educação gráfica

ISSN 2179-7374

Ano 2012 - V.16 – N^{0}. 02

USO DE CORDAS PARALELAS PARA A RESOLUÇÃO GRÁFICA DE PROBLEMAS DE TANGÊNCIA EM CURVAS CÔNICAS: APLICAÇÃO EM GEOMETRIA DESCRITIVA

Sérgio L. dos Santos [1]
Anelise T. Hoffmann [2]
Tânia L. K. Silva[3]
Fábio G. Teixeira.[4]

Resumo

O presente artigo trata de problemas de geometria descritiva que apresentam a necessidade de obtenção de ponto de tangência e reta tangente em curvas cônicas, para que se alcance sua solução. Os problemas abordados apresentam como condição geométrica, a direção da reta tangente à curva a partir da qual se obtém o ponto de tangência. Em geral, os problemas de geometria descritiva são complexos, principalmente quando estão relacionados às superfícies retilíneas desenvolvíveis, superfícies reversas, ou superfícies de revolução, quanto à sua geração ou à intersecção destas com planos secantes, exigindo métodos gráficos adequados para a sua resolução. A proposta apresentada neste artigo se refere à aplicação das cordas paralelas (Teorema do Valor Médio) para a resolução gráfica de problemas geométricos, de forma que se obtenha a solução através de um método simples e preciso. Demonstra-se esta aplicação através de algumas resoluções gráficas de problemas relacionados às superfícies.

Palavras-chave: Geometria Descritiva, Desenho Geométrico, Curvas Cônicas.

Abstract

This article deals with problems of descriptive geometry that need to obtain the tangent point in conic curves. These problems presented as geometric condition, the direction of the line tangent to the curve. In general, the problems of descriptive geometry are complex, especially when they are related to developable surfaces, reverse surfaces, or revolution surfaces, regarding to their generation or to their intersection with section planes, demanding graphics methods suitable for their resolution. The proposal presented in this article refers to the application of parallel cords (Mean Value Theorem) for the graphic resolution of geometric problems, in order to obtain the solution through a simple and accurate method. It demonstrates its application through some graphic resolutions of problems related to surfaces.

Keywords: Descriptive Geometry, Geometric Drawing, Conic Curves.

[1] Professor Mestre, Departamento de Design e Expressão Gráfica – DEG/ UFRGS, sergio.santos @ufrgs.br

[2] Professora Mestre, Departamento de Design e Expressão Gráfica - DEG/ UFRGS, aneliseth@gmail.com

[3] Professora Doutora, Departamento de Design e Expressão Gráfica , Programa de Pós-Graduação em Design/ UFRGS, tania.koltermann @ufrgs.br

[4] Professor Doutor, Departamento de Design e Expressão Gráfica , Programa de Pós-Graduação em Design/ UFRGS, fabiogt@ufrgs.br

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

1. Introdução

Na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, os conteúdos relacionados ao Desenho Geométrico e à Geometria Descritiva são tratados em disciplinas diferentes. A disciplina de Desenho Geométrico é oferecida somente para os cursos de Design Visual e de Produto, enquanto os conteúdos de Geometria Descritiva são abordados em disciplinas adequadas aos currículos dos cursos de Design Visual e Design de Produto, Arquitetura e Urbanismo e Engenharia. Assim, na Geometria Descritiva, evita-se a utilização de problemas com curvas cônicas cujas resoluções são mais complexas, principalmente pela necessidade de se determinar os elementos característicos destas curvas, como os focos e eixos. Isto é necessário porque nem todos os cursos contam com o Desenho Geométrico como pré-requisito e a maioria dos alunos não tem esse conhecimento prévio. Além disso, esses conteúdos referentes ao Desenho Geométrico não fazem parte do escopo da disciplina, a qual já possui uma carga horária bastante reduzida.

Por exemplo, nestas disciplinas, em problemas que envolvem superfícies retilíneas desenvolvíveis, utilizam-se somente diretrizes circulares com projeções em verdadeira grandeza1, pois a determinação das geratrizes (tangentes à circunferência) é mais simples e envolve conhecimentos mais básicos de desenho geométrico. No entanto, em geometria descritiva, a representação de superfícies, muitas vezes, requer o traçado de curvas cônicas. Em algumas aplicações práticas, se observa a ocorrência frequente destas curvas, como em interseções de planos com superfícies retilíneas e superfícies de revolução. Nestes casos, estas curvas são obtidas, geralmente, através de pertinência de pontos a geratrizes, ou a paralelos (no caso de superfícies de revolução). Por outro lado, o conhecimento de algumas propriedades fundamentais das curvas cônicas poderia facilitar o processo de construção das projeções deste tipo de curva, simplificando as soluções gráficas aplicadas a problemas de Geometria Descritiva, permitindo o uso em uma gama maior de procedimentos gráficos.

Neste sentido, o presente trabalho visa demonstrar algumas propriedades geométricas das curvas cônicas para a determinação dos pontos de tangência em problemas de geometria descritiva, de forma simples, sem a necessidade do conhecimento de métodos mais complexos do desenho geométrico. Estes problemas podem ser relacionados às superfícies retilíneas desenvolvíveis, superfícies reversas, ou superfícies de revolução, aumentando as possibilidades de aplicações.

O problema geométrico para o qual se pretende apresentar uma proposta, visando facilitar o processo de resolução gráfica, para se obter a solução é enunciado como segue: sendo dada a direção de uma reta e uma curva cônica (elipse, parábola ou hipérbole), determinar os pontos de tangência e a reta tangente.

Os métodos usuais do desenho geométrico para a resolução de problemas de tangência em curvas cônicas (determinação do ponto de tangência e da reta tangente)

---

[1] Os termos “projeção em Verdadeira Grandeza (VG) e projeção acumulada” dizem respeito a posição relativa dos objetos aos planos de projeção onde estão representados. Quando um objeto está paralelo ao plano de projeção, a sua projeção é do mesmo tamanho do objeto, por isto VG. Quando uma linha está perpendicular em relação ao plano de projeção, sua projeção aparece como um ponto, pois todos os pontos desta reta aparecem no mesmo lugar, da mesma forma, quando um plano é perpendicular ao plano de projeção, sua projeção aparece como uma linha, por isto é chamada de projeção acumulada.

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

dependem do conhecimento de alguns parâmetros destas curvas, como: focos e eixos da elipse; eixo, foco e diretriz da parábola ou, ainda, eixo e distância focal no caso de hipérboles.

Estes parâmetros, no caso da representação em épura em problemas de Geometria Descritiva, não são conhecidos e sua obtenção ou determinação, além de necessitar de muitos traçados, envolve conhecimentos de Desenho Geométrico, que nem sempre os alunos dominam, acrescentando uma dificuldade desnecessária ao exercício proposto. Sendo assim, surge a necessidade de aplicação de um método que não utilize estes parâmetros para a obtenção da solução do problema de tangência.

Este trabalho propõe a aplicação de um método que simplifica o processo de resolução gráfica em problemas de Geometria Descritiva que envolva tangência, utilizando a aplicação de traçados simples de desenho geométrico baseados nos conhecimentos de propriedades dos diâmetros conjugados destas curvas e das cordas paralelas. A solução para o problema de tangência (ponto e reta) pode ser obtida a partir do conhecimento da direção da reta tangente, sem a necessidade do conhecimento da posição dos focos (parâmetros das curvas). Este método, além de tornar mais simples o processo de resolução gráfica, pode ser aplicado para determinar o ponto de tangência e a reta tangente em todas as curvas cônicas (elipse, parábola e hipérbole).

2. Os Métodos Usuais

Para determinar os pontos de tangência em uma elipse, sabendo-se a direção da reta, através do método tradicional apresentado em livros de referência em Desenho Geométrico, tais como Carvalho (1982), Putnoki (1989), Borges (1989) e Januário(2000) é necessário saber a posição de seus focos e eixos.

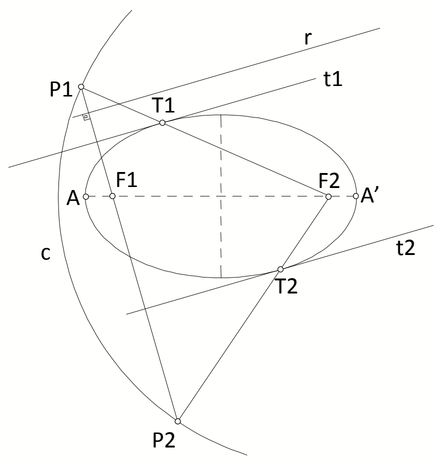

Figura 1: Determinação dos pontos de tangência na elipse, dada a direção da reta (r).

Para a solução do problema, traça-se o circulo diretor ”c” (centro F2, raio AA’) e, por F1, traça-se uma reta perpendicular à direção da reta dada (r). No encontro destas duas linhas, obtêm-se os pontos P1 e P2, que quando ligados até o F2, determinam os

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – Nº. 02

pontos de tangência (T1 e T2) na elipse por onde passam as duas possíveis retas tangentes à elipse na direção dada (t1 e t2), conforme mostra a Figura 1.

Para determinar o ponto de tangência em uma parábola, sabendo-se a direção da reta, pelo método tradicional, é necessário saber a posição de seu eixo, diretriz e foco.

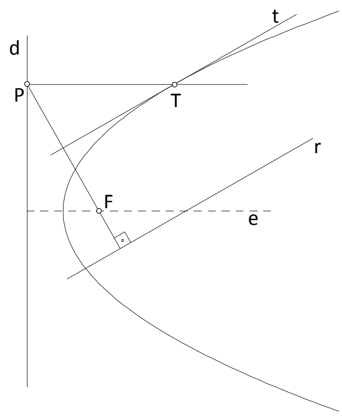

Figura 2: Determinação dos pontos de tangência na parábola, dada a direção da reta (r).

Conforme ilustra a Figura 2, traça-se, passando pelo foco (F), uma reta perpendicular à direção da reta dada (r). Onde esta cortar a diretriz da parábola (d), traça-se uma reta paralela ao eixo da parábola (e), definindo o ponto de tangência (T) por onde passa a reta tangente (t).

No caso da hipérbole, é necessário saber a posição de seus focos (F1 e F2) para a determinação do ponto de tangência na direção da reta dada.

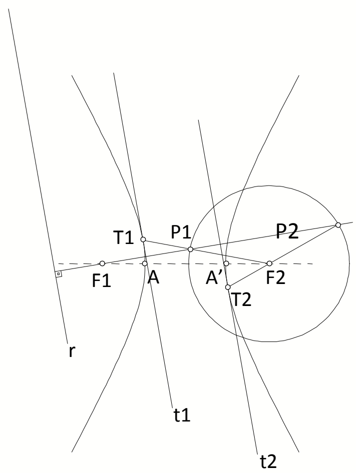

Figura 3: Determinação dos pontos de tangência na hipérbole, dada a direção da reta (r).

Como mostra a Figura 3, traça-se um circulo diretor (centro F2, raio AA’), e uma reta passando por F1, perpendicular à direção da reta dada (r). Onde estes dois

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

elementos se cruzam, são determinados 2 pontos sobre o circulo diretor (P1 e P2) que, ao serem ligados ao F2 e estendidos, determinam nos ramos da hipérbole os pontos (T1 e T2) por onde passam as retas tangentes (t1 e t2).

3. Aplicação Geométrica das Cordas Paralelas em Problemas de Tangência em Curvas Cônicas

A solução de problemas gráficos relativos às curvas cônicas apresenta como requisito, o conhecimento das propriedades geométricas destas curvas, como é o caso do problema da reta tangente que requer a determinação do ponto de tangência para a sua solução. Conforme Carvalho (1982), a resolução gráfica do problema de tangência pode ser obtida através dos diâmetros conjugados das curvas que possuem centro geométrico, como a elipse e a hipérbole, a partir da aplicação das cordas paralelas. Dentre as propriedades que contribuem para esta resolução, pode-se citar:

> O diâmetro de uma curva plana é o lugar geométrico dos meios de todas as cordas paralelas a uma mesma direção. Deste modo, toda corda que passar pelo centro da elipse é um de seus diâmetros. Dois diâmetros são ditos conjugados quando um deles divide ao meio as cordas paralelas ao outro (CARVALHO, 1982, p.220)

Ao considerar um sistema de cordas paralelas, e que as tangentes nos extremos do diâmetro são paralelas entre si e às referidas cordas, Carvalho (1982, p.225), conclui que:

> a) um sistema de cordas paralelas tem seus pontos médios sobre a mesma reta que é o diâmetro conjugado do diâmetro paralelo a estas cordas;
>
> b) se um diâmetro encontra a cônica em dois pontos próprios, as tangentes em seus extremos são paralelas e tem a direção do diâmetro conjugado daquele.

Carvalho (1982) coloca que a reta que passa pelos pontos médios de duas cordas paralelas é um dos diâmetros conjugados. A partir do qual, novamente, pode-se obter o ponto médio para determinar o centro da curva (elipse), possibilitando traçar o outro diâmetro conjugado que passa pelo centro, sendo este uma reta paralela às duas cordas paralelas entre si.

Com relação à parábola, Carvalho (1982, p.221) afirma que "qualquer semirreta paralela ao eixo da parábola é um diâmetro parabólico". Desta forma, também pode-se considerar a determinação do ponto de tangência na curva através da aplicação das cordas paralelas, como considerado para curvas cônicas que possuem diâmetro conjugado (elipse e hipérbole).

Portanto, o problema geométrico apresentado neste trabalho, refere-se à obtenção do ponto de tangência e da reta tangente às curvas cônicas (elipse, hipérbole e parábola) a partir da informação sobre a direção desta reta. A proposta para a resolução gráfica consiste em utilizar as propriedades relativas às cordas paralelas entre si (p e q) e paralelas à direção da reta dada, interceptando a curva em dois pontos que delimitam as cordas. O ponto de tangência é obtido através da determinação de seus pontos médios (M e N), ao traçar uma reta que passa nestes pontos e intercepta a curva, precisamente, no ponto de tangência (T). Uma vez conhecido o ponto de

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

tangência, pode-se traçar a reta tangente (t) paralela à direção dada, conforme mostra a Figura 4.

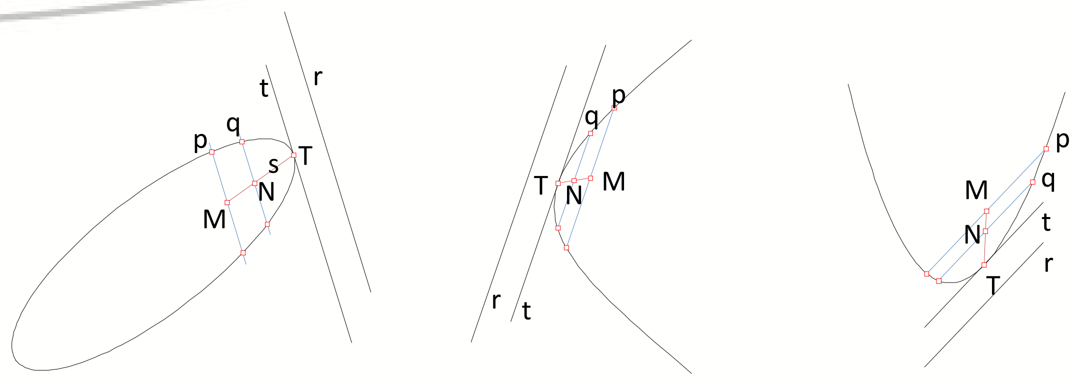

Figura 4: Aplicação das cordas paralelas no problema de tangência em curvas cônicas.

4. Comprovação do Método das Cordas Paralelas através do Teorema do Valor Médio.

De acordo com Anton, Bivens e Davis (2007), muitas ideias básicas utilizadas nas formulações matemáticas tiveram origem em dois problemas geométricos, o problema da reta tangente e o problema de área, que deram origem ao Cálculo Diferencial e ao Cálculo Integral, respectivamente, sendo estes estreitamente relacionados. As abordagens intuitivas, algumas vezes utilizadas nas resoluções geométricas, podem ser tratadas com argumentos formais, quando relacionadas aos teoremas matemáticos que fundamentam o método de resolução. Neste sentido, alguns problemas geométricos têm como base o conceito de limite para a sua solução, como é o caso do problema da reta tangente, que tem a seguinte definição matemática: “dada uma função f e um ponto $P(x_0,y_0)$ em seu gráfico, encontre uma equação da reta que é tangente ao gráfico em P”.

Em geometria plana, considera-se que uma reta é tangente a um círculo se o encontrar precisamente em um ponto. No entanto, para se obter uma definição de reta tangente a uma curva, deve-se partir de uma reta secante. Conforme Anton, Bivens e Davis (2007), considerando que um dos pontos da reta secante se desloca em direção ao outro ponto na curva, a posição limite da secante coincidirá com a posição da reta tangente (conforme Figura 5). Desta forma, a noção geral de reta tangente tem como base o conceito de limite.

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – Nº. 02

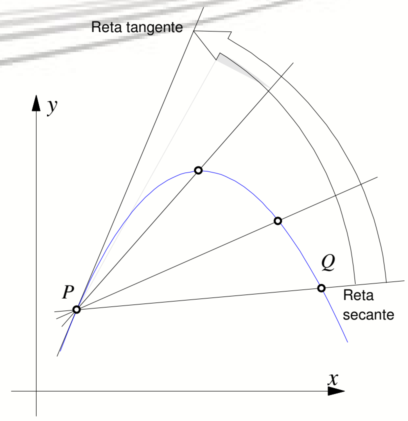

Figura 5: A Posição Limite da Reta Secante Coincide com a Reta Tangente
Fonte: Anton, Bivens e Davis (2007, p. 102)

Inicialmente, propõe-se a definição matemática de reta tangente a uma curva y=*f(*x) em um ponto P(x_0; *f(*x)) da curva, como necessária à compreensão da proposta de aplicação do Teorema do Valor Médio para a obtenção da reta tangente à curva. Para tanto, considera-se em um sistema de eixos coordenados (plano xy), um ponto Q (x_0; *f(*x)) na curva, distinto de P, definindo uma reta secante à curva nestes dois pontos. De acordo com Anton, Bivens e Davis (2007), a inclinação desta reta secante é dada pela formulação:

$$\boxed{m_{PQ}= \frac{f(x) - f(x_0)}{(x-x_0)}} \quad (1)$$

sendo que quando x tende a x_0, o ponto Q se desloca na curva se aproximando do ponto P. Se nesta condição, a reta secante por P e Q atingir alguma posição limite, esta posição será a posição da reta tangente à curva em P. Portanto, se a inclinação m_{PQ} da reta secante por P e Q tender a um limite quando x tende a x_0, este limite será considerado como a inclinação m_{tg} da reta tangente em P, conforme Figura 6.

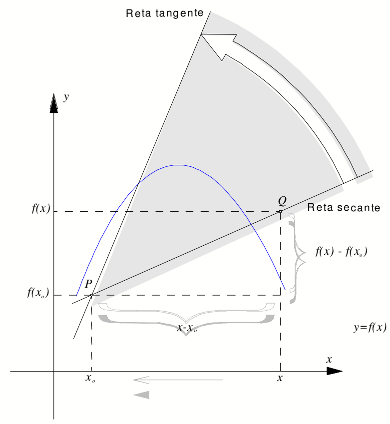

Figura 6: Quando a inclinação da reta secante tender ao limite, tem-se a inclinação da reta tangente
Fonte: Anton, Bivens e Davis (2007, p. 166).

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

Geometricamente, segundo Anton, Bivens e Davis (2007), o Teorema do Valor Médio afirma que entre dois pontos A(*a*,*f*(*a*)) e B(*b*,*f*(*b*)) quaisquer do gráfico de uma função diferenciável[2] *f*, existe pelo menos um ponto em que a reta tangente ao gráfico é paralela à reta secante que passa nestes dois pontos, sendo que a inclinação da reta secante que passa pelos pontos A e B é dada por (2), conforme Figura 7.

$$m_{AB} = \frac{f(b) - f(a)}{(b-a)} \quad (2)$$

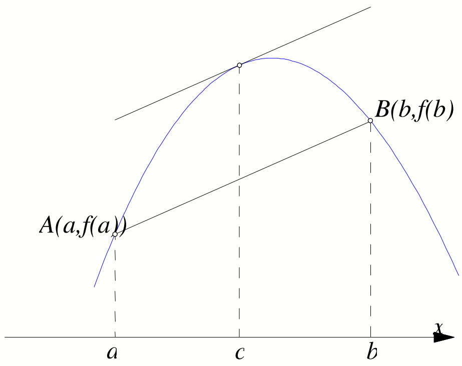

Figura 7: Teorema de Valor Médio
Fonte: Anton, Bivens e Davis (2007, p. 330)

Sabendo que a inclinação da reta tangente em c é *f'*(c), pode-se enunciar o Teorema do Valor Médio como segue: "seja *f* contínua no intervalo fechado [a,b] e diferenciável no intervalo aberto (a,b). Então, existe pelo menos um ponto c no intervalo (a,b), tal que" :

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{(b-a)} \quad (3)$$

Conforme Anton, Bivens e Davis (2007), a demonstração do Teorema do Valor Médio sugere que a equação (3) anteriormente apresentada para *f'*(c) será válida (a reta tangente será paralela à reta secante) em um ponto c no qual a distância entre a curva e a reta secante for máxima, Figura 8.

---

[2] Uma função *f* é diferenciável ou derivável em x_0 quando existe o limite que define a derivada da função *f* em cada ponto do intervalo aberto (a,b). Geometricamente, uma função *f* é diferenciável em x_0 se o gráfico de *f* possuir uma reta tangente em x_0. ANTON, BIVENS E DAVIS (2007).

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

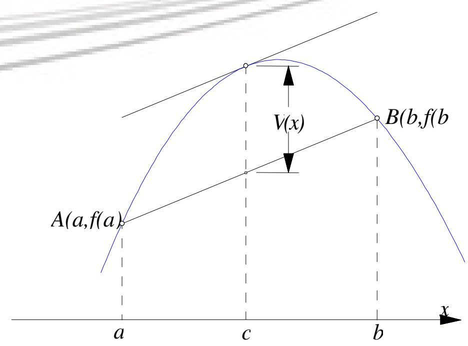

Figura 8: O ponto de tangência está na distância máxima entre a reta secante e a curva
Fonte: Anton, Bivens e Davis (2007, p. 331)

Diante do exposto, fundamenta-se a proposta de aplicação das cordas paralelas para a resolução gráfica dos problemas de tangência em curvas cônicas, como processo simplificado para obtenção da solução em Geometria Descritiva.

5. Aplicações na Geometria Descritiva

A aplicação deste método na solução dos exercícios de Geometria Descritiva que envolvem curvas cônicas mostra-se extremamente adequada, uma vez que as projeções das curvas são delineadas usando-se métodos descritivos como, por exemplo, interseções de planos e superfícies ou por pertinência de ponto e curvas, e não como acontece no Desenho Geométrico, onde estas curvas são determinadas através dos seus eixos e focos. Os exemplos a seguir mostram o uso deste método em exercícios com diferentes tipos de superfícies utilizando a elipse, a hipérbole e a parábola.

5.1. Superfícies Retilíneas Desenvolvíveis

Um exemplo de aplicação deste método em Geometria Descritiva seria a obtenção das projeções em épura de uma superfície retilínea desenvolvível (S.R.D.). Da-se o seguinte enunciado de exercício:

> Representar em épura a S.R.D cuja diretriz é uma circunferência contida em plano de topo 45° H, que possui centro C(70,30,20) e raio 20mm. Suas geratrizes são retas horizontais 30° H, sabendo também que a superfície é delimitada por um plano vertical 60° AH que passa pela origem.

A representação da superfície inicia pela determinação das projeções da diretriz (circunferência contida em plano de topo 45° H), que terá como projeção horizontal uma elipse, obtida através de 12 pontos distribuídos igualmente sobre a circunferência em VG (verdadeira grandeza), conforme mostra a Figura 9a.

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

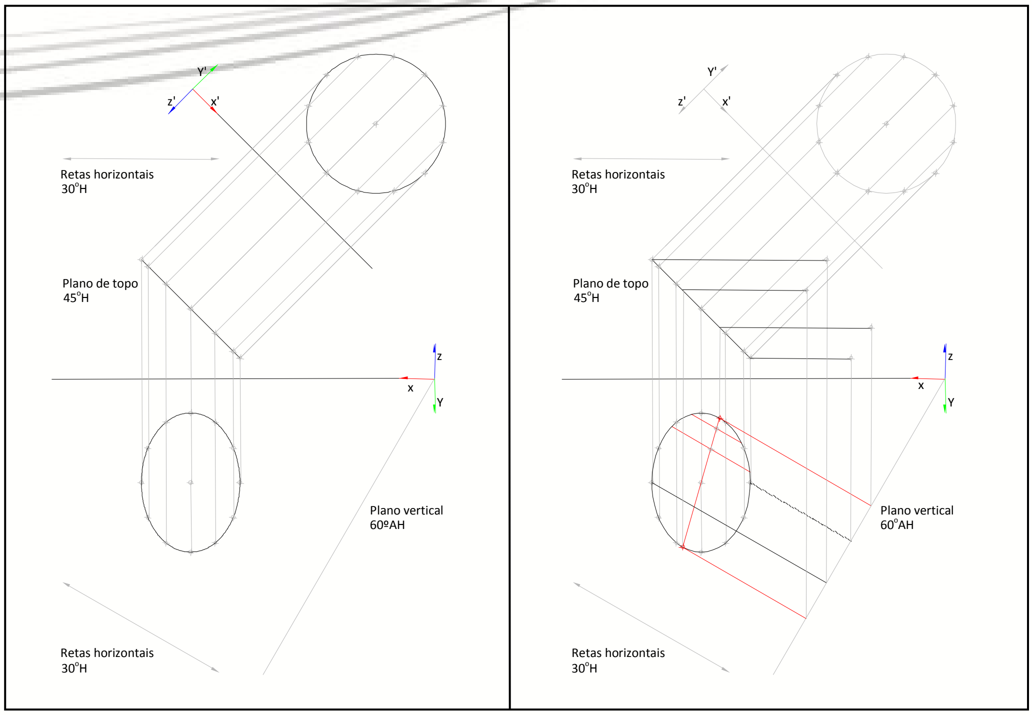

Figura 9: a) Desenho da elipse a partir das projeções da circunferência. b) Determinação dos pontos de tangência na elipse a partir da direção da reta dada

Tem-se também a direção das geratrizes desta superfície (retas horizontais 30°H) sendo necessária a determinação das geratrizes limite nas duas projeções (frontal e horizontal). As geratrizes limites na projeção frontal, onde o plano de topo está acumulado, é determinada de forma bastante simples, por pertinência dos pontos. Já a determinação dos limites da superfície na projeção horizontal dependerá da obtenção dos pontos de tangência das retas, correspondentes às geratrizes limites da superfície, com a elipse. As linhas vermelhas na Figura 8b mostram o procedimento para a determinação destes pontos de tangência, utilizando o método proposto.

Depois de determinar os pontos de tangência, segue-se a representação da superfície definida da diretriz ao plano onde é delimitada (vertical 60° AH), representando, em um primeiro momento, as geratrizes limites (são 4 geratrizes – duas na projeção horizontal e duas na projeção vertical) nas duas projeções, conforme mostra a Figura 9b.

A partir destas geratrizes, segue o desenho das outras geratrizes que representam a superfície e análise de visibilidade, finalizando o exercício. A Figura 10 mostra o resultado final.

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

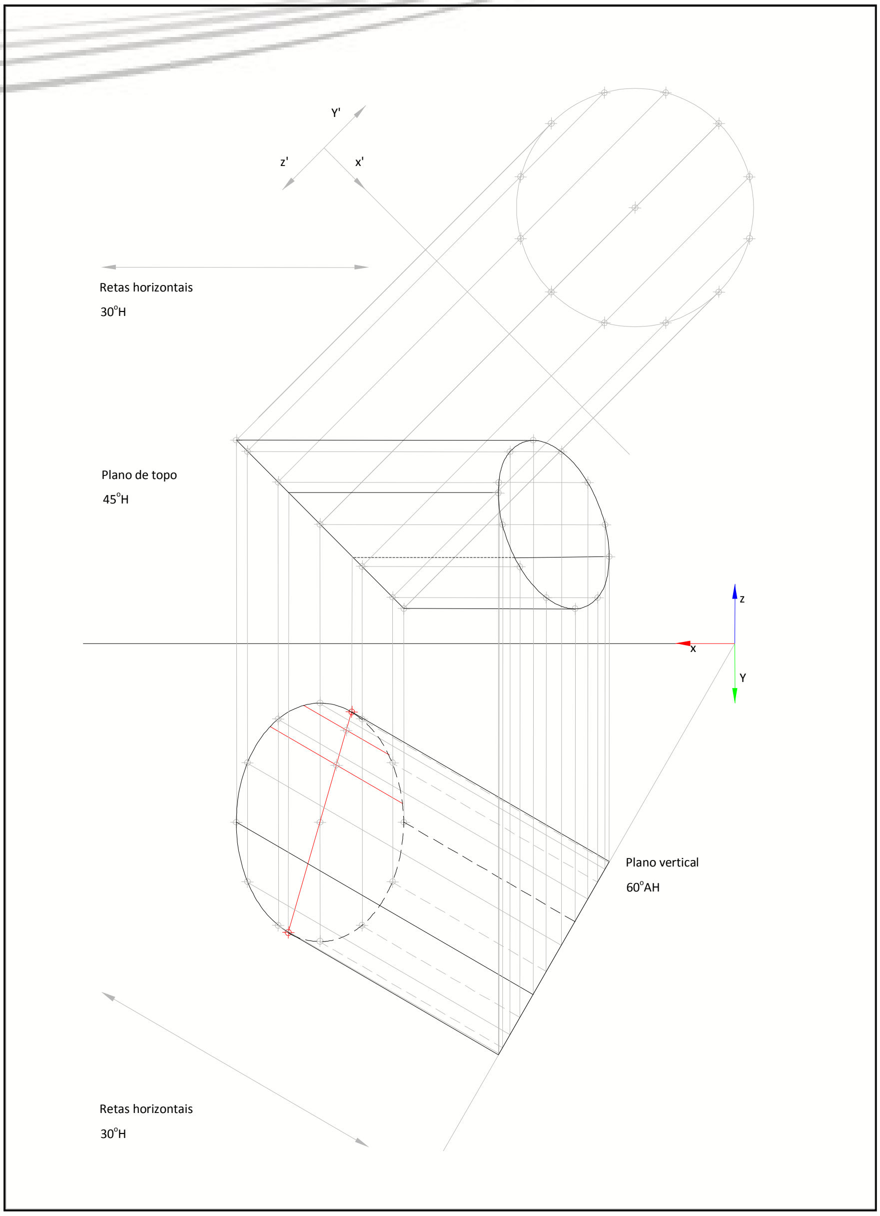

Figura 10: Representação da Superfície Retilínea Desenvolvível.

5.2. Superfícies Reversas

Outro exemplo de aplicação deste método em Geometria Descritiva seria a obtenção das projeções em épura de um conoide (superfície reversa), cuja diretriz curva é uma parábola. Dá-se o seguinte enunciado de exercício:

> Representar a superfície reversa de plano diretor vertical 60° H, cujas diretrizes são a reta horizontal 60° AH que passa em A(10,10,60) e a parábola obtida da interseção de um cone com um plano de topo. O plano passa em T(50,0,0), tem sentido horário e é paralelo a geratriz limite do cone. A diretriz do cone é uma circunferência contida em plano horizontal com centro em C(60, 30,10) e raio 20mm, seu vértice é o ponto V(70,50,100).

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

A representação da superfície inicia pela determinação das projeções das diretrizes, como uma delas é uma parábola obtida através da interseção de um plano com um cone, inicia-se por esta etapa. A partir da interseção de planos horizontais paralelos com a superfície cônica, obtêm-se as circunferências correspondentes na projeção horizontal. A interseção do plano de topo dado com estas circunferências define os pontos da parábola, conforme mostrado na Figura 11.

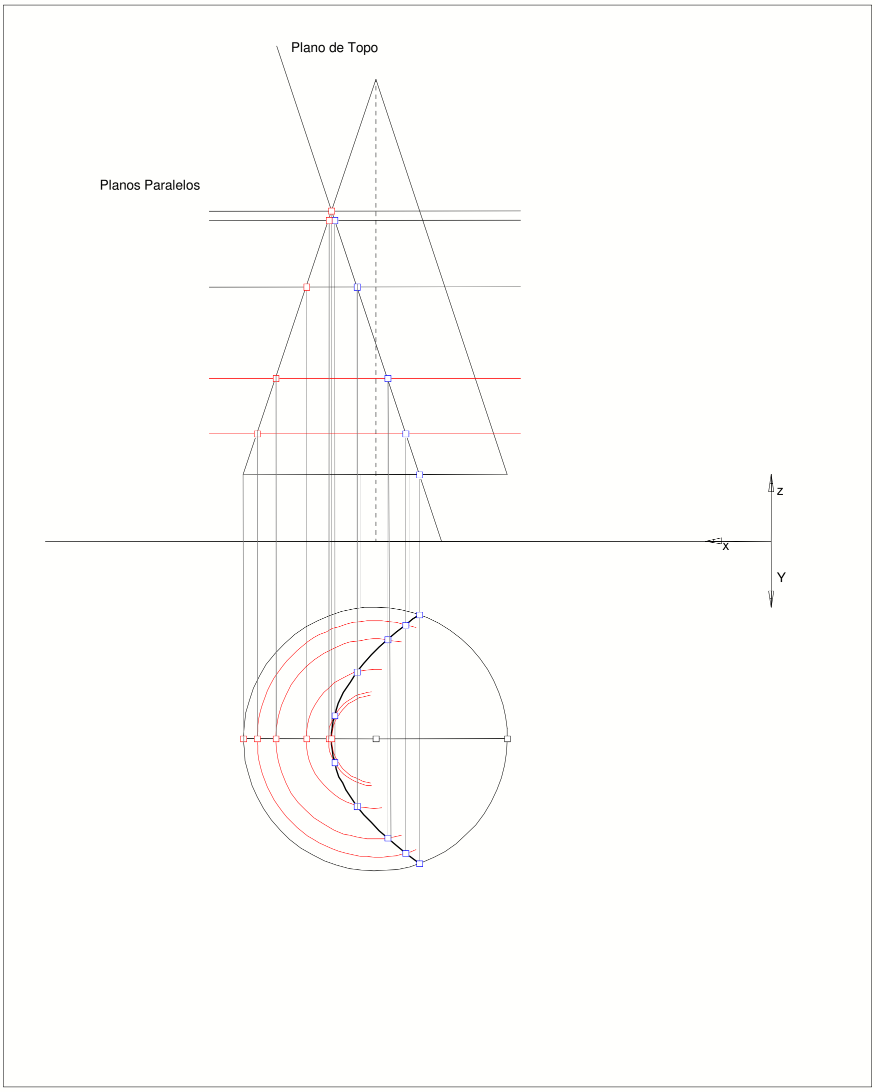

Figura 11: Determinação de uma das diretrizes do conoide (parábola)

Depois de determinar as projeções da diretriz parabólica, representa-se também a diretriz reta. A próxima etapa de construção é a representação das geratrizes que, em uma superfície reversa, são paralelas ao plano diretor (vertical 60° H) e são definidas de forma que fiquem igualmente distribuídas ao longo da superfície.

A representação das geratrizes na projeção frontal, onde o plano de topo está

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

acumulado, é determinada por pertinência dos pontos. Já a determinação dos limites da superfície na projeção horizontal dependerá da obtenção do ponto de tangência na parábola na direção das geratrizes, conforme Figura 12.

Da mesma forma que o exemplo anterior, a bibliografia de referência apresenta o método para a determinação destes pontos a partir do conhecimento do foco, diretriz e eixo da parábola. Porém, a obtenção da parábola na épura não partiu do conhecimento destes elementos, o que, da mesma forma, foge do escopo da disciplina. Então, a utilização da solução através do traçado de cordas paralelas para a determinação destes pontos torna o processo muito mais simplificado.

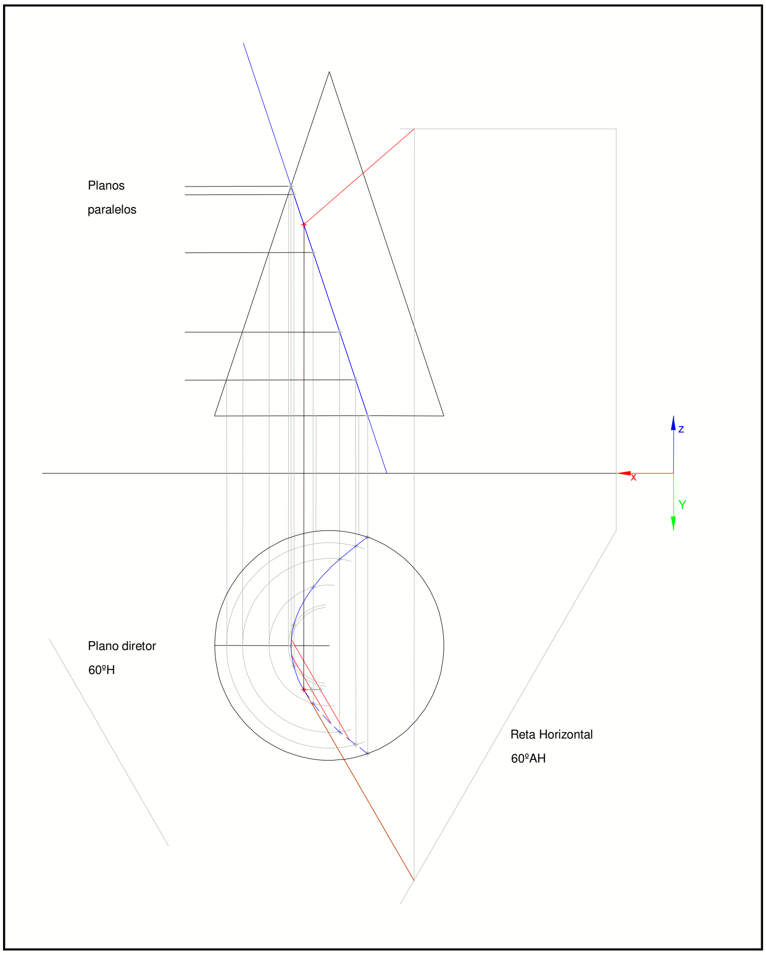

Figura 12: Determinação da reta tangente à parábola que define o limite de visibilidade na projeção horizontal

Depois de determinar o ponto de tangência, segue-se a representação da superfície, desenhando as geratrizes pelos pontos da parábola previamente escolhidos (de forma que as geratrizes fiquem igualmente distribuídas ao longo da superfície). Na projeção frontal, as geratrizes são representadas por pertinência, levando os pontos correspondentes a cada geratriz, pertencentes às duas diretrizes, com o cuidado de já

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

representar a visibilidade das linhas, iniciando pela de maior afastamento para as de menor afastamento. A Figura 13 apresenta o resultado final da representação do conoide.

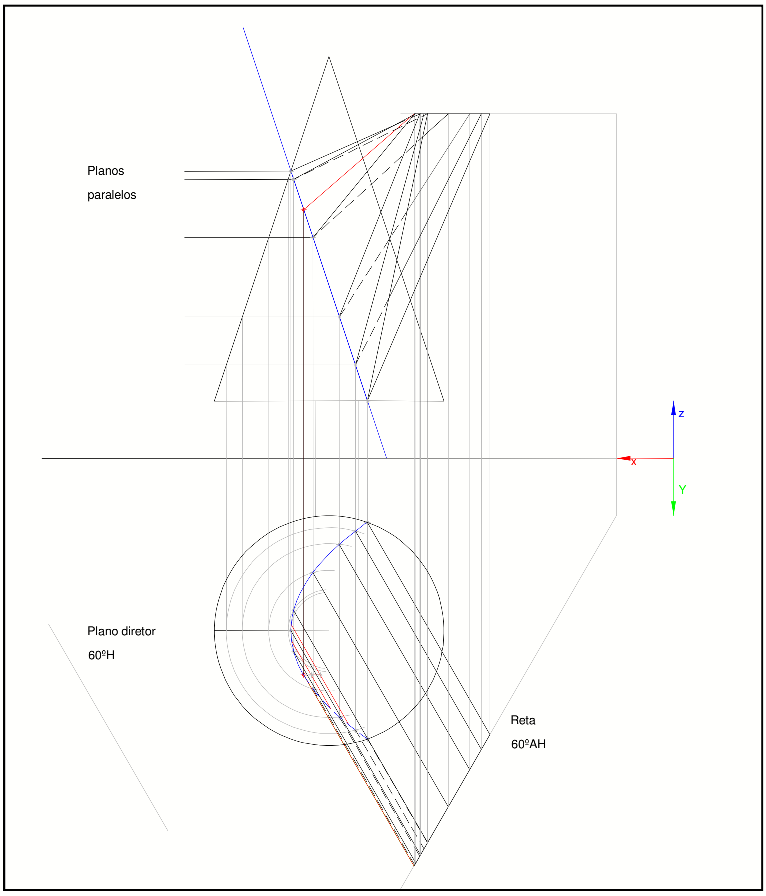

Figura 13: Representação do conoide (superfície reversa).

5.3. Superfícies de Revolução

Outro exemplo de aplicação deste método em Geometria Descritiva seria a interseção de um hiperboloide (superfície de revolução) com um plano, onde, neste tipo de superfície, o meridiano principal é uma hipérbole. Dá-se o seguinte enunciado de exercício:

> Representar a superfície de revolução cuja geratriz é a reta AB: A(80,10,10) B(40,60,90) e o eixo "e" é vertical, possui abscissa 70mm e afastamento 50mm. Determinar a interseção da superfície com o plano de topo 75° H que tangencia o meridiano principal abaixo da gola.

A representação da superfície inicia pela determinação das projeções dos paralelos principais, que neste caso são extremidade superior, extremidade inferior e gola. Desta forma obtêm-se três pontos de cada lado do eixo pertencentes à curva hipérbole (correspondente ao meridiano principal - contorno da superfície). Para determinar mais pontos é necessário estabelecer outros paralelos de raios diferentes e

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

compreendidos entre o raio da gola e os demais, obtendo-se assim pontos para o traçado da hipérbole. A Figura 14 mostra o traçado da hipérbole a partir da revolução da reta AB.

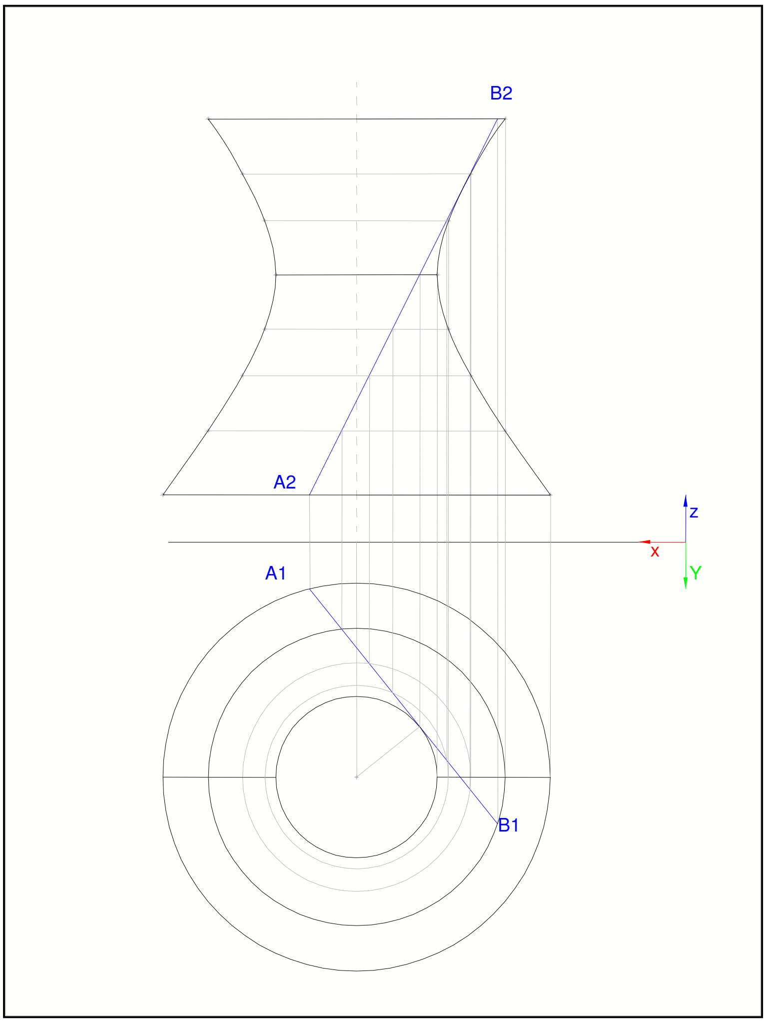

Figura 14: Representação do hiperboloide

A próxima etapa é o posicionamento do plano pelo qual se deseja determinar a interseção. A partir da posição do ponto pertencente ao plano e de sua inclinação, sabendo que é um plano de topo, fica simples sua representação na projeção frontal. Já para representar a interseção na projeção horizontal, é necessário determinar o ponto de tangência do plano acumulado com a hipérbole (meridiano principal).

Como nos exemplos anteriores, a bibliografia de referência apresenta o método para a determinação de pontos de tangência a partir do conhecimento dos focos e eixo da hipérbole. Porém, a obtenção da hipérbole na épura não partiu do conhecimento destes elementos, e sua determinação, além de tornar o exercício mais complexo, foge do escopo da disciplina. Então, a utilização da solução através do traçado de cordas

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

paralelas para a determinação destes pontos torna o processo muito mais simplificado. A Figura 15 mostra a determinação do ponto de tangência do meridiano principal (hipérbole) com o plano de topo (acumulado).

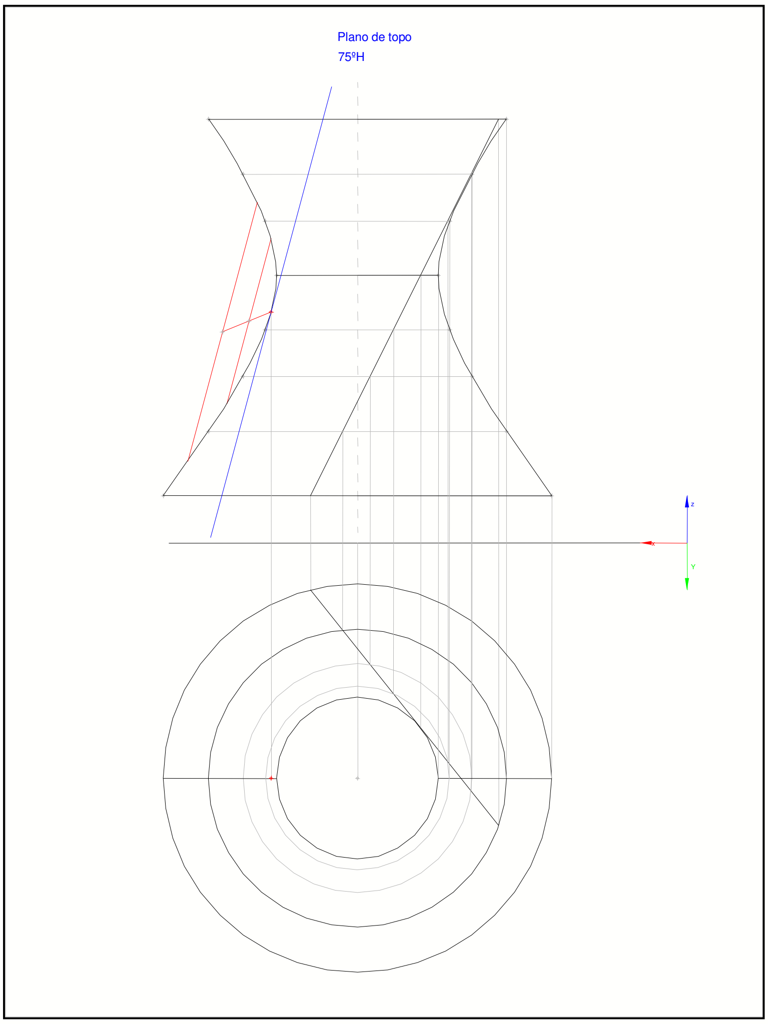

Figura 15: Determinação do ponto de tangência na hipérbole

Depois de determinar o ponto de tangência, segue-se a representação da linha de interseção, levando os pontos por pertinência para os paralelos correspondentes na projeção horizontal. A Figura 16 apresenta o resultado final da representação da interseção do plano de topo com o hiperboloide.

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

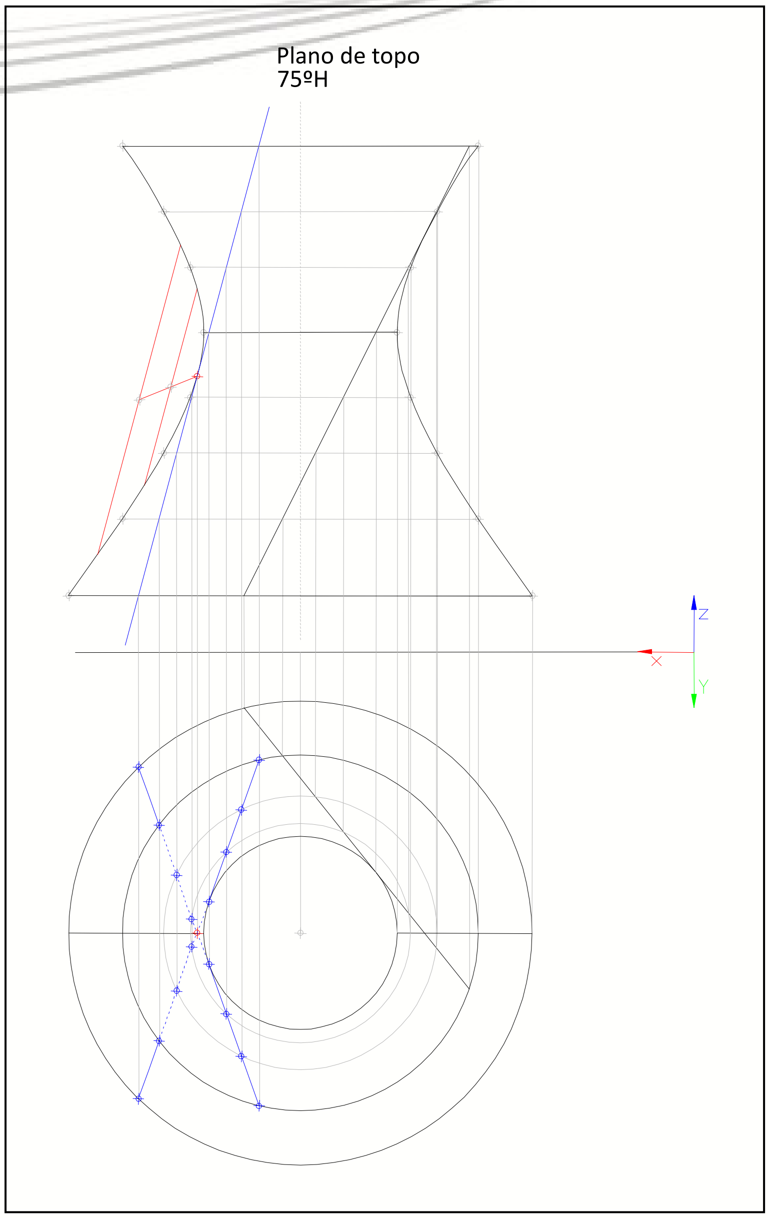

Figura 16: Representação da interseção do plano de topo com o hiperboloide (superfície de revolução).

6. Conclusão

O presente artigo, inicialmente, mostra os métodos usuais para a resolução do problema de tangência em curvas cônicas a partir de uma direção dada. Aborda, também, a complexidade do processo de resolução gráfica, dada a necessidade de informações acerca dos elementos geométricos que definem a curva, e da quantidade de linhas (traçado) necessária no processo de obtenção da solução, no uso destes métodos em problemas de Geometria Descritiva. Como alternativa, apresenta-se um método baseado nas propriedades dos diâmetros conjugados e das cordas paralelas para ser aplicado em problemas de tangência em curvas cônicas nas resoluções gráficas

ISSN 2179-7374
Ano 2012 – V16 – N°. 02

utilizadas em Geometria Descritiva, além de apresentar a fundamentação da proposta a partir da definição matemática do problema de tangência, através do Teorema do Valor Médio. A proposta de aplicação das cordas paralelas para solucionar o problema de tangência em curvas cônicas (elipse, hipérbole, e parábola) em Geometria Descritiva, relaciona diretamente os conceitos do Desenho Geométrico aos dessa disciplina, contribuindo com processos gráficos precisos, mais simples e diretos, para se alcançar a solução.

As aplicações apresentadas como exemplos de problemas de tangência presentes em Geometria Descritiva demonstram a praticidade do método das cordas paralelas no processo de sua resolução, sem a necessidade da obtenção dos eixos, focos e outros parâmetros das curvas cônicas, o que tornaria mais complexo todo o processo gráfico. Considerando a importância que o conhecimento de Geometria Descritiva apresenta na formação de profissionais de diversos cursos de graduação que desenvolvem atividades de projeto, esta abordagem traz significativas contribuições, de maneira que são ampliadas as possibilidades de propor aos alunos exercícios que utilizam as curvas cônicas como elementos generativos das formas geométricas. Pois, a proposta de aplicação das cordas paralelas ao problema de tangência em curvas cônicas, torna o processo de resolução gráfica mais simples, exigindo menos informações sobre os parâmetros geométricos, além de proporcionar a generalidade da solução.

Referências

ANTON, H.; BIVENS, I.; Davis, S. **Cálculo**. tradução Claus Ivo Doering. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.

Borges, G. C. M. **Desenho Geométrico e Geometria Descritiva – Problemas e exercícios**. Ed Sagra Luzzatto, 1999.

Carvalho, B. **Desenho Geométrico**. Ed. Livro técnico, RJ, 1982.

Januário, A. J. **Desenho Geométrico**. Ed. UFSC, Florianópolis, 2000.

Putnoki, J. C. **Elementos de Geometria e Desenho Geométrico**. V2, Ed. Scipione, 1989.