

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE INFORMÁTICA
CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

TATIANA COSTA MEISTER

**Algoritmo de Branch & Bound Aplicado ao
Problema de Virtualização de Redes**

Monografia apresentada como requisito parcial para
a obtenção do grau de Bacharel em Ciência da
Computação

Orientador: Prof. Dr. Luciana Buriol
Co-orientador: Leonardo F.S. Moura

Porto Alegre
2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitor: Prof. Carlos Alexandre Netto

Vice-Reitor: Prof. Rui Vicente Oppermann

Pró-Reitor de Graduação: Prof. Sérgio Roberto Kieling Franco

Diretor do Instituto de Informática: Prof. Luis da Cunha Lamb

Coordenador do Curso de Ciência de Computação: Prof. Carlos Arthur Lang Lisbôa

Bibliotecária-chefe do Instituto de Informática: Beatriz Regina Bastos Haro

RESUMO

O problema de virtualização de redes, o qual surgiu com o compartilhamento de recursos físicos por redes virtuais, consiste em alocar uma ou mais redes virtuais sobre uma rede física respeitando as capacidades de nós e links, bem como atendendo outras restrições do problema. Este problema já foi resolvido heurísticamente, através de metaheurísticas e métodos de arredondamento, e exatamente através do CPLEX e Branch & Price. O presente trabalho apresenta um algoritmo exato para o problema de mapeamento de redes virtuais baseado na técnica de Branch & Bound. Diversos cortes são propostos, reduzindo significativamente o espaço de busca do problema. O algoritmo proposto é comparado experimentalmente com o CPLEX e Branch & Price, considerando diferentes classes de grafos e de tamanhos variados. Nos cenários testados, o algoritmo proposto apresenta desempenho significativamente superior ao CPLEX e Branch & Price.

Palavras-chave: Virtualização de redes. Problema de mapeamento de redes virtuais. Branch & Bound. Algoritmos exatos.

Branch & Bound Algorithm Applied to Network Embedding Problem

ABSTRACT

The network virtualization problem, which was originated from the sharing of resources among several virtual networks, consists in running one or more virtual networks on top of a physical network respecting the capabilities of nodes and links, as well as meeting other constraints of the problem. This problem was already solved heuristically, using metaheuristics and rounding heuristics, and exactly by CPLEX and Branch & Price. This work presents an exact algorithm for the virtual network embedding problem based on the branch & bound method. Several cuts are proposed, reducing considerably the size of the problem search space. The presented algorithm is experimentally compared with CPLEX and Branch & Price, considering different network topologies and instance sizes. In the tested scenarios, the proposed algorithm presents significantly superior performance to CPLEX and Branch & Price

Keywords: Virtualization. Virtual Network Embedding Problem. Branch & Bound. Exact algorithms.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Exemplo de instância do PMRV.	12
Figura 4.1 Grafo Virtual.	17
Figura 5.1 Instância do PMRV.	22
Figura 5.2 Árvore de escolhas da instância da Figura 5.1.	22
Figura 5.3 Instância do PMRV - Mapeamento incompleto em curso.	26
Figura 5.4 Instância do PMRV para mapeamento de arestas.	31
Figura 6.1 Instância do PMRV para aplicação do corte por Falta de TBAL (AIM1).	34
Figura 6.2 Instância do PMRV para aplicação do corte Custo por Distância Mínima (CM1).	37
Figura 6.3 Instância do PMRV para aplicação do corte Custo por Tamanho do Caminho (CM2).	39
Figura 6.4 Instância do PMRV para aplicação do corte por Infactibilidade nos Próximos Nodos (AIM2).	43
Figura 7.1 Exemplos das topologias físicas.	45
Figura 7.2 Resultados agrupados por n° de nodos virtuais - Baixa Demanda x Esparsos.	50
Figura 7.3 Resultados agrupados por n° de nodos virtuais - Baixa Demanda x Densos.	53
Figura 7.4 Resultados agrupados por n° de nodos virtuais - Baixa Demanda x Hierárquicos.	56
Figura 7.5 Resultados agrupados por n° de nodos virtuais - Baixa Demanda x Transit-Stub.	59
Figura 7.6 Resultados agrupados por n° de nodos virtuais - Alta Demanda x Esparsos.	62
Figura 7.7 Resultados agrupados por n° de nodos virtuais - Alta Demanda x Densos.	65
Figura 7.8 Resultados agrupados por n° de nodos virtuais - Alta Demanda x Hierárquicos.	68
Figura 7.9 Resultados agrupados por n° de nodos virtuais - Alta Demanda x Transit-Stub.	71
Figura 7.10 Qualidade das soluções via B&B por n° de nodos virtuais.	73
Figura 7.11 Finalização de instâncias de Baixa Demanda por n° de nodos virtuais.	74
Figura 7.12 Finalização de instâncias de Alta Demanda por n° de nodos virtuais.	74
Figura 7.13 Tempo de execução por n° de nodos virtuais.	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	Informações dos nodos do Grafo Virtual da Figura 4.1.	18
Tabela 5.1	Informações dos nodos virtuais e físico da Figura 5.3b.	26
Tabela 5.2	Geração de caminhos físicos para aresta (A, B) da instância da Figura 5.4.	31
Tabela 6.1	Cortes aplicados no algoritmo de B&B.	33
Tabela 6.2	Informações dos nodos físicos da instância da Figura 6.1.	35
Tabela 6.3	Informações da aplicação do corte sobre Custo por Distância Mínima na instância da Figura 6.2.	37
Tabela 6.4	Geração de caminhos físicos para aresta (A, B) da instância da Figura 6.3.	40
Tabela 7.1	Tipos de Grafos.	47
Tabela 7.2	Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Baixa Demanda x Esparsos.	49
Tabela 7.3	Resultados por instância - Baixa Demanda x Esparsos.	51
Tabela 7.4	Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Baixa Demanda x Densos.	52
Tabela 7.5	Resultados por instância - Baixa Demanda x Densos.	54
Tabela 7.6	Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Baixa Demanda x Hierárquicos.	55
Tabela 7.7	Resultados por instância - Baixa Demanda x Hierárquicos.	57
Tabela 7.8	Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Baixa Demanda x Transit-Stub.	58
Tabela 7.9	Resultados por instância - Baixa Demanda x Transit-Stub.	60
Tabela 7.10	Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Alta Demanda x Esparsos.	61
Tabela 7.11	Resultados por instância - Alta Demanda x Esparsos.	63
Tabela 7.12	Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Alta Demanda x Densos.	64
Tabela 7.13	Resultados por instância - Alta Demanda x Densos.	66
Tabela 7.14	Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Alta Demanda x Hierárquicos.	67
Tabela 7.15	Resultados por instância - Alta Demanda x Hierárquicos.	69
Tabela 7.16	Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Alta Demanda x Transit-Stub.	70
Tabela 7.17	Resultados por instância - Alta Demanda x Transit-Stub.	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

B&B Branch & Bound

B&P Branch & Price

TBA Total de Banda Adjacente

TBAL Tottal de Banda Adjacente Livre

TBAM Total de Banda Virtual a Mapear

PMRV Problema de Mapeamento de Redes Virtuais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2 PROBLEMA DE MAPEAMENTO DE REDES VIRTUAIS	11
2.1 Definição do problema	12
2.2 Modelo.....	13
3 TRABALHOS RELACIONADOS	15
4 PRÉ-PROCESSAMENTO	17
4.1 Total de banda adjacente e Total de banda adjacente livre	17
4.2 Distância mínima entre todos os nodos físicos	18
4.3 Ordenação dos nodos virtuais.....	18
4.4 Conjunto de Arestas a Mapear	19
4.5 Total de banda virtual a mapear	19
4.6 Ordem de mapeamento da rede virtual	20
5 BRANCH & BOUND	21
5.1 Enumeração dos Mapeamentos	21
5.2 Implementação	23
5.2.1 Método <i>Mapear Nodo</i>	24
5.2.2 Método <i>Mapear Aresta</i>	28
6 CORTES APLICADOS	33
6.1 Corte por Falta de TBAL	34
6.2 Corte sobre Custo por Distância Mínima	35
6.3 Corte sobre Custo por Tamanho do Caminho	38
6.4 Corte sobre Custo do Tamanho do Novo Caminho Incompleto	41
6.5 Corte por Infactibilidade nos Próximos Nodos	42
7 RESULTADOS	45
7.1 Instâncias de teste	45
7.2 Resultados do B&B e Comparação com CPLEX e B&P	47
7.2.1 Instâncias com topologia virtual de Baixa Demanda e topologia física Esparsa.....	49
7.2.2 Instâncias com topologia virtual de Baixa Demanda e topologia física Densa	52
7.2.3 Instâncias com topologia virtual de Baixa Demanda e topologia física Hierárquica	55
7.2.4 Instâncias com topologia virtual de Baixa Demanda e topologia física Transit-Stub	58
7.2.5 Instâncias com topologia virtual de Alta Demanda e topologia física Esparsa	61
7.2.6 Instâncias com topologia virtual de Alta Demanda e topologia física Densa.....	64
7.2.7 Instâncias com topologia virtual de Alta Demanda e topologia física Hierárquica.....	67
7.2.8 Instâncias com topologia virtual de Alta Demanda e topologia física Transit-Stub.....	70
7.2.9 Conclusão sobre os Resultados.....	73
8 CONCLUSÕES	76
REFERÊNCIAS	77

1 INTRODUÇÃO

A Internet foi difundida globalmente devido à sua simplicidade e heterogeneidade, permitindo que diversas aplicações e tecnologias fossem desenvolvidas sobre si, tornando a Internet uma das maiores infraestruturas de comunicação do mundo. No entanto, seu crescimento acelerado é acompanhado de limitações com relação a requisitos de segurança, mobilidade e qualidade de serviço. Tais limitações são ocasionadas pela arquitetura original da Internet, que não permite grandes modificações no núcleo da rede, a chamada *Ossificação da Internet*.

Para contornar essas limitações, diversas soluções baseadas na virtualização de redes vêm sendo propostas. A virtualização de redes permite que múltiplas redes possam compartilhar os recursos de uma mesma rede física simultaneamente, tornando desnecessário modificar o núcleo da Internet. Algumas das aplicações existentes hoje que utilizam a virtualização de redes são Computação em nuvem e Redes Definidas por Software (SDN) (GUERZONI et al., 2014). Dentre os principais desafios operacionais da virtualização de redes estão a descoberta, alocação e configuração dos recursos da rede virtual (CHOWDHURY; RAHMAN; BOUTABA, 2012).

O problema de mapeamento de redes virtuais (PMRV) é essencial para a virtualização de redes. O PMRV consiste em alocar recursos físicos para uma rede virtual considerando um conjunto de limitações sobre esta alocação. O mapeamento de uma rede virtual, por sua vez, consiste dos nodos virtuais serem mapeados para nodos físicos, enquanto os links virtuais, para caminhos físicos que conectam os nodos físicos que hospedam os nodos virtuais de suas extremidades.

Além de encontrar mapeamentos da rede virtual para uma rede física, o PMRV tem por objetivo selecionar o mapeamento mais eficiente para a rede virtual, considerando alguma métrica, tal como custo. Uma vez que as limitações de uso da rede física são variáveis, existe uma série de variações do PMRV, tanto considerando o mapeamento de múltiplas redes virtuais simultaneamente (HOUIDI et al., 2011) quanto o mapeamento de uma única rede virtual (CHOWDHURY; RAHMAN; BOUTABA, 2009). Para ambas variações, o mapeamento ótimo é classificado como NP-Difícil (HOUIDI et al., 2011).

Este trabalho tem por objetivo apresentar um novo algoritmo exato para solucionar o PMRV, de modo a disponibilizar o mapeamento ótimo de uma única rede virtual no menor tempo possível. O algoritmo proposto se baseia na técnica de Branch & Bound (B&B), o qual consiste de um algoritmo enumerativo de todas as soluções possíveis com aplicação de cortes, de modo a reduzir o espaço de busca e, conseqüentemente, o tempo de execução para

encontrar a solução ótima. Entretanto, os limitantes dos nodos da árvore de B&B não são obtidos por uma relaxação do problema. Os cortes são efetuados quando o custo mínimo de uma solução incompleta é igual ou superior ao custo da melhor solução já encontrada ou quando é detectado que algum dos elementos virtuais não conseguirá ser alocado na rede física, tornando o mapeamento infactível. O algoritmo proposto é avaliado sobre uma série de instâncias de redes virtuais e físicas, assim como tem seu desempenho comparado ao do CPLEX e ao do algoritmo de Branch & Price (B&P) (MOURA, 2015).

Tornar a busca pelo mapeamento ótimo do PMRV mais eficiente permite que as aplicações que dependem da virtualização de redes possam, também, se tornar mais eficientes. Para determinar a melhor alocação de recursos para uma rede virtual sobre a rede física, é necessária uma quantidade de tempo para esta descoberta. Este tempo, entretanto, pode ser insuficiente por razão do número de modificações que a rede virtual sofrerá ao longo de sua existência ou por existir um limite para o início da operação da rede virtual. Reduzir o tempo para solucionar o PMRV implica na melhor alocação dos recursos da rede virtual sobre a rede física.

Uma visão geral dos trabalhos relacionados é apresentados no Capítulo 3. No Capítulo 2 é descrito o PMRV considerado neste trabalho, assim como o modelo de programação linear inteira. No Capítulo 4 serão detalhadas todas as informações necessárias pelo algoritmo antes de ser dado início ao processo de enumeração de todas as soluções. No Capítulo 5 é descrito o funcionamento da enumeração de todas as soluções sem a aplicação dos cortes. No Capítulo 6 são detalhados todos os cortes aplicados no algoritmo de B&B. No Capítulo 7 são apresentados os resultados obtidos e comparados com o CPLEX e B&P. Finalmente, este trabalho é concluído no Capítulo 8.

2 PROBLEMA DE MAPEAMENTO DE REDES VIRTUAIS

Existem diversas variações do PMRV, algumas das quais já apresentadas no Capítulo 3. A variação tratada neste trabalho apresenta as seguintes características:

1. Trata o mapeamento de nodos e arestas num único estágio.
2. Não assume que parte da rede virtual já esteja mapeada na rede física, isto é, é necessário realizar o mapeamento de todos os elementos virtuais – nodos e arestas.
3. Não impõe um limite máximo ao tamanho dos caminhos físicos para os quais as arestas virtuais podem ser mapeadas.
4. Não suporta divisão de caminhos, isto é, não é permitido que uma aresta virtual seja mapeada para múltiplos caminhos físicos.
5. Considera a versão offline do problema, isto é, as redes virtuais e físicas já são conhecidas com antecedência.
6. Não suporta o mapeamento de múltiplas redes virtuais simultaneamente.
7. Assume restrições no mapeamento dos nodos e das arestas.

Os nodos virtuais consomem recurso de CPU e não podem ser mapeados para um mesmo nodo físico, isto é, um nodo físico não pode hospedar mais do que um nodo virtual, garantindo o balanceamento e robustez da rede. Neste trabalho não são consideradas restrições de localização para os nodos, ou seja, dada a disponibilidade de CPU e uso de um nodo físico, este pode hospedar quaisquer nodos virtuais.

As arestas virtuais consomem recurso de banda e são mapeadas para caminhos físicos que hospedam suas extremidades. Uma mesma aresta física pode suportar múltiplas arestas virtuais, desde que o total de banda consumida por todas as arestas virtuais mapeadas em cada aresta física não exceda a quantidade disponibilizada para cada aresta física. Neste trabalho não é dado suporte à divisão de caminhos tal como em (YU et al., 2008), mantendo o problema NP-Difícil.

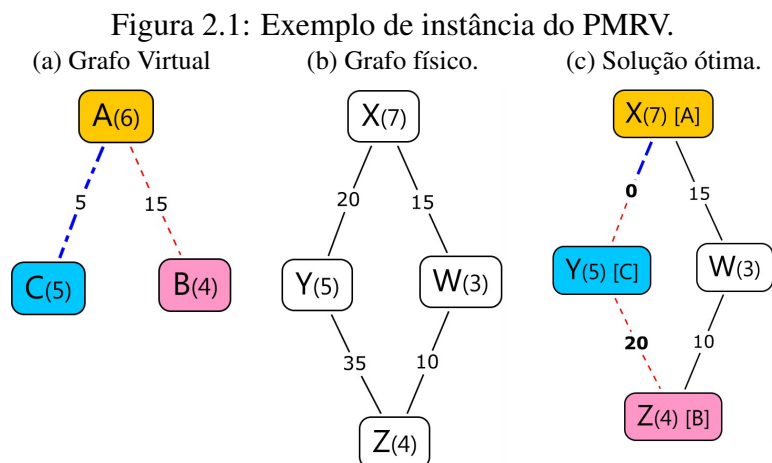
A eficiência de um mapeamento é tratada pelo seu custo, o qual representa o total de banda consumida da rede física para o mapeamento da rede virtual. O objetivo considerado neste trabalho é, portanto, encontrar o mapeamento de menor custo.

2.1 Definição do problema

Uma instância do PMRV é caracterizada por uma rede virtual e um substrato de rede física. A rede virtual é representada por um grafo não direcionado $G^V = (N^V, A^V)$, composta por um conjunto de nodos N^V com demanda de CPU C_v para cada nodo $v \in N^V$ e um conjunto de arestas A^V com demanda de banda B_a para cada aresta $(v, w) \in A^V$. A rede física é representada por um grafo não direcionado $G^F = (N^F, A^F)$, composta por um conjunto de nodos N^F com capacidade de CPU C_f para cada nodo $f \in N^F$ e um conjunto de arestas A^F com capacidade de banda B_k para cada aresta $(j, h) \in A^F$.

O objetivo do problema tratado neste trabalho é encontrar o mapeamento de menor custo da rede virtual G^V para a rede física G^F . Cada nodo virtual $v \in N^V$ deve ser mapeado para um único nodo físico $f \in N^F$ que possua capacidade de CPU suficiente para hospedá-lo. Cada nodo físico $f \in N^F$ pode hospedar no máximo um nodo virtual $v \in N^V$. Cada aresta virtual $a = (v, w) \in A^V$ deve ser mapeada para um caminho físico p que conecte os nodos físicos para os quais os nodos virtuais v e w foram mapeados. O custo de um mapeamento é a soma da banda utilizada na rede física, isto é, a soma do custo de todas as arestas virtuais, sendo o custo de cada aresta virtual o produto de sua demanda de banda pelo tamanho do caminho físico para o qual foi mapeada.

A Figura 2.1 mostra um exemplo de instância para o PMRV. Cada nodo é representado por um identificador seguido de capacidade/demanda de CPU entre parênteses. Cada aresta é representada por sua capacidade/demanda de banda. A rede física, presente na Figura 2.1b é composta por quatro nodos e quatro arestas, enquanto a rede virtual é composta por três nodos e duas arestas.



Fonte: Autora

A solução ótima é representada na Figura 2.1c. Caso hospede algum nodo virtual, o nodo físico indica entre colchetes qual é o nodo virtual que hospeda. A banda de cada aresta física é subtraída do total de banda consumida. A solução ótima é dada pelo mapeamento do nodo virtual A para o nodo físico X , o nodo virtual B para o nodo físico Z , o nodo virtual C para o nodo físico Y , a aresta virtual (A, B) para o caminho físico $X - Y - Z$ e a aresta virtual (A, C) para o caminho físico $X - Y$. O custo da solução ótima é 35 ($15 \times 2 + 5 \times 1$).

2.2 Modelo

A seguir é apresentado o modelo de programação linear inteira (PLI) para o PMRV. Este modelo foi proposto por (MOURA, 2015), o qual se baseo no modelo de (ALKMIM; BATISTA; FONSECA, 2013).

$$\min \sum_{(f,h) \in A^F} \sum_{(v,w) \in A^V} B_{v,w} \Delta_{v,w,f,h} \quad (2.1)$$

$$r.a \sum_{v \in N^V} C_v M_{v,f} \leq C_f \quad \forall f \in N^F \quad (2.2)$$

$$\sum_{f \in N^F} M_{v,f} = 1 \quad \forall v \in N^V \quad (2.3)$$

$$\sum_{v \in N^V} M_{v,f} \leq 1 \quad \forall f \in N^F \quad (2.4)$$

$$\sum_{h \in N^F} \Delta_{v,w,f,h} - \sum_{h \in N^F} \Delta_{v,w,h,f} = M_{v,f} - M_{w,h} \quad \forall (v,w) \in A^V, f \in N^F \quad (2.5)$$

$$\sum_{(v,w) \in A^V} B_{v,w} \Delta_{v,w,f,h} \leq B_{f,h} \quad \forall (f,h) \in A^F \quad (2.6)$$

$$M_{v,f} \in \{0, 1\} \quad \forall v \in N^V, f \in N^F \quad (2.7)$$

$$\Delta_{k,l,m,n} \in \{0, 1\} \quad \forall (k,l) \in A^V, (m,n) \in A^F \quad (2.8)$$

A função objetivo é apresentada na Equação 2.1 e minimiza o total de banda consumida pela rede virtual. Para cada aresta física $(f, h) \in A^F$ são percorridas todas as arestas virtuais $(v, w) \in A^V$, caso a aresta física (f, h) hospede a aresta virtual (v, w) , então $\Delta_{v,w,f,h} = 1$, caso contrario $\Delta_{v,w,f,h} = 0$. O total de consumo de cada aresta física (f, h) é dado pelo somatório de consumo de banda de todas as arestas virtuais que estão mapeadas para esta aresta física $(B_{v,w} \Delta_{v,w,f,h})$. O custo total do mapeamento é, portanto, o somatório do consumo de cada

aresta física $(f, h) \in A^F$.

As restrições impostas pelo problema são apresentadas nas Equações 2.2, 2.3, 2.4, 2.5 e 2.6. O mapeamento de um nodo virtual para um nodo físico é indicado pela variável $M_{v,f}$, a qual possuirá valor 1 somente se o nodo v estiver mapeado para o nodo f e valor 0 caso contrário.

Para um mapeamento ser válido todos os nodos virtuais $v \in N^V$ devem ser mapeados para um único nodo físico $f \in N^F$ e todas as arestas virtuais $(v, w) \in A^V$ devem ser mapeadas para um único caminho físico. A restrição apresentada na Equação 2.3 garante que somente um nodo físico hospeda cada nodo virtual $v \in N^V$ e que todos os nodos virtuais $v \in N^V$ foram mapeados. A restrição apresentada na Equação 2.4 garante que cada nodo físico hospeda no máximo um nodo virtual. A restrição apresentada na Equação 2.5 garante que todas as arestas virtuais serão mapeadas para um único caminho físico.

Além das restrições de que todos os elementos virtuais sejam mapeados para a rede física, existem as restrições de capacidade e demanda de recursos. Na Equação 2.2 é garantido que para o nodo físico f que hospeda o nodo virtual v , a capacidade de CPU C_f é igual ou superior à demanda de CPU C_v . Na Equação 2.6 é garantido que o total de banda consumida pelas arestas virtuais mapeadas em uma aresta física (f, h) é igual ou inferior à capacidade de banda disponibilizada pela aresta física (f, h) .

3 TRABALHOS RELACIONADOS

A diversidade de topologias existentes, assim como de restrições sobre os recursos dos nodos e arestas, resultam em diversas versões do PMRV. Neste trabalho é tratada a versão mais simplificada do PMRV, não suportando a divisão de caminhos, mantendo as características que o tornam NP-Difícil, tal como provado por (MOURA, 2015).

O trabalho de (YU et al., 2008) apresenta um algoritmo heurístico para solucionar o problema de mapeamento das arestas virtuais, introduzindo os conceitos de divisão e migração de caminhos. Considera-se o mapeamento da rede em dois estágios, mapeando inicialmente todos os nodos virtuais e posteriormente todas as arestas. Seu algoritmo propõe o suporte à divisão de caminhos na rede física de modo a permitir que uma aresta virtual seja mapeada para múltiplos caminhos, o que torna o problema de mapeamento das arestas virtuais solúvel em tempo polinomial. A migração de caminhos, por sua vez, consiste na realocação das arestas virtuais dinamicamente com o objetivo de reotimizar o uso da rede física. Na solução proposta neste trabalho não é considerada a divisão de caminhos, portanto cada aresta virtual pode ser mapeada somente para um caminho físico válido.

Em (YU et al., 2008), o mapeamento das arestas virtuais é realizado através de um algoritmo baseado no fluxo de multi-commodities quando a rede física suporta divisão de caminhos, caso contrário é utilizado um algoritmo de k-menor caminho. Para o mapeamento dos nodos é utilizada uma heurística gulosa, na qual os nodos virtuais de maior demanda são alocados para os nodos físicos de maior capacidade.

O trabalho de (CHOWDHURY; RAHMAN; BOUTABA, 2009) apresenta dois algoritmos que correlacionam as etapas de mapeamento dos nodos e das arestas virtuais da rede. Em ambos algoritmos propostos, o mapeamento dos nodos virtuais para os nodos físicos tem por objetivo facilitar o mapeamento das arestas virtuais na segunda etapa. Em sua abordagem não são tratadas múltiplas requisições de redes virtuais simultaneamente, porém é dado suporte a divisão de caminhos.

O trabalho de (LISCHKA; KARL, 2009) apresenta um algoritmo de backtrack baseado no isomorfismo de subgrafos para solucionar o PMRV, considerando como restrições a capacidade de CPU para os nodos e a taxa de dados para as arestas. Em sua proposta, o mapeamento de nodos e arestas ocorre simultaneamente, num único estágio, permitindo que as restrições de mapeamento das arestas sejam consideradas a cada etapa do mapeamento da rede virtual. Dessa forma, quando uma decisão de mapeamento inválida é detectada, basta retornar à última decisão de mapeamento válida.

Na trabalho de (LISCHKA; KARL, 2009) é considerado que se conhece previamente uma parte do mapeamento da rede, assim como é limitado o tamanho dos caminhos físicos para hospedar as arestas virtuais. Essas considerações melhoram o desempenho do algoritmo, porém é possível que nenhuma solução válida seja encontrada para instâncias que possuem mapeamentos válidos. Os experimentos realizados em (LISCHKA; KARL, 2009) mostram que a solução por backtrack num único estágio apresenta melhor desempenho para instâncias de alta demanda com relação à abordagem de dois estágios proposta por (YU et al., 2008).

O algoritmo proposto para solucionar o PMRV neste trabalho também considera a abordagem de mapeamento de nodos e arestas num único estágio. Diferente do apresentado por (LISCHKA; KARL, 2009), é considerado o mapeamento completo da rede, não assumindo que parte da rede virtual já esteja mapeada, assim como não é imposto um limite ao tamanho dos caminhos físicos.

O trabalho de (CHENG et al., 2011) propõe uma classificação dos nodos a serem mapeados, inspirado na ferramenta de pesquisa do Google de classificação de Páginas - *PageRank* –, a qual mede a popularidade de páginas de Internet baseado no algoritmo de caminhada aleatória de Markov. A classificação dos nodos proposta por (CHENG et al., 2011) assume que se um nodo está conectado com um número de nodos de alta importância, então este nodo também pode ser considerado importante. A importância de um nodo refere-se à qualidade de recursos do mesmo e a classificação dos nodos reflete o recurso e a qualidade de conexões de cada nodo.

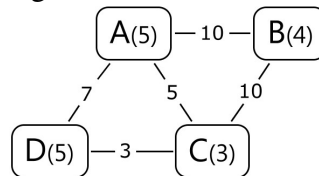
O trabalho de (CHENG et al., 2011) propõe dois algoritmos, ambos utilizando a classificação de nodos. O primeiro algoritmo trata o PMRV em dois estágios, sendo que o primeiro estágio representa o mapeamento dos nodos virtuais por ordem de importância e o segundo estágio representa o mapeamento das arestas. O segundo algoritmo trata o PMRV num único estágio através de um algoritmo de backtrack com busca em largura para o mapeamento das arestas virtuais.

O trabalho de (MOURA, 2015) propõe um algoritmo de Branch & Price (B&P) para solucionar o PMRV. A técnica de B&P é composta por um algoritmo de Branch & Bound com um algoritmo de geração de colunas. As instâncias de teste utilizadas para avaliar seu trabalho são as mesmas utilizadas por este trabalho.

4 PRÉ-PROCESSAMENTO

Antes de iniciar a enumeração de todas as soluções, o algoritmo proposto prepara e salva informações adicionais para os grafos virtual e físico. Tais informações servem à propósito da aplicação dos cortes e são constituídas por: total de banda adjacente (TBA), total de banda adjacente livre (TBL), distância mínima entre todos os nodos físicos, ordenação dos nodos virtuais, conjunto de arestas a mapear (CAM), total de banda a mapear (TBAM) e total de banda mapeada (TBM).

Figura 4.1: Grafo Virtual.



Fonte: Autora

4.1 Total de banda adjacente e Total de banda adjacente livre

Cada nodo possui uma lista de arestas adjacentes, cada qual com uma capacidade ou demanda de banda. O total de banda adjacente (TBA) de um nodo virtual consiste da soma das bandas de todas as arestas adjacentes a este nodo. O TBA é calculado antes da enumeração de todas as soluções e não sofre alterações durante a enumeração.

O total de banda adjacente livre (TBAL) de um nodo físico consiste, a cada instante do mapeamento da rede, da soma das bandas ainda disponíveis de cada uma das arestas adjacentes do nodo, isto é, corresponde à subtração da banda original de cada aresta pela banda utilizada para o mapeamento das arestas virtuais que hospeda. O TBAL é inicializado antes da enumeração de todas as soluções, correspondendo à soma da capacidade de banda de todas as arestas adjacentes ao nodo físico, tal como o TBA.

Quando uma aresta virtual é mapeada para um caminho físico, o valor do TBAL de todos os nodos físicos que compõem este caminho é decrementado pela banda demandada pela aresta virtual. Quando esta aresta é desmapeada do caminho físico para dar prosseguimento a enumeração de outra solução, o valor do TBAL de todos os nodos físicos que o compõe são incrementados pela banda demandada pela aresta virtual.

Tabela 4.1: Informações dos nodos do Grafo Virtual da Figura 4.1.

Nodo	CPU	TBA	CAM
A	5	22	-
B	4	20	{(B,A)}
C	3	18	{(C,B);(C,A)}
D	5	10	{(D,A);(D,C)}

Fonte: Autora

O TBA e o TBAL são utilizados pelos cortes *Corte por Falta de TBAL* e *Corte por Infactibilidade nos Próximos Nodos*, evitando que seja percorrida toda a lista de adjacência dos nodos virtuais e físicos envolvidos para realizar a comparação entre a banda demandada e a banda disponível nas arestas.

Para o grafo virtual representado na Figura 4.1, o TBA de cada nodo virtual é indicado na coluna *TBA* da Tabela 4.1. Para o nodo *A*, por exemplo, o TBA corresponde a 22 unidades, que é a soma das bandas de suas três arestas adjacentes: (A, B) (banda = 10), (A, C) (banda = 5) e (A, D) (banda = 7).

O TBA e o TBAL são utilizados no corte *Falta por TBAL* que será detalhado na Seção 6.1 e no corte *Infactibilidade nos Próximos Nodos* que será detalhado na Seção 6.5.

4.2 Distância mínima entre todos os nodos físicos

Para o grafo físico é calculada a distância mínima em hops entre todos os nodos virtuais através de um algoritmo de busca em largura, não sendo considerada nenhuma restrição de banda das arestas físicas. A distância mínima é utilizada pelos cortes de custo mínimo *Corte sobre Custo por Distância Mínima*, *Corte sobre Custo por Tamanho do Caminho* e *Corte sobre Custo do Tamanho do Novo Caminho Incompleto*, assim como pelo *Corte por Infactibilidade nos Próximos Nodos*, evitando que o algoritmo de busca em largura para identificar a distância mínima entre dois nodos físicos seja acionada a cada verificação destes cortes.

4.3 Ordenação dos nodos virtuais

A enumeração de todas as soluções segue uma ordem pré-estabelecida a partir da ordem de mapeamento dos nodos virtuais, os quais são mapeados em ordem decrescente de TBA. O propósito desta ordenação é reduzir a probabilidade de elementos virtuais cuja demanda seja

maior não consigam ser mapeados por razão dos elementos virtuais de baixa demanda terem sido mapeados para os elementos físicos de alta capacidade. No grafo virtual representado na Figura 4.1, a ordem de mapeamento dos nodos virtuais é A , B , C e D , respectivamente.

4.4 Conjunto de Arestas a Mapear

Após um nodo virtual ser mapeado, os próximos elementos virtuais a serem mapeados são todas as arestas cujos extremos já tiverem sido mapeados. Portanto, as arestas que serão mapeadas serão aquelas adjacentes ao nodo virtual recém-mapeado cujo outro nodo extremo já tenha sido mapeado.

Uma vez que se possui a ordem de mapeamento de todos os nodos virtuais, é possível identificar, antes do início da enumeração de todas as soluções, quais arestas deverão ser mapeadas após um nodo virtual ser mapeado para um nodo físico. O conjunto de arestas a mapear (CAM) de cada nodo virtual consiste de todas as suas arestas adjacentes cujo nodo destino esteja numa posição anterior na ordem de mapeamento, ordenadas de forma decrescente por banda.

A identificação prévia das arestas a serem mapeadas após cada nodo virtual reduz o tempo de processamento para iniciar o mapeamento das arestas, assim como é utilizada na verificação dos cortes de custo mínimo *Corte sobre Custo por Distância Mínima*, *Corte sobre Custo por Tamanho do Caminho* e *Corte sobre Custo do Tamanho do Novo Caminho Incompleto* e do *Corte por Infactibilidade nos Próximos Nodos*.

Assumindo a ordem de mapeamento dos nodos virtuais como A , B , C e D , respectivamente, o CAM de cada um dos nodos do grafo virtual representado na Figura 4.1 é dado na coluna *CAM* da Tabela 4.1.

4.5 Total de banda virtual a mapear

O grafo virtual possui uma lista de nodos, cada qual uma lista de arestas adjacentes. O total de banda virtual a mapear (TBAM), a cada instante do mapeamento da rede, corresponde à soma das bandas de todas as arestas virtuais que ainda não foram mapeadas.

O TBAM é inicializado antes da enumeração de todas as soluções e é dado pela soma da banda de todas as arestas virtuais que compõe o grafo. Quando uma aresta virtual é mapeada, o valor do TBAM é decrementado pela banda virtual desta aresta, chegando a zero quando todas as arestas virtuais tiverem sido mapeadas. Quando uma aresta virtual é desmapeada, o valor do

TBAM é incrementado pela banda virtual desta aresta.

No grafo representado na Figura 4.1, o TBAM antes da enumeração de todas as soluções é igual a 35. Porém, quando a aresta virtual (A, C) for mapeada, o valor do TBAM é atualizado para 30.

4.6 Ordem de mapeamento da rede virtual

Através da ordenação dos nodos virtuais e do CAM de cada nodo virtual, é possível estabelecer a ordem de mapeamento de cada elemento do grafo virtual. A solução proposta intercala o mapeamento dos nodos com o das arestas virtuais, possibilitando que as restrições de ambos os elementos sejam aplicados num único estágio durante a busca por uma solução.

A ordem de mapeamento da rede inicia com o mapeamento de um nodo, seguido do mapeamento do CAM deste nodo. Assim que todas as arestas do CAM do nodo virtual forem mapeadas, então é dado início ao mapeamento do próximo nodo virtual, e assim por diante até que todos os elementos virtuais tenham sido mapeados.

A ordem de mapeamento tende a privilegiar os elementos virtuais que demandam mais recursos, com o propósito de localizar o mais rápido possível a primeira solução factível completa para o problema. Encontrar a primeira solução é essencial para os cortes de custo mínimo, uma vez que não existindo uma solução completa, não será possível realizar nenhuma comparação de custos e, portanto, nenhum mapeamento é interrompido devido aos cortes de custo mínimo.

Assumindo a ordem de mapeamento dos nodos virtuais como A, B, C e D , respectivamente, e o CAM dos nodos indicado na coluna *CAM* na Tabela 4.1, a ordem de mapeamento do grafo virtual representado na Figura 4.1 é dado por $A, B, (B, A), C, (C, B), (C, A), D, (D, A)$ e (D, C) , respectivamente.

5 BRANCH & BOUND

Neste capítulo será detalhado o funcionamento do algoritmo de B&B. O algoritmo proposto neste trabalho utiliza como base a enumeração de todas as soluções através de um algoritmo de B&B, aplicando cortes que reduzem o espaço de busca e por consequência, o tempo de execução para encontrar a solução ótima. Esses cortes têm por objetivo eliminar, durante a enumeração, as soluções cujo custo mínimo associado já exceda o custo da melhor solução já encontrada, assim como detectar e eliminar com antecedência soluções que serão ineficazes. Inicialmente será detalhado o funcionamento do algoritmo de enumeração e, em seguida, como foi realizada a implementação deste algoritmo.

5.1 Enumeração dos Mapeamentos

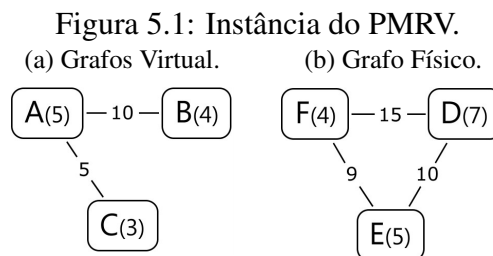
A enumeração de todas as soluções válidas consiste da combinação de todos os mapeamentos válidos para cada elemento virtual – nodo e aresta – desde que não viole as restrições impostas pelo problema. A geração de todas as combinações de mapeamento dos elementos virtuais segue uma ordem específica, pré-estabelecida pelo algoritmo. Essa ordem permite a visualização do mapeamento da rede virtual sobre uma árvore de escolhas, onde cada nível da árvore representa os possíveis mapeamentos para um elemento virtual e cada nó da árvore de escolhas representa o elemento físico escolhido para hospedar o elemento virtual correspondente do nível em que se encontra. Para identificar um mapeamento válido da rede virtual, basta percorrer um caminho partindo de um nó do primeiro nível da árvore de escolhas até um nó do último nível. Um mapeamento inválido, por sua vez, consiste de um caminho que não alcança o último nível da árvore de escolhas.

Para determinar quais elementos físicos – nodos e caminhos – são válidos para hospedar um elemento virtual, é necessário considerar o estado de mapeamento dos elementos virtuais e físicos de todos os níveis superiores de seu caminho de geração. No caso de um nodo virtual, os nodos físicos válidos são todos aqueles cuja capacidade de CPU é igual ou superior à demanda de CPU do nodo virtual e que não estejam sendo utilizados para o mapeamento de algum nodo virtual de um nível acima do seu caminho de geração na árvore de escolhas. Já no caso das arestas virtuais são considerados todos os caminhos físicos entre os dois nodos físicos que hospedam os extremos da aresta virtual, desde que haja banda disponível suficiente em cada uma das arestas do caminho.

A enumeração de todas as soluções sobre a árvore de escolhas é realizada através de uma

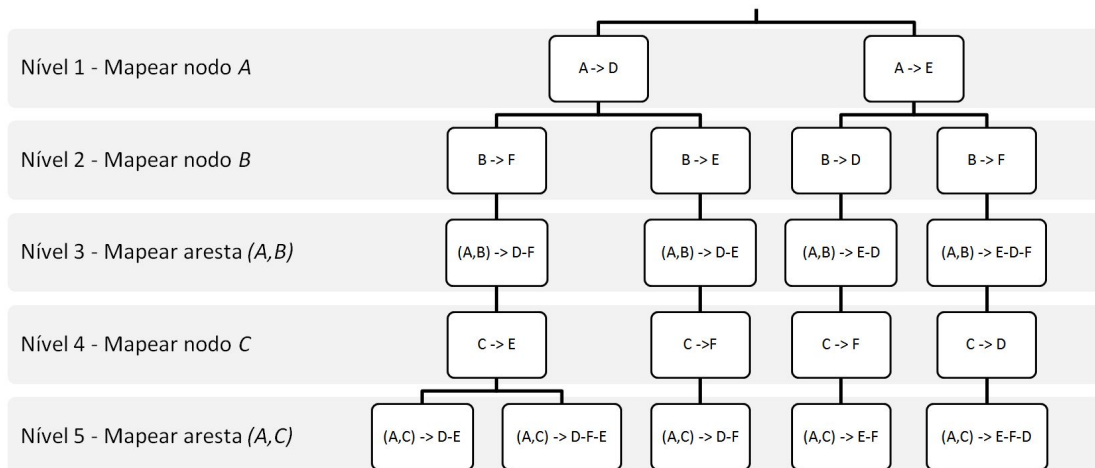
busca em profundidade, de cima para baixo e da esquerda para a direita. Assim que o caminho de geração alcança o último nível ou não encontra um mapeamento válido para o próximo nível, o algoritmo retrocede para o nível superior e procede para o próximo mapeamento válido. Esse mecanismo é conhecido como backtracking.

Para a instância do PMRV da Figura 5.1, a ordem de mapeamento dos elementos virtuais é dada por: nodo A , nodo B , aresta (A, B) , nodo C e aresta (A, C) , respectivamente. A árvore de escolhas é ilustrada na Figura 5.2, cujos nós indicam o elemento virtual seguido do elemento físico para o qual deve ser mapeado ($elementoVirtual \rightarrow elementoFísico$) e cujas arestas indicam a passagem de níveis de mapeamento dos elementos virtuais.



Fonte: Autora

Figura 5.2: Árvore de escolhas da instância da Figura 5.1.



Fonte: Autora

No primeiro nível são indicados os nodos válidos para hospedar o nodo virtual A , os quais são os nodos físicos D e E . O nodo F não é um candidato válido para o mapeamento do nodo A , pois sua disponibilidade de CPU é menor que a demandada.

No segundo nível são representados os nodos válidos para hospedar o nodo virtual B para cada um dos nós de mapeamento do nodo A . Partindo do nó em que o nodo A foi mapeado

para o nodo D , os nodos válidos para o mapeamento do nodo virtual B são os nodos físicos F e E . Enquanto a partir do nó em que o nodo A foi mapeado para o nodo E , são válidos os nodos físicos D e F .

No terceiro nível são indicados os caminhos válidos para hospedar a aresta virtual (A, B) para cada um dos nós de mapeamento do nodo B . A partir do nó em que o nodo B foi mapeado para o nodo físico F , em que o nodo A está mapeado no nodo físico D , é possível mapear a aresta (A, B) apenas para o caminho $D - F$. Enquanto se o nodo A estiver mapeado para o nodo E , mantendo-se o nodo B mapeado para o nodo F , é possível mapear a aresta (A, B) para o caminho físico $E - D - F$. Neste último caminho de geração, o caminho $E - F$ não é válido para o mapeamento da aresta (A, B) , pois a banda disponível na aresta (E, F) é menor que a demandada pela aresta virtual.

No quarto nível são indicados os nodos válidos para hospedar o nodo virtual C para cada um dos nós de mapeamento da aresta (A, B) . No quinto nível são indicados os caminhos válidos para hospedar a aresta virtual (A, C) para cada um dos nós de mapeamento do nodo C . A partir do nó em que o nodo C foi mapeado para o nodo D , cujo caminho de geração seja composto pelos mapeamentos do nodo A para o nodo físico E , do nodo B para o nodo físico F e da aresta (A, B) para o caminho físico $E - D - F$, o caminho $E - F - D$ é o único válido para hospedar a aresta (A, C) . O caminho $E - D$ não é válido para hospedar a aresta virtual, pois não existe banda disponível na aresta (E, D) , uma vez que foram consumidas 10 unidades pelo mapeamento da aresta (A, B) .

5.2 Implementação

Nesta seção será descrita a implementação da enumeração de todas as soluções válidas, tendo como entrada uma instância do PMRV. Todas as informações de pré-processamento já foram calculadas e a ordem de mapeamento dos elementos virtuais já é conhecida. Tal como explicado na Seção 4.6, o algoritmo inicia com o mapeamento de um nodo, seguido das arestas do CAM deste nodo, seguido por sua vez do próximo nodo virtual e assim por diante, até que todos os elementos virtuais tenham sido mapeados.

O mecanismo de busca se baseia na técnica de backtracking, como explicado na Seção 5.1. Para cada elemento virtual mapeado para um elemento físico são criados novos mapeamentos da rede virtual, cada qual com as mesmas características de mapeamento dos elementos virtuais anteriores, diferindo-se com relação ao mapeamento dos elementos virtuais que ainda não foram mapeados.

O algoritmo de enumeração de todos os mapeamentos se divide em dois métodos, o método *Mapear Nodo* que é responsável pela busca e mapeamento de um nodo virtual para todos os nodos físicos válidos, detalhado na Subseção 5.2.1, e o método *Mapear Aresta*, que é responsável pela busca e mapeamento de uma aresta virtual para todos os caminhos físicos válidos, detalhado na Subseção 5.2.2.

5.2.1 Método *Mapear Nodo*

O método *Mapear Nodo* é responsável por buscar todos os nodos físicos válidos para hospedar um nodo virtual, assim como mapear este nodo virtual para cada um dos nodos físicos válidos. Considerando a árvore de escolhas de mapeamento, para determinar quais são os nodos físicos válidos para hospedar um determinado nodo virtual é necessário conhecer o estado de mapeamento dos elementos virtuais anteriores a este nodo virtual. Para tanto, o método *Mapear Nodo* recebe não somente o nodo virtual que deverá ser mapeado, mas também os grafos físico e virtual devidamente alterados com relação ao mapeamento dos elementos virtuais dos níveis superiores da árvore de escolhas.

O método se divide em quatro etapas, nesta ordem:

1. Verificação do tempo de execução.
2. Verificação de conclusão de um mapeamento da rede virtual.
3. Busca pelos nodos físicos válidos para hospedar o nodo virtual.
4. Mapeamento do nodo virtual para cada um dos nodos físicos válidos e criação de novos mapeamentos incompletos a partir do mapeamento em curso.

O Algoritmo 1 apresenta o pseudo-código do método *Mapear Nodo*. As siglas *CMI* e *AIM2* presentes no algoritmo indicam os cortes *Custo por Distância Mínima* e *Infactibilidade nos Próximos Nodos*, respectivamente, e serão detalhados nas seções 6.2 e 6.5. Estes cortes impedem que um nodo virtual seja mapeado para um nodo físico válido quando se conhece que a solução não será ótima ou se tornará infactível, reduzindo desta forma o espaço de busca e mapeamento dos próximos elementos virtuais, sobretudo das arestas.

Na primeira etapa - linhas 2 a 4 do Algoritmo 1 - é verificado se o tempo de execução já não excede o máximo estipulado pelo usuário. Uma vez que não há mais tempo disponível, a enumeração é interrompida e o usuário recebe uma solução parcial do problema. Esta solução parcial representa a melhor solução encontrada até o momento da interrupção do algoritmo, porém não existe garantia de que esta seja a solução ótima, uma vez que não foram enumeradas

todas as soluções.

Algoritmo 1: Método *Mapear Nodo*.

Entrada: Grafo Virtual (G^V), Grafo Físico (G^F), Nodo virtual a ser mapeado (v)

```

1 inicio
2   se Excedeu tempo máximo de execução então
3     | Encerra enumeração e informa solução parcial.
4   fim
5   se Todos nodos virtuais estão mapeados então
6     | se custo da melhor solução > custo da solução recém concluída então
7       | Atualiza melhor solução.
8     | fim
9   fim
10  senão
11    | para cada nodo físico  $f \in N^F$  faça
12      | se  $f$  não está em uso e  $CPU_f \geq CPU_v$  e  $TBAL_f \geq TBA_v$  então
13        | Inclui  $f$  na lista ordenada de nodos físicos válidos.
14      | fim
15    | fim
16    | para cada nodo físico  $f \in$  lista ordenada de nodos físicos válidos faça
17      | se corte CM1 não for aplicado então
18        | Mapeia nodo  $v$  em  $f$ .
19        | se corte AIM2 não for aplicado então
20          | Aciona método Mapear Aresta repassando CAM do nodo  $v$ .
21        | fim
22        | Desmapeia nodo  $v$  de  $f$ .
23      | fim
24    | fim
25  | fim
26 fin

```

Entretanto, se há tempo disponível, a segunda etapa - linhas 5 a 9 do Algoritmo 1 - é iniciada. Nesta etapa é verificado se todos os nodos virtuais estão mapeados, indicando que foi encontrado um mapeamento válido para a rede virtual. A conclusão do mapeamento da rede somente é verificada no método *Mapear Nodo*, de modo que se o último elemento virtual a ser mapeado for uma aresta, o método *Mapear Nodo* será acionado pelo método *Mapear Aresta* para identificar que o mapeamento foi concluído, mesmo não existindo um próximo nodo virtual a ser mapeado.

Uma vez que foi encontrado um mapeamento válido para a rede, seu custo é comparado com o custo da melhor solução encontrada até o momento. Se a solução recém concluída representa o primeiro mapeamento válido para a rede virtual ou seu o custo for menor que o custo da melhor solução, o custo da melhor solução é atualizado com o custo deste mapeamento

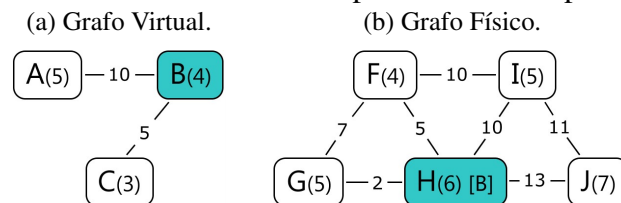
recém concluído e o método retrocede ao primeiro nível anterior que tenha outro mapeamento válido para um elemento virtual.

Se o mapeamento ainda não está concluído, então é iniciada a terceira etapa - linhas 11 a 15 do Algoritmo 1. Nesta etapa são identificados todos os nodos físicos válidos para hospedar o nodo virtual, considerando o estado atual do grafo físico.

Para determinar quais são os nodos físicos válidos para hospedar o nodo virtual, são percorridos todos os nodos do grafo físico. Caso o nodo satisfaça três condições, este é incluído na lista dos nodos físicos válidos, a qual se encontra ordenada de forma decrescente por TBAL. Das três condições para um nodo físico ser válido, as duas primeiras são referentes ao problema, enquanto a terceira representa o corte *Falta por TBAL* que será detalhado na Seção 6.1.

1. O nodo físico não deve estar hospedando outro nodo virtual no mapeamento em curso da rede.
2. O nodo físico deve possuir capacidade de CPU igual ou superior à demanda de CPU do nodo virtual que será mapeado.
3. O nodo físico deve possuir TBAL igual ou superior à TBA do nodo virtual.

Figura 5.3: Instância do PMRV - Mapeamento incompleto em curso.



Fonte: Autora

Tabela 5.1: Informações dos nodos virtuais e físico da Figura 5.3b.

(a) Nodos do Grafo Físico				(b) Nodos do Grafo Virtual				
Nodo	CPU	Em uso	TBAL	Nodo	CPU	Mapeado	TBA	CAM
F	4	Não	22	B	4	Sim [H]	15	-
G	5	Não	9	A	5	Não	10	(A,B)
H	6	Sim	30	C	3	Não	5	(C,B)
I	5	Não	31					
J	7	Não	24					

Fonte: Autora

A seguir será apresentado um exemplo do funcionamento do método *Mapear Nodo*. Suponha que o método *Mapear Nodo* recebeu como entradas os grafos virtual e físico indicados na Figura 5.3 cuja ordem de mapeamento dos nodos virtuais é dada por B , A e C , respectivamente. O estado atual da instância possui o nodo virtual B mapeado para o nodo físico H , sendo necessário realizar o mapeamento do nodo virtual A . A Tabela 5.1a apresenta as informações atuais dos nodos físicos, enquanto a Tabela 5.1b apresenta as informações atuais dos nodos virtuais.

As restrições aplicadas para o mapeamento do nodo virtual A , considerando o estado dos grafos virtual e físicos da Figura 5.3, são:

1. O nodo físico não deve estar hospedando outro nodo virtual.
2. O nodo físico deve possuir CPU igual ou superior a 5 unidades.
3. O nodo físico deve possuir TBAL igual ou superior a 10 unidades.

A primeira restrição torna o nodo H inválido para o mapeamento, pois está hospedando o nodo virtual B . A segunda restrição torna o nodo físico F inválido, pois disponibiliza apenas 4 unidades de CPU. Finalmente, a terceira restrição torna inválido o nodo G , pois o TBAL é de apenas 9 unidades. Portanto, os nodos físicos válidos para hospedar o nodo virtual A são os nodos físicos J e I . A ordem de disponibilização é dada de forma decrescente por TBAL, portanto primeiro será disponibilizado o nodo I , que possui 31 unidades de banda, e posteriormente o nodo J , que possui 24 unidades de banda.

Assim que são definidos todos os nodos físicos válidos para hospedar o nodo virtual, é iniciada a quarta etapa - linhas 16 a 24 do Algoritmo 1. Nesta etapa, o nodo virtual é mapeado para cada um dos nodos físicos válidos na ordem estipulada. Ao mapear o nodo virtual para um nodo físico, é acionado o método *Mapear Aresta* indicando as arestas do CAM do nodo virtual, mesmo que não exista nenhuma aresta virtual. Ao retornar do método *Mapear Aresta*, então o nodo virtual é desmapeado do nodo físico e é dada sequência no mapeamento do nodo virtual para o próximo nodo físico. Essa sequência de ações ocorre até que todos os nodos físicos tenham sido utilizados para hospedar o nodo virtual, retrocedendo ao mapeamento do último elemento virtual mapeado.

Para o mesmo exemplo da Figura 5.3, já se sabe que os nodos físicos disponibilizados para o mapeamento do nodo virtual A são I e J , nesta ordem. O fluxo de mapeamento na quarta etapa é descrito a seguir:

1. O nodo A é mapeado para o nodo I .
2. O método *Mapear Aresta* é acionado sendo repassado o CAM do nodo A , o qual é composto pela aresta (A, B) .

3. Após o retorno do método *Mapear Aresta*, o nodo *A* é desmapeado do nodo *I*.
4. O nodo *A* é mapeado para o nodo *J*.
5. O método *Mapear Aresta* é acionado sendo repassado o CAM do nodo *A*, o qual é composto pela aresta (A, B) .
6. Após o retorno do método *Mapear Aresta*, o nodo *A* é desmapeado do nodo *J*.
7. Como não existem mais nodos físicos válidos, o método *Mapear Nodo* retrocede ao último elemento virtual mapeado, o qual é o nodo *B*.

5.2.2 Método *Mapear Aresta*

O método *Mapear Aresta* é responsável por buscar todos os caminhos físicos válidos para hospedar uma aresta virtual cujas extremos já foram mapeados na rede física, assim como mapear esta aresta virtual para cada um desses caminhos físicos.

Assim que um nodo virtual é mapeado para um nodo físico, o método *Mapear Aresta* é acionado para a primeira aresta do CAM deste nodo virtual. Ao fim do mapeamento de todas as arestas do CAM do último nodo virtual mapeado, o método *Mapear Aresta* aciona o método *Mapear Nodo* para o mapeamento do próximo nodo virtual.

O método *Mapear Aresta* se divide em três etapas, nesta ordem:

1. Verificação do tempo de execução.
2. Verificação de conclusão do mapeamento de todas as arestas do CAM do último nodo mapeado.
3. Geração dos caminhos físicos e mapeamento da aresta virtual para cada caminho encontrado.

No Algoritmo 2 é indicado o pseudo-algoritmo do método *Mapear Aresta*. As siglas *CM2*, *AIM2* e *CM3* presentes no algoritmo indicam os cortes *Custo por Tamanho do Caminho*, *Infactibilidade nos Próximos Nodos* e *Custo por Tamanho do Novo Caminho*, respectivamente, e serão detalhados nas seções 6.3, 6.5 e 6.4. Tais cortes irão auxiliar na redução da geração dos caminhos físicos para o mapeamento de uma aresta virtual e, conseqüentemente, do tempo que o algoritmo proposto demanda para encontrar a solução ótima.

Tal como no método *Mapear Nodo*, na primeira etapa - linhas 2 a 4 do Algoritmo 2 - é verificado se o tempo de execução já não excede o máximo estipulado pelo usuário, informando uma solução parcial do problema. Se ainda há tempo disponível para a execução, a segunda

etapa - linhas 5 a 7 do Algoritmo 2 - é iniciada. Nesta etapa o algoritmo irá verificar se ainda existem arestas a serem mapeadas. Caso não existam, então foi finalizado o mapeamento de todas as arestas do CAM do último nodo virtual mapeado. Portanto, o algoritmo dá continuidade ao mapeamento do próximo nodo virtual, acionando o método *Mapear Nodo*.

Se ainda existem arestas a serem mapeadas, é dado início à terceira etapa. Na terceira etapa - linhas 9 a 40 do Algoritmo 2 - são gerados os caminhos físicos entre os nodos que hospedam os extremos da aresta virtual, assim como é realizado o mapeamento desta aresta virtual para cada um desses caminhos, à medida em que são encontrados.

Um caminho físico é válido para hospedar a aresta virtual quando todas as arestas que o compõe possuem banda disponível igual ou superior à banda demanda pela aresta virtual. Este caminho deve conectar os dois nodos físicos que hospedam os extremos da aresta virtual sem formar ciclos, isto é, sem que um mesmo nodo seja visitado mais de uma vez no caminho.

A geração dos caminhos físicos ocorre em ordem crescente de tamanho através de uma busca em largura no grafo físico, tendo como origem o último nodo mapeado e como destino o nodo adjacente à aresta virtual. É utilizada uma fila de caminhos incompletos para o controle da geração dos caminhos, cujo estado inicial possui um único caminho, composto somente pelo nodo origem - linhas 9 e 10 do Algoritmo 2. A partir da inicialização do primeiro caminho, o processo de geração de caminhos retira o primeiro caminho da fila e identifica qual é o último nodo deste caminho incompleto - linhas 12 a 16 do Algoritmo 2. A partir deste nodo, são percorridos todos os seus vizinhos. Para cada vizinho é verificado se a aresta física que o conecta ao último nodo do caminho possui banda disponível igual ou superior à banda da aresta virtual que está sendo mapeada - linha 21 do Algoritmo 2. Se possuir banda, então é verificado se o vizinho já foi visitado - linha 22 do Algoritmo 2 -, e caso não tenha sido, então é criado um novo caminho que corresponde à união do primeiro caminho da fila com a conexão do último nodo e este vizinho - linhas 24 e 25 do Algoritmo 2. Se o vizinho for o próprio nodo destino, então o caminho recém criado não é incluído na fila e a aresta virtual é mapeada neste caminho.

A escolha por gerar os caminhos físicos da menor para a maior distância entre os nodos origem e destino foi feita por razão do custo ser proporcional ao número de arestas físicas utilizadas para o mapeamento de cada aresta virtual. O caso ideal de mapeamento da rede virtual seria conectar todos os vizinhos na rede física com apenas uma unidade de distância, isto é, que os nodos virtuais que eram vizinhos no grafo virtual, permanecessem vizinhos no grafo físico.

Algoritmo 2: Método *Mapear Aresta*.

Entrada: Grafo Virtual (G^V), Grafo Físico (G^F), Último nodo virtual mapeado (v),
Aresta virtual a ser mapeada (a)

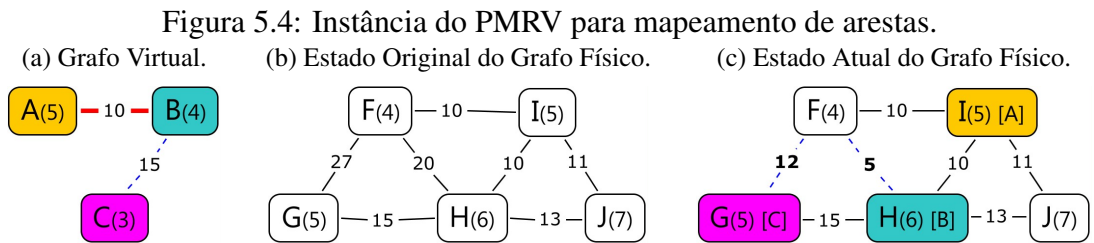
```

1 inicio
2   se Excedeu tempo máximo de execução então
3     Encerra enumeração e informa solução parcial.
4   fim
5   se Todas arestas do CAM de v estão mapeadas então
6     Mapear Nodo com próximo nodo virtual.
7   fim
8   senão
9     Cria caminho incompleto com nodo origem da aresta  $a$ .
10    Inclui caminho na Fila de Caminhos Incompletos
11    repita
12      Retira o primeiro caminho da Fila de Caminhos Incompletos.
13      se Corte CM2 for aplicado então
14        retorna
15      fim
16       $u$  = último nodo do primeiro caminho.
17      para cada  $h \in N^F$  com aresta  $k$  adjacente ao nodo  $u$  faça
18        se Corte CM2 for aplicado então
19          retorna
20        fim
21        se banda livre de  $k \geq$  banda de  $a$  então
22          se primeiro caminho incompleto não visitou  $h$  então
23            se  $h$  for o nodo destino então
24              Cria caminho completo com primeiro caminho e  $h$ .
25              Mapeia aresta  $a$  no caminho criado.
26              se Corte AIM2 não for aplicado então
27                Mapear Aresta com próxima aresta a mapear.
28              fim
29              Desmapeia aresta  $a$  do caminho criado.
30            fim
31          senão
32            se Corte CM3 não aplicado então
33              Cria caminho incompleto com primeiro caminho e  $h$ .
34              Inclui caminho na Fila de Caminhos Incompletos.
35            fim
36          fim
37        fim
38      fim
39    fim
40    até Fila de Caminhos Incompletos estar vazia;
41  fim
42 fin

```

Assim que ocorre o mapeamento da aresta virtual, é acionado novamente o método *Mapear Aresta* para a próxima aresta virtual a ser mapeada. Quando todas as sub-árvores de escolhas abaixo deste mapeamento forem concluídas, a aresta virtual é desmapeada do caminho físico e é dada sequência na geração de outros caminhos físicos. Já no caso do vizinho não ser o nodo destino, então o caminho recém criado é incluído no final da fila de caminhos incompletos e é dada sequência na verificação para os próximos vizinhos do último nodo do primeiro caminho da fila. Ao concluir a verificação por todos os vizinhos do último nodo do primeiro caminho da fila, o processo volta a retirar o primeiro caminho da fila e repete o processamento até que não existam mais caminhos incompletos na fila para serem retirados.

Para a instância representada na Figura 5.4, o próximo elemento virtual a ser mapeado é a aresta (A, B) da rede virtual indicada em 5.4a. O mapeamento em curso da rede está representado na Figura 5.4c, onde os nodos A, B e C estão mapeados nos nodos físicos I, H e G , respectivamente, enquanto a aresta virtual (B, C) está mapeada no caminho físico $H-F-G$, consumindo 15 unidades de banda em cada uma das arestas físicas que compõe o caminho. Portanto, as arestas físicas (H, F) e (F, G) têm disponíveis somente 5 e 12 unidades de banda cada uma, respectivamente. O estado original do grafo físico está representa na Figura 5.4b.



Fonte: Autora

Tabela 5.2: Geração de caminhos físicos para aresta (A, B) da instância da Figura 5.4.

Estágio	Primeiro Caminho	Vizinhos do último nodo	Vizinhos inválidos	Caminhos Incompletos	Caminhos Completos	Estado Final da Fila
1	-	-	-	H	-	{H}
2	H	G,F,I,J	F - banda não suficiente	H-G, H-J	H-I	{H-G,H-J}
3	H-G	F,H	H - nodo já visitado	H-G-F	-	{H-J,H-G-F}
4	H-J	H,I	H - nodo já visitado	-	H-J-I	{H-G-F}
5	H-G-F	G,H,I	H - nodo já visitado F - nodo já visitado	-	H-G-F-I	{}

Fonte: Autora

A Tabela 5.2 indica a sequência de geração dos caminhos físicos para o mapeamento da aresta virtual (A, B) da instância da Figura 5.4. No primeiro estágio, a fila de caminhos incompletos está vazia e é adicionado um único caminho, que possui somente o nodo origem (H). No segundo estágio, todos os vizinhos do último nodo do primeiro caminho (H) são percorridos. Não existe uma ordem determinada por banda para verificação dos vizinhos, estes são percorridos tal como foram salvos na lista de adjacência do nodo físico. O primeiro nodo vizinho (G) possui banda suficiente para hospedar a aresta virtual AB , portanto é criado um novo caminho incompleto $(H - G)$ e adicionado ao final da fila. O segundo nodo vizinho (F) não possui banda suficiente (5) para hospedar a banda demandada (10) pela aresta virtual (A, B) no estado atual do mapeamento, portanto o nodo é descartado. O terceiro novo vizinho (I) possui banda e alcança o nodo destino (I), portanto não é incluído na fila de caminhos e passa a hospedar a aresta virtual (A, B) .

Ao retornar da chamada do método *Mapear Aresta* para a próxima aresta virtual, a geração de caminhos prossegue e o próximo nodo vizinho do nodo físico (H) corresponde ao nodo J , que possui banda para hospedar a aresta virtual (A, B) . O caminho $H - J$ é adicionado ao final da fila e o terceiro estágio é iniciado considerando o caminho $H - G$. O último nodo do caminho (G) passa pelo mesmo processo de descoberta dos vizinhos. Para o nodo F , é incluído um novo caminho na fila $(H - G - F)$. Já para o nodo H é detectado que o vizinho já foi visitado pelo caminho $H - G$, portanto nenhum novo caminho é criado. O quarto estágio inicia com o caminho $H - J$ e segue o mesmo procedimento. Ao final da geração são encontrados três caminhos válidos: $H - I$, $H - J - I$ e $H - G - F - I$.

6 CORTES APLICADOS

Nesta seção serão apresentados os cortes aplicados durante a enumeração de todas as soluções para o PMRV. O propósito dos cortes é reduzir o espaço de busca e, por consequência, o tempo de execução para encontrar a solução ótima. Entretanto, os cortes não limitam o espaço de soluções do PMRV, apenas interrompem a criação de novos mapeamentos que garantidamente não representarão a solução ótima.

Um corte é aplicado quando o custo mínimo associado ao mapeamento incompleto em curso excede ou se iguala ao custo da melhor solução já encontrada. O custo mínimo de um mapeamento incompleto considera o seu custo atual com o menor custo válido dentro das restrições do problema para os elementos virtuais ainda não mapeados.

Outra aplicação dos cortes ocorre quando é detectada infactibilidade no mapeamento incompleto em curso. A interrupção de um mapeamento que apresenta infactibilidade pela falta de elementos físicos para hospedar o próximo elemento virtual faz parte do algoritmo de B&B. Esses cortes, entretanto, têm por objetivo antecipar a detecção de infactibilidade, não sendo necessário alcançar o elemento virtual que não poderá ser mapeado.

Os cortes também são aplicados indiretamente através da ordem de mapeamento dos elementos virtuais e da ordem de disponibilização dos elementos físicos. A Tabela 6.1 apresenta todos os cortes aplicados no algoritmo de B&B, na qual são apresentados o nome, o identificador nos Algoritmos 1 e 2, a classificação e em qual(is) método(s) cada um dos cortes é aplicado. A seguir serão detalhados para cada um dos cortes: como e quando são aplicados, quais informações necessitam e um exemplo de aplicação numa instância do PMRV.

Tabela 6.1: Cortes aplicados no algoritmo de B&B.

Corte	Identificador	Classificação	Aplicado no método
Falta de TBAL	AIM1	Antecipação de infactibilidade	Mapear Nodo
Custo por Distância Mínima	CM1	Custo mínimo	Mapear Nodo
Custo por Tamanho do Caminho	CM2	Custo mínimo	Mapear Aresta
Custo por Tamanho do Novo Caminho	CM3	Custo mínimo	Mapear Aresta
Infactibilidade nos Próximos Nodos	AIM2	Antecipação de infactibilidade	Mapear Nodo Mapear Aresta

Fonte: Autora

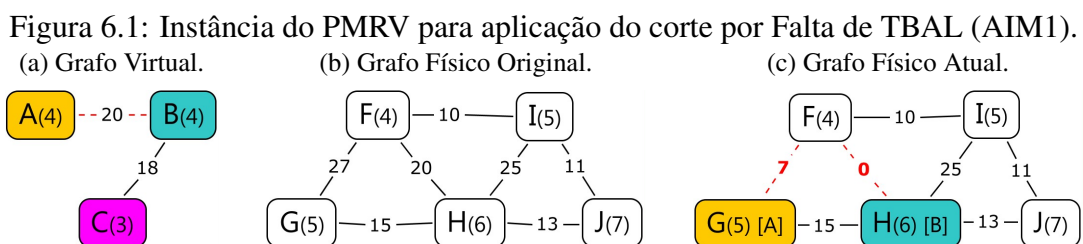
6.1 Corte por Falta de TBAL

Como já descrito na Seção 5.2.1, na segunda etapa do método *Mapear Nodo* são identificados todos os nodos físicos válidos para hospedar um determinado nodo virtual dentro das características do mapeamento em curso. A terceira restrição para um nodo físico ser considerado válido é de que seu TBAL deve ser igual ou superior ao TBA do nodo virtual a ser mapeado.

O propósito desta restrição é evitar que alguma das arestas adjacentes ao nodo virtual não consiga ser mapeada para um caminho físico válido por falta de banda disponível nas arestas físicas diretamente conectadas ao nodo físico que possivelmente hospedaria o nodo virtual. Caso o TBAL do nodo físico seja menor que o TBA do nodo virtual, é garantido que não será possível realizar o mapeamento de pelo menos uma das arestas virtuais adjacentes ao nodo virtual.

Impedindo que um nodo virtual seja mapeado para um nodo físico cujo TBAL seja inferior ao seu TBA, será impedido também que mapeamentos ineficazes sejam gerados. Entretanto, o nodo físico possuir TBAL igual ou superior ao TBA do nodo virtual não garante que todas as arestas virtuais adjacentes ao nodo virtual serão, de fato, mapeadas com sucesso devido à falta de concentração de banda disponível nas arestas físicas para as demandas de banda das arestas virtuais.

Para a instância ilustrada na Figura 6.1, o próximo elemento virtual a ser mapeado é o nodo C da rede virtual representada na Figura 6.1a. O estado original da rede física está representado na Figura 6.1b, enquanto o estado atual do mapeamento, na Figura 6.1c. Os nodos B e A estão mapeados nos nodos físicos H e G , respectivamente, enquanto a aresta virtual (B, A) está mapeada para o caminho físico $H - F - G$, consumindo 20 unidades de banda em cada uma das arestas físicas que compõem o caminho. Portanto, as arestas físicas (H, F) e (F, G) têm disponíveis somente 0 e 7 unidades de banda cada uma, respectivamente.



Fonte: Autora

A Tabela 6.2 indica as informações atuais de cada um dos nodos que compõe a rede física apresentada na Figura 6.1. Os nodos G e H não são válidos pela primeira restrição de mapeamento dos nodos virtuais, pois já estão hospedando outros nodos virtuais no mapeamento em curso. O nodo F não é considerado inválido pelas duas primeiras restrições de mapeamento dos nodos virtuais, já que possui CPU suficiente e não está hospedando nenhum nodo virtual, porém possui 17 unidades de banda em TBAL, indicando que ocorrerá a falta de 1 unidade de banda para o mapeamento de todas as arestas virtuais adjacentes ao nodo C . O corte por falta de TBAL é aplicado, e o nodo F não é disponibilizado para o mapeamento do nodo virtual A . Os únicos nodos válidos são os nodos físicos I e J .

Tabela 6.2: Informações dos nodos físicos da instância da Figura 6.1.

Nodo	CPU	Em Uso	TBA	TBAL	Válido para hospedar nodo A ?
F	4	Não	57	17	Não, AIM1 aplicado.
G	5	Sim	42	22	Não, nodo em uso.
H	6	Sim	73	53	Não, nodo em uso.
I	5	Não	46	46	Sim.
J	7	Não	24	24	Sim.

Fonte: Autora

Para o mesmo exemplo de instância da Figura 6.1 é possível identificar a infactibilidade de mapeamento por falta de banda concentrada. O nodo C possui uma aresta que demanda 18 unidades de banda, enquanto o nodo físico J possui duas arestas físicas com 13 e 11 unidades de banda respectivamente. Portanto, o mapeamento do nodo C para o nodo J , mesmo que o nodo físico possua TBAL superior ao TBA do nodo A , resultará em infactibilidade no mapeamento das arestas virtuais. Este tratamento não é realizado por este corte nem pelo algoritmo proposto.

6.2 Corte sobre Custo por Distância Mínima

Como já descrito na Seção 5.2.1, na quarta etapa do método *Mapear Nodo*, o nodo virtual é mapeado para cada um dos nodos físicos válidos. Entretanto, o nodo físico pode não hospedar, de fato, o nodo virtual, mesmo que seja válido pelas duas restrições do problema e pela restrição do corte por *Falta de TBAL*. Antes de mapear o nodo virtual para o nodo físico é verificado o custo mínimo associado ao mapeamento considerando que o nodo virtual seria

mapeado para este nodo físico. Caso o custo mínimo seja igual ou superior ao custo da melhor solução já encontrada, então o nodo virtual não é mapeado para o nodo físico.

Para determinar o custo mínimo, o corte considera que o nodo virtual foi mapeado para o nodo físico. O custo mínimo é dado pela soma do custo atual do mapeamento da rede com o custo de cada uma das arestas ainda não mapeadas. O custo das arestas não mapeadas é diferenciado conforme o estado de mapeamento de seus extremos: se ambos os nodos da aresta virtual já foram mapeados para a rede física, seu custo será o produto de sua banda pela distância mínima entre os dois nodos físicos que hospedam seus extremos; caso contrário, quando pelo menos um dos nodos virtuais ainda não tiver sido mapeado para a rede física, o custo será sua própria banda, pois é considerado que a distância mínima de mapeamento para a aresta virtual será de apenas uma aresta física.

Uma vez que este corte será verificado para cada nodo físico válido para hospedar o nodo virtual, percorrer todas as arestas pendentes de mapeamento, assim como calcular a distância entre os nodos físicos que hospedam os extremos de cada aresta a cada instante do algoritmo acaba por onerar o processamento. Para otimizar a verificação do corte são utilizadas as informações pré-processadas de distância mínima entre todos os nodos físicos, o CAM do nodo virtual e o TBAM.

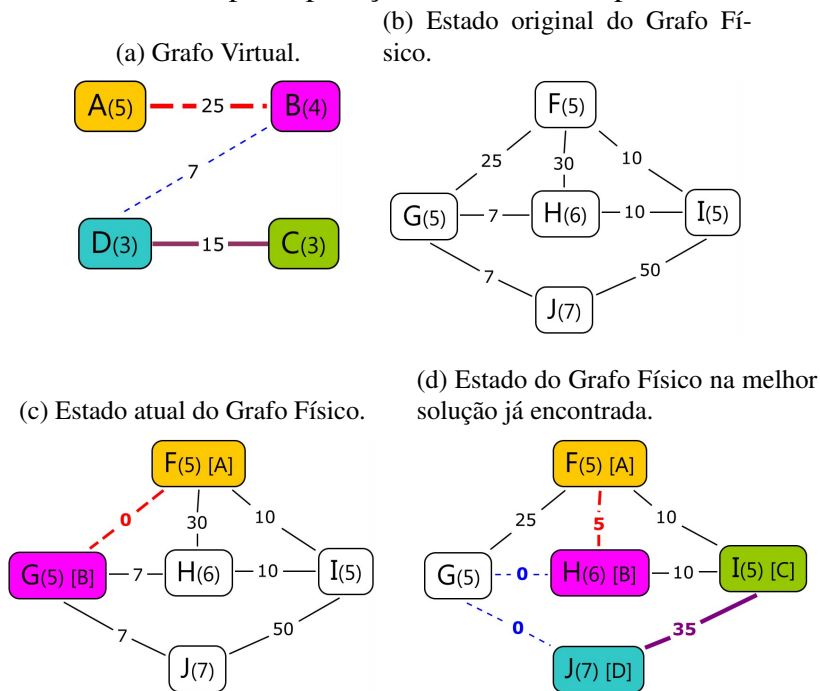
Todas as arestas que estiverem no CAM do nodo virtual representarão as arestas que possuem ambos os nodos virtuais mapeados e cujo custo será dado pelo produto da distância mínima entre os nodos físicos extremos da aresta pela sua banda. Para as demais arestas ainda não mapeadas é possível utilizar o TBAM, descontando a banda de cada uma das arestas presentes no CAM do nodo virtual.

O custo mínimo é determinado conforme a Fórmula 6.1, onde n é igual ao número de arestas do CAM do nodo virtual, a representa o índice da aresta, nfO representa o nodo físico que hospeda o nodo virtual origem e nfD , o nodo físico que hospeda o nodo virtual destino.

$$custoMin = custoAtual + TBAM + \sum_{a=0}^n (B_a \times (distMin(nfO_a, nfD_a) - 1)) \quad (6.1)$$

Para a instância ilustrada na Figura 6.2, o próximo elemento virtual a ser mapeado é o nodo D da rede virtual representada na Figura 6.2a. O estado original da rede física está representado na Figura 6.2b, enquanto o estado atual na Figura 6.2c. Os nodos A e B estão mapeados para os nodos físicos F e G , respectivamente, enquanto a aresta virtual (A, B) está mapeada para o caminho físico $F - G$. O custo atual do mapeamento é de 25 unidades de

Figura 6.2: Instância do PMRV para aplicação do corte Custo por Distância Mínima (CM1).



Fonte: Autora

banda e o TBAM é de 22 unidades de banda. A melhor solução já encontrada está ilustrada na Figura 6.2d com custo de 54 unidades de banda, onde os nodos A , B , C e D foram mapeados para os nodos físicos F , H , I e J , respectivamente, e as arestas (A, B) , (B, D) e (C, D) foram mapeadas para os caminhos físicos $F - H$, $H - G - J$ e $I - J$, respectivamente.

Para a instância da Figura 6.2 o CAM do nodo D é composto pela aresta virtual (B, D) que demanda 7 unidades de banda. Os nodos físicos válidos para mapear o nodo D são listados em ordem na Tabela 6.3, na qual também é indicado o custo mínimo associado ao mapeamento para cada um dos nodos físicos válidos. O corte é aplicado para o nodo físico J , impedindo que o mesmo hospede o nodo virtual D .

Tabela 6.3: Informações da aplicação do corte sobre Custo por Distância Mínima na instância da Figura 6.2.

Nodo	Distância mínima para G	Custo mínimo	Válido para hospedar nodo D
I	1	$25 + 22 + 7 * (1-1) = 47$	Sim.
J	2	$25 + 22 + 7 * (2-1) = 54$	Não, CM1 aplicado.
H	1	$25 + 22 + 7 * (1-1) = 47$	Sim.

Fonte: Autora

A distância mínima desconsidera a restrição de banda nas arestas físicas, o que implica que é possível que a distância mínima informada não seja a distância mínima real para o mapeamento da aresta virtual. Por exemplo, se os nodos virtuais A e B fossem mapeados para os nodos físicos G e H , respectivamente, a distância mínima entre os nodos G e H seria de uma aresta física. Porém, a aresta virtual (A, B) necessita de 25 unidades de banda e a aresta física que conecta os nodos físicos G e H tem apenas 10 unidades de banda. A verdadeira distância mínima, considerando a restrição de banda disponível, é de 2 arestas físicas.

Uma alternativa seria realizar o cálculo da distância mínima toda vez que o corte fosse verificado, garantindo que seria considerada a demanda de banda de cada aresta virtual e a banda ainda disponível de cada aresta física. Porém esse processamento consome mais tempo de execução do algoritmo, resultando que seu tempo de execução seja maior do que se não fosse verificado e, conseqüentemente, aplicado.

6.3 Corte sobre Custo por Tamanho do Caminho

Como já descrito na Seção 5.2.2, na terceira etapa do método *Mapear Aresta* a geração dos caminhos físicos válidos para o mapeamento de uma aresta virtual ocorre através de uma busca em largura sobre o grafo, cujos caminhos incompletos na fila estão ordenados de forma crescente em tamanho. Entretanto, parte da geração dos caminhos físicos pode ser interrompida se o custo mínimo associado ao mapeamento da rede for igual ou superior ao custo da melhor solução já encontrada.

O cálculo do custo mínimo deste corte é semelhante ao corte *Custo por Distância Mínima*, apresentado na Seção 6.2, diferindo-se com relação ao custo da aresta virtual que está sendo mapeada pelo método. A cada instante da geração dos caminhos físicos válidos é retirado o primeiro caminho incompleto da fila e realizada a criação de novos caminhos incompletos a partir deste primeiro caminho com seus vizinhos. Portanto, a cada instante, serão adicionados na fila novos caminhos incompletos ou identificado um caminho físico válido. O tamanho desses novos caminhos é dado pelo tamanho do primeiro caminho incompleto da fila somado de uma unidade de distância. Desse modo, o custo associado a aresta virtual que está sendo mapeada corresponde ao produto da banda virtual pelo tamanho do caminho incompleto que está sendo verificado incrementado de uma unidade.

O custo mínimo é determinado conforme a Fórmula 6.2. Onde n é igual ao número de arestas a mapear do nodo virtual mapeado, a o índice da aresta a mapear do nodo virtual, iA o índice da aresta sendo mapeada, nfO o nodo físico que hospeda o nodo virtual origem, nfD

o nodo físico que hospeda o nodo virtual destino e $tamCam$ o tamanho do primeiro caminho incompleto da fila.

$$custoMin = C1 + C2 \quad (6.2)$$

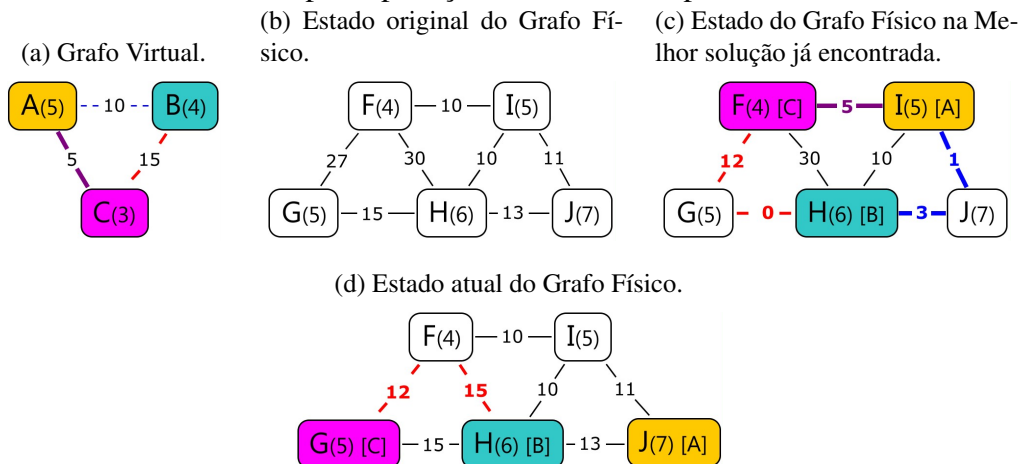
$$C1 = custoAtual + TBAM + \sum_{a=0; a \neq iA}^n (B_a \times (distMin(nfO_a, nfD_a) - 1)) \quad (6.3)$$

$$C2 = B_{iA} \times ((tam_{cam} + 1) - 1) \quad (6.4)$$

Este corte é aplicado duas vezes dentro do método *Mapear Aresta*. Sua primeira aplicação ocorre antes de serem percorridos os vizinhos do último nodo visitado do primeiro caminho incompleto. Sua segunda aplicação é durante a exploração dos vizinhos e tem por objetivo considerar uma possível atualização do custo do melhor mapeamento. A atualização do custo do melhor mapeamento pode ocorrer quando um dos vizinhos for o próprio nodo destino da aresta.

Uma vez que todas as arestas a serem mapeadas, com exceção da que está em mapeamento, possuem um valor fixo para a distância mínima entre os nodos físicos extremos da aresta, parte do custo mínimo para este corte pode ser cálculo uma única vez no início do processamento do método *Mapear Aresta*. Portanto, é definido o custo mínimo incompleto antes da geração dos caminhos físicos, conforme a Fórmula 6.3. A verificação do corte dentro da geração de caminhos, antes e durante a exploração dos vizinhos, calcula o custo mínimo através da soma do valor encontrado na Fórmula 6.3 com o custo definido na Fórmula 6.4.

Figura 6.3: Instância do PMRV para aplicação do corte Custo por Tamanho do Caminho (CM2).



Fonte: Autora

Tabela 6.4: Geração de caminhos físicos para aresta (A, B) da instância da Figura 6.3.

Estágio	Primeiro Caminho	Custo mínimo	Vizinhos do último nodo	Caminhos Incompletos	Caminhos Completos	Estado Final da Fila
1	-	-	-	H	-	{H}
2	H	$50+10*(0+1-1) = 50$	G, F, I, J	H-G,H-F,H-I	H-J	{H-G,H-F,H-I}
3	HG	$50+10*(1+1-1) = 60$	F, H	H-G-F	-	{H-F, H-I,H-G-F}
4	HF	$50+10*(1+1-1) = 60$	G, H, I	H-F-G,H-F-I	-	{H-I,H-G-F,H-F-G, H-F-I}
5	HI	$50+10*(1+1-1) = 60$	F, H, J	H-I-F	H-I-J	{H-G-F,H-F-G, H-F-I,H-I-F}
6	HGF	$50+10*(2+1-1) = 70$	G, H, I	H-G-F-I	-	{H-F-G,H-F-I, H-I-F,H-G-F-I}
7	HFG	$50+10*(2+1-1) = 70$	F, H	-	-	{H-F-I,H-I-F,H-G-F-I}
8	HFI	$50 + 10*(2+1-1) = 70$	F, H, J	-	H-F-I-J	{H-I-F,H-G-F-I}
9	HIF	$50 + 10*(2+1-1) = 70$	G, H, I	H-I-F-G	-	{H-G-F-I,H-I-F-G}
10	HGFI	$50 + 10*(3+1-1) = 80$	F, H, J	-	H-G-F-I-J	{H-I-F-G}
11	HIFG	$50 + 10*(3+1-1) = 80$	F, H	-	-	-

Fonte: Autora

Para a instância ilustrada na Figura 6.3, o próximo elemento virtual a ser mapeado é a aresta (A, B) da rede virtual representa na Figura 6.3a. O estado original da rede física é representa na Figura 6.3b, enquanto o estado atual na Figura 6.3d. Os nodos A , B e C estão mapeados para os nodos físicos J , H e G , respectivamente, enquanto a aresta virtual (B, C) está mapeada para o caminho físico $H - F - G$. O custo atual do mapeamento é de 30 unidades de banda e o TBAM é de 15 unidades de banda. A melhor solução já encontrada é ilustrada na Figura 6.3c com custo de 55 unidades de banda, onde os nodos A , B e C foram mapeados para os nodos físicos I , H e F , respectivamente, e as arestas (A, B) , (B, C) e (A, C) foram mapeadas para os caminhos físicos $I - J - H$, $H - G - F$ e $I - F$, respectivamente.

A Tabela 6.4 demonstra todas as iterações para a geração dos caminhos físicos para o mapeamento da aresta virtual (A, B) da instância da Figura 6.3 sem a aplicação do corte. O custo pré-calculado a partir da Fórmula 6.3 é de 50 unidades. Uma vez que o custo da melhor solução é de 55 unidades de banda, a geração de caminhos é interrompida no terceiro estágio, cujo custo mínimo associado é de 60 unidades de banda.

6.4 Corte sobre Custo do Tamanho do Novo Caminho Incompleto

Como já descrito na Seção 5.2.2, na terceira etapa do método *Mapear Aresta* para cada caminho incompleto retirado da fila são explorados todos os nodos vizinhos do último nodo visitado. Para cada um dos nodos vizinho cuja aresta possua banda disponível suficiente para hospedar a aresta virtual e que não corresponda ao nodo destino é adicionado um novo caminho incompleto na fila, composto pelo caminho incompleto retirado da fila acrescido do nodo vizinho. Entretanto, se o custo mínimo associado ao mapeamento da rede for igual ou superior ao custo da melhor solução já encontrada, o novo caminho incompleto é descartado e não é incluído na fila.

Tal como no corte *Custo por Tamanho do Caminho*, apresentado na Seção 6.3, o custo mínimo difere-se do corte *Custo por Distância Mínima* pelo custo da aresta que está sendo mapeada. Porém, ao invés de considerar o tamanho do caminho incompleto que foi retirado da fila, como no corte *Custo por Tamanho do Caminho*, é considerada a soma do tamanho do novo caminho incompleto com a distância mínima do nodo vizinho – que corresponde ao último nodo visitado do novo caminho incompleto – até o nodo destino. O custo mínimo do mapeamento da rede é apresentado na Fórmula 6.5. O cálculo incompleto do custo mínimo dado na Fórmula 6.6 é o mesmo utilizado pelo corte *Custo por Tamanho do Caminho*.

$$custoMin = C1 + C3 \quad (6.5)$$

$$C1 = custoAtual + TBAM + \sum_{a=0; a \neq iA}^n (B_a \times (distMin(nfO_a, nfD_a) - 1)) \quad (6.6)$$

$$C3 = B_{iA} \times ((tam_{novoCam} + distMin(ultVist_{novoCam}, nfD_{iA}) - 1)) \quad (6.7)$$

Para a mesma instância utilizada no exemplo de aplicação do corte *Custo por Tamanho do Caminho* ilustrada na Figura 6.3. No processo de geração dos caminhos físicos para o mapeamento da aresta (A, B) apresentado na Tabela 6.4, no segundo estágio são adicionados na fila os caminhos $H - G$, $H - F$ e $H - I$. A distância mínima do nodo G até o nodo destino J é de duas unidades, portanto o custo mínimo associado será de 70 unidades de distância $(50 + 10(1 + 2 - 1))$, portanto o caminho $H - G$ não é incluído na fila de caminhos incompletos.

O mesmo custo é identificado para o caminho $H - F$, enquanto que para o caminho $H - I$ o custo é de 60 unidades de banda. Desse modo, a geração dos caminhos seria finalizada ainda no segundo estágio, realizando o mapeamento da aresta virtual (A, B) somente para o caminho físico $H - J$.

A aplicação deste corte não somente reduz o tempo de execução como também o consumo de memória do algoritmo. Como o algoritmo utiliza funções recursivas, o estado das filas para o mapeamento de cada aresta virtual de cada nível da árvore de escolhas é salvo na pilha e consome memória durante o processamento. Quanto menor for a quantidade de caminhos incompletos salva na fila, menor a probabilidade do algoritmo de B&B ser interrompido por falta de memória disponível.

6.5 Corte por Infactibilidade nos Próximos Nodos

Antes de um elemento virtual ser mapeado para um elemento físico válido é verificado se algum dos nodos virtuais pendentes de mapeamento tonará o mapeamento da rede infactível, ou seja, se para algum dos próximos nodos não será encontrado nenhum mapeamento válido. A infactibilidade ocorrerá se pelo menos uma das três condições for verdadeira:

1. Quando nenhum nodo físico disponível possuir CPU suficiente à demandada pelo nodo virtual.
2. Quando nenhum nodo físico disponível possuir TBAL suficiente à demandada pelo nodo virtual.
3. Quando para todos os nodos físicos disponíveis que possuam CPU e TBAL suficientes, o custo mínimo associado ao corte *Custo por Distância Mínima* for igual ou superior ao custo da melhor solução já encontrada.

Para cada um dos nodos virtuais pendentes de mapeamento são percorridos todos os nodos do grafo físico. Para cada nodo físico disponível é verificado se possui CPU e TBAL suficientes à demanda do nodo virtual e se o custo mínimo associado ao mapeamento deste nodo virtual para este nodo físico não excede o custo da melhor solução já encontrada. Assim que encontra um nodo físico que satisfaça essas três restrições é dada continuidade na verificação de infactibilidade do próximo nodo virtual. Se nenhum nodo físico satisfaz essas três restrições, a verificação é interrompida e o corte é aplicado.

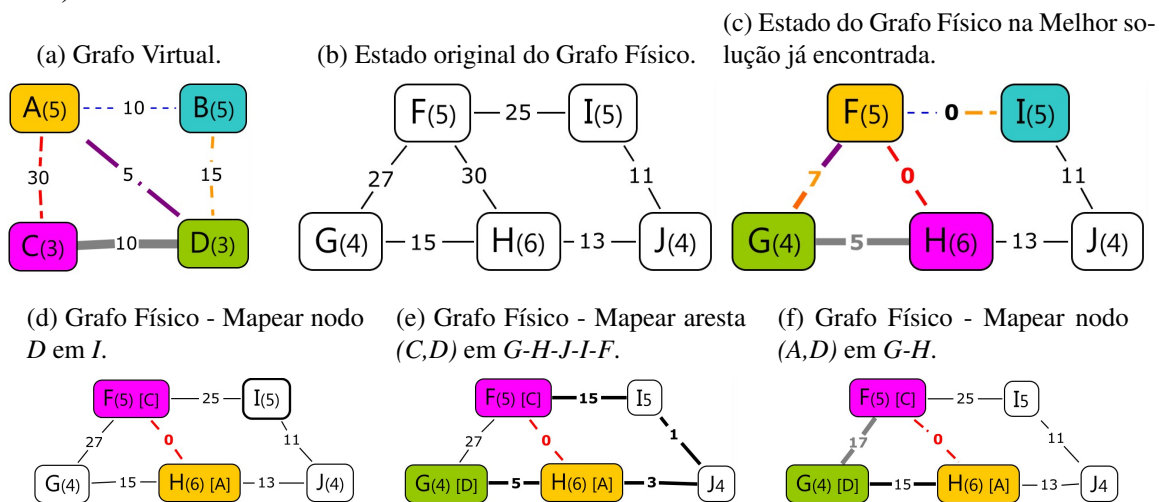
O custo mínimo associado ao mapeamento se assemelha ao corte *Custo por Distância Mínima*, apresentado na Seção 6.2. Entretanto, dentro do CAM do nodo virtual é verificado se o

nodo adjacente já se encontra mapeado. Somente são considerados mapeados os nodos virtuais não penderes de mapeamento antes de ser dado início à verificação do corte. Caso o corte seja chamado pelo método *Mapear Nodo* também é considerado o nodo que está sendo mapeado. Se o nodo adjacente já estiver mapeado, então é considerada a distância mínima, caso contrário é atribuída distância de uma unidade. Este corte é aplicado nos métodos *Mapear Nodo* e *Mapear Aresta*, imediatamente antes de ser iniciado o mapeamento do próximo elemento virtual.

Para a instância ilustrada na Figura 6.4, o estado original do grafo físico está representado na Figura 6.4b. A melhor solução já encontrada está ilustrada na Figura 6.4c com custo de 85 unidades de banda, onde os nodos *A*, *B*, *C* e *D* estão mapeados em *F*, *I*, *H* e *G*, respectivamente, e as arestas (A, B) , (A, C) , (A, D) , (B, D) e (C, D) estão mapeadas nos caminhos físicos $F - I$, $F - H$, $F - G$, $I - F - G$ e $G - H$, respectivamente.

Um primeiro estado do mapeamento para a instância da Figura 6.4 é apresentado na Figura 6.4d, cujo custo atual é de 30 unidades de banda, onde os nodos *A* e *C* estão mapeados em *F* e *H*, respectivamente, e a aresta (A, C) está mapeada no caminho físico $F - H$. O próximo passo é mapear o nodo *D* para o nodo físico *I*. O próximo nodo virtual a ser mapeado é o nodo *B*, entretanto não existirá nenhum nodo físico com CPU suficiente disponível, portanto o corte será aplicado e o nodo *D* não será mapeado para o nodo *I*.

Figura 6.4: Instância do PMRV para aplicação do corte por Infactibilidade nos Próximos Nodos (AIM2).



Fonte: Autora

Um segundo estado do mapeamento para a instância da Figura 6.4 é apresentado na Figura 6.4e, cujo custo atual é de 70 unidades de banda, onde os nodos *A*, *C* e *D* estão mapeados em *H*, *F* e *G*, respectivamente, e a aresta (A, C) está mapeada no caminho físico $H - F$. O próximo passo é mapear a aresta (C, D) para o caminho físico $F - I - J - H - G$. Entretanto

não haverá nenhum nodo físico disponível com TBAL suficiente para o próximo nodo virtual a ser mapeado (B), que necessita 25 unidades de banda - o nodo I possuirá 16 unidades de banda, enquanto o nodo J , 4 unidades livres. Dessa forma o corte será aplicado e a aresta (C, D) não será mapeada para o caminho físico $F - I - J - H - G$.

E finalmente um terceiro estado de mapeamento para a instância da Figura 6.4 é apresentado na Figura 6.4f, cujo custo atual é de 40 unidades de banda, onde os nodos A , C e D estão mapeados em H , F e G , respectivamente, e as arestas virtuais (A, C) e (C, D) estão mapeadas nos caminhos físicos $H - F$ e $F - G$, respectivamente. O próximo passo é mapear a aresta (A, D) para o caminho físico $H - G$. O próximo nodo virtual a ser mapeado será o nodo B , o único nodo físico disponível com CPU e TBAL suficientes será o nodo físico I , porém a distância deste nodo para cada um dos nodos físicos que hospedam os nodos adjacentes ao nodo B será de, no mínimo, duas arestas físicas. O custo mínimo do mapeamento do nodo virtual será de 95 unidades de banda ($30 + 10 + 5 + 10*2 + 15*2$). Uma vez que o custo da melhor solução já encontrada é de 85 unidades de banda, o nodo virtual B não será mapeado para o nodo I por razão do corte *Custo por Distância Mínima*, portanto a aresta (A, C) não será mapeada para o caminho $H - G$.

7 RESULTADOS

Para avaliar o desempenho do B&B proposto são utilizadas as mesmas instâncias de teste do trabalho de (MOURA, 2015). O algoritmo proposto é comparado com os resultados apresentados pelo B&P (MOURA, 2015) e pelo CPLEX. As instâncias deste trabalho e de (MOURA, 2015) foram executadas num processador Intel Core i7 930 com 12 Gb de memória com a utilização de uma única thread.

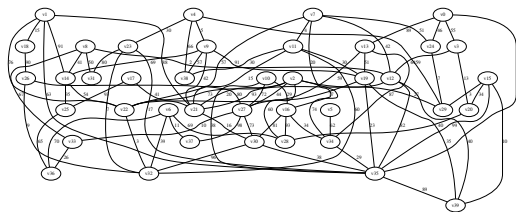
A partir do limite de uma hora para solucionar o problema, é avaliado o tempo que cada algoritmo levou para obter a solução ótima e quantas instâncias não foram solucionadas no tempo máximo, não garantindo a solução ótima.

7.1 Instâncias de teste

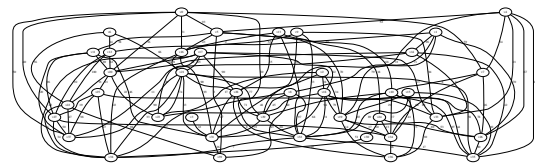
Conforme descrito por (MOURA, 2015), os grafos virtual e físico foram gerados através da ferramenta GTI-ITM (ZEGURA; CALVERT; ACHARJEE, 1996). Para os grafos físicos são utilizados quatro topologias diferentes: aleatória esparsa, aleatória densa, hierárquica e transit-stub.

Figura 7.1: Exemplos das topologias físicas.

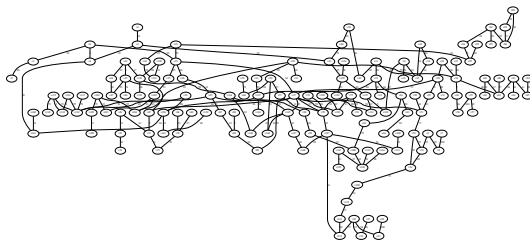
(a) Aleatória esparsa.



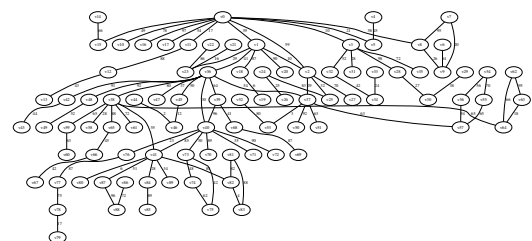
(b) Aleatória densa.



(c) Hierárquica.



(d) Transit-Stub.



Fonte: Autora

As topologias aleatórias caracterizam-se por ter seus nodos espalhados sobre um plano de 100 por 100, onde são conectados aleatoriamente através do modelo de Waxman (ZEGURA; CALVERT; ACHARJEE, 1996). A probabilidade de dois nodos serem conectados é de $\alpha e^{-d/(100\beta)}$, onde d representa a distância Euclidiana entre os nodos e α e β representam parâmetros. Quanto maior for o valor de α , mais denso o grafo será. Os grafos físicos aleatórios esparsos possuem $\alpha = 0.8$, enquanto os aleatórios densos $\alpha = 0.5$.

Os grafos hierárquicos são gerados a partir de um grafo aleatório, em que cada nodo é substituído por outro grafo aleatório composto por cinco novos nodos, em média. Um exemplo de grafo hierárquico é ilustrado na Figura 7.1c.

Os grafos transit-stub são gerados a partir de um grafo aleatório, em que cada nodo é substituído por um subgrafo chamado domínio de trânsito composto por quatro nodos em média. Cada um desses domínios é conectado a três domínios - chamado de stub - que são compostos por dois nodos em média. Esta topologia é descrita como a topologia hierárquica que melhor modela a Internet segundo (ZEGURA; CALVERT; ACHARJEE, 1996).

Já para os grafos virtuais são utilizadas duas topologias diferentes: as de baixa demanda e as de alta demanda, ambas geradas com as características de uma topologia aleatória esparsa. Para os grafos virtuais de baixa demanda, o intervalo de demanda é de $[1, 25]$, enquanto que para os grafos de alta demanda, o intervalo utilizado é de $[25, 100]$.

Uma instância do PMRV é composta por um tipo de grafo físico e um tipo de grafo virtual. O tipo de um grafo é determinado pela sua topologia e o número de nodos que o compõe. Para as topologias aleatória esparsa, aleatória densa e hierárquica existem seis tipos de grafos. Já as topologias transit-stub possuem cinco tipo de grafos. Ambas topologias virtuais de alta e baixa demanda possuem sete grafos cada.

São confrontados todos os tipos de grafos físicos com todos os tipos de grafos virtuais, resultando em 322 instâncias. O resultado de cada instância é avaliado através da média entre as variações existentes dos grafos físico e virtual. Cada grafo possui três variações de mesma classificação e número de nodos, resultando em 9 execuções diferentes para uma mesma instância, totalizando 2898 execuções. As Tabelas 7.1a e 7.1a indicam os grafos físicos e virtuais, respectivamente, para os quais são indicados o número de nodos e a média de arestas entre as três variações existentes para cada tipo de grafo.

Tabela 7.1: Tipos de Grafos.
(a) Grafos Físicos.

Esparsos		Densos		Hierárquico		Transit-Stub	
Nodos	Arestas	Nodos	Arestas	Nodos	Arestas	Nodos	Arestas
20	23.33	20	32.67	125	135.00	90	99.33
40	84.00	40	122.00	150	172.33	135	150.67
80	312.67	80	512.33	175	216.33	180	213.33
120	729.33	120	1136.67	200	250.67	225	262.00
160	1269.33	160	2048.33	225	284.67	270	307.00
200	2026.67	200	3132.33	250	345.33		

(b) Grafos Virtuais.

Baixa Demanda		Alta Demanda	
Nodos	Arestas	Nodos	Arestas
2	1.00	2	1.00
4	3.00	4	3.00
6	5.00	6	5.67
8	7.00	8	7.00
10	10.67	10	9.67
12	11.67	12	13.00
14	15.00	14	17.00

Fonte: Autora

7.2 Resultados do B&B e Comparação com CPLEX e B&P

Nesta seção serão apresentados e analisados os resultados entre os três algoritmos (B&B, B&P e CPLEX), inicialmente serão analisados os resultados por instâncias de mesma topologia física e virtual e por fim, serão analisados os resultados entre as instâncias de topologia de baixa demanda e de alta demanda.

Para cada uma das subseções a seguir, serão apresentadas três tabelas. As tabelas de *Resultados por Instâncias* apresentam em cada linha a média entre as nove variações de cada instância. As características da instância indicadas são o número de nodos virtuais - coluna *N - Virtual* -, a média do número de arestas virtuais das 3 variações do mesmo grafo - coluna *A - Virtual*, o número de nodos físicos - coluna *N - Físico* - e a média do número de arestas físicas das 3 variações do mesmo grafo - coluna *A - Físico*. Os resultados de cada instância para cada um dos três algoritmos indicam a quantidade de instâncias que ultrapassaram o tempo limite de execução sem encontrar a solução ótima - coluna *ET* -, a quantidade de instâncias que ultrapassaram o limite de memória disponível sem encontrar a solução ótima - coluna *EM*, exclusivamente para o B&B -, a média do tempo de execução para encontrar a solução ótima nas 9 variações da instância - coluna *Tempo* - e a média do custo da melhor solução encontrada

nas 9 variações da instância.

As tabelas de *Resultados Agrupados por nº de nodos virtuais* apresentam a média dos resultados por instâncias que possuem a mesma topologia física e virtual para o mesmo número de nodos virtuais, a qual corresponde à média dos resultados apresentados na tabela *Resultados por Instância*. Entretanto, ao invés de ser apresentada a quantidade de instâncias que ultrapassaram o tempo ou memória limites, é indicada a porcentagem sobre o total de instâncias executadas para o mesmo número de nodos virtuais e topologias física e virtual indicadas em cada linha. As tabelas de *Desvio relativo ao B&B* apresentam os desvios relativos percentuais - colunas *Gap Temp* e *Gap Custo* - de tempo e custo do B&P e CPLEX com relação ao B&B. O desvio relativo percentual foi calculado conforme a Fórmula 7.1, sendo que não foi considerado como fator de divisão o valor oriundo do B&B devido a porcentagem apresentada ser acima de um milhão na maioria dos casos.

$$gap[CPLEX/B\&P] = |valor[CPLEX/B\&P] - valorB\&B| / valor[CPLEX/B\&P] * 100 \quad (7.1)$$

Para cada uma das subseções também serão apresentados três gráficos, o primeiro gráfico irá apresentar a média do tempo de execução de cada um dos três algoritmos, B&B, B&P e CPLEX. Nas médias foram consideradas as instâncias que ultrapassaram o tempo limite ou a memória disponível. Os métodos que apresentam maior incidência de instâncias que ultrapassam o tempo limite apresentam uma estabilização no crescimento do tempo médio no gráfico devido ao limite de uma hora de execução. O segundo gráfico apresenta a porcentagem de instâncias que não apresentaram a solução ótima dentro do tempo limite estabelecido para cada um dos três algoritmos testados. O terceiro e último gráfico apresenta a qualidade das soluções encontradas via B&B.

7.2.1 Instâncias com topologia virtual de Baixa Demanda e topologia física Esparsa

Nesta subseção serão apresentados os resultados das instâncias cujo grafo virtual é classificado como baixa demanda e cujo grafo físico é classificado como esparsa.

Tabela 7.2: Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Baixa Demanda x Esparsos.
(a) Tempo x Custo.

N	B&B				B&P			CPLEX		
	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	0%	0%	0.01	16.33	0%	0.05	16.33	0%	0.12	16.33
4	0%	0%	0.01	25.04	0%	3.05	25.04	0%	150.04	25.04
6	0%	0%	0.01	63.17	0%	54.79	63.17	48%	1904.78	63.17
8	0%	0%	0.01	77.85	0%	136.27	77.86	72%	2733.30	77.91
10	0%	0%	0.24	124.09	6%	842.68	124.43	83%	3071.16	132.59
12	0%	0%	0.37	128.67	9%	694.94	129.28	87%	3163.46	154.21
14	0%	0%	51.73	151.06	20%	1468.01	154.61	85%	3123.54	175.57

(b) Desvio relativo ao B&B.

N	B&P		CPLEX	
	Gap Tempo	Gap Custo	Gap Tempo	Gap Custo
2	82.3%	0%	93.2%	0%
4	99.7%	0%	100.0%	0%
6	100.0%	0%	100.0%	0%
8	100.0%	0%	100.0%	0%
10	100.0%	0%	100.0%	6%
12	99.9%	0%	100.0%	17%
14	96.5%	2%	98.3%	14%

Fonte: Autora

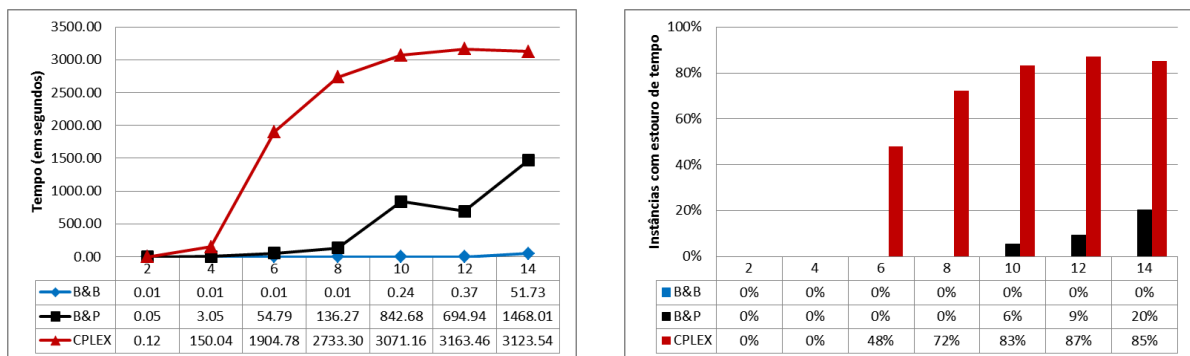
- **Tempo de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.2a, o tempo de execução via B&B é menor que 1 segundo para as instâncias com até 12 nodos virtuais, mantendo-se estável em 0.01 segundo até 8 nodos virtuais. Via B&P e CPLEX apenas as instâncias com 2 nodos virtuais conseguem ser resolvidas em menos de 1 segundo, enquanto as instâncias de 12 nodos virtuais demandam em média 694.94 segundos via B&P e 3163.46 segundos via CPLEX.

Embora a média do tempo de execução via B&B para instâncias com 14 nodos virtuais seja 51.73 segundos, 67% dessas instâncias são resolvidas em menos de 8 segundos.

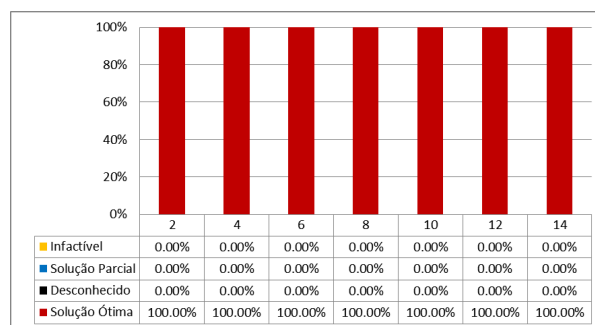
O B&B apresenta um aumento no tempo de execução para instâncias cujo número de nodos virtuais e físicos é próximo, o que implica no menor número de mapeamentos válidos existentes. Este comportamento se deve pela menor aplicação dos cortes de custo

mínimo, uma vez que necessitam de uma primeira solução não ótima para começarem a serem aplicados. Nas instâncias de baixa demanda com esparsos esse comportamento se intensifica naquelas compostas por 14 nodos virtuais, para as quais com 20 nodos físicos o B&B demanda em média 244.34 segundos para encontrar a solução ótima, enquanto para as quais com 80 nodos físicos esse tempo se reduz para 2.3 segundos. B&P e CPLEX apresentam aumento no tempo de execução conforme o aumento do número de nodos virtuais e físicos, isto é, o tamanho das redes envolvidas, independente do número de mapeamentos válidos existentes.

Figura 7.2: Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Baixa Demanda x Esparsos.
(a) Tempo médio de execução. (b) Tempo limite.



(c) Qualidade das soluções via B&B.



Fonte: Autora

- Tempo limite de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.2b, via B&B todas as instâncias são resolvidas dentro do tempo limite estabelecido. Já via B&P e CPLEX, instâncias com 10 ou mais nodos virtuais e 6 ou mais nodos virtuais, respectivamente, ultrapassaram o tempo limite, não garantindo a solução ótima. Via B&P a taxa de instâncias que ultrapassaram o tempo limite não excede 20%, enquanto via CPLEX a taxa chega a 87%.

- **Qualidade das soluções:** Tal como apresentado no Gráfico 7.2c, todas as instâncias executadas são factíveis, isto é, para todas as instâncias foi encontrado pelo menos um mapeamento válido na rede física correspondente.

Tabela 7.3: Resultados por instância - Baixa Demanda x Esparsos.

Virtual		Físico		B&B				B&P			CPLEX		
N	A	N	A	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	1.0	20	23.3	0	0	0.00	16.33	0	0.00	16.33	0	0.01	16.33
2	1.0	40	84.0	0	0	0.00	16.33	0	0.01	16.33	0	0.03	16.33
2	1.0	80	312.7	0	0	0.00	16.33	0	0.01	16.33	0	0.06	16.33
2	1.0	120	729.3	0	0	0.00	16.33	0	0.03	16.33	0	0.11	16.33
2	1.0	160	1269.3	0	0	0.02	16.33	0	0.07	16.33	0	0.19	16.33
2	1.0	200	2026.7	0	0	0.03	16.33	0	0.15	16.33	0	0.30	16.33
4	3.0	20	23.3	0	0	0.00	25.22	0	0.02	25.22	0	0.22	25.22
4	3.0	40	84.0	0	0	0.00	25.00	0	0.06	25.00	0	1.56	25.00
4	3.0	80	312.7	0	0	0.00	25.00	0	0.39	25.00	0	11.72	25.00
4	3.0	120	729.3	0	0	0.01	25.00	0	1.97	25.00	0	44.98	25.00
4	3.0	160	1269.3	0	0	0.02	25.00	0	8.99	25.00	0	106.70	25.00
4	3.0	200	2026.7	0	0	0.03	25.00	0	6.88	25.00	0	735.08	25.00
6	5.0	20	23.3	0	0	0.00	65.67	0	0.13	65.67	0	1.31	65.67
6	5.0	40	84.0	0	0	0.00	62.67	0	0.39	62.67	0	24.46	62.67
6	5.0	80	312.7	0	0	0.00	62.67	0	4.20	62.67	0	642.59	62.67
6	5.0	120	729.3	0	0	0.01	62.67	0	27.30	62.67	8	3560.32	62.67
6	5.0	160	1269.3	0	0	0.02	62.67	0	78.36	62.67	9	3600.00	62.67
6	5.0	200	2026.7	0	0	0.03	62.67	0	218.34	62.67	9	3600.00	62.67
8	7.0	20	23.3	0	0	0.01	83.78	0	0.82	83.78	0	6.52	83.78
8	7.0	40	84.0	0	0	0.00	76.67	0	1.47	76.67	3	1993.26	76.67
8	7.0	80	312.7	0	0	0.00	76.67	0	11.64	76.67	9	3600.00	76.67
8	7.0	120	729.3	0	0	0.02	76.67	0	55.61	76.67	9	3600.00	76.67
8	7.0	160	1269.3	0	0	0.02	76.67	0	191.68	76.67	9	3600.00	76.67
8	7.0	200	2026.7	0	0	0.04	76.67	0	556.39	76.67	9	3600.00	77.00
10	10.7	20	23.3	0	0	0.91	140.78	0	6.13	140.78	1	565.91	140.78
10	10.7	40	84.0	0	0	0.16	121.11	0	198.00	121.11	8	3461.04	122.78
10	10.7	80	312.7	0	0	0.10	120.67	0	255.95	120.67	9	3600.00	126.22
10	10.7	120	729.3	0	0	0.14	120.67	0	696.93	120.67	9	3600.00	127.33
10	10.7	160	1269.3	0	0	0.07	120.67	1	1527.90	121.56	9	3600.00	134.56
10	10.7	200	2026.7	0	0	0.04	120.67	2	2371.14	121.78	9	3600.00	143.89
12	11.7	20	23.3	0	0	1.91	142.00	0	32.24	142.00	2	980.77	142.33
12	11.7	40	84.0	0	0	0.01	126.00	0	78.63	126.00	9	3600.00	127.67
12	11.7	80	312.7	0	0	0.03	126.00	1	442.74	126.56	9	3600.00	134.56
12	11.7	120	729.3	0	0	0.06	126.00	0	372.39	126.00	9	3600.00	141.56
12	11.7	160	1269.3	0	0	0.13	126.00	1	891.74	126.56	9	3600.00	194.78
12	11.7	200	2026.7	0	0	0.06	126.00	3	2351.89	128.56	9	3600.00	184.38
14	15.0	20	23.3	0	0	244.34	176.33	0	197.09	176.33	1	741.24	177.11
14	15.0	40	84.0	0	0	2.13	146.00	1	701.76	146.56	9	3600.00	153.44
14	15.0	80	312.7	0	0	2.30	146.00	0	1015.49	146.00	9	3600.00	185.00
14	15.0	120	729.3	0	0	7.06	146.00	2	1735.27	148.33	9	3600.00	170.62
14	15.0	160	1269.3	0	0	0.28	146.00	1	1841.81	148.00	9	3600.00	177.75
14	15.0	200	2026.7	0	0	54.28	146.00	7	3316.64	162.44	9	3600.00	189.50

7.2.2 Instâncias com topologia virtual de Baixa Demanda e topologia física Densa

Nesta subseção serão apresentados os resultados das instâncias cujo grafo virtual é classificado como baixa demanda e cujo grafo físico é classificado como denso.

Tabela 7.4: Resultados agrupados por n° de nodos virtuais - Baixa Demanda x Densos.
(a) Tempo x Custo

N	B&B				B&P			CPLEX		
	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	0%	0%	0.01	16.33	0%	0.08	16.33	0%	0.13	16.33
4	0%	0%	0.01	25.00	0%	4.17	25.00	0%	214.62	25.00
6	0%	0%	0.01	63.06	0%	77.48	63.06	57%	2179.10	63.06
8	0%	0%	0.02	77.50	0%	204.96	77.50	78%	2872.77	77.50
10	0%	0%	0.14	122.31	7%	752.48	122.58	81%	3064.37	127.93
12	0%	0%	0.63	128.50	7%	841.00	129.69	89%	3293.93	143.25
14	0%	0%	1.74	149.04	22%	1350.52	153.78	89%	3246.88	166.88

(b) Desvio relativo ao B&B

N	B&P		CPLEX	
	Gap Tempo	Gap Custo	Gap Tempo	Gap Custo
2	83.8%	0%	90.2%	0%
4	99.7%	0%	100.0%	0%
6	100.0%	0%	100.0%	0%
8	100.0%	0%	100.0%	0%
10	100.0%	0%	100.0%	4%
12	99.9%	1%	100.0%	10%
14	99.9%	3%	99.9%	11%

Fonte: Autora

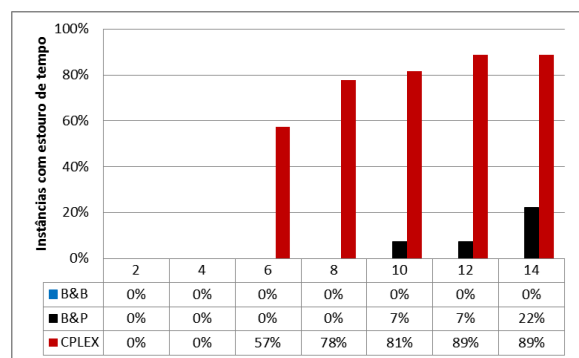
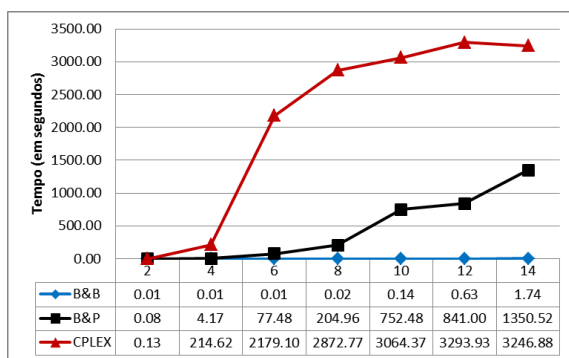
- Tempo de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.3a, o tempo de execução via B&B é menor que 1 segundo para as instâncias com até 12 nodos virtuais e menor que 2 segundos para as instâncias de 14 nodos virtuais. O tempo de execução é estável em 0.01 segundo nas instâncias de até 6 nodos virtuais. Via B&P e CPLEX apenas as instâncias com 2 nodos virtuais conseguem ser resolvidas em menos de 1 segundo, enquanto as instâncias de 12 nodos virtuais demandam em média 841 segundos via B&P e 3246.88 segundos via CPLEX.

Tal como para as instâncias com grafos físicos esparsos, o B&B apresenta aumento no tempo de execução para instâncias cujo número de nodos virtuais e físicos é próximo. Entretanto, mesmo para as instâncias de 14 nodos virtuais e 20 nodos físicos, o tempo médio de execução é de 10.20 segundos. Isso se deve ao maior número de conexões entre

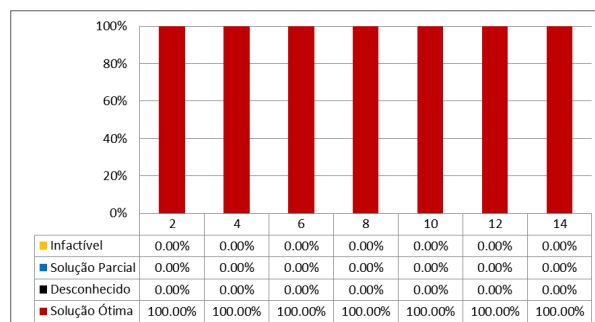
os nodos de um grafo físico denso, aumentando o número de mapeamentos válidos para as arestas virtuais e, conseqüentemente, de mapeamentos válidos para a rede virtual.

- Tempo limite de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.3b, via B&B todas as instâncias são resolvidas dentro do tempo limite estabelecido. Já via B&P e CPLEX, instâncias com 10 ou mais nodos virtuais e 6 ou mais nodos virtuais, respectivamente, apresentaram estouro de tempo, isto é, não garantem a solução ótima. Via B&P a taxa de instâncias que ultrapassam o tempo limite não excede 22%, enquanto via CPLEX a taxa chega a 89%.
- Qualidade das soluções:** Conforme o Gráfico 7.2c, todas as instâncias executadas são factíveis, isto é, para todas as instâncias foi encontrado pelo menos um mapeamento válido na rede física correspondente.

Figura 7.3: Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Baixa Demanda x Densos.
 (a) Tempo médio de execução. (b) Tempo limite.



(c) Qualidade das soluções via B&B.



Fonte: Autora

Tabela 7.5: Resultados por instância - Baixa Demanda x Densos.

Virtual		Físico		B&B				B&P			CPLEX		
N	A	N	A	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	1.0	20	32.7	0	0	0.00	16.33	0	0.01	16.33	0	0.02	16.33
2	1.0	40	122.0	0	0	0.00	16.33	0	0.01	16.33	0	0.04	16.33
2	1.0	80	512.3	0	0	0.00	16.33	0	0.02	16.33	0	0.06	16.33
2	1.0	120	1136.7	0	0	0.01	16.33	0	0.06	16.33	0	0.11	16.33
2	1.0	160	2048.3	0	0	0.02	16.33	0	0.13	16.33	0	0.21	16.33
2	1.0	200	3132.3	0	0	0.04	16.33	0	0.23	16.33	0	0.33	16.33
4	3.0	20	32.7	0	0	0.00	25.00	0	0.02	25.00	0	0.22	25.00
4	3.0	40	122.0	0	0	0.00	25.00	0	0.06	25.00	0	1.94	25.00
4	3.0	80	512.3	0	0	0.00	25.00	0	0.67	25.00	0	20.37	25.00
4	3.0	120	1136.7	0	0	0.01	25.00	0	2.31	25.00	0	127.80	25.00
4	3.0	160	2048.3	0	0	0.03	25.00	0	8.86	25.00	0	435.79	25.00
4	3.0	200	3132.3	0	0	0.04	25.00	0	13.08	25.00	0	701.63	25.00
6	5.0	20	32.7	0	0	0.00	65.00	0	0.17	65.00	0	2.17	65.00
6	5.0	40	122.0	0	0	0.00	62.67	0	0.41	62.67	0	34.41	62.67
6	5.0	80	512.3	0	0	0.00	62.67	0	7.34	62.67	4	2238.03	62.67
6	5.0	120	1136.7	0	0	0.02	62.67	0	30.42	62.67	9	3600.00	62.67
6	5.0	160	2048.3	0	0	0.03	62.67	0	103.41	62.67	9	3600.00	62.67
6	5.0	200	3132.3	0	0	0.04	62.67	0	323.10	62.67	9	3600.00	62.67
8	7.0	20	32.7	0	0	0.00	81.67	0	0.79	81.67	0	55.90	81.67
8	7.0	40	122.0	0	0	0.00	76.67	0	1.81	76.67	6	2780.74	76.67
8	7.0	80	512.3	0	0	0.00	76.67	0	21.62	76.67	9	3600.00	76.67
8	7.0	120	1136.7	0	0	0.02	76.67	0	83.87	76.67	9	3600.00	76.67
8	7.0	160	2048.3	0	0	0.03	76.67	0	300.78	76.67	9	3600.00	76.67
8	7.0	200	3132.3	0	0	0.04	76.67	0	820.89	76.67	9	3600.00	76.67
10	10.7	20	32.7	0	0	0.69	130.56	0	5.04	130.56	0	565.44	130.56
10	10.7	40	122.0	0	0	0.00	120.67	0	18.07	120.67	8	3420.77	121.78
10	10.7	80	512.3	0	0	0.01	120.67	0	238.55	120.67	9	3600.00	121.56
10	10.7	120	1136.7	0	0	0.03	120.67	0	465.39	120.67	9	3600.00	124.67
10	10.7	160	2048.3	0	0	0.04	120.67	1	1648.07	120.89	9	3600.00	131.22
10	10.7	200	3132.3	0	0	0.05	120.67	3	2139.78	122.00	9	3600.00	137.78
12	11.7	20	32.7	0	0	3.17	141.00	0	44.13	141.00	3	1763.58	141.33
12	11.7	40	122.0	0	0	0.01	126.00	0	109.11	126.00	9	3600.00	126.33
12	11.7	80	512.3	0	0	0.46	126.00	0	93.00	126.00	9	3600.00	130.78
12	11.7	120	1136.7	0	0	0.03	126.00	0	463.21	126.00	9	3600.00	129.78
12	11.7	160	2048.3	0	0	0.04	126.00	0	1595.81	126.00	9	3600.00	165.00
12	11.7	200	3132.3	0	0	0.06	126.00	4	2740.72	133.11	9	3600.00	166.25
14	15.0	20	32.7	0	0	10.20	164.22	0	110.10	164.22	3	1481.26	166.11
14	15.0	40	122.0	0	0	0.02	146.00	0	47.50	146.00	9	3600.00	151.33
14	15.0	80	512.3	0	0	0.03	146.00	0	208.06	146.00	9	3600.00	170.22
14	15.0	120	1136.7	0	0	0.04	146.00	0	1429.16	146.00	9	3600.00	167.11
14	15.0	160	2048.3	0	0	0.06	146.00	5	2824.43	152.33	9	3600.00	187.75
14	15.0	200	3132.3	0	0	0.07	146.00	7	3483.86	168.11	9	3600.00	158.75

7.2.3 Instâncias com topologia virtual de Baixa Demanda e topologia física Hierárquica

Nesta subseção serão apresentados os resultados das instâncias cujo grafo virtual é classificado como baixa demanda e cujo grafo físico é classificado como hierárquico.

Tabela 7.6: Resultados agrupados por n° de nodos virtuais - Baixa Demanda x Hierárquicos.

(a) Tempo x Custo

N	B&B				B&P			CPLEX		
	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	0%	0%	0.01	16.33	0%	0.01	16.33	0%	0.24	16.33
4	0%	0%	0.01	25.00	0%	0.95	25.00	0%	48.24	25.00
6	0%	0%	0.05	62.67	0%	12.43	62.67	19%	1371.54	62.67
8	0%	0%	0.06	76.67	0%	65.63	76.67	91%	3499.51	80.00
10	0%	11%	36.30	122.50	48%	2156.26	131.80	100%	3600.00	167.09
12	0%	0%	39.54	128.43	39%	1712.40	138.04	100%	3600.00	214.18
14	13%	0%	845.22	192.10	80%	2963.53	217.70	96%	3600.00	276.11

(b) Desvio relativo ao B&B

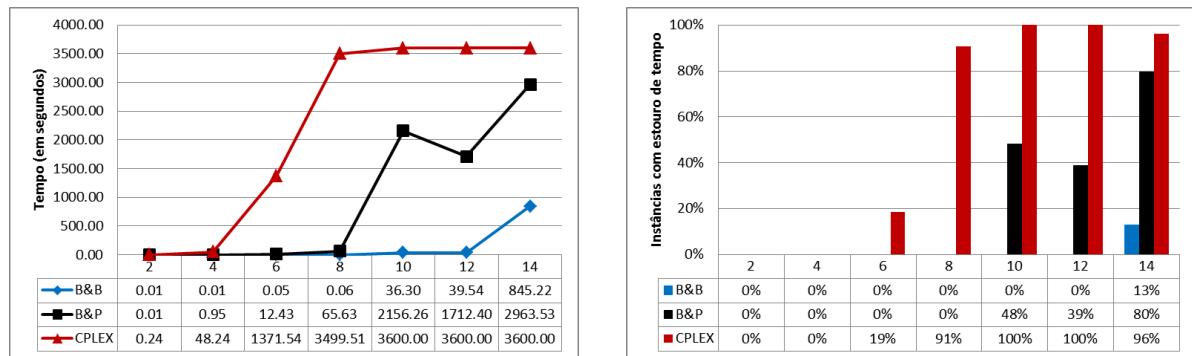
N	B&P		CPLEX	
	Gap Tempo	Gap Custo	Gap Tempo	Gap Custo
2	58.3%	0%	97.7%	0%
4	98.8%	0%	100.0%	0%
6	99.6%	0%	100.0%	0%
8	99.9%	0%	100.0%	4%
10	98.3%	7%	99.0%	27%
12	97.7%	7%	98.9%	40%
14	71.5%	12%	76.5%	30%

Fonte: Autora

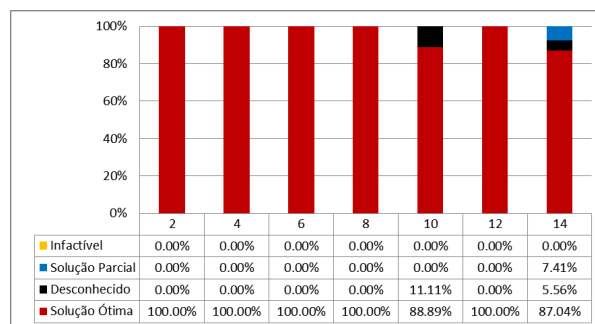
- **Tempo de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.4a, o tempo de execução via B&B é menor que 1 segundo para as instâncias com até 8 nodos virtuais, mantendo-se estável em 0.01 segundo até 4 nodos virtuais. Via B&P e CPLEX apenas as instâncias com até 4 e 2 nodos virtuais, respectivamente, conseguem ser resolvidas em menos de 1 segundo, enquanto as instâncias de 8 nodos virtuais demandam em média 65.63 segundos via B&P e 3499.51 segundos via CPLEX.

Tal como para as instâncias com grafos físicos esparsos e densos, o B&B apresenta aumento no tempo de execução para instâncias cujo número de mapeamentos válidos é menor. Entretanto, a relação entre número de nodos físicos e virtuais não é a causa principal no menor número de mapeamentos válidos, mas sim por razão do número de conexões existentes entre os nodos físicos.

Figura 7.4: Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Baixa Demanda x Hierárquicos.
 (a) Tempo médio de execução. (b) Tempo limite.



(c) Qualidade das soluções via B&B.



Fonte: Autora

- Tempo limite de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.4b, via B&B todas as instâncias, exceto 13% das compostas por 14 nodos virtuais, são resolvidas dentro do tempo limite estabelecido. Já via B&P e CPLEX, instâncias com 10 ou mais nodos virtuais e 6 ou mais nodos virtuais, respectivamente, ultrapassam o tempo limite. Via B&P a taxa de instâncias que ultrapassam o tempo limite chega a 80%, enquanto via CPLEX a taxa chega a 100%.
- Qualidade das soluções:** O Gráfico 7.4c apresenta a porcentagem de instâncias infactíveis; factíveis, mas que não foi garantido a solução ótima - Solução Parcial -; desconhecidas, isto é, que o algoritmo foi finalizado seja por ter ultrapassado o tempo ou memória limites sem ter encontrado nenhuma solução parcial; e factíveis cuja solução ótima foi encontrada - Solução Ótima. Para as instâncias de baixa demanda com grafos físicos hierárquicos, todas as instâncias que ultrapassaram a memória disponível com 10 nodos virtuais não apresentaram nenhuma solução parcial, enquanto a maioria das instâncias que ultrapassaram o tempo limite com 14 nodos virtuais encontraram uma solução parcial.

Tabela 7.7: Resultados por instância - Baixa Demanda x Hierárquicos.

Virtual		Físico		B&B				B&P			CPLEX		
N	A	N	A	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	1.0	125	135.0	0	0	0.00	16.33	0	0.01	16.33	0	0.11	16.33
2	1.0	150	172.3	0	0	0.00	16.33	0	0.01	16.33	0	0.15	16.33
2	1.0	175	216.3	0	0	0.00	16.33	0	0.01	16.33	0	0.20	16.33
2	1.0	200	250.7	0	0	0.01	16.33	0	0.01	16.33	0	0.25	16.33
2	1.0	225	284.7	0	0	0.01	16.33	0	0.02	16.33	0	0.32	16.33
2	1.0	250	345.3	0	0	0.02	16.33	0	0.02	16.33	0	0.40	16.33
4	3.0	125	135.0	0	0	0.01	25.00	0	0.29	25.00	0	8.55	25.00
4	3.0	150	172.3	0	0	0.00	25.00	0	0.28	25.00	0	14.72	25.00
4	3.0	175	216.3	0	0	0.01	25.00	0	0.84	25.00	0	22.71	25.00
4	3.0	200	250.7	0	0	0.01	25.00	0	2.18	25.00	0	44.62	25.00
4	3.0	225	284.7	0	0	0.01	25.00	0	1.26	25.00	0	54.36	25.00
4	3.0	250	345.3	0	0	0.02	25.00	0	0.82	25.00	0	144.48	25.00
6	5.0	125	135.0	0	0	0.03	62.67	0	4.87	62.67	0	106.47	62.67
6	5.0	150	172.3	0	0	0.18	62.67	0	6.15	62.67	0	274.59	62.67
6	5.0	175	216.3	0	0	0.02	62.67	0	6.64	62.67	0	812.91	62.67
6	5.0	200	250.7	0	0	0.02	62.67	0	19.37	62.67	0	1451.90	62.67
6	5.0	225	284.7	0	0	0.02	62.67	0	15.46	62.67	2	2090.35	62.67
6	5.0	250	345.3	0	0	0.03	62.67	0	22.09	62.67	8	3493.03	62.67
8	7.0	125	135.0	0	0	0.05	76.67	0	29.32	76.67	5	3056.65	78.22
8	7.0	150	172.3	0	0	0.07	76.67	0	33.88	76.67	8	3540.39	77.11
8	7.0	175	216.3	0	0	0.15	76.67	0	32.48	76.67	9	3600.00	77.67
8	7.0	200	250.7	0	0	0.03	76.67	0	83.65	76.67	9	3600.00	79.00
8	7.0	225	284.7	0	0	0.04	76.67	0	71.10	76.67	9	3600.00	86.22
8	7.0	250	345.3	0	0	0.04	76.67	0	143.34	76.67	9	3600.00	81.78
10	10.7	125	135.0	0	0	40.32	134.22	4	1929.54	135.22	9	3600.00	151.78
10	10.7	150	172.3	0	0	63.10	130.67	4	1888.93	131.89	9	3600.00	155.33
10	10.7	175	216.3	0	1	12.66	120.50	4	1782.50	128.78	9	3600.00	166.00
10	10.7	200	250.7	0	1	46.69	120.75	4	2088.51	128.44	9	3600.00	166.22
10	10.7	225	284.7	0	2	13.90	115.14	6	2466.65	136.00	9	3600.00	180.00
10	10.7	250	345.3	0	2	41.12	113.71	4	2781.41	130.44	9	3600.00	183.22
12	11.7	125	135.0	0	0	172.48	131.67	3	1389.12	144.89	9	3600.00	169.33
12	11.7	150	172.3	0	0	8.29	129.11	4	1998.31	135.44	9	3600.00	185.56
12	11.7	175	216.3	0	0	13.60	127.67	4	1722.29	136.89	9	3600.00	233.33
12	11.7	200	250.7	0	0	5.10	127.33	2	1461.63	132.67	9	3600.00	212.88
12	11.7	225	284.7	0	0	33.32	127.56	5	2070.26	144.44	9	3600.00	273.33
12	11.7	250	345.3	0	0	4.42	127.22	3	1632.76	133.89	9	3600.00	210.67
14	15.0	125	135.0	3	0	1557.83	205.86	9	3600.00	264.00	9	3600.00	217.00
14	15.0	150	172.3	1	0	549.15	159.50	7	2961.95	215.89	9	3600.00	263.50
14	15.0	175	216.3	0	0	242.68	154.67	7	2826.14	201.44	9	3600.00	305.78
14	15.0	200	250.7	1	0	710.35	206.33	6	2565.80	199.89	7	3600.00	283.33
14	15.0	225	284.7	1	0	911.57	200.67	6	2598.64	228.11	9	3600.00	291.29
14	15.0	250	345.3	1	0	1099.75	225.56	8	3228.64	196.89	9	3600.00	295.75

7.2.4 Instâncias com topologia virtual de Baixa Demanda e topologia física Transit-Stub

Nesta subseção serão apresentados os resultados das instâncias cujo grafo virtual é classificado como baixa demanda e cujo grafo físico é classificado como transit-stub.

Tabela 7.8: Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Baixa Demanda x Transit-Stub.
(a) Tempo x Custo

N	B&B				B&P			CPLEX		
	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	0%	0%	0.01	16.33	0%	0.01	16.33	0%	0.23	16.33
4	0%	0%	0.01	25.00	0%	0.30	25.00	0%	69.40	25.00
6	0%	0%	0.04	62.67	0%	5.86	62.67	2%	1182.85	62.67
8	0%	0%	0.05	76.67	0%	40.04	76.67	91%	3492.03	82.36
10	2%	0%	95.50	124.98	16%	925.04	123.62	100%	3600.00	166.20
12	2%	0%	125.85	128.27	38%	1616.76	134.35	100%	3600.00	198.94
14	18%	0%	798.07	159.79	71%	2655.33	169.02	100%	3600.00	203.18

(b) Desvio relativo ao B&B

N	B&P		CPLEX	
	Gap Tempo	Gap Custo	Gap Tempo	Gap Custo
2	38%	0%	96%	0%
4	96%	0%	100%	0%
6	99%	0%	100%	0%
8	100%	0%	100%	7%
10	90%	1%	97%	25%
12	92%	5%	97%	36%
14	70%	5%	78%	21%

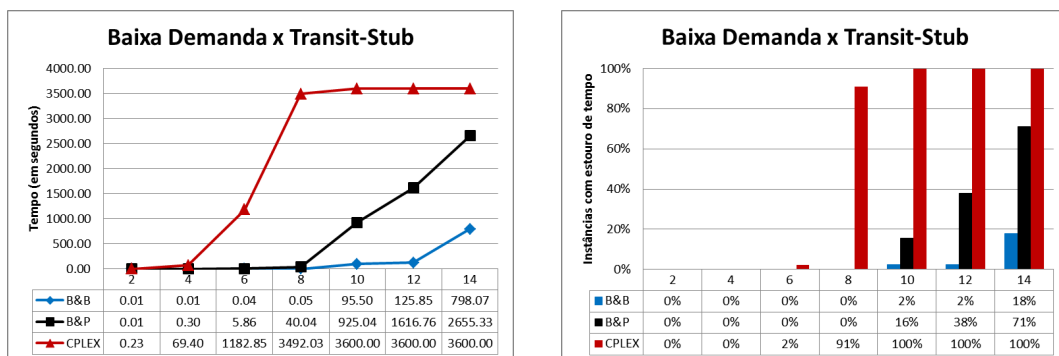
Fonte: Autora

- **Tempo de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.5a, o tempo de execução via B&B é menor que 1 segundo para as instâncias com até 8 nodos virtuais, mantendo-se estável em 0.01 segundo até 4 nodos virtuais. Via B&P e CPLEX apenas as instâncias com até 4 e 2 nodos virtuais, respectivamente, conseguem ser resolvidas em menos de 1 segundo, enquanto as instâncias de 8 nodos virtuais demandam em média 40.04 segundos via B&P e 3492.03 segundos via CPLEX.

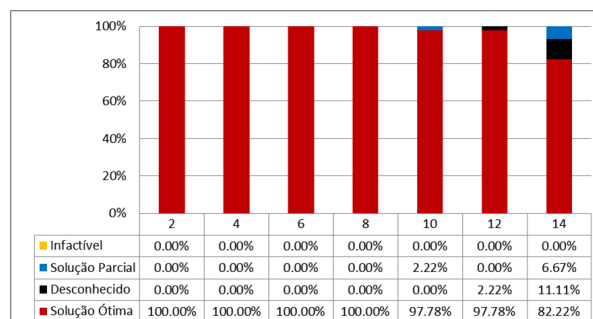
Tal como para as instâncias com grafos físicos hierárquicos, o B&B apresenta aumento no tempo de execução para instâncias cujo número de mapeamentos válidos é menor. O aumento no tempo de execução é maior nessas instâncias se comparado com as instâncias com grafos físicos hierárquicos, entretanto via B&P e CPLEX há uma equiparação entre os tempos de execução entre essas instâncias.

- **Tempo limite de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.5b, via B&B todas as instâncias até 8 nodos virtuais são resolvidas dentro do tempo limite estabelecido. A partir de 10 nodos virtuais, o B&B e B&P apresentam instâncias que ultrapassam o tempo limite, entretanto, via B&B a taxa de instâncias é de no máximo 18%, enquanto via B&P essa taxa sobe para 71%. Já via CPLEX com 6 ou mais nodos virtuais ultrapassam o tempo limite, com uma taxa de 100% nas instâncias a partir de 10 nodos virtuais.
- **Qualidade das soluções:** O Gráfico 7.5c apresenta a percentagem de instâncias infactíveis; factíveis, mas que não foi garantido a solução ótima - Solução Parcial -; desconhecidas, isto é, que o algoritmo foi finalizado seja por ter ultrapassado o tempo ou memória limites sem ter encontrado nenhuma solução parcial; e factíveis cuja solução ótima foi encontrada - Solução Ótima. Para as instâncias de baixa demanda com grafos físicos transit-stub, a maioria das instâncias que ultrapassam o tempo limite não encontraram uma solução parcial. Nenhuma instância infactível foi identificada.

Figura 7.5: Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Baixa Demanda x Transit-Stub.
(a) Tempo médio de execução. (b) Tempo limite.



(c) Qualidade das soluções via B&B.



Fonte: Autora

Tabela 7.9: Resultados por instância - Baixa Demanda x Transit-Stub.

Virtual		Físico		B&B				B&P			CPLEX		
N	A	N	A	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	1.0	90	99.3	0	0	0.00	16.33	0	0.01	16.33	0	0.06	16.33
2	1.0	135	150.7	0	0	0.00	16.33	0	0.01	16.33	0	0.11	16.33
2	1.0	180	213.3	0	0	0.00	16.33	0	0.01	16.33	0	0.21	16.33
2	1.0	225	262.0	0	0	0.03	16.33	0	0.02	16.33	0	0.33	16.33
2	1.0	270	307.0	0	0	0.01	16.33	0	0.02	16.33	0	0.47	16.33
4	3.0	90	99.3	0	0	0.00	25.00	0	0.10	25.00	0	4.53	25.00
4	3.0	135	150.7	0	0	0.00	25.00	0	0.37	25.00	0	17.50	25.00
4	3.0	180	213.3	0	0	0.00	25.00	0	0.13	25.00	0	50.84	25.00
4	3.0	225	262.0	0	0	0.04	25.00	0	0.42	25.00	0	94.97	25.00
4	3.0	270	307.0	0	0	0.02	25.00	0	0.47	25.00	0	179.17	25.00
6	5.0	90	99.3	0	0	0.00	62.67	0	1.10	62.67	0	81.39	62.67
6	5.0	135	150.7	0	0	0.00	62.67	0	4.26	62.67	0	312.77	62.67
6	5.0	180	213.3	0	0	0.01	62.67	0	5.92	62.67	0	1027.84	62.67
6	5.0	225	262.0	0	0	0.15	62.67	0	7.96	62.67	0	2128.77	62.67
6	5.0	270	307.0	0	0	0.02	62.67	0	10.08	62.67	1	2363.50	62.67
8	7.0	90	99.3	0	0	0.08	76.67	0	11.62	76.67	5	3060.16	76.67
8	7.0	135	150.7	0	0	0.01	76.67	0	15.40	76.67	9	3600.00	78.11
8	7.0	180	213.3	0	0	0.02	76.67	0	128.66	76.67	9	3600.00	80.11
8	7.0	225	262.0	0	0	0.13	76.67	0	18.82	76.67	9	3600.00	82.00
8	7.0	270	307.0	0	0	0.02	76.67	0	25.72	76.67	9	3600.00	94.89
10	10.7	90	99.3	0	0	0.41	126.11	0	562.50	126.11	9	3600.00	135.44
10	10.7	135	150.7	0	0	4.12	125.56	1	1008.53	125.56	9	3600.00	145.11
10	10.7	180	213.3	0	0	0.23	121.56	1	489.77	121.56	9	3600.00	162.00
10	10.7	225	262.0	1	0	443.46	129.67	2	1248.10	121.78	9	3600.00	172.22
10	10.7	270	307.0	0	0	29.31	122.00	3	1316.29	123.11	9	3600.00	216.25
12	11.7	90	99.3	0	0	74.11	134.22	4	1936.71	137.44	9	3600.00	158.44
12	11.7	135	150.7	0	0	117.26	130.11	4	1698.08	136.11	9	3600.00	179.25
12	11.7	180	213.3	0	0	18.54	127.00	3	1558.32	131.67	9	3600.00	184.56
12	11.7	225	262.0	1	0	417.65	124.00	3	1480.03	136.11	9	3600.00	262.67
12	11.7	270	307.0	0	0	1.68	126.00	3	1410.66	130.44	9	3600.00	209.80
14	15.0	90	99.3	3	0	1209.67	146.50	6	2529.66	168.89	9	3600.00	242.62
14	15.0	135	150.7	1	0	435.07	153.13	6	2527.99	171.33	9	3600.00	259.67
14	15.0	180	213.3	1	0	431.78	144.75	6	2489.55	161.89	9	3600.00	240.60
14	15.0	225	262.0	3	0	1413.97	206.67	7	2835.99	172.33	9	3600.00	273.00
14	15.0	270	307.0	0	0	499.88	147.89	7	2893.45	170.67	9	3600.00	0.00

7.2.5 Instâncias com topologia virtual de Alta Demanda e topologia física Esparsa

Nesta subseção serão apresentados os resultados das instâncias cujo grafo virtual é classificado como alta demanda e cujo grafo físico é classificado como esparsa.

Tabela 7.10: Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Alta Demanda x Esparsos.
(a) Tempo x Custo

N	B&B				B&P			CPLEX		
	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	0%	0%	0.01	19.70	0%	0.03	19.61	0%	0.12	19.70
4	0%	0%	0.01	59.52	0%	4.00	59.45	0%	40.92	59.52
6	0%	0%	0.02	139.01	0%	159.68	137.92	24%	1251.22	137.92
8	0%	0%	0.02	170.62	0%	44.15	170.51	50%	2031.47	170.51
10	0%	0%	0.62	202.90	0%	167.44	203.39	67%	2473.09	219.81
12	4%	4%	153.64	281.89	28%	1478.81	284.16	70%	2596.44	374.19
14	15%	11%	941.15	442.06	31%	1557.98	426.72	72%	2719.31	536.23

(b) Desvio relativo ao B&B

N	B&P		CPLEX	
	Gap Tempo	Gap Custo	Gap Tempo	Gap Custo
2	68.1%	0%	93.6%	0%
4	99.8%	0%	100.0%	0%
6	100.0%	1%	100.0%	1%
8	100.0%	0%	100.0%	0%
10	99.6%	0%	100.0%	8%
12	89.6%	1%	94.1%	25%
14	39.6%	4%	65.4%	18%

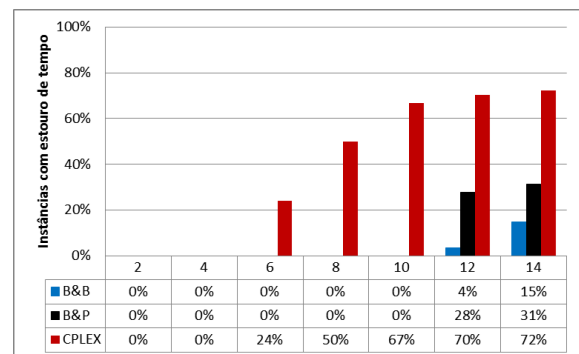
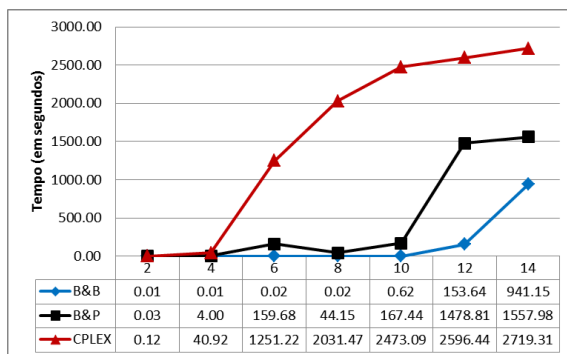
Fonte: Autora

- **Tempo de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.6a, o tempo de execução via B&B é menor que 1 segundo para as instâncias com até 10 nodos virtuais. Via B&P e CPLEX apenas as instâncias com 2 nodos virtuais conseguem ser resolvidas em menos de 1 segundo. O comportamento com relação ao número de mapeamentos válidos existentes é intensificado nessas instâncias, uma vez que os grafos virtuais são de alta demanda de recursos.
- **Tempo limite de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.6b, via B&B todas as instâncias até 10 nodos virtuais são resolvidas dentro do tempo limite estabelecido. A partir de 12 nodos virtuais, o B&B e B&P apresentam instâncias que ultrapassam o tempo limite, entretanto, via B&B a taxa de instâncias é de no máximo 15%, enquanto via B&P

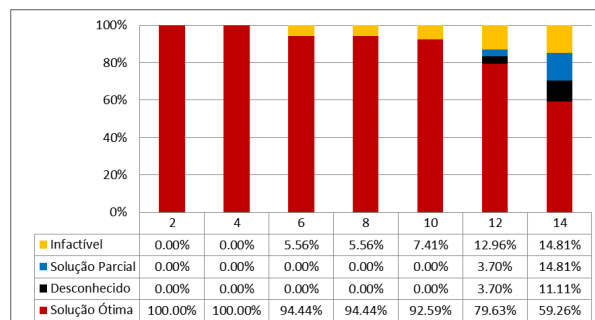
essa taxa sobe para 31%. Já via CPLEX instâncias com 6 ou mais nodos virtuais ultrapassam o tempo limite, com uma taxa de até 72%.

- **Consumo de memória:** Tal como apresentado na Tabela 7.10a, a partir de 12 nodos virtuais, via B&B algumas das instâncias são interrompidas pela falta de memória. Este comportamento se deve à busca enumerativa por uma solução válida, que toma mais tempo do que nas instâncias de baixa demanda. Via CPLEX existem mecanismos de compactação da memória, evitando que a solução ótima não seja encontrada devido à falta de memória para processamento do algoritmo.
- **Qualidade das soluções:** O Gráfico 7.6c apresenta a porcentagem de instâncias infactíveis; factíveis com solução parcial, factíveis com solução ótima e desconhecidas via B&B. Para as instâncias de alta demanda com grafos físicos esparsos, existem instâncias infactíveis a partir de 6 nodos virtuais, chegando a 14.81% nas instâncias de 14 nodos virtuais. A maioria das instâncias que ultrapassam o tempo limite apresentam uma solução parcial, enquanto todas as instâncias que ultrapassam a memória limite não apresentam nenhuma solução.

Figura 7.6: Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Alta Demanda x Esparsos.
(a) Tempo médio de execução. (b) Tempo limite.



(c) Qualidade das soluções via B&B.



Fonte: Autora

Tabela 7.11: Resultados por instância - Alta Demanda x Esparsos.

Virtual		Físico		B&B				B&P			CPLEX		
N	A	N	A	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	1.0	20	23.3	0	0	0.00	19.89	0	0.00	19.89	0	0.02	19.89
2	1.0	40	84.0	0	0	0.00	19.67	0	0.01	19.67	0	0.04	19.67
2	1.0	80	312.7	0	0	0.00	19.67	0	0.01	19.67	0	0.07	19.67
2	1.0	120	729.3	0	0	0.01	19.67	0	0.02	19.67	0	0.12	19.67
2	1.0	160	1269.3	0	0	0.02	19.67	0	0.04	19.67	0	0.19	19.67
2	1.0	200	2026.7	0	0	0.02	19.67	0	0.07	19.09	0	0.31	19.67
4	3.0	20	23.3	0	0	0.00	74.11	0	0.01	74.11	0	0.22	74.11
4	3.0	40	84.0	0	0	0.00	57.67	0	0.07	57.67	0	0.48	57.67
4	3.0	80	312.7	0	0	0.00	56.33	0	0.34	56.33	0	5.18	56.33
4	3.0	120	729.3	0	0	0.01	56.33	0	1.89	56.33	0	25.16	56.33
4	3.0	160	1269.3	0	0	0.02	56.33	0	6.49	56.33	0	89.94	56.33
4	3.0	200	2026.7	0	0	0.03	56.33	0	15.20	55.90	0	124.55	56.33
6	5.7	20	23.3	0	0	0.00	154.17	0	0.06	154.17	0	0.38	154.17
6	5.7	40	84.0	0	0	0.01	153.67	0	7.06	153.67	0	5.50	153.67
6	5.7	80	312.7	0	0	0.01	134.22	0	124.12	134.22	0	82.11	134.22
6	5.7	120	729.3	0	0	0.02	130.67	0	141.60	130.67	0	896.83	130.67
6	5.7	160	1269.3	0	0	0.02	130.67	0	292.52	130.67	4	2922.97	130.67
6	5.7	200	2026.7	0	0	0.04	130.67	0	392.74	124.10	9	3599.52	124.10
8	7.0	20	23.3	0	0	0.01	224.50	0	0.11	224.50	0	0.89	224.50
8	7.0	40	84.0	0	0	0.01	160.56	0	0.75	160.56	0	53.59	160.56
8	7.0	80	312.7	0	0	0.01	159.67	0	3.79	159.67	0	1334.36	159.67
8	7.0	120	729.3	0	0	0.02	159.67	0	18.34	159.67	9	3600.00	159.67
8	7.0	160	1269.3	0	0	0.03	159.67	0	94.32	159.67	9	3600.00	159.67
8	7.0	200	2026.7	0	0	0.04	159.67	0	147.57	159.00	9	3600.00	159.00
10	9.7	20	23.3	0	0	0.36	250.20	0	0.57	250.20	0	2.19	250.20
10	9.7	40	84.0	0	0	0.18	203.22	0	12.66	203.22	0	436.33	203.22
10	9.7	80	312.7	0	0	0.39	191.00	0	19.63	191.00	9	3600.00	194.22
10	9.7	120	729.3	0	0	0.12	191.00	0	118.74	191.00	9	3600.00	204.89
10	9.7	160	1269.3	0	0	2.48	191.00	0	242.19	191.00	9	3600.00	211.11
10	9.7	200	2026.7	0	0	0.16	191.00	0	610.86	193.90	9	3600.00	255.20
12	13.0	20	23.3	0	0	1.34	298.50	0	1.88	298.50	0	1.56	298.50
12	13.0	40	84.0	1	1	468.39	302.25	0	508.49	287.67	2	1177.05	289.67
12	13.0	80	312.7	1	0	447.94	279.78	3	1393.46	280.78	9	3600.00	305.89
12	13.0	120	729.3	0	1	2.78	276.13	4	2124.60	278.00	9	3600.00	356.67
12	13.0	160	1269.3	0	0	0.30	267.33	3	2180.04	277.11	9	3600.00	443.50
12	13.0	200	2026.7	0	0	1.07	267.33	5	2664.41	282.90	9	3600.00	550.90
14	17.0	20	23.3	0	0	924.93	461.00	0	2.86	461.00	0	1.69	461.00
14	17.0	40	84.0	3	2	1863.91	548.29	3	1245.66	453.00	3	1914.15	446.56
14	17.0	80	312.7	1	4	899.00	461.20	3	1485.60	419.11	9	3600.00	594.22
14	17.0	120	729.3	2	0	958.36	409.22	3	1738.19	404.67	9	3600.00	598.50
14	17.0	160	1269.3	2	0	838.91	395.67	3	1983.75	404.22	9	3600.00	558.50
14	17.0	200	2026.7	0	0	161.79	377.00	5	2891.79	418.30	9	3600.00	558.60

7.2.6 Instâncias com topologia virtual de Alta Demanda e topologia física Densa

Nesta subseção serão apresentados os resultados das instâncias cujo grafo virtual é classificado como alta demanda e cujo grafo físico é classificado como denso.

Tabela 7.12: Resultados agrupados por n° de nodos virtuais - Alta Demanda x Densos.
(a) Tempo x Custo

N	B&B				B&P			CPLEX		
	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	0%	0%	0.01	19.67	0%	0.04	19.82	0%	0.14	19.67
4	0%	0%	0.01	56.78	0%	5.19	56.87	0%	84.08	56.78
6	0%	0%	0.02	140.37	0%	121.04	141.74	26%	1372.85	141.74
8	0%	0%	0.02	163.67	0%	84.33	163.81	57%	2313.42	163.81
10	0%	0%	0.21	201.17	0%	198.03	200.56	70%	2859.08	205.82
12	7%	0%	312.74	289.79	17%	1184.64	284.49	81%	3001.72	371.76
14	15%	6%	914.63	419.79	24%	1477.19	430.88	81%	3006.73	552.10

(b) Desvio relativo ao B&B

N	B&P		CPLEX	
	Gap Tempo	Gap Custo	Gap Tempo	Gap Custo
2	62.4%	1%	90.6%	0%
4	99.7%	0%	100.0%	0%
6	100.0%	1%	100.0%	1%
8	100.0%	0%	100.0%	0%
10	99.9%	0%	100.0%	2%
12	73.6%	2%	89.6%	22%
14	38.1%	3%	69.6%	24%

Fonte: Autora

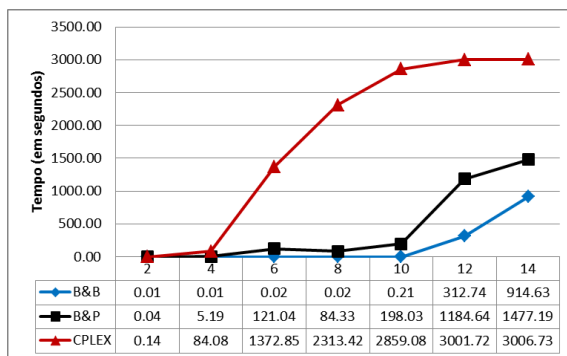
- **Tempo de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.7a, o tempo de execução via B&B é menor que 1 segundo para as instâncias com até 10 nodos virtuais. Via B&P e CPLEX apenas as instâncias com 2 nodos virtuais conseguem ser resolvidas em menos de 1 segundo.

O número de mapeamentos válidos influencia significativamente o tempo de execução do B&B, principalmente para as instâncias acima de 12 nodos virtuais. Uma instância com 14 nodos virtuais e 20 nodos físicos demanda em média 2445.54 segundos para ser solucionada, enquanto para o mesmo número de nodos virtuais e 80 nodos físicos o tempo médio reduz para 42.6 segundos.

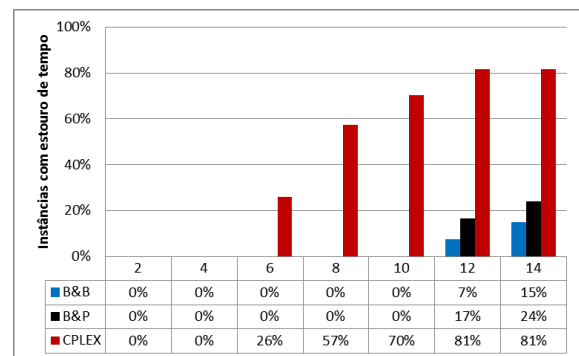
- Tempo limite de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.7b, via B&B todas as instâncias até 10 nodos virtuais são resolvidas dentro do tempo limite estabelecido. A partir de 12 nodos virtuais, o B&B e B&P apresentam instâncias que ultrapassam o tempo limite, entretanto, via B&B a taxa é de no máximo 15%, enquanto via B&P essa taxa sobe para 24%. Já via CPLEX com 6 ou mais nodos virtuais são identificadas instâncias que excedem o tempo limite, com uma taxa de até 81%.
- Consumo de memória:** Tal como apresentado na Tabela 7.12a, a partir de 14 nodos virtuais, via B&B são detectadas instâncias interrompidas por falta de memória.
- Qualidade das soluções:** O Gráfico 7.7c apresenta a porcentagem de instâncias infactíveis; factíveis com solução parcial, factíveis com solução ótima e desconhecidas via B&B. Para as instâncias de alta demanda com grafos físicos densos, existem instâncias infactíveis a partir de 12 nodos virtuais. A maioria das instâncias que ultrapassam o tempo limite apresentam uma solução parcial, enquanto todas as instâncias com falta de memória não apresentam nenhuma solução.

Figura 7.7: Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Alta Demanda x Densos.

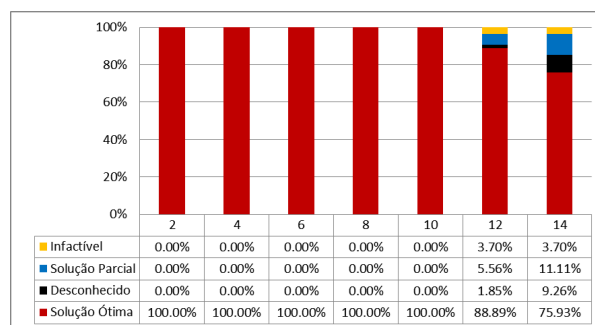
(a) Tempo médio de execução.



(b) Tempo limite.



(c) Qualidade das soluções via B&B.



Fonte: Autora

Tabela 7.13: Resultados por instância - Alta Demanda x Densos.

Virtual		Físico		B&B				B&P			CPLEX		
N	A	N	A	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	1.0	20	32.7	0	0	0.00	19.67	0	0.00	19.67	0	0.02	19.67
2	1.0	40	122.0	0	0	0.00	19.67	0	0.01	19.67	0	0.04	19.67
2	1.0	80	512.3	0	0	0.00	19.67	0	0.01	19.67	0	0.07	19.67
2	1.0	120	1136.7	0	0	0.01	19.67	0	0.03	19.67	0	0.13	19.67
2	1.0	160	2048.3	0	0	0.02	19.67	0	0.06	19.67	0	0.22	19.67
2	1.0	200	3132.3	0	0	0.04	19.67	0	0.10	20.57	0	0.35	19.67
4	3.0	20	32.7	0	0	0.00	59.00	0	0.02	59.00	0	0.26	59.00
4	3.0	40	122.0	0	0	0.00	56.33	0	0.11	56.33	0	0.92	56.33
4	3.0	80	512.3	0	0	0.00	56.33	0	0.42	56.33	0	9.30	56.33
4	3.0	120	1136.7	0	0	0.02	56.33	0	1.97	56.33	0	38.24	56.33
4	3.0	160	2048.3	0	0	0.03	56.33	0	9.51	56.33	0	138.70	56.33
4	3.0	200	3132.3	0	0	0.04	56.33	0	19.08	56.88	0	317.06	56.33
6	5.7	20	32.7	0	0	0.00	184.11	0	0.23	184.11	0	0.99	184.11
6	5.7	40	122.0	0	0	0.00	135.44	0	7.15	135.44	0	13.48	135.44
6	5.7	80	512.3	0	0	0.00	130.67	0	8.74	130.67	0	193.01	130.67
6	5.7	120	1136.7	0	0	0.02	130.67	0	94.95	130.67	0	1135.29	130.67
6	5.7	160	2048.3	0	0	0.03	130.67	0	162.56	130.67	6	3294.34	130.67
6	5.7	200	3132.3	0	0	0.04	130.67	0	452.59	138.88	8	3600.00	138.88
8	7.0	20	32.7	0	0	0.00	183.67	0	0.38	183.67	0	2.34	183.67
8	7.0	40	122.0	0	0	0.00	159.67	0	1.59	159.67	1	508.28	159.67
8	7.0	80	512.3	0	0	0.02	159.67	0	7.50	159.67	6	2818.23	159.67
8	7.0	120	1136.7	0	0	0.02	159.67	0	31.71	159.67	7	3351.69	159.67
8	7.0	160	2048.3	0	0	0.03	159.67	0	118.15	159.67	9	3600.00	159.67
8	7.0	200	3132.3	0	0	0.05	159.67	0	346.62	160.50	8	3600.00	160.50
10	9.7	20	32.7	0	0	0.78	252.00	0	2.38	252.00	0	6.26	252.00
10	9.7	40	122.0	0	0	0.16	191.00	0	8.47	191.00	3	2748.24	191.00
10	9.7	80	512.3	0	0	0.01	191.00	0	26.20	191.00	9	3600.00	191.00
10	9.7	120	1136.7	0	0	0.05	191.00	0	86.37	191.00	9	3600.00	195.56
10	9.7	160	2048.3	0	0	0.03	191.00	0	328.35	191.00	9	3600.00	198.22
10	9.7	200	3132.3	0	0	0.24	191.00	0	736.39	187.38	8	3600.00	207.12
12	13.0	20	32.7	1	0	618.90	363.17	0	12.53	348.14	0	10.32	348.14
12	13.0	40	122.0	3	0	1200.56	306.22	1	776.44	272.44	9	3600.00	287.00
12	13.0	80	512.3	0	0	0.13	267.33	1	649.88	269.56	9	3600.00	280.78
12	13.0	120	1136.7	0	0	0.12	267.33	2	1221.87	269.56	9	3600.00	316.56
12	13.0	160	2048.3	0	0	0.06	267.33	2	1539.68	272.00	9	3600.00	405.50
12	13.0	200	3132.3	0	0	56.63	267.33	3	2907.43	275.25	8	3600.00	592.60
14	17.0	20	32.7	4	1	2445.54	525.75	1	506.43	581.00	0	40.35	573.00
14	17.0	40	122.0	3	1	2159.29	461.00	3	1301.14	418.89	9	3600.00	435.22
14	17.0	80	512.3	0	0	42.60	377.00	3	1516.65	387.00	9	3600.00	496.56
14	17.0	120	1136.7	1	0	658.40	392.11	0	1190.82	377.00	9	3600.00	547.56
14	17.0	160	2048.3	0	0	29.56	377.00	3	1949.36	388.78	9	3600.00	551.00
14	17.0	200	3132.3	0	1	152.38	385.88	3	2398.76	432.62	8	3600.00	709.25

7.2.7 Instâncias com topologia virtual de Alta Demanda e topologia física Hierárquica

Nesta subseção serão apresentados os resultados das instâncias cujo grafo virtual é classificado como alta demanda e cujo grafo físico é classificado como hierárquico.

Tabela 7.14: Resultados agrupados por n° de nodos virtuais - Alta Demanda x Hierárquicos.

(a) Tempo x Custo

N	B&B				B&P			CPLEX		
	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	0%	0%	0.00	19.67	0%	0.01	19.67	0%	0.24	19.67
4	0%	0%	0.02	56.33	0%	0.99	56.33	0%	15.68	56.33
6	0%	0%	0.38	164.44	26%	952.29	167.03	0%	401.19	164.44
8	6%	0%	200.09	162.28	0%	36.06	163.09	46%	2321.97	164.91
10	4%	2%	161.08	213.93	24%	1406.52	217.52	93%	3393.83	270.14
12	28%	15%	1393.76	386.67	100%	3600.00	405.57	93%	3393.66	614.59
14	50%	19%	2541.66	605.53	81%	3104.03	500.35	89%	3355.05	557.25

(b) Desvio relativo ao B&B

N	B&P		CPLEX	
	Gap Tempo	Gap Custo	Gap Tempo	Gap Custo
2	53.7%	0%	98.1%	0%
4	97.9%	0%	99.9%	0%
6	100.0%	2%	99.9%	0%
8	454.8%	0%	91.4%	2%
10	88.5%	2%	95.3%	21%
12	61.3%	5%	58.9%	37%
14	18.1%	21%	24.2%	9%

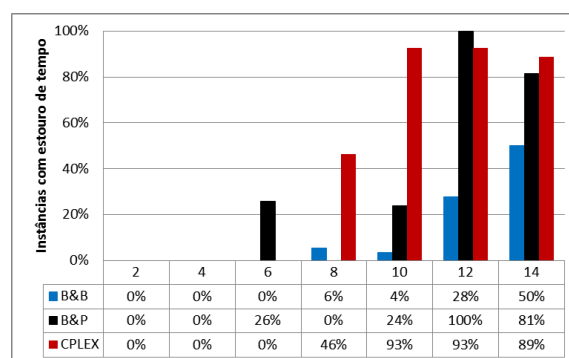
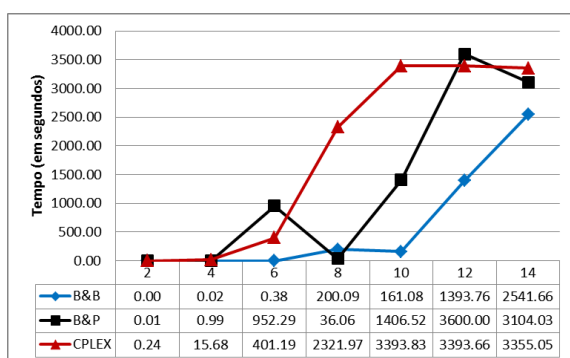
Fonte: Autora

- **Tempo de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.8a, o tempo de execução via B&B é menor que 1 segundo para as instâncias com até 6 nodos virtuais. Via B&P e CPLEX apenas as instâncias com até 4 e 2 nodos virtuais, respectivamente, conseguem ser resolvidas em menos de 1 segundo.

Embora o B&P apresente melhor desempenho médio para as instâncias com 8 nodos virtuais, pois nenhuma ultrapassa o tempo limite, via B&B o tempo de execução para as instâncias com 125, 150, 175 e 250 nodos físicos são solucionadas em menos de 1 segundo.

- **Tempo limite de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.8b, via B&B todas as instâncias até 6 nodos virtuais são resolvidas dentro do tempo limite estabelecido. A partir de 8 nodos virtuais, o B&B e CPLEX apresentam instâncias que ultrapassam o tempo limite, entretanto, via B&B a taxa é de no máximo 50%, enquanto via CPLEX essa taxa sobe para 93%. Já via B&P, instâncias com 6 nodos virtuais ultrapassam o tempo limite, enquanto com 8 nodos virtuais não, chegando a uma taxa de 100% para as instâncias com 12 nodos virtuais.
- **Consumo de memória:** Tal como apresentado na Tabela 7.14a, a partir de 10 nodos virtuais, via B&B são detectadas instâncias interrompidas por falta de memória a uma taxa máxima de 19%.
- **Qualidade das soluções:** O Gráfico 7.8c apresenta a percentagem de instâncias inactiváveis; factíveis com solução parcial, factíveis com solução ótima e desconhecidas via B&B. Para as instâncias de alta demanda com grafos físicos hierárquicos, existem instâncias inactiváveis quando o número de nodos virtuais é 6 e 14 nodos virtuais. A maioria das instâncias que ultrapassam o tempo limite e todas as instâncias com falta de memória não apresentam uma solução parcial.

Figura 7.8: Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Alta Demanda x Hierárquicos.
(a) Tempo médio de execução. (b) Tempo limite.



(c) Qualidade das soluções via B&B.

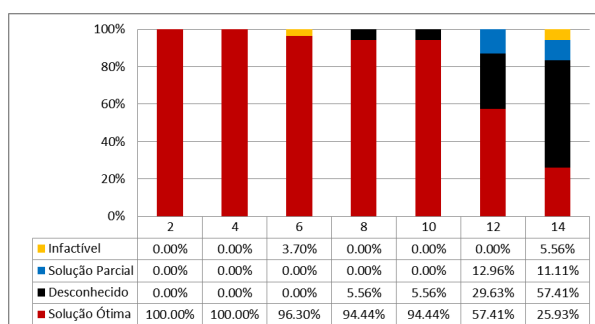


Tabela 7.15: Resultados por instância - Alta Demanda x Hierárquicos.

Virtual		Físico		B&B				B&P			CPLEX			
N	A	N	A	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	
2	1.0	125	135.0	0	0	0.00	19.67	0	0.01	19.67	0	0.11	19.67	
2	1.0	150	172.3	0	0	0.00	19.67	0	0.01	19.67	0	0.15	19.67	
2	1.0	175	216.3	0	0	0.00	19.67	0	0.01	19.67	0	0.20	19.67	
2	1.0	200	250.7	0	0	0.01	19.67	0	0.01	19.67	0	0.25	19.67	
2	1.0	225	284.7	0	0	0.01	19.67	0	0.01	19.67	0	0.33	19.67	
2	1.0	250	345.3	0	0	0.01	19.67	0	0.01	19.67	0	0.40	19.67	
4	3.0	125	135.0	0	0	0.00	56.33	0	0.22	56.33	0	4.10	56.33	
4	3.0	150	172.3	0	0	0.05	56.33	0	0.41	56.33	0	6.29	56.33	
4	3.0	175	216.3	0	0	0.01	56.33	0	0.65	56.33	0	11.93	56.33	
4	3.0	200	250.7	0	0	0.01	56.33	0	1.67	56.33	0	14.14	56.33	
4	3.0	225	284.7	0	0	0.01	56.33	0	1.40	56.33	0	22.26	56.33	
4	3.0	250	345.3	0	0	0.03	56.33	0	1.58	56.33	0	35.36	56.33	
6	5.7	125	135.0	0	0	0.29	180.89	1	439.99	180.89	0	38.10	180.89	
6	5.7	150	172.3	0	0	1.06	161.88	2	830.02	161.88	0	96.51	161.88	
6	5.7	175	216.3	0	0	0.15	167.00	2	819.05	170.00	0	317.37	167.00	
6	5.7	200	250.7	0	0	0.07	147.88	3	1205.31	149.38	0	309.67	147.88	
6	5.7	225	284.7	0	0	0.10	159.11	3	1212.33	163.11	0	724.16	159.11	
6	5.7	250	345.3	0	0	0.61	169.89	3	1207.01	176.89	0	921.36	169.89	
8	7.0	125	135.0	0	0	0.07	164.67	0	9.08	164.67	0	458.09	164.67	
8	7.0	150	172.3	0	0	0.21	171.11	0	26.19	171.11	0	1479.70	171.11	
8	7.0	175	216.3	0	0	0.06	159.67	0	19.08	159.67	5	2675.24	161.22	
8	7.0	200	250.7	2	0	800.04	159.00	0	38.29	162.56	6	2769.50	162.56	
8	7.0	225	284.7	1	0	400.08	159.13	0	81.44	160.44	7	3273.55	162.56	
8	7.0	250	345.3	0	0	0.08	160.11	0	42.30	160.11	7	3275.76	167.33	
10	9.7	125	135.0	0	0	22.65	229.67	1	799.98	229.67	6	2701.86	237.33	
10	9.7	150	172.3	1	0	408.31	238.88	1	1007.59	240.89	8	3261.10	266.33	
10	9.7	175	216.3	0	1	71.18	199.75	1	868.06	202.78	9	3600.00	259.44	
10	9.7	200	250.7	1	0	401.69	200.63	1	1554.55	204.33	9	3600.00	277.56	
10	9.7	225	284.7	0	0	4.02	211.11	4	2080.56	222.33	9	3600.00	284.44	
10	9.7	250	345.3	0	0	58.63	203.56	5	2128.35	205.11	9	3600.00	295.71	
12	13.0	125	135.0	2	0	1125.76	371.57	9	3600.00	369.29	7	2889.93	389.00	
12	13.0	150	172.3	6	0	2626.87	314.00	9	3600.00	438.50	7	3072.05	468.75	
12	13.0	175	216.3	2	1	1613.81	388.50	9	3600.00	425.00	9	3600.00	493.17	
12	13.0	200	250.7	3	1	1481.22	406.86	9	3600.00	360.62	9	3600.00	554.86	
12	13.0	225	284.7	1	3	920.31	369.40	9	3600.00	439.78	9	3600.00	951.75	
12	13.0	250	345.3	1	3	594.57	469.67	9	3600.00	400.22	9	3600.00	830.00	
14	17.0	125	135.0	4	0	2461.03	417.75	4	1866.99	499.67	4	2227.06	445.83	
14	17.0	150	172.3	5	0	2254.11	419.50	7	3032.94	473.17	8	3503.23	591.17	
14	17.0	175	216.3	6	2	3086.55	880.50	7	3181.59	396.67	9	3600.00	806.50	
14	17.0	200	250.7	4	3	2498.64	820.00	8	3342.64	398.33	9	3600.00	634.00	
14	17.0	225	284.7	4	2	2090.93	367.67	9	3600.00	459.00	9	3600.00	0.00	
14	17.0	250	345.3	4	3	2858.71	727.75	9	3600.00	775.25	9	3600.00	866.00	

7.2.8 Instâncias com topologia virtual de Alta Demanda e topologia física Transit-Stub

Nesta subseção serão apresentados os resultados das instâncias cujo grafo virtual é classificado como alta demanda e cujo grafo físico é classificado como transit-stub.

Tabela 7.16: Resultados agrupados por n° de nodos virtuais - Alta Demanda x Transit-Stub.

(a) Tempo x Custo

N	B&B				B&P			CPLEX		
	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	0%	0%	0.01	19.67	0%	0.01	19.67	0%	0.24	19.67
4	0%	0%	0.03	56.33	0%	0.55	56.33	0%	22.47	56.33
6	0%	0%	13.10	161.26	20%	836.59	161.99	4%	445.63	162.17
8	0%	0%	27.49	162.31	0%	9.82	162.31	36%	1894.55	164.71
10	20%	0%	727.51	204.27	7%	648.30	208.78	76%	2957.12	267.28
12	18%	2%	857.05	311.64	89%	3409.63	347.29	84%	3208.40	394.55
14	58%	0%	2303.50	419.07	60%	2516.70	453.62	73%	2861.61	449.31

(b) Desvio relativo ao B&B

N	B&P		CPLEX	
	Gap Tempo	Gap Custo	Gap Tempo	Gap Custo
2	57%	0%	98%	0%
4	94%	0%	100%	0%
6	98%	0%	97%	1%
8	180%	0%	99%	1%
10	12%	2%	75%	24%
12	75%	10%	73%	21%
14	8%	8%	20%	7%

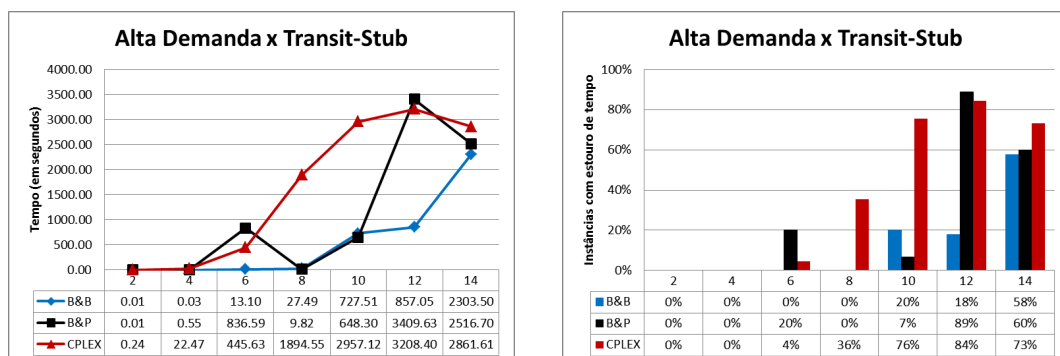
Fonte: Autora

- **Tempo de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.9a, o tempo de execução via B&B e B&P é menor que 1 segundo para as instâncias com até 4 nodos virtuais. Via CPLEX apenas as instâncias com até 2 nodos virtuais conseguem ser resolvidas em menos de 1 segundo.

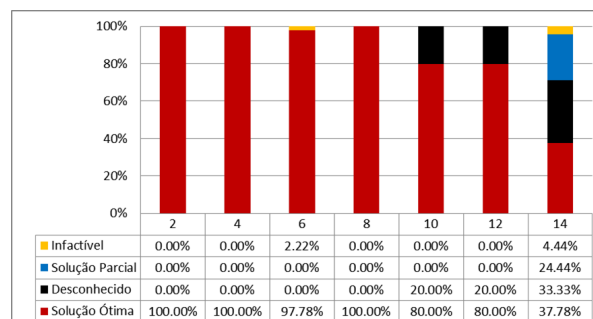
O desempenho do B&B é inferior ao do B&P para instâncias com 8 e 10 nodos virtuais, embora o tempo de execução via B&B para 88% das instâncias com 8 nodos virtuais o tempo seja menor que 1 segundo.

- **Tempo limite de execução:** Tal como apresentado no Gráfico 7.9b, via B&B todas as instâncias até 8 nodos virtuais são resolvidas dentro do tempo limite estabelecido. A partir de 10 nodos virtuais o B&B apresenta instâncias que ultrapassam o tempo limite, enquanto via B&P e CPLEX a partir de 6 nodos virtuais. A taxa via B&B não ultrapassa 58%, enquanto via B&P e CPLEX chega a 89% e 84%, respectivamente.
- **Consumo de memória:** Tal como apresentado na Tabela 7.16a, 2% das instâncias com 12 nodos virtuais foram interrompidas por falta de memória.
- **Qualidade das soluções:** O Gráfico 7.9c apresenta a percentagem de instâncias infactíveis; factíveis com solução parcial, factíveis com solução ótima e desconhecidas via B&B. Para as instâncias de alta demanda com grafos físicos transit-stub, existem instâncias infactíveis quando o número de nodos virtuais é 6 e 12 nodos virtuais. A maioria das instâncias que ultrapassam o tempo limite e todas as instâncias com falta de memória não apresentam uma solução parcial.

Figura 7.9: Resultados agrupados por nº de nodos virtuais - Alta Demanda x Transit-Stub.
(a) Tempo médio de execução. (b) Tempo limite.



(c) Qualidade das soluções via B&B.



Fonte: Autora

Tabela 7.17: Resultados por instância - Alta Demanda x Transit-Stub.

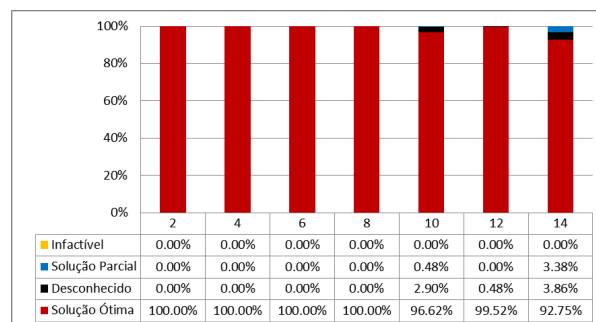
Virtual		Físico		B&B				B&P			CPLEX		
N	A	N	A	ET	EM	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo	ET	Tempo	Custo
2	1.0	90	99.3	0	0	0.00	19.67	0	0.01	19.67	0	0.07	19.67
2	1.0	135	150.7	0	0	0.00	19.67	0	0.01	19.67	0	0.13	19.67
2	1.0	180	213.3	0	0	0.00	19.67	0	0.01	19.67	0	0.20	19.67
2	1.0	225	262.0	0	0	0.02	19.67	0	0.01	19.67	0	0.32	19.67
2	1.0	270	307.0	0	0	0.01	19.67	0	0.02	19.67	0	0.46	19.67
4	3.0	90	99.3	0	0	0.00	56.33	0	0.14	56.33	0	1.88	56.33
4	3.0	135	150.7	0	0	0.00	56.33	0	0.40	56.33	0	7.06	56.33
4	3.0	180	213.3	0	0	0.01	56.33	0	0.37	56.33	0	13.58	56.33
4	3.0	225	262.0	0	0	0.15	56.33	0	1.18	56.33	0	26.40	56.33
4	3.0	270	307.0	0	0	0.02	56.33	0	0.65	56.33	0	63.45	56.33
6	5.7	90	99.3	0	0	0.03	158.50	1	468.98	158.50	0	16.36	158.50
6	5.7	135	150.7	0	0	1.79	179.56	0	402.40	179.56	0	135.11	179.56
6	5.7	180	213.3	0	0	62.82	156.22	2	905.50	157.00	0	221.59	156.22
6	5.7	225	262.0	0	0	0.79	157.44	3	1203.99	158.11	0	481.99	157.44
6	5.7	270	307.0	0	0	0.09	154.56	3	1202.06	156.78	2	1373.08	159.11
8	7.0	90	99.3	0	0	136.49	166.89	0	4.46	166.89	0	196.38	166.89
8	7.0	135	150.7	0	0	0.04	165.22	0	4.15	165.22	0	658.16	165.22
8	7.0	180	213.3	0	0	0.07	159.67	0	6.39	159.67	3	2381.46	159.67
8	7.0	225	262.0	0	0	0.78	160.11	0	19.86	160.11	6	2885.80	164.22
8	7.0	270	307.0	0	0	0.08	159.67	0	14.23	159.67	7	3350.94	167.56
10	9.7	90	99.3	1	0	401.93	228.00	0	403.26	227.44	1	893.57	227.44
10	9.7	135	150.7	3	0	1200.68	208.17	0	336.54	216.33	6	3092.05	223.78
10	9.7	180	213.3	2	0	825.77	195.43	0	556.60	200.67	9	3600.00	247.33
10	9.7	225	262.0	2	0	802.21	197.00	2	896.60	203.67	9	3600.00	275.11
10	9.7	270	307.0	1	0	406.97	192.75	1	1048.52	195.78	9	3600.00	362.75
12	13.0	90	99.3	1	0	902.08	344.63	8	3417.56	394.22	4	2223.44	384.33
12	13.0	135	150.7	2	0	824.21	300.57	7	3291.35	334.78	7	3018.57	371.11
12	13.0	180	213.3	2	0	1024.31	324.86	8	3393.55	335.44	9	3600.00	400.29
12	13.0	225	262.0	3	1	1433.92	287.80	9	3600.00	337.00	9	3600.00	495.00
12	13.0	270	307.0	0	0	100.74	300.33	8	3345.70	335.00	9	3600.00	322.00
14	17.0	90	99.3	4	0	2057.72	406.75	3	1714.26	384.33	1	953.60	455.00
14	17.0	135	150.7	5	0	2339.13	506.40	5	2385.65	458.29	5	2554.44	531.75
14	17.0	180	213.3	5	0	2212.17	357.17	6	2758.45	425.00	9	3600.00	749.80
14	17.0	225	262.0	6	0	2467.16	379.33	6	2860.92	490.38	9	3600.00	510.00
14	17.0	270	307.0	6	0	2441.31	445.71	7	2864.21	510.12	9	3600.00	0.00

7.2.9 Conclusão sobre os Resultados

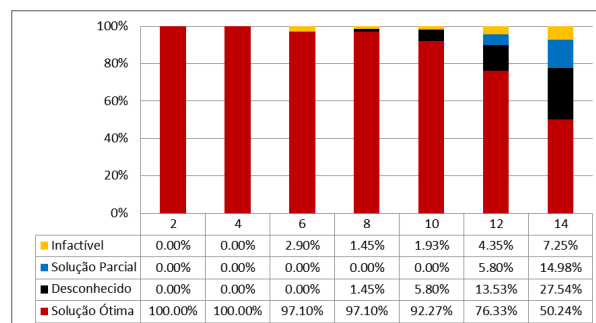
O B&B apresenta desempenho superior com relação ao B&P e CPLEX, embora não seja recomendado para instâncias cujo número de mapeamentos válidos seja reduzido ou até mesmo único, pois acarreta na menor aplicação dos cortes de custo mínimo e por consequência no aumento do tempo de processamento para encontrar a solução ótima.

Figura 7.10: Qualidade das soluções via B&B por nº de nodos virtuais.

(a) Grafos virtuais de Baixa Demanda.



(b) Grafos virtuais de Alta Demanda.



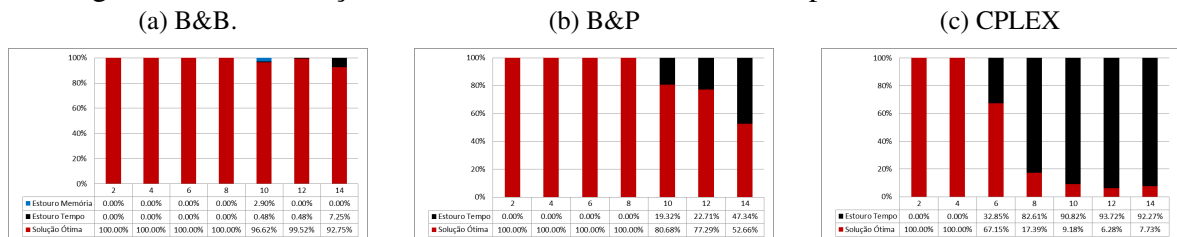
Fonte: Autora

Para as instâncias com grafos virtuais de baixa demanda, nenhuma infactibilidade foi detectada, isto é, para todas existe pelo menos um mapeamento válido. Entretanto para as instâncias com maior proximidade no número de nodos virtuais e físicos, assim como menor número de arestas físicas disponíveis, foram detectados estouro de tempo que, em sua maioria, não apresentaram uma solução parcial para o problema. O Gráfico 7.10a apresenta o número de instâncias infactíveis, factíveis com solução parcial, desconhecidas e factíveis com solução ótima para os grafos virtuais de baixa demanda.

Já para as instâncias de grafos virtuais de alta demanda, o número de instâncias infactíveis aumenta conforme o número de nodos virtuais envolvidos, já sendo detectadas infactibilidades para instâncias com grafos virtuais de 6 nodos. Devido ao menor número de mapeamentos

válidos, o número de estouros de tempo via B&B se intensifica se comparado com as instâncias de grafos virtuais de baixa demanda. O Gráfico 7.10b apresenta o número de instâncias infactíveis, factíveis com solução parcial, desconhecidas e factíveis com solução ótima para os grafos virtuais de baixa demanda.

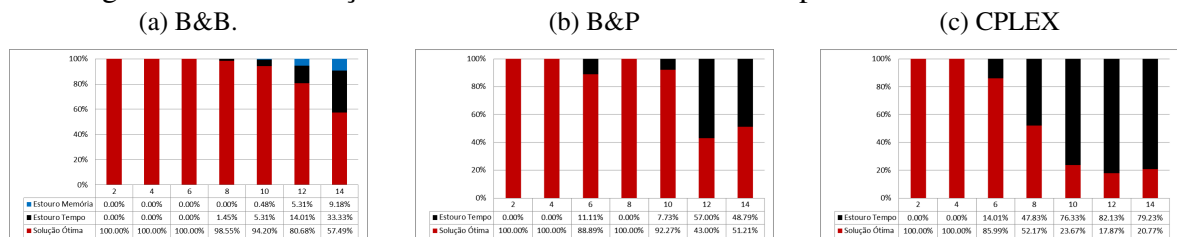
Figura 7.11: Finalização de instâncias de Baixa Demanda por nº de nodos virtuais.



Fonte: Autora

Embora apresente maior incidência de estouro de tempo e memória em instâncias de alta demanda, o B&B ainda soluciona mais instâncias que o B&P e CPLEX. Os Gráficos em 7.11 e 7.12 apresentam o percentual de instâncias para as quais foi encontrada a solução ótima, ocorreu estouro de tempo e, no caso do B&B, ocorreu estouro de memória. No caso das instâncias de alta demanda, o percentual de instâncias que o B&P e CPLEX encontram a solução ótima é menor se comparado ao B&B, mesmo com a ocorrência de estouros de memória.

Figura 7.12: Finalização de instâncias de Alta Demanda por nº de nodos virtuais.

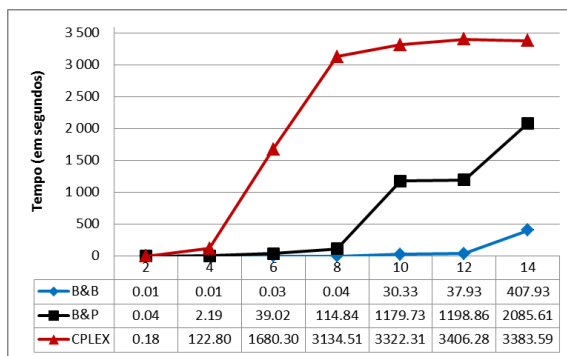


Fonte: Autora

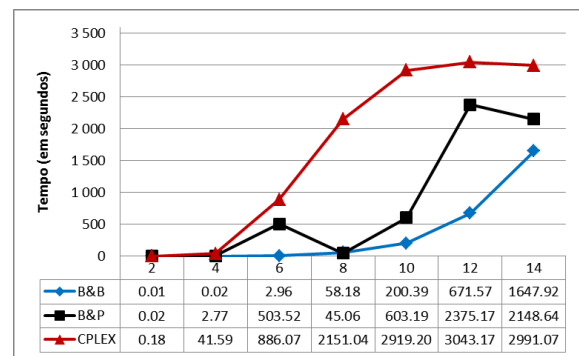
Com relação ao tempo de execução, o B&B se mostra superior para a grande maioria das classificações de instâncias. Como indicado no Gráfico 7.13a, para as instâncias de baixa demanda, o B&B começa a apresentar aumento significativo no tempo de execução somente a partir dos 14 nodos virtuais, enquanto o B&P a partir dos 8 – 10 nodos virtuais e o CPLEX a partir dos 6 nodos virtuais. Já para as instâncias de alta demanda, o B&B começa a apresentar aumento significativo no tempo de execução a partir de 10 nodos virtuais, enquanto o B&P e CPLEX mantém o mesmo comportamento, embora o tempo de execução seja maior se relacionado com os de baixa demanda.

Figura 7.13: Tempo de execução por n° de nodos virtuais.

(a) Grafos virtuais de Baixa Demanda.



(b) Grafos virtuais de Alta Demanda.



Fonte: Autora

8 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um algoritmo de Branch & Bound para solucionar o problema de mapeamento de redes virtuais, o qual consiste de um algoritmo enumerativo de todas as soluções possíveis com aplicação de cortes. Os cortes são aplicados com o objetivo de reduzir o espaço de busca e, conseqüentemente, o tempo de execução para encontrar a solução ótima.

Os cortes propostos foram divididos em cortes de custo mínimo e cortes de antecipação de infactibilidade. Os cortes de custo mínimo dependem da rápida descoberta de um mapeamento válido para a instância executada, uma vez que realizam a comparação entre o custo mínimo associado ao mapeamento em curso e o custo da melhor solução já encontrada, descartando aqueles mapeamentos cujo custo mínimo se igual ou exceda o custo da melhor solução. Já os cortes de antecipação de infactibilidade têm por objetivo evitar que mapeamentos infactíveis comecem a ser enumerados, impedindo que o algoritmo consuma tempo processando mapeamentos que antecipadamente se conhece que serão infactíveis.

Considerando as topologias e tamanhos das instâncias testadas, o desempenho do B&B proposto é muito superior ao B&P (MOURA, 2015) e ao CPLEX, sobretudo para as instâncias que possuem baixa demanda de recursos e que, conseqüentemente, possuem maior número de mapeamentos válidos. Mesmo que o B&B apresente instâncias interrompidas por falta de memória, seu desempenho ainda é superior com relação ao B&P e CPLEX, que para as mesmas instâncias apresentaram tempos maiores de execução e maior incidência de tempo acima do limite do que o total de falta de tempo e de memória no B&B.

Para a continuidade deste trabalho está a análise e descoberta de mecanismos que sanem o problema de consumo de memória para as instâncias de alta demanda, assim como uma análise mais aprofundada de outras topologias e novos cortes sobre o algoritmo de B&B a fim de reduzir a quantidade de instâncias que ultrapassam o tempo limite de execução estabelecido.

REFERÊNCIAS

- ALKMIM, G. P.; BATISTA, D. M.; FONSECA, N. L. D. Mapping virtual networks onto substrate networks. **Journal of Internet Services and Applications**, Springer, v. 4, n. 1, p. 1–15, 2013.
- CHENG, X. et al. Virtual network embedding through topology-aware node ranking. **ACM SIGCOMM Computer Communication Review**, ACM, v. 41, n. 2, p. 38–47, 2011.
- CHOWDHURY, M.; RAHMAN, M. R.; BOUTABA, R. Vineyard: Virtual network embedding algorithms with coordinated node and link mapping. **IEEE/ACM Transactions on Networking (TON)**, IEEE Press, v. 20, n. 1, p. 206–219, 2012.
- CHOWDHURY, N.; RAHMAN, M. R.; BOUTABA, R. Virtual network embedding with coordinated node and link mapping. In: IEEE. **INFOCOM 2009, IEEE**. [S.l.], 2009. p. 783–791.
- GUERZONI, R. et al. A novel approach to virtual networks embedding for sdn management and orchestration. In: IEEE. **Network Operations and Management Symposium (NOMS), 2014 IEEE**. [S.l.], 2014. p. 1–7.
- HOUIDI, I. et al. Virtual network provisioning across multiple substrate networks. **Computer Networks**, Elsevier, v. 55, n. 4, p. 1011–1023, 2011.
- LISCHKA, J.; KARL, H. A virtual network mapping algorithm based on subgraph isomorphism detection. In: ACM. **Proceedings of the 1st ACM workshop on Virtualized infrastructure systems and architectures**. [S.l.], 2009. p. 81–88.
- MOURA, L. F. d. S. Branch & price for the virtual network embedding problem. **PPGC UFRGS**, 2015.
- YU, M. et al. Rethinking virtual network embedding: substrate support for path splitting and migration. **ACM SIGCOMM Computer Communication Review**, ACM, v. 38, n. 2, p. 17–29, 2008.
- ZEGURA, E. W.; CALVERT, K. L.; ACHARJEE, S. B. How to model an internetwork. In: IEEE. **INFOCOM'96. Fifteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer Societies. Networking the Next Generation. Proceedings IEEE**. [S.l.], 1996. v. 2, p. 594–602.