

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

BRUNO RESENDE

**REALIDADE AUMENTADA E INTERFACES NATURAIS NA FORMAÇÃO DO
PROFESSOR DE MATEMÁTICA**

PORTO ALEGRE

2016

BRUNO RESENDE

**REALIDADE AUMENTADA E INTERFACES NATURAIS NA FORMAÇÃO DO
PROFESSOR DE MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Maurício Rosa

PORTO ALEGRE

2016

BRUNO RESENDE

**REALIDADE AUMENTADA E INTERFACES NATURAIS NA FORMAÇÃO DO
PROFESSOR DE MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Departamento de
Matemática Pura e Aplicada do Instituto
de Matemática e Estatística da
Universidade Federal do Rio Grande do
Sul como requisito parcial para obtenção
do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Maurício Rosa

Aprovado em _____ de _____ de _____.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso
Instituto de Matemática e Estatística – UFRGS

Prof. Dr. Alvino Alves Sant’Ana
Instituto de Matemática e Estatística – UFRGS

Prof. Dr. Maurício Rosa
Faculdade de Educação - UFRGS

PORTO ALEGRE

2016

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por permitir que tudo isso acontecesse me dando saúde, força, coragem e entendimento para superar todas as dificuldades encontradas.

Aos meus pais, Vilmar e Liete, presentes em todos os momentos da minha criação, pelo amor, incentivo, apoio incondicional e serem exemplos de vida.

Ao meu irmão Daniel, pela companhia e longas conversas nas madrugadas durante minha dedicação nos estudos.

A minha namorada Vanessa, que nos momentos de minha ausência dedicados ao ensino superior, sempre entendeu a minha dedicação e demonstrou gestos de afeto e carinho.

Aos meus padrinhos, Maria Helena e Darci, pelos seus conselhos que me ajudaram a amadurecer e formar meu caráter.

Ao meu primo Paulo, por dedicar seu tempo em momentos que eu mais precisava de ajuda e inspiração.

Ao Prof. Dr. Maurício pela oportunidade de ser meu orientador nessa pesquisa, pela paciência, apoio e confiança.

Obrigado meus colegas, Eva e Felipe, por estarem sempre juntos em todas as situações difíceis diante o trabalho de conclusão e pelos momentos mais divertidos que passei na universidade.

Agradeço a todos os professores que algum dia estiveram presentes na minha vida me proporcionando todas as formas de conhecimento e pela inspiração pela escolha de minha formação profissional. Agradeço não somente por terem me ensinado, mas por terem me feito aprender.

Meus agradecimentos aos amigos e colegas de trabalho que sempre se fizeram presentes, com muito bom humor, no meu caminho em busca da minha formação.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Logotipo do Blender.....	42
Figura 2 - Interface principal do software Blender.....	43
Figura 3 - Link para download do Blender.....	44
Figura 4 - Links para download do software Blender em várias plataformas.	44
Figura 5 - Janela de visualização inicial do programa.....	45
Figura 6 - Exemplo de editores.	46
Figura 7 - Exemplo de cabeçalhos.	46
Figura 8 - Exemplo de botões de contexto.	46
Figura 9 - Exemplo de painéis.....	47
Figura 10 - Exemplo de controles.....	47
Figura 11 - Eixos de movimentação.	48
Figura 12 - Exemplo de rotação.	49
Figura 13 - Exemplo de modificação de escala de um objeto.	49
Figura 14 - Exemplo de objetos livremente manipuláveis no Blender.	50
Figura 15 - Preferências do usuário.	51
Figura 16 - Clicando na opção Mesh na janela de Add-nos.....	51
Figura 17 - Selecionando a opção Extra Objects.	52
Figura 18 - Acessando o recurso Math Function.....	52
Figura 19 - Recurso Math Function.	53
Figura 20 - Controles do recurso Math Function.	53
Figura 21 - Exemplo de um marcador (marker).....	54
Figura 22 - Modelos prontos no aplicativo AndAR.	55
Figura 23 - Exemplo do objeto 3D sendo projetado no marcador.	56
Figura 24 - Interface do Unity 3D.	57
Figura 25 - Interface do Geogebra online.....	59
Figura 26 - Geogebra 3D online.	60
Figura 27 - Marcador <i>Atividade 1.1</i>	66
Figura 28 – Caminho do recurso <i>Math Function</i>	67
Figura 29 - Menu <i>Z Equation</i>	67
Figura 30 - Opção <i>Edit Mode</i>	68
Figura 31 - Escolhendo "visão" da câmera.....	68
Figura 32 - Visão " <i>Top</i> ".	69
Figura 33 - Utilizando o recurso <i>Spin</i>	69

Figura 34 - Marcador para comparação da <i>Atividade 1.1</i>	70
Figura 35 - Marcador <i>Atividade 1.2</i>	71
Figura 36 - Marcador para a comparação da <i>Atividade 1.2</i>	72
Figura 37 - Fenômeno físico da onda.....	72
Figura 38 - Marcador da <i>Atividade 1.3</i>	73
Figura 39 - Marcador para comparação da <i>Atividade 1.3</i>	73
Figura 40 - Marcador 1 da <i>Atividade 1.4</i>	74
Figura 41 - Marcador 2 da <i>Atividade 1.4</i>	75
Figura 42 - Habilitar o <i>smartphone</i> para fontes desconhecidas.	77
Figura 43 - Instalação dos arquivos.	77
Figura 44 - Acessando os aplicativos.....	78
Figura 45 - Imagem gráfico item a da <i>Atividade 2.2</i>	79
Figura 46 - Imagem gráfico item b da <i>Atividade 2.2</i>	80
Figura 47 - Marcador da <i>Atividade 2.4</i>	81
Figura 48 - Marcador da <i>Atividade 2.4.1</i>	82
Figura 49 - Inspiração para a primeira versão da <i>Atividade 1</i>	83
Figura 50 - Primeira versão da <i>Atividade 1</i>	84
Figura 51 - Reflexão sobre uma atividade que não fosse uso pelo uso.	85
Figura 52 - Recurso <i>Spin</i> com uma função de duas variáveis.	86
Figura 53 - Segunda versão da <i>Atividade 1</i>	88
Figura 54 - Procedimentos da segunda versão da <i>Atividade 1</i>	89
Figura 55 - Sólido de revolução visualizado no aplicativo AndAR.....	89
Figura 56 - Gravação do desenvolvimento do processo de design da segunda versão da <i>Atividade 1</i>	90
Figura 57 - Recurso <i>Spin</i> utilizado para revolucionar o eixo <i>y</i>	91
Figura 58 - Comparação entre as superfícies de revolução do AndAR.....	92
Figura 59 - Questionamento sobre a <i>Atividade 1.3</i>	93
Figura 60 - Comparação da imagem da onda com a função $z=\sin(x)$ em uma das alternativas da atividade.....	94
Figura 61 - Comparação da imagem da onda com a nova função importada para o AndAR.....	95
Figura 62 - Integrante B do grupo de pesquisa tentando resolver a <i>Atividade 1.2</i>	97
Figura 63 - Comparação entre objetos com o AndAR.....	98
Figura 64 - Resultado do integrante B.....	99

Figura 65 - Uma das primeiras versões da <i>Atividade 2</i>	100
Figura 66 - Conversa entre o integrante A e o licenciando/pesquisador.	101
Figura 67 - Comentário do integrante A sobre a <i>Atividade 2.2</i>	102
Figura 68 - Comentário do integrante A sobre o item <i>b</i> da <i>Atividade 2.2</i>	102
Figura 69 - Comentário do licenciando/pesquisador sobre as imagens dos gráficos.	103
Figura 70 - Comentário do integrante A sobre a visualização dos gráficos 3D no papel.	103
Figura 71 - Conversa sobre a <i>Atividade 2.2</i>	104
Figura 72 - Diferença entre o papel e o aplicativo.	105
Figura 73 - Caderno de anotação do integrante B.	106
Figura 74 - Comentário do integrante A sobre a realização da <i>Atividade 2.4</i>	107
Figura 75 - Integrante A interagindo com o aplicativo de RA com sua mão.....	107
Figura 76 - Uma das primeiras versões da <i>Atividade 2.2</i>	108
Figura 77 - Diálogo entre o integrante A e o licenciando/pesquisador sobre a <i>Atividade 2.2</i>	109
Figura 78 - Integrante A comenta sobre as diferentes escalas nos eixos <i>x</i> , <i>y</i> e <i>z</i> ..	110
Figura 79 - Comentário integrante A sobre a diferença entre Google 3D e outro programa.....	110
Figura 80 - Reflexão do autor de pesquisa sobre trabalhar com curvas de nível no Blender e AndAR.....	112
Figura 81 - Imagem de planos cortando uma superfície no Blender e visualização no AndAR.....	112
Figura 82 - Reflexão sobre a ideia de criar um aplicativo de Realidade Aumentada.	114
Figura 83 - Plano de desenvolvimento da <i>Atividade 2</i>	115
Figura 84 - Código da criação da malha no Unity.	116
Figura 85 - Compilação da malha no software Unity.....	116
Figura 86 - Código para retornar a imagem do gráfico ou <i>y</i> do vetor (<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>) da malha.	117
Figura 87 - Cálculo que gera o novo vetor dando origem a uma função de duas variáveis.	117
Figura 88 - Malha compilada no software Unity.	118
Figura 89 - Aplicativo de Realidade Aumentada.	118

Figura 90 - Código responsável pelo cálculo da superfície de uma função de duas variáveis..... 119

RESUMO

A presente pesquisa tem o objetivo de investigar as possibilidades das Tecnologias Digitais dos dispositivos móveis (*smartphones* e *tablets*) de participar do processo da produção do conhecimento matemático por meio da Realidade Aumentada. Dessa forma, objetivamos investigar o desenvolvimento de *design* de atividades utilizando softwares de modelagem gráfica e aplicativos de Realidade Aumentada com funções de duas variáveis reais. Bem como, buscar por conhecimentos de softwares de modelagem gráfica e aplicativos de Realidade Aumentada, desenvolver *design* de atividades por meio de softwares e aplicativos escolhidos na pesquisa na produção de conhecimentos específicos (matemáticos), pedagógicos e tecnológicos, procurar responder à pergunta diretriz da pesquisa com base nas experimentações e realizações feitas no desenvolvimento das respectivas atividades e realizar uma descrição e análise dos resultados obtidos de forma a interpretar o modo como o *design* das atividades propostas contribuiu para a produção do conhecimento matemático no ambiente Realidade Aumentada. As investigações do presente trabalho se basearam em referenciais teóricos sobre Realidade Aumentada, cognição corporificada, experiência estética, ser-com-TD e Design Instrucional no aspecto de produção do conhecimento matemático. Para esse fim, foi utilizado o método de pesquisa qualitativa para a produção de dados, ou seja, a pesquisa foi realizada com um grupo de pesquisa e o próprio autor como sujeito de pesquisa com encontros semanais presenciais e virtuais. Na produção das informações de investigação foram utilizados instrumentos como caderno de anotações, Microsoft Word, Software de gravação de vídeo e áudio e o aplicativo *WhatsApp*. A descrição e análise dos dados foram segregadas em três categorias denominadas facetas: lado a lado, qualitativamente diferente de outras tecnologias em termo de visualização/percepção e dimensão tecnológica potencializando a produção do conhecimento matemático. Enfim, por meio de toda a pesquisa, evidenciamos que a dimensão tecnológica se configurou como atuante e participante no processo de *design* de atividades com Realidade Aumentada desde o princípio da pesquisa até o final da conclusão do processo. Logo, a dimensão tecnológica propiciou uma importância fundamental na criação de materiais (*design* de atividades) como meios de produção do conhecimento matemático.

Palavras-chave: Tecnologias digitais. Realidade Aumentada. Funções de Duas Variáveis. Dispositivos Móveis (*smartphone* e *tablets*). Produção do Conhecimento Matemático.

ABSTRACT

This research aims to investigate the possibilities of Digital Technologies of mobile devices (smartphones and tablets) to participate in the process of production of mathematical knowledge through Augmented Reality. Thus, we aimed to investigate the development of activities of design using graphical modeling software and applications Augmented Reality with functions of two variables. As well as search for knowledge of graphical modeling software and Augmented Reality applications, developing activities of design through software and applications chosen research in the production of specific knowledge (mathematical), pedagogical and technological, try to answer the question guideline research based on trials and achievements made in the development of their activities and carry out a description and analysis of the results in order to interpret how the design of the proposed activities contributed to the production of mathematical knowledge in Augmented Reality environment. The investigations of this work were based on theoretical frameworks on Augmented Reality, embodied cognition, aesthetic experience, be-with-DT and Instructional Design in the mathematical knowledge production aspect. To this end, the qualitative research method for the production of data was used, ie, the survey was conducted with a group of research and the author himself as a research subject in person and virtual weekly meetings. In the production of research data were used instruments such as notebook, Microsoft Word, video recording software and audio and the Skype program. The description and analysis of the data were divided into three categories called facets: side by side, qualitatively different from other technologies in visualization /perception term and technological dimension enhancing the production of mathematical knowledge. Finally, through all the research, we noted that the technological dimension is configured as an active participant in the activities and design process with Augmented Reality from the beginning of the survey until the end of completion. Thus, the technological dimension provided a fundamental importance in the creation of materials (design activity) as the mathematical knowledge means of production.

Keywords: Digital Technologies. Augmented Reality. functions of Two Variables. Mobile Devices (*smartphones* and *tablets*). Production of Mathematical Knowledge.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
1.1. Tema	8
1.2. Justificativa e formulação do problema	9
1.3. Objetivos	11
1.3.1. Objetivo geral	11
1.3.2. Objetivos específicos.....	11
1.4. Como está organizado esse trabalho?	12
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	13
2.1. Realidade virtual e aumentada	13
2.1.1. Realidade virtual.....	14
2.1.2. Realidade aumentada	17
2.2. Cognição Corporificada	25
2.3. Experiência estética	27
2.4 Ser-pensar-saber-fazer-com-TD	30
2.5. Design Instrucional.....	34
2.6. Concepção matemática.....	35
3. METODOLOGIA.....	37
3.1. Pesquisa qualitativa	38
3.2. Participantes da pesquisa	39
3.3. Instrumentos de coleta de dados	39
3.4. Procedimentos metodológicos	40
3.5. Pesquisando as tecnologias digitais (apresentação dos recursos)	41
3.5.1. Blender.....	42
3.5.2. Aplicativo AndAR – Android Augmented Reality	54
3.5.3. Unity 3D.....	57
3.5.4. Geogebra 3D.....	58

4. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	61
4.1. Processo percorrido	61
4.2. Formas de apresentação dos dados produzidos.....	63
4.2.1. Produção do <i>design</i> de atividades	64
4.2.1.1. Atividade 1 Realidade Aumentada e Blender	64
4.2.1.2. Atividade 2 Realidade Aumentada e funções de duas variáveis	75
4.3. Lado a lado.....	82
4.4. Qualitativamente diferente de quando se usa outras tecnologias em termos de percepção/visualização.	96
4.5. Dimensão tecnológica potencializando a produção do conhecimento matemático	111
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	121
REFERÊNCIAS.....	126
APÊNDICE	132

1. INTRODUÇÃO

Nesse trabalho de pesquisa apresentamos uma exploração da tecnologia na Educação Matemática sob o viés da Realidade Aumentada (RA). “A tecnologia tem vindo continuamente a alterar de forma profunda de como as pessoas aprendem e vivem” (CRUZ-CUNHA et al., 2010). Partindo desta afirmação, buscamos investigar as tecnologias dos dispositivos móveis (*smartphones* e *tablets*) e suas possibilidades de ser-com, pensar-com e saber-fazer-com-Tecnologias-Digitais (ROSA, 2008) em relação à produção do conhecimento matemático no contexto da RA.

Evidenciamos o desenvolvimento de *design* de atividades com Tecnologias Digitais (TD) como possibilidade para o ensino e para a aprendizagem na formação específica, pedagógica e tecnológica (ROSA, 2010) do professor/aluno com destaque para funções de duas variáveis reais em um âmbito de softwares de modelagem e aplicativos de RA. Portanto, procuramos trabalhar com a dimensão tecnológica por meio de Interfaces Naturais de Usuário¹ (NUI) em um campo ainda não potencialmente investigado na Educação Matemática, relativo à formação do professor atuando com tecnologia. A seguir, os tópicos do contexto da pesquisa se encontram segregados de forma a concentrar as relações de dependência entre as situações que estão conectadas a esse documento.

1.1. Tema

A proposição desenvolvida nesse documento é o uso de tecnologias baseadas em gestos, sons e toque no ensino e a na aprendizagem do conhecimento matemático envolvendo atividades fundamentadas em funções de duas variáveis reais. Durante muito tempo tivemos

[...] uma imagem de interação com computador através de mouse e teclado. Recentemente houve um grande crescimento do uso de dispositivos sensíveis ao toque, particularmente celulares e *tablets*. Houve sempre o desejo, no entanto, de interagirmos através de gestos e movimentos naturais do nosso corpo (GNECCO et. al., 2012, p. 2 – grifo do autor).

Nessa perspectiva, a pesquisa em questão tem como pano de fundo a indagação, a exploração e o *design* de atividades com Tecnologias Digitais, softwares de modelagem gráfica e aplicativos de Realidade Aumentada, por meio de

¹ Interface que permite o indivíduo agir e sentir, de modo natural, interações já conhecidas pelos mesmos como gestos, som, voz e o próprio corpo (GNECCO et. al., 2012).

experiências estéticas ligadas à sensibilidade e beleza da matemática, experiências corpóreas e pensando-com-tecnologias de modo a participar da produção do conhecimento matemático por meio de dispositivos móveis (*smartphones* ou *tablets*). Dessa forma, construir atividades que usufruam de interface natural de usuário na realidade mundana estabelecendo um cenário educacional, tecnológico e matemático.

1.2. Justificativa e formulação do problema

Com o avanço da tecnologia, a Educação Matemática vem se transformando e pesquisas sobre essa transformação cada vez mais estão acontecendo no âmbito educacional (ROSA, 2008). Os softwares utilizados em sala de aula, por exemplo, interagem com o usuário através de uma tela com uma realidade bi e tridimensional. O computador trouxe, então, sofisticação na interatividade entre o ser humano e a máquina exigindo que as pessoas se ajustassem às interfaces e à tecnologia (KIRNER; SISCOOTTO, 2007).

O autor desse trabalho sempre esteve próximo da tecnologia na sua trajetória profissional e acadêmica. Isso se tornou uma justificativa que originou a presente pesquisa. Além do mais, somam-se a isso, o *feedback* das experiências nos trabalhos realizados durante a realização dos três estágios de aprendizagem em Educação Matemática (disciplinas do curso de graduação em Licenciatura em Matemática) em ambientes tecnológicos das escolas e atividades sobre a forma canônica da função do segundo grau com dispositivos móveis como *smartphones*. Nesse sentido, surgiram questionamentos sobre como as TD, no caso, dispositivos móveis (*smartphones* e *tablets*) podem participar de forma efetiva no processo de produção do conhecimento matemático.

Tomando como ponto de partida o que Nunes (2011, p.11) comenta sobre a criação de atividades na calculadora HP50g,

A investigação sobre a construção de atividades pensadas por meio da calculadora HP 50g torna-se uma prática diferenciada em relação a muitas práticas realizadas na formação de professores, pois concebe a tecnologia não como ferramenta de suporte, mas como meio de realização do processo de produção de conhecimento (ROSA, 2011). Além disso, possibilita a criação de mais um recurso a ser utilizado na formação de profissionais de educação, visando a reconhecer as contribuições que as TI podem oferecer para as práticas docentes.

O foco do assunto escolhido para a pesquisa buscava, inicialmente, descobrir de que maneira se dá a formação tecnológica com professores de matemática por meio de interfaces naturais. Assim, o objetivo era investigar quais transformações essas interfaces podem trazer à Educação Matemática, em termos de produção do conhecimento matemático. Devido a isso, foi levantado no primeiro momento o questionamento:

Como se mostra a dimensão tecnológica da formação com professores de matemática quando se utiliza interfaces naturais como partícipes do processo de produção do conhecimento matemático (de funções de duas variáveis reais) com Realidade Aumentada?

Entretanto, o rumo da pesquisa teve algumas divergências quanto aos objetivos específicos de trabalho com as atividades desenvolvidas pelo autor desse trabalho, pois, seria criado um curso de extensão para professores de matemática com o propósito de explorar atividades por meio de softwares de modelagem com a utilização de aplicativos de Realidade Aumentada. Devido ao processo burocrático, da universidade, o curso de extensão não foi aprovado a tempo para ser realizado com professores de matemática em formação continuada. Portanto, devido essa adversidade não foi possível fazer com que o curso fosse realizado dentro de condições ideais. Dessa forma, mudando o foco da pesquisa para o campo de Design Instrucional de atividades.

Dentro das concepções do *design* de atividades, Tecnologias Digitais, Realidade Aumentada e conhecimento matemático, procuramos criar atividades didáticas que fossem utilizadas com softwares de modelagem e aplicativos de Realidade Aumentada com funções de duas variáveis reais. Essas atividades objetivaram a aplicação das mesmas com alunos do Curso de Licenciatura em Matemática. Nesse contexto, a questão diretriz de pesquisa obteve outro enfoque:

Como se mostra a dimensão tecnológica no Design Instrucional de atividades matemáticas quando se utiliza interfaces naturais como partícipes do processo de produção do conhecimento (de funções de duas variáveis reais) no âmbito da Realidade Aumentada?

A partir desse momento, as pesquisas e investigações do autor desse trabalho foram direcionadas para as plataformas tecnológicas que abrangessem interfaces naturais de modo a examinar, explorar e instigar a produção de conhecimento matemático por de trás dos softwares de modelagem e aplicativos de

Realidade Aumentada e que pudessem contribuir para a construção da criação de *design* de atividades.

1.3. Objetivos

Explicitamos a seguir os principais objetivos contidos nessa pesquisa que tiveram o intuito de perseguir os questionamentos levantados e ensaiar contestações de forma a levar as possíveis indicações de resultados para esse estudo.

1.3.1. Objetivo geral

Essa pesquisa tem o objetivo de investigar as possibilidades das Tecnologias Digitais dos dispositivos móveis (*smartphones* e *tablets*) de participar do processo da produção do conhecimento matemático (funções de duas variáveis reais) por meio de interfaces naturais no contexto da Realidade Aumentada.

1.3.2. Objetivos específicos

Traçando o objetivo geral apresentado, buscamos as possíveis transformações que essas interfaces podem trazer à Educação Matemática. Visando atender, então, os nossos objetivos específicos, abaixo apresentamos os detalhes e/ou desdobramentos do objetivo geral:

Investigar softwares de modelagem gráfica, e aplicativos de Realidade Aumentada.

Desenvolver o *design* de atividades por meio de softwares e aplicativos escolhidos na pesquisa para a produção de conhecimentos específicos (matemáticos), pedagógicos e tecnológicos.

Explicar os conceitos dos principais recursos dos softwares e aplicativos que serão utilizados no decorrer do trabalho.

Realizar uma descrição e análise dos resultados obtidos de forma a interpretar o modo como a dimensão tecnológica contribuiu para a produção do conhecimento matemático no ambiente de Realidade Aumentada. Dessa maneira, responder à pergunta diretriz da pesquisa.

1.4. Como está organizado esse trabalho?

No capítulo 1, o trabalho apresenta a introdução da pesquisa que nos traz uma breve contextualização da investigação que busca investigar as possibilidades das Tecnologias Digitais dos dispositivos móveis (*smartphones* e *tablets*) de participar do processo da produção do conhecimento matemático (funções de duas variáveis reais) por meio de interfaces naturais no contexto da Realidade Aumentada. Assim, apresentamos o tema, a justificativa do problema, a pergunta diretriz da investigação, os objetivos (geral e específicos) e a organização da apresentação do TCC.

No capítulo 2, encontramos a fundamentação teórica que fez parte das sustentações da pesquisa. Comentamos sobre os referenciais que foram de muita importância como Realidade Aumentada e Virtual, cognição corporificada, experiência estética, ser-com, pensar-com, saber-fazer-com-TD, Design Instrucional e a concepção matemática (funções de duas variáveis).

No capítulo 3, trazemos a metodologia de pesquisa e sua justificativa, assim como, os procedimentos de trabalho na pesquisa que descrevem a investigação das tecnologias, dos softwares de modelagem e dos aplicativos de Realidade Aumentada no intuito de responder à pergunta que norteia esse trabalho.

No capítulo 4, as descrições e análise dos resultados retratam a produção de dados durante a pesquisa, a qual foi dividida em três categorias: **lado a lado, qualitativamente diferente de outras tecnológicas em termos de percepção/visualização e dimensão tecnológica potencializando a produção do conhecimento matemático**. Essas categorias procuraram responder o questionamento norteador do trabalho colocando em evidência os elementos mais importantes no processo de investigação.

No capítulo 5, apresentamos as considerações finais e possibilidades que a dimensão tecnológica pode proporcionar para a produção do conhecimento matemático, para a formação do professor de matemática e para pesquisas futuras em relação ao tema de *design* de atividades com Tecnologias Digitais no âmbito da Realidade Aumentada.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesse capítulo, apresentamos os referenciais teóricos do trabalho de conclusão baseados em Realidade Aumentada e Educação Matemática. Além dos autores sobre conceitos tecnológicos de computação gráfica de interação em tempo real e matemática, sustentamos nessa pesquisa colaborações importantes de cognição corporificada, experiência estética, do constructo teórico sobre “ser-com”, “pensar-com”, “saber-fazer-com-TD” e da concepção matemática (funções de duas variáveis reais), em relação à produção do conhecimento matemático em um ambiente com tecnologia.

2.1. Realidade virtual e aumentada

Realidade Virtual (RV) e a Realidade Aumentada (RA) são conceitos presentes no avanço da tecnologia. Com eles, podemos usufruir da interação com computadores, aplicativos, dispositivos móveis e aumentar o poderio de seus recursos com usuários. Segundo Kirner e Siscoutto (2007, p.19)

Realidade virtual e aumentada são áreas recentes do conhecimento que vem dando, aos usuários, melhores condições de interação com aplicações computacionais, propiciando a eles interações naturais e potencialização de suas capacidades. Para isso, muitos recursos são utilizados, envolvendo hardware, software, periféricos, redes, tecnologias especiais, técnicas de projeto e avaliação e o desenvolvimento de aplicações.

Com o aumento da tecnologia e recursos computacionais em diversos campos de conhecimento, explorar a Realidade Aumentada com a Educação Matemática criando atividades para formar professores, instruir estudantes e criar diferentes possibilidades de utilização para essa tecnologia é uma forma de expandir o poderio dessa área da tecnologia. Burdea (1994 apud KIRNER; SISCOOTTO, 2007) e Azuma (1997 apud KIRNER; SISCOOTTO, 2007) comentam que as realidades virtual e aumentada são interfaces computacionais muito abrangentes, mas que não foram totalmente significativas na sociedade.

As tecnologias de Realidade Virtual e Realidade Aumentada são de épocas e características distintas. Kirner e Kirner (2011) dizem que as Realidades Virtual e Aumentada surgiram na década de 60 nos Estados Unidos, mas, que o primeiro projeto em Realidade Aumentada teve origem em 1980, desenvolvido pela Força Aérea Americana. Cada uma necessita e interage de uma maneira diferente com o

usuário dessas tecnologias. Enquanto a primeira é capaz de criar um ambiente totalmente virtual dependente de equipamentos de visualização, a última não abdica da realidade mundana e cria um ambiente que mescla a computação gráfica em tempo real sendo mais universal e sem restrições com dispositivos (KIRNER; SISCOOTTO, 2007).

2.1.1. Realidade virtual

Segundo Kirner e Siscoutto (2007), a Realidade Virtual (RV) é uma espécie de interface avançada através da qual o usuário consegue ter uma aproximação das funções executadas por um computador, proporcionando a visão, manipulação e o contato com uma atmosfera tridimensional feita por computação gráfica. Esses ambientes tridimensionais oriundos de aplicações da Realidade Virtual são utilizados para engrandecer a experiência com o usuário. Desse modo, projetando as possibilidades de criação de vários cenários de campos e aplicações diferentes, gerando para o usuário uma ampla participação e efetividade (KIRNER; SISCOOTTO, 2007). Em particular, refletindo sobre a contribuição da Realidade Virtual para o ensino e para a aprendizagem de um indivíduo, os Sistemas de Realidade Virtual (SRV) “[...] disponibilizam aos educadores, a oportunidade de possibilitar aos alunos o aprendizado por experimentação, pois o aluno poderá movimentar-se, ouvir, ver e manipular objetos, como se estivesse no mundo real” (MARÇAL; ANDRADE; RIOS, 2005, p. 4).

A Realidade Virtual surgiu depois da Segunda Guerra Mundial, basicamente, para o desenvolvimento da indústria de simuladores de vôo, utilizados pelos pilotos da força aérea dos Estados Unidos. Não obstante, na área do entretenimento também usufruiu da Realidade Virtual para inventar uma máquina de realidade 3D com filmes, efeitos sonoros, vibrações, fragrâncias e movimento (NETTO; MACHADO; OLIVEIRA, 2002).

Desde os anos de 1958 a Realidade Virtual vem surgindo e estando presente diante à sociedade com pesquisas científicas na área utilizando câmeras, capacetes, monitores transportando ao usuário a sensação do ambiente virtual (NETTO; MACHADO; OLIVEIRA, 2002). Mas, nos anos 60 é que a computação gráfica foi exposta à sociedade e comunidade científica por Ivan Sutherland com o desenvolvimento do *SketchPad* (KIRNER; SISCOOTTO, 2007) que desenhava

objetos em uma tela de um computador por meio de uma caneta óptica, tornando-se o percursor das tecnologias com vídeos, capacetes e gráficos computacionais (NETTO; MACHADO; OLIVEIRA, 2002).

A partir da década de 90, quando a computação gráfica possuía mais recursos e interatividade em tempo real (KIRNER; SISCOOTTO, 2007) a Realidade Virtual teve sua relevância com equipamentos que criavam ambientes virtuais. Porém, para ter contato com ambientes virtuais era preciso ter acesso aos recursos e equipamentos especiais que a tecnologia propiciava. A Realidade Virtual obteve um avanço e evolução no campo da computação gráfica (CG):

A partir daí o uso da CG se alastrou. Primeiramente surgiram as aplicações de Computer Aided Design (CAD), seguidas por sistemas de realidade virtual (RV) e, mais recentemente, pelos jogos de computador. Na área de educação a CG rapidamente encontrou aplicações na forma de modelos gráficos gerados por computador, físicos ou abstratos, voltados ao ensino de engenharia, arquitetura, medicina e economia, entre outras áreas. (FELICIANO et al., 2012, p. 2).

Além disso, o conceito da RV, segundo Netto, Machado e Oliveira (2002) é muito vasto e pode ser definido conforme as experiências dos desenvolvedores de software, acadêmicos e pesquisadores. Já para Kirner e Siscoutto (2007)

A Realidade Virtual (RV) é uma “interface avançada do usuário” para acessar aplicações executadas no computador, propiciando a visualização, movimentação e interação do usuário, em tempo real, em ambientes tridimensionais gerados por computador. O sentido da visão costuma ser preponderante em aplicações de realidade virtual, mas os outros sentidos, como tato, audição, etc. também podem ser usados para enriquecer a experiência do usuário (KIRNER, SISCOOTTO, 2007, p. 7).

A RV permite uma interação do usuário com o computador de uma forma que o mesmo seja transportado a um ambiente virtual e tenha uma experiência em conjunto aos objetos virtuais. O usuário tem que ter a impressão de estar atuando em um ambiente totalmente virtual, manipulando, criando, movimentando objetos em tempo real.

Explicar como a Realidade Virtual funciona é ter como ponto de partida o sentido da visão, utilizada para engrandecer a experiência do usuário (KIRNER; SISCOOTTO, 2007). A RV, então, cria ambientes virtuais por meio da computação gráfica que podem ser chamados de Mundo Virtual² (NETTO; MACHADO; OLIVEIRA, 2002). Esse Mundo Virtual interage com os usuários tridimensionalmente, sendo visualizado, explorado e manipulado com movimentos

² Mundo virtual é utilizado para exprimir o mundo digital desenvolvido por computação gráfica (NETTO; MACHADO; OLIVEIRA, 2002).

naturais do corpo, transmitindo a um indivíduo uma sensação de um novo mundo físico como mostra a figura 1.

Figura 1 – Exemplo de Realidade Virtual



Fonte: Martins e Guimarães (2012, p. 4).

Assim,

A interface em RV envolve um controle tridimensional altamente interativo de processos computacionais. O usuário entra no espaço virtual das aplicações e visualiza, manipula e explora os dados da aplicação em tempo real, usando seus sentidos, particularmente os movimentos naturais tridimensionais do corpo. A grande vantagem é que o conhecimento intuitivo do usuário sobre o mundo físico pode ser transportado para o mundo virtual. Para suportar esse tipo de interação o usuário utiliza dispositivos não convencionais, como capacetes de visualização e controle, e luvas de dados, chamadas datagloves. O uso desses dispositivos dá ao usuário a impressão de que a aplicação está funcionando no ambiente tridimensional real, permitindo a exploração do ambiente e a manipulação natural dos objetos com o uso das mãos [Kirner, 1996] (NETTO; MACHADO; OLIVEIRA, 2002, p.5).

Em contrapartida, os recursos que a RV proporciona são materiais especiais e que exigem certo treinamento e podendo ocasionar um sentimento de dúvida e incomodidade por parte do usuário, não popularizando esta interface (KIRNER; SISCOOTTO, 2007). Com isso, permaneceu por muitos anos sendo praticável somente pelas grandes instituições, pesquisadores, empresas e indústrias. Porém, a tecnologia (na computação gráfica), avançou em uma escala que as aplicações, softwares e hardware estão com custos mais baixos (MACHADO, 1995 apud NETTO; MACHADO; OLIVEIRA, 2002). Conseqüentemente, os recursos da computação gráfica ficaram mais acessíveis e próximos aos usuários. Isto é,

utilizando um computador pessoal e uma câmera, é possível explorar a Realidade Virtual de ambientes tridimensionais. Segundo Netto, Machado e Oliveira (2002),

[...] o avanço das pesquisas na área vem melhorando a qualidade dos dispositivos de hardware, como capacetes de visualização, luvas e óculos mais leves e com mais recursos, o que contribui para despertar maior interesse dos vários segmentos industriais e aumentar a base de usuários e de aplicações no mundo todo. Da mesma forma, existe uma grande quantidade de software disponível, com diferentes ferramentas de programação e voltados para diferentes plataformas. Hoje é possível, com um computador pessoal, construir e explorar ambientes de RV” (NETTO; MACHADO; OLIVEIRA, 2002, p. 4).

Portanto, a Realidade Virtual, ultrapassou a barreira do espaço 2D e criou recursos tridimensionais (3D) que permitem ao usuário interações em três dimensões em um espaço parecido ao do espaço mundano (KIRNER; KIRNER, 2011). Nesse contexto, também surgiu uma transformação e evolução da Realidade Virtual chamada de Realidade Aumentada. Na próxima seção apresentamos a definição, história e os recursos da Realidade Aumentada.

2.1.2. Realidade aumentada

Nas palavras de Azuma (1997), o autor define a Realidade Aumentada (RA) como uma variação de um Ambiente Virtual (Virtual Environment) que projeta objetos sobrepostos em cima ou em composição com a realidade mundana suplementando-a ao invés de completamente substituí-la. Enquanto que o Ambiente Virtual submerge um usuário no mundo virtual de modo que não consiga olhar para a realidade mundana.

Conforme Antoniac (2005), a história da Realidade Aumentada (RA) começou efetivamente nos anos noventa com uma equipe de pesquisadores da Boeing³. Entre eles, Thomes Caudell e David Mizell tinham a tarefa de achar uma forma alternativa de fazer marcações no chão da fábrica para que os trabalhadores pudessem se orientar no departamento de cabeamento. A solução encontrada foi um aparelho utilizado na cabeça projetado para mostrar instruções sobre os cabos do avião através de um óculos “high-tech” que era capaz de interagir com um usuário exibindo instruções virtualmente, fazendo com que o funcionário trabalhasse de uma forma rápida e eficiente. Em 1992, Caudell e Mizell publicaram os resultados

³ Empresa multinacional fundada em 1916. Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Boeing>.

da pesquisa em uma conferência utilizando pela primeira vez a nomenclatura “Realidade Aumentada” (ANTONIAC, 2005).

Diferentemente da RV que precisa de equipamentos especiais de visualização sendo utilizados em ambientes particulares e oclusos, a RA não é exigente ao ponto de necessitar de recursos tão restritos. RA pode ser inserida em qualquer atmosfera (KIRNER; SISCOOTTO, 2007).

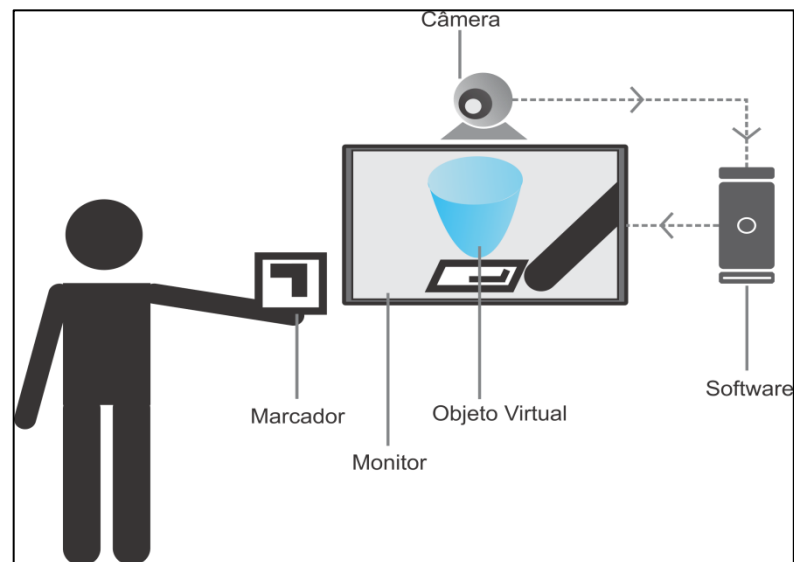
Segundo Forte e Kirner (2009), a RA se refere à realidade mundana com um ponto inicial para uma tentativa de ensaio que leva o usuário a vivenciar um mundo virtual (sem sair dessa realidade). Assim, a RA não extrai o usuário da realidade mundana, mas utiliza o mesmo ambiente que ele se encontra inserindo materiais tridimensionais em uma experiência que combina o mundano e o virtual. Sobretudo, a RA sobrepõe objetos em ambientes físicos através de um instrumento tecnológico (KIRNER; SISCOOTTO, 2007).

A partir dos anos 2000 com os avanços tecnológicos diante da sociedade, as aplicações de RA ficaram mais complexas e acessíveis ganhando força em diversos recursos. Por seguir maiores padrões de qualidade computacionais, as projeções de objetos virtuais na realidade mundana ficaram mais tangíveis criando uma interface mais interativa com o usuário segundo Kirner e Siscoutto (2007). Sendo assim, os avanços da tecnologia em prol da RA tornaram a interação com o usuário fluída e natural como percebemos nas palavras de Braga e Ulbricht (2011, p.84) que “[...] a RA é uma interface tangível (Tangible User Interface – TUI), e permite uma forma mais natural de manipulação através de dispositivos táteis ou de contato físico”. Nesse sentido, Kirner e Siscoutto (2007, p.6) dizem que “[...] a realidade aumentada apresenta a vantagem de permitir o uso de ações tangíveis [Kawashima, 2001] e de operações multimodais, envolvendo voz, gestos, tato, etc., facilitando o trabalho do usuário sem a necessidade de treinamento”.

Não obstante, no âmbito da RA, encontramos artigos que exploram atividades de várias áreas da educação, por exemplo, RA na elaboração de atividades educacionais (CARDOSO et al., 2014), RA no ensino de física e matemática (DA SILVA; VIEGAS; VIEIRA, 2012), Geometria Descritiva e RA (DE LIMA; HAGUENAUER, 2006) e desenvolvimento de um software educacional com RA (FORTE, 2009). Dentre esses trabalhos, podemos destacar uma maneira que permite explorar a RA por meio de projeção de objetos tridimensionais virtuais em um ambiente natural por meio de captura de uma câmera *webcam* em um

computador convencional e visualização no monitor do mesmo, como podemos observar na figura 2.

Figura 2 – Fluxo de uma aplicação de Realidade Aumentada



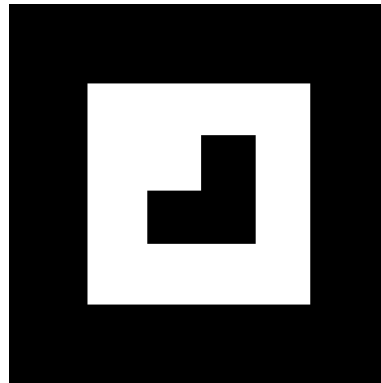
Fonte: Elaborada pelo autor.

Na imagem acima é exibido como funciona um exemplo de aplicação em uma atividade com RA. Para visualizar objetos virtuais na realidade mundana, uma câmera *webcam* captura um símbolo (chamado de marcador) e compila no monitor o produto, material ou objeto final. Nas palavras de Cardoso et. al. (2014), esse procedimento de composição de um objeto virtual

[...] é realizado quando o usuário posicionar seu símbolo no campo de atuação da câmera, de forma que esta identifique a simbologia e em seguida a transmita a um software, que é responsável pela interpretação e geração do objeto virtual. O software devidamente programado deve retornar um objeto virtual em sobreposição ao marcador em algum dispositivo de saída (televisão, monitor de computador ou um *datashow*). (CARDOSO et al., 2014, p. 332).

O símbolo denominado de marcador é o material concreto capturado pela câmera da aplicação de RA que garante o funcionamento do processo para mostrar o objeto virtual vinculado ao programa ou aplicação (VELOSO et al., 2011). Quando um marcador é capturado e reconhecido, o software responsável faz cálculos sobre a transformação da câmera para que o objeto inserido no código do marcador seja projetado virtualmente como é explicado por Da Silva, Viegas e Vieira (2012) quando esclarecem que o posicionamento de um objeto virtual depende de um marcador ou de diversos. Abaixo na figura 3, temos um exemplo de marcador.

Figura 3 – Exemplo de marcador responsável pela codificação da Realidade Aumentada.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Notamos, então, que o avanço da tecnologia e as formas de investigações da Realidade Aumentada contribuíram para o desenvolvimento de abordagens como a utilização de dispositivos móveis com RA para ambientes educacionais como dizem Marçal, Andrade e Rios (2005) quando os recursos da computação gráfica móvel se manifestaram como uma tecnologia recente e renovadora para a educação.

Assim, entendemos que ao inserir essas tecnologias, atividades e explorações com o mundo cibernético, interagindo com a realidade mundana na esfera educacional matemática, criaremos possibilidades de potencializar o ensino e a aprendizagem de matemática. Permitir que os recursos em conjunto com todos os aparatos tecnológicos que permeiam a RA para a formação de professores de matemática é repensar e reestruturar o processo de constituição de profissionais do ensino de matemática com tecnologia. Contudo, acreditamos que pensar em tecnologia como ferramenta que apenas facilite o trabalho, sendo mais rápido em algum cálculo, mais leve e que exija menos esforço não é valioso para a educação (VANINI, et. al., 2013). Chaves (1999), por sua vez, afirma que as tecnologias inventadas pelo homem não são todas relevantes para o meio educacional se discutirmos o conceito de tecnologia como métodos facilitadores que permitam percorrer por um espaço mais rápido possível e com o mínimo de empenho. Assim, defendemos que a tecnologia deve ser um recurso utilizado pelo professor de matemática e alunos, como diz Forte e Kirner (2009), que estendam as capacidades dos processos de estímulos sensoriais do homem. Portanto, quando adotamos ou exploramos a tecnologia (e os seus recursos inclusos), compreendemos que esta seja utilizada de maneira que acrescente no domínio intelectual do educador e

educando como “[...] capacidade de adquirir, organizar, armazenar, analisar, relacionar, integrar, aplicar e transmitir informação” (FORTE; KIRNER, 2009, p. 2).

Aproveitar-se dos recursos da RA e aplicá-los na educação é uma forma de construir alternativas de ensino e de aprendizagem ao lado dos livros, fotos, ilustrações, vídeos e das aulas expositivas. Atividades com RA podem contribuir para um ambiente de conexão não só entre tecnologia e matemática, mas com outras áreas de ensino ou ciência. Forte e Kirner (2009) exploram a RA no ensino por meio de um software desenvolvido pelos autores contendo conteúdos de matemática e física. Elaboraram uma atividade com o programa no intuito de observar a interação de alunos com RA, matemática e física. O programa de RA, por sua vez, com uma interface simplificada, o usuário tem a total liberdade de escolher nas opções principais qual matéria deseja estudar através da RA: matemática ou física. Ambas possuem interações virtuais em tempo e ambiente mundanos com exemplo de geometria espacial e tópicos de física. A Figura 4 exemplifica a experiência entre aluno e RA.

Figura 4 – Atividade de RA com matemática espacial e física.



Fonte: Forte e Kirner (2009, p. 50).

O recurso da RA não retira o aluno de seu ambiente, mas leva até ele a experiência de objetos ou situações em 3D facilmente acessáveis por ele. Conforme Azuma (1997) a utilização da tecnologia encontrada na RA mostra os objetos virtuais coexistindo em um mesmo espaço da realidade mundana disponibilizando informações que o usuário não poderia enxergar com os seus próprios sentidos.

Ainda que a RA possa ser apontada como uma tecnologia com vantagem de imprimir iniciativas de novas formas de ensino e de aprendizagem de matemática, existem desafios e incertezas a serem superados na utilização desse recurso na formação de professores e no ambiente escolar. Para Martins e Guimarães (2012)

existem três barreiras para que sejam construídos conteúdos ágeis e simples baseados em RA: a) reconhecer conteúdos que podemos explorar com essa tecnologia; b) divergência entre o desenvolvimento computacional específico para o ambiente escolar; e c) condições financeiras para introduzir aplicações e projetos com RA. Os autores relatam a necessidade de que as aplicações tecnológicas sejam de fácil acesso e da utilização dos professores ao ponto de que os mesmos elaborem e desenvolvam atividades. Também, os autores discutem a complexidade que os especialistas da computação desenvolvem nas aplicações com RA, fazendo com que não passem por uma avaliação de um professor para ser aplicado nas escolas e, além disso, ressaltam que algumas escolas (principalmente as públicas) são desprovidas de recursos financeiros para adquirir materiais de informática para compor um laboratório essencial para se trabalhar com RA. Entretanto, fazer uso de laboratórios específicos como uma sala de informática bem equipada, com computadores de última geração e contendo hardwares e softwares de ponta talvez faça com que ocorra uma experiência de alta qualidade. Contudo, entendemos que encarar essas barreiras é saber que desafios deverão ser superados no âmbito da RA e da Educação Matemática, com atividades e estudos que proporcionem enriquecimento na formação de professores. Precisamos, então, desenvolver possibilidades de como trabalhar a tecnologia com a matemática de modo que professores busquem por novas maneiras de interação entre matemática e RA, pois, como disse Gallego (2007) apud Feliciano et. al. (2012) não existe nenhum caminho único, certo e melhor para se ensinar uma matéria específica, mas, conhecer possibilidades de trabalho em aula é fundamental para que o professor constitua seu processo de ensino.

Partindo das descrições expostas anteriormente, buscamos pensar, reestruturar, pesquisar e questionar os procedimentos de elaboração de atividades com aplicações em RA para a formação de professores, assim como o ensino e a aprendizagem de matemática fazendo uso da tecnologia. Martins e Guimarães (2012) escrevem que a criação de aplicações para RA é dividida em quatro partes: ambiente físico (estrutura de materiais), um sistema de processamento computacional (hardware), um sistema de saída (visualização como monitor) e um sistema de interação (câmeras, joysticks etc.). Além dos últimos, temos necessidade de unir os sistemas de uma forma ajustada com ferramentas de modelagem, *engine*

gráficos⁴, frameworks para RA e software de administração do sistema de RA. Comentam também que enquanto não existir maneiras de terminar ou simplificar os processos de criação das aplicações em RA, somente técnicos, da área de tecnologia, estarão prontos para construir esse conteúdo.

Com o avanço das Tecnologias Digitais no mundo contemporâneo, observamos mudanças na sociedade, “[...] de forma que essas mudanças foram tantas nas últimas décadas que se tem hoje um só aparelho trazendo mídias digitais, como é o caso do celular, por exemplo” (RÊGO, 2016, p. 38). Entendemos que podemos buscar por benefícios que os recursos das TD podem trazer à produção do conhecimento como participantes do processo (ROSA, 2015). cremos em encarar desafios que vão além da limitação da tecnologia ou ambientes com pouco suporte para podermos propiciar uma interação entre matemática e RA sem até mesmo ter um conhecimento avançado sobre informática e sem grandes investimentos financeiros. Martins e Guimarães (2012, p. 8) dizem que as aplicações de RA “[...] podem ser utilizadas com soluções simples, como visualizações em computadores pessoais ao invés de ambientes imersivos”.

Nesse sentido, além de computadores pessoais, as tecnologias móveis estão presentes na sociedade e cada vez mais fazem parte das tarefas diárias dos usuários e estão interferindo na forma como buscam informação, conhecimento, trabalho e viver. Tomando vantagem dos recursos móveis, buscamos por aplicações de RA em aplicativos móveis sem nos preocupar em utilizar computadores pessoais, mas pensando em dispositivos que estão constantemente com os professores e alunos que são os *smartphones*, por exemplo. Possuir um aparelho com vários recursos e que as pessoas estão acostumadas a utilizá-los pode servir como um importante recurso da tecnologia para trabalhar em conjunto com a RA. Segundo Cruz-Cunha et. al. (2010) um dispositivo móvel é um meio de ensino e de aprendizagem de grande valor.

Com a criação dos *smartphones* e *tablets* com os recursos de GPS, conexão wireless, 3G/4G, dispositivo de câmera, captura de movimento, fotos e outros, tornam possivelmente mais abrangentes as aplicações em RA já que existem vários sistemas operacionais como Android, IOS, Windowsphone etc. Assim,

⁴ Software específico para renderização de imagens 2D e 3D. Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Motor_gr%C3%A1fico>

Estes dispositivos combinam a capacidade de processamento, a memória, a tecnologia de interação, GPS e compasso digital, além de câmeras integradas que permitem a visualização através da captura de vídeos ou imagens do ambiente real, fazendo o processamento da mistura antes de exibi-la ao observador (BIMBER; RASKAR, 2005 apud CUPERSCHMID; FREITAS, 2013, p. 2).

Dentre as aplicações de RA que estão disponíveis no mundo cibernético, tomando proveito dos dispositivos móveis com ampla capacidade de memória e componentes físicos simplificados, encontramos uma variedade de maneiras para se utilizar RA nos *tablets* e *smartphones*. Segundo Cuperschmid e Freitas (2013, p.2) podemos achar

[...] uma diversidade deles com indicações específicas de uso por exemplo:
 1. ARDrone Flight, jogo de tiro que utiliza um dispositivo voador como alvo.;
 2. Augmented Piano Reality, piano em realidade aumentada para smartphones; 3. Augmented Reality Solar System, para visualizar o sistema solar em RA; 4. Car Finder AR, utiliza RA para rastrear o local em que o carro foi estacionado.

Procurar maneiras diferentes de se refletir sobre atividades que envolvam a matemática para dentro de uma aplicação de RA é um desafio a ser superado para profissionais da Educação Matemática. Criar, desenvolver, planejar e executar uma aplicação ou um aplicativo (para *smartphone*) com objetivo principal sendo a exploração de objetos ou cenários matemáticos seria fundamental e de grande benefício para o ensino e para a aprendizagem como argumentam Cruz-Cunha et. al. (2010), pois, algumas TD trazem vantagens e podem beneficiar seu uso no ensino, assim como, um bom campo para aplicar essas TD seria a matemática.

Atualmente, a RA presente em softwares que interagem com o usuário por meio de sistemas de saída como monitores e projetores expressa com naturalidade objetos ou materiais virtuais em um ambiente da realidade mundana. Cuperschmid e Freitas (2013, p. 12) relatam isso quando dizem que “[...] a RA permite que usuários interajam com o conteúdo virtual de uma maneira natural, intuitiva”. Contudo, os aplicativos de RA para *smartphones* ficam abaixo do esperado não só para a área da matemática, mas como outras áreas como arquitetura, engenharia e construção (AEC) (CUPERSCHMID; FREITAS, 2013), nas quais encontramos uma grande quantidade destas aplicações com objetivos de modelar virtualmente cenários imobiliários, já que existem pesquisas em âmbito acadêmico sobre RA e dispositivos móveis no domínio da arquitetura, engenharia e construção (AEC).

Entendemos que existe uma preocupação e conhecimentos técnicos sobre linguagem de programação para unirmos a tecnologia, RA e matemática devido às

barreiras encontradas. Martins e Guimarães (2012) ressaltam como uma das dificuldades, os diversos requisitos complexos encontrados para que o professor desenvolva os próprios conteúdos. Contudo, compreendemos que persistir em um caminho que busque estudos para entender, explorar e alavancar as aplicações da RA é importantíssimo para o ensino e para aprendizagem de matemática.

O uso de aplicativos de RA para *smartphones* para a Educação Matemática pode indicar certa tendência ou possibilidade de não só eliminar os modelos da educação, mas completar e inovar o campo educacional matemático com intenção de atingir os educandos no processo educativo e formar professores que mostrem um diferencial no ensino de teorias e práticas. Nunes (2011 p.17) diz:

Essa necessidade de atualização de conhecimentos, visando a desenvolver novas competências nos indivíduos no que se refere ao uso das TI⁵, leva-nos a pensar em como elaborar atividades que usufruam dessa tecnologia, contribuindo nas formas de agir, pensar e se relacionar em um contexto social, no qual esses indivíduos estão inseridos. Além disso, leva-nos também a procurar formar pessoas críticas, com capacidades e habilidades para atuarem com os recursos tecnológicos disponíveis na sociedade.

Nessa interpretação, fazendo referência a Nunes (2011), o professor pode usufruir de aplicativos de RA para *smartphones* em ambientes escolares, não somente pensando em fazer uso por serem recursos da modernidade, mas, fazer com que esses recursos participem da construção do conhecimento matemático (ROSA, 2008).

Após as considerações feitas sobre Realidade Aumentada e suas possibilidades de contribuir para a Educação Matemática, apresentamos, na próxima seção, conceitos e aspectos da cognição corporificada na tecnologia e matemática.

2.2. Cognição Corporificada

A Teoria da Cognição Corporificada (TCC) de Lakoff e Núñez (2000) diz que os procedimentos da capacidade de adquirir conhecimentos não estão conectados só à atividade cerebral, porém, estão ligados também às várias partes do corpo humano. Edwards (2003) reforça que a Teoria da Cognição Corporificada propõe que a fonte de muitas ideias, incluindo as matemáticas, reside na experiência física

⁵ Nunes (2011) define TI como Tecnologias Informáticas.

comum de seres humanos quando fala que a “[...] matemática emerge por meio da interação da mente com o mundo [...]”⁶ (EDWARDS, 2003, p. 1).

Nessa perspectiva, entendemos que o corpo, na concepção da Realidade Aumentada, pode ter um papel central na produção do conhecimento matemático. Para Merleau-Ponty (2006, apud SEIDEL, 2013) compreendemos a realidade mundana com o nosso corpo. Dessa forma, Seidel (2013) comenta que a experiência corpórea tem uma importância significativa na percepção. Essa percepção “[...] torna-se uma ‘interpretação’ dos signos que a sensibilidade fornece conforme *estímulos* corporais [...]”, conforme Merleau-Ponty (2006, apud SEIDEL, 2013, p.78). Assim, entendemos que o corpo é uma possibilidade de interpretar e se comunicar com o mundo.

Alguns autores e suas respectivas pesquisas vêm trazendo elementos da Teoria da Cognição Corporificada (Embodied Cognition) de Lakoff e Núñez (2000). Por exemplo, Santos e Paixão (2008) ressaltam o interesse em estudar tecnologias com cognição corporificada no decorrer de suas práticas educativas; Bolite Frant, Acevedo e Font (2005) pensam teoricamente sobre a cognição corporificada com os processos de ensino e de aprendizagem de gráficos de funções; Bolite Frant (2007) comenta sobre o discurso do professor de matemática partindo de metáforas para instruir gráficos de funções reais; e Barbosa, Bolite Frant e Powell (2013) discutem a elaboração de atividades sobre transformações no plano fazendo o uso da cognição corporificada. Mantendo o pensamento nessa atmosfera da ciência cognitiva, faz-se necessário estudar os meios da cognição corporificada que podem levar a resultados importantes e de grande valor para a Educação Matemática, no ensino e na aprendizagem matemática com Tecnologias Digitais, como os dispositivos móveis. Núñez, Edwards e Matos (1999) esclarecem que a psicologia cognitiva serviu como ponto de partida para alguns pesquisadores da área da Educação Matemática tentarem investigar um paradigma sobre a compreensão do pensamento matemático.

Indagando a formação da grande parte dos professores de matemática em relação as suas práticas e maneiras de produzir o conhecimento, Santos e Paixão (2008) dialogam que a exposição da matemática por esses professores acaba sendo algo finalizado, concreto e sem os desafios da criatividade, análise, investigação e

⁶ Textto original: “[...] mathematics emerges through the interaction of the mind with the world [...]”.

pensamento crítico. Portanto, defendemos o uso de recursos tecnológicos, no caso, Tecnologias Digitais como os aparelhos móveis (*smartphones* e *tablets*) como contribuinte para a cognição matemática através de atividades com cognição corporificada envolvendo exploração, movimentos e experiências que permitam a potencialização da produção do conhecimento matemático. Fazendo referência com o que Barbosa, Bolite Frant e Powell (2013, p. 7) acreditam, em elaborações de atividades embasadas na TCC “[...] somente ao interagir com a tarefa, essa se torna uma atividade e os alunos podem construir seus próprios espaços, construindo o ‘novo’ a partir da experiência com situações que envolvem outras situações mais familiares”.

Segundo Goios (2010), apoiado na TCC, são as experiências da nossa vivência diária, das interações com o mundo, meio ambiente e meio cultural, que produzem o nosso pensamento existindo um vínculo entre corpo e mente. Além disso, as experiências podem envolver a beleza por meio de uma imagem, figuras, representações gráficas, entre outros, ou seja, uma experiência estética. Assim, destacamos elementos da experiência estética a seguir.

2.3. Experiência estética

Na filosofia, a palavra “estética” é uma área de conhecimento que propõe examinar e investigar o belo e o sentimento de satisfação que provoca nos homens (GUSMÃO, 2013). Nesse contexto, buscamos no visual, na beleza, no prazer estético que a matemática pode suscitar nos homens uma possível forma de se produzir o conhecimento.

A experiência estética é compreendida como uma maneira de relação intermediado pela percepção de sensibilidade de um objeto estético (REIS, 2011). Por meio da experiência estética, o indivíduo experimenta o belo em uma interação com a emoção e o prazer. Dessa maneira, entendemos que a experiência estética “[...] é marcada por sensações intensas” (KASTRUP, 2010, p. 40).

Segundo as palavras de Gusmão (2013), todas as maneiras factíveis de conhecer e aprender o mundo acontecem na atmosfera da experiência estética. Dessa forma, permitindo que o ser humano desenvolva significações para agir e captar informações do mundo transformando em definições que conhecemos na ordem racional e sentimental, pois

Experienciar as coisas do mundo, ou melhor, aprender, adquirir informação e conhecimento é antes de tudo, antes de ser racional, um ato emocional. Isto é, primeiramente é sentida, antes de ser compreendida, assimilada e incorporada ao modo de vida. Quando isso se dá de forma equilibrada, harmônica, ritmada, podemos dizer que essa experimentação contém em si elementos estéticos (GUSMÃO, 2013, p. 84).

Nessa concepção, entendemos que a experiência estética pode significar uma possibilidade de unir Educação Matemática e Tecnologias Digitais experimentando a visualização da beleza, de forma a produzir o pensamento, a imaginação e a sensibilidade, aproveitando-se “[...] da arte e do belo executados digitalmente” (ROSA; PAZUCH, 2012, p. 9). Assim, procurando entender como a matemática e as Tecnologias Digitais se conectam com a arte, a beleza e a experiência visual. Bicudo (2010 apud ROSA; PAZUCH, 2012), por sua vez, entende que a experiência produz significado através do nexos criado entre aquilo que se oferece à percepção em consonância no panorama imersivo que é evidenciado ao ser percebido. Seguindo nessa perspectiva, Rosa (2015) fortalece que para ele o nexos estabelecido por aquilo que se doa à percepção se trata do entendimento do que é experienciado, do procedimento da produção de conhecimento realizado na reflexão com aquilo que é provado no âmbito estabelecido. Sob o ponto de vista da experiência estética, ela pode revelar e destacar o aspecto estético como uma forma de envolver a percepção do vivenciado e experienciado com a perspectiva da Tecnologia Digital, como destacado por Rosa (2015), o qual afirma que a experiência

[...] aqui discutida revela a adjetivação daquilo que, Cyberformação⁷, trata da parte digital, do foco cyber do vocábulo, e que, no caso, se caracteriza pelo aspecto estético que as TD, em especial, o computador e dispositivos móveis atuais (*tablets* e *smartphones*), vêm abarcar à sociedade em alguns aspectos, entre eles, a educação e a Educação Matemática (ROSA, 2015, p. 79, grifo do autor),

Além disso, Kastrup (2010) fala que a arte cria de maneira peculiar experiências estéticas e por esse motivo tratamos de arte quando queremos referenciar a estética. Ao longo da história, a experiência única que o indivíduo tinha do mundo era através da beleza, a qual, por sua vez, relacionava o ser humano com o mundo (PEREIRA, 2012) integrando a razão e emoção para a produção do conhecimento (GUSMÃO, 2013).

⁷ Cyberformação caracteriza a formação de professores de matemática com atuação em ambientes virtuais de aprendizagem de forma a “serem-com”, “pensarem-com” e “saberem-fazer-com” as tecnologias (Rosa, 2010).

A experiência estética, então, além de integrar a razão e a emoção, é uma percepção criativa, pois, é intermediada pela imaginação. Dessa forma, a imaginação possui a capacidade de levar um indivíduo a experimentar o novo, o inédito, o inexistente (REIS, 2011). Para Gusmão (2013), o potencial da imaginação faz com que o ser humano vá além da imediatidade dos objetos e faça uma idealização do que não existe. “É um ato de jogar com os dados do mundo material para construir uma ordem e um sentido” (GUSMÃO, 2013, p. 86). Esse mesmo autor destaca que experimentar o novo, pode levar à percepção e o sentimento da beleza. Beleza conectada ao emocional, à imaginação, ao sensível, à experiência estética da matemática, em termos geométricos, gráficos, pictóricos. Nesse sentido, o belo para Pereira (2012) copiava a realidade perceptível originado pela relação entre a razão instituída com o mundo, passando um sentimento único originado de uma experiência ímpar e exclusiva que o indivíduo tinha com a realidade mundana. O conceito de beleza que “[...] não se explica, se sente”, (GUSMÃO, 2013, p. 109) desafia o empenho dos filósofos na busca por uma enunciação dos atributos e qualidades próprias, porém, gerando uma espécie de emoção e comoção, assim como a matemática expressa beleza e sentimento que envolvem a lógica, linguagem, intuição, imaginação e sensibilidade, segundo Gusmão (2013).

Acreditamos que essa experiência da beleza e sentimento estético da matemática não é apenas uma questão de tomar como princípio uma busca somente para o conhecimento específico da matemática. Entretanto, permitir que ocorra uma experiência que permita trabalhar o belo com as Tecnologias Digitais para experimentar “[...] informações e, possivelmente, produzir conhecimento *sendo-com, pensando-com, sabendo-fazer-com-o-mundo-cibernético*, sem deixar de focar, intencionalmente, a ideia evocativa do computador e demais aparatos tecnológicos” (ROSA, 2015, p. 80, grifo do autor). Então, é preciso aproveitar as palavras de Gusmão (2010) quando diz que a beleza fornecida pela arte e a razão fornecida pelas leis da matemática podem estabelecer um vínculo harmonioso para as ações de ensino e de aprendizagem em matemática, tal como a produção do conhecimento.

Sob essa ótica, ganha particular relevância o que Rosa (2015) expõe quando dialoga que as experiências estéticas são compreendidas como ações que articulam as Práticas Educativas em Educação Matemática com a Cultura Digital,

[...] pois, nessas práticas busca-se vincular a formação específica (matemática), pedagógica e tecnológica, possibilitando ao estudante realizar atividades que suscitam a aprendizagem do mesmo, de forma que a estética da Cultura Digital evidencie aspectos que potencializem a cognição (ROSA, 2015, p. 80).

Diante disso, vale considerar a possibilidade de inserir o educando e o professor de matemática em ambientes imersivos com Tecnologias Digitais (com ênfase em dispositivos móveis) de forma a explorar a experiência estética educativa sendo-com, pensando-com e sabendo-fazer-com-as-TD, possivelmente, chegando no que Rosa (2015) destaca quando escreve que ao experimentar a estética na prática educativa, no cerne da Cultura Digital, podemos gerar uma ação de compreensão que o próprio estudante ou professor transforme e/ou aumente a potência de suas criações de cognição matemática, por meio da realidade que permite a experiência.

Na próxima seção, evidenciamos a experiência matemática na dimensão do ser-com, pensar-com e saber-fazer-com-tecnologias.

2.4 Ser-pensar-saber-fazer-com-TD

Na atualidade presenciamos uma sociedade e indivíduos avançando tecnologicamente, de modo muito rápido, através de recursos que surgem constantemente. Todo esse progresso tem exercido um grande efeito no âmbito da educação e formação de professores. Portanto, estamos

[...] vivendo uma época em que a sociedade utiliza cada vez mais benefícios tecnológicos. Essa transformação social tem produzido impacto também no cenário educacional por meio, por exemplo, de recursos tecnológicos didáticos disponíveis para os processos de ensino e aprendizagem (VANINI et al., 2013, p. 155).

Nesse sentido, no presente momento do cotidiano, conforme Vanini et al. (2013) há indivíduos (alunos) que constantemente acessam os meios da Internet, em diversos ambientes distintos, e com diversos dispositivos móveis, com contas em várias redes sociais, efetuando relações digitais por meio de trocas de arquivos, conversas e muitos outros recursos que a tecnologia proporciona. É sinal de que há, enfim, uma particularidade na sociedade contemporânea que possui a presença das Tecnologias Digitais em quase todas as ações do homem, fazendo assim, transformações que também influenciam na atmosfera educacional, segundo as colocações de Piccoli (2006). Esse autor ainda reforça que não podemos impedir a

modificação do ensino e da aprendizagem sendo “[...] preciso encaminhar discussões de operacionalização dessas mudanças” (PICCOLI, 2006, p. 22).

Diante disso, reconhecemos que a sociedade atual está totalmente introduzida no mundo virtual sem existir uma separação entre o homem, realidade mundana e cibernética (RÊGO, 2016). Nesse contexto, entendemos que vincular a atmosfera das Tecnologias Digitais e seus recursos tecnológicos no contexto escolar e na formação de professores de matemática possa propiciar que cada um venha a ser-com, pensar-com e saber-fazer-com-tecnologias, de modo que potencialize a produção do conhecimento matemático (ROSA, 2008). Da mesma forma, acreditamos que construir atividades que busquem conectar a matemática e a tecnologia objetivando formas de ser-com, pensar-com e saber-fazer-com-as-Tecnologias-Digitais possam desenvolver e elevar a potência da produção do conhecimento matemático. Em concordância com Rosa (2008), o ensino e a aprendizagem da matemática

[...] pode[m] ser desenvolvid[os] na virtualidade, a qual pode estabelecer relações com a realidade regida pelas leis naturais e, assim, ampliar o espectro de possibilidades para a construção de conceitos matemáticos. Dessa forma o ser-com constrói os conceitos a partir de suas ações com o mundo e seu entorno (ROSA, 2008, p. 134).

Entendemos que existe uma necessidade de olhar como está acontecendo a produção do conhecimento matemático com o uso de tecnologias no contexto escolar e de formação de professores (VANINI et al., 2013). Diante disso, acreditamos que a dimensão tecnológica possa ultrapassar o sentido de “[...] auxílio e/ou complementação do trabalho docente” (VANINI et al., 2013 p. 155) no intuito de “[...] transformação/potencialização da produção do conhecimento” (VANINI et al., 2013 p. 155). Por essa razão, compreendemos que podemos aproveitar o potencial dos recursos das Tecnologias Digitais como “co-autores” e parceiros do ensino e da aprendizagem matemática, pois, a formação de professores de matemática com as Tecnologias Digitais

Não se fala de um estar mecânico; não se pensa em uma formação de uso técnico das tecnologias, como se essas fossem recursos auxiliares ao ensino e à aprendizagem; mas, de uma formação que lida e considera TD como meios que participam ou devem participar, efetivamente, da produção do conhecimento matemático (no caso) (ROSA, 2015, p. 61).

É preciso, porém, indagar o *ser-com*, *pensar-com* e *saber-fazer-com-TD* (ROSA, 2008) no perímetro que compreende a interação das tecnologias, do ensino e da aprendizagem matemática e com a realidade mundana. Entendemos que o

conhecimento matemático produzido em conjunto com as Tecnologias Digitais presentes no cotidiano como os dispositivos móveis (*smartphone* e *tablets*) “[...] nos direcionam cognitivamente a uma rede de” (ROSA, 2015, p. 73) possibilidades na percepção “ser-com-TD”. Nesse sentido

[...] consideramos que é possível produzir conhecimentos sobre alguns recursos tecnológicos a fim de utilizá-los em prol da cognição dos estudantes e, além disso, produzir conhecimento sobre como usar o novo recurso tecnológico e buscar conhecer as possibilidades e finalidades desse recurso (VANINI et al., 2013, p. 157).

Dessa forma, buscar e conhecer as possibilidades de interação com os recursos é explorar a imersão dos recursos tecnológicos na aprendizagem (por parte dos alunos) e na formação dos professores de matemática (seja de forma inicial ou continuada) de modo que a dimensão específica (matemática) se mantenha conectada à dimensão tecnológica, a qual dessa maneira é “[...] a compreensão do uso de recursos tecnológicos como parte do processo cognitivo [...]” (ROSA, 2015, p. 70).

Nesse ponto, partindo da sociedade conectada que evidenciamos na contemporaneidade, por meio de mecanismos digitais e tecnológicos, Rosa (2008) explica que o *Ser Online* é o indivíduo que sempre está com as tecnologias, sempre plugado, conectado, sempre *online*. Corroboramos com Rosa (2015) quando afirma que a presença dos aparelhos dos recursos digitais como, por exemplo, os dispositivos *mobile* e suas interações com os usuários podem transformar/potencializar o conhecimento pensando-com-matemática. Também, podem criar uma experiência virtual, estética e experimental projetando o usuário presente na realidade mundana a um mundo totalmente novo e interativo onde possam refletir, fazer, operar e conjecturar. Nesse contexto há

[...] uma gama de possibilidades de criação, de conectar-se a mundos criados e que podem ser vivenciados [...]. Manifestamos nossos desejos, sentimentos, valores, por meio da rede, assim como, nossos modos de pensar. [...]. Nessa perspectiva, as identidades online possibilitam o pensar-com-o-ciberespaço de forma a se perceber com ele, assim como, uma forma de pensar-com-a-TD de maneira a construir conhecimento nas relações com o mundo e os outros (ROSA, 2015, p. 72, 73).

Nessa perspectiva, Rosa (2008), segundo suas palavras, *ser-com* é estar no mundo cibernético interagindo com o computador (linguagens e aspectos estéticos) através dos *bits* da *web*. Assim, esse indivíduo sendo-com o espaço tecnológico, pensa-com-as-TD e aprende-a-fazer-com-as-TD, criando e desenvolvendo o conhecimento em “com-junto” com essas. Nesse contexto,

[...] acreditamos que pode ser importante inserir nas aulas os diferentes recursos tecnológicos usados pelos estudantes de hoje com o objetivo de reconhecer as possibilidades e finalidades desse recurso para o bem social e de aumentar a possível produção de conhecimento pelos alunos e não simplesmente usar por usar as tecnologias [...] (VANINI et al., 2013, p. 160).

Também, quanto à formação docente de profissionais da Educação Matemática na esfera tecnológica, entendemos que não existem receitas prontas para o efetivo uso das Tecnologias Digitais, mas, que essas podem abrir diferentes fronteiras e horizontes para se pensar, desenvolver e produzir atividades produzindo o conhecimento matemático. Conforme Rosa (2015), o professor quando inserido no mundo cibernético, identifica que a tecnologia dentro do processo cognitivo não deve servir para agilizar o processo, mas fazer parte efetiva da geração do conhecimento. Assim,

[...] quando há essa diferenciação, o professor se desenvolve como profissional da educação e, dessa maneira, as TIC exercem papel de grande importância no desenvolvimento profissional. [...] A utilização das TIC, então, pode se tornar sinônimo de ação transformadora, colaborativa e que valoriza o papel do professor como mediador do processo de aprendizagem (ROSA, 2004, p. 35-36).

Diante desse aspecto, temos ainda o entendimento de que a formação de professores pode ser uma formação em constante transformação, estando concatenada nas atmosferas das dimensões específica (matemática), pedagógica e tecnológica, reforçando o que diz Vanini et al. (2013) quando falam sobre a *Cyberformação* (ROSA, 2011) como uma formação que transcende e trama essas dimensões. Para os autores a Cyberformação é

[...] uma formação que está em constante transformação. Isso se deve ao fato de que, com o contínuo avanço tecnológico, os recursos pedagógicos e didáticos também estão em constantes transformações e atualizações, sendo que, dessa forma, cabe ao professor buscar estar em constante transformação procurando novas formas de pensar, de ensinar e de aprender, isto é, possibilitando e viabilizando a criação de situações que suscitem a produção, construção ou consolidação dos conhecimentos (VANINI et. al., 2013, p. 161).

Com isso, evidenciamos e acreditamos na formação do professor de matemática em “com-junto” (ROSA, 2008) com as Tecnologias Digitais. Esta formação faz-se necessária de maneira a abrir novas concepções educacionais que possam entrelaçar o conhecimento matemático sendo-com, pensando-com e sabendo-fazer-com-TD. Nesse sentido, “[...] precisamos de uma formação que nos mantenha também conectados, que faça com que novas experiências sejam projetadas e que consigam atuar como orientadores nesse ‘mar’ de hiperlinks que se abre quando atuamos-com-TD” (ROSA, 2015, p. 78).

Conforme Rosa (2015), para um professor, em muitos momentos, pode ser complicado elaborar atividades nos procedimentos educacionais. Produzir atividades sendo-com, pensando-com-tecnologias pode ser ainda mais difícil. No entanto, o Design Instrucional (FILATRO; PICONEZ, 2004) pode colaborar com a concepção de saber-fazer-com-TD. Assim, apresentamos na próxima seção o Design Instrucional.

2.5. Design Instrucional

Segundo Filatro e Piconez (2004), o Design Instrucional é entendido como o desenvolvimento de um plano para o ensino e para a aprendizagem, construído por atividades, estudos, maneiras de avaliação, métodos e objetos instrucionais. As autoras dizem também que com as transformações das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) nos processos de ensino e de aprendizagem, é essencial pensar em um processo sistêmico de planificação e execução de novas análises e estudos sobre modos de ensino e de aprendizagem.

Pensamos que o Design Instrucional pode ser um elemento de grande significado na elaboração de materiais direcionados para o ensino e para a aprendizagem matemática com tecnologia. Tratando do pensar-com-TD (ROSA, 2008), como compreender a concepção da imersão sobre as Tecnologias Digitais entendendo que não são para utilizar somente na agilidade de alguns processos, mas, como parte essencial da potencialização do conhecimento matemático? O pensar-com-TD e o Design Instrucional se tornam formas de planejar e construir o conhecimento para um contexto específico (e qualificar a apresentação do conteúdo para o aluno) na criação de atividades envolvendo a cognição matemática e tecnologias dos dispositivos móveis (*smartphone* e *tablets*) e outras tecnologias que circulam pelo mundo, por exemplo. O Design Instrucional apresenta a adoção de uma maneira específica de planejar o ensino e a aprendizagem (FILATRO; PICONEZ, 2004). Nesse contexto, Filatro (2008 apud SILVA, 2013) destaca o conceito do designer instrucional que é responsável por planejar solução para problemas específicos educacionais.

Portanto, o professor que elabora atividades e materiais voltados à instrução torna-se um *designer* instrucional. Para Nunes (2011), o núcleo da instrução é a elaboração de atividades que atuem com o desenvolvimento do conhecimento,

sendo esse o papel do *designer* instrucional, definindo e projetando procedimentos de ações para construir a produção da aprendizagem. Tendo o professor como *designer* instrucional, pensando na organização e adequação de conteúdos-com-TD, acreditamos que as atividades e materiais explorados e criados pelo professor possa contribuir para “[...] transformar/potencializar a produção do conhecimento matemático; e, posteriormente, busca-se que cada professor ou futuro professor desenvolva o próprio material em consonância com esse processo reflexivo (pensar-com-a-tecnologia)” (ROSA, 2015. p. 70).

Assim, o Design Instrucional de materiais e atividades-com-tecnologia trabalhando na produção do conhecimento matemático tiveram importante contribuição nas elaborações das atividades propostas nesse trabalho, as quais envolvem a Realidade Aumentada e funções de duas variáveis reais. Logo, na próxima seção destacamos os tópicos matemáticos tratados nesse estudo.

2.6. Concepção matemática

Para Carneiro, Prado e Salinas (2007), os recursos utilizados do cálculo integral e diferencial foram inventados há quase trezentos anos por Isaac Newton para construir a própria mecânica. Diante desse contexto, estudamos cálculo ao adentrar no mundo acadêmico em um curso de uma instituição de ciência ou tecnologia, sendo necessário e essencial para o entendimento de problemas de física, engenharia, química, matemática, entre outros (CARNEIRO; PRADO; SALINAS, 2007).

Ao se deparar com o ensino da disciplina de cálculo no começo dos estudos na universidade, deparamo-nos com a seguinte pergunta: então, o que é cálculo? Segundo Ryan (2009), de certo modo, não se caracteriza uma nova matéria. O cálculo agrupa os conceitos de álgebra e geometria e as regula para que possam ser utilizadas em problemas mais complexos. Ou seja, cálculo é praticamente toda a álgebra e geometria avançada. Esse mesmo autor comenta que cálculo é usado para resolver problemas que não são resolvidos utilizando matemática básica.

Além do ambiente acadêmico, o cálculo integral está presente em alguns livros didáticos de matemática do terceiro ano do Ensino Médio abordando elementos de cálculo diferencial e integral ao final do livro. Porém, o cálculo, ainda é

pouco valorizado na disciplina de matemática no Ensino Médio (GUEDES; ASSIS, 2009).

Nos estudos avançados sobre os conceitos do cálculo I, primeiramente, estudamos como resolver problemas de otimização unidimensional (“problemas da caixa”). Ao avançar no curso, no cálculo II os conceitos vão ficando complexos e os problemas para serem resolvidos são de otimização multidimensional (BORTOLOSSI, 2002).

Segundo Bianchini (2016), em cálculo I, objetivamos trabalhar com funções de uma variável real $y = f(x)$. Em cálculo II, o estudo é evidenciado no intuito de trabalhar com funções de duas variáveis reais $z = f(x,y)$. Essas funções são percebidas no mundo físico, na natureza, ou seja, a realidade mundana é representada por funções de várias variáveis reais ao nosso redor.

Chen (2008) traz o conceito de funções de diversas variáveis da forma $F : D \rightarrow R^m : x \rightarrow f(x)$, em que o domínio $D \subseteq R^n$ é um conjunto no espaço n-dimensional, e o contradomínio R^m é o espaço euclidiano m-dimensional. Para cada $x \in D$, podemos escrever $x = (x_1, \dots, x_n)$, em que $x_1, \dots, x_n \in R$. Em outras palavras, a função $F : D \rightarrow R^m : x \rightarrow f(x)$ é compreendida como uma função de n variáveis reais x_1, \dots, x_n . Se $n > 1$, então dizemos que é definida como uma função de diversas variáveis reais podendo ser escrita na forma $f(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x))$ com $f_1(x), \dots, f_m(x) \in R$.

Nesse contexto, Bortolossi (2002) define que uma função de duas variáveis reais associa cada par de números reais x e y ao número real z. Ou podemos dizer que uma função de duas variáveis reais associa o par ordenado (x,y) ao número real z.

Desse modo, as variáveis independentes de uma função de duas variáveis reais podem estar restritas a algum conjunto D denominado de domínio de f . Assim, o domínio é determinado por restrições em relação às variáveis. Logo, se a função de duas variáveis reais estiver determinada por uma regra e não houver restrições explicitadas, compreende-se que o domínio se encontra em todos os pontos para os quais a regra resulta em um valor real para a variável dependente (ANTON; BIVENS; DAVIS, 2007).

Segundo Ryan (2009), tudo o que fazemos em cálculo envolve funções e seus respectivos gráficos de uma maneira ou de outra. Nesse contexto, Anton (2007) traz que para uma função f de duas variáveis reais, determinamos o gráfico

$f(x,y)$ no espaço xyz como representado o gráfico da equação $z = f(x,y)$. Dessa maneira, o gráfico será uma superfície no espaço tridimensional.

Assim, também, as funções são concebidas como uns dos conceitos mais fundamentais da matemática Ryan (2009). Nesse contexto, embasamos esse trabalho com *design* de atividades com Tecnologias Digitais e funções de duas variáveis reais.

O próximo capítulo será dedicado à metodologia de pesquisa utilizada durante a investigação que ocorreu desde o princípio da pesquisa até a descrição e análise dos dados.

3. METODOLOGIA

Esse capítulo é constituído pela descrição de todo o processo da atual pesquisa. Nesse sentido, destacamos a importância da metodologia inserida nos trabalhos acadêmicos que “[...] descreve e avalia métodos e técnicas de pesquisa que possibilitam a coleta e processamento de informações, visando ao encaminhamento e à resolução de problemas e/ou questões de investigação” (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 14). Assim, na tentativa de responder a pergunta “*Como se mostra a dimensão tecnológica no Design Instrucional de atividades matemáticas quando se utiliza interfaces naturais como partícipes do processo de produção do conhecimento matemático (de funções de duas variáveis reais) no âmbito da Realidade Aumentada?*”, elaboramos um conjunto de atividades com um software de modelagem gráfica e aplicativos de Realidade Aumentada. As atividades tiveram o objetivo de serem realizadas pelo autor do trabalho em conjunto com o grupo de pesquisa, o qual contribuiu com os aspectos da produção de dados.

Na realização da produção dos dados da pesquisa, usamos um caderno de anotações para a organização e produção de reflexões, software de gravação de vídeo, áudio e captura de tela, o Microsoft Word e o aplicativo *WhatsApp* durante a realização das atividades propostas (*Atividade 1* e *Atividade 2*). Para a descrição e análise dos dados produzidos, detalhados no próximo capítulo, foram feitas transcrições das capturas das telas e áudios, interpretações das anotações e análise das discussões realizadas pelo grupo de pesquisa. Na próxima seção, então, classificamos a pesquisa como pesquisa qualitativa e destacamos a justificativa de utilizar essa modalidade de pesquisa.

3.1. Pesquisa qualitativa

O caráter investigativo desse trabalho tem por objetivo realizar uma pesquisa baseada em conteúdos elaborados e coletados pelo próprio autor de forma a sustentar possíveis respostas à pergunta de pesquisa. Segundo as palavras de Kahlmeyer-Mertens et al. (2007, p.24), “No que se refere à pesquisa, podemos dizer que é um modo programado de o homem aprender. É exatamente no pesquisar, ao procurar respostas para suas indagações, e no questionar que o homem desenvolve o seu processo de diálogo crítico com a realidade”.

Também, para Motter (2007), pesquisa é a construção de um conhecimento novo, a construção de novas técnicas, a criação ou exploração de novas realidades. Para Demo (2000, p. 33), "Na condição de princípio científico, pesquisa apresenta-se como a instrumentação teórico-metodológica para construir conhecimento". Dessa maneira, buscamos procurar diante de nossa pesquisa um processo metodológico de qualidade no intuito de produzir dados a partir do contexto apresentado, tendo o licenciando/pesquisador e alunos do curso de Licenciatura em Matemática como o centro do processo.

Godoy (1995, p.21) diz que “[...] hoje em dia a pesquisa qualitativa ocupa um reconhecido lugar entre as várias possibilidades de se estudar os fenômenos que envolvem os seres humanos e suas intrincadas relações sociais, estabelecidas em diversos ambientes”. Assim, escolher a metodologia qualitativa para compor o universo de investigação de uma pesquisa tem relevância na análise dos dados produzidos no intuito de se chegar ao entendimento da situação problema (DUARTE, 2002). Nesse contexto, para se buscar possíveis respostas nos dados produzidos pelo grupo de pesquisa (definido na seção 3.2) se faz necessário uma pesquisa qualitativa no intuito de se aproximar da melhor resposta para o questionamento principal do trabalho, frente ao quadro teórico adotado.

Não obstante, para Duarte (2002, p. 141) a pesquisa qualitativa “[...] interfere diretamente na qualidade das informações a partir das quais será possível construir a análise e chegar à compreensão mais ampla do problema delineado”. Desse modo, entendemos que na procura por uma abordagem fundamentada, classificamos a nossa pesquisa como qualitativa, pois, Garnica (1997, p. 111), por sua vez, evidencia que a pesquisa qualitativa passa a ser concebida como uma “[...]”

trajetória circular em torno do que se deseja compreender, não se preocupando única e/ou aprioristicamente com princípios, leis e generalizações, mas voltando o olhar à qualidade, aos elementos que sejam significativos para o observador-investigador". Portanto, embora haja muito a que se investigar sobre o tema abordado nesse estudo, compreendemos que a pesquisa qualitativa se tornou um processo importante identificando a qualidade da composição dos elementos da pesquisa, de forma que não nos preocupamos com uma efetiva conclusão, porém, com a construção de resultados (GARNICA, 1997).

Notamos, então, que a pesquisa qualitativa incorporou e acrescentou valores ao presente trabalho, o qual contém um grupo de pesquisa (professor orientador, alunos do Curso de Licenciatura em Matemática e o próprio autor) como sujeito de pesquisa. Nesse contexto, averiguamos o "como" se mostra a dimensão tecnológica no decorrer do Design Instrucional de atividades matemáticas quando se utiliza interfaces naturais como partícipes do processo de produção de conhecimento (de funções de duas variáveis reais) no âmbito da Realidade Aumentada. Portanto, realizaremos descrições e análises dos dados produzidos de modo que esses foram materializados por meio de gravações de vídeo, áudio, anotações e descrições de situações ocorridas durante o processo de reunião de informações. Adiante, destacamos os participantes, instrumentos e procedimentos de pesquisa.

3.2. Participantes da pesquisa

Dentre os indivíduos que participaram dessa pesquisa estão o professor orientador Dr. em Educação Matemática do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, dois alunos do curso de Licenciatura em Matemática e o próprio autor da pesquisa em questão. Com encontros semanais, discutimos e analisamos o processo a ser desenvolvido no intuito de progredir com a investigação sobre o *design* de atividades.

Assim, agregando valor a esse trabalho, utilizamos como recursos para a produção de dados alguns instrumentos como software de captura de tela do notebook em vídeo, gravador de áudio, registros de anotações entre outros.

3.3. Instrumentos de coleta de dados

Durante o desenvolvimento dos procedimentos de produção de dados, escolhemos alguns instrumentos que fizeram parte da pesquisa e obtiveram relevância no processo de execução da pesquisa de caráter qualitativo. Portanto, mencionamos a seguir os recursos utilizados:

Caderno de anotações: foi necessário descrever todos os pensamentos e ideias que foram importantes para a pesquisa. As anotações presentes no caderno serviram para buscar responder a pergunta diretriz da pesquisa, além de ajudar na organização dos assuntos contidos nas conversas com o orientador e com grupo de pesquisa no decorrer das discussões e diálogos dentro do cronograma.

Microsoft Word: usado para transcrever trechos de informações, em forma de texto digital, quando o autor da pesquisa se encontrava em frente ao notebook;

Software Camtasia: utilizamos o software Camtasia Studio para gravação do que ocorria na tela do notebook durante o *design* de atividades, assim como, gestos falas, movimentos do *designer*. Esse recurso foi utilizado para guardar em forma de vídeos, imagens e sons o processo de constituição da forma de pensar as atividades, com o objetivo de buscar informações relevantes para o desenvolvimento da análise de dados desse trabalho.

Aplicativo WhatsApp: fez-se muito importante para os processos de produções de dados e de trocas de informações entre os integrantes do grupo de pesquisa por meio de conversas de digitação de texto.

3.4. Procedimentos metodológicos

O desenvolvimento dos procedimentos decorrentes das atividades compostas no trabalho aconteceu em diversas etapas. Abaixo seguem uma pequena descrição das mesmas.

Estudo e análise de novas tecnologias sobre RA: nessa fase, começamos um cenário de investigação sobre as tecnologias presentes no cotidiano que pudessem ser utilizadas no âmbito da Realidade Aumentada.

Reflexão sobre os recursos das tecnologias escolhidas: nesse momento partimos para a escolha dos recursos que melhor poderiam servir como peças importantes para definição das atividades propostas e como cada recurso teve seu papel no desenvolver da pesquisa.

Criação das atividades: nesse processo foi desenvolvido o *design* de atividades. Basicamente criadas duas atividades com vários aspectos a serem explorados em cada. Uma utilizando o software Blender e aplicativo AndAR, a outra envolvendo o software Geogebra 3D e o aplicativo desenvolvido pelo o autor do trabalho utilizando o software Unity 3D. Ambas as atividades foram divididas em vários itens de perguntas e reflexões sobre funções de duas variáveis reais e Realidade Aumentada.

Feedback do grupo de pesquisa: nessa fase, os integrantes do grupo (professor orientador, dois alunos do Curso de Licenciatura em Matemática) obtiveram a oportunidade de entrar em contato com o *design* das atividades (criadas pelo autor da pesquisa) com o objetivo de interagir e tentar responder as questões propostas nas mesmas, no âmbito de funções de duas variáveis reais e Realidade Aumentada. Dessa forma, todos os integrantes do grupo (incluindo o autor da pesquisa) agregaram um *feedback* importante por meio de dados produzidos, objetivando a busca pela possível resposta para a pergunta diretriz da pesquisa.

Na seção seguinte detalhamos recursos tecnológicos investigados e utilizados durante o processo da produção da pesquisa.

3.5. Pesquisando as tecnologias digitais (apresentação dos recursos)

Nos primeiros momentos do trabalho foram realizadas pesquisas sobre materiais, atividades, artigos, dissertações, entre outros, que aglutinassem a cognição matemática com dispositivos móveis em um viés que tratasse de Realidade Aumentada. Encontramos artigos que envolvem matemática, educação e Realidade Aumentada como: Ensino de física e matemática com Realidade Aumentada (DA SILVA; VIEGAS; VIEIRA, 2012) e desenvolvimento de um software educacional com Realidade Aumentada (FORTE, 2009), por exemplo. Diferentemente do que buscávamos, não foi tão evidente apreciar as tecnologias de dispositivos móveis operando com o conhecimento matemático por meio da Realidade Aumentada em artigos e trabalhos acadêmicos. Nesse contexto, criamos a possibilidade de explorar a cognição matemática com as recentes Tecnologias Digitais dos *smartphones* e *tablets* se transformando em alternativas de imersão de interação entre usuário, realidade mundana, virtual e matemática.

Examinamos a relevância de pesquisar sobre os principais softwares e aplicativos que pudessem agregar valor para a presente pesquisa com o objetivo de desenvolver o *design* de atividades com Realidade Aumentada envolvendo funções de duas variáveis. A partir disso, buscamos nos atualizar sobre softwares de modelação 3D e aplicativos de Realidade Aumentada como Google Sketch Up e Augmented Reality respectivamente. Investigamos também o *hardware Kinect* (dispositivo do vídeo game *Xbox 360*) em sua interação com interfaces naturais. Entretanto, objetivamos pesquisar conhecimentos dos recursos dos *softwares* Blender, Unity 3D e do aplicativo AndAR para desenvolver o Design Instrucional (FILATRO; PICONEZ, 2004) das atividades presentes na pesquisa. Portanto, na seguinte seção descrevemos e apresentamos os softwares e aplicativos utilizados no processo de produção dos dados.

3.5.1. Blender

O Blender é um software de modelagem e animação em 3D gratuito de código aberto (*open source*). Ou seja, Blender é um programa de computação gráfica que permite produções de alta definição de imagens e animações utilizando geometria tridimensional e outros recursos (GUMSTER, 2015).

Figura 1 - Logotipo do Blender.



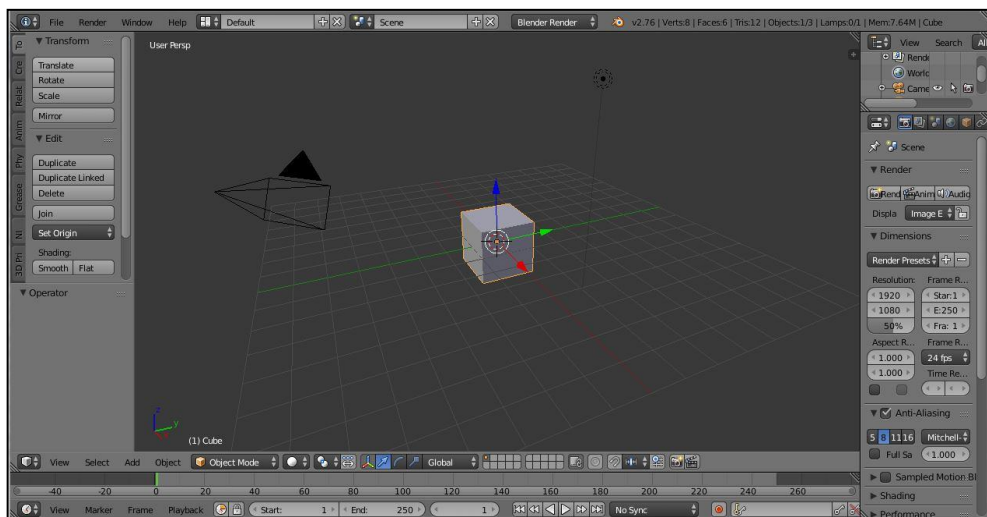
Fonte: <https://www.blender.org/about/logo/>.

O motivo em optar por trabalhar com esse programa, além de ser gratuito e de código fonte aberto, e ter uma quantidade de recursos que o programa contempla, foi devido a possibilidade de exportar qualquer produção dentro do software para a extensão no formato chamado *wavefront⁸* (arquivos em extensão

⁸ Formato de arquivo para definir objetos em 3D (STOCK; BISHOP, 2002).

.obj). Essa extensão de arquivo é essencial para ser importada para o sistema do aplicativo de Realidade Aumentada AndAR (aplicativo utilizado na pesquisa). O software contém uma funcionalidade com a possibilidade da geração de gráficos de funções matemáticas através de um de seus recursos (FLAVELL, 2010). Em nossa pesquisa, o recurso do Blender que se mostrou de grande importância para ser investigado e que serviu como um “estopim” para a criação e desenvolvimento de uma das atividades contidas no trabalho de conclusão, é chamado de “Math Function”. Esse recurso nos permite trabalhar com funções de duas variáveis dentro do software, especificamente, é uma janela de álgebra que conseguimos, por exemplo, digitar funções $z = f(x,y)$. Na figura abaixo, apresentamos a tela inicial do software Blender.

Figura 2 - Interface principal do software Blender.



Fonte: Elaborado pelo autor

O software está disponível para download no site oficial (<https://www.blender.org/>) na área específica para download. O Blender está disponível para várias plataformas: *Windows*, *Mac OSX* e *Linux* (GRUMSTER, 2015).

Figura 3 - Link para download do Blender.



Fonte: www.blender.org/

Para baixar o pacote apropriado para o sistema operacional do computador ou notebook é necessário, para a plataforma Windows, fazer diretamente o download do arquivo executável. Em outras plataformas, o processo se resume em baixar o pacote de arquivos e extrair no diretório de preferência do usuário. A instalação é rápida com somente algumas janelas de aceitação da licença, opções do programa, localização no computador e conclusão da instalação (GRUMSTER, 2015).

Figura 4 - Links para download do software Blender em várias plataformas.



Fonte: www.blender.org/.

Após o download e a instalação do software, o programa, ao iniciar, apresenta uma janela de visualização com opções de links sobre a documentação do Blender como o site do software, manual, créditos, scripts entre outros (GRUMTER, 2015).

Figura 5 - Janela de visualização inicial do programa.

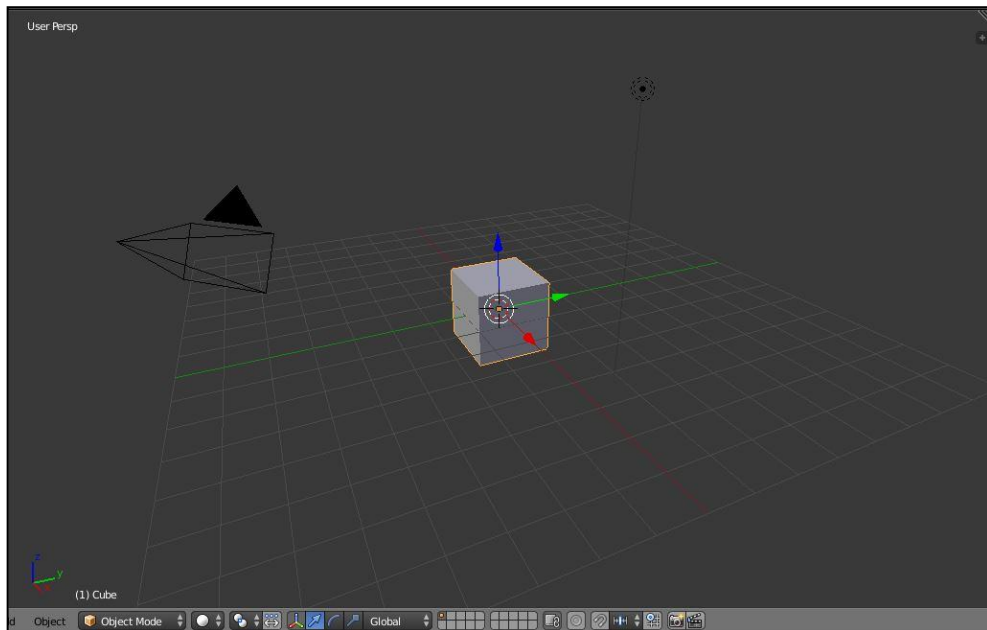


Fonte: Elaborado pelo autor.

Na janela principal do programa, podem ser encontrados os elementos padrões do software quando ele é iniciado. Ele é composto de editores, cabeçalhos, botões, painéis e controles (FLAVELL, 2010).

Editores: Parte do programa que possui uma função específica. São janelas de visualização 3D, editor de vídeo, editor gráfico, editor de texto e outros. Praticamente, são as janelas que apresentam os conteúdos que estão sendo trabalhados.

Figura 6 - Exemplo de editores.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Cabeçalhos: Estão inclusos em qualquer editor com uma barra de opções no topo ou abaixo da janela específica.

Figura 7 - Exemplo de cabeçalhos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Botões de contexto: Estão presentes dentro de cada cabeçalho do programa com diversas opções de escolha.

Figura 8 - Exemplo de botões de contexto.



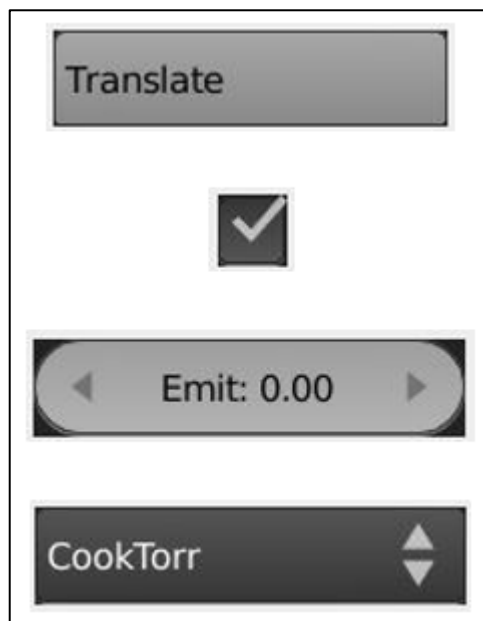
Fonte: Elaborado pelo autor.

Painéis: São os organizadores lógicos de cada interface de um editor. Por exemplo, controle de dimensões, sombras e cores.

Figura 9 - Exemplo de painéis.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Controles: São os recursos que podem modificar uma função, opção, valor, escala e outros. Os controles podem ser botões, caixas de marcação, *sliders* ou menu de seleção.

Figura 10 - Exemplo de controles.

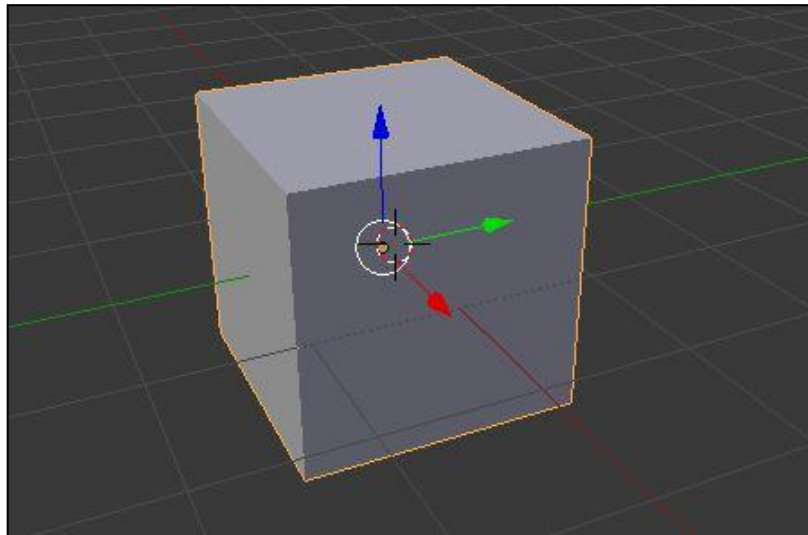
Fonte: Elaborado pelo autor.

O Blender é, basicamente, um software de criação e manipulação de objetos em três dimensões (eixos x, y e z). Também existe a possibilidade de criar um ambiente de quatro dimensões com “tempo sensitivo” através de objetos animados e

movimentos. O programa vem equipado com certas figuras padrões para modelagem inicial como cubos, cilindros e esferas. O software possui muitos recursos e funções (GRUMSTER, 2015), mas destacamos somente as principais e básicas a seguir.

Podemos movimentar os objetos no cenário através das flechas coloridas que estão presentes na figura abaixo. Basta selecionar com o mouse o objeto e depois clicar nas flechas para que o objeto se movimente no ambiente. Flecha verde (eixo y), flecha vermelha (eixo x) e flecha azul (eixo z).

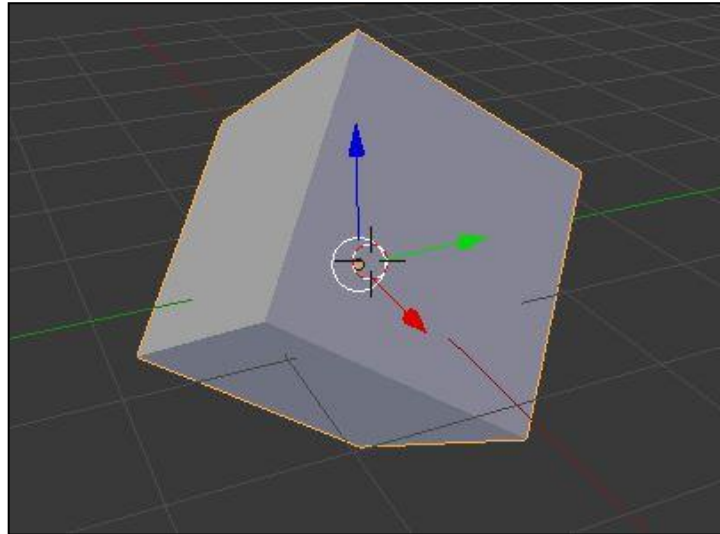
Figura 11 - Eixos de movimentação.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para um objeto ser revolucionado, devemos seguir os seguintes passos: Colocar o mouse em cima do objeto que desejamos girar, pressionar a tecla R do teclado, movimentar o mouse em círculos e perceber que seu objeto está girando. Pressionando a tecla *R* novamente o objeto fica na posição desejada (FLAVELL, 2010).

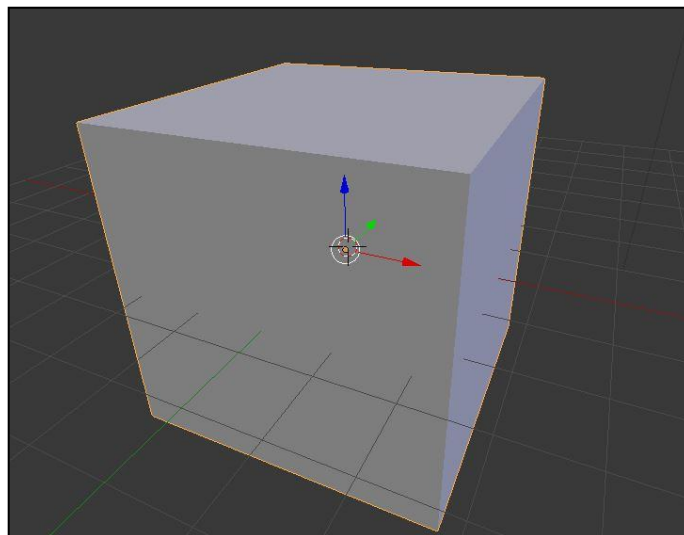
Figura 12 - Exemplo de rotação.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para trabalhar com a escala de um objeto, procedemos com o mesmo processo da rotação com algumas diferenças: Posicionar o mouse em cima do objeto, pressionar a tecla S do teclado, afastar o ponteiro do mouse do objeto para aumentar ou diminuir a escala. Quando o objeto ficar na escala desejada, bastar clicar com o botão esquerdo do mouse no objeto (FLAVELL, 2010).

Figura 13 - Exemplo de modificação de escala de um objeto.



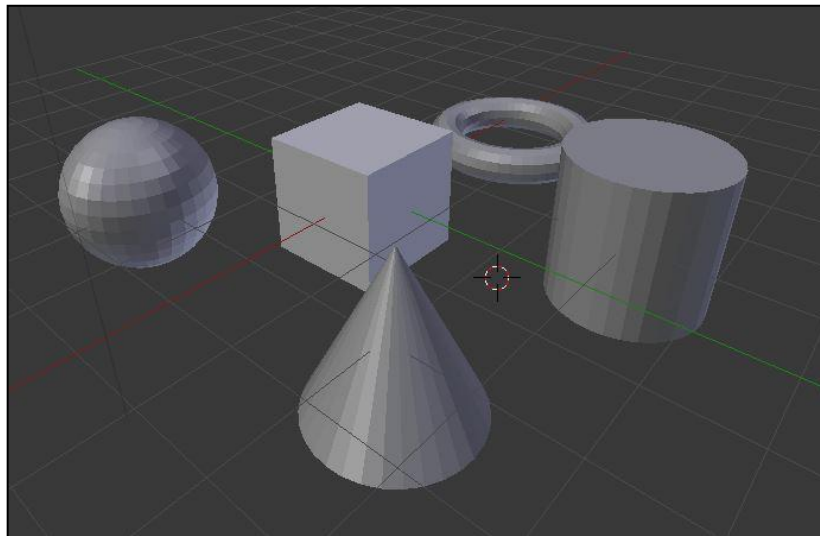
Fonte: Elaborada pelo autor.

São inúmeras as funções e opções que o programa pode fornecer. Apesar de ser um software livre e leve para instalar no computador, o Blender traz consigo

uma composição de ferramentas para criar objetos, modelar, movimentar, modificar, produzir jogos entre outros (GRUMSTER, 2015).

Vários objetos em 3D estão disponíveis para a criação no Blender. Encontramos curvas, superfícies, esferas e objetos de texto (FLAVELL, 2010). Todos eles são manipuláveis livremente sem se preocupar com algum tipo de ciência ou precisão. A próxima figura demonstra este exemplo.

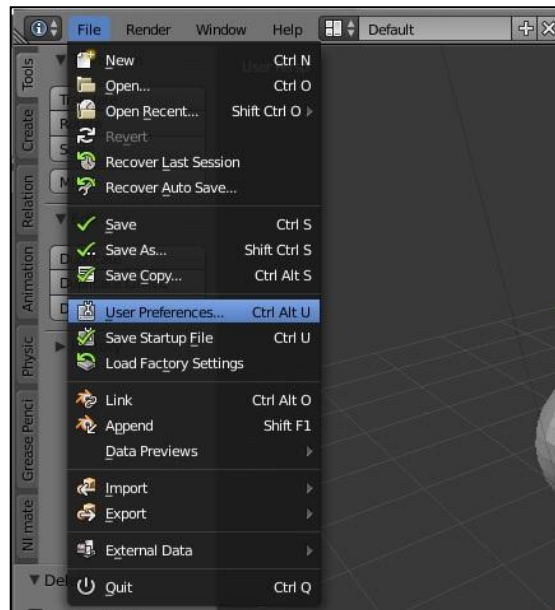
Figura 14 - Exemplo de objetos livremente manipuláveis no Blender.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Porém, também podemos inserir matemática dentro do Blender. Essa matemática que é importante para modelar a aparência de um objeto se tornando um gráfico de uma função de duas variáveis em 3D. Para que possamos trabalhar com equações e gráficos matemáticos, temos que configurar o software de forma que aceite as modificações (GRUMSTER, 2015). Por meio das preferências do usuário podemos acessar as preferências.

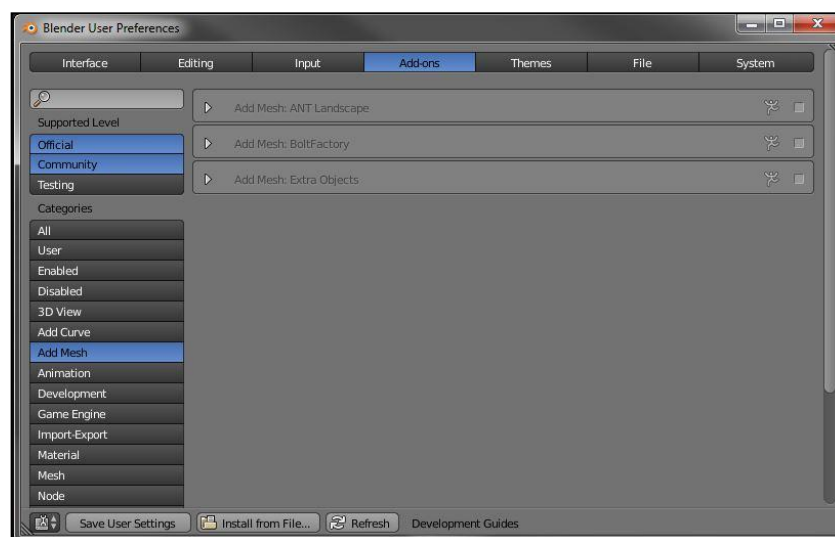
Figura 15 - Preferências do usuário.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Existem várias opções de configurações, mas o que nos importa é a aba *Add-ons* (GRUMSTER, 2015). Devemos selecionar opção de malhas (*Mesh*) no menu à esquerda da janela como mostra a figura abaixo.

Figura 16 - Clicando na opção Mesh na janela de Add-nos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, selecionamos o complemento chamado de *Extra Objects* (GRUMSTER, 2015) clicando na caixa de seleção como a figura abaixo.

Figura 17 - Selecionando a opção Extra Objects.

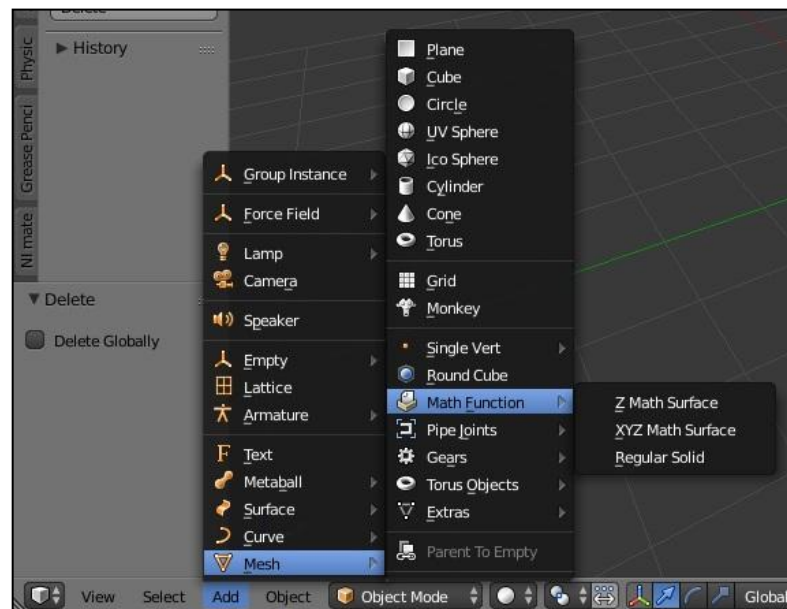


Fonte: Elaborado pelo autor.

O programa suporta funções matemáticas somente com as configurações necessárias. Conforme Grumster (2015) os recursos adicionais são pequenos scripts de programação que servem para estender mais as capacidades do Blender. Dessa maneira, com as configurações necessárias, podemos ter acesso ao “campo de álgebra” chamada de *Math Function*.

Na janela de visualização principal do software, mais especificamente na barra inferior abaixo do editor o recurso *Math Function* pode ser encontrado na opção *Add*. Nesse caso, clicando em *Add >> Mesh >> Math Function* (MARTIN, 2012). A próxima figura ilustra como acessar o recurso.

Figura 18 - Acessando o recurso Math Function.

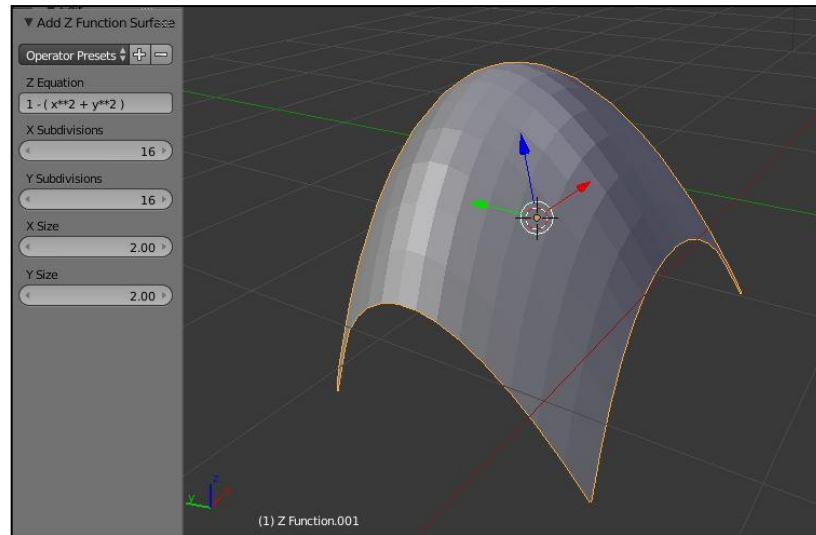


Fonte: Elaborado pelo autor.

No recurso *Math Function* existem três opções: *Z Math Surface*, *XYZ Math Surface* e *Regular Solid*. Porém, o recurso mais importante a ser estudado e

explorado diante dessa pesquisa é o primeiro recurso, *Math Function*. Esse recurso adiciona uma superfície que é definida por uma função da forma $z = f(x,y)$ (MARTIN, 2012).

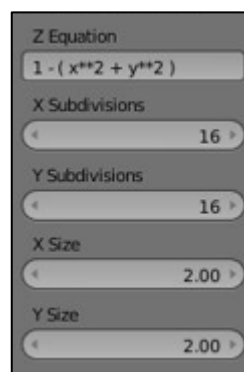
Figura 19 - Recurso Math Function.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O recurso *Math Function* nos permite digitar a função de duas variáveis que desejamos criar, assim como, também fornece outros controles que podemos alterar como a função geratriz, subdivisões de x e y e seus respectivos intervalos como a figura a seguir apresenta (MARTIN, 2012).

Figura 20 - Controles do recurso Math Function.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A pesquisa presente neste trabalho de conclusão teve como um de seus processos metodológicos estudar o software Blender e recursos inclusos no mesmo

para poder projetar as atividades com funções de duas variáveis com Realidade Aumentada. Dessa forma, os detalhes acima apresentados se tornaram de fundamental importância e agregando consistência no desenvolvimento do trabalho.

Além do software Blender, o aplicativo de AndAR se tornou importante para trabalhar em conjunto com o Blender para representar funções de duas variáveis em Realidade Aumentada. A seguir, introduzimos o aplicativo.

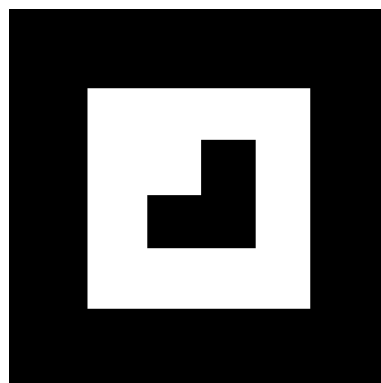
3.5.2. Aplicativo AndAR – Android Augmented Reality

AndAR é um aplicativo da plataforma Android de Realidade Aumentada. A estrutura do aplicativo é de código aberto (*open source*), ou seja, é um programa que

[...] dá ao usuário a liberdade de executar o programa para qualquer propósito, estudar como o programa funciona, adaptá-lo às suas necessidades, redistribuir cópias, melhorar o programa e liberar as suas melhorias ao público, de modo que toda a sua comunidade se beneficie delas (CARVALHO; CAMPOS, 2009, p. 667).

O aplicativo AndAR tem a liberação da licença GNU General Public License (GPL) que permite que os seus usuários possam elaborar, partindo do código fonte do aplicativo, projetos diferentes desde que os mesmos estejam de acordo com os termos da GPL. Além disso, o aplicativo está livre para download na Google Play Store (ANDAR, 2010). Segundo Kanno (2010), o AndAR utiliza marcadores (*maker*) para que os objetos de Realidade Aumentada sejam projetados a partir do aplicativo. Os marcadores ou *makers* são símbolos disponíveis em formato PDF disponíveis em <https://code.google.com/archive/p/andar/downloads>. A seguir a figura detalha a aparência de um marcador (*marker*).

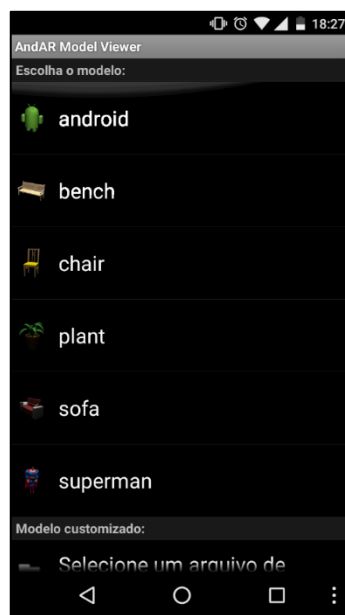
Figura 21 - Exemplo de um marcador (*marker*).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Depois de ser instalado no *smartphone* ou *tablet* com o sistema operacional Android, o aplicativo AndAR Model Viewer pode ser localizado entre os aplicativos do dispositivo móvel e iniciado. Portanto, o usuário possuirá acesso a uma pequena biblioteca que tem modelos de objetos em 3D como, por exemplo, um vaso com uma planta, uma cadeira, um sofá entre outros (ver figura 25).

Figura 22 - Modelos prontos no aplicativo AndAR.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Após escolha do objeto em 3D, o aplicativo projeta o mesmo por meio do marcador impresso em PDF. A figura abaixo contempla o exemplo.

Figura 23 - Exemplo do objeto 3D sendo projetado no marcador.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Mais do que estes modelos prontos, é possível importar modelos criados por softwares de modelagem 3D, como por exemplo o programa Blender. Entretanto, os modelos gerados a partir de programas de modelagem devem ser exportados no formato *wavefront* (.obj) para que o aplicativo AndAR consiga “ler” o marcador impresso. Dessa maneira, para que possamos encontrar os arquivos no formato *wavefront* dentro do *smartphone* ou *tablet*, é necessário fazer o download de um aplicativo organizador e gerenciador de diretórios, como o *Ol File Manager*. Logo, facilmente encontramos os arquivos *wavefront* no dispositivo e conseguimos importar os mesmos produzidos no Blender para o AndAR.

Explorar os recursos do aplicativo AndAR é uma tarefa sem complicações e com capacidade de envolver o usuário. Após carregar o objeto desejado (da biblioteca ou através da importação de um modelo criado com o programa Blender), basta apontarmos a câmera do *smartphone* ou do *tablet* para o centro do marcador (ilustrado na Figura 21) para visualizarmos o objeto escolhido na tela do aparelho utilizado (ver Figura 23). O usuário poderá girar em torno do modelo 3D (desde que continue apontando a câmera para o centro do marcador), analisando o objeto de diversos ângulos. Além disso, é possível aumentar e diminuir o tamanho do modelo apenas deslizando o dedo (convenientemente, para cima ou para baixo) sobre a tela do *smartphone* ou do *tablet*. Entre outros recursos, o usuário poderá abrir um menu

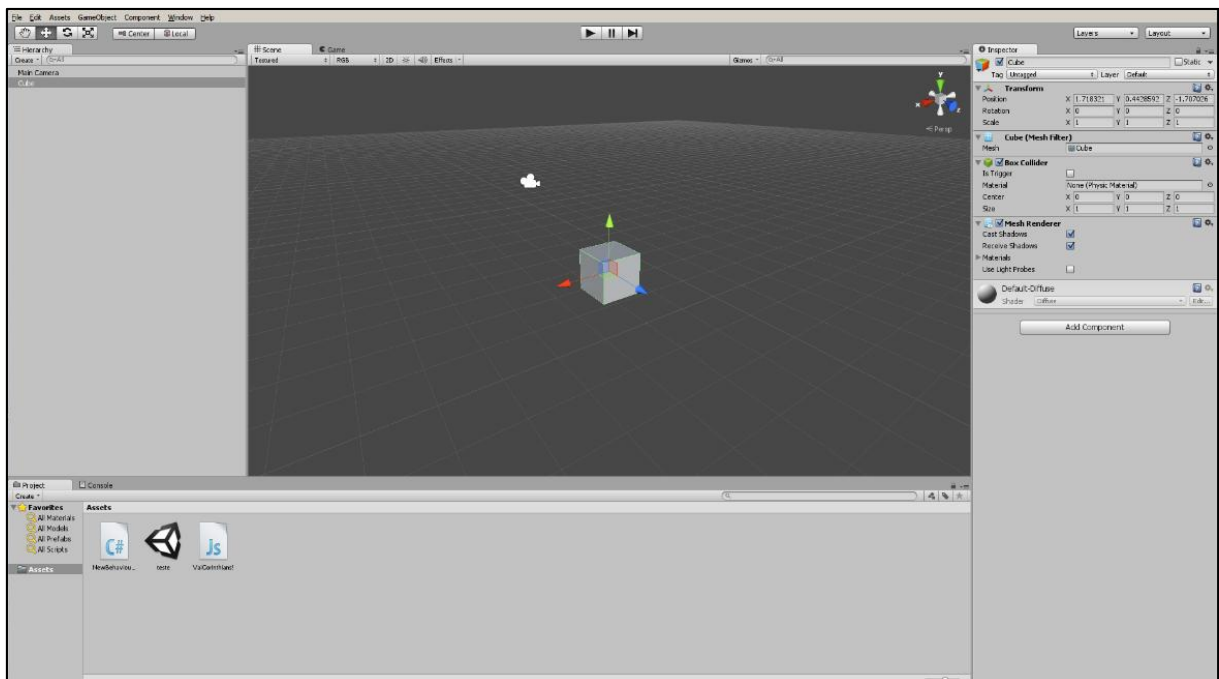
a partir da tela do dispositivo móvel o qual disponibilizará funções como: transladar e rotacionar o modelo 3D sobre o marcador bem como tirar uma foto do mesmo (caso da Figura 23).

Além do software Blender, outro programa de modelagem gráfica utilizado no processo de elaboração de atividades foi o Unity 3D. Na próxima seção apresentamos o mesmo.

3.5.3. Unity 3D

Unity é um software de criação de jogos em 3D que possui recursos de desenvolvimento por meio de linguagem de programação (GOLDSTONE, 2009). Esse software é integrado por uma unidade de processamento personalizado com o motor de simulação física *NVIDIA PhysX* e *Mono*, possuindo uma biblioteca da linguagem *.NET* da Microsoft. (CRAIGHEAD; BURKE; MURPHY, 2007). Ou seja, o Unity é um programa de criação de jogos que se pode utilizar *scripts* de linguagem de “[...] programação C#, Javascript e Boo (Python)” (MORIBE, 2012, p. 4).

Figura 24 - Interface do Unity 3D.



Fonte: Elaborado pelo autor.

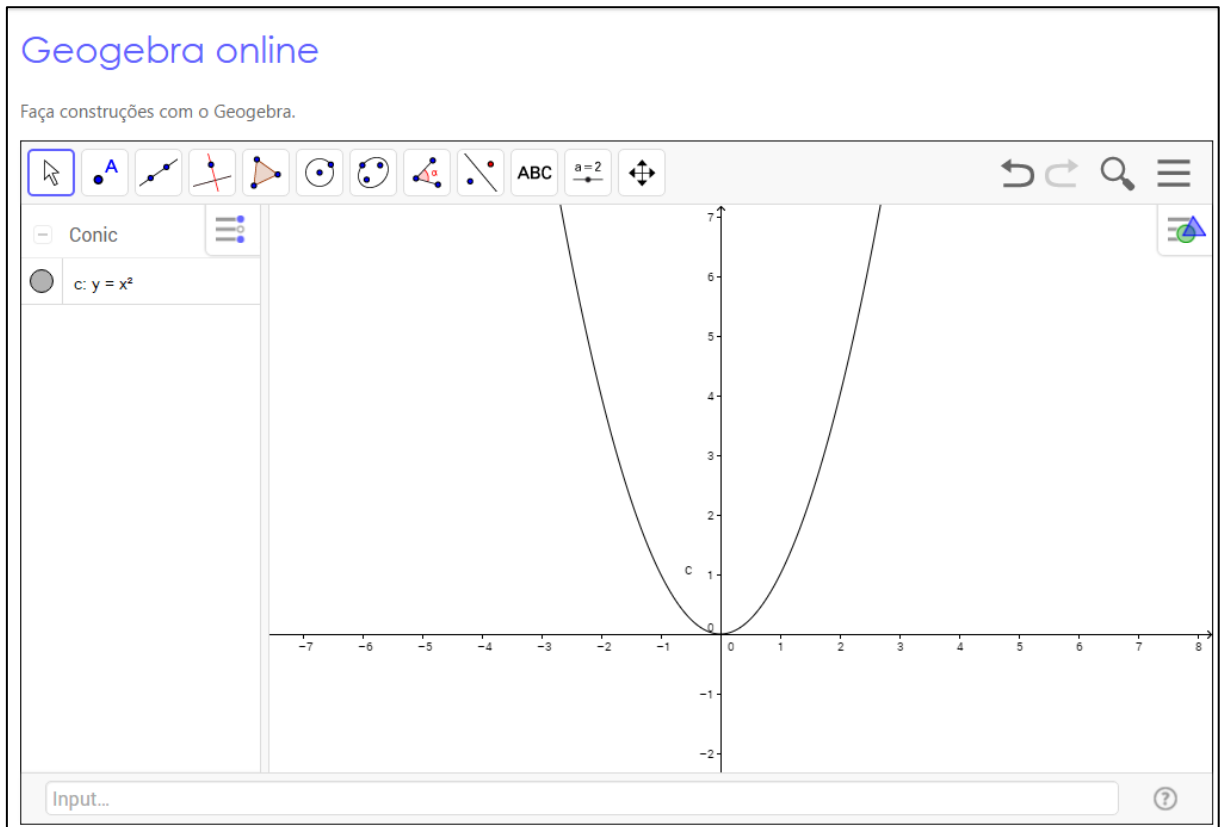
Esse software teve singular importância para o desenvolvimento do *design* das atividades com funções de duas variáveis e Realidade Aumentada. Nesse contexto, o autor desse trabalho de conclusão tomou liberdade para desenvolver um aplicativo de Realidade Aumentada utilizando a linguagem de programação C# no intuito de contribuir com o pensar-com-TD (ROSA, 2008), além disso, fazer com que o aplicativo fosse utilizado em uma das atividades matemáticas propostas na pesquisa, de forma a potencializar o saber-fazer-com-a-tecnologia (ROSA, 2008).

O desenvolvimento do aplicativo de RA para um dispositivo móvel (*smartphone* ou *tablet*) com a plataforma Android por meio do Unity 3D contribuiu para esse trabalho. A inspiração para o desenvolvimento de um aplicativo para *smartphone* ou *tablet* veio a agregar valor à pesquisa. Dessa maneira, o licenciando/pesquisador criou uma atividade com o objetivo de esboçar o valor da variável dependente de uma função de duas variáveis de várias formas. Ou seja, desde a simples substituição de variáveis, visualização de uma imagem de um gráfico de uma função de duas variáveis até a exploração do aplicativo de Realidade Aumentada desenvolvido pelo licenciando/pesquisador. Assim, o autor da pesquisa buscou fazer uma aplicação para *smartphones* ou *tablets* na plataforma Android que ao utilizar um marcador definido pela imagem da UFRGS, o usuário pudesse enxergar um gráfico de uma função de duas variáveis virtualmente por meio da tecnologia da Realidade Aumentada. Portanto, o recurso do software Unity 3D e os scripts de linguagem C# se fizeram presentes no desenvolvimento do *design* de atividades.

Na próxima seção, passamos a destacar outro software utilizado na pesquisa, o Geogebra 3D.

3.5.4. Geogebra 3D

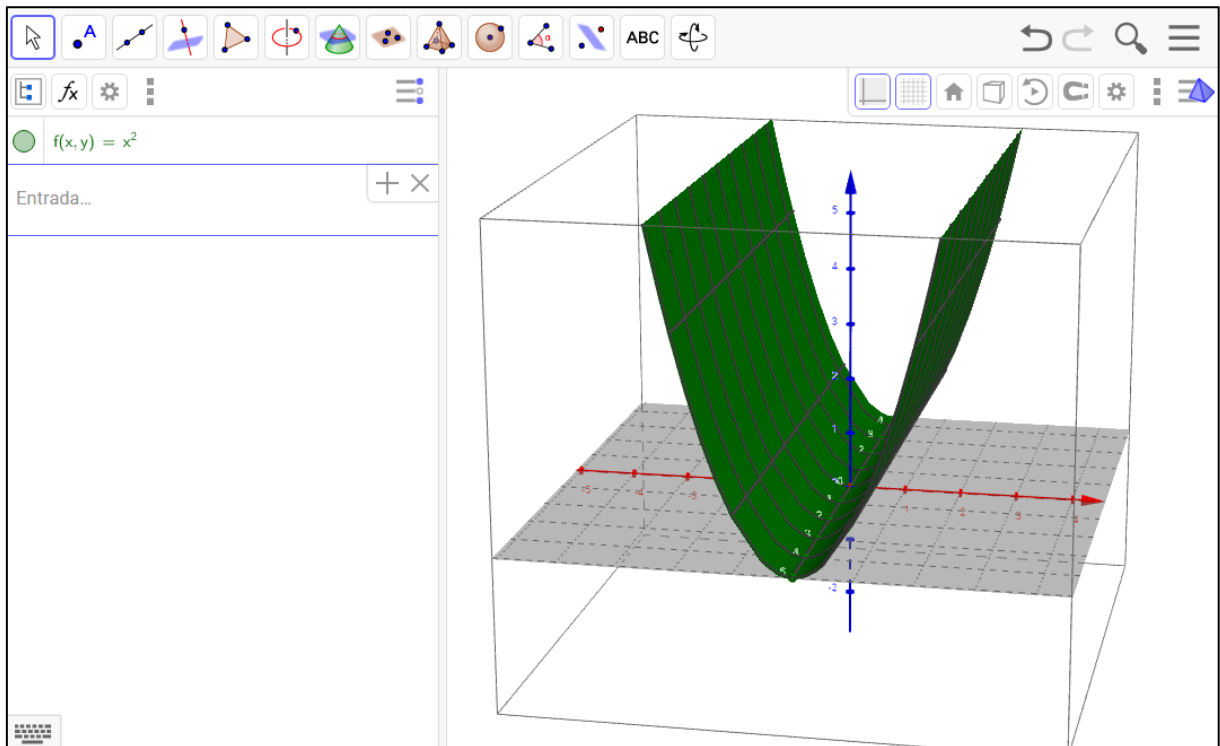
O Geogebra é um software de geometria dinâmica totalmente gratuito que possibilita explorar e construir objetos algébricos e geométricos disponível em várias plataformas e também online no endereço <http://www.geogebra.org> (SEOLIN; ANDRADE, 2010).

Figura 25 - Interface do Geogebra online.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O programa possui uma interface de fácil acesso aos recursos que proporcionam um suporte e manipulação de elementos geométricos como construções de figuras planas e sólidos, além de contemplar uma janela de álgebra que é utilizada para inserir equações, comandos, funções entre outros (SANTOS, 2015).

Em versões do programa Geogebra, como na versão online, existe uma janela de visualização tridimensional que possibilita o usuário interagir com objetos ou funções em três dimensões (SANTOS, 2015).

Figura 26 - Geogebra 3D online.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Dessa forma, tomamos o Geogebra como parte integrante de nossa pesquisa no desenvolvimento de design de atividades com funções de duas variáveis, pois além de explorar conteúdos de geometria, oferece “recursos para os estudos de conteúdos matemáticos relacionados também à álgebra e ao cálculo” (SEOLIN; ANDRADE, 2010, p. 26).

Todos os recursos descritos serviram como partes importantes para todo o desenvolvimento do design de atividades com Realidade Aumentada. Portanto, na seção seguinte, destacamos a descrição e análise do processo de produção de dados.

4. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Nesse capítulo, evidenciamos as descrições e a análise dos dados produzidos durante o percurso da pesquisa. Ou seja, destacamos aqui, as informações mais relevantes para a investigação por meio de gravações de vídeo, áudio e captura de tela, entre outros. A partir desse contexto, os trechos e partes apontados como importantes progressões, grande avanço ou até mesmo como obstáculos, foram examinados e investigados com o propósito de analisar e reconhecer provável (eis) resposta (s) para a questão diretriz deste trabalho:

Como se mostra a dimensão tecnológica no Design Instrucional de atividades matemáticas quando se utiliza interfaces naturais como partícipes da produção do conhecimento (de funções de duas variáveis) no âmbito da Realidade Aumentada?

A seguir, destacamos o processo percorrido para inscrever os dados agrupados do trabalho pelo principal sujeito da pesquisa (o autor). Tomando como ponto de partida os procedimentos metodológicos adotados: *estudo e análise de tecnologias sobre RA, reflexão sobre os recursos das tecnologias escolhidas, criação das atividades e feedback do grupo de pesquisa*, o processo se deu pelo procedimento investigativo dos recursos tecnológicos escolhidos para compor o ambiente de elaboração de atividades com funções de duas variáveis com Realidade Aumentada. Ao mesmo tempo, buscamos mostrar as formas de apresentação dos dados produzidos e analisar as informações produzidas durante a realização das atividades desenvolvidas por meio dos pressupostos teóricos apresentados anteriormente em *Relação ao Design Instrucional*, mas, sobretudo sob a luz dos conceitos de *ser-com, pensar-com, saber-fazer-com-tecnologia, cognição corporificada, experiência estética* que emergiram do processo.

4.1. Processo percorrido

Na procura por produzir dados suficientes, buscamos os melhores resultados possíveis para a pergunta de pesquisa em um processo de investigação sobre os recursos tecnológicos utilizados nesse trabalho e observação durante os encontros a distância e presenciais do grupo de pesquisa durante as realizações do *design* de atividades e *feedback* em relação a essas. Após a produção dos dados,

agrupamos as informações mais importantes que apontassem “[...] a dimensão tecnológica no Design Instrucional de atividades matemáticas quando se usa interfaces naturais como partícipes da produção do conhecimento (de funções de duas variáveis reais) no âmbito da RA”. Os pontos mais relevantes que poderiam responder à pergunta norteadora da pesquisa foram separados em três categorias. Dessa maneira, a organização dos dados produzidos e categorizados foi segregada em três facetas. Essas facetas foram evidenciadas quando o licenciando/pesquisador foi questionado pelo professor orientador do trabalho sobre como responderia a pergunta de pesquisa de forma empírica. Dessa maneira, o licenciando/pesquisador respondeu que a dimensão tecnológica esteve presente em todos os momentos da pesquisa. Além de se apresentar diferente entre a visualização no papel, nos aplicativos de RA e se mostrou potencializando a produção do conhecimento matemático do autor desse trabalho na interação com os recursos de RA. Nesse contexto, após as análises de todos os dados produzidos pelo grupo de pesquisa (professor orientador, dois alunos do Curso de Licenciatura em Matemática e o próprio autor), compreendemos que a dimensão tecnológica no Design Instrucional de atividades matemáticas se apresentava *lado a lado, qualitativamente diferente de outras tecnologias em termos de percepção/visualização e potencializando a produção do conhecimento matemático*. Ou seja, essas facetas emergiram a partir dos dados produzidos e analisados durante a pesquisa.

Configurando o significado da dimensão tecnológica, buscamos os significados de dimensão e tecnologia na filosofia. Logo, dimensão é o plano, grau ou direção no qual se possa efetuar uma investigação ou realizar uma ação. Dessa forma, entendemos que a dimensão seja designar vários planos ou níveis nos quais ela pode ser conduzida (ABBAGNANO, 2007). Por outro lado, a tecnologia é o estudo dos processos técnicos de certas áreas da produção industrial. Assim, compreendo que a tecnologia é uma análise organizada das técnicas, procedimentos, métodos, regras ou campos da ação do ser humano (ABBAGNANO, 2007). Então, dimensão tecnológica se configura como o movimento que se liga à tecnologia, de modo a perceber como ela se relaciona e como se manifestou, configurando assim as categorias apresentadas acima.

As tecnologias durante os processos de estudo, investigação, utilização e desenvolvimento de atividades com TD se mostraram de maneira unificada com o

conhecimento matemático e modo de pensar matemática. A nosso ver, a dimensão tecnológica esteve sempre *lado a lado* dos processos de reflexão matemáticos. Dessa maneira, em certos momentos da realização das atividades com RA a percepção matemática de funções de duas variáveis reais, por meio dos diálogos e comentários produzidos se destacaram qualitativamente diferentes de outras tecnologias em termos de percepção/visualização. Além disso, na investigação dos recursos tecnológicos e na produção do *design* de atividades, a dimensão tecnológica *matematicamente potencializou* os conhecimentos do licenciando/pesquisador sobre funções de duas variáveis reais.

Portanto, essa separação em facetas possibilitou a construção de uma organização das informações produzidas durante o processo da pesquisa.

4.2. Formas de apresentação dos dados produzidos

Os dados produzidos na pesquisa serão exibidos por meio de facetas que, por sua vez, apresentam episódios dos trechos de reflexões, pensamentos, observações, diálogos e elaboração da criação do *design* de atividades. Os episódios serão compostos por um ou mais recortes como excertos de diálogos, captura do software Camtasia, falas dos integrantes de pesquisa, figuras ou trechos do caderno de anotações e do Microsoft Word.

Toda faceta será nomeada e separada em seções diferentes no intuito de compreender como se mostra a dimensão tecnológica no Design Instrucional de atividades matemáticas quando se utiliza interfaces naturais como partícipes da produção do conhecimento (de funções de duas variáveis reais) no âmbito da Realidade Aumentada.

Os episódios apresentados na descrição e análise das informações produzidas são distinguidos de forma a conter um título denominado “Episódio” mais a numeração crescente desse sobre o excerto, identificação do instrumento de pesquisa utilizado na produção de dados, data do episódio e identificação do contexto no momento da coleta. Exemplo: **Episódio 1 – Caderno de anotações - 18/05/2016 – Comentário do integrante A do grupo de pesquisa.**

Os episódios são organizados de forma cronológica no intuito de destacar a importância das informações que foram sendo acrescentadas na medida em que a produção dos dados de pesquisa acontecia.

Nos momentos dos episódios, outras identificações serão denotadas para expressar características como: quando precisar ocultar alguma parte dos diálogos, farei uso de “[...]”, quando for preciso argumentar ou comentar dentro de um recorte será usado “[comentários dentro de colchetes]”.

Após evidenciar o processo percorrido de produzir os dados para a pesquisa e como os mesmos são apresentados, destacamos a seguir a análise da dimensão tecnológica no Design Institucional de atividades matemáticas utilizando interfaces naturais como partícipes da produção do conhecimento de funções de duas variáveis no âmbito da Realidade Aumentada separada por facetas.

4.2.1. Produção do *design* de atividades

Apresento a seguir as duas atividades que fizeram parte do processo do Design Instrucional: *A Atividade 1 - Realidade Aumentada e Blender* e *Atividade 2 - Realidade Aumentada e Funções de Duas Variáveis*.

4.2.1.1. Atividade 1 Realidade Aumentada e Blender

Atividade elaborada para compor o trabalho de conclusão com o objetivo de trabalhar o software Blender, aplicativo AndAR no âmbito da Realidade Aumentada.

OBJETIVO GERAL

Suscitar a compreensão dos principais componentes algébricos, geométricos e espaciais que fazem parte de uma superfície ou sólido de revolução (sua função geratriz e eixo de revolução). Desta forma, também promover a percepção da participação das funções de duas variáveis nos objetos, ou seja, na realidade mundana do cotidiano.

INTRODUÇÃO

Para realizar as atividades, vai ser preciso possuir o aplicativo AndAR instalado em um *smartphone* ou *tablet* e o software Blender instalado em um computador pessoal ou notebook. As atividades consistem em, basicamente, utilizar o aplicativo AndAR para visualizar um objeto virtual apontando a câmera do *smartphone* para o marcador. A partir deste momento, o usuário estará livre para a exploração, visualização e alteração (em escala e posição) do objeto. Em seguida, fazendo o uso do software Blender, tentar estimar a construção do objeto em

questão através de funções de duas variáveis que serão introduzidas no recurso “Math Function” do Blender. A investigação das funções de duas variáveis poderá ser feita com a alteração das variáveis, coeficientes na lei de formação das mesmas para chegar a um esboço da função mais adequada. Para formar uma superfície ou sólido de revolução com as funções de duas variáveis no software Blender, temos que utilizar um recurso chamado “Spin”. Assim, deverá ser escolhido um eixo para a rotação da função e que esta opção “Spin” nos permite revolucionar a função e ainda escolher quantos graus queremos revolucionar.

OBSERVAÇÃO

Para poder importar os arquivos *wavefront* (.obj) para seu aplicativo, basta abrir o aplicativo AndAR e escolher o arquivo dentro da pasta destino que se encontra o arquivo *wavefront* (.obj). Esses arquivos estão disponíveis para download no endereço: <https://drive.google.com/folderview?id=0B-3cBW5QgHEeal9ZU2RNWFp4YUk&usp=sharing>.

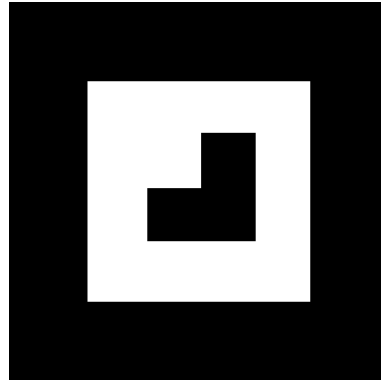
OBJETIVO ATIVIDADE 1.1

Instigar a compreensão dos principais componentes algébricos, geométricos e espaciais que fazem parte de uma superfície ou sólido de revolução, ou seja, investigar sua função diretriz e eixo de revolução por meio de recursos digitais (software Blender e aplicativo de Realidade Aumentada AndAR).

ATIVIDADE 1.1 (INTRODUTÓRIA)

Antes de começar a primeira atividade, importe o arquivo *Atividade1.obj* para o aplicativo AndAR. Na imagem abaixo, encontra-se uma figura denominada marcador. Dessa maneira, por meio do aplicativo AndAR, direcione a câmera do seu *smartphone* ou *tablet* para o marcador. Você verá um objeto projetado na tela de seu dispositivo móvel. Faça proveito da Realidade Aumentada interagindo com o ambiente mundano e manipule o dispositivo em todas as direções que achar melhor. Depois de explorar, responda a questão.

Figura 27 - Marcador Atividade 1.1.



Fonte: Elaborado pelo autor.

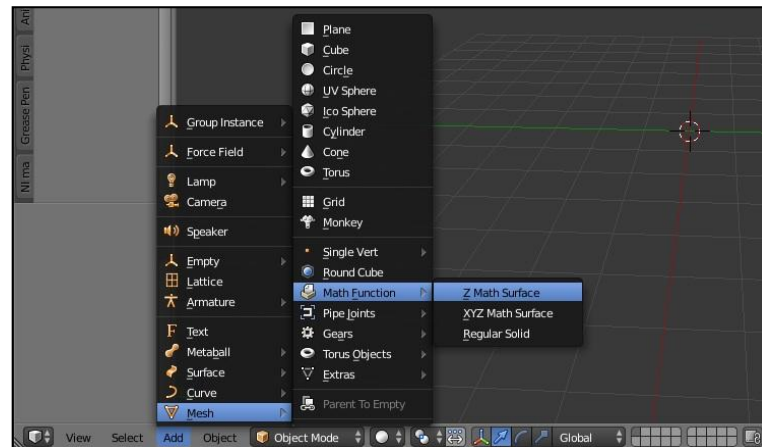
Qual a superfície dentre as alternativas deve ser revolucionada em torno de um eixo para resultar no objeto visualizado no marcador pelo aplicativo AndAR? Justifique/explique sua resposta detalhadamente. Utilize a opção *MathFunction* do software Blender para gerar as superfícies nas alternativas no menu *Z Equation* do programa.

- a) $z = x^{**2} + y^{**2}$. Intervalo: $-1 \leq x \leq 1$ (X size = 2) e $-1 \leq y \leq 1$ (Y size = 2).
- b) $z = 2$. Intervalo: $-1 \leq x \leq 1$ (X size = 2) e $-1 \leq y \leq 1$ (Y size = 2).
- c) $z = x^{**15} + y$. Intervalo: $-1 \leq x \leq 1$ (X size = 2) e $-1 \leq y \leq 1$ (Y size = 2).

Observação: Nas imagens a seguir, as funções que são apresentadas são ilustrativas para demonstrar o caminho a ser seguido no intuito de descrever os recursos do software.

Execute o programa Blender. Ao iniciar, exclua o objeto padrão que é visualizada na tela. Selecione o recurso *Math Function*. Desta maneira, acesse *Add >> Mesh >> Math Function >> Z Math Surface*. A Figura 28 ilustra a descrição.

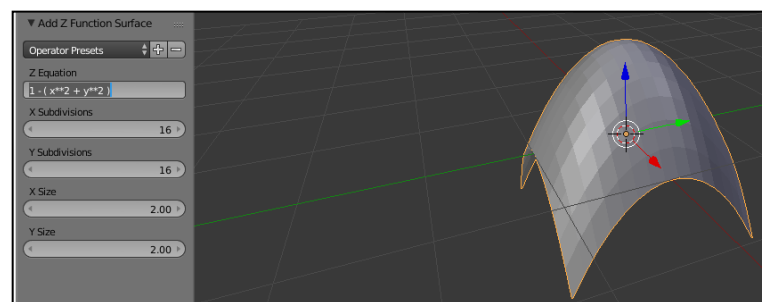
Figura 28 – Caminho do recurso *Math Function*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Quando aparecer uma função por padrão na tela, teremos algumas opções para alterar a função que aparece por padrão no programa. A Figura 29 mostra que temos alguns campos que podem ser alterados. Primeiramente altere a função padrão pela superfície escolhida dentre as alternativas apresentadas anteriormente para ser modelada na tela do software. Ou seja, em *Z Equation* digite a superfície escolhida nas alternativas.

Figura 29 - Menu *Z Equation*.

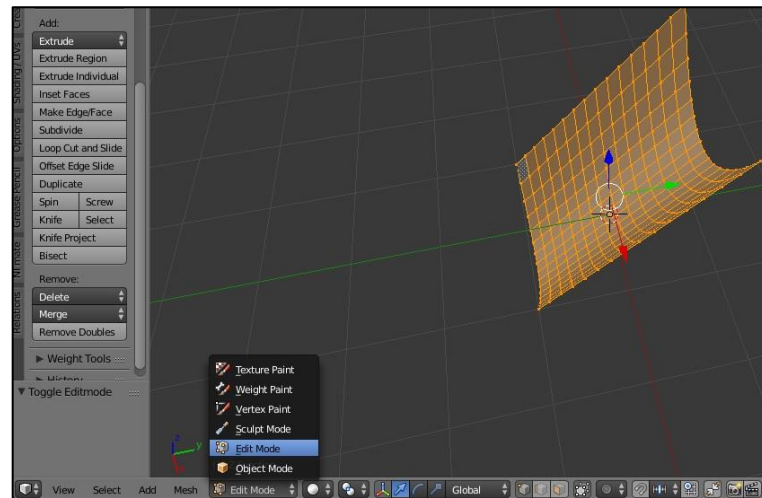


Fonte: Elaborado pelo autor.

Logo depois de visualizar a sua função no Blender, pense na questão: **qual deve ser o eixo de rotação para obtermos o objeto visualizado no marcador pelo aplicativo AndAR? Justifique/explique sua resposta detalhadamente.**

Para isso, utilizar o recurso “*Spin*” do Blender. Para ter acesso ao “*Spin*”, clique na opção “*Edit Mode*” na barra inferior do programa. Logo, a opção “*Spin*” já estará disponível no menu de opções à esquerda. Observe:

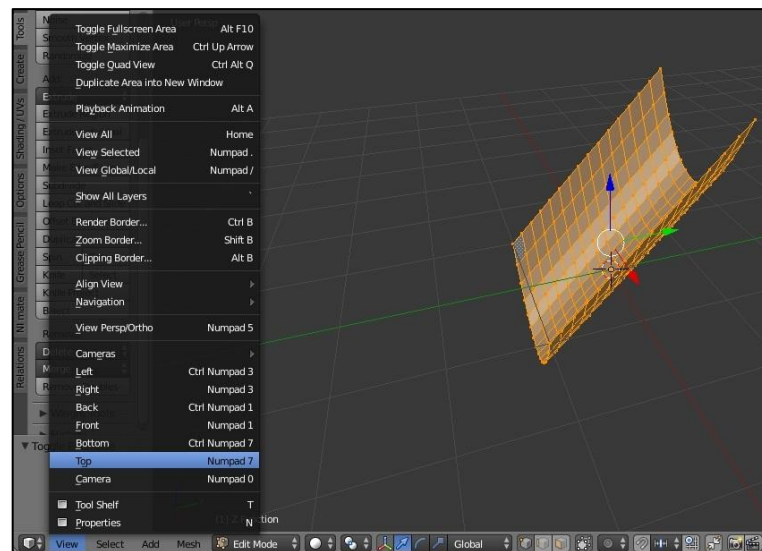
Figura 30 - Opção *Edit Mode*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Antes de revolucionar a função, escolher o eixo de revolução. Assim, clicar para escolher a “visão” da câmera do software que queremos revolucionar a função, ou seja, clicar na barra inferior em View >> (*top, bottom, right, left, front* ou *back*).

Figura 31 - Escolhendo "visão" da câmera.

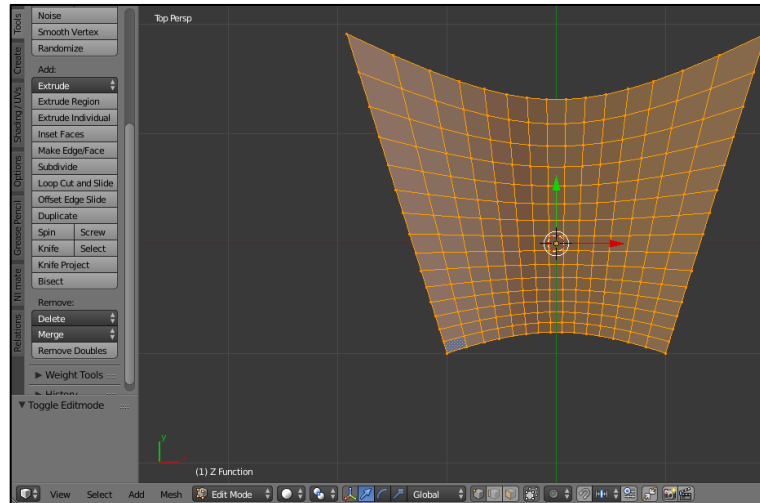


Fonte: Elaborado pelo autor.

Logo após escolher o eixo de rotação pelas opções *top* [eixo z, (0,+00)], *bottom* [eixo z, (0,-00)], *right* [eixo y, (0,+00)], *left* [eixo y, (0,-00)], *front* [eixo x, (0,+00)] ou *back* [eixo x, (0,-00)]. Clicar na extremidade da função no eixo escolhido. Por exemplo, escolher a visão “*Top*” e clicar no centro da função.

Aqui, enxergamos na tela os ângulos dos eixos coordenados. Por exemplo, clicando em *View* >> *Top*, temos a função vista de cima. Segue a Figura 32.

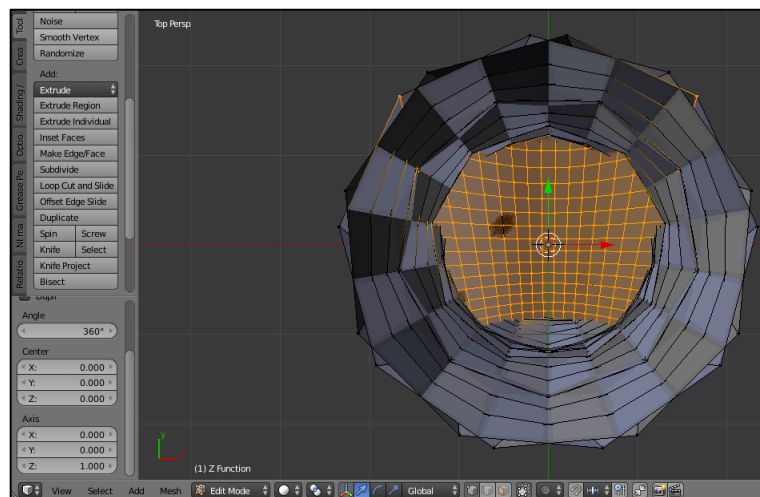
Figura 32 - Visão "Top".



Fonte: Elaborado pelo autor.

Escolhido o eixo de revolução, agora é só clicar na opção “*Spin*” no menu à esquerda. A opção *Spin* permite, em graus, a escolha da rotação da superfície no eixo determinado.

Figura 33 - Utilizando o recurso *Spin*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

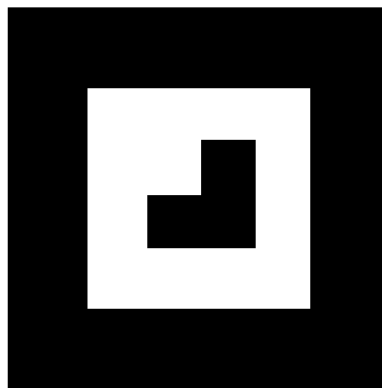
Portanto, você está apto a responder o questionamento anterior. **Foi possível esboçar o objeto visualizado no aplicativo AndAR? Qual deve ser o**

eixo de rotação para obtermos o objeto visualizado no marcador pelo aplicativo AndAR? Justifique/explique sua resposta detalhadamente.

- a) Eixo x (cor vermelha)
- b) Eixo y (cor verde)
- c) Eixo z (cor azul)

No marcador da Figura 34, compare a sua construção com o objeto original visualizado no aplicativo (*Atividade1.obj*). **Descreva as diferenças ou semelhanças dos objetos encontrados. Encontrou o mesmo objeto? Justifique/explique sua resposta detalhadamente.**

Figura 34 - Marcador para comparação da *Atividade 1.1*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Posteriormente a essa atividade introdutória, você pode desenvolver as próximas atividades da mesma maneira utilizando os recursos exemplificados.

OBJETIVO ATIVIDADE 1.2

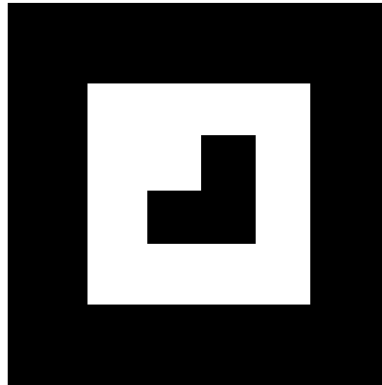
Instigar a compreensão dos principais componentes algébricos, geométricos e espaciais que fazem parte de uma superfície ou sólido de revolução, ou seja, investigar sua função diretriz e eixo de revolução por meio de recursos digitais (software Blender e aplicativo de Realidade Aumentada AndAR).

ATIVIDADE 1.2

Antes de começar a segunda atividade, importe o arquivo *Atividade2.obj* para o aplicativo AndAR. No marcador abaixo se encontra mais um objeto que poderá ser visualizado pelo aplicativo AndAR. Posicione a câmera do seu

smartphone ou *tablet* para o marcador e explore a Realidade Aumentada do objeto virtual.

Figura 35 - Marcador Atividade 1.2.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Qual a superfície dentre as alternativas deve ser revolucionada em torno de um eixo para resultar no objeto visualizado no marcador pelo aplicativo AndAR? Justifique/explique sua resposta detalhadamente.

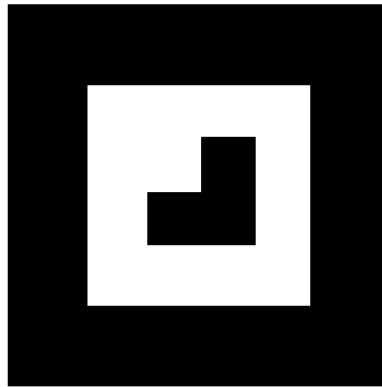
- a) $z = \sin(x) + 2*\sin(x)$. Intervalo: $-2 \leq x \leq 2$ (X size = 4) e $-1 \leq y \leq 1$ (Y size = 2).
- b) $z = \sin(x) + 3*\sin(y)$. Intervalo: $-2 \leq x \leq 2$ (X size = 4) e $-1 \leq y \leq 1$ (Y size = 2).
- c) $z = \sin(x) + \sin(x*y)$. Intervalo: $-2 \leq x \leq 2$ (X size = 4) e $-1 \leq y \leq 1$ (Y size = 2).

Qual deve ser o eixo de rotação para obtermos o objeto visualizado no marcador pelo aplicativo AndAR? Justifique/explique sua resposta detalhadamente.

- a) Eixo x.
- b) Eixo y.
- c) Eixo z.

No marcador abaixo, compare a sua construção com o objeto original visualizado no aplicativo (*Atividade2.obj*). **Descreva as diferenças ou semelhanças dos objetos encontrados.**

Figura 36 - Marcador para a comparação da *Atividade 1.2*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

OBJETIVO ATIVIDADE 1.3

Por meio da percepção utilizando a Realidade Aumentada do aplicativo AndAR e o uso do software Blender, investigar formas presentes na realidade mundana fazendo uso de funções de duas variáveis.

ATIVIDADE 1.3

Antes de começar a terceira atividade, importe o arquivo *Atividade3.obj* para o aplicativo AndAR. Comparando a imagem de um fenômeno físico que temos abaixo com o objeto visualizado no aplicativo por meio do marcador, encontre a função $z = f(x,y)$ que satisfaça o formato do fenômeno natural. Primeiro observe a atenção na imagem abaixo.

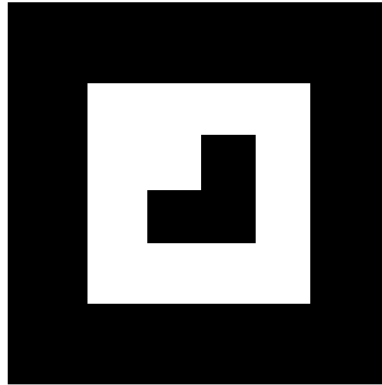
Figura 37 - Fenômeno físico da onda.



Fonte: <http://www.downloadswallpapers.com/papel-de-parede/onda-de-agua-cristalina-4817.htm>.

Logo em seguida, utilize o aplicativo AndAR para abrir o arquivo *Atividade3.obj* apontando a câmera para o marcador abaixo.

Figura 38 - Marcador da *Atividade 1.3*.



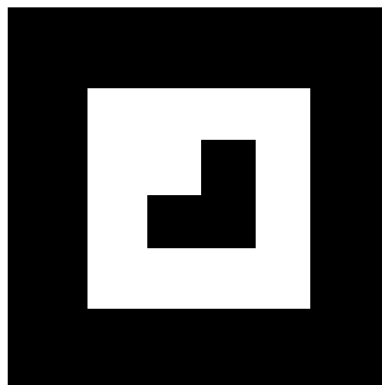
Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, pense na questão acima. Utilizando o software Blender e o recurso “*Math Function*” mostrado anteriormente, **qual é a função que melhor representa o fenômeno da primeira imagem?** Faça uso do Blender e explore a melhor função entre as opções que pode estimar o formato do movimento da onda. Lembre-se de justificar detalhadamente a sua resposta.

- a) $z = x + y$
- b) $z = \sin(x)$
- c) $z = 2^x + e^x$

Logo em seguida, compare o objeto virtual anterior visualizado no aplicativo com o objeto do marcador abaixo. Para isso, importar o arquivo *Atividade3.1.obj* no aplicativo AndAR apontando para o marcador abaixo.

Figura 39 - Marcador para comparação da *Atividade 1.3*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Qual é a diferença entre as duas funções virtuais? Como podemos chegar à segunda função partindo da função do primeiro marcador que foi visualizada? Justifique/explique sua resposta.

OBJETIVO ATIVIDADE 1.4

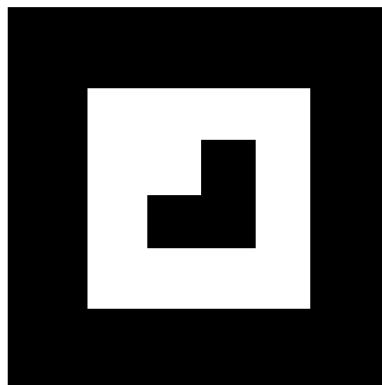
Por meio da percepção utilizando a Realidade Aumentada do aplicativo AndAR e o uso do software Blender, investigar formas presentes na realidade mundana fazendo uso de funções de duas variáveis.

ATIVIDADE 1.4

Abaixo temos dois marcadores *Marcador 1* e *Marcador 2* respectivamente. Utilize o aplicativo AndAR para visualizar ambos os marcadores para tentar responder as seguintes questões:

a) Primeiramente importe o arquivo *Atividade4.obj* para seu *smartphone* e abra com o aplicativo AndAR apontando a câmera para o marcador da Figura 40. Assim, será visualizado um objeto, explore e movimente o *smartphone* para observar as características do objeto virtual.

Figura 40 - Marcador 1 da *Atividade 1.4*.

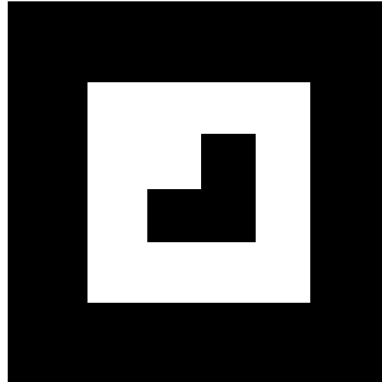


Fonte: Elaborado pelo autor.

Sabendo que a lei de formação do objeto acima é dada por $z = x^{20} + y^{20}$, utilize o recurso “*Math Function*” do software Blender para observar o gráfico da função em questão. Digite a função no campo “*Z Equation*” e observe o gráfico no software. **O que você pode dizer sobre a função? Qual função conhecida ou família de funções que pode dar origem à função acima?**

b) Agora, depois de ter explorado o primeiro objeto acima e saber a lei de formação do objeto encontrado no primeiro marcador (*Marcador 1*), faça o seguinte: Importe o arquivo *Atividade4.1.obj* para seu *smartphone* e abra com o aplicativo AndAR apontado a câmera para o marcador abaixo.

Figura 41 - Marcador 2 da *Atividade 1.4*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Dessa maneira, você verá outro objeto virtual sendo projetado a partir do aplicativo AndAR. Portanto, segue a questão: **Partindo da função do primeiro objeto, como conseguimos construir o segundo objeto? Qual transformação matemática ocorreu? Justifique sua resposta detalhadamente.** Utilize software Blender para fazer as manipulações necessárias para tentar estimar ou esboçar o segundo objeto.

Na próxima seção, apresentamos a segunda atividade sobre Realidade Aumentada e funções de duas variáveis.

4.2.1.2. Atividade 2 Realidade Aumentada e funções de duas variáveis

Atividade elaborada para compor o trabalho de conclusão com o objetivo de trabalhar com funções de duas variáveis no âmbito da Realidade Aumentada utilizando o aplicativo desenvolvido pelo autor da pesquisa.

OBJETIVO GERAL

Determinar a imagem de funções de duas variáveis em coordenadas (x,y) de maneiras diferentes. Na *Atividade 2.1*, calcular algebricamente o valor da imagem da função. Na *Atividade 2.2*, estimar o valor da imagem das funções observando a figura dos gráficos impressos na folha. A *Atividade 2.3* tem o objetivo de utilizar o

Geogebra 3D para estimar o valor da imagem de uma função de duas variáveis em um determinado ponto. Na *Atividade 2.4* e *Atividade 2.4.1*, o objetivo é de estimar o valor da imagem de funções de duas variáveis em uma determinada coordenada utilizando um aplicativo de Realidade Aumentada. A atividade tem o intuito de começar com cálculos no papel para encontrar a imagem da função de duas variáveis e concluir com o uso de um aplicativo para estimar o valor da variável dependente de uma maneira que utilize um meio tecnológico para participar do processo da atividade.

OBSERVAÇÃO

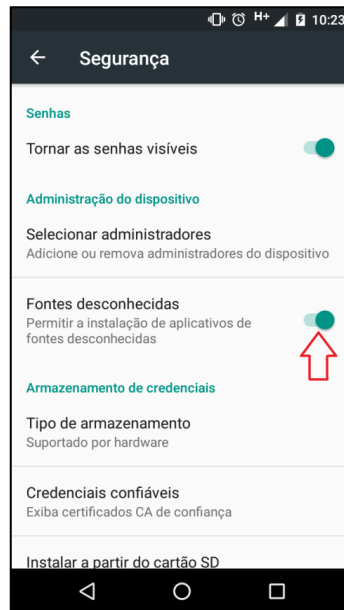
Nas atividades 4 e 4.1 é preciso utilizar o aplicativo "*MeshTest*" e "*MeshTest2*" respectivamente. Desta maneira, faz-se necessário a instalação dos aplicativos no formato .apk. Abaixo seguem os passos. Esses arquivos estão disponíveis no endereço: <https://drive.google.com/folderview?id=0B-3cBW5QgHEeSkhWRURUV24tOUk&usp=sharing>.

1º) Para instalar os arquivos enviados (*MeshTest.apk* e *MeshTest2.apk*) é preciso configurar o *smartphone* da plataforma *Android*;

2º) Para permitir que o *smartphone* ou *tablet* da plataforma *Android* reconheça e permita que o aplicativo (que não é direto da Googleplay) seja instalado, temos que acessar as configurações do *smartphone*. Basta acessar "Configurações" >> "Segurança";

3º) Clicando em "Segurança", várias opções estarão disponíveis. O que nos interessa é a opção "Fontes Desconhecidas". Assim, é só habilitar que o *smartphone* aceite fontes desconhecidas clicando no botão. A imagem abaixo ilustra o exemplo.

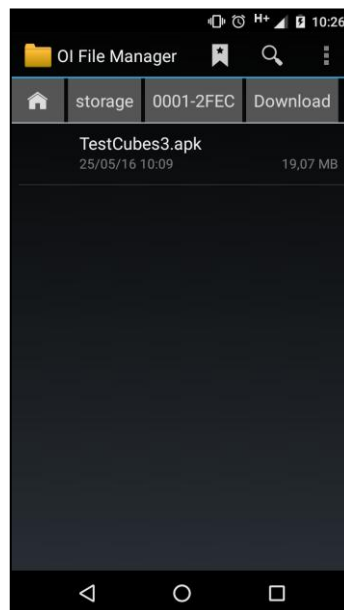
Figura 42 - Habilitar o *smartphone* para fontes desconhecidas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4º) Depois de habilitar o *smartphone* para permitir instalação de fontes desconhecidas, basta instalar os arquivos recebidos. Encontre os arquivos no local que foi importado para o *smartphone*. Pode ser com o aplicativo "OI File Manager" que já é utilizado para escolher os arquivos no formato *wavefront* para o aplicativo *AndAR*. Segue imagem.

Figura 43 - Instalação dos arquivos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5º) Depois da instalação, podemos acessar os aplicativos pelo ícone que se encontra no *smartphone*, assim como mostra a Figura 44.

Figura 44 - Acessando os aplicativos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

6º) Após as instalações, podemos utilizar os aplicativos para fazer as atividades 4 e 4.1.

Abaixo temos uma questão que pode ser resolvida somente com lápis e borracha utilizando os espaços em branco da folha. Portanto resolva a questão seguinte.

OBJETIVO ATIVIDADE 2.1

Calcular o valor da função nas coordenadas (x, y) presentes nas alternativas.

ATIVIDADE 2.1: Calcule o valor da função $z = 3x + y$ nos pontos:

- a) $(2, 4)$;
- b) $(3, 1)$;
- c) $(4, -2)$;
- d) $(-1, 0)$;

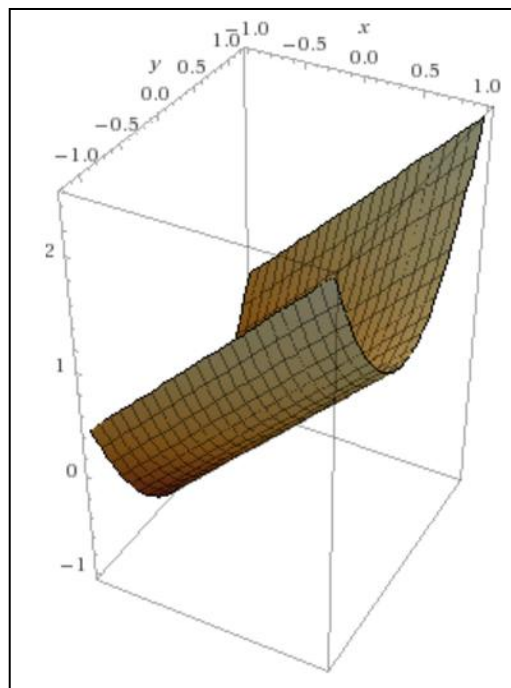
OBJETIVO ATIVIDADE 2.2

Estimar o valor da função nas coordenadas (x, y) existentes nas respectivas alternativas somente observando os gráficos das funções representados por imagens.

ATIVIDADE 2.2: Agora estime, esboce, o valor de z nos gráficos das funções abaixo (sem saber a lei de formação delas) nos pontos abaixo. **Justifique o motivo se conseguiu ou não determinar o valor de z .**

a) $(1/2, -1/2)$ e $(1/2, 1/2)$.

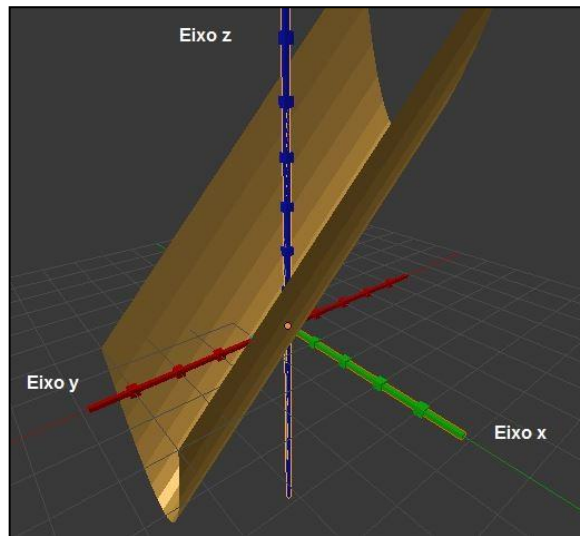
Figura 45 - Imagem gráfico item a da Atividade 2.2.



Fonte: <https://www.wolframalpha.com/input/?i=z+%3D+y%5E2+%2B+x>

b) $(1, 2)$ e $(0, 2)$.

Figura 46 - Imagem gráfico item b da Atividade 2.2



Fonte: Elaborado pelo autor.

OBJETIVO ATIVIDADE 2.3

Estimar o valor da função $z = y^2 + x$ utilizando o software Geogebra 3D online somente com a percepção visual, sem usos das ferramentas no programa.

ATIVIDADE 2.3: Utilizando o software Geogebra 3D (disponível em <https://app.geogebra.org/#3d>), podemos construir um gráfico de uma função de duas variáveis $z = f(x,y)$. Basta digitar a função $z = y^2 + x$ no campo de entrada do Geogebra 3D e teremos o gráfico traçado. **Sem fazer o uso de substituição de variáveis, como podemos encontrar o valor de z nos pontos abaixo? Justifique o motivo pelo qual conseguiu ou não estimar os valores de z.**

- a) (1, 3);
- b) (2, 2);

Nas próximas atividades será necessário a utilização dos aplicativos "MeshTest" para a Atividade 2.4 e "MeshTest2" para a atividade 2.4.1. Assim, para visualizar os gráficos é só abrir o aplicativo e direcionar a câmera para a imagem da UFRGS impressa na Figura 47 e Figura 48.

OBJETIVO ATIVIDADE 2.4

Tentar encontrar, esboçar ou estimar o valor da função visualizada no aplicativo de Realidade Aumentada por meio da manipulação do mesmo utilizando o espaço, interação com o *smartphone*, movimentos do corpo e percepção visual.

ATIVIDADE 2.4: Deixando de lado o trabalho com a álgebra, substituição de variáveis e o software Geogebra 3D, vamos tentar encontrar o valor de z em uma função de duas variáveis que não sabemos a lei de formação através de um aplicativo de Realidade Aumentada. Agora, abra o aplicativo e aponte a câmera para a imagem impressa da UFRGS e observe o gráfico que será visualizado no *smartphone* ou *tablet* e tente esboçar ou estimar qual o valor de $z = f(x,y)$ da função nos pontos abaixo. **Você conseguiu esboçar o valor de z ? Justifique o motivo pelo qual conseguiu ou não estimar o valor de z .**

- a) (3, 4);
- b) (2, 1);

Figura 47 - Marcador da Atividade 2.4.



Fonte: <https://www.ufrgs.br/admcultura/>.

OBJETIVO ATIVIDADE 2.4.1

Tentar encontrar, esboçar ou estimar o valor da função visualizada no aplicativo de Realidade Aumentada por meio da manipulação do mesmo utilizando o espaço, interação com o *smartphone*, movimentos do corpo e percepção visual.

ATIVIDADE 2.4.1: Novamente observe o gráfico que será visualizado no *smartphone* ou *tablet* e tente esboçar ou estimar qual o valor de $z = f(x,y)$ da função nos pontos abaixo. **Você conseguiu esboçar o valor de z ? Justifique o motivo pelo qual conseguiu ou não estimar o valor de z .**

- a) (4, 1);
- b) (1, 3);

Figura 48 - Marcador da *Atividade 2.4.1*.



Fonte: <https://www.ufrgs.br/admcultura/>.

Após as apresentações do design das atividades finais, mostramos a seguir as seções de análises das facetas divididas em três categorias: *Lado a lado*, *Qualitativamente diferente de outras tecnologias em termos de percepção/visualização* e *Dimensão tecnológica potencializando a produção do conhecimento matemático*.

4.3. Lado a lado

Para compreendermos como a dimensão tecnológica se mostra “lado a lado” com o Design Instrucional, apresentamos a seguir a primeira versão da *Atividade 1* que teve a inspiração em um livro disponível na internet⁹. Esse material sobre mídias digitais e formação de professor de matemática contempla explorações de softwares matemáticos como, por exemplo, o software GrafEq. Assim, os recursos desse programa produzem efeitos de formas e cores que podemos “desenhar” uma paisagem com associação de formas matemáticas a relações matemáticas como mostra a Figura 49.

⁹ Disponível em http://www.ufrgs.br/sead/servicos-ead/publicacoes-1/pdf/Matematica_Midias_Digitais.pdf.

Figura 49 - Inspiração para a primeira versão da *Atividade 1*.

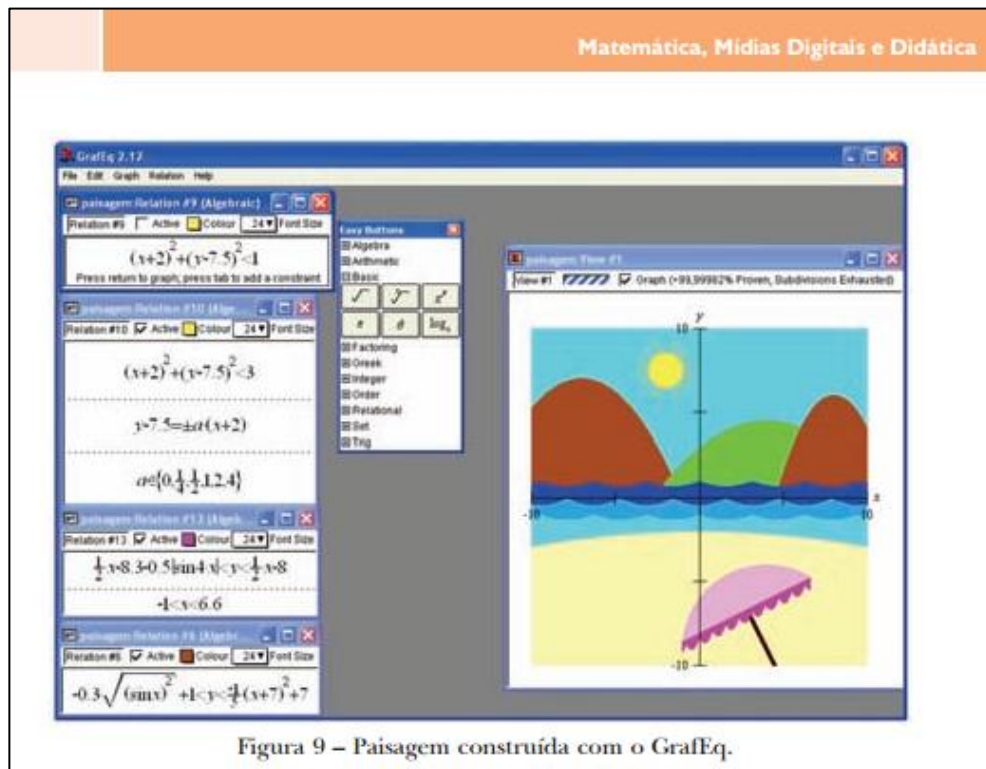
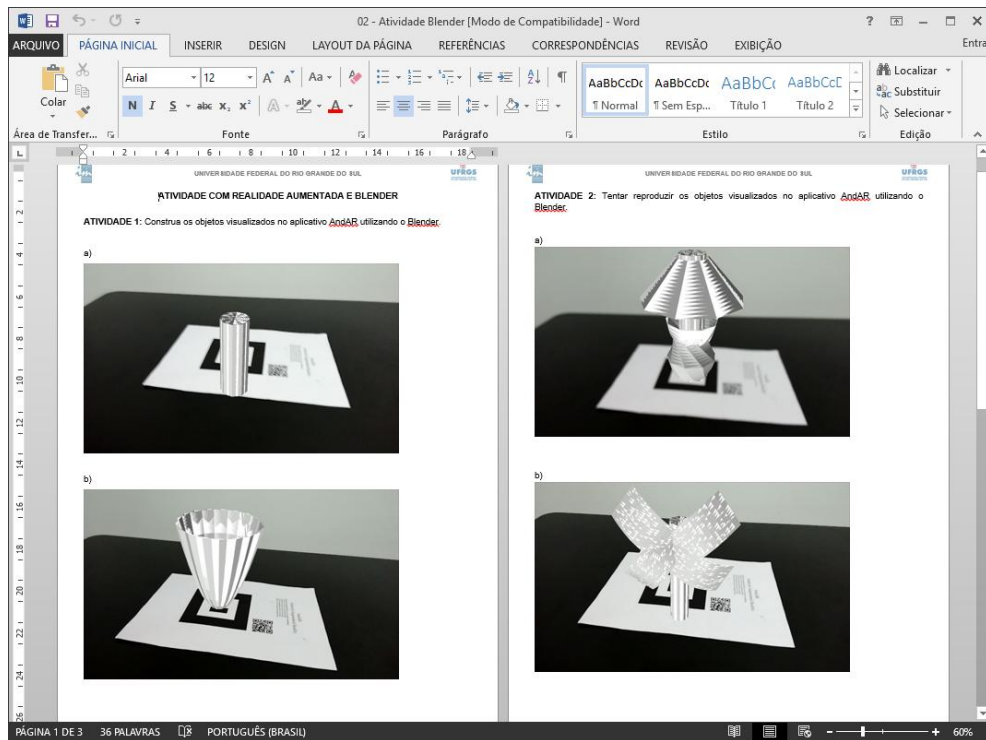


Figura 9 – Paisagem construída com o GrafEq.

Fonte: Gravina et al. (2012, p.24).

A partir disso, a primeira versão da *Atividade 1* foi produzida. Na Figura 50, a atividade é mostrada em um plano da atividade desenvolvido pelo licenciando/pesquisador.

Figura 50 - Primeira versão da Atividade 1.



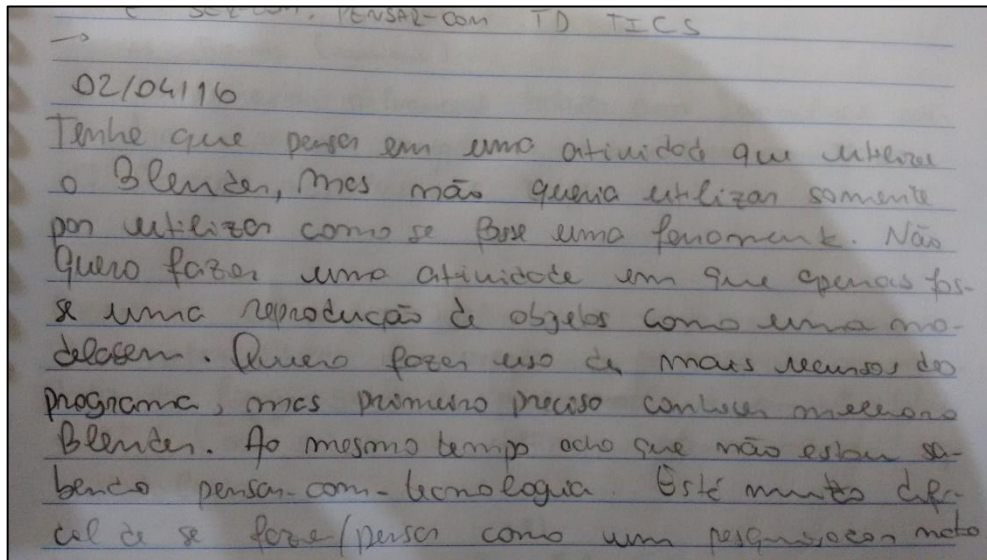
Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 50 mostra a primeira versão da *Atividade 1*. O “objetivo” da atividade era construir objetos visualizados no aplicativo AndAR utilizando o Blender a partir das imagens contidas nas alternativas. Porém, o documento não apresentou um objetivo geral ou específico claros na atividade nem demonstrou como manipular os recursos do aplicativo AndAR e do software Blender. O que podemos ver na atividade são as frases “*Construa os objetos visualizados no aplicativo AndAR utilizando o Blender*” e “*Tentar reproduzir os objetos visualizados no aplicativo AndAR utilizando o Blender*”. Dessa maneira, não enxergamos objetivos que as Tecnologias Digitais teriam em relação à matemática. Os recursos tecnológicos teriam o intuito de ser somente usados mecanicamente e não como elementos participativos da produção do conhecimento matemático (ROSA, 2008).

Assim, o primeiro episódio da análise a seguir representa um momento de reflexão sobre a busca por um possível recurso do software Blender e a insatisfação do autor de aproximar funções de duas variáveis reais com a Realidade Aumentada.

Episódio 1 – Caderno de anotações – 02/04/2016 – Reflexão sobre atividade utilizando o Blender.

Figura 51 - Reflexão sobre uma atividade que não fosse uso pelo uso.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tenho que pensar em uma atividade que utilize o Blender, mas não queria utilizar somente por utilizar como se fosse uma ferramenta. Não quero fazer uma atividade em que apenas fosse uma reprodução de objetos como uma modelagem. Quero fazer uso de mais recursos do programa, mas primeiro preciso conhecer melhor o Blender. Ao mesmo tempo acho que não estou sabendo pensar-com-a-tecnologia [...]

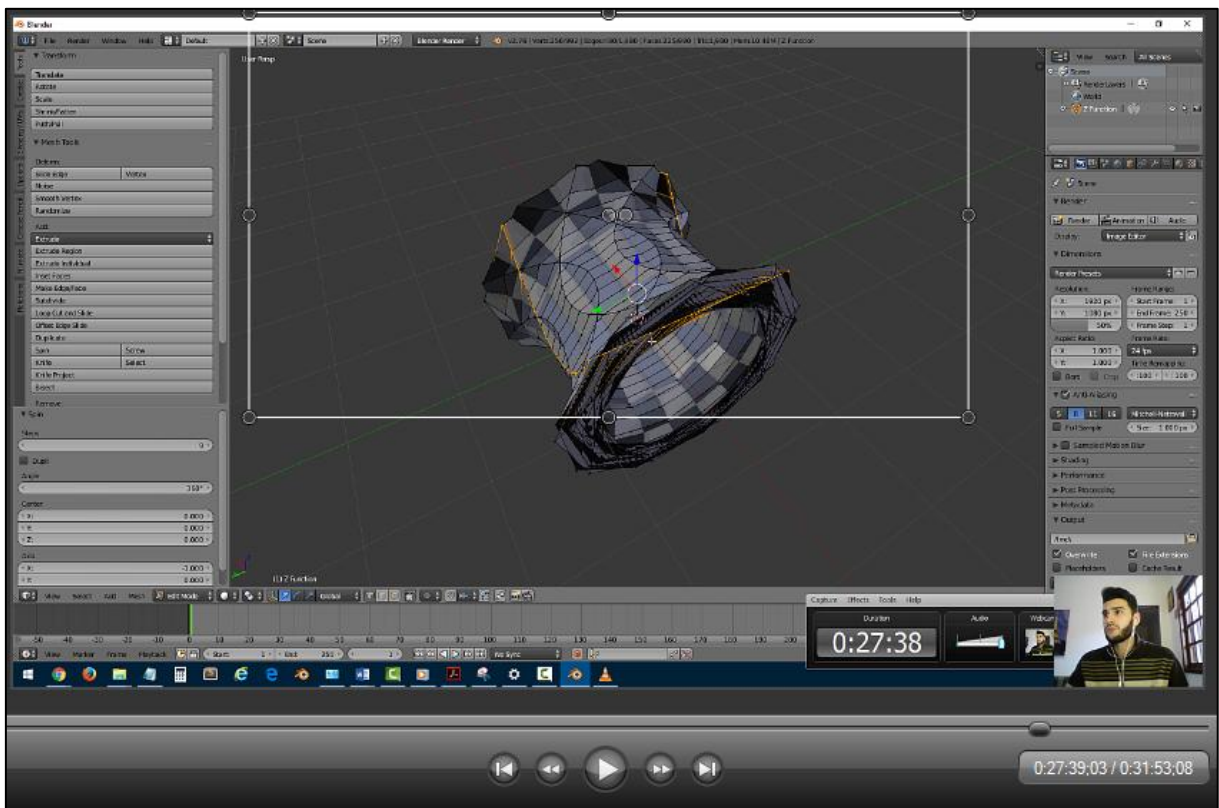
O licenciando/pesquisador descreve um pensamento de busca por um design de atividade que não “[...] fosse uma reprodução de objetos [...]”. Dessa maneira, o licenciando/pesquisador buscou refletir sobre o recurso tecnológico Blender sem que tivesse o objetivo de somente auxílio ou complemento (VANINI et al., 2013) do design de uma atividade quando diz que tem que pensar “[...] em uma atividade que utilize o Blender, mas não queria utilizar como se fosse uma ferramenta”.

A partir da reflexão acima, destacamos o segundo episódio que mostra a busca por mais conhecimentos não só do programa Blender, mas do aplicativo AndAR e imersão na internet para se conectar, interagir e ser-com-o-ambiente-virtual.

Episódio 2 – 05/04/2016 – Captura software Camtasia (00:25:20 00:27:39) – Sabendo-fazer-com-tecnologia.

Estava vendo em sites [...] e encontrei documentos e também como utilizar os recursos de animação. Mas tem algo interessante [...] acabei encontrando uma ferramenta chamada Spin [...]. Gostaria de trabalhar com sólidos de revolução no aplicativo AndAR, porém o wavefront, lendo na internet, não possui, não tem como capacidade a animação. Porque eu queria apontar o celular para o marcador [...] e a superfície fizesse o movimento de revolução, mas o wavefront vai mostrar somente o objeto e não a animação. Mas acabei de encontrar um recurso importante para fazer uma superfície de revolução que é o “Spin”. [...] escolhendo um eixo que a gente quer revolucionar [...] vai me dar uma superfície de revolução. Acho que isso pode fazer parte do trabalho da atividade [licenciando/pesquisador se referindo ao recurso Spin].

Figura 52 - Recurso Spin com uma função de duas variáveis.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O episódio anterior nos traz a ação do licenciando/pesquisador em desconstruir o que estava pensando para criar uma atividade matemática com Realidade Aumentada e por meio de outros ambientes virtuais descobrindo uma nova possibilidade no trecho “[...] encontrei documentos e também como utilizar os recursos de animação. Mas tem algo interessante [...] acabei encontrando uma ferramenta chamada Spin. [...]”.

Percebemos que nesse acontecimento, quando o licenciando/pesquisador estava conectado com a dimensão tecnológica explorando o software Blender, a descoberta de um recurso do programa despertou uma transformação no pensamento sobre o desenvolvimento do design da atividade quando “[...] *Acho que isso pode fazer parte do trabalho da atividade [licenciando/pesquisador se referindo ao recurso Spin]*”. Nesse momento, o licenciando/pesquisador encontrou o recurso chamado *Spin* que tem como função girar (revolucionar) um eixo chegando em um resultado final de uma superfície de revolução. Dessa maneira, o recurso encontrado poderia fazer parte do design de atividades para atingir o objetivo do licenciando/pesquisador em trabalhar com sólidos de revolução como mostra o trecho “[...] *Gostaria de trabalhar com sólidos de revolução no aplicativo AndAR*”. Assim, pensando-com-tecnologia (ROSA, 2008), no caso, interagindo com o software Blender e o aplicativo AndAR, o recurso *Spin* transformou o pensamento do licenciando/pesquisador em relação à produção da atividade com animações que não são possíveis no aplicativo, para utilizar o recurso de revolução com Realidade Aumentada.

O próximo episódio mostra a segunda versão da atividade com Realidade Aumentada utilizando o Software Blender e o aplicativo AndAR.

Episódio 3 – Microsoft Word – 16/04/2016 – Produção da segunda versão da Atividade 1.

Figura 53 - Segunda versão da *Atividade 1*.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

PLANO DA ATIVIDADE APLICATIVO ANDAR E BLENDER

Projeto: Trabalho de conclusão de curso
Autor da atividade: Bruno Resende

TEMÁTICAS DA ATIVIDADE

OBJETIVOS:

- Trabalhar a realidade aumentada com *smartphone* / *tablet* e funções de duas variáveis;
- Obter objetos em três dimensões através de funções de duas variáveis;
- Identificar funções de duas variáveis e reproduzir por meio do *Blender* sólidos de revolução;

CONTEÚDOS MATEMÁTICOS ENVOLVIDOS

- Funções de uma e duas variáveis;
- Revolução de funções matemáticas (uma e duas variáveis);

PROCEDIMENTOS

Como criar sólidos de revolução a partir de funções de duas variáveis

Partindo da utilização do aplicativo *AndAR* de Realidade Aumentada, percebemos que com um "marcador" (espécie de um *QR Code*) de papel é projetado virtualmente um objeto em tempo e ambiente real. Utilizaremos um software chamado de *Blender* para tentar representar a réplica do objeto visualizado no aplicativo. Para isso, vamos fazer uso da opção *nomenclaturada* como *Math Function* juntamente com o *Spin* do *Blender* (outra opção do software). Abaixo seguemos os passos de como poderemos chegar ao objeto final.

1 Abrir o aplicativo *AndAR* e apontar a câmera do celular para o "marcador" explorar o objeto que será projetado virtualmente pelo *smartphone*.

Imagem do QR code com o objeto (cilindro)

2 A seguir, vamos abrir o *Blender* excluir tudo que estiver de padrão construído no software ao inicializá-lo. Deletar a câmera, o sólido padrão e luz.

3 Logo após, clicaremos na barra de ferramentas à esquerda no inferior da tela escolhendo as opções: **Add > Mesh > Math Function**.

Ao clicar na opção *Math Function* temos um menu com várias opções na barra à esquerda como indica a figura.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 53, a segunda versão da *Atividade 1* foi desenvolvida a partir do descobrimento do recurso *Spin* (visto no Episódio 3) com o intuito de “[...] *Identificar funções de duas variáveis e reproduzir por meio do Blender sólidos de revolução* [...]” como é apresentado nos objetivos da atividade. Além disso, contemplava um procedimento de desenvolvimento dos sólidos de revolução.

Durante a produção da atividade, o licenciando/pesquisador explorou o software *Blender* junto com o aplicativo *AndAR* buscando realizar/testar a atividade produzida seguindo os procedimentos na segunda versão (ver figura abaixo).

Figura 54 - Procedimentos da segunda versão da *Atividade 1*.

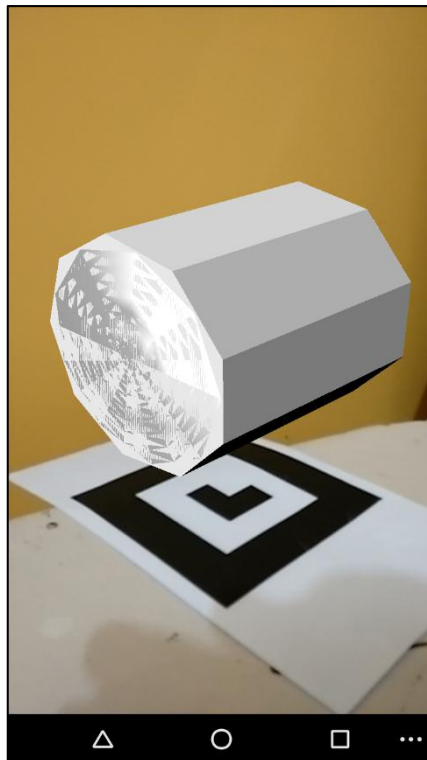
Como criar sólidos de revolução a partir de funções de duas variáveis

Partindo da utilização do aplicativo AndAR de Realidade Aumentada, percebemos que com um “marcador” (espécie de um QR Code) de papel é projetado virtualmente um objeto em tempo e ambiente real. Utilizaremos um software chamado de Blender para tentar representar a réplica do objeto visualizado no aplicativo. Para isso, vamos fazer uso da opção nomenclaturada como Math Function juntamente com o Spin do Blender (outra opção do software). Abaixo seguem os passos de como poderemos chegar ao objeto final.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Primeiramente o licenciando/pesquisador utilizou o aplicativo AndAR para visualizar o objeto projetado a partir do marcador.

Figura 55 - Sólido de revolução visualizado no aplicativo AndAR.



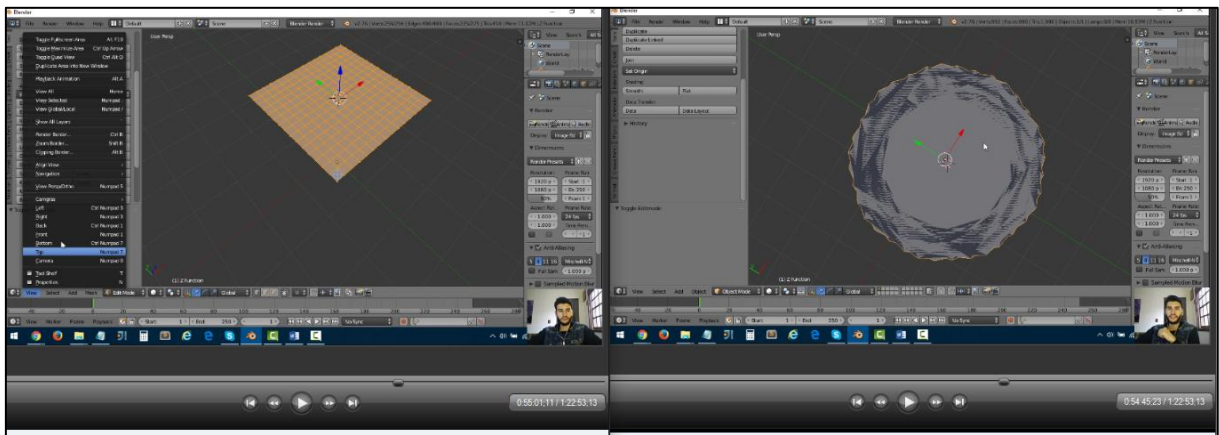
Fonte: Elaborado pelo autor.

Após a visualização do objeto no aplicativo, seguindo o procedimento, foi preciso trabalhar com o software Blender para produzir o objeto por meio de funções de duas variáveis. A partir disso, o licenciando/pesquisador gravou no software

Camtasia sua produção. A seguir segue a transcrição do áudio e as telas de captura no intervalo 00:53:40 até 00:57:19.

[...] Colocando a visão por baixo [...]Dando um Spin [...] vou colocar 360 graus e vou ver como fica [...] ficou praticamente um prato [...].

Figura 56 - Gravação do desenvolvimento do processo de design da segunda versão da Atividade 1.

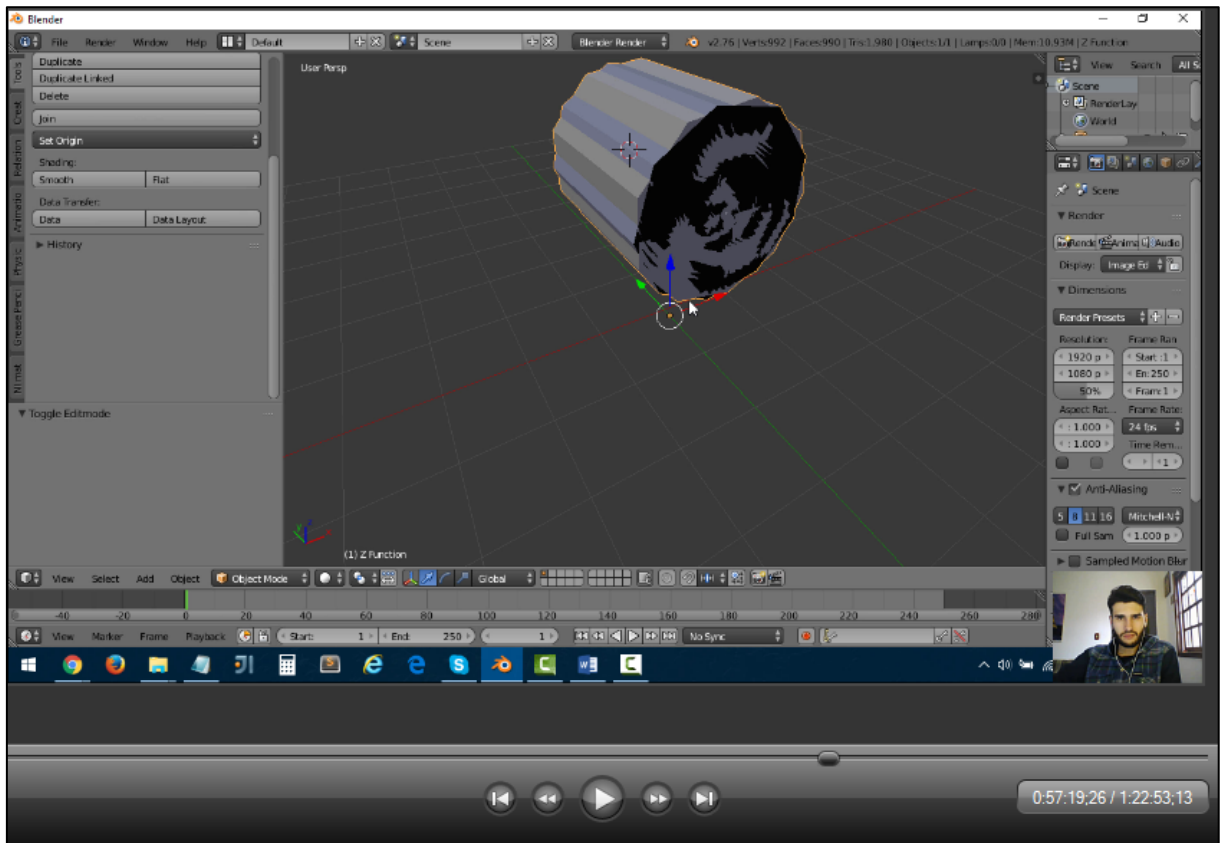


Fonte: Elaborado pelo autor.

No episódio acima representado pela Figura 56, o licenciando/pesquisador percebeu que a função sendo revolucionada não parecia com o objeto visualizado no aplicativo AndAR quando diz “[...] *ficou praticamente um prato* [...]”. Dessa maneira, outro eixo foi revolucionado como mostra o episódio abaixo.

[...] *possivelmente, certo, o eixo z está descartado, assim como vamos colocar a visão de cima e colocar 360, temos o mesmo resultado. Então, o eixo z está totalmente descartado. Agora o eixo y (da frente) ou o eixo x (left), vamos dar um spin só pra ver. Bom, interessante [...] vamos colocar em object mode e vamos ver. Olha, ele está muito parecido com o visualizado no aplicativo. Porém, ele tem muito mais, como posso dizer, “lados” [...] nas bordas do que o outro objeto [comentando sobre o objeto visualizado no aplicativo].*

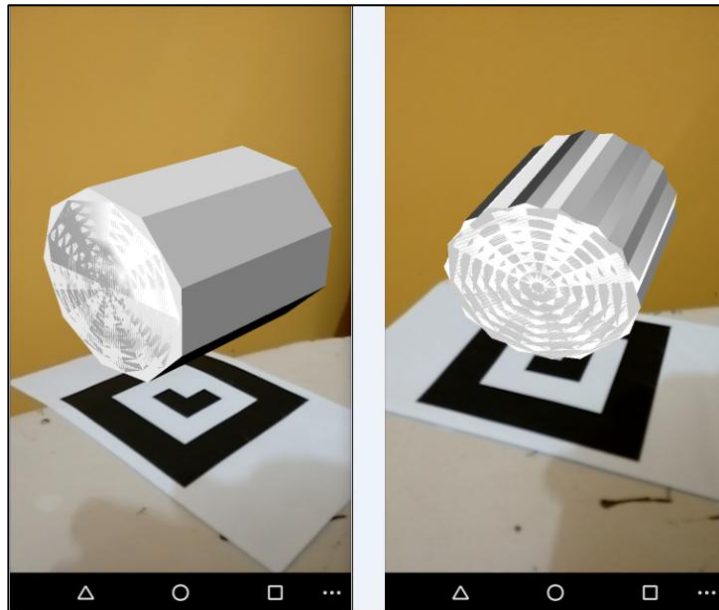
Figura 57 - Recurso *Spin* utilizado para revolucionar o eixo y.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No episódio da Figura 57, o licenciando/pesquisador percebeu que ao revolucionar o eixo x ou o y, obteve um resultado que se aproximou do objeto projetado no AndAR no trecho “*está muito parecido com o visualizado no aplicativo*” e observou que existiam diferenças entre o objeto produzido no Blender e o visualizado no aplicativo de Realidade Aumentada. A imagem abaixo denota essa comparação.

Figura 58 - Comparação entre as superfícies de revolução do AndAR.



Fonte: Elaborado pelo autor.

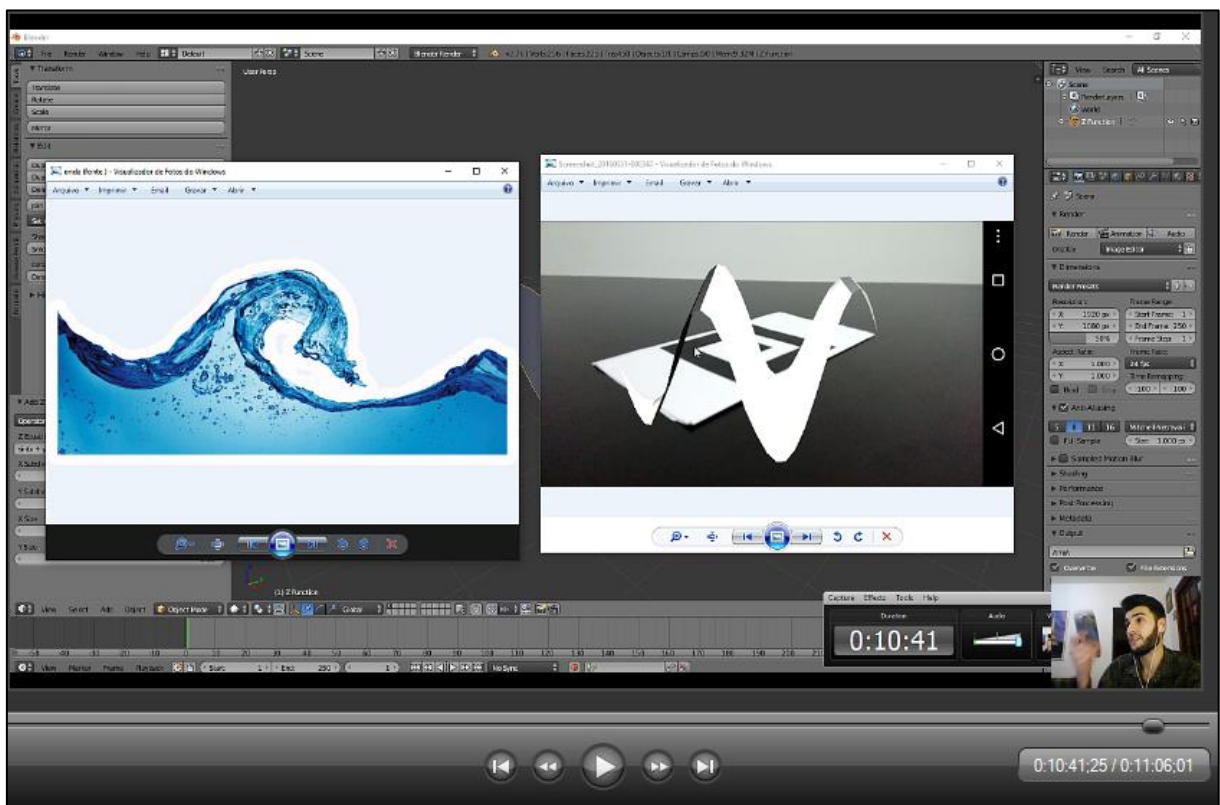
Essa comparação é representada no excerto “*Porém, ele tem muito mais, como posso dizer, “lados” [...] nas bordas do que o outro objeto [comentando sobre o objeto visualizado no aplicativo]*”. Dessa maneira, o licenciando/pesquisador percebeu as diferenças entre os dois objetos quando explorou o Blender e o AndAR realizando o procedimento da segunda versão da *Atividade 1* no intuito de chegar ao objeto final visto primeiramente no aplicativo de Realidade Aumentada. Nesse contexto, entendemos que o licenciando/pesquisador esteve plugado e sempre com os recursos tecnológicos (Blender e aplicativo) de forma que se fez um Ser Online (ROSA, 2008). Assim, o licenciando/pesquisador esteve intencionalmente envolvido com a tecnologia no processo de design de atividades tecnológicas. Dessa maneira, compreendemos que a dimensão tecnológica se manifestou como uma transformação no pensamento do licenciando/pesquisador durante o processo de Design Instrucional de atividades matemáticas.

Além da reflexão sobre pensar como abordar a Realidade Aumentada no design de atividades matemáticas, o licenciando/pesquisador realizou as suas atividades propostas no intuito de produzir dados em conjunto com o grupo de pesquisa. No episódio 4, foi observado uma pergunta feita para os integrantes A e B do grupo de pesquisa sobre a *Atividade 1.3* enquanto eram realizadas as tarefas em conjunto.

Episódio 4 – Captura software Camtasia (00:09:35 – 00:11:06) - 22/05/2016 – Realizando a Atividade 1.3 com o Blender e aplicativo AndAR.

[...] sobre a Atividade 1.3, analisando as alternativas da pergunta, vocês acham que as funções que eu coloquei nas alternativas da atividade satisfazem a resposta? Será que as funções $z = x + y$, $z = \sin(x)$ e $z = 2*x + e**x$ estão de acordo? Porque eu estava refazendo a atividade e notei que outra função poderia chegar mais perto do movimento da onda que coloquei na atividade [...] na primeira vez que criei as alternativas, pensei na função $z = \sin(x)$ que satisfaria a atividade com o formato de uma onda quando utilizei o aplicativo AndAR para comparar a imagem com a função em 3D. [...] na tentativa de explorar a função $z = \sin(x)$, achei que $z = \sin(x + y)$ se parece mais com o movimento da imagem da onda [...] Quando eu importei o arquivo da nova função para o AndAR comparei novamente com a imagem e me agradou. [...]

Figura 59 - Questionamento sobre a Atividade 1.3.



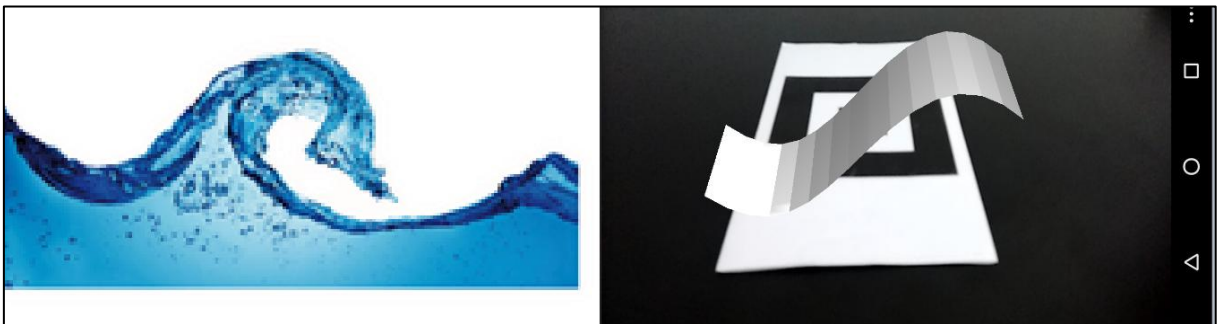
Fonte: Elaborado pelo autor.

Durante um encontro virtual entre os integrantes do grupo de pesquisa, foram realizadas as atividades em conjunto com finalidade de produção de dados para a pesquisa. Dessa maneira, ao realizar a Atividade 1.3, o

licenciando/pesquisador fez um questionamento a respeito da tarefa aos outros participantes: “[...] vocês acham que as funções que eu coloquei nas alternativas da atividade satisfazem a resposta?”. O exercício consistia em encontrar dentre as alternativas a função que satisfazia o movimento de uma onda observado no aplicativo AndAR. No caso a função $z = \sin(x)$ seria a mais indicada, pois o licenciando/pesquisador comenta que “[...] na primeira vez que criei as alternativas, pensei na função $z = \sin(x)$ que satisfaria a atividade com o formato de uma onda quando utilizei o aplicativo AndAR para comparar a imagem com a função em 3D”.

A Figura 60 representa o momento em que o licenciando/pesquisador pela primeira vez usou o AndAR para comparar a função $z = \sin(x)$ presente nas alternativas para verificar que esboçava o movimento da onda.

Figura 60 - Comparação da imagem da onda com a função $z = \sin(x)$ em uma das alternativas da atividade.

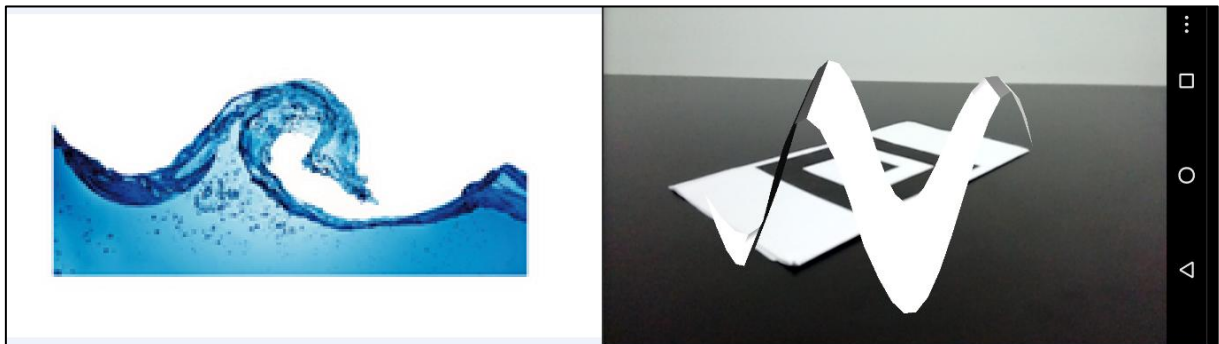


Fonte: Elaborado pelo autor.

No encontro com o grupo de pesquisa, refazendo a atividade em conjunto com os integrantes A e B, o licenciando/pesquisador encontrou outra função que possivelmente representaria melhor o movimento do fenômeno físico da onda. Percebemos isso no trecho “*Porém, quando estávamos pensando nas minhas atividades, na tentativa de explorar a função $z = \sin(x)$, achei que $z = \sin(x + y)$ se parece mais com o movimento da imagem da onda, o que vocês acham? [...]*”.

O questionamento foi feito, pois o licenciando/pesquisador, ao refazer as atividades, percebeu outra função poderia chegar mais perto do movimento da onda quando fez o uso do aplicativo AndAR para comparar a imagem com a nova função explorada. A Figura 61 traz a reflexão que o licenciando/pesquisador teve sobre a atividade no trecho “[...] Quando eu importei o arquivo da nova função para o AndAR comparei novamente com a imagem e me agradou. [...]

Figura 61 - Comparação da imagem da onda com a nova função importada para o AndAR.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ou seja, ao fazer novamente o exercício em conjunto com o grupo de pesquisa, o licenciando/pesquisador interagiu com o software e o aplicativo de Realidade Aumentada de modo que agiu, pensou, sentiu, imaginou etc. (ROSA, 2008) passando a pensar-com-tecnologia chegando ao resultado da função $z = \sin(x+y)$ como mais próximo do fenômeno da onda.

Entendo nesse episódio que os recursos (software e aplicativo) puderam participar da produção do conhecimento de forma a percebermos que “[...] outros dados são coletados além daqueles que são visíveis na realidade mundana, outras interpretações podem ser feitas” (ROSA, 2008, p. 147) de modo que o licenciando/pesquisador não estava pensando e agindo sozinho, mas, com tecnologia.

Diante do contexto apresentado, os episódios anteriores mostraram os momentos que o licenciando/pesquisador explorou e refletiu sobre as Tecnologias Digitais, recursos do software Blender e do aplicativo de Realidade Aumentada AndAR, de forma a contribuir para o desenvolvimento de *design* de atividades matemáticas e também na realização as mesmas. Partindo da explanação desses episódios, compreendemos que a dimensão tecnológica como um movimento que se liga à tecnologia se mostrou lado a lado com o pesquisador a começar pelo contato inicial até a finalização do Design instrucional de atividades matemática no âmbito da Realidade Aumentada.

Na próxima seção destacamos outra categoria que se tornou importante na relação com a dimensão tecnológica além de estar lado a lado com o autor desse trabalho.

4.4. Qualitativamente diferente de quando se usa outras tecnologias em termos de percepção/visualização.

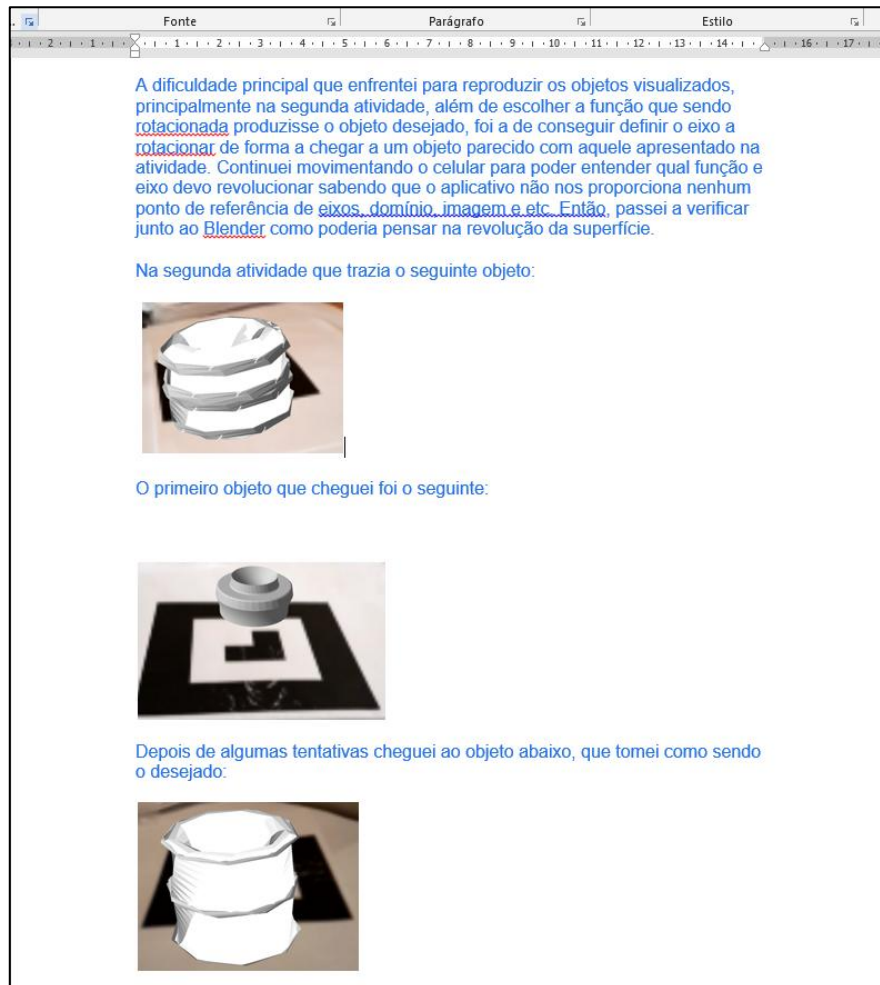
Ao longo da pesquisa, os dados produzidos e levantados foram aparecendo à medida que o licenciando/pesquisador ia se aprofundando nas Tecnologias Digitais presentes no trabalho como o software Blender e o aplicativo de Realidade Aumentada AndAR. Lembrando que o objetivo do *design* é elaborar atividades matemáticas frente à concepção da RA. Dessa forma, Carneiro e Passos (2014) relatam que precisamos entender e enxergar com clareza as possibilidades e os limites das tecnologias.

Nessa parte da pesquisa, as atividades propostas pelo licenciando/pesquisador foram compartilhadas com o grupo de pesquisa tendo o objetivo de obter críticas construtivas ao *design* das atividades desenvolvidas sobre funções de duas variáveis reais e Realidade Aumentada. Portanto, o grupo de pesquisa realizou as atividades fazendo trocas de reflexões e materiais por meio do *WhatsApp*, *Microsoft Word* e caderno de campo com a finalidade de produzir dados suficientes e importantes para a investigação.

No primeiro encontro virtual (21/05/2016), os integrantes do grupo de pesquisa e o autor buscaram fazer as atividades pensando com tecnologia. Assim, na discussão sobre a *Atividade 1.2* na procura pela resposta da questão, gerou um comentário do integrante B do grupo sobre a diferença de percepção dentre o aplicativo AndAR e o software Blender. O quinto episódio a seguir relata o acontecimento.

Episódio 5 – Microsoft Word – 21/05/2016 – Experiência estética com TD (registro enviado pelo integrante B do grupo de pesquisa).

Figura 62 - Integrante B do grupo de pesquisa tentando resolver a *Atividade 1.2*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 62 representa o registro que o integrante B fez sobre o desenvolvimento da *Atividade 1.2*. A atividade tinha o objetivo de encontrar a função diretriz de duas variáveis e o seu eixo de revolução fazendo o uso do aplicativo de Realidade Aumentada AndAR e o software Blender. Nesse sentido, o integrante B, primeiramente comenta que teve dificuldades para encontrar a função diretriz e o eixo como mostra a parte “[...] dificuldade [...] de escolher a função [...] foi a de conseguir definir o eixo a rotacionar [...]”. Dessa maneira, o integrante traz a sua experiência com a superfície de revolução visualizada no aplicativo AndAR e o seu resultado na tentativa de se aproximar do “[...] objeto parecido com aquele apresentado na atividade [...]”. Assim, a Figura 63 representa a comparação entre os objetos.

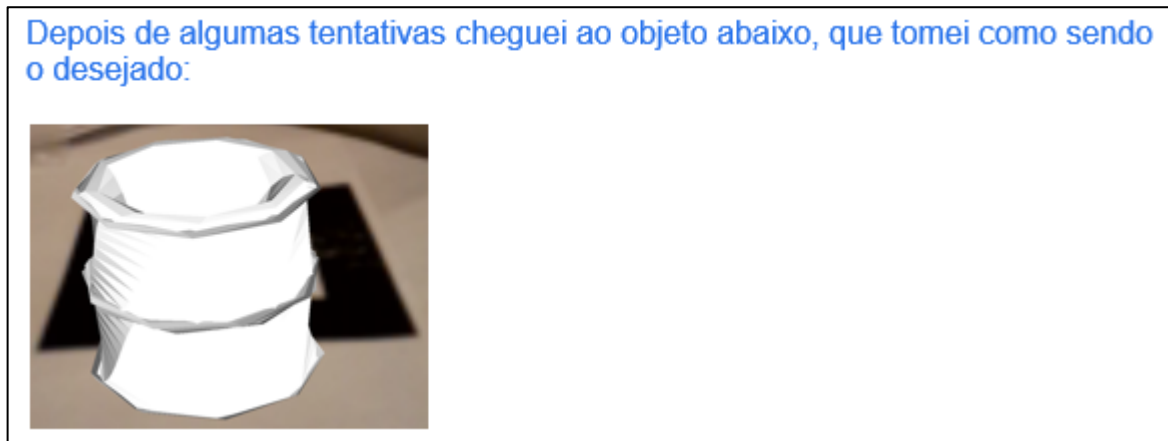
Figura 63 - Comparação entre objetos com o AndAR.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Desse modo, o integrante B, comparou as duas superfícies de revolução mostrando o resultado que visualmente se mostrou diferente do objetivo. Porém, no trecho “[...] Continuei movimentando o celular para poder entender qual função e eixo devo revolucionar [...]”, entendemos que o integrante movimentou e fez o uso do seu *smartphone* de forma a buscar por uma experiência visual da superfície de revolução possibilitando que agisse e captasse informações diante a experiência estética (GUSMÃO, 2013) presente no trecho “[...] Depois de algumas tentativas [...]” “[...] cheguei ao objeto abaixo, que tomei como sendo desejado”. A Figura 64 representa esse excerto.

Figura 64 - Resultado do integrante B.



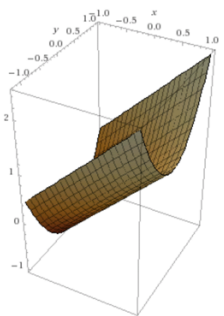

Fonte: Elaborado pelo autor.

Compreendemos que a dimensão tecnológica se manifestou diferentemente em termos de visualização quando integrante B, por meio da experiência estética, identificou a diferença entre as superfícies de revolução no aplicativo de Realidade Aumentada quando utilizou o seu *smartphone* para explorar a superfície virtual inserida na sua realidade mundana.

Em um dos encontros virtuais do grupo de pesquisa (28/05/2016), o *feedback* dos integrantes do grupo contribuiu para a produção dos dados sobre a *Atividade 2* proposta pelo licenciando/pesquisador. Dessa forma, os episódios abaixo serão destacados por meio dos dados levantados pelos integrantes do grupo de pesquisa.

O design da *Atividade 2* contempla questionamentos à respeito de imagens de funções de duas variáveis sem e com Realidade Aumentada. Ou seja, a atividade questionava sobre o valor de $z = f(x,y)$ em coordenadas presentes nas alternativas. Porém, os primeiros exercícios tinham o objetivo de questionar a imagem de uma função somente com a percepção dessas no papel, sem interação com o aplicativo. Posteriormente, os últimos questionamentos permitiam o uso de um aplicativo de Realidade Aumentada que foi desenvolvido pelo licenciando/pesquisador. A Figura 65 mostra uma parte da *Atividade 2*.

Figura 65 - Uma das primeiras versões da *Atividade 2*.

<p style="text-align: center;">OBJETIVO ATIVIDADE 2.2</p> <p>Esboçar o <u>valor</u> da função nas coordenadas (x, y) existentes nas respectivas alternativas somente observando os gráficos das funções representados por imagens.</p> <p>ATIVIDADE 2.2: Agora estime, esboce, o valor de z nos gráficos das funções abaixo (sem saber a lei de formação delas) nos pontos abaixo. Justifique o motivo se conseguiu ou não achar o valor de z.</p> <p>a) $(1/2, -1/2)$ e $(1/2, 1/2)$.</p>  <p style="font-size: small;">Fonte: https://www.wolframalpha.com/input/?i=z+%3D+y%5E2+%2B+x</p>	<p style="text-align: center;">OBJETIVO ATIVIDADE 2.4</p> <p>Tentar encontrar, esboçar ou estimar o valor da função visualizada no aplicativo de Realidade Aumentada por meio da manipulação do mesmo utilizando o espaço, interação com o <i>smartphone</i>, movimentos do corpo e percepção visual.</p> <p>ATIVIDADE 2.4: Deixando de lado o trabalho com a álgebra, substituição de variáveis e o software <i>Geogebra 3D</i>, vamos tentar encontrar o valor de z em uma função de duas variáveis que não sabemos a lei de formação através de um aplicativo de Realidade Aumentada. Agora, abra o aplicativo e aponte a câmera para a imagem impressa da UFRGS e observe o gráfico que será visualizado no <i>smartphone</i> ou <i>tablet</i> e tente esboçar ou estimar qual o valor de $z = f(x,y)$ da função nos pontos abaixo. Você conseguiu esboçar o valor de z? Justifique o motivo pelo qual conseguiu ou não estimar o valor de z.</p> <p>a) $(3, 4)$;</p> <p>b) $(2, 1)$;</p>  <p style="font-size: x-small;">Fonte: https://www.ufrgs.br/admcultura/</p>
--	---

Fonte: Elaborado pelo autor.

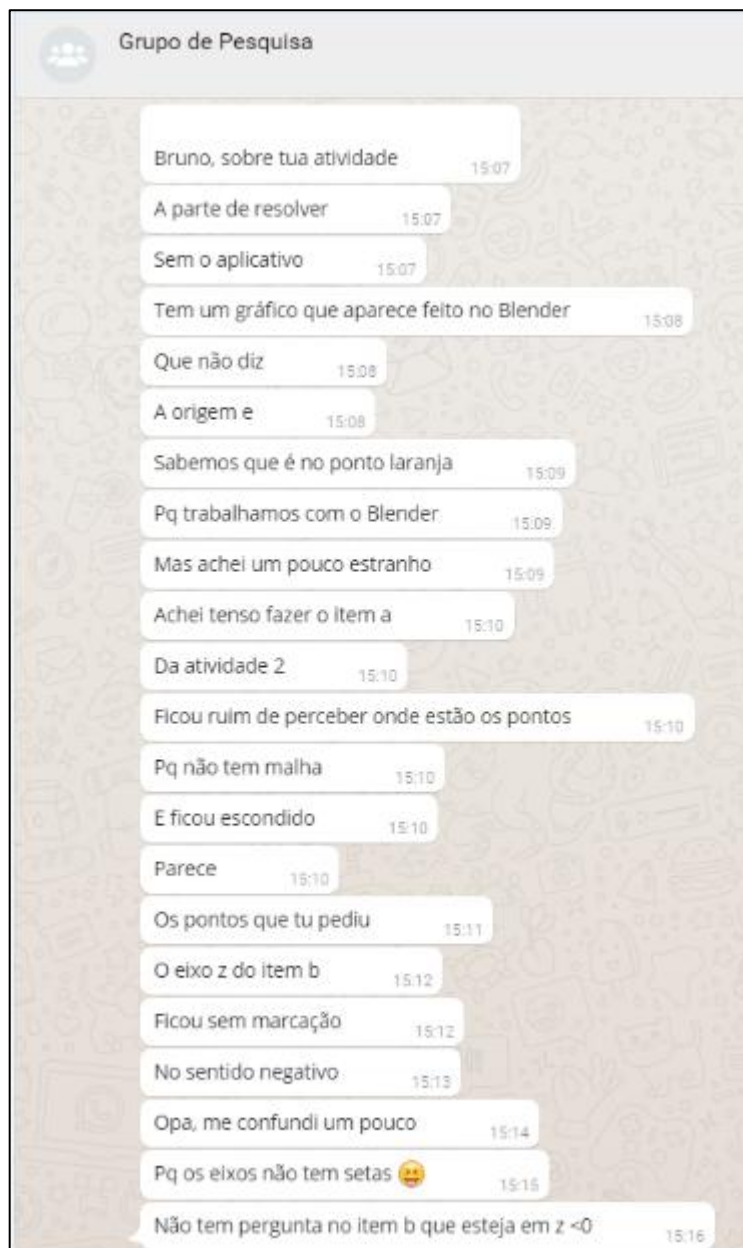
Assim, a Figura 65 traz os objetivos da *Atividade 2.2* e *Atividade 2.4*. Logo, podemos perceber que a *Atividade 2.2* tinha o objetivo de esboçar o valor da função em uma coordenada (x,y) somente observando a imagem do gráfico. A *Atividade 2.4*, por sua vez, era representada pelo objetivo de também esboçar ou estimar o valor da função em uma coordenada, mas com a possibilidade da manipulação de um aplicativo de Realidade Aumentada.

Nesse contexto, o integrante A, em seu comentário sobre a *Atividade 2*, observou sua experiência em contato com a atividade. No episódio abaixo, o integrante A comenta que a interação com os gráficos de funções de duas variáveis se originou de seus mecanismos cognitivos corpóreos (BOLITE FRANT, 2007).

Episódio 6 – WhatsApp – 28/05/2016 – Interação corpórea com aplicativo de RA.

A Figura 66 representa os trechos da conversa via *WhatsApp* com o integrante A quanto à discussão sobre a *Atividade 2.2*.

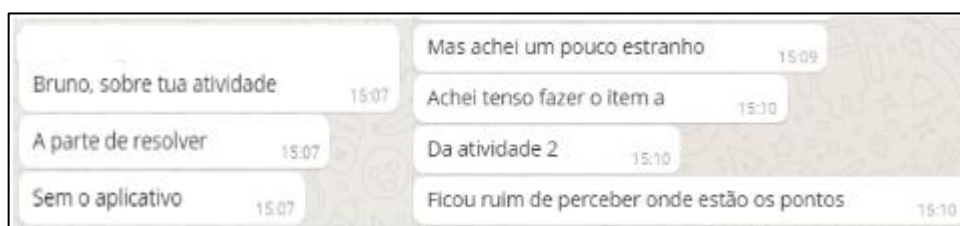
Figura 66 - Conversa entre o integrante A e o licenciando/pesquisador.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No primeiro momento, o integrante comenta sua dificuldade e sua tensão em realizar a atividade sem utilizar um aplicativo de Realidade Aumentada como mostra os trechos do WhatsApp “[...] sobre tua atividade a parte de resolver sem o aplicativo [...] achei um pouco estranho achei tenso fazer o item a da atividade 2 [no caso, se referindo à atividade 2.2] Ficou ruim de perceber onde estão os pontos”. A Figura 67 mostra esses comentários.

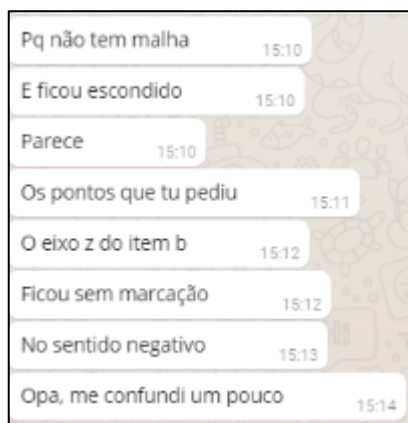
Figura 67 - Comentário do integrante A sobre a Atividade 2.2.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Aqui nessa parte, o integrante A mostra sua reflexão sobre o objetivo da atividade de encontrar a imagem de uma função de duas variáveis por meio da imagem do seu gráfico contida na folha. Ele revela que a percepção dos pontos no gráfico não foi boa. De forma que ficou confuso e se atrapalhando um pouco como comentou sobre o item *b* da *Atividade 2.2* como mostra o trecho “[...] Os pontos que tu pediu o eixo *z* do item *b* ficou sem marcação no sentido negativo [...] me confundi um pouco”, segue o comentário na Figura 68.

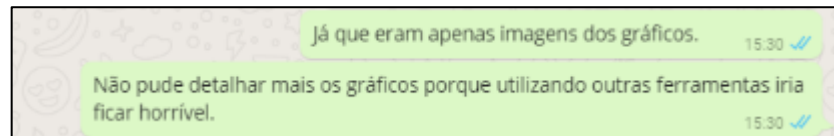
Figura 68 - Comentário do integrante A sobre o item *b* da *Atividade 2.2*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na continuidade da conversa, o licenciando/pesquisador reforçou que fez o máximo para que as imagens dos gráficos na folha ficassem boas para a visualização.

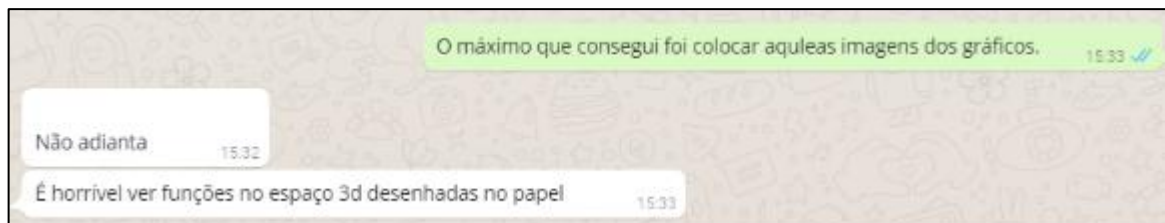
Figura 69 - Comentário do licenciando/pesquisador sobre as imagens dos gráficos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Desse modo, o integrante A comentou sobre os gráficos das funções de duas variáveis na folha da atividade relatando que é difícil de ver os gráficos das funções em 3D como mostra o diálogo na Figura 70.

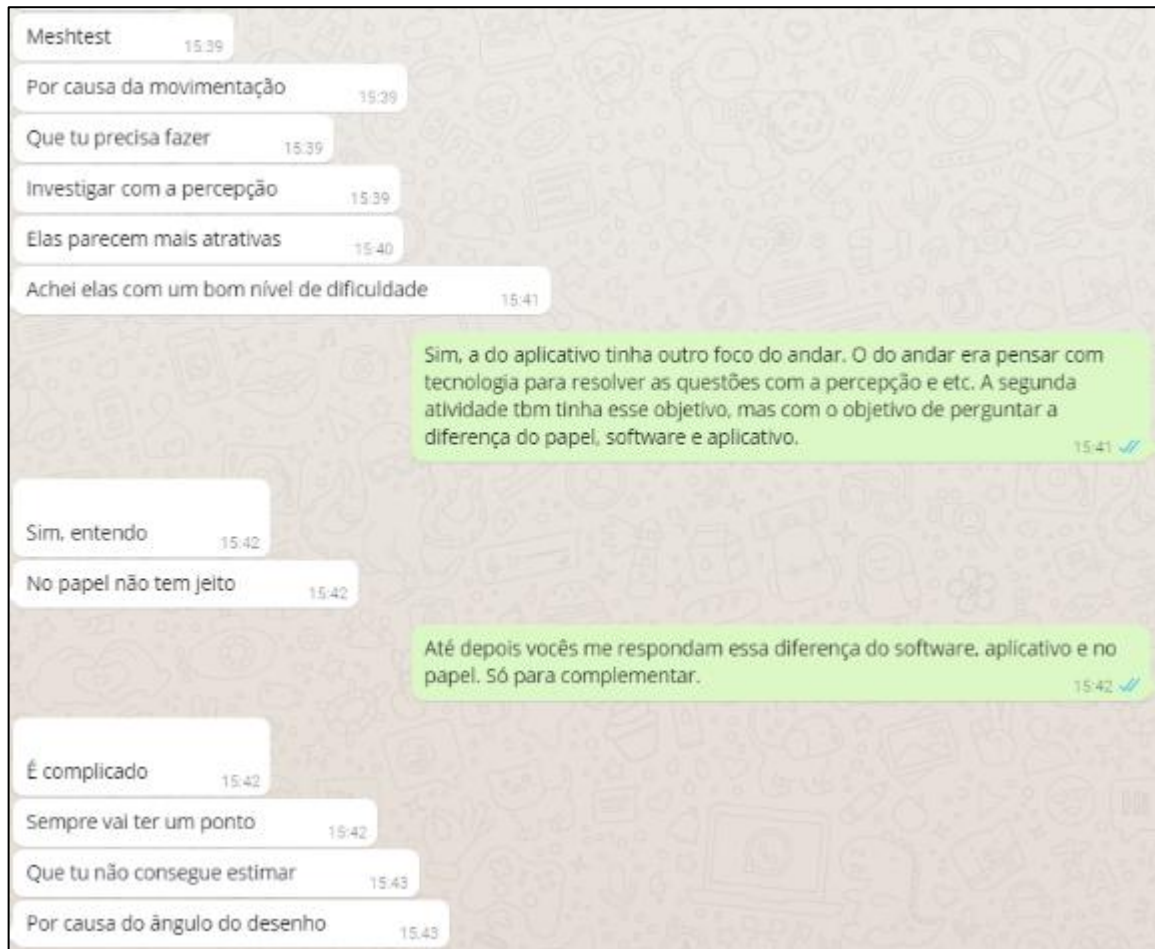
Figura 70 - Comentário do integrante A sobre a visualização dos gráficos 3D no papel.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nesse contexto, durante o diálogo, o integrante A comentou sobre a realização da *Atividade 2.4* que utilizava um aplicativo de RA em comparação com a *Atividade 2.2* que era somente a percepção da figura do gráfico de funções de duas variáveis no papel. A Figura 71 mostra o diálogo.

Figura 71 - Conversa sobre a Atividade 2.2.

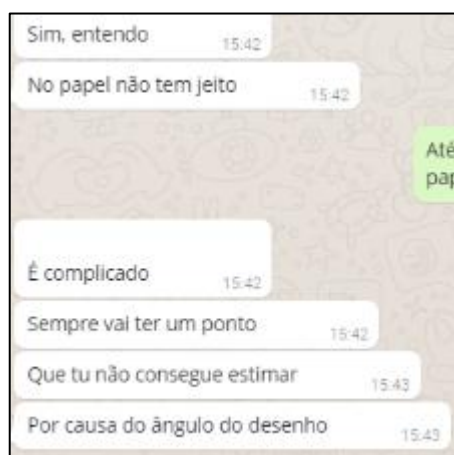


Fonte: Elaborado pelo autor.

No decorrer da conversa, apresentada na Figura 71, o integrante A e o licenciando/pesquisador refletem juntos sobre a *Atividade 2.2* que utiliza o aplicativo *MeshTest* de Realidade Aumentada para a realização da atividade. Assim, o trecho da conversa “[...] a segunda atividade tinha também esse objetivo [objetivo de pensar com tecnologia para resolver as questões com a percepção e etc], mas com o objetivo de perguntar a diferença do papel, software e aplicativo” traz o objetivo de comparar a busca do valor da imagem de uma função de duas variáveis com e sem o aplicativo. Dessa maneira o integrante A comenta na conversa que “[...] Por causa da movimentação que tu precisa fazer, investigar com a percepção, elas parecem mais atrativas”. Nesse excerto, o integrante A, com a investigação da percepção do gráfico de duas variáveis por meio do aplicativo, teve uma percepção atrativa como se refere acima. Assim, essa percepção atrativa intermediada pela investigação do gráfico no aplicativo possui a capacidade de transportar o indivíduo a experimentar o

novo, o inédito (REIS, 2011). Nesse sentido, Gusmão (2013) diz que experimentar o novo, podemos ser levados à percepção e o sentimento da beleza que está conectada à experiência estética da matemática. Para o integrante A, quando comenta sobre “[...] a diferença entre o papel, software e aplicativo [...]” presente no diálogo acima, responde o que mostra a Figura 72.

Figura 72 - Diferença entre o papel e o aplicativo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nesse contexto, a partir do diálogo no WhatsApp e da reflexão do integrante A ao tentar realizar a *Atividade 2.2*, a dimensão tecnológica se mostrou diferente da realizada no papel e do aplicativo como aparece no diálogo “[...] *No papel não tem jeito. É complicado. Sempre vai ter um ponto que tu não consegue estimar por causa do ângulo do desenho*”. Dessa forma, o integrante mostra que tentar estimar a imagem do gráfico de uma função como uma figura, possivelmente vai existir um ângulo que não conseguiremos enxergar algum ponto do gráfico no papel ao contrário da utilização do aplicativo “[...] *Por causa da movimentação que tu precisa fazer. Investigar com a percepção*” como mostrado na conversa via WhatsApp anteriormente.

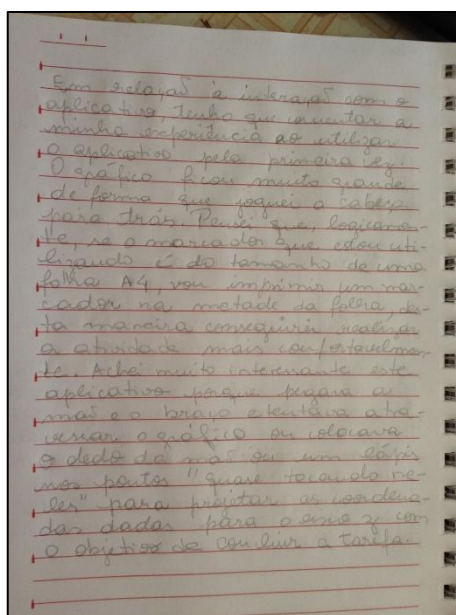
A dimensão tecnológica, a partir da experiência estética apresentado no episódio acima, mostrou-se de forma diferente entre a tecnologia do aplicativo e gráficos de funções de duas variáveis como imagens no papel.

A seguir destacamos, no *Episódio 7*, uma interação com o aplicativo de Realidade Aumentada com a experiência corpórea relatada pelos integrantes A e B do grupo de pesquisa.

Episódio 7 – Caderno de anotações e WhatsApp – 28/05/2016 – Experiência corpórea com o aplicativo de RA.

Na Figura 73, apresentamos o registro do integrante B no seu caderno de campo sobre a utilização do aplicativo de Realidade Aumentada desenvolvido pelo licenciando/pesquisador na *Atividade 2.4*.

Figura 73 - Caderno de anotação do integrante B.



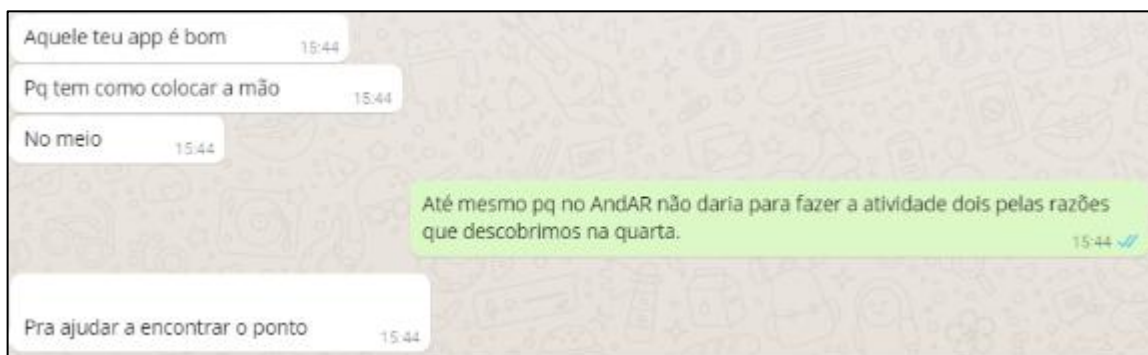
Fonte: Elaborado pelo autor.

Em relação à interação com o aplicativo, tenho que comentar a minha experiência na primeira vez que utilizei o aplicativo. O gráfico ficou muito grande de forma que eu joguei a minha cabeça para trás. [...] Se o marcador que estou utilizando é do tamanho de uma folha A4, vou imprimir a imagem na metade da folha. Assim, consegui realizar a atividade [...]. Achei interessante que pegava a minha mão e braço e tentava atravessar o gráfico ou colocava a mão nos pontos "quase tocando neles" para projetar as coordenadas dadas para o eixo z com o objetivo de concluir a tarefa.

Evidenciando o trecho "[...] Achei interessante que pegava a minha mão e braço e tentava atravessar o gráfico ou colocava a mão nos pontos 'quase tocando neles' para projetar para o eixo z com o objetivo de concluir a tarefa.", algumas partes do corpo do integrante B, como braços e mão, fizeram parte da realização da atividade como um meio de percepção com o seu corpo.

Ainda no contexto desse episódio, o integrante A, por meio de um diálogo no WhatsApp comentou sobre sua experiência com o aplicativo de Realidade Aumentada desenvolvido pelo licenciando/pesquisador na realização da *Atividade 2.4*. A Figura 74 destaca uma parte do diálogo.

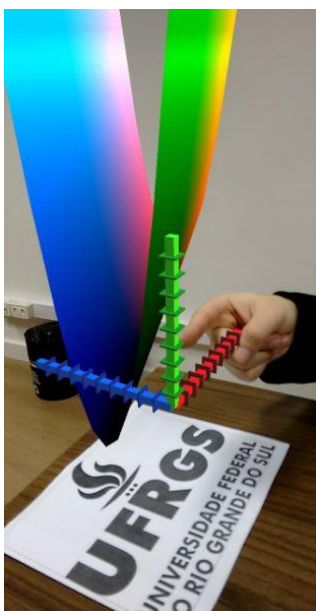
Figura 74 - Comentário do integrante A sobre a realização da *Atividade 2.4*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O integrante A, assim como o integrante B, comentou que utilizou uma parte do copo (sua a mão) para tentar encontrar o valor da imagem do gráfico de duas variáveis projetado no aplicativo no decorrer da atividade no trecho “[...] *Aquele teu app é bom porque tem como colocar a mão no meio para ajudar a encontrar o ponto [...]*”. Ver Figura 75.

Figura 75 - Integrante A interagindo com o aplicativo de RA com sua mão.



Fonte: Elaborado pelo autor.

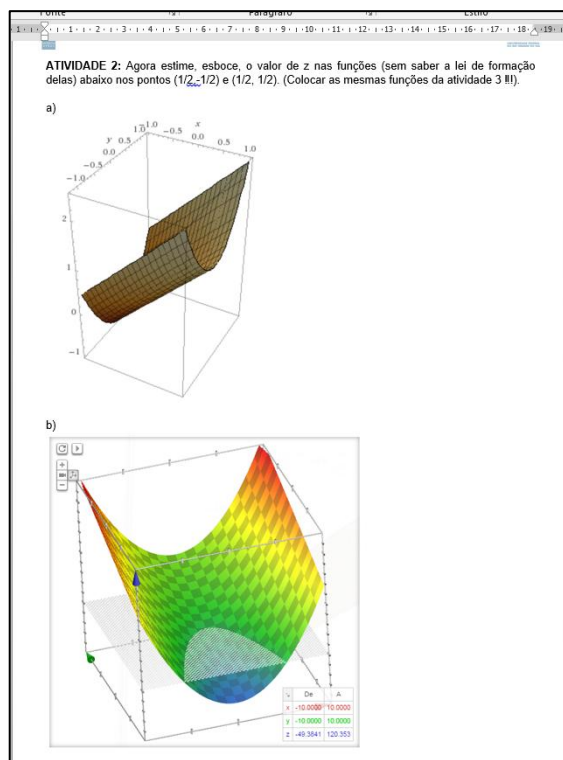
Nesse contexto, Seidel (2013) dialoga que o corpo é reconhecido como uma forma de potencialização da percepção. O autor também comenta que o corpo, no ciberespaço, mostra um comportamento presente em telas de aparatos tecnológicos disponíveis, detectando uma forma de diferenciação da percepção quando pensamos e agimos no mundo cibernético.

No caso da presente pesquisa, o corpo como uma forma de potencialização da percepção se mostrou junto à dimensão tecnológica qualitativamente diferente de outras tecnologias em termos de percepção/visualização entre o software Blender, AndAR e o aplicativo de Realidade Aumentada desenvolvido pelo licenciando/pesquisador.

Episódio 8 – WhatsApp – 29/05/2016 – Experiência estética na contribuição no processo de design de atividades.

Uma das primeiras versões da *Atividade 2.2* foi discutida com o grupo de pesquisa sobre o processo de atividades. A Figura 76 representa uma das primeiras versões da *Atividade 2.2*.

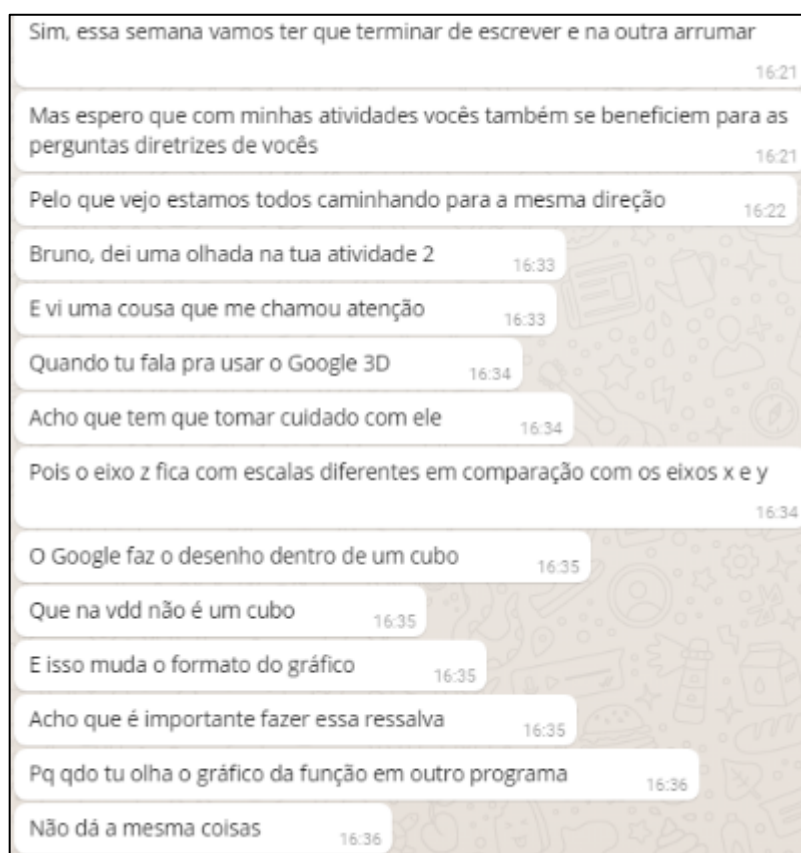
Figura 76 - Uma das primeiras versões da *Atividade 2.2*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Logo, na alternativa *b*, podemos encontrar o recurso do Google 3D para visualizar um gráfico de uma função de duas variáveis. A partir disso, como o objetivo dessa atividade era de encontrar o valor de $z = f(x,y)$ em uma coordenada específica, o integrante A faz uma crítica construtiva a respeito desse recurso tecnológico presente na internet. A Figura 77 mostra esse momento.

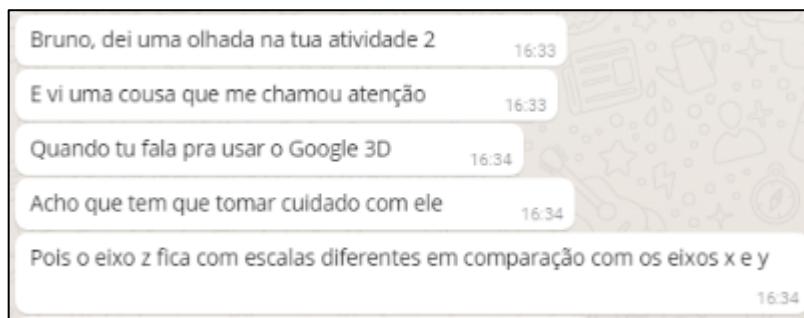
Figura 77 - Diálogo entre o integrante A e o licenciando/pesquisador sobre a *Atividade 2.2*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Dessa maneira, o integrante A, submetendo-se à experiência estética no exercício educativo (ao realizar a *Atividade 2.2*), na concepção das Tecnologias Digitais, possibilitou uma ação de entendimento pelo próprio integrante na transformação do seu pensamento sobre a cognição matemática (ROSA, 2015) no momento do diálogo em que fala sobre o recurso do Google 3D para o licenciando/pesquisador tomar cautela sobre as escalas diferentes na comparação do eixo z com o eixo x e o eixo y, esse momento é apresentado na Figura 78.

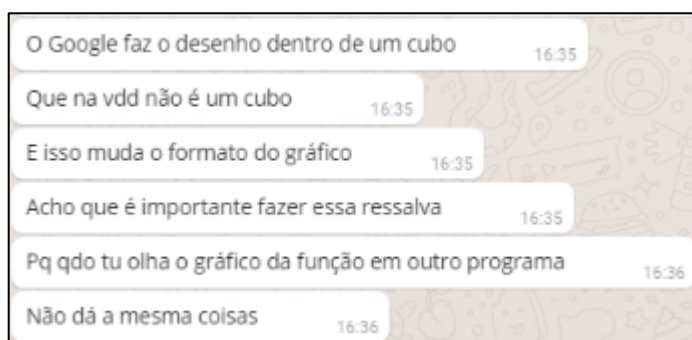
Figura 78 - Integrante A comenta sobre as diferentes escalas nos eixos x, y e z.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O integrante A, quando interagiu com o software online do Google 3D para realizar a *Atividade 2.2* e percebendo que existiam diferenças nas escalas dos eixos como apresentado na imagem acima, mostrou-se conectado com TD de forma a ser-com, pensar-com e saber-fazer-com-TD (ROSA. 2008) evidenciando aspectos que potencializaram os conhecimentos matemáticos do integrante A quando pôde perceber a diferença das escalas dos eixos no software Google 3D e também a diferença entre elementos matemáticos presentes no Google 3D e em outro programa, como mostra a Figura 79.

Figura 79 - Comentário integrante A sobre a diferença entre Google 3D e outro programa.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nesse contexto, o integrante A, identificou que o Google 3D muda o formato do gráfico de uma função de duas variáveis quando diz que “[...] *O Google faz o desenho dentro de um cubo, que na verdade não é um cubo, e isso muda o formato do gráfico [...]*”. Além disso, o integrante percebeu por meio da experiência estética o entendimento que foi experimentado (ROSA, 2015) quando percebeu que existia uma diferença dos gráficos em outros programas em relação ao Google 3D quando

relata na conversa que “[...] é importante fazer essa ressalva porque quando tu olha o gráfico na função em outro programa não dá a mesma coisa [...]”. Dessa forma, a dimensão tecnológica se mostrou diferente de outras tecnologias e contribuiu para o desenvolvimento do processo de *design* de atividades quando o integrante da pesquisa fez uma crítica a uma versão anterior da *Atividade 2.2* relatada nesse episódio.

Na próxima categoria, acreditamos que construir atividades que busquem conectar a matemática e a tecnologia objetivando formas de ser-com, pensar-com e saber-fazer-com-TD possam desenvolver e elevar a potência da produção do conhecimento matemático.

4.5. Dimensão tecnológica potencializando a produção do conhecimento matemático

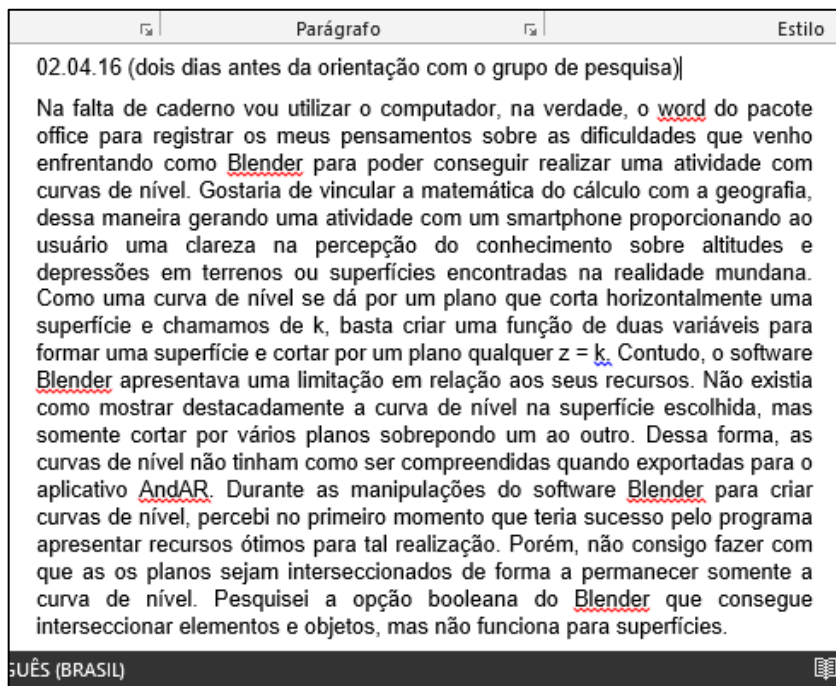
Nessa seção, denotamos que além da dimensão tecnológica no Design Instrucional de atividades matemáticas com interfaces naturais e Realidade Aumentada se mostrar lado a lado e qualitativamente diferente de outras tecnologias em termos de percepção e visualização, também se mostra de forma a potencializar o conhecimento matemático. Forte (2009) diz que existem possibilidades por meio da Realidade Virtual sobre a potencialização nas maneiras de interação entre o aluno e o objeto de estudo. No caso da pesquisa em questão, a Realidade Aumentada se tornou importante e partícipe no processo de produção do conhecimento sobre funções de duas variáveis reais.

Desse modo, por meio de investigações mais profundas sobre funções de duas variáveis reais no cálculo integral, o autor digitou no seu bloco de anotações no Microsoft Word a ideia de explorar curvas de nível a qual poderia servir como um bom conteúdo para ser trabalhado com Realidade Aumentada. O episódio a seguir trata disso.

Episódio 9 – Microsoft Word – 02/04/2016 – Investigação de cálculo integral com RA.

Na Figura 80, o excerto do Microsoft Word é evidenciado sobre a reflexão que o licenciando/pesquisador teve quando pensou em trabalhar curvas de nível com Realidade Aumentada.

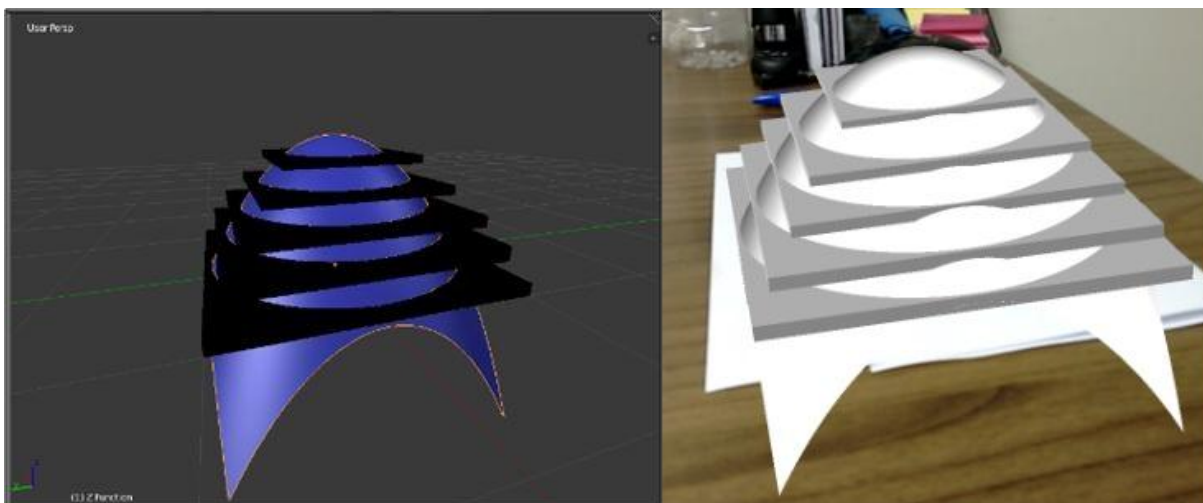
Figura 80 - Reflexão do autor de pesquisa sobre trabalhar com curvas de nível no Blender e AndAR.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 81 representa os planos cortando uma superfície no software Blender e a visualização no aplicativo de Realidade Aumentada AndAR.

Figura 81 - Imagem de planos cortando uma superfície no Blender e visualização no AndAR.



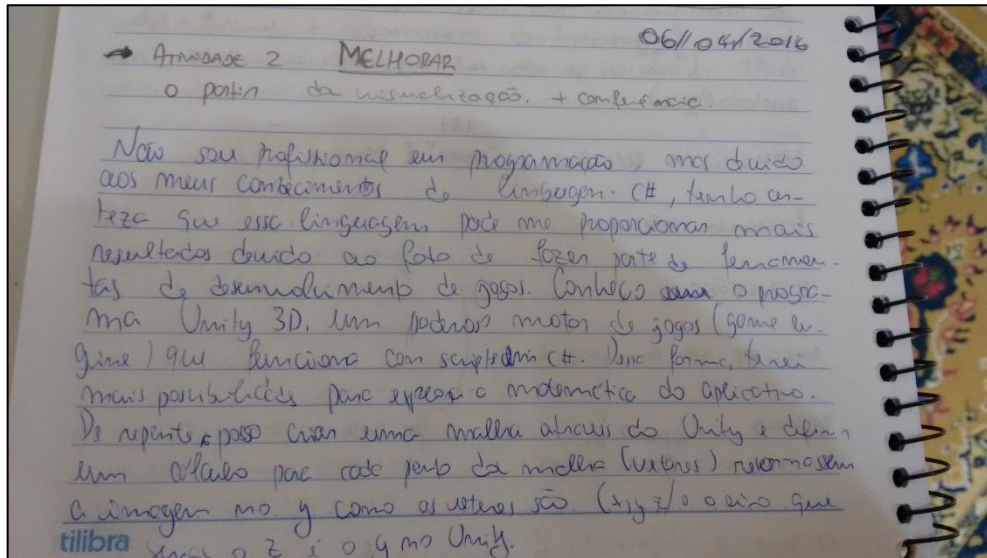
Fonte: Elaborado pelo autor.

Nesse contexto, no trecho final do episódio “[...]. *Não tinha como mostrar destacadamente a curva de nível na superfície escolhida, mas somente cortar por vários planos sobrepondo um ao outro. [...]*”, o licenciando/pesquisador destaca a impossibilidade de se trabalhar curvas de nível utilizando o software Blender, pois segundo Anton (2007), quando uma superfície de uma função de duas variáveis for cortada por um plano horizontal $z = k$, então todos os pontos da intersecção deverão estar contidos em $f(x,y) = k$. Dessa forma, no Blender, não era possível interseccionar planos horizontais em superfícies. Assim, a interação com o software Blender na tentativa de realizar o *design* da atividade matemática com curvas de nível fez que o licenciando/pesquisador refletisse sobre a exploração dos recursos do programa de modo a identificar que não poderia ser explorado as funções de duas variáveis com curvas de nível no Blender e no aplicativo AndAR. Dessa forma, a intersecção de um plano com uma superfície no recurso de intersecção do software não contemplava os conceitos de curvas de nível identificado no trecho “[...] *Porém, não consigo fazer com que os planos sejam interseccionados de forma a permanecer somente a intersecção (curva de nível). Pesquisei a opção booleana do Blender que consegue interseccionar elementos e objetos, mas não funciona para superfícies*”. Nessa concepção, Da Silva e Ferreira (2009) dizem que a utilização da tecnologia contribui para a aprendizagem de conceitos e aplicações matemáticas. Assim, entendo que as Tecnologias Digitais como o Blender e o aplicativo de Realidade Aumentada fizeram parte do fortalecimento da produção do conhecimento matemático do licenciando/pesquisador quando explorou o cálculo integral com os programas e aplicativos de modelagem gráfica e Realidade Aumentada.

Contudo, o próximo episódio denota o momento em que o autor da pesquisa vai além dos conhecimentos do software Blender e do aplicativo AndAR e busca outros recursos para o desenvolvimento de um aplicativo de Realidade Aumentada utilizando a linguagem de programação C# e o software Unity 3D.

Episódio 10 – Caderno de anotações – 06/04/2016 – Ideia de desenvolver um aplicativo de RA.

Figura 82 - Reflexão sobre a ideia de criar um aplicativo de Realidade Aumentada.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Não sou profissional em programação, mas devido aos meus conhecimentos de linguagem C#, tenho certeza de que essa linguagem pode me proporcionar mais resultados devido ao fato de fazer parte de ferramentas de desenvolvimento de jogos. Conheço o programa Unity 3D, um poderoso motor de jogos (game engine) que funciona com scripts em C#. Desta forma, terei mais possibilidades para explorar a matemática no aplicativo. De repente posso criar uma malha através do Unity e definir um cálculo para cada ponto da malha (vetores) retornassem a imagem no y como os vetores são (x, y, z) e o eixo que seria o z é o y no Unity.

Portanto, dessa maneira, a partir de scripts na linguagem C# e todos os recursos que o programa Unity 3D, encontramos uma evocação por parte desses recursos tecnológicos que chamou a atenção (ROSA, 2015) do licenciando/pesquisador para uma possibilidade de vincular funções de duas variáveis em uma aplicação de Realidade Aumentada no trecho “[...] De repente posso criar uma malha através do Unity e definir um cálculo para cada ponto da malha (vetores) retornassem a imagem no y como os vetores são (x, y, z) e o eixo que seria o z é o y no Unity”. O pensamento foi criar um código que compilasse uma malha que quando retornado a uma função de duas variáveis todos os vetores da malha se tornassem o valor da imagem da função (somatório de todos os pontos vetores x, y, z com resultado para y), pois o eixo da imagem do software Unity é o eixo y e não o eixo z como encontramos em livros de cálculo.

O próximo episódio traz os detalhes do desenvolvimento de uma aplicação de Realidade Aumentada utilizando o software Unity 3D e linguagem de programação C# como possibilidades de pensar com Tecnologias Digitais.

Episódio 11 – Microsoft Word – 16/04/2016 – Criação do código do aplicativo de RA.

Na elaboração do *design* da *Atividade 2*, o licenciando/pesquisador descreveu um plano da atividade com Realidade Aumentada e funções de duas variáveis. Assim, registrou o desenvolvimento do aplicativo no plano (ver Figura 83).

Figura 83 - Plano de desenvolvimento da Atividade 2.

PLANO DA ATIVIDADE

Projeto: Trabalho de conclusão de curso
Autor da atividade: Bruno Resende

TEMÁTICAS DA ATIVIDADE

Objetivos:
 Introduzir funções de duas variáveis;
 Trabalhar a realidade aumentada com smartphone/tablet e funções de duas variáveis;
 Responder questões algébricas utilizando a realidade aumentada;

Conteúdos matemáticos envolvidos
 Funções de uma e duas variáveis;
 Conceitos de cálculo;

DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO DE RA

Desenvolvi uma malha poligonal utilizando os recursos do Unity na linha de código `MeshComponent = GetComponent<MeshFilter>().mesh;`. Depois criei a lista de vértices dos vetores e a lista de cores.

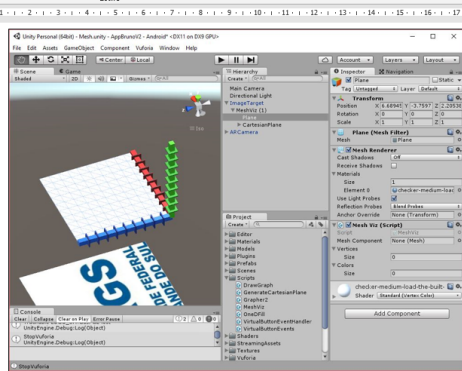
Figura 45 – Código criação da malha no Unity

```

1 // Exemplo código para o TCC
2
3 public class MeshVez : MonoBehaviour
4 {
5
6     public Mesh MeshComponent;
7     public List<Vector3> Vertices;
8     public List<Color> Colors;
9
10    // Use this for initialization
11    void Start ()
12    {
13        MeshComponent = GetComponent<MeshFilter>().mesh;
14        Vertices = new List<Vector3>(MeshComponent.Vertices);
15        Colors = new List<Color>();
16    }
        
```

Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, a linha de código definiu uma malha que possibilitou continuar a criando o código fonte



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir da malha, foi criado no código um somatório de todas as listas de vetores (x, y, z) para retornar os valores de um novo y calculado por meio de uma função de duas variáveis $z = f(x, y)$ chamada de **CalcY**. Depois passa o novo resultado de y para a nova posição no lugar do valor anterior.

Figura 47 – Código para retornar a imagem do gráfico ou do vetor (x, y, z) da malha

```

17     for (int i = 0; i < MeshComponent.vertexCount; i++)
18     {
19         Vector3 novaPosVertice = Vertices[i];
20         novaPosVertice.y = CalcY(Vertices[i]);
21         Vertices[i] = novaPosVertice;
22     }
23     Color color = CalcColor(novaPosVertice);
24     colors.Add(color);
25 }
        
```

Fonte: Elaborado pelo autor.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Dessa maneira, o desenvolvimento do aplicativo é resumidamente descrito nas sequências dos excertos a seguir.

Desenvolvi uma malha poligonal utilizando os recursos do Unity na linha de código `MeshComponent = GetComponent<MeshFilter>().mesh;` [linha 13]. Depois incluí no código lista de vértices dos vetores e a lista de cores [linhas 14 e 15].

Figura 84 - Código da criação da malha no Unity.

```

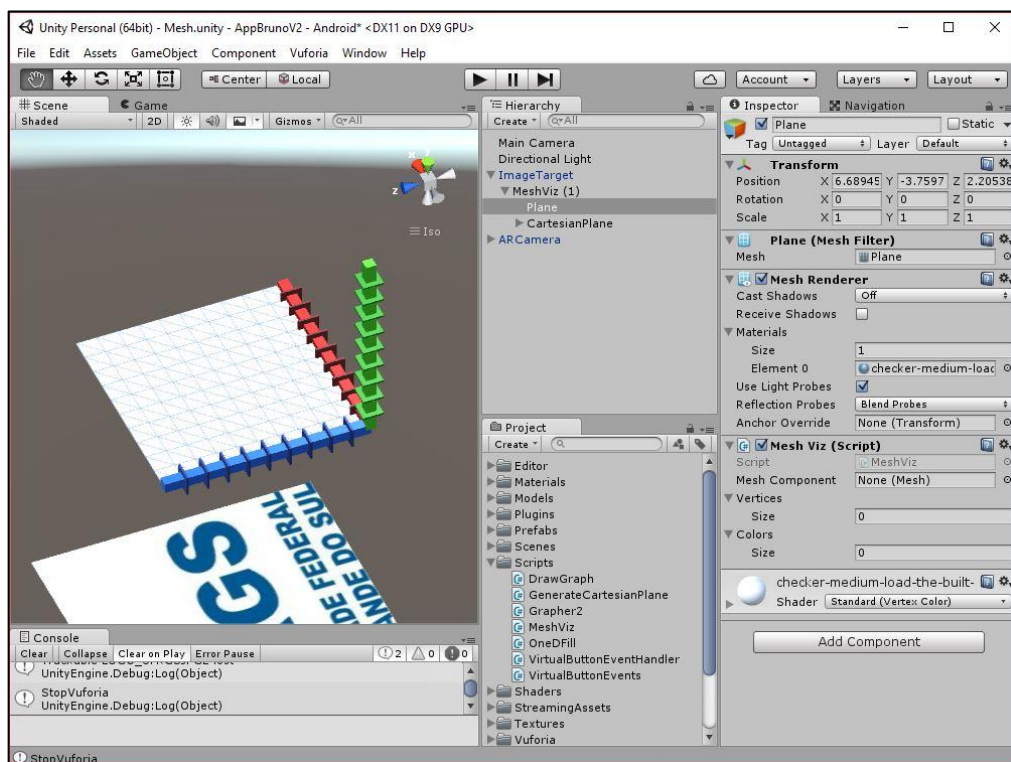
1 // Exemplo código para o TCC
2
3 public class MeshVez : MonoBehaviour
4 {
5
6     public Mesh MeshComponent;
7     public List<Vector3> Vertices;
8     public List<Color> Colors;
9
10    // Use this for initialization
11    void Start ()
12    {
13        MeshComponent = GetComponent<MeshFilter>().mesh;
14        Vertices = new List<Vector3>(MeshComponent.Vertices);
15        Colors = new List<Color>();
16

```

Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, a linha do código definiu uma malha que possibilitou continuar criando o código fonte para a manipulação da malha resultando na compilação da mesma na interface do Unity.

Figura 85 - Compilação da malha no software Unity.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir da malha, foi criado no código um somatório de todas as listas de vetores (x, y, z) para retornar os valores de um novo y calculado por meio de uma função de duas variáveis $z = f(x, y)$

chamada de *CalcY*. Depois passa o novo resultado de *y* para a nova posição no lugar do valor anterior [linhas 17 a 21].

Figura 86 - Código para retornar a imagem do gráfico ou *y* do vetor (*x*, *y*, *z*) da malha.

```

17     for (int i = 0; i < MeshComponent.vertexCount; i++)
18     {
19         Vector# novaPostVertice = Vertices[i];
20         novaPostVertice.y = CalcY(Vertices[i]);
21         Vertices[i] = novaPostVertice;
22
23         Color color = CalcColor(novaPostVertice);
24         colors.Add(color);
25     }

```

Fonte: Elaborado pelo autor.

[...] o código contempla o cálculo para o novo vetor baseado em funções de duas variáveis definida para serem utilizadas na atividade 2.

Figura 87 - Cálculo que gera o novo vetor dando origem a uma função de duas variáveis.

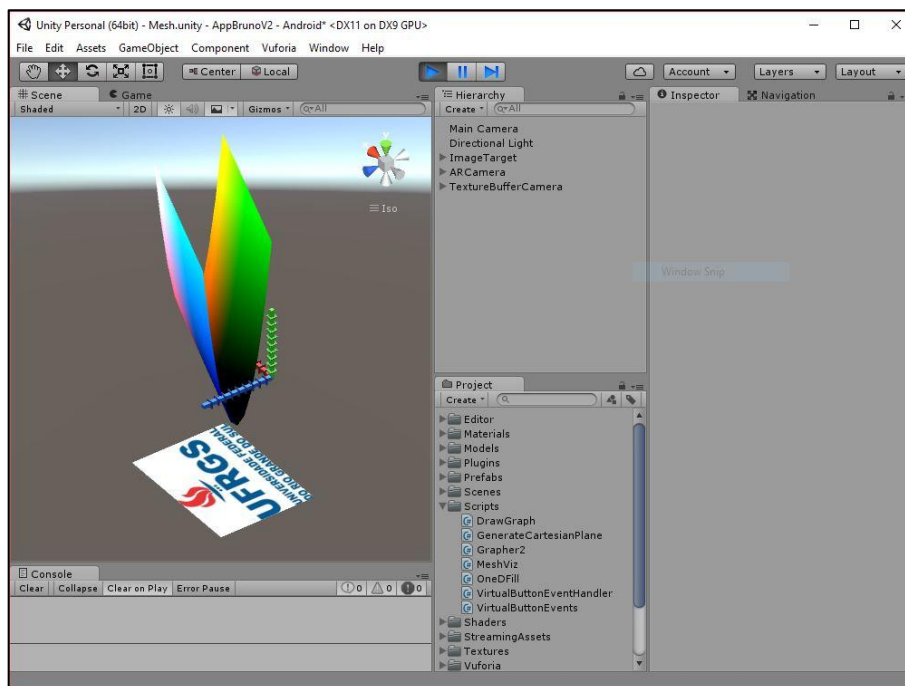
```

45     private static float CalcY(Vector3 p)
46     {
47         return Mathf.Pow(p.z, 2) + p.x;
48         //return p.z * 3 + Mathf.Pow(p.x, 2);
49     }
50 }
51

```

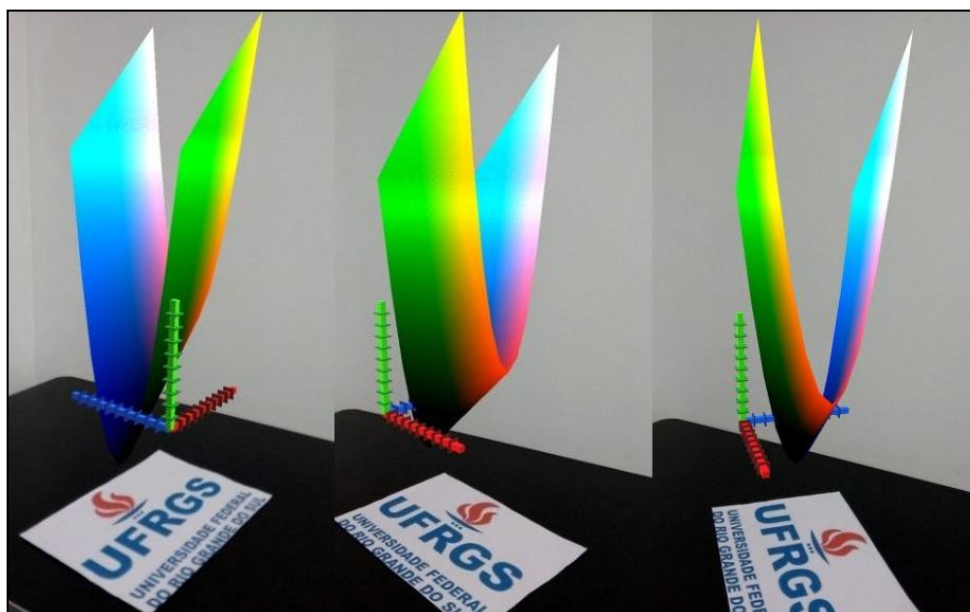
Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, depois de compilar todo o código, a função é exibida no Unity. Dessa forma, podendo ser visualizada no smartphone também.

Figura 88 - Malha compilada no software Unity.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Logo, nos excertos do episódio anterior, encontramos o resultado do desenvolvimento de um código de programação utilizando o Unity 3D e linguagem de programação *C#* para criar um aplicativo de Realidade Aumentada. A figura 89 mostra o aplicativo funcionando por meio de um *smartphone* da plataforma Android.

Figura 89 - Aplicativo de Realidade Aumentada.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Portanto, o licenciando/pesquisador explorou os recursos do Unity 3D e os conceitos da linguagem C# que seriam, praticamente, utilizados para criação de jogos eletrônicos e vinculou a formação específica (matemática) do mesmo inserindo funções de duas variáveis do cálculo integral nesse programa dando outro objetivo além da criação de jogos, como mostra o excerto “[...] o código contempla o cálculo para o novo vetor baseado em funções de duas variáveis definida para serem utilizadas na atividade 2. [...]” como mostra a imagem abaixo.

Figura 90 - Código responsável pelo cálculo da superfície de uma função de duas variáveis.

```
45 private static float CalcY(Vector3 p)
46 {
47     return Mathf.Pow(p.z, 2) + p.x;
48     //return p.z * 3 + Mathf.Pow(p.x, 2);
49 }
50 }
51
```

Fonte: Elaborado pelo autor.

Entendemos que precisamos estar em constante transformação entrelaçando as dimensões matemática, pedagógica e tecnológica. Dessa forma, o licenciando/pesquisador como futuro professor/pesquisador deve buscar uma contínua transformação objetivando novas maneiras de se pensar, ensinar e agir com o objetivo de desenvolver situações que promovam a produção do conhecimento (VANINI et al., 2013). Nesse contexto, o excerto. “[...] A partir da malha, foi criado no código um somatório de todas as listas de vetores (x, y, z) para retornar os valores de um novo y calculado por meio de uma função de duas variáveis $z = f(x, y)$ [...]”, mostra o software Unity, que é um recurso para desenvolvimento de jogos, sendo utilizado para gerar funções de duas variáveis a partir do código em linguagem C#. Nesse sentido, Frota e Borges (2004) argumentam quando um indivíduo ao experimentar as tecnologias, transformando-as em recursos cognitivos, transformam a maneira de se fazer matemática e de se pensar matematicamente. Assim, compreendemos que a dimensão tecnológica se mostra vinculada à potencialização matemática quando no trecho acima o software Unity (utilizado no desenvolvimento de jogos) foi utilizado para gerar funções de duas variáveis $z = f(x,y)$ que estão presentes no conteúdo de cálculo integral. Dessa

forma, conforme as palavras de Vanini et al. (2013) é possível desenvolver entendimentos sobre recursos tecnológicos e gerar conhecimentos sobre como utilizar um novo recurso tecnológico e procurar por possibilidades e propósitos desse recurso. Nesse ponto, Rosa (2008) evidencia que o ser humano em frente a um dispositivo tecnológico como um computador, por exemplo, torna-se imerso em relação às interfaces que propiciam a ação de pensar-com-a-tecnologia. Portanto, conforme Rosa (2008) pensar-com e estar-imerso-em um mundo cibernético proporcionam transformações na construção do conhecimento.

Em todo esse processo de divisão de categorias em busca de possível(eis) resposta(s) para a questão diretriz foi destacada como a dimensão tecnológica se mostrou em cada faceta. A seguir, apresentamos as considerações finais da pesquisa.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa procurou investigar como a dimensão tecnológica se mostra no Design Instrucional de atividades matemáticas na utilização de interfaces naturais como partícipes da produção do conhecimento de funções de duas variáveis reais no âmbito da Realidade Aumentada.

Sem pormenorizar, a dimensão tecnológica se configurou como atuante e participante no processo de *design* de atividades com Realidade Aumentada desde o princípio da pesquisa até o final da conclusão do trabalho. Por conseguinte, exploramos as possibilidades de produção do conhecimento matemático por meio de Tecnologias Digitais e pressupostos teóricos relativos à Realidade Aumentada, cognição corporificada, experiência estética, ser-pensar-saber-fazer-com-TD e Design Instrucional de atividades. Assim, nosso estudo percorreu entre funções de duas variáveis reais na interação com Realidade Aumentada por meio de software de modelagem gráfica e aplicativos de dispositivos móveis (*smartphones* e *tablets*).

A indagação por materiais científicos e acadêmicos, que contemplassem embasamentos teóricos de considerável relevância sobre Realidade Aumentada em conjunto com aparelhos móveis, tornou-se difícil de realizar pelo fato de não existir materiais tão explícitos e/ou evidentes que tratassem diretamente desses recursos de Realidade Aumentada vinculados ao cálculo integral. A partir disso, foi necessário encontrar, estudar e explorar os recursos que foram utilizados na trajetória do trabalho no intuito de conhecer os mecanismos de cada tecnologia escolhida para fazer parte do trabalho. Portanto, encontramos no software Blender e no aplicativo AndAR de Realidade Aumentada uma maneira de produzir atividades matemáticas com Realidade Aumentada e funções de duas variáveis reais. Mais tarde, descobrimos a potência do software Unity 3D e na linguagem C# a possibilidade de desenvolver um aplicativo de Realidade Aumentada que fez parte da elaboração do *design* de atividades propostas na pesquisa. Logo, todos os recursos estudados propiciaram uma importância fundamental na criação de materiais (atividades) como meios de produção do conhecimento matemático.

Em consideração a pergunta de pesquisa. “*Como se mostra a dimensão tecnológica no Design Instrucional de atividades matemáticas quando se utiliza interfaces naturais como partícipes da produção do conhecimento (de funções de duas variáveis reais) no âmbito da Realidade Aumentada?*”, conseguimos dizer que

se mostra dividida em três categorias chamadas de facetas: **lado a lado, qualitativamente diferente de outras tecnologias em termos de visualização/percepção e potencializando a produção do conhecimento matemático.**

Na categoria dimensão tecnológica **lado a lado**, entendemos que a dimensão tecnológica esteve presente com o principal sujeito de pesquisa (licenciando/pesquisador) desde o início do contato com os recursos tecnológicos até o término da criação do *design* das atividades e o *feedback* do grupo de pesquisa sobre as atividades matemáticas elaboradas. A dimensão tecnológica se constituiu lado a lado com o pesquisador de forma que contribuiu com possibilidades na investigação por recursos nos softwares e aplicativos utilizados que fossem importantes no pensar das atividades que incluíam funções de duas variáveis reais. Além disso, proporcionou várias maneiras de explorar o conteúdo matemático com Tecnologias Digitais, as quais, desse modo, tornaram-se uma parte do autor da pesquisa estando com ele. Durante a pesquisa, agimos, pensamos, sentimos, imaginamos e passamos a pensar-com-tecnologia (ROSA, 2008) de modo que não estávamos pensando e agindo sozinhos, mas, conectados à tecnologia.

Na faceta denominada **qualitativamente diferente de outras tecnologias em termos de percepção/visualização**, compreendemos que a dimensão tecnológica, nesse caso, mostrou-se diferente nos recursos digitais (Blender, AndAR e aplicativos de RA utilizados na pesquisa) em relação à percepção e experiência corporal e visual significativas à produção do conhecimento matemático. Assim, a interação com a tecnologia por meio dos movimentos de membros do corpo, manipulação dos recursos tecnológicos e a experiência estética, ocorreu diferentemente quando participamos com um objeto, no caso da pesquisa, objeto virtual potencializando a percepção nas diferentes tecnologias utilizadas na pesquisa.

Na categoria, **dimensão tecnológica potencializando a produção do conhecimento matemático**, acreditamos que essa dimensão tecnológica se tornou importante e partícipe no processo de produção do conhecimento sobre funções de duas variáveis reais pelo motivo de estar conectada, plugada, imersa e intencionalmente envolvida matematicamente com o licenciando/pesquisador e com o processo de *design* de atividades. Dessa forma, permitindo a exploração matematicamente dos recursos utilizados na pesquisa, modificando a forma de

pensar matematicamente e provocando possibilidades de transformações no conhecimento matemático quando o licenciando/pesquisador pensou com a tecnologia do software Unity 3D encontrando uma maneira de utilizar o programa que nunca tinha pensado, como o desenvolvimento de um aplicativo de Realidade Aumentada sobre funções de duas variáveis reais. Assim, como, percebeu que não poderia trabalhar curvas de nível com o software Blender por não contemplar recursos de intersecção entre um plano (k) com uma superfície de modo que essa intersecção resultasse em uma curva $z=k$, por exemplo.

Assim, podemos pensar sobre a dimensão tecnológica quanto à formação de professores de matemática, principalmente a formação de professores com Tecnologias Digitais. Sendo que entendemos, por dimensão tecnológica, como um movimento que se liga à tecnologia de modo a perceber como ela se relaciona. Do mesmo modo que a dimensão tecnológica potencializa o conhecimento matemático, pode contribuir para a Cyberformação de professores em relação à imersão dos mesmos no mundo cibernético de forma a ser-com, penar-com e saber-fazer-com-TD (ROSA, 2008).

Acrescentamos ainda que a vivência e a trajetória do licenciando/pesquisador durante o período acadêmico da universidade, no curso de licenciatura desde as primeiras até as últimas disciplinas, manifestaram-se de forma a direcionar o licenciando/pesquisador para a educação matemática e tecnologias. Esse estopim se deu a partir da disciplina chamada de EDUMATEC (Educação Matemática e suas Tecnologias). Nesse período, o licenciando/pesquisador teve contato com diversos softwares matemáticos e recursos tecnológicos que fizeram potencializar a criatividade de utilização desses recursos com a matemática. Assim, foi nessa disciplina que o licenciando/pesquisador desenvolveu um processo de atividades baseadas em linguagem de programação orientada a objetos utilizando o software Squeak Etoys. Mais tarde, nas disciplinas de estágio, a aproximação do licenciando/pesquisador com as Tecnologias Digitais foi ficando mais forte pelas experiências em sala de aula com atividades nos laboratórios de informática. Como, por exemplo, na última experiência no estágio em educação matemática, o licenciando/pesquisador utilizou softwares como o Geogebra, recursos tecnológicos como dispositivos móveis e o conhecimento matemático como a forma canônica da função do segundo grau. Dessa maneira, o caminho percorrido no Curso de Licenciatura em Matemática direcionou o licenciando/pesquisador para uma

pesquisa de trabalho de conclusão de curso que investigasse a formação específica, pedagógica e principalmente tecnológica por meio do processo de *design* de atividades no âmbito da Realidade Aumentada.

Ao longo dessa pesquisa, o licenciando/pesquisador esteve em contato com as dimensões matemática, pedagógica e tecnológica. Assim, na dimensão matemática, as definições, conceitos e elementos matemáticos sobre funções de duas variáveis reais do cálculo integral fizeram parte durante a trajetória quando buscados e estudados para comporem o trabalho de pesquisa.

Além disso, a dimensão pedagógica presente no desenvolvimento da pesquisa se mostrou como um processo de reflexão sobre o processo educativo matemático como o *design* de atividades com Tecnologias Digitais no processo de Design Instrucional que segundo Filatro e Piconez (2004) é compreendido como um processo de um desenvolvimento para o ensino e para a aprendizagem.

A dimensão tecnológica esteve presente na pesquisa junto com o licenciando/pesquisador na busca por recursos das Tecnologias Digitais para compor a pesquisa. Foram estudados, explorados e examinados diversos recursos como o software Blender, aplicativos de Realidade Aumentada, Geogebra 3D entre outros com o intuito de potencializar a produção do conhecimento matemático ligado aos aspectos matemáticos e pedagógicos.

Portanto, a pesquisa realizada contribuiu para a formação do licenciando/pesquisador em três aspectos: matemático, pedagógico e tecnológico. Desse modo, a formação específica contribuiu para a produção do fazer matemática, a formação pedagógica contribuiu para o processo educativo de produção de materiais na potencialização do conhecimento matemático e, a dimensão tecnológica contribuiu para a compreensão da utilização de recursos tecnológicos como parte do processo cognitivo não como agilizar, mas participar de forma efetiva na produção do conhecimento matemático.

Creemos que a dimensão tecnológica e suas possibilidades na produção do conhecimento matemático no âmbito da Realidade Aumentada, apresentadas nessa pesquisa, podem estar lado a lado, qualitativamente diferente de outras tecnologias, em termos de percepção e visualização e contribuir para a potencialização da produção do conhecimento matemático. Dessa maneira, também podem agregar valor às futuras pesquisas sobre a formação de professores de matemática no âmbito das Tecnologias Digitais e sobre Design Instrucional de atividades

desenvolvidas com a tecnologia dos dispositivos móveis de forma a contribuir para a formação inicial e/ou continuada de professores de matemática.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, Nicola. **Dicionário de filosofia**. Tradução da 1ª edição brasileira coordenada e revista por Alfredo Bosi. Revisão da tradução e tradução dos novos textos por Ivone Castilho Benedetti, 2007.

AndAR - Android Augmented Reality. [S.l.], 2016. Disponível em: <<http://code.google.com/p/andar/>>. Acesso em: 05 maio 2016.

ANTON, Howard; BIVENS, Irl C.; DAVIS, Stephen L. **Cálculo**. Bookman, 2007. V.8.

ANTONIAK, Peter. **Augmented reality based user interface for mobile applications and services**. University of Oulu, 2005.

AZUMA, Ronald T. A survey of augmented reality. Presence: **Teleoperators and Virtual Environments**, [S.l.], v. 6, n. 4, p. 355-385, 1997. Disponível em: <http://www.cs.unc.edu/~azuma/ARpresence.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2016.

BARBOSA, A. C. M.; BOLITE FRANT, J.; POWELL, A. B. ELABORANDO TAREFAS SOBRE TRANSFORMAÇÕES NO PLANO EM AMBIENTES DIGITAIS FUNDAMENTADAS NA TEORIA DA COGNIÇÃO CORPORIFICADA. **Actas del VII CIBEM ISSN**, v. 2301, n. 0797, p. 6812, 2013.

BIANCHINI, W. **Aprendendo cálculo de várias variáveis**. [S.l.], 2016. Disponível em: <<http://www.im.ufrj.br/waldecir/calculo2/calculo2.pdf>>. Acesso em 01 jun. 2016.

BICUDO, Maria Aparecia Viggiani; ROSA, Maurício. A presença da tecnologia na educação matemática: efetuando uma tessitura com situações/cenas 1 do filme Avatar e vivências em um curso a distância de formação de professores. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 6, n. 1, p. 61-103, 2013. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37928>>. Acesso em: 14 jul. 2016.

BOLITE FRANT, J.; ACEVEDO, J.; FONT, V. Cognição corporificada e linguagem na sala de aula de matemática: analisando metáforas na dinâmica do processo de ensino de gráficos de funções. **Boletim gepem**, v. 46, p. 41-54, 2005.

BOLITE FRANT, Janete. O Uso de Metáforas nos Processos de Ensino e Aprendizagem da Representação Gráfica de Funções: o discurso do professor. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 30., 2007, Caxambú-MG. *Anais...* Rio de Janeiro: ANPED, 2007. p.1-17.

BORTOLOSSI, H. J. **Cálculo diferencial a várias variáveis**: uma introdução à teoria de otimização. 2. ed. São Paulo: PUC Rio, 2002.

BRAGA, M. C. G.; ULBRICHT, V. R. Revisão sistemática Quantitativa: identificação das teorias cognitivas que apoiam o design de interface no uso da realidade aumentada na aprendizagem *online*. **Revista Educa Online**, Rio de Janeiro, v. 5, n. 1, p.84-100, abr. 2011.

CARDOSO, Raul GS et al. Uso da realidade aumentada em auxílio à Educação. **Anais do Computer on the Beach**, p. 330-339, 2014.

CARNEIRO, C. E. I.; PRADO, C. P. C.; SALINAS, S. R. A. **Introdução elementar às técnicas do cálculo diferencial e integral**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

CARNEIRO, Reginaldo Fernando; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática: limites e possibilidades. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 8, n. 2, p. 101-119, 2014.

CARVALHO, Rogério Atem de; CAMPOS, Renato de. Uma análise de aspectos relacionados ao desenvolvimento e adoção de Enterprise Resources Planning livre de código aberto. **Gestão & Produção**, p. 667-678, 2009.

CHAVES, Eduardo OC. Tecnologia na educação. **Encyclopaedia of Philosophy of Education, edited by Paulo Ghirardelli, Jr, and Michal A. Peteres. Published eletronically at**, 1999.

CHEN, W. W. L. **Análise Multivariável e Vetorial**. Universidade Macquarie, Sydney – Nova Gales do Sul, 2008. Disponível em: <https://rutherglen.science.mq.edu.au/~maths/Chen-notes/lnmvafolder/lnmva.html>. Acesso em: 11 de jul. 2016.

CRAIGHEAD, Jeff; BURKE, Jennifer; MURPHY, Robin. Using the unity game engine to develop sarge: a case study. **Computer**, v. 4552, p. 366-372, 2007.

CRUZ-CUNHA, Maria Manuela et al. Realidade Aumentada e Ubiquidade na Educação. **IEEE-RITA**, v. 5, n. 4, p. 167-174, 2010.

CUPERSCHMID, ARM; FREITAS, M. R. Possibilidades de Uso de Realidade Aumentada Móvel para AEC. **SIMPÓSIO BRASILEIRO DE QUALIDADE DO PROJETO NO AMBIENTE CONSTRUÍDO**, v. 3, 2013.

DA SILVA, Josué IG; FERREIRA, Denise Helena Lombardo. O uso de tecnologias na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. 2009.

DA SILVA, Rodrigo Luis de Souza; VIEGAS, Márcio AC; VIEIRA, Marcelo B. Ferramenta de Apoio ao ensino de Física utilizando Realidade Aumentada. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 20, n. 03, p. 60, 2012.

DE LIMA, Alvaro José Rodrigues; HAGUENAUER, Cristina. O USO DA REALIDADE AUMENTADA NO ENSINO DA GEOMETRIA DESCRITIVA. 2006.

DEMO, P. **Pesquisa e Construção de Conhecimento**: metodologia científica no caminho de Habermas. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2000, 125 p.

DUARTE, Rosália. Pesquisa qualitativa: reflexões sobre o trabalho de campo. **Cadernos de pesquisa**, v. 115, n. 1, p. 139-54, 2002.

EDWARDS, Laurie D. The nature of mathematics as viewed from cognitive science. In: **Third Congress of the European Society for Research in Mathematics, Bellaria, Italy**. 2003.

FELICIANO, Vinícius Brás et al. Uso da Realidade Virtual no auxílio do Ensino-Aprendizagem da Matemática para o Ensino Fundamental. In: **IX Workshop de Realidade Virtual e Aumentada-WRVA**. 2012. p. 1.

FILATRO, Andrea; PICONEZ, Stela Conceição Bertholo. Design instrucional contextualizado. **São Paulo: Senac**, 2004.

FLAVELL, L. **Beginning Blender: Open Source 3D Modeling, Animation, and Game Design**. Apress, 2010.

FORTE, C. E. **Software educacional potencializado com realidade aumentada para uso em física e matemática**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Faculdade de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Metodista de Piracicaba, Piracicaba-SP, 2009. FORTE, Cleberson E.; KIRNER, Cláudio. Usando Realidade Aumentada no Desenvolvimento de Ferramenta para Aprendizagem de Física e Matemática. 2009.

FROTA, Maria CR; BORGES, Oto. Perfis de entendimento sobre o uso de tecnologias na Educação Matemática. **Anais da 27ª reunião anual da Anped**, 2004.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Algumas notas sobre pesquisa qualitativa e fenomenologia. **Interface–Comunicação, Saúde e Educação, São Paulo**, v. 1, n. 1, 1997.

GNECCO, Bruno Barberi et al. Desenvolvimento de Interfaces Naturais de Interação usando o Hardware Kinect. **Tendências e Técnicas em Realidade Virtual e Aumentada**, v. 2, p. 37-62, 2012.

GODOY, Arilda Schmidt. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de empresas**, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995.

GOIOS, D. F. **Potencialidades didático-pedagógicas de um objeto para aprendizagem: uma análise através da teoria da cognição corporificada para o ensino de trigonometria**. 2010. 132 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2010.

GOLDSTONE, W. **Unity game development essentials**. Packt Publishing Ltd, 2009.

GRAVINA, M. A. et al. **Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática**. Porto Alegre: Evangraf, 2012. 180 p.

GUEDES, A. G.; ASSIS, M. M. A. Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio: uma análise nas escolas de ensino médio da cidade do Natal/RN. **Anais II EREM, Natal**, 2009.

GUMSTER, J. V. **Blender for dummies**. 3. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2015.

GUSMÃO, L. D. **Educação Matemática pela Arte: UMA DEFESA DA EDUCAÇÃO DA SENSIBILIDADE NO CAMPO DA MATEMÁTICA**. 2013. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba-PR.

KAHLMAYER-MERTENS, Roberto Saraiva et al. **Como elaborar projetos de pesquisa: linguagem e método**. FGV Editora, 2007.

KANNO, K. M. **Sistema de Realidade Aumentada em Dispositivos Móveis para Auxiliar no Tratamento da Doença de Alzheimer**. 2010. 73 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

KASTRUP, Viginia. Experiência estética para uma aprendizagem inventiva: notas sobre a acessibilidade de pessoas cegas a museus. **Inform Educ**, v. 13, n. 2, p. 38-45, 2010.

KIRNER, Claudio; KIRNER, Tereza Gonçalves. Evolução e tendências da Realidade Virtual e da Realidade Aumentada. **Realidade Virtual e Aumentada: Aplicações e Tendências. Cap**, v. 1, p. 10-25, 2011.

KIRNER, Claudio; SISCOOTTO, Robson. Realidade virtual e aumentada: conceitos, projeto e aplicações. In: **Livro do IX Symposium on Virtual and Augmented Reality, Petrópolis (RJ), Porto Alegre: SBC**. 2007.

LAKOFF, G.; NÚÑEZ, R. E. **Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being**. New York: Basic Books, 2000.

MARÇAL, Edgar; ANDRADE, Rossana; RIOS, Riverson. Aprendizagem utilizando dispositivos móveis com sistemas de realidade virtual. **RENOTE**, v. 3, n. 1, 2005.

MARTIN, B. Disponível em: <https://wiki.blender.org/index.php/Extensions:2.6/Py/Scripts/Add_Mesh/Add_3d_Function_Surface>. Acesso em 06 maio 2016.

MARTINS, Valéria Farinazzo; DE PAIVA GUIMARÃES, Marcelo. Desafios para o uso de Realidade Virtual e Aumentada de maneira efetiva no ensino. In: **Anais do Workshop de Desafios da Computação Aplicada à Educação**. 2012. p. 100-109.

MORIBE, Vinícius Akira. Jogo para Android com Unity3D. **Reverte-Revista de Estudos e Reflexões Tecnológicas da Faculdade de Indaiatuba**, n. 10, 2012.

MOTTER, Jorge Eduardo. O que é pesquisa Disponível em: <<http://mat.ufrgs.br/~vclotilde/disciplinas/pesquisa/pesquisa.pdf>>. Acesso em 17. abr. 2016.

NETTO, ANTONIO VALERIO; MACHADO, Liliane dos Santos; OLIVEIRA, Maria Cristina Ferreira de. Realidade virtual-definições, dispositivos e aplicações. **Revista Eletrônica de Iniciação Científica-REIC. Ano II**, v. 2, 2002.

NUNES, J. **DESIGN INSTRUCIONAL NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: TRAJETÓRIA DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA QUE ELABORA ATIVIDADES SOBRE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS COM A CALCULADORA**

HP 50G. 2011. 171 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas-RS.

NÚÑEZ, Rafael E.; EDWARDS, Laurie D.; MATOS, João Filipe. Embodied cognition as grounding for situatedness and context in mathematics education. **Educational studies in mathematics**, v. 39, n. 1-3, p. 45-65, 1999.

PEREIRA, Marcos Villela. O limiar da experiência estética: contribuições para pensar um percurso de subjetivação. **Pro-Posições, Campinas**, v. 23, n. 1, p. 67, 2012.

PICCOLI, L. A. P. **ACONSTRUÇÃO DE CONCEITOS EM MATEMÁTICA: UMA PROPOSTA USANDO TECNOLOGIA DE INFORMAÇÃO**. 2006. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre-RS.

PRODANOV, Cleber Cristiano; DE FREITAS, Ernani Cesar. **Metodologia do Trabalho Científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico-2ª Edição**. Editora Feevale, 2013.

RÊGO, L. M. **A construção de Cyberproblemas: analisando a produção de conhecimento de estudantes do 6º ano acerca de aspectos da Educação Financeira**. 2016. 145 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro-RJ.

REIS, Alice Casanova. A experiência estética sob um olhar fenomenológico. **Arquivos Brasileiros de Psicologia**, v. 63, n. 1, p. 75-86, 2011.

ROSA, M. **Role Playing Game Eletrônico: uma tecnologia lúdica para aprender e ensinar matemática**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

ROSA, M. **A Construção de Identidades Online por meio do Role Playing Game: relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso à distância**. 2008. 267 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

ROSA, Maurício. Cyberformação: a formação de professores de Matemática na Cibercultura. **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA-ENEM**, v. 10, 2010.

ROSA, M. Cultura digital, práticas educativas e experiências estéticas: interconexões com a Cyberformação de professores de Matemática. **Reunião Anual da Anped**, v. 34, 2011.

ROSA, Maurício; PAZUCH, Vinícius. O feedback de estudantes sobre HQs matemáticas interativas: contribuições ao design instrucional. 2012.

ROSA, Maurício. Cyberformação com Professores de Matemática: interconexões com experiências estéticas na cultura digital. **ROSA, M. BAIRRAL, MA AMARAL, RB Educação Matemática, Tecnologias Digitais e Educação a Distância: pesquisas contemporâneas**. Natal (RN): Editora da Física, 2015.

RYAN, M. **Cálculo para Leigos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Alta Books, 2009.

SANTOS, AR dos; PAIXÃO, V. Mathlets como ambientes corporificados no ensino de matemática. **IV COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA**, 2008.

SANTOS, E. A. **MATEMÁTICA E TECNOLOGIA**: analisando a contribuição do software Geogebra 3D para o processo de ensino e aprendizagem de geometria espacial. 2015. 56 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande-PB.

SEIDEL, D. J. O PROFESSOR DE MATEMÁTICA ONLINE PERCEBENDO-SE EM CYBERFORMAÇÃO. 2013. 278 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas-RS.

SEOLIN, Mary Carmen; DE ANDRADE, Lucineide Keime Nakayama. A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA COMO RECURSO FACILITADOR PARA O ENSINO DA GEOMETRIA PLANA. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2010. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>. Acesso em 05/06/16. ISBN 978-85-8015-039-1.

SILVA, A. R. L. **Diretrizes de Design Instrucional para elaboração de material didático em EaD: UMA ABORDAGEM CENTRADA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO**. 2013. 179 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Gestão do Conhecimento) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC.

VANINI, Lucas et al. Cyberformação de Professores de Matemática: olhares para a dimensão tecnológica/Cybereducation of Mathematics Teachers: Views to technological dimension. **Acta Scientiae**, v. 15, n. 1, p. 153-171, 2013.

VELOSO, Antonio S. et al. Uso do FLARToolKit no E-commerce. **Realidade Virtual e Aumentada: Aplicações e Tendências**, p. 59, 2011.

APÊNDICE

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, **R.G.** _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada **REALIDADE AUMENTADA E INTERFACES NATURAIS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA**, desenvolvida pelo pesquisador **Bruno Resende**. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pelo Prof. _____, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone (51) _____ ou e-mail _____.

Tenho ciência de que minha participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação à contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- *Investigar como se mostra a dimensão tecnológica no Design Instrucional de atividades matemáticas quando se utiliza interfaces naturais como partícipes do processo de produção do conhecimento (de funções de duas variáveis reais) no âmbito da Realidade Aumentada.*

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações, de minha autoria, serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas por uma letra do alfabeto.

A minha colaboração se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que serei observado(a) e minha produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a minha participação, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A minha colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no endereço: _____, nº ____ / telefone: (51) _____ / e-mail: _____.

Fui ainda informado(a) de poderei me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, 21 de março de 2016.

Assinatura do participante: _____

Assinatura do pesquisador: _____

Assinatura do Orientador da pesquisa: _____