstico da recuperação de zinco

1.7 Contribuição esperada

Com este trabalho espera-se obter um modelo para previsão da recuperação do zinco, de modo que esse método de previsão possa ser incorporado no planejamento de lavra na mineração de Vazante, gerando, assim, melhoria em todas as fases da cadeia produtiva do minério de zinco.

1.8 Organização da dissertação

A dissertação é apresentada da seguinte forma:

O capítulo 1 é a introdução, mostrando um breve estado da arte sobre geometalurgia e os métodos usualmente utilizados em sua modelagem; contextualiza o problema a ser trabalhado na dissertação, fala sobre os objetivos e o resultado esperado e expõe a metodologia utilizada.

O capítulo 2 traz a revisão bibliográfica sobre a flotação e os fatores que interferem na recuperação de zinco de Vazante. Os capítulos 3 e 4 abordam as metodologias utilizadas para o cálculo da recuperação de zinco, a saber, regressão linear múltipla e krigagem de indicadores, respectivamente.

O capítulo 5 é a primeira parte do estudo de caso que foi feito nas minas Vazante e Extremo Norte, ambas localizadas na cidade de Vazante/MG. Apresenta uma introdução sobre a geologia local e traz a modelagem das tipologias geometalúrgicas das minas.

O capítulo 6 é a segunda parte do estudo de caso, abordando a estimativa da recuperação do depósito. O capítulo 7 apresenta as conclusões do presente trabalho e as recomendações para os trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

FLOTAÇÃO

Este capítulo introduz os principais fundamentos sobre flotação e as variáveis que interferem em seu rendimento. São apresentados os fatores que afetam a recuperação, tanto mássica quanto metalúrgica, do depósito de zinco de Vazante/MG.

2.1 Introdução

Flotação é um processo de concentração de minério, realizado a partir da separação físico-química dos minerais de valor dos minerais de ganga. Para que ocorra a separação, as partículas minerais devem se prender a bolhas de ar, até que o conjunto partículas-bolha tenha uma densidade menor do que a do fluido da célula de flotação. Assim, o conjunto partícula-bolha assume uma trajetória ascendente, flutuando acima da superfície da polpa formada por partículas de minerais e água, onde, então, é retido e separado na espuma (Taggart, 1921 *apud* Turrer, 2004; Persechini *et al.*, 2001).

O sistema de flotação envolve três fases: líquida, sólida e gasosa. A água geralmente é o constituinte da fase líquida, por ser um forte solvente e apresentar alta polaridade, além de ter baixo custo. Na água, ocorre dissociação das partículas dissolvidas, hidratação e adsorção de íons. A fase sólida corresponde ao material que será separado e é caracterizada pelas propriedades hidrofílicas e hidrofóbicas dos minerais. As bolhas de ar, representantes da fase gasosa, têm como função transportar as partículas para a superfície da polpa. Essa fase é controlada pela vazão de ar e pelo tamanho das bolhas, os quais interferem na produtividade e qualidade da flotação (Matis, 1995). A adição de pouco ar acarreta baixas recuperações, devido à pequena probabilidade de colisão entre as partículas e as bolhas. Todavia, o excesso de ar também conduz a baixas recuperações, além de causar separações pouco seletivas devido ao intenso arraste (Pita, 2004).

A aderência das bolhas de ar com a superfície da partícula é determinada pela energia de interface entre as fases sólida, líquida e gasosa, sendo expressa pela equação

$$\gamma_{lg} \cdot \cos \theta = \gamma_{sg} - \gamma_{sl} \quad (2.1)$$

onde γ_{lg} é a tensão superficial na interface líquido/gás, γ_{sg} é a tensão superficial na interface sólido/gás, γ_{sl} é a tensão superficial na interface sólido/líquido e θ é o ângulo de contato entre as fases líquida, gasosa e sólida, como mostra a figura 2.1. Quanto maior o ângulo de contato da bolha de ar com a partícula, maior a hidrofobicidade da partícula e mais facilmente é o arraste desta até a superfície (Monte & Peres, 2004).

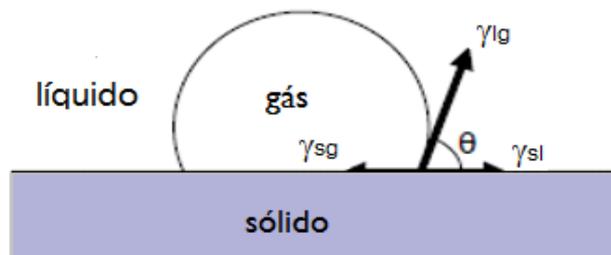


Figura 2.1 - Ângulo de contato entre a bolha de ar, a partícula sólida e o líquido

2.2 Hidrofobicidade e hidrofiliabilidade

A flotação ocorre devido à diferença no grau de hidrofobicidade dos minerais. A hidrofobicidade está associada à umectabilidade ou molhabilidade de uma partícula. Uma partícula hidrofóbica tem mais afinidade pela fase gasosa do que pela fase líquida. Também tem afinidade por substâncias apolares ou lipofílicas. Já a hidrofiliabilidade caracteriza as partículas que possuem afinidade pela fase líquida e que possuem superfície polar.

Ao se injetar ar em uma mistura contendo partículas hidrofóbicas e hidrofílicas, as partículas hidrofóbicas aderem às bolhas de ar e emergem até a superfície. Então, forma-se uma camada na superfície rica em minerais hidrofóbicos, a qual pode ser removida posteriormente. As partículas hidrofílicas se mantêm na suspensão e são escoadas. A figura 2.2 ilustra o processo.

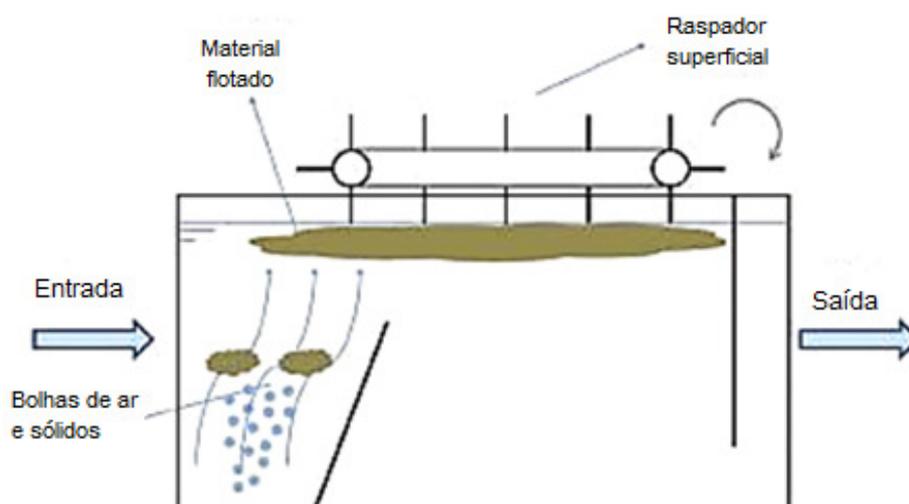


Figura 2.2 - Esquema genérico de um tanque de flotação. Fonte: Rubim, 2013

Pouquíssimos materiais são naturalmente hidrofóbicos, como grafita, molibdenita, pirofilita, talco, ouro nativo, enxofre elementar e hidrocarbonetos. Um mineral originalmente hidrofílico pode se tornar hidrofóbico por meio da adição de substâncias adequadas ao sistema. Desse modo, se houverem duas espécies minerais, pode-se induzir a hidrofobicidade em apenas uma delas e manter a outra hidrofílica, fazendo uma hidrofobicidade seletiva (Monte & Peres, 2004).

2.3 Reagentes

Reagentes são compostos orgânicos e inorgânicos cuja finalidade é controlar a hidrofobia relativa das partículas e manter as características ideais da espuma. Há diversos conjuntos de reagentes no processo de flotação, cada um é designado a um tipo de mineral e a uma solução específica, visando obter um melhor desempenho do processo. Classificam-se em coletores, espumantes e modificadores (Matis, 1995).

O termo “surfatante” é usado para designar espécies ativas na superfície, que apresentam um caráter heteropolar do tipo R-Z, i.e., possuem um grupo polar Z, hidrofílico, em uma extremidade, e um grupo apolar lipofílico R em outra extremidade, que corresponde a um radical (figura 2.3). Os surfatantes podem apresentar mais de um radical, os quais podem ligar-se a mais de um grupo polar,

sendo, então, um surfatante multipolar (Monte & Peres, 2004; Peres & Araújo, 2006).

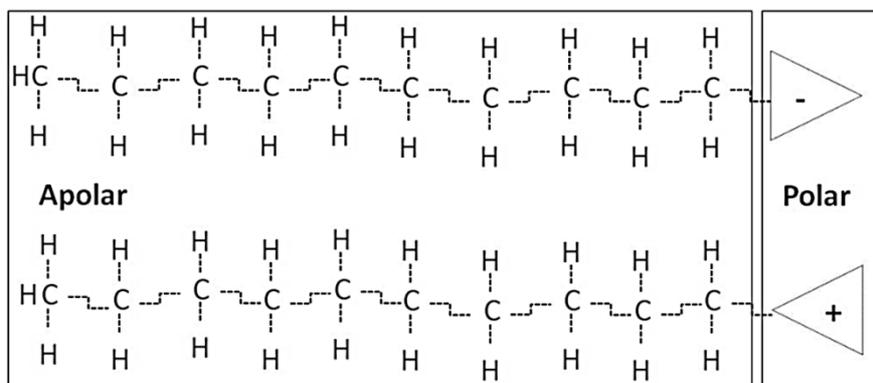


Figura 2.3 - Exemplo de estrutura heteropolar

2.3.1 Coletor

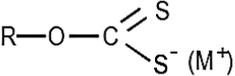
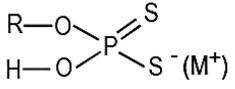
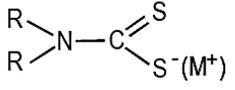
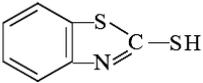
Coletor é uma substância capaz de tornar a superfície de um mineral hidrofóbica, atuando na interface sólido-líquido (Monte & Peres, 2004). A superfície do mineral adsorve os íons ou moléculas do coletor, tornando-se repelente à água (Pizarro, 1996). A energia da superfície molhada do mineral se reduz, possibilitando a existência de um sistema trifásico se houver contato com uma bolha de ar. Dessa forma, os coletores aumentam o ângulo de contato entre a bolha e a partícula (Peres & Araújo, 2006; Pizarro, 1996).

Os coletores são compostos por uma parte apolar, não iônica, e outra polar, iônica. A parte apolar é constituída por um radical orgânico, repelente à água, de comprimento variável. Pode ser linear, ramificada ou cíclica. Em contrapartida, a parte polar reage com a água, sendo representada por funções químicas. Assim sendo, ao ser adsorvido por uma superfície mineral, a parte apolar do coletor fica orientada para a fase aquosa e a parte polar, para a fase mineral, conferindo hidrofobicidade à superfície mineral.

Os coletores podem ser não ionizáveis e ionizáveis; estes se dividem em aniônicos ou catiônicos. Os coletores não iônicos são utilizados para auxiliar os coletores de cadeia curta a deixar as partículas hidrofóbicas. São exemplos de coletores não iônicos os hidrocarbonetos, como óleo diesel e querosene.

Os coletores aniônicos são representados pelos tiocarbonatos ou xantatos, ácidos graxos e seus sabões, sulfatos de alcoíla ou arila, tióis, que são os álcoois de enxofre, tiouréias, ditiofosfatos, tiocarbamatos. Os tio-compostos – ou compostos sulfidrílicos – são empregados na flotação de sulfetos, sendo os xantatos os principais. Os sabões de ácidos graxos são utilizados como coletores de apatita na produção de rocha fosfórica. São também empregados como coletores de minerais oxidados e não metálicos (Monte & Peres, 2004). A tabela 2.1 mostra alguns surfatantes da classe dos tio-compostos.

Tabela 2.1 - Exemplo de surfatantes da classe dos tio-compostos

Designação	Fórmula estrutural
Ditiocarbonatos (xantatos)	
Mono alquil ditiofosfatos	
Dialquil ditiocarbamato	
Mercaptanas	RSH
Mercaptobenzotiazol	

M^+ é usualmente um cátion metálico, com Na^+ e K^+ , e R é o grupo apolar do surfatante (alquil, aril ou cíclico). Fonte: Monte e Peres, 2004

Os coletores catiônicos correspondem ao grupo das aminas e acetatos. São adsorvidos e desorvidos rapidamente. São muito usados na flotação de não sulfetos, como silicatos, talco, micas, alguns óxidos de metais raros e para separação de silvita (KCl) de halita (NaCl). As aminas são empregadas na flotação catiônica reversa de minério de ferro. A figura 2.4 resume os tipos de coletores.

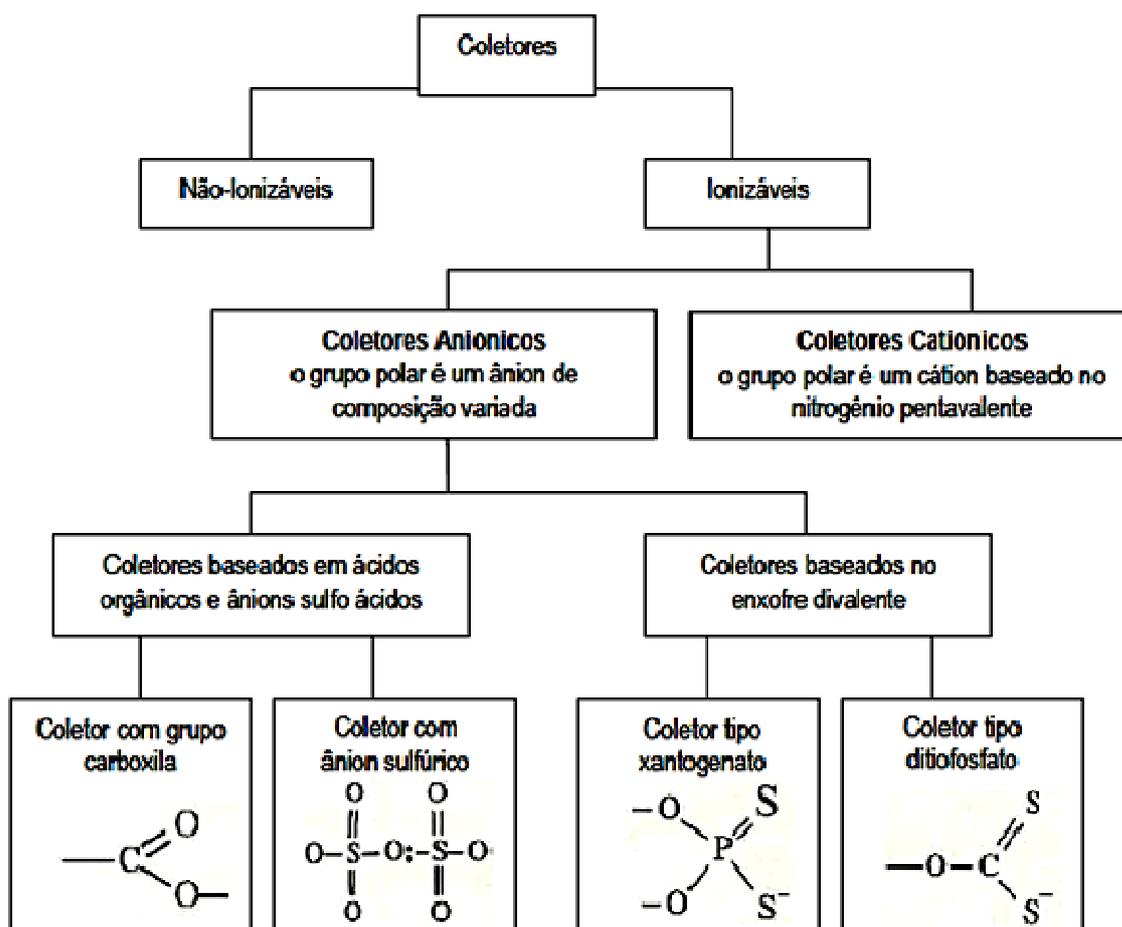


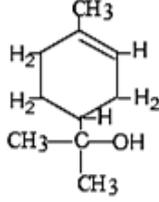
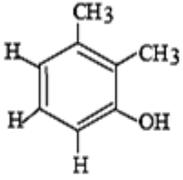
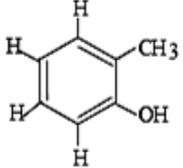
Figura 2.4 - Classificação dos coletores

2.3.2 Espumantes

Os espumantes são compostos não iônicos cuja função é aumentar a estabilidade da espuma. Eles diminuem a tensão superficial da interface líquido-gás, conferindo maior longevidade às bolhas e facilitando a remoção das partículas flotas da superfície. Geralmente, os espumantes pertencem às classes dos álcoois e dos ésteres, sendo o MIBC (metil isobutil carbinol) o mais utilizado (Torem & Casqueira, 2003). Dentre os espumantes naturais, os mais usados são o óleo de pinho e o ácido cresílico.

O óleo de pinho tem a vantagem de ser compatível com a maioria dos coletores, além de ter baixo preço. Por ter caráter ligeiramente alcalino, é usado frequentemente em circuitos alcalinos. A tabela 2.2 contém exemplos de surfatantes empregados como espumantes.

Tabela 2.2 - Exemplo de surfatantes da classe dos não iônicos

Designação	Fórmula estrutural
Metil-isobutil-carbinol	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 - \text{CH} - \text{CH}_2 - \text{CH} - \text{CH}_3 \\ \quad \quad \\ \text{CH}_3 \quad \quad \text{OH} \end{array}$
2-metil-hexanol	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{OH} \\ \\ \text{CH}_3 - \text{CH}_2 \end{array}$
α -terpineol	
1,1,3-tri-etóxido-butano	$\begin{array}{c} \text{OC}_2\text{H}_5 \quad \quad \text{OC}_2\text{H}_5 \\ \quad \quad \\ \text{CH}_3 - \text{CH} - \text{CH}_2 - \text{CH} \\ \\ \text{OC}_2\text{H}_5 \end{array}$
2,3-xilenol	
O-cresol	
Óxido de polietileno	$\text{O} (\text{CH}_2\text{CH}_2)_n =$
Poliglicol éter (onde R = H ou CH ₃ ; n = 3 a 7)	$\text{R} - (\text{O} - \text{C}_3\text{H}_6)_n - \text{OH}$

Fonte: Monte e Peres, 2004

2.3.3 Modificadores

Os modificadores são substâncias orgânicas ou inorgânicas, empregadas com a finalidade de ativar ou deprimir a ação do coletor na superfície do mineral. No primeiro caso, são chamados de ativadores e no segundo, de depressores. Os

modificadores são utilizados ainda para controlar o pH, o Eh e o estado de agregação da polpa através da adição de dispersantes e agregantes, também chamados de coagulantes e floculantes.

O controle do pH é feito por meio da adição de ácidos e bases; já o controle do Eh é realizado mediante a adição de redutores e oxidantes e de nitrogênio como fase gasosa. Os dispersantes geralmente estão relacionados com o controle do pH, e muitas vezes agem como depressores de ganga (Peres & Araújo, 2006).

2.4 Circuitos de beneficiamento

O processo de concentração de minério é realizado em várias etapas, pois apenas uma etapa não é suficiente para fornecer a recuperação mineral desejada. Assim sendo, células de flotação são dispostas em série, por onde o material passa quantas vezes forem necessárias, até se alcançar a recuperação e o teor de rejeito desejados. O processo inicia-se em uma flotação denominada *rougher*, da qual se obtém um concentrado pobre e um rejeito com considerável teor de minerais úteis. Posteriormente, o concentrado *rougher* é enviado para uma segunda flotação, chamada *cleaner*, para haver uma melhor seleção do mineral minério. Se for necessário, o concentrado *rougher* pode passar previamente por uma etapa de remoagem, a fim de aumentar o grau de liberação do minério. O produto dessa etapa *cleaner* é um concentrado com alto teor e um rejeito de teor relativamente elevado. O rejeito *rougher* é repassado por uma etapa denominada *scavenger* para diminuir a perda do material de interesse, aumentando a sua recuperação. Dessa etapa se obtém um rejeito final muito pobre e um concentrado que, dependendo do teor, pode se juntar ao concentrado *rougher* e seguir para a etapa seguinte ou retornar à alimentação do *rougher*. Como o rejeito *cleaner* possui teor relativamente alto, ele retorna à célula *rougher*, reiniciando o circuito (Chaves & Leal Filho, 2004; Chaves, 2006). Dependendo do bem mineral e de suas características, é necessário usar várias etapas de *recleaning*.

Na etapa *scavenger*, são usadas concentrações elevadas de reagentes e alto tempo de flotação, a fim de maximizar a recuperação do mineral de interesse. Em contrapartida, na etapa *cleaner* diminui-se a densidade da polpa, assim como a

concentração de reagentes e o tempo de residência, de forma a potencializar o teor do concentrado. A figura 2.5 ilustra o circuito.

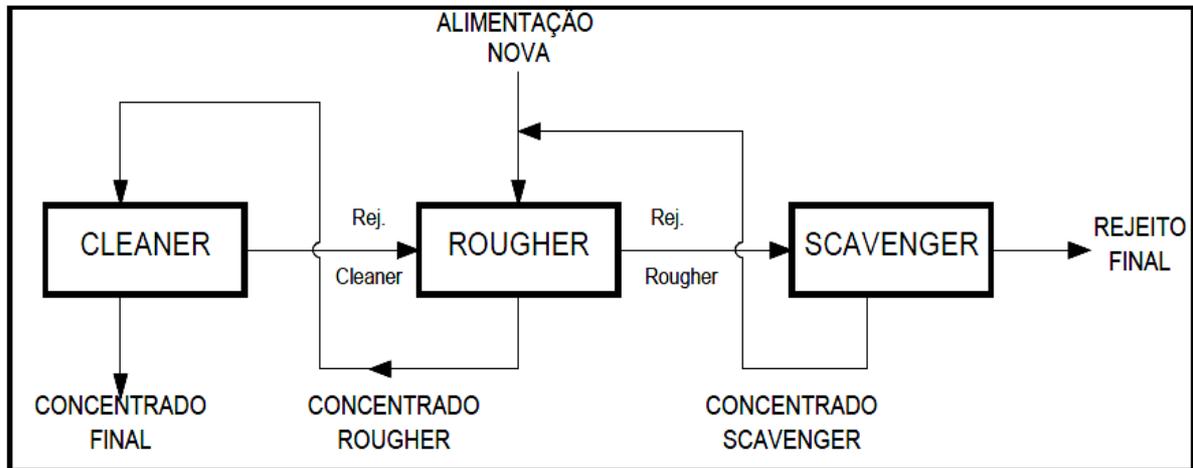


Figura 2.5 - Circuito de flotação. Fonte: Chaves, 2006

2.5 Recuperação

A recuperação avalia o desempenho da flotação. Ela mostra a quantidade de elemento útil que estava na alimentação e que está presente no concentrado.

Sendo

A = massa da alimentação;

C = massa do concentrado;

E = massa do rejeito;

a = teor da espécie i na alimentação;

c = teor da espécie i no concentrado;

e = teor da espécie i no rejeito;

a massa da alimentação, A , é definida como (Maria & Luz, 2010):

$$A = C + E \quad (2.2)$$

a recuperação metalúrgica, R , como

$$R = \frac{cC}{aA} \quad \text{ou} \quad R = \frac{c(a - e)}{a(c - e)} \quad (2.3)$$

a recuperação mássica, Y , como

$$Y = \frac{C}{A} = \frac{a - e}{c - e} \quad (2.4)$$

e o grau de enriquecimento, ou razão de enriquecimento, R_e , como

$$R_e = \frac{c}{a} \quad (2.5)$$

A recuperação, tanto metalúrgica quanto mássica, pode ser influenciada por vários fatores, como qualidade da água utilizada na flotação, vazão de entrada de ar/gás, tipo de gás utilizado, tipos de reagentes e dosagem dos mesmos, temperatura da polpa, tempo de flotação, geometria da coluna de flotação, presença de lamas, fração granulométrica das partículas, espécies mineralógicas, entre outros (Persechini *et al.*, 2001).

2.6 Circuito de beneficiamento de zinco na unidade de Vazante

Na mina de Vazante, pertencente à Votorantim Metais, a principal fonte de zinco é a willemita, Zn_2SiO_4 . Além do zinco, que é o metal mais abundante, também são extraídos chumbo e prata.

O circuito do beneficiamento de zinco é composto por duas linhas em paralelo: circuito *W* e circuito *C*. Ambos os circuitos são alimentados pelo minério silicatado, porém no circuito *W* ocorre a flotação sequencial de sulfetos de chumbo e de prata e de silicato de zinco, enquanto no circuito *C* há apenas a flotação de silicato de zinco (L.M.C. Lopes, mensagem pessoal, 30/08/2016).

2.6.1 Circuito *W*

Nas seções a seguir será detalhado o circuito de beneficiamento *W*.

2.6.1.1 Britagem *W*

Conforme informam Bechir (2012) e L.M.C. Lopes (mensagem pessoal, 30/08/2016), para realizar a concentração do minério de zinco no circuito *W*, o minério bruto (*run of mine, ROM*) passa por quatro estágios de britagem. A britagem primária é realizada em circuito aberto, em um britador de mandíbulas com

capacidade de 250 t/h, e as demais britagens são realizadas em circuito fechado. O produto da britagem primária é classificado em uma peneira vibratória primária com capacidade de 307 t/h, possuindo dois *decks*, um com aberturas de 58 mm e de 50 mm e outro com abertura de 25 mm. O material retido nos *decks* é enviado para o britador secundário cônico, com capacidade de 300 t/h, e o material passante se direciona para a peneira vibratória secundária com capacidade de 364 t/h. O *deck* 1 da peneira secundária apresenta aberturas de 16 mm e de 14 mm, e o *deck* 2 possui aberturas de 12 mm e 10 mm.

O material retido no primeiro *deck* da peneira é transportado para um silo que alimenta o britador terciário cônico, com capacidade de 300 t/h, cujo produto retorna para a peneira secundária. Já o material retido no segundo *deck* é transportado para outro silo, o qual alimenta o britador quaternário cônico, com capacidade de 120 t/h.

Os materiais passantes no primeiro e no segundo *deck* são encaminhados para a pilha de homogeneização através de uma correia transportadora. Nesta correia, uma pequena quantidade de material cai em um amostrador a cada seis minutos, para posterior análise em laboratório (Bechir, 2012).

O processo de britagem gera um produto com 95% da granulometria passante em 9,5 mm, tendo teor médio de zinco de 10 a 12%. A figura 2.6 exemplifica o processo de britagem do circuito *W*.

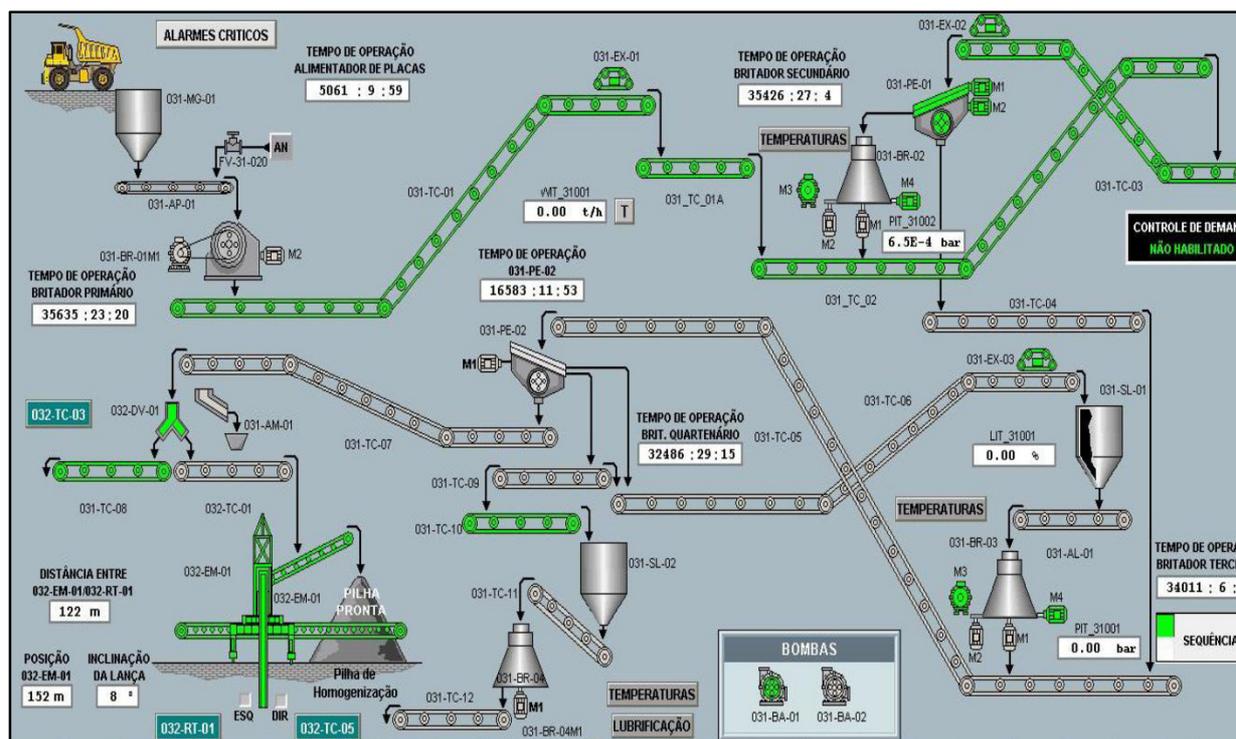


Figura 2.6 - Fluxograma da britagem do circuito W de Vazante. Fonte: L.M.C. Lopes (2016)

2.6.1.2 Moagem W

No circuito de moagem, o material proveniente da pilha de homogeneização é enviado a um moinho de bolas de dimensões 6,0 x 2,4 m, com capacidade de 170 t/h. Esse circuito caracteriza-se por operar em regime fechado a úmido.

O produto da moagem passa por uma grelha com abertura de 10 mm, denominada *trommel*. O *oversize* dessa grelha é constituído por um material incapaz de ser moído pelo moinho, e o material passante é a polpa, que é um material formado por sólidos e água. Essa polpa é encaminhada para peneiras de alta frequência com capacidade de 85 t/h, possuindo 5 *decks*. O material retido nas peneiras, contendo mais do que 12% da massa retida em 100#, retorna ao moinho, enquanto o material passante é enviado à flotação. Uma alíquota dessa polpa passa por um amostrador *on line*, chamado PSI, que fornece a porcentagem da massa retida em 100# e passante em 400# (Bechir, 2012).

O produto da moagem possui um mínimo de 94% da massa passante em 65# e mínimo de 88% passante em 100#, sendo este o tamanho de liberação da willemita (L.M.C. Lopes, mensagem pessoal, 30/08/2016).

2.6.1.3 Flotação *W*

Na flotação *W*, é feita inicialmente a flotação dos sulfetos, chamada *Bulk*. Em seguida, é feita a flotação seletiva de Pb/Ag e o rejeito dessa flotação seletiva alimenta a flotação de zinco silicatado. A figura 2.7 é um fluxograma de todos os processos de flotação, englobando as flotações *Bulk*, seletiva de Pb/Ag, *W* e *C*.

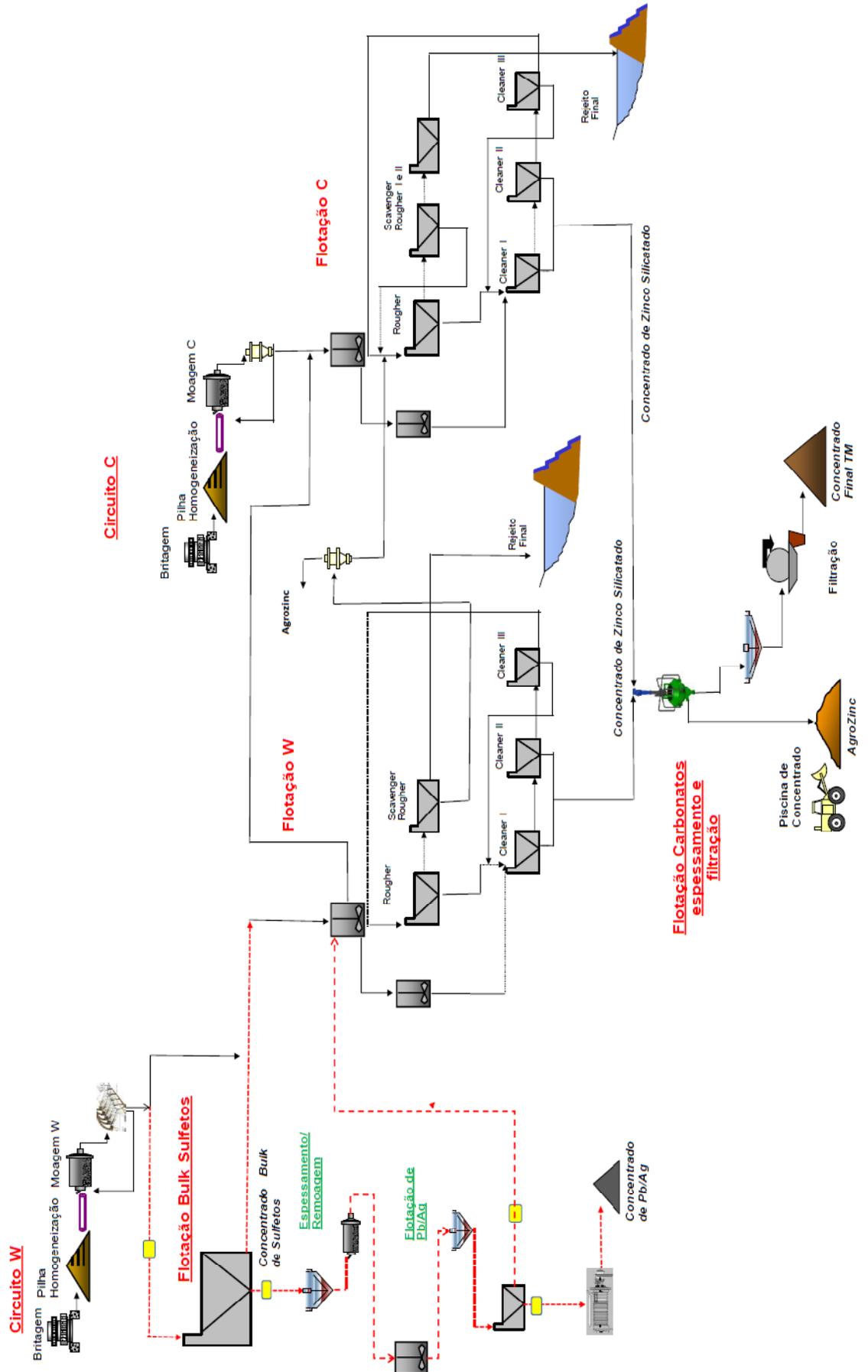


Figura 2.7 - Fluxograma dos circuitos de flotação da unidade Vazante. Fonte: L.M.C. Lopes (mensagem pessoal, 30/08/2016)

Flotação Bulk

O material proveniente da moagem é encaminhado para dois tanques de acondicionamento que alimentam a flotação *Bulk* de sulfetos. Na flotação *Bulk*, a etapa *rougher* gera um concentrado *rougher* que alimenta a etapa *cleaner*, e o rejeito *rougher* alimenta a etapa *scavenger rougher*. O concentrado da *scavenger* volta para a *rougher* novamente e o rejeito da *scavenger* alimenta a flotação *W* de silicato de zinco.

A etapa *cleaner* é alimentada pelo concentrado *rougher*. O concentrado *cleaner* vai para uma etapa *re-cleaner*, e o rejeito *cleaner* vai para a etapa *scavenger cleaner*. O concentrado *scavenger cleaner* volta para a etapa *cleaner*, e o rejeito *scavenger cleaner* volta para a etapa *rougher*. O concentrado *re-cleaner* é o concentrado final *Bulk*, e o rejeito *re-cleaner* volta para a etapa *cleaner*. O concentrado *Bulk* alimenta um moinho de circuito fechado de remoagem e, posteriormente, o material é encaminhado para a flotação seletiva de Pb/Ag (Bechir, 2012; São José, 2015).

No processo de flotação, utiliza-se amil xantato como coletor de sulfetos, sulfeto de sódio como ativador e regulador de pH, MIBC como espumante e silicato de sódio como dispersante (L.M.C. Lopes, mensagem pessoal, 30/08/2016). A figura 2.8 exemplifica o processo de flotação *Bulk*.

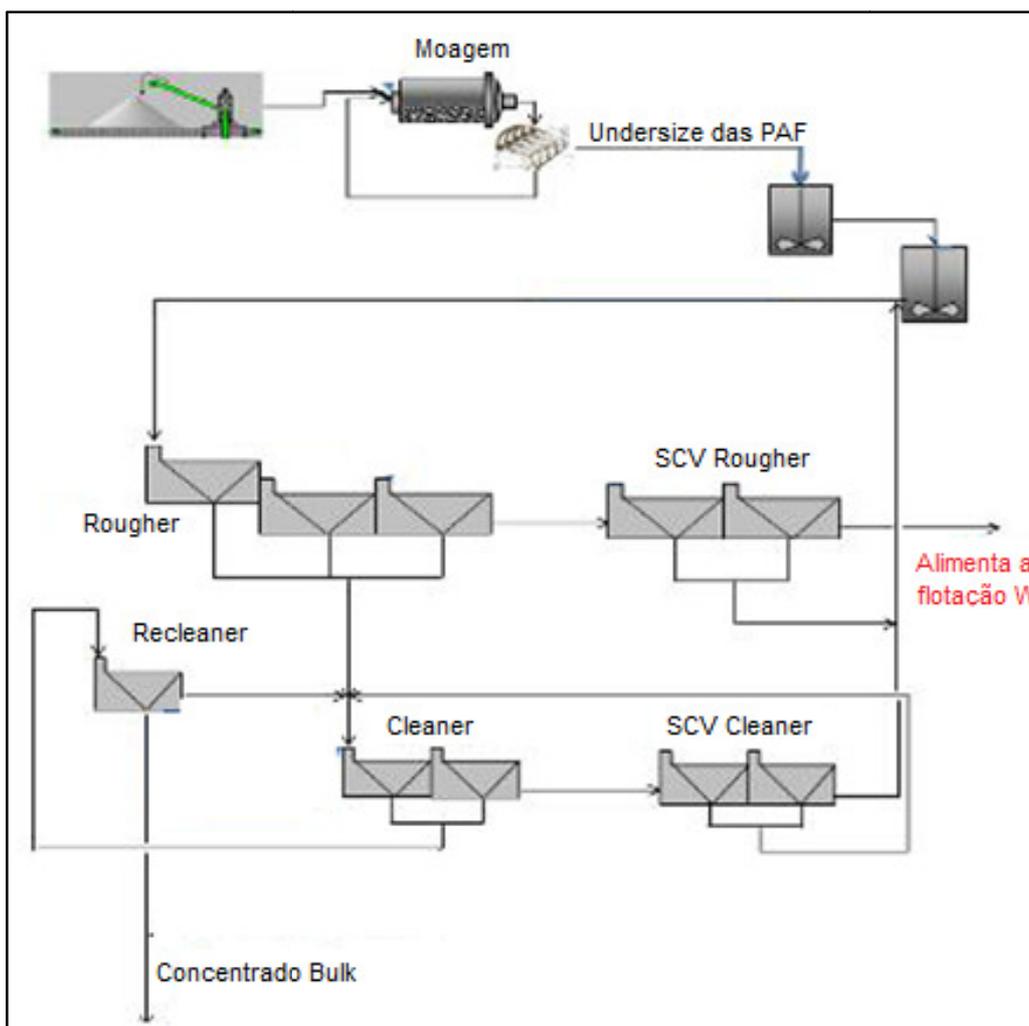


Figura 2.8 - Fluxograma do processo de flotação *Bulk* de sulfetos. Fonte: Bechir, 2012

Flotação seletiva de chumbo e prata

O concentrado da flotação *Bulk* é enviado para uma remoagem com hidrociclones. O *overflow* dos hidrociclones alimenta a flotação seletiva de chumbo e prata, cujos minerais minério são galena e jalpaíta-mckinstryita, respectivamente. Esse material passa inicialmente por dessorção e desaguamento para retirada dos reagentes utilizados na flotação Bulk e para retirada da água com os reagentes dessorvidos. A dessorção é necessária devido aos reagentes serem prejudiciais à flotação seletiva.

O processo inicia-se na etapa *rougher*. O concentrado da etapa *rougher* alimenta a etapa *cleaner* e o rejeito alimenta a etapa *scavenger rougher* 1. O concentrado da *scavenger rougher* 1 retorna para a etapa *rougher*, e o rejeito da

scavenger rougher 1 vai para a *scavenger rougher 2*. O concentrado da *scavenger rougher 2* retorna para a *scavenger rougher 1*.

O concentrado da etapa *cleaner* é o concentrado final de Pb/Ag. O rejeito *cleaner* alimenta a *scavenger da cleaner*, cujo concentrado retorna para a etapa *cleaner* e o rejeito retorna para a etapa *rougher* (Bechir, 2012).

O concentrado final tem teor médio de chumbo de 34% e teor médio de prata de 2.600 ppm. Os reagentes utilizados são sulfeto de sódio como ativador, silicato de sódio como dispersante, amil xantato como coletor e MIBC como espumante (L.M.C. Lopes, mensagem pessoal, 30/08/2016). A figura 2.9 contém o fluxograma da flotação seletiva de chumbo e prata.

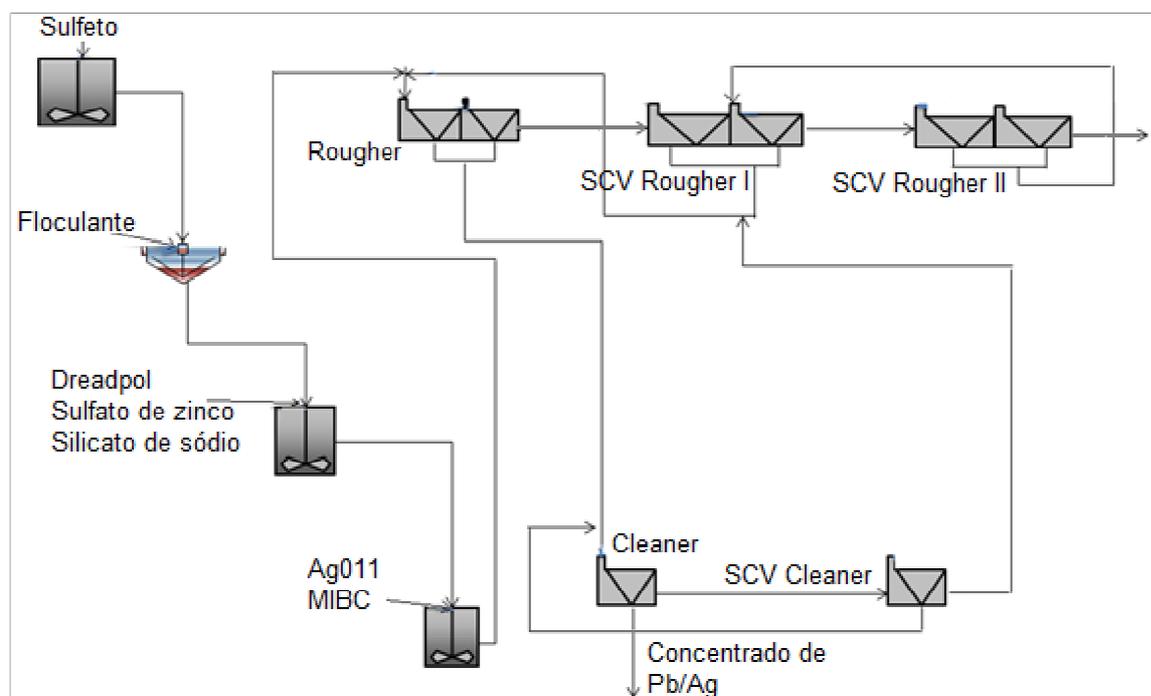


Figura 2.9 - Fluxograma da flotação seletiva de chumbo e prata. Fonte: Bechir, 2012

Flotação de zinco silicatado - W

A flotação de zinco silicatado é alimentada pelo rejeito da flotação Bulk. Segundo Bechir (2012), o material é enviado para um tanque de condicionamento, onde uma pequena alíquota é amostrada em amostrador automático para posterior análise química. O material do tanque recebe o coletor amina e o espumante MIBC, sendo enviado, em seguida, para a etapa *cleaner*, a qual é dividida em três: *cleaner 1*, *2* e *3*. O rejeito *cleaner 1* alimenta a célula *cleaner 2*, e o rejeito da célula *cleaner*

2 alimenta a célula *cleaner* 3. Os concentrados das *cleaners* 1 e 2 passam por um amostrador automático e são enviados ao tanque pulmão. O concentrado da *cleaner* 3, se tiver atingido o teor desejado de 40%, é armazenado juntamente com os concentrados das *cleaners* 1 e 2. Entretanto, se ele não tiver alcançado o teor necessário, ele retorna à *cleaner* 1. O rejeito *cleaner* 3 alimenta a etapa *rougher*.

O concentrado *rougher* alimenta a etapa *cleaner*, e o rejeito *rougher* alimenta a etapa *scavenger rougher*. O concentrado *scavenger rougher* é enviado à caixa 034-CX-02 e, posteriormente, alimenta um hidrociclone, cujo *overflow* é o rejeito final do processo e o *underflow* é enviado à etapa *rougher* da flotação C.

Um analisador *online*, Courier, analisa o concentrado e o rejeito gerados na flotação W através de raio-X, medindo o teor de zinco nos produtos da flotação. O concentrado final apresenta teor médio de 40% de zinco (L.M.C. Lopes, mensagem pessoal, 30/08/2016). Este concentrado passa por uma nova flotação, a flotação de carbonatos, para redução do teor de MgO, que é prejudicial ao processo hidrometalúrgico (Bechir, 2012). As figuras 2.10 e 2.11 mostram os fluxogramas das etapas *cleaner* e *rougher* da flotação W, respectivamente.

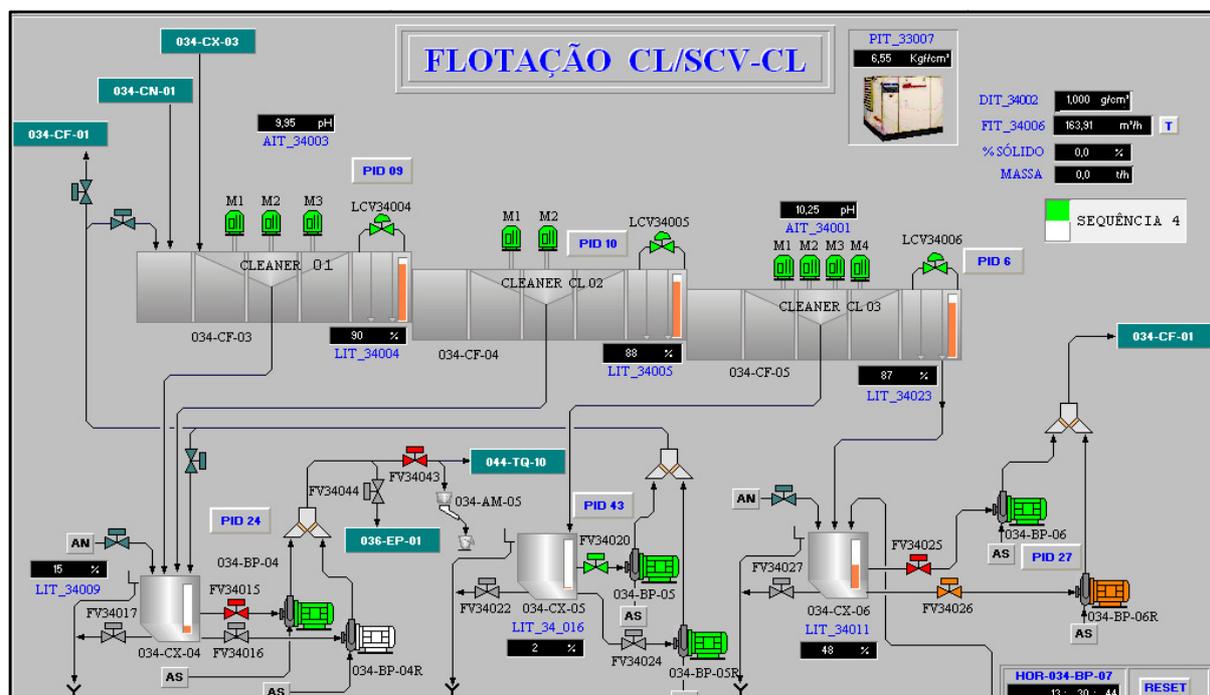


Figura 2.10 - Fluxograma da etapa *cleaner* da flotação W. Fonte: Bechir, 2012

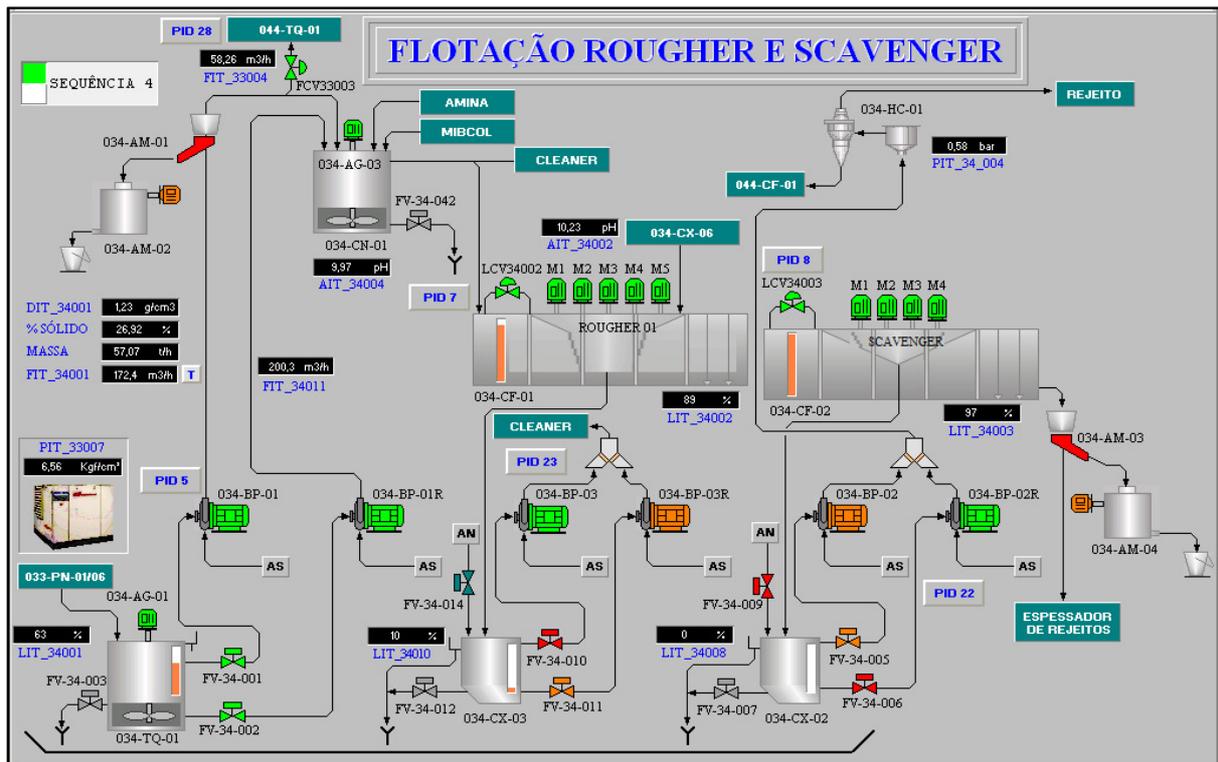


Figura 2.11 - Fluxograma das etapas *rougher* e *scavenger* da flotação W. Fonte: Bechir, 2012

2.6.2 Circuito C

Nas seções a seguir será descrito o processo de beneficiamento do circuito C.

2.6.2.1 Britagem C

A britagem inicia-se em um circuito aberto com um britador de mandíbulas, cuja capacidade é 150 t/h, seguido de um circuito fechado. O produto da britagem primária é classificado em uma peneira de 3" com capacidade de 150 t/h. O material retido é transportado para dois britadores de mandíbulas secundários paralelos com capacidade de 100 t/h cada e o passante é transportado para uma pilha de minério C. Em seguida, o produto das britagens secundárias retorna novamente para a mesma peneira. A figura 2.12 ilustra o processo de britagem C.

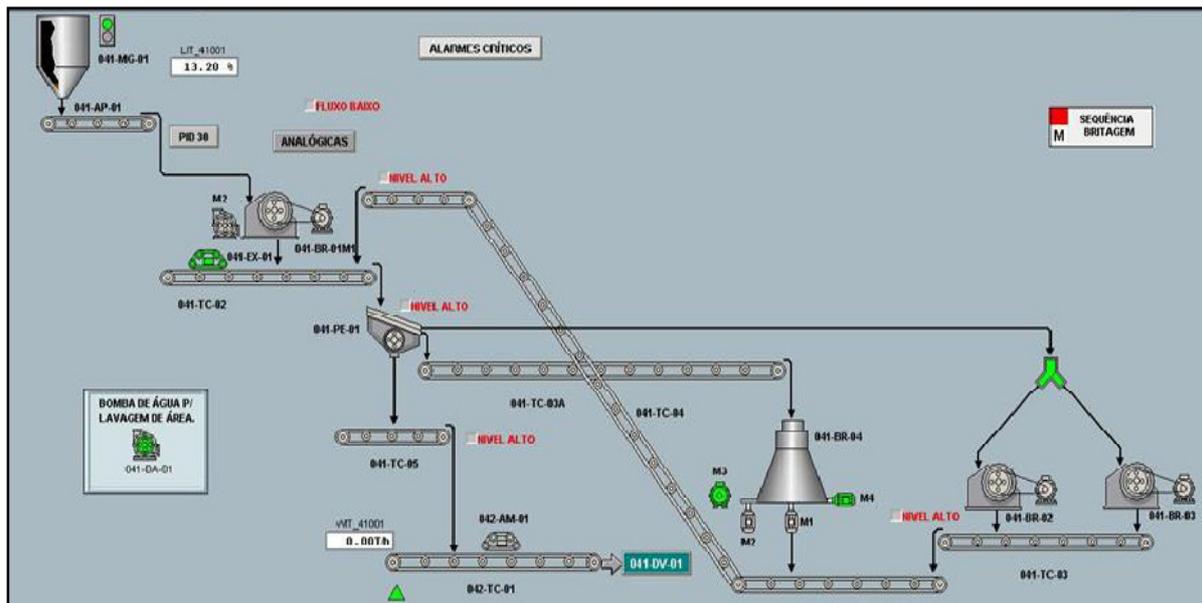


Figura 2.12 - Fluxograma da britagem C. Fonte: L.M.C. Lopes (mensagem pessoal, 30/08/2016)

2.6.2.2 Moagem C

A moagem inicia com o material proveniente da britagem sendo enviado ao moinho de bolas, cuja capacidade é 80 t/h com dimensões de 11,0 x 2,4 m. Adiciona-se água ao moinho a uma vazão média de 15 m³/h (Bechir, 2012). O produto da moagem é classificado em uma grelha (*trommel*); o *oversize* é enviado para uma caçamba e a polpa passante alimenta hidrociclones após receber água em sua composição. O *underflow* resultante, que contém mais de 10% da massa retida em 100#, retorna ao moinho, enquanto o *overflow*, que apresenta mais de 90% da massa passante em 100#, é direcionado para a flotação. A figura 2.13 é o fluxograma da moagem C.

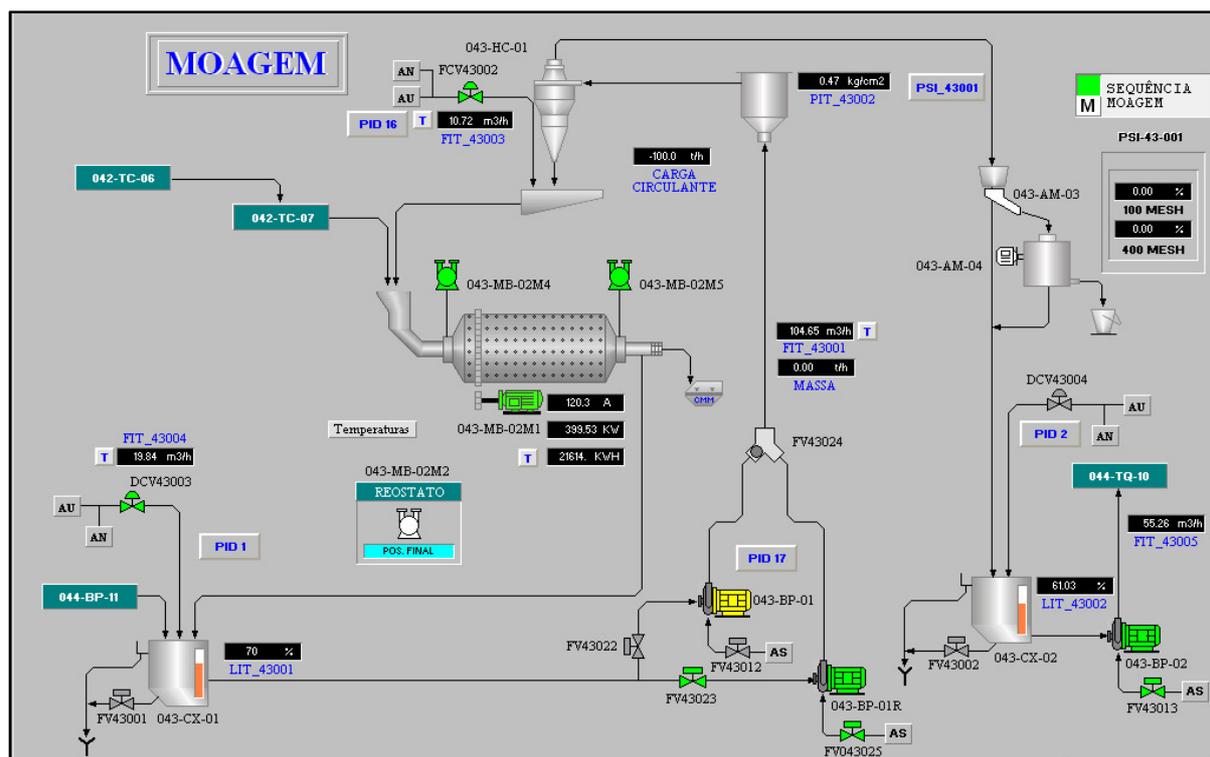


Figura 2.13 - Fluxograma da moagem C. Fonte: Bechir, 2012

2.6.2.3 Flotação C

Segundo Bechir (2012), o circuito de flotação é alimentado pelo *overflow* da moagem C. A polpa é condicionada inicialmente em um tanque e posteriormente é bombeada para um segundo tanque. Durante o bombeamento, parte da polpa é amostrada por amostrador automático. Nesses dois tanques, a polpa recebe o dispersante AGLP para neutralizar as lamas, recebe também o ativador sulfeto de sódio, o coletor amina e o espumante MIBC.

Tendo recebido os reagentes, a polpa é então enviada para a célula de flotação *cleaner*, iniciando, assim, a flotação propriamente dita. A etapa *cleaner* é dividida em três: *cleaner* 1, 2 e 3. Os concentrados das células *cleaner* 1 e 2 seguem para a caixa 044-CX-10 e de lá são bombeados para o tanque 044-TQ-10. Durante este bombeamento, são coletadas amostras para análise laboratorial. O concentrado da célula *cleaner* 3 também é enviado para o tanque 044-TQ-10. Os concentrados das células *cleaner* 1, 2 e 3 são o concentrado final.

O rejeito da *cleaner* 1 alimenta a célula *cleaner* 2, cujo rejeito alimenta a célula *cleaner* 3. O rejeito da célula *cleaner* 3 alimenta a célula *rougher*.

A etapa *rougher*, além de ser alimentada com o rejeito da *cleaner* 3, também é alimentada pelo concentrado *scavenger rougher* do processo de flotação *W*. O rejeito da célula *rougher* 1 alimenta a célula *rougher* 2, e o rejeito da *rougher* 2 alimenta a célula *rougher* 3. O rejeito da célula *rougher* 3 é o rejeito final do processo de flotação *C*.

Os concentrados das células *rougher* 1 e 2 retornam à etapa *cleaner*, enquanto o concentrado da *rougher* 3 alimenta a célula *rougher* 1. O concentrado final da flotação *C*, que apresenta teor médio de zinco de 40%, é direcionado para a flotação de carbonatos. Essa flotação tem como objetivo reduzir o teor de MgO proveniente dos carbonatos, pois este óxido prejudica o processo metalúrgico posterior.

As figuras 2.14 e 2.15 a seguir exemplificam as etapas *cleaner*, *rougher* e *scavenger* da flotação *C* (Bechir, 2012).

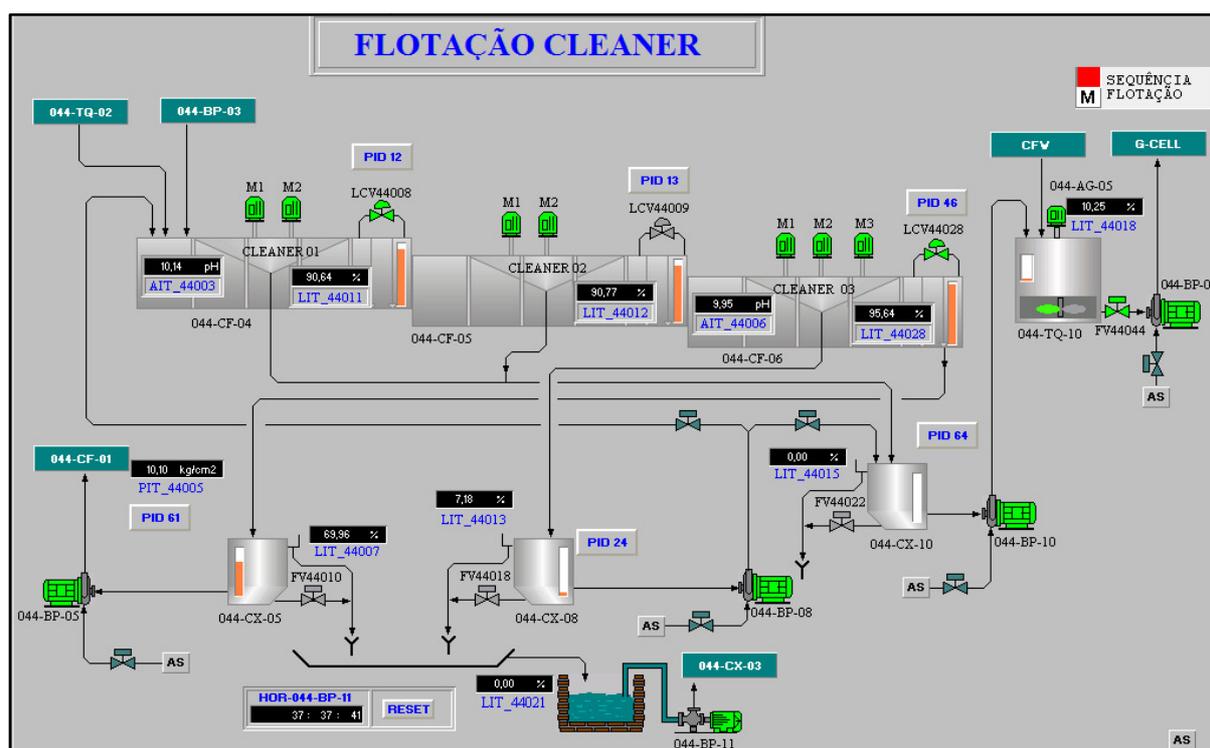


Figura 2.14 - Fluxograma da etapa *cleaner* da flotação *C*

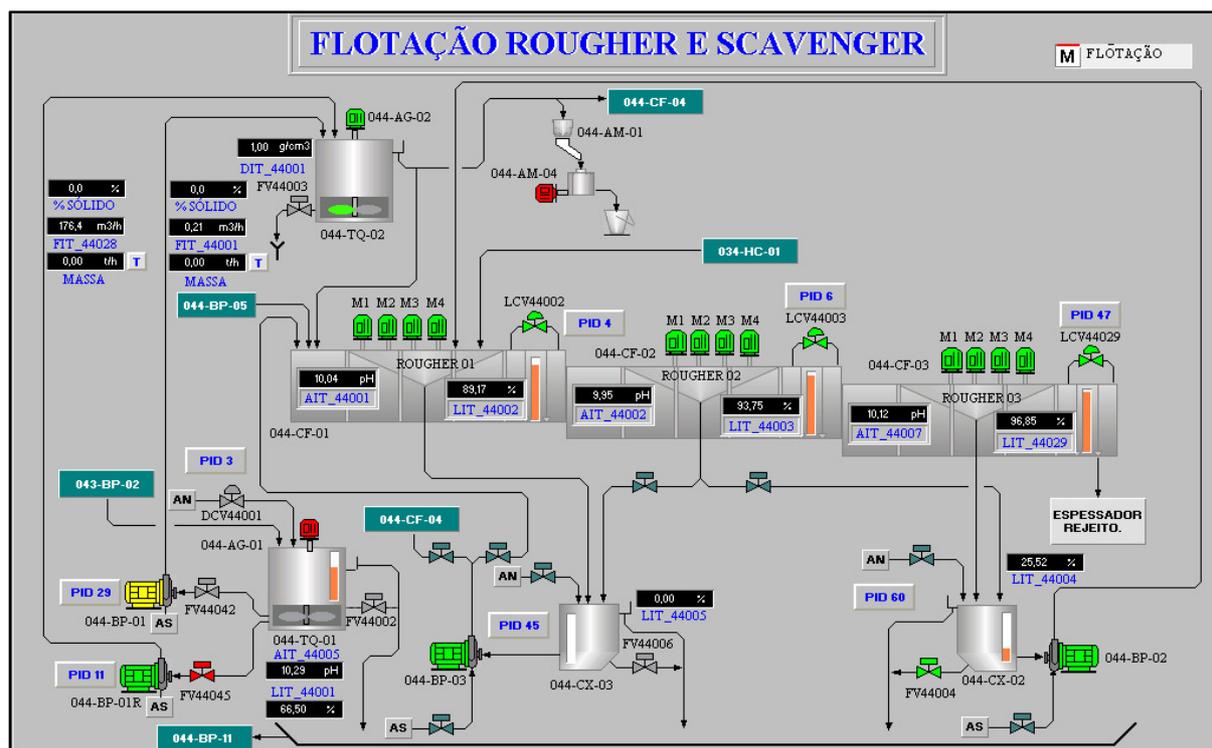


Figura 2.15 - Fluxograma das etapas *rougher* e *scavenger* da flotação C

O concentrado silicatado de zinco de Vazante, após ser filtrado, e o concentrado sulfetado de zinco, proveniente da mina Morro Agudo, na cidade de Paracatu, são tratados na planta hidrometalúrgica, situada em Três Marias (figura 2.16). O concentrado sulfetado de zinco de Morro Agudo, ao ser enviado à planta hidrometalúrgica, é pré-lixiviado com ácido sulfúrico e a polpa resultante é tratada para reflotar os sulfetos e eliminar as impurezas precipitadas (Biava & Rezende, 2006).

Com o zinco produzem-se lingotes, ligas metálicas, óxido de zinco, ácido sulfúrico e matérias primas para a indústria de micronutrientes (Biava & Rezende, 2006; Lemos, 2011; Lemos *et al.*, 2015; Silva, 2006).

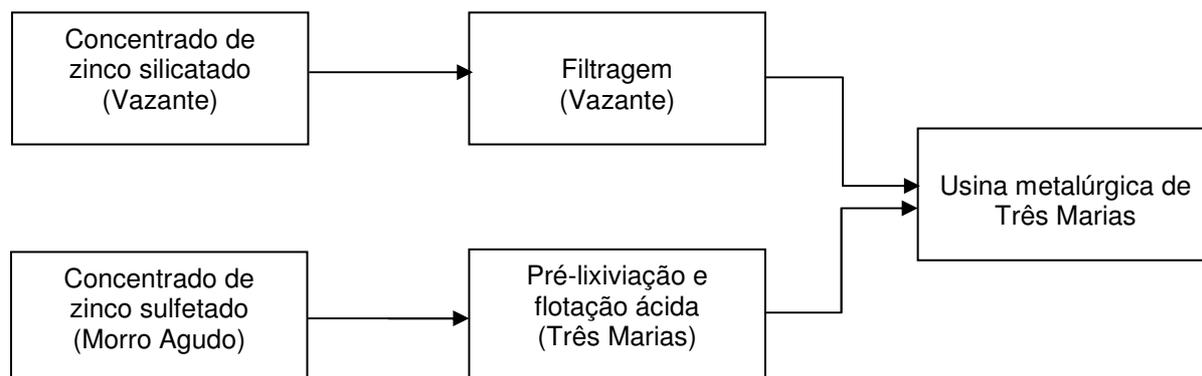


Figura 2.16 - Fluxograma dos materiais de zinco da Votorantim Metais. Modificado de Biava e Rezende, 2006

2.6.3 Problemas da flotação da unidade de Vazante

Um problema enfrentado na flotação de zinco de Vazante é a presença de lamas. Elas são causadas por dolomitos, óxidos e hidróxidos de ferro, marga e por material de textura argilosa e geram contaminação da espuma com pequenas frações de ganga, elevação do consumo de reagentes, redução da velocidade de flotação e o efeito *slime coating*, que consiste no envolvimento das partículas maiores por partículas muito finas, prejudicando a seletividade do coletor. Antigamente, para reduzir o impacto negativo da lama, era feita a deslamagem do material. No entanto, esse processo resultava em grande perda de zinco (Silva, 2006). Então, para conter a perda de zinco, começou a ser usado dispersante. Os dispersantes permitem a individualização das partículas do sistema e favorecem a adsorção do coletor.

Além das lamas, há outros fatores que também interferem na performance do processo de flotação, como o tamanho de liberação da willemita, que se situa na faixa de 88% a 90% passante em 0,15 mm (100#). O teor de sulfetos (sulfetos de cobre, prata, chumbo e cádmio) também constitui um problema, uma vez que eles dificultam a interação das partículas de silicato de zinco com os reagentes (Biava & Rezende, 2006; Lemos, 2011). Há também uma enorme diversidade de minerais de ganga, que requerem diversos tipos de reagentes, além de fornecerem óxidos indesejáveis à polpa, como óxidos de ferro, de cálcio e de magnésio. Estes prejudicam a recuperação do zinco, pois diminuem a seletividade do processo.

Como pôde ser constatado, para um beneficiamento eficaz, é necessário ter um amplo controle não só sobre as variáveis da flotação, como reagentes, temperatura, qualidade da água, cinética da flotação, potencial eletroquímico da polpa, entre outros, mas também sobre as variáveis litológicas/mineralógicas (São José, 2015).

Para estimativa da recuperação metalúrgica de zinco das minas de Vazante, foram utilizadas regressão linear múltipla e krigagem de indicadores. Em vista disso, os próximos capítulos são uma abordagem sobre esses dois métodos.

CAPÍTULO 3

REGRESSÃO LINEAR

Regressão linear é um método que visa obter a relação entre uma variável dependente ou resposta, Y , e uma ou mais variáveis independentes, X (X_1, \dots, X_n), a fim de que seja possível prever ou determinar o valor da variável resposta. A relação entre X e Y pode ser expressa através de um gráfico, denominado diagrama de dispersão. Nele, é possível verificar se a relação do fenômeno com as variáveis de entrada tem um comportamento linear, quadrático, cúbico, exponencial ou logarítmico. Caso haja correlação entre a(s) variável(is) independente(s) e a variável dependente, determina-se a equação de regressão (Sarma, 2009).

3.1 Correlação

Correlação é uma medida de similitude entre pares de variáveis (Sinclair & Blackwell, 2004). A relação entre duas variáveis é denotada pelo coeficiente de correlação, ρ . A seguir serão descritos dois tipos de coeficiente de correlação: o coeficiente de correlação de Pearson e o coeficiente de correlação *rank*.

3.1.1 Coeficiente de correlação de Pearson

O coeficiente de correlação, também chamado de coeficiente de correlação de Pearson, é a covariância dividida pelos desvios padrões das variáveis:

$$\rho = \frac{1/n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sigma_x \sigma_y} \quad (3.1)$$

onde $\left(\frac{1}{n}\right) \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ é a covariância entre X e Y , x_i são os valores da variável X ; \bar{x} é a média de X ; y_i são os valores da variável Y ; \bar{y} é a média de Y ; σ_x é o desvio padrão de X e σ_y , o desvio padrão de Y (Waller & Gotway, 2004).

O coeficiente de correlação é uma medida da proximidade dos valores observados com a reta de regressão linear. Se $\rho=1$, então o diagrama de dispersão será uma reta com coeficiente angular positivo; se $\rho=-1$, então o diagrama de dispersão será uma reta com coeficiente angular negativo. Quanto mais próximo ρ estiver de um, mais as variáveis estão correlacionadas, e quanto mais próximo de zero, menor a correlação entre elas – neste caso, o diagrama de dispersão será uma nuvem de pontos larga e difusa (Isaaks & Srivastava, 1989).

3.1.2 Coeficiente de correlação *rank*

O coeficiente de correlação *rank*, ou coeficiente de Spearman, é um coeficiente de correlação entre duas variáveis, x_i e y_i , utilizado quando as variáveis não possuem distribuição normal (Landim, 2003).

Esse coeficiente de correlação é calculado segundo:

$$\rho_{rank} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_{x_i} - \overline{R_x})(R_{y_i} - \overline{R_y})}{\sigma_{R_x} \sigma_{R_y}} \quad (3.2)$$

onde R_{x_i} é a posição de x_i dentre os outros valores de x , R_{y_i} é a posição de y_i dentre os outros valores de y – os quais são calculados através da classificação dos valores em ordem crescente – $\overline{R_x}$ é a média das posições R_{x1}, \dots, R_{xn} ; σ_{R_x} é o desvio padrão de R_x ; $\overline{R_y}$ é a média das posições R_{y1}, \dots, R_{yn} e σ_{R_y} é o desvio padrão de R_y .

Diferente do coeficiente de correlação tradicional, o coeficiente de correlação *rank* não sofre fortes influências dos pares com valores extremos. Um coeficiente de correlação *rank* alto e um coeficiente de Pearson baixo pode indicar a presença de alguns pares erráticos. Semelhantemente, um coeficiente de correlação de Pearson com valor muito alto enquanto o coeficiente de correlação *rank* é baixo, indica a presença de pares de valores extremos (Rossi & Deutsch, 2014).

Quando o coeficiente de correlação é 1, então a posição das duas variáveis será idêntica: o menor valor de x corresponde ao menor valor de y , e o maior valor de x corresponde ao maior valor de y . Duas variáveis cujo coeficiente de correlação

rank seja muito maior do que o coeficiente de correlação de Pearson podem indicar uma relação não linear. Por exemplo, duas variáveis X e Y que estão relacionadas pela equação $Y=X^2$ terão um valor de ρ próximo a 0, mas o ρ_{rank} será 1 (Isaaks & Srivastava, 1989).

3.2 Regressão linear simples

Após ser constatado que há correlação entre as variáveis X e Y , efetua-se a regressão. Na regressão linear simples, utiliza-se apenas uma variável independente para explicar o comportamento da variável resposta. O modelo de regressão linear simples é representado por:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \quad (3.3)$$

onde x é a variável independente, β_0 é o ponto em que a reta intercepta o eixo Y , β_1 é a inclinação da reta e ε é o erro associado à distância entre o valor observado y e o correspondente ponto na curva para o mesmo nível de x . Essa equação é usada para previsões futuras de Y ou para estimar a resposta média de um valor específico de x (Fávero, Belfiore, Silva & Betty, 2009)

Para diminuir a distância entre os pontos do diagrama de dispersão e a curva da equação de regressão, pode-se usar o método dos mínimos quadrados, MMQ. Esse método visa minimizar a soma dos quadrados das distâncias entre os pontos do diagrama e os respectivos pontos na curva da equação, obtendo-se, assim, o menor erro possível (Montgomery & Runger, 2012; Spiegel, 1961).

O erro, ou resíduo, apresenta distribuição normal, com média zero e variância σ^2 . O estimador da variância do erro é definido por:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 2} \quad (3.4)$$

Os estimadores de equações normais dos mínimos quadrados dos coeficientes de regressão são:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \\ \hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i x_{i1} - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}} \end{array} \right. \quad (3.5)$$

onde $\bar{y} = (1/n) \sum_{i=1}^n y_i$ e $\bar{x} = (1/n) \sum_{i=1}^n x_i$ (Montgomery & Runger, 2012).

3.3 Regressão linear múltipla

A regressão linear múltipla é uma técnica em que são envolvidas duas ou mais variáveis independentes para explicar a variação da variável dependente. Em geral, a adição de variáveis independentes fornece um melhor ajuste da reta e aumenta a correlação entre os dados teóricos e os reais (Sarma, 2009; Wackernagel, 1998).

O modelo de regressão linear múltipla, com k variáveis explicativas e n observações, é expresso por:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ji} + \varepsilon_i$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (3.6)$$

onde y_i é a variável resposta, x_1, \dots, x_k são as variáveis explicativas, β_0, \dots, β_k são os coeficientes de regressão e ε_i é o erro ou resíduo, que possui distribuição normal $N(0, \sigma^2)$.

A função de regressão é chamada de superfície resposta e sua representação gráfica é um plano no espaço (figura 3.1).

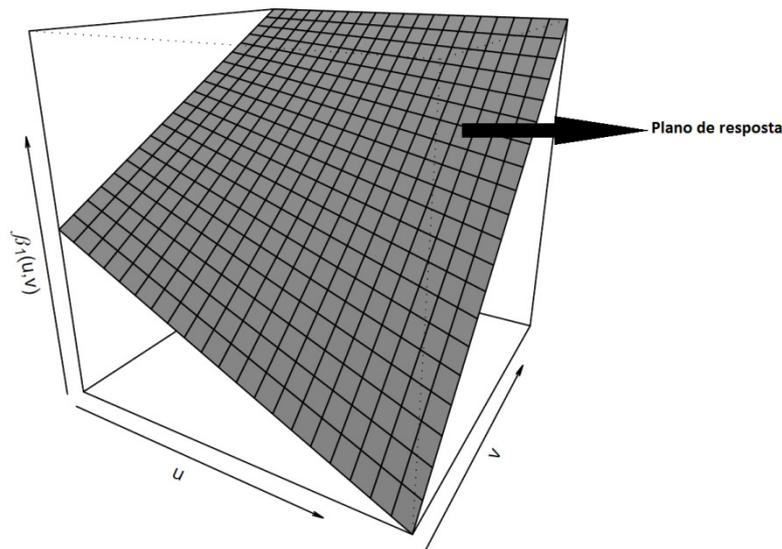


Figura 3.1 - Representação gráfica de uma função de regressão múltipla. Fonte: Fotheringham, 2002

Conforme relatam Montgomery e Runger (2012), o sistema de equações da regressão linear múltipla clássico pode ser escrito em notação matricial, segundo a equação abaixo:

$$[Y] = [X][\beta] + [\varepsilon] \quad (3.7)$$

sendo as matrizes:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{1,k} \\ 1 & X_{21} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{2,k} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & X_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{n,k} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Neste sistema, $[Y]$ é um vetor ($n \times 1$), $[X]$ é uma matriz ($n \times k$) dos níveis das variáveis independentes, $[\beta]$ é um vetor ($p \times 1$) dos coeficientes de regressão, sendo $p=k+1$, e $[\varepsilon]$ é um vetor ($n \times 1$) dos erros.

O vetor ε tem distribuição normal, cuja esperança matemática é zero. Sua matriz de variância-covariância é assim representada:

onde p é o número de coeficientes de regressão β e $n-p$ são os graus de liberdade do erro.

3.3.1 Regressão linear considerando a média dos dados

Como declara Brownlee (1967), outra forma de calcular a regressão linear é subtraindo a variável explicativa por sua média. A equação algébrica passa a ser representada, então, por:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j (x_{j(i)} - \bar{x}_j) + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.14)$$

e a equação do valor estimado de y por (Brownlee, 1967; Zagayevskiy & Deutsch, 2011):

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j (x_{j(i)} - \bar{x}_j) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.15)$$

onde y_i é o valor das observações da variável resposta, β_j são os coeficientes de regressão, x_j são as variáveis explicativas, \bar{x}_j é o valor médio de cada variável explicativa e k é o número de variáveis explicativas. Semelhantemente, \hat{y}_i é o valor estimado da variável resposta e $\hat{\beta}_j$ são os coeficientes de regressão estimados.

3.3.2 Regressão polinomial

A regressão polinomial é usada quando o modelo apresenta um comportamento polinomial, cuja resposta é curvilínea. Nesse caso, ao invés do ajuste da reta, é feito um ajuste por meio de uma função polinomial de grau igual ou superior a dois (Brownlee, 1967).

Embora a função seja curvilínea, esse é um caso especial da regressão linear, pois considera-se $x_{i1} = x_i$ e $x_{ik} = x_i^k$. Assim, o modelo $Y = X\beta + \varepsilon$ também é usado para ajustar a regressão polinomial. No ajuste da curva de regressão,

procura-se usar o modelo de menor grau que gere um resultado consistente com os dados.

A regressão quadrática é um tipo de regressão polinomial, sendo representada por:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \varepsilon_i \quad (3.16)$$

O modelo de ajuste da regressão quadrática é dado pelo seguinte sistema de equações normais (Spiegel, 1961):

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i x_i = \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 \\ \sum_{i=1}^n y_i x_i^2 = \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 + \hat{\beta}_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 \end{cases} \quad (3.17)$$

que leva a

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \hat{\beta}_2 x_i^2 \quad (3.18)$$

A figura 3.2 exemplifica o comportamento de uma regressão quadrática.

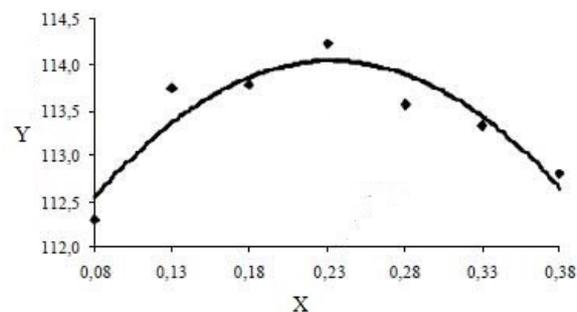


Figura 3.2 - Gráfico de uma regressão quadrática

Assim como a regressão linear, a regressão quadrática também pode ser calculada considerando-se a média dos dados. A forma algébrica para o modelo de regressão quadrático e de suas estimativas é dada, neste caso, por:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j (x_{j(i)} - \bar{x}_j) + \sum_{j=1}^k \sum_{l=i}^k \beta_{jl} (x_{j(i)} - \bar{x}_j) \cdot (x_{l(i)} - \bar{x}_l) + \varepsilon_{(i)} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.19)$$

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j (x_{j(i)} - \bar{x}_j) + \sum_{j=1}^k \sum_{l=i}^k \hat{\beta}_{jl} (x_{j(i)} - \bar{x}_j) \cdot (x_{l(i)} - \bar{x}_l) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.20)$$

onde β_{jl} e $\hat{\beta}_{jl}$ são o termo de interação e sua estimativa entre a $j^{\text{ésima}}$ e a $l^{\text{ésima}}$ variáveis explicativas x_j e x_l no modelo de regressão quadrática, k é o número de variáveis explicativas (Zagayevskiy & Deutsch, 2011).

3.4 Intervalo de confiança

O intervalo de confiança é uma medida de confiabilidade da estimativa de um determinado parâmetro. Corresponde à probabilidade de $1-\alpha$ de que um intervalo contenha o verdadeiro parâmetro (figura 3.3), sendo α o nível de significância ou de confiança.

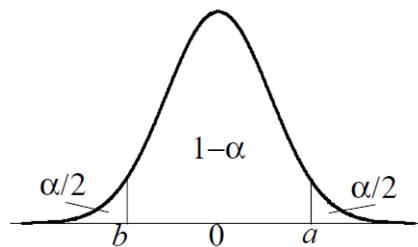


Figura 3.3 - Distribuição de uma variável

3.4.1 Intervalo de confiança para regressão linear simples

O intervalo de confiança de $100(1-\alpha)\%$ para um valor estimado de \hat{Y}_0 de um dado valor x_0 é (Montgomery & Runger, 2012):

$$\hat{y}_0 \pm t_{\alpha/2, n-2} \sqrt{\hat{\sigma}^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right]} \quad (3.21)$$

onde \bar{x} é a média amostral, $t_{\alpha/2, n-2}$ é o ponto $\alpha/2$ da tabela *t-student* com $n-2$ graus de liberdade e $\hat{\sigma}^2$ é o estimador da variância (equação 3.13).

3.4.2 Intervalo de confiança para regressão linear múltipla

O intervalo de confiança de $100(1-\alpha)\%$ para um valor estimado \hat{y}_0 é (Montgomery & Runger, 2012):

$$\hat{y}_0 \pm t_{\alpha/2, n-p} \sqrt{\hat{\sigma}^2 (1 + x_0^T (X^T X)^{-1} x_0)} \quad (3.22)$$

onde x_0 é um vetor

$$x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ x_{01} \\ x_{02} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{0k} \end{bmatrix}$$

e a matriz $X^T X$ é representada por

$$X^T X = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{i2} & \dots & \sum_{i=1}^n x_{ik} \\ \sum_{i=1}^n x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 & \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{i2} & \dots & \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{ik} \\ \sum_{i=1}^n x_{i2} & \sum_{i=1}^n x_{i2}x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{i2}^2 & \dots & \sum_{i=1}^n x_{i2}x_{ik} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \sum_{i=1}^n x_{ik} & \sum_{i=1}^n x_{ik}x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{ik}x_{i2} & \dots & \sum_{i=1}^n x_{ik}^2 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

3.5 Métodos de avaliação da regressão

Para avaliar a qualidade da regressão e verificar se as variáveis independentes de fato explicam a variabilidade da variável resposta, usam-se vários testes, como o teste de hipóteses, e analisa-se a significância da regressão, por meio da ANOVA. O coeficiente de determinação, R^2 , também é utilizado para avaliar a regressão, e a análise de sensibilidade é usada para avaliar os coeficientes de

regressão. Nas seções a seguir, são apresentados os principais métodos de avaliação da regressão.

3.5.1 Coeficiente de determinação - R^2

A qualidade da regressão é definida pela análise dos resíduos entre os valores calculados e os reais, $\hat{y}_i - y_i$, sendo representada pelo coeficiente de determinação, R^2 . Esse coeficiente mede a proporção da variância dos dados observados que é explicada pelo modelo, permitindo, assim, verificar se o modelo proposto é adequado ou não para descrever o fenômeno (Fotheringham, Brunston & Charlton, 2002; Stein, Van der Meer & Gorte, 2002). O R^2 é calculado por meio da seguinte equação:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (3.24)$$

onde \hat{Y}_i são os valores calculados, Y_i os valores reais e \bar{Y} é o valor médio dos dados reais. Quanto mais próximo o valor de R^2 for de 1, mais a variação total é explicada pelo modelo de regressão, e quanto mais próximo de 0, menos o modelo de regressão explica a variação total.

R^2 ajustado

A inserção de variáveis independentes no modelo aumenta o valor de R^2 , mesmo que a variável inserida não contribua significativamente para a explicação do modelo. Para evitar a inclusão de variáveis pouco explicativas, emprega-se o coeficiente de regressão ajustado, R_a^2 . Esse coeficiente pondera o número de variáveis explicativas em relação ao número de observações, penalizando as variáveis pouco explicativas. O R_a^2 é determinado por:

$$R_a^2 = 1 - \left(\frac{n-1}{n-k-1} \right) (1 - R^2) \quad (3.25)$$

onde n é o número dos dados, K é o número de variáveis explicativas e R^2 é o coeficiente de determinação.

3.5.2 Teste de hipóteses

Os testes de hipóteses são empregados para verificar uma conjectura a respeito de uma população. São usados para julgar se uma amostra aleatória suporta ou não uma determinada hipótese (Stein *et al.*, 2002). Para realização dos testes, pressupõe-se que os erros tenham distribuição normal.

Nos testes, considera-se uma hipótese H_0 , também chamada de hipótese nula, contra uma hipótese alternativa H_1 . O objetivo é testar se H_1 é provavelmente verdadeira. Logo, há duas possíveis alternativas (Cowden, 1957; Magalhães & Lima, 2001; Spiegel, 1961):

- rejeitar H_0 e aceitar H_1 , por haver evidências suficientes a favor de H_1 ou
- não aceitar H_1 , por não haver evidências suficientes para aceitá-la.

Se uma hipótese H_0 for rejeitada quando ela for verdadeira, comete-se o erro Tipo I. De maneira análoga, se a hipótese H_0 não for rejeitada, sendo ela falsa, comete-se o erro Tipo II.

A probabilidade de cometer o erro de rejeitar H_0 quando H_1 não é verdadeiro (erro tipo I) é chamado de nível de significância, sendo representada pela letra grega α . Geralmente, o nível de significância é 0,05, significando que se tem uma probabilidade de erro de 5%. A probabilidade de cometer o erro tipo II é denominado pela letra β . A tabela 3.1 resume os tipos de erros:

Tabela 3.1 - Decisão no teste de hipóteses

Decisão	H_0 é verdadeira	H_0 é falsa
Rejeitar H_0	α (erro tipo I)	$1-\beta$
Falhar em rejeitar H_0	$1-\alpha$	β (erro tipo II)

Conforme a tabela 3.1 mostra,

$$\alpha = P(\text{erro tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é verdadeira})$$

$$\beta = P(\text{erro tipo II}) = P(\text{falhar em rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é falsa})$$

Etapas para a realização de um teste de hipóteses (Magalhães & Lima, 2001)

1. Identificar o parâmetro de interesse;
2. Definir as hipóteses nula e alternativa;
3. Determinar uma estatística apropriada de teste;
4. Estabelecer os critérios de rejeição para a hipótese nula;
5. Calcular as grandezas amostrais necessárias, substituí-las na equação para a estatística de teste e calcular esse valor;
6. Concluir se H_0 deve ou não ser rejeitado.

Valores P nos testes de hipóteses

O valor P é usado para determinar se a hipótese nula foi ou não rejeitada com um nível de significância específico α , sendo este o menor nível de significância que conduz à rejeição da hipótese nula H_0 . O valor P é o menor nível α em que os dados são significativos.

Para se tomar a decisão, o valor P é comparado a um nível de significância predefinido. Então, o valor P mostra o risco de se rejeitar de maneira incorreta a hipótese nula H_0 (Montgomery & Runger, 2012).

3.5.3 Análise de variância – ANOVA

A análise de variância é usada para testar a significância da regressão. Ela utiliza a identidade

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (3.26)$$

em que a soma dos quadrados total corrigida (primeiro termo) é igual à quantidade da variabilidade em Y_i devido à linha de regressão (segundo termo) mais a variação residual não explicada pela linha de regressão (último termo).

A significância simultânea dos coeficientes de regressão da equação (3.6) $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ é avaliada através da estatística F , a qual é definida como (Montgomery & Runger, 2012):

$$F_0 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2 / k}{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n-p)} \quad (3.27)$$

sendo $\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2$ a soma dos quadrados da regressão, SQ_R , com k graus de liberdade, $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ a soma dos quadrados dos erros, SQ_E , com $(n-p)$ graus de liberdade. k é o número de variáveis independentes com n observações e p o número de coeficientes de regressão. O numerador dessa equação, MQ_R , corresponde à média quadrática da regressão e o denominador, MQ_E , à média quadrática do erro.

Para elaborar as hipóteses para o teste F , considera-se $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$, ou seja, a variável dependente não é influenciada pelas p variáveis independentes, segundo o modelo proposto, e $H_1: \beta_i \neq 0$, ou seja, pelo menos uma das variáveis independentes exerce influência sobre a variável dependente.

O valor de F deve ser comparado com o valor de F tabelado, de acordo com o nível de significância do teste e do grau de liberdade, sendo o $F_{tab} = F_{\alpha, k, n-p}$ (Montgomery & Runger, 2012).

- Se $F \geq F_{tabelado}$, rejeita-se H_0 no nível de significância em que foi realizado o teste e o modelo proposto é adequado para descrever o fenômeno.
- Se $F < F_{tabelado}$, não se rejeita H_0 no nível de significância em que foi realizado o teste e o modelo proposto não é adequado (Cordeiro & Paula, 1989).

O teste de análise de variância é exibido em uma tabela, como mostra o exemplo da tabela 3.2:

Tabela 3.2 - Exemplo de tabela de análise de variância (ANOVA)

	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média quadrática	F_0
Regressão	SQ_R	k	MQ_R	MQ_R/MQ_E
Erro	SQ_E	$n-p$	MQ_E	
Total	SQ_T	$n-1$		

Alternativamente, pode-se calcular o valor P , o qual corresponde à probabilidade de ocorrer valores superiores ao F calculado.

3.5.4 Análise de sensibilidade baseada em regressão

A análise de sensibilidade estuda a relação entre as variáveis explicativas e a variável resposta. Tem como objetivo entender como mudanças no modelo de entrada influenciam o modelo resposta. Ainda, visa avaliar a qualidade do modelo de regressão e indicar as variáveis mais importantes e as menos importantes ao modelo, permitindo a simplificação de modelos complexos (Caers, 2011; Oakley & O'Hagan, 2004; Zagayevskiy e Deutsch, 2011). Outro objetivo da análise de sensibilidade é verificar como a incerteza das variáveis de entrada contribui com a incerteza na variável resposta.

Sendo $y = \beta x$ o modelo real e $\hat{y} = \hat{\beta}x_0$ o modelo estimado, a análise de sensibilidade baseia-se nas derivadas de \hat{y} avaliadas em $x = x_0$ e mostra a intensidade de mudança em Y devido a pequenas perturbações no modelo de regressão (Caers, 2011; Zagayevskiy & Deutsch, 2011).

Os coeficientes de sensibilidade e os coeficientes de sensibilidade estandardizados (também chamados de coeficientes sigma-normalizados) fornecem informações sobre a importância de uma variável ao modelo resposta, sendo os coeficientes de sensibilidade estandardizados adimensionais. Os coeficientes de sensibilidade capturam a contribuição de cada variável explicativa ao modelo resposta, enquanto os coeficientes de sensibilidade estandardizados mostram a contribuição da incerteza das variáveis explicativas à incerteza do modelo resposta.

Algumas variáveis, embora exerçam baixa influência sobre a variável resposta, podem apresentar uma influência considerável ao se fazer o produto cruzado desta com as outras variáveis. Portanto, deve-se avaliar os coeficientes de sensibilidade estandardizados de diferentes ordens a fim de se selecionar o melhor modelo de regressão, quer seja ele linear, quadrático ou de maior ordem.

Os coeficientes de sensibilidade são a derivada parcial do modelo resposta em relação a uma variável explicativa, estando as demais variáveis com valor constante (Caers, 2011; Zagayevskiy & Deutsch, 2011). São definidos como:

$$S_i = \frac{\partial Y}{\partial X_i} \Bigg|_{X_k = \bar{x}_k, k=1, \dots, p, k \neq i} \quad (3.28)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial^2 Y}{\partial X_i \partial X_j} \Bigg|_{X_k = \bar{x}_k, k=1, \dots, p, k \neq i, k \neq j} \quad (3.29)$$

onde S_i é o coeficiente de sensibilidade de primeira ordem e S_{ij} é o coeficiente de sensibilidade de segunda ordem ou quadrático.

Os coeficientes de regressão de um modelo linear e quadrático são iguais aos coeficientes de sensibilidade de primeira ordem, e os termos de interação de um modelo quadrático são iguais aos coeficientes de sensibilidade de segunda ordem, como pode ser visto ao se substituir as equações (3.15) e (3.20) nas equações (3.28) e (3.29), respectivamente. As equações a seguir mostram o resultado da substituição:

Modelo linear

$$S_i = \frac{\partial Y}{\partial X_i} \Bigg|_{X_k = \bar{x}_k, k=1, \dots, p, k \neq i} = \frac{\partial \left(\beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i (x_i - \bar{x}_i) + \varepsilon \right)}{\partial X_i} \Bigg|_{X_k = \bar{x}_k, k=1, \dots, p, k \neq i} = \beta_i \quad (3.30)$$

Modelo quadrático

$$S_i = \frac{\partial Y}{\partial X_i} \Big|_{X_k = \bar{x}_k, k=1, \dots, p, k \neq i} = \frac{\partial \left(\beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i (x_i - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^p \sum_{j=i}^p \beta_{ij} (x_i - \bar{x}_i) \cdot (x_j - \bar{x}_j) + \varepsilon \right)}{\partial X_i} \Big|_{X_k = \bar{x}_k, k=1, \dots, p, k \neq i} = \beta_i \quad (3.31)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial^2 Y}{\partial X_i \partial X_j} \Big|_{X_k = \bar{x}_k, k=1, \dots, p, k \neq i, k \neq j} = \frac{\partial \left(\beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i (x_i - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^p \sum_{j=i}^p \beta_{ij} (x_i - \bar{x}_i) \cdot (x_j - \bar{x}_j) + \varepsilon \right)}{\partial X_i \partial X_j} \Big|_{X_k = \bar{x}_k, k=1, \dots, p, k \neq i, k \neq j} = \beta_{ij} \quad (3.32)$$

Os coeficientes de sensibilidade estandardizados são definidos como:

$$\hat{\beta}_{stand} = V \hat{\beta} \quad (3.33)$$

onde $\hat{\beta}_{stand}$ é o vetor dos coeficientes de sensibilidade estandardizados e V é a matriz de estandardização, a qual é representada por:

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_{X_1}}{\sigma_Y} & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & \frac{\sigma_{X_p}}{\sigma_Y} \end{bmatrix}_{(p+1) \times (p+1)} \quad (3.34)$$

sendo $\hat{\beta}_{stand,i} = 0$ para $i=1$ e para $i \neq 1$, $\hat{\beta}_{stand,i} = \frac{\sigma_{xi}}{\sigma_Y} \hat{\beta}$. Para o modelo de regressão quadrática, os coeficientes de segunda ordem estandardizados são $\hat{\beta}_{stand,i} = \frac{\sigma_{xi} \sigma_{xj}}{\sigma_Y^2} \hat{\beta}$ (Zagayevskiy & Deutsch, 2011).

A sensibilidade do modelo resposta a cada variável de entrada pode ser avaliada por meio do diagrama Tornado. Ele mostra a variabilidade de uma variável de entrada enquanto as outras variáveis são mantidas constantes (Caers, 2011).

Programa SABOR (*sensibility analysis based on regression*)

O centro de geoestatística da Universidade de Alberta (*Centre of Computational Geostatistics – CCG*) desenvolveu um algoritmo para análise de sensibilidade baseada em regressão, estando disponível na biblioteca do GSLib (Deutsch & Journel, 1998). Esse algoritmo, denominado SABOR, após a análise de sensibilidade, ordena as variáveis explicativas de acordo com a influência de cada uma ao modelo resposta, além de permitir a identificação das variáveis que devem ser mantidas e as que devem ser retiradas do modelo de regressão. Ele calcula os coeficientes de correlação e de variação, os modelos de regressão linear e quadrática, os coeficientes de sensibilidade e coeficientes de sensibilidade estandardizados, determina o R^2 e o R^2_a , o desvio padrão do erro, o teste do modelo baseado na estatística F , o poder de predição do modelo, i.e., a razão entre os desvios padrões estimados e os valores reais, e fornece o intervalo de confiança para um determinado nível de confiança α . Nele, o modelo de regressão é calculado considerando a média (equações 3.15 e 3.20).

Os resultados da análise de sensibilidade são mostrados em dois diagramas Tornados Estendidos (*Extended Tornado Chart*), um para regressão linear e outro para regressão quadrática. Os coeficientes de sensibilidade e os coeficientes de sensibilidade estandardizados são utilizados para plotar as barras horizontais no diagrama. No diagrama Tornado Estendido referente ao modelo de regressão linear, as barras amarelas correspondem aos coeficientes positivos e as barras verdes, aos coeficientes negativos. O mesmo ocorre no diagrama referente à regressão quadrática, porém as barras laranjadas correspondem aos termos de interação positivos e as azuis, aos termos de interação negativos. As barras verdes claras,

localizadas no fim das barras maiores, correspondem ao intervalo de confiança em um determinado nível de confiança α . A figura 3.4 exemplifica o diagrama Tornado Estendido.

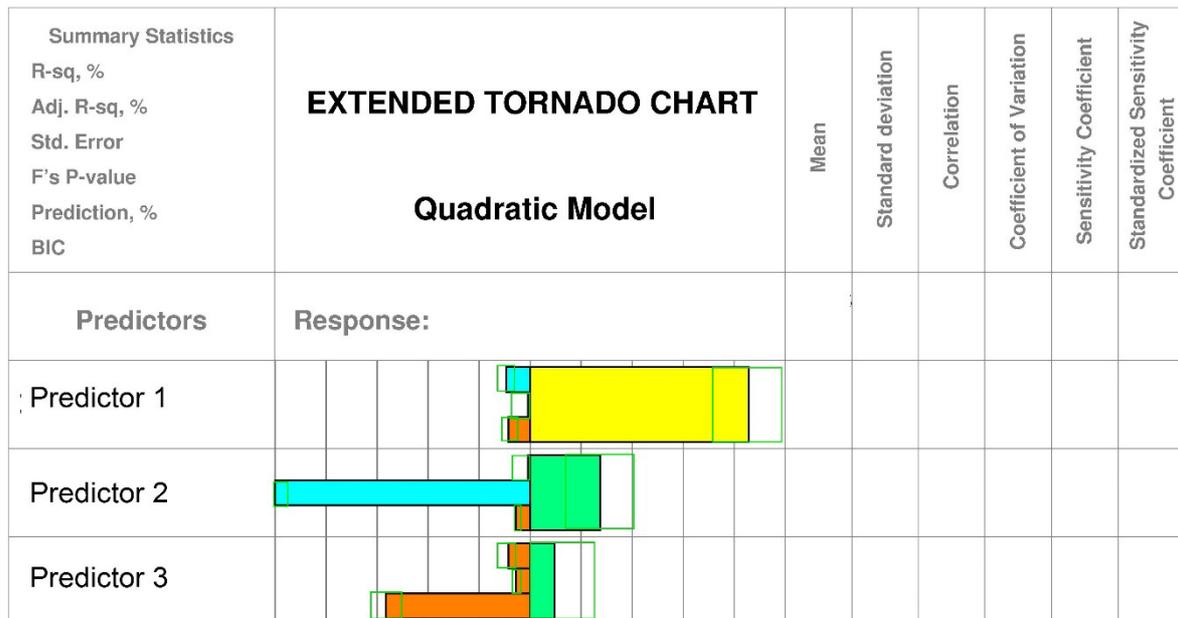


Figura 3.4 - Exemplo hipotético do diagrama Tornado Estendido. As barras amarelas correspondem aos coeficientes de sensibilidade (ou de sensibilidade estandardizados) positivos, e as barras verdes, aos coeficientes de sensibilidade negativos. As barras laranjadas correspondem aos termos de interação positivos, e as azuis, aos termos de interação negativos. As barras verdes claras, localizadas no fim das barras maiores, correspondem ao intervalo de confiança, em um determinado nível de confiança α

A regressão linear múltipla foi usada neste trabalho para cálculo da recuperação metalúrgica de zinco. As variáveis explicativas utilizadas no modelo foram teor de zinco e porcentagem de brecha dolomítica no *stope*. A análise de sensibilidade do modelo de regressão foi feita através do programa SABOR. A porcentagem de brecha dolomítica no *stope* foi estimada por meio de krigagem de indicadores, que é o método abordado no próximo capítulo.

CAPÍTULO 4

KRIGAGEM DE INDICADORES

A krigagem é derivada dos trabalhos do seu inventor, Daniel Krige, e foi desenvolvido pelo matemático francês Georges Matheron no início dos anos sessenta, sendo um termo genérico aplicado a diversos métodos de estimativa que procuram minimizar a variância do erro. Por meio de um variograma, são estabelecidos pesos ótimos a serem associados às amostras que irão estimar pontos desconhecidos, evitando-se, dessa forma, o enviesamento dos valores estimados. Assim, a krigagem figura como o melhor estimador linear sem vies dentre os métodos de estimativa (Sinclair & Blackwell, 2004).

A krigagem abrange diversos métodos de estimativa, como krigagem simples, krigagem ordinária, krigagem universal, krigagem disjuntiva, krigagem de indicadores, krigagem da probabilidade, krigagem lognormal e krigagem multigaussiana (Deutch & Journel, 1998; Sinclair & Blackwell, 2004). Destes, os mais usuais são krigagem ordinária, krigagem simples e krigagem de indicadores.

O estimador de krigagem é ponderado de acordo com a proximidade das amostras e do agrupamento das mesmas. Quanto mais próximas as amostras estiverem do ponto a estimar, maior será o seu peso no estimador, e quanto mais agrupadas as amostras, menor será o seu peso individual (Isaaks & Srivastava, 1989; Soares, 2006).

4.1 Krigagem de indicadores - KI

A krigagem de indicadores, também chamada de krigagem de indicatrizes ou krigagem indicativa, é um método muito utilizado na estimativa de dados após uma transformação não linear, tendo sido introduzido por Journel (1983). Apresenta uma grande flexibilidade ao lidar com valores extremos e com diferentes padrões de continuidade e define a probabilidade de um determinado valor ocorrer em um determinado local. A KI pode ser aplicada tanto a variáveis contínuas quanto a categóricas.

Os dados de indicadores de uma variável aleatória $I(u; z_k)$ podem ser usados para gerar uma função de probabilidade condicional, que é atualizada localmente, a partir da qual se obtém uma função de distribuição acumulada condicional (*conditional cumulative distribution function, ccdf*) em cada local não amostrado. Essa função descreve, então, os possíveis valores no ponto estimado, sendo determinada como:

$$F(u, z_k | (n)) = \text{Prob}[Z(u) \leq z_k | (n)] = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n i(u_\alpha; z_k) \quad k = 1, \dots, K \quad (4.1)$$

onde $F(u, z_k)$ é a proporção de amostras z no local u abaixo do teor de corte z_k , baseada em n amostras vizinhas de u . K é o número de classes em que a variável contínua z foi discretizada (Rossi & Deutsch, 2014).

Conforme informam Isaaks e Srivastava (1989) e Soares (2006), o indicador da variável contínua regionalizada $I(u; z_k)$ tem dois possíveis valores, zero, para valores acima de um determinado teor de corte, ou um, para valores abaixo do teor de corte, como mostra a equação abaixo:

$$i(u_\alpha; z_k) = \begin{cases} 1 & \text{para } z(u_\alpha) \leq z_k \\ 0 & \text{para } z(u_\alpha) > z_k \end{cases} \quad k = 1, \dots, K \quad (4.2)$$

Do mesmo modo, o indicador de uma variável categórica $i(u_\alpha; s_l)$ será codificada com o valor 1 para locais em que houver a presença da categoria s_l , ou 0, para sua ausência, como pode ser visto a seguir:

$$i(u_\alpha; s_l) = \begin{cases} 1 & \text{para } s(u_\alpha) = s_l \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.3)$$

sendo $i(u_\alpha; s_l)$ o indicador da categoria s_l no local u_α .

4.2 Semivariograma

O semivariograma de indicadores é muito robusto, pois o seu cálculo não se baseia nos valores dos dados z_α , mas no código binário que cada dado recebe com relação a um teor de corte z_k ou a uma determinada categoria (Journel, 1983).

Ao se trabalhar com variáveis contínuas, em que a distribuição é dividida em classes de teores, é necessário modelar um variograma para cada classe. Pode-se, alternativamente, utilizar um mesmo modelo para todas as classes. Nesse caso, o modelo correspondente à mediana é o mais indicador, pois a mediana divide a distribuição em duas partes iguais (Goovaerts, 1997).

O semivariograma de indicadores é definido como:

$$\gamma_I(z, h) = E\{[I_z(u_\alpha) - I_z(u_\alpha + h)]^2\} \quad (4.4)$$

E a covariância, como

$$C_I(z, h) = E\{[I_z(u_\alpha) \cdot I_z(u_\alpha + h)]\} - m_I^2 \quad (4.5)$$

onde h é a distância dos passos (*lags*) e m_I é a média dos indicadores.

A relação entre semivariograma e covariância de indicadores é

$$\gamma_I(z, h) = m_I(z) \cdot [1 - m_I(z)] - C_I(z, h) \quad (4.6)$$

A variância é igual à proporção da k -ésima classe multiplicada pela proporção de diferentes k :

$$\sigma^2 = \sum_k^K p_k(1 - p_k) \quad (4.7)$$

isto é, a variância associada à interpolação de um tipo de variável de indicadores é igual à probabilidade de ser a k -ésima classe multiplicada pela probabilidade de não ser a k -ésima classe. p corresponde à probabilidade de ocorrência ou ao valor médio de cada classe (Soares, 2006).

4.3 Krigagem

A krigagem de indicadores de uma variável aleatória fornece a estimativa da função de distribuição acumulada condicional para um teor de corte z_k . Os dados do atributo contínuo z são discretizados em K classes, e para cada classe é calculada a proporção dos z -dados que não excede um determinado teor de corte z_k . A ccdf, construída a partir da krigagem de indicadores das K classes, representa um

modelo de probabilidade da incerteza sobre os valores não amostrados $z(u)$ (Deutsch & Journel, 1998).

Para a seleção do número de classes, recomenda-se um número mínimo de 5 classes e máximo de 15, a fim de se obter uma discretização razoável da distribuição e um bom desempenho computacional. Excesso de classes demanda um grande esforço computacional, e escassez de classes causa perda de informações da distribuição (Goovaerts, 1997).

Para a estimativa, podem ser usadas krigagem simples de indicadores e krigagem ordinária de indicadores.

4.3.1 Krigagem simples de indicadores

A krigagem simples dos indicadores pressupõe a hipótese da estacionariedade do primeiro momento das variáveis aleatórias. A média estacionária do indicador binário de uma variável aleatória $I(u; z)$ é a função de distribuição acumulada (*cumulative distribution function, cdf*) da variável $Z(u)$:

$$E\{I(u; z_k)\} = 1 \cdot \text{Prob}\{Z(u) \leq z_k\} + 0 \cdot \text{Prob}\{Z(u) > z_k\} = \text{Prob}\{Z(u) \leq z_k\} = F(z_k) \quad (4.8)$$

A estimativa do indicador $i(u; z)$ é, então,

$$[I(u; z_k)]^* = F(z_k) + \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha}(u; z_k) \cdot [I(u_{\alpha}; z_k) - F(z_k)] \quad (4.9)$$

onde $\lambda_{\alpha}^{SK}(u; z_k)$ são os pesos da krigagem simples correspondente ao teor de corte z_k . Esses pesos são definidos como:

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^{n(u)} \lambda_{\beta}^{SK}(u; z_k) \cdot C_I(u_{\alpha} - u_{\beta}; z_k) = C_I(u_{\alpha} - u; z_k) \\ \alpha = 1, \dots, n(u) \end{cases} \quad (4.10)$$

onde $C_I(h; z_k)$ é a função de covariância do indicador $I(u; z_k)$ no teor de corte z_k . Se houver K classes, são necessárias K covariâncias $C_I(h; z_k)$, além de K cdf's $F(z_k)$ (Rossi & Deutsch, 2014; Soares, 2006).

4.3.2 Krigagem ordinária de indicadores

A krigagem ordinária de indicadores considera flutuações locais na média do indicador e limita a estacionariedade à vizinhança local $W(u)$ (Goovaerts, 1997). A estimativa corresponde a uma combinação linear de n indicadores e da cdf:

$$[I(u; z_k)]_{OK}^* = \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha}^{OK} \cdot I(u_{\alpha}; z_k) + F(z_k) \left[1 - \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} \right] \quad (4.11)$$

Como o somatório dos pesos tem que ser um para evitar vieses, isto é, $\sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} = 1$, o último termo da equação se reduz a zero, e a estimativa torna-se:

$$[I(u; z_k)]_{OK}^* = \sum_{\alpha=1}^{n(u)} \lambda_{\alpha}^{OK} \cdot I(u_{\alpha}; z_k) \quad (4.12)$$

Os pesos são dados por um sistema de krigagem ordinária do tipo:

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^{n(u)} \lambda_{\beta}^{OK}(u; z_k) \cdot C_I(u_{\alpha} - u_{\beta}; z_k) + \mu_{OK}(u; z_k) = C_I(u_{\alpha} - u; z_k) & \alpha = 1, \dots, n \\ \sum_{\beta=1}^{n(u)} \lambda_{\beta}^{OK}(u; z_k) = 1 \end{cases} \quad (4.13)$$

onde $C_I(h; z_k) = Cov \{ I(u; z_k), I(u + h; z_k) \}$ é a covariância do indicador no teor de corte z_k (Rossi & Deutsch, 2014).

Nos casos onde o valor do atributo Z é um intervalo restrito, apenas os valores indefinidos são atualizados pelos valores krigados; nos locais onde o atributo Z é conhecido, a estimativa é igual a esse valor.

4.3.3 Krigagem dos indicadores pela mediana

Na krigagem de indicadores, uma variável aleatória é transformada em indicadores para diversos teores de corte definidos, a fim de que, posteriormente, seja feita a estimativa dos pontos não amostrados. Então, modela-se e calcula-se um variograma experimental para cada teor de corte. Todavia, os teores de corte situados nas caudas da distribuição geralmente apresentam baixa correlação

espacial por possuírem poucos pares de amostras. O variograma melhor definido é o correspondente ao indicador da mediana $I(u_{\alpha}; z_m)$, pois os dados são distribuídos igualmente como 0 ou 1. A krigagem dos indicadores pela mediana (*median indicator kriging, mlk*) usa apenas um modelo de semivariograma para todas as k classes de teores: o semivariograma da mediana, desde que esse seja válido para as demais classes. Nessa classe de teor, o semivariograma alcança a variância máxima da variável (Deutsch & Journel, 1998).

A krigagem dos indicadores pela mediana é bastante rápida, já que requer somente a modelagem do semivariograma de um indicador. A desvantagem desse método, entretanto, é a necessidade de utilizar o modelo de correionalização intrínseca, em que as estruturas de todos os semivariogramas devem estar na mesma proporção (Goovaerts, 1997).

4.4 Correção de desvios de relação de ordem

A função de distribuição acumulada estimada deveria apresentar as estimativas monotônicas crescentes. Porém, nem sempre isso ocorre; pelo contrário, é comum haver resultados fora da ordem crescente. Esse problema é conhecido como desvio de relação de ordem (Hohn, 1998 *apud* Yamamoto & Landim, 2013). Geralmente, isso ocorre devido aos modelos de semivariograma variarem bruscamente entre duas classes de indicadores contíguas ou à estratégia de krigagem implementada variar muito entre classes.

Deutsch e Journel (1998) apontam que para evitar o desvio de relação de ordem, os valores estimados $F(u; z_k | (n))$ devem ser maiores do que zero e menores do que um, i.e., $0 \leq F(u; z_k | (n)) \leq 1 \quad \forall z_k, k = 1, \dots, K$, e o valor estimado $F(u; z_k | (n))$ deve satisfazer a relação $F(u; z_k | (n)) \leq F(u; z_{k+1} | (n))$ se $z_k \leq z_{k+1}$. A primeira condição é satisfeita quando os pesos da krigagem são positivos e somam um. Já a segunda condição seria satisfeita se, além dos ponderadores serem positivos e somarem um, fossem utilizados os mesmos pesos de krigagem para todos os teores de corte, o que não ocorre na prática. Outra alternativa seria utilizar apenas um variograma, como o da mediana, para a estimativa de várias classes de

teores. A krigagem de indicadores pela mediana reduz drasticamente o número de desvios de relação de ordem.

Embora os problemas de relação de ordem possam ser minimizados, eles não podem ser completamente evitados, de forma que se torna necessário corrigir o desvio de relação de ordem. Em variáveis categóricas, quando a estimativa da probabilidade fica fora do intervalo permitido, deve-se substituir a probabilidade interpolada pelo valor mais próximo, i.e., valores negativos são mapeados para zero e valores maiores do que um, para um. Se a soma das probabilidades não é um, uma alternativa é krigar $(k-1)$ probabilidades, deixando uma categoria s_{k0} de fora. A classe remanescente ficará com a probabilidade restante. Outra alternativa é reestandardizar cada probabilidade estimada pela soma $\sum F(u; s_k | (n)) < 1$, sendo essa última a mais indicada.

Os desvios de relação de ordem em variáveis contínuas podem ser corrigidos usando-se a média entre a correção ascendente (*upward correction*) e a correção descendente (*downward correction*), método implementado pelo GSLib (Deustch & Journal, 1998). Na correção ascendente, começa-se com o menor teor de corte z_1 . Se sua probabilidade $F(u_\alpha; z_1 | (n))$ não estiver entre $[0, 1]$, desloca-se para o valor mais próximo. Então, segue-se para o teor de corte acima; se sua probabilidade $F(u_\alpha; z_2 | (n))$ não estiver entre $[F(u_\alpha; z_1 | (n)), 1]$, substitui-o com o limite mais próximo. Esses passos são repetidos para todos os teores de corte $z_k, k=3, \dots, k$ (linha superior da figura 4.1).

Na correção descendente, começa-se com o maior teor de corte z_k . Se sua probabilidade $F(u_\alpha; z_k | (n))$ não estiver entre $[0, 1]$, desloca-se para o valor mais próximo. Então, segue-se para o teor de corte abaixo. Se sua probabilidade $F(u_\alpha; z_{k-1} | (n))$ não estiver entre $[0, F(u_\alpha; z_k | (n))]$, substitui-se com o limite mais próximo, repetindo essa última etapa para todos os teores de corte $z_k, k = k-2, \dots, 1$ (linha inferior da figura 4.1). Após fazer as duas correções, ascendente e descendente, faz-se a média de ambas, tendo, assim, os desvios de relação de ordem corrigidos (linha do meio da figura 4.1).

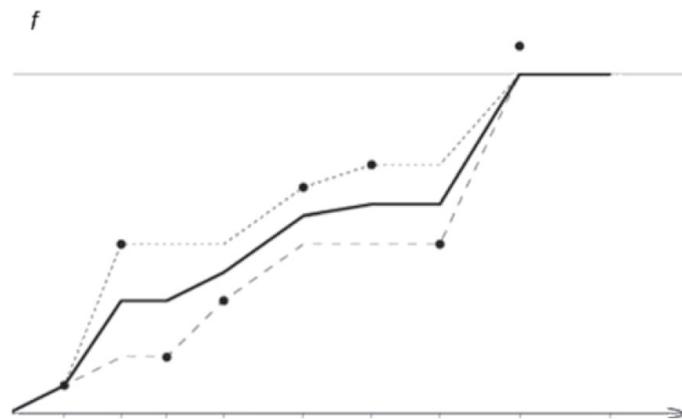


Figura 4.1 - Correção dos problemas de relação de ordem. A ccdf corrigida é uma média das correções ascendente e descendente. Fonte: Rossi e Deutsch, 2014

CAPÍTULO 5

ESTUDO DE CASO – MODELAGEM DE TIPOLOGIAS GEOMETALÚRGICAS

O estudo de caso consiste na modelagem tipológica de duas minas de zinco, denominadas mina Vazante e Extremo Norte, localizadas na cidade de Vazante, região noroeste de Minas Gerais (figura 5.1), pertencentes à Votorantim Metais S/A.

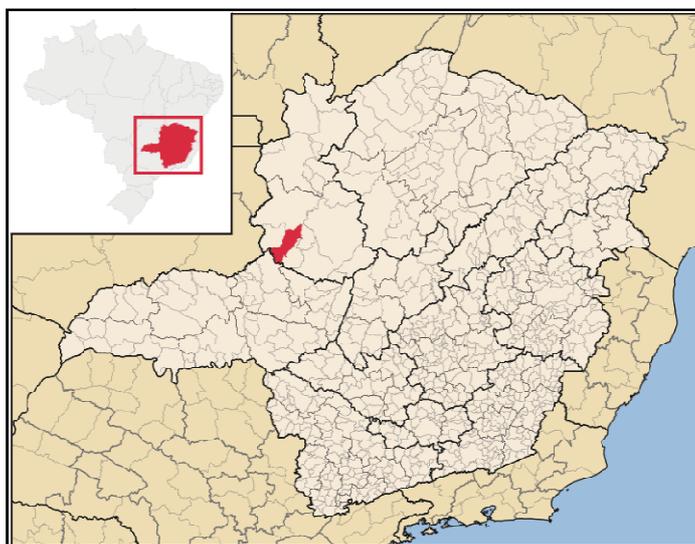


Figura 5.1 - Localização da cidade de Vazante

As jazidas localizam-se no mais importante distrito zincífero do país, tendo como característica o minério silicatado de zinco, com ocorrências locais de sulfeto de zinco. O principal mineral minério é a willemita (Zn_2SiO_4), ocorrendo em menor proporção hemimorfita ($Zn_4Si_3O(OH)_2$) e hidrozincita ($Zn_5(CO_3)_2(OH)_6$), de origem supergênica.

5.1 Contexto geológico

O depósito em estudo está inserido na porção meridional da Faixa Brasília (figura 5.2), no grupo Vazante. Este grupo foi definido por Dardenne *et al.* (1998) e Dardenne (2000), tem idade paleo/neoproterozóica, sendo composto por

seqüências de rochas metamórficas de baixo a alto grau, de rochas ígneas intrusivas e vulcano-sedimentares e por coberturas sedimentares (Oliveira, 2013).

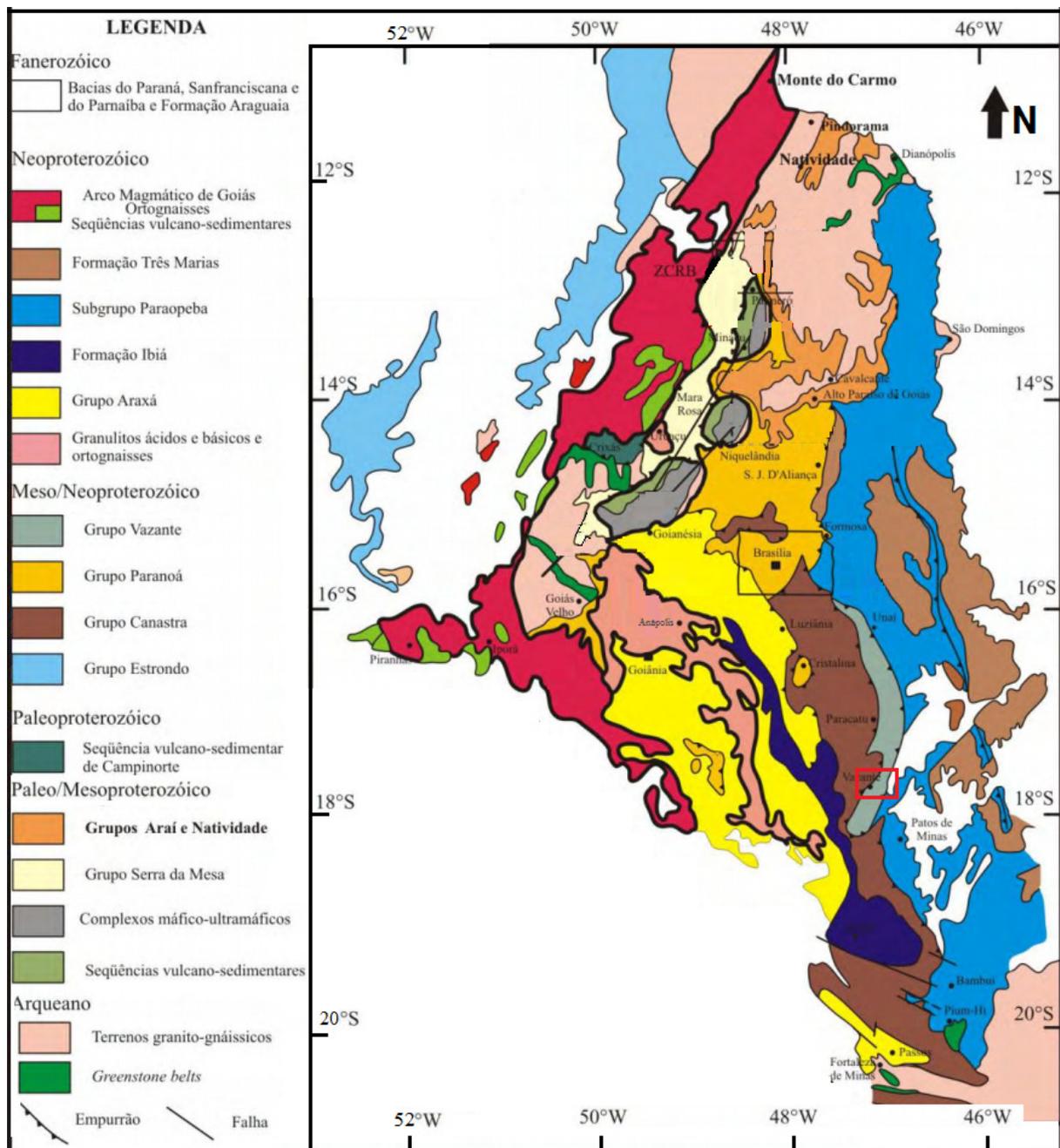


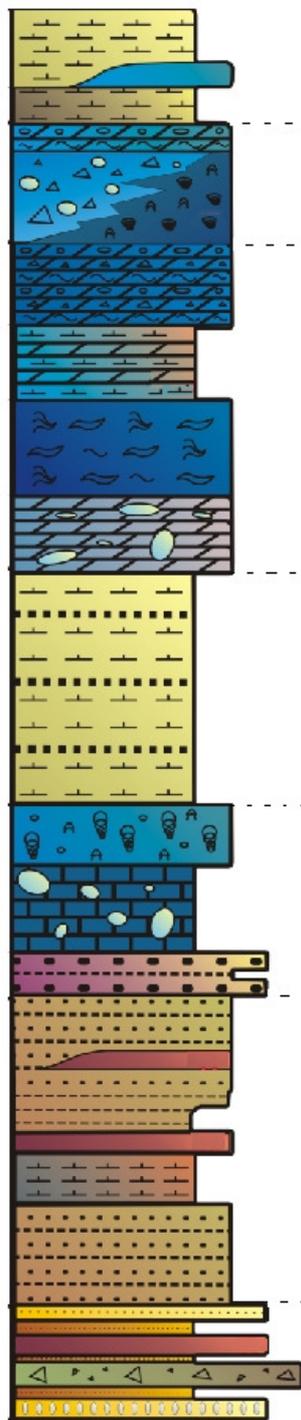
Figura 5.2 - Mapa geológico regional da Faixa Brasília e da margem oeste do cráton do São Francisco, modificado de Dardenne (2000 *apud* Marques, 2009). O retângulo vermelho corresponde à área estudada

O grupo Vazante divide-se em oito formações, da base para o topo: Santo Antônio do Bonito, Rocinha, Lagamar, Serra do Garrote, Serra do Poço Verde,

Morro do Calcário, Lapa e Paracatu (Dardenne *et al.*, 1998; Dardenne, 2000 *apud* Oliveira, 2013).

A formação Santo Antônio do Bonito constitui a base do grupo, compreendendo conglomerados, quartzitos, diamictitos e folhelhos de ambiente glácio-marinho. Acima dessa formação, encontra-se a formação Rocinha, representada por fosfatos, metarritmitos, ardósias, metassiltitos e folhelhos carbonáticos. Em sequência, está a formação Lagamar, composta por dolomitos estromatolíticos, brechas dolomíticas, quartzitos, folhelhos, metassiltitos e metarritmitos com intercalações de conglomerados. Em seguida, vem a formação Serra do Garrote, com espesso pacote de ardósias carbonosas e intercalações delgadas de quartzito. As formações Serra do Poço Verde e Morro do Calcário, que ocorrem logo após, possuem principalmente dolomitos. A formação Serra do Poço Verde, diferente da formação Morro do Calcário que é constituída essencialmente por dolomitos, também possui ardósias e metassiltitos em menor proporção. Em ambas formações ocorrem esteiras estromatolíticas. São nessas duas formações que estão hospedadas as mineralizações de chumbo e zinco de Vazante e de Paracatu.

No topo do grupo encontra-se a formação Lapa, que é uma sequência de metapelitos carbonáticos/carbonosos, filitos carbonosos, lentes dolomíticas e quartzíticas. Nas lentes dolomíticas, podem-se ver esteiras de cianobactérias, estromatólitos colunares e brechas intraformacionais. Ocorrem também arenitos e conglomerados líticos com intercalações de ardósia (Dardenne *et al.*, 1998; Dardenne, 2000 *apud* Sanches, 2012). A figura 5.3 apresenta a coluna estratigráfica do grupo Vazante.



	Descrição	Membro	Formação	Grupo
	Ardósia carbonatada cinza, lentes de dolomito	Serra da Lapa	Lapa	VAZANTE
	Ardósia carbonatada preta	Serra do Velosinho		
	Bioherma estromatolítico, fácies de brechas e dolarenitos	Pamplona Superior	Morro do Calcário	
	Dolomito róseo com esteiras estromatolíticas	Pamplona Intermediário	Serra do Poço Verde	
	Ardósia cinza a verde, dolomito róseo	Pamplona Inferior	Jazida de Pb e Zn de Vazante	
	Dolomito cinza escuro com esteiras estromatolíticas e <i>birds eyes</i>	Morro do Pinheiro Superior		
	Dolomito cinza a róseo com interc. de brechas e dolarenitos	Morro do Pinheiro Inferior		
	Ardósia cinza com lentes de quartzitos esporádicas		Serra do Garrote	
	Bioherma estromatolítico Calcário cinza escuro Brecha dolomítica	Sumidouro	Lagamar	
	Conglomerado	Arrependido		
	Ritmito		Rocinha	
	Ardósia cinza escura com pirita e ardósia fosfatada			
	Ritmito			
	Quartzito, fosforito, diamictito e ardósia		Santo Antônio do Bonito	

Figura 5.3 - Coluna estratigráfica do Grupo Vazante (modificado de Dardenne, 2000 *apud* Neves, 2011)

Monteiro (2002), Hitzman, Sangster, Allen e Carman (2003) e Lemos (2011) classificam o depósito de zinco e chumbo como do tipo Vazante, pois esse depósito apresenta uma mineralização diferente das demais mineralizações de zinco e chumbo do mundo. Embora esse depósito tenha características que se encaixam nos modelos existentes, como estar hospedado em rochas carbonáticas, estar associado a zonas de falhas e sofrer hidrotermalismo, como nos tipos *Mississippi Valley* e *Irish*, ele possui particularidades que o impedem de ser inserido em algum dos grupos. O depósito do tipo Vazante é não sulfetado, hipogênico, caracterizado por uma mineralização a partir de fluidos metalíferos a 250 °C com baixo teor de enxofre reduzido mesclados com fluidos meteóricos ao longo da falha Vazante. Ocorrem sulfetos de zinco e chumbo em menor proporção na zona mineralizada.

5.1.1 Geologia Local

As rochas das minas da cidade de Vazante pertencem às Formações Serra do Garrote e Serra do Poço Verde, sendo esta a hospedeira da mineralização. A estratigrafia da mina Vazante é constituída, da base para o topo, por filitos/quartzitos/blocos de hematita, dolomito cinza com *birds eyes*, filito carbonoso, dolomito cinza, brecha dolomítica e dolomito bandado rosa com intercalações de margas. Ocorrem rochas metabásicas intrudindo as brechas (Bhering, 2009). A figura 5.4 mostra uma seção esquemática da geologia da mina.

As rochas da mina do Extremo Norte pertencem às mesmas formações que as rochas da mina Vazante, porém, naquela mina a Formação Serra de Garrote é representada principalmente por filitos, possuindo, localmente, níveis de silexito e de quartzito, e a Formação Serra do Poço Verde possui rochas dolomíticas, com intercalações de níveis metapelíticos e margosos.

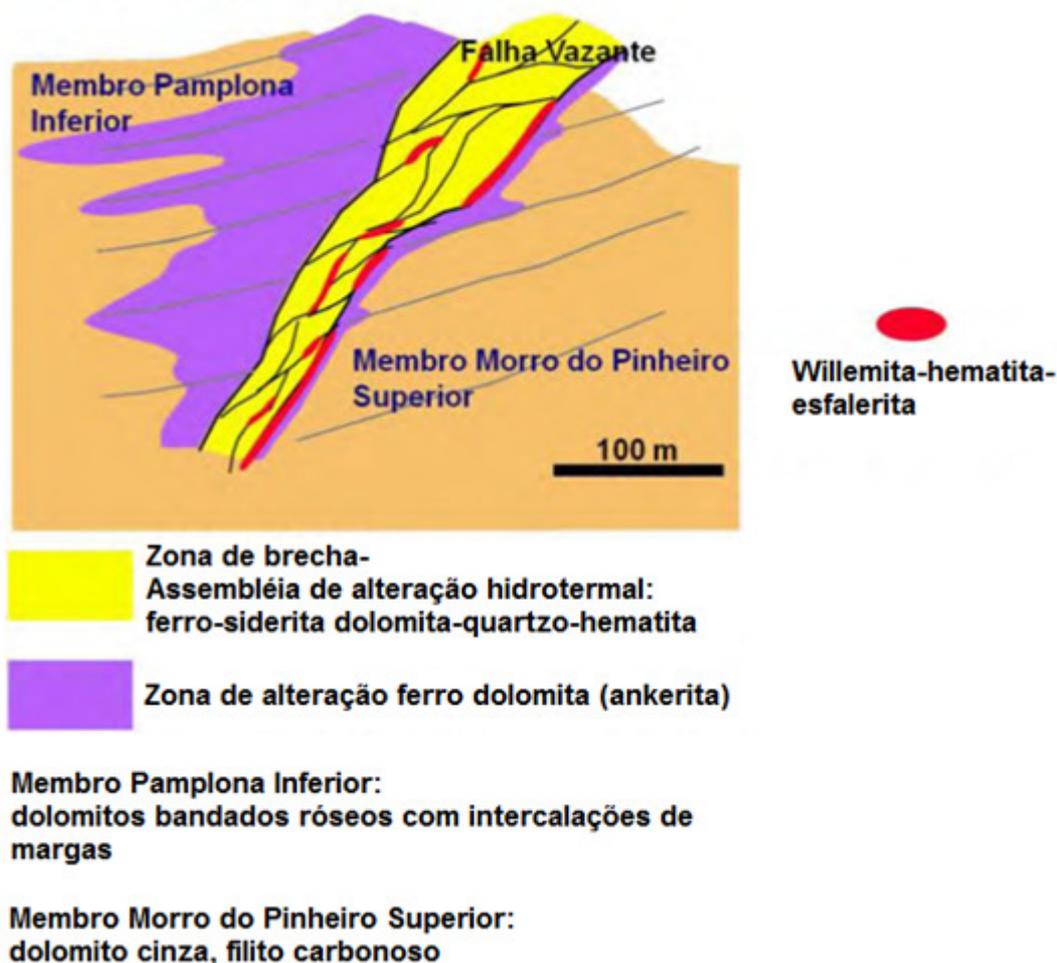


Figura 5.4 - Seção esquemática da geologia na mina Vazante - seção 11000E. Modificado de Hitzman *et al.* (2003) *apud* Bhering, 2009

5.1.2 Minério

A willemita, principal mineral minério de zinco de ambas as minas, ocorre na brecha dolomítica, em corpos delgados de direção NE-SW com lentes inclinadas a subverticais. Pode possuir algum ferro em sua rede cristalina. A brecha dolomítica está associada à zona de falha de Vazante, que se caracteriza por uma complexa zona de brechas hidráulicas e veios preenchidos por carbonatos ou óxidos, como dolomita [$\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$], ankerita [$\text{Ca}(\text{Mg,Fe})(\text{CO}_3)_2$], siderita (FeCO_3), hematita (Fe_2O_3), ocorrendo, ainda, silicatos como clorita [$(\text{Mg,Al,Fe})_{12}(\text{Si,Al})_8\text{O}_{20}(\text{OH})_{16}$] e jaspe (SiO_2). Além desses minerais de ganga, o minério também possui goethita ($\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$), argilominerais como ilita [$(\text{K,H}_3\text{O})(\text{Al,Mg,Fe})_2(\text{Si,Al})_4\text{O}_{10}((\text{OH})_2,\text{H}_2\text{O})$], micas, e como minerais acessórios ilmenita (FeTiO_2), barita (BaSO_4), galena (PbS), esfalerita (ZnS) e apatita [$\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3(\text{F,OH,Cl})$]. Pode haver algum zinco na rede

cristalina dos argilominerais, entretanto, mais de 70% desse metal está associado à willemita (Biava & Rezende, 2006; Lemos, 2011).

As brechas dolomíticas sofreram hidrotermalismo por meio de fluidos ricos em ferro e em zinco, dando origem ao minério de zinco. A brecha rica em zinco é denominada brecha willemítica, BXW, enquanto a brecha rica em ferro, que também pode conter alto teor de zinco, é chamada brecha hematítica, BXH. A brecha que possui apenas dolomita é a brecha dolomítica propriamente dita, BXD.

Por ocorrer em profundidade, a extração da willemita é feita em uma mina subterrânea. Conforme relatam Biava e Rezende (2006), a willemita, ao ser intemperizada, transforma-se em hemimorfita, e sua extração foi feita em mina a céu aberto até o ano de 2008 (M.G. Lemos, mensagem pessoal, 5 de abril de 2016).

5.2 Modelagem tipológica da mina Vazante

Como supracitado nos primeiros capítulos, cada tipo de rocha do depósito interfere no beneficiamento e na metalurgia de um modo diferente. Em vista disso, o depósito foi dividido em domínios geometalúrgicos, de acordo com a correlação entre os parâmetros de tratamento de minério e a geologia do depósito.

5.2.1 Análise exploratória dos dados

Foram feitos 5.297 furos de sondagem na mina em uma malha espaçada de 20 a 30 metros. Diversos furos irradiam do mesmo local, tendo inclinações diferentes. A figura 5.5 é o mapa com a disposição de todos os furos realizados na mina Vazante.

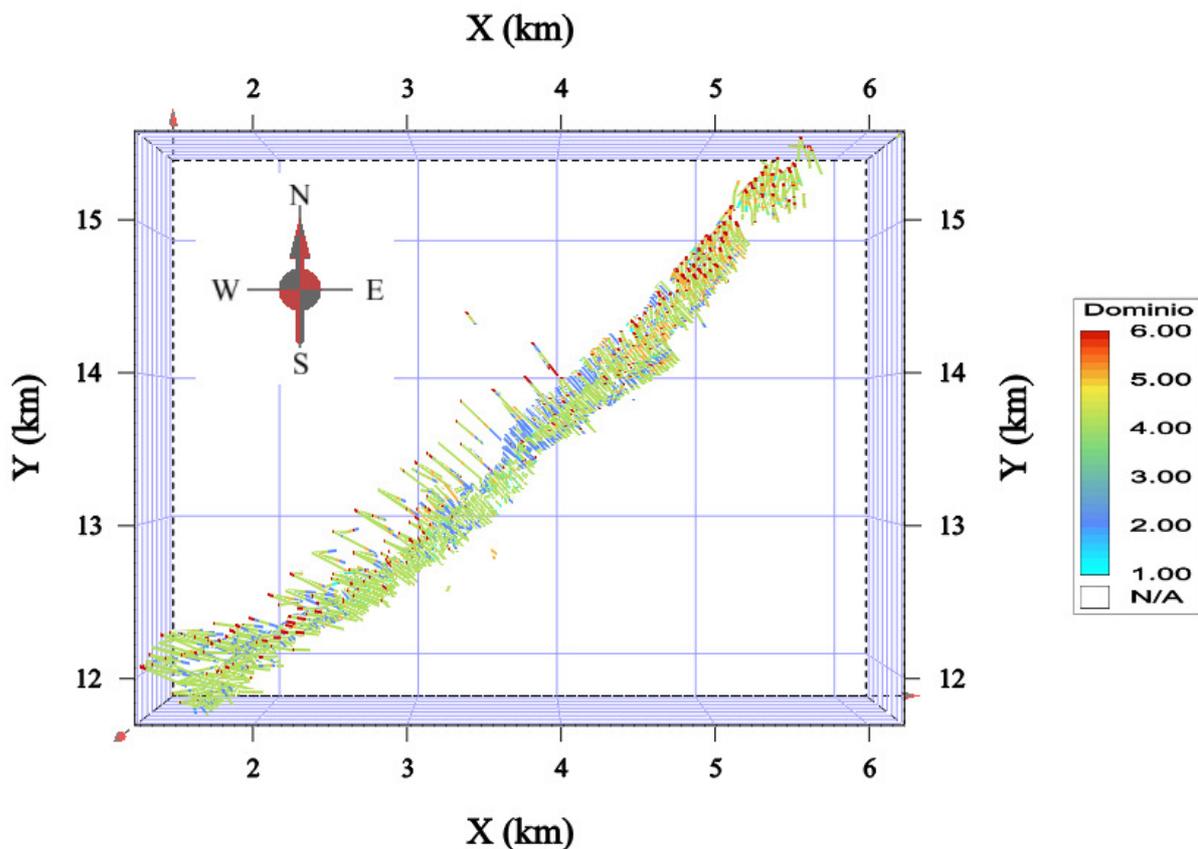


Figura 5.5 - Furos realizados na mina Vazante

As amostras dos furos foram regularizadas em um suporte de 1 m, visto que a mediana da espessura das amostras de todas as brechas, que são os litotipos mineralizados, tem o valor de 1 m, e a média da espessura de duas das brechas é próximo de 1 (tabela 5.1). A regularização gerou 835.097 amostras.

Tabela 5.1 - Espessura das amostras realizadas nas brechas da mina Vazante

Tipologia	Mínimo	Máximo	Médio	Q1	Mediana	Q3	Nº amostras
BXD	0,01	187,70	2,21	1,00	1,00	2,89	91.616
BXH	0,05	2,85	0,86	0,60	1,00	1,00	899
BXW	0,01	54,75	0,82	0,60	1,00	1,00	18.624

O depósito foi dividido em seis domínios geometalúrgicos, de acordo com a similitude das rochas e de seu comportamento no beneficiamento:

- Domínio I: brecha willemítica (BXW);

- Domínio II: brecha dolomítica (BXD);
- Domínio III: brecha hematítica (BXH);
- Domínio IV: dolomito indiscriminado;
- Domínio V: material argiloso (material de alteração/preenchimento de fraturas), marga, solo;
- Domínio VI: ardósia, filito, folhelho, rocha metabásica.

A seção da figura 5.6 exibe a relação espacial entre alguns domínios. Ela não contém todos os domínios, pois não há um local onde coexistam todos juntos.

Na seção, pode-se observar que a rocha encaixante é o dolomito, por onde houve percolação de um fluido mineralizante, rico em Zn, Pb e Fe, através da falha Vazante. Estes eventos deram origem à brecha mineralizada, representada pelas cores azul e vermelho na figura 5.6. Por ser uma zona de falha, há diversas falhas e fraturas no depósito. Portanto, é comum haver percolação de água alterando as paredes das fraturas, gerando um material de textura argilosa.

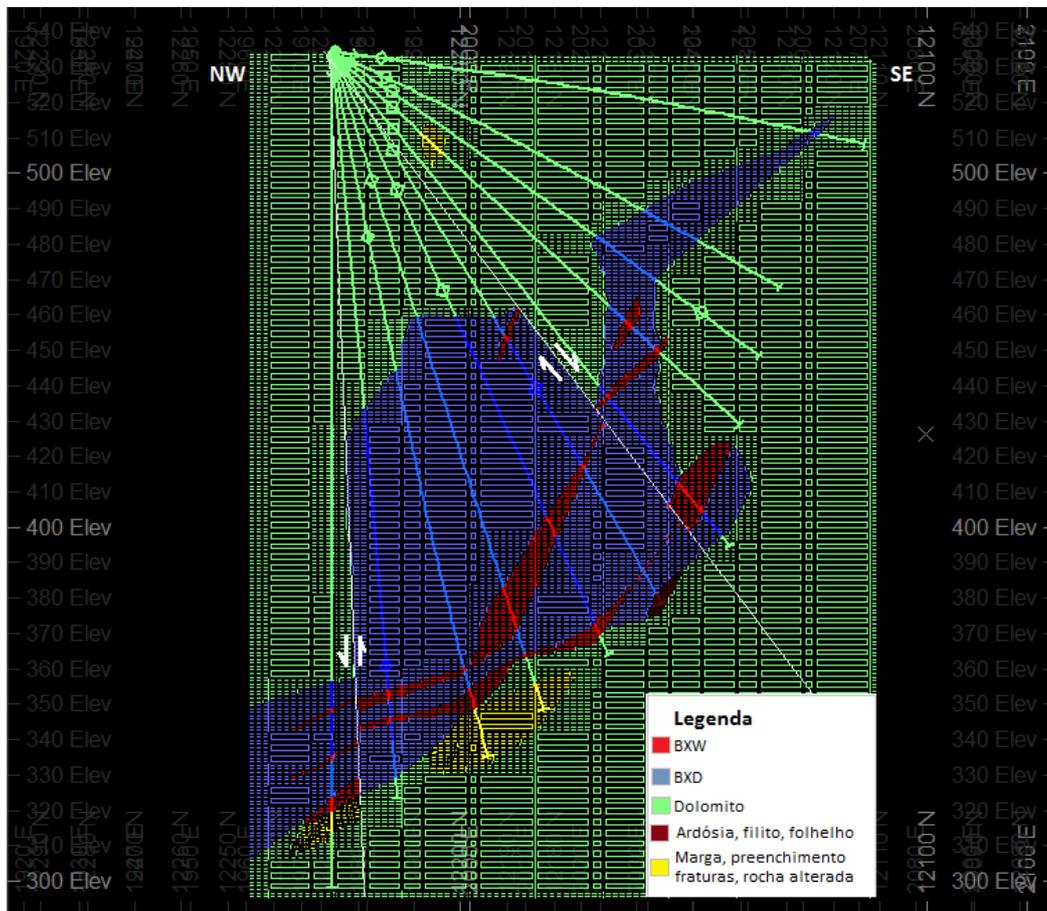


Figura 5.6 - Seção geológica da mina Vazante

A figura 5.7 mostra a frequência de ocorrência dos domínios, ou tipologias geometalúrgicas. As amostras foram desagrupadas pelo método do vizinho mais próximo (Cover & Hart, 1967). Nesse método, determina-se um poliedro de influência para cada amostra, considerando a localização das demais amostras. Para o desagrupamento, foram utilizados raios de busca de 100x36x25 metros.

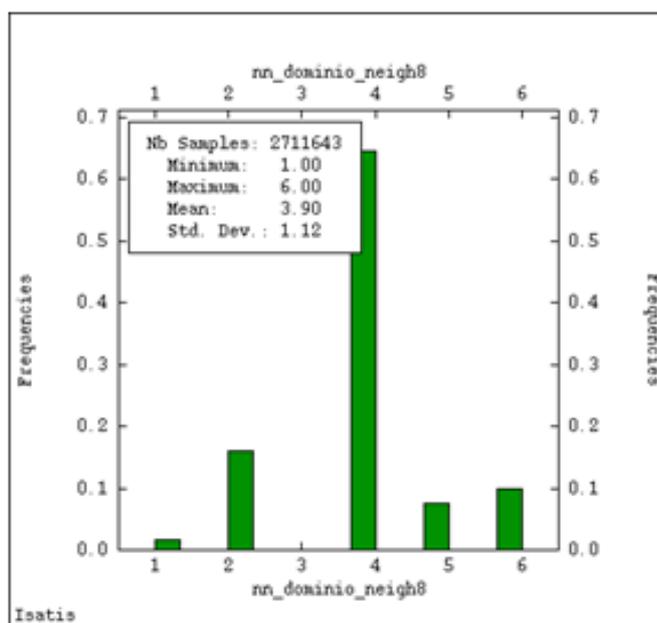


Figura 5.7 - Histograma das tipologias da mina Vazante

Dentre o local sondado, a tipologia mais abundante é o dolomito (domínio IV), que é a rocha encaixante da mineralização, correspondendo a mais de 65% das rochas perfuradas. A tipologia menos abundante é a brecha hematítica (domínio III), com proporção aproximadamente zero (0,04%). Entre as brechas, a brecha dolomítica é a mais abundante (domínio II), com uma porcentagem próxima de 20% do material perfurado. A brecha willemítica (domínio I), que é o principal minério, ocorre com uma porcentagem de 2,9% do material perfurado.

5.2.2 Variografia

As tipologias geometalúrgicas foram transformadas em indicadores, conforme a equação 5.1, em que a presença de determinada tipologia é codificada com o valor 1 e a ausência, com valor 0:

$$i(u_{\alpha}; s_l) = \begin{cases} 1 & \text{para } s(u_{\alpha}) = s_l \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5.1)$$

sendo $i(u_{\alpha}; s_l)$ o indicador da categoria s_l no local u_{α} .

Para a variografia dos indicadores, consideraram-se 50 passos, com espaçamento entre os passos de 30 m, tolerância horizontal de 15 m, tolerância vertical de 8 m e tolerância angular de 22,5°.

Foi estabelecido o mesmo modelo de variograma para todos os indicadores, i.e., todos os modelos tiveram mesmo alcance para cada estrutura e as estruturas dos variogramas tiveram os patamares com a mesma proporção. Adotou-se esse procedimento para evitar problemas de relação de ordem durante a krigagem, que ocorrem quando há estimativa fora da ordem crescente, gerando resultados menores do que zero e maiores do que um na krigagem de indicadores. Além disso, esse procedimento assegura que o somatório das probabilidades de ocorrência de cada tipologia seja um.

Para modelar um variograma comum para todos os indicadores, foi utilizado como base o variograma do indicador 2, referente à brecha dolomítica, pois esse indicador é o que mais interfere na recuperação do zinco na flotação, como será visto no capítulo 6. O eixo de maior continuidade encontrado teve azimute de 50° e mergulho de 0°, o eixo de média continuidade teve azimute de 140° e mergulho de 120° e o eixo de menor continuidade, azimute de 140° e mergulho de 30°. O modelo variográfico proposto apresenta duas estruturas, uma exponencial e uma esférica, além de um efeito pepita. Os variogramas dos indicadores são descritos pelas equações a seguir:

$$\gamma_{Ind1} = 0,0025 + 0,0112 \text{Exp} \left(\frac{N50^\circ / \text{dip}0^\circ}{160m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / \text{dip}120^\circ}{90m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / \text{dip}30^\circ}{70m} \right) +$$

$$0,0102 \text{Sph} \left(\frac{N50^\circ / \text{dip}0^\circ}{1700m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / \text{dip}120^\circ}{110m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / \text{dip}30^\circ}{90m} \right)$$

$$\gamma_{Ind2} = 0,021 + 0,092 \text{Exp} \left(\frac{N50^\circ / dip0^\circ}{160m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip120^\circ}{90m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip30^\circ}{70m} \right) +$$

$$0,0843 \text{Sph} \left(\frac{N50^\circ / dip0^\circ}{1700m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip120^\circ}{110m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip30^\circ}{90m} \right)$$

$$\gamma_{Ind3} = 1 \times 10^{-5} + 4,5 \times 10^{-5} \text{Exp} \left(\frac{N50^\circ / dip0^\circ}{160m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip120^\circ}{90m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip30^\circ}{70m} \right) +$$

$$4,1 \times 10^{-5} \text{Sph} \left(\frac{N50^\circ / dip0^\circ}{1700m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip120^\circ}{110m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip30^\circ}{90m} \right)$$

$$\gamma_{Ind4} = 0,0256 + 0,112 \text{Exp} \left(\frac{N50^\circ / dip0^\circ}{160m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip120^\circ}{90m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip30^\circ}{70m} \right) +$$

$$0,0103 \text{Sph} \left(\frac{N50^\circ / dip0^\circ}{1700m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip120^\circ}{110m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip30^\circ}{90m} \right)$$

$$\gamma_{Ind5} = 0,0067 + 0,0293 \text{Exp} \left(\frac{N50^\circ / dip0^\circ}{160m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip120^\circ}{90m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip30^\circ}{70m} \right) +$$

$$0,0269 \text{Sph} \left(\frac{N50^\circ / dip0^\circ}{1700m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip120^\circ}{110m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip30^\circ}{90m} \right)$$

$$\gamma_{Ind6} = 0,0037 + 0,016 \text{Exp} \left(\frac{N50^\circ / dip0^\circ}{160m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip120^\circ}{90m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip30^\circ}{70m} \right) +$$

$$0,0147 \text{Sph} \left(\frac{N50^\circ / dip0^\circ}{1700m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip120^\circ}{110m} \right) \cdot \left(\frac{N140^\circ / dip30^\circ}{90m} \right)$$

A figura 5.8 mostra o modelo teórico ajustado ao variograma experimental para o indicador 2 nos eixos de máxima, média e mínima continuidades.

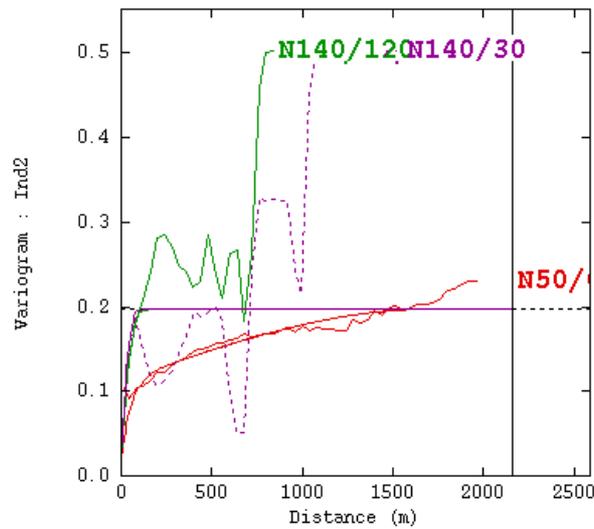


Figura 5.8 - Variograma do Indicador 2 nos eixos de máxima, média e mínima continuidades

5.2.3 Krigagem de indicadores

As krigagens foram realizadas em 12x12x3 m blocos, no *software* Isatis®. A tabela 5.2 traz informações sobre o grid utilizado.

Tabela 5.2 - Parâmetros do grid da mina Vazante

	X	Y	Z
Dimensão (m)	12	12	3
Origem (m)	1100	11200	-60
Número de células	450	484	287

Os modelos variográficos de cada tipologia foram aplicados na krigagem ordinária dos indicadores. Uma vez que o objetivo é carimbar cada bloco do depósito com a tipologia mais provável de ocorrer, utilizaram-se os mesmos parâmetros na krigagem de cada indicador. Para evitar desvios de relação de ordem, foram utilizados raios de busca que minimizassem o efeito de filtragem ou eclipse (*screen effect*). Este efeito ocorre quando uma amostra situa-se entre outra amostra e o ponto a ser estimado, podendo receber, por isso, peso negativo durante a estimativa. Os parâmetros da krigagem estão listados na tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Parâmetros utilizados nas krigagens dos indicadores

Discretização dos blocos	5x5x3
Nº mínimo de amostras no elipsoide de busca	3
Nº máximo de amostras no elipsoide de busca	12
Nº ideal de amostras por quadrante	3
Raio de busca máximo (m)	100
Raio de busca médio (m)	36
Raio de busca mínimo (m)	25

5.2.4 Validação da krigagem

Para garantir que o modelo obtido na krigagem seja válido, honrando os dados amostrais e a geologia, foram utilizados três métodos para sua validação: a verificação da reprodução da média global, a inspeção visual e a análise de deriva.

5.2.4.1 Reprodução da média global

As krigagens de todos os indicadores apresentaram-se consistentes com os dados originais desagrupados. Geralmente, há uma diminuição da probabilidade tanto de não ser o indicador quanto de sê-lo, devido aos valores intermediários entre 0 e 1, mas a média estimada teve praticamente o mesmo valor da média dos dados originais desagrupados, como pode ser observado nas figuras 5.9 a 5.14. O desvio padrão teve um valor menor do que o dos dados originais devido à suavização causada pela krigagem.

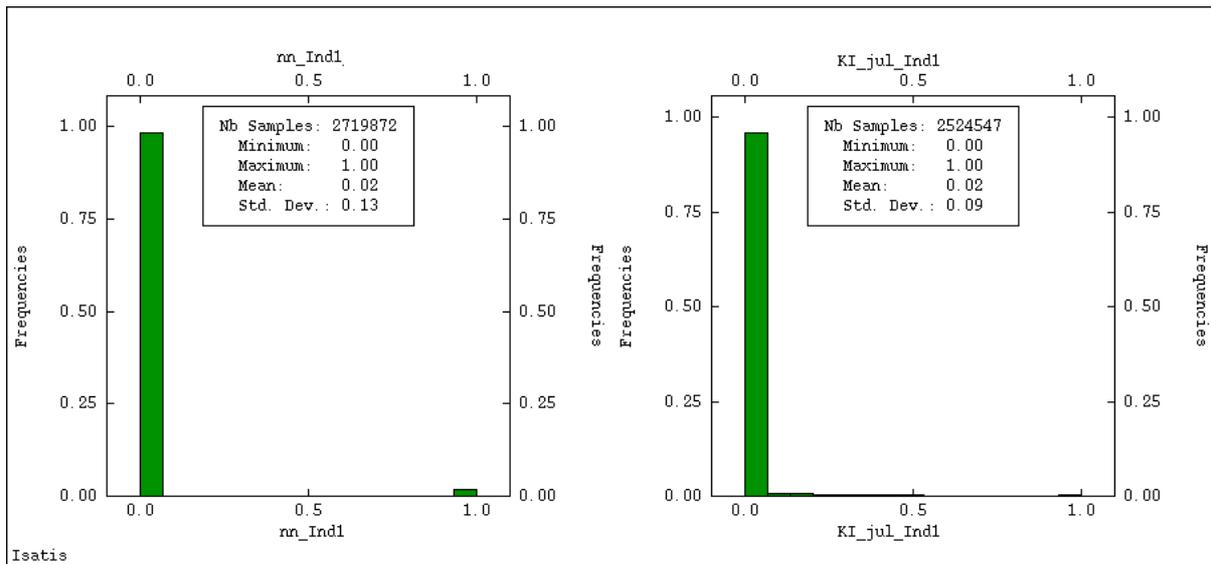


Figura 5.9 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 1 (referente ao BXW), respectivamente

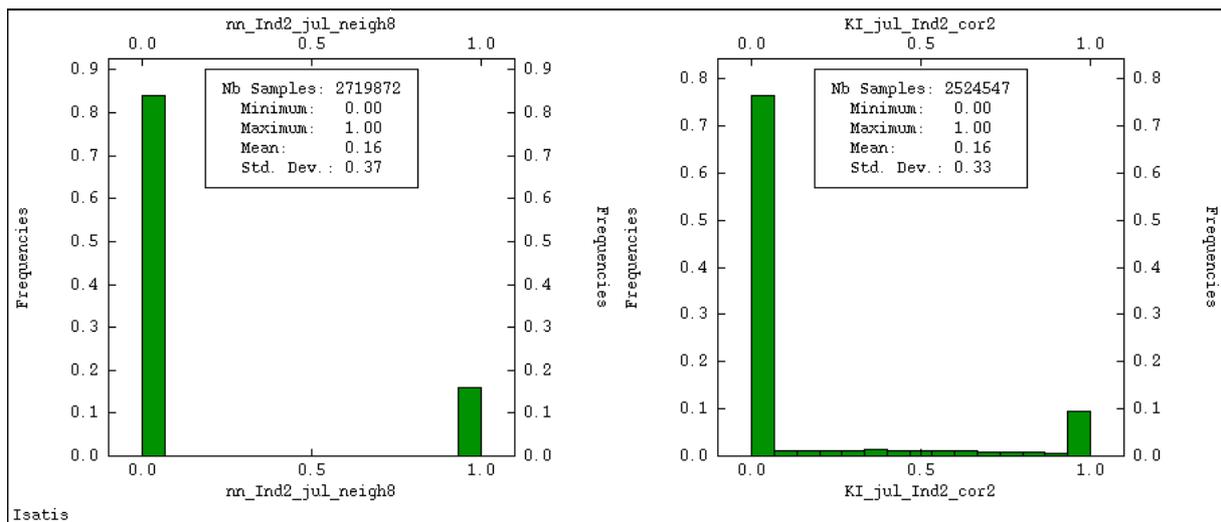


Figura 5.10 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 2 (referente ao BXD), respectivamente

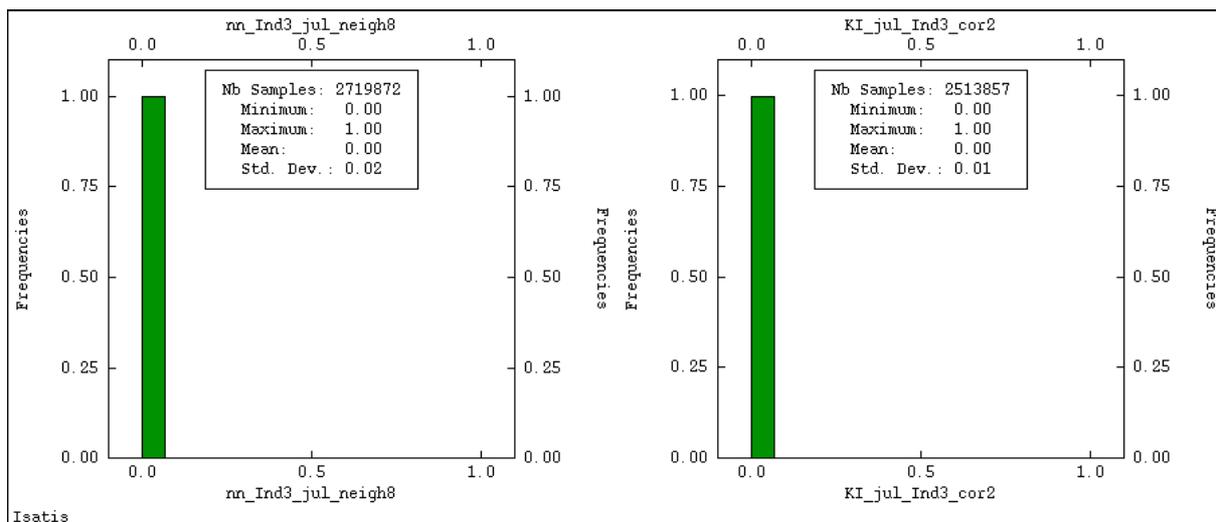


Figura 5.11- Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 3 (referente ao BXH), respectivamente

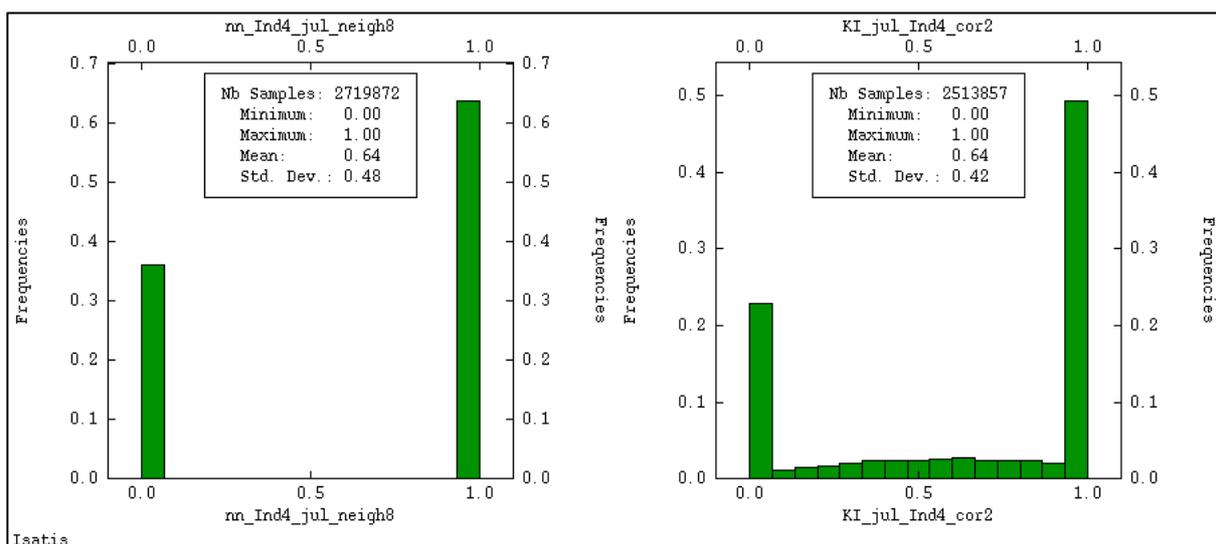


Figura 5.12 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 4 (referente aos dolomitos), respectivamente

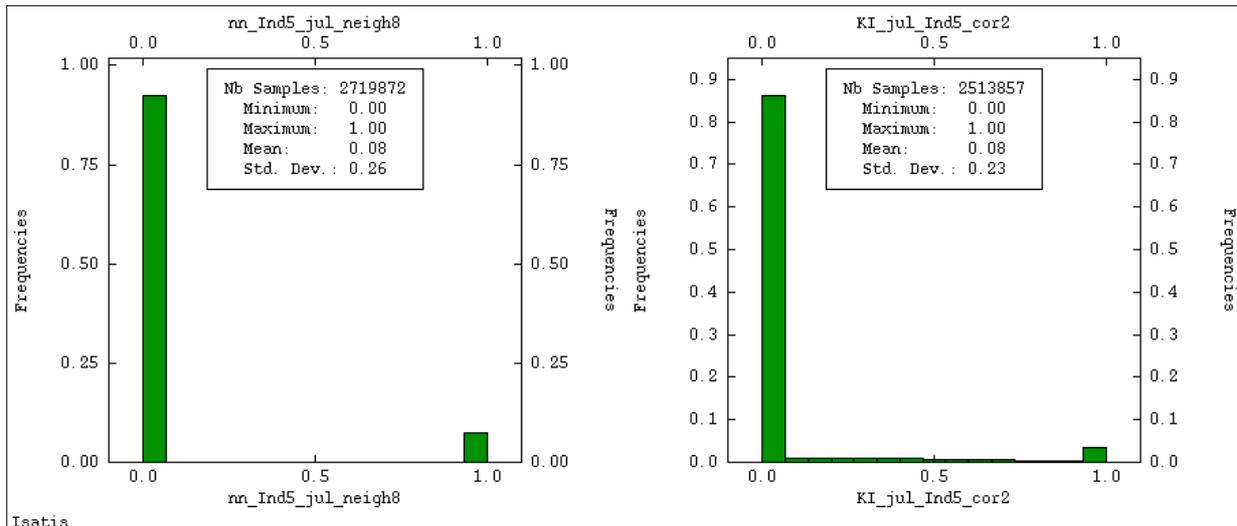


Figura 5.13 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 5 (referente às rochas de textura argilosa), respectivamente

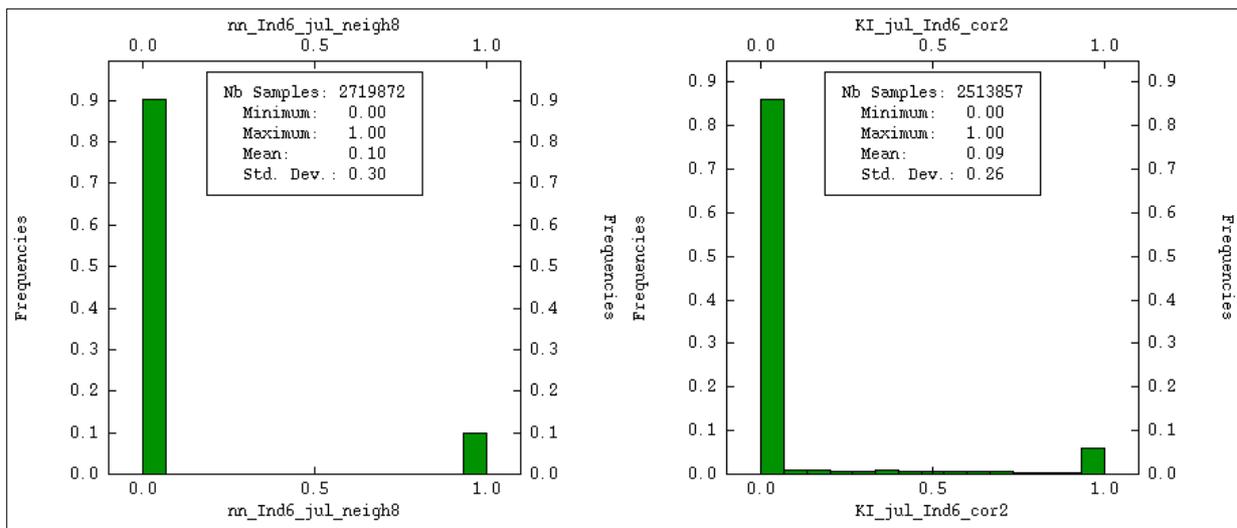


Figura 5.14 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 6 (referente às ardósias/ filitos), respectivamente

5.2.4.2 Inspeção visual

Foram analisadas várias seções verticais, e em todas elas a estimativa está coerente com os dados de sondagem. As figuras 5.15 a 5.20 apresentam seções contendo a estimativa dos indicadores juntamente com os furos de sondagem plotados. Os blocos estão classificados de acordo com a probabilidade de ocorrência da tipologia krigada, sendo que a cor vermelha indica a presença da tipologia e a cor azul, ausência. Como mostram as seções, a estimativa honra os dados amostrais.

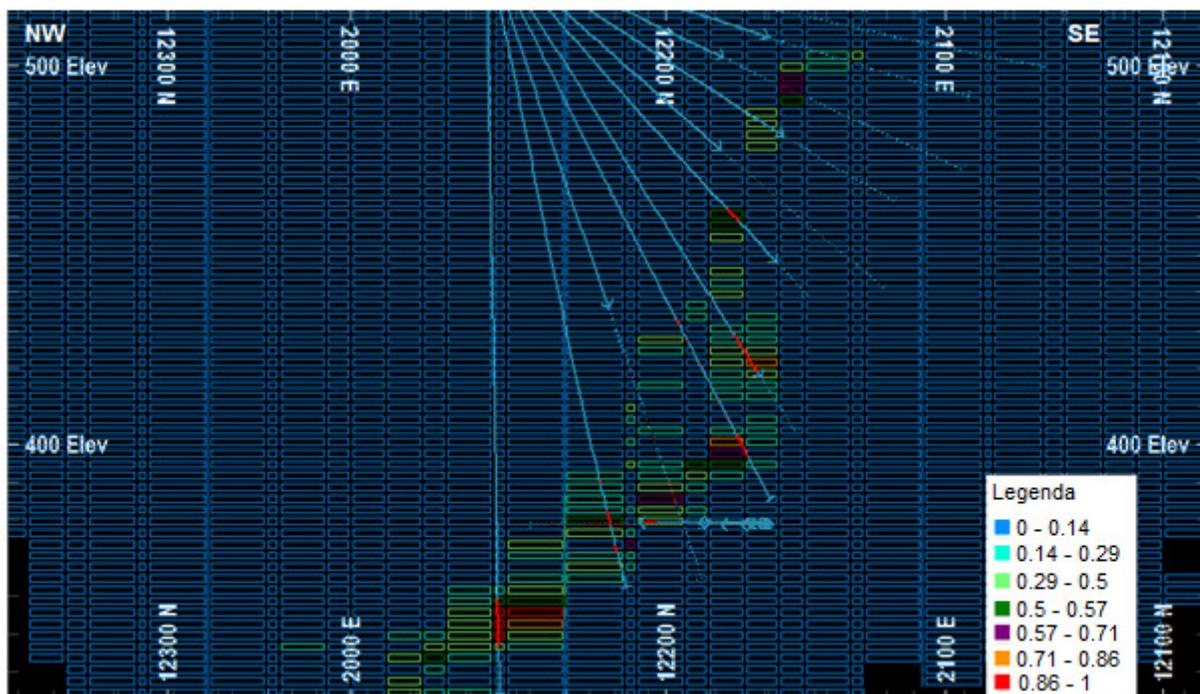


Figura 5.15 - Seção NW-SE do indicador 1 (referente ao BXW)

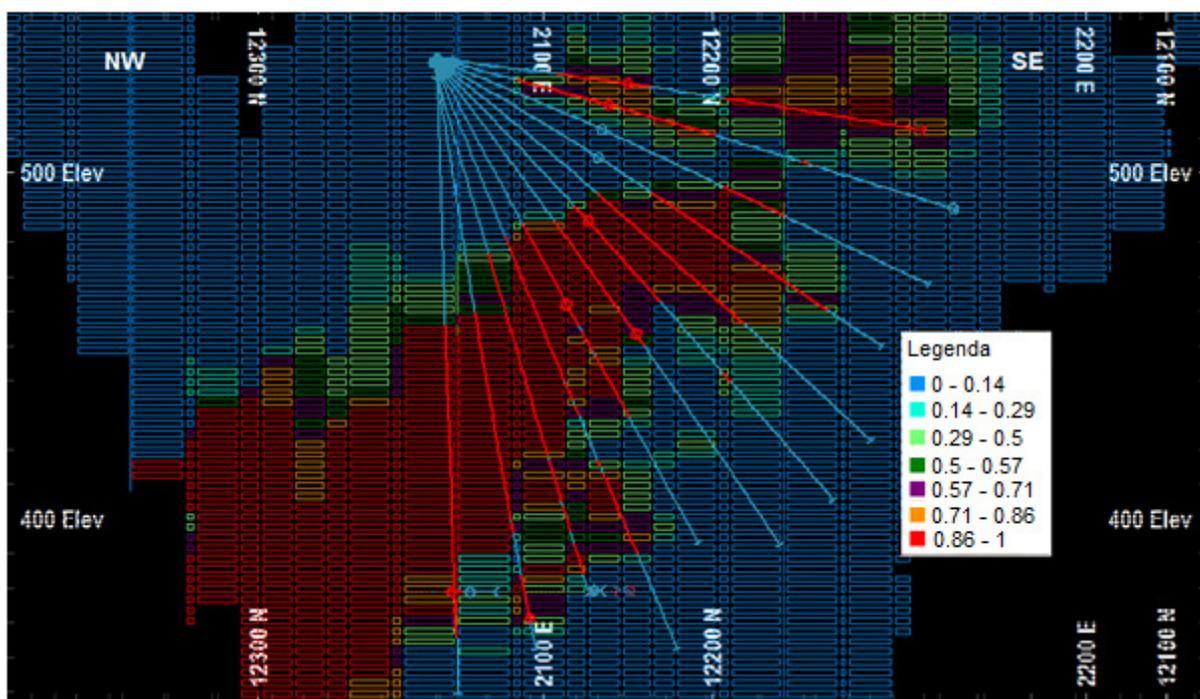


Figura 5.16 - Seção NW-SE do indicador 2 (referente ao BXD)

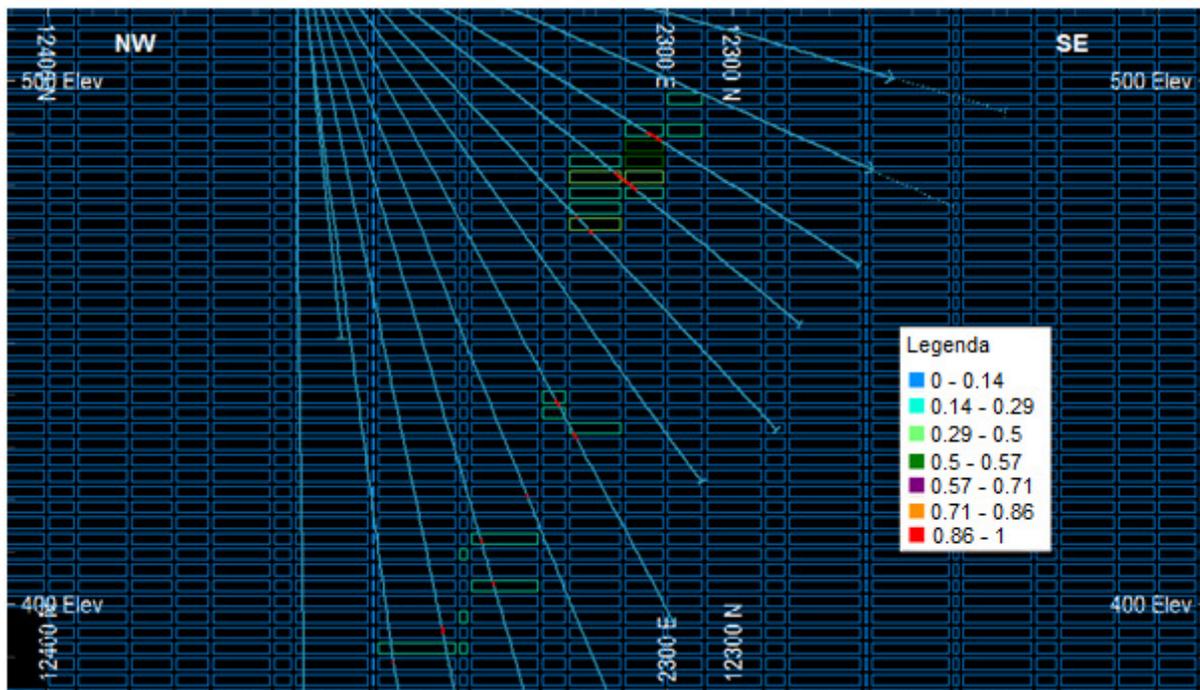


Figura 5.17- Seção NW-SE do indicador 3 (referente ao BXH)

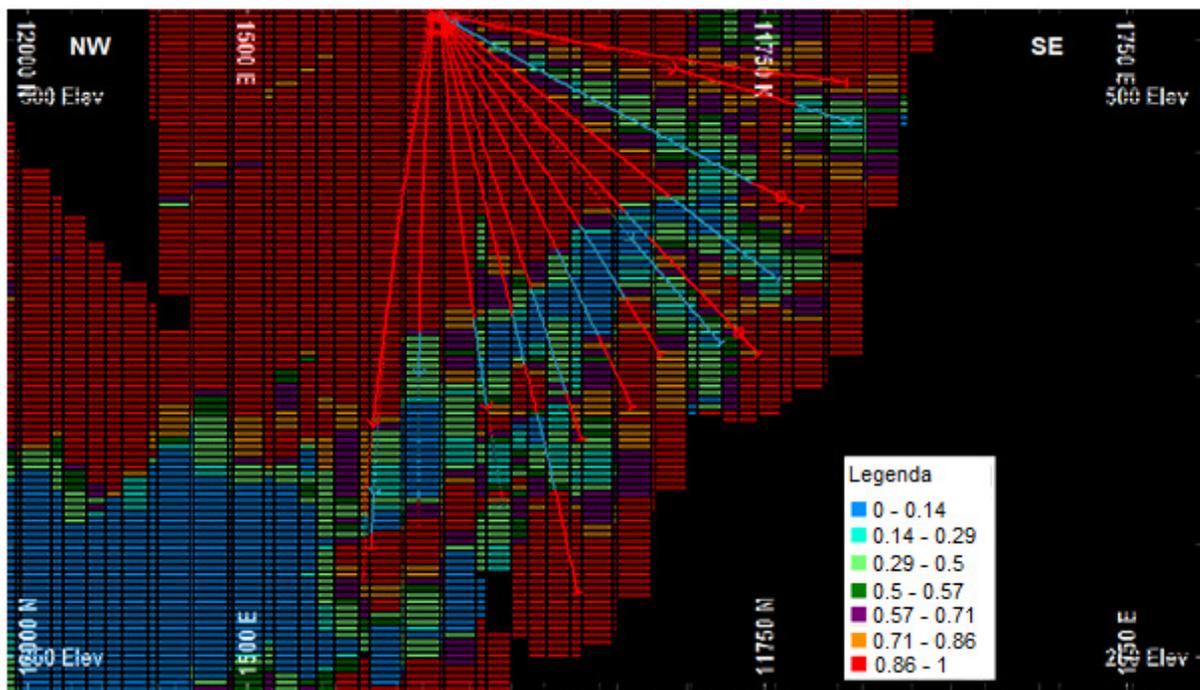


Figura 5.18 - Seção NW-SE do indicador 4 (referente aos dolomitos)

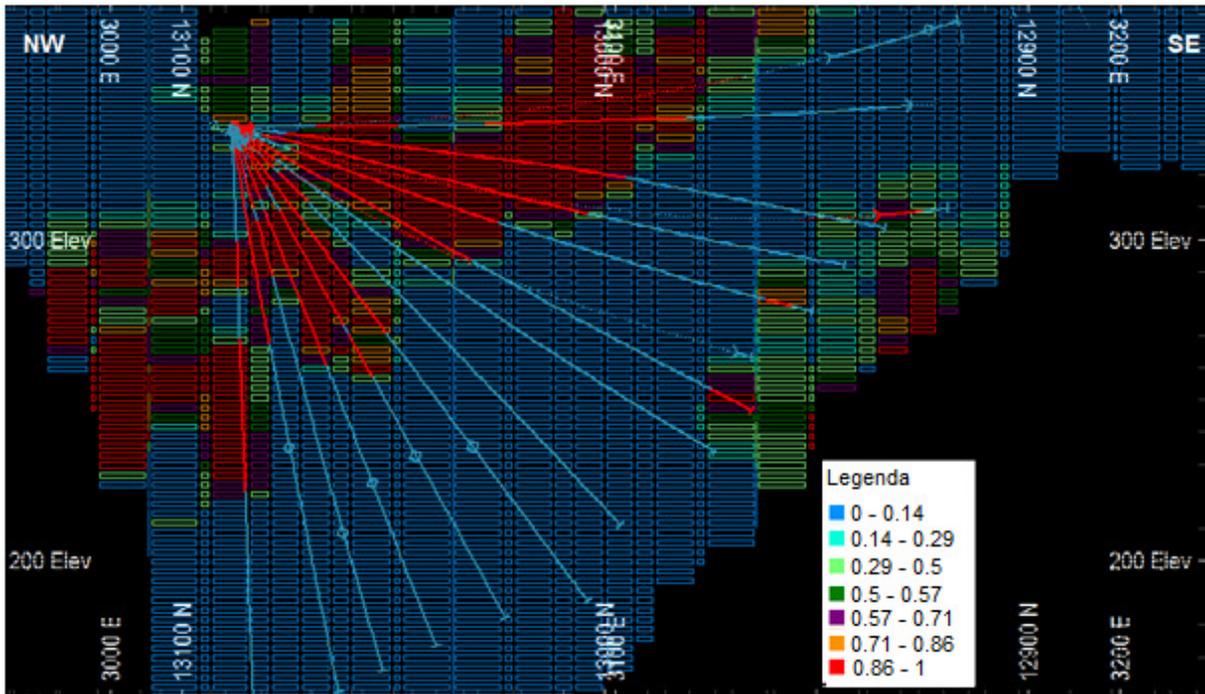


Figura 5.19 - Seção NW-SE do indicador 5 (referente às rochas de textura argilosa)

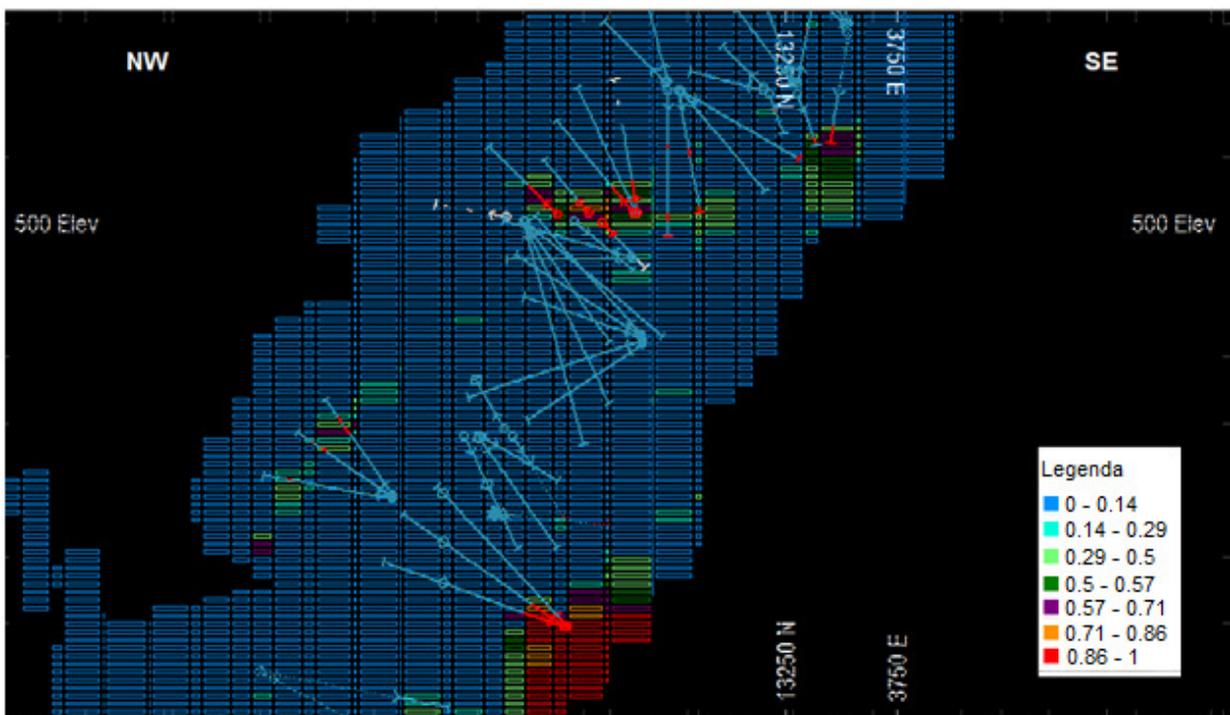


Figura 5.20 - Seção NW-SE do indicador 6 (referente às ardósias/filitos)

5.2.4.3 Análise de deriva

Foi realizada uma análise de deriva com fatias de 100 m nos planos XY, XZ e YZ, com o objetivo de verificar a aderência do modelo estimado com os dados originais desagrupados. O resultado mostrou grande aderência entre a krigagem e os dados originais (figuras 5.21 a 5.26).

Localmente, há uma diferença entre o modelo estimado e os dados originais. Essa diferença corresponde às bordas do corpo, i.e., às zonas de contato, que é um local com maior índice de incerteza. Mas de um modo geral, a análise de deriva mostra que a krigagem honra os dados originais, não havendo muita diferença entre os valores originais e os estimados.

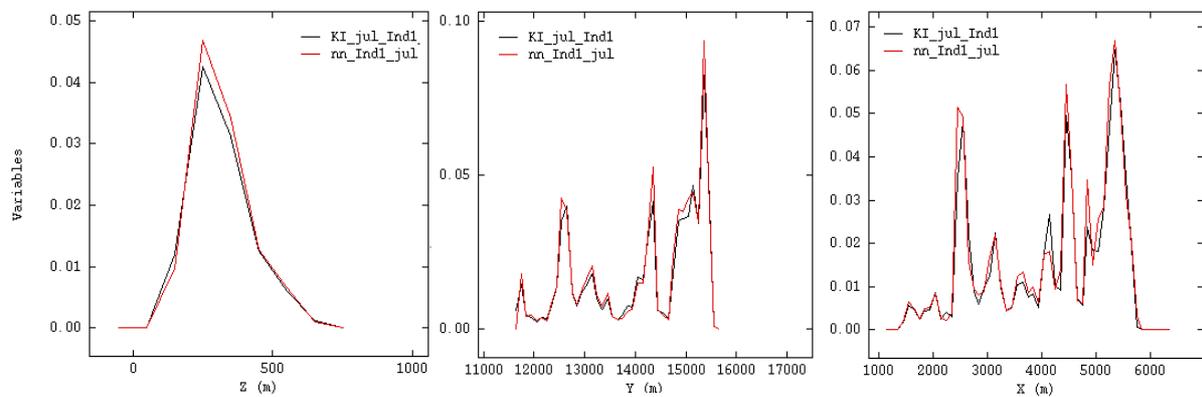


Figura 5.21 - Análise de deriva da krigagem do indicador 1 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente

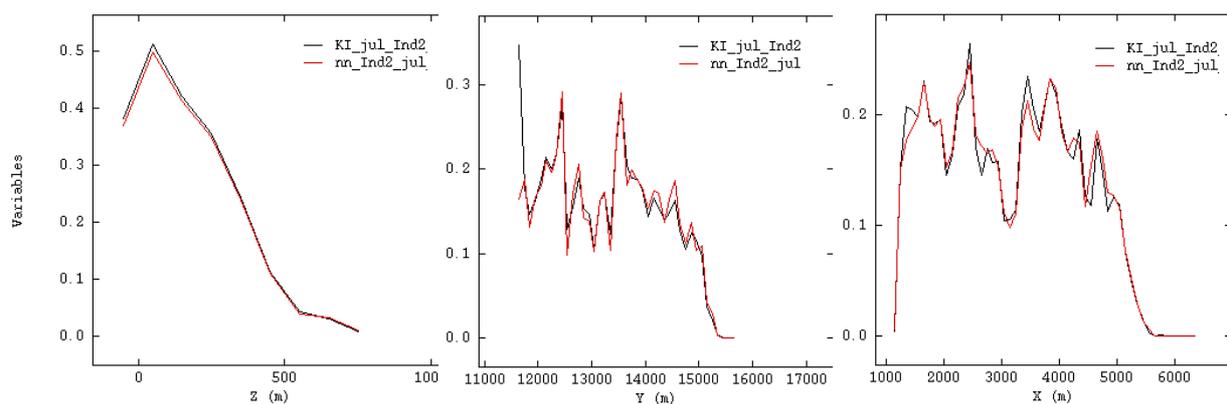


Figura 5.22 - Análise de deriva da krigagem do indicador 2 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente

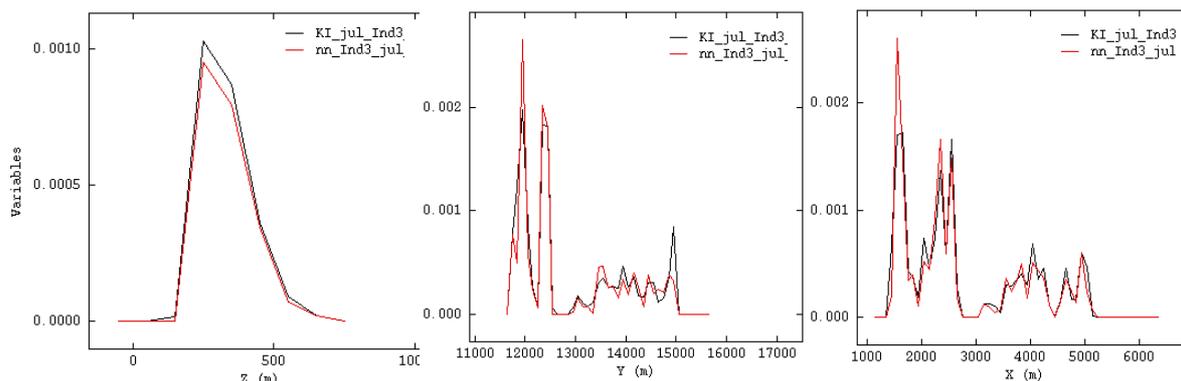


Figura 5.23 - Análise de deriva da krigagem do indicador 3 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente

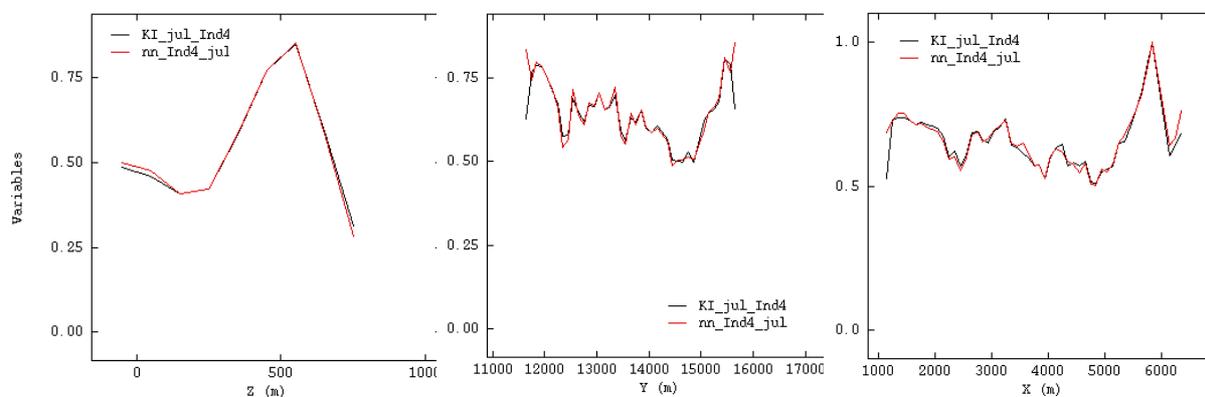


Figura 5.24 - Análise de deriva da krigagem do indicador 4 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente

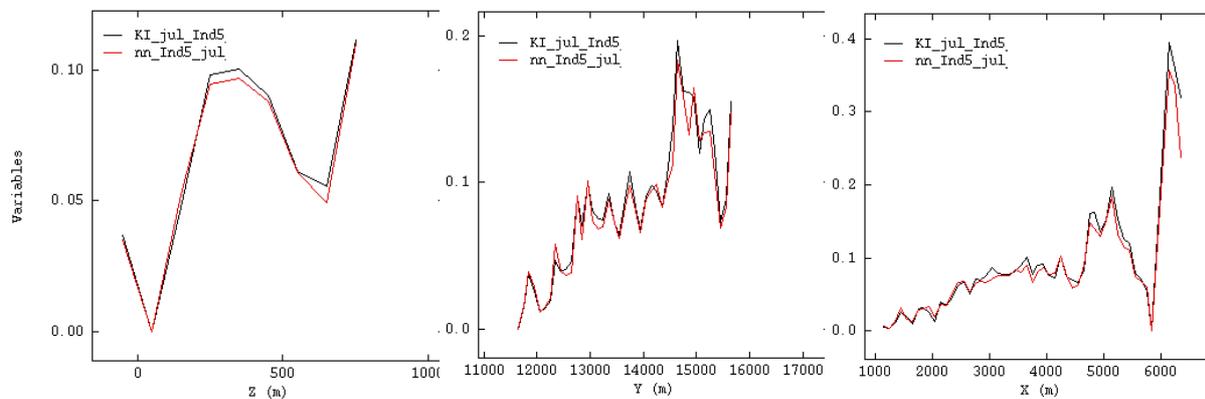


Figura 5.25 - Análise de deriva da krigagem do indicador 5 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente

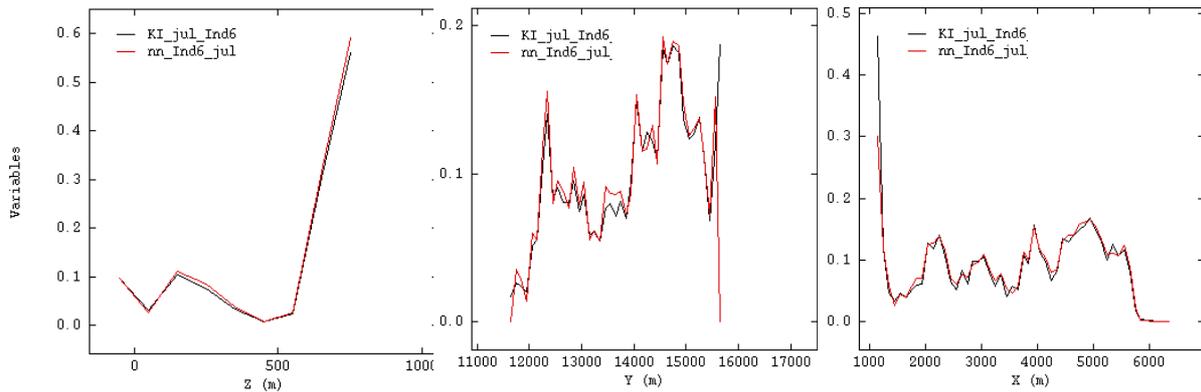


Figura 5.26 - Análise de deriva da krigagem do indicador 6 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente

5.2.5 Classificação tipológica dos blocos

A estimativa das tipologias geometalúrgicas do depósito foi feita classificando-se os blocos com a tipologia que apresentasse maior probabilidade de ocorrência. A figura 5.27 é um exemplo de como foi feita a classificação. Cada bloco contém a probabilidade de todas as tipologias, representada pelos indicadores, sendo que a soma das probabilidades das tipologias de cada bloco será sempre igual a 1. No primeiro caso do exemplo, o indicador 4 foi o que teve maior probabilidade de ocorrência e no segundo e terceiro casos, o indicador 3 foi o de maior probabilidade.

Ind1	Ind2	Ind3	Ind4	Ind5	Ind6	Class
0.00	0.00	0.24	0.76	0.00	0.00	4.00
0.00	0.10	0.58	0.32	0.00	0.00	3.00
0.00	0.29	0.43	0.28	0.00	0.00	3.00
0.00	0.44	0.38	0.18	0.00	0.00	2.00

Figura 5.27 - Exemplo da classificação da tipologia de um dado bloco, a partir da estimativa da probabilidade de ocorrência de cada tipologia

Ao analisar os histogramas da figura 5.28, percebe-se que a proporção das tipologias no depósito, de um modo geral, foi reproduzida pela krigagem, havendo apenas uma pequena subestimativa do indicador 1, referente ao BWX. Essa subestimativa se deve à suavização causada pela krigagem, que subestima as categorias com baixa proporção de ocorrência. A seção vertical da figura 5.29 mostra que a modelagem tipológica está consistente com os dados de sondagem. Assim, a modelagem tipológica da mina Vazante foi validada.

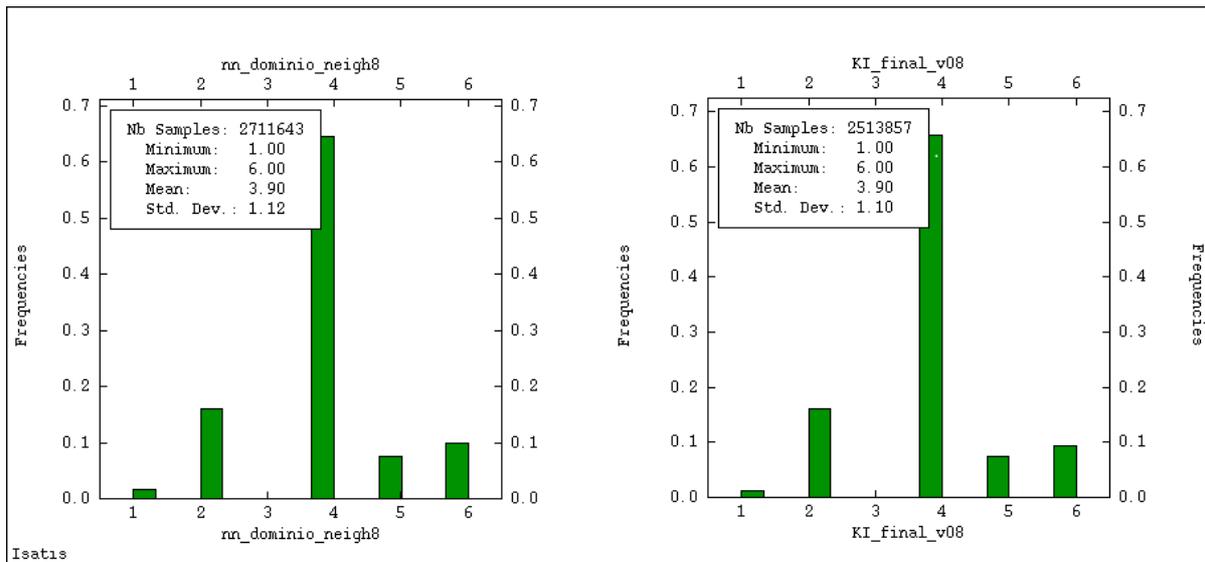


Figura 5.28 - Histograma das tipologias do depósito dos dados originais desagrupados e dos dados estimados, respectivamente

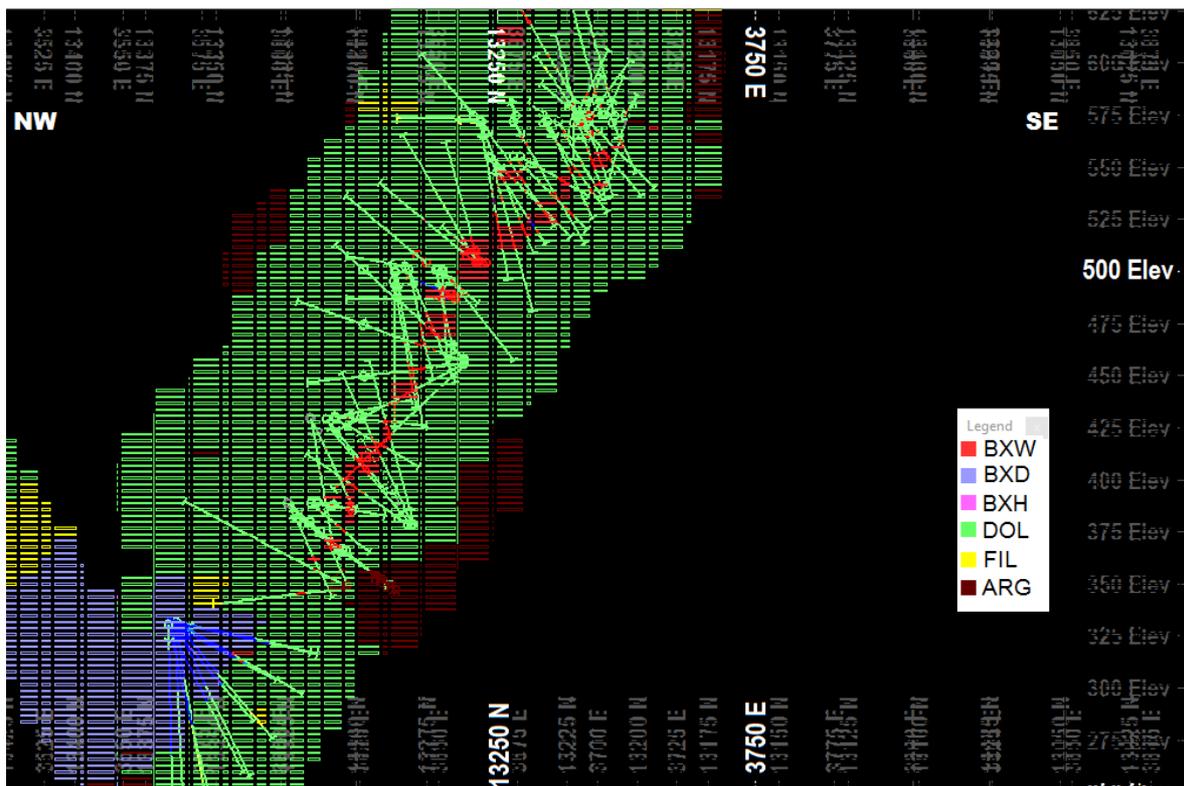


Figura 5.29 – Seção vertical da modelagem das tipologias geometalúrgicas da mina Vazante

5.3 Modelagem tipológica da mina Extremo Norte

Assim como na mina Vazante, foi feita, também, a modelagem das tipologias geometalúrgicas da mina Extremo Norte, como será mostrado nas seções a seguir.

5.3.1 Análise exploratória dos dados

Na mina Extremo Norte, realizaram-se 398 furos de sondagem em uma malha irregular, com distância entre os furos variando de 40 a 120 metros. De uma mesma cota irradiam de dois a seis furos de sondagem, com inclinações diferentes. O mapa com a disposição dos furos pode ser visto na figura 5.30.

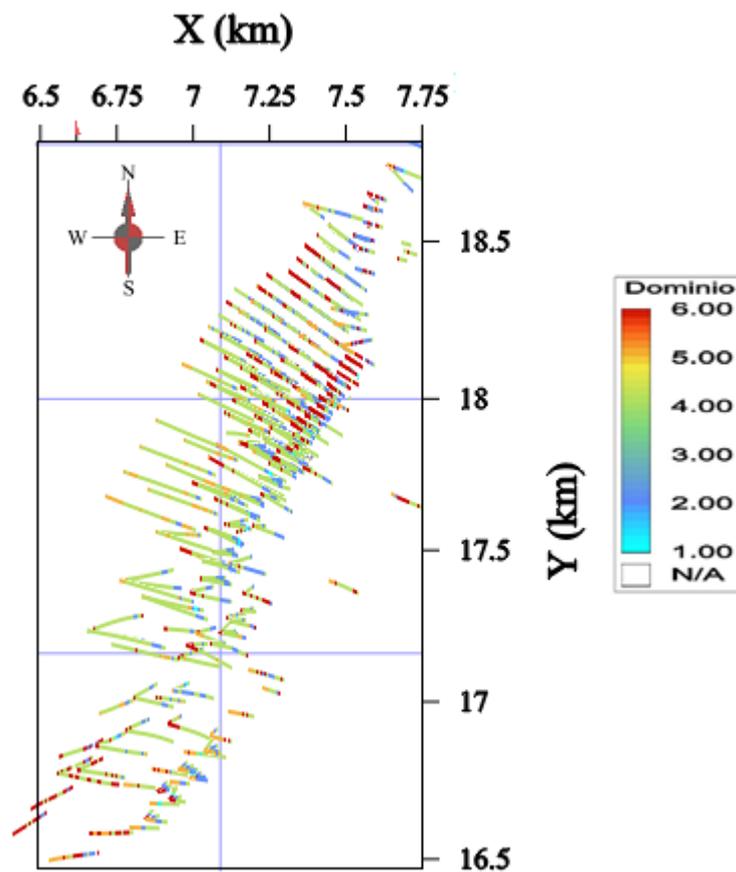


Figura 5.30 - Mapa com a localização dos furos da mina Extremo Norte

As amostras dos furos foram regularizadas em um suporte de 1 m, visto que a mediana da espessura das amostras dos litotipos mineralizados (BXD, BXH e

BXW) geralmente tem o valor de 1 m (tabela 5.4). A regularização gerou um total de 142.438 amostras.

Tabela 5.4 - Estatística da espessura das amostras das brechas realizadas na mina Extremo Norte

Tipologia	Mínimo	Máximo	Médio	Q1	Mediana	Q3	Nº amostras
BXD	0,03	138,10	2,01	0,70	1,00	2,62	13.450
BXH	0,02	2,85	0,84	0,60	1,00	1,00	545
BXW	0,02	12,20	0,66	0,50	0,50	1,00	2.776

Por pertencerem às mesmas unidades geológicas da mina Vazante, as rochas desta mina foram classificadas em domínios geometalúrgicos semelhantes aos daquela mina:

- Domínio I: brecha willemítica (BXW);
- Domínio II: brecha dolomítica (BXD);
- Domínio III: brecha hematítica (BXH);
- Domínio IV: dolomito indiscriminado;
- Domínio V: material argiloso, marga;
- Domínio VI: ardósia, filito, folhelho, solo, rocha metabásica, silexito.

O histograma com a frequência dos domínios encontra-se na figura 5.31. Para sua confecção, as amostras foram desagrupadas pelo método do vizinho mais próximo (Cover & Hart, 1967), com um raio de busca de 300x60x40 metros.

Dentre o material perfurado, observa-se um predomínio da tipologia 4, correspondente aos dolomitos, que é a rocha encaixante da mineralização. A tipologia 1, referente à brecha willemítica, corresponde a menos de 1% das rochas perfuradas, e a tipologia 3 (brecha hematítica) ocorre em uma proporção baixíssima, próxima de zero. A tipologia 2 (brecha dolomítica) corresponde a 17% do material perfurado; a tipologia 5 (material argiloso/marga) e a tipologia 6 (filitos/ardósias/folhelhos/rocha metabásica/silexito) ocorrem em uma proporção aproximada de 10% cada.

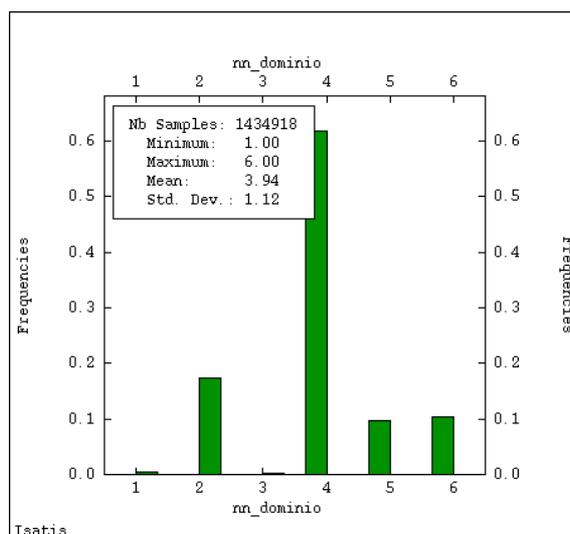


Figura 5.31 - Histograma das tipologias da mina Extremo Norte desagrupadas pelo método do vizinho mais próximo

Como os indicadores 1 e 3 ocorrem em baixíssima proporção, foi feita uma krigagem hierárquica: primeiro o depósito foi dividido em duas zonas: uma de rochas brechadas e outro de rochas não brechadas. Então, fez-se uma estimativa dentro de cada zona, considerando os indicadores presentes em cada uma, i.e., dentro da zona brechada foram estimados os indicadores 1, 2 e 3, e dentro da zona não brechada foram estimados os indicadores 4, 5 e 6 (figura 5.32). Esse procedimento foi adotado para evitar a suavização causada pela krigagem, que tende a reduzir significativamente variáveis com baixa proporção de ocorrência. A krigagem hierárquica foi testada na estimativa da mina de Vazante, porém não houve diferença no resultado, o que levou ao uso do método tradicional de krigagem de indicadores nesta mina.

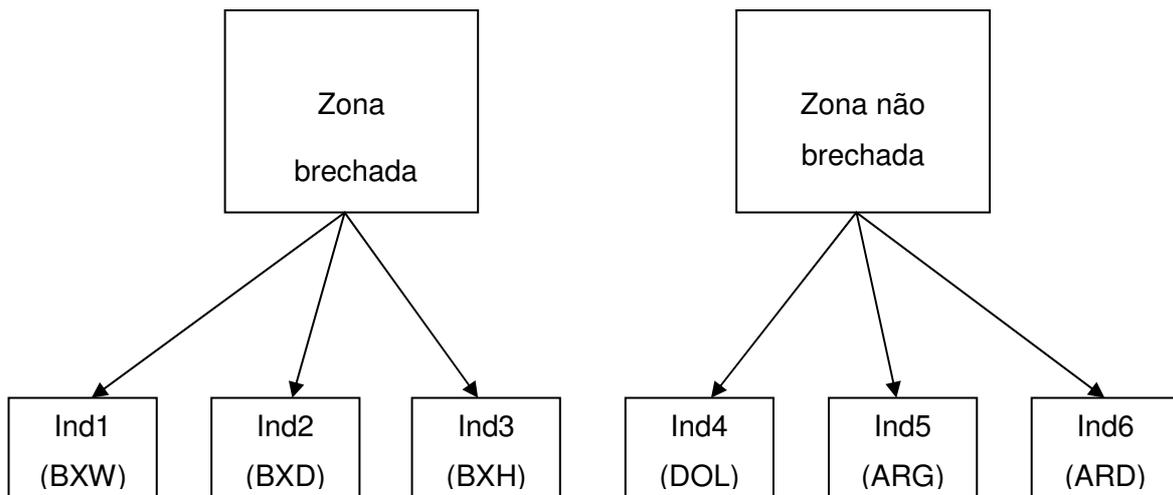


Figura 5.32 - Demonstração da realização da krigagem hierárquica

O histograma da figura 5.33 mostra a proporção da zona brechada (1) e da zona não brechada (0). As rochas brechadas correspondem a 21% das rochas amostradas.

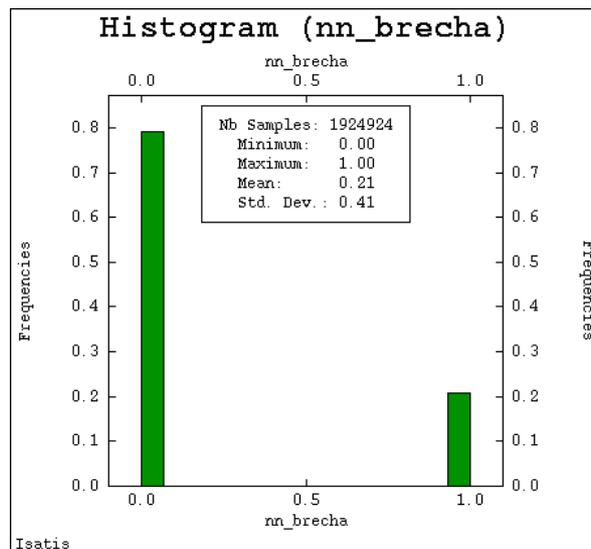


Figura 5.33 - Histograma da zona brechada, onde 1 indica a zona brechada

5.3.2 Variografia

Fez-se a análise estrutural das tipologias transformadas em indicadores, para conhecimento das direções de maior, média e menor continuidades das mesmas. Utilizaram-se 20 passos, com distância entre os passos de 100 m, tolerância horizontal de 50 m, tolerância vertical de 10 m e tolerância angular de 22,5°. O eixo

de maior continuidade encontrado teve azimute de 22° e mergulho de 0° , o eixo de média continuidade teve azimute de 112° e mergulho de 125° e o eixo de mínima continuidade, azimute de 112° e mergulho de 35° .

Após terem sido determinados os eixos de máxima, média e mínima continuidades, foram feitos os variogramas para todas as tipologias. Modelou-se um variograma comum para as tipologias da zona brechada e um variograma comum para as tipologias da zona não brechada. Este variograma comum consiste em dar o mesmo alcance e a mesma proporção de patamar para cada variograma, tendo sido empregado para evitar problemas de relação de ordem durante a krigagem e para garantir que a soma das probabilidades dos indicadores fosse um.

Para modelar os variogramas das tipologias do domínio brechado, foi usado como base o variograma do indicador 2, referente à BXD, já que esse indicador é o mais expressivo dentro da zona brechada. Da mesma forma, para modelar as tipologias do domínio de rochas não brechadas foi usado como base o variograma do indicador 4, por ser esse o mais expressivo nesse domínio.

A figura 5.34 exibe o variograma do indicador 2 (BXD), que é a tipologia que mais interfere na recuperação metalúrgica, como será visto no capítulo 6.

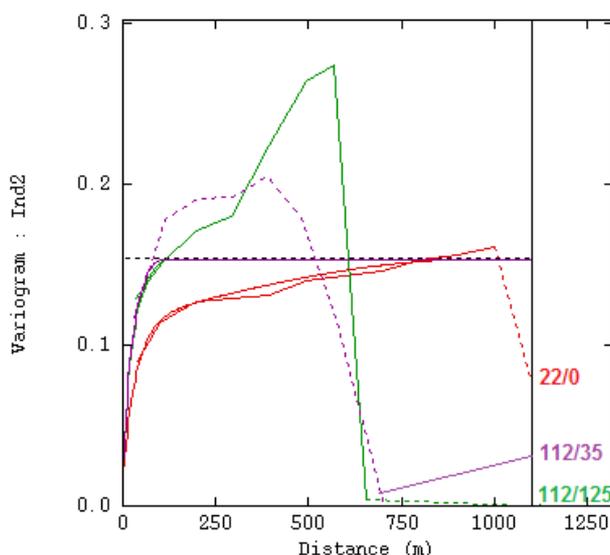


Figura 5.34 - Variograma do indicador 2 nos eixos de máxima, média e mínima continuidades

Os variogramas apresentaram duas estruturas, uma exponencial e outra esférica, além de um efeito pepita, sendo descritos pelas equações:

$$\gamma_{Ind1} = 0,00158 + 0,0075 \text{Exp} \left(\frac{N22^\circ / dip0^\circ}{110m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip125^\circ}{60m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip35^\circ}{60m} \right) +$$

$$0,0035 \text{Sph} \left(\frac{N22^\circ / dip0^\circ}{950m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip125^\circ}{120m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip35^\circ}{100m} \right)$$

$$\gamma_{Ind2} = 0,02 + 0,095 \text{Exp} \left(\frac{N22^\circ / dip0^\circ}{110m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip125^\circ}{60m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip35^\circ}{60m} \right) +$$

$$0,038 \text{Sph} \left(\frac{N22^\circ / dip0^\circ}{950m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip125^\circ}{120m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip35^\circ}{100m} \right)$$

$$\gamma_{Ind3} = 4,7 \times 10^{-4} + 2,24 \times 10^{-3} \text{Exp} \left(\frac{N22^\circ / dip0^\circ}{110m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip125^\circ}{60m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip35^\circ}{60m} \right) +$$

$$8,9 \times 10^{-4} \text{Sph} \left(\frac{N22^\circ / dip0^\circ}{950m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip125^\circ}{120m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip35^\circ}{100m} \right)$$

$$\gamma_{Ind4} = 0,032 + 0,14 \text{Exp} \left(\frac{N22^\circ / dip0^\circ}{135m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip125^\circ}{80m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip35^\circ}{75m} \right) +$$

$$0,07 \text{Sph} \left(\frac{N22^\circ / dip0^\circ}{900m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip125^\circ}{240m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip35^\circ}{150m} \right)$$

$$\gamma_{Ind5} = 0,0082 + 0,0357 \text{Exp} \left(\frac{N22^\circ / dip0^\circ}{135m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip125^\circ}{80m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip35^\circ}{75m} \right) +$$

$$0,018 \text{Sph} \left(\frac{N22^\circ / dip0^\circ}{900m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip125^\circ}{240m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip35^\circ}{150m} \right)$$

$$\gamma_{Ind6} = 0,016 + 0,0711 \text{Exp} \left(\frac{N22^\circ / dip0^\circ}{135m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip125^\circ}{80m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip35^\circ}{75m} \right) +$$

$$0,0359 \text{Sph} \left(\frac{N22^\circ / dip0^\circ}{900m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip125^\circ}{240m} \right) \cdot \left(\frac{N112^\circ / dip35^\circ}{150m} \right)$$

5.3.3 Krigagem

As krigagens foram realizadas em blocos de dimensões 12x12x3 metros, no *software* Isatis®, conforme informa a tabela 5.5.

Tabela 5.5 - Parâmetros do grid da mina Extremo Norte

	X	Y	Z
Dimensão (m)	12	12	3
Origem (m)	6500	16250	160
Número de células	105	224	180

Os parâmetros utilizados na krigagem dos indicadores estão listados na tabela 5.6. Para minimizar a filtragem dos pesos das amostras mais afastadas (*screen effect*), foram utilizados raios de busca não muito grandes, mas coerentes com a malha de sondagem, além de ter sido adotada a busca por quadrantes. Na estimativa, foram utilizados os respectivos variogramas de cada indicador.

Tabela 5.6 - Parâmetros utilizados nas krigagem dos indicadores

Discretização dos blocos	5x5x3
Nº mínimo de amostras no elipsoide de busca	2
Nº máximo de amostras no elipsoide de busca	12
Nº ideal de amostras por quadrante	2
Raio de busca máximo	300 m
Raio de busca médio	60 m
Raio de busca mínimo	40 m

5.3.4 Resultado

Na zona brechada, houve um predomínio do indicador 2 (referente à BXD), como era de se esperar, pois esta zona é representada quase exclusivamente por ele. A brecha willemítica (indicador 1) apresentou uma proporção média de 1,3% e a brecha hematítica apresentou uma proporção próxima de zero. Houve, portanto, uma certa subestimativa dos indicadores 1 e 3, pois a proporção destes dois é muito baixa em comparação com o indicador 2, que ocorre com uma proporção de 96% na zona brechada (figura 5.35).

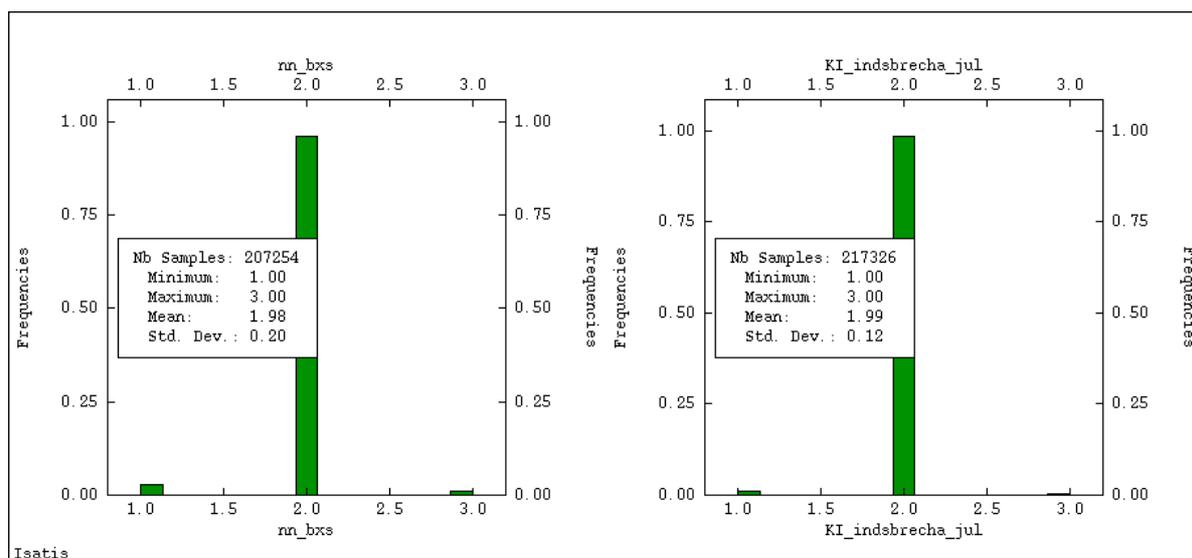


Figura 5.35 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem dos indicadores realizada dentro da zona brechada, respectivamente

No domínio das rochas localizadas fora da zona brechada, predomina o indicador 4, referente ao dolomito, que é a rocha encaixante da mineralização, com uma proporção de 76%. O indicador 5, referente às margas/material alterado ocorre com proporção de 11% e o indicador 6, referente à ardósia/filito/rocha metabásica/silexito, ocorre em 13% dentro do domínio. Comparando os valores estimados com os dados originais desagrupados, observa-se que as proporções foram praticamente reproduzidas, pois houve uma diferença muito pequena entre os dados originais e os krigados (figura 5.36).

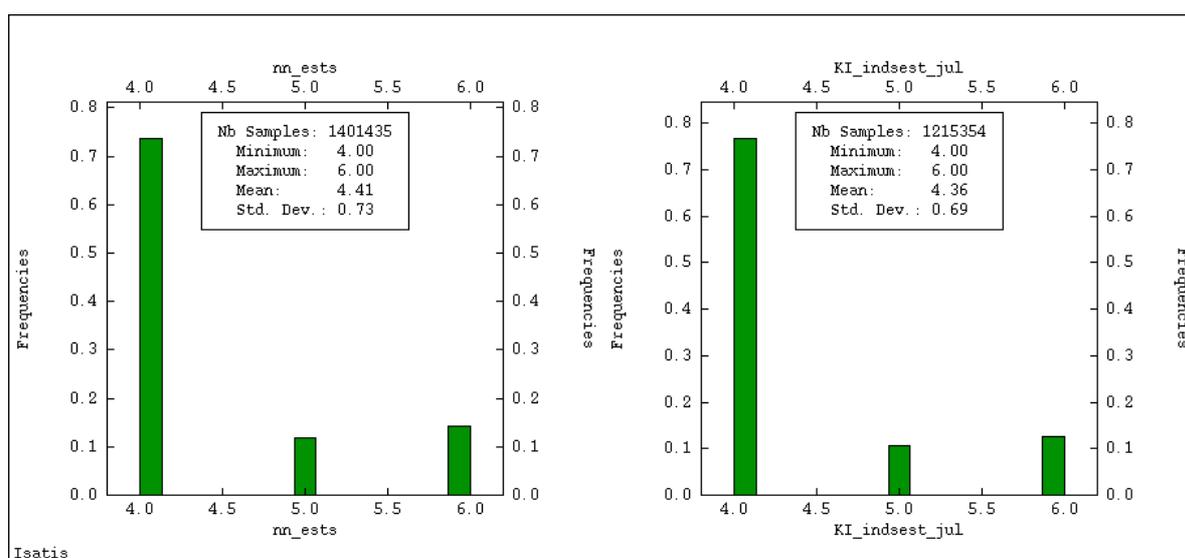


Figura 5.36 - - Histograma dos dados originais desagrupados e do modelo krigado das rochas localizadas fora da zona brechada, respectivamente

5.3.5 Validação da krigagem

Para validar o modelo gerado, foram utilizados os métodos de verificação da reprodução da média global, inspeção visual e análise de deriva. Com esses métodos foi possível constatar que o modelo honra os dados amostrais e a geologia do depósito.

5.3.5.1 Reprodução da média global

As estimativas por meio de krigagem de indicadores apresentaram-se consistentes com os dados originais desagrupados. Como pode ser constatado nas figuras 5.37 a 5.42, a média estimada tem o mesmo valor ou um valor muito próximo da média dos dados originais desagrupados. O valor do desvio padrão estimado é menor do que o valor do desvio padrão dos dados originais devido à suavização causada pela krigagem.

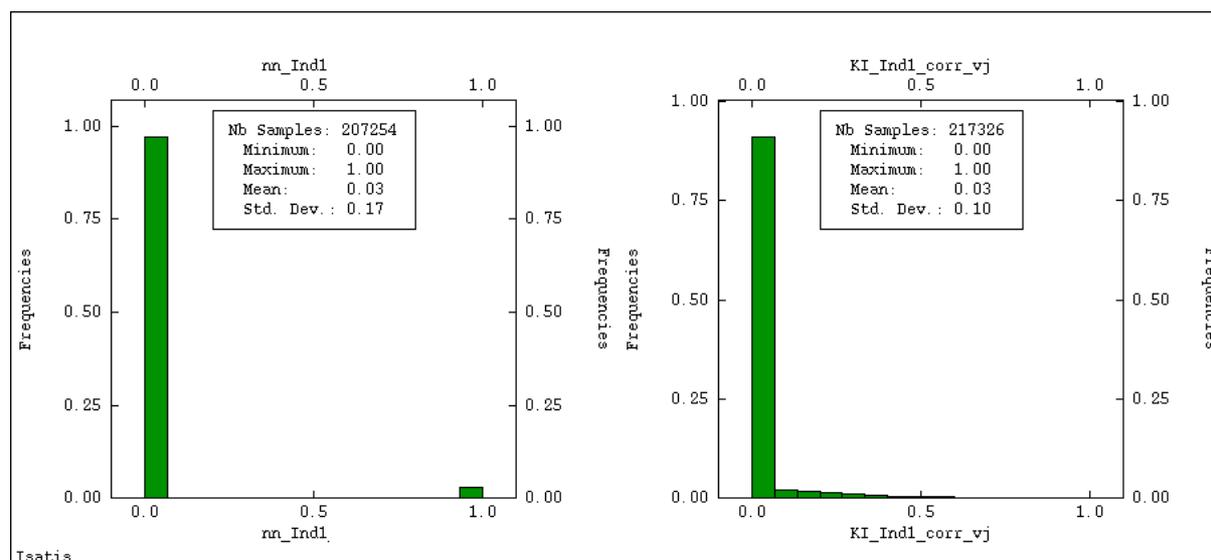


Figura 5.37 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 1 (referente ao BXW), respectivamente

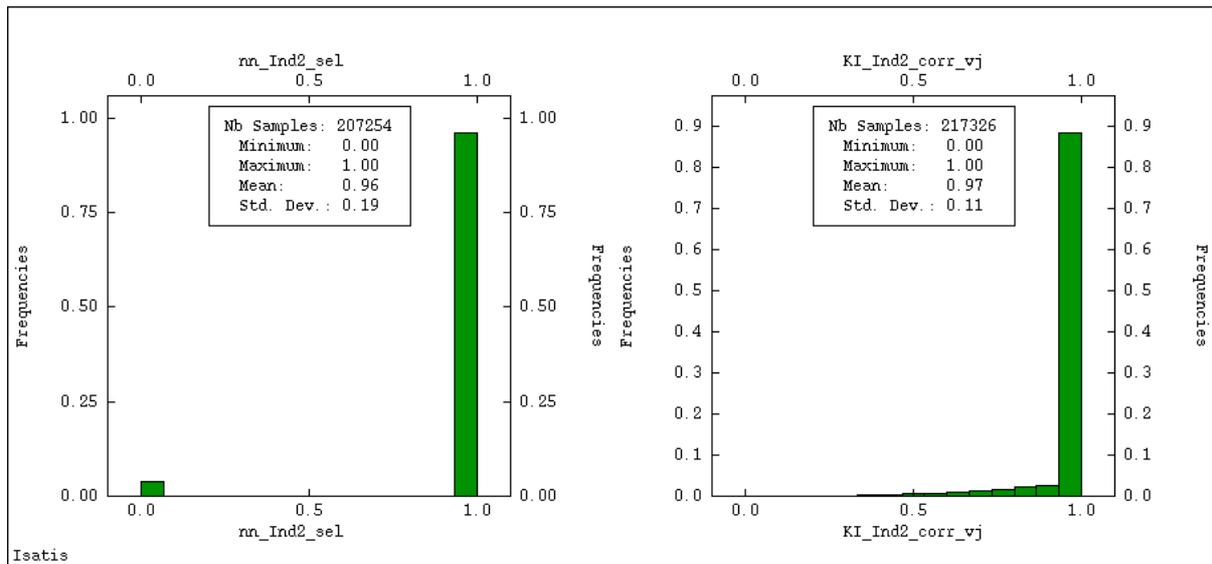


Figura 5.38 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 2 (referente ao BXD), respectivamente

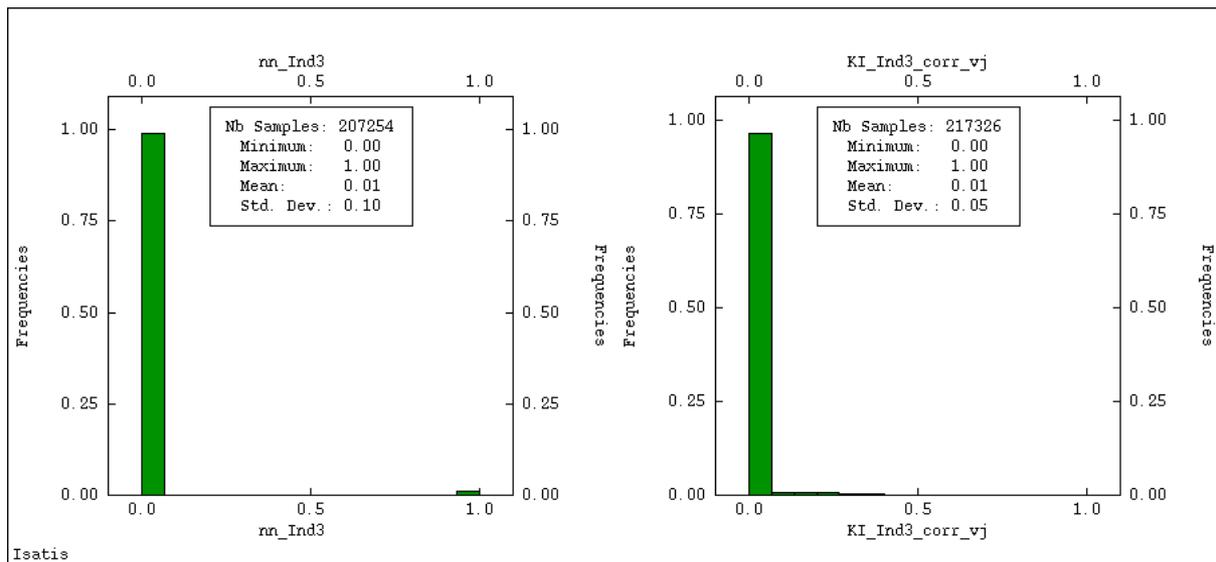


Figura 5.39 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 3 (referente ao BXH), respectivamente

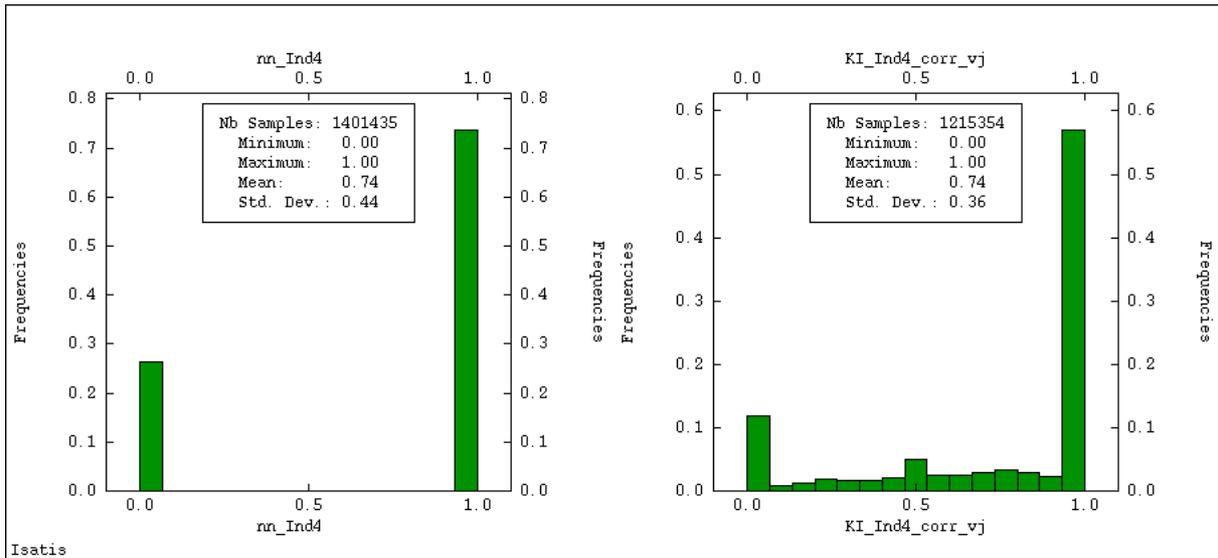


Figura 5.40 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 4 (referente aos dolomitos), respectivamente

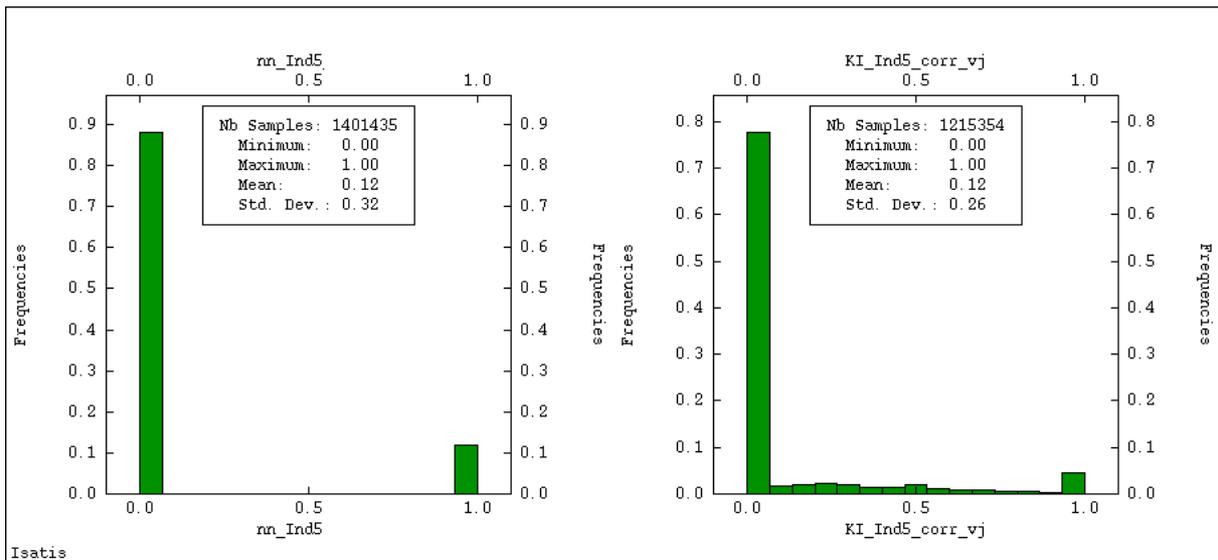


Figura 5.41 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 5 (referente às rochas de textura argilosa), respectivamente

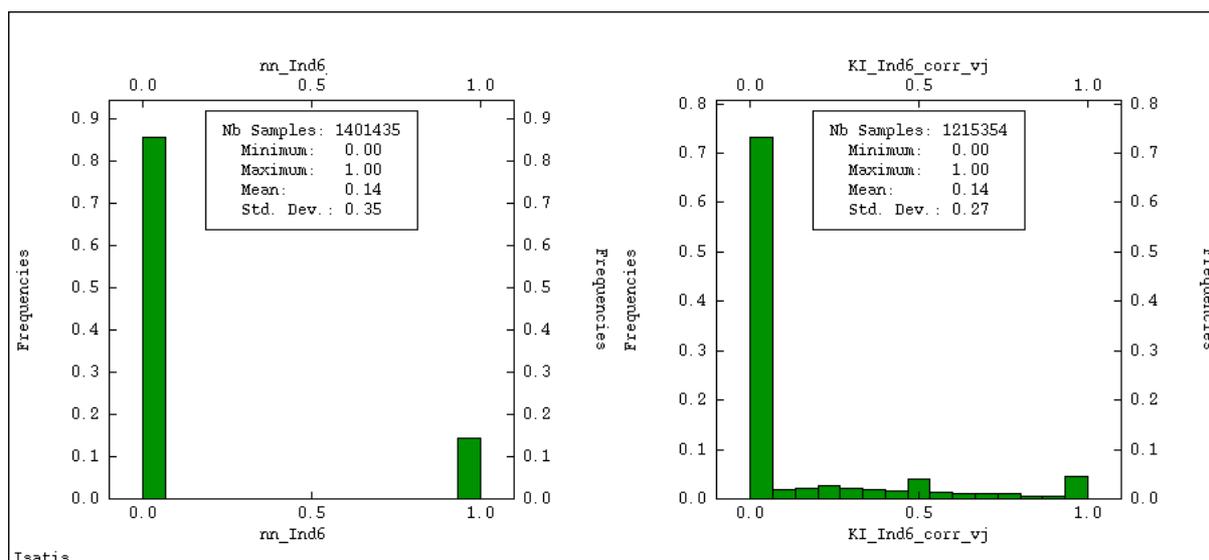


Figura 5.42 - Histograma dos dados originais desagrupados e da krigagem ordinária do indicador 6 (referente às ardósias/filitos), respectivamente

5.3.5.2 Inspeção visual

Foram analisadas seções verticais a cada 25 m, no *software* Datamine, com o propósito de verificar se a krigagem honra os dados amostrais. Os blocos mostram a probabilidade de ocorrência da tipologia estimada. A cor vermelha indica a presença de uma dada tipologia e a cor azul, a sua ausência. Observa-se nas figuras 5.43 a 5.48 que a estimativa está coerente com os dados de sondagem.

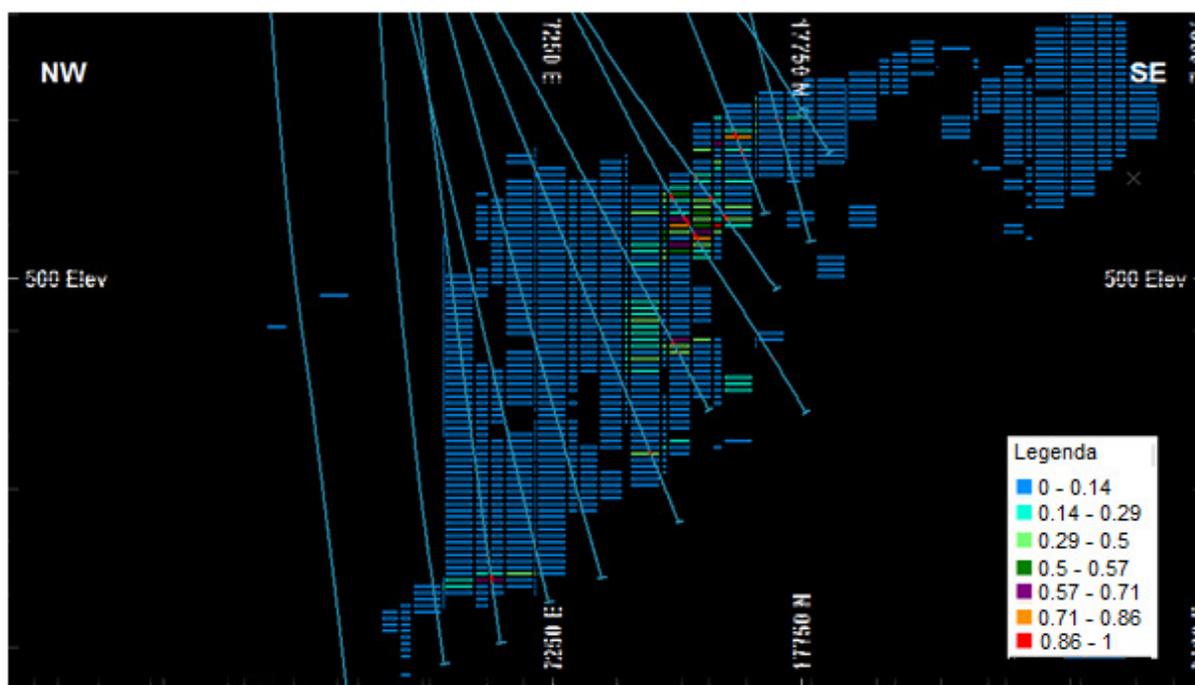


Figura 5.43 - Seção NW-SE da krigagem do indicador 1 (referente ao BXW)

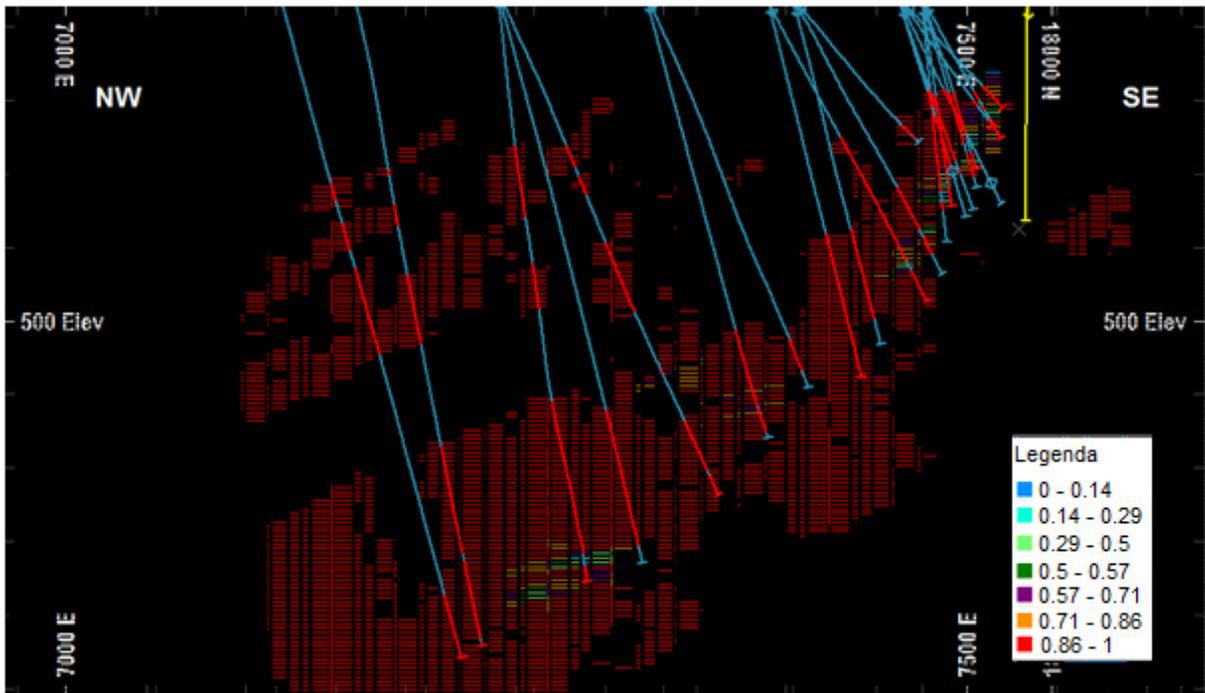


Figura 5.44 - Seção NW-SE da krigagem do indicador 2 (referente ao BXD)

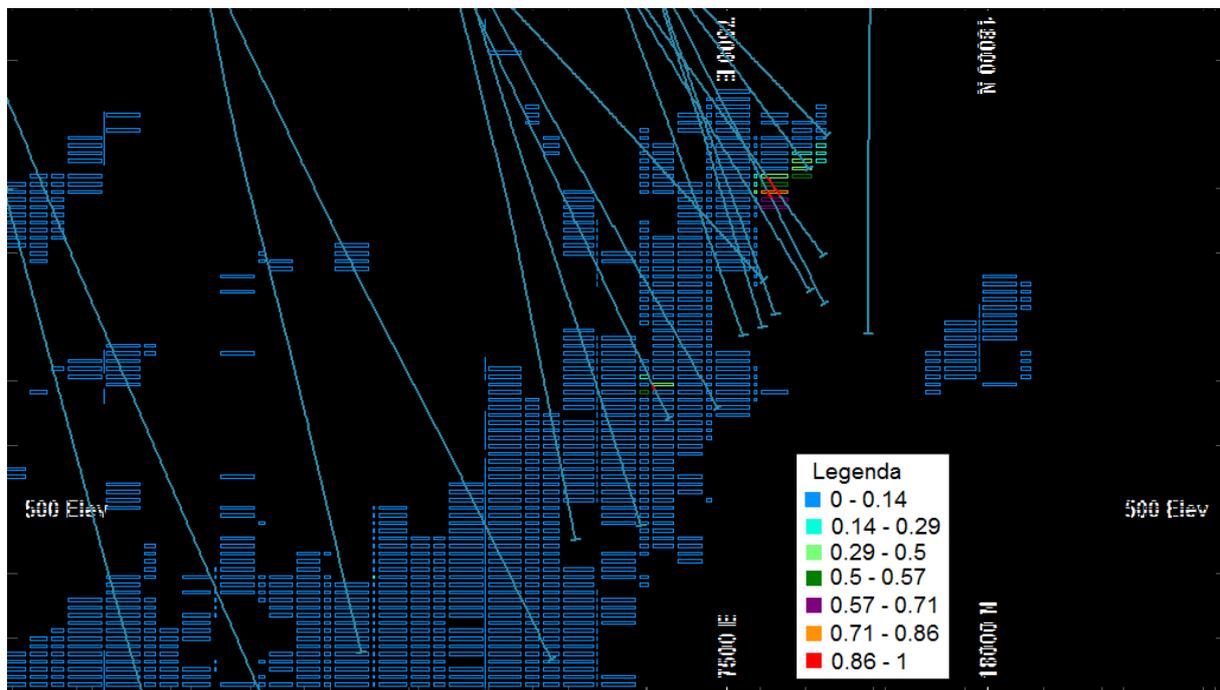


Figura 5.45 - Seção NW-SE da krigagem do indicador 3 (referente ao BXH)

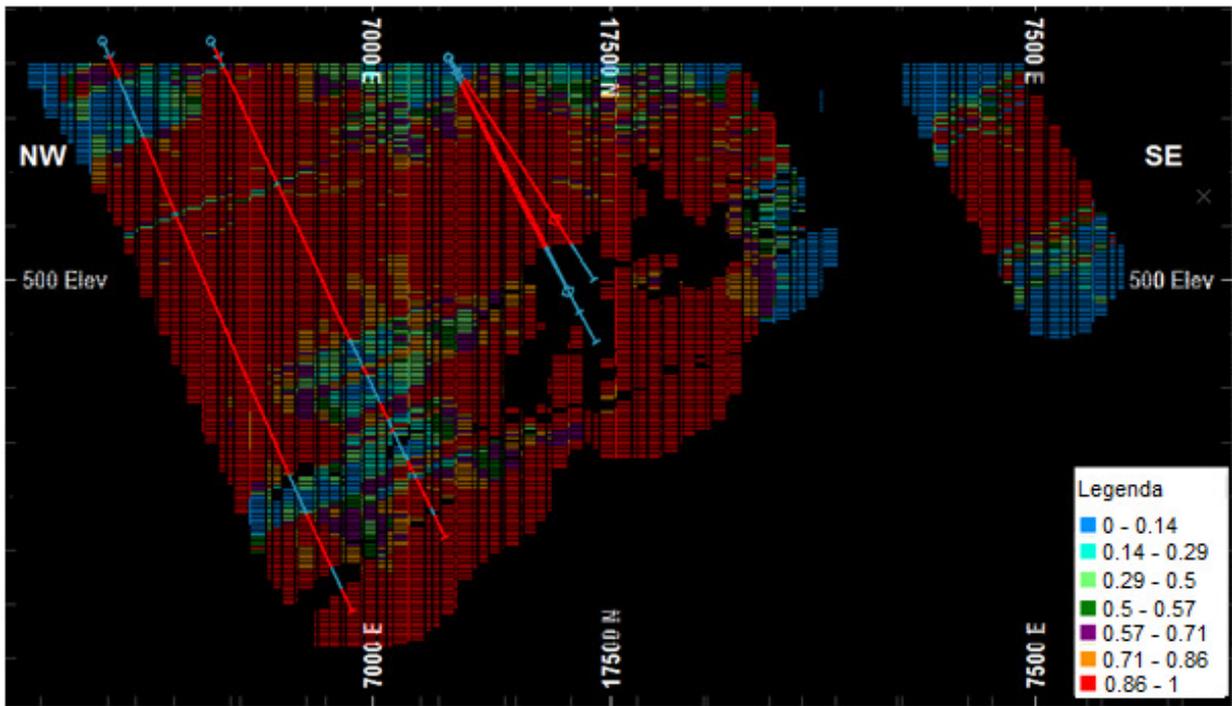


Figura 5.46 - Seção NW-SE da krigagem do indicador 4 (referente aos dolomitos)

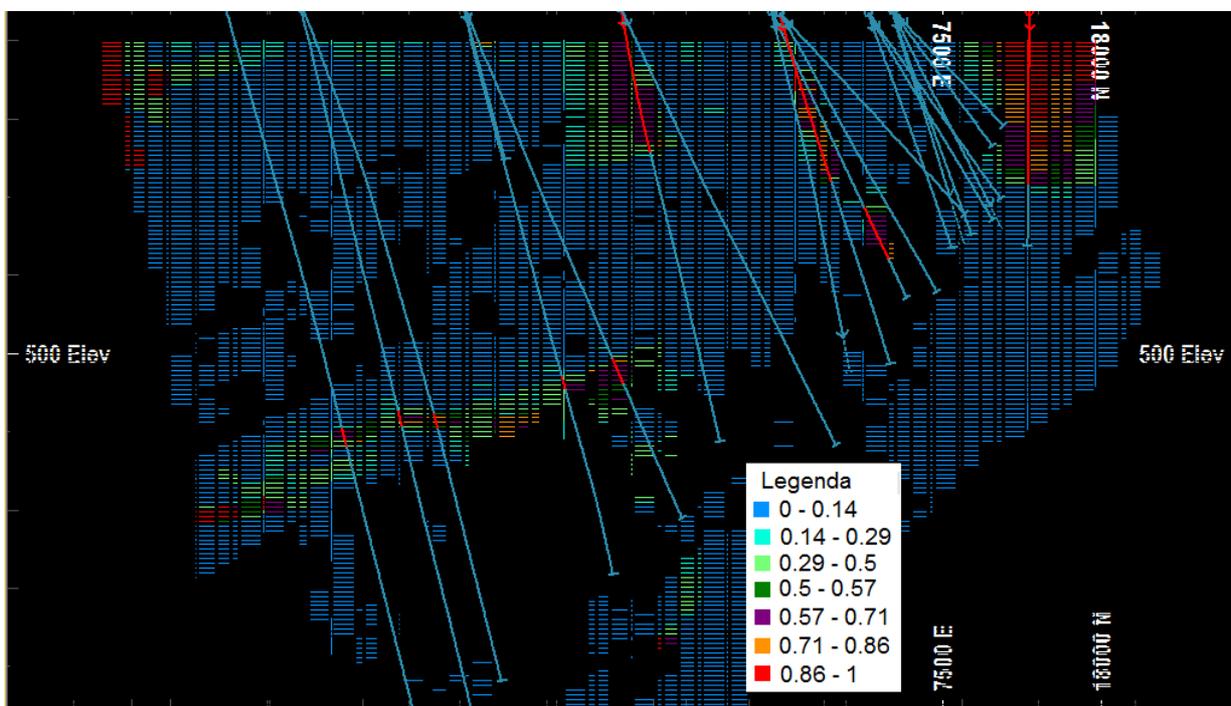


Figura 5.47 - Seção NW-SE da krigagem do indicador 5 (referente às rochas de textura argilosa)

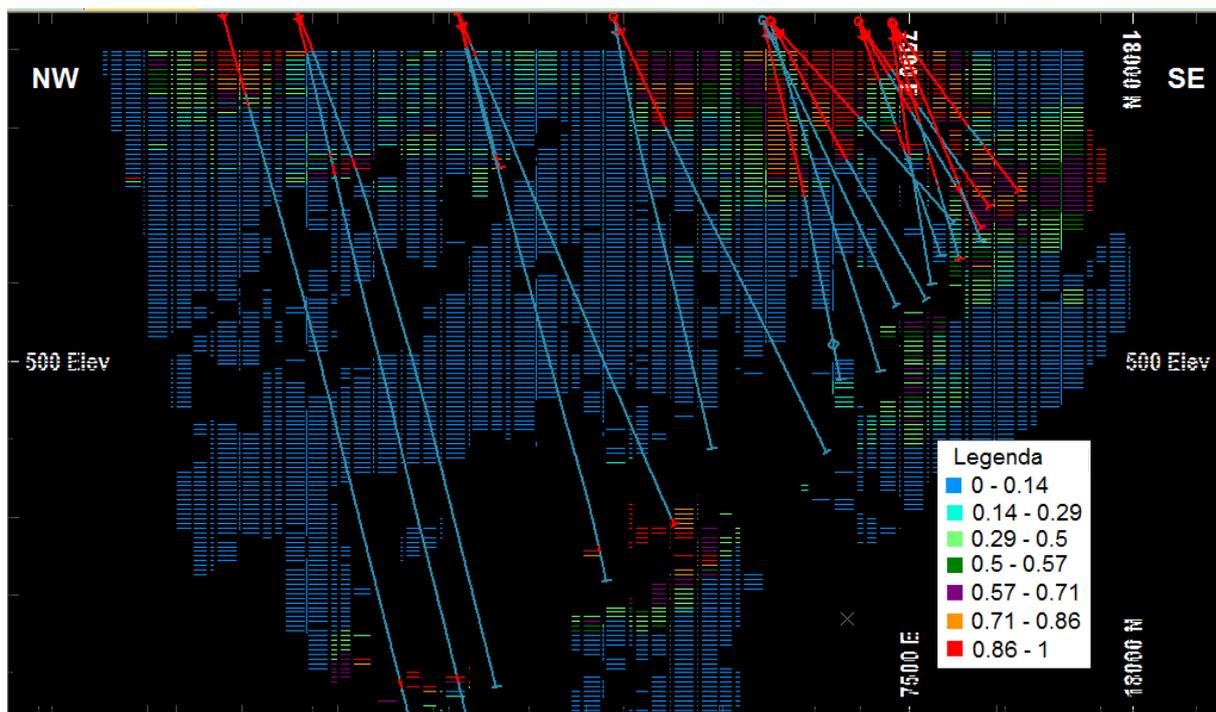


Figura 5.48 - Seção NW-SE da krigagem do indicador 6 (referente às ardósias/filitos)

Como pôde ser observado, a estimativa de todos os indicadores honrou os dados amostrais. As vacâncias existentes nos modelos ocorrem devido à estimativa ter sido feita apenas dentro de uma determinada zona: ou dentro da zona brechada ou dentro da zona não brechada.

5.3.5.3 Análise de deriva

Fez-se a análise de deriva para cada indicador, sendo o depósito fatiado a cada 200 m nos planos XY, XZ e YZ. Conforme mostram as figuras 5.49 a 5.54, as krigagens estão consistentes com os dados originais de um modo geral. Os indicadores que ocorrem em menor proporção, como o 1 e o 3, apresentaram uma certa subestimativa em alguns locais, enquanto o indicador 2 apresentou superestimativa localmente. Isso ocorre devido à krigagem subestimar os indicadores de menor proporção e superestimar os de maior proporção. Os demais indicadores (4, 5 e 6) não mostraram nenhuma tendência. De um modo geral, as krigagens estão coerentes com os dados originais desagrupados e não mostram viés.

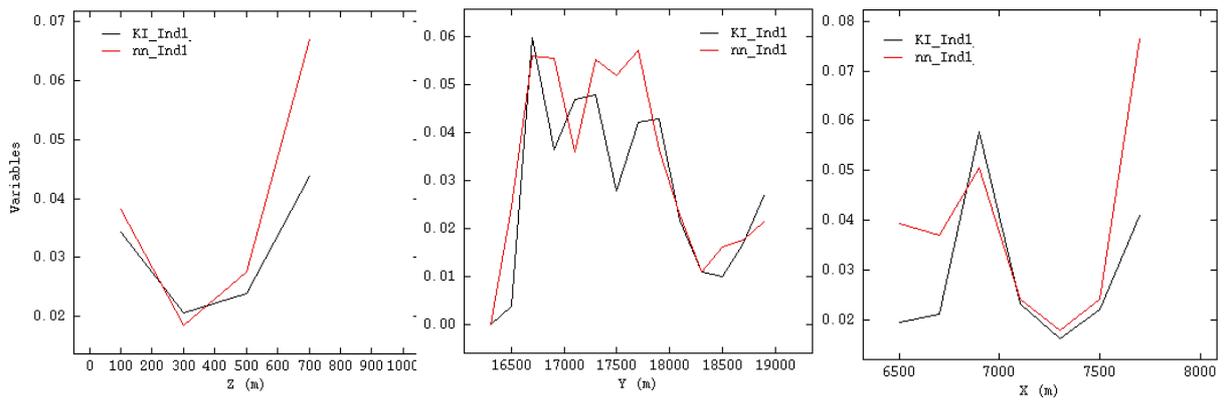


Figura 5.49 - Análise de deriva da krigagem do indicador 1 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente

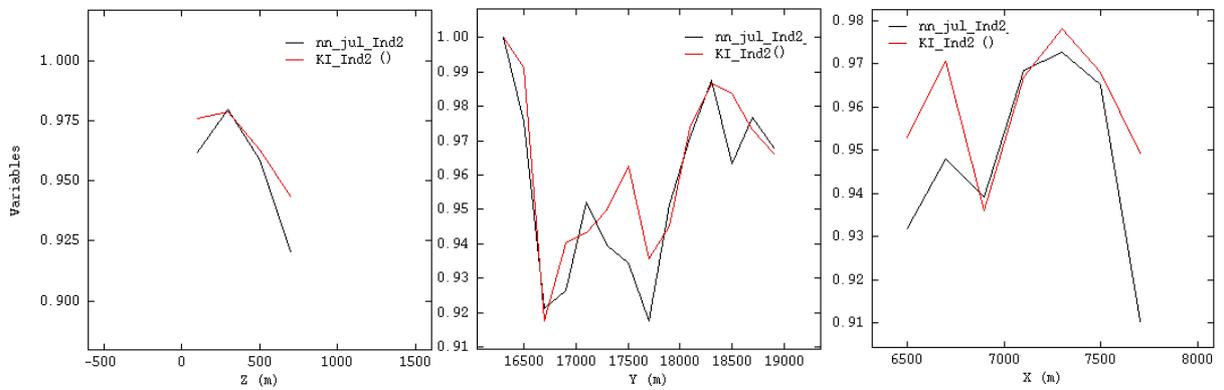


Figura 5.50 - Análise de deriva da krigagem do indicador 2 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente

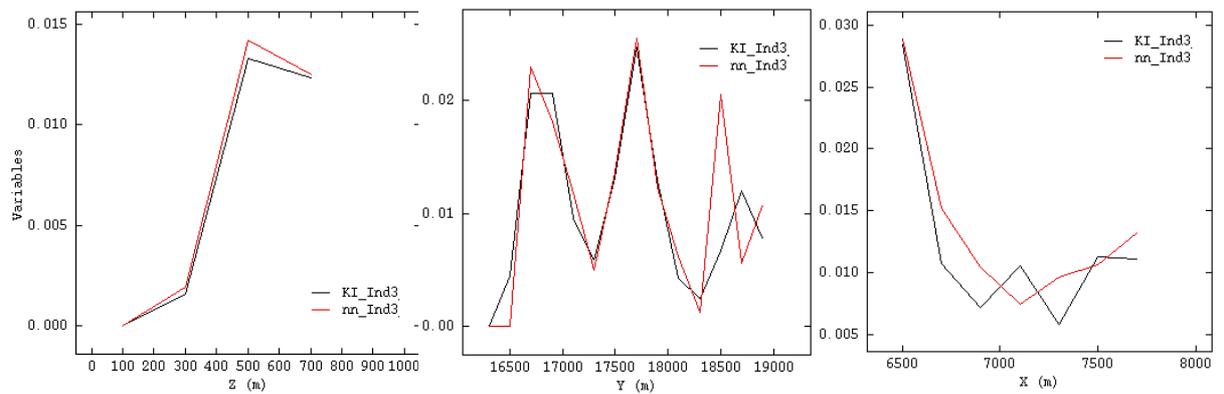


Figura 5.51 - Análise de deriva da krigagem do indicador 3 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente

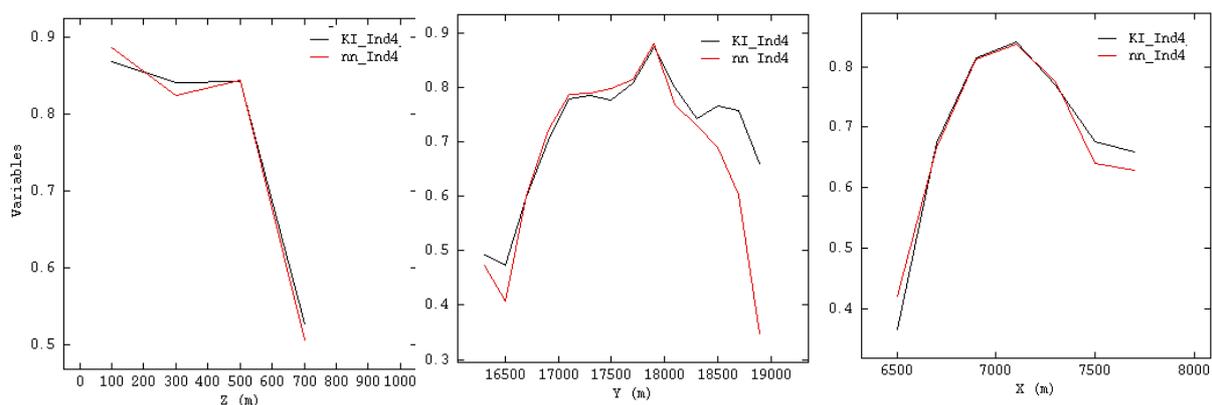


Figura 5.52 - Análise de deriva da krigagem do indicador 4 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente

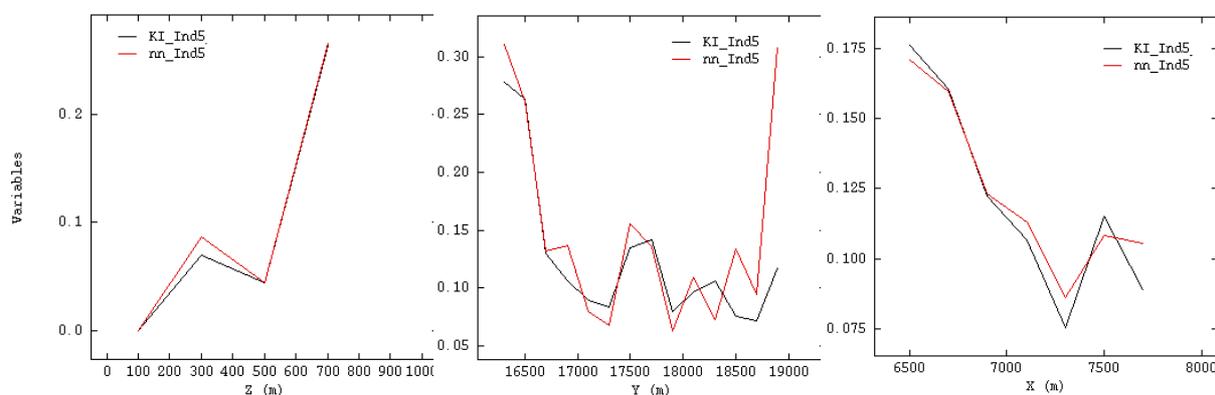


Figura 5.53 - Análise de deriva da krigagem do indicador 5 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente

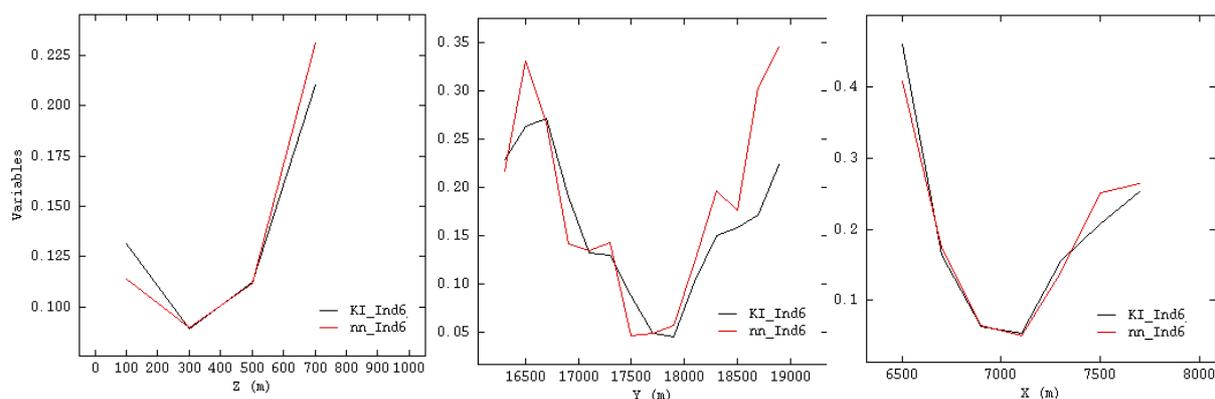


Figura 5.54 - Análise de deriva da krigagem do indicador 6 nos planos XY, XZ e YZ, respectivamente

5.3.6 Classificação tipológica dos blocos

A modelagem tipológica da mina Extremo Norte foi feita considerando-se a tipologia mais provável de ocorrer em cada bloco. A figura 5.55 revela que a modelagem tipológica está em conformidade com os dados originais. Os

indicadores 1 e 3, embora tenham sido estimados no domínio exclusivo das brechas, teve sua proporção diminuída, pois a porcentagem de ambos no depósito é muito pequena, de forma que a krigagem suavizou suas proporções. Houve um aumento de 5% do indicador 4 e uma diminuição de 5% do indicador 2. Os indicadores 5 e 6 apresentaram aproximadamente a mesma proporção dos valores originais dos dados.

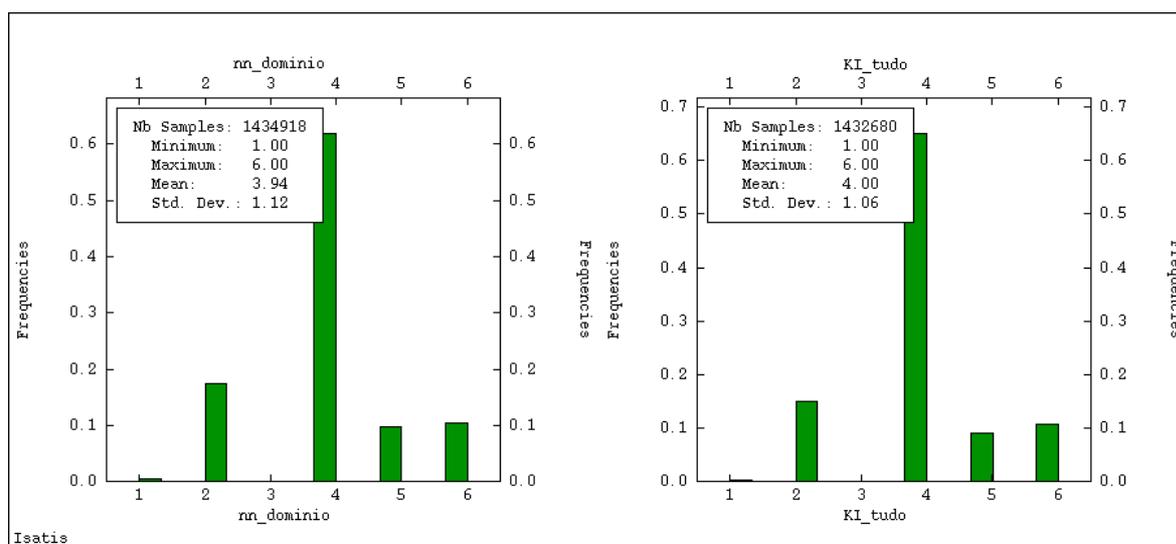


Figura 5.55 - Histograma da proporção das tipologias dos dados originais e dos dados estimados, respectivamente

Foram analisadas seções verticais a cada 25 m e constatou-se que a modelagem está consistente com os dados de sondagem. A figura 5.56 é uma das seções.

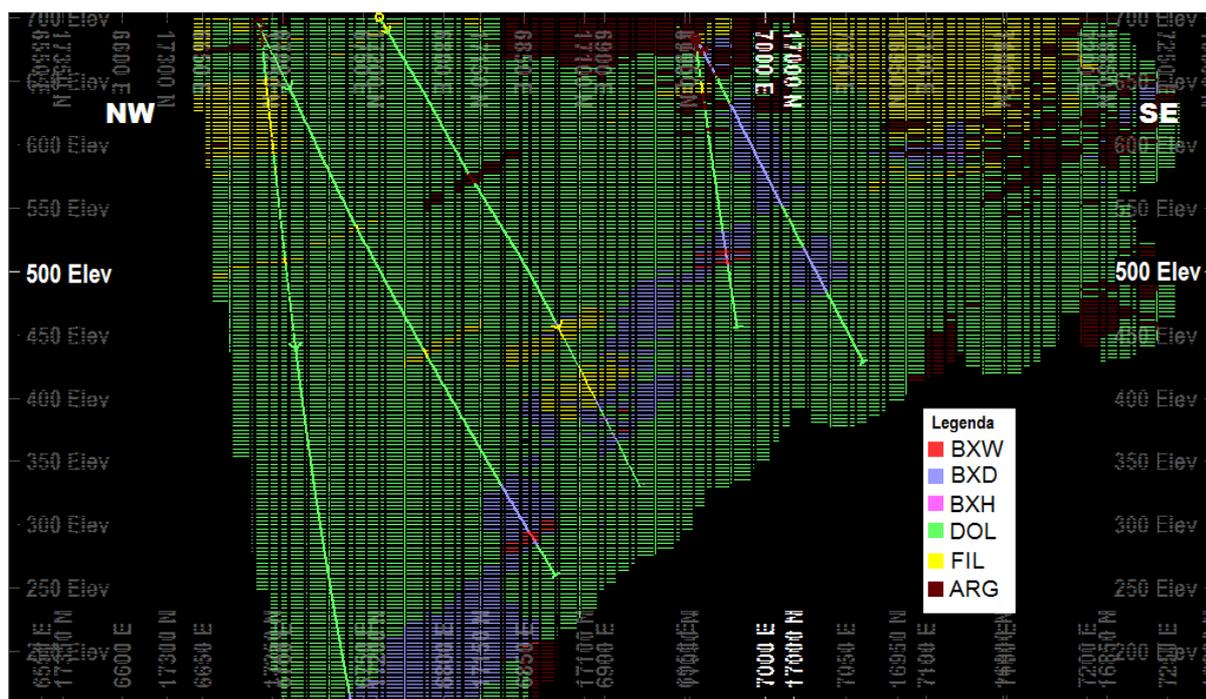


Figura 5.56 – Seção vertical da modelagem tipológica da mina Extremo Norte

5.4 Considerações finais

A modelagem das tipologias geometalúrgicas teve como objetivo definir espacialmente o corpo de minério e as rochas estéreis, visto que cada tipologia afeta de um modo diferente os processos de beneficiamento do minério, de acordo com suas características físicas e químicas. Devido à diluição do minério durante a lavra, decorrente em virtude da geometria do corpo de minério, de fatores geomecânicos e geométricos de lavra e da ineficiência operacional, é incorporado ao minério alguma quantidade de estéril, gerando um minério lavrado muito heterogêneo. Logo, torna-se necessário o conhecimento de qual tipo de estéril, associado ao minério, será também lavrado. A modelagem tipológica realizada proporcionará melhorias no planejamento de lavra, na definição das rotas de processo e no beneficiamento como um todo, permitindo um aumento da recuperação e a previsibilidade do processo metalúrgico.

A krigagem de indicadores, utilizada na elaboração da modelagem, mostrou-se adequada para o objetivo proposto, com resultados coerentes com a amostragem. Além disso, o modelo obtido foi realizado em um tempo

consideravelmente menor se comparado com a tradicional modelagem manual, feita por meio de seções verticais.

CAPÍTULO 6

ESTUDO DE CASO – ESTIMATIVA DA RECUPERAÇÃO METALÚRGICA DE ZINCO

O objetivo deste estudo de caso é a estimativa da recuperação metalúrgica de zinco. Para isso, será usado um modelo de regressão onde a variável resposta é a recuperação metalúrgica e as variáveis explicativas são o teor de zinco no depósito e as tipologias geometalúrgicas.

6.1 Banco de dados geometalúrgico

Foram realizados 257 furos de sondagem nas áreas que englobam as minas Vazante e Extremo Norte. Esses furos deram origem a 110 amostras geometalúrgicas, que após remoção de valores extremos e dados erráticos ou incompletos, resultou em um banco de dados com 104 amostras.

Os furos estão agrupados em algumas áreas nas minas (figura 6.1). Dentro de cada agrupamento, os furos têm espaçamento de 20 – 30 m, sendo que há dois ou três furos irradiados de um mesmo ponto. Os furos estão posicionados ao longo da direção da mineralização, que é aproximadamente N45E.

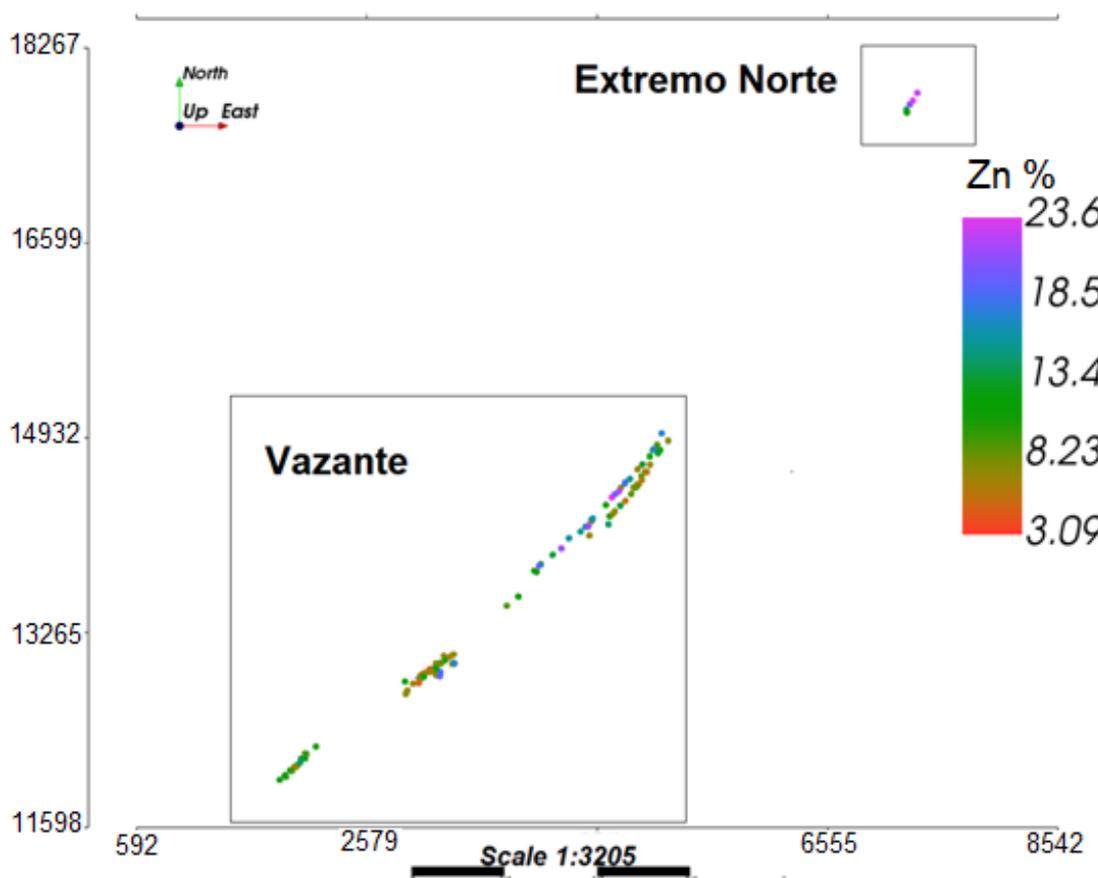


Figura 6.1 – Mapa com a localização das amostras geometalúrgicas nas minas Vazante e Extremo Norte

Para elaborar uma única amostra geometalúrgica, foram usados vários furos de sondagem que representassem um *stope* das minas. As amostras foram submetidas a testes de bancada, para verificação do comportamento do minério e de suas respectivas características geológicas no beneficiamento dos silicatos de zinco e dos sulfetos de chumbo, prata e zinco. Os testes consistiram em moagem, classificação, análise de teor, flotação e caracterização mineralógica via MLA (*Mineral Liberation Analyzer*). Nesse trabalho, relatam-se apenas os resultados concernentes ao silicato de zinco.

Na moagem de bancada, amostras de 1300 g, após cominuídas, foram classificadas por meio de peneiramento a úmido, produzindo um material com 88%–90% da massa passante em 100#. Foi coletada uma pequena quantidade do material para análise de teor de zinco, chumbo e prata nas faixas de 65#, 100#, 400# e menor do que 400#. A polpa, após ter sido classificada, alimentou a flotação

em escala de bancada, passando pelas etapas *rougher* e *scavenger* da *rougher*. Nessa etapa, coletaram-se amostras para caracterização mineralógica e estudo da liberação do mineral minério em microscópio de análise mineral (Carmo *et al.*, 2015). As amostras geradas contêm informações de teores de zinco, chumbo e prata, assim como de suas respectivas recuperações metalúrgicas após a flotação.

A tabela 6.1 traz o número de furos e o número de amostras utilizadas para compor cada amostra geometalúrgica, o comprimento do testemunho de sondagem amostrado, assim como a porcentagem de cada tipologia. A tabela 6.2 apresenta o sumário estatístico do número de furos e de amostras.

Tabela 6.1 - Porcentagem das tipologias, número de amostras e número de furos utilizados para compor cada amostra geometalúrgica

<i>Stope</i>	BXW (%)	BXH (%)	BXD (%)	Estéril (%)	Comprimento testemunho (m)	Núm amostras	Núm. furos
0600s3	86,15	0,00	13,85	0,00	9,75	3	1
E11500	0,00	0,00	70,22	29,78	30,05	43	4
E12625	38,16	4,82	40,79	16,23	22,80	13	4
E12705	22,31	0,00	61,16	16,53	18,15	12	4
E12775	56,00	0,00	44,00	0,00	15,00	6	2
E12810	0,00	0,00	100,00	0,00	8,20	3	1
E12910	20,47	0,00	48,03	31,50	12,70	6	2
E13035asc	17,30	0,00	70,27	12,43	18,50	8	3
E13075	47,67	0,00	52,33	0,00	8,60	4	2
F10300asc	20,59	0,00	79,41	0,00	17,00	10	3
F10680	26,03	0,00	73,97	0,00	7,30	11	2
F12995	24,71	0,00	34,98	40,30	13,15	7	3
F8850	33,33	0,00	66,67	0,00	11,70	5	2
F8975	10,67	0,00	89,33	0,00	7,50	4	1
F9095asc	20,00	0,00	0,00	80,00	7,50	3	1
F9140	2,94	2,94	94,12	0,00	17,00	7	3
G13100desc	34,69	0,00	54,69	10,63	67,75	31	9
G13230	18,46	0,00	53,85	27,69	32,50	15	3
G8850	0,00	36,84	63,16	0,00	9,50	3	1
H10335	27,40	0,00	67,56	5,04	31,75	22	4
H10400	16,88	0,00	67,93	15,19	11,85	13	3
H10520	49,72	0,00	44,75	5,52	18,10	13	2
H10550	30,67	0,00	69,33	0,00	7,50	9	1

Cont.

Stope	BXW (%)	BXH (%)	BXD (%)	Estéril (%)	Comprimento testemunho (m)	Núm amostras	Núm. furos
H10585	68,94	0,00	24,24	6,82	6,60	5	2
H13425asc	41,75	0,00	29,13	29,13	10,30	3	1
I10270	41,81	0,00	57,17	1,02	29,30	33	3
I10330	39,62	0,00	58,07	2,31	47,70	36	5
I10450	13,95	0,00	81,05	5,01	41,95	33	7
I10540	15,13	0,00	83,03	1,84	24,45	24	4
I10600	40,82	0,00	32,65	26,53	4,90	6	1
i11860	45,19	0,00	42,22	12,59	20,25	29	3
I12120E	37,32	0,00	62,68	0,00	24,25	25	3
I12200	34,37	0,00	60,86	4,77	20,95	15	3
I12400	71,43	0,00	28,57	0,00	7,00	7	3
I12475	39,55	0,00	53,67	6,78	17,70	7	2
I12685	35,96	0,00	64,04	0,00	19,05	8	2
I12745	79,27	0,00	20,73	0,00	8,20	3	1
I12875	0,00	0,00	77,27	22,73	4,40	8	3
I12900	40,52	0,00	48,57	10,91	19,25	9	3
I13000	26,68	0,00	69,00	4,33	69,35	7	4
I13125B	17,02	0,00	82,98	0,00	9,40	5	1
I13335	21,76	0,00	62,69	15,54	19,30	4	2
J12400	59,91	0,00	26,58	13,51	22,20	14	3
J12475	70,49	0,00	3,28	26,23	18,30	7	3

Tabela 6.2 - Sumário estatístico do número de furos e do número de amostras utilizados para compor uma amostra geometalúrgica

	Mínimo	Máximo	Média	Q1	Mediana	Q3	Desvio padrão
Nº furos	1	9	2,73	2	3	3	1,57
Nº amostras	3	43	12,25	5	8	14,5	10,29

Foi utilizada uma média de quase três furos para compor uma amostra geometalúrgica, sendo o número mínimo de furos 1 e máximo 9. Foi utilizada também uma média de 12 amostras litológicas, sendo que 50% dos dados utilizaram 8 amostras para compor uma amostra geometalúrgica. Nos histogramas da figura 6.2 pode-se visualizar a proporção de BXD e BXW nos *stopes* amostrados.

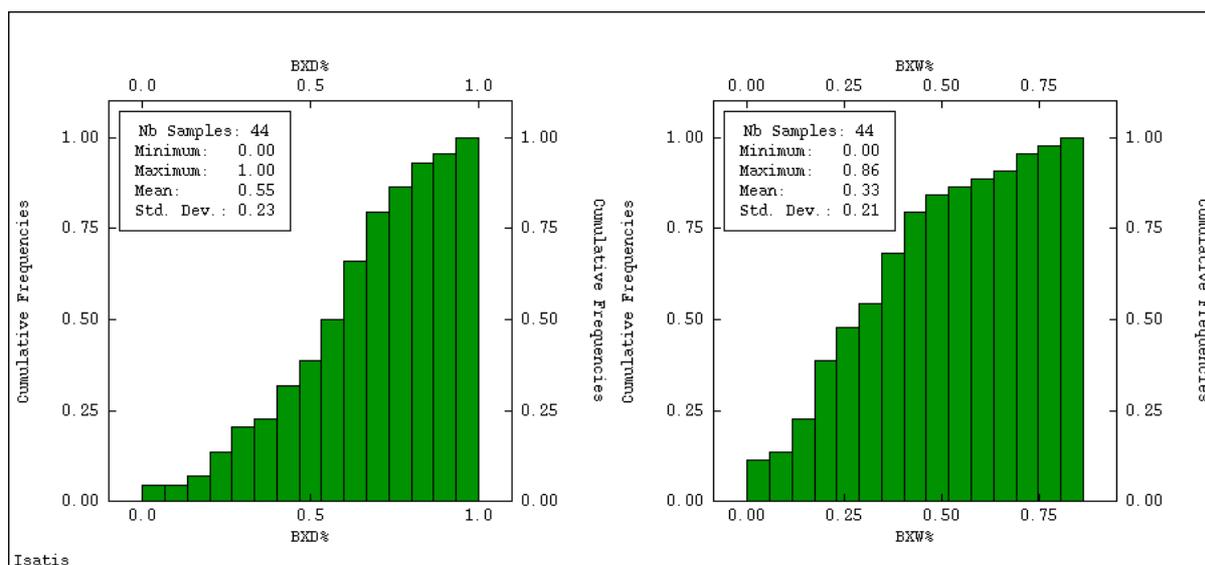


Figura 6.2 - Histograma cumulativo da porcentagem de BXD e BXW nos *stopes*

Como pode ser visto, 50% das amostras dos *stopes* são compostas por mais de 58% de BXD e menos de 30% de BXW. Conclui-se, desta forma, que BXD constitui a principal tipologia dos *stopes* amostrados. As demais tipologias ocorrem em pequena proporção, como mostra a figura 6.3:

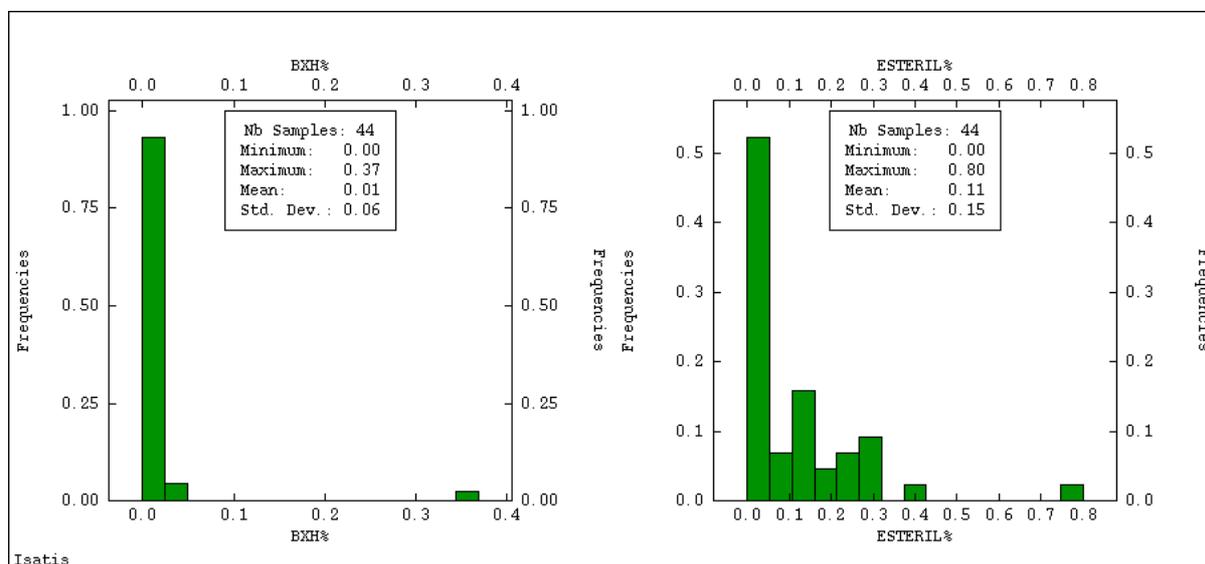


Figura 6.3 - Proporção de BXH e estéril nos *stopes*

6.2 Análise exploratória dos dados

O teor de zinco e a recuperação metalúrgica do banco de dados geometalúrgico pode ser visualizado nos histogramas da figura 6.4. Estes

histogramas trazem a informação dos valores obtidos nos testes de bancada, correspondente às 104 amostras geometalúrgicas. Como pode ser visto, a recuperação apresentou um valor mínimo de 70,13% e máximo de 97,9%, com uma média de 86,7% e o zinco apresentou teor médio de 11%, com um valor mínimo de 3,09% e máximo de 23,65%.

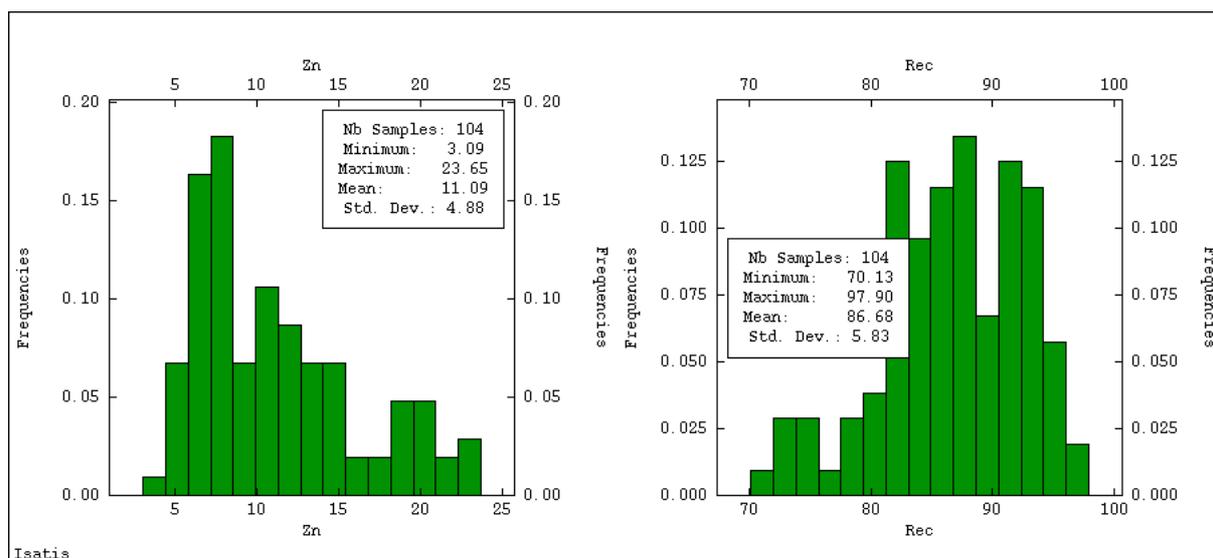


Figura 6.4 - Histogramas do teor de zinco e da recuperação metalúrgica do metal

Os dados de teor foram desagrupados por meio do método do vizinho mais próximo. Utilizou-se um raio de 100x100x100 m para realização do desagrupamento. Após o desagrupamento, constatou-se que o teor médio de zinco deste banco de dados é 11,67%, com valor mínimo de 3,09% e máximo de 23,65%, como pode ser visto no histograma da figura 6.5.

Essa informação de teor corresponde aos 104 dados geometalúrgicos, ou seja, os dados são escassos para indicar com precisão o teor das minas. Um valor mais preciso do teor médio de zinco das minas encontra-se na seção 6.5, cuja estimativa foi feita baseando-se em 149.402 amostras.

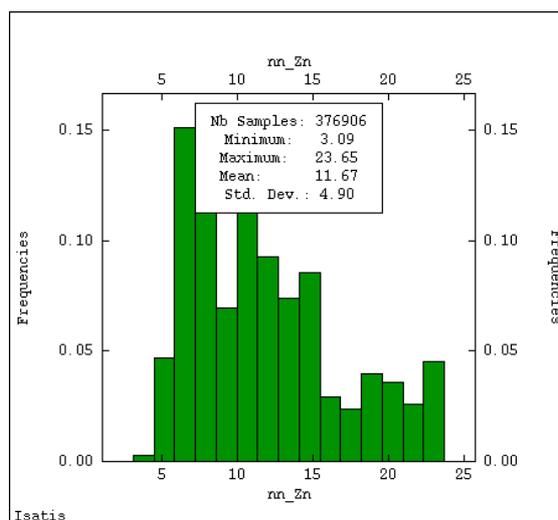


Figura 6.5 - Histograma dos dados de teor de zinco desagrupados

Os dados de recuperação também foram desagrupados pelo mesmo método e nas mesmas condições que os dados de teor de zinco, apresentando recuperação média de 87,29%, com mínimo de 70,13% e máximo de 97,90% (figura 6.6).

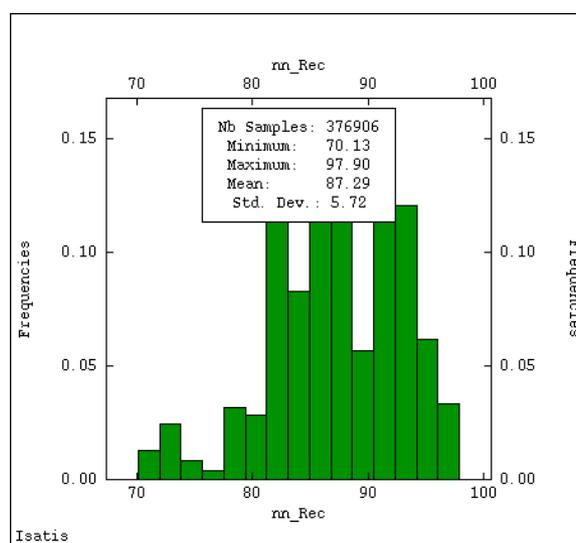


Figura 6.6 - Histograma dos dados de recuperação de zinco desagrupados

6.3 Correlação entre diversas variáveis e a recuperação metalúrgica de zinco

Foi feita a correlação de Pearson entre a recuperação metalúrgica e as variáveis tipológicas, a fim de se verificar a influência dessas variáveis na recuperação. A figura 6. 7 exibe a matriz, onde BXW é a brecha wilemítica, BXH é a

brecha hematítica, BXD é a brecha dolomítica, DOL é dolomito indiscriminado, ARG é material de textura argilosa (geralmente preenchimento de fraturas/rocha alterada), além de marga, FIL são ardósias, filito, folhelho e rocha metabásica. Os números exibidos correspondem ao coeficiente de correlação de Pearson.

Matriz de correlacao

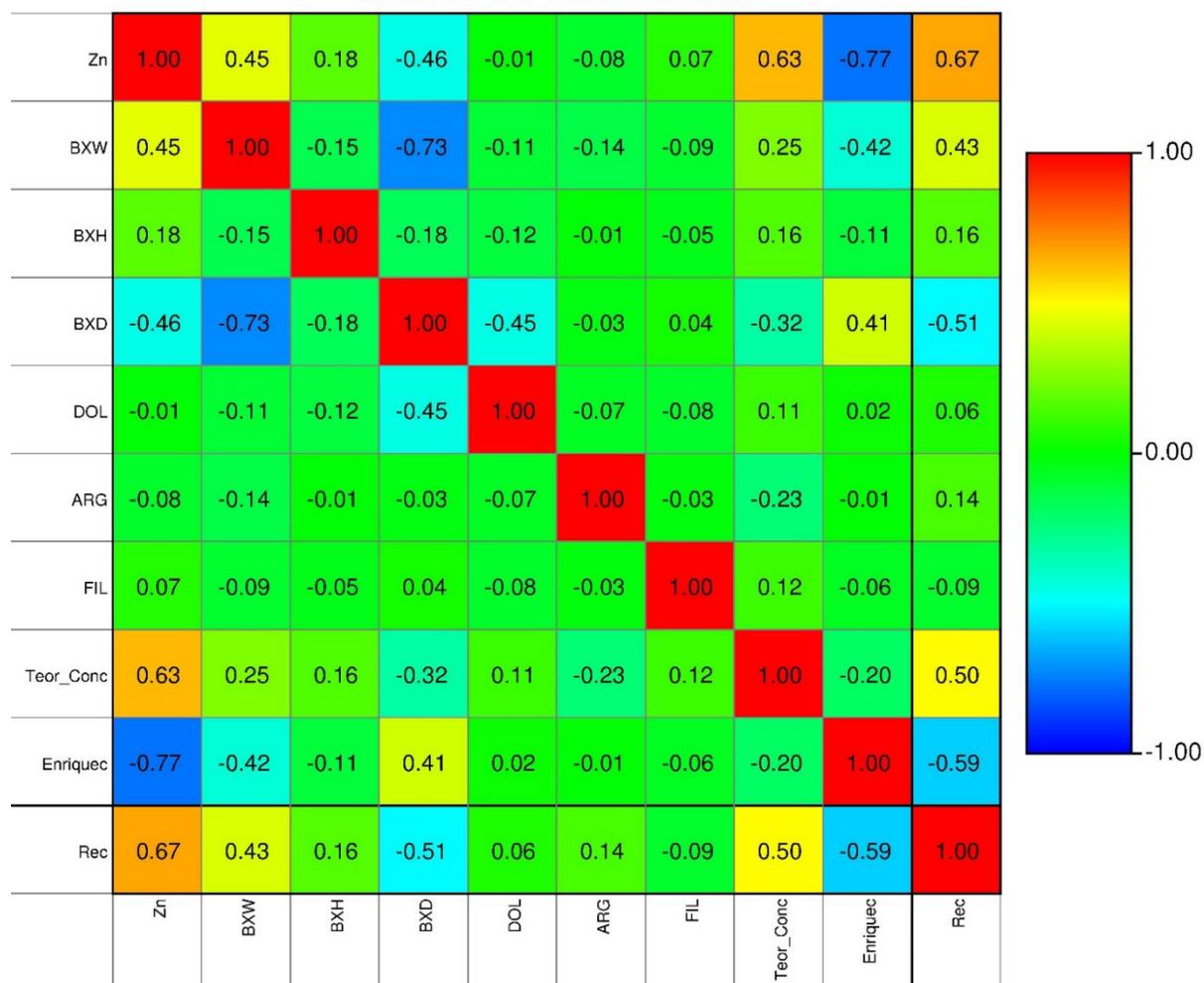


Figura 6.7 - Matriz de correlação entre o teor de alimentação de zinco, o teor de concentrado na etapa *rougher*, o grau de enriquecimento, as tipologias e a recuperação metalúrgica

Como mostra a matriz da figura 6.7, a recuperação metalúrgica tem uma correlação considerável com o teor de zinco e uma correlação mediana com o teor de zinco no concentrado da etapa *rougher* (variável “Teor_Conc”). A correlação com o grau de enriquecimento, que é a razão entre teor do concentrado e teor de alimentação $\left(Enr = \frac{c}{a} \right)$, é negativa. Isso ocorre porque um material rico não irá

apresentar grande enriquecimento, por já ser rico inicialmente. Desta forma, o teor do concentrado não vai ser muito diferente do teor de alimentação.

Dentre as tipologias, a recuperação não apresenta correlação com a maioria das rochas, apenas com a brecha willemítica (BXW) e a brecha dolomítica (BXD). A correlação com BXW não é tão alta, talvez devido à presença de minerais de ganga, como carbonatos, hematita ou sulfetos, ou talvez devido a alguma(s) variável(is) do processo. A correlação com o BXD é negativa, o que ocorre devido à grande quantidade de finos gerada por esta tipologia, prejudicando a seletividade do coletor e elevando o consumo de reagentes durante a flotação.

O teor de zinco do concentrado na etapa *rougher* apresentou-se correlacionado apenas com o teor de alimentação e com a recuperação, todavia, a correlação não foi muito alta. Isso mostra, mais uma vez, que a recuperação é afetada por diversos fatores, como quantidade de finos e minerais de ganga, e não apenas pelo teor de zinco.

O grau de enriquecimento apresentou correlação baixa a nula com quase todas as variáveis, e geralmente negativa – com exceção do BXD, quando apresentou correlação positiva. A única variável com a qual o grau de enriquecimento apresentou alta correlação foi com o teor de zinco, todavia, a correlação foi negativa, pelo motivo já explicado.

Nas páginas a seguir, podem-se ver os diagramas de dispersão entre a recuperação metalúrgica e o teor de zinco (figura 6.8a), o teor do concentrado na etapa *rougher* (figura 6.8b), o grau de enriquecimento (figura 6.8c), a brecha willemítica (figura 6.8d) e a brecha dolomítica (figura 6.8e), onde são melhor ilustradas as correlações. Observa-se que a maioria dos *stopes* amostrados têm menos de 50% de BXW (figura 6.8d) e mais de 50% de BXD (figura 6.8e), demonstrando a diluição do minério ocorrida durante a lavra. Essa predominância de BXD também é vista nos histogramas da figura 6.2. A diluição se dá devido à geometria do corpo de minério e a questões geométricas e geomecânicas de lavra.

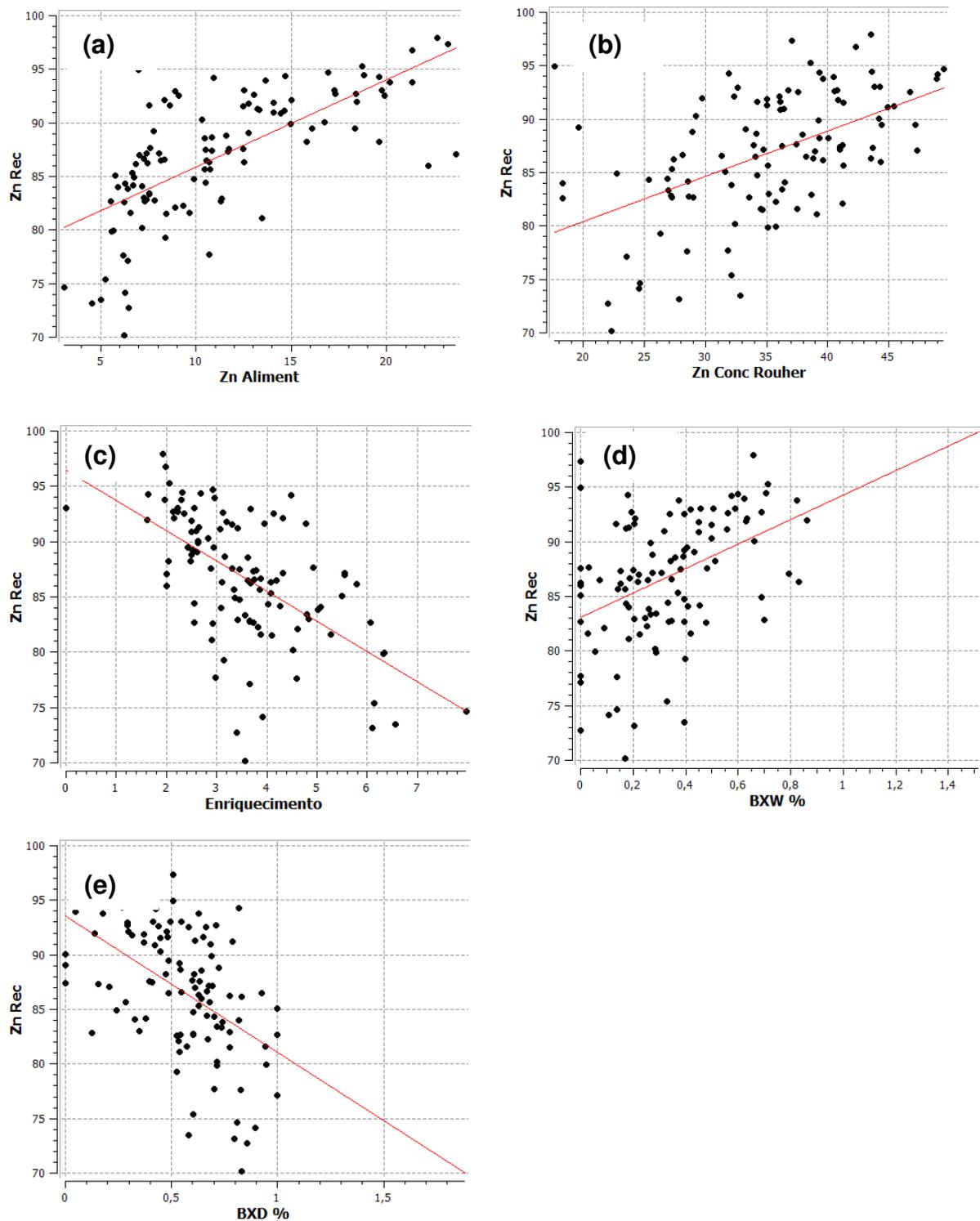


Figura 6.8 - Diagrama de dispersão entre a recuperação metalúrgica e (a) o teor de alimentação de zinco, (b) o teor do concentrado da etapa *rougher*, (c) o grau de enriquecimento de zinco, (d) a porcentagem de brecha willemítica (BXW) no *stope* e (e) a porcentagem de brecha dolomítica (BXD) no *stope*

6.4 Definição do modelo de regressão linear

Uma vez estabelecidas as variáveis que têm correlação com a recuperação metalúrgica, foi definido um modelo de regressão linear múltipla *a priori* contendo essas variáveis. Então, foi feita a análise de sensibilidade dos coeficientes de regressão do modelo e testes de hipóteses baseados na estatística F , a fim de avaliar quais variáveis contribuem para o modelo. As seções a seguir mostram o resultado.

6.4.1 Modelo de regressão linear múltipla, com teor de zinco, porcentagem de brecha dolomítica e de brecha willemítica como variáveis explicativas

Como supracitado, o objetivo desse trabalho é calcular a recuperação metalúrgica considerando não apenas o teor de zinco, mas também as principais tipologias que possuem alguma correlação com a recuperação, afetando-a positiva ou negativamente. Para isso, foram feitas análises das variáveis independentes para verificar a contribuição e relevância de cada uma ao modelo de regressão.

Os diagramas 6.1 e 6.2 são os Tornados Estendidos (*Extended Tornado Chart*), que foram feitos através do executável *sabor.exe* da biblioteca do GSLIB (Deutsch e Journal, 1998). No primeiro diagrama, estão plotados os coeficientes de sensibilidade e no segundo, estão plotados os coeficientes de sensibilidade estandardizados.

A barra amarela do diagrama corresponde ao coeficiente de sensibilidade positivo e as barras verdes correspondem ao coeficiente de sensibilidade negativo, estando plotados em ordem decrescente. As caixas verdes localizadas no final das barras amarela e verde mostram o intervalo de confiança para um nível de confiança α de 5%.

Como está sendo analisada mais de uma variável explicativa, a qualidade da regressão é avaliada por meio do coeficiente de determinação ajustado, R_a^2 , a fim de se verificar se o aumento do número de variáveis explicativas contribui para a explicação do modelo de regressão. O R_a^2 para um modelo com as três variáveis é 47,09%. O erro padrão do modelo é 4,26%, a porcentagem média de BXD nos

stopes amostrados é 55% e de BXW é 33%. É possível observar, então, que nos *stopes* amostrados há muito mais BXD do que BXW, sendo a razão BXD/BXW de 1,67. Como é sabido, o BXD prejudica a flotação. Portanto, a sua presença no material lavrado irá causar maior oscilação da recuperação.

O desvio padrão da recuperação é 5,83%, do teor de alimentação de zinco é 4,88%, de BXD% é 24% e de BXW% é 21%. O coeficiente de variação da recuperação, que é a razão do desvio padrão pela média ($CV = \sigma/m$), é 0,07; do teor de alimentação de zinco é 0,44; de BXD% é 0,43 e de BXW% é 0,65.

O coeficiente de sensibilidade do teor de alimentação de zinco, que foi utilizado para construção das barras do Tornado Estendido do diagrama 6.1, é 0,67%; de BXD% é -6,38% e de BXW% é -0,27%. O coeficiente de sensibilidade estandardizado do teor de alimentação, que foi usado para construção das barras do Tornado Estendido do diagrama 6.2, é 0,56; de BXD% é -0,26 e de BXW% é -0,01.

O diagrama Tornado Estendido com os coeficientes de sensibilidade plotados (diagrama 6.1) mostra que a variável que mais contribui para o modelo é a porcentagem de BXD no *stope*. Já o diagrama Tornado Estendido com os coeficientes de sensibilidade estandardizados plotados (diagrama 6.2) mostra que a variável mais sensível a pequenas mudanças no modelo e, portanto, a mais importante, é o teor de zinco. Ressalta-se que as variáveis com alto coeficiente de sensibilidade estandardizado são mais importantes à qualidade do modelo do que as variáveis com alto coeficiente de sensibilidade. Assim, as principais variáveis do modelo de recuperação metalúrgica são o teor de zinco e a porcentagem de BXD.

Diagrama 6.1 - Tornado Estendido das variáveis recuperação, teor de Zn, porcentagem de BXD e de BXW, com os coeficientes de sensibilidade plotados

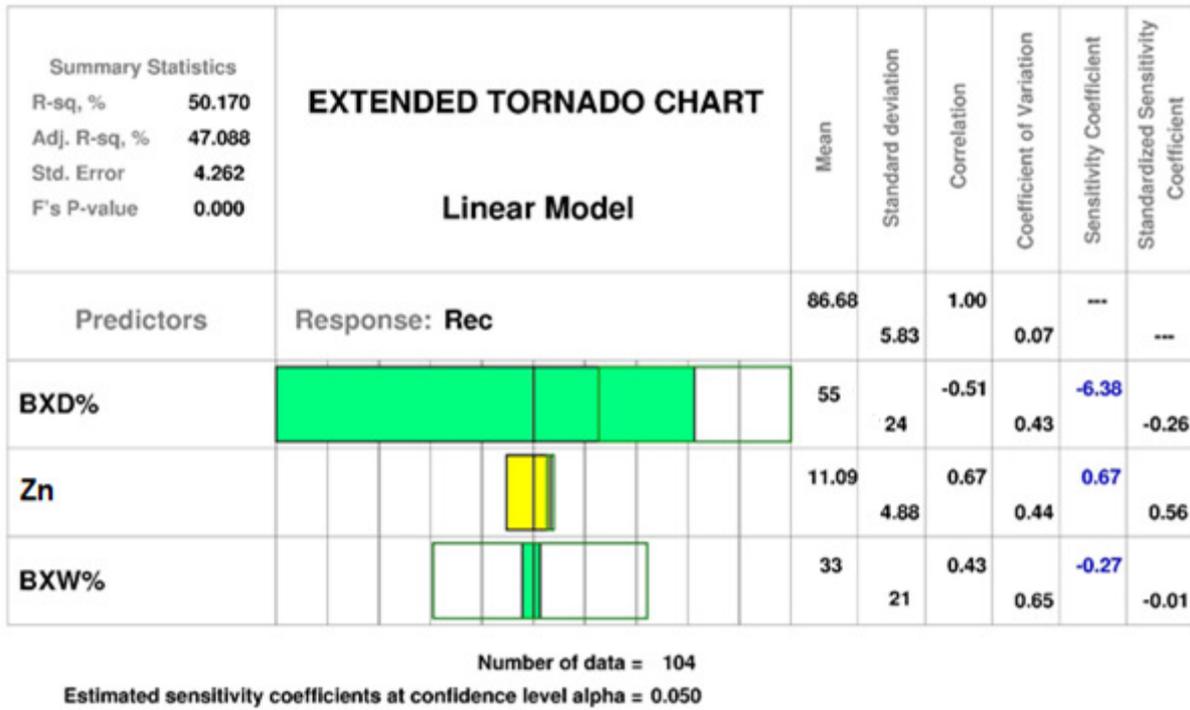
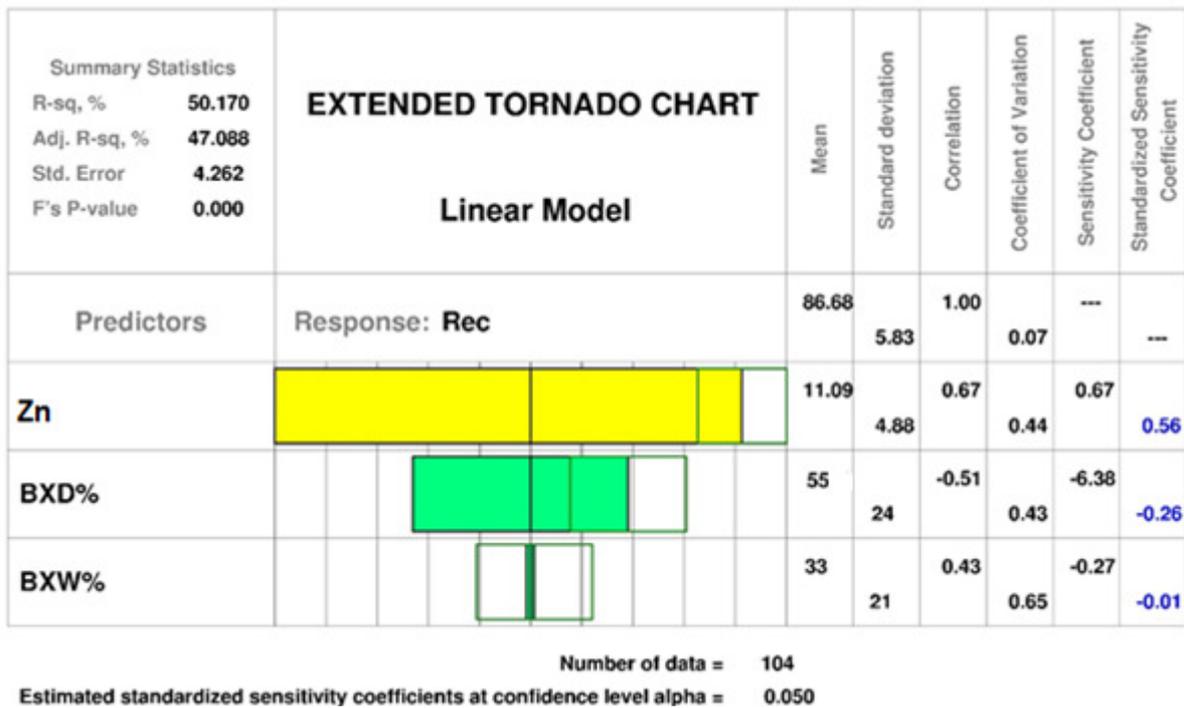


Diagrama 6.2 - Tornado Estendido das variáveis recuperação, teor de Zn, porcentagem de BXD e de BXW, com os coeficientes de sensibilidade estandardizados plotados



O modelo de regressão múltipla considerando essas três variáveis explicativas foi definido como:

$$Rec = 86,68 + 0,67 * (Zn - 11,097) - 0,27 * (BXW\% - 0,32) - 6,38 * (BXD\% - 0,55) \quad (6.1)$$

onde Zn é o teor de zinco no *stope*, $BXW\%$ e $BXD\%$ são as porcentagens dessas tipologias dentro do *stope* a ser lavrado, dadas em centésimos.

O modelo de regressão proposto passou pelo teste de significância da regressão (ANOVA), a fim de verificar sua admissibilidade (tabela 6.3). O teste checkou a hipótese nula H_0 de que todos os coeficientes de regressão são zero ($\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$, $k > 1$) contra a hipótese alternativa H_1 de que pelo menos um coeficiente é diferente de zero. Como o F calculado (16,28) é maior do que o F tabelado ($\sim 2,09$) em um nível de significância α de 0,05, o modelo proposto foi aceito.

Tabela 6.3 – Análise de variância para testar a significância da regressão

	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média quadrática	F	P	Aceito em $\alpha=0,05$
Regressão	1774,27	7	253,47	16,28	0	sim
Resíduo (erro)	1762,24	97	18,17			
Total	3536,51	104				

Visto que o modelo foi considerado plausível, prosseguiu-se com a avaliação individual de cada coeficiente de regressão, visando determinar o valor potencial de cada um no modelo. Nesse teste, a hipótese nula é $H_0: \beta_i = 0$ contra $H_1: \beta_i \neq 0$, com um nível de significância α de 0,05. O resultado é visto na tabela 6.4, que mostra que o modelo pode ser mais efetivo com a exclusão de $BXW\%$ e a inserção de $BXD\%$ e do teor de zinco. Os testes de hipóteses foram realizados no executável *sabor.exe*.

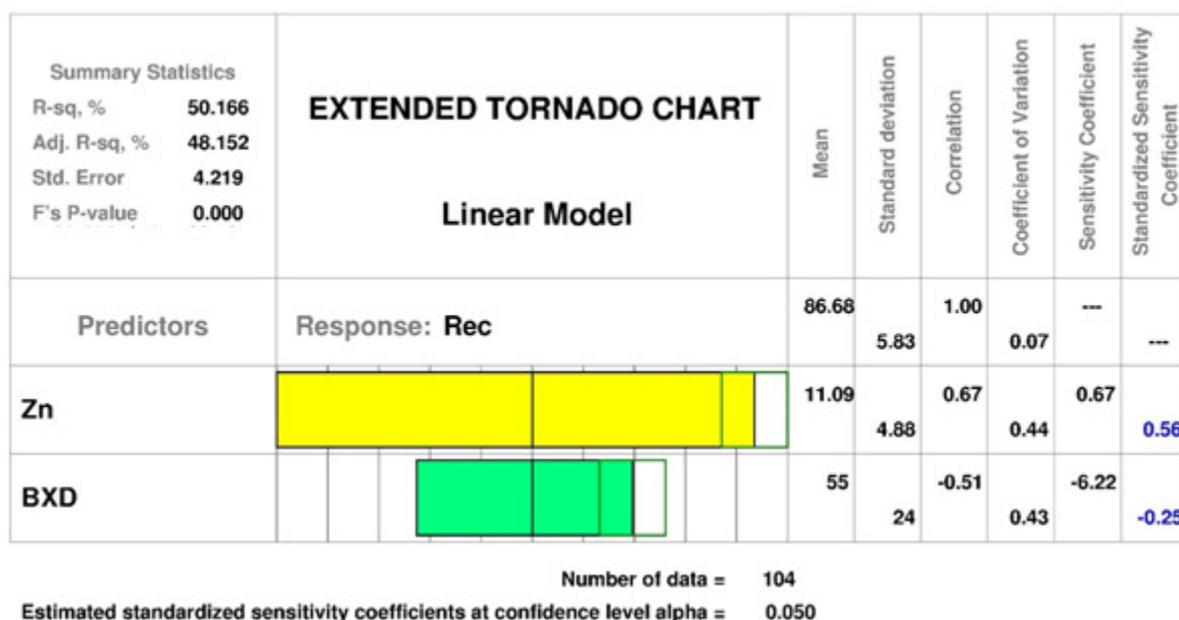
Tabela 6.4 – Teste para os coeficientes individuais de regressão

Variável explicativa	Coefficiente de regressão	Coef. standard.	F	Aceito em $\alpha= 0,05$
Zn	0,667	0,559	46,352	Sim
$BXW\%$	-0,272	-0,010	0,008	Não
$BXD\%$	-6,377	-0,258	5,812	Sim

6.4.2 Modelo de regressão linear múltipla, com teor de zinco e porcentagem de brecha dolomítica como variáveis explicativas

Uma vez provado que o melhor modelo é o que possui como variáveis explicativas o teor de zinco e a brecha dolomítica, foi feito um novo diagrama Tornado Estendido. O R_a^2 desse novo modelo, 48,15%, não foi muito alto, mas apresenta um valor maior do que do modelo anterior, que continha, além dessas variáveis, BXW%. Demais informações sobre desvio padrão, valor médio, erro, coeficiente de variação, coeficiente de sensibilidade e coeficiente de sensibilidade estandardizado podem ser visualizados no diagrama 6.3

Diagrama 6.3 - Tornado Estendido das variáveis recuperação metalúrgica, teor de Zn e BXD, com os coeficientes de sensibilidade estandardizados plotados



Conforme mostra a análise de variância usada para testar a significância da regressão na tabela 6.5, os resultados de F sugerem que o modelo seja aceito. Como o teste para os coeficientes individuais de regressão da tabela 6.4 já demonstrou que os coeficientes foram aceitos, não foi necessário fazer um novo teste.

Tabela 6.5 - Análise de variância para testar a significância da regressão

	Graus de liberdade	Soma dos quadrados	Média quadrática	F	P	Aceito em $\alpha=0,05$
Regressão	5	1774,12	354,82	24,91	0	Sim
Resíduo (erro)	99	1762,40	17,80			
Total	104	3536,51				

Após terem sido definidas as variáveis explicativas a serem utilizadas, o modelo de regressão foi estabelecido como:

$$Rec = 86,68266 + 0,66548*(Zn - 11,09231) - 6,21621*(BXD\% - 0,5493876) \quad (6.2)$$

onde Zn é o teor médio de zinco dentro do *stope* a ser lavrado e $BXD\%$ é a porcentagem da tipologia dentro do *stope*, dada em centésimos.

6.5 Krigagem do teor de zinco

Uma vez que é necessário ter o teor de zinco para cálculo da recuperação metalúrgica, foi feita a estimativa dessa variável em todo o depósito. O banco de dados utilizado para a estimativa foi o mesmo utilizado no capítulo 5 na estimativa das tipologias. Esta etapa foi realizada pela equipe da Votorantim Metais.

6.5.1 Variografia

Foi feita a variografia do zinco da mina Vazante e da mina Extremo Norte, e os resultados são mostrados nas próximas seções.

6.5.1.1 Vazante

A variografia foi feita com 20 passos, sendo a distância entre os passos de 10m nas direções de máxima e média continuidades e de 2 m na direção ao longo do furo (*down the hole*), com tolerância de 50%. A tolerância angular foi de 45°.

O variograma foi feito nos eixos N55° com mergulho 0°, N145° com mergulho 35° e vertical (*down the hole*). O modelo foi ajustado com três estruturas esféricas e um efeito pepita, sendo descrito pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} \gamma_{Zn} = & 30 + 100Sph\left(\frac{N55^\circ / dip0^\circ}{5m}\right) \cdot \left(\frac{N145^\circ / dip35^\circ}{8m}\right) \cdot \left(\frac{0^\circ / dip90^\circ}{4m}\right) + \\ & 25Sph\left(\frac{N55^\circ / dip0^\circ}{15m}\right) \cdot \left(\frac{N145^\circ / dip35^\circ}{25m}\right) \cdot \left(\frac{0^\circ / dip90^\circ}{10m}\right) + \\ & 20Sph\left(\frac{N55^\circ / dip0^\circ}{70m}\right) \cdot \left(\frac{N145^\circ / dip35^\circ}{50m}\right) \cdot \left(\frac{0^\circ / dip90^\circ}{20m}\right) \end{aligned}$$

A figura 6.9 mostra o variograma do teor de zinco na mina Vazante.

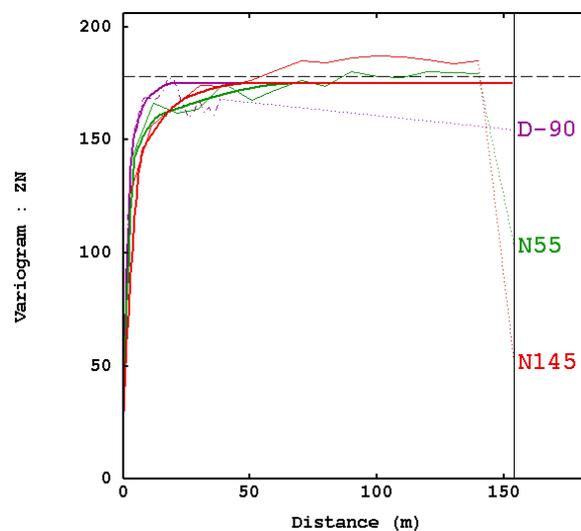


Figura 6.9 - Variograma do teor de zinco na mina Vazante, nos eixos N55/0, N145/35 e D-90

6.5.1.2 Extremo Norte

A variografia da mina Extremo Norte foi feita com 30 passos, sendo a distância entre os passos de 10 m na direção de máxima continuidade, 15 m na direção de média continuidade e de 1 m na direção de mínima continuidade, com tolerância de 50%. A tolerância angular foi de 45°.

Fez-se o variograma nos eixos N30° com mergulho 0°, N120° com mergulho de 25° e N120° com mergulho de 115°. O modelo foi ajustado com três estruturas esféricas e um efeito pepita, sendo descrito pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} \gamma_{Zn} = & 20 + 55Sph\left(\frac{N30^\circ / dip0^\circ}{10m}\right) \cdot \left(\frac{N120^\circ / dip25^\circ}{5m}\right) \cdot \left(\frac{N120^\circ / dip115^\circ}{3m}\right) + \\ & 30Sph\left(\frac{N30^\circ / dip0^\circ}{30m}\right) \cdot \left(\frac{N120^\circ / dip25^\circ}{10m}\right) \cdot \left(\frac{N120^\circ / dip115^\circ}{4m}\right) + \\ & 20Sph\left(\frac{N30^\circ / dip0^\circ}{75m}\right) \cdot \left(\frac{N120^\circ / dip25^\circ}{50m}\right) \cdot \left(\frac{N120^\circ / dip115^\circ}{7m}\right) \end{aligned}$$

A figura 6.10 mostra o variograma do teor de zinco na mina Extremo Norte.

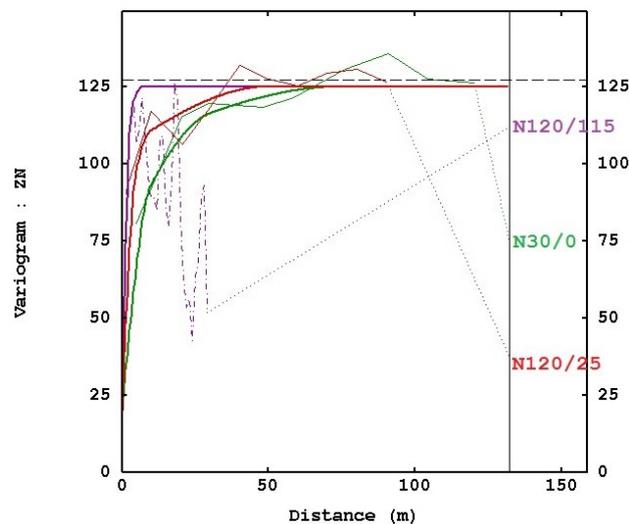


Figura 6.10 - Variograma do teor de zinco na mina Extremo Norte nos eixos N30/0, N120/25 e N120/115

6.5.2 Krigagem ordinária do teor de zinco

A krigagem ordinária do teor de zinco foi realizada em três rodadas: um bloco que não tenha sido estimado na primeira rodada foi estimado na segunda ou terceira rodadas, que têm maior alcance. Os grids utilizados para a estimativa foram os mesmos utilizados na modelagem tipológica, registrados nas tabelas 5.2 (mina Vazante) e 5.5 (mina Extremo Norte). Os parâmetros empregados na estimativa de zinco estão listados nas tabelas 6.6 e 6.7.

Tabela 6.6 - Parâmetros utilizados na krigagem ordinária de zinco na mina Vazante

	1ª rodada	2ª rodada	3ª rodada
Nº mínimo de amostras	4	4	4
Nº ideal de amostras por quadrante	4	4	4
Raio de busca máximo (m)	25	50	500
Raio de busca médio (m)	20	50	500
Raio de busca mínimo (m)	20	20	280

Tabela 6.7 - Parâmetros utilizados na krigagem ordinária de zinco na mina Extremo Norte

	1ª rodada	2ª rodada	3ª rodada
Nº mínimo de amostras	4	4	4
Nº ideal de amostras por quadrante	4	4	4
Raio de busca máximo (m)	25	50	500
Raio de busca médio (m)	20	50	500
Raio de busca mínimo (m)	20	20	280

6.5.3 Subblocagem

O modelo foi subblocado, a fim de haver um melhor ajuste dos *stopes* e dos blocos. Para cálculo do teor de cada subbloco, foram considerados a densidade da rocha e o volume de cada bloco.

A densidade foi calculada a partir de um modelo de regressão linear, onde foi considerada a soma dos teores interpolados de zinco e ferro como variável explicativa e a densidade medida de algumas amostras como variável resposta. A equação de regressão linear obtida foi:

$$\text{Densidade} = 0,02269 \cdot (Zn+Fe) + 2,81661 \quad (6.3)$$

onde $(Zn+Fe)$ é a soma dos teores de zinco e ferro interpolados.

A figura 6.11 é o diagrama de dispersão entre a densidade medida e a soma dos teores de zinco e ferro.

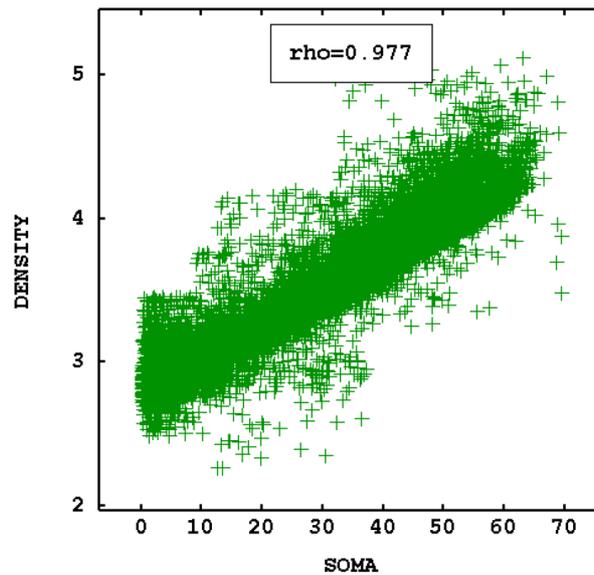


Figura 6.11 - Correlação entre a densidade medida e a soma dos teores de zinco e ferro

6.5.4 Resultado

A krigagem de ambas as minas foi validada após terem sido checadas a reprodução da média global, a suavização da krigagem e terem sido feitas a validação cruzada e a validação visual. Os teores médios de zinco nas minas Vazante e Extremo Norte podem ser vistos nos histogramas da figura 6.12, e a tabela 6.8 apresenta os quartis. Os valores das estatísticas foram obtidos a partir do modelo subblocado.

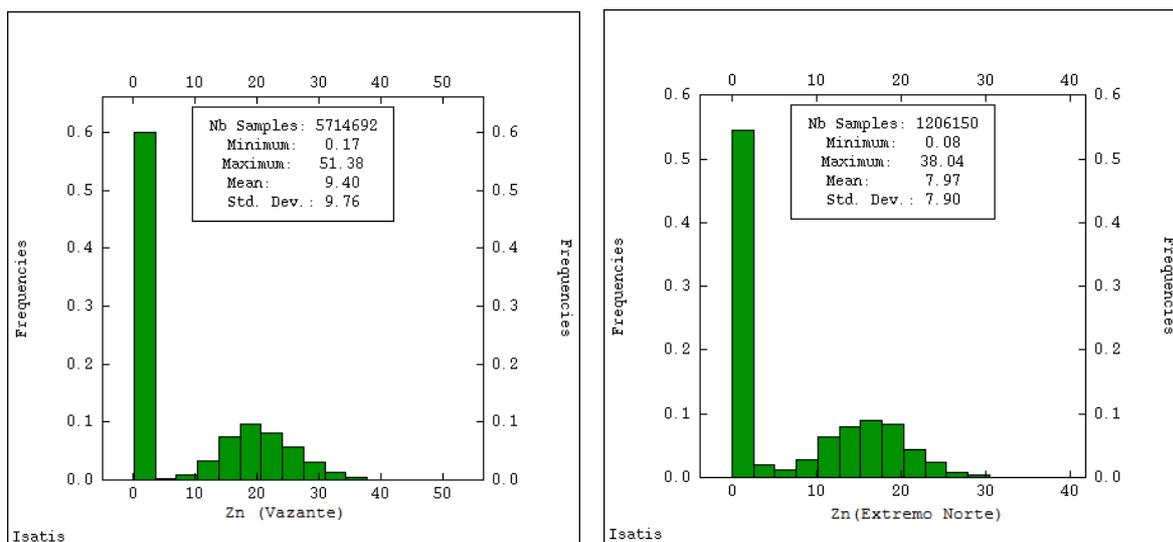


Figura 6.12 - Histograma do teor de zinco estimado nas minas Vazante e Extremo Norte, respectivamente

Tabela 6.8 - Estatística das estimativas de zinco realizadas nas minas Vazante e Extremo Norte

	Zn – Mina Vazante	Zn – Mina Extremo Norte
Mínimo	0,17	0,08
Máximo	51,38	38,04
Médio	9,40	7,97
Q1	1,89	1,49
Mediana	2,49	2,23
Q3	18,35	15,32
Desv.padrão	9,76	7,90

O teor médio da estimativa de zinco da mina de Vazante é de 9,40% com mediana igual a 2,49, enquanto o teor médio da mina Extremo Norte é menor, sendo 7,97% com mediana de 2,23. Os desvios padrão de ambas estimativas foi alto, indicando presença de possíveis *outliers*. Isso é comprovado pela mediana, que é menor do que a média, mostrando a presença de poucos dados com altos valores.

6.5.5 Estimativa da porcentagem de brecha dolomítica

A estimativa da porcentagem de brecha dolomítica realizada no capítulo 5 foi utilizada para o cálculo da recuperação metalúrgica. O modelo regular foi migrado para o grid de subblocos para melhor ajuste do volume do sólido representante do *stope*, e então foi calculada a porcentagem da brecha dolomítica em cada *stope*.

6.6 Cálculo da recuperação metalúrgica por *stope*

De posse da estimativa das variáveis necessárias, foi calculada a recuperação metalúrgica. Para isso, aplicou-se a equação de regressão obtida na seção 6.4.2:

$$Rec = 86,68266 + 0,66548*(Zn - 11,09231) - 6,21621*(BXD\% - 0,5493876)$$

Em cada *stope*, foram calculados o teor de zinco e a porcentagem de BXD. Esses valores foram, então, inseridos na equação acima, obtendo-se a recuperação

metalúrgica de cada *stope*. A figura 6.13 é o mapa com as recuperações estimadas nos *stopes* disponíveis.

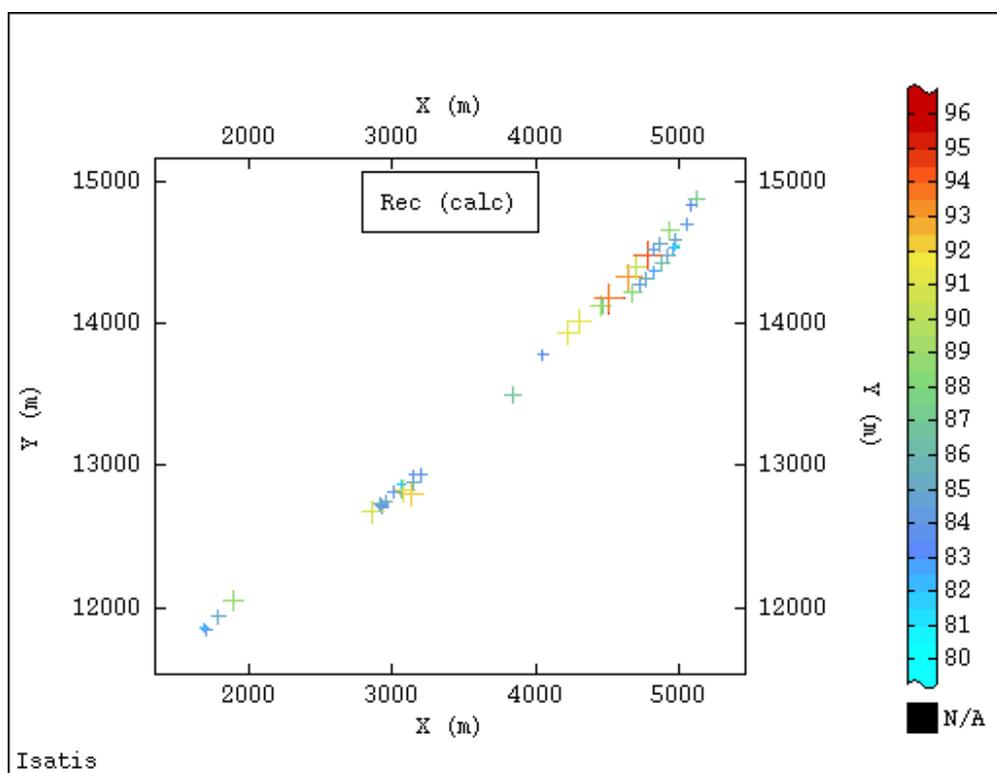


Figura 6.13 - Mapa com a recuperação estimada nos *stopes* disponíveis

A figura 6.14 é o histograma da recuperação calculada nos *stopes* disponíveis e a tabela 6.9 contém o sumário estatístico. Observa-se que a maioria dos *stopes* calculados apresentam uma estimativa da recuperação em torno de 85%, e que 75% das estimativas estão compreendidas entre 81% e 90%.

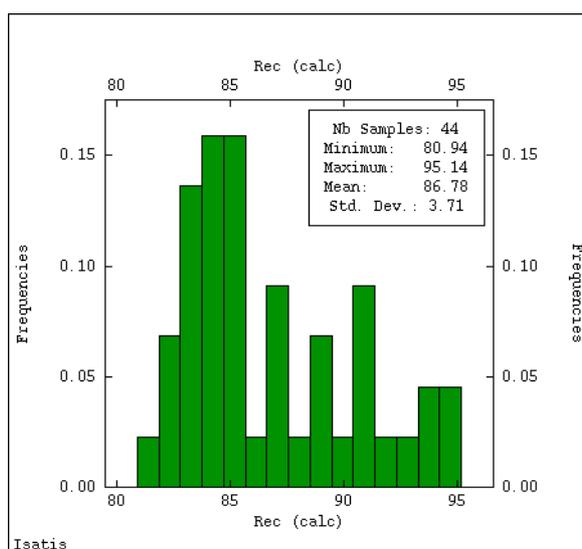


Figura 6.14 - Histograma da recuperação calculada nos *stopes* disponíveis

Tabela 6.9 - Sumário estatístico da recuperação calculada para os *stopes* disponíveis

Mínimo	Máximo	Média	Q1	Mediana	Q3	Desvio padrão
80,94	95,14	86,78	84,00	85,27	89,73	3,71

A figura 6.15 é a representação gráfica tridimensional da recuperação metalúrgica calculada em função do teor de zinco e da porcentagem de BXD para 44 amostras geometalúrgicas.



Figura 6.15 – Gráfico tridimensional dos valores previstos de recuperação metalúrgica em função do teor de zinco e da porcentagem de BXD no *stope*

6.7 Intervalo de confiança da recuperação metalúrgica

O intervalo de confiança de 95% para a recuperação média em cada *stope* foi calculado por meio da equação 3.25, repetida a seguir, por conveniência:

$$\hat{y}_0 \pm t_{\alpha/2, n-p} \sqrt{\hat{\sigma}^2 (1 + x_0^T (X^T X)^{-1} x_0)}$$

sendo $t_{\alpha/2, 42} = 2,02$ e $\hat{\sigma}^2 = 21,10\%^2$.

A tabela 6.10 contém os limites superiores e inferiores da recuperação metalúrgica média calculada, e a figura 6.16 é a representação gráfica desses limites. A tabela traz também o valor da recuperação medida no laboratório, para comparação. Observa-se que a recuperação medida no laboratório, salvo raríssimas exceções, sempre está dentro do intervalo de confiança calculado.

Tabela 6.10 - Limites superior e inferior do intervalo de confiança da recuperação metalúrgica com um nível de significância α de 5%

<i>Stope</i>	Limite inferior	Rec (calc)	Limite superior	Rec(lab)
D10600s3	82,80	92,44	100,00	91,97
E11500	77,18	86,57	95,95	77,70
E12625	78,80	88,45	98,09	87,48
E12705	75,26	84,70	94,15	86,97
E12775	75,87	85,29	94,71	92,63
E12810	73,01	82,79	92,57	82,68
E12910	77,18	86,57	95,96	91,64
E13035asc	73,43	82,94	92,45	84,37
E13075	71,03	80,69	90,36	82,63
F10300asc	73,64	83,27	92,89	73,19
F10680	74,92	84,35	93,78	83,88
F12995	75,61	85,04	94,47	83,01
F8850	74,02	83,65	93,29	84,44
F8975	76,30	85,73	95,16	74,11
F9095asc	78,66	88,78	98,91	87,43
F9140	74,95	84,47	93,99	81,62
G13100desc	75,37	84,81	94,25	86,58
G13230	72,91	82,44	91,96	81,13
G8850	75,59	85,04	94,50	87,54
H10335	75,30	84,72	94,14	87,18
H10400	77,94	87,36	96,78	85,68
H10520	81,00	90,49	99,99	90,27
H10550	77,38	86,87	96,37	87,13
H10585	77,52	86,97	96,42	84,91
H13425asc	81,54	91,15	100,00	92,92

Cont.

Stope	Limite inferior	Rec (calc)	Limite superior	Rec(lab)
I10270	75,66	85,07	94,48	81,61
I10335	74,99	84,42	93,84	92,50
I10450	72,09	81,67	91,25	74,62
I10540	74,09	83,57	93,05	86,16
I10600	71,84	81,59	91,34	84,06
i11860	81,18	90,68	100,00	90,84
I12120E	82,17	91,97	100,00	93,76
I12200	76,95	86,44	95,92	88,21
I12400	84,82	94,77	100,00	95,26
I12475	83,64	93,39	100,00	89,25
I12685	79,36	89,84	100,00	88,54
I12745	84,14	93,92	100,00	87,04
I12875	74,30	83,95	93,60	86,21
I12900	75,60	85,14	94,68	89,50
I13000	78,88	88,29	97,70	89,88
I13125B	74,02	83,49	92,97	70,13
I13335	80,26	89,76	99,27	86,29
J12400	82,12	91,76	100,00	94,34
J12475	84,10	93,94	100,00	94,42

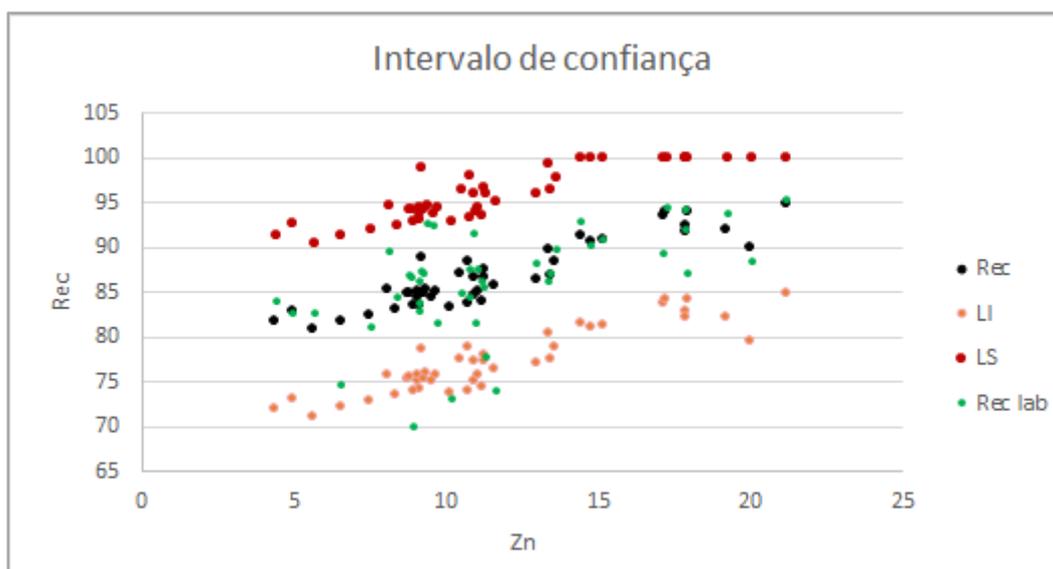


Figura 6.16 - Intervalo de confiança do valor médio da recuperação metalúrgica para um nível de significância α de 5%

A recuperação metalúrgica foi calculada em função do teor de zinco e da porcentagem de BXD. Por se tratar de uma regressão múltipla, a recuperação metalúrgica não apresentou um aspecto linear no gráfico da figura 6.16.

6.8 Validação

A validação foi feita comparando-se os valores calculados de recuperação metalúrgica com os valores dos testes de laboratório. A tabela 6.11 é uma compilação desses valores e o diagrama de dispersão da figura 6.17 permite visualizar melhor essa comparação. Observa-se que muitas vezes a recuperação calculada apresenta um valor médio próximo do valor dos testes laboratoriais. A correlação entre os dados calculados e os dados de testes laboratoriais foi de 63%.

Tabela 6.11 - Comparação entre os valores de recuperação calculados com os valores de testes laboratoriais e o resíduo associado

Stope	Rec (calc)	Rec(lab)	$y_i - \hat{y}$
D10600s3	92,44	91,97	-0,47
E11500	86,57	77,70	-8,87
E12625	88,45	87,48	-0,97
E12705	84,70	86,97	2,27
E12775	85,29	92,63	7,34
E12810	82,79	82,68	-0,11
E12910	86,57	91,64	5,07
E13035asc	82,94	84,37	1,43
E13075	80,69	82,63	1,94
F10300asc	83,27	73,19	-10,08
F10680	84,35	83,88	-0,47
F12995	85,04	83,01	-2,03
F8850	83,65	84,44	0,79
F8975	85,73	74,11	-11,62
F9095asc	88,78	87,43	-1,35
F9140	84,47	81,62	-2,85
G13100desc	84,81	86,58	1,77
G13230	82,44	81,13	-1,31
G8850	85,04	87,54	2,50
H10335	84,72	87,18	2,46
H10400	87,36	85,68	-1,68
H10520	90,49	90,27	-0,22
H10550	86,87	87,13	0,26
H10585	86,97	84,91	-2,06
H13425asc	91,15	92,92	1,77
I10270	85,07	81,61	-3,46
I10335	84,42	92,50	8,08
I10450	81,67	74,62	-7,05
I10540	83,57	86,16	2,59
I10600	81,59	84,06	2,47
i11860	90,68	90,84	0,16
I12120E	91,97	93,76	1,79

Cont.

Stope	Rec (calc)	Rec(lab)	$y_i - \hat{y}$
I12200	86,44	88,21	1,77
I12400	94,77	95,26	0,49
I12475	93,39	89,25	-4,14
I12685	89,84	88,54	-1,30
I12745	93,92	87,04	-6,88
I12875	83,95	86,21	2,26
I12900	85,14	89,50	4,36
I13000	88,29	89,88	1,59
I13125B	83,49	70,13	-13,36
I13335	89,76	86,29	-3,47
J12400	91,76	94,34	2,58
J12475	93,94	94,42	0,48

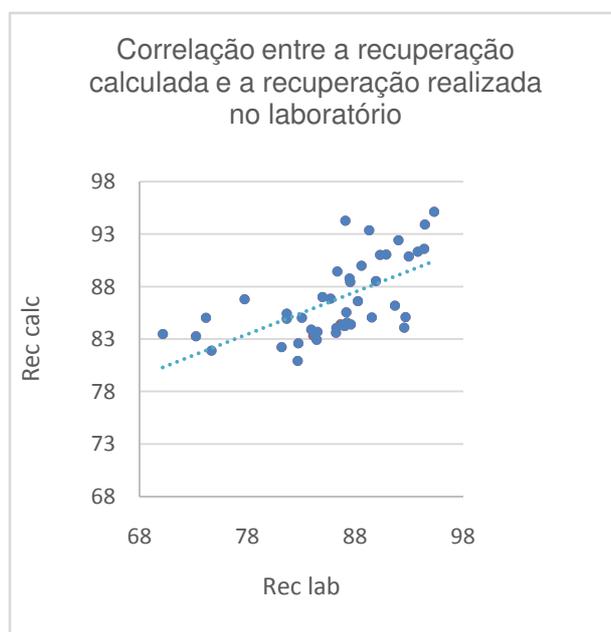


Figura 6.17 - Diagrama de dispersão dos valores médios de testes laboratoriais da recuperação metalúrgica *versus* recuperação calculada

A estatística do resíduo entre a recuperação metalúrgica calculada e a recuperação obtida nos testes laboratoriais pode ser visualizada na tabela 6.12, e a figura 6.18 contém os histogramas dos valores absolutos do resíduo e da porcentagem do resíduo em relação ao valor obtido nos testes laboratoriais, respectivamente.

A média do resíduo absoluto apresentou um valor próximo de zero, como desejado. Já a porcentagem do erro mostra que o modelo de regressão apresentou 50% dos dados com erro menor do que 2,44%, e que 75% dos dados têm erro menor do que 4,44%, com uma porcentagem média de 3,87% de erro. Portanto, o

erro obtido foi baixo e o modelo de regressão provou ser apropriado para a estimativa da recuperação metalúrgica.

Tabela 6.12 - Sumário estatístico do erro

	Mínimo	Máximo	Média	Q1	Mediana	Q3
Erro absoluto	-13,36	8,089	-0,63	-2,05	0,21	2,10
Erro relativo (%)	0,13%	19,05%	3,87%	1,51%	2,44%	4,44%

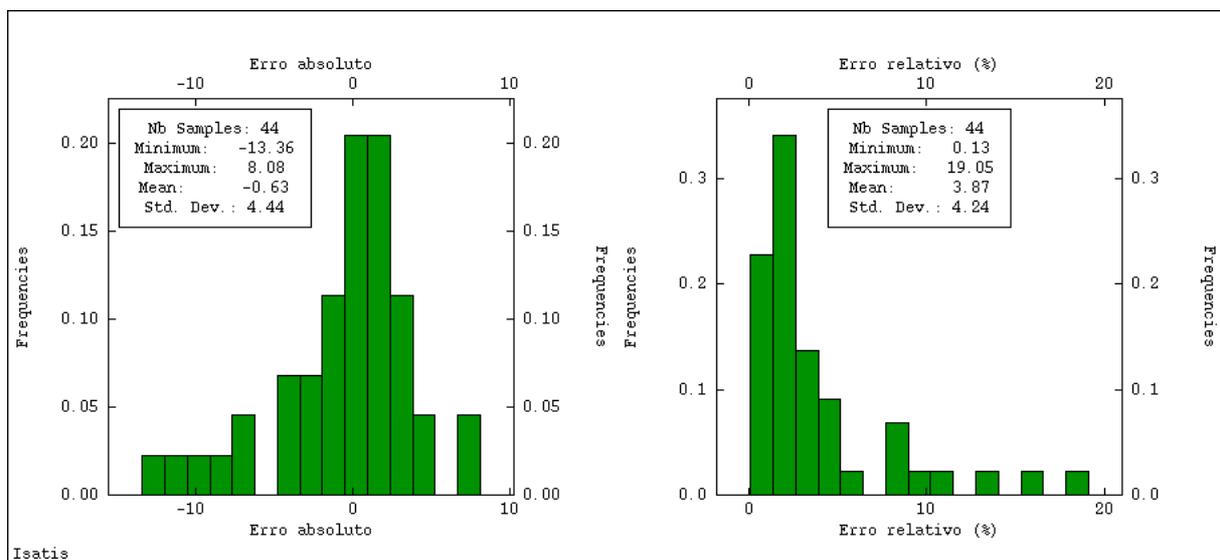


Figura 6.18 - Histograma do erro (valores absolutos e porcentagem, respectivamente)

Variância relativa

Para verificar a precisão da estimativa foi calculada, adicionalmente, a variância relativa do erro, σ_{FP}^2 . Este método foi apresentado por Abzalov (2008), sendo uma aplicação do variograma relativo emparelhado (*pair-wise relative variogram*) (Isaaks & Srivastava, 1989). A variância relativa é dada por:

$$\sigma_{FP}^2 = \frac{1}{2N} \sum_i^N \left(\frac{a_i - b_i}{\left(\frac{a_i + b_i}{2} \right)} \right)^2 = \frac{2}{N} \sum_i^N \left(\frac{a_i - b_i}{a_i + b_i} \right)^2 \quad (6.4)$$

onde N é o número de amostras, a é o valor do dado real e b é o valor do dado calculado para cada uma das amostras i . Tirando-se a raiz quadrada da variância relativa obtém-se o erro médio. Ao aplicar a equação 6.4 nos dados originários dos testes laboratoriais e nos dados calculados por meio de regressão múltipla, obteve-se uma variância relativa de 0,0015, e um erro médio de 3,87%, que é o mesmo valor obtido anteriormente. Esse método corroborou o fato de que a estimativa via regressão múltipla apresentou pouca diferença quando comparada com os dados de recuperação determinados pelos testes de bancada.

6.9 Considerações finais

Conforme os resultados obtidos, o modelo de regressão mostrou-se confiável para a estimativa da recuperação metalúrgica. O uso da variável litológica %BXD, além do teor de zinco, permitiu estimar de modo mais acurado e preciso a resposta do minério na flotação, porquanto o erro obtido apresentou uma porcentagem média de 4%, sendo que 75% dos dados tem erro menor do que 4,4%.

Além disso, obtém-se uma maior acuracidade da estimativa ao se utilizar o modelo de regressão linear que considera a média aos dados. Este fornece um resultado melhor do que o modelo de regressão convencional.

Uma limitação para o estudo foi o número de amostras geometalúrgicas para definição do modelo de regressão, além do baixo número de sólidos (*wireframes*) disponíveis para validação. Sugere-se a realização de mais testes geometalúrgicos, segundo um mesmo protocolo amostral, para aquisição de um maior número de amostras, o que irá conferir uma precisão ainda maior aos resultados – principalmente na mina Extremo Norte, onde há apenas quatro amostras geometalúrgicas.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

7.1 Conclusões

A geometalurgia é uma importante ferramenta na cadeia produtiva de minério. O que se tem observado é que as decisões, quando tomadas considerando-se todas as áreas da mineração concomitantemente, isto é, geologia, lavra, beneficiamento, meio ambiente e metalurgia, são muito melhores e apresentam menor erro do que quando se lida com cada área separadamente. Isso ocorre porque ao se ter uma visão holística de toda a mineração, pode-se verificar a relação entre as áreas e qual o impacto de cada área sobre as demais.

A geometalurgia, ainda, possibilita um maior conhecimento sobre a qualidade e variabilidade do minério mediante a caracterização tecnológica do mesmo. Em vista dos benefícios trazidos pela geometalurgia, foi feita a modelagem das tipologias geometalúrgicas das minas. Essa modelagem surgiu da necessidade de aumentar a previsibilidade do processamento mineral e, conseqüentemente, as recuperações metalúrgica e mássica do minério.

Conforme a realidade do processamento tem mostrado, um dos principais fatores que interferem no beneficiamento é o litológico. Nesse estudo de caso, por exemplo, o dolomito, rocha encaixante da mineralização, prejudica o beneficiamento gerando lama, além de afetar a lixiviação ácida devido ao seu alto teor de magnésio. O mesmo ocorre com a brecha dolomítica, que tem composição similar. A hematita, igualmente, também prejudica o beneficiamento, pois gera finos durante a moagem por possuir uma dureza maior do que a do dolomito, atuando como um corpo moedor. Os litotipos que têm textura argilosa, como margas, rocha intemperizada e material de preenchimento de fraturas, acarretam muita lama para o processo, prejudicando a hidrofobicidade induzida devido ao efeito *slime coating*, que é o recobrimento das partículas maiores por partículas muito finas. As lamas, ainda, reduzem a velocidade da flotação e geram aumento do consumo de reagentes.

Os sulfetos, como greenokita (CdS), galena (PbS), esfalerita (ZnS), calcocita (Cu₂S), covellita (CuS) e jalpaíta (Ag₃CuS₂), atrapalham a interação da willemita com os reagentes. Além desses fatores, os minerais de ganga conduzem óxidos indesejáveis à polpa, interferindo, assim, na recuperação do zinco.

A modelagem geometalúrgica foi feita dividindo-se o depósito de acordo com os principais domínios que interferem no processamento mineral, desde que tivessem semelhanças litológicas e espaciais. Essa modelagem proporcionou a espacialização dos domínios, servindo como auxílio na definição de áreas de variabilidade na resposta do processo.

O modelo das tipologias geometalúrgicas foi usado, também, na estimativa da recuperação metalúrgica. A estimativa foi feita através de uma função de transferência, representada por um modelo de regressão linear múltipla. As variáveis independentes foram o teor de alimentação de zinco e a porcentagem de brecha dolomítica no *stope*, uma vez que, após análise de sensibilidade, constatou-se que estas variáveis são as que mais contribuem para o modelo de regressão. Essas variáveis, então, alimentaram o modelo, fornecendo a estimativa da recuperação metalúrgica, que foi a variável resposta.

O prognóstico da recuperação metalúrgica, obtida a partir da junção dos dados tipológicos e da qualidade do minério, gerou resultados satisfatórios e com menor erro do que o prognóstico gerado a partir da qualidade do minério somente. Portanto, ao se considerar a brecha dolomítica, que afeta de forma significativa a recuperação, aumentou-se a correlação entre os dados calculados e os reais, obtendo-se uma estimativa de recuperação mais acurada.

Conclui-se, então, que a modelagem geometalúrgica traz ganhos para a atividade de mineração, uma vez que ela contribui para um planejamento de lavra mais elaborado, um melhor direcionamento das rotas de processo e, dessa forma, permite o aperfeiçoamento do beneficiamento e conseqüente aumento da recuperação do minério e do lucro. Além disso, através do prognóstico da recuperação da planta de processamento mineral, pode-se avaliar com mais segurança os riscos do projeto e o fluxo de caixa futuro do mesmo, gerando uma maximização dos recursos econômicos do empreendimento.

7.2 Recomendações

Recomenda-se gerar mais amostras geometalúrgicas, segundo um mesmo protocolo amostral, de forma que as amostras sejam mais representativas de todo o depósito. Se houver mais amostras geometalúrgicas, poderá ser definido um modelo de regressão linear para cada mina, o que dará mais acuracidade e precisão na estimativa. A análise dessas novas amostras deverá conter o teor de magnésio, que tem grande impacto no processamento hidrometalúrgico.

É interessante também fazer uma descrição detalhada da geologia das galerias antes da lavra, quer seja através de mapeamento, furos de sondagem rotativa ou rotopercussiva. Nessa descrição deverá constar a mineralogia presente, uma vez que dolomita, os óxidos e hidróxidos de ferro e os sulfetos interferem na flotação, diminuindo a seletividade dos coletores. Devem-se registrar também as fraturas, pois essas geralmente estão preenchidas por minerais de textura argilosa, que levam ao efeito *slime coating*.

Outra sugestão seria rotacionar o modelo de teores da mina Vazante a 45°, e o da mina Extremo Norte a 30°, que são as direções aproximadas da mineralização. Isso diminuirá o tamanho do modelo, além de evitar a necessidade de subblocá-lo, melhorando as estimativas realizadas nos *stopes*.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- Abzalov, M. (2008). Quality control of assay data: a review of procedures of measuring and monitoring precision and accuracy. *Exploration and Mining Geology*, 17 (3-4), 131-144.
- Babak, O.& Deutsch. C. (2008). Collocated cokriging based on merged secondary attributes. *Mathematical Geosciences*, 41, 921-926. DOI: 10.1007/s11004-008-9192-2.
- Bhering, A. P. (2009). *Classificação do maciço rochoso e caracterização das brechas da mina subterrânea de Vazante – MG* (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.
- Bechir, J.L.C. (2012). *Beneficiamento – Unidade Vazante* (Relatório de estágio). Vazante.
- Bechir, J.L., Metsavaht, V., Lemos, M.G., Martins, E.L.C., Souza, A.D., Lopes, L.M.C., ... Melo, J.M.C. (outubro de 2015). Determinação da granulometria ideal para a flotação de Zn da usina de Vazante – Votorantim Metais. In *XXVI ENTMME.. Poços de Caldas*. 2, 466-473.
- Biava, A. A. R. & Rezende, F. E. O. (2006). Flotação de chumbo e zinco na Votorantim metais. In A. P. Chaves (Ed.), *Teoria e prática do tratamento de minérios: flotação, o estado da arte no Brasil*. (4ª ed., pp. 187-214). São Paulo: Signus.
- Boisvert, J. B., Rossi, M.E., Ehrig, K. & Deutsch, C. (2013). Modeling at Olympic Dam mine, South Australia. *Mathematical Geosciences*, 45, 901-925. DOI: 10.1007/s11004-008-9192-2.
- Breiman, L. & Friedman.,J.H. (1985). Estimating optimal transformations for multiple regression and correlation. *Journal of the American Statistical Association*, 80(391), 580-598. DOI: 10.1007/s11004-013-9462-5.
- Brownlee, K. A. (1967). *Statistical theory and methodology in science and engineering* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons.

- Caers, J. (2011). *Modeling uncertainty in the earth sciences* (1st ed.). New Delhi: Wiley-Blackwell.
- Carmo, L.F.A., Lemos, M.G., Bechier, J.L.C., Souza, A.D., Bhering, A.P., Martins, E.L.C. (Outubro de 2015). Banco de dados geometalúrgico da jazida de Vazante – Minas Gerais. In *XXVI ENTMME*. Poços de Caldas. 2, 755-762.
- Chaves, A. P. & Leal Filho, L. S. (2004). Flotação. In Luz, A.B., Sampaio, J.A. & Almeida, S.L.M. (Ed.), *Tratamento de minério* (4^a ed., pp. 411-458). Rio de Janeiro: CETEM/MCT.
- Chaves, A. P. (2006). Máquinas de flotação. In A. P. Chaves (Ed.), *Teoria e prática do tratamento de minério – Flotação, o estado da arte no Brasil* (pp. 31-44) Signus.
- Cordeiro, G.M. & Paula, G.A. (1989). *Modelos de regressão para análise de dados univariados*. Rio de Janeiro: Conselho nacional de desenvolvimento científico e tecnológico.
- Cover, T.M. & Hart, P.E. Nearest neighbour pattern classification. (1967). *IEEE Transactions on Information Theory*. IT-13(1), 21-27
- Cowden, D. J. (1957). *Statistical methods in quality control*. USA: Prentice-Hall.
- Dardenne, M. A. (2000). The Brasilia fold belt. In Cordani, U.G., Milani, E.G., Thomaz Filho, A. & Campos, D.A. (Eds.), *Tectonic evolution of South America. International Geological Congress*, pp. 231-263.
- Dardenne, M. A, Freitas-Silva, F.H., Souza, J.C.F. & Campos, J.E.G. (1998). Evolução tectono-sedimentar do Grupo Vazante no contexto da Faixa de Dobramentos Brasília. SBG, *Congresso Brasileiro De Geologia*, 40, p.26.
- Deutsch, C. (2013). Geostatistical modeling of geometallurgical variables. *CCG Annual Report*, 15(310), 1-10.
- Deutsch, C. V. & Journel, A.G. (1998). *Geostatistical Software Library and User's Guide* (2nd ed.). New York: Oxford University Press.
- Deutsch, C. & Barnet, R. (2014). *Advanced multivariate geostatistics – A short course*. Alberta, Canada: Centre for Computational Geostatistics.

- Dobby, G, Bennet, C., Bulled, D. & Kosick, G. (2004). Geometallurgical modeling – the new approach to plant design and production forecasting / planning and mine/mill optimization. *36th Annual Meeting of the Canadian Mineral Processors Conference*. Ottawa. 227-240.
- Dunham, S. & Vann, J. (2007). Geometallurgy, geostatistics and project value – does your block model tell you what you need to know? *Project Evaluation Conference*, Melbourne. 189-196.
- Fávero, L.P., Belfiore, P., Silva, F.L. & Betty, L.C. (2009). *Análise de dados – modelagem multivariada para tomada de decisões* (2^a ed.). Rio de Janeiro: Elsevier.
- Figueira, M.V. & Deliberal, J.P. (2013). Aplicabilidade do teorema de Bayes no monitoramento de redes sociais. Recuperado de <http://www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/mostraucsppga/mostrappga2013/paper/viewFile/3639/1086>
- Fotheringham, A.S., Brunsdon, C., & Charlton, M. (2002). *Geographically weighted regression – the analysis of spatially varying relationships*. Newcastle: John Wiley & Sons, Ltd.
- Goovaerts, P. (1997). *Geostatistics for natural resources evaluation*. New York: Oxford University Press.
- Hitzman, M. W., Sangster, D.F., Allen, C.R., & Carman, C.E. (2003). Classification, genesis, and exploration guides for nonsulfide zinc deposits. *Economic Geology*, 98, 685-714. DOI: 10.2113/gsecongeo.98.4.685.
- Hohn, M. E. (1998). *Geostatistics and petroleum geology*. New York: Kluwer Academic Publisher.
- Hong, S. & Deutsch, C. (2009). On secondary data integration. *CCG Annual Report*, 11(101), 1-16.
- Hotelling, H. (1933). Analysis of complex os statistical variables into principal components. *Journal of Educational Psychology*, 24(6), 417-498.
- Isaaks, E. & S., R. (1989). *An introduction to applied geoestistics*. New York: Oxford University Press.

- Jackson, J., McFarlane, A.J., & Hoal, K.O. (2011). Geometallurgy – back to the future: Scoping and communicating geomet programs. *The First AuSIMM International Geometallurgy Conference*, Brisbane, Australia, 1 125-131.
- Journel, A. G. (1983). Nonparametric estimation of spatial distributions. *Mathematical Geology*, 15(3), 445-468.
- Landim, P. M. B. (2003). *Análise estatística de dados geológicos* (2ª ed.). São Paulo: Editora Unesp.
- Lemos, M. G., Bechir, J.L.C., Souza, A.D., Bhering, A.P.,...Metsavaht, V. (2015). Geometalurgia – integrando mina e beneficiamento para aumento da produtividade – Vazante, MG. *XXVI Encontro Nacional De Tratamento De Minérios e Metalurgia Extrativa*, Poços de Caldas. 2, 782-793.
- Lemos, M. G. (2011). *Caracterização geológica e tecnológica do minério de zinco do extremo norte da mina de Vazante, Minas Gerais* (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- Magalhães, M.N. & Lima. A.C.P. (2001). *Noções de probabilidade e estatística* (3ª ed.). São Paulo: IME-USP.
- Marques, G.C. (2009). *Geologia dos grupos Araí e Serra da Mesa e seu embasamento no sul do Tocantins*. (Dissertação de mestrado). Universidade de Brasília, Brasília.
- Matis, K. A. (1995). *Flotation science and engineering*. New York: Marcel Dekker.
- Monte, M. B. M. & Peres, A. E. C. (2004). Química de superfície na flotação. In Luz, A.B., Sampaio, J.A. & Almeida, S.L.M. (Eds.), *Tratamento de minério* (4ª ed., pp. 339-410). Rio de Janeiro: CETEM.
- Monteiro, L. V. S. (2002). *Modelamento metalogenético dos depósitos de zinco de Vazante, Fagundes e Ambrósia, associados ao Grupo Vazante, Minas Gerais* (Tese de doutorado). Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Montgomery, D.C. & Runger, G.C. (2012). Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros [Applied statistics and probability for engineers] (V. Calado Trans.). (5ª ed.). Rio de Janeiro: Gen LTC.

- Motta, E. (2014). *Definição de domínios mineralógicos em minério de ferro utilizando krigagem de indicadores*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Nguyen Cong, V. & Rode, B. M. (1995). *Application of alternating conditional expectations method to quantitative electronic structure-activity relationships (QESAR)*. Innsbruck, Austria: University of Innsbruck.
- Neves, L.P. (2011). *Características descritivas e genéticas do depóstio de Zn-Pb de Morro Agudo, Grupo Vazante*. (Dissertação de mestrado). Universidade de Brasília, Brasília.
- Oakley, J. E. & O'Hagan, A. (2004). Probabilistic sensitivity analysis of complex models: A Bayesian approach. *Journal of the Royal Statistical Society*, 66 (Part 3), 751-769. DOI: 10.1111/j.1467-9868.2004.05304.x.
- Oliveira, G. D. (2013). *Reconstrução paleoambiental e quimioestratigrafia dos carbonatos hospedeiros do depósito de zinco silicatado de Vazante, MG* (Dissertação de Mestrado). Universidade de Brasília, Brasília.
- Pearson, K. (1901), On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *Philosophical Magazine*, 2, 559-572.
- Peres, A.E.C. & Araújo, C. (2006). Flotação como operação unitária no tratamento de minérios. In A. P. Chaves (Ed.), *Teoria e prática do tratamento de minério – flotação, o estado da arte no Brasil* (1ª ed., pp. 1-29). São Paulo: Signus.
- Persechin, M. A. M., Jota, F. G., Oliveira, M. L. M. & Peres, A. E. C. (2001). Instrumentação de uma coluna de flotação piloto para desenvolvimento de técnica de controle avançadas. *CETEM – Série Tecnologia Mineral*, 80, 1-40.
- Pita, F. A. G. (2004). Influência da aeração numa coluna BATCH. *CETEM – Série Tecnologia Mineral*, 83, 1-29.
- Pizarro, R. S. (1996). *Mining engineering handbook* (2nd ed.). USA: Howard Hartman.
- Pyrcz, M. & Deutsch, C. (2014). *Geostatistical reservoir modeling* (2nd ed.). New York: Oxford University Press.

- Rossi, M. & Deustch, C. (2014). *Mineral resource estimation* (1st ed.). New York: Springer.
- Rubim, C. (2013, 04/04/13). O trabalho da flotação e aeração. *Revista TAE – Tratamento de Água e Efluentes*, 12.
- Sanches, A. L. (2012). *Fosforitos neoproterozóicos dos Grupos Vazante (MG) e Una (BA): Origem, idades e correlações*. (Tese de doutorado). Universidade Federal da Bahia, Salvador.
- São José, F. (2015). *Estudo da flotação coletiva de sulfetos de zinco-chumbo*. (Dissertação de mestrado.). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.
- Sarma, D. D. (2009). *Geostatistics with applications in earth sciences* (2nd ed.). India: Springer.
- Sewell, M. (2007). Principal component analysis [Abstract]. *Department of Computer Science. University College London*,
- Silva, T. A. V. (2006). *Estudo de reagentes na flotação de minério de zinco*. (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.
- Sinclair, A. J., & Blackwell, G. H. (2004). *Applied mineral inventory estimation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Sivia, D. S. (1996). *Data analysis: A Bayesian tutorial* (1st ed.). Oxford: Oxford University Press.
- Soares, A. (2006). *Geoestatística para as ciências da terra e do ambiente*. Lisboa: IST Press.
- Spiegel, M. R. (1961). *Estatística* [Schaum's outline of theory and problems of statistics] (P. Consentino Trans.). (1^a ed.). São Paulo: McGraw-Hill do Brasil.
- Stein, A., Van der Meer, F. & Gorte, B. (2002). *Spatial statistics for remote sensing* Kluwer Academic Publishers.
- Taggart, A. F. (1921). *A manual of flotation process*. New York: John Wiley & Sons.

- Torem, M. L. & Casqueira, R. G. (2003), Flotação aplicada à remoção de metais pesados. *CETEM - Série Tecnologia Mineral*.
- Turrer, H. D. G. (2004). *Utilização de poliacrilamidas de alto peso molecular na flotação catiônica reversa de minério de ferro*. (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.
- Wackernagel, H. (1998). *Multivariate geostatistics: An introduction with applications*. France: Springer.
- Waller, L.A. & Gotway, C.A. (2004). *Applied spatial statistics for public health data*. New Jersey: Wiley-Interscience.
- Wang, D. & Murphy, M. (2004). Estimating optimal transformations for multiple regression using the ACE algorithm. *Journal of Data Science*, 329-346.
- Williams, S.R. & Richardson, J.M. (2004). Geometallurgical mapping: A new approach that reduces technical risk. (Technical paper No. 2004-1). SGS Mineral Services.
- Yamamoto, J. K. (2009). Cálculo de mapas de probabilidade diretamente dos pesos da krigagem ordinária. *Revista do Instituto De Geociência Da USP*, 10, 3-14.
- Yamamoto, J.K. & Landim, P.B. (2013). *Geoestatística: Conceitos e aplicações* (1ª ed.). São Paulo: Oficina de textos.
- Zagayevskiy, Y. V. & Deutsch, C. V. (2011). Updated code for sensitivity analysis based on regression. *CCG Annual Report*, 13 (40), 1-20.