

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E  
AUTOMAÇÃO

**GUSTAVO RODRIGUES**

**Automatização da escolha do modelo de referência  
para métodos baseados em dados aplicados a controladores PID**

Porto Alegre  
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E  
AUTOMAÇÃO

**Automatização da escolha do modelo de referência  
para métodos baseados em dados aplicados a controladores PID**

Trabalho de Conclusão apresentado à Comissão de Graduação de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para Graduação em Engenharia de Controle e Automação.

ORIENTADORA: Profa. Dra. Lucíola Campestrini

Porto Alegre  
2013

GUSTAVO RODRIGUES

**Automatização da escolha do modelo de referência  
para métodos baseados em dados aplicados a controladores PID**

Este Trabalho foi julgado adequado para a obtenção dos créditos da disciplina Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia de Controle e Automação e aprovado em sua forma final pela Orientadora e pela Banca Examinadora.

Orientadora: \_\_\_\_\_

Profa. Dra. Lucíola Campestrini, UFRGS

Doutora pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Diego Eckhard, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Pedro Rafael Bolognese Fernandes

Doutor pela Technische Universität Dortmund - Dortmund, Alemanha

Prof. Dr. Renato Ventura Bayan Henriques, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal de Minas Gerais - Belo Horizonte, Brasil

Porto Alegre

2013

# Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, aos meus pais. Sem eles, nada disso seria possível.

Ao Prof. Alexandre Bazanella, quem primeiro acreditou no meu potencial ao me aceitar como bolsista de iniciação científica logo no segundo semestre do curso e ao, agora, Prof. Diego Eckhard, com quem trabalhei nos dois primeiros anos de bolsa.

À Profa. Lucíola Campestrini, com quem trabalhei no meu último ano de bolsa, pelo método desenvolvido em sua Tese, que é a base do meu trabalho, e pela orientação e ideias discutidas a fim de trazer melhorias para o método.

Ao Prof. Luis Fernando Pereira, por também ter acreditado em mim e ter me dado a oportunidade de estudar na França durante um ano.

Aos colegas Vitor Tumelero e Rafael Vargas, pela ajuda nas plaquinhas. E aos meus amigos, que até hoje não sabem nem dizer o nome do meu curso inteiro e nem sabem o que isso faz.

## Resumo

Este trabalho trata da implementação de um método de controle baseado em dados, o qual consiste na identificação dos parâmetros de um controlador, sem a utilização de um modelo do processo, baseado apenas em um modelo de referência desejado para o sistema em malha fechada. Serão apresentados os critérios de estabilidade para sistemas digitais, bem como a descrição do método e um descritivo das melhorias propostas. Essas melhorias visam conferir maior flexibilidade e aumentar o grau de automatização do processo de identificação do controlador, definindo relações sobre os critérios de desempenho para uma boa escolha do modelo de referência. O foco é dado para controladores PID discretos e a implementação é feita em MATLAB. Por fim, será feita uma comparação entre os resultados teóricos projetados e os resultados obtidos em um sistema real.

*Palavras-Chave: controle baseado em dados, modelo de referência, controlador PID, automatização.*

# Abstract

This work addresses the implementation of a data-driven control method which consists of the controller parameters identification, without having in hand a process model, based on a desired reference model for the closed loop system. Stability criteria for digital systems as well as the description of the method and a description of the improvements proposed will be presented. These improvements intend to confer higher flexibility and increase the degree of automation of the control identification procedure by defining relations on the performance criteria for an automatic choice of the reference model. The focus is on digital PID controllers and the implementation is done in MATLAB. At the end, a comparison between the designed theoretical results and the results obtained in a real system is done.

*Keywords: data-driven control, reference model, PID controller, automation.*

# Lista de Figuras

Figura 1	Ensaio em malha aberta realizado no sistema (56) para obter os controladores identificados. . . . .	26
Figura 2	Comparação entre a resposta obtida com o controlador (57) em malha fechada, a resposta desejada e a resposta em malha aberta. . . . .	27
Figura 3	Comparação entre a resposta obtida com o controlador (58) em malha fechada, a resposta desejada e a resposta em malha aberta. . . . .	27
Figura 4	Comparação entre a resposta obtida com os controladores (58) e (59) em malha fechada, e a resposta desejada. . . . .	28
Figura 5	Ensaio em malha aberta realizado no sistema (60) para obter o controlador identificado. . . . .	29
Figura 6	Comparação entre a resposta obtida com o controlador (61) em malha fechada, a resposta desejada e a resposta em malha aberta. . . . .	30
Figura 7	Circuito RLC que se deseja controlar. . . . .	30
Figura 8	Ensaio em malha aberta realizado no circuito RLC para obter o controlador identificado . . . . .	31
Figura 9	Comparação entre a resposta obtida com o controlador (62) em malha fechada com o circuito RLC, a resposta deseja e a resposta em malha aberta	31
Figura 10	Ensaio em malha fechada na planta de nível para identificação do controlador. . . . .	32
Figura 11	Comparação da resposta em malha fechada obtida com o controlador (66) em malha fechada e a resposta desejada . . . . .	33
Figura 12	Comparação entre a resposta obtida com os controladores (64) e (66) em malha fechada. . . . .	33

# Lista de Símbolos e Abreviaturas

A/D	Analógico-Digital
ARMAX	<i>Auto Regressive Moving Avarage Exogenous</i>
ARX	<i>Auto Regressive Exogenous</i>
BIBO	<i>Bounded-Input Bounded-Output</i>
CbT	<i>Correlation-based Tuning</i>
D/A	Digital-Analógico
IFT	<i>Iterative Feedback Tuning</i>
LIT	Linear e Invariante no Tempo
MR	Modelo de Referência
PID	Proporcional-Integrador-Derivativo
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
SISO	<i>Single-Input Single-Output</i>
VRFT	<i>Virtual Reference Feedback Tuning</i>
$\mathbb{C}$	Conjunto dos números complexos
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais
$\rho$	Vetor de parâmetros do controlador
$\theta$	Vetor de parâmetros do controlador e do modelo do ruído
$\omega_n$	Frequência natural
$\xi$	Coefficiente de amortecimento
$\zeta$	Vetor de parâmetros do modelo do ruído
$J^{MR}(\rho)$	Função custo parametrizada com o modelo de referência



# Sumário

1	Introdução . . . . .	9
2	Revisão Bibliográfica . . . . .	10
3	Definições preliminares . . . . .	11
4	Projeto do controlador . . . . .	12
4.1	Controle baseado em modelo de referência . . . . .	12
4.1.1	Escolha do modelo de referência . . . . .	12
4.1.2	Projeto do controlador por modelo de referência . . . . .	13
4.2	Identificação do controlador . . . . .	13
4.2.1	Controladores PID . . . . .	15
4.2.2	Estruturas ARMAX/ARX . . . . .	15
5	Automatização da escolha do modelo de referência . . . . .	16
5.1	Estimação de atraso no tempo . . . . .	17
5.2	Identificação de zero de fase não-mínima . . . . .	17
5.3	Determinação do polo dominante do modelo de referência . . . . .	18
5.4	Estimação de sobrepasso . . . . .	19
6	Filtros reduzidos para controladores com ação integradora fixa . . . . .	21
6.1	Modelo de referência com um único polo . . . . .	21
6.2	Modelo de referência com dois polos . . . . .	22
6.3	Modelo de referência com dois polos e um zero . . . . .	22
7	Definição do modelo de referência . . . . .	24
8	Aplicação em sistemas reais e simulados . . . . .	25
8.1	Sistema 1: Sistema com polos complexos - Simulação . . . . .	25
8.2	Sistema 2: Sistema com zero de fase não-mínima - Simulação . . . . .	28
8.3	Sistema 3: Circuito RLC - Aplicação . . . . .	29
8.4	Sistema 4: Nível em tanque esférico - Aplicação . . . . .	32
9	Conclusão e Trabalhos Futuros . . . . .	35

# 1 Introdução

Projetar um controlador para um sistema ou planta implica determinar uma função matemática ou parâmetros pertinentes de certos dispositivos visando inferir no comportamento desse sistema a fim de obter uma resposta desejada específica ou que não viole algumas restrições. Controladores com menor grau de complexidade são suficientes para obter o comportamento desejado em sistemas mais simples. Nesse grupo encontram-se os controladores proporcional-integral-derivativo (PID), os quais são ajustados através de apenas três parâmetros. Esses controladores representam cerca de 90% das malhas de controle industriais em todo o mundo (Bazanella; da Silva, 2005). Eles possuem estrutura fixa e isso torna, muitas vezes, o projeto do controlador mais simples e eficiente. As fórmulas de Ziegler-Nichols (Ziegler; Nichols, 1942) para sintonia de controladores PID contribuíram em sua popularidade. Porém, devido a maior rigidez na qualidade dos produtos, a utilização dessas fórmulas leva a desempenhos muitas vezes insatisfatórios.

Técnicas de controle baseadas em modelo surgiram a fim de atingir requisitos mais rígidos para sistemas mais complexos. Nessa abordagem é necessário primeiramente obter um modelo do sistema e só então projetar o controlador baseado nos requisitos de desempenho. O modelo por sua vez pode ser obtido por modelagem fenomenológica ou através de identificação baseada em dados do processo. Se o objetivo do modelo é servir de base para o projeto do controlador, então o experimento de identificação deve ser tal que erros resultantes de modelagem o deteriorem o menos possível, ou seja, o desempenho obtido quando o controlador é aplicado ao sistema real é mais importante que a qualidade do modelo em relação ao processo real (Gevers, 2005).

Conforme apresentado na literatura (Bazanella et al., 2011; Campestrini, 2010), os métodos de controle baseados em dados podem ser vistos como métodos de identificação do controlador, já que os mesmos são baseados em um conjunto de dados, em uma classe de modelos candidatos (neste caso, a classe de controladores) e em algum método que relacione os dois. Esses são exatamente os mesmos elementos envolvidos em identificação de sistemas. Porém, no caso da identificação do controlador, o mesmo é identificado a fim de obter o controlador baseado no modelo de referência de malha fechada escolhido *a priori*.

O método de identificação do controlador proposto em (Campestrini, 2010; Campestrini et al., 2012) utiliza-se de uma reparametrização da função de transferência da planta desde o início de sua formulação. Isso insere o problema de estimação do controlador dentro de um problema de identificação por erro de predição. Sendo assim, os mesmos resultados estatísticos obtidos da teoria de identificação podem ser aplicados com as devidas adaptações. Porém, este método ainda necessita de alguns ajustes para que possa ser utilizado em processos industriais, de forma que se tenha certas garantias de que o controlador resultante deste método não instabilize o sistema quando colocado em operação e proporcione o desempenho esperado.

Este trabalho apresenta algumas contribuições para o método de identificação do controlador baseado em dados obtidos em apenas um experimento, a fim de torná-lo mais atrativo quanto à aplicação em processos industriais. A principal delas é a automatização da escolha do modelo de referência baseada em um passo intermediário de identificação e em relações obtidas de apenas três critérios de desempenho. Como os controladores PID são os mais utilizados na indústria, o método foi simplificado para adequar-se a esses controladores

e por isso a escolha do modelo de referência pode ser feita utilizando apenas três critérios de desempenho.

O trabalho é apresentado da seguinte forma: na Seção 2, um descritivo dos métodos de projeto do controlador baseado em dados encontrados na literatura é apresentado. Algumas definições preliminares que serão importantes ao longo do texto, bem como o critério de estabilidade de sistemas digitais são descritos na Seção 3. Encontra-se na Seção 4 a descrição do método utilizado nesse trabalho e algumas escolhas que foram feitas a fim de tornar a explicação menos genérica e de poder implementar o método de forma compacta. Na Seção 5, são apresentadas as melhorias propostas para aumentar o grau de automatização do processo, bem como as relações utilizadas baseadas em apenas dois critérios de desempenho. Versões simplificadas de alguns filtros utilizados são deduzidas na Seção 6, com a finalidade de reduzir o custo computacional e apresentá-los de forma recursiva. O procedimento adotado para a escolha do modelo de referência é mostrado na Seção 7. Na Seção 8, aplicações do método são mostradas e discutidas. As conclusões do trabalho são finalmente apresentadas na Seção 9.

## 2 Revisão Bibliográfica

Entre os métodos de projeto baseados em dados que surgiram nas últimas décadas, existem os iterativos, que utilizam vários experimentos, e os métodos diretos, baseados em apenas um experimento. Esses métodos usam uma estrutura de controlador linear nos parâmetros escolhida *a priori* e a sintonia do controlador é baseada diretamente nos dados de entrada e saída coletados da planta sem o uso de um modelo da própria planta. Alguns desses métodos, como o Iterative Feedback Tuning (IFT) (Hjalmarsson et al., 1994, 1998) e o Correlation-based Tuning (CbT) (Karimi et al., 2004) são iterativos por natureza: o controlador ótimo é obtido após uma sequência de controladores que operam na planta real. Esses métodos são considerados mais seguros, porque não mudam os parâmetros do controlador drasticamente, porém são custosos do ponto de vista de produção. Com relação aos métodos diretos existem na literatura o Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT) (Campi et al., 2002) e uma versão não iterativa do CbT (Karimi et al., 2007). Um quadro teórico desses métodos baseado em dados é dado em (Bazanella et al., 2011).

O método VRFT foi primeiramente proposto em (Campi et al., 2002), embora suas origens remontem a (Guardabassi; Savaresi, 2000). Ele usa estruturas de controladores que são linearmente parametrizadas e mostra-se que nesse caso o controlador por Modelo de Referência (MR) ótimo pode ser estimado simplesmente como a solução de um problema de mínimos quadrados para dados livres de ruído. Plantas instáveis ou com zeros de fase não-mínima também causam sérios problemas na aplicação do VRFT como apontado em (Sala; Esparza, 2005a,b), onde alguns métodos *ad-hoc* foram discutidos a fim de aliviar essas dificuldades. Em (Campestrini, 2010) um critério flexível para a aplicação do método VRFT em plantas com zero de fase não-mínima é proposto. A autora propõe um método iterativo, porém direto, que busca estimar o zero de fase não-mínima da planta, atualiza o modelo de referência e então calcula novamente o controlador.

Uma abordagem diferente, a qual é baseada na identificação por erro de predição do inverso de uma parte do controlador é apresentada em (Campestrini, 2010). Identificação por

erro de predição do controlador propriamente dito foi proposto em (Guardabassi; Savaresi, 2000). A ideia de identificar o inverso do controlador foi sugerido em (Sala; Esparza, 2005a), mas sem nenhum detalhe sobre sua implementação. Em (van Heusden et al., 2011), os autores discutem brevemente essa ideia de novo, mas principalmente para mostrar suas dificuldades e deficiências, como possível cancelamento de polos e zeros instáveis e a presença de parâmetros do controlador no modelo resultante do ruído.

Em (Campestrini, 2010; Campestrini et al., 2012), o modelo entrada-saída do sistema é substituído desde o início por uma descrição equivalente envolvendo apenas parâmetros que são funções dos parâmetros do controlador ótimo por MR. Diferente do método VRFT e da maioria dos outros métodos de projeto do controlador baseado em dados, a estrutura do controlador não é limitada a ser linear nos parâmetros (Campestrini et al., 2012). Com essa nova parametrização, a estimativa dos parâmetros do controlador é então colocada completamente em um problema de identificação. Como resultado, o controlador pode ser identificado sem problemas de polarização usando dados de malha aberta, mesmo se o modelo da função de transferência do ruído for incorreto, posto que a estrutura de modelo escolhida para o controlador inclui o controlador ótimo. No caso não-ideal, onde a estrutura do controlador não inclui o controlador ótimo, os resultados padrões da identificação por erro de predição podem ser usados para caracterizar a polarização do controlador resultante. Uma consequência da incorporação do problema de estimação do controlador no quadro de identificação por erro de predição é que uma análise estatística completa do controlador estimado pode ser fornecida.

### 3 Definições preliminares

Seja um processo LIT, SISO de tempo discreto dado por:

$$\mathcal{S} : y(t) = G_0(z)u(t) + v(t) = G_0(z)u(t) + H_0(z)e(t) \quad (1)$$

onde  $G_0(z)$  é a função de transferência do processo,  $u(t)$  é a entrada de controle,  $z$  é o operador de avanço tal que  $zx(t) \triangleq x(t+1)$ ,  $e(t)$  é ruído branco de variância  $\sigma_e^2$  e  $H_0(z)$  é o modelo da função de transferência do ruído. Tanto  $G_0(z)$  quanto  $H_0(z)$  são racionais e causais. O processo é controlado por um controlador também LIT, o qual é parametrizado por um vetor  $\rho \in \mathbb{R}^n$ , e a ação de controle é dada por

$$u(t) = C(z, \rho)(r(t) - y(t)) \quad (2)$$

onde  $r(t)$  é o sinal de referência, usualmente uma constante, e  $C(z, \rho)$  é a função de transferência do controlador. Assume-se que esse controlador pertence a uma dada classe especificada  $\mathcal{C}$  tal que  $C(z, \rho)G_0(z)$  tem grau relativo positivo para todo  $C(z, \rho) \in \mathcal{C}$ , ou equivalente, a malha fechada não é livre de atrasos.

A função de transferência em malha fechada em relação à referência e à saída do sistema é dada por:

$$T(z, \rho) = \frac{C(z, \rho)G_0(z)}{1 + C(z, \rho)G_0(z)} \quad (3)$$

e a saída do sistema é descrita por:

$$y(t) = T(z, \rho)r(t) + S(z, \rho)v(t) \quad (4)$$

em que  $S(z, \rho) = \frac{1}{1+C(z,\rho)G_0(z)}$ .

De acordo com a teoria de sistemas em tempo discreto, o sistema dado pela Equação (4) é BIBO-estável se, e somente se, os  $N$  polos  $p_i$  da função de transferência de malha fechada  $T(z, \rho)$  estiverem contidos num círculo unitário com centro na origem, ou seja, se  $|p_i| < 1$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ .

## 4 Projeto do controlador

Para este trabalho, será utilizado o método de identificação do controlador para a definição do controlador. Será utilizada aqui a abordagem por modelo de referência em conjunto com a teoria de identificação de sistemas.

### 4.1 Controle baseado em modelo de referência

Em um sistema de controle, usualmente as especificações de desempenho são dadas em função de tempo de resposta, sobrepasso, tempo de subida da resposta do sistema em malha-fechada, erro em regime permanente, entre outras. No entanto, esses requisitos de desempenho podem ser especificados através de uma função de transferência de malha fechada, conhecida por *modelo de referência*, dada por  $M(z)$ .

Neste caso, em um problema de controle pode-se desejar que o sistema em malha fechada atinja certo desempenho, o qual é especificado através do modelo de referência:

$$y_d(t) = M(z)r(t) \quad (5)$$

onde  $y_d(t)$  denota a resposta desejada de malha fechada. Assim, o controlador deve ser tal que o sistema em malha fechada  $T(z, \rho)$  se aproxime o tanto quanto for possível do modelo de referência  $M(z)$ .

#### 4.1.1 Escolha do modelo de referência

A escolha do modelo de referência parece então uma tarefa bastante simples. Uma escolha simples seria utilizar polos reais, de forma que o sistema não apresente sobrepasso, e posicioná-los de forma a respeitar as restrições de tempo de acomodação. Porém, se o modelo de referência escolhido não considerar certas características do processo  $G_0(z)$ , o controlador obtido pode provocar um comportamento indesejado ao sistema, podendo causar inclusive a instabilidade do mesmo.

Considerando-se que o controlador tenha uma estrutura livre, de forma que o sistema em malha fechada com este controlador possa ser exatamente igual ao modelo de referência escolhido, a primeira restrição que se deve respeitar é quanto ao **grau relativo** do modelo de referência. Ele deve ser **igual ou maior ao grau relativo da planta**  $G_0(z)$ , para garantir a causalidade do controlador.

Além disso, outra situação indesejada é o cancelamento entre polos e zeros instáveis. Caso o processo contenha zeros de fase não-mínima, então o modelo de referência também deve contê-los. Caso contrário, o controlador tende a cancelar esses zeros com polos instáveis.

Sendo assim, caso o modelo do processo seja desconhecido, a escolha do modelo de referência requer o conhecimento *a priori* de pelo menos um limitante superior do grau relativo

do processo e da posição exata dos zeros de fase não-mínima, se os mesmos existirem. Além disso, normalmente a escolha de  $M(z)$  é feita pelo usuário que, tendo acesso a alguma resposta do processo, deve traduzir o tempo de resposta desejado em “polos discretos”, máximo sobrepasso em uma relação de polos, e tempo da resposta inversa (se houver) em zeros. No entanto, essa escolha pode ser automatizada utilizando a informação contida sobre o sistema nos dados coletados para identificar o controlador, a fim de escolher um modelo de referência adequado. Essa é a principal contribuição desse trabalho e será discutida em detalhes na Seção 5.

#### 4.1.2 Projeto do controlador por modelo de referência

Após escolhido o modelo de referência, pode-se então projetar o controlador. O objetivo de controle é o seguimento de referência. Assim, o controlador ideal  $C_d(z)$  é aquele que faz o sistema em malha fechada se comportar exatamente como o modelo de referência escolhido. Nesse caso, tem-se que

$$M(z) = \frac{C_d(z)G_0(z)}{1 + C_d(z)G_0(z)} \quad (6)$$

e, isolando-se  $C_d(z)$  em (6), o controlador ideal é então dado por

$$C_d(z) = \frac{M(z)}{G_0(z)(1 - M(z))}. \quad (7)$$

Se  $G_0(z)$  é conhecida e o controlador não tiver restrições quanto à sua estrutura, aplica-se (7) para obter o controlador. Porém, os sistemas reais usualmente se comportam de forma a violar essas premissas. Primeiramente, na maioria dos casos,  $G_0(z)$  não é conhecida e ela deveria ser obtida através de modelagem matemática e/ou estimada por meio de algum método de identificação. Em seguida, como nos sistemas reais normalmente há presença de ruído, a estimativa do modelo do processo terá certas variações e, nesse caso, o controlador obtido através de (7) não necessariamente fará o sistema em malha fechada comportar-se como o modelo de referência previamente escolhido. Por fim, raramente a estrutura dos controladores usados é flexível para garantir que (7) possa ser utilizada; a estrutura do controlador é geralmente fixa e apenas os ganhos do controlador podem ser ajustados, o que é o caso deste trabalho. Neste caso, o sistema em malha fechada não apresenta um comportamento igual ao modelo de referência, apenas próximo a este. Essa proximidade pode ser avaliada comparando-se as respostas em frequência do controlador ideal e do controlador identificado. Além disso, o controlador é, então, estimado através da minimização de uma norma  $L_2$  dada por

$$J^{MR}(\rho) = \bar{E}\{[T(z, \rho) - M(z)]r(t)\}^2, \quad (8)$$

a função custo do processo de identificação utilizando um modelo de referência MR (Bazanella et al., 2011).

## 4.2 Identificação do controlador

A ideia principal do método (Campestrini, 2010; Campestrini et al., 2012) é reescrever o sistema entrada-saída (1) como uma função do modelo de referência e do controlador,

isolando-se  $G_0(z)$  em (7):

$$G_0(z) = \frac{1}{C_d(z)} \frac{M(z)}{1 - M(z)}. \quad (9)$$

A tarefa será identificar  $C_d(z)$  através de dados de entrada e saída utilizando uma parametrização adequada para um conjunto de controladores. Ainda, é comum que uma parte do controlador seja fixa, a qual, então, não precisa ser identificada. Essa parte é chamada de  $C^F(z)$ , e o controlador ideal pode ser escrito como  $C_d(z) = C_d^I(z)C^F(z)$  e o seu modelo

$$C(z, \rho) = C^I(z, \rho)C^F(z). \quad (10)$$

Isso leva à uma nova formulação para  $G_0(z)$ :

$$G_0(z) = \frac{1}{C_d^I(z)} \frac{M(z)}{C^F(z)(1 - M(z))}. \quad (11)$$

Define-se então o sinal de entrada filtrado

$$\tilde{u}(t) \triangleq \frac{M(z)}{C^F(z)(1 - M(z))}u(t) \quad (12)$$

e as funções de transferência

$$\tilde{C}_d(z) \triangleq \frac{1}{C_d^I(z)} \text{ e } \tilde{C}(z, \tilde{\rho}) \triangleq \frac{1}{C^I(z, \rho)}, \quad (13)$$

então,

$$C_d(z) = \frac{1}{\tilde{C}_d(z)}C^F(z) \text{ e } C(z, \rho) = \frac{1}{\tilde{C}(z, \tilde{\rho})}C^F(z). \quad (14)$$

O sistema (1) é equivalente a

$$\mathcal{S}_C : y(t) = \tilde{C}_d(z)\tilde{u}(t) + H_0(z)e(t), \quad (15)$$

para o qual a seguinte estrutura de modelo paramétrica pode ser escolhida

$$\mathcal{M}_C : y(t, \theta) = \tilde{C}(z, \tilde{\rho})\tilde{u}(t) + H(z, \zeta)e(t). \quad (16)$$

Aqui  $\tilde{C}_d(z)$  é a porção da inversa do *controlador ideal* que se deseja identificar,  $\tilde{C}(z, \tilde{\rho})$  é a estrutura de modelo paramétrica de  $\tilde{C}_d(z)$  e  $H(z, \zeta)$  é a estrutura de modelo paramétrica de  $H_0(z)$ . Os modelos  $\tilde{C}(z, \tilde{\rho})$  e  $H(z, \zeta)$  podem ter tanto parâmetros comuns ou disjuntos. Então o vetor de parâmetros a ser estimado é dado por  $\theta = [\tilde{\rho} \quad \zeta]^T$ .

Outra vantagem do método proposto é que este permite escolhas mais amplas quanto à classe do controlador; é possível identificar controladores lineares nos parâmetros, controladores de ordem cheia (polos e zeros), controladores com alguns parâmetros fixos e outros livres, o que implica em qualquer estrutura usada em identificação de sistemas. Porém, este trabalho está focado em controladores PI e PID, e estruturas ARX e ARMAX podem ser usadas. Essas escolhas são apresentadas e justificadas a seguir.

### 4.2.1 Controladores PID

Um controlador PID discreto possui a seguinte função de transferência:

$$C_{PID}(z, \rho) = \frac{\rho_0 z^2 + \rho_1 z + \rho_2}{z^n(z-1)} \quad (17)$$

sendo  $n = 1$  se a função derivativa é desejada e  $n = 0$  caso contrário (nesse caso, diminui-se um grau do numerador também). Então

$$C_{PID}^I(z, \rho) = \rho_0 z^2 + \rho_1 z + \rho_2$$

$$C_{PID}^F(z) = \frac{1}{z^n(z-1)}.$$

Sendo assim, o sinal de entrada filtrado é dado por:

$$\tilde{u}_{PID}(t) = \frac{z^n(z-1)M(z)}{1-M(z)}u(t) \quad (18)$$

e o inverso do controlador:

$$\tilde{C}_{PID}(z, \tilde{\rho}) = \frac{\tilde{\rho}_0}{z^2 + \tilde{\rho}_1 z + \tilde{\rho}_2} \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\rho}_0 & \tilde{\rho}_1 & \tilde{\rho}_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho_0} & \frac{\rho_1}{\rho_0} & \frac{\rho_2}{\rho_0} \end{bmatrix}^T.$$

### 4.2.2 Estruturas ARMAX/ARX

Provavelmente a maneira mais intuitiva de parametrizar o sistema (1) é representá-lo como funções racionais e colocar os parâmetros como coeficientes do numerador e do denominador destas funções. Dentre as diferentes estruturas de modelos lineares utilizadas para representar um sistema, duas serão usadas ao longo do desenvolvimento desse trabalho e serão apresentadas aqui. Essas estruturas podem ser representadas através de

$$A(z)y(t) = B(z)u(t - nk) + F(z)e(t) \quad (20)$$

onde

$$A(z, \theta) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}, \quad (21)$$

$$B(z, \theta) = b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b}, \quad (22)$$

$$F(z, \theta) = 1 + f_1 z^{-1} + \dots + f_{n_a} z^{-n_a}. \quad (23)$$

A Equação (20) é a representação de uma estrutura ARMAX e se  $F(z, \theta) = 1$  então tem-se uma estrutura ARX (Ljung, 1999). Os parâmetros  $n_a$  e  $n_b$  são a ordem dos polinômios  $A(z, \theta)$  e  $B(z, \theta)$ , e o polinômio  $F(z, \theta)$  tem mesma ordem que  $A(z, \theta)$ ; o parâmetro  $nk$  representa o atraso de transporte do sistema. Nota-se que ambas representações possuem parâmetros em comum tanto para o modelo de  $G_0(z)$  quanto de  $H_0(z)$  em  $A(z)$ .

Dentre os motivos para a escolha dessas estruturas estão: o cálculo dos parâmetros pode ser feito utilizando mínimos quadrados; isso resulta em uma estimativa com mínimo global, dadas certas restrições; o custo computacional é significativamente menor; são estruturas



que representam a grande maioria dos sistemas em que um controlador PID possa ter bom desempenho e, principalmente, são estruturas que podem ser utilizadas para representar um controlador PID. A estrutura ARMAX é mais flexível que a estrutura ARX, pois descreve a equação do erro como uma média móvel do ruído branco. Embora não se esteja interessado no modelo do ruído para o cálculo do controlador, essa estrutura permite uma melhora na qualidade dos parâmetros estimados para o controlador.

Conforme apresentado, o método baseado em dados de identificação do controlador utiliza dados entrada e de saída da planta, um modelo de referência desejado, um controlador de estrutura fixa e um método numérico para minimizar o erro (Campestrini, 2010).

## 5 Automatização da escolha do modelo de referência

Esta seção é baseada principalmente nos resultados obtidos em (Mårtensson; Hjalmarsson, 2009), na tarefa de escolher uma  $M(z)$  atingível com um controlador PID e em algumas relações entre polos e requisitos de desempenho que foram deduzidas para esse trabalho. Em (Mårtensson; Hjalmarsson, 2009), os autores discutem como a localização dos polos e zeros do sistema influenciam a qualidade dos parâmetros obtidos por identificação por erro de predição, bem como a ordem e a estrutura escolhida para o modelo. As deduções são feitas a partir da análise da variância assintótica dos parâmetros de acordo com o modelo.

Eles demonstram que, à medida que a ordem do modelo tende a infinito, a variância assintótica aproxima-se de um limite finito para estimativas de zeros e polos com módulo maior que um, mas para zeros e polos dentro do círculo unitário a variância assintótica cresce exponencialmente com a ordem do modelo. Além disso, mostra-se que, quando esses elementos aparecem em pares complexos conjugados, quanto maior a distância entre eles, melhor é a estimativa. De maneira geral, deduz-se desse trabalho que existe uma certa prioridade de características que podem ser identificadas de um sistema, principalmente aquelas que são mais perceptíveis quando o sistema está em operação.

Instabilidade e resposta inversa (polos e zeros fora do círculo unitário) lideram a lista de características mais facilmente identificáveis e com menor variância na estimativa, seguidas por grandes valores de sobrepasso e por tempo de assentamento do sistema. Todas essas características podem ser estabelecidas em função dos polos e zeros do sistema, ou do correspondente polinômio característico, assunto que será aprofundado nessa seção.

Outrossim, é importante notar que o trabalho de (Mårtensson; Hjalmarsson, 2009) está voltado para a identificação do sistema, mas aqui busca-se tratar o caso de identificação para controle. Sendo assim, essas mesmas características podem ser de grande auxílio na definição do modelo  $M(z)$ . A ideia consiste em utilizar um passo de identificação intermediário, a fim de determinar essas características e então definir o modelo de referência com relações de proporcionalidade aos atributos do sistema. Neste passo, define-se como algumas características importantes do processo serão identificadas, a fim de serem incluídas no modelo de referência. São elas: atraso do sistema, zero de fase não-mínima, polo dominante e sobrepasso.

Além disso, salienta-se aqui que o método numérico de estimação dos parâmetros que será utilizado é o mínimos quadrados estendido, um dos mais utilizados no que se refere a identificação de sistemas. Quando se utiliza a caracterização *estendido*, refere-se a identificação também de  $F(z, \theta)$ , ou seja, de uma aproximação do modelo do ruído. Uma característica

importante desse método é que ele pode ser resolvido recursivamente (Ljung; Söderström, 1987).

## 5.1 Estimação de atraso no tempo

Um processo de identificação por erro de predição é um processo que busca minimizar o erro entre a variável observada  $y(t)$  e a mesma variável  $\hat{y}(t, \theta)$  calculada através dos parâmetros  $\hat{\theta}$  estimados (Ljung; Söderström, 1987). A forma mais comum dessa abordagem é utilizar um critério quadrático para o erro que é medido pela seguinte norma:

$$V_N(\theta) \triangleq \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t, \theta))^2. \quad (24)$$

A estimativa  $\hat{\theta}_N$  é então definida como a minimização de (24):

$$\hat{\theta}_N = \arg \min V_N(\theta). \quad (25)$$

Uma das abordagens para estimar o atraso do sistema é utilizar uma estrutura ARX fixa e variar o valor do atraso  $nk$  até encontrar-se a estrutura que apresenta o menor valor da função custo (24). Sendo assim, nesse trabalho será utilizado uma estrutura ARX com  $n_a = 2$ ,  $n_b = 2$  e  $nk$  variando de 0 a 10. A fim de não precisar computar a função necessariamente para todos os atrasos, essa escolha será feita iterativamente. Calcula-se primeiramente o erro para  $nk = 0$  e, para os demais atrasos, se o valor da função for menor que o valor calculado anteriormente, então esse é o novo mínimo. Se o valor for maior, então o mínimo é o que foi calculado na iteração anterior e o processo acaba.

## 5.2 Identificação de zero de fase não-mínima

Considere a utilização de um modelo de referência do tipo

$$M(z) = \frac{1 - a}{z - a}. \quad (26)$$

Substituindo em (7), o controlador ideal é dado por

$$C_{d1}(z) = \frac{1 - a}{(z - 1)G(z)}. \quad (27)$$

Assuma que um controlador com ação integradora fixa será necessário na aplicação, então  $C_1^F(z) = \frac{1}{z-1}$ . Dessa forma, o controlador a ser identificado será

$$C_1(z) = C_1^F(z)C_1^I(z) = C_1^I(z)\frac{1}{z-1}. \quad (28)$$

Sendo assim, é fácil perceber a semelhança entre (27) e (28). Nota-se que o que resta para identificar, à exceção do ganho  $1 - a$  vindo de  $M(z)$  é justamente o inverso da função de transferência do sistema. No entanto, não se deseja identificar a planta por completo, mas algumas de suas características mais importantes a nível de controle. Essas propriedades são: ocorrência de zero de fase não-mínima, tempo de assentamento e máximo sobrepasso. Para a primeira característica, será necessário adicionar um grau de liberdade ao denominador

de  $C_1^I(z)$ . A segunda, está relacionada com o polo dominante do sistema, logo um grau de liberdade deve ser adicionado ao numerador de  $C_1^I(z)$ . Por fim, a última propriedade está na ocorrência de um par de polos complexos, além de interferir na questão de tempo de assentamento. Sendo assim, mais um grau de liberdade deve ser colocado no numerador de  $C_1^I(z)$  de forma que

$$C_1^F(z) = \frac{\rho_0 z^2 + \rho_1 z + \rho_2}{z - \rho_3}. \quad (29)$$

Observe que essa etapa pode ser resolvida conjuntamente com a estimação do atraso. Se os dois zeros identificados em (29) forem reais e, se existir uma realação de dominância entre eles, então utiliza-se o de maior módulo para definir o polo dominante de malha fechada. Caso contrário, deve-se definir dois novos polos reais. Se for um par de polos complexos então deve-se determinar o máximo sobrepasso, verificar as condições de projeto e fazer os devidos ajustes. Se um zero positivo de fase não-mínima for identificado, então ele deve ser adicionado ao modelo e um outro polo também deve ser adicionado, pois  $C_1(z)$  deve ter grau relativo 0. Esse novo polo deve ser escolhido de forma a não afetar o requisito de projeto para o tempo de assentamento em malha fechada, ou seja, uma relação próxima à dominância deve existir entre esse novo polo e o polo definido para o projeto do controlador.

### 5.3 Determinação do polo dominante do modelo de referência

Sabe-se da teoria de sistemas e sinais que o tempo de assentamento ou tempo de acomodação de um sistema frente a uma entrada constante é inversamente proporcional ao polo dominante do processo. Ou seja, no caso de um sistema de primeira ordem de tempo contínuo, quanto mais negativo o polo, menor será esse tempo.

Suponha que se deseja fazer um sistema em malha fechada  $K\%$  mais rápido que em malha aberta. Então o polo dominante de malha fechada, ou ainda, o polo do modelo de referência (MR) em relação ao polo dominante *identificado* no ensaio, deverá ser tal que

$$p_{MR} = \left(1 + \frac{K\%}{100}\right) p_{id}.$$

Dessa forma, sendo  $t_{s_{id}} = \frac{\ln(0,02)}{p_{id}}$ , o tempo de assentamento em malha aberta, tem-se  $t_{s_{MR}} = \frac{\ln(0,02)}{\left(1 + \frac{K\%}{100}\right) p_{id}}$ , o tempo de assentamento desejado em malha fechada.

Em tempo discreto, essa medida de tempo de acomodação é feita em número de amostras, tal que  $n_s = \frac{\ln(0,02)}{\ln(|p|)}$ . Sejam

$$n_{s_{id}} = \frac{\ln(0,02)}{\ln(|p_{id}|)} \text{ e } n_{s_{MR}} = \frac{\ln(0,02)}{\ln(|p_{MR}|)}$$

os números de amostras de assentamento em malha aberta e em malha fechada respectivamente (aqui,  $p_{MR}$  e  $p_{id}$  são os polos discretizados). A relação de rapidez entre amostras é tal que  $n_{s_{MR}} = \frac{n_{s_{id}}}{\left(1 + \frac{K\%}{100}\right)}$ , então

$$\frac{\ln(0,02)}{\ln(|p_{MR}|)} = \frac{\ln(0,02)}{\left(1 + \frac{K\%}{100}\right) \ln(|p_{id}|)}$$

$$\begin{aligned}\ln(|p_{MR}|) &= \left(1 + \frac{K\%}{100}\right) \ln(|p_{id}|) \\ \ln(|p_{MR}|) &= \ln(|p_{id}|^{(1 + \frac{K\%}{100})}) \quad (e^x) \\ |p_{MR}| &= |p_{id}|^{(1 + \frac{K\%}{100})}.\end{aligned}\tag{30}$$

**Exemplo:** Seja  $t_{sid} = 10s$  e  $T_s = 0,25s$ . Em tempo contínuo, tem-se um polo  $p_s = -0,3912$ , que, com o tempo de amostragem adotado, representa um polo discreto em  $p_z = 0,9068$ . Então para um sistema 20% mais rápido tem-se

$$p_{MR} = 0,9068^{1,2} = 0,8892.$$

## 5.4 Estimação de sobrepasso

Considere um sistema de segunda ordem de tempo contínuo cujo polinômio característico pode ser representado por  $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$  e cujas raízes são

$$p_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \xi^2}.\tag{31}$$

Da teoria de sistemas (Bazanella; da Silva, 2005), sabe-se que o maior valor de sobrepasso é dado por

$$M_0 = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}\tag{32}$$

cujo fator de amortecimento é equivalentemente dado por

$$\xi = \sqrt{\frac{\frac{\ln^2(M_0)}{\pi^2}}{1 + \frac{\ln^2(M_0)}{\pi^2}}}.\tag{33}$$

Ou seja, no caso de (32), conhece-se o fator de amortecimento do sistema e então determina-se o máximo sobrepasso e no caso de (33), o sobrepasso é medido ou é uma especificação de projeto e determina-se o fator de amortecimento associado ao processo.

Equivalentemente, no domínio de tempo discreto essas relações de máximo sobrepasso e fator de amortecimento podem ser deduzidas a partir da relação entre polos no domínio  $s$  ( $p_s$ ) e no domínio  $z$  ( $p_z$ ) dada por

$$p_z = e^{p_s T_s}.\tag{34}$$

Substituindo (31) em (34) tem-se:

$$p_{z_{1,2}} = e^{-\xi\omega_n T_s \pm j\omega_n T_s \sqrt{1-\xi^2}} = e^{-\xi\omega_n T_s} [\cos(\omega_n T_s \sqrt{1-\xi^2}) \pm j \operatorname{sen}(\omega_n T_s \sqrt{1-\xi^2})].\tag{35}$$

Seja o polinômio característico em tempo discreto para o mesmo sistema de segunda ordem dado por

$$z^2 + az + b = z^2 - 2e^{-\xi\omega_n T_s} \cos(\omega_n T_s \sqrt{1-\xi^2})z + e^{-2\xi\omega_n T_s}.\tag{36}$$

Define-se

$$c \triangleq \frac{\ln(b)}{2T_s} = -\xi\omega_n\tag{37}$$

$$d \triangleq \frac{\arccos\left(\frac{-a}{2\sqrt{b}}\right)}{T_s} = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (38)$$

e por fim define-se

$$k \triangleq \frac{c}{d} = \frac{\ln(b)}{2 \arccos\left(\frac{-a}{2\sqrt{b}}\right)} = -\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}. \quad (39)$$

A semelhança entre (32) e (39) é evidente, de onde vem:

$$M_{0z} = e^{k\pi} \quad (40)$$

e

$$\xi_z = \sqrt{\frac{k^2}{1 + k^2}}. \quad (41)$$

É importante notar que a dedução de (40) foi feita a partir da equação característica, de modo a ser compatível com a equação obtida por um processo de identificação. Além disso, percebe-se que  $M_{0z}$  não depende do tempo de amostragem  $T_s$ .

Considere agora que se deseja fazer o sistema em malha fechada ser  $K\%$  mais rápido e que se tenha um requisito para o máximo sobrepasso (sobrepasso de projeto)  $M_{0p} \neq 0$ . O fator de amortecimento de projeto é dado por (33). O tempo de assentamento é aproximado por  $t_s \approx \frac{4}{\xi\omega_n}$ , para  $\xi < 0,8$ , ou seja, depende da parte real do polo. Então para a malha fechada ser  $K\%$  mais rápida, tem-se que:

$$\omega_{np} = \frac{\left(1 + \frac{K\%}{100}\right) \xi \omega_n}{\xi_p}. \quad (42)$$

Utilizando a relação (37) em (42) obtem-se:

$$\omega_{np} = \frac{-\left(1 + \frac{K\%}{100}\right) c}{\xi_p}. \quad (43)$$

Sendo assim, obtem-se

$$c_2 = -\xi_p \omega_{np} \text{ e } d_2 = \omega_{np} \sqrt{1 - \xi_p^2}$$

e os polos de malha fechada são dados por

$$p_{p1,2} = e^{c_2 T_s} [\cos(T_s d_2) \pm j \operatorname{sen}(T_s d_2)]. \quad (44)$$

**Exemplo:** Seja o denominador identificado de um sistema amostrado a  $T_s = 0,05s$  dado por

$$z^2 - 1,4685159z + 0,6703200.$$

Os critérios de desempenho são  $M_0 = 0,1$  e  $K\% = 100$ . Primeiramente, verifica-se a questão do sobrepasso. Para isso, utiliza-se a Equação (40), obtendo-se  $M_{0z} = 0,25$ . Como o sobrepasso do sistema é maior que o de projeto, então a escolha do fator de amortecimento será baseada no valor de 0,1. Utilizando-se a Equação (33), obtem-se o valor do fator de amortecimento de projeto de

$$\xi_p = 0,59.$$

Por fim, utilizando o requisito de desempenho  $K_{\%}$  e a Equação (43), obtém-se

$$\omega_{n_p} = 13,55.$$

Dessa forma, o denominador do modelo de referência é dado pela Equação (44), obtendo-se

$$z^2 - 1,1453295z + 0,4495761.$$

## 6 Filtros reduzidos para controladores com ação integradora fixa

Embora grande parte da teoria apresentada na Seção 4 sirva para controladores com estrutura livre, este trabalho está direcionado para controladores PID, que possuem ação integradora fixa. Além disso, a grande maioria dos controladores possui essa função, pois ela garante o seguimento de referência (*setpoint*) constante em regime permanente (Ogata, 1990), que é um dos requisitos de desempenho utilizados nesse trabalho. Sendo assim, serão apresentadas nessa seção versões simplificadas para o filtro em (12) considerando alguns dos tipos mais comuns de modelos, além de serem aqueles em que a utilização de um controlador PID possa ter uma boa *performance*. Essas versões simplificadas serão úteis no sentido de reduzirem o esforço computacional por poderem ser calculadas recursivamente. Doravante,  $C^F(z) = \frac{1}{z-1}$  e será usada a definição

$$X(z) \triangleq \frac{M(z)}{C^F(z)(1-M(z))} = \frac{M(z)(z-1)}{1-M(z)}. \quad (45)$$

### 6.1 Modelo de referência com um único polo

Considere um modelo de referência de primeira ordem com polo  $p_{MR1} \in \mathbb{R}$ , tal que  $|p_{MR1}| < 1$ , cujo ganho em regime permanente é 1. Esse modelo é representado matematicamente por

$$M_1(z) = \frac{1 - p_{MR1}}{z - p_{MR1}}. \quad (46)$$

Substituindo (46) em (45) vem

$$\begin{aligned} X_1(z) &= \frac{\frac{(1-p_{MR1})(z-1)}{z-p_{MR1}}}{\frac{z-p_{MR1}-1+p_{MR1}}{z-p_{MR1}}} = \frac{(1-p_{MR1})(z-1)}{z-1} \\ X_1(z) &= (1-p_{MR1}). \end{aligned} \quad (47)$$

Se o modelo contém  $nk \geq 1$  atraso(s), então o filtro (45) assume uma forma recursiva no denominador dependente de  $nk$ , como pode ser demonstrado. Seja

$$M_{1_{nk}}(z) = \frac{1 - p_{MR1}}{z^{nk}(z - p_{MR1})},$$

então

$$X_{1_{nk}}(z) = \frac{\frac{(1-p_{MR1})(z-1)}{z^{nk}(z-p_{MR1})}}{\frac{z^{nk}(z-p_{MR1})-(1-p_{MR1})}{z^{nk}(z-p_{MR1})}} = \frac{(1-p_{MR1})(z-1)}{z^{nk+1} - p_{MR1}z^{nk} - (1-p_{MR1})}.$$

Fatorando-se o denominador por  $z-1$ , obtém-se a forma

$$X_{1_{nk}}(z) = \frac{(1-p_{MR1})}{z^{nk} + (1-p_{MR1})z^{nk-1} + (1-p_{MR1})z^{nk-2} + \dots + (1-p_{MR1})}, nk \geq 1. \quad (48)$$

## 6.2 Modelo de referência com dois polos

Se o modelo de referência escolhido for de segunda ordem, então os polos  $p_{MR1}, p_{MR2} \in \mathbb{C}$ , são tais que  $|p_{MR1}|, |p_{MR2}| < 1$ , e o ganho em regime permanente deve manter-se em 1. Esse modelo é representado matematicamente por

$$M_2(z) = \frac{(1 - p_{MR1})(1 - p_{MR2})}{(z - p_{MR1})(z - p_{MR2})}. \quad (49)$$

Substituindo (49) em (45) tem-se

$$\begin{aligned} X_2(z) &= \frac{\frac{(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})(z-1)}{(z-p_{MR1})(z-p_{MR2})}}{z^2 - (p_{MR1}+p_{MR2})z + p_{MR1}p_{MR2} - 1 + \frac{(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})(z-1)}{(z-p_{MR1})(z-p_{MR2})}} \\ X_2(z) &= \frac{(1 - p_{MR1})(1 - p_{MR2})(z - 1)}{(z + (1 - (p_{MR1} + p_{MR2}))(z - 1))} \\ X_2(z) &= \frac{(1 - p_{MR1})(1 - p_{MR2})}{z + (1 - (p_{MR1} + p_{MR2}))}. \end{aligned} \quad (50)$$

Sendo  $|p_{MR1}|, |p_{MR2}| < 1$ , então o polo do filtro sempre é estável (contido no círculo unitário com centro na origem). Se esse polo for negativo, ou seja, se  $1 - (p_{MR1} + p_{MR2}) \geq 0$ , então ou um polo é muito mais rápido que o outro e uma redução de ordem pode ser feita, ou os dois polos são rápidos e o período de amostragem é inadequado.

Se o modelo contém  $nk \geq 1$  atraso(s), então o filtro (45) também assume uma forma recursiva no denominador dependente de  $nk$ . Seja

$$M_{2_{nk}}(z) = \frac{(1 - p_{MR1})(1 - p_{MR2})}{z^{nk}(z - p_{MR1})(z - p_{MR2})},$$

então

$$\begin{aligned} X_{2_{nk}}(z) &= \frac{\frac{(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})(z-1)}{z^{nk}(z-p_{MR1})(z-p_{MR2})}}{z^{nk}(z-p_{MR1})(z-p_{MR2}) - (1-p_{MR1})(1-p_{MR2})} \\ X_{2_{nk}}(z) &= \frac{(1 - p_{MR1})(1 - p_{MR2})(z - 1)}{z^{nk+2} - (p_{MR1} + p_{MR2})z^{nk+1} + p_{MR1}p_{MR2}z^{nk} - (1 - p_{MR1})(1 - p_{MR2})}. \end{aligned}$$

Fatore o denominador por  $z - 1$  e obtenha a forma

$$\begin{aligned} X_{2_{nk}}(z) &= \frac{(1 - p_{MR1})(1 - p_{MR2})}{z^{nk+1} + (1 - (p_{MR1} + p_{MR2}))z^{nk} + (1 - p_{MR1})(1 - p_{MR2})z^{nk-1} + \dots} \\ &\quad \dots \frac{(1 - p_{MR1})(1 - p_{MR2})}{\dots + (1 - p_{MR1})(1 - p_{MR2})}, nk \geq 1. \end{aligned} \quad (51)$$

## 6.3 Modelo de referência com dois polos e um zero

Por último, se o modelo de referência escolhido for de segunda ordem e tiver um zero especificado (abrangendo então o caso de zero de fase não-mínima), então os polos  $p_{MR1}, p_{MR2} \in \mathbb{C}$ , são tais que  $|p_{MR1}|, |p_{MR2}| < 1$ , e o zero  $z_{MR} \in \mathbb{R}$ . O ganho em regime permanente deve manter-se em 1. Esse modelo é representado matematicamente por

$$M_3(z) = \frac{\frac{(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})}{(1-z_{MR})}(z - z_{MR})}{(z - p_{MR1})(z - p_{MR2})}. \quad (52)$$

Substituindo (52) em (45) vem

$$\begin{aligned}
X_3(z) &= \frac{\frac{(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})}{(1-z_{MR})}(z-z_{MR})(z-1)}{(z-p_{MR1})(z-p_{MR2}) - \frac{(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})}{(1-z_{MR})}(z-z_{MR})} \\
X_3(z) &= \frac{\frac{(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})}{(1-z_{MR})}(z-z_{MR})(z-1)}{(z-1)\left(z - \frac{z_{MR}(1-p_{MR1}-p_{MR2})+p_{MR1}p_{MR2}}{(1-z_{MR})}\right)} \\
X_3(z) &= \frac{\frac{(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})}{(1-z_{MR})}(z-z_{MR})}{z - \frac{z_{MR}(1-p_{MR1}-p_{MR2})+p_{MR1}p_{MR2}}{(1-z_{MR})}}. \tag{53}
\end{aligned}$$

Para que o filtro (53) seja estável, alguns cuidados devem ser tomados. Sejam  $p_{MR1}$  e  $p_{MR2}$  polos reais e estáveis tais que  $p_{MR1} > p_{MR2}$ . Se o zero do filtro for maior que 1, e  $p_{MR1}$  representa o polo dominante *a priori*, então  $p_{MR2}$  deverá ser tal que

$$p_{MR2} > \frac{p_{MR1}z_{MR} - 1}{p_{MR1} - z_{MR}}.$$

Quanto mais o zero se aproxima de 1 pela direita, maior o valor de  $p_{MR2}$ . Isso fará o polo em  $p_{MR1}$  não ser mais dominante. Por outro lado, se o zero do filtro for estável e positivo, então basta que

$$z_{MR} < \frac{1 + p_{MR1}p_{MR2}}{p_{MR1} + p_{MR2}}.$$

Se o modelo contém  $nk \geq 2$  atrasos, então o filtro (45) também assume uma forma recursiva no denominador dependente de  $nk$ . Seja

$$M_{3_{nk}}(z) = \frac{\frac{(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})}{(1-z_{MR})}(z-z_{MR})}{z^{nk}(z-p_{MR1})(z-p_{MR2})},$$

então

$$X_{3_{nk}}(z) = \frac{\frac{(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})}{(1-z_{MR})}(z-z_{MR})(z-1)}{z^{nk}(z-p_{MR1})(z-p_{MR2}) - \frac{(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})}{(1-z_{MR})}(z-z_{MR})}.$$

Fatore o denominador por  $z-1$  e obtenha a forma

$$\begin{aligned}
X_{3_{nk}}(z) &= \frac{\frac{(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})}{(1-z_{MR})}(z-z_{MR})}{z^{nk+1} + (1-(p_{MR1}+p_{MR2}))z^{nk} + (1-p_{MR1})(1-p_{MR2})z^{nk-1} + \dots} \\
&\quad \dots \frac{\frac{z_{MR}(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})}{(1-z_{MR})}}{\dots - \frac{z_{MR}(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})}{(1-z_{MR})}}, nk \geq 2. \tag{54}
\end{aligned}$$

Se  $nk = 1$ , o filtro (54) assume a forma

$$X_{3_{nk=1}}(z) = \frac{\frac{(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})}{(1-z_{MR})}(z-z_{MR})}{z^2 + (1-(p_{MR1}+p_{MR2}))z - \frac{z_{MR}(1-p_{MR1})(1-p_{MR2})}{(1-z_{MR})}}.$$



## 7 Definição do modelo de referência

Considerando-se a parte do modelo e o atraso identificados para controle no passo intermediário e as relações apresentadas na Seção 5, propõe-se uma estratégia para fazer a escolha do modelo de referência. Primeiramente, algumas definições adotadas são apresentadas:

- Um polo será considerado dominante sobre o outro quando a relação de rapidez entre eles for igual ou maior a 4 (Bazanella; da Silva, 2005), ou seja,  $\frac{\log(\min(\text{polos}))}{\log(\max(\text{polos}))} \geq 4$ .
- Serão considerados zeros de fase não-mínima no domínio de tempo discreto somente os zeros positivos maiores que 1, visto que os zeros negativos são consequência da amostragem e apresentam *ganho* positivo (Aström et al., 1984).
- O modelo de referência com 1 polo será referenciado como tipo 1; com dois polos, tipo 2; e com 2 polos e um zero, tipo 3.
- Quando um modelo do tipo 2 ou 3 for escolhido e um dos requisitos de desempenho for  $M_0 = 0$ , um polo real será escolhido em função do requisito  $K_{\%}$  e o outro será 4 vezes mais rápido. Embora se utilize a relação de dominância entre os polos *do modelo*, essa escolha leva a uma filtragem mais suave do sinal  $u(t)$ , tornando o controlador menos agressivo. No entanto, se for identificado um zero de fase não mínima, então o outro polo será apenas 2 vezes mais rápido.
- Quando um zero estável for adicionado ao modelo do tipo 3, ele será 6 vezes mais rápido que o polo dominante *do modelo de referência*. O fato de se ter um zero mais próximo de 0 faz o ganho relacionado ao polo mais rápido se aproximar ao ganho do polo mais lento.
- Sendo  $\vartheta = [ a_1 \ a_2 \ b_1 \ b_2 ]$  o vetor de parâmetros identificados do sistema, a ocorrência de polos complexos será verificada por  $\Delta = a_1^2 - 4a_2 < 0$ .

Sendo assim, a escolha do modelo de referência pode ser feita observando-se a Tabela 1 em função das características estimadas do modelo.

Tabela 1: Como escolher o modelo. Ordem de escolha é da esquerda para direita.

	Zero fnm	$\Delta$		Polos		$M_0$	
		$< 0$	$\geq 0$	não-dominante	dominante	=0	$\neq 0$
Modelo tipo 1						X	
Modelo tipo 2		X	Verificar dominância		Verificar $M_0$		X
Modelo tipo 3	X			X			

Então, se foi identificado um zero de fase não-mínima no sistema, o modelo de referência será do tipo 3. Se não é o caso, então verifica-se se os polos identificados são complexos. Se sim, então o modelo de referência será do tipo 2. No entanto, se os polos identificados forem

reais, verifica-se se há dominância. Se não houver dominância (2 polos reais não dominantes do sistema), então o modelo de referência do tipo 3. Caso exista dominância, então verifica-se  $M_0$  de projeto. Caso não se deseje sobrepasso em malha fechada, então um modelo de referência do tipo 1 será escolhido (esse é o caso em que o sistema identificado é reduzido a um sistema de primeira ordem: 2 polos reais e dominantes). Se existe uma margem para sobrepasso em malha fechada, então um modelo do tipo 2 é escolhido.

## 8 Aplicação em sistemas reais e simulados

Nesta seção serão apresentadas algumas aplicações do método estudado. Duas simulações e duas aplicações em sistemas reais foram feitas. Os testes em sistemas reais foram realizados em um controle de nível em tanque esférico e em um circuito RLC. Esses testes tentam cobrir uma série de comportamentos normalmente observados em sistemas, bem como diferentes resultados do método para requisitos de desempenho variados.

No intuito de avaliar os resultados obtidos, foi feita uma medida do erro médio baseada na função custo (8) definida como

$$\epsilon = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{t=1}^N [y_d(t) - y(t)]^T [y_d(t) - y(t)]}. \quad (55)$$

Utiliza-se a raiz quadrada a fim de levar o erro para a mesma escala do sinal do sistema.

### 8.1 Sistema 1: Sistema com polos complexos - Simulação

Respostas oscilatórias, mas que convergem assintoticamente, são resultantes de sistemas subamortecidos, para os quais o coeficiente de amortecimento é tal que  $0 < \xi < 1$ , para o qual uma frequência natural  $\omega_n$  está associada, causando oscilações. Essas respostas são frequentes em sistemas mecânicos, os quais são geralmente simplificados para uma equação massa-mola-amortecedor equivalentes.

Considere um sistema cuja função de transferência seja

$$G(s) = \frac{20}{(s^2 + 4s + 25)}, \quad (56)$$

para o qual  $\xi = 0,4$  e  $\omega_n = 5$  rad/s e, portanto  $t_s \approx 2$  s. Ele será amostrado a uma taxa de  $T_s = 0,05$  segundos e é afetado por ruído na saída. Três casos serão testados: um controlador PID e requisitos  $K_{\%} = 100$  e  $M_0 = 0$ , um controlador PID e requisitos  $K_{\%} = 150$  e  $M_0 = 0,1$  e por fim, um controlador PID com os mesmos requisitos do segundo teste, porém os dados utilizados serão os dados coletados em malha fechada com o segundo controlador atuando na planta. A resposta do sistema em malha aberta para um trem de pulsos de amplitude 10 na entrada é mostrada na Figura 1.

Utilizando o método proposto, o modelo de referência determinado para o primeiro, segundo e terceiro casos respectivamente foram:

$$M_1(z) = \frac{0,11938}{(z - 0,7987)(z - 0,4069)},$$

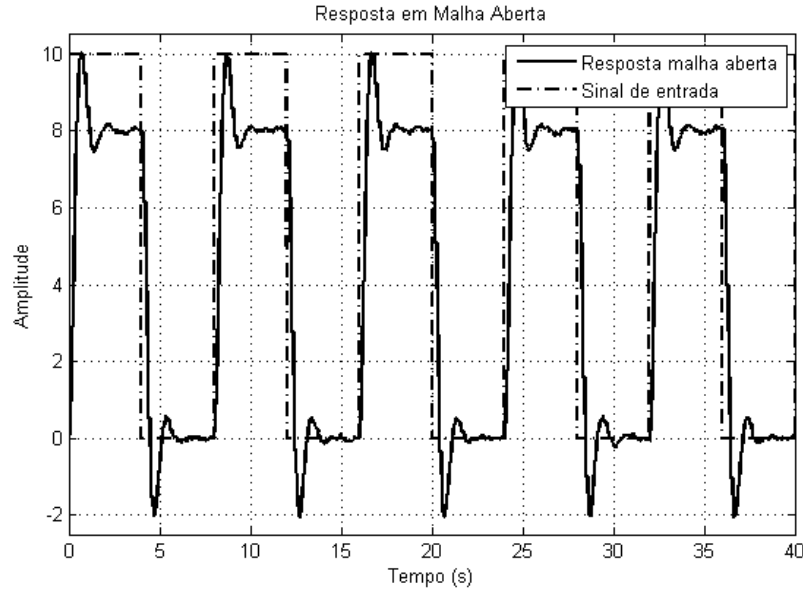


Figura 1: Ensaio em malha aberta realizado no sistema (56) para obter os controladores identificados.

$$M_2(z) = \frac{0,1696}{(z^2 - 1,401z + 0,5701)},$$

$$M_3(z) = \frac{0,15174}{(z^2 - 1,439z + 0,5906)},$$

para os quais os seguintes controladores foram identificados:

$$C_1(z) = \frac{2,8426(z^2 - 1,728z + 0,7942)}{z(z - 1)}, \quad (57)$$

$$C_2(z) = \frac{4,9662(z^2 - 1,718z + 0,7896)}{z(z - 1)}, \quad (58)$$

$$C_3(z) = \frac{5,7536(z^2 - 1,709z + 0,7681)}{z(z - 1)}. \quad (59)$$

Quando o controlador (57) é colocado na malha fechada com o sistema (56), a resposta obtida para uma referência igual a 10, quando o sistema parte do repouso, é mostrada na Figura 2. O erro médio entre a resposta obtida e a resposta desejada, nesse caso, foi de

$$\epsilon = 0,00341815388469971.$$

A resposta obtida com o controlador (57) é bastante satisfatória; o tempo de assentamento foi reduzido pela metade e não houve sobressinal, conforme projetado. Grande parte do erro está associada ao ruído presente no sistema.

Para o controlador (58), a resposta é mostrada na Figura 3 e o erro é

$$\epsilon = 0,00816249397528339.$$

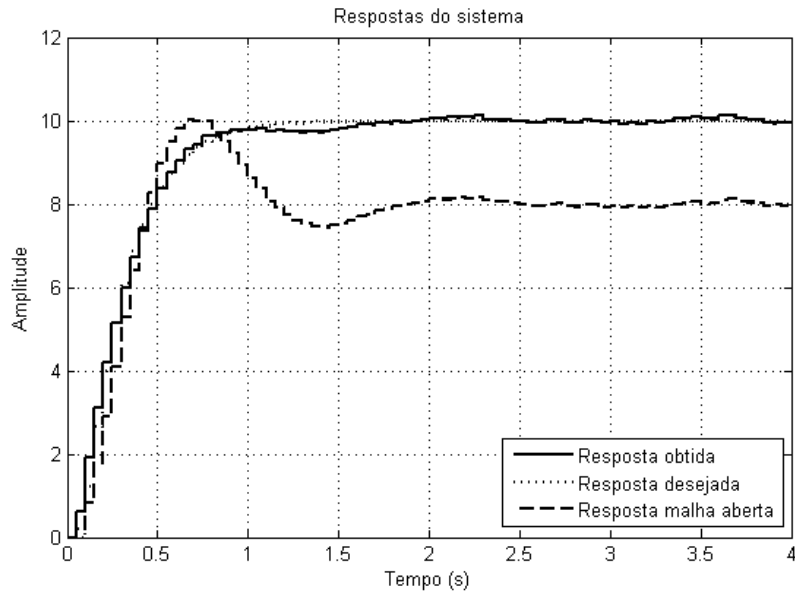


Figura 2: Comparação entre a resposta obtida com o controlador (57) em malha fechada, a resposta desejada e a resposta em malha aberta.

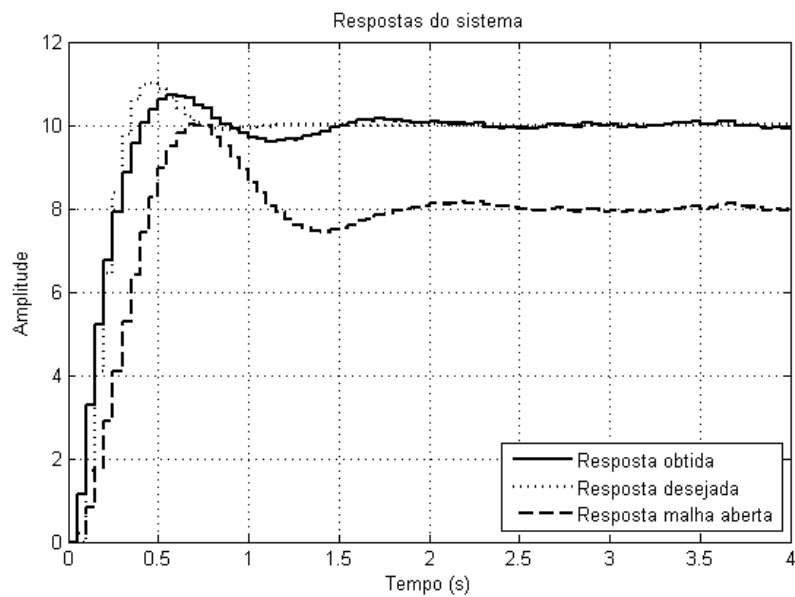


Figura 3: Comparação entre a resposta obtida com o controlador (58) em malha fechada, a resposta desejada e a resposta em malha aberta.

A resposta observada no segundo teste com o controlador (58) é satisfatório, considerando-se um requisito de projeto mais exigente para o tempo de acomodação, apesar de permitir até 10% de sobrepasso. De fato, o sobrepasso na resposta foi menor que o de projeto, porém o tempo de assentamento foi cerca de 1s maior que o projetado.

Por fim, um comparativo da resposta obtida com os controladores(58) e (59) é mostrado na Figura 4. O erro entre o modelo de referência e a resposta obtida no terceiro ensaio é de

$$\epsilon = 0,0112454936488176.$$

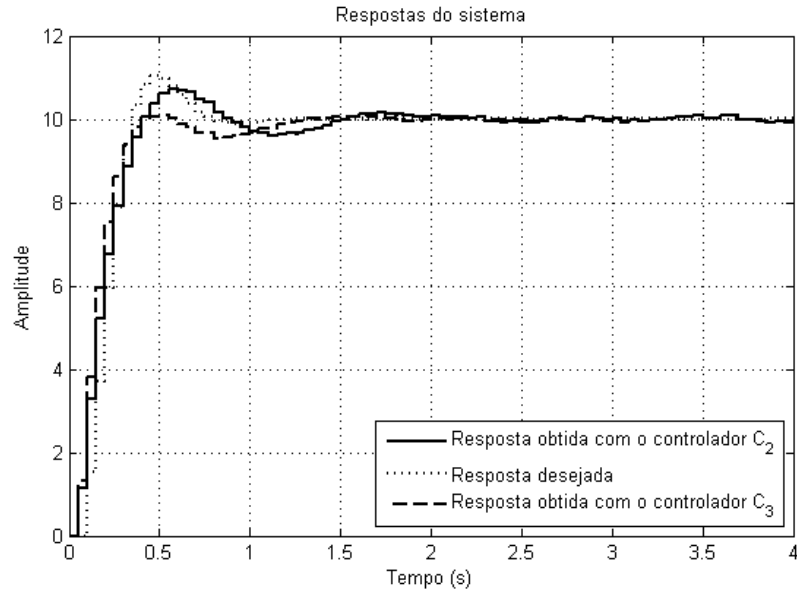


Figura 4: Comparação entre a resposta obtida com os controladores (58) e (59) em malha fechada, e a resposta desejada.

Apesar da resposta obtida com o controlador (59) estar mais afastada da resposta desejada, se comparada com a resposta obtida com o controlador (58), visto que o erro é maior, pode-se dizer que o desempenho em malha fechada é significativamente melhor. A margem de sobrepasso deixada no projeto em detrimento de uma resposta mais rápida foi praticamente zerada e ainda se obteve uma resposta mais rápida que a obtida com (58). Sendo assim, usar uma única métrica para avaliar o desempenho do controlador, principalmente quando ele não pertence a classe de controladores ideais, não necessariamente é a melhor maneira de avaliar o desempenho de um controlador atuando em um sistema.

## 8.2 Sistema 2: Sistema com zero de fase não-mínima - Simulação

A resposta inversa, ou sistema com zero de fase não-mínima, ocorre como resultado líquido de, pelo menos, dois modos dinâmicos de magnitudes diferentes e concorrentes, operando em escalas de tempo diferentes. O modo mais rápido possui menor magnitude e tem efeito contrário ao modo mais lento, sendo responsável pela resposta inicial na direção “errada”. Ela não é um tipo de resposta comum, mas é mais frequentemente encontrada na indústria de processos, como no caso do nível de tubulão de água de uma caldeira, de refeedores de uma coluna de destilação e de reatores catalíticos tubulares exotérmicos (Campos; Teixeira, 2010).

Considere um sistema cuja função de transferência seja

$$G(s) = \frac{-3(s - 0,3)}{(s + 0,5)(s + 1,5)}. \quad (60)$$

Ele será amostrado a uma taxa de  $T_s = 0,25$  segundos e é afetado por ruído na saída. Com uma simples malha de controle PID para esse tipo de sistema, não é possível atingir requisitos de desempenho transitório muito rigorosos. Dessa forma, os requisitos adotados são:  $K_{\%} = 50$  e  $M_0 = 0$ . A resposta do sistema em malha aberta para um trem de pulsos de

amplitude 10 na entrada é mostrada na Figura 5. Utilizando o método proposto, o modelo de referência determinado foi

$$M(z) = \frac{-0,68052(z - 1,079)}{(z - 0,829)(z - 0,6873)},$$

para o qual o seguinte controlador PID foi identificado

$$C(z) = \frac{1,2985(z - 0,8217)(z - 0,774)}{z(z - 1)}. \quad (61)$$

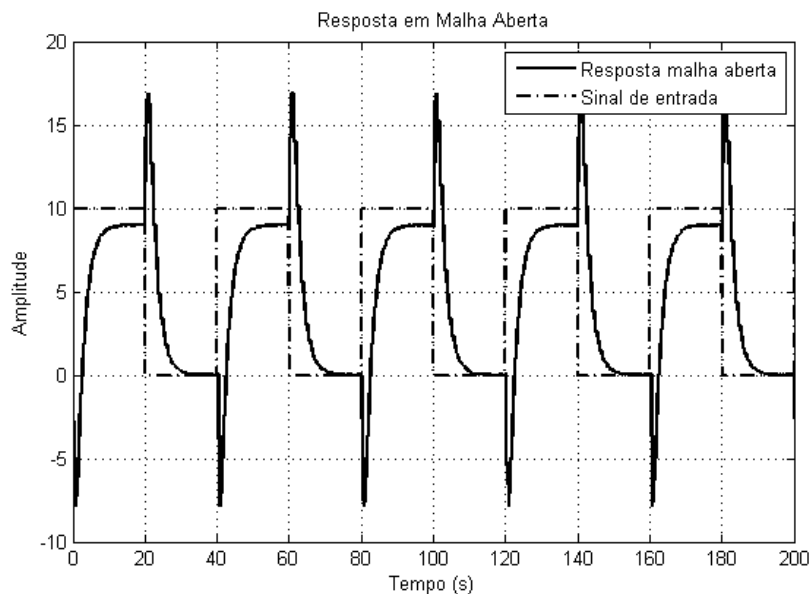


Figura 5: Ensaio em malha aberta realizado no sistema (60) para obter o controlador identificado.

Quando o controlador (61) é colocado na malha fechada com o sistema (60), a resposta obtida para uma referência igual a 10, quando o sistema parte do repouso, é mostrada na Figura 6. O erro médio entre a resposta obtida e a resposta desejada, nesse caso, foi de

$$\epsilon = 0,0155132843855663.$$

É importante notar que o controlador PID claramente não pertence à classe de controladores ideais, de forma que uma deterioração na resposta obtida em relação à resposta desejada era esperada.

### 8.3 Sistema 3: Circuito RLC - Aplicação

Primeiramente, o circuito RLC sobre o qual pretende-se aplicar o sistema de controle é mostrado na Figura 7. A variável controlada é tensão  $y(t)$  sobre o capacitor  $C$  e a variável manipulada é a tensão de entrada  $v(t)$ . Nenhum modelo matemático fenomenológico do circuito foi levantado. Assume-se que o circuito já foi utilizado anteriormente e, portanto,

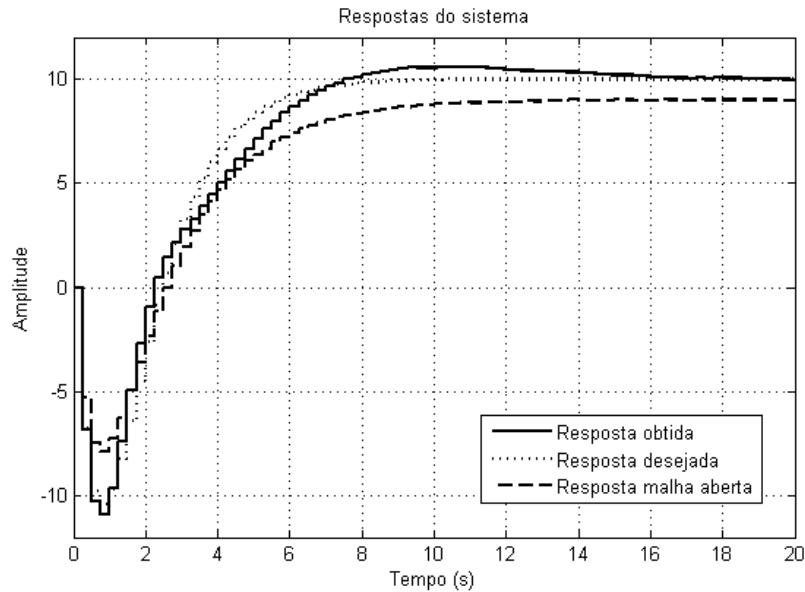


Figura 6: Comparação entre a resposta obtida com o controlador (61) em malha fechada, a resposta desejada e a resposta em malha aberta.

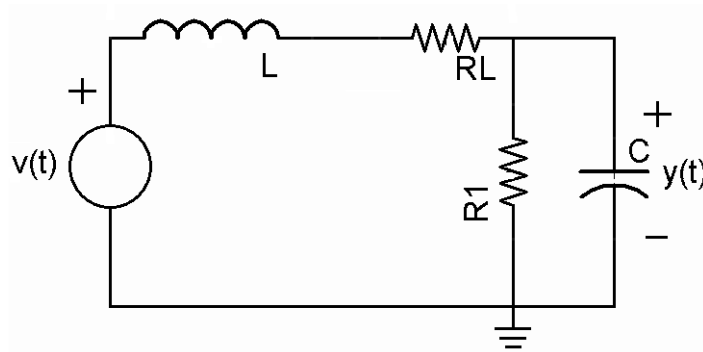


Figura 7: Circuito RLC que se deseja controlar.

a região de operação é conhecida. Além disso, o tempo de amostragem é dado e é igual a  $T_s = 0,04s$ .

Como características de projeto, foram escolhidos: controlador tipo PID,  $K_{\%} = 75$  e  $M_0 = 0$ . Um ensaio em malha aberta como mostrado na Figura 8 foi realizado, com a tensão de entrada variando entre 3,6V e 2,6V.

O modelo de referência determinado para os requisitos desejados foi:

$$M(z) = z^{-1} \frac{0,12269}{(z - 0,8773)},$$

para o qual o seguinte controlador foi identificado:

$$C(z) = \frac{2,8621(z - 0,9279)(z - 0,1406)}{z(z - 1)}. \quad (62)$$

O controlador foi, então, colocado em malha fechada com o circuito. A ação de controle é calculada utilizando a equação de recorrência relativa à função de transferência do controlador PID (17), dada por:

$$u(t) = u(t - 1) + \rho_0 e(t) + \rho_1 e(t - 1) + \rho_2 e(t - 2). \quad (63)$$

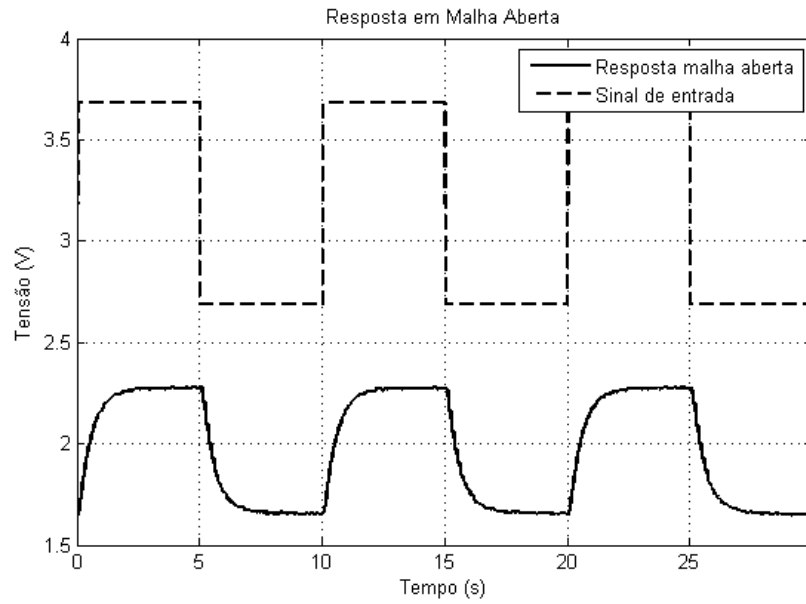


Figura 8: Ensaio em malha aberta realizado no circuito RLC para obter o controlador identificado

Com o sistema tendo atingido o estado estacionário, um salto na referência de 1,5V para 2,5V foi aplicado no tempo de 10,12 segundos. A resposta obtida é mostrada na Figura 9.

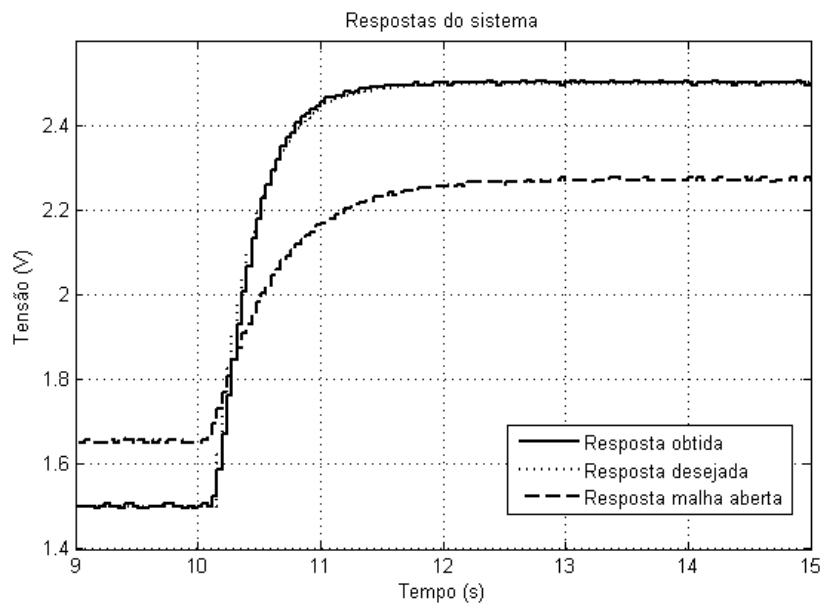


Figura 9: Comparação entre a resposta obtida com o controlador (62) em malha fechada com o circuito RLC, a resposta desejada e a resposta em malha aberta

O erro médio foi de

$$\epsilon = 0,000986549821017787V.$$

Nota-se que a resposta obtida foi praticamente igual ao desempenho desejado e o erro médio foi baixíssimo, de forma que o método proposto atingiu as expectativas.



## 8.4 Sistema 4: Nível em tanque esférico - Aplicação

Por fim, foi realizado um teste com o método proposto em uma planta de tanques esféricos. A variável controlada é o nível no tanque e a variável manipulada é a corrente na bomba de vazão de entrada do tanque. O sinal de corrente é no padrão 4 – 20mA e o nível no tanque varia de 0 a 27cm. Como as plantas de nível possuem uma característica próxima da integradora (Campos; Teixeira, 2010), o ensaio para identificação do controlador foi feito em malha fechada. O período de amostragem foi de 1 segundo e o controlador inicial era um PI cuja função de transferência em tempo discreto é dada por:

$$C_{ini}(z) = \frac{4,5z - 3,8}{z - 1}. \quad (64)$$

O teste feito consistiu fazer dois saltos de amplitude de 4cm na referência, um de 11cm para 15cm e outro na direção contrária. A escolha do ponto de operação foi influenciada por ser a região central da esfera, a fim de minimizar a não-linearidade do sistema. O resultado do ensaio realizado é mostrado na Figura 10.

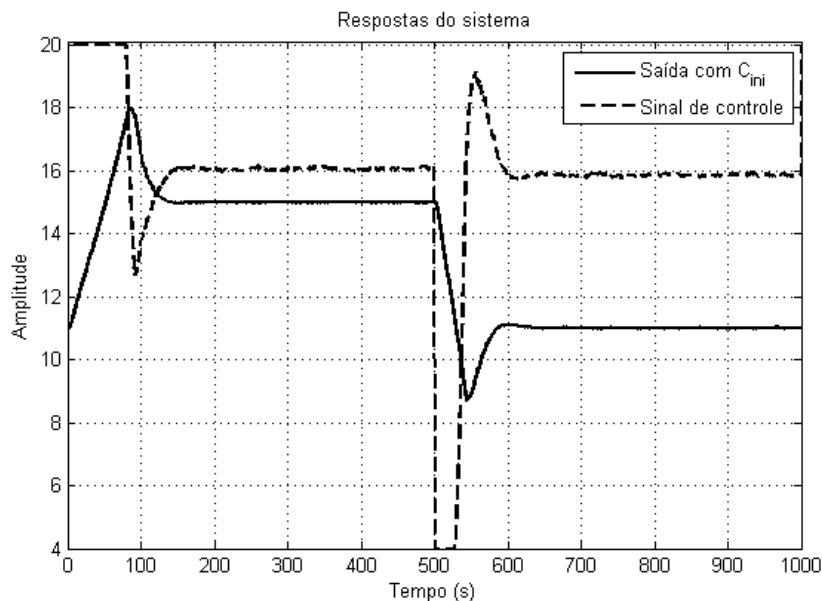


Figura 10: Ensaio em malha fechada na planta de nível para identificação do controlador.

Com relação a esse ensaio, observa-se que o sistema em malha fechada com o controlador inicial apresentou um alto sobressinal. Grande parte disso se deve ao fato de o sinal de controle ter permanecido por um longo período saturado em 20mA. Além disso, saturação do sinal de controle é uma situação relativamente comum em ambientes industriais. A partir dos sinais coletados, um novo controlador PI foi projetado utilizando o método proposto. Os requisitos de desempenho são: erro nulo em regime permanente,  $K_{\%} = 100$  e  $M_0 = 0$ . O modelo de referência estimado foi:

$$M(z) = \frac{0,022197}{z - 0,977803}, \quad (65)$$

para o qual o controlador identificado foi:

$$C_{id}(z) = \frac{2,3711(z - 0,9896)}{(z - 1)}. \quad (66)$$

O resultado do ensaio comparado com a resposta desejada é mostrado na Figura 11 e um comparativo das respostas obtidas com os controladores (64) e (66) é mostrado na Figura 12. O erro médio entre a resposta e o modelo é de

$$\epsilon = 0,0917951080041781\text{cm}.$$

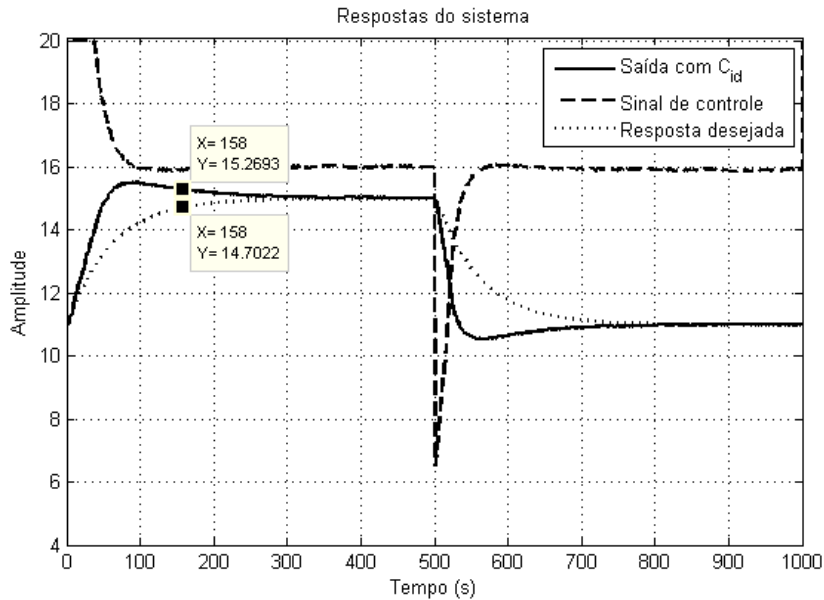


Figura 11: Comparação da resposta em malha fechada obtida com o controlador (66) em malha fechada e a resposta desejada

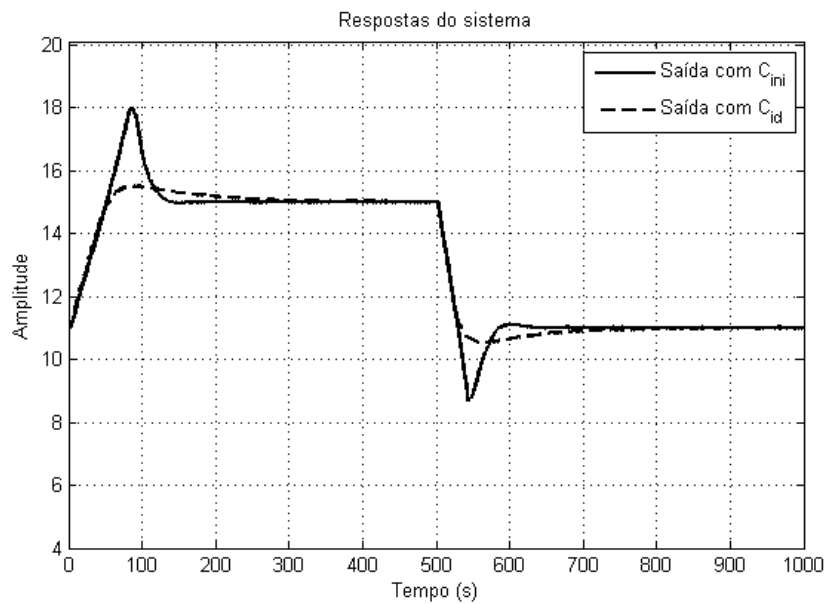


Figura 12: Comparação entre a resposta obtida com os controladores (64) e (66) em malha fechada.

Algumas observações devem ser destacadas:

- Nota-se como o polo do MR (65) é bastante próximo de 1, mesmo utilizando um requisito de desempenho de 100% mais rápido.
- O sistema em malha fechada com o controlador identificado também apresentou sobrepasso, porém muito menor em relação ao controlador inicial, como observado na Figura 12. Mais uma vez, houve saturação do sinal de controle, porém por um tempo quase 2 vezes menor.
- Só pelo fato do sistema apresentar características não-lineares mais acentuadas, principalmente no ganho da planta, o controlador identificado não pertence à classe de controladores ideais.
- Mesmo havendo sobrepasso, saturação, ruído e o controlador não pertencer à classe, o requisito de desempenho  $K_{\%}$  foi atingido.
- Utilizar o sinal com saturação provavelmente prejudicou a estimativa dos parâmetros do controlador. Porém, é importante levar a aplicação do método para situações mais reais. Afim de melhorar o controlador estimado, uma ressintonia do controlador pode ser feita utilizando os dados do segundo experimento.

## 9 Conclusão e Trabalhos Futuros

Neste trabalho foi estudado um novo método direto de controle baseado em dados, que consiste na identificação do controlador ótimo, o qual faz o sistema em malha fechada comportar-se como um modelo de referência escolhido. Esse problema é solucionado parametrizando a função de transferência do sistema em função do modelo de referência e em função do controlador e aplicando um método de identificação. Além disso, o método permite escolhas mais amplas quanto à classe do controlador, sendo possível identificar controladores lineares nos parâmetros, de ordem cheia, com alguns parâmetros fixos e outros livres etc.

A fim de tornar o método mais atrativo para ambientes industriais, neste trabalho ele foi restringido para aplicações com controladores PID. Além disso, é importante notar que todo o trabalho foi desenvolvido para sistemas em tempo discreto. Sendo assim, a maior contribuição desse trabalho foi determinar um modelo de referência em tempo discreto a partir de requisitos de desempenho em tempo contínuo e de um passo intermediário de identificação de algumas características do sistema. Esse passo intermediário possibilita a extensão do método para sistemas com zero de fase não-mínima.

Na maioria das vezes, controladores PID não pertencem à classe de controladores ideais. Isso fará a função custo nunca ser nula, mas pode-se chegar a valores bem próximos de zero. Ensaio de identificação em torno do ponto de operação do sistema e escolhas não exageradas de requisitos de desempenho são fundamentais para minimizar a função custo quando o controlador não pertence à classe.

No que se refere à parte prática e aos trabalhos futuros, algumas melhorias ainda podem ser feitas. O método de estimação do atraso é a única parte do trabalho que realmente processa todos os dados coletados ao mesmo tempo, enquanto todo o resto pode ser resolvido recursivamente. Isso limita a inclusão do método em um sistema microcontrolado, de forma que possa ser inserido em um instrumento de campo. Como na indústria de processos o atraso geralmente é um limitante, é importante que ele seja estimado. Sendo assim, a criação de um algoritmo para estimação do atraso em tempo real seria uma grande avanço no trabalho e permitiria que todo o código fosse processado recursivamente, ficando no MATLAB somente a parte de supervisão, o que poderia inclusive ser feito por qualquer outro software específico. Uma alternativa mais rápida seria fornecer o atraso como dado de entrada do algoritmo, no entanto iria depender do grau de conhecimento do operador sobre a planta. A ideia de se implementar tudo em um microcontrolador é transformar o que foi apresentado neste trabalho em um produto para a indústria, de forma que possa ser usado em campo pelo operador.

O teste feito na planta de nível ajudou a corroborar com a robustez do método estudado e da melhorias propostas. Algumas das situações reais em ambientes industriais serviram para testar o algoritmo aplicado em um mundo não-linear e com limitações. Por fim, destaca-se que o método apresentado foi desenvolvido para seguimento de referência. Uma formulação semelhante poderia ser feita para o caso de controle regulatório, a fim de reduzir a variabilidade no sistema.

# Referências Bibliográficas

- K. J. Aström, P. Hagander, J. Sternby. **Zeros of Sampled Systems.** *Automatica*, v. 22, n. 1, p. 31 – 38, 1984. London, UK.
- A. S. Bazanella, J. M. G. da Silva. **Sistemas de Controle: princípios e métodos de projeto.** UFRGS Editora, 2005.
- A. S. Bazanella, L. Campestrini, D. Eckhard. **Data-Driven Controller Design: The H2 Approach.** Springer, 2011.
- L. Campestrini. **Contribuições para métodos de controle baseados em dados obtidos em apenas um experimento.** Tese de Doutorado, UFRGS, 2010. Porto Alegre, Brasil.
- L. Campestrini, D. Eckhard, A. S. Bazanella, M. Gevers. **Model Reference Control Design by Prediction Error Identification.** In *16th IFAC Symposium on System Identification*, p. 1478 – 1483, 2012. Brussels, Belgium.
- M. Campi, A. Lecchini, S. Savaresi. **Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers.** *Automatica*, v. 38, n. 8, p. 1337 – 1346, 2002. Tarrytown, NY, USA,.
- M. Campos, H. Teixeira. **Controles típicos de equipamentos e processos industriais.** Blucher, 2010.
- M. Gevers. **Identification for Control: From the Early Achievements to the Revival of Experiment Design.** *European Journal of Control*, v. 11, n. 4 - 5, p. 335 – 352, 2005. London, UK.
- G. Guardabassi, S. Savaresi. **Virtual reference direct design method: an off-line approach to data-based control system design.** *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 45, n. 5, p. 954–959, 2000.
- H. Hjalmarsson, S. Gunnarsson, M. Gevers. **A convergent iterative restricted complexity control design scheme.** In *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, v. 2, p. 1735 – 1740, 1994.
- H. Hjalmarsson, M. Gevers, S. Gunnarsson, O. Lequin. **Iterative feedback tuning: theory and applications.** *Control Systems, IEEE*, v. 18, n. 4, p. 26 – 41, 1998. Piscataway, USA.

- A. Karimi, L. Miskovic, D. Bonvin. **Iterative correlation-based controller tuning.** *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, v. 18, n. 8, p. 645 – 664, 2004.
- A. Karimi, K. van Heusden, D. Bonvin. **Noniterative data-driven controller tuning using the correlation approach.** In *European Control Conference*, 2007. Kos, Greece.
- L. Ljung. **System identification: Theory for the user.** Prentice Hall, 1999.
- L. Ljung, T. Söderström. **Theory and practice of recursive identification.** MIT Press, 1987.
- J. Mårtensson, H. Hjalmarsson. **Variance-error quantification for identified poles and zeros.** *Automatica*, v. 45, n. 11, p. 2512 – 2525, 2009. Tarrytown, NY, USA.
- K. Ogata. **Modern Control Engineering.** Prentice Hall, 1990.
- A. Sala, A. Esparza. **Extensions to virtual reference feedback tuning: A direct method for the design of feedback controllers.** *Automatica*, v. 41, n. 8, p. 1473 – 1476, 2005a. Tarrytown, NY, USA.
- A. Sala, A. Esparza. **Virtual Reference Feedback Tuning in restricted complexity controllers design of non-minimum phase systems.** In *16th IFAC World Congress*, p. 235 – 340, 2005b. Prague, Czech Republic.
- K. van Heusden, A. Karimi, T. Söderström. **On identification methods for direct data-driven controller tuning.** *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, v. 25, n. 5, p. 448–465, 2011.
- J. G. Ziegler, N. B. Nichols. **Optimum settings for automatic controllers.** *Transactions of the ASME*, v. 64, p. 759 – 768, 1942.