

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

DESENVOLVIMENTO DE BANCADA PARA SIMULAÇÃO EM ESCALA DE CHOQUE DE  
VEÍCULOS

por

Mateus Spellmeier Mello

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, 10 de Junho de 2016



Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Departamento de Engenharia Mecânica

Desenvolvimento de bancada para simulação em escala de choque de veículos

por

Mateus Spellmeier Mello

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Thamy Cristina Hayashi  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Projeto e Fabricação**

Orientador: Prof. : Rafael A.C. Laranja

Comissão de Avaliação:

Prof.

Prof.

Prof.

Porto Alegre, 10 de Junho de 2016

## AGRADECIMENTOS

Ao meu pai, que me ensinou a priorizar os estudos acima de tudo e a batalhar por eles, sendo grande responsável pelos conhecimentos que adquiri até hoje.

À minha mãe, por sempre me ajudar em decisões difíceis e acalmar minhas preocupações quando necessário, me mostrando que o mais importante é ser feliz e fazer aquilo que eu gosto de fazer.

À minha vó Elci pela paciência e disposição ao me receber em sua casa ao longo destes 5 anos.

Ao meu professor e orientador Rafael Laranja pelo ótimo trabalho quanto ao auxílio ao desenvolvimento deste trabalho.

Ao funcionário e amigo Éder, por sempre estar à disposição de compartilhar seus materiais, laboratórios ou conhecimentos, desde minha bolsa de iniciação científica, até trabalhos práticos de disciplinas, projetos extracurriculares e meu trabalho de conclusão de curso.

Aos amigos que fiz ao longo do curso que, de uma forma ou outra, me ajudaram a chegar até aqui.

MELLO, M. S. **Desenvolvimento de bancada para simulação em escala de choque de veículos**. 2016. 25 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

## **RESUMO**

O presente trabalho envolveu a construção de uma bancada de experimentos para colisão de veículos, em escala de 1:10, visando criar uma ferramenta adequada em estudos de segurança veicular. Para tanto, construiu-se sobre uma tábua de madeira de compensado, de 1,61 m<sup>2</sup>, um sistema que acelera um veículo de 1040 g de massa até uma velocidade de 6,4 km/h e libera-o para colidir contra uma barreira estática. Uma análise cinemática e dinâmica do fenômeno foi então realizada, medindo-se a desaceleração, a deformação, duração do impacto e a posição final do veículo após a colisão. Os resultados encontrados foram compatíveis com os de experimentos em escala real 1:1, demonstrando variação de 14% no pico de aceleração, 7,6% na deformação máxima, 6,7% na duração do impacto e 6,9% na posição final do veículo. Estes valores mostram que o modelo construído obedece às semelhanças físicas entre os fenômenos reais e em escala, pois a variação foi considerada pequena frente às dificuldades de se projetar um veículo idêntico, em proporção, ao real.

**PALAVRAS-CHAVE:** (Teste de colisão, segurança veicular, veículo em escala)

MELLO, M. S. **Development of a bench for scale simulation of vehicles crash**. 2016. 25 pages. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

## **ABSTRACT**

The present study involved the construction of an experimental bench for collision of vehicles, in scale of 1:10, aiming to create an efficient tool in vehicle safety studies. Therefore, it was built on a plywood board of 1.61 m<sup>2</sup>, a system that accelerates a vehicle of 1040 g of mass to a speed of 6.4 km/h and releases it to crash against a static barrier. A kinematic and dynamic analysis of the phenomenon was then performed by measuring the deceleration, the deformation, the impact duration and the vehicle's final position after collision. The results were compatible with the real scale 1:1 experiments, demonstrating a variation of 14% in the acceleration peak, 7.6% in maximum deformation, 6.7% in impact duration and 6.9% in the vehicle's final position. These numbers demonstrate that the constructed model obeys the physical similarities between the real and scale phenomena, because the variation was considered small in the face of difficulties of designing an identical vehicle, in proportion to the real.

**KEYWORDS:** (Crash Test, vehicular safety, scale vehicle)

## ÍNDICE

	Pg
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. OBJETIVOS.....	2
2.1 OBJETIVOS GERAIS.....	2
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	2
3. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....	2
3.1 O TESTE DE IMPACTO.....	2
3.2 ANÁLISE DIMENSIONAL.....	3
4. METODOLOGIA.....	4
4.1 BANCADA EXPERIMENTAL.....	4
4.1.1 VEÍCULO.....	4
4.1.2 TRILHO.....	6
4.1.3 SISTEMA DE ACIONAMENTO.....	6
4.1.4 BARREIRA.....	6
4.1.5 PISO E RODA.....	7
4.1.6 SENSORES E CÂMERAS.....	7
4.2 CALIBRAÇÃO.....	8
4.2.1 CENTRO DE MASSA.....	8
4.2.2 MOMENTO DE INÉRCIA.....	8
4.2.3 VELOCIDADE DO VEÍCULO.....	9
4.2.4 PARA-CHOQUE.....	9
4.3 DESVIOS DE MEDIÇÃO.....	10
4.4 OS EXPERIMENTOS.....	11
4.4.1 COLISÃO FRONTAL PARCIAL.....	11
4.4.2 COLISÃO FRONTAL TOTAL.....	11
5. RESULTADOS.....	12
6. CONCLUSÕES.....	14
REFERÊNCIAS .....	15
Anexo I.....	16
Anexo II.....	17
Apêndice I .....	18
Apêndice II .....	19
Apêndice III .....	20

## 1. INTRODUÇÃO

Ao redor do mundo, acidentes automobilísticos causam a morte de mais de um milhão de pessoas por ano, segundo relatório da Organização Mundial da Saúde de 2013 (WHO, 2013). Para se ter uma dimensão dos prejuízos, em 2012 o número de mortos por acidentes de trânsito no Brasil superou o número de mortos por câncer e homicídios [Veja, 2013]. Nesse mesmo ano, o Brasil ocupou a primeira posição em taxa de mortes, chegando a 31,3 mortos por 100.000 habitantes. Logo atrás, vem Catar, El Salvador e Belize, com respectivamente 30,1, 23,7 e 23,6 mortos a cada 100.000 habitantes. As causas, segundo as estatísticas, são em 98% das vezes devido ao erro ou negligência do motorista [Veja, 2013].

Para se avaliar o grau de segurança de um automóvel durante uma colisão, empresas utilizam o conhecido “Teste de Impacto”, ou “*Crash Test*”. Este, porém, é um teste destrutivo e envolve acelerar um veículo até colidir com uma barreira estática, causando a perda total do mesmo e exigindo mecanismos de simulação muito complexos e de alto custo (somente as montadoras Volkswagen e General Motors possuem laboratórios de *Crash Test* no Brasil [Estadão, 2013]). Foi pensado, portanto, em elaborar um experimento em escala que simulasse o teste de impacto em termo de algumas variáveis principais, como desacelerações, deformações do veículo, velocidade de colisão e posição final após o impacto. Com essa simplificação, algumas análises qualitativas e mesmo quantitativas podem ser feitas sobre o veículo, desde que elaboradas com base em uma semelhança física com o experimento em escala real.

Assim, para se determinar o teste a ser realizado neste trabalho, buscou-se o tipo de acidente mais trágico que ocorre no Brasil (Figura 1.1).

Tipo de Acidente	2010		2011		2012		2013		2014	
	Acidentes	Mortos								
Colisão traseira	28,7%	8,1%	29,1%	8,0%	30,0%	8,3%	30,0%	8,2%	29,1%	8,4%
Colisão lateral	16,7%	7,8%	17,3%	7,4%	17,2%	7,3%	17,3%	6,8%	16,6%	6,7%
Saída de Pista	14,8%	10,0%	14,2%	9,5%	13,4%	10,0%	14,7%	11,2%	14,8%	11,1%
Colisão Transversal	9,7%	8,3%	10,1%	8,9%	10,1%	9,6%	10,1%	9,7%	10,7%	9,5%
Colisão com objeto fixo	6,1%	3,1%	5,9%	2,8%	5,8%	3,0%	5,4%	2,8%	5,4%	2,8%
Capotamento	4,7%	4,9%	4,6%	5,2%	4,6%	4,7%	4,2%	4,7%	4,3%	4,0%
Tombamento	3,7%	2,0%	3,6%	2,2%	3,9%	2,2%	3,7%	1,8%	4,1%	2,0%
Colisão frontal	3,4%	<b>29,1%</b>	3,4%	<b>30,6%</b>	3,5%	<b>31,3%</b>	3,6%	<b>32,0%</b>	4,1%	<b>33,8%</b>
Queda de motocicleta	3,0%	2,5%	3,2%	3,0%	3,2%	2,8%	3,1%	2,8%	3,4%	2,6%
Atropelamento de pessoa	2,9%	18,0%	2,6%	16,9%	2,5%	15,8%	2,4%	15,6%	2,5%	14,9%
Atropelamento de animal	2,3%	0,9%	2,3%	1,0%	2,3%	1,2%	2,2%	1,2%	1,9%	1,0%
Colisão com objeto móvel	1,1%	0,6%	1,0%	0,4%	0,9%	0,4%	0,9%	0,4%	0,8%	0,5%
Colisão com bicicleta	1,2%	4,4%	1,1%	3,8%	0,9%	3,2%	0,8%	2,6%	0,8%	2,5%
Danos Eventuais	0,7%	0,1%	0,7%	0,2%	0,6%	0,0%	0,6%	0,1%	0,5%	0,1%
Derramamento de Carga	0,6%	0,1%	0,6%	0,0%	0,5%	0,0%	0,5%	0,0%	0,5%	0,0%
Incêndio	0,4%	0,0%	0,4%	0,0%	0,5%	0,0%	0,5%	0,1%	0,5%	0,1%

Figura 1.1 – Porcentagem de acidentes e mortos por tipo de acidente, segundo a Polícia Rodoviária Federal, 2015

Como observado na figura 1.1, de 2010 a 2014 a colisão frontal representa a maior parcela de mortos em acidente de trânsito. Esse tipo de colisão, portanto, foi o tema definido como foco do trabalho.

Foi desenvolvida uma bancada de *Crash Test* em escala para que estudos sobre segurança veicular possam ser feitos, com baixo custo, de modo a serem repetidos diversas vezes sem precisar destruir um automóvel em cada uma. Com isso, sistemas de proteção pré e pós-colisões, como o freio ABS, o acionamento de Airbags e outros, podem ser futuramente estudados e desenvolvidos através deste modelo em escala.

## 2. OBJETIVOS

Os objetivos do trabalho foram divididos em “geral” e “específicos”, relatados a seguir.

### 2.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo deste trabalho foi a construção de uma bancada em escala para colisão frontal de um veículo de passeio de quatro rodas, com para-choque deformável, contra uma barreira estática visando resultados fisicamente semelhantes aos de colisões em escala real.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para se alcançar o objetivo geral, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- I. Encontrar o fator de escala mais adequado.
- II. Testar mais de um modelo de para-choque.
- III. Permitir pelo menos dois modelos diferentes de barreiras, para que sejam executadas mais de uma forma de colisão frontal (frontal total e frontal parcial).
- IV. Construir um veículo passível de calibrações de seus principais parâmetros, como massa, comprimento total, rigidez do para-choque e posição do centro de massa.

## 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O experimento montado neste trabalho se baseia essencialmente em um modelo de testes de impacto que segue a normativa da Latin NCPA e na teoria de análise de semelhança (análise dimensional), especificados e descritos nos subitens a seguir.

### 3.1 O TESTE DE IMPACTO

O Teste de Impacto, mais comumente chamado de *Crash Test*, é um teste que representa o principal meio de avaliação de veículos quanto à segurança em caso de acidentes. Definido como um ensaio destrutivo, o teste de impacto pode ser executado de várias formas, segundo algumas categorias específicas: impacto lateral, impacto frontal, capotamento, frontal parcial, entre outros (Latin NCAP, 2016).

Na América Latina, a principal associação responsável pela execução do teste de impacto, assim como pela divulgação pública de seus resultados, é a *Latin NCAP*. Fundada em 2010, seus testes envolvem colisões a 64km/h (40mph) contra uma barreira deformável. A avaliação do veículo é então feita segundo uma escala entre uma e cinco estrelas, sendo essas a menor e maior pontuação, respectivamente (Latin NCAP, 2016). Como a *Latin NCAP* segue a *Euro NCAP*, com padrões internacionais de execução e instrumentação, o presente trabalho baseou-se neste modelo da Figura 3.1 a seguir.

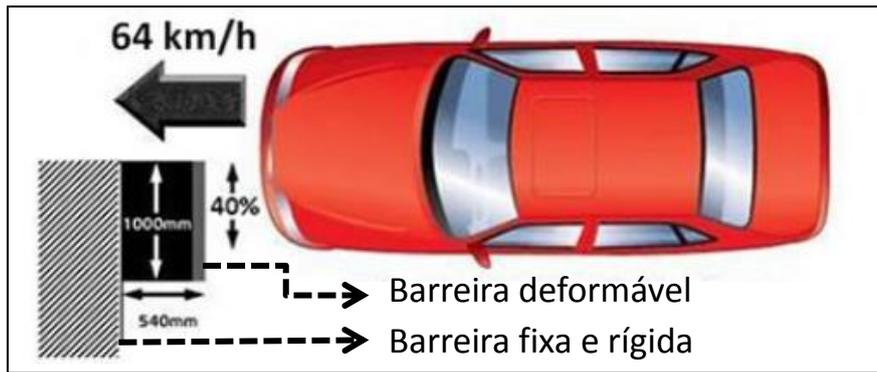


Figura 3.1 – Modelo padrão da Latin NCAP para teste de colisão frontal parcial (adaptado de Latin NCAP, 2016)

### 3.2 ANÁLISE DIMENSIONAL

Do conceito da análise de semelhança, sabe-se que para um protótipo e seu respectivo modelo em escala serem fisicamente semelhantes, o mesmo deve obedecer algumas correlações entre as variáveis do problema. O teorema dos Pi de Buckingham (Carneiro, 1993) torna possível a realização deste tipo de análise, estabelecendo o seguinte critério para construção do protótipo (Equação 3.1):

$$(\Pi_1)_{\text{MODELO}} = (\Pi_1)_{\text{PROTOTIPO}} \quad (3.1)$$

Para um problema mais complexo, com vários grupos adimensionais “Pi”, todas relações (equações 3.2 e 3.3) devem ser válidas:

$$(\Pi_2)_{\text{MODELO}} = (\Pi_2)_{\text{PROTOTIPO}} \quad (3.2)$$

$$(\Pi_3)_{\text{MODELO}} = (\Pi_3)_{\text{PROTOTIPO}} \quad (3.3)$$

De tal forma que, tanto para o modelo quanto para o protótipo, a equação siga a forma da Equação 3.4 a seguir:

$$\Pi_1 = f(\Pi_2, \Pi_3) \quad (3.4)$$

Para a construção dos grupos, deve-se primeiramente listar todas as variáveis envolvidas direta ou indiretamente no problema. Após, as variáveis são analisadas quanto à suas dimensões como funções das variáveis primárias, que no presente trabalho são: Massa (M), Comprimento (L), Tempo (T) e Ângulo de Rotação ( $\theta$ ). O resultado é mostrado no exemplo da Tabela 3.1 a seguir:

Tabela 3.1 – Exemplo de análise dimensional de algumas variáveis utilizadas neste trabalho

GRANDEZA	DIMENSÕES	UNIDADES (SI)
Comprimento	L	m
Tempo	T	s
Massa	M	kg
Volume	L <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>
Velocidade	LT <sup>-1</sup>	ms <sup>-1</sup>
Aceleração	LT <sup>-2</sup>	ms <sup>-2</sup>
Taxa de deformação	T <sup>-1</sup>	s <sup>-1</sup>

Os cálculos completos de todas variáveis envolvidas no experimento se encontram no Apêndice I e II.

## 4. METODOLOGIA

O conceito da bancada surgiu a partir dos valores encontrados na análise dimensional (Apêndices I e II). O coeficiente de atrito, o qual diminui proporcionalmente com o aumento do fator de escala, foi o parâmetro definidor da escala de 1:10. Uma escala maior que essa, envolveria coeficientes de atrito menores que 0,08, o que seria difícil de obter com materiais comuns. Escalas maiores que esta, porém, precisariam de um comprimento do trilho maior que o espaço disponível em laboratório para acelerar o veículo até a velocidade desejada. Sendo assim, a escala adotada (1:10) foi considerada ideal para a ocasião.

A metodologia utilizada é baseada nos experimentos da Latin NCAP (Latin NCAP, 2010), com um sistema de tração que acelera um veículo até pouco antes de colidir contra uma barreira estática. O veículo então se desacopla do cabo de tração e, durante a colisão, é avaliado quanto a suas acelerações, deformações e deslocamentos através de sensores e câmeras. Uma diferença para com os testes da instituição latino-americana é a não utilização de bonecos de teste ou *dummies*. Ou seja, todas as medições realizadas neste trabalho se referem ao centro de gravidade do veículo, e não a uma pessoa no interior do mesmo.

A seguir, é detalhado como foram feitos a bancada experimental, as calibrações, a determinação dos desvios de medição e a forma do desenvolvimento dos experimentos.

### 4.1 BANCADA EXPERIMENTAL

A bancada se constituiu de elementos tais como o trilho, o veículo, a barreira, o sistema de tração entre outros (Figura 4.1).

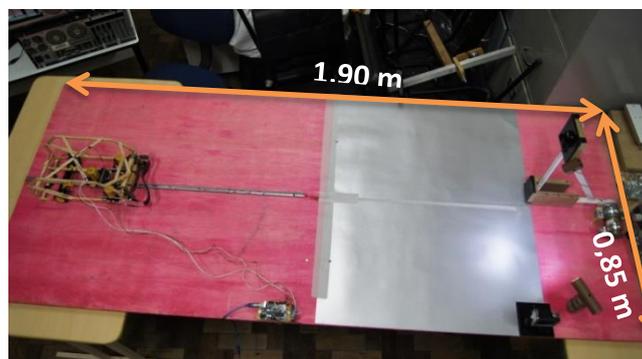


Figura 4.1 – Foto da bancada e suas medidas externas

O comprimento total da estrutura é de 1,90 m, que foi o somatório de 1,0 m necessário para acelerar o veículo, 0,65 m para a área de colisão (calculada através de vídeos da Latin NCAP [Latin NCAP, 2016]) e mais 0,25 m projetados para comportar estruturas complementares (motor, câmeras e iluminação de led). Para a largura, também através de vídeos, verificou-se necessário 0,75 m para permitir o deslizamento lateral do veículo. Por segurança, ainda foram adicionados 0,05 m em cada lado, totalizando 0,85 m.

#### 4.1.1 O VEÍCULO

Para a construção do veículo, foi montada uma matriz morfológica com as suas possíveis configurações. As possibilidades levantadas estão na Tabela 4.1 a seguir, enquanto que as opções adotadas são as destacadas em negrito.

Tabela 4.1 – Matriz de configurações do veículo e suas escolhas destacadas

Material e Construção			Estilo e Modelo			Parte deformável	Calibração do Cg	Sensores
Compra veículo pronto	Prototipagem rápida	Construção manual	Hatch	Sedan	SUV	<b>Para-choque</b>	Em “x”	Na bancada
Plástico	Alumínio	Alumínio	Celta	Corolla	CR-V	Veículo inteiro	Em “z”	<b>No veículo</b>
Metal	Madeira	<b>Madeira</b>	Clio	<b>Siena</b>	Tucson		<b>Em “x” e “z”</b>	
	Ferro	Ferro					Sem calibração	

A opção de madeira foi a escolhida devido à simplicidade de construção, preço, menor peso, possibilidade de desmontagem e sem necessidade de usinagem, já que para a mesma foram utilizados palitos comumente vendidos em papelarias. A opção “sedan” foi adotada para obter um carro mais comprido, aumentando o momento de inércia angular e evitando que o mesmo, após a colisão, tenha uma velocidade angular muito elevada. Ao mesmo tempo, preferiu-se utilizar esta opção em detrimento da outra “SUV” por ser um modelo mais popular.

O modelo Siena foi escolhido por possuir mais informações técnicas de forma pública. Por ter sido construído em madeira, o veículo foi considerado completamente rígido, sendo sua parte deformável apenas o para-choque e cuja configuração será explicada em um capítulo posterior.

Como um dos objetivos específicos é testar diferentes modelos de para-choque, cada qual com uma massa específica, o centro de massa (Cg) precisava ser constantemente calibrado tanto no eixo “x” (ao longo do comprimento do veículo) quanto no eixo “z” (ao longo da altura). Desta forma, optou-se por projetar um sistema de calibração do centro de massa. Quanto ao sensoriamento, deixá-lo acoplado ao veículo implicaria na utilização de muitos cabos, os quais poderiam afetar o sistema. Esta foi a opção escolhida, entretanto, pois fazer o sensoriamento na bancada exigiam métodos cujos componentes são mais caros.

Com estas opções realizadas, a configuração final do veículo ficou como segue na Figura 4.2, podendo ser comparado com as medidas do veículo real (Fiat Siena, ano 2000) disponíveis na figura do Anexo II.

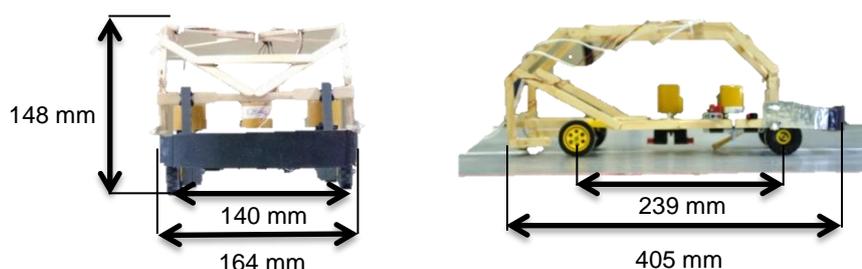


Figura 4.2 – Principais medidas externas do veículo em escala

Como observado, as medidas ficaram muito próximas às dimensões que deveria ter o modelo em escala, que são 10 vezes menores que os valores reais. Não foram encontradas rodas com o tamanho proporcional ao veículo, portanto elas foram os únicos componentes fora de escala e menores do que deveriam. Porém, como na análise dimensional seus diâmetros não foram considerados para os cálculos, percebe-se que o sistema ainda pode ser utilizado sem influência sobre os resultados.

O veículo real possui uma massa de 990 kg (Cesvi Brasil, 2012), sobre o qual foi somada a massa de um ocupante de 70 kg, resultando em uma massa de 1060 kg. Segundo os resultados da análise dimensional mostrados no Apêndice III, isso implica na construção de um veículo, em escala, com uma massa mil vezes menor (1,060 kg). Portanto, a massa total do veículo construído tentou se aproximar o máximo possível

deste valor, chegando a 1040 g. Esta diferença de menos de 2% foi considerada desprezível, sendo então validada a semelhança entre modelo e protótipo neste quesito.

#### 4.1.2 TRILHO

O trilho foi feito com o uso de uma barra de alumínio de 1,0 m que possibilita que o veículo acelere mantendo uma trajetória retilínea até um pouco antes da região de impacto. A cada 0,1 m a mesma possui furações para possibilitar a medição da velocidade através do sensor de infravermelho, cujo funcionamento será explicado no subitem “4.1.6 Sensores e Câmeras”.

#### 4.1.3 SISTEMA DE TRACIONAMENTO

O sistema de tração, responsável por aplicar a força sobre o veículo e fazê-lo acelerar, consiste em um motor 12 V de corrente contínua e uma polia de PVC, com 55 mm de diâmetro, que enrolam um cabo de Nylon cuja extremidade está fixada à frente do veículo. A Figura 4.3 mostra sua configuração.



Figura 4.3 – Sistema de tração com motor, polia e fixação na bancada.

Sua função é acelerar o veículo do repouso até a velocidade final de 6,4 km/h em um espaço de 0,95 m de forma suave e mais exata possível. O sistema é desligado assim que as rodas traseiras do veículo ultrapassam o final do trilho, deixando o restante do evento ocorrer apenas pela sua inércia.

#### 4.1.4 BARREIRA

A barreira foi projetada com o intuito de permitir fácil modificação entre os testes de colisão frontal total e frontal parcial. Portanto, com uma simples substituição de peças, sua base pode facilmente assumir uma das duas formas.

Segundo a Latin NCAP, a barreira não pode ser totalmente rígida para o teste de colisão frontal parcial (Latin NCAP, 2010). A Figura 4.4 a seguir mostra a norma a ser seguida e como ficou a configuração da barreira na bancada, depois de adicionada uma plataforma deformável de alumínio.

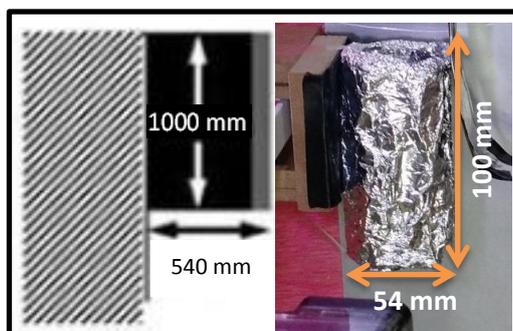


Figura 4.4 – Imagem comparativa entre barreira da norma e a barreira deformável equivalente elaborada em papel alumínio.

#### 4.1.5 PISO E RODA

Segundo a análise de semelhança (Apêndice III), a força de atrito “Fa” deve ser na ordem de  $10^4$  vezes menor que a do modelo real. Isso significa que, se o veículo é semelhante em todas variáveis descritas no Apêndice I, o coeficiente de atrito “ $\mu$ ” deve ser o mesmo entre modelo real e protótipo. Isto não acontece, porém, já que a gravidade não tem como ser 10 vezes menor no experimento que no modelo real. Portanto, para compensar essa força normal 10 vezes maior do veículo sobre o piso, buscou-se materiais que tivessem coeficiente de atrito 10 vezes menor que o de um pneu real sobre o cimento (o que significa uma faixa de 0,85-1,02 [CTB, 2014]). Após 11 testes, construiu-se a seguinte Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Resultados dos testes para escolha de materiais para piso e roda.

Opção	Material da roda	Material do piso	$\mu$ (medido)
1	Pneu de borracha	Madeira de compensado	0,4 – 0,45
2	Pneu de borracha	Papel	0,35 – 0,4
3	Pneu de borracha	Plástico	0,25 – 0,35
4	Roda de plástico	Madeira de compensado	0,18 – 0,25
<b>5</b>	<b>Roda de plástico</b>	<b>Plástico</b>	<b>0,05 – 0,10</b>
6	Roda de plástico	Papel cartaz	0,12 – 0,18
7	Pneu de borracha	Papel cartaz	0,25 – 0,3
8	Roda de plástico	Papel de seda	0,12 – 0,17
<b>9</b>	<b>Pneu + fita adesiva</b>	<b>Papel cartaz</b>	<b>0,10 – 0,11</b>
10	Pneu + fita adesiva	Verso do papel cartaz	0,12
11	Pneu + fita adesiva	Plástico	0,05 – 0,08

A opção 9 foi a escolhida, caracterizada por um pneu de borracha coberto por uma fita adesiva que rola sobre um papel estilo “cartaz”. A opção de número 5 também apresentou valores próximos aos que eram necessários, estimados entre 0,085 e 0,102. A roda de plástico, porém, é de difícil construção e atrasaria o trabalho.

#### 4.1.6 SENSORES E CÂMERAS

Um conjunto de sensores e placa controladora foi utilizado para se avaliar a grandeza das variáveis de controle. Estas foram definidas como sendo a velocidade (V), aceleração (a), posição final (x,y), ângulo de rotação ( $\theta$ ) e o deslocamento máximo do para-choque (d). A Figura 4.5 mostra a configuração do sistema de medições.

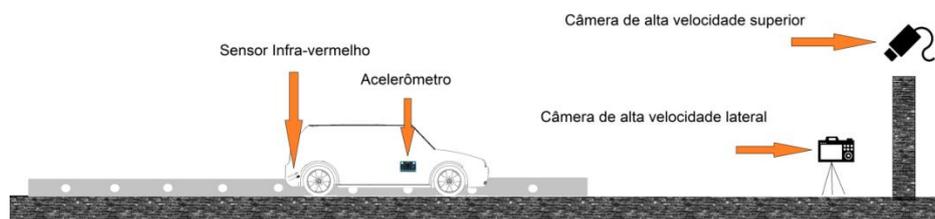


Figura 4.5 – Esquemática do posicionamento dos sensores

Um acelerômetro do tipo MPU6050 e com massa desprezível (1% da massa do sistema) é acoplado ao centro de gravidade do veículo, a fim de medir as acelerações na direção do seu movimento. O sensor infravermelho é um conjunto emissor e receptor, os quais são separados pelo trilho de forma a interromper o sinal. Como a cada 0,1 m existe um furo no trilho, o sinal é obtido pelo receptor e, através do tempo transcorrido entre as obtenções, é facilmente medida a velocidade linear do veículo. O processamento dos dados foram desenvolvidos por uma plataforma Arduino modelo “Uno”, acoplada à própria bancada experimental.

Como o teste ocorre em um período de tempo muito curto, câmeras de alta velocidade foram instaladas visando alguns objetivos, os quais são:

- I. Verificar a perda de velocidade do veículo, devido ao atrito, após o desligamento do sistema de tração.
- II. Analisar o comportamento do para-choque durante a colisão, de forma a selecionar o melhor e mais realístico modelo do mesmo.
- III. Descobrir causas de resultados inesperados.
- IV. Comparar os vídeos obtidos com os vídeos de testes de impacto feitos em escala real.

## 4.2 CALIBRAÇÃO

O experimento possui algumas formas de calibração, e foi assim projetado para que as alterações ao longo do seu desenvolvimento pudessem ser realizadas. A seguir, são listadas as principais calibrações realizadas.

### 4.2.1 CENTRO DE MASSA

O centro de massa é calibrado através da movimentação de 3 cargas ao longo de dois trilhos, até se atingir o ponto desejado. As 3 massas possuem liberdade para deslizar ao longo do comprimento do veículo, sendo então presas por uma abraçadeira de plástico quando o ponto de equilíbrio estava a 93,7 mm (vide Anexo I) dos centros das rodas dianteiras. Após a calibração este valor ficou em 95 mm.

Para calibrar a altura do centro de massa, apenas a massa de trás, a mais massiva (256 g), possui liberdade para deslizar na direção paralela à altura do veículo. Desta forma, utilizando o método encontrado no Anexo I, foi ajustada a altura da carga até que o equilíbrio de todo o carro estivesse a 55 mm do piso (Figura 4.6), sendo levemente superior aos 53 mm especificados neste mesmo anexo.



Figura 4.6 – Método para medição e calibração da altura do centro de massa (vide Anexo I).

### 4.2.2 MOMENTO DE INÉRCIA DE MASSA

O momento de inércia de massa é um parâmetro com possibilidade de calibração também. As duas massas frontais, uma de 0,203 kg e outra de 0,206 kg, possuem pequenos ajustes laterais os quais influenciam diretamente sobre o momento de inércia, conforme a Equação 4.1:

$$I = mr^2 \quad (4.1)$$

Onde “r” é a distância entre a massa e o centro de gravidade (ajustável), “m” é a massa e “I” é o momento de inércia. O “I” foi ajustado observando-se a rotação final do veículo: se maior que a rotação do veículo real, aumentava-se a distância “r” da massa ao centro de massa (e vice-versa).

### 4.2.3 VELOCIDADE DO VEÍCULO

A velocidade final do veículo, com a qual sai dos trilhos e atinge a barreira, é facilmente calibrada pela programação utilizando um dispositivo PWM, o qual controla a potência fornecida ao motor. Calibrando-se este dispositivo, chegou-se a um valor em que se alcançou a velocidade desejada. Este valor é de 88,2% da potência nominal do motor e, em três testes consecutivos, gerou as curvas de velocidade mostradas na Figura 4.7 a seguir.

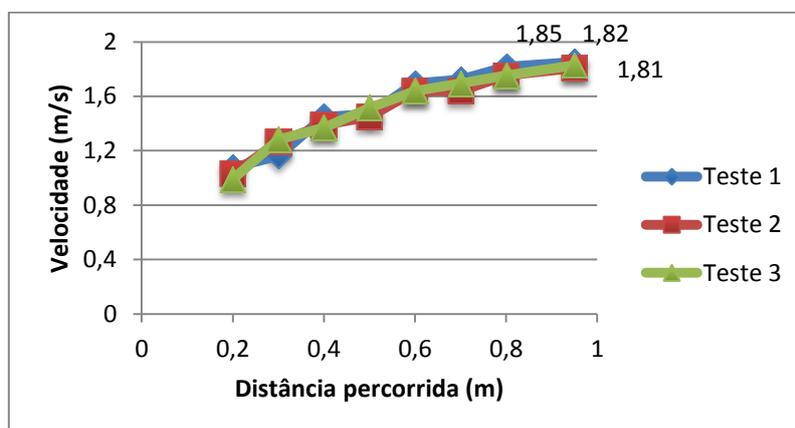


Figura 4.7 – Calibração da velocidade final do veículo

A velocidade de 6,4 km/h (1,80 m/s) é então alcançada de forma estável, quando no final do trilho, como pôde ser visto no gráfico da figura anterior.

### 4.2.4 PARA-CHOQUE

Foram testados diferentes modelos de para-choques, de forma a se obter o sistema mais real possível. Na figura a seguir, estão ilustrados quatro dos modelos testados, depois de colidirem.

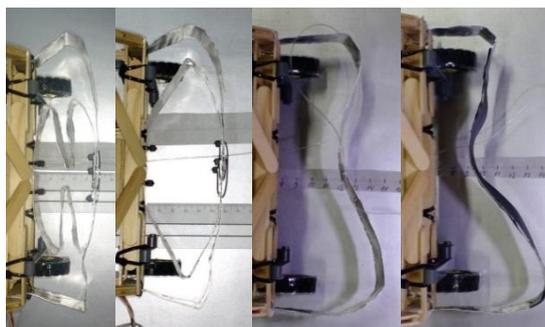


Figura 4.8 – Modelos de para-choque testados

Após testes de colisão frontal total e frontal parcial com cada modelo, descobriu-se que o sistema deveria, com o impacto:

1. Deformar preferencialmente na região plástica da curva de rigidez do material.
2. Deformar somente na região do impacto, sem afetar regiões próximas.
3. Possuir alto coeficiente de atrito com a barreira, para não deslizar lateralmente.
4. Possuir uma seção maior no centro do para-choque, pois é um trecho que deve ser mais rígido.

Além destes requisitos, o trabalho de Nolan e Lund, 2001, mostra que todo para-choque pode ser simplificado por uma constante de rigidez própria. Neste mesmo trabalho verificou-se que veículos de massa, geometria e data de fabricação semelhantes ao do Siena 2000 possuem as seguintes rigidezes equivalentes: Mazda Protege: 700 kN/m; Ford Escort: 688 kN/m.

Com estes aspectos levantados, chegou-se à curva de rigidez do para-choque (Figura 4.9) e sua respectiva configuração final (Figura 4.10):

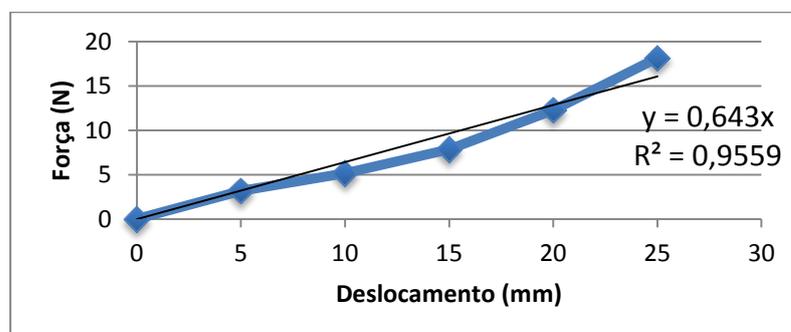


Figura 4.9 – Curva rigidez equivalente do para-choque construído



Figura 4.10 – Configuração final do para-choque. 1: sistema de fixação

A curva de rigidez mostra que a força não varia linearmente com o deslocamento, mesmo assim pôde-se traçar uma reta equivalente com inclinação de 643 N/m. Segundo cálculos do Apêndice III, este valor é na ordem de  $10^3$  vezes menor que o modelo real, chegando-se ao valor de 643 kN/m que é bem próximo, se considerado os erros de medição, dos 700 kN/m e 688kN/m.

Na Figura 4.10, a fixação através de lacres de plástico (região destacada na imagem) permite a simples substituição do para-choque quando o mesmo se encontra desgastado.

#### 4.3 DESVIOS DE MEDIÇÃO

Os desvios de medição deste trabalho podem ser enumerados e explicados da seguinte forma:

- I. Desvios na velocidade: Devido à não exatidão na distância entre furos do trilho, existe um erro, desprezível neste caso, na medição da velocidade. O erro maior está na consideração de que a velocidade permanece constante no intervalo de tempo entre o desligamento do tracionamento e o momento da colisão. Através das imagens das câmeras, percebe-se uma queda em torno de 0,4 km/h, fazendo com que o impacto ocorra entre 6,10 km/h e 6,30 km/h.

- II. Desvios na aceleração: Os erros da aceleração estão associados à inclinação da mesa, com relação à horizontal, durante a calibração do acelerômetro.
- III. Desvios na massa: A massa é medida através de uma balança com um erro de  $\pm 2$  g, o que mostra ser um erro insignificante frente aos 1,040 kg do veículo.
- IV. Desvios quanto a posição e o deslocamento: Todas as medições relacionadas à posição e ao deslocamento foram feitas com uma trena fixa e medidos a partir de imagens da câmera. Com isso, existem erros de paralaxe associados.

#### 4.4 OS EXPERIMENTOS

Foram adotados dois métodos de colisão frontal: o parcial e o total. O primeiro, por se tratar do padrão utilizado pela Latin NCAP (Latin NCAP, 2016), foi o escolhido para fazer parte das principais comparações dos resultados. Já o segundo, por não haver dados provenientes deste mesmo instituto latino-americano, foi adotado neste trabalho para comparações puramente qualitativas.

##### 4.4.1 COLISÃO FRONTAL PARCIAL

A colisão frontal parcial, ou colisão com *offset*, envolve o posicionamento da barreira conforme a Figura 4.11.

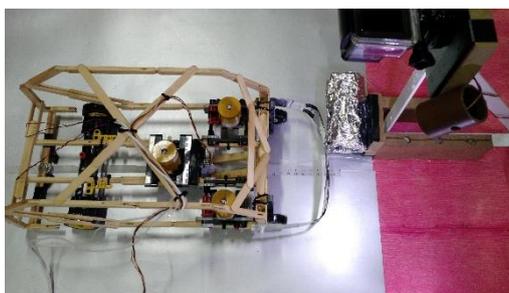


Figura 4.11 – Posicionamento da barreira para a colisão frontal parcial

Os parâmetros de saída deste teste são a aceleração (durante o impacto), o deslocamento máximo e retorno elástico do para-choque, a posição final do veículo e seu ângulo de rotação com relação à normal da barreira.

##### 4.4.2 COLISÃO FRONTAL TOTAL

A colisão frontal total se desenvolve da mesma forma que a com *offset*, com a única diferença que a barreira colide com 100% da área do para-choque (Figura 4.12).

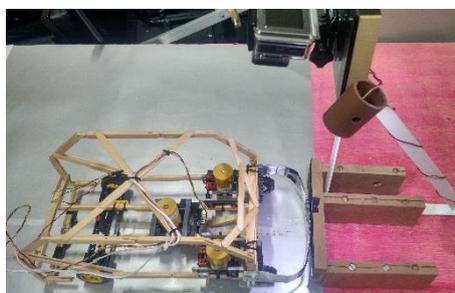


Figura 4.12 – Posicionamento da barreira para a colisão frontal total

Com exceção do ângulo de rotação, os parâmetros de saída deste teste são os mesmos do frontal parcial. Neste teste não é necessário haver uma barreira deformável, portanto é utilizada apenas uma barreira rígida de madeira.

## 5. RESULTADOS

Foram realizados testes com o modelo em escala, sendo que em um deles, para uma velocidade de impacto próxima de 6,4 km/h e colisão frontal parcial, a aceleração do veículo descreveu o comportamento do gráfico da Figura 5.1 a seguir.

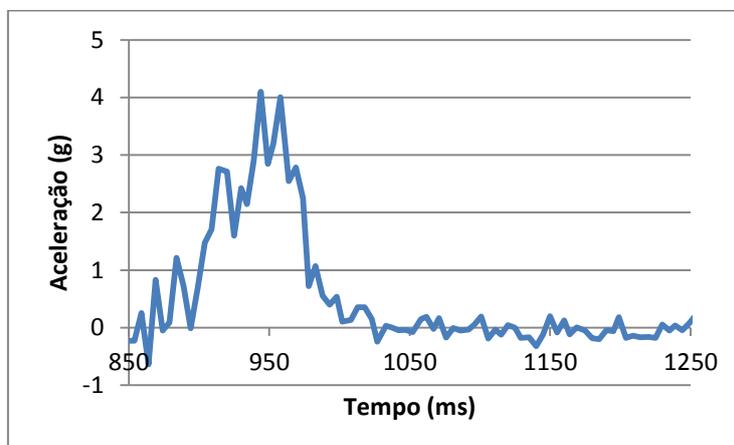


Figura 5.1 – Valores da aceleração na direção paralela à do deslocamento do veículo

A taxa de aquisição de dados foi ajustada a 210 Hz, sendo esta a maior taxa de amostragem à disposição e que foi capaz de medir frequências de até 40 Hz. Como visto, um pico de aceleração ocorreu no tempo de 944 ms, momento em que a máxima deformação do para-choque aconteceu. Este pico, segundo as equações do Apêndice III, equivale a 40,96 vezes a aceleração da gravidade em um automóvel em escala real.

Este resultado também mostrou ter um comportamento muito similar ao de uma colisão de um *crash test* real, como mostra o gráfico da Figura 5.2 a seguir.

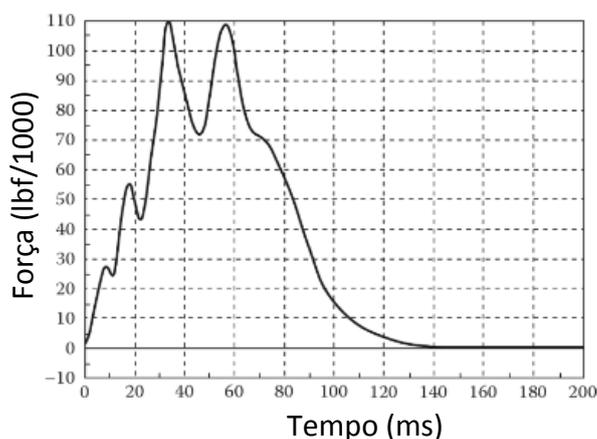


Figura 5.2 – Resultado de um mesmo experimento em escala real (Struble, 2013)

O intervalo de tempo da colisão deste experimento publicado por Struble, 2013, mostra um valor aproximado de 140 milissegundos, pouco diferente dos quase 150 milissegundos percorridos durante o teste em escala. Como a análise de semelhança mostrou que o tempo em escala é o mesmo que o tempo real (vide Apêndice III), o valor atendeu às expectativas iniciais.

Com relação à amplitude máxima da força sobre o veículo, viu-se que o teste em escala apresentou um valor de 4,1 vezes a aceleração da gravidade. Multiplicando-se este valor pela massa de 1,040 kg do veículo e pela aceleração de 9,81m/s<sup>2</sup> da gravidade, chegou-se ao valor máximo da força de 41,8 N. Quanto ao

teste da Figura 5.2, verificou-se que (após a conversão de unidades de “lbf/1000” para “N”) a força máxima chegou a  $48,9 \times 10^4$  N. Como a análise dimensional mostrou que a força em escala é da ordem de  $10^4$  vezes menor que o teste real (Apêndice III), pode-se dizer que  $41,8 \times 10^4$  e  $48,9 \times 10^4$  newtons são valores aceitavelmente próximos.

O perfil da deformação do para-choque e seu respectivo deslocamento máximo podem ser vistos na Figura 5.3.

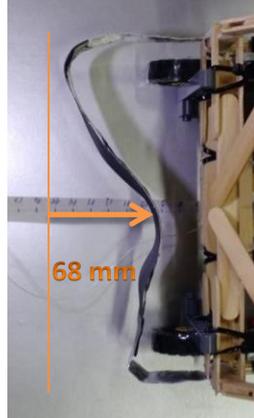


Figura 5.3 – Configuração final do para-choque após o impacto

Como ilustrado na Figura 5.3, o deslocamento máximo do para-choque em escala ocorreu no seu centro e atingiu um valor de 68 mm. Como sua rigidez equivalente (643 N/m) foi calibrada para ter semelhança dinâmica, era de se esperar que, para uma força equivalente, houvesse também um deslocamento máximo semelhante. Quando se analisou a força em função do deslocamento, porém, nota-se que há uma leve diferença no comportamento, ainda que possuam uma mesma tendência (figuras 5.4 e 5.5).

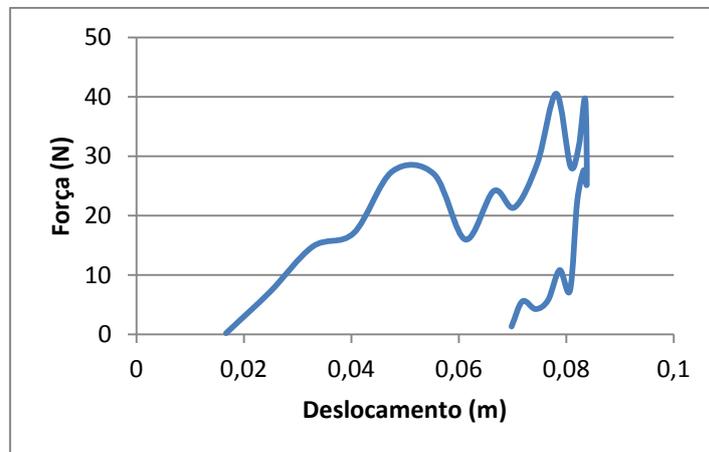


Figura 5.4 – Gráfico da força sobre o veículo em escala em função do deslocamento do para-choque.

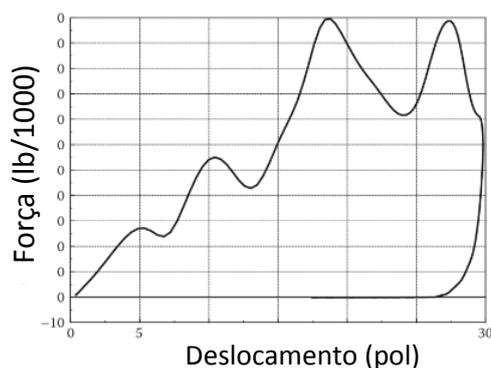


Figura 5.5 – Gráfico da força sobre um veículo semelhante, em tamanho real, em função do deslocamento do para-choque (Struble, 2013).

Como se pode observar na Figura 5.4, no deslocamento perto de 0,06 m há uma queda inesperada na rigidez do para-choque, provavelmente pela flambagem de alguma parte da chapa. No final da curva, vê-se ainda que há um retorno elástico maior que no experimento em escala real, devido à dificuldade de se encontrar um material com propriedades idênticas às que os cálculos de semelhança dinâmica estabelecem. Apesar dessas adversidades, o comportamento se mostrou bem semelhante. O valor do deslocamento final de 68 mm representou um erro de 7,6% quando comparado ao deslocamento máximo da Figura 5.5 (29 pol ou 736 mm), mostrando ser um experimento condizente com os testes reais.

Quanto à posição final, foi utilizado como parâmetro apenas o ângulo final, visto que a distância até a barreira de um veículo real não é divulgada e não conseguiu-se medir através de imagens. O ângulo final de 60,3°, então, representou um erro de 6,9% se comparado com testes de veículos reais similares ao Fiat Siena 2000, conforme a Figura 5.6 a seguir.



Figura 5.6 - Posição final do veículo em escala e de veículos reais similares, após o impacto.

## 6. CONCLUSÕES

Através dos experimentos realizados e seus respectivos resultados obtidos, permite-se concluir que a bancada para simulação de colisões tem grande potencial para ser utilizada como uma ferramenta em estudos de segurança veicular. Isso porque, embora seja um estudo conceitual e em fase exploratória, é percebido que os resultados foram bastante próximos aos testes reais. Foi definido o fator de escala de 1 para 10, testados até 4 para-choques, construídos 2 modelos de barreira e o veículo possui ajustes quanto à massa, à posição do centro de massa, ao modelo do para-choque e ao momento de inércia, atendendo aos objetivos iniciais. Portanto, a implantação desta bancada, com resultados fisicamente semelhantes à realidade e suscetíveis a calibrações, é uma alternativa viável para se estimular estudos que poderão contribuir com a diminuição do número de mortes no trânsito brasileiro.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CARROS NA WEB, “**Ficha técnica Fiat Siena 1.0 6 marchas**”, <http://www.carrosnaweb.com.br/fichadetalle.asp?codigo=103>. Acessado em 18/03/2016.

CARNEIRO, F.L.; “**Análise dimensional e teoria da semelhança e dos modelos físicos**”, UFRJ, 1993.

CASAS, W.J.P.; MELLO, T.C.; PERUZZO, R.A.; “**Dinâmica Veicular na Reconstrução de Acidentes**”, Volume 29, 2010.

CESVI BRASIL, “**Manual de reparação – Fiat Siena**”, 2012 <https://issuu.com/lemaria/docs/fiat-siena>. Acessado em 02/03/2016.

CTB, “**Propriedades tribológicas**”, [http://ctborracha.com/?page\\_id=1467](http://ctborracha.com/?page_id=1467). Acessado em 04/04/2016.

ESTADÃO, “**Brasil terá o primeiro centro para crash test em 2017**” <http://economia.estadao.com.br/blogs/cleide-silva/brasil-tera-o-primeiro-centro-para-crash-test-em-2017/>. Acessado em 22/05/2016.

LATIN NCAP, “**Frontal impact testing protocol**”, 1ª edição, 2010

LATIN NCAP, “**Nossos Testes**”, <http://www.latinncap.com/po/explicacoes-dos-testes>. Acessado em 04/04/2016.

NOLAN, J.M.; LUND, A.K., “**Frontal Offset Deformable Barrier Crash Testing And Its Effect On Vehicle**”, 2001.

SPA TURBO, “**Dinâmica veicular e reações de carga no veículo**”, <https://www.spaturbo.com.br/loja/content/view/149/209/>. Acessado em 27/03/2016.

STRUBLE, D.E.; “**Automotive Accident Reconstruction: Practices and Principles**”, CRC Press, 1ª edição, 2013.

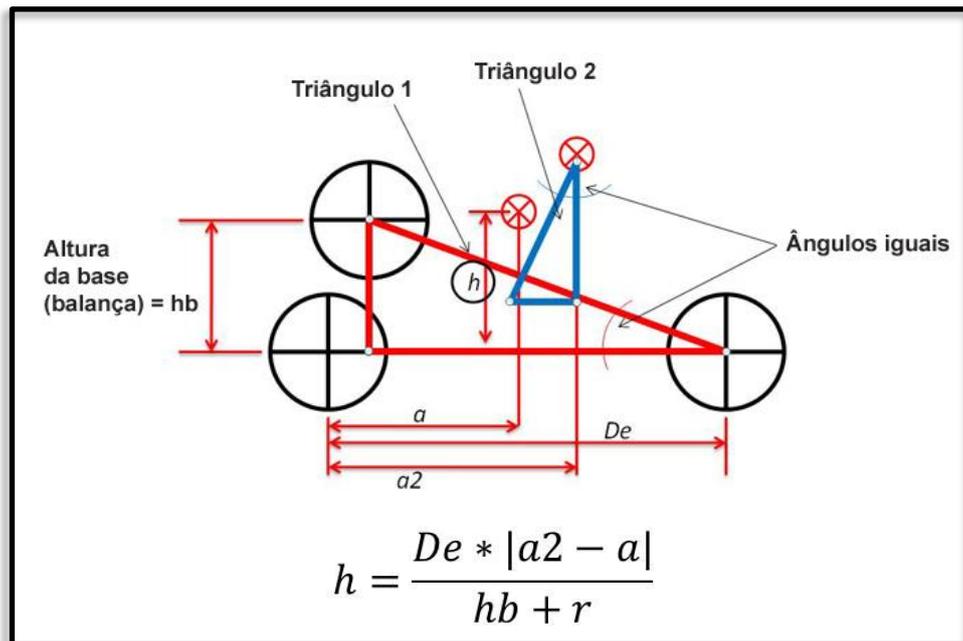
VEJA, “**Morre-se mais em acidentes de trânsito do que por câncer**”, <http://veja.abril.com.br/noticia/brasil/e-pior-ainda>. Acessado em 13/04/2016.

WORLD HEALTH ORGANIZATION (WHO), “**Global Status Report on Road Safety 2013: suporting a decade of action**”, 2013.

## ANEXO I

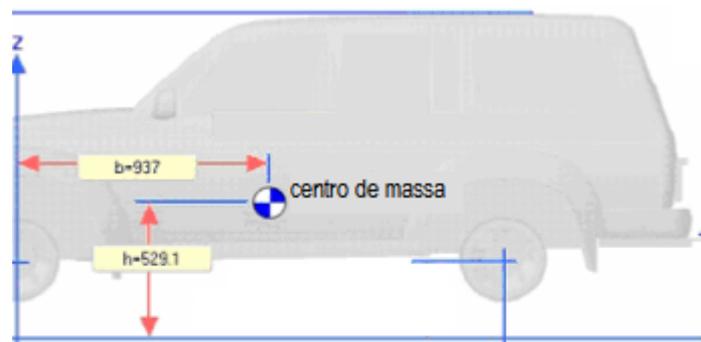
## CENTRO DE MASSA

Para encontrar a cota  $h$  (altura do centro de massa) utilizou-se um processo matemático chamado semelhança de triângulos, procedendo da seguinte forma: medição da reação apenas nas rodas traseiras do veículo, com as rodas dianteiras apoiadas no chão. Com o valor da reação no eixo traseiro (soma da reação da roda direita mais a da esquerda), encontrou-se um novo valor para a cota “ $a$ ” (que foi denominado “ $a_2$ ”). Como o veículo forma um ângulo em relação à medição anterior, tomando como ponto fixo o eixo dianteiro, isto nos possibilita formar o primeiro triângulo. O segundo triângulo é consequência do primeiro, pois é formado pelo deslocamento do centro de massa.



Modelagem para o cálculo da altura do centro de gravidade (SPA TURBO, 2016)

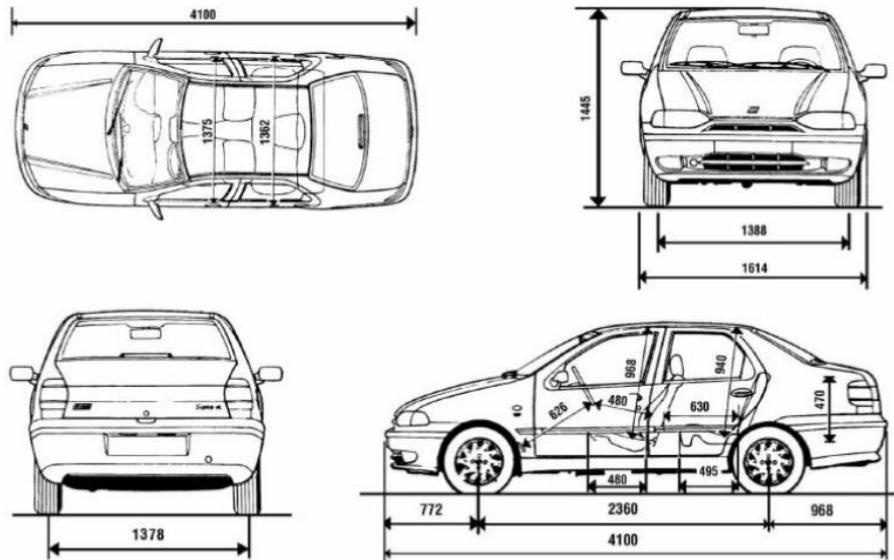
Para a posição do centro de massa, não foram encontrados os valores para o modelo de carro estudado neste trabalho. Porém, utilizou-se como base o seguinte modelo com características similares.



Posição do centro de massa de um veículo de passeio com massa e dimensões e similares ao veículo da bancada. Desenho meramente ilustrativo, pois não se trata de uma SUV. Valores em mm (Casas et al, 2010)

## ANEXO II

## DIMENSÕES DO VEÍCULO



Principais medidas externas do veículo Fiat Siena 2000 (Cesvi Brasil, 2012)

## APÊNDICE I

### 1. Análise das variáveis

Foi feito um levantamento de todas as variáveis que pudessem ter participação no fenômeno físico do experimento, totalizando 28. Elas, por suas vezes, foram relacionadas quanto às suas grandezas em função das variáveis fundamentais (massa, comprimento, tempo e rotação do veículo), formando a tabela a seguir.

Tabela de variáveis em função dos parâmetros primários (massa [M], comprimento [L], tempo [T] e ângulo de rotação do veículo [ $\theta$ ])

Nº	Símbolo	Variável	M	L	T	$\theta$
1	v	Velocidade	0	1	-1	0
2	q	Quantidade de movimento	1	1	-1	0
3	m	Massa	1	0	0	0
4	l1	Comprimento	0	1	0	0
5	l2	Largura	0	1	0	0
6	l3	Altura	0	1	0	0
7	g	Gravidade	0	1	-2	0
8	a	Aceleração	0	1	-2	0
9	K	Rigidez	1	0	-2	0
10	lzz	Momento de inércia polar	0	4	0	0
11	R	Momento de inércia de massa	1	2	0	0
12	r	Raio de giração	0	1	0	0
13	Fa	Força de atrito	1	1	-2	0
14	F	Força do impacto	1	1	-2	0
15	dx	Deslocamento do para-choque	0	1	0	0
16	$\dot{w}$	Velocidade angular	0	0	-1	1
17	$\ddot{w}$	Aceleração angular	0	0	-2	1
18	Cgx	Centro de gravidade (x)	0	1	0	0
19	Cgy	Centro de gravidade (y)	0	1	0	0
20	$\epsilon$	Velocidade de deformação do para-choque	0	1	-1	0
21	Dt	Tempo	0	0	1	0
22	d	Baricentro	0	1	0	0
23	EI	Energia cinética linear	1	2	-2	0
24	Ew	Energia cinética angular	1	2	-2	0
25	D	Distância entre Cg e ponto fixo	0	1	0	0
26	$\theta$	Ângulo de giro	0	0	0	1
27	$\rho$	Densidade mássica	1	-3	0	0
28	V	Volume total ocupado	0	3	0	0

### 2. Formação do sistema pró-básico:

A partir deste levantamento e dando seguimento ao Teorema de Pi, foram escolhidas as variáveis para a formação do sistema pró-básico (variáveis que participarão na formação de todos grupos adimensionais " $\pi$ "). O número destas deve ser igual ou inferior ao número de variáveis fundamentais, que neste caso são 4. Para facilitar os cálculos, foi definido como 4 o número de variáveis do sistema pró-básico. Como estas, juntas, devem ser formadas por ao menos uma de cada variável fundamental, foram adotadas as seguintes variáveis: Aceleração (a), Rigidez (K), Velocidade angular ( $w$ ) e Velocidade linear (v).

## APÊNDICE II

### 1. Formação dos grupos adimensionais:

O número de grupos adimensionais é equivalente ao de variáveis subtraído o sistema pró-básico. Ou seja, 28 menos 4 que equivale a 24 grupos adimensionais. As 4 variáveis escolhidas ( $a$ ,  $K$ ,  $\dot{w}$  e  $v$ ) irão participar na formação de cada grupo, mas não necessariamente aparecerão na sua formulação final. Ou seja, na formação do primeiro grupo adimensional  $\pi_1$ , por exemplo, será calculada a dependência entre as variáveis  $a$ ,  $K$ ,  $\dot{w}$ ,  $v$  e  $Q$ , onde pode ser que qualquer uma delas não apareça por não ter influência sobre o sistema físico.

Transpondo a tabela do Apêndice I, chegamos à seguinte tabela.

Tabela das variáveis em função das variáveis fundamentais.

	v	a	K	w.	Q	m	l1	l2	l3	g	lzz	Rm	rg	Fa	F	dx	w..	Cgx	Cgy	ε.	dt	d	El	Ew	D	θ	Vol	ρ
M	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
L	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	4	2	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	2	2	1	0	3	-3
T	-1	-2	-2	-1	-1	0	0	0	0	-2	0	0	0	-2	-2	0	-2	0	0	-1	1	0	-2	-2	0	0	0	0
θ	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

Vimos que, para encontrar uma relação adimensional entre as variáveis, devemos calcular os valores de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  da equação a seguir:

$$v^a + a^b + K^c + \dot{w}^d + X^1 = 1$$

Onde  $v$ ,  $a$ ,  $K$  e  $\dot{w}$  são as dimensões das variáveis do sistema pró-básico,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  os seus expoentes e  $X$  uma das 24 variáveis restantes. Esta equação deve ser resolvida 24 vezes de modo a criar 24 conjuntos de solução. Após resolver o sistema através de uma planilha no Excel, chegou-se a tabela a seguir:

Tabela dos resultados para os expoentes dos grupos adimensionais.

a=	-3	-2	-2	-2	-2	0	-8	-6	-2	-2	-2	-2	1	-2	-2	-1	-1	-2	-4	-4	-2	-1	-6	4	
b=	2	2	1	1	1	-1	4	4	1	1	1	1	-1	1	1	-0	1	1	2	2	1	1	3	-1	
c=	-1	-1	0	0	0	0	0	-1	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	-1	
d=	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0

Com estes valores encontrados, os 24 grupos adimensionais puderam ser construídos, ficando conforme as equações a seguir:

$$\pi_1 = \frac{Q \cdot a^2}{v^3 \cdot k}$$

$$\pi_2 = \frac{m \cdot a^2}{k \cdot v^2}$$

$$\pi_3 = \frac{l_1 \cdot a}{v^2}$$

$$\pi_4 = \frac{l_2 \cdot a}{v^2}$$

$$\pi_5 = \frac{l_3 \cdot a}{v^2}$$

$$\pi_6 = g/a$$

$$\pi_7 = \frac{l_{zz} \cdot a^4}{v^8}$$

$$\pi_8 = \frac{Rm \cdot a^4}{k \cdot v^6}$$

$$\pi_9 = \frac{rg \cdot a}{v^2}$$

$$\pi_{10} = \frac{Fa \cdot a}{k \cdot v^2}$$

$$\pi_{11} = \frac{F \cdot a}{k \cdot v^2}$$

$$\pi_{12} = \frac{dx \cdot a}{v^2}$$

$$\pi_{13} = \frac{\dot{w} \cdot v}{a \cdot \dot{w}}$$

$$\pi_{14} = \frac{Cgx \cdot a}{v^2}$$

$$\pi_{15} = \frac{Cgy \cdot a}{v^2}$$

$$\pi_{16} = \varepsilon/v$$

$$\pi_{17} = \frac{a \cdot dt}{v}$$

$$\pi_{18} = \frac{a \cdot d}{v^2}$$

$$\pi_{19} = \frac{El \cdot a^2}{k \cdot v^4}$$

$$\pi_{20} = \frac{Ew \cdot a^2}{k \cdot v^4}$$

$$\pi_{21} = \frac{D \cdot a}{v^2}$$

$$\pi_{22} = \frac{\theta \cdot a}{v \cdot \dot{w}}$$

$$\pi_{23} = \frac{V \cdot a^3}{v^6}$$

$$\pi_{24} = \frac{\rho \cdot v^4}{a \cdot k}$$

## APÊNDICE III

## 1. Cálculos para análise de semelhança geométrica

$$D(\text{modelo}) = D(\text{real}) * F$$

$$(l1, l2, l3, d, dx, D, Cgx, Cgy)_{\text{modelo}} = \left( \frac{l1}{10}, \frac{l2}{10}, \frac{l3}{10}, \frac{d}{10}, \frac{dx}{10}, \frac{D}{10}, \frac{Cgx}{10}, \frac{Cgy}{10} \right)_{\text{real}}$$

\*Onde “F” representa o fator de escala adotado (1/10)

## 2. Cálculos para análise de semelhança cinemática

$$v1(\text{relativa}) = v2(\text{relativa})$$

$$\frac{l1}{v1} = \frac{l2}{v2}$$

$$v1 = \frac{v2}{l2} * l1 = \frac{v2}{10}$$

$$\pi18(\text{modelo}) = \pi18(\text{real})$$

$$\frac{a1 * d1}{v1^2} = \frac{a2 * d2}{v2^2}$$

$$a1 = a2 * \frac{d2}{d1} * \frac{v1^2}{v2^2} = a2 * 10 * \frac{1}{100} = \frac{a2}{10}$$

$$\pi6(\text{modelo}) = \pi6(\text{real})$$

$$\frac{g1}{a1} = \frac{g2}{a2}$$

$$g1 = g2 * \frac{a1}{a2} = 9,81 * \frac{1}{10} = \frac{g2}{10}$$

$$\pi17(\text{modelo}) = \pi17(\text{real})$$

$$\frac{a1 * dt1}{v1} = \frac{a2 * dt2}{v2}$$

$$dt1 = \frac{v1}{v2} * \frac{a2}{a1} * dt2 = \frac{1}{10} * 10 * dt2 = dt2$$

## 3. Cálculos para análise de semelhança dinâmica

$$\pi24(\text{modelo}) = \pi24(\text{real})$$

$$\frac{\rho1 * v1^4}{a1 * k1} = \frac{\rho2 * v2^4}{a2 * k2}$$

$$k1 = \frac{\rho1}{\rho2} * \frac{v1^4}{v2^4} * \frac{a2}{a1} * k2 = 1 * \frac{1}{10000} * 10 * k2 = \frac{k2}{1000}$$

$$\pi10(\text{modelo}) = \pi10(\text{real})$$

$$\frac{Fa1 * a1}{k1 * v1^2} = \frac{Fa2 * a2}{k2 * v2^2}$$

$$Fa1 = \frac{k1}{k2} * \frac{v1^2}{v2^2} * \frac{a2}{a1} * Fa2 = \frac{1}{1000} * \frac{1}{100} * 10 * Fa2 = \frac{Fa2}{10000}$$