



## **CLASSIFICAÇÃO DOS TRIÂNGULOS QUANTO AOS LADOS E ÂNGULOS, APRESENTAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS.**

Mauro Breni de Almeida Brizola  
[maurobrizola@yahoo.com.br](mailto:maurobrizola@yahoo.com.br)

Orientador: Márcio Alexandre Rodriguez de Rodriguez  
Pólo de Picada Café, Agosto de 2015

### **Resumo**

Este trabalho apresenta o planejamento, a execução e a análise de uma seqüência didática que visa o estudo da classificação dos triângulos e do teorema de Pitágoras aos alunos do 9º ano do ensino fundamental. Os alunos participantes são de uma Escola Estadual do município de Novo Hamburgo. O trabalho foi realizado durante as aulas regulares de matemática, no decorrer da segunda quinzena de maio de dois mil e quinze. Durante o desenvolvimento das atividades da seqüência didática, os alunos visualizaram e manipularam triângulos construídos em um software da geometria dinâmica a partir de suas propriedades geométricas. Ao final do trabalho desenvolvido, verificamos que os alunos apropriam-se dos conceitos envolvidos na seqüência didática compreendendo as demonstrações e as aplicações do Teorema de Pitágoras.

**Palavras-chave:** Geometria; Triângulos; Teorema de Pitágoras.

### **Introdução.**

Como professor da rede publica Estadual de Ensino a mais de 15 anos sempre acreditei que a educação é uma forma de transformar para melhor a sociedade, mesmo com condições pouco favoráveis é uma forma de tornar a sociedade culturalmente e socialmente igualitária.

Nas reuniões pedagógicas e conselhos de classe nas escolas que trabalho, defendo que a educação sofre à medida que os educadores dão pouco interesse pelo seu trabalho, o professor é diretamente responsável pelo desempenho e motivação dos seus alunos, mas para isso é necessário que o professor questione avalie e qualifique suas ações, pois entendo que o aluno reage aquilo que o professor propõe. Uma aula bem planejada e com

recursos que instigue o educando favorece o envolvimento dos alunos no desenvolvimento das atividades propostas. Tornando-os motivados e interessados, favorecendo a construção do conhecimento.

Foi pensando em instigar e propor atividades que envolvam e auxiliem a compreensão pelos alunos dos conceitos e propriedades da geometria é que elaborei a proposta de uma seqüência didática envolvendo o estudo de triângulos e o teorema de Pitágoras utilizando o software Geogebra<sup>1</sup>.

Este trabalho está organizado em várias partes. No desenvolvimento tratei da base teórica para a construção da seqüência didática em estudo, a classificação dos triângulos quanto aos ângulos e lados, as propriedades matemáticas envolvidas em cada construção e a aplicação do teorema de Pitágoras no cotidiano dos alunos. Na parte de recursos digitais escolhi o software Geogebra e apresentei os seus benefícios na geometria dinâmica, qual o auxílio e benefício para cada uma das construções em estudo. Já na proposta didática apresento a descrição das atividades envolvendo os triângulos, como foram trabalhados, quais os conceitos, logo vem à parte que fala das características do grupo de alunos que realizaram as atividades, quantidades de alunos envolvidos na proposta, ano em que estudam e a escola de atuação, também trata dos objetivos a ser alcançado, a motivação para a escolha do software e do tema, a descrição do espaço utilizado para a aplicação da proposta didática e seus recursos. No final relato os resultados obtidos, as colocações finais e a avaliação das atividades, o que faria de novo e como faria os critérios de avaliações e os referenciais teóricos utilizados para o desenvolvimento do trabalho, os comentários com possíveis modificações para futuros trabalhos envolvendo estes conceitos.

## **Desenvolvimento**

Na experiência que tenho como professor da rede pública de ensino, principalmente com o Ensino Fundamental, verifico que os alunos possuem dificuldades em estabelecer relações entre conceitos matemáticos estudados na escola e as interações com o cotidiano, sendo esta uma das motivações para a escolha de uma turma do nono ano da rede pública para desenvolver uma seqüência didática com foco na geometria dinâmica.

---

<sup>1</sup> Software de geometria dinâmica totalmente gratuito e disponível em [www.geogebra.org/download](http://www.geogebra.org/download).

Com o auxílio do software de matemática dinâmica, busquei mostrar as propriedades envolvidas em cada etapa da construção de forma que ficassem claro para os alunos que aquelas figuras foram construídas a partir das propriedades que as definem. E que em um ambiente de geometria dinâmica não basta colocar um “quadrado” em um dos ângulos internos de um triângulo para torná-lo triângulo retângulo, como normalmente acontece quando usamos papel e lápis. Verifico esse pensamento como sendo uma ideia real entre os alunos e que acabam encontrando dificuldades para entender o significado de um ângulo reto no estudo envolvendo o triângulo retângulo. Outra constatação é quando os alunos falam que a hipotenusa é o lado maior do triângulo retângulo, mas a construção não favorece a constatação dessa afirmação feita pelos alunos.

Frente a essas dificuldades é que busquei o para desenvolver o presente trabalho com o auxílio de recursos da informática para qualificar e atrair os alunos, resgatando a motivação para o desenvolvimento de uma boa aula de matemática.

A utilização de um software de geometria dinâmica auxilia nas construções e na compreensão das propriedades dos triângulos. O software escolhido foi o Geogebra que é um programa que permite a construção de figuras geométricas a partir das propriedades que as definem. Como indica Gravina, estes softwares possuem um interessante recurso de “estabilidade sob ação de movimento”.

Conforme estes autores:

[...] feita uma construção, mediante movimento aplicando aos pontos que dão início à construção, a figura que está na tela do computador se transforma quanto ao tamanho e posição, mas preserva as propriedades geométricas que foram impostas no processo de construção, bem como as propriedades delas decorrentes. Ou seja, “a figura em movimento” guarda as regularidades que são importantes sob o ponto de vista da geometria. São figuras que não se deformam, e estas é que são as figuras da geometria dinâmica! (GRAVINA et al., 2011a, p.29).

Nesta fala de Gravina consta a motivação para a escolha do tema deste trabalho. O software geogebra possibilita a construção e os movimentos na tela do computador, tendo uma coleção de desenhos que são correspondentes, é possível verificar que mediante qualquer movimento de ampliação ou redução, as figuras construídas a partir de suas propriedades não sofrem alterações em suas características, já figuras feitas livres se deformam estas constatações, mesmo os alunos conhecendo as propriedades seriam impossíveis apenas na sala de aula com quadro régua e giz, pois faltaria a dinâmica, os movimentos.

Ainda segundo Gravina, as figuras da geometria dinâmica possuem um papel importante na superação de dificuldades que são naturais no processo de aprendizagem da geometria:

[...] as figuras da geometria dinâmica ajudam na superação das dificuldades com a Geometria, pois, ao colocar-se em movimento uma dada construção, temos, na tela do computador, uma coleção de desenhos que correspondem ao componente figural do conceito ou propriedade em questão (GRAVINA et al, 2011a, p. 30).

De acordo com o trecho citado, a geometria dinâmica destaca a importância das propriedades de uma construção e as possíveis constatações e comparações que podem ser realizadas pelos alunos ao ampliarem ou reduzirem uma determinada figura, acrescentando a necessidade de construções realizadas com alguns critérios, ou seja, com as propriedades que as definem.

Com relação ao desenvolvimento e apropriação do conhecimento, a geometria é uma parte da matemática que está presente no dia a dia, sendo possível a utilização de atividades que envolvam questões do cotidiano facilitando a compreensão dos seus conceitos e propiciando o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico. Com relação ao desenvolvimento do raciocínio, PIETROPAOLO coloca que:

A Geometria, mais que outras áreas da Matemática, podem ser usadas para desenvolver diferentes formas de raciocínio. Este deve ser um objetivo essencial do ensino de Geometria. Mas ainda é preciso conseguir uma prática mais compreensiva e equilibrada dos processos cognitivos subjacentes. Isto quer dizer que são necessárias situações específicas de aprendizagem para diferenciação e coordenação dos diversos tipos de processos de visualização e raciocínio (apud PIETROPAOLO (2005), p. 51).

Segundo MORAN (2002) a educação que antes acontecia em espaços e tempos determinados como, escola, sala de aula, calendário escolar, estrutura curricular rígida, pode ser favorecida em diferentes espaços e tempos não-formais. Nesse sentido, a tecnologia tem se apresentado como nova possibilidade de organização das atividades educativas formais ou informais, por meio de diferentes linguagens de comunicação e expressão em que professores e alunos podem se apoiar para subsidiar a construção do conhecimento. O autor afirma que:

Hoje, ainda entendemos por aula um espaço e um tempo determinado. Mas, esse tempo e esse espaço, cada vez mais, serão flexíveis. O professor continuará “dando aula”, e enriquecerá esse processo com as possibilidades que as tecnologias interativas proporcionam: para receber e responder mensagens dos alunos, criar listas de discussão e alimentar continuamente os debates e pesquisas com textos, páginas da Internet, até mesmo fora do horário específico da aula. Há uma possibilidade cada vez mais acentuada de estarmos todos presentes em muitos tempos e espaços diferentes. Assim, tanto professor quanto alunos estarão

motivados, entendendo “aula” como pesquisa e intercambio. Nesse processo, o papel do professor vem sendo redimensionando e cada vez mais ele se torna um supervisor, um animador, um incentivador dos alunos na instigante aventura do conhecimento (MORAN, 2002).

Os autores pesquisados para este trabalho afirmam que é necessário buscarmos recursos para motivar e envolver os alunos no desenvolvimento de suas atividades escolares, não apenas na geometria que é o tema desse trabalho, mas em qualquer atividade, um bom planejamento que instigue o aluno, obtém dele um bom envolvimento e conseqüentemente gera conhecimento. Na busca por recursos para o ensino, em especial o ensino de matemática, os softwares estão cada vez mais ganhando espaço e cada vez mais se faz necessário o uso dos mesmos para que o professor consiga demonstrar, comparar e envolver seus alunos em cada atividade ou proposta apresentada.

### **Recursos digitais.**

Neste trabalho foram utilizados como recursos o software Geogebra<sup>2</sup> e o vídeo<sup>3</sup> “O barato de Pitágoras”.

#### **O GeoGebra**

[...]é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. O GeoGebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países. O GeoGebra se tornou um líder na área de softwares de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática. (Blogspot.com.br/2014)<sup>4</sup>.

O Geogebra é um software que pode ser utilizado em diversas atividades do ensino da matemática, na geometria, favorece a construção, manipulação, ampliação e redução de qualquer figura geométrica, podendo ainda calcular área, volume e as dimensões de cada figura. Como indica Gravina estes softwares possuem um interessante recurso de “estabilidade sob ação de movimento”.

---

<sup>2</sup> Software de geometria dinâmica totalmente gratuito e disponível em [www.geogebra.org/download](http://www.geogebra.org/download).

<sup>3</sup> Produzido pela TV Escola - MEC, disponível em domínio público no link do site youtube: <http://www.youtube.com/watch?v=NQjxroaxY8o>. Duração do vídeo: 5:34 min, acesso em: maio de 2015.

<sup>4</sup> Blogspot.com.br/2014. (<http://geogebraalagoas.blogspot.com.br/2014/iniciando-nossa-conversa.html>).

Com o auxílio do software geogebra os alunos buscaram a compreensão das propriedades envolvidas na construção de cada triângulo para que o mesmo seja classificado como tal, as diferenças entre triângulos ditos feitos a mão e os triângulos construídos a partir de suas propriedades.

### **Proposta didática.**

A proposta de ensino foi desenvolvida em uma turma do 9º Ano do Ensino Fundamental, na Escola Estadual João Ribeiro, no município de Novo Hamburgo, a turma é constituída de 20 alunos sendo 7 meninos e 13 meninas, o laboratório de informática disponibiliza de 22 computadores, as atividades foram realizadas em duplas e o tempo para o desenvolvimento das atividades foi de 6 horas/aula, tendo como tema a classificação dos triângulos quanto aos ângulos e lados e o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo.

O objetivo da proposta foi reconhecer as características e as propriedades matemáticas envolvidas na construção de cada tipo de triângulo, classificação quanto aos ângulos e lados, aplicação do teorema de Pitágoras na resolução de situações-problemas e no cálculo das dimensões de um triângulo retângulo.

### **Objetivo geral.**

Diferenciar o triângulo retângulo dos demais triângulos e compreender a relação feita por Pitágoras a partir da área construídas sobre seus lados.

### **Objetivos específicos.**

- Reconhecer e classificar os tipos de triângulos;
- Com o auxílio do Geogebra, construir cada um dos triângulos em estudo;
- Descrever as propriedades matemáticas envolvidas em cada uma das construções;
- Demonstrar o teorema de Pitágoras fazendo uso do software Geogebra;
- Resolver situações-problemas envolvendo o triângulo retângulo;
- Contribuir para o desenvolvimento do hábito do pensamento.

### Síntese da seqüência de ensino.

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
| Encontro nº1<br>Alunos: 20.<br>Individual.   | Duração: 1 h/a de 50min.   |  |  |  |
| Objetivo da ação.  | Ação do professor.   | Ação do aluno.   | Material utilizado.  | Material coletado.   |
| Reconhecer e classificar os tipos de triângulos quanto a os ângulos e lados.               | Apresentar a classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos, as propriedades matemáticas envolvidas em cada caso, principais características de cada um dos triângulos. | Anotar as características para que cada triângulo seja classificado como tal.  | Caderno, caneta, régua, quadro negro, giz e maquina fotográfica. | Foto e anotações das dúvidas e perguntas dos alunos.                                       |
|  |  |  |  |  |
| Encontro nº2<br>Alunos: 20,<br>10 duplas.  | Duração: 2 h/a de 50 min. cada.  |  |  |  |
| Objetivo da ação.  | Ação do professor.   | Ação do aluno.   | Material utilizado.  | Material coletado.   |
| Com o auxilio do Geogebra, construir cada um dos triângulos em estudo.                     | Explicar os menu de ferramentas do geogebra, destacar as ferramentas principais.   | Explorar livremente o menu de ferramentas do geogebra realizando construções de triângulos sem se preocupar com as propriedades de construção. | Projeter, computador, maquina fotográfica, pen drive e geogebra. | Foto das construções dos alunos, arquivos das construções e relato dos alunos por escrito. |
| Reconhecer e Descrever as propriedades matemáticas envolvidas em cada uma das construções. | Expor os passos da construção de triângulos equiláteros, isósceles e escaleno destacando o principio da geometria dinâmica.  | Construção orientada dos triângulos equilátero, isósceles e escalenos.   | Projeter, computador, maquina fotográfica, pen drive e geogebra. | Foto das construções dos alunos, arquivos das construções e relato dos alunos por escrito. |
|  | Construir o  | Construção   | Projeter,  | Foto das   |

|   |   |  |  |  |
|---|---|--|--|--|
|   | triângulo retângulo a partir das propriedades que os definem.   | orientada do triângulo retângulo.  | computador, maquina fotográfica, pen drive e geogebra.           | construções dos alunos, arquivos das construções e relato dos alunos.                      |
| Encontro n°3<br>Alunos: 20,<br>individual.  | Duração: 1 h/a de 50 min.   |  |  |  |
| Objetivo da ação.   | Ação do professor.  | Ação do aluno.   | Material utilizado.  | Material coletado.   |
| Apresentar o teorema de Pitágoras e uma demonstração a partir da área construída sob os lados do triângulo.   | Trecho do vídeo "O barato de Pitágoras". Demonstração e definição do teorema de Pitágoras.  | Anotar no caderno a demonstração e definição do teorema de Pitágoras.  | Caderno, caneta, régua, quadro negro, giz e maquina fotográfica. | Foto e anotações das dúvidas e perguntas dos alunos.                                       |
| Encontro n°4<br>Alunos: 20<br>Duplas: 10  | Duração: 2 h/a 50 min. Cada.  |  |  |  |
| Objetivo da ação.   | Ação do professor.  | Ação do aluno.   | Material utilizado.  | Material coletado.   |
| Demonstrar o teorema de Pitágoras fazendo uso do software geogebra. Resolver situações problemas envolvendo o triângulo retângulo e o teorema de Pitágoras. | Expor os passos da construção do triângulo retângulo destacando o principio da geometria dinâmica e explorar a resolução de situações problema envolvendo o teorema de Pitágoras. | Construção orientada do triângulo retângulo a partir de suas propriedades. Com o auxilio do geogebra comprovar o teorema de Pitágoras observando a soma das áreas. Resolver e representar geometricamente situações problemas envolvendo o teorema de Pitágoras. | Projeter, computador, maquina fotográfica, pen drive e geogebra. | Foto das construções dos alunos, arquivos das construções e relato dos alunos por escrito. |
| Desafio.  | Explicar a demonstração do  | Construir a demonstração do  | Computador maquina   | Arquivo e fotos da construção.   |



|  |  |  |                                    |  |
|--|--|--|------------------------------------|--|
|  | teorema de Pitágoras que comprova a soma da área dos catetos igual à área da hipotenusa para qualquer triângulo retângulo. | teorema de Pitágoras e utilizar a geometria dinâmica para obter os movimentos que comprovam o teorema para qualquer triângulo retângulo. | fotográfica, pen drive e geogebra. |  |
|--|--|--|------------------------------------|--|

### **1º Momento – 1 hora/aula em sala.**

O primeiro momento foi para introduzir os conceitos básicos dos triângulos, a classificação dos triângulos quanto aos lados e ângulos, as propriedades matemáticas envolvidas em cada caso, quais as características que não se altera para o triângulo ser classificado como tal. Conforme anexo 1.

Neste encontro foi apenas a apresentação e definição da parte teórica, quais as características e propriedades que difere um triângulo do outro para tal definição, mesmo nesta parte que tratou apenas das características e modelos, alguns alunos encontraram dificuldades, pois ao analisar cada figura construída foi possível ver que a escrita não condiz com os desenhos feitos, um triângulo equilátero que deveria ter os três lados iguais conforme definição, analisando o desenho verificou-se que esta irregular, isto nos demonstra que o aluno não entendeu que a parte teórica tinha que fechar com a representação geométrica, essas dificuldades aumenta ainda mais a necessidade da utilização de softwares que facilitem a visualização e a manipulação, ou seja, a geometria dinâmica.

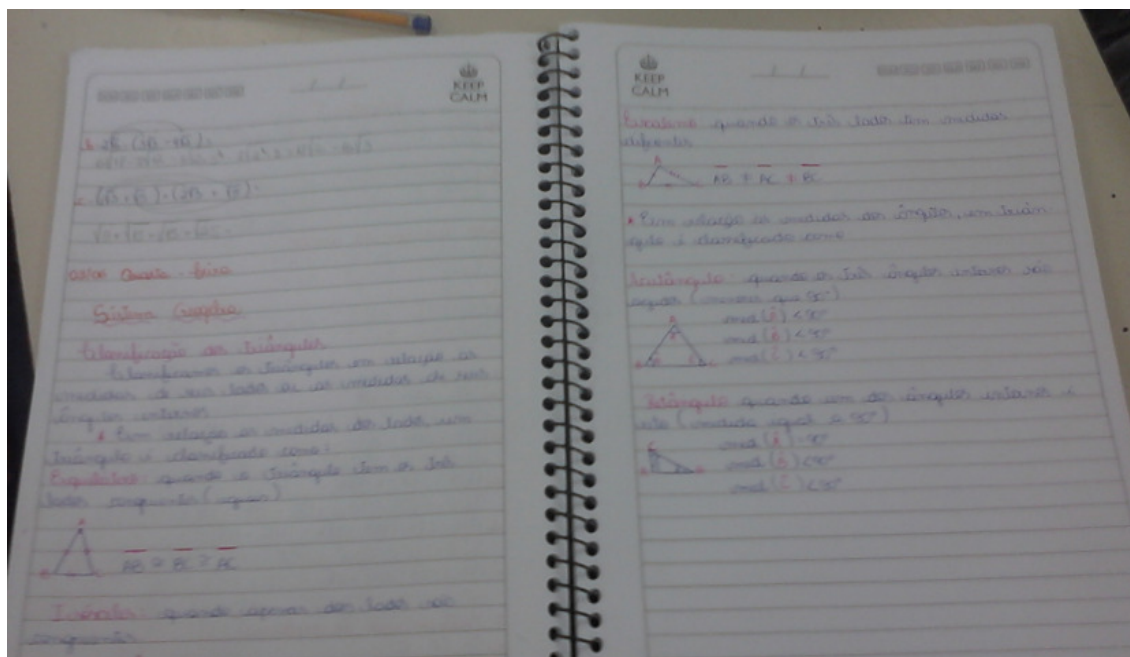


Figura 5: classificação dos triângulos, parte do caderno de um aluno.

## 2º Momento – 2 hora/aula no laboratório de informática.

No segundo momento no laboratório de informática, foi feita a apresentação do software Geogebra, suas principais ferramentas e com o uso do projetor construir um triângulo retângulo dito a mão, movimenteí seus vértices e expliquei que o ângulo reto que caracterizava o triângulo retângulo sofria alterações, se deformava, então coloquei que a construção correta depende de algumas propriedades que os definem. Em seguida os alunos receberam o anexo 2, que apresenta uma seqüência de atividades envolvendo os tipos de triângulos em estudo, o objetivo aqui era a construção dos triângulos com o auxílio do Geogebra e relatar as propriedades matemáticas envolvidas em cada caso, relatar as principais diferença entre os triângulos, descrever todas as etapas da construção e relatar as dificuldades encontradas para que a figura não se deforme, ou seja, mantenha suas características sob o efeito de qualquer movimento em seus vértices.

Para a realização das tarefas do anexo 2 a turma foi dividida em dez duplas e ao final do segundo momento a turma deveria salvar as atividades em um pen drive e enviar para o professor por email.

O segundo momento que ocorreu no laboratório de informática teve na primeira parte a explicação de como funciona as principais ferramentas do software Geogebra, como obter um ponto, um segmento de reta, uma circunferência, como construir um polígono e como obter

cada ângulo dos vértices de um polígono, nesse momento o professor, no caso eu, demonstrei e expliquei mediante movimentos, quais as principais diferenças de uma figura dita feita a mão e outra feita mediante as propriedades que os define, o que ocorre ao movimentar cada figura, porque uma se deforma e outra não, nesse momento teve uma participação bem interessante dos alunos, eles fizeram varias perguntas, perguntaram se era possível construir qualquer figura no Geogebra e se nós tínhamos mais aulas no laboratório, falei para eles que sim, nossas aulas cada vez mais terão auxílio dos recursos da informática, a tela abaixo demonstra algumas das figuras feitas no momento da explicação, alguns triângulos feitos com e sem propriedades que as definem.

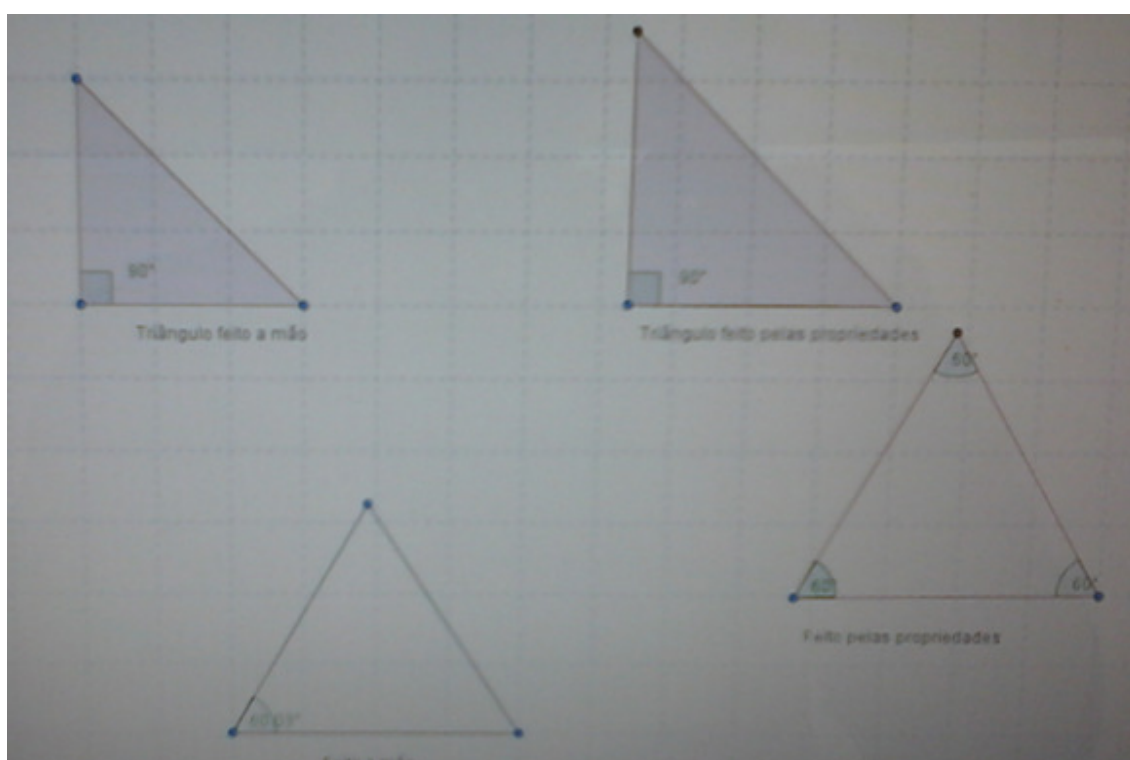


Figura 6: triângulos construídos pelo professor.

As atividades 1, 2 e 4 foram realizadas pelos alunos com uma certa facilidade, todas as dez duplas realizaram as tarefas com o uso corretamente das propriedades, efetuaram movimentos de ampliação e redução em todas elas e perceberam que ao efetuar os movimentos as figuras não sofriam deformação, ou seja, não alteravam suas características, um triângulo retângulo sob efeito de movimentos continuava retângulo e assim por diante, teve algumas duplas que teve que refazer algumas das figuras, mas é normal uma vez que

esse era o primeiro contato com o software Geogebra. Segue abaixo algumas construções feitas pelos alunos.



Figura 7: construção feita pelos alunos.

A construção dos triângulos seguindo as propriedades que as definem foram feitas com certa facilidade por praticamente todas as duplas, mas a novidade ficou por conta da descrição das etapas para obter cada uma das figuras, praticamente todas as duplas encontraram dificuldades ou descreveram erradas as etapas, as descrições foram vagas, não teve ligações entre as frases, esse processo de relatar ou descrever as etapas da construção deve ser trabalhado um pouco mais, falta leitura, interpretação, diálogo, seqüência, ligação entre as frases escritas, compreensão com relação o que realmente gostaria de relatar na escrita, ou seja, deve ser trabalhado muito, com muita leitura e práticas algo que vai além de um laboratório de informática e da própria matemática, deve ter um trabalho interdisciplinar para que professores de diferentes áreas do conhecimento trabalhem as mesmas dificuldades.

Veja a descrição feita por uma das duplas para obter a construção de cada um dos triângulos.

**Triângulo equilátero:** Fizemos duas circunferências depois utilizamos um ponto e depois uma linha.

**Triângulo retângulo e isóscele:** Utilizamos três pontos, e uma linha pra fechar o triangulo retângulo.

**Triângulo escaleno e obtusângulo:** Utilizamos três circunferências, um ponto e a linha pra ligá-los.

Analisando a descrição feita pela dupla, foi possível verificar que faltou o uso da linguagem matemática, quando os alunos relatam que foi feito duas circunferências, faltou relatarem que para construir as duas circunferências, antes foi utilizado um seguimento AB

e que a primeira circunferência tinha centro em A e o seguimento AB era o raio, já a segunda circunferência tinha o mesmo raio, mas centro em B. Quando eles relatam que utilizaram um ponto, esse ponto se refere ao ponto de intersecção entre as duas circunferências, tendo assim a mesma distancia do ponto A e do ponto B até o ponto de intersecção, no caso o raio das circunferências, nesse caso unindo os pontos realmente formou um triângulo equilátero, a idéia estava correta, mas faltou a linguagem matemática para relatar as etapas.

### **3º Momento –1hora/aula**

O terceiro momento aconteceu em sala de aula, inicialmente foi passado um trecho do vídeo “**O barato de Pitágoras**”<sup>5</sup>, após a parte do vídeo foi feito um pequeno comentário sobre a importância do vídeo na introdução de alguns assuntos, em seguida foi passado a definição do teorema de Pitágoras no triângulo retângulo, comentado algumas de suas aplicações no cotidiano e feito uma demonstração que comprova que a soma da área dos quadrados construídos sobre os catetos é igual a área do quadrado construído sobre a hipotenusa conforme figura abaixo. A definição apresentada se encontra no livro a conquista da matemática de Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr, 9º ano, (p.224). “A área do quadrado construído sobre o maior lado do triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os dois menores lados”.  $25 = 9 + 16$

---

<sup>5</sup>Produzido pela TV Escola - MEC, disponível em domínio público no link do site youtube: <http://www.youtube.com/watch?v=NQjxroaxY8o>. Duração do vídeo: 5:34 min, acesso em: maio de 2015.

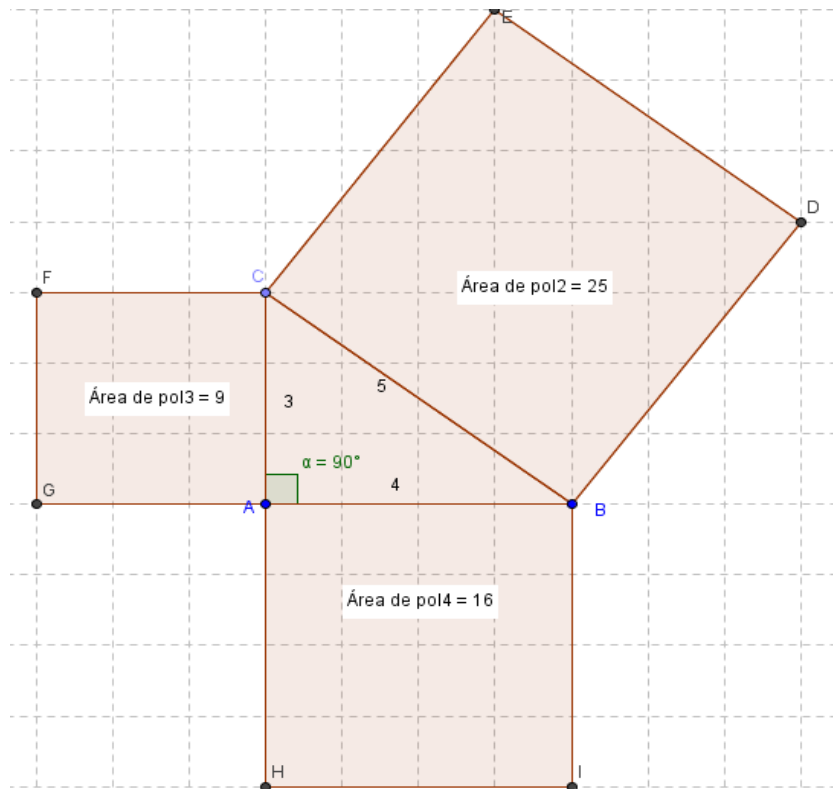


Figura 8: demonstração do teorema de Pitágoras.

### Enunciado do teorema de Pitágoras.

Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

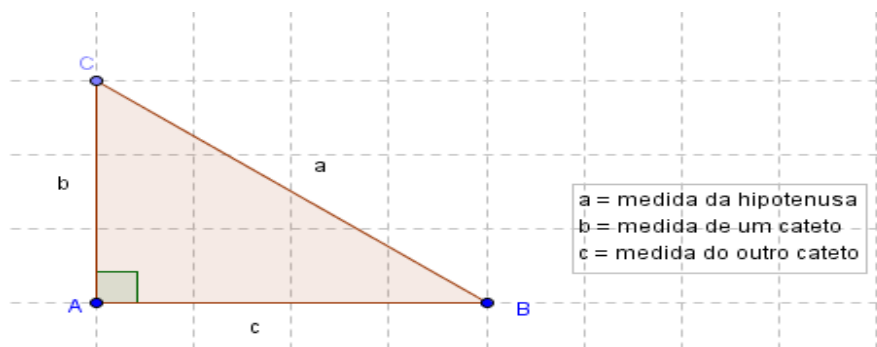


Figura 9: teorema de Pitágoras  $a^2 = b^2 + c^2$ .

No terceiro momento em um total de 1 h/a na sala de aula, foi feita a descrição do teorema de Pitágoras no triângulo retângulo, comentado algumas aplicações no cotidiano

que poderiam facilitar a compreensão dos alunos, associando o conteúdo em questão com algumas atividades do dia a dia. Neste encontro, os alunos também encontraram dificuldades em compreender as demonstrações feitas no quadro, não analisaram o que foi escrito, o que realmente estava sendo colocado, para então comparar se o desenho correspondia com o que estava escrito, vários alunos mesmo copiando do quadro copiaram anotações erradas, sendo que estas representações são utilizadas para compreender as atividades. Na figura 7 abaixo temos uma demonstração da dificuldade que os alunos encontram em representar geometricamente o que está sendo proposto, vários alunos comete os mesmos erros, copiam sem prestar atenção nos detalhes que cada representação geometria traz, comentei que devem ter mais atenção ao construir ou representar uma questão geometricamente, pois aquela representação está demonstrando uma situação matemática, definição ou um teorema.

No caso do anexo abaixo, o aluno ao copiar do quadro, não deixou espaço suficiente, faltou à noção de espaço, também sua representação de quadrado não corresponde com a igualdade em questão, descreveu que três ao quadrado é nove e representou no desenho como sendo seis quadradinhos, mas com o auxílio do Geogebra, figura 5 a mesma demonstração ficou mais clara para os alunos, facilitou a construção e a compreensão e ainda teve o envolvimento de todos os alunos. Frente às dificuldades encontradas na figura 7 e em outras atividades relacionadas à geometria é que me questiono se os alunos conseguem ver significado nas propostas estudadas ou apenas transcrevem sem muita atenção e compreensão o que é proposto pelo professor, com algumas dessas constatações é que estou buscando recursos da informática, uso de softwares para representar e comprovar situações trabalhadas em sala de aula, encontrar um significado para cada representação, conseguir efetuar movimentos, fazer comparações ou alterações no próprio desenho, ampliar ou reduzir na tela do computador para analisar as variações na situação proposta.

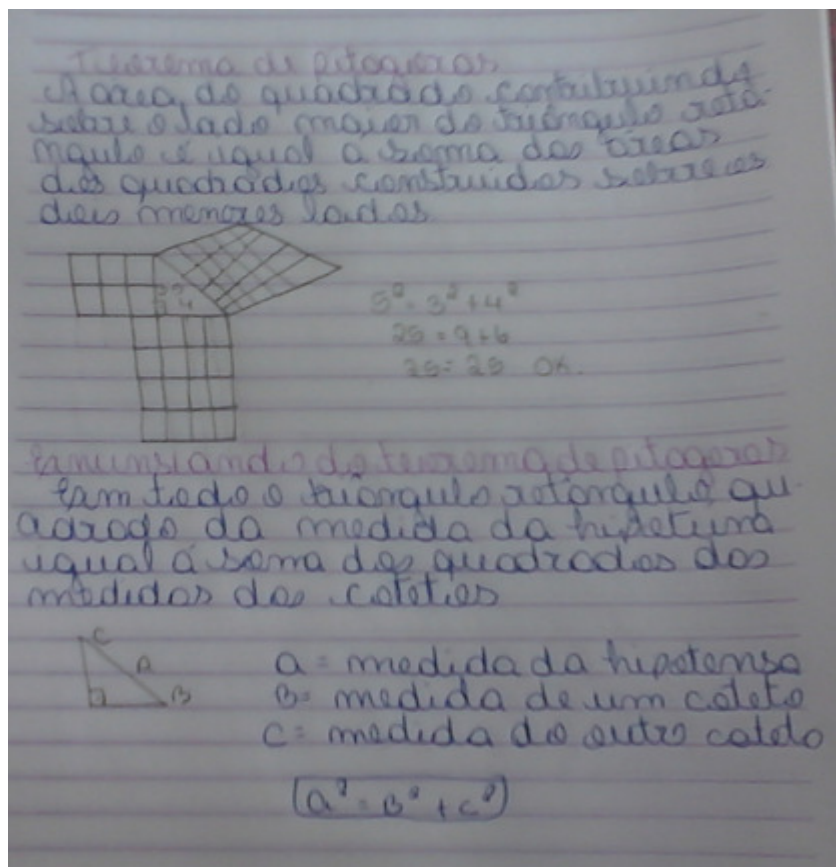


Figura 10: teorema de Pitágoras, caderno de um aluno.

Na segunda demonstração, o aluno comprovou a relação feita por Pitágoras com relação à soma das áreas dos catetos serem igual à área do quadrado construído sob a hipotenusa, mas sua representação geométrica foi muito irregular, talvez ele teve um pouco mais de atenção ao copiar do quadro, mas falta conhecimento com relação a construções de quadrados, triângulos e retângulos, entre outros, apenas cuidou um pouco mais ao copiar do quadro mais sua compreensão com relação ao tema também apresenta dificuldades.



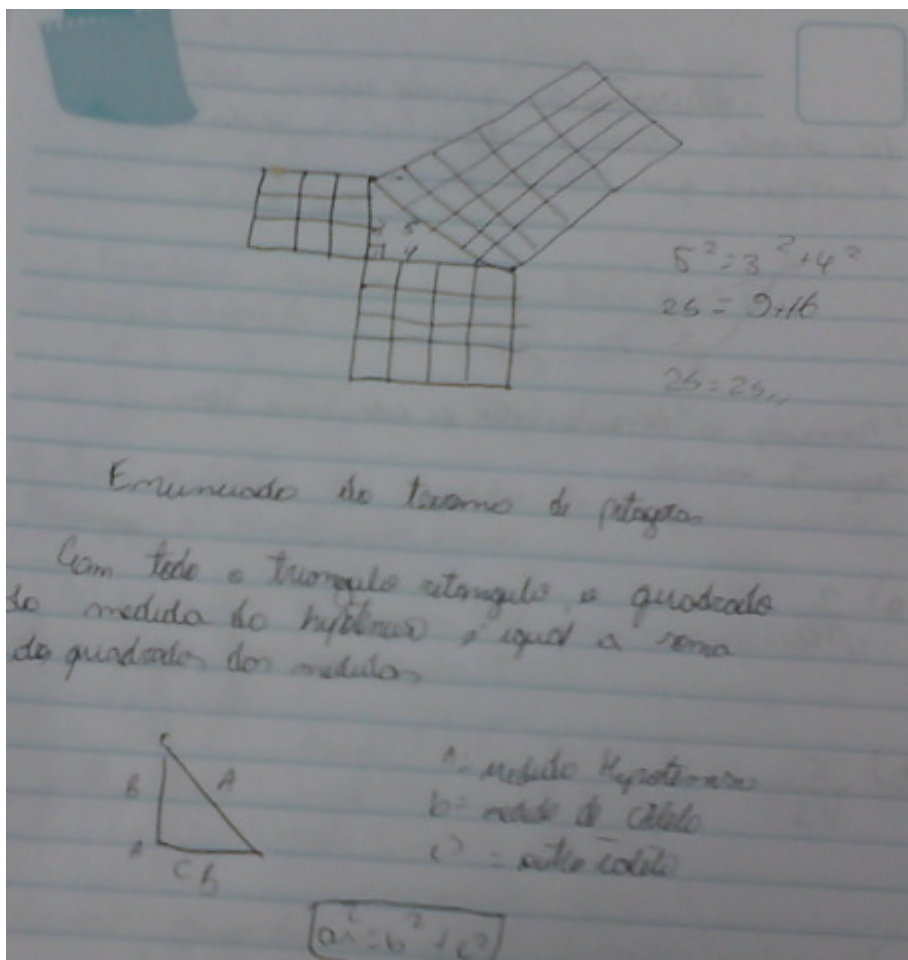


Figura 11: parte do caderno de um aluno.

#### 4º momento- 2 hora/aula laboratório de informática.

O quarto momento num total de 2 horas/aula foi no laboratório de informática, logo no início com o auxílio de um projetor construí no geogebra um triângulo retângulo feito a partir das propriedades que os definem e outro feito sem preocupar-se com as propriedades, o objetivo era deixar claro que o teorema de Pitágoras foi definido no triângulo retângulo construído a partir das propriedades que os definem, assim poderíamos realizar qualquer movimento que o triângulo permaneceria retângulo.

A seguir estão às construções feitas no início do quarto momento, construções que tinham como objetivo diferenciar o triângulo retângulo de um triângulo qualquer que em um determinado momento sob ação de movimento poderia parecer retângulo.

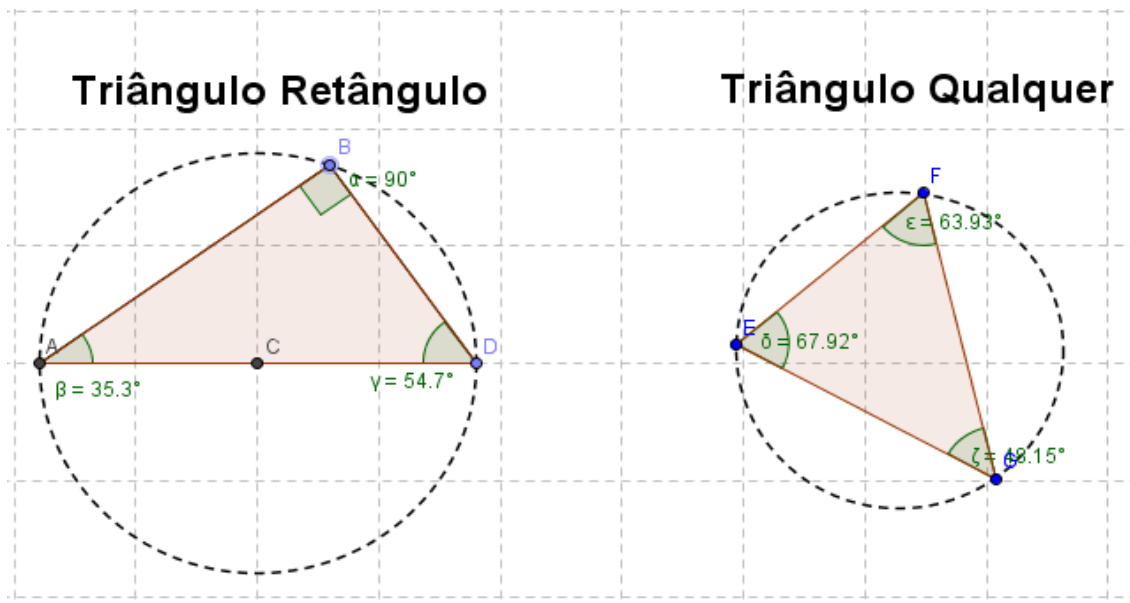


Figura 12: construção de triângulos.

A atividade número um do anexo 3 tinha a finalidade detectar se os alunos tinham se familiarizados com a parte teórica trabalhada nos momentos anteriores. Com essa atividade constatei que os alunos tinham apenas copiado do quadro as definições, não tinham associados tais conceitos a uma figura geométrica no caso o triângulo retângulo, pois, grande parte das duplas errou respostas que eram apenas parte da definição, só teoria não tinha cálculos, como podemos ver nas respostas de uma das duplas que diz que a hipotenusa é o estudo da matemática que relaciona as medidas de uma região triangular, na letra c, a resposta correta era a soma a dupla respondeu a medida, mas não foi apenas essa dupla que respondeu errado, esse foi apenas um exemplo, varias dupla cometeram erros simples, o que demonstra que eles copiam, mas não relacionam, não compreendem o que estão copiando.

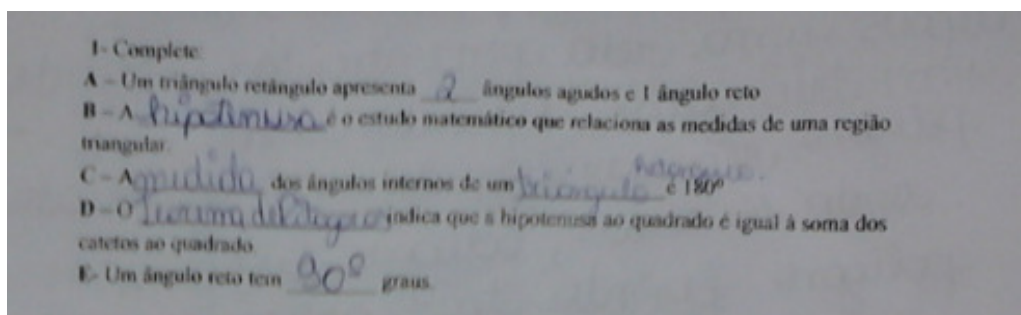
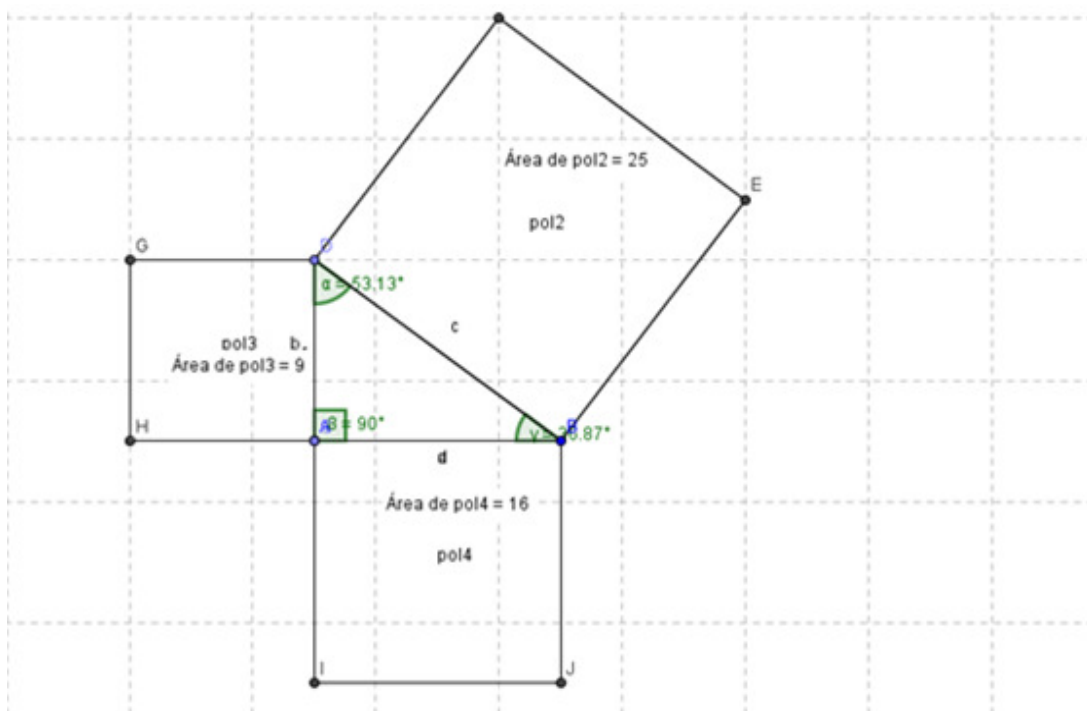


Figura 13: respostas de uma das duplas.

2) Construa um triângulo retângulo a partir de suas propriedades matemáticas e determine a área de cada um dos seus lados, verifique se realmente a soma da área dos dois catetos é igual a área do quadrado construído sob a hipotenusa. Aumente ou reduza apenas o comprimento do triângulo e verifique se a afirmação de Pitágoras continua verdadeira, justifique sua resposta.

Na figura 14 esta a construção feita por uma das duplas para comprovar o teorema de Pitágoras, nesta atividade os alunos encontraram facilidade na construção e comprovação do teorema, a comprovação foi feita apenas visualizando a soma das áreas. Com relação à descrição das etapas da construção, os alunos encontraram algumas dificuldades em descrever com a utilização de nomenclaturas apropriada para cada situação, abaixo da construção da figura 14, esta a descrição das etapas feita pela dupla, uma escrita um pouco confusa, comentei com eles que com aquelas informações não seria possível construir a demonstração, pois a descrição não estava clara, o seguimento entre dois pontos, a reta perpendicular, o polígono regular entre três pontos e a colocação das áreas com relação a cada lado do triângulo, estas informações são verdadeiras, mas faltou descrever algumas etapas, principalmente em como obter as áreas, que polígono foi utilizado, como chegar a área de cada quadrado, essas dificuldades também ocorreram nas de mais duplas.



Teorema de Pitágoras: primeiro colocamos um segmento de dois pontos, depois uma reta perpendicular, colocamos mais um ponto e ligamos eles, após, colocamos um polígono regular para fazer os três quadrados em volta, colocamos as áreas.

Figura 14: construção do Teorema de Pitágoras feita pelos alunos.

A dupla que relatou a escrita da figura 15 tinha como objetivo responder se ao efetuar movimentos de redução ou ampliação em um dos lados do triângulo retângulo a definição do teorema de Pitágoras com relação à soma das áreas continuava verdadeiro, mas a descrição foi um pouco confusa, foi uma descrição visual sem levar em consideração as propriedades de cada objeto matemático, os alunos responderam que sim, mas não conseguiram descrever corretamente, faltou a linguagem matemática, não conseguiram uma seqüência na escrita, “ligando dois pontos de quatro quadrados retos, depois uma reta perpendicular, fazendo um triângulo, abaixo usar um polígono regular fazendo um quadrado tendo 16 áreas, depois use um polígono fazendo ter 9 áreas e após use o polígono formando uma área de 25”. Essa escrita não facilitou a compreensão, faltou a linguagem matemática, falar e ponto, segmentos de reta, entre outros, eles sabem dessas dificuldades, mas comentaram que não encontram palavras para descreverem o que estão pensando, a idéia esta correta, mas as colocações não facilitam a compreensão, quando eles falam em ligar dois pontos de quatro quadrados retos, estão se referindo que a tela esta com uma malha e quatro quadradinho de comprimento na construção do polígono regular no caso o quadrado, vai formar uma área de 16 unidades, mas isto fica claro para eles que estão olhando para a tela não para quem vai ler e utilizar as informações para uma nova construção. Todas as dificuldades serão trabalhadas com os alunos, o objetivo mesmo era entender quais as dificuldades para trabalhar e minimizar as mesmas. Com relação às dificuldades na escrita, a falta de seqüência nas descrições, as dificuldades em relatar algo, pretendo trabalhar em conjunto com outras disciplinas.

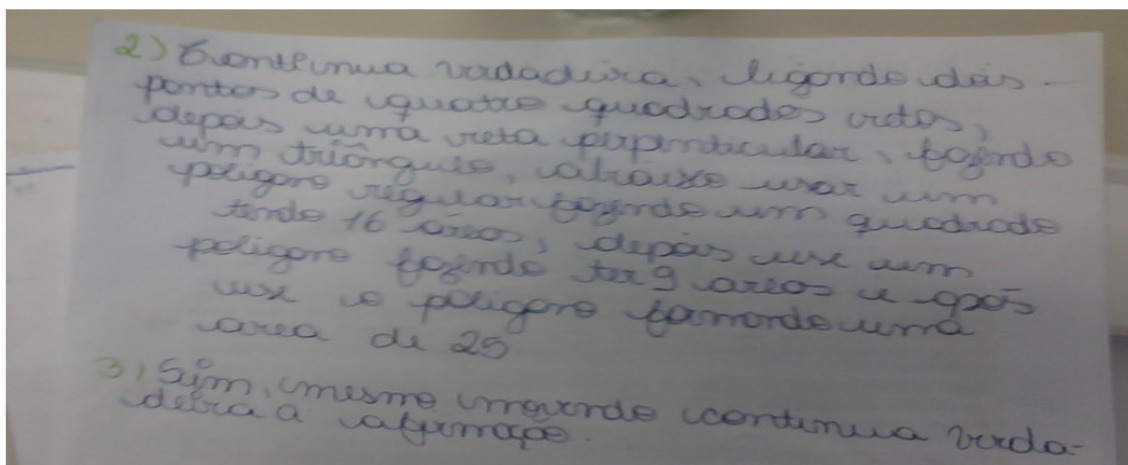


Figura 15: respostas obtidas pelos alunos para a questão 2.

3) No mesmo triângulo da atividade 2, modifique agora apenas a altura e verifique se continua verdadeira a afirmação feita por Pitágoras com relação a área construída sob os lados de qualquer triângulo retângulo. Justifique sua resposta.

Na atividade três, todas as duplas construíram o triângulo retângulo, comprovaram que o teorema continuava verdadeiro ao efetuar movimentos de ampliação e redução na altura do triângulo inicial, novamente as dificuldades ficaram na escrita das justificativas, novamente constatei que os alunos constroem as figuras, resolvem os cálculos, mas não conseguem descrever o que as atividades que estão resolvendo.

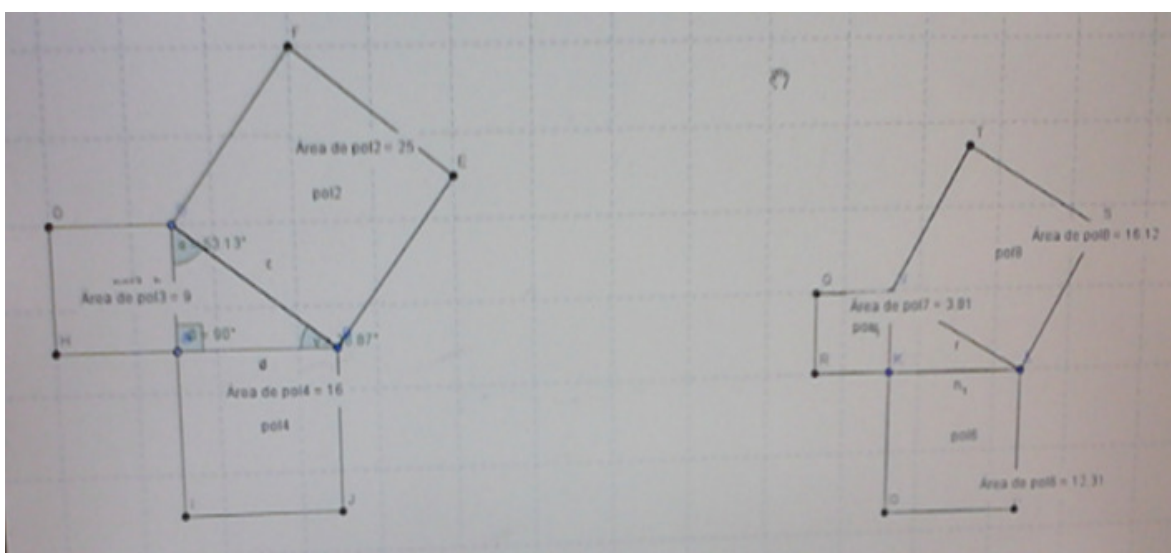


Figura 16: construções feitas pelos alunos.

Na atividade quatro do anexo 3, os alunos resolveram a atividade utilizando o software geogebra e também efetuaram os cálculos na sala de aula, as figuras abaixo demonstram as respostas obtidas por uma as duplas, como podemos constatar, as respostas foram exatamente às mesmas comprovando que é possível utilizar o Geogebra para obter as dimensões do triângulo retângulo dado.

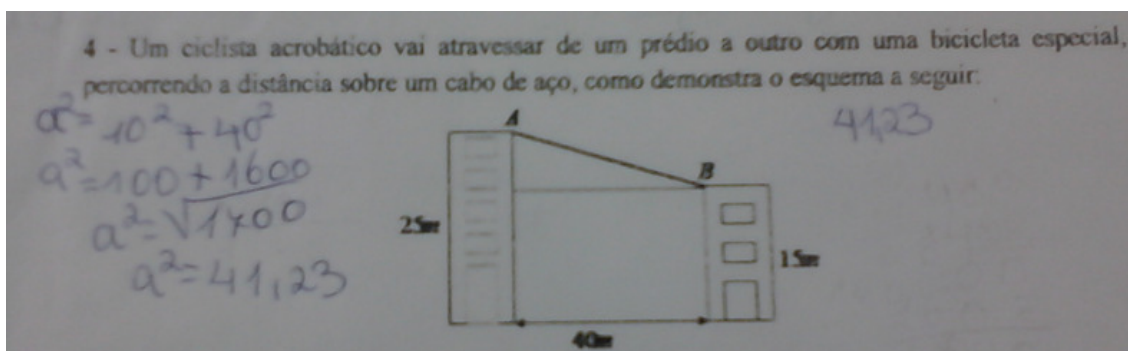


Figura 18: resposta da questão 4 obtida pelos alunos.

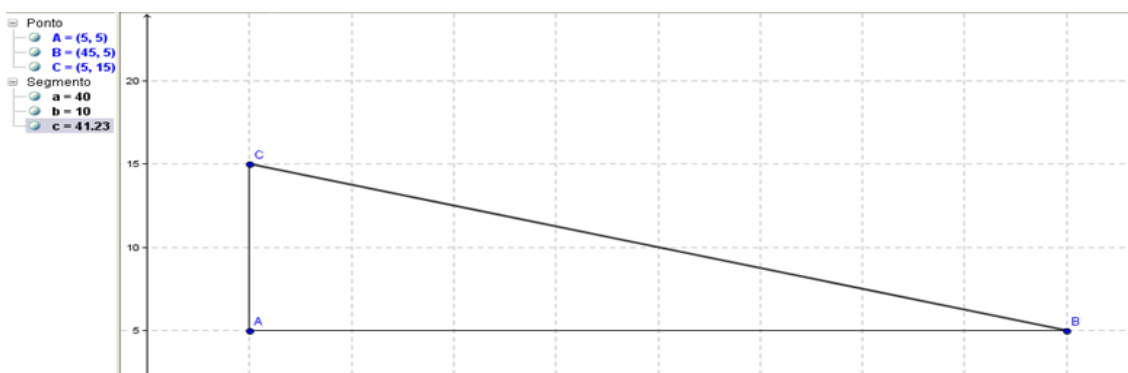


Figura 19: construção feita por uma das duplas para responder a questão 4.

Na construção da figura 19 alguns alunos olharam para a atividade e rapidamente falaram que poderiam reduzir a tela para espaço de cinco em cinco e nesse caso o triângulo deveria ser construído com as dimensões de dois espaços por oito espaços, tendo assim um triângulo de dez por quarenta, não encontraram dificuldade em interpretar esta relação para realizar a construção.

Na quinta atividade do anexo 3, a proposta era para representar o desenho e determinar a altura do muro, a dupla do anexo abaixo calculou corretamente a altura do muro, identificou corretamente a hipotenusa, verificou que a altura estava representando um dos catetos e aplicou o teorema de Pitágoras corretamente, mas mais uma vez comentei com a turma que representar geometricamente com o auxílio do software Geogebra e efetuar os cálculos a turma não tem encontrado dificuldades, no caso abaixo a resposta não

tinha raiz quadrada exata e a dupla simplificou corretamente a resposta como tinha sido estudado na simplificação de radicais.

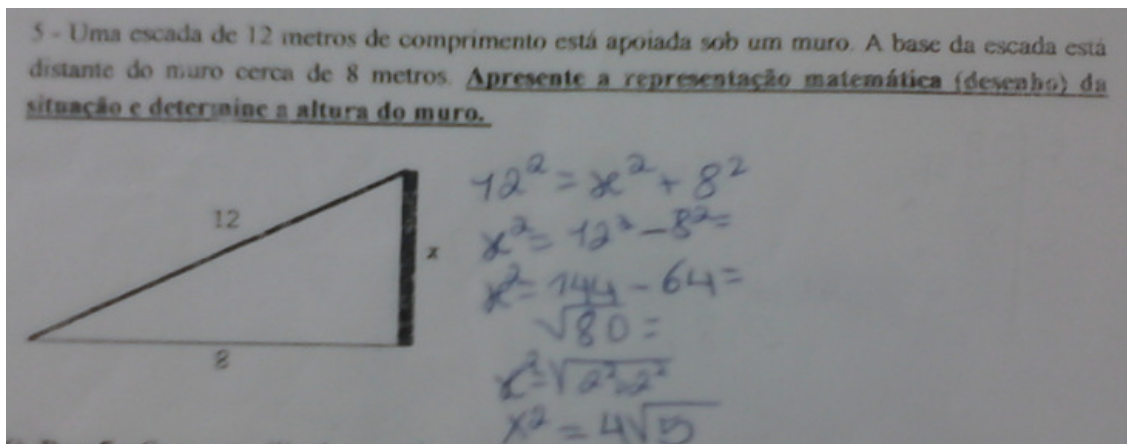


Figura 21: resposta da questão 5 obtida pelos alunos.

O desafio da atividade seis do anexo 3, não foi possível, faltou tempo, mas o motivo maior foi à falta de internet no laboratório, pois uma das idéias era a turma pesquisar as etapas da construção no youtube algo que sem internet é impossível, mas na rede Publica de Ensino isto acontece com freqüência, trabalha com o que tem, mas o importante é dar o melhor com os recursos que se tem a disposição, pretendo realizar o desafio em outro momento, os alunos da turma já perguntaram varias vezes professor quando vamos construir a figura aquela, uma das respostas poderia ser quando a internet voltar a funcionar, mas como pretendo utilizar o laboratório sistematicamente, falei para eles que em outro momento realizaríamos a atividade do desafio.

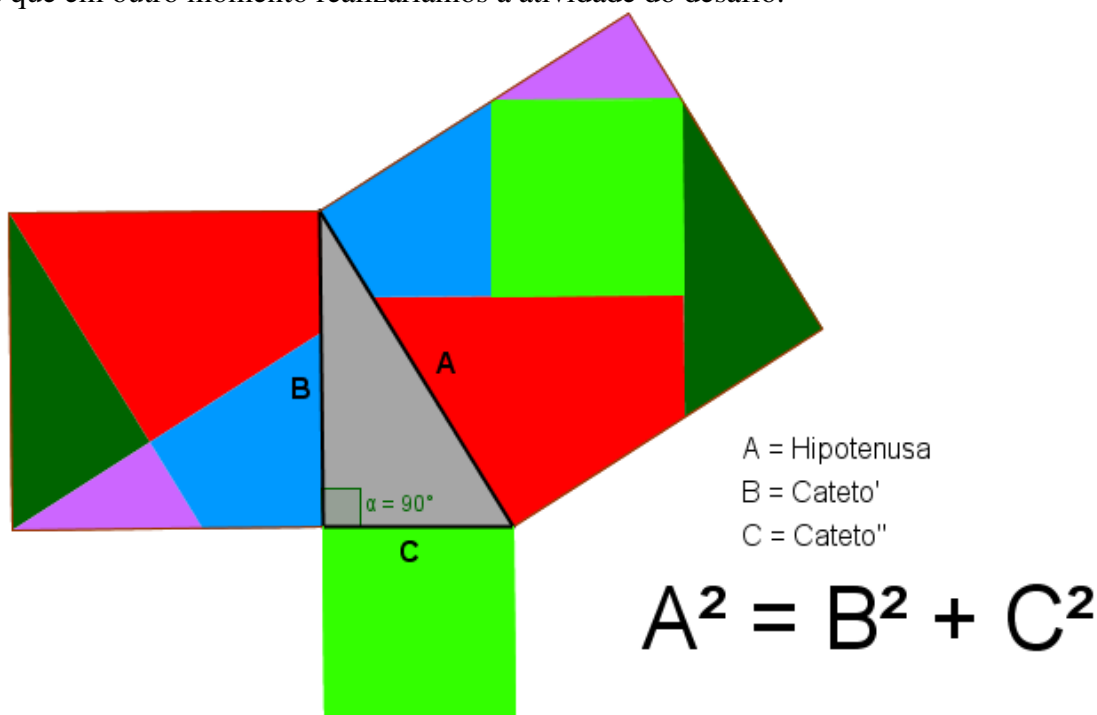


Figura 22: demonstração do teorema de Pitágoras.

## **Cr terios de Avalia o.**

A avalia o do processo de ensino-aprendizagem foi cont nua, atrav s do acompanhamento e verifica o do desempenho individual e das dificuldades apresentadas pelos alunos. Considerou a efetiva participa o nas atividades propostas, o interesse demonstrado e as conclus es apresentadas.

Para verificar mais especificamente o n vel de aprendizagem e suas abordagens, foi analisado se as conclus es apresentadas atenderam aos objetivos elencados para esta proposta de ensino.

A pr tica foi muito boa, teve a participa o da maioria dos alunos e mesmo com algumas dificuldades deu para analisar que com o aux lio de softwares os alunos encontram facilidade em modificar e comparar resultados.

Considero a proposta vi vel, acrescentou muito na constru o do conhecimento, com o aux lio do software os alunos est o visualizando as modifica es e conseguem trabalhar as altera es na mesma figura, conseguindo assim compara es do antes o durante e o depois, mas para futuras aplica es recomendaria primeiro trabalhar com o Geogebra para a partir das coloca es e constata es dos alunos apresentar a classifica o dos tri ngulos e a defini o do teorema de Pit goras, facilitando assim a compreens o das constru es j  feitas com o software e os conceitos te ricos escritos, podendo retornar ao laborat rio para construir e calcular situa es problemas do cotidiano.

## **Considera es Finais.**

Analisando as atividades realizadas, o envolvimento dos alunos durante os encontros, suas constru es e suas respostas, posso concluir que o uso de recursos da inform tica na educa o   uma forma que aux lia o professor durante o desenvolvimento de suas aulas e favorece o interesse e o envolvimento dos alunos em cada atividade proposta, no caso das atividades com os tri ngulos os alunos verificaram que as figuras s o constru das a partir de algumas condi es chamadas de propriedades, encontraram facilidade em trabalhar com o software, j  no teorema de Pit goras demonstraram e calcularam a  rea referente a cada um dos lados corretamente facilitando a demonstra o e comprova o do teorema, mas mesmo sendo softwares de f cil acesso se faz necess rio



que o professor receba uma formação adequada para atuar com estes novos recursos digitais pedagógicos, pois os alunos ao serem desafiados e envolvidos eles solicitam ajuda e tem o professor como um recurso para esclarecer as duvida, nesses casos é fundamental que os professores tenham conhecimentos para auxiliar os alunos, muitos professores não utilizam alguns recursos muitas vezes por não estarem preparados.

Acompanhando o desenvolvimento do trabalho pelos alunos, posso dizer que foi muito bom, os objetivos propostos com relação a demonstração, representação e cálculos foram atingidos, teve o envolvimento de praticamente todos, foi uma atividade de fácil compreensão e os alunos em sua grande maioria se apropriaram dos conceitos matemáticos em estudo, mas foi à primeira atividade deles com o uso do software Geogebra, então é normal que ocorra algumas dificuldades e resistências por parte de alguns alunos. Pretendo realizar outras atividades utilizando recursos tecnológicos, é claro que para obter o envolvimento do grupo todo ou da maioria dos alunos do grupo, o professor deve propor aos alunos atividades criativas que os envolvam e que os próprios alunos verifiquem com clareza qual foi o assunto abordado, o que eles realmente querem descobrir e ter bem claro qual é o objetivo de cada atividade proposta, assim o professor vai conseguir um bom envolvimento por parte dos alunos, vai ser uma aula produtiva, envolvente e realmente vai gerar conhecimento.

Também ficou bem claro para o professor (eu) e para os alunos que trabalhar com o software Geogebra não é difícil, com algumas explicações e demonstrações rápidas, a grande maioria dos alunos resolveram as atividades com facilidade, mas eles mesmos colocaram que encontram muitas dificuldades quando necessitam descrever o que realizaram quais as etapas desenvolvidas, dificuldades ao fazer o uso de linguagem matemática nas descrições, então fica a cargo do professor buscar recursos para minimizar essas dificuldades, trabalhar mais a parte de relatos, descrição de atividades, um desafio para outras propostas.

### **Referências Bibliográficas.**

DANTE, Luiz Roberto. Matemática- Volume único. São Paulo: Ática, 2008.

GIOVANNI, José Ruy, 1937. **A conquista da Matemática: a + nova** / José Rui, Giovanni Júnior, Benedito Castrucci. – Ed. Renovada. – São Paulo: FTD, 2009. – (coleção a conquista da matemática).

GUELLI, Oscar. **Matemática uma aventura do pensamento**. 8º série – 2º edição. São Paulo: Ática, 1998.

GRAVINA, Maria A., **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo**, Tese de Doutorado. Porto Alegre, RS, UFRGS, 2001.

GRAVINA, Maria A., SANTA ROSA, Luciana. M. **Aprendizagem Matemática em ambientes informatizados**. IV Congresso RIBIE, Brasília, 1998.

MEIER, Melissa, **Modelagem Geométrica e o desenvolvimento do pensamento matemático no Ensino Fundamental**. Tese de mestrado. Porto Alegre, RS, UFRGS, 2012.

PIETROPAOLA, R. C. **(Re) significar a Demonstração nos Currículos da Educação Básica e da Formação de Professores de Matemática**. Tese de Doutorado. São Paulo: PUC, 2005.

Trecho do vídeo “**O barato de Pitágoras**”, produzido pela TV Escola-MEC, disponível em domínio público no link do site youtube: <http://www.youtube.com/watch?v=NQjxroaxY8o>. **Duração do vídeo: 5:34 min.**

### **Anexo 1.**

#### **Classificação dos triângulos quanto aos lados.**

Os triângulos pelas características de seus lados são classificados em três tipos.

**Isósceles:** é o triângulo que possui dois lados iguais (congruentes) e um diferente.

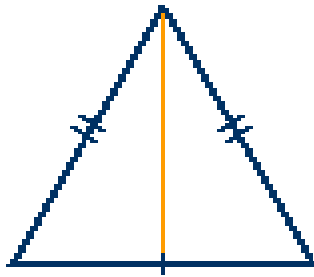


Figura 1: triângulo isóscetes.

**Escaleno:** é o triângulo que possui os três lados diferentes.

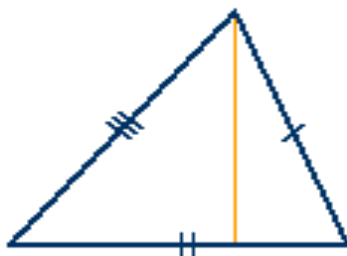


Figura 2: triângulo escaleno.

**Equilátero:** é o triângulo que possui os três lados iguais (congruentes).



Figura 3: triângulo equilátero.

Veja os três triângulos em destaque

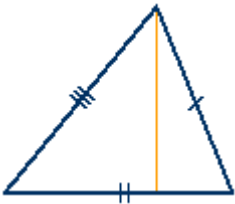
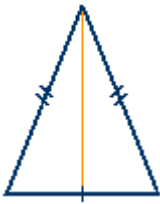
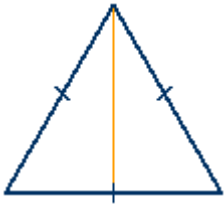
| <b>Escaleno</b><br>(Todos os lados têm comprimentos diferentes)                     | <b>Isósceles – não equilátero</b><br>(Só dois lados com o mesmo comprimento)        | <b>Equilátero</b><br>(Três lados com o mesmo comprimento)                             |
|---|---|---|
|  |  |  |

Figura 4: classificação dos triângulos.

**Classificação quanto aos ângulos.**

Quando consideramos as medidas dos ângulos internos de um triângulo, temos:

**Triângulo acutângulo** é o triângulo que tem os três ângulos agudos (menores que  $90^\circ$ ).

**Triângulo retângulo** é o triângulo que tem um ângulo reto (medida igual a  $90^\circ$ ) e os outros dois ângulos internos são agudos.

**Triângulo obtusângulo** é o triângulo que tem um ângulo obtuso (a medida é maior que  $90^\circ$  e menor que  $180^\circ$ ) e os outros dois ângulos internos são agudos.

### Anexo 2.

- 1) Construir um triângulo equilátero, seguindo suas propriedades, ou seja três lados iguais e descrever as etapas da construção, as propriedades sob efeito de qualquer movimento devem permanecer.
- 2) Construir um triângulo retângulo e isósceles, descrever as etapas da construção.
- 3) Tem como construir um triângulo retângulo e equilátero.
- 4) Construir um triângulo que seja ao mesmo tempo escaleno e obtusângulo.

### Anexo 3.

1- Complete:

A – Um triângulo retângulo apresenta \_\_\_\_\_ ângulos agudos e 1 ângulo reto

B – A \_\_\_\_\_ é o estudo matemático que relaciona as medidas de uma região triangular.

C – A \_\_\_\_\_ dos ângulos internos de um \_\_\_\_\_ é  $180^\circ$

D – O \_\_\_\_\_ indica que a hipotenusa ao quadrado é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

E- Um ângulo reto tem \_\_\_\_\_ graus.

2) Construa um triângulo retângulo a partir de suas propriedades matemáticas e determine a área de cada um dos seus lados, verifique se realmente a soma da área dos dois catetos é igual a área do quadrado construído sob a hipotenusa. Aumente ou reduza apenas o comprimento do triângulo e verifique se a afirmação de Pitágoras continua verdadeira, justifique sua resposta.

3) No mesmo triângulo da atividade 2, modifique agora apenas a altura e verifique se continua verdadeira a afirmação feita por Pitágoras com relação a área construída sob os lados de qualquer triângulo retângulo. Justifique sua resposta.

4 - Um ciclista acrobático vai atravessar de um prédio a outro com uma bicicleta especial, percorrendo a distância sobre um cabo de aço, como demonstra o esquema a seguir:

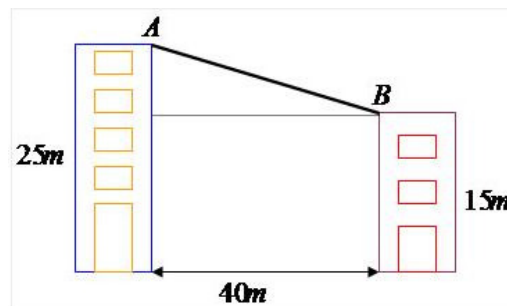


Figura 17: representação da atividade 4.

**PERGUNTA:** Apresente a representação matemática (desenho) da situação e determine a medida mínima do comprimento do cabo de aço?

5 - Uma escada de 12 metros de comprimento está apoiada sob um muro. A base da escada está distante do muro cerca de 8 metros. **Apresente a representação matemática (desenho) da situação e determine a altura do muro.**

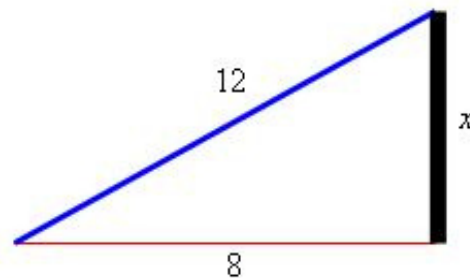


Figura 20: construção para representar a atividade 5.

**6) Desafio:** Com o auxílio do geogebra, construir a demonstração do teorema de Pitágoras e explicar as etapas de construção.