

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS**

**BERNARDO RECKZIEGEL**

**ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS:  
APLICAÇÃO PARA O MERCADO DE ASSET MANAGEMENT NO BRASIL**

**Porto Alegre**

**2014**

**BERNARDO RECKZIEGEL**

**ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS:  
APLICAÇÃO PARA O MERCADO DE ASSET MANAGEMENT NO BRASIL**

Trabalho de conclusão submetido ao Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título Bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. Dr. Fabrício Tourucôo

**Porto Alegre**

**2014**

**BERNARDO RECKZIEGEL**

**ANALISE ENVOLTÓRIA DE DADOS:  
APLICAÇÃO AO MERCADO DE ASSET MANAGEMENT NO BRASIL**

Trabalho de conclusão submetido ao Curso de Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título Bacharel em Ciências Econômicas.

Aprovada em: Porto Alegre, 1 de dezembro de 2014.

BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Dr. Fabrício Touruoco – Orientador  
UFRGS

---

Prof. Dr. Sergio Marley Modesto Monteiro  
UFRGS

---

Prof. Dr. Hudson da Silva Torrent  
UFRGS

## RESUMO

Este trabalho explora a técnica não paramétrica de programação linear *Data Envelopment Analysis* (DEA). Seu principal objetivo é verificar quais firmas de *Asset Management* brasileiras tiveram maior nível de eficiência relativa no ano de 2013. Como objetivo secundário, as diferenças entre eficiências de escala e de Mix são exploradas, para as 95 gestoras sob as quais foi possível obter informações. As variáveis explicativas utilizadas são tempo de experiência, número de funcionários, fundos administrados e desvio-padrão. As variáveis a serem maximizadas são retorno, Sharpe e patrimônio sob gestão na categoria Multimercado.

**Palavras-chave:** Programação Linear. Otimização. *Data Envelopment Analysis*. Finanças.

## **ABSTRACT**

This paper uses a non-parametric linear programming technique called Data Envelopment Analysis (DEA). It is the main objective of this work to evaluate which Asset Management firms in Brazil had the higher level of relative efficiency in 2013. As a secondary proposal, the differences between Mix and scale efficiencies are exploited to the 95 firms under which it was possible to obtain information. The explanatory variables used in this paper are the experience length of the work force, number of employees, managed funds and standard deviation. The variables to be maximized are return, Sharpe and assets under Hedge funds management.

**Keywords:** Linear Programming. Optimization. Data Envelopment Analysis. Finance.

## LISTA DE QUADROS

|                                                                           |    |
|---------------------------------------------------------------------------|----|
| Quadro 1 - Especificação dos Inputs e Outputs utilizados na pesquisa..... | 21 |
|---------------------------------------------------------------------------|----|

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 - Frequência relativa acumulada do teste K-S para o grupo 1. .... | 25 |
| Figura 2 - Frequência relativa acumulada do teste K-S para o grupo 2. .... | 28 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 - Níveis de eficiência para gestoras do grupo 1. ....           | 22 |
| Tabela 2 – Níveis de eficiência para gestoras do grupo 2.....            | 26 |
| Tabela 3 - Número de vezes que cada DMU serviu como referência. ....     | 29 |
| Tabela 4 - Teste de Wilcoxon.....                                        | 35 |
| Tabela 5 - Teste de Kolmogorov-Smirnov .....                             | 35 |
| Tabela 6 - Pesos (médios) atribuídos pelos DMUs do grupo 1 .....         | 35 |
| Tabela 7 - Teste de Friedman para gestoras do grupo 1. ....              | 35 |
| Tabela 8 – Método Bootstrap para cálculo dos limites de eficiência. .... | 36 |
| Tabela 9 – Teste de Friedman para as gestoras do grupo 2.....            | 36 |



## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

AR - Assurance Region model

BCC - Banker-Charnes-Cooper model

CCR - Charnes-Cooper-Rhodes model

DEA – Data Envelopment Analysis

GRS - Generalized Returns-to-Scale model

I – Input

MPSS – Most Productive Scale Size

O – Output

SBM - Slacks-Based Measure model

## SUMÁRIO

|                                                                                 |           |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1 INTRODUÇÃO.....</b>                                                        | <b>9</b>  |
| <b>2 DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (DEA) .....</b>                                  | <b>11</b> |
| 2.1 A FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA PRIMAL .....                            | 12        |
| 2.2 COMO LIDAR COM VALORES NEGATIVOS? .....                                     | 13        |
| <b>3 REVISÃO TEÓRICA .....</b>                                                  | <b>15</b> |
| 3.1 UTILIZAÇÃO DE TÉCNICAS TRADICIONAIS DE FINANÇAS NO SETOR<br>BANCÁRIO.....   | 15        |
| 3.2 UTILIZAÇÃO DA FERRAMENTA DEA NO SETOR BANCÁRIO MUNDIAL.....                 | 16        |
| 3.3 APLICAÇÕES DA DEA NA ANÁLISE DE FUNDOS DE INVESTIMENTOS.....                | 19        |
| <b>4 METODOLOGIA E RESULTADOS.....</b>                                          | <b>21</b> |
| 4.1 Gestoras com patrimônio superior a um bilhão na categoria multimercado..... | 22        |
| 4.2 Gestoras com patrimônio inferior a um bilhão na categoria multimercado..... | 26        |
| <b>5 CONCLUSÕES.....</b>                                                        | <b>30</b> |
| <b>REFERÊNCIAS .....</b>                                                        | <b>31</b> |
| <b>ANEXO A – TESTES ESTATÍSTICOS .....</b>                                      | <b>35</b> |
| <b>APÊNDICE A – MODELOS UTILIZADOS.....</b>                                     | <b>37</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Em 2014 o Real completou 20 anos de história, realização difícil de imaginar para aqueles que vivenciaram o período da década de 80 e 90, quando o Brasil estava sob o esteio da hiperinflação. Durante esse período, o número de fundos de investimentos administrados aumentou de 632, em dezembro de 1993, para 14.097, em dezembro de 2013. Crescimento de mais de 2.000%. O patrimônio sob gestão passou de 171 bilhões, em dezembro de 1993, para 2.479 bilhões, no final de 2013 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS ENTIDADES DOS MERCADOS FINANCEIRO E DE CAPITAIS – ANBIMA, 2014). Crescimento equivalente a 14% a.a que mostra o potencial do setor tem em absorver a novas demandas.

Segundo Alves Jr. (2003), o crescimento do mercado de capitais foi reflexo do processo de fortificação do setor financeiro e globalização. Houve aumento do nível de poupança e maior participação dos investidores em diferentes títulos e ativos. As gestoras de recursos, por consequência, se favoreceram com o aumento de clientes institucionais no país e tiveram a oportunidade de desenvolver, junto ao sistema financeiro nacional, mecanismos que reforçaram a segurança das aplicações de longo-prazo.

Essa profissionalização do mercado financeiro permitiu uma maior especialização por parte dos gestores que levasse em conta, não somente conceitos tradicionais em finanças, como média e variância, mas também preferências específicas dos investidores. Diversos trabalhos mostram que a assimetria e curtose, por exemplo, são importantes para o processo de tomada de decisões (Stutzer, 2000; Gregoriou; Gueyie, 2003; Keating; Shadwick, 2002; Mandelbrot, 2008).

Esse ponto é de extrema importância e explica porque boa parte da indústria de investimentos mantém portfólios geridos ativamente, mesmo quando há evidências de que apenas um pequeno número de gestores será capaz de criar um nível de riqueza adicional aos parâmetros de referência, conhecidos como *benchmarks* (Fama, 1970; 1998; Malkiel 2003; 2011). Gestores podem ser contratados não somente pela sua habilidade em selecionarem ativos “vencedores”, como também pela sua capacidade de influenciar a distribuição de retornos, desvios e assimetria dos resultados.

Nesse sentido, a programação linear, por meio da *Data Envelopment Analysis* (DEA), permite que o tópico seja explorado sob um novo ângulo. A DEA fornece uma

enorme flexibilidade para que se possam escolher quais variáveis são considerados mais importantes no processo decisório. Desse modo, investidores (ou gestores) com diferentes níveis de aversão ao risco podem formatar preferências de acordo com restrições específicas para escolher seus instrumentos financeiros preferidos. Cooper et al (2000) mostra que até mesmo firmas que eram tidas como referências (*benchmarks*) puderam identificar diferentes fontes de ineficiências a serem aperfeiçoadas por meio da análise envoltória de dados.

É um dos principais objetivos deste trabalho analisar o nível de eficiência das firmas de *Asset Management* brasileiras. Concomitantemente, busca-se entender se essas empresas deveriam direcionar os esforços para operar em níveis mais eficientes de escala, ou buscar ganhos especializados de produtividade. Para análise dos ganhos de especialização utilizou-se como *proxy inputs* associados ao capital humano das gestoras, como, por exemplo, o quadro de funcionários e seus respectivos anos de experiência no mercado de trabalho. São também considerados importantes para o processo produtivo o número de fundos administrados e desvio-padrão. O produto que se busca maximizar é uma combinação entre retorno, índice Sharpe e patrimônio administrado. As gestoras de recursos foram divididas em dois grupos, de acordo com o patrimônio na categoria multimercado. Esse processo permitiu que o conjunto de firmas analisadas fosse mais homogêneo.

Por fim, segue a orientação de como o restante deste trabalho está organizado. O capítulo 2 explora a intuição matemática por trás do modelo DEA; o capítulo 3 faz uma revisão teórica da bibliografia associada à otimização de instituições financeiras, bancos e fundos de investimentos; o capítulo 4 detalha a metodologia utilizada e apresenta os resultados encontrados nesse trabalho; e o capítulo 5 faz as conclusões finais.

## 2 DATA ENVELOPMENT ANALYSIS (DEA)

A análise envoltória de dados (*Data Envelopment Analysis* - DEA) pode ser definida com um recurso matemático de otimização não-paramétrico que foi introduzido pela primeira vez por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), com base no que havia sido escrito anteriormente por Farrel (1957) sobre a eficiência de diferentes “unidades de medida” (*decision making units*). Cada DMU (em nosso caso, gestoras) possui um número determinado de *inputs* que irá produzir diferentes *outputs*. Por esse motivo, a ferramenta DEA se mostra extremamente interessante, já que permite que se avalie múltiplas variáveis e as otimize em conjunto. Seu conceito de eficiência é considerado relativo, pois cada performance é comparada com os diferentes DMUs em questão. A eficiência, segundo Ramanathan (2003), pode ser definida como:

$$Eficiência = \frac{\sum Produto(Output's)}{\sum Insumos(Input's)} \quad (1)$$

Uma representação mais detalhada seria:

$$Eficiência = \frac{\sum Produto(Output's)}{\sum Insumos(Input's)} = \frac{\sum_{j=1}^J V_j Y_j}{\sum_{i=1}^I U_i X_i} \quad (2)$$

Em que:

$U_i$  é o peso relativo aos insumos  $X_i$ ; e

$V_j$  é o peso relativo dos produtos  $Y_j$ .

Assim, se a experiência dos gestores tem impacto na administração de recursos é possível traçar, com o auxílio das gestoras mais eficientes, um alvo para aquelas empresas ineficientes por meio da fórmula:

$$(Alvo(target) para os Inputs = Input Atual * Eficiência relativa/100) \quad (3)$$

Em que a eficiência relativa é a eficiência de cada firma comparada com aquela que possui o DMU mais eficiente. Logo, as firmas ditas ineficientes, estarão consumindo mais *inputs* do que o “necessário” para atingir o resultado final. Esse nível de desperdício pode ser medido por meio da fórmula:

$$Input Slack = Input Atual - Input Target \quad (4)$$

Ou em modo percentual:

$$Input Slack \% = \left( \frac{Input Slack}{Input Atual} \right) * 100 \quad (5)$$

É possível formar uma curva de eficiência com essas unidades de medida. Outra propriedade interessante da ferramenta é a possibilidade de resolução de questões complexas por meio da solução dual existente em programação linear, que fornece uma “unidade virtual” que poderia ser replicada, se possível, no sentido de mover unidades produtivas na direção de soluções mais eficientes. Ou seja, ela busca relacionar o peso mais favorável para cada unidade de decisão, dado os *inputs* e *outputs* fornecidos pelo pesquisador (Ramanathan, 2003).

## 2.1 A FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA PRIMAL

A otimização dos problemas descritos aparecem normalmente na forma de frações não convexas e com restrições também em formato de fração. Abaixo um exemplo mais geral:

$$Máx E_m = \frac{\sum_{j=1}^J V_{jm} Y_{jm}}{\sum_{i=1}^I U_{im} X_{im}} \quad (6)$$

Sujeito à restrição:

$$0 \leq \frac{\sum_{j=1}^J V_{jm} Y_{jn}}{\sum_{i=1}^I U_{im} X_{in}} \geq 1; n = 1, 2, K, N. \quad (7)$$

Em que:

Em é o nível de eficiência do m-ésimo DMU;

$Y_{jm}$  é o j-ésimo output do m-ésimo DMU;

$V_{jm}$  é o peso do output;

$X_{im}$  é o i-ésimo input do m-ésimo DMU;

$U_{im}$  é o peso do input; e

$Y_{jm}$  e  $X_{in}$  são j-ésimos output's and i-ésimos input do n-ésimo DMU ( $n = 1, 2, \dots, N$ ).

Essas equações, no entanto, são difíceis de resolver. De acordo com Charnes e Cooper (1962 e 1973) e Charnes et al. (1978) o problema na forma de fração pode ser facilmente resolvido, uma vez que o denominador seja transformado em valor unitário. Ao fazer esse procedimento obtemos os modelos *input oriented* (minimização dos *inputs* com os *outputs* fixos) e o *output oriented* (maximização dos *outputs* com os *inputs* fixos). Essa modelagem posteriormente ganhou o nome de CCR, em homenagem aos autores.

## 2.2 COMO LIDAR COM VALORES NEGATIVOS?

Um contratempo existente na análise de dados da técnica *Data Envelopment Analysis*, especialmente em economia e em finanças, está relacionado ao fato de não ser possível utilizar valores negativos no processo de otimização. Essa nuance faz sentido na teoria, porque muitas variáveis econômicas, embora possam ser zero, não podem ser negativas (nível de produção ou custos, por exemplo). No entanto, é muito comum que em análise de empresas, ou demonstrações contábeis, algumas das variáveis assumam, de fato, valores menores do que zero.

Uma das medidas corretivas seria simplesmente excluir esses valores. Nesse caso, o investidor deve tomar o cuidado de verificar a participação dessas medidas na amostra total e checar se a exclusão irá (ou não) mudar o resultado final. Outra maneira de lidar com o problema seria fazer uma conversão dos valores negativos em positivos. Essa solução foi proposta por Ali e Seiford (1990) e posteriormente ampliada por Pastor (1995). Esse recurso é útil porque na análise envoltória de dados, os modelos Aditivos e *Banker-Charnes-Cooper model* (BCC) possuem propriedades que comportam a soma de constantes, se necessário. Contudo, provou-se que para o modelo BCC essa propriedade pode ser limitada, já que

quando se considera o modelo com orientação para os *inputs*, a constante pode ser somada somente aos *outputs*, e vice-versa (Cook e Zhu, 2007).

Cooper et al. (2000), que ajudou a criar o modelo CCR, apresenta quatro soluções para o problema:

*If there are at least one input and one output positive, either the input-oriented version or the output-oriented version can be used; If all outputs (inputs) are negative and at least one input (output) is positive, the input-oriented (output-oriented) version is required; If there is no (effective) input (output) and all outputs (inputs) are negative, the input-oriented (output-oriented) version is required. (pág. 304).*

*The case where all inputs and all outputs are negative at the same time, which is extremely rare in fund performance appraisal context, can not be dealt with within the DEA framework. (pág 305).*

Cabe destacar, ainda nessa seção, que embora o modelo de otimização possa ser utilizado tanto para os insumos, como para os produtos, soluções voltadas para a otimização dos *inputs* exerce uma popularidade muito maior em finanças do que aquelas voltadas para os *outputs*. Esse fenômeno provavelmente se deve ao fato de que sua formulação matemática compartilha a mesma lógica de construção que a carteira eficiente de Markowitz (1952), que é a de reduzir riscos para um nível exógeno (oferecido pelo mercado) de retornos.



### 3 REVISÃO TEÓRICA

Como dito anteriormente, o modelo DEA foi introduzido pela primeira vez por Charnes, Cooper e Rhodes, em 1978, com base no que havia sido escrito anteriormente por Farrel (1957). Desde então, a análise envoltória de dados foi utilizada para mensurar a eficiência de diversas instituições (inclusive públicas) e já há um número razoável de trabalhos que desenvolveram as mesmas técnicas de pesquisa para o setor financeiro (Ceretta; Costa Júnior, 2001; Gregoriou, 2003; Powers; McMullen, 2000), motivo pela qual também revisaremos essa bibliografia antes de detalharmos a metodologia utilizada nessa pesquisa.

#### 3.1 UTILIZAÇÃO DE TÉCNICAS TRADICIONAIS DE FINANÇAS NO SETOR BANCÁRIO

Técnicas que mensuram a relação entre variáveis (*ratio analysis*) são amplamente utilizadas pela indústria de investimentos e pela gerência de grandes empresas como medida de performance. Essas variáveis geralmente são relacionadas por área de impacto (liquidez, rentabilidade, lucratividade, estrutura de capital, etc.). Assim, é possível comparar diversos dados de uma mesma empresa durante diferentes períodos de tempo, ou até mesmo, comparar indicadores entre empresas semelhantes, para verificar aquela de maior eficiência (Cooper, Seiford e Zhu, 2011).

Apesar da popularidade, esses indicadores possuem uma série de falhas. Smith (1990) ressalta que eles partem do pressuposto de que diferentes unidades de medida são comparáveis, quando nem sempre são. Também aponta para o fato de que a simples relação entre variáveis nem sempre é linear, ou constante em escala, o que pode levar a graves erros na mensuração dos dados. A enorme quantidade de “ratios” que podem ser criadas das análises contábeis, muitas vezes confunde ao invés de esclarecer quão efetiva as empresas realmente são. Esses indicadores também não levam em conta a multidimensionalidade existente nas relações entre diferentes empresas.

Berger e Humphrey (1997) defendem que análises por meio de fronteiras de eficiências permitem uma análise mais complexa dos mecanismos operacionais que influenciam o setor bancário. Ao mesmo tempo, a gerência pode utilizar um

instrumento que a leve em direção dos seus objetivos de longo prazo. Assim, resultados passíveis de serem atingidos podem ser estabelecidos como um *benchmark* para unidades de produção ditas ineficientes, de modo que seja possível para a gerência ter acesso a novos *insights* sobre o processo produtivo das empresas de determinado setor.

Há uma enorme gama de métodos relacionados ao assunto, mas cinco chamam a atenção. Dentre os paramétricos é possível destacar: *Stochastic Frontier Analysis* (SFA), *Thick Frontier Approach* (TFA), *Distribution-free Approach* (DFA). Já dentre os não paramétricos, *Free Disposal Hull* (FDH) e *Data Envelopment Analysis* (DEA), objetivo desse trabalho.

Dito isso, voltaremos nossa atenção para os estudos que utilizaram a análise envoltória de dados para mensurar o setor bancário.

### 3.2 UTILIZAÇÃO DA FERRAMENTA DEA NO SETOR BANCÁRIO MUNDIAL

Segundo Cooper, Seiford e Zhu (2011) as maiorias das pesquisas relacionadas ao setor bancário e análise envoltória de dados estão voltadas para países como Itália, Japão, Espanha, Suécia, Índia e Estados Unidos. Mesmo assim, outros autores têm feito esforços para expandir sua aplicação em novos locais. Favero e Papi (1995) examinaram a eficiência de 174 bancos italianos usando dados relativos ao ano de 1991 para dissecar os conceitos de eficiência técnica e alocativa. No período, a base de dados utilizada correspondia a 80% do volume total de depósitos na Itália. Embora chegassem à conclusão de que havia ineficiências de escala, os autores não foram tão enfáticos quanto à existência de retornos crescentes devido a grande heterogeneidade dos dados. Al-Faraj et al. (1993) avaliaram, através do modelo Charnes, Cooper e Rhodes (CCR), instituições financeiras na Arábia Saudita. Contudo, segundo os autores, os resultados foram inconclusivos devido há dificuldades ao livre acesso de informações e esse fato, aliado ao baixo número de DMU's, teria limitado a capacidade de análise.

Bhattacharyya et al. (1997) apresentaram informações sobre 70 bancos indianos durante os anos de 1986 e 1991, período no qual a política comercial se fez notar com um modelo com menos barreiras comerciais. Os resultados apontaram que os bancos públicos teriam sido mais eficientes do que bancos estrangeiros ou de propriedade privada. Para o mesmo período, Thompson et al. (1997) aplicou a

ferramenta *Data Envelopment Analysis* (DEA) para mensurar informações sobre os 100 maiores bancos norte americanos. Este estudo utilizou o modelo *Assurance Region* (AR) para excluir da análise de fronteira DMU's com eficiência extrema, diminuindo o efeito de possíveis erros de medida. Pastor, Perez e Quesada (1997) cobriram 429 bancos de oito países desenvolvidos (*cross-country data*) e suas conclusões mostram resultados heterogêneos, nos quais alguns países tiveram excelentes resultados em termos de eficiência de escala, enquanto outros demonstraram um baixíssimo nível de produtividade.

Um excelente resumo sobre os trabalhos produzidos até a segunda metade da década de 90 pode ser encontrada em Berger e Humphrey (1997). Os autores compilaram 130 artigos relacionados à *Data envelopment Analysis* (DEA) e destacam a importância das ferramentas de fronteira eficiente para identificação de “melhores práticas”, e também como instrumento, à disposição dos governos, na análise de políticas públicas e regulamentação do setor financeiro. A DEA, na opinião dos autores, permite fácil interpretação de dados do setor bancário até mesmo para indivíduos com pouco conhecimento sobre seus procedimentos institucionais. Já sobre a revisão da literatura, os autores apontam que os resultados sobre o processo de fusões e aquisições que se deu durante as décadas de 80 e 90 são confusos. Em um número significativo de países o processo de desregulamentação levou ao aumento do número de sedes e rápido crescimento, mas à custa de uma redução no nível de eficiência relativa das firmas. As mesmas forças parecem ter operado sobre os processos de compra e venda de empresas, embora exista maior evidência de que essas operações, de fato, ajudaram a reduzir custos.

Explorando o mesmo tópico, Al-Sharkas et al. (2008) usou o método *Stochastic Frontier Analysis* (SFA) e DEA para avaliar o impacto nos custos e lucros de 404 empresas que passaram pelo processo de fusões e aquisições que aconteceu nos Estados Unidos durante o período de 1986 a 2002. Os resultados mostraram que as fusões de fato tiveram papel importante na obtenção de maiores lucros e no controle de custos do setor financeiro. Fusões de empresas de maior porte tendem a ser mais eficientes na maximização dos lucros, enquanto fusões entre bancos menores mais eficientes na redução de custos. Alguns anos antes, Tortosa e Ausina (2002) avaliaram 121 bancos espanhóis durante 1985 e 1995 e mostraram que os níveis de eficiência eram mais concentrados em 1995 do que em

1985, em função do processo de financeirização que ocorreu nas últimas décadas. Os autores foram seguidos de Drake e Hall (2003) que usaram a análise envoltória de dados para analisar o setor bancário japonês. Sua pesquisa cobriu todo espectro de bancos comerciais, além de algumas instituições mais especializadas, como, por exemplo, organizações de *Trust*.

Para a união europeia, Stavárek (2005) mostra se a diversidade da região impacta a eficiência bancária das instituições que lá operam. Uma maior integração financeira, aparentemente, aumentaria as eficiências relativas. A maioria das instituições opera sobre um nível de retornos marginais decrescentes e, como a redução do número de agências é geralmente de difícil implementação, o autor argumenta que as firmas deveriam se concentrar em utilizar melhor os recursos já existentes.

Completando a revisão para estudos internacionais, Fethi e Pasiouras (2010) revisaram 196 trabalhos que utilizaram inteligência artificial para avaliar performance bancária sendo que 151 eram relacionados à técnica DEA de programação linear. Dentre 1997 e 2010, Cooper, Seiford e Zhu (2011) identificaram mais de 225 aplicações da DEA no setor bancário, sendo 162 deles em nível institucional e 63 deles voltados para otimização de agências específicas. No total, essas aplicações cobrem, segundo os autores, mais de 43 países e regiões, trabalho de deve ser reforçado ao longo dos próximos anos.

Estudos aplicados ao Brasil ressaltam que o mercado nacional é caracterizado primordialmente pelos Bancos Múltiplos, que são instituições que atuam em vários segmentos como, por exemplo, intermediação de crédito, captação de depósitos ou, até mesmo, no mercado de títulos interbancários (Carvalho, 2005). Na opinião de Ceretta e Niederhauer (2000), o sistema bancário brasileiro é marcado pela concentração que se fez presente após diversas fusões e aquisições que aconteceram no setor. Os autores analisam mais de 144 instituições bancárias, com base em seu porte e patrimônio líquido. Silva (2000) também busca mensurar a eficiência de instituições nacionais. Ele analisa 25 maiores instituições financeiras de acordo com sua base de ativos no ano 2000. Gonçalves (2003) explora a ferramenta DEA para medir o nível de otimização das instituições nacionais com o auxílio de *Decision Making Units* (DMUs) artificiais. Por fim, Marques et al. (2004) utiliza os modelos CCR e BCC para comparar 19 bancos no Brasil utilizando sete variáveis (quatro inputs e três outputs).

### 3.3 APLICAÇÕES DA DEA NA ANÁLISE DE FUNDOS DE INVESTIMENTOS

Em função da sua versatilidade, a análise envoltória de dados tem sido utilizada em diversas áreas como, por exemplo, administração pública, hospitais, empresas fins não lucrativos, engenharia, etc. No entanto, Murthi et al. (1997) foi o primeiro a aplicar os conceitos da análise envoltória de dados para mensuração de *hedge funds*. Seu trabalho mediu a eficiência de diferentes DMUs (fundos de investimentos) e depois comparou os resultados com os tradicionais índices de Sharpe e Jensen's Alpha. A pesquisa aponta que quase todos os DMUs eficientes eram também aqueles que possuíam os critérios de média-variância ótimos. Posteriormente, Gregoriou (2003) utilizou a análise envoltória de dados para evoluir o trabalho nessa área e mensurar eficiências relativas.

Nota-se que na análise de fundos de investimentos é comum usar como variáveis explicativas (*inputs*) medidas de risco, como, por exemplo, desvio padrão, curtose, beta ou *Value at Risk* (VAR). Para os *outputs* tem sido incorporada na literatura a utilização dos retornos e nível de assimetria durante períodos subsequentes (12, 24 ou 36 meses).

Por meio da DEA, Oda (2007) mostrou que o risco dos fundos de investimentos para o período de 1995-1998 permaneceu constante, enquanto o retorno dos fundos variava com mais frequência. Akadu e Pinto (2003) utilizaram bases mensais e trimestrais de 86 fundos multimercado e concluíram que no período de 1994 a 2001 é possível encontrar evidências de que fundos vencedores no passado têm maior probabilidade de ser bem sucedido no futuro. Apontando na mesma direção, Carvalho (2005) encontrou evidência de persistência na performance dos fundos para períodos inferiores a um ano, entre 1998 e 2004.

Gonçalves e Lins (2000) concluíram que a técnica de análise envoltória de dados pode ser útil na avaliação de ativos. Também mostraram que o tamanho do fundo não deveria influenciar em seu resultado final. Ceretta e Costa Jr. (2001) avaliaram 106 fundos multimercado entre o período de 1997 até 1999. Seus dados apontam que sete fundos obtiveram eficiência relativa máxima. Na opinião dos autores, a análise envoltória de dados possibilita ao investidor não somente tomar decisões mais acertadas de onde investir seus recursos, como mostra as razões pelas quais não se deveria investir em outros fundos. Macedo e Macedo (2007) realizaram uma análise sobre a performance dos fundos referenciados DI durante o

período de 1998 a 2004. No seu trabalho, dez fundos apresentaram performance máxima de desempenho no longo prazo e quinze foram eficientes no curto prazo. Porém, apenas três obtiveram scores máximos em ambos os casos.

A ferramenta DEA permite ao pesquisador chegar às mesmos resultados do índice Sharpe quando o retorno em excesso é usado como *output* e o desvio-padrão como *input*, segundo o trabalho de Basso e Funari (2001). De maneira análoga, os resultados coincidem com o índice de Treynor quando a raiz quadrada da semi-variância é utilizada no modelo em conjunto com o beta dos fundos. Outro ponto que chama a atenção é o fato de que indicadores tradicionais em finanças, como o Sharpe e Traynor, são extremamente sensíveis ao horizonte de investimento do investidor e podem mudar significativamente se o intervalo de tempo se alterar. No entanto, os resultados do trabalho de Basso e Funari (2001) mostraram que a análise de eficiência, ao utilizar a análise envoltória de dados, não mudou quando os horizontes temporais foram alterados.

Powers e McMullen (2000) sugeriram a utilização da DEA para selecionar ações dentre as 185 maiores empresas americanas negociadas na bolsa de valores. Como inputs foram utilizados o indicador preço-lucro, risco sistemático e não sistemático. Como *outputs*, usou-se o lucro por ação, assim como os retornos de um, três, cinco e dez anos. Morey e Morey (1999) aplicaram a ferramenta DEA para medir a eficiência de fundos de investimentos e a relação entre média e variância em diferentes períodos de tempo.

## 4 METODOLOGIA E RESULTADOS

Para esse trabalho foram utilizados dados primários da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA) que anualmente coleta informações junto às gestoras de recursos nacionais relativo ao quadro de funcionários, formação e tempo de experiência no mercado de trabalho. Como fonte auxiliar, o software Economática foi consultado para levantamento do número de fundos multimercado administrados por cada entidade, assim como, desvio-padrão, retorno, índice Sharpe e patrimônio sob gestão. Utilizaram-se os dados relativos ao ano de 2013. Uma síntese dos *inputs* e *outputs* utilizados nessa pesquisa pode ser observada no Quadro 1:

**Quadro 1 - Especificação dos Inputs e Outputs utilizados na pesquisa**

| DMU's | Inputs (variáveis explicativas)            |                                                       |                                |               | Outputs (variáveis resposta) |                  |                             |
|-------|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------|--------------------------------|---------------|------------------------------|------------------|-----------------------------|
|       | Quadro de funcionários na equipe de gestão | Tempo de experiência médio (em anos) dos funcionários | Número de fundos administrados | Desvio-padrão | Retorno                      | Índice de Sharpe | Patrimônio total sob gestão |

Fonte: elaborado pelo autor (2014).

Para o desvio-padrão, retorno e índice de Sharpe utilizou-se uma média aritmética dos fundos geridos por cada instituição para que os dados expressassem a performance de toda a empresa suavizando possíveis *outliers*. O mesmo procedimento foi explorado para o cálculo do tempo de experiência dos funcionários.

No total esse trabalho considerou 95 gestoras sendo que as análises de eficiência foram estudadas após dividir os DMUs em dois grupos:

1. Gestoras com recursos administrados em fundos multimercados superiores a R\$ 1 bilhão;
2. Gestoras com recursos administrados em fundos multimercados inferiores a R\$ 1 bilhão.

O primeiro grupo será referido, daqui em diante, como grupo 1 e o segundo, como grupo 2. Os modelos DEA testados foram: *Charnes, Cooper and Rhodes – Input Oriented* (CCR-I), *Banker, Charnes and Cooper – Input Oriented* (BCC-I) e

*Slacks Based Measurement – Input Oriented (SBM-I-C)* por meio do software DEA-Solver.

Nesse momento é importante lembrar que a ferramenta DEA não faz nenhuma suposição sobre o comportamento das variáveis sendo analisadas e também permite com que se trabalhe com inúmeros *outputs*, ao contrário dos métodos paramétricos que, normalmente, tentam explicar o impacto de variáveis em apenas um único produto.

Os resultados das modelos testados são expressos nas subdivisões 4.1 e 4.2, no qual se explora também os conceitos de eficiência de escala e eficiência alocativa (*mix efficiency*).

#### 4.1 GESTORAS COM PATRIMÔNIO SUPERIOR A UM BILHÃO NA CATEGORIA MULTIMERCADO

Os níveis de eficiência obtidos para as gestoras com recursos administrados superiores a 1 bilhão para os modelos CCR-I, BCC-I e SBM-I-C são demonstrados na tabela 1.

**Tabela 1 - Níveis de eficiência para gestoras do grupo 1**

| <b>DMU</b>                     | <b>SBM-I-C</b> | <b>CCR-I</b> | <b>BCC-I</b> | <b>Mix Efficincy</b> | <b>Scale Efficiency</b> |
|--------------------------------|----------------|--------------|--------------|----------------------|-------------------------|
| Advis Investimentos            | 0,14           | 0,26         | 0,75         | 0,54                 | 0,34                    |
| Alfa Asset Management          | 0,35           | 0,57         | 0,91         | 0,62                 | 0,63                    |
| ARX Investimentos              | 1              | 1            | 1            | 1                    | 1                       |
| BB DTVM                        | 0,45           | 0,52         | 0,84         | 0,86                 | 0,62                    |
| BBM Investimentos              | 1              | 1            | 1            | 1                    | 1                       |
| BNP Paribas                    | 0,31           | 0,38         | 0,65         | 0,80                 | 0,59                    |
| Bozano Investimentos/Mercatto  | 0,26           | 0,40         | 0,67         | 0,65                 | 0,60                    |
| Bram                           | 1              | 1            | 1            | 1                    | 1                       |
| Brasil Plural Asset Management | 0,24           | 0,33         | 0,63         | 0,73                 | 0,52                    |
| Caixa Econômica Federal        | 0,48           | 0,83         | 0,87         | 0,59                 | 0,95                    |
| Capitânia                      | 0,28           | 0,37         | 0,62         | 0,75                 | 0,60                    |
| Claritas Investimentos         | 0,10           | 0,15         | 0,63         | 0,68                 | 0,24                    |
| CSHG Asset Management          | 1              | 1            | 1            | 1                    | 1                       |
| Daycoval Asset Management      | 0,35           | 0,64         | 0,99         | 0,54                 | 0,65                    |
| Equitas Investimentos          | 0,30           | 0,46         | 1            | 0,64                 | 0,46                    |
| FAR (Fator Asset)              | 0,33           | 0,75         | 1            | 0,44                 | 0,75                    |
| Franklin Templeton             | 0,88           | 1,00         | 1            | 0,88                 | 1,00                    |
| GAP Gestora                    | 0,49           | 0,71         | 0,88         | 0,68                 | 0,82                    |
| GAP Prudential                 | 1              | 1            | 1            | 1                    | 1                       |
| Gávea Investimentos            | 0,31           | 0,50         | 0,65         | 0,62                 | 0,76                    |
| Global Equity                  | 0,33           | 0,55         | 1            | 0,59                 | 0,55                    |



|                                     |      |      |      |      |      |
|-------------------------------------|------|------|------|------|------|
| GPS Planejamento Financeiro         | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
| HSBC Global Asset Management        | 0,31 | 0,38 | 0,60 | 0,82 | 0,64 |
| Ibiuna Investimentos                | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
| Itaú Unibanco                       | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
| J. Safra Asset Management           | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
| JGP                                 | 0,31 | 0,54 | 0,66 | 0,58 | 0,81 |
| Kinea Investimentos                 | 0,17 | 0,29 | 0,84 | 0,59 | 0,35 |
| Kondor Invest                       | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
| Mauá Sekular Investimentos          | 0,13 | 0,21 | 0,67 | 0,63 | 0,31 |
| NEO Investimentos                   | 0,29 | 0,50 | 0,80 | 0,57 | 0,63 |
| NSG Capital Asset Management        | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
| Opportunity                         | 0,28 | 0,43 | 0,64 | 0,64 | 0,68 |
| Ouro Preto Gestão de Recursos       | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
| Pacífico Gestão de Recursos         | 0,39 | 0,52 | 0,83 | 0,74 | 0,63 |
| Pátria Investimentos                | 0,34 | 0,57 | 0,67 | 0,59 | 0,86 |
| Perfin Investimentos                | 0,24 | 0,34 | 0,86 | 0,71 | 0,39 |
| Petra Asset                         | 0,31 | 0,39 | 1    | 0,80 | 0,39 |
| Polo Capital                        | 0,64 | 0,94 | 1    | 0,68 | 0,94 |
| Porto Seguro Investimentos          | 0,28 | 0,46 | 0,92 | 0,62 | 0,50 |
| Quantitas Asset Management          | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
| Quest Investimentos                 | 0,62 | 0,89 | 0,90 | 0,70 | 0,99 |
| Santander Brasil Gestão de Recursos | 0,49 | 0,64 | 0,75 | 0,77 | 0,85 |
| SPX                                 | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
| SulAmérica Investimentos            | 0,10 | 0,20 | 0,53 | 0,52 | 0,38 |
| Ventor Investimentos                | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
| Vinci Partners                      | 0,40 | 0,52 | 0,52 | 0,78 | 0,98 |
| Western Asset                       | 0,19 | 0,34 | 0,63 | 0,58 | 0,54 |
| XP Gestão de Recursos               | 0,17 | 0,31 | 0,95 | 0,56 | 0,32 |

Fonte: DEA-Solver. Elaborado pelo autor (2014).

Dos 49 DMU's testados, 15 apresentaram eficiência relativa máxima nos três modelos. Como as distribuições dessas eficiências não são conhecidas foi utilizado o teste não paramétrico de Wilcoxon para avaliar se é possível notar alguma diferença significativa entre a mediana dos modelos CCR-I e BCC-I (tabela 4). O resultado mostra que a probabilidade de rejeitar-se a hipótese nula, quando na verdade ela é verdadeira, é inferior a 0,01%; ou seja, há forte indício de que as medianas das duas amostras diferem entre si.

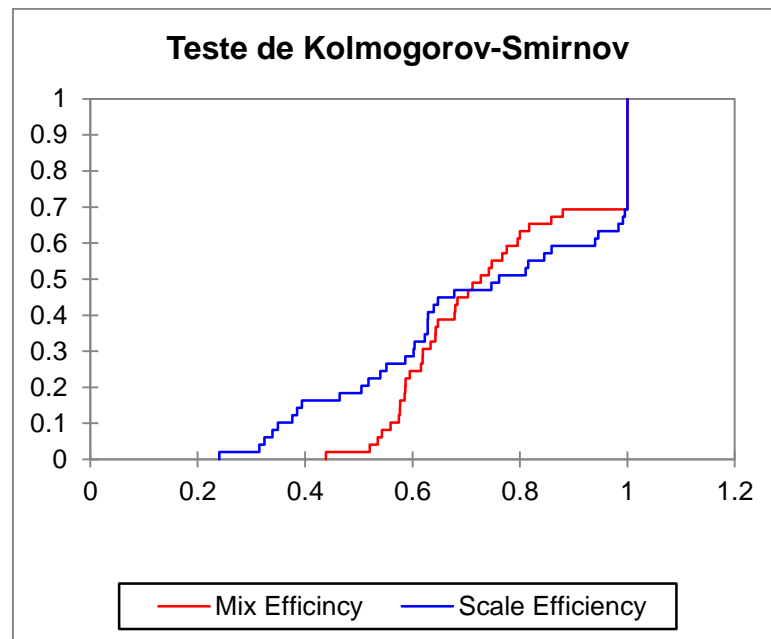
É possível que essa diferença se dê por que o modelo CCR-I pressupõe a existência de retornos constantes, enquanto o BCC-I permite a avaliação de combinações convexas de eficiência, variáveis em escala. Logo, os resultados dos dois modelos convergirão apenas quando os DMU's estiverem operando no tamanho de escala mais produtivo (*most productive scale size – MPSS*).

Quando este não é o caso, geralmente é conveniente decompor as eficiências (ineficiências) dos DMU's em dois tipos: de escala e de Mix. A eficiência de escala é

a razão entre os níveis de eficiências dos modelos CCR-I e BCC-I. Quanto maior a eficiência de escala, mais perto o DMU se encontra do seu nível de produção mais eficiente. Já a ineficiência de Mix relaciona a necessidade de se alterar a proporção entre os *inputs* para que o nível ótimo de produção seja atendido. Esse conceito pode ser mais bem compreendido quando analisamos o *score* obtido pela gestora Quest Investimentos. Os modelos CCR-I e BCC-I mostram eficiências próximas a 90%, acima da média do grupo 1. Como consequência, a eficiência de escala é de quase 100% (0,99). Já a eficiência de Mix, por volta de 0,70, acaba comprometendo o *score* do modelo SBM-I-C, que possui maior sensibilidade para detectar excesso de *inputs* e/ou falha na geração de *outputs*. No caso deste DMU (Quest Investimentos), o principal *slack* considerado foi observado no *output* patrimônio. A gestora mantém 17 fundos multimercado operando com um patrimônio médio de R\$ 80 milhões, um valor por unidade produtiva muito abaixo da média do grupo em questão.

Outro fator relevante na análise dos resultados é verificar se a diferença entre a distribuição da eficiência de Mix e de escala. Com esse intuito, utilizou-se o teste não paramétrico de Kolmogorov-Smirnov, ao nível de significância de 5%, para responder qual seria a probabilidade de que as essas duas distribuições cumulativas não convergissem (tabela 5). A aplicação do teste levou a conclusão de que a probabilidade de se rejeitar a hipótese nula ( $H_0$ ) quando ela é, de fato, verdadeira é de 23,03%. Portanto, não há evidência para concluir que a diferença entre as distribuições sejam estatisticamente diferentes. Essa observação é oportuna, pois reforça o fato de que em mercados com um número grande de concorrentes e livre entrada de agentes econômicos, nem sempre é fácil obter diferenças significativas na especialização de atividades produtivas (*mix efficiencies*).

Figura 1 – Frequência relativa acumulada do teste K-S para o grupo 1



Fonte: XLSTAT. Elaborado pelo autor (2014).

No que tange as combinações de pesos atribuídos por cada um dos *inputs* e *outputs* no processo de otimização, nota-se que os DMUs eficientes valorizaram, na média, mais as seguintes variáveis:

- Tempo de experiência;
- Número de fundos;
- Retorno; e
- Sharpe.

Já os DMUs ineficientes tiveram maior apreço pelas variáveis “equipe” e “patrimônio” (tabela 6).

Ramanathan (2003) sugere como alternativa para avaliação de robustez das eficiências que diferentes *inputs* sejam alternadamente retirados do modelo original e o processo de programação linear seja novamente testado, enquanto os outros *inputs* são mantidos constantes no processo de otimização. Por meio dessa metodologia, apenas 4 dos 15 DMUs eficientes dos modelos CCR-I e SBM-I-C permaneceriam com *score* máximo em todas as alternativas. No modelo BCC-I, só 7 dos 21 DMUs eficientes permaneceriam inalterados.

O teste não paramétrico de Friedman também aponta mudanças significativas. Rejeita-se a hipótese nula de que as eficiências não se alteram após os controles propostos acima. Os p-valores (gerados por meio de uma simulação de

Monte Carlo com 10.000 repetições) mostram que probabilidade de se considerar a hipótese nula falsa, quando na verdade ela é verdadeira, é inferior a 5%, na maioria dos casos (tabela 7).

O método *Bootstrap*, para uma simulação com 10.000 amostras (sem reposição) produz intervalos de confiança mais estreitos e com eficiências médias mais elevadas para o modelo BCC-I (tabela 8). De qualquer maneira, é preciso atentar para as observações de Cooper, Seiford e Zhu (2011), que são céticos com a utilização de *Bootstrapping* sem ajustes prévios e argumentam que as estimativas podem ser viesadas e que as propriedades de consistência dependem da amostra.

#### 4.2 GESTORAS COM PATRIMÔNIO INFERIOR A UM BILHÃO NA CATEGORIA MULTIMERCADO

Para gestoras de recursos com patrimônio inferior a R\$ 1 bilhão o número de DMUs eficientes no modelo CCR-I e SBM-I-C foi igual a 8; e no modelo BCC-I, igual a 14. A eficiência alocativa e de escala apresentam médias idênticas (0,74), mas o desvio-padrão da eficiência alocativa é apenas a metade da eficiência de escala.

Nove gestoras apresentaram escala máxima igual a um. Dentre essas, apenas a Coin revelou *slacks* positivos, o que sinaliza uma oportunidade para redução na quantidade de *inputs* excessivos. A gestora se caracteriza por ter um quadro de funcionários dentro da média do grupo, mas com experiência no mercado de trabalho muito superior aos demais DMUs. Esperar-se-ia que essa expertise se refletisse em maiores *outputs*. No entanto, os dados apontam na direção contrária. Dessa maneira, a redução de variáveis qualitativas associadas ao capital humano da empresa seria aconselhável para que ela pudesse operar com maior folga sobre a escala de produção mais produtiva (MPSS).

**Tabela 2 - Níveis de eficiência para gestoras do grupo 2**

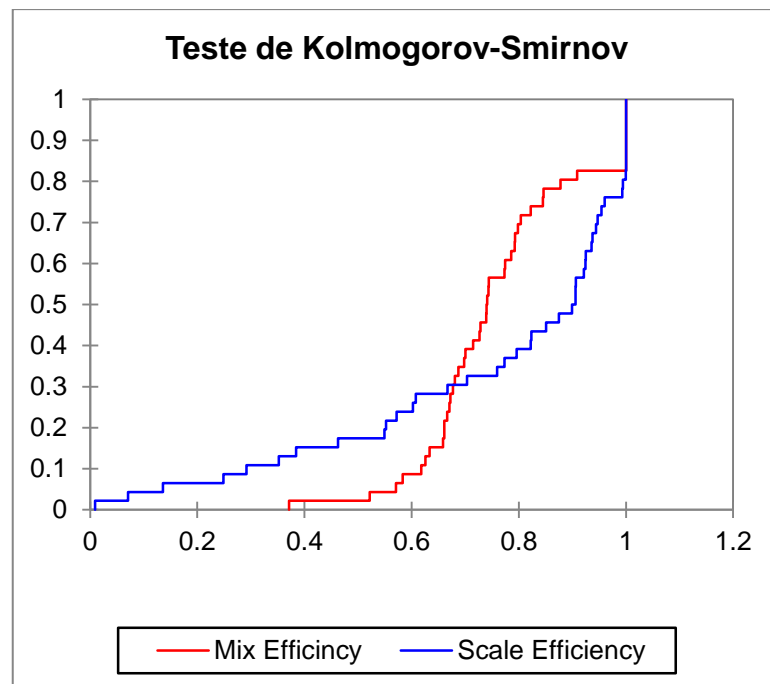
| DMU                   | SBM-I-C | CCR-I | BCC-I | Mix Efficiency | Scale Efficiency |
|-----------------------|---------|-------|-------|----------------|------------------|
| Angá Asset Management | 0,42    | 0,49  | 0,65  | 0,85           | 0,76             |
| Apex Capital          | 1       | 1     | 1     | 1              | 1                |
| Arsa Investimentos    | 0,11    | 0,18  | 0,60  | 0,63           | 0,29             |
| Ashmore               | 0,63    | 0,77  | 0,84  | 0,82           | 0,92             |
| Banrisul              | 0,33    | 0,38  | 0,54  | 0,88           | 0,70             |

| <b>DMU</b>                                | <b>SBM-I-C</b> | <b>CCR-I</b> | <b>BCC-I</b> | <b>Mix Efficiency</b> | <b>Scale Efficiency</b> |
|-------------------------------------------|----------------|--------------|--------------|-----------------------|-------------------------|
| Besaf                                     | 0,33           | 0,48         | 0,52         | 0,68                  | 0,94                    |
| BNB                                       | 1              | 1            | 1            | 1                     | 1                       |
| BRB Asset Management                      | 1              | 1            | 1            | 1                     | 1                       |
| Bresser Asset Management                  | 0,15           | 0,20         | 0,58         | 0,74                  | 0,35                    |
| BRL Trust Management                      | 1              | 1            | 1            | 1                     | 1                       |
| CM Asset                                  | 0,56           | 0,85         | 0,90         | 0,66                  | 0,94                    |
| Coin                                      | 0,58           | 0,75         | 0,75         | 0,77                  | 1                       |
| Concórdia                                 | 0,24           | 0,27         | 0,40         | 0,91                  | 0,67                    |
| Crédit Agricole                           | 0,43           | 0,65         | 0,70         | 0,67                  | 0,92                    |
| DLM Invista                               | 0,55           | 0,71         | 0,78         | 0,77                  | 0,91                    |
| Duna Asset Management                     | 0,32           | 0,44         | 0,53         | 0,73                  | 0,82                    |
| Explora Investimentos                     | 1              | 1            | 1            | 1                     | 1                       |
| Fides Asset Management                    | 0,29           | 0,42         | 0,69         | 0,69                  | 0,60                    |
| GF Gestão                                 | 0,12           | 0,18         | 0,47         | 0,66                  | 0,38                    |
| Gradual Investimentos                     | 0,00           | 0,00         | 0,50         | 0,52                  | 0,01                    |
| Grau Gestão de Recursos                   | 0,28           | 0,38         | 0,44         | 0,74                  | 0,87                    |
| Icatu Vanguarda Administração de Recursos | 0,66           | 0,82         | 1            | 0,80                  | 0,82                    |
| Infinity Asset Management                 | 0,46           | 0,59         | 0,63         | 0,79                  | 0,94                    |
| Integral Investimentos                    | 1              | 1            | 1            | 1                     | 1                       |
| Lacan Investimentos                       | 0,42           | 0,58         | 0,69         | 0,71                  | 0,85                    |
| Leblon Equities                           | 0,20           | 0,27         | 0,35         | 0,74                  | 0,77                    |
| LLA Investimentos                         | 0,41           | 0,56         | 0,62         | 0,74                  | 0,91                    |
| Magliano                                  | 1              | 1            | 1            | 1                     | 1                       |
| Mapfre Investimentos                      | 1              | 1            | 1            | 1                     | 1                       |
| Meta Asset Management                     | 0,05           | 0,07         | 1            | 0,70                  | 0,07                    |
| Mirae Asset                               | 0,23           | 0,31         | 0,51         | 0,74                  | 0,61                    |
| Murano Investimentos                      | 0,56           | 0,70         | 0,77         | 0,80                  | 0,90                    |
| Nest Investimentos                        | 0,08           | 0,13         | 0,54         | 0,63                  | 0,25                    |
| Ocenana Investimentos                     | 0,49           | 0,74         | 0,82         | 0,66                  | 0,91                    |
| Oliveira Trust                            | 0,79           | 0,99         | 1            | 0,79                  | 0,99                    |
| Opus                                      | 0,48           | 0,69         | 0,72         | 0,70                  | 0,96                    |
| Planner                                   | 0,10           | 0,12         | 0,27         | 0,79                  | 0,46                    |
| RB Capital Asset Management               | 0,54           | 0,82         | 0,88         | 0,67                  | 0,92                    |
| Saga Capital                              | 0,44           | 0,76         | 0,80         | 0,57                  | 0,95                    |
| Schroders Brasil                          | 0,80           | 0,95         | 1            | 0,84                  | 0,95                    |
| SLW Asset                                 | 0,05           | 0,14         | 1            | 0,37                  | 0,14                    |
| Somma Investimentos                       | 0,42           | 0,68         | 0,86         | 0,62                  | 0,80                    |
| Sparta Investimentos                      | 0,23           | 0,31         | 0,57         | 0,73                  | 0,55                    |
| STK Capital                               | 0,37           | 0,55         | 1            | 0,68                  | 0,55                    |
| UBS                                       | 0,44           | 0,65         | 0,65         | 0,67                  | 0,99                    |
| Victoire                                  | 0,18           | 0,32         | 0,55         | 0,58                  | 0,57                    |

Fonte: DEA-Solver. Elaborado pelo autor (2014).

O teste não paramétrico de Wilcoxon, quando testado sobre as eficiências de escala e de Mix, não rejeita a hipótese nula de que as medianas sejam iguais ao nível de 95% de confiança (tabela 4). Já o teste de Kolmogorov-Smirnov aponta para o fato de que existem diferenças significativas entre as distribuições dessas eficiências. As distribuições das amostras parecem ser diferentes mesmo ao nível de significância de 1%, conforme mostra a figura 2 (e tabela 5 no anexo estatístico):

**Figura 2 – Frequência relativa acumulada do teste K-S para o grupo 2**



Fonte: XLSTAT. Elaborado pelo autor (2014).

A eficiência de escala possui uma distribuição bem mais ampla do que a de Mix. Das 46 gestoras analisadas, 24 possuem escala superior a 90%. Para a eficiência de mix esse número se reduz para nove, apenas. É interessante notar que neste segundo grupo, ao contrário do primeiro, é possível observar duas firmas operando em níveis de retornos decrescentes pelo modelo BCC-I. A gestora Icatu Vanguarda Administração de Recursos, por exemplo, aumentaria seu nível de eficiência se reduzisse o número de fundos ou encontrasse maneiras de aumentar os retornos, no qual há uma deficiência de aproximadamente 8% (*slack shortfall*). A gestora Schrodgers Brasil poderia reduzir o número da sua equipe pela metade, de 16 para 8 funcionários, com o fim de atingir a escala de produção mais produtiva.

No que tange ao número de vezes que cada DMU eficiente serviu como referência para outras firmas, destacam-se positivamente as gestoras Apex Capital e

Mapfre Investimentos, que somadas serviram de referência 56,90% do tempo. O sucesso, no caso da Apex Capital se deve uma combinação de reduzido número de fundos sob gestão e quadro de funcionários, ao mesmo tempo em que os *outputs* (em especial a variável “patrimônio”) permaneceram elevados. No caso da Mapfre Investimentos, o principal destaque se deve ao reduzido tempo de experiência do quadro de funcionários.

**Tabela 3 - Número de vezes que cada DMU serviu como referência.**

| <b>DMU</b>             | <b>CCR-I</b> | <b>BCC-I</b> | <b>SBM-I-C</b> | <b>Total</b> |
|------------------------|--------------|--------------|----------------|--------------|
| Apex Capital           | 36           | 36           | 36             | <b>108</b>   |
| BNB                    | 2            | 2            | 2              | <b>6</b>     |
| BRB Asset Management   | 3            | 3            | 3              | <b>9</b>     |
| BRL Trust Management   | 3            | 3            | 3              | <b>9</b>     |
| Explora Investimentos  | 20           | 20           | 20             | <b>60</b>    |
| Integral Investimentos | 16           | 16           | 16             | <b>48</b>    |
| Magliano               | 6            | 6            | 6              | <b>18</b>    |
| Mapfre Investimentos   | 30           | 30           | 30             | <b>90</b>    |

Fonte: DEA-Solver. Elaborado pelo autor (2014).

Da mesma maneira como foi feito no primeiro grupo de análise, seguiu-se a sugestão de exclusão de variáveis proposta por Ramanathan (2003). Sob essa hipótese, 3 dos 8 DMUs eficientes nos modelos CCR-I e SBM-I-C mantiveram status máximo. O modelo BCC-I, foi o que manteve a maior número de DMUs na fronteira eficiente, 7 de 14.

O teste de Friedman, exposto na tabela 9, mostra o resultado dos p-valores gerados através de 10.000 simulações pelo método de Monte Carlo, ao nível de significância de 5%. A exclusão de alguns *inputs* para esse conjunto, embora significativa, parece ter menor impacto nas eficiências finais. O modelo que revelou maior indiferença nesse teste foi o SBM-I-C que teve eficiências relativas estatisticamente diferentes apenas na exclusão do *input* experiência.

## 5 CONCLUSÕES

Esse trabalho utilizou a ferramenta de programação-linear *Data Envelopment Analysis* (DEA) para avaliar o nível de eficiência relativo de 95 gestoras de recursos nacionais. Após dividi-las em dois grandes grupos foi possível observar que 23 empresas (24,21% do total) foram consideradas eficientes por pelo menos um dos métodos testados. O grupo composto pelas gestoras com maior patrimônio obteve eficiências mais elevadas e menor variância nos três modelos utilizados. A formulação BCC-I foi a que mais se sobressaiu por incorporar a hipótese de retornos marginais decrescentes. A correlação entre as eficiências de escala e as eficiências alocativas foi maior nas gestoras do grupo 1 do que no grupo 2, mas ambos apresentaram respostas sensíveis a exclusão de variáveis.

A utilização de médias mais longas para alguns *outputs* (retorno e Sharpe, por exemplo) poderia ser uma alternativa interessante na tentativa de suavizar a variabilidade dos resultados finais e aumentar a homogeneidade dos DMUs. Estender a análise para gestão de outras categorias de fundos (além dos multimercados) também seria desejável, embora trabalhoso.

Cabe lembrar que nem sempre é fácil (ou intuitivo) explicar o processo de otimização. Especificamente no caso da DEA, não se pode testar os resultados com o mesmo rigor estatístico que se esperaria de uma ferramenta paramétrica.

Trabalhos futuros poderiam experimentar uma modelagem por meio das técnicas *Assurance Region* (AR) ou *Free Disposal Hull* (FDH), que diferentemente da DEA, forma a fronteira eficiente apenas com valores observados. Com isso, alterar-se-iam os pontos dominantes que são candidatos à condição de eficiência ampliando a compreensão sobre o tema.



## REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS ENTIDADES DOS MERCADOS FINANCEIRO E DE CAPITAIS (**ANBIMA**). Disponível em <www.anbima.com.br>. Último acesso em 08/11/2014.
- AL-FARAJ TN, ALIDI AS, BU-BSHAIT KA. Evaluation of bank branches by means of data envelopment analysis. **International Journal of Operations & Production Management**. p. 45–53, 1993.
- ALI, A.I.; SEIFORD, L.M. Translation invariance in Data Envelopment Analysis. **Operations Research Letters**, V. 9, p. 403-405, 1990.
- AL-SHARKAS AA, HASSAN MK, LAWRENCE S. The impact of mergers and acquisitions on the efficiency of the US banking industry: further evidence. **Journal Business of Finance Account**. V. 35, p. 50–70, 2008.
- ALVES Jr., Antonio J. Fundos Mútuos de Investimentos no Brasil: A expansão da indústria nos anos 1990 e perspectivas para o futuro. **CEPAL/IPEA - Comissão Econômica para a América Latina e o Caribe**, Escritório no Brasil, 2003.
- ANDAKU, F. T. A.; PINTO, A. C. F. A persistência de desempenho dos fundos de investimento em ações no Brasil. **Revista de Economia e Administração**, v. 2, n. 2, p. 23-33, Abr, 2003.
- BASSO, A., S. FUNARI. A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance. **European Journal of Operational Research**, v. 135, p. 17–32, 2001.
- BERGENDAHL G, LINDBLOM T. Evaluating the performance of Swedish savings banks according to service efficiency. **European Journal of Operational Research**. v. 185, p. 1663–73, 2008.
- BERGER, A.N.; HUMPHREY, D.B. Efficiency of financial institutions: international survey and directions for future research. **European Journal of operational Research**, 98, p. 175-212, 1997.
- BHATTACHARYYA A, LOVELL CAK, SAHAY P. The impact of liberalization on the productive efficiency of Indian commercial banks. **European Journal of Operational Research**, V; 98, p. 333–46, 1997.
- CARVALHO, M. R. A. Avaliação de desempenho de fundos multimercado: resultados passados podem ser utilizados para definir uma estratégia de investimentos? **Revista de Economia e Administração**, v. 4, n. 3, p. 367-387, Jul/Set., 2005.
- CERETTA, P. S.; COSTA Jr, N. C. A. Avaliação e seleção de fundos de investimento: um enfoque sobre múltiplos atributos. **Revista de Administração Contemporânea**, V. 5, p. 1, Abril, 2001.

CERETTA, P.S.; NIEDERAUER, C.A.P. Rentabilidade do setor bancário brasileiro, 24º Encontro Nacional da ANPAD – **Associação Nacional de Programas de Pós Graduação em Administração**, Florianópolis, 2000.

CHARNES A, COOPER WW, RHODES E. Measuring the efficiency of decision-making units. **European Journal of Operational Research**. V 2, p. 429–44, 1978.

CHARNES A, COOPER WW. Programming with linear fractional functionals. *Naval Research Logistics Quarterly*. V. 9, p. 181–6, 1962.

CHARNES A. & COOPER, W. An explicit general solution in linear fractional programming', **Naval Research Logistics Quarterly**, 1973.

COOPER, W. W., SEIFORD, L. M. & TONE, K. Data Envelopment Analysis - A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software, **Kluwer Academic Publishers**, 2000.

COOPER, W. W., SEIFORD, L. M., ZHU, J. **Handbook of Data Envelopment Analysis**, New York, Springer Science, 2011.

COOK, W.D.; ZHU, J. Modeling data irregularities and structural complexities in Data Envelopment Analysis, **Springer Science**, p. 63-85, 2007.

DRAKE, L., HALL, M. J. B.; SIMPER, R. Bank Modelling Methodologies: A Comparative Non-Parametric Analysis of Efficiency in Japanese Banking Sector, **Journal of Financial Markets, Institutions and Money**, V. 19, 2009.

FAMA, Eugene F. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. **The Journal of Finance**, Malden, v. 25, n. 2, p. 383-417, May 1970.

FAMA, Eugene F. Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance. **Journal of Financial Economics**, Philadelphia, v. 49, n. 3, p. 283-306, June 1998.

FARRELL MJ. The measurement of productive efficiency. **Journal of the Royal Statistical Society**, Series A. v. 120, n. 3, p. 253–81, 1957.

FAVERO C, PAPI L. Technical efficiency and scale efficiency in the Italian banking sector: a nonparametric approach. **Applied Economics**. V. 27, p 385–95, 1995.

FETHI MD; PASIOURAS F. Assessing bank efficiency and performance with operational research and artificial intelligence techniques: a survey. **European Journal of Operational Research**, v. 204, p. 189–98, 2010.

GONÇALVES, D. A.; LINS, M. P. E. Análise Envolvória de Dados (DEA) na Avaliação de Eficiência de Fundos de Investimentos. **XXXII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**. Viçosa, Out. 2000.

GONÇALVES, D.A. **Avaliação de Eficiência de Fundos de Investimentos Financeiros: Utilização de DMU's Artificiais em Modelos DEA com Outputs Negativos**. Tese de Doutorado - COPPE/UFRJ - Rio de Janeiro, 2003.

GREGORIOU, G. N. & GUEYIE, J.-P. Risk-adjusted performance of funds of hedge funds using a modified Sharpe ratio. **Journal of Wealth Management**, V. 6, n. 3, p. 77–83, 2003.

GREGORIOU, G. N. Performance appraisal of funds of hedge funds using data envelopment analysis, **Journal of Wealth Management**, v. 5, p. 88–95, 2003.

KEATING, C. & SHADWICK, W. A universal performance measure', *Journal of Performance Measurement*, V 8, n. 3, p. 59–84, 2002.

LOVELL, C.A.K.; PASTOR, J.T. Units invariant and translation invariant DEA models. **Operations Research Letters**, V.18, p. 147-151, 1995.

MACEDO, M. A. S.; MACEDO, H. D. R. Avaliação de desempenho de fundos DI no Brasil: uma proposta metodológica. **Revista Economia e Gestão**, v. 8, n. 15, 2007.

MALKIEL, Burton G. **A random walk down wall street: the time-tested strategy for successful investing**. New York: W. W. Norton & Company, 2011.

MALKIEL, Burton G. The efficient market hypothesis and its critics. **The Journal of Economic Perspectives**, Pittsburgh, v. 17, n. 1, p. 59-82, winter 2003.

MANDELBROT, Benoit B.; HUDSON, Richard L. **The misbehavior of markets: a fractal view of financial turbulence**. New York: Basic books, 2008.

MARKOWITZ, H. M. Portfolio selection. **Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MARQUES, F.T.; MATIAS, A.B.; CAMARGO JUNIOR, A.S. Desempenho dos Bancos Comerciais e Múltiplos de Grande Porte no Brasil, **CLADEA**, 2004.

MOREY, M.R., R.C. MOREY. Mutual fund performance appraisals: a multi-horizon perspective with endogenous benchmarking. **Omega**, v. 27, p. 241–258, 1999.

MURTHI, B.P.S., Y.K. CHOI, P. DESAI. Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A non-parametric approach. **European Journal of Operational Research**. V. 98, p. 408–418, 1997.

ODA, A. L. Desempenho de fundos de ações: análise de persistência de performance dos fundos de ações brasileiros. V. 1, São Paulo, **Saint Paul Editora**, 2007.

PASTOR J, PEREZ F, QUESADA J. Efficiency analysis in banking firms: an international comparison. **European Journal of Operational Research**, V. 98, p. 396–408, 1997.

POWERS, J. & MCMULLEN, P. Using data envelopment analysis to select efficient large market cap securities, **Journal of Business and Management**, V.7, n.2, p. 31–42, 2000.

RAMANATHAN, R., **An introduction to data envelopment analysis**, Sage Publications, 2003.

SMITH P. Data envelopment analysis applied to financial statements. **International Journal of Management Science**, V. 18, n. 2, p. 131–8, 1990.

SILVA, A.C.M. da. **Análise da eficiência das instituições financeiras, segundo a metodologia do Data Envelopment Analysis (DEA)**. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Pós Graduação em Administração, da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: COPPEAD/UFRJ, 2000.

STAVÁREK,D. Efficiency of Banks in Regions at Different Stage of European Integration Process. **Economic Management**, vol. 5, n. 1, p. 34-50, 2005.

STUTZER, M. Portfolio performance index, **Financial Analysts Journal** p. 52–61, 2000.

THOMPSON et al. DEA/AR profit ratios and sensitivity of 100 large US banks. **European Journal of Operational Research**. V. 98, p. 213–29, 1997.

TORTOSA-AUSINA E. Exploring efficiency differences over time in the Spanish banking industry. **European Journal of Operational Research**. V. 139, p. 643–64, 2002.

## ANEXO A – TESTES ESTATÍSTICOS

Tabela 4 – Teste de Wilcoxon.

| Parâmetros             | Grupo 1 | Grupo 2 |
|------------------------|---------|---------|
| V                      | 0       | 351     |
| P-valor                | <0001   | 0,782   |
| Hipótese Nula          | 0       | 0       |
| (Pseudo) Mediana       | -0,291  | -0,006  |
| Intervalo de Confiança | 95%     | 95%     |
| Limite Inferior        | -0,362  | -0,106  |
| Limite Superior        | -0,227  | 0,076   |

Fonte: XLSTAT Elaborado pelo autor (2014).

Tabela 5 - Teste de Kolmogorov-Smirnov.

| Parâmetros | Grupo 1 | Grupo 2 |
|------------|---------|---------|
| D          | 0,204   | 0,348   |
| p-valor    | 0,23    | 0,005   |
| alfa       | 0,05    | 0,05    |

Fonte: XLSTAT. Elaborado pelo autor (2014).

Tabela 6 - Pesos (médios) atribuídos pelos DMUs do grupo 1.

|                             | CCR-I             |                       | BCC-I             |                       | SBM-I-C           |                       |
|-----------------------------|-------------------|-----------------------|-------------------|-----------------------|-------------------|-----------------------|
|                             | <i>Eficientes</i> | <i>Não Eficientes</i> | <i>Eficientes</i> | <i>Não Eficientes</i> | <i>Eficientes</i> | <i>Não Eficientes</i> |
| <b>Equipe</b>               | 2,87%             | 26,04%                | 3,86%             | 0,00%                 | 26,76%            | 23,58%                |
| <b>Tempo de Experiência</b> | 4,84%             | 29,43%                | 41,86%            | 6,24%                 | 4,47%             | 0,00%                 |
| <b>Número de Fundos</b>     | 11,59%            | 16,12%                | 51,49%            | 24,21%                | 32,90%            | 0,00%                 |
| <b>Desvio-padrão</b>        | 80,69%            | 28,40%                | 2,79%             | 69,56%                | 35,87%            | 76,42%                |
| <b>Retorno</b>              | 0,00%             | 23,40%                | 87,33%            | 5,14%                 | 46,01%            | 89,35%                |
| <b>Sharpe</b>               | 100,00%           | 12,13%                | 6,57%             | 16,75%                | 17,42%            | 2,39%                 |
| <b>Patrimônio Total</b>     | 0,00%             | 64,47%                | 6,10%             | 78,11%                | 36,57%            | 8,26%                 |

Fonte: DEA-Solver (2014), Elaborado pelo Autor (2014).

Tabela 7 – Teste de Friedman para gestoras do grupo 1.

| Input excluído       | CCR-I    | BCC-I    | SBM-I-C |
|----------------------|----------|----------|---------|
| Desvio- Padrão       | < 0,0001 | < 0,0001 | 0,025   |
| Equipe               | 0,005    | < 0,0001 | 0,166   |
| Número de Fundos     | < 0,0001 | 0,0057   | 0,005   |
| Tempo de Experiência | 0,135    | < 0,0001 | 0,145   |

Fonte: XLSTAT. Elaborado pelo autor (2014).

Tabela 8 – Método Bootstrap para limites de eficiência (ao nível de 5%).

| Modelos                 | Grupo 1          |                 |                 | Grupo 2          |                 |                 |
|-------------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|
|                         | Eficiência Média | Limite inferior | Limite superior | Eficiência Média | Limite inferior | Limite superior |
| <b>SBM-I-C</b>          | 0,541            | 0,459           | 0,613           | 0,472            | 0,383           | 0,562           |
| <b>CCR-I</b>            | 0,656            | 0,565           | 0,736           | 0,585            | 0,493           | 0,676           |
| <b>BCC-I</b>            | 0,856            | 0,807           | 0,901           | 0,741            | 0,677           | 0,805           |
| <b>Mix Efficiency</b>   | 0,761            | 0,711           | 0,819           | 0,762            | 0,719           | 0,805           |
| <b>Scale Efficiency</b> | 0,740            | 0,661           | 0,819           | 0,760            | 0,678           | 0,842           |

Fonte: XLSTAT. Elaborado pelo autor (2014).

Tabela 9 – Teste de Friedman para gestoras do grupo 2.

| Input excluído       | CCR-I    | BCC-I    | SBM-I-C |
|----------------------|----------|----------|---------|
| Desvio- Padrão       | <0,000   | 0,530    | 0,366   |
| Equipe               | 0,216    | 0,142    | 0,573   |
| Número de Fundos     | 0,006    | 0,005    | 0,573   |
| Tempo de Experiência | < 0,0001 | < 0,0001 | 0,001   |

Fonte: XLSTAT (2014). Elaborado pelo autor (2014).

## APÊNDICE A – MODELOS UTILIZADOS

Essa parte do trabalho tem por objetivo demonstrar brevemente a formulação matemática dos três principais modelos utilizados: CCR, BCC e SBM. Para um estudo mais aprofundado sobre as propriedades e limitações implícitas nas suposições de cada um deles aconselha-se a leitura do livro *A Comprehensive Test with Models, Applications, References and DEA-Solver Software* (Cooper, Seiford e Tone, 2000).

### Modelo CCR

$$\text{Max}_{u,v} \quad uy_o \quad (8)$$

Sujeito a

$$vx_o = 1 \quad (9)$$

$$-vX + uY \leq 0 \quad (10)$$

$$v \geq 0 \quad (11)$$

$$u \geq 0 \quad (12)$$

### Modelo BCC

$$\text{Max}_{\theta_b, \lambda} \quad \theta_b \quad (13)$$

Sujeito a

$$\theta_b x_o - X\lambda \geq 0 \quad (14)$$

$$Y\lambda \geq y_o \quad (15)$$

$$e\lambda \geq 1 \quad (16)$$

$$\lambda \geq 0, \quad (17)$$

Onde  $\theta_b$  é um escalar.

### Modelo SBM

$$\text{min}_{\lambda, s^-, s^+} \quad \rho = \frac{1 - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{x_{io}}}{1 - \frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \frac{s_r^+}{y_{ro}}} \quad (18)$$

Sujeito a

$$x_o = X\lambda + s^- \quad (19)$$

$$y_o = Y\lambda - s^+ \quad (20)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (21)$$

$$s^- \geq 0 \quad (22)$$

$$s^+ \geq 0 \quad (23)$$

Assume-se que  $X \geq 0$ . Se  $x_o = 0$ , então se elimina o termo  $\frac{s_i^-}{x_{io}}$  da equação. Da mesma forma, quando o termo  $y_o \leq 0$ , repõe-se essa parte da equação por um número positivo que seja o menor possível de modo que a fração  $\frac{s_r^+}{y_{ro}}$  seja penalizada, aumentando o valor do denominador (Cooper, 2000).