

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ESCOLA DE ENGENHARIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

**IGOR FAGUNDES DA SILVA**

**CIRCUITO OSCILADOR RESSONANTE EM BAIXA TENSÃO DE  
ALIMENTAÇÃO**

Porto Alegre

2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ESCOLA DE ENGENHARIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

## **CIRCUITO OSCILADOR RESSONANTE EM BAIXA TENSÃO DE ALIMENTAÇÃO**

Projeto de Diplomação apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a Graduação em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: Hamilton Duarte Klimach

Porto Alegre

2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ESCOLA DE ENGENHARIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

## **CIRCUITO OSCILADOR RESSONANTE EM BAIXA TENSÃO DE ALIMENTAÇÃO**

Este projeto foi julgado adequado para fazer jus aos créditos da Disciplina de “Projeto de Diplomação”, do Departamento de Engenharia Elétrica e aprovado em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

ORIENTADOR: \_\_\_\_\_

Professor Doutor Hamilton Duarte Klimach, UFRGS  
Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Banca Examinadora:

Professor Doutor Hamilton Duarte Klimach, UFRGS  
Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Professor Doutor Gilson Inácio Wirth, UFRGS  
Doutor pela Universität Dortmund– Dortmund, Alemanha

Professor Doutor Tiago Roberto Balen, UFRGS  
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Porto Alegre

2014

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a minha família pelo apoio e suporte durante o período de graduação. Também agradeço a Universidade Federal do Rio Grande do Sul por proporcionar um dos melhores cursos de engenharia elétrica do Brasil. Ao meu orientador Hamilton e à banca pelas dicas durante a confecção deste trabalho.

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo o estudo de um circuito oscilador ressonante LC, visando explorar seus limites de operação quando alimentado sob tensão muito baixa. Neste estudo pretende-se modelar o oscilador, de forma a se obter os limites críticos de oscilação, e explorar estes limites com o uso de simulação SPICE. O trabalho está direcionado ao tema "circuitos eletrônicos operando em ultra-baixa tensão (ULV)", que é um campo de pesquisa muito rico e atual, e visa o desenvolvimento de novas topologias e configurações que permitam a implementação de circuitos eletrônicos que sejam operacionais sob tensão muito baixa, com vistas ao seu uso alimentado por baterias ou até ao processo de captação de energia do ambiente (energy harvesting).

Palavras-chave: Osciladores LC. Baixa Tensão. Ressonância. MOSFET. NMOS. Subthreshold. Cross-Coupled.

## **ABSTRACT**

This work aims to study a resonant LC oscillator circuit, seeking explore their limits of operation when fed under very low voltage. This study aims to model the oscillator in order to obtain the critical limits of oscillation, and explore these limits using SPICE simulation. The work is directed to the issue "electronic circuits operating at ultra-low voltage (ULV)", which is a very rich field of research, and seeks to develop new topologies and configurations that allow the implementation of electronic circuits that operate under very low voltage, with a view to its use powered by batteries or by the capture of ambient energy process (energy harvesting).

Keywords: LC Oscillators. Low Voltage. Resonance. MOSFET. NMOS. Subthreshold. Cross-Coupled.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
1.1	Motivação .....	13
1.2	Objetivo .....	14
1.3	Organização do trabalho.....	14
<b>2</b>	<b>PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DE UM OSCILADOR .....</b>	<b>16</b>
2.1	Cré debates para a oscilação .....	16
2.2	Estabilidade da frequência.....	19
2.3	Circuito Ressonador.....	20
2.4	Resistência equivalente negativa .....	23
<b>3</b>	<b>TRANSISTOR MOSFET.....</b>	<b>24</b>
3.1	Operação do transistor NMOS .....	24
3.2	Modelo em pequenos sinais .....	28
<b>4</b>	<b>CONFIGURAÇÃO CROSS-COUPLED.....</b>	<b>30</b>
4.1	Análise do circuito .....	30
4.2	Limite de Tensão .....	36
<b>5</b>	<b>TESTES E SIMULAÇÕES .....</b>	<b>38</b>
5.1	Primeiro modelo.....	38
5.2	Segundo modelo.....	46
5.3	Comparações.....	52
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>54</b>
<b>7</b>	<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>56</b>
	APÊNDICE A.....	58
	APÊNDICE B.....	60
	APÊNDICE C.....	62

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Oscilador implementado através de um sistema de realimentação. ....	16
Figura 2: Diagrama de Nyquist de um amplificador. (a) Sistema estável e (b) Sistema instável. ....	18
Figura 3: Resposta em frequência da fase de dois ganhos de malha. ....	19
Figura 4: Oscilador RLC paralelo. ....	20
Figura 5: Resposta em frequência do módulo da impedância do circuito RLC paralelo. ....	21
Figura 6: Cancelamento das perdas num sistema ressonante. R1 é a resistência equivalente do circuito ativo e R2 a do ressonador. ....	23
Figura 7: Estrutura física de um transistor NMOS. ....	24
Figura 8: Transistor NMOS com canal induzido estreito próximo a região de dreno devido a tensão $V_{DS}$ . ....	26
Figura 9: Modelo de pequenos sinais do MOSFET em baixas frequências. ....	29
Figura 10: Modelo de pequenos sinais do MOSFET em frequências mais altas. ....	29
Figura 11: Oscilador na configuração Cross-Coupled. ....	30
Figura 12: Modelo em pequenos sinais de um estágio do oscilador. ....	31
Figura 13: Modelo em pequenos sinais em termos de impedâncias em Z. ....	31
Figura 14: Modelo em pequenos sinais em termos de impedâncias em Z considerando impedância de carregamento. ....	32
Figura 15: Modelo em pequenos sinais do oscilador Cross-Coupled. ....	33
Figura 16: Outra forma do modelo em pequenos sinais do oscilador Cross-Coupled. ....	34
Figura 17: Impedância equivalente vista pela parte LC do oscilador Cross-Coupled. ....	34
Figura 18: Ambiente de trabalho do software LTspice IV. ....	39
Figura 19: Topologia usada para simulação do MOSFET. ....	39
Figura 20: Curvas características de resposta do MOSFET. ....	40
Figura 21: Curva característica de transferência direta do MOSFET. ....	40
Figura 22: Topologia usada para medir a capacitância equivalente do circuito ativo. ....	41
Figura 23: Resposta em frequência do circuito de teste para tensão de alimentação de 27mV. ....	43
Figura 24: Resposta em frequência do circuito de teste para tensão de alimentação de 28mV. ....	43
Figura 25: Oscilador Cross-Coupled operando em mínima tensão. ....	44
Figura 26: Tempo de resposta do Oscilador Cross-Coupled. ....	44
Figura 27: Oscilador Cross-Coupled operando em regime permanente. ....	45
Figura 28: FFT do Oscilador Cross-Coupled operando em regime permanente. ....	45
Figura 29: Potência fornecida pela fonte Vdd ao oscilador durante o regime permanente. ....	46



<b>Figura 30: Curvas características de resposta do MOSFET. ....</b>	<b>47</b>
<b>Figura 31: Curva características de transferência direta do MOSFET. ....</b>	<b>47</b>
<b>Figura 32: Topologia usada para medir a capacitância equivalente do circuito ativo. ....</b>	<b>48</b>
<b>Figura 33: Resposta em frequência do circuito de teste para tensão de alimentação de 24mV. ....</b>	<b>49</b>
<b>Figura 34: Resposta em frequência do circuito de teste para tensão de alimentação de 25mV. ....</b>	<b>50</b>
<b>Figura 35: Oscilador Cross-Coupled operando em mínima tensão. ....</b>	<b>50</b>
<b>Figura 36: Tempo de resposta do Oscilador Cross-Coupled. ....</b>	<b>51</b>
<b>Figura 37: Oscilador Cross-Coupled operando em regime permanente. ....</b>	<b>51</b>
<b>Figura 38: FFT do Oscilador Cross-Coupled operando em regime permanente. ....</b>	<b>52</b>
<b>Figura 39: Potência fornecida pela fonte Vdd ao oscilador durante o regime permanente. ....</b>	<b>52</b>

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1: Capacitância equivalente e frequência de ressonância em função de Vdd.</b>	<b>42</b>
<b>Tabela 2: Capacitâncias calculadas do MOSFET em função de Vdd.....</b>	<b>42</b>
<b>Tabela 3: Capacitância equivalente e frequência de ressonância em função de Vdd.</b>	<b>48</b>
<b>Tabela 4: Capacitâncias calculadas do MOSFET em função de Vdd.....</b>	<b>48</b>
<b>Tabela 5: Comparação dos parâmetros do oscilador .....</b>	<b>53</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\omega_0$ : Freqüência angular de ressonância.

BW: Banda de passagem.

Q: Fator de qualidade.

$I_D$ : Corrente entre drain e source.

$\mu_n$ : Mobilidade de elétrons livres no canal.

$C_{ox}$ : Capacitância por unidade de área do óxido.

$L$ : Comprimento do canal.

$W$ : Largura do canal.

$V_G$ : Potencial de gate.

$V_D$ : Potencial de drain.

$V_S$ : Potencial de source.

$V_{GS}$ : Tensão entre gate e source.

$V_{DS}$ : Tensão entre drain e source.

$V_{SB}$ : Tensão entre source e bulk.

$V_t$ : Tensão de threshold.

$V_{t0}$ : Tensão de threshold para  $V_{SB}$  igual a zero.

$t_{ox}$ : Espessura do óxido.

$\epsilon_{ox}$ : Permissividade do óxido.

$\epsilon_0$ : Permissividade do vácuo.

$\lambda$ : Parâmetro de processo que relaciona linearmente  $I_D$  na saturação com  $V_{DS}$ .

$\gamma$ : Fator de efeito de corpo.

$\varphi_f$ : Potencial de Fermi.

$n$ : Fator de inclinação entre  $V_G$  e o logaritmo de  $I_D$  na região de inversão fraca.

$\varphi_t$ : Tensão térmica.

T: Temperatura absoluta em Kelvins.

q: Carga elementar do elétron.

k: Constante de Boltzmann.

$g_{mg}$ : Transcondutância de gate.

$g_{ms}$ : Transcondutância de source.

$g_{md}$ : Transcondutância de drain.

$g_{mb}$ : Transcondutância de bulk.

$C_{gs}$ : Capacitância entre gate e source.

$C_{gd}$ : Capacitância entre gate e drain.

$C_{gb}$ : Capacitância entre gate e bulk.

$C_{bs}$ : Capacitância entre bulk e source.

$C_{bd}$ : Capacitância entre bulk e drain.

$C_b$ : Capacitância de bulk.

$I_s$ : Corrente de normalização.

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Motivação

Circuitos osciladores produzem sinais periódicos no tempo. Estes sinais são utilizados, por exemplo, em transmissores de rádio e TV, em sintetizadores de frequências, em geradores de clock, em amplificadores de áudio e em inversores.

Um oscilador é formado, geralmente, por um transistor ou amplificador realimentado através de um circuito elétrico que atua como um filtro seletivo em frequência. Quando o oscilador é ligado a uma fonte, ruídos intrínsecos no sistema dão início a oscilação. Estes ruídos são filtrados em uma dada frequência pelo circuito seletivo e este sinal filtrado é amplificado pelo transistor ou amplificador gerando uma senóide na saída.

Osciladores realimentados são formados tipicamente por osciladores RC, osciladores LC e osciladores a cristal.

Nos osciladores RC, o laço de realimentação é formado por um circuito RC e geralmente trabalham em baixas frequências. Exemplos deste oscilador incluem o oscilador por deslocamento de fase e o oscilador por ponte de Wien [1], [2].

Nos osciladores LC, o elo de realimentação é formado por um circuito LC e são projetados para trabalharem em altas frequências, ou radiofrequências (RF), apresentando maior seletividade que os osciladores RC. Exemplos deste oscilador incluem o oscilador Hartley, o oscilador Colpitts e o oscilador Cross-Coupled, que é o oscilador usado neste trabalho [1], [2], [3], [4].

Nos osciladores a cristal, o elo de realimentação é formado por um cristal piezelétrico, que vibra mecanicamente. Apresentam maior seletividade em frequência que os osciladores LC, bem como maior estabilidade, e são usados em aplicações que requeiram maior precisão durante a oscilação. Um exemplo deste oscilador inclui o oscilador Pierce [1], [2].

Osciladores normalmente apresentam perdas devido aos componentes de caráter resistivo no circuito. Isto faz com que ao longo do tempo, uma oscilação que tenha tido início, apresente um decaimento na amplitude de oscilação. Para contornar este problema, usa-se um circuito que apresente um resistência equivalente negativa de modo a cancelar as perdas do oscilador e fazer com que a oscilação mantenha-se indefinidamente. O circuito responsável pela resistência equivalente negativa é composto por algum dispositivo ativo, como um transistor. Como o ganho associado

ao transistor ou amplificador satura para um determinado nível, a oscilação não cresce indefinidamente, estabilizando em um certo valor, geralmente de difícil determinação.

Em aplicações recentes, o uso de dispositivos que operem em ultra baixa tensão (ULV) estão emergindo. Estas aplicações incluem sistemas como redes de sensores wireless, dispositivos médicos, conversores Boost DC-DC e dispositivos de entretenimento que requerem autonomia de energia [5]. Estudos recentes usando geradores termoelétricos (TEG) se baseiam na captação de energia do ambiente de modo a operar circuitos em baixa tensão, onde neste caso, pequenas diferenças de temperatura no corpo humano produzem tensões na ordem de algumas dezenas de mV [6].

## 1.2 Objetivo

Neste trabalho é projetado e simulado o funcionamento de um oscilador LC em ultra baixa tensão (ULV). A topologia usada se baseia no oscilador Cross-Coupled, onde o bloco ativo integrado ao circuito LC é formado por transistores NMOS. É usado o NMOS, pois sua mobilidade de portadores é maior que a do PMOS, proporcionando, portanto, maior ganho de corrente. Para os transistores, é utilizado um processo de  $0,13\mu\text{m}$  da IBM, obtido do site da MOSIS. Os parâmetros dos MOSFETs seguem o modelo BSIM3V3.1. O software para simulação é o LTspice.

Como pretende-se que o oscilador opere em baixa tensão, os transistores são projetados para trabalharem na região subthreshold, ou inversão fraca. Para isto, num primeiro momento, o oscilador é testado usando um MOSFET cujos parâmetros são extraídos do site de origem. Num segundo momento, pretende-se usar transistores que apresentem menores tensões de threshold, que é uma característica apropriada para operação em ULV, de modo a se conseguir que o oscilador trabalhe através de uma menor tensão de alimentação. Devido a indisponibilidade de tais MOSFETs no site da MOSIS, são feitos ajustes de modo a se reduzir a tensão de threshold.

## 1.3 Organização do trabalho

Os próximos capítulos detalham as etapas na confecção deste trabalho, conforme é descrito a seguir:

O capítulo 2 aborda o princípio de funcionamento de um oscilador. É feita a descrição de um sistema realimentado bem como o desempenho do ganho de malha deste sistema no domínio frequência de modo a se obter os critérios para oscilação.

São discutidos os parâmetros de seletividade e estabilidade em frequência do circuito ressonador usado no elo de realimentação. Por fim, é mostrado o mecanismo usado para se cancelar as perdas do oscilador usando o conceito de resistência equivalente negativa de um dispositivo ativo.

O capítulo 3 descreve as características físicas do transistor NMOS através de um resumo das três regiões de operações básicas deste dispositivo e seus respectivos modelos matemáticos. É acrescentada na descrição, a região de operação subthreshold. Também é apresentado o modelo em pequenos sinais do MOSFET.

O capítulo 4 mostra a análise matemática do modelo em pequenos sinais do oscilador Cross-Coupled. Num primeiro momento, é feita esta análise considerando o circuito um sistema realimentado. Num segundo momento, esta análise se baseia no modelo equivalente visto pelo bloco LC do oscilador. Com isto, obtém-se as condições para que a oscilação ocorra e faz-se uma comparação entre estes dois métodos de abordagem do circuito. Por fim, por meio das expressões de transcondutâncias do MOSFET e do critério de oscilação, obtém-se o limite mínimo ideal da tensão de alimentação do sistema.

O capítulo 5 apresenta testes e simulações do desempenho do oscilador Cross-Coupled para dois modelos. O primeiro modelo usa dois transistores cujos parâmetros são obtidos do site da MOSIS. No segundo modelo, são feitos ajustes em alguns parâmetros de modo a se conseguir operar o oscilador em uma menor tensão de alimentação.

O capítulo 6 aborda a conclusão dos resultados deste trabalho.

## 2 PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DE UM OSCILADOR

### 2.1 Critérios para a oscilação

Um oscilador consiste basicamente de um amplificador realimentado conforme a Figura 1.

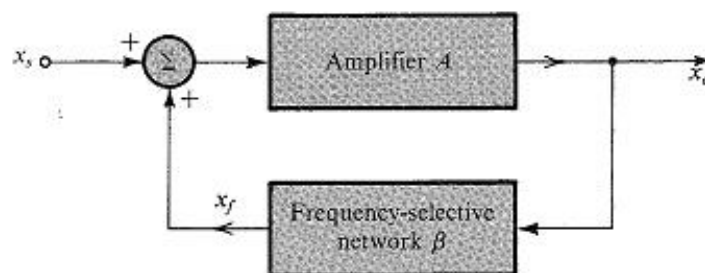


Figura 1: Oscilador implementado através de um sistema de realimentação.  
Fonte [1]

O ganho em malha fechada deste sistema é dado por:

$$\frac{X_o(s)}{X_s(s)} = A_f(s) = \frac{A(s)}{1 - A(s)B(s)} \quad (1)$$

Onde  $A(s)$  é o ganho direto em malha aberta e  $B(s)$  é o ganho do elo de realimentação. Ambos estão expressos no domínio  $s$  complexo. Geralmente o bloco  $A(s)$  representa o ganho de um amplificador e o bloco  $B(s)$  representa um circuito seletivo de frequência.

Para a oscilação ocorrer, a equação característica deste sistema deve satisfazer a seguinte igualdade:

$$1 - A(s)B(s) = 0 \quad (2)$$

Definindo  $s = j\omega_o$ , pode-se redefinir esta condição como:



$$A(j\omega_o)B(j\omega_o) = 1 \quad (3)$$

Condição esta conhecida como critério de Barkhausen, onde o ganho de malha  $L(j\omega) = A(j\omega)B(j\omega)$  deve apresentar valor unitário e fase nula ou múltipla inteira de  $360^\circ$  em uma dada frequência  $\omega = \omega_o$ .

Teoricamente quando esta condição é satisfeita, o ganho de malha fechada  $A_f(j\omega)$  se torna infinito, pois o denominador se torna nulo, fazendo com que surja um sinal de saída diferente de zero mesmo para um sinal de entrada nula, o qual é a condição de ressonância de um oscilador.

Expressando o ganho de malha  $L(j\omega) = A(j\omega)B(j\omega)$  em sua parte real e imaginária, se reexpressa o critério de Barkhausen da seguinte maneira:

$$\mathbf{Re}\{A(j\omega_o)B(j\omega_o)\} + j\mathbf{Im}\{A(j\omega_o)B(j\omega_o)\} = \mathbf{1} \quad (4)$$

Ou seja:

$$\mathbf{Im}\{A(j\omega_o)B(j\omega_o)\} = \mathbf{0} \quad (5)$$

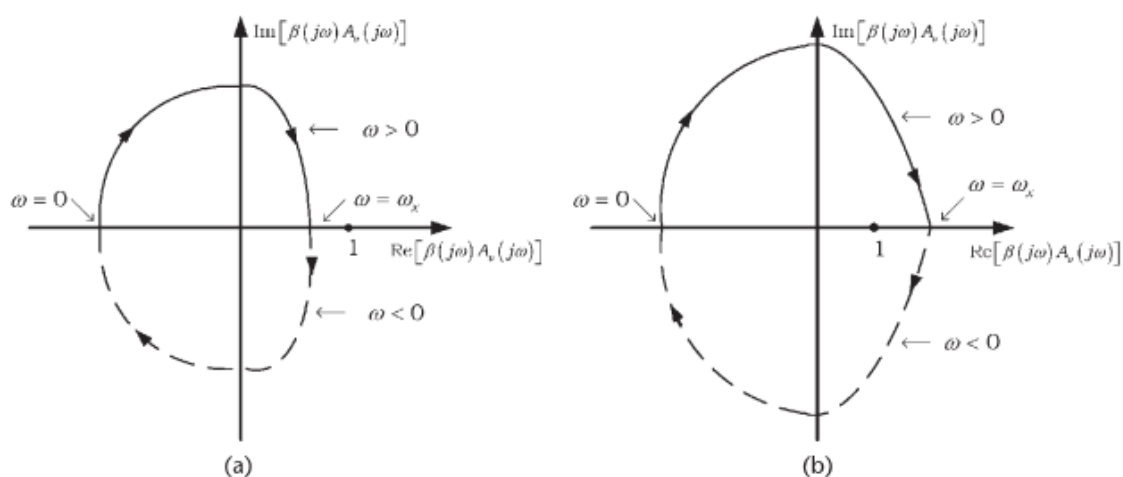
$$\mathbf{Re}\{A(j\omega_o)B(j\omega_o)\} = \mathbf{1} \quad (6)$$

A parte imaginária do ganho de malha sendo igual a zero define a frequência de oscilação  $\omega_o$ , enquanto que a parte real sendo igual a 1 define a condição do ganho de malha na frequência de oscilação.

Outra maneira mais formal de tratar as condições de ressonância é através do critério de Nyquist. Neste critério, é plotada a curva da resposta em frequência do ganho de malha  $L(j\omega)$  no plano complexo, conforme a frequência  $\omega$  varia de  $-\infty$  a  $+\infty$  no plano  $s$ . Esta curva é conhecida como diagrama de Nyquist. Supondo que o ganho de malha não apresente pólos no semi-plano direito no plano  $s$ , como geralmente ocorre em amplificadores realimentados, o número de envoltimentos no sentido horário do ponto 1 no diagrama de Nyquist indica o número de pólos do sistema de malha fechada no semi-plano direito no plano  $s$ , e existindo estes pólos, o sistema é instável. (Se a malha de realimentação for subtraída ao invés de somada na entrada,

analisa-se o ponto  $-1$ , conforme a abordagem clássica de amplificadores negativamente realimentados).

A Figura 2 mostra a resposta em frequência, no plano complexo, do ganho de malha de um amplificador realimentado para duas situações. É suposto que o ganho de malha não apresente pólos no semi-plano direito do plano  $s$ .



**Figura 2: Diagrama de Nyquist de um amplificador. (a) Sistema estável e (b) Sistema instável.**

**Fonte [2]**

Na situação (a), a curva não envolve o ponto 1, portanto, o número de pólos no semi-plano direito do sistema de malha fechada é nulo e o sistema é estável. Na situação (b), a curva envolve o ponto 1 e neste caso o sistema de malha fechada apresenta um pólo no semi-plano direito, sendo, portanto, instável.

Quando a curva cruza o ponto 1, obtém-se a condição de ressonância. Para a oscilação de fato ocorrer, a equação característica do sistema de malha fechada deve apresentar o fator da forma  $s^2 + \omega_0^2$  no numerador, ou seja, apresentar pelo menos um par de zeros complexos conjugados no eixo imaginário  $\pm j\omega_0$  do plano  $s$  na frequência de oscilação.

Na prática, projeta-se o oscilador de forma que o sistema de malha fechada apresente pólos à direita do eixo imaginário do plano  $s$ , com isto, a resposta do sistema começa a oscilar de maneira crescente, devido a ruídos intrínsecos no sistema, até um momento em que não linearidades presentes no amplificador fazem com que o ganho em malha diminua e os pólos sejam “puxados” do semi-plano direito para o eixo imaginário, mantendo, assim, uma oscilação em regime permanente.

Esta condição de manter os pólos no semi-plano direito significa que a curva de Nyquist envolve o ponto 1, o que é equivalente a esta curva cruzar o eixo real em

um ponto maior que a unidade. Com isto, pode-se modificar as especificações de oscilação para que as seguintes condições sejam satisfeitas:

$$\text{Im}\{A(j\omega_o)B(j\omega_o)\} = 0 \quad (7)$$

$$\text{Re}\{A(j\omega_o)B(j\omega_o)\} \geq 1 \quad (8)$$

Portanto, para o projeto de um oscilador, as condições fundamentais são garantir que na frequência de oscilação a fase do ganho de malha seja nula ou múltipla de  $360^\circ$  e seu ganho seja maior ou igual à unidade. Os componentes harmônicos de ruído que forem próximos desta frequência darão início a oscilação.

## 2.2 Estabilidade da frequência

Uma característica importante dos osciladores diz respeito à estabilidade da frequência em função das variações dos componentes do circuito bem como da presença de ruído no sistema. No caso de ocorrerem variações nos parâmetros do circuito, seja devido ao desgaste físico ou a variações de temperatura, a fase do circuito oscilador sofre alteração e dependendo de como a frequência de oscilação se comporta com esta mudança de fase, sua variação pode ser significativa. Assim, para um oscilador apresentar boa estabilidade na frequência de ressonância, sua variação de fase deve ser íngreme na frequência onde o ganho de malha apresenta fase total múltipla inteira de  $360^\circ$ , conforme mostra a Figura 3.

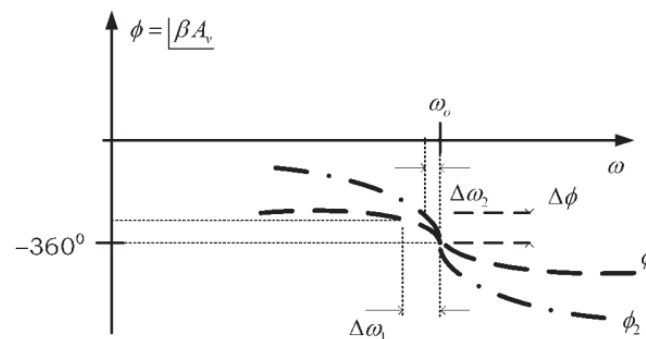


Figura 3: Resposta em frequência da fase de dois ganhos de malha.

Fonte [2]

Pode-se ver nesta figura que a resposta em fase  $\phi_2$  apresenta uma variação mais íngreme que a resposta em fase  $\phi_1$  na frequência de oscilação  $\omega_0$ , portanto, a correspondente variação em frequência  $\Delta\omega_2$  é menor que a variação em frequência  $\Delta\omega_1$ .

Uma expressão que resume a estabilidade em frequência discutida é dada pela seguinte equação:

$$\Delta\omega = \frac{\Delta\phi}{d\phi/d\omega} \quad (9)$$

### 2.3 Circuito Ressonador

O circuito proposto neste trabalho usará na malha de realimentação um oscilador LC. Como na prática um oscilador LC apresenta perdas, sua impedância de entrada é considerada como uma resistência em paralelo, conforme mostrado na Figura 4. Portanto, sua impedância equivalente é dada pela seguinte expressão:

$$Z_R = \frac{\frac{s}{C}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}} \quad (10)$$

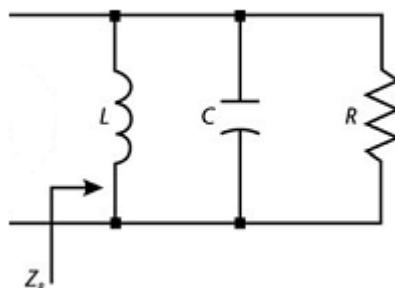


Figura 4: Oscilador RLC paralelo.  
Fonte [2]

Definindo

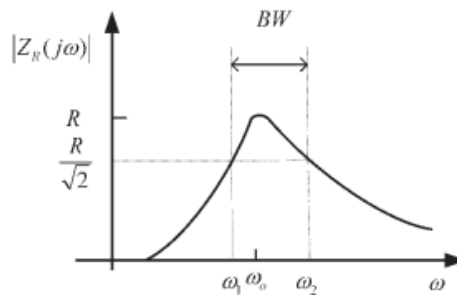
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (11)$$

$$2\alpha = \frac{1}{RC} \quad (12)$$

E substituindo  $s = j\omega$  na equação de impedância, obtém-se a seguinte expressão:

$$Z_R = \frac{R}{1 + j\frac{\omega_0}{2\alpha}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (13)$$

Com isto, pode-se ver que na frequência de ressonância  $\omega_0$ , a impedância equivalente do oscilador RLC se torna uma resistência pura. Idealmente se não há perdas no oscilador, isto é, há ausência da resistência em paralelo, na condição de ressonância a impedância equivalente do oscilador se torna infinita, pois, neste caso, as impedâncias do indutor e do capacitor se cancelam. A Figura 5 mostra este caso para R finito.



**Figura 5: Resposta em frequência do módulo da impedância do circuito RLC paralelo.**  
Fonte [2]

As frequências de meia potência, onde o módulo da impedância equivalente do oscilador se torna  $\frac{R}{\sqrt{2}}$ , são dadas por:

$$\omega_1 = -\alpha + \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2} \quad (14)$$

$$\omega_2 = \alpha + \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{\omega_0}\right)^2} \quad (15)$$

A banda de passagem é dada pela diferença:

$$BW = \omega_2 - \omega_1 = 2\alpha \quad (16)$$

Assim, uma medida de seletividade de um oscilador é definida pelo fator Q, ou fator de qualidade, o qual é dado pela razão entre a frequência de ressonância pela banda de passagem conforme a seguinte equação:

$$Q = \frac{\omega_o}{BW} \quad (17)$$

O fator Q deste ressonador pode ser reexpresso nas seguintes formas:

$$Q = \frac{\omega_o}{2\alpha} = \omega_o RC = \frac{R}{\omega_o L} \quad (18)$$

A derivada da fase da impedância do oscilador em  $\omega_o$  em função de Q é dada por:

$$\left. \frac{d\phi}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_o} = -\frac{2Q}{\omega_o} \quad (19)$$

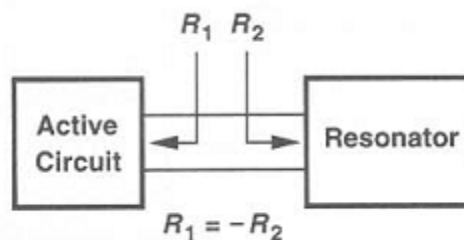
Com isto, a estabilidade da frequência fica:

$$\Delta\omega = -\frac{\omega_o \Delta\phi}{2Q} \quad (20)$$

Desta expressão, pode-se ver que quanto maior o fator Q, menor a variação da frequência para uma dada variação de fase, portanto, um oscilador com alto valor de Q apresenta maior estabilidade na ressonância.

## 2.4 Resistência equivalente negativa

Outra maneira de abordar o regime permanente de um oscilador é através do conceito de resistência equivalente negativa. Como um ressonador sempre apresenta perdas resistivas, a tendência é que com o tempo uma oscilação que tenha sido iniciada desapareça devido ao aquecimento por efeito Joule. Supondo que a perda seja devido a uma resistência  $R_p$ , implementando neste ressonador um circuito ativo capaz de fornecer uma resistência equivalente  $-R_p$ , consegue-se, assim, eliminar as perdas ôhmicas e atingir o perfeito estado de ressonância. Esta ideia é mostrada na Figura 6.



**Figura 6: Cancelamento das perdas num sistema ressonante. R1 é a resistência equivalente do circuito ativo e R2 a do ressonador.**

**Fonte [3]**

Como na prática não se consegue igualar exatamente a zero a resistência total da associação do ressonador com o circuito ativo, o que se faz é tornar a resistência total negativa. Assim, se a associação for em série, o módulo da resistência equivalente do circuito ativo será maior que o da resistência do ressonador, se a associação for em paralelo, o respectivo módulo será menor que o deste.

Apesar desta maneira de se analisar um circuito oscilador ser num primeiro momento diferente dos métodos discutidos anteriormente no domínio frequência, matematicamente cancelar a resistência de um ressonador com o de um dispositivo ativo é equivalente ao proposto pelo critério de Barkhausen, só que de uma maneira mais simples e prática, dependendo da topologia do circuito oscilador. Então, na frequência  $\omega_0$ , igualar a zero o somatório das reatâncias do circuito completo é equivalente a igualar a zero a parte imaginária do ganho de malha, e tornar a parte resistiva negativa é equivalente a fazer com que o ganho de malha seja maior que a unidade.

### 3 TRANSISTOR MOSFET

#### 3.1 Operação do transistor NMOS

No circuito ativo do oscilador, serão usados transistores de efeito de campo metal-óxido semiconductor (MOSFET) canal n, também conhecidos como transistores NMOS. Sua estrutura é mostrada na Figura 7.

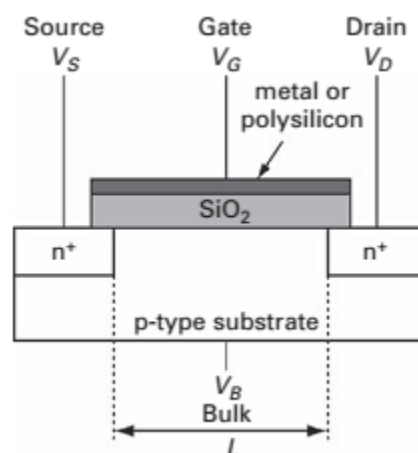


Figura 7: Estrutura física de um transistor NMOS.

Fonte [7]

Este dispositivo é formado por um substrato de silício tipo p e duas regiões tipo n dopadas que formam os terminais de fonte (Source) e dreno (Drain). Acima do substrato tipo p e sobre parte das regiões tipo n, é depositado uma camada fina de dióxido de silício ( $SiO_2$ ), e cobrindo esta camada, há uma placa de metal que forma o eletrodo de porta (Gate). Também são depositados contatos de metal nas regiões de fonte, de dreno e de substrato, este último também conhecido como corpo ou Bulk.

Supondo que os quatro terminais estejam aterrados e em seguida aplique-se uma tensão no dreno ( $V_D$ ) ou na fonte ( $V_S$ ), pois o dispositivo é simétrico, neste caso não há condução de corrente pois se tem o equivalente a dois diodos em série em sentidos opostos formados pelo substrato tipo p com as regiões tipo n.

Mantendo de novo os quatro terminais aterrados e em seguida, aplicando uma tensão positiva no terminal de porta ( $V_G$ ), pois o transistor é o NMOS, faz com que lacunas do substrato sejam afastadas de perto da porta formando, assim, uma região de depleção na parte superior do substrato. Esta tensão positiva na porta atrai



elétrons livres das regiões tipo n para baixo da camada de óxido formando, assim, a região de canal n induzido, também conhecido como canal de inversão. A tensão mínima necessária entre a porta e o terra para acumular elétrons livres na região de canal e permitir a condução é a tensão de limiar (threshold voltage,  $V_t$ ).

Mantendo as condições para a condução no transistor e aplicando uma tensão positiva no dreno, tem-se a seguinte equação da corrente entre dreno e fonte:

$$I_D = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[ (V_{GS} - V_t) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right] \quad (21)$$

Em que  $\mu_n$  é a mobilidade de elétrons livres no canal (em  $cm^2/V \cdot s$ ),  $L$  é o comprimento do canal,  $W$  é a largura do canal (direção perpendicular à página na Figura 7),  $V_{GS}$  é a tensão entre porta e fonte,  $V_{DS}$  é a tensão entre dreno e fonte e  $C_{ox}$  é a capacitância por unidade de área formada entre o terminal de porta e o canal n induzido. Pode-se expressar esta capacitância por:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \quad (22)$$

Onde  $t_{ox}$  é a espessura do óxido de silício e  $\epsilon_{ox}$  é a permissividade do óxido,  $\epsilon_{ox} = 3,9\epsilon_0 = 3,45 \times 10^{-11} \text{F/m}$ .

Aumentando ainda mais o valor de  $V_{DS}$ , a profundidade do canal próxima da região de dreno começa a diminuir conforme pode ser visto na Figura 8.

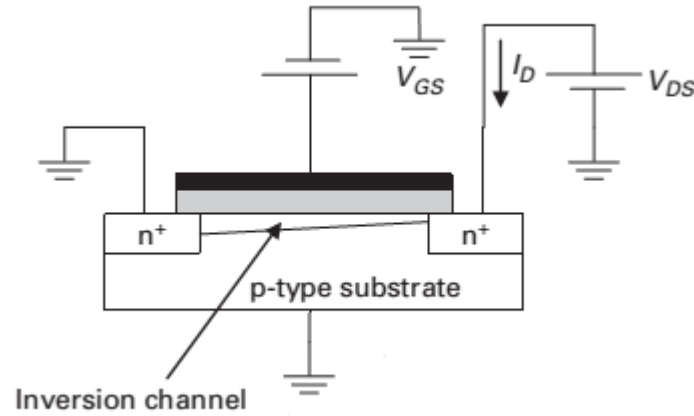
Quando o valor de  $V_D$  atinge um valor tal que a tensão entre a porta e o dreno assume o valor  $V_t$ , que é o equivalente a  $V_{DS} = V_{GS} - V_t$ , a profundidade do canal na região do dreno diminui para próximo de zero e se diz que o canal está estrangulado.

Para valores de  $V_{DS}$  um pouco maiores, o transistor satura e substituindo a equação  $V_{DS} = V_{GS} - V_t$  na equação 21, o valor da corrente  $I_D$  se torna:

$$I_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_t)^2 \quad (23)$$

Com isto, tem-se três regiões fundamentais de operação do transistor NMOS:

- 1) A região de corte, quando  $V_{GS} < V_t$ ;
- 2) A região de triodo, quando  $V_{GS} \geq V_t$  e  $V_{DS} \leq V_{GS} - V_t$ ;
- 3) A região de saturação, quando  $V_{GS} \geq V_t$  e  $V_{DS} \geq V_{GS} - V_t$ ;



**Figura 8: Transistor NMOS com canal induzido estreito próximo a região de dreno devido a tensão  $V_{DS}$ .  
Fonte [7]**

Ao se analisar o transistor na região de saturação, é importante abordar o efeito de  $V_{DS}$  sobre a corrente  $I_D$ . Isto é feito usando o fato de que quando se aumenta  $V_{DS}$  o ponto de estrangulamento criado no canal se afasta da região de dreno. O efeito equivalente disto é uma redução em  $L$ , o comprimento do canal, por  $L - \Delta L$  na equação 23, e para  $\Delta L/L \ll 1$  chega-se a expressão:

$$I_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left(1 + \frac{\Delta L}{L}\right) (V_{GS} - V_t)^2 \quad (24)$$

No projeto de transistores MOSFETs, sabe-se que  $\frac{\Delta L}{L}$  é proporcional a  $V_{DS}$  por um parâmetro  $\lambda$ , que é o fator de modulação de comprimento de canal. Fazendo a substituição na última equação de  $I_D$  chega-se a:

$$I_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_t)^2 (1 + \lambda V_{DS}) \quad (25)$$

Esta equação mostra que mesmo na saturação,  $I_D$  depende de  $V_{DS}$ .

Na descrição feita do transistor até aqui, foi considerado que o terminal de fonte foi conectado ao terminal de substrato (Bulk) e permaneceu como potencial de referência. Existem casos, como quando o substrato é comum a vários transistores, em que o terminal de substrato é posto em um potencial mais negativo em relação aos potenciais dos outros terminais de modo a manter a junção substrato-canal reversamente polarizada. Isto faz com que a região de depleção aumente, o que acarreta na redução da profundidade do canal induzido. Como consequência, é necessário aumentar o valor de  $V_{GS}$  para aumentar a profundidade no canal e permitir um número suficiente de elétrons livres na região. Isto é equivalente a aumentar o valor da tensão de limiar, o que pode ser visto de acordo com a seguinte equação:

$$V_t = V_{t0} + \gamma [\sqrt{2\varphi_f + V_{SB}} - \sqrt{2\varphi_f}] \quad (26)$$

Onde  $V_{t0}$  é a tensão de limiar para  $V_{SB}$  (tensão entre fonte e substrato) igual a zero,  $\varphi_f$  é o potencial de Fermi (em V) e  $\gamma$  é um parâmetro de efeito de corpo (em  $\sqrt{V}$ ) que depende da concentração de dopantes do substrato.

Para permitir que o transistor opere em baixa tensão, pretende-se manter  $V_{SB}$  nula.

Em estudos mais aprofundados do MOSFET, sabe-se que entre a região de corte e a região de triodo a corrente ao longo do canal é dada pela expressão [7], [8]:

$$I_D = \mu_n n C_{ox} \varphi_t^2 e^1 \frac{W}{L} e^{\frac{V_G - V_t}{n\varphi_t}} \left( e^{-\frac{V_S}{\varphi_t}} - e^{-\frac{V_D}{\varphi_t}} \right) \quad (27)$$

Onde  $n$  é o fator de inclinação e  $\varphi_t$  é a tensão térmica. O fator  $n$  depende da capacitância de óxido e da capacitância de depleção (ou de corpo)  $C_b$  por [7]:

$$n = 1 + \frac{C_b}{C_{ox}} \quad (28)$$

Para  $V_{SB} = 0$ ,  $n = 1$ .

A tensão térmica é expressa por:

$$\varphi_t = kT/q \quad (29)$$

Onde  $k$  é a constante de Boltzmann ( $1,38 \times 10^{-23}$  J/K),  $T$  é a temperatura absoluta em Kelvin (K) e  $q$  é a carga elementar do elétron ( $1,6 \times 10^{-19}$  C).

Este modo de operação é conhecido como subthreshold ou inversão fraca (weak inversion) e corresponde ao modo de operação para  $V_{GS}$  menor que a tensão de threshold. Representa a melhor região de operação para ULV pois se consegue um ganho significativo de corrente para pequenas tensões [8], [9]. Para  $V_{GS}$  maior que a tensão de threshold, o modo de operação é conhecido como inversão forte (strong inversion).

### 3.2 Modelo em pequenos sinais

Para baixas frequências de operação, pode-se expressar a variação da corrente  $I_D$  em função das variações dos potenciais de porta, fonte, dreno e corpo por [7]:

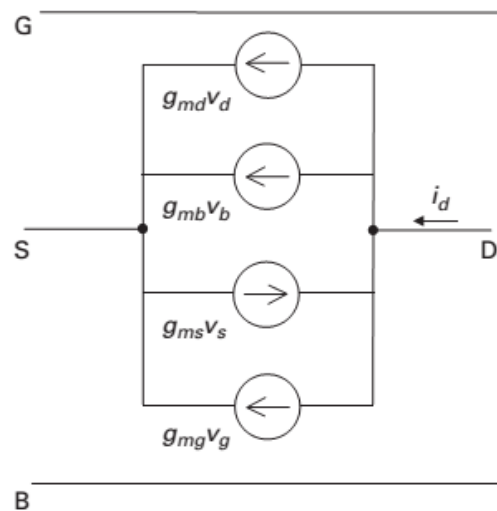
$$\Delta I_D = g_{mg}\Delta V_G - g_{ms}\Delta V_S + g_{md}\Delta V_D + g_{mb}\Delta V_B \quad (30)$$

Onde

$$g_{mg} = \frac{\partial I_D}{\partial V_G}, \quad g_{ms} = -\frac{\partial I_D}{\partial V_S}, \quad g_{md} = \frac{\partial I_D}{\partial V_D}, \quad g_{mb} = \frac{\partial I_D}{\partial V_B} \quad (31)$$

São as respectivas transcondutâncias de porta, fonte, dreno e corpo.

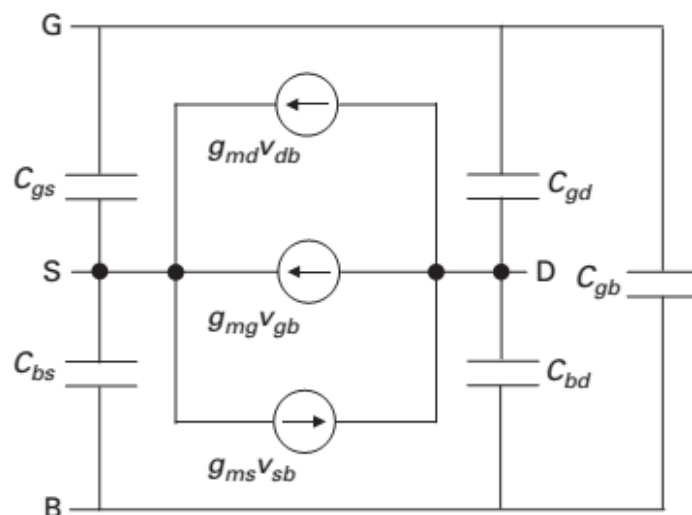
Assim, pode-se modelar o transistor usando um circuito equivalente em pequenos sinais, conforme a Figura 9.



**Figura 9: Modelo de pequenos sinais do MOSFET em baixas frequências.**  
Fonte [7]

Para frequências mais altas (abaixo da faixa de micro-ondas), efeitos de acúmulo de cargas entre os terminais do transistor começam a se tornar importantes, isto, por sua vez, gera atrasos no tempo de resposta, e deve-se levar em conta os efeitos capacitivos no modelo do MOSFET.

Existem basicamente cinco capacitâncias usadas no modelo de pequenos sinais:  $C_{gs}$ ,  $C_{gd}$ ,  $C_{gb}$ ,  $C_{bs}$  e  $C_{bd}$ . Estas capacitâncias são mostradas na Figura 10, onde  $V_B$  é tomada como referência, portanto,  $\Delta V_B = 0$ .

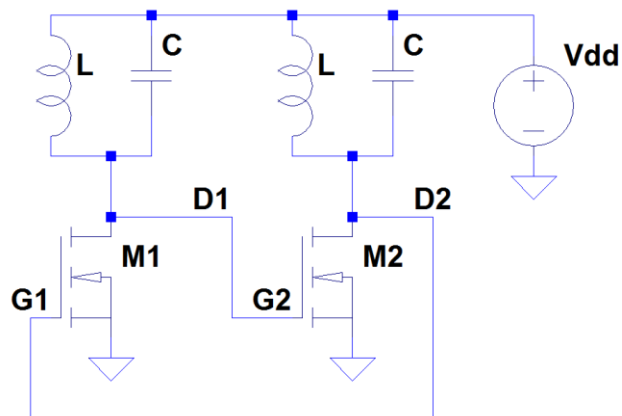


**Figura 10: Modelo de pequenos sinais do MOSFET em frequências mais altas.**  
Fonte [7]

## 4 CONFIGURAÇÃO CROSS-COUPLED

### 4.1 Análise do circuito

A topologia escolhida para o circuito oscilador é a que usa transistores NMOS de acoplamento cruzado (Cross-Coupled), conforme pode ser vista na Figura 11.



**Figura 11: Oscilador na configuração Cross-Coupled.**

Este circuito representa dois estágios, onde cada um é formado por um ressonador LC ativado por um MOSFET, conectados em cascata de modo à realimentação total satisfazer o critério de Barkhausen, isto porque, na configuração fonte-comum, o ganho entre gate e dreno é negativo (fase 180°).

Para a análise, considera-se um dos estágios em cascata e faz-se sua representação em pequenos sinais, conforme a Figura 12, onde o resistor R representa as perdas equivalentes do indutor L. Os terminais de fonte e corpo são os mesmos.

Usando o fator de qualidade de um indutor:

$$Q_l = \frac{\omega L}{r} \quad (32)$$

Onde  $r$  é a sua resistência equivalente em série, pode-se obter a resistência equivalente em paralelo do indutor, durante a ressonância, para um alto fator  $Q_l$ , através da seguinte expressão:

$$R \cong r \cdot Q_l^2 = \frac{(\omega L)^2}{r} \quad (33)$$

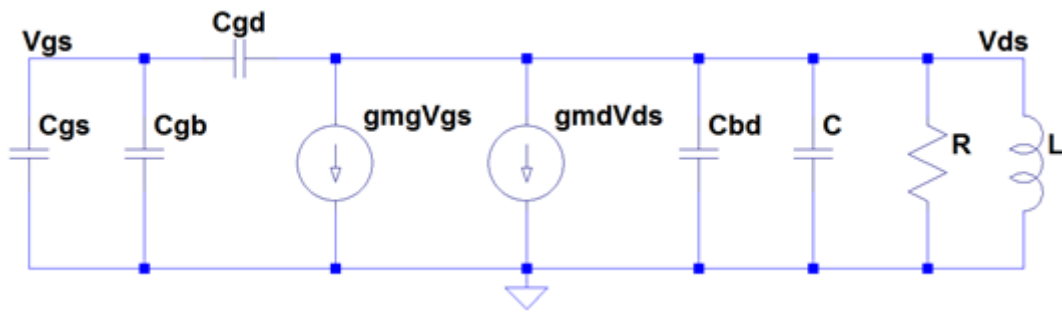


Figura 12: Modelo em pequenos sinais de um estágio do oscilador.

Redefine-se este modelo em pequenos sinais por meio das impedâncias  $Z1$ ,  $Z2$  e  $Z3$  na Figura 13.

Estas impedâncias são definidas por:

$$Z1 = 1/j\omega(C_{gs} + C_{gb}) \quad (34)$$

$$Z2 = 1/j\omega C_{gd} \quad (35)$$

$$Z3 = R // j\omega L // \left( 1/j\omega(C + C_{bd}) \right) \quad (36)$$

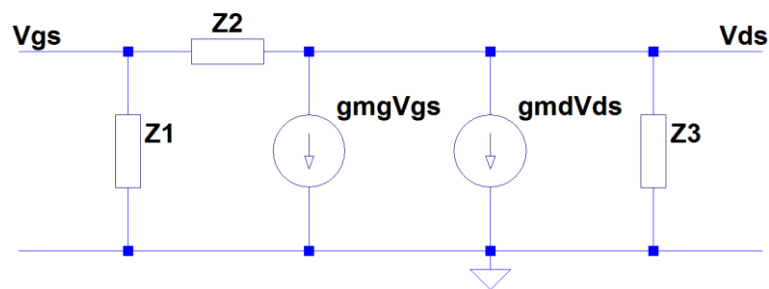
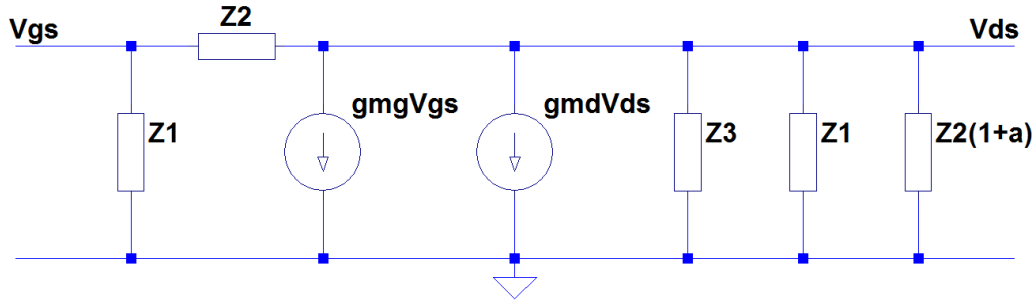


Figura 13: Modelo em pequenos sinais em termos de impedâncias em  $Z$ .

Como há dois circuitos em cascata e a entrada de um estágio carrega a saída do outro, faz-se uma aproximação onde a impedância vista na saída é representada por  $Z_1$  e  $Z_2$  adicionado de um fator 'a' do estágio seguinte. Isto é mostrado na Figura 14.



**Figura 14: Modelo em pequenos sinais em termos de impedâncias em Z considerando impedância de carregamento.**

Por meio de uma equação de nó no nó  $V_{DS}$ , chega-se a função de transferência:

$$\frac{v_{ds}}{v_{gs}} = \frac{\frac{1}{Z_2} g_{mg}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2(1+a)} + \frac{1}{Z_3} + g_{md}} \quad (37)$$

Então substituí-se os valores de impedâncias Z nesta equação e obtém-se:

$$\frac{v_{ds}}{v_{gs}} = \frac{j\omega C_{gd} - g_{mg}}{\left(g_{md} + \frac{1}{R}\right) + j\left[\omega(C + C_{bd} + C_{gs} + C_{gb} + C_{gd}(1+a)) - \frac{1}{\omega L}\right]} \quad (38)$$

Depois de manipulações algébricas mostradas no Apêndice A, que tratam o modelo em pequenos sinais do oscilador como um sistema realimentado [2], [5], [9], obtém-se como frequência de oscilação e condição de ganho, respectivamente:

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\left[C + C_{bd} + C_{gs} + C_{gb} + C_{gd}\left(\frac{g_{md}}{g_{mg}} + \frac{1}{g_{mg}R} + 1 + a\right)\right]}} \quad (39)$$

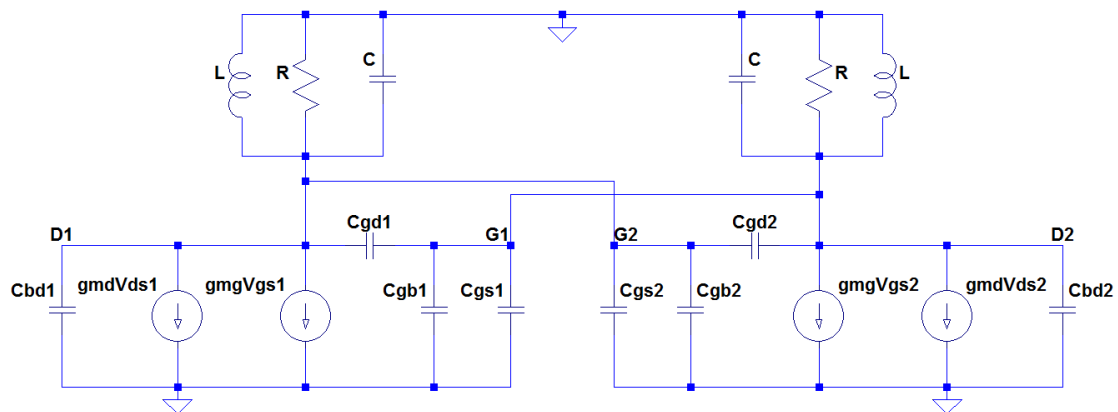


$$\frac{g_{mg} - \frac{(\omega C_{gd})^2}{g_{mg}}}{\left(g_{md} + \frac{1}{R}\right) \left[1 + \left(\frac{\omega C_{gd}}{g_{mg}}\right)^2\right]} \geq 1 \quad (40)$$

Usando a suposição de que  $\omega C_{gd} \ll g_{mg}$ , a condição de ganho é simplificada para:

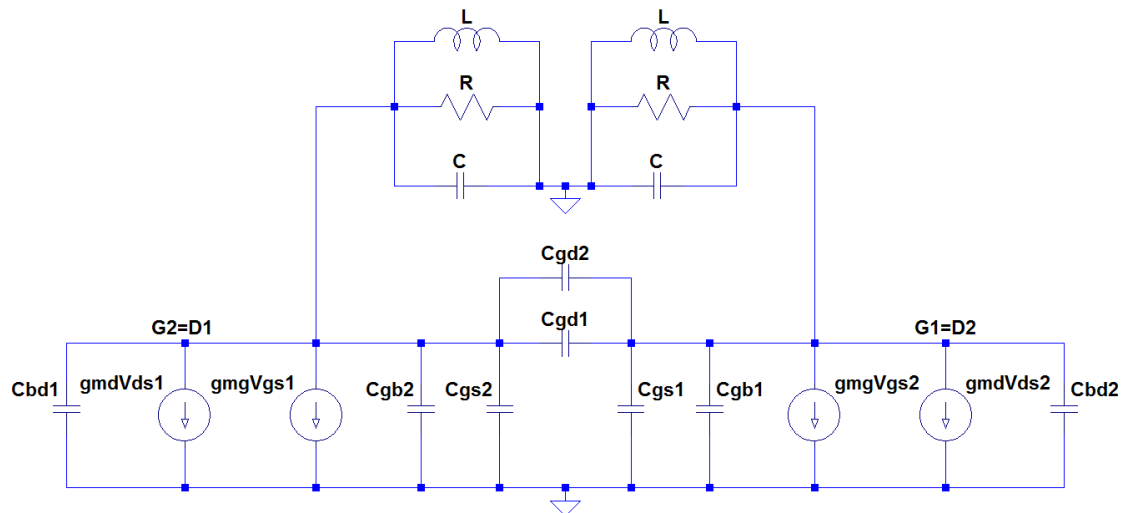
$$\frac{g_{mg}}{g_{md}} \geq 1 + \frac{1}{g_{md}R} \quad (41)$$

Outro método para analisar o circuito oscilador é considerando os transistores de acoplamento cruzado como um dispositivo ativo que apresenta uma impedância equivalente vista pelo circuito LC. Isto é feito usando o modelo em pequenos sinais dos dois MOSFETs, conforme mostra a Figura 15.



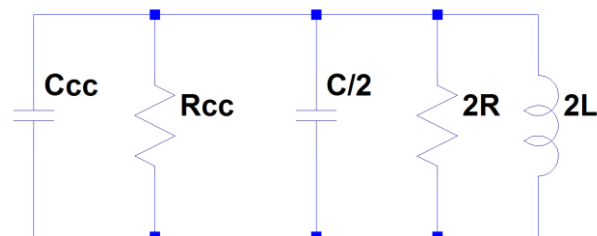
**Figura 15: Modelo em pequenos sinais do oscilador Cross-Coupled.**

Em seguida, rearranja-se o circuito para a forma da Figura 16 [10].



**Figura 16: Outra forma do modelo em pequenos sinais do oscilador Cross-Coupled.**

Se os dois transistores forem perfeitamente casados, isto é, apresentarem os mesmos parâmetros, o circuito é simétrico em relação a referência, definida como o terminal de fonte. Obtém-se, assim, o modelo da Figura 17, que mostra a impedância equivalente vista pela parte LC, e R representa as perdas do indutor.



**Figura 17: Impedância equivalente vista pela parte LC do oscilador Cross-Coupled.**

De acordo com o modelo mostrado na Figura 17, a resistência equivalente do bloco ativo é dado por meio das transcondutâncias dos MOSFETs:

$$R_{cc} = \frac{2}{g_{md}} - \frac{2}{g_{mg}} \quad (42)$$

E a capacitância equivalente do bloco ativo é dado por meio das capacitâncias dos MOSFETs:

$$C_{cc} = 2C_{gd} + \frac{C_{gs} + C_{bd} + C_{gb}}{2} \quad (43)$$

Para que ocorra a oscilação, a resistência total do circuito deve ser idealmente nula ou negativa de modo às oscilações crescerem até um ponto onde as não linearidades intrínsecas presentes no componente ativo saturem o ganho e a amplitude da oscilação mantenham-se em um certo valor.

Neste caso o somatório das condutâncias deve ser menor ou igual a zero:

$$\frac{1}{2R} + \frac{g_{md}}{2} - \frac{g_{mg}}{2} \leq 0 \quad (44)$$

E chega-se a relação já obtida antes:

$$\frac{g_{mg}}{g_{md}} \geq 1 + \frac{1}{g_{md}R} \quad (45)$$

A frequência de oscilação é dada por:

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{2L\left[\frac{C}{2} + C_{cc}\right]}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C + C_{bd} + C_{gs} + C_{gb} + 4C_{gd})}} \quad (46)$$

Estas análises mostraram que os resultados obtidos pelo método da realimentação foram um pouco diferentes do que o método da impedância equivalente. As equações de frequência e as condições de ganho não foram exatamente iguais porque no método da realimentação, a aproximação feita não considerou a verdadeira impedância de carga vista de um dos estágios. Ao invés disto, o que diferenciou na equação de frequência foi o termo multiplicador do capacitor  $C_{gd}$ , e para o critério de ganho, foi suposta uma condição a mais, no método da realimentação, para se chegar ao resultado apresentado. Uma análise mais detalhada [1], [2], [4] aumentaria o grau de complexidade de maneira desnecessária para fins práticos. O método da resistência equivalente do dispositivo ativo se mostrou ser mais simples devido à consideração de simetria. Se o oscilador fosse composto de mais de

dois estágios LC-MOSFET, o método da realimentação seria o melhor indicado para análise, pois neste caso se obteria um ganho de malha composto de N estágios [5]. Além do mais, ambas as maneiras abordadas utilizam aproximações dos MOSFETs, então, uma abordagem simples que leve a um entendimento mais intuitivo do circuito se torna vantajosa. Inclusive, a capacitância equivalente do dispositivo ativo  $C_{cc}$  varia com a tensão de alimentação, fazendo com que se necessite de um sistema de simulação, como o SPICE, para o projeto de circuitos transistorados.

## 4.2 Limite de Tensão

A equação de corrente do transistor NMOS é dada por:

$$I_D = \mu_n n C_{ox} \varphi_t^2 e^1 \frac{W}{L} e^{\frac{V_G - V_t}{n\varphi_t}} \left( e^{-\frac{V_S}{\varphi_t}} - e^{-\frac{V_D}{\varphi_t}} \right) \quad (47)$$

Para se achar o limite mínimo da tensão de alimentação, precisa-se dos valores de transcondutâncias:

$$g_{ms} = -\frac{\partial I_D}{\partial V_S} = \mu_n n C_{ox} \varphi_t e^1 \frac{W}{L} e^{\frac{V_G - V_t}{n\varphi_t}} e^{-\frac{V_S}{\varphi_t}} \quad (48)$$

$$g_{md} = \frac{\partial I_D}{\partial V_D} = \mu_n n C_{ox} \varphi_t e^1 \frac{W}{L} e^{\frac{V_G - V_t}{n\varphi_t}} e^{-\frac{V_D}{\varphi_t}} \quad (49)$$

$$g_{mg} = \frac{g_{ms} - g_{md}}{n} \quad (50)$$

A tensão entre dreno e fonte do MOSFET é dada por [7]:

$$V_{DS} = \varphi_t \ln \frac{g_{ms}}{g_{md}} + \frac{\varphi_t^2}{2I_s} (g_{ms} - g_{md}) \quad (51)$$

Onde  $I_s$  é a corrente de normalização:

$$I_s = \mu_n n C_{ox} \frac{\varphi_t^2 W}{2L} \quad (52)$$

Substituindo as expressões de transcondutâncias na equação de  $V_{DS}$  e usando a condição de ganho:

$$\frac{g_m g}{g_{md}} \geq 1 + \frac{1}{g_{md} R} \quad (53)$$

Obtém-se:

$$V_{DS} = \varphi_t \ln \left[ n \left( 1 + \frac{1}{g_{md} R} \right) + 1 \right] + n \varphi_t e^{1 - \frac{V_G - V_t}{n \varphi_t}} e^{-\frac{V_D}{\varphi_t}} + \frac{n \varphi_t^2}{2 I_s R} \quad (54)$$

Considerando o valor de R grande o suficiente e os termos exponenciais desprezíveis na operação em baixa tensão, pode-se aproximar a tensão acima por [5], [9]:

$$V_{DS_{min}} \cong \varphi_t \ln(n + 1) \quad (55)$$

Se  $n = 1$ , o valor do  $V_{DS}$  mínimo fica:

$$V_{DS_{min}} \cong \varphi_t \ln 2 \quad (56)$$

Como a tensão térmica depende de maneira linear com a temperatura, para uma faixa de 20 °C à 30 °C a tensão térmica assume os valores de 25,26mV à 26,12mV respectivamente. Então, o limite mínimo teórico possível da tensão  $V_{DS}$  capaz de alimentar suficientemente o MOSFET, de modo a este conseguir manter uma oscilação

no circuito, assume uma faixa de 17,5mV à 18,1mV respectivamente. Na prática, o limite mínimo de tensão será maior do que o destas faixas, pois estes valores estão associados a uma situação ideal onde as perdas do oscilador estão totalmente ausentes e os termos exponenciais não interferem no limite de tensão  $V_{DS}$ .

## 5 TESTES E SIMULAÇÕES

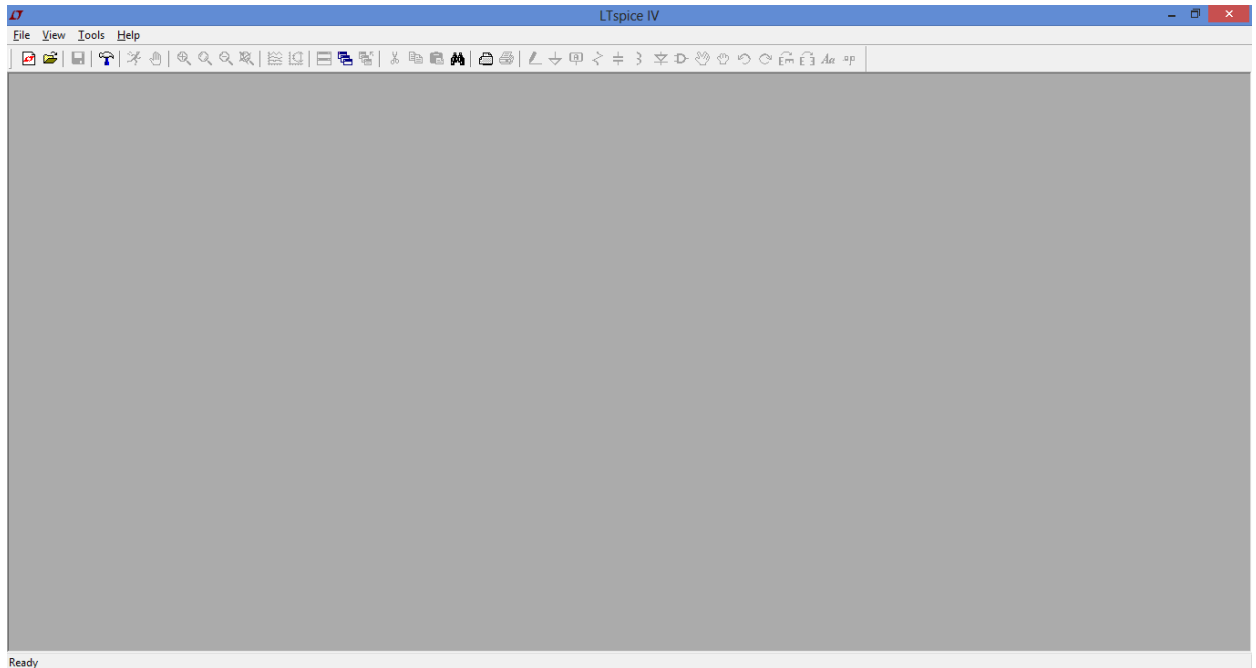
### 5.1 Primeiro modelo

Na simulação do oscilador, é usada para o MOSFET um modelo SPICE BSIM3. Este modelo foi desenvolvido pelo grupo de Pesquisa BSIM no departamento de Engenharia Elétrica e Ciencia da Computação da Univeresidade da California, Berkeley [11]. Os parâmetros se baseiam, mais especificamente, no modelo BSIM3v3.1 obtido do site da MOSIS<sup>1</sup>, cujo processo tecnológico é o de 0,13 $\mu$ m da empresa IBM [12]. Estes parâmetros estão mostrados no Apêndice C.

O programa usado para a simulação de circuitos elétricos e visualização de resultados é o LTspice IV, que é um software livre da empresa Linear Technology. Na Figura 18 é mostrada a tela inicial deste software.

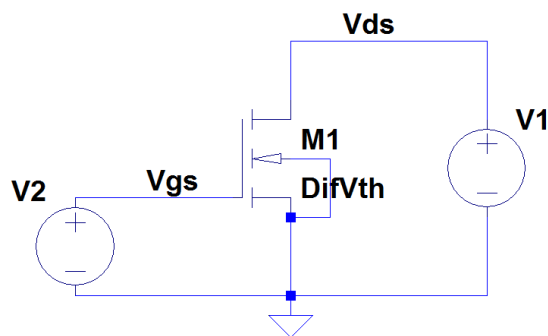
---

<sup>1</sup> MOSIS (Metal Oxide Semiconductor Implementation Service) é um serviço que disponibiliza protótipos de dispositivos de circuitos integrados via internet.



**Figura 18: Ambiente de trabalho do software LTspice IV.**

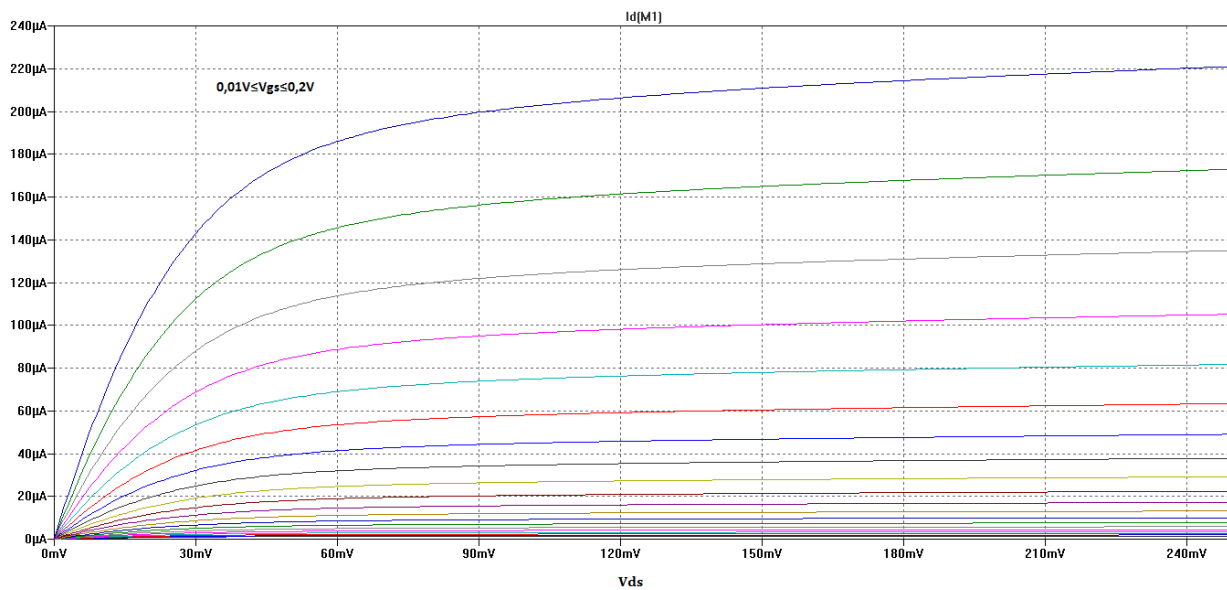
A topologia usada para verificar a característica de resposta do transistor se baseia na configuração fonte comum, mostrada na Figura 19.



**Figura 19: Topologia usada para simulação do MOSFET.**

Para a razão de aspecto, usa-se uma relação de  $W/L = 2500\mu\text{m}/0,42\mu\text{m}$  [8], [9] para garantir um alto ganho de corrente em pequenas tensões.

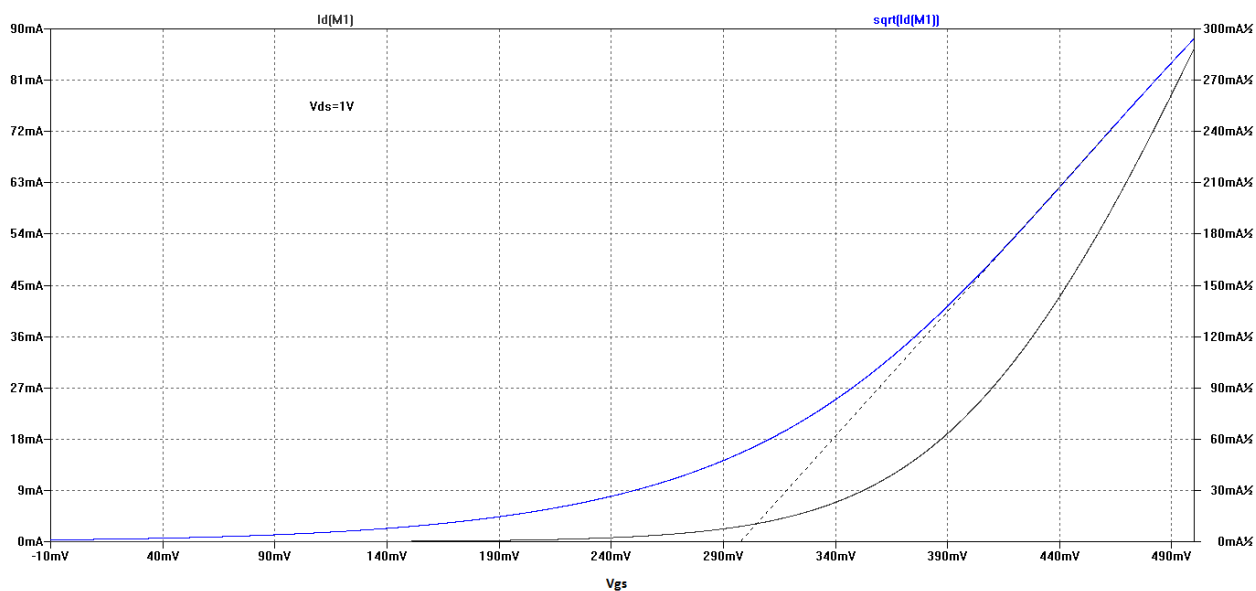
Com isso, se obtêm as curvas de resposta característica do transistor, mostradas na Figura 20.



**Figura 20: Curvas características de resposta do MOSFET.**

Na Figura 20, os valores de  $V_{GS}$  apresentam incrementos de 0,01V.

Seu comportamento perto da tensão de threshold é mostrado no seguinte gráfico de transferência direta, Figura 21.



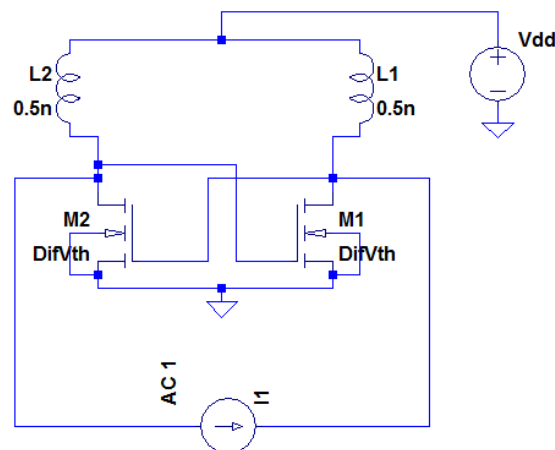
**Figura 21: Curva característica de transferência direta do MOSFET.**

Na Figura 21, são mostradas as curvas de  $I_D$  e de  $\sqrt{I_D}$ . Onde  $\sqrt{I_D}$  se comporta como uma reta, representa a região de saturação ou operação quadrática de  $I_D$  e onde



$\sqrt{I_D}$  se comporta como uma exponencial, representa a região de subthreshold de  $I_D$ . Extrapolando a reta da região de saturação para corrente nula [13], obtém-se como tensão de threshold  $V_t$  o valor de 297,67mV.

O próximo passo, consiste em testar a capacitância equivalente do dispositivo composto por transistores de acoplamento cruzado. Para isso, usa-se a topologia proposta na Figura 22.



**Figura 22: Topologia usada para medir a capacitância equivalente do circuito ativo.**

Neste esquema, a tensão de alimentação Vdd é variada e mede-se os valores da capacitância equivalente Ccc. Escolhe-se os indutores de modo a estes apresentarem uma indutância equivalente 2L de 1nH, um valor baixo para o Q do circuito ser alto o suficiente e garantir uma boa seletividade em frequência na ressonância. Quando esta condição ocorre, obtém-se a frequência  $f_o$  onde a fase da impedância equivalente muda abruptamente e com isso mede-se os valores da capacitância Ccc através da fórmula:

$$C_{cc} = \frac{1}{2L(2\pi f_o)^2} \quad (57)$$

O módulo da impedância é limitado na ressonância, pois os indutores apresentam uma resistência em série r de 1m $\Omega$  por padrão no programa LTSpice. O valor AC da fonte de corrente I1 pode ser arbitrário, pois seu valor influencia apenas no nível do sinal medido.

**Tabela 1: Capacitância equivalente e frequência de ressonância em função de Vdd.**

Vdd (V)	$f_o$ (GHz)	Ccc (pF)
0,01	2,9299	2,9508
0,08	2,92615	2,958
0,1	2,7358	3,384
0,125	2,68768	3,506
0,15	2,42196	4,318

Na Tabela 1, são mostrados os valores da capacitância equivalente Ccc para algumas tensões próximas de onde pretende-se que o oscilador funcione.

Com isso, será feita uma comparação entre estes valores estimados de capacitâncias com os valores baseados no cálculo das capacitâncias equivalentes do transistor.

As capacitâncias equivalentes do MOSFET na região de inversão fraca são equacionadas no Apêndice B.

Com isso, se obtém os valores da Tabela 2.

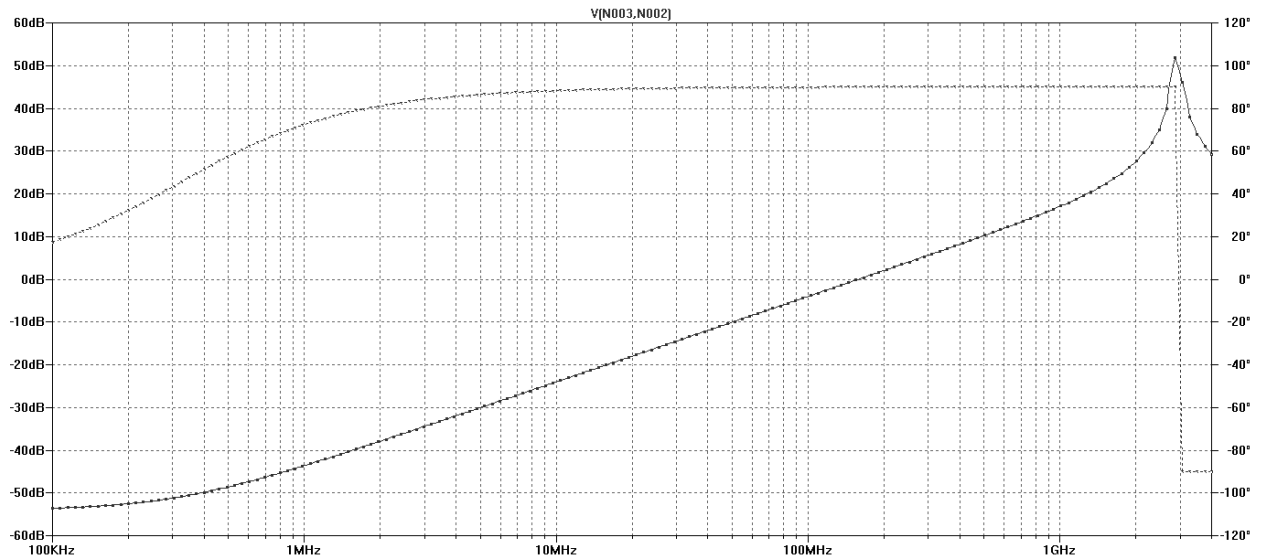
**Tabela 2: Capacitâncias calculadas do MOSFET em função de Vdd.**

Vdd (V)	Cgs (fF)	Cgd (fF)	Ccc (pF)
0,01	0,481934536	0,32806327	0,000897094
0,08	7,11193824	0,32806327	0,014387908
0,1	15,33715404	0,32806327	0,03083834
0,125	40,03003376	0,32806327	0,080224099
0,15	104,1124122	0,32806327	0,208388856

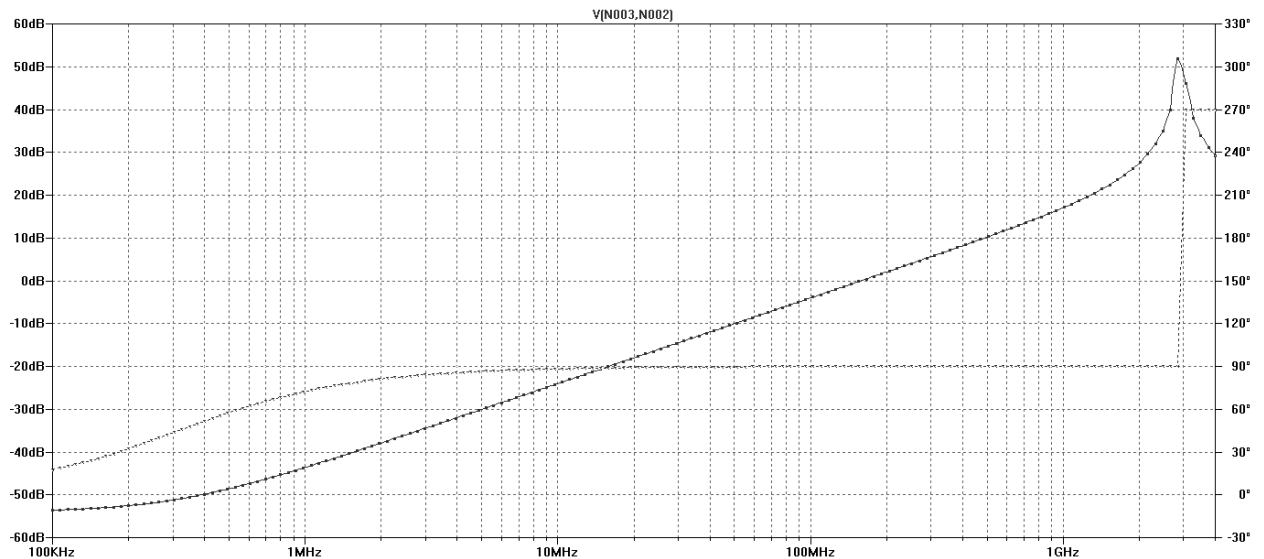
De acordo com esta tabela, vê-se que os valores das capacitâncias Ccc calculadas diferem dos valores medidos. Isto ocorre pois as equações usadas são simplificações dos modelos usados no BSIM.

Nas próximas duas figuras são mostradas as respostas em frequência deste circuito para fonte de corrente I1 de 1A, de modo ao módulo da tensão medida ser igual ao módulo da impedância. Na Figura 23, durante a ressonância, a fase passa por 0°, o que indica que a resistência equivalente é positiva, ou equivalentemente, o módulo de  $g_{mg}$  é baixo em relação ao de  $g_{md}$ . Na Figura 24, durante a ressonância, a fase passa por 180° e a resistência equivalente se torna negativa, pois o módulo de

$g_{mg}$  passa a ser alto em relação ao de  $g_{md}$ . De acordo com os testes, a fase na ressonância passa de  $0^\circ$  para  $180^\circ$  quando  $V_{dd}=0,028V$ .



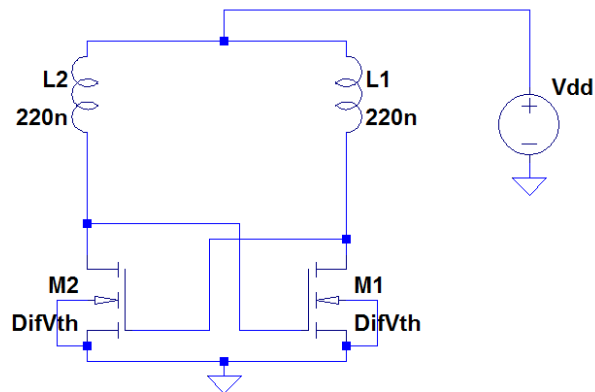
**Figura 23: Resposta em frequência do circuito de teste para tensão de alimentação de 27mV.**



**Figura 24: Resposta em frequência do circuito de teste para tensão de alimentação de 28mV.**

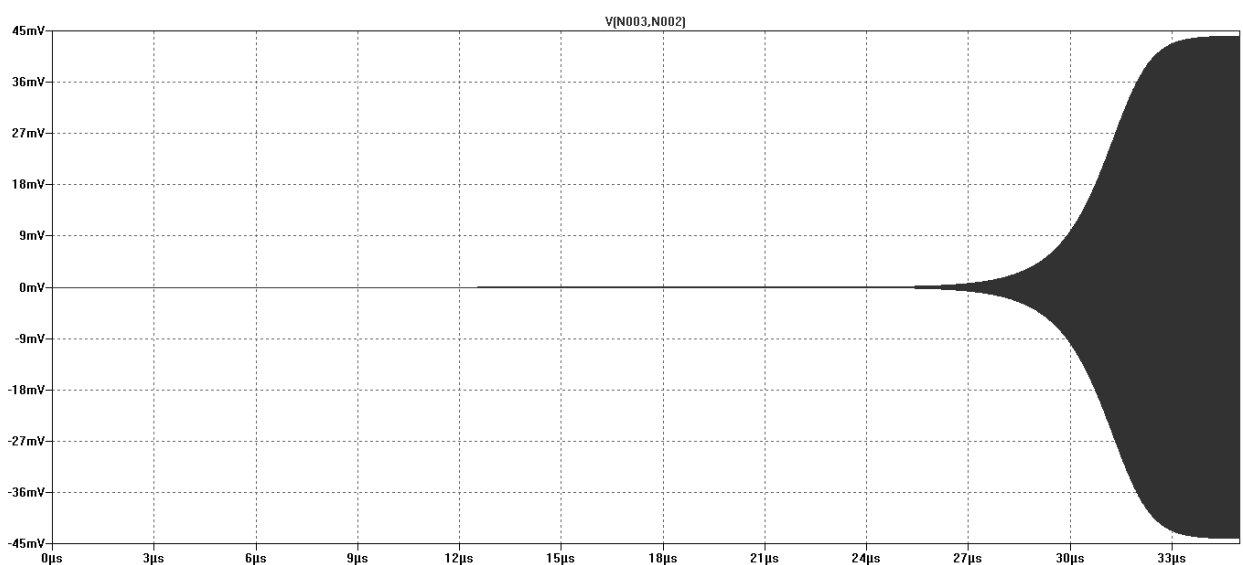
Com base nestes resultados e através de vários testes, conseguiu-se simular o oscilador Cross-Coupled numa tensão  $V_{dd}$  de 39mV com um indutância mínima de  $2L=440nH$  e uma resistência em série  $r$  de  $1\Omega$  em cada indutor, já que para menores valores de indutância não observou-se oscilações, sendo necessário, para isto,

umentar o Vdd mínimo. Para a simulação ser mais realista, a fonte Vdd foi definida com um tempo de subida de 5ns e os parâmetros dos indutores foram escolhidos com base nos valores típicos que se encontram no mercado de indutores em chip [14] [15]. A configuração é ilustrada na Figura 25. Capacitores externos não foram considerados para permitir uma maior frequência na oscilação.

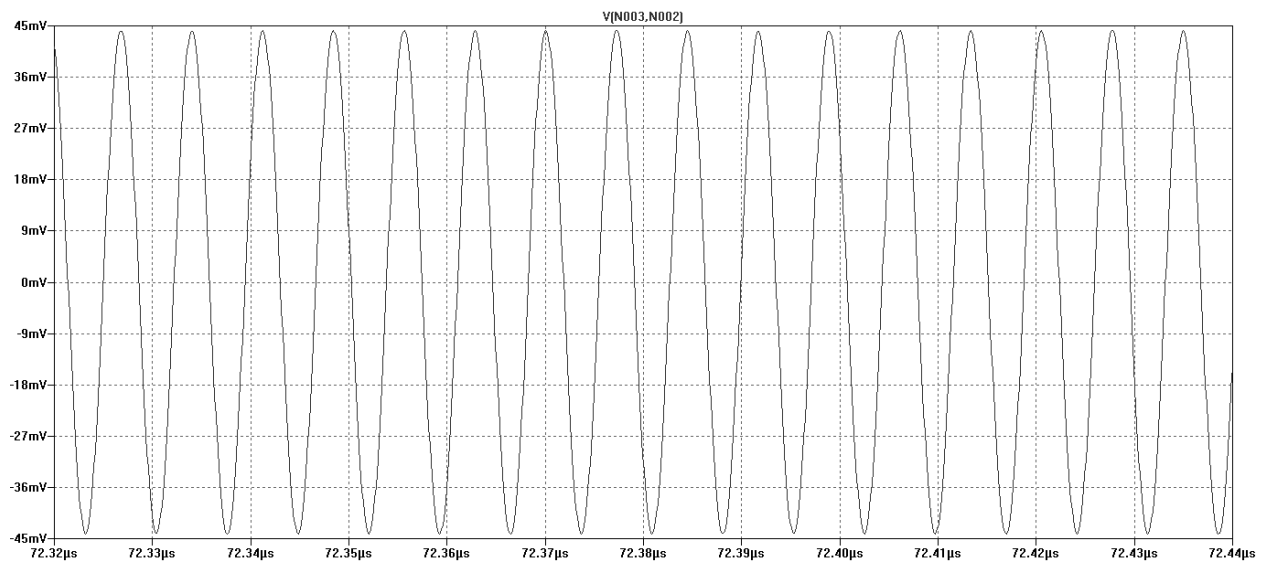


**Figura 25: Oscilador Cross-Coupled operando em mínima tensão.**

Na Figura 26, é mostrado o início da oscilação vista entre os terminais dos drenos dos MOSFETs. Como este processo é lento, é feito um zoom numa faixa de tempo onde ocorre o regime permanente, conforme o gráfico da Figura 27.

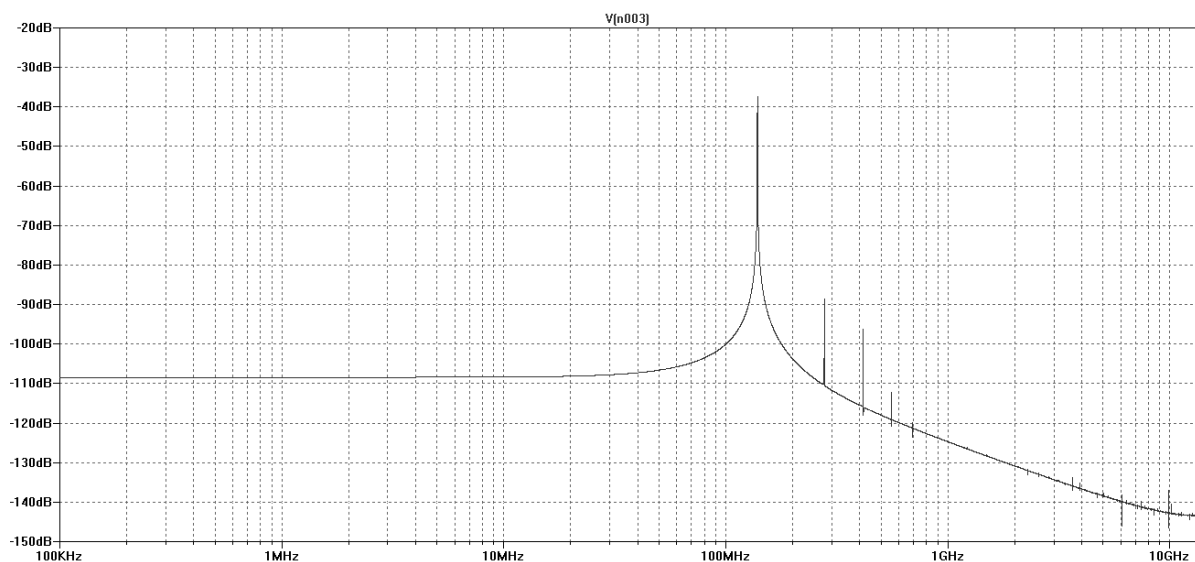


**Figura 26: Tempo de resposta do Oscilador Cross-Coupled.**



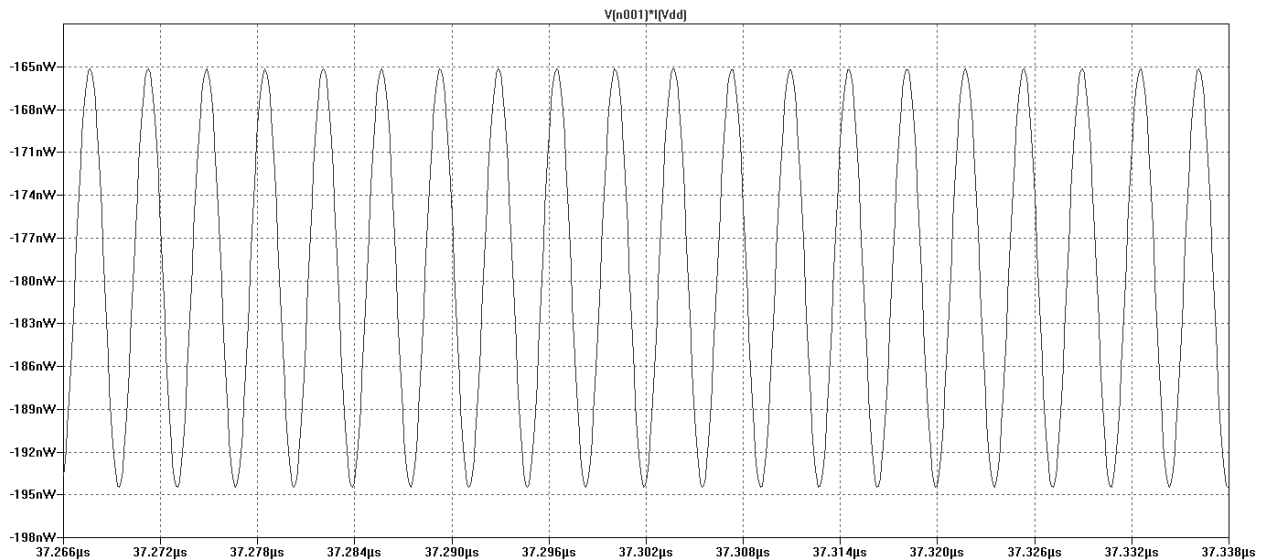
**Figura 27: Oscilador Cross-Coupled operando em regime permanente.**

A frequência de oscilação é calculada como  $f_o=139,677\text{MHz}$ , o que está de acordo o gráfico da FFT do terminal de um dos drenos, no regime permanente, Figura 28.



**Figura 28: FFT do Oscilador Cross-Coupled operando em regime permanente.**

Na Figura 29 é mostrada a potência fornecida pela fonte em função do tempo. De acordo com este gráfico a potência média fornecida é de 180nW.



**Figura 29: Potência fornecida pela fonte Vdd ao oscilador durante o regime permanente.**

## 5.2 Segundo modelo

Afim de se conseguir trabalhar com uma tensão de operação menor, seria interessante o uso de transistores com menores tensões de threshold. Devido a indisponibilidade de tais dispositivos durante este trabalho, foram feitos ajustes nos parâmetros do transistor NMOS. Estes ajustes têm como objetivo tornar a tensão de threshold  $V_t$  menor que a do MOSFET usado nas simulações anteriores. Para isso, num primeiro momento, duas variáveis do modelo BSIM no qual depende  $V_t$  são analisadas:  $V_{t0}$  e K1 [16], [17]. K1 está associado ao parâmetro de processo  $\gamma$ , mas apesar de a tensão  $V_{SB}$  permanecer nula e, a princípio, isto não influenciar a tensão  $V_t$ , de acordo com a expressão da seção 3.1, o modelo mais exato no BSIM integra o parâmetro K1 com outros parâmetros do transistor [17]. O valor de  $V_{t0}$  é reduzido em 10 vezes e para K1 multiplicado por um fator de 0,724, observou-se uma maior seletividade durante o teste da ressonância, cuja topologia do circuito é a mesma usada na medição da capacitância. Este ponto será explorado com mais detalhes adiante. A razão de aspecto é mantida inalterada em  $W/L = 2500\mu\text{m}/0,42\mu\text{m}$ .

Na Figura 30, são mostradas as curvas de resposta característica do novo transistor. Pode-se ver que para os mesmos níveis de tensão a corrente é maior que a do caso anterior, indicando um aumento no ganho de transcondutância. Os valores de  $V_{GS}$  apresentam incrementos de 0,01V.

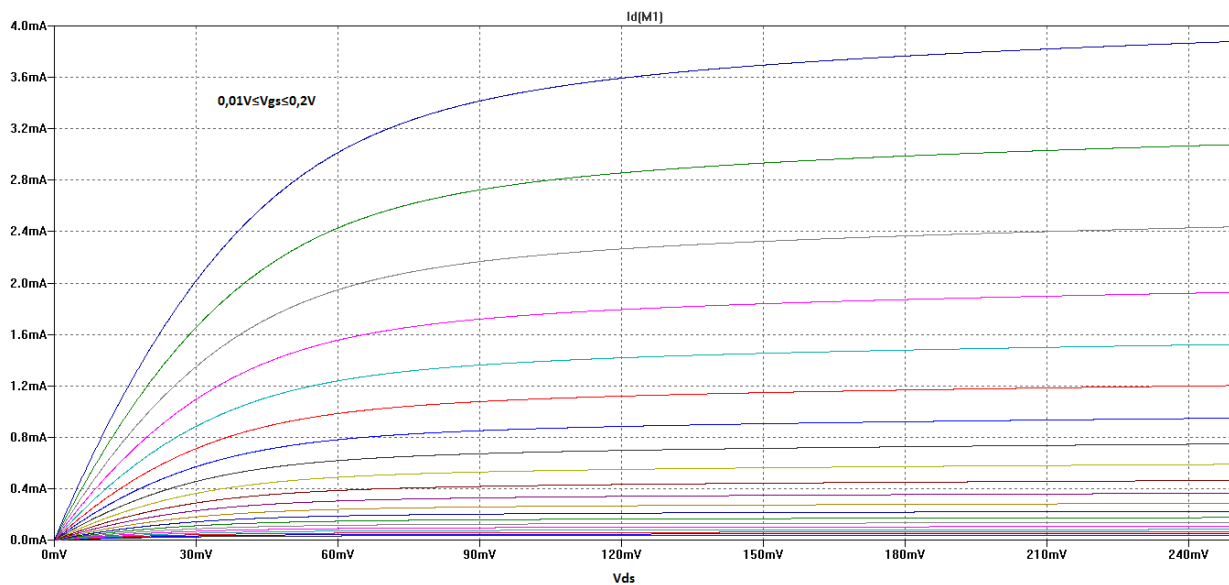


Figura 30: Curvas características de resposta do MOSFET.

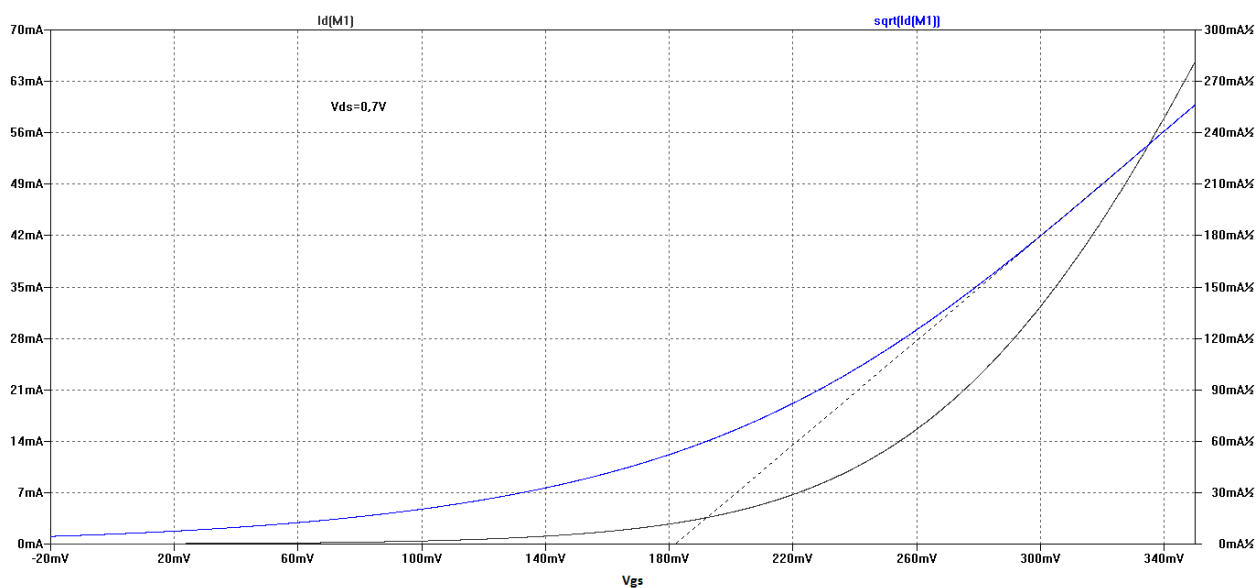
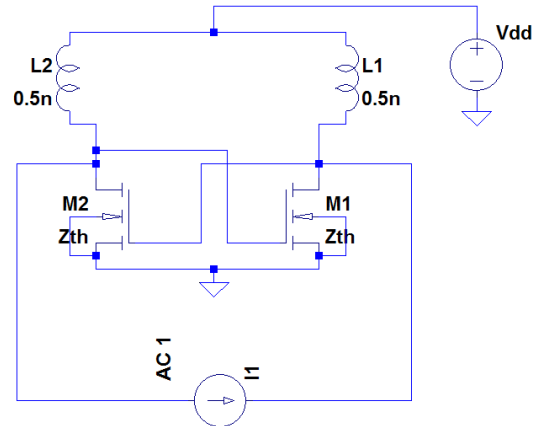


Figura 31: Curva características de transferência direta do MOSFET.

Na Figura 31, são mostradas as curvas de  $I_D$  e  $\sqrt{I_D}$  perto da tensão de threshold. Usando-se o método da extrapolação de reta já apresentado, obtém-se como tensão  $V_t$  o valor de 182mV.

A etapa seguinte consiste no teste da capacitância equivalente do dispositivo ativo, usando a topologia mostrada na Figura 32.



**Figura 32: Topologia usada para medir a capacitância equivalente do circuito ativo.**

Na Tabela 3, são registrados os valores da capacitância para tensões de alimentações próximas da onde pretende-se operar o circuito. Pode-se ver que para estas faixas de tensões a capacitância deste dispositivo é maior que a do caso anterior, indicando que para uma redução na tensão de threshold há um aumento na capacitância equivalente do MOSFET.

**Tabela 3: Capacitância equivalente e frequência de ressonância em função de Vdd.**

Vdd (V)	$f_o$ (GHz)	Ccc (pF)
0,01	2,5498	3,8961
0,02	2,5496	3,8967
0,03	2,3857	4,4505
0,04	2,3798	4,4726
0,05	2,3082	4,7544

Na Tabela 4, estão os valores calculados das capacitâncias equivalentes do MOSFET na região de inversão fraca.

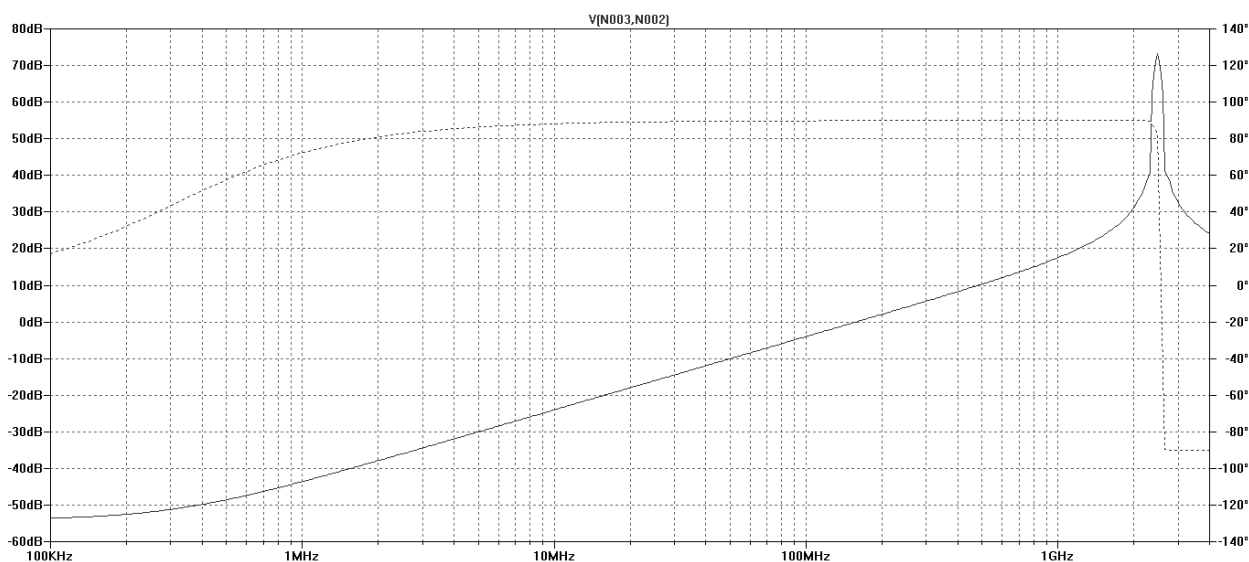
**Tabela 4: Capacitâncias calculadas do MOSFET em função de Vdd.**

Vdd (V)	Cgs (fF)	Cgd (fF)	Ccc (pF)
0,01	41,0711916	27,99009	0,076516
0,02	60,23309605	27,99009	0,134461
0,03	88,26509051	27,99009	0,190525
0,04	129,1932612	27,99009	0,272382
0,05	188,7806792	27,99009	0,391556

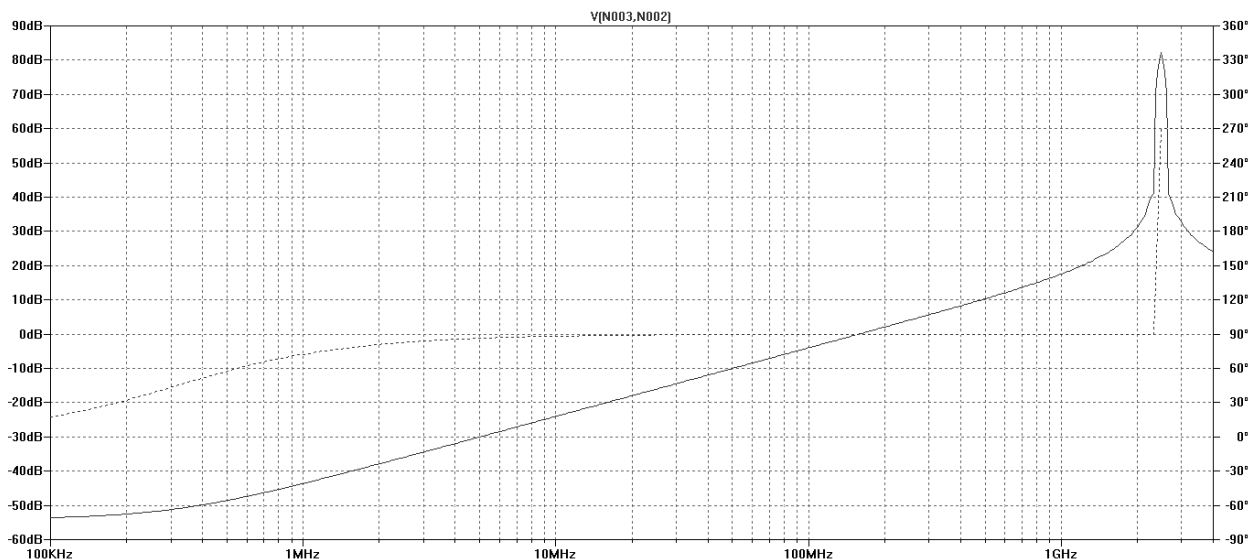


Os valores das capacitâncias  $C_{cc}$  calculadas diferem dos valores medidos devido às simplificações das equações usadas. Mas mesmo assim, as capacitâncias  $C_{cc}$  calculadas deste modelo são maiores que das do primeiro modelo.

Conforme já explicado, reduzindo em 10 vezes o valor de  $V_{t0}$  e multiplicando  $K1$  por um fator de 0,724, observou-se uma maior seletividade no circuito ativo na ressonância durante o teste da ressonância. Usando novamente uma corrente  $I1$  de 1A, analisa-se as respostas em frequência, mostradas nas seguintes figuras. Na Figura 33, a fase da impedância equivalente passa por  $0^\circ$  durante a ressonância, já na Figura 34, a fase passa por  $180^\circ$  na ressonância. Isto indica que para este caso, uma tensão de alimentação de 25mV torna a impedância equivalente negativa na ressonância. Para valores diferentes de  $V_{t0}$  e  $K1$ , a mudança de fase de  $0^\circ$  para  $180^\circ$ , durante a ressonância, ocorre para uma alimentação acima de 25mV.

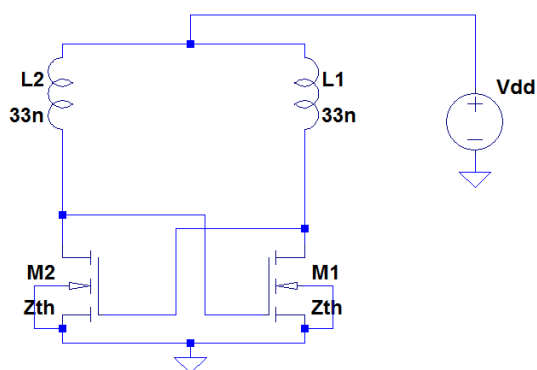


**Figura 33: Resposta em frequência do circuito de teste para tensão de alimentação de 24mV.**



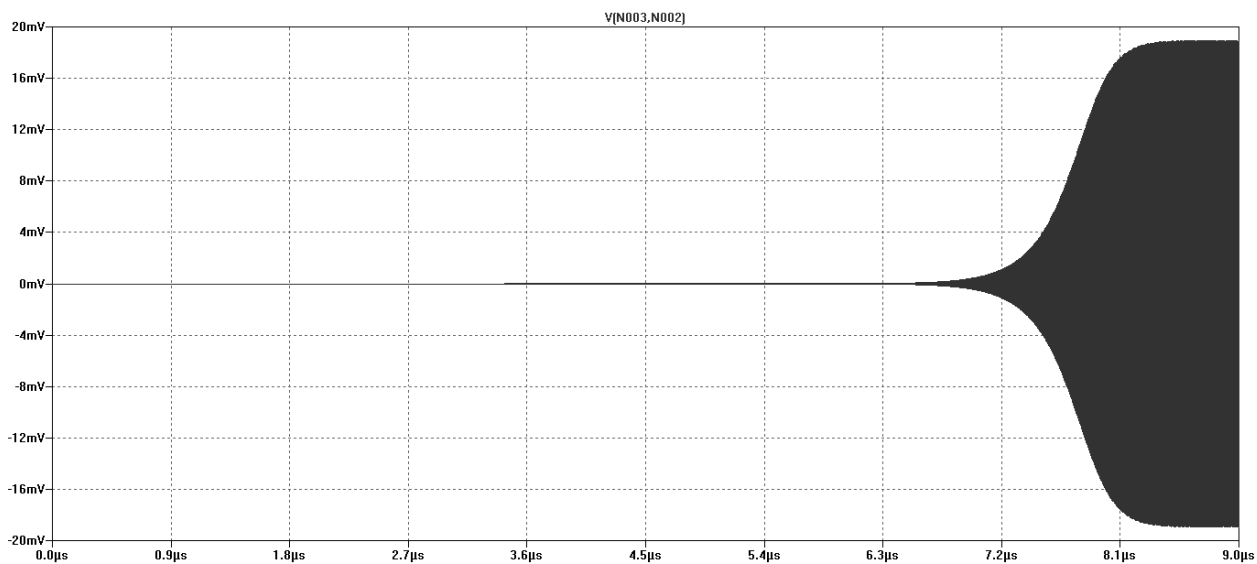
**Figura 34: Resposta em frequência do circuito de teste para tensão de alimentação de 25mV.**

Com base nestes resultados e através de vários testes, conseguiu-se simular este novo oscilador Cross-Coupled numa tensão Vdd de 27mV com um indutância mínima de  $2L=66\text{nH}$  e uma resistência em série  $r$  de  $0,1\Omega$  em cada indutor, já que para menores valores de indutância não observou-se oscilações, sendo necessário, para isto, aumentar o Vdd mínimo. Novamente a fonte Vdd foi definida com um tempo de subida de 5ns e os parâmetros dos indutores foram escolhidos com base nos valores típicos que se encontram no mercado de indutores em chip. A configuração é ilustrada na Figura 35.

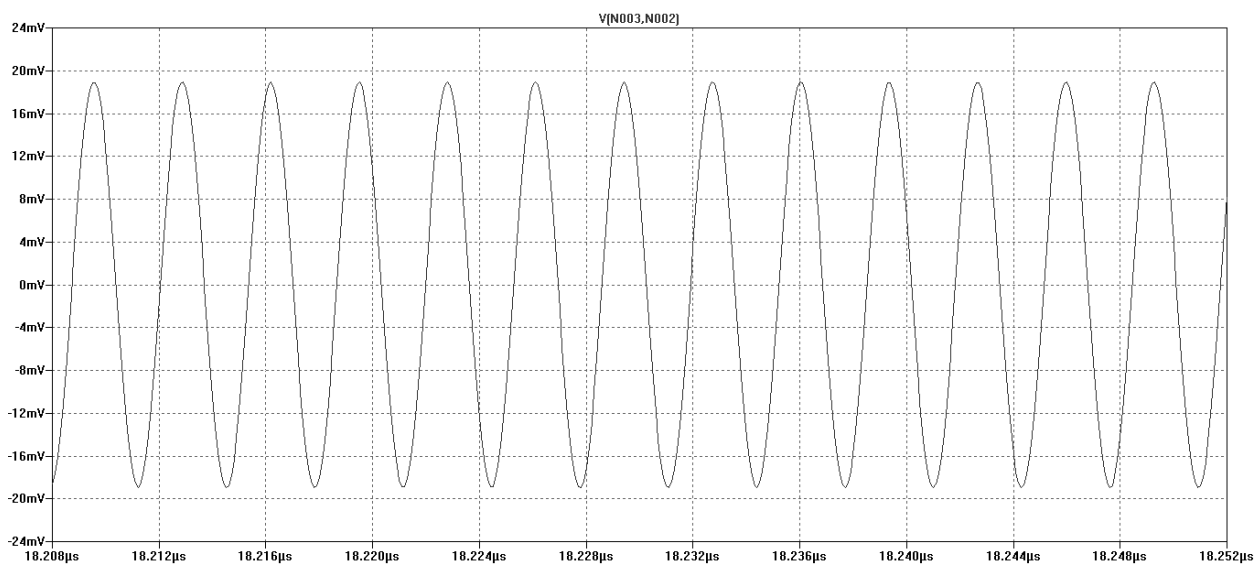


**Figura 35: Oscilador Cross-Coupled operando em mínima tensão.**

Na Figura 36, é mostrado o início da oscilação vista entre os terminais dos drenos dos MOSFETs. É feito um zoom numa faixa de tempo onde ocorre o regime permanente, conforme o gráfico da Figura 37.

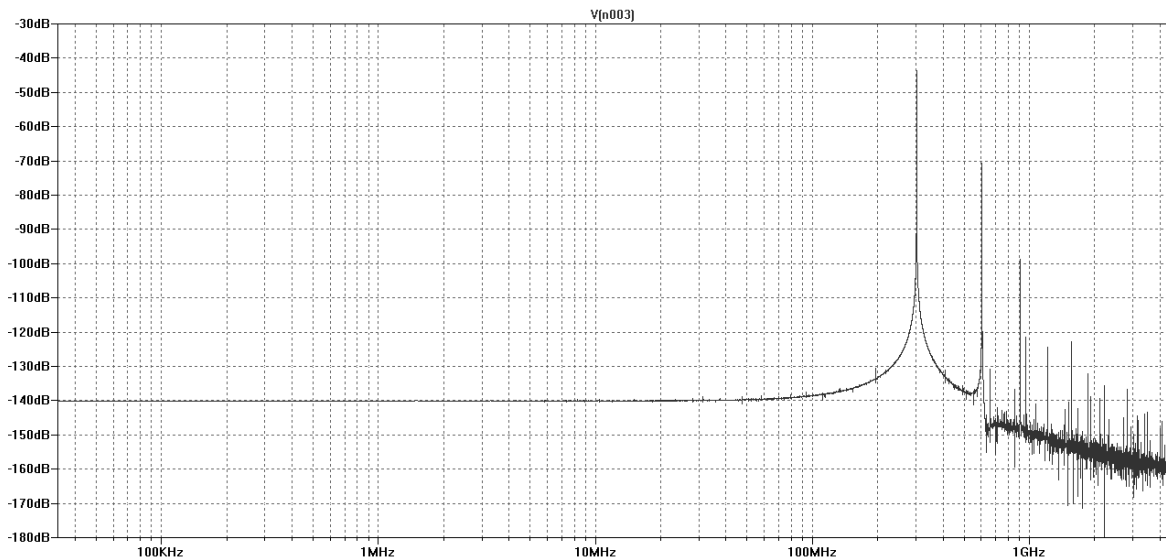


**Figura 36: Tempo de resposta do Oscilador Cross-Coupled.**



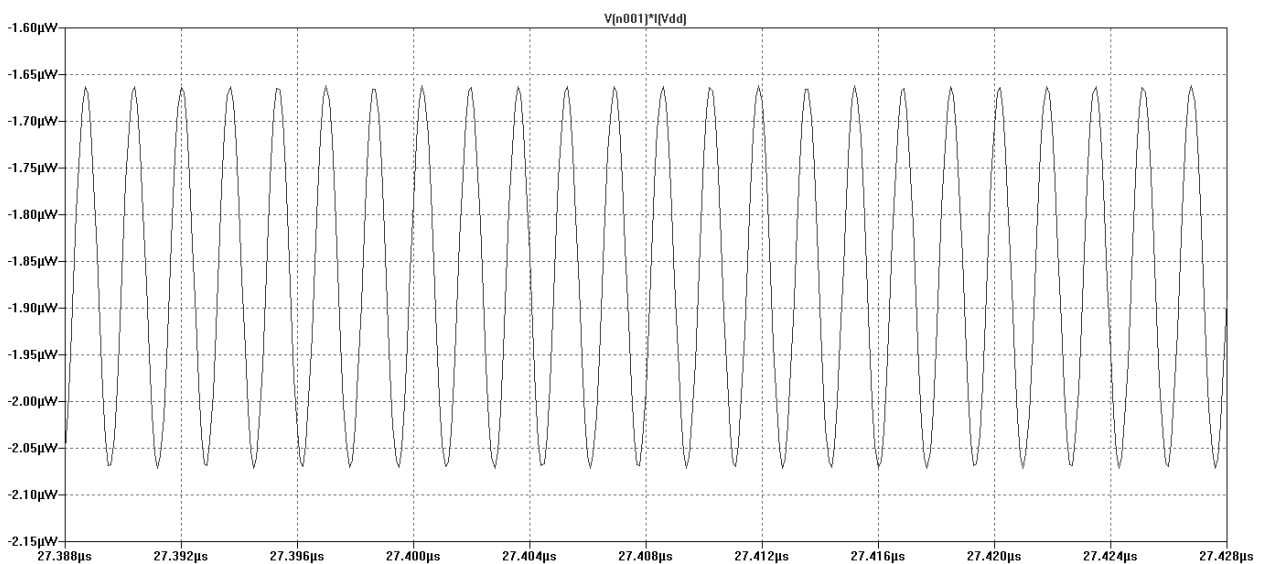
**Figura 37: Oscilador Cross-Coupled operando em regime permanente.**

A frequência de oscilação é calculada como  $f_o=313,488\text{MHz}$ , o que está de acordo o gráfico da FFT do terminal de um dos drenos, no regime permanente, Figura 38.



**Figura 38: FFT do Oscilador Cross-Coupled operando em regime permanente.**

Na Figura 39 é mostrada a potência fornecida pela fonte em função do tempo. De acordo com este gráfico, a potência média fornecida é de 1,866uW. A potência fornecida neste caso é maior que a do primeiro modelo, pois o ganho de corrente do transistor do segundo modelo é maior que o ganho de corrente do primeiro modelo para uma dada faixa de tensões entre os terminais do MOSFET.



**Figura 39: Potência fornecida pela fonte Vdd ao oscilador durante o regime permanente.**

### 5.3 Comparações

Obtido estes resultados, resume-se na Tabela 5 uma comparação dos principais parâmetros do circuito oscilador entre o primeiro modelo e o segundo modelo.

**Tabela 5: Comparação dos parâmetros do oscilador**

	Modelo 1	Modelo 2
$V_t$	297,67mV	182mV
Vdd	39mV	27mV
Ccc	2,9508pF	3,9053pF
2L	440nH	66nH
2r	2 $\Omega$	0,2 $\Omega$
$f_o$	139,677MHz	313,488MHz

Com base nesta tabela, ao se modificar o MOSFET do modelo 2, de modo que este tenha uma menor tensão de threshold do que a do modelo 1, consegue-se operar o oscilador numa menor tensão de alimentação, facilitando o início da oscilação através do uso de menores indutâncias e, conseqüentemente, menor resistência equivalente nos indutores, permitindo uma maior parte da alimentação na polarização dos transistores. Com isto consegue-se uma maior frequência na ressonância, mesmo que a capacitância equivalente do bloco Cross-Coupled tenha aumentado com o decréscimo de Vdd.

## 6 CONCLUSÃO

Este trabalho mostrou, através de simulações, o funcionamento de um oscilador em ultra baixa tensão. No primeiro modelo, conseguiu-se operar o oscilador numa tensão de alimentação de 39mV. Através de ajustes em alguns parâmetros do transistor, conseguiu-se operar o oscilador, no segundo modelo, usando uma tensão de alimentação de 27mV. Estes ajustes fizeram com que o MOSFET apresentasse uma menor tensão de threshold, conforme visto no método da extrapolação de reta no ponto de corrente nula. O método usado para medir a capacitância equivalente do bloco Cross-Coupled se baseou no modelo de excitação de um oscilador RLC, onde uma fonte de corrente de frequência variável alimenta o circuito e observa-se o módulo da tensão de oscilação através da resposta em frequência. O oscilador do segundo modelo conseguiu operar numa tensão próxima da onde ocorre a mudança de fase de  $0^\circ$  para  $180^\circ$ , no esquema de medição da capacitância equivalente, da impedância do oscilador. Isto foi possível, pois neste caso, o circuito sendo mais seletivo e mudando a fase para  $180^\circ$ , numa menor tensão de alimentação, facilita o início da oscilação, o que permite usar uma menor indutância no oscilador e conseqüentemente, uma menor resistência equivalente associada a esta indutância. A proporção entre indutância e resistência equivalente segue a tendência dos indutores em chip [14], [15], que são indutores fabricados para trabalharem em circuitos integrados.

Durante a análise matemática do oscilador, abordou-se duas maneiras de se descrever o circuito. Uma foi baseada no método da realimentação e outra no método da impedância equivalente do bloco ativo. Dependendo da topologia do circuito, um método é melhor de se trabalhar, no sentido de se obter uma simplificação na análise e um insight mais apurado do desempenho do sistema. No caso do oscilador Cross-Coupled, o método da impedância equivalente se mostrou mais apropriado devido à simetria do modelo equivalente, o que simplificou no equacionamento.

Como melhoria deste oscilador, de modo a permitir que este trabalhe com uma menor tensão de alimentação, seria o uso de transistores com tensão de threshold próximo de zero, pois em tensões na ordem dos mV, o ganho de corrente é maior do que o de transistores convencionais [18]. Para que se consiga aumentar a frequência de oscilação, é recomendável que as capacitâncias do MOSFET sejam menores de modo a reduzir a capacitância equivalente do bloco Cross-Coupled, só que isto impacta na relação de aspecto do transistor e, conseqüentemente, no ganho de corrente, pois reduzir a capacitância acarretaria, por exemplo, na redução de  $W$  ou no aumento de  $L$ , o que reduziria o ganho de corrente e isto, por sua vez, levaria ao aumento da tensão mínima de alimentação. O fato de que indutâncias na ordem de

poucos nH são difíceis de se achar no mercado de indutores em chip leva à possibilidade do uso de indutores integrados, o que reduziria o custo e aumentaria a robustez do circuito, pois estes não exigem montagem ou solda em separado. Um inconveniente é a grande área ocupada em silício e o fato dos indutores integrados apresentarem altas perdas, de forma que o Q fica na faixa de até 10 (processos genéricos) e até 20 (processos específicos pra RF). Como comparação, um indutor discreto enrolado com núcleo de ar atinge facilmente um Q da ordem de 100 a 500.

## 7 BIBLIOGRAFIA

- [1] A. S.Sedra e Kenneth C. Smith, MICROELETRONIC CIRCUITS, 5 ed., New York: Oxford University Press, 2004.
- [2] G. Gonzalez, Foundations of Oscillator Circuit Design, MA: ARTECH HOUSE, 2007.
- [3] B. Razavi, RF MICROELECTRONICS, Prentice Hall, 1998.
- [4] B. Razavi, Design of Analog CMOS Integrated Circuits, McGRAW-HILL, 2001.
- [5] M. B. Machado, M. C. Schneider e C. Galup-Montoro, "Analysis and Design of Ultra-Low-Voltage Inductive Ring Oscillators for Energy-Harvesting Applications," *Circuits and Systems (LASCAS), 2013 IEEE Fourth Latin American Symposium on*, 2013.
- [6] F. R. d. Sousa, M. B. Machado e C. Galup-Montoro, "A 20 mV Colpitts Oscillator powered by a thermoelectric generator," *Circuits and Systems (ISCAS), 2012 IEEE International Symposium on*, 2012.
- [7] C. GALUP MONTORO e . M. CHEREM SCHNEIDER, CMOS Analog Design Using All-Region MOSFET Modeling, New York: Cambridge University Press, 2010.
- [8] C. Galup-Montoro, M.C.Schneider e M. B. Machado, "Ultra-Low-Voltage Operation of CMOS Analog Circuits: Amplifiers, Oscillators, and Rectifiers," *IEEE TRANSACTIONS ON CIRCUITS AND SYSTEMS—II: EXPRESS BRIEFS*, vol. 59, 2012.
- [9] M. B. Machado, M. C. Schneider e C. Galup-Montoro, "On the Minimum Supply Voltage for MOSFET Oscillators," *IEEE TRANSACTIONS ON CIRCUITS AND SYSTEMS—I: REGULAR PAPERS*, vol. 61, FEBRUARY 2014.
- [10] R. Fiorelli, "Low Power Integrated LC Voltage Controlled Oscillator in CMOS Technology at 900MHz," *MAGISTER EN INGENIERÍA ELÉCTRICA, Facultad de Ingeniería Universidad de la República Montevideo, Uruguay*, December 2005.
- [11] "BSIM GROUP," UC Berkeley, [Online]. Available: <http://www-device.eecs.berkeley.edu/bsim/>. [Acesso em 2014].
- [12] MOSIS. [Online]. Available: [https://www.mosis.com/cgi-bin/cgiwrap/umosis/swp/params/ibm-013/v35c\\_8rf\\_8lm\\_dm-params.txt](https://www.mosis.com/cgi-bin/cgiwrap/umosis/swp/params/ibm-013/v35c_8rf_8lm_dm-params.txt). [Acesso em 2014].
- [13] P. E. Allen e D. R. Holberg, CMOS Analog Circuit Design, 2 ed., New York: Oxford, 2002.



- [14] Viking Tech , [Online]. Available:  
[http://www.viking.com.tw/en/2\\_1722/manufacturer/RF\\_Inductor\\_id26308.html](http://www.viking.com.tw/en/2_1722/manufacturer/RF_Inductor_id26308.html).
- [15] Johanson Technology, [Online]. Available: <http://www.johansontechnology.com/rf-inductors/rf-wirewound-chip-inductors.html#.VFfXAfnF-kE>. [Acesso em 2014].
- [16] W. Liu, X. Jin, J. Chen, M.-C. Jeng, Z. Liu, Y. Cheng, K. Chen, M. Chan, K. Hui, J. Huang, R. Tu, P. K. Ko e C. Hu, "BSIM3v3.2.2 MOSFET Model," 1999.
- [17] H. Abebe e V. C. Tyree, "BSIM3v3.1 Model Parameters Extraction and Optimization," 2000.
- [18] C. C. S. Júnior, D. Deotti, R. M. d. Ponte, M. B. Machado e M. C. Schneider, "Zero-Threshold-Voltage MOSFETs: A Survey," 2012.
- [19] "LTSPICE," [Online]. Available: <http://www.linear.com/designtools/software/#LTspice>.
- [20] M. B. Machado, M. C. Schneider e C. Galup-Montoro, "Design of a Fully Integrated Colpitts Oscillator Operating at VDD below  $4kT/q$ ," *Circuits and Systems (LASCAS), 2014 IEEE 5th Latin American Symposium on*, 2014.
- [21] R. E. Rottava e F. R. d. Sousa, "A 40 mV/4 uW CMOS Colpitts Oscillator with Additional Positive Feedback at 2.12 GHz," 2012.

## APÊNDICE A

A função de transferência de um estágio do oscilador é dada por:

$$\frac{v_{ds}}{v_{gs}} = \frac{j\omega C_{gd} - g_{mg}}{\left(g_{md} + \frac{1}{R}\right) + j\left[\omega(C + C_{bd} + C_{gs} + C_{gb} + C_{gd}(1+a)) - \frac{1}{\omega L}\right]} \quad (A1)$$

Como o oscilador é composto por dois estágios em cascata de modo a formar um sistema realimentado, o ganho de malha total fica:

$$L(j\omega) = \frac{v_{ds1}}{v_{gs1}} \cdot \frac{v_{ds2}}{v_{gs2}} = \left[ \frac{j\omega C_{gd} - g_{mg}}{\left(g_{md} + \frac{1}{R}\right) + j\left[\omega(C + C_{bd} + C_{gs} + C_{gb} + C_{gd}(1+a)) - \frac{1}{\omega L}\right]} \right]^2 \quad (A2)$$

Definindo:

$$Geq = g_{md} + \frac{1}{R} \quad (A3)$$

$$Beq = \omega \left( C + C_{bd} + C_{gs} + C_{gb} + C_{gd}(1+a) \right) - \frac{1}{\omega L} \quad (A4)$$

Expressa-se o ganho de malha em termos de sua parte real e imaginária:

$$L(j\omega) = \left( \frac{Beq\omega C_{gd} - g_{mg}Geq + j\omega C_{gd}Geq + jg_{mg}Beq}{Geq^2 + Beq^2} \right)^2 \quad (A5)$$

O critério de oscilação é dado por:

$$\omega C_{gd}Geq + g_{mg}Beq = 0 \quad (A6)$$

Substituindo as expressões de  $Geq$  e  $Beq$  nesta equação, chega-se na frequência de ressonância:

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L \left[ C + C_{bd} + C_{gs} + C_{gb} + C_{gd} \left( \frac{g_{md}}{g_{mg}} + \frac{1}{g_{mg}R} + 1 + a \right) \right]}} \quad (A7)$$

O critério de ganho é dado por:

$$\left( \frac{Beq \omega C_{gd} - g_{mg} Geq}{Geq^2 + Beq^2} \right)^2 \geq 1 \quad (A8)$$

Substituindo a equação A6 nesta desigualdade, chega-se na condição de ganho:

$$\left[ \frac{\frac{(\omega C_{gd})^2}{g_{mg}} - g_{mg}}{\left( g_{md} + \frac{1}{R} \right) \left[ 1 + \left( \frac{\omega C_{gd}}{g_{mg}} \right)^2 \right]} \right]^2 \geq 1 \quad (A9)$$

## APÊNDICE B

As capacitâncias equivalentes do MOSFET na região de inversão fraca são dadas por [7]:

$$C_{gs} = C_{ox}WL \frac{qIS}{1+qIS} \quad (B1)$$

$$C_{gd} = C_{ox}WL \frac{qID}{1+qID} \quad (B2)$$

$$C_{gb} = \frac{n-1}{n} (C_{ox}WL - C_{gs} - C_{gd}) \quad (B3)$$

$$C_{bd} = (n - 1)C_{gd} \quad (B4)$$

Onde:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \quad (B5)$$

$$qIS = e^1 e^{\frac{V_G - V_t}{n\phi_t}} \left( e^{-\frac{V_S}{\phi_t}} \right) \quad (B6)$$

$$qID = e^1 e^{\frac{V_G - V_t}{n\phi_t}} \left( e^{-\frac{V_D}{\phi_t}} \right) \quad (B7)$$

Para  $n = 1$ , chega-se a:

$$C_{gs} = C_{ox}WL \frac{qIS}{1+qIS} \quad (B8)$$

$$C_{gd} = C_{ox}WL \frac{qID}{1+qID} \quad (B9)$$

$$C_{gb} = 0 \quad (B10)$$

$$C_{bd} = 0 \quad (B11)$$

Onde:

$$qIS = e^1 e^{\frac{V_{GS}-V_t}{\varphi_t}} \quad (B12)$$

$$qID = e^1 e^{\frac{V_{GD}-V_t}{\varphi_t}} \quad (B13)$$

Em seguida, são usados como valores para os parâmetros:  $t_{ox} = 3,2\text{nm}$ ;  $\varepsilon_{ox} = 3,9\varepsilon_o = 3,45 \times 10^{-11}\text{F/m}$ ;  $W = 2500\mu\text{m}$ ;  $L = 0,42\mu\text{m}$ ;  $V_{GS} = \text{Vdd}$ ;  $V_{GD} = 0$  e  $\varphi_t = 26\text{mV}$ .

A tensão de threshold  $V_t$  do transistor do primeiro modelo é de 297,67mV e a do segundo modelo é de 182mV.

Com isto, estimasse a capacitância equivalente do bloco ativo Ccc usando a seguinte equação, deduzida no modelo em pequenos sinais do oscilador:

$$C_{cc} = 2C_{gd} + \frac{C_{gs}+C_{bd}+C_{gb}}{2} \quad (B14)$$

## APÊNDICE C

Netlist utilizado na simulação do primeiro modelo:

```

M1 N003 N002 0 0 DifVth l=0.42u w=2500u
M2 N002 N003 0 0 DifVth l=0.42u w=2500u
L1 N001 N003 220n Rser=1
L2 N001 N002 220n Rser=1
Vdd N001 0 PULSE(0 .039 0 5n)
.model NMOS NMOS
.model PMOS PMOS
.lib C:\PROGRA~2\LTC\LTSPIC~1\lib\cmp\standard.mos
.tran 0 100u 0 0.0001u
.MODEL      DifVth      NMOS      (              LEVEL = 8
+VERSION = 3.1      TNOM = 27      TOX = 3.2E-9
+XJ = 1E-7      NCH = 2.3549E17  VTH0 = 0.0396554
+K1 = 0.3658057  K2 = -0.0322543  K3 = 1E-3
+K3B = -2.451167  W0 = 8.01406E-7  NLX = 1E-6
+DVTOW = 0      DVT1W = 0      DVT2W = 0
+DVT0 = 1.433812  DVT1 = 0.1267043  DVT2 = 0.2429906
+U0 = 455.7172913  UA = -6.30664E-11  UB = 3.188029E-18
+UC = 4.352734E-10  VSAT = 1.660746E5  A0 = 2
+AGS = 1.0156223  B0 = 5.513384E-6  B1 = 5E-6
+KETA = 0.05      A1 = 1.158323E-3  A2 = 0.3000507
+RDSW = 150      PRWG = -0.1949785  PRWB = 0.2
+WR = 1          WINT = 1.344912E-8  LINT = 8.57538E-9
+DWG = 5.851826E-9  DWB = -9.811963E-9  VOFF = -1.437802E-4
+NFACTOR = 2.5    CIT = 0      CDSC = 2.4E-4
+CDSCD = 0      CDSCB = 0      ETA0 = 2.736004E-6
+ETAB = -0.0133399  DSUB = 4.034666E-6  PCLM = 1.9846072
+PDIBLC1 = 0.9640054  PDIBLC2 = 0.01  PDIBLCB = 0.1
+DROUT = 0.9988769  PSCBE1 = 7.930138E10  PSCBE2 = 5E-10
+PVAG = 0.5367816  DELTA = 0.01  RSH = 6.8
+MOBMOD = 1      PRT = 0      UTE = -1.5
+KT1 = -0.11     KT1L = 0      KT2 = 0.022
+UA1 = 4.31E-9   UB1 = -7.61E-18  UC1 = -5.6E-11
+AT = 3.3E4      WL = 0      WLN = 1
+WW = 0          WWN = 1      WWL = 0
+LL = 0          LLN = 1      LW = 0
+LWN = 1         LWL = 0      CAPMOD = 2
+XPART = 0.5     CGDO = 3E-10  CGSO = 3E-10
+CGBO = 1E-12    CJ = 9.58142E-4  PB = 0.9296269
+MJ = 0.3947908  CJSW = 1E-10  PBSW = 0.8
+MJSW = 0.3889611  CJSWG = 3.3E-10  PBSWG = 0.8
+MJSWG = 0.3886008  CF = 0      PVTH0 = -1.290152E-3
+PRDSW = 9.0121815  PK2 = 1.586032E-3  WKETA = 9.320148E-4
+LKETA = 0.0394768  PU0 = -4.2873558  PUA = -4.19332E-11
+PUB = 0         PVSAT = 653.2294237  PETA0 = 1E-4

```

```

+PKETA = -2.589568E-3 )
.options plotwinsize=0
.backanno
.end

```

Netlist utilizado na simulação do segundo modelo:

```

M1 N003 N002 0 0 Zth l=0.42u w=2500u
M2 N002 N003 0 0 Zth l=0.42u w=2500u
L1 N001 N003 33n Rser=.1
L2 N001 N002 33n Rser=.1
Vdd N001 0 PULSE(0 .027 0 5n)
.model NMOS NMOS
.model PMOS PMOS
.lib C:\PROGRA~2\LTC\LTSPIC~1\lib\cmp\standard.mos
.tran 0 50u 0 0.0001u
.MODEL      Zth      NMOS      (              LEVEL = 8
+VERSION = 3.1      TNOM   = 27      TOX   = 3.2E-9
+XJ   = 1E-7      NCH   = 2.3549E17  VTH0  = 0.00396554
+K1   = .2648433  K2   = -0.0322543  K3   = 1E-3
+K3B  = -2.451167  W0   = 8.01406E-7  NLX  = 1E-6
+DVTOW = 0      DVT1W = 0      DVT2W = 0
+DVT0 = 1.433812  DVT1 = 0.1267043  DVT2 = 0.2429906
+U0   = 455.7172913  UA   = -6.30664E-11  UB   = 3.188029E-18
+UC   = 4.352734E-10  VSAT = 1.660746E5  A0   = 2
+AGS  = 1.0156223  B0   = 5.513384E-6  B1   = 5E-6
+KETA = 0.05      A1   = 1.158323E-3  A2   = 0.3000507
+RDSW = 150      PRWG  = -0.1949785  PRWB = 0.2
+WR   = 1      WINT  = 1.344912E-8  LINT  = 8.57538E-9
+DWG  = 5.851826E-9  DWB  = -9.811963E-9  VOFF  = -1.437802E-4
+NFACTOR = 2.5    CIT   = 0      CDSC  = 2.4E-4
+CDSCD = 0      CDSCB = 0      ETA0  = 2.736004E-6
+ETAB  = -0.0133399  DSUB = 4.034666E-6  PCLM  = 1.9846072
+PDIBLC1 = 0.9640054  PDIBLC2 = 0.01  PDIBLCB = 0.1
+DROUT = 0.9988769  PSCBE1 = 7.930138E10  PSCBE2 = 5E-10
+PVAG  = 0.5367816  DELTA = 0.01  RSH  = 6.8
+MOBMOD = 1      PRT   = 0      UTE  = -1.5
+KT1   = -0.11    KT1L = 0      KT2  = 0.022
+UA1   = 4.31E-9  UB1  = -7.61E-18  UC1  = -5.6E-11
+AT    = 3.3E4    WL   = 0      WLN  = 1
+WW    = 0      WWN  = 1      WWL  = 0
+LL    = 0      LLN  = 1      LW   = 0
+LWN   = 1      LWL  = 0      CAPMOD = 2
+XPART = 0.5      CGDO  = 3E-10  CGSO  = 3E-10
+CGBO  = 1E-12    CJ   = 9.58142E-4  PB   = 0.9296269
+MJ    = 0.3947908  CJSW = 1E-10  PBSW  = 0.8
+MJSW  = 0.3889611  CJSWG = 3.3E-10  PBSWG = 0.8
+MJSWG = 0.3886008  CF   = 0      PVTH0 = -1.290152E-3
+PRDSW = 9.0121815  PK2  = 1.586032E-3  WKETA = 9.320148E-4
+LKETA = 0.0394768  PU0  = -4.2873558  PUA  = -4.19332E-11
+PUB   = 0      PVSAT = 653.2294237  PETA0 = 1E-4
+PKETA = -2.589568E-3 )
.options plotwinsize=0
.backanno
.end

```