



TEOREMA DE PITÁGORAS ATRAVÉS DO SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA GEOGEBRA

Edilaine Carvalho Fochezatto – edilaine_fochezatto@yahoo.com.br – Balneário Pinhal

Maria Paula G. Fachin - mpfachin@mat.ufrgs.br – UFRGS

Resumo: Este trabalho busca aperfeiçoar a prática realizada da Engenharia Didática, aplicada em uma turma de 8ª série/9º Ano do Ensino Fundamental. Após a primeira experiência com a aplicação do trabalho e sua respectiva análise, este trabalho vem destacar a Geometria Dinâmica através do software GeoGebra, abordando o Teorema de Pitágoras como conteúdo norteador do trabalho. O trabalho aborda a relevância da Tecnologia para as aulas de Matemática e o estudo da Geometria Dinâmica em uma nova abordagem.

Palavras-chave: Teorema de Pitágoras; GeoGebra; Geometria.

1. Introdução

Leciono na rede Estadual há três anos. Neste período trabalhei com seis turmas de 8ª série/9º Ano. Quando inicio o conteúdo de Geometria, tenho percebido que os alunos têm muita dificuldade em entender e visualizar uma aplicação desse conteúdo. Frequentemente eles não possuem conhecimentos de Geometria básica para prosseguir com a aprendizagem e, portanto, teria que ser feita uma nova abordagem dos conceitos básicos.

Quando apresento o Teorema de Pitágoras, tenho verificado que os alunos encontram dificuldade para compreender que o Teorema só pode ser aplicado em um triângulo retângulo. Isto ocorre após serem trabalhados os conceitos de triângulo retângulo. Se um triângulo retângulo mudasse de posição os alunos já não sabiam mais identificá-lo

como tal. Também apresentam dificuldade em relacionar o cálculo de áreas com o Teorema de Pitágoras.

Este trabalho, com a utilização do software de Geometria Dinâmica GeoGebra, tem por objetivo facilitar a compreensão do Teorema de Pitágoras e também a introdução das relações métricas no triângulo retângulo. Para isto, buscamos aperfeiçoar a Engenharia Didática que foi aplicada no Colégio Estadual Antônio Gomes Corrêa, localizada na cidade de Gravataí, com uma turma de 9º Ano (8ª série) no ano de 2014. Para aprimorar a proposta de ensino que foi aplicada, trarei novas abordagens de ensino do mesmo conteúdo, visando uma melhor compreensão dos alunos.

2. Desenvolvimento

2.1- Referencial Teórico

A fundamentação teórica deste trabalho será desenvolvida nas próximas seções e contempla os tópicos: Tecnologia na Educação e Geometria Dinâmica; Software de Geometria Dinâmica GeoGebra; Engenharia Didática e Teorema de Pitágoras.

2.1.1 Tecnologia na Educação e Geometria Dinâmica

O uso da tecnologia está em alta com os avanços que a sociedade enfrenta a cada dia. Com a evolução da tecnologia em todos os ambientes, o seu uso na Educação não poderia ser descartado, pois ela pode ser uma ferramenta para aprimoramento dos conhecimentos dos alunos, podendo ser um aliado na aprendizagem dos conteúdos trabalhados em sala de aula.

Kenski (2007, p.45 apud MEDEIROS 2012, p.53-54) ressalta que:

As novas tecnologias de comunicação (TICs), sobretudo a televisão e o computador, movimentaram a educação e provocaram novas mediações entre a abordagem do professor, a compreensão do aluno e o conteúdo veiculado, a imagem, o som e o movimento oferecem informações mais realistas em relação ao que está sendo ensinado. Quando bem utilizadas provocam a alteração dos comportamentos de professores e alunos, levando-os ao melhor conhecimento e maior aprofundamento do conteúdo estudado.

A tecnologia na Educação Matemática vem como recurso para auxiliar os professores a abordarem os conteúdos matemáticos de uma forma diferenciada, saindo da rotina, buscando levar um conhecimento mais amplo e dinâmico para a disciplina.

Oliveira (2009, apud MEDEIROS 2012) afirma que o uso das TICs pode fazer transformações positivas no ensino e na aprendizagem, cabendo ao professor escolher a melhor tecnologia para administrar esta nova etapa. Ressalta também, que não é a tecnologia que irá melhorar o processo, mas sim, as intervenções críticas que podem vir a acontecer para ser um elemento mediador da aprendizagem do conteúdo matemático. O professor tem que estar seguro do seu objetivo na mediação entre o software e o conteúdo.

Richards (apud GRAVINA 1999, p. 76-77) complementa que:

É necessário que o professor de matemática organize um trabalho estruturado através de atividades que propiciem o desenvolvimento de exploração informal e investigação reflexiva e que não privem os alunos nas suas iniciativas e controle da situação. O professor deve projetar desafios que estimulem o questionamento, a colocação de problemas e a busca de solução. Os alunos não se tornam ativos aprendizes por acaso, mas por desafios projetados e estruturados, que visem a exploração e investigação.

Assim, o professor tem que estar seguro dos objetivos que pretende atingir com sua proposta de ensino, focando na aprendizagem e aguçando a vontade do aluno para o aprendizado. Dalabona (2005 apud BRESSIANI 2011, p.20) reforça que:

Nesse novo contexto o professor passa a desempenhar novos papéis – orientador, facilitador, estimulador – sendo necessário que, além de dominar os conteúdos, ele conheça novas formas de trabalhar os mesmos. Portanto, cabe ao professor, familiarizar-se com ferramentas para poder pensar essas mudanças, discuti-las e participar ativamente da construção dessa nova proposta de trabalho.

Bressiani (2011) enfatiza que o modo como os alunos se relacionam com a matemática tende a mudar, pois o material digital tem o propósito de fazer com que ela esteja inserida no mundo do aluno, facilitando a compreensão dos conteúdos abordados.

Convém ressaltar, também, que uma das razões, é o fato de a Geometria ser pouco explorada nas aulas de Matemática é o fato dos professores não terem domínio do conteúdo ou a escola cobrar o uso do livro didático e o livro não explorar o conteúdo. Lorenzatto (apud MEDEIROS, 2012), “aponta duas evidências para a omissão dos

professores no ensino da Geometria: falta de conhecimentos geométricos e a exagerada importância de seguir somente as atividades contempladas no livro didático”.

Gravina (2001) complementa que a escola não se mobiliza quanto ao aprendizado em Geometria, não fornecendo recursos para que este conteúdo seja explorado. Os livros didáticos tratam a Geometria como se fosse um dicionário de definições e propriedades geométricas. Os professores realizam um trabalho superficial, não estimulador quanto à exploração do conteúdo, por não possuírem estratégias pedagógicas adequadas para a situação. Gravina e Santarosa (1999) defendem que o conhecimento matemático fica parado ao se observar uma aula ‘clássica’ ou através dos livros didáticos, dificultando a construção do conhecimento, passando a ser um conjunto de símbolos e desenhos a serem memorizados.

As autoras Gravina e Santarosa (1999, p.78) acrescentam que:

No processo de ensino e aprendizagem, a transição na natureza dos objetos sobre os quais os alunos aplicam as ações é uma questão central. O mundo físico é rico em objetos concretos para o início da aprendizagem em Matemática, no geral de caráter espontâneo. Mas se o objetivo é a construção de conceitos mais complexos e abstratos, estes não tem suportes materializados, entrando em jogo a ‘concretização mental’, que nem sempre é simples, mesmo para o matemático profissional. Este tipo de aprendizagem nem sempre tem caráter espontâneo e exige muitas vezes a construção de conceitos que são até mesmo, num primeiro momento, pouco intuitivos, portanto dependendo de muita ação mental por parte do aluno.

Para a aprendizagem em Geometria se tornar significativa, deve-se explorá-la desde quando a criança inicia a educação escolar, através de material concreto. Fenômenos que a rodeiam podem vir a ser explorados para a compreensão. Esta condução deve ser contínua e estimuladora, para não se tornar algo desinteressante para os alunos.

Gravina (2001, p.4) defende que “Os recursos informáticos hoje disponíveis estimulam a busca de estratégias pedagógicas favoráveis à construção de conhecimento em geometria, para além do que vem fazendo a escola”. Laborde (apud MEDEIROS, 2012) destaca a potencialidade do uso dos softwares como ferramenta didática, por gerar motivação nos alunos desenvolvendo a aprendizagem dos conceitos geométricos através das dificuldades que eles possuem, possibilitando uma conexão entre diversos conteúdos de Matemática.

Devido à dificuldade da compreensão do conteúdo de Geometria, uma das alternativas que vem sendo explorada para que a aprendizagem seja significativa é a utilização de softwares de Geometria Dinâmica. Gravina (2001, p.6-7) afirma que:

Na superação de dificuldades inerentes a aprendizagem de geometria, os ambientes dinâmicos já se revelam como ferramentas promissoras. Pesquisas atestam o potencial desses ambientes, sobretudo no aspecto concernente à construção de conceitos em geometria: *construtos* individuais, até então deformados por imagens prototípicas, são construídas através do “desenho em movimento”, colocando em sintonia os significados individuais e os significados inseridos na geometria enquanto teoria matemática.

Através de softwares de Geometria Dinâmica, a capacidade de compreensão do conteúdo para o aluno se intensifica, pois ele passa a visualizar as formas geométricas por outros aspectos e a conhecer as propriedades que cercam a construção realizada. Gravina e Santarosa (1999, p.81) complementam que:

O aluno cria seus próprios modelos para expressar ideias e pensamentos. Suas concretizações mentais são exteriorizadas. Uma vez construído o modelo, através dos recursos do ambiente, o aluno pode refletir e experimentar, ajustando e/ou modificando suas concepções. Neste sentido, os ambientes são veículos de materialização de ideias, pensamentos e mais geralmente de ações do sujeito.

Com a utilização dos softwares de Geometria Dinâmica, os alunos podem vir a criar outro ponto de vista de como a Geometria está inserida no seu cotidiano, contribuindo para a compreensão do que está sendo proposto pelo professor nas aulas. Serres (2008, apud BRESSIANI 2011) defende que a tecnologia pode e deve contribuir para o aprendizado, auxiliando também o professor a mudar suas estratégias e metodologia de ensino. O professor deve incentivá-los a indagar, analisar de forma crítica o que está sendo trabalhado, e não levar conceitos prontos.

Gravina (1999, p.63) complementa o que Serres defende:

É necessário que os conceitos empíricos e espontâneos sejam postos em discussão para que recebam reelaboração e depuração. Não basta o professor apresentar, de forma pronta e acabada, os objetos geométricos para os alunos, privados das necessárias reflexões, resistem aos conceitos que participam do modelo. E mais: sem este processo construtivo, o significado e a importância de um conceito tornam-se a eles inacessíveis [...].

Para que o processo de aprendizagem de Geometria seja construído durante as aulas com os recursos tecnológicos, o professor deve levar atividades exploradoras e dinâmicas para os alunos, para construírem com o professor conceitos e considerações sobre o que está sendo estudado.

Gravina e Santarosa (1999, p.86) defendem que:

Mas os ambientes informatizados, na sua forma que se apresentam hoje, por si só, não garantem a construção do conhecimento. Para que haja avanço no conhecimento matemático, é importante que o professor projete as atividades a serem desenvolvidas. Uma tarefa difícil de se conciliar é o que se julga importante a ser aprendido (e é matemática aceita que fornece os parâmetros para tal) com a liberdade de ação do aluno. Assim, por exemplo, se o objetivo é o aprendizado da Geometria, atividades devem ser projetadas para tal. Não basta colocar a disposição do aluno um programa de construção em Geometria; o aluno certamente vai aprender alguma coisa. Mas a apropriação de ideias matemáticas significativas nem sempre acontecem de forma espontânea, mesmo nestes ambientes, e assim um trabalho de orientação por parte do professor, se faz necessário. São os desafios propostos pelo professor que vão orientar o trabalho, desafios estes que se formam de genuíno interesse dos alunos, desde que não sejam eles privados de suas ações e explorações.

Os professores, ao trabalharem em suas aulas com softwares dinâmicos, devem sempre estar atentos para a construção do saber dos alunos, as aulas devem ser bem elaboradas e com objetivos específicos para serem atingidos. Porém, devem sempre ter em mente que o aluno deve realizar uma exploração pelo software e construir seu conhecimento através de suas dúvidas e descobertas realizadas no manuseio do mesmo.

2.1.2 Software de Geometria Dinâmica GeoGebra

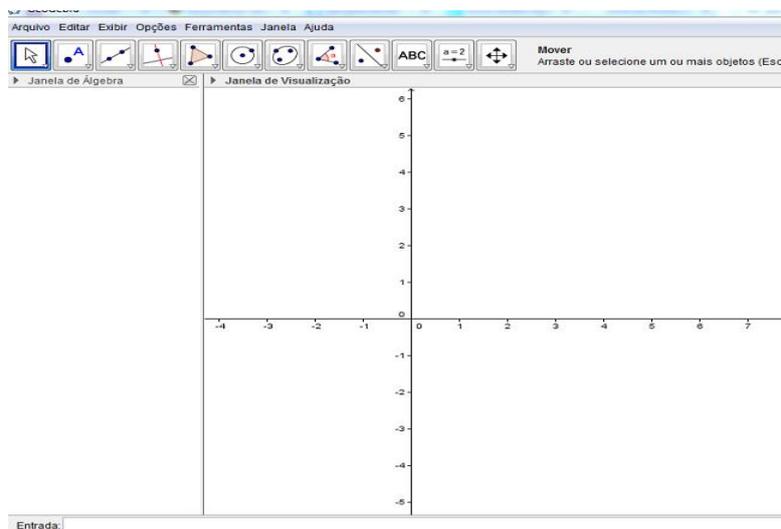
O software de Geometria Dinâmica GeoGebra é o programa escolhido para a realização deste trabalho. A escolha deu-se pelo fato de ser o programa que encontrava-se instalado nos computadores da escola e por contribuir para o ensino da Geometria possibilitando aos alunos realizarem suas construções de maneira dinâmica e interativa.

Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um software gratuito, disponível no link <https://www.geogebra.org/>. Construído para o ensino e a aprendizagem da matemática nos diferentes níveis de ensino, do básico ao superior. O programa reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos no mesmo ambiente. O GeoGebra ganhou popularidade no ensino e aprendizagem no mundo.

Foi traduzido para 58 idiomas e é utilizado em 190 países e baixado por 300.000 usuários por mês (NASCIMENTO, 2012).

O GeoGebra possui várias ferramentas para desenvolver as construções geométricas. Possui duas janelas: a janela de Álgebra, que exibe objetos aritmético-algébricos e a janela de visualização, que exibe a área do desenho. Associada à janela de Álgebra, existe o campo de entrada no qual podem ser digitados comandos analíticos para o traçado de objetos do desenho (RIBEIRO, 2012). Na figura 1 podemos ver o interface do GeoGebra.

Figura 1: Interface do Geogebra



Fonte: A autora

A última versão do GeoGebra disponível é a 5.0, no qual as construções podem ser realizadas e vistas em dimensão 3D. Também existe o GeoGebraTube através do qual construções e vídeos podem ser compartilhados.

2.1.3 Engenharia Didática

A proposta deste trabalho foi desenvolvida a partir de uma Engenharia Didática. Entende-se que Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa realizada através de situações didáticas em sala de aula. É uma metodologia experimental, analisada com base na observação dos acontecimentos durante a pesquisa. A Engenharia Didática possibilita ao professor repensar a prática que vem sendo realizada em suas aulas e a prática escolar

torna-se cenário para reflexão, refletindo em propostas inovadoras para o ensino (ARTIGUE, 1996 apud SILVA; BARONE; BASSO, 1996).

Gomes (2008) defende que a Engenharia Didática é um estudo que visa unir a pesquisa à prática, focando no ensino da Matemática. Ela abrange quatro etapas: Análises Prévias, Concepção e Análise a Priori, Experimentação e Análise a Posteriori e Validação da Experiência.

Na primeira etapa, a Engenharia é realizada através da coleta de dados antes da execução da pesquisa, para fazer uma reflexão dos objetivos a que se pretende chegar, para uma intervenção no ensino. Na segunda etapa, é feita a descrição das atividades ou o plano de ação que será executado e pressupor quais serão os resultados. Durante a experimentação, são coletados e organizados os materiais produzidos pelos alunos. Após a aplicação da Engenharia Didática, é feita uma análise dos materiais e resultados obtidos em relação aos objetivos que foram propostos durante a pesquisa. A Validação da pesquisa é realizada após a verificação se a Análise Priori e a Análise Posteriori ocorreram conforme o esperado ou se houve distorções entre as duas (GOMES, 2008).

Para complementar o que Gomes referiu-se, Silva, Barone e Basso (2014) salientam:

Observamos que a engenharia didática constitui uma metodologia cíclica, ou seja, o professor pode durante a execução do seu roteiro de atividades (fase 3) se deparar com novas dificuldades apresentadas pelos alunos e que não foram detectadas anteriormente (fase 1). Neste momento o professor pode redefinir também a sua concepção do experimento e criar hipóteses adicionais, ou ainda refutar alguma das hipóteses anteriores. Assim, uma readaptação da proposta metodológica visa a contribuir na construção e aprendizagem dos conceitos de matemática pelos alunos.

A Engenharia Didática pode ser usada em pesquisas de um determinado conteúdo com objetivos específicos em particular, para criação de novos conceitos matemáticos. Ela visa trazer uma aula com novos conceitos e experiências, buscando novos rumos para a aprendizagem da Matemática.

2.1.4 Teorema de Pitágoras

O assunto escolhido para o desenvolvimento desta engenharia didática foi o Teorema de Pitágoras. O Teorema de Pitágoras é comumente apresentado aos alunos a

partir do 8º ano do Ensino Fundamental, dependendo do cronograma estabelecido pela escola.

Pitágoras nasceu na ilha de Samos, nas costas da Ásia Menor, por volta de 572 a.C. Aos 18 anos mudou-se para a ilha de Lesbos, tendo estudado filosofia. Após mudou-se para Mileto, possivelmente para seguir os ensinamentos de Tales. Mudou-se para o Egito para aprender os saberes locais, possivelmente havendo influência de Tales para tal decisão. Foi aceito como aluno em Tebas, na Grécia, onde permaneceu por 20 anos. Retornou a Samos para dedicar-se ao ensino, mas não obtendo interessados, emigrou para a colônia grega de Crotona, no sul da Itália, na qual fundou uma escola com muita influência em Filosofia, Ciências e principalmente em Matemática. Pitágoras é considerado o pai da Matemática (OLIVEIRA, 2008, p.5).

Segundo Ramos (2012. p.39) “Apesar de o teorema receber o nome de Pitágoras sabe-se que seu conteúdo era conhecido muitos séculos antes por babilônios, egípcios e chineses. É provável que Pitágoras tenha tido contato com este fato geométrico em suas andanças pelo Egito”.

2.1.4.1 Pesquisa Bibliográfica

Através de uma pesquisa realizada em livros didáticos, foi realizada uma análise de como os autores abordam o Teorema de Pitágoras. Dante (2012) relata a história do Teorema de Pitágoras pelos babilônios que se expressavam por enigmas através de uma tábua de argila, e salienta que quem chegou à fórmula do Teorema foram os gregos no século VI a.C. O autor apresenta o Teorema através das relações métricas no triângulo retângulo e semelhança de triângulos. Giovanni e Castrucci (2002) introduziram o assunto com as propriedades do triângulo retângulo. Descrevem que os egípcios usavam uma corda com 12 nós para a construção de um triângulo retângulo particular para obter “cantos” em ângulos retos. A partir da construção dos egípcios, os autores salientam que é possível construir quadrados sobre os lados dos triângulos, estabelecendo uma relação entre as medidas dos lados desse triângulo particular. Demonstra o Teorema de Pitágoras através de figuras geométricas que envolvem suas áreas.

Em sua edição renovada, os autores Giovanni e Castrucci (2009) citam o mesmo triângulo feito pelos egípcios com o uso de cordas, mas na exemplificação do Teorema usam um mosaico com vários triângulos retângulos, comprovando, assim, o Teorema de

Pitágoras. Iezzi, Dolce e Machado (2005) relatam a história de Pitágoras por um breve texto, mas salientam que a demonstração dada por Pitágoras deve ter sido uma demonstração geométrica, baseada na comparação de áreas. Ainda ressaltam que centenas de demonstrações deste Teorema já foram feitas depois de Pitágoras e ainda desafia os leitores a descobrirem outras demonstrações do Teorema. Bigode (2012) descreve uma breve história de Pitágoras e exemplifica uma demonstração prática para ser construída pelos alunos com a utilização de uma folha de papel. Ainda mostra em sua obra a espiral pitagórica, que é construída a partir de uma sequência de triângulos retângulos.

Com as análises realizadas em alguns livros didáticos, pode-se concluir que a demonstração do Teorema de Pitágoras muitas vezes fica restrita a ilustrações de figuras geométricas. Dos livros vistos, somente Bigode usou uma forma prática de demonstração para ser usada com os alunos.

2.2 Atividade Prática

Para a realização desta Engenharia Didática, pensou-se em trabalhar com o software de Geometria Dinâmica GeoGebra para uma melhor compreensão do que é o Teorema de Pitágoras. Também se pensou em realizar uma atividade prática para mostrar aos alunos onde o Teorema pode ser usado, saindo da rotina de somente reproduzir exercícios mecânicos.

Com relação às aplicações da Matemática, Lima (1999, p.5-6) ressaltou que:

As aplicações constituem para muitos alunos de nossas escolas, a parte mais atraente (ou menos cansativa) da Matemática que estudam. Se forem formuladas adequadamente, em termos realísticos, ligados a questões e fatos da vida atual, elas podem justificar o estudo, por vezes árido, de conceitos e manipulações, despertando o interesse da classe. Encontrar aplicações significativas para a matéria que está expondo é um desafio e deveria ser uma preocupação constante do professor. Elas devem fazer parte das aulas, ocorrer em muitos exercícios e ser objeto de trabalhos em grupos.

O professor fica com o dever de procurar situações em que o conteúdo que vem a ser abordado faça algum sentido para os alunos. Lima (1999, p.6) ainda salienta que “a falta de aplicação para os temas estudados em classe é o defeito mais gritante do Ensino de Matemática em todas as séries escolares. Ele não poderá ser sanado sem que a conceituação seja bem reforçada”.

As aulas foram desenvolvidas em duplas no laboratório de informática e no pátio da Escola, visando favorecer a aprendizagem dos alunos. O objetivo principal deste trabalho foi desenvolver a compreensão e aplicabilidade do Teorema de Pitágoras, que diz que: “a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa”, regra esta, que só se aplica no triângulo retângulo.

As aulas foram divididas em quatro momentos. O primeiro momento foi realizado em sala de aula, com duração de um período, para poderem responder um questionário de introdução à pesquisa.

O segundo momento foi realizado no laboratório de informática, com duração de três períodos, onde foi realizado a construção do Teorema de Pitágoras com a utilização do Software GeoGebra e as instruções da Professora-Pesquisadora. O terceiro momento foi realizado no laboratório de informática. Após o término da Construção do Teorema no software matemático, os alunos responderam um questionário referente ao processo realizado no software.

O quarto momento foi realizado no pátio da Escola com duração de dois períodos, onde os alunos fizeram a aplicação do Teorema de Pitágoras em situações do cotidiano.

1º Momento:

No primeiro momento foi realizada a análise a priori da Engenharia, realizando uma sondagem com os alunos. Os alunos receberam um questionário para responderem com suas opiniões e conhecimentos que já haviam sido estudados em sala de aula.

1- O que é o Teorema de Pitágoras?

Resposta dos alunos: Oito alunos reproduziram a fórmula do teorema de Pitágoras e três destes alunos mencionaram que a fórmula é utilizada para encontrar o valor da Hipotenusa. Algumas respostas foram: “*É a fórmula $a^2=b^2+c^2$ para descobrir o valor da Hipotenusa*”; e também “*A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da Hipotenusa*”.

Seis alunos deram respostas assim: “*É a soma da Hipotenusa com os catetos*”, “*É a soma dos quadrados da Hipotenusa*”, “*É a soma dos quadrados dos catetos*”.

Dois alunos relacionaram a História do Teorema com questão respondendo que “*É o cálculo que Pitágoras inventou*” e “*Foi um Teorema criado por um Matemático*”.

chamado Pitágoras”. Um aluno deixou a questão em branco e outro aluno respondeu “*Forma dos ângulos*”.

2- Qual o objetivo que se tem ao utilizar o Teorema de Pitágoras?

Resposta dos alunos: Treze alunos responderam que “*seria para encontrar o valor da Hipotenusa*”, um respondeu que “*seria para achar a fórmula dos ângulos*”, e também houve respostas como “*É utilizado para medir Ângulos de um lugar*”, “*Desenvolver procedimentos geométricos que auxiliem na assimilação do Teorema de Pitágoras*” e “*Calcular fórmulas e distâncias*” e um aluno não respondeu.

3- Quando se pode usar o teorema de Pitágoras?

Resposta dos alunos: Quatro alunos fizeram a relação do uso do Teorema como meio de descobrir distância, comprimento ou perímetro de um certo local. Um aluno respondeu que seria “*para achar ângulos*”. Um aluno não respondeu. Dois alunos responderam que “*seria utilizado para descobrir o valor de uma área*” e os demais alunos responderam esta questão fazendo relação para “*medir objetos ou coisas*”.

2º Momento:

Foi entregue aos alunos o roteiro para a construção do Teorema de Pitágoras no Geogebra.

O Segundo momento foi realizado no laboratório de Informática. Os alunos se reuniram alguns em duplas e outros sozinhos. Foram orientados em que o seu/sua parceiro (a) também manipulasse o computador.

Durante a construção no Geogebra, quando solicitei a eles fazer uma reta perpendicular ao segmento que já haviam criado, perguntei-lhes o que havia se formado naquele momento. Alguns alunos souberam responder que era um ângulo reto. Questionei novamente o que era um ângulo reto e responderam que é um ângulo que possui 90 graus.

Durante a realização da construção não ocorreram problemas com o manuseio e a construção da figura e mantiveram-se atentos às instruções dadas.

Passo 1: Criar um segmento de reta definido por dois pontos  Segmento (segmento AB);

Passo 2: Criar uma reta perpendicular ao segmento AB passando pelo ponto A



Reta Perpendicular

(reta b);

Passo 3: Criar um ponto na reta b  Ponto (ponto C);

Passo 4: Criar uma reta definida por dois pontos  Reta, clicando nos pontos C e B;

Passo 5: Com a ferramenta polígono  Polígono, fechar o polígono passando pelos pontos ABCA;

Passo 6: Com a ferramenta polígono regular  Polígono Regular, clicar nos pontos C e B. Abrirá uma janela solicitando os números de vértices para o polígono, digite 4 e clique em OK;

Passo 7: Com a ferramenta polígono regular  Polígono Regular, clicar nos pontos B e A. Abrirá uma janela solicitando os números de vértices para o polígono, digite 4 e clique em OK;

Passo 8: Com a ferramenta polígono regular  Polígono Regular, clicar nos pontos A e C. Abrirá uma janela solicitando os números de vértices para o polígono, digite 4 e clique em OK;

Passo 9: Com a ferramenta distância, comprimento ou perímetro  Distância, Comprimento ou Perímetro, clique em cada lado dos polígonos;

Passo 10: Com a ferramenta área  Área, clique em cada um dos quadrados e observe os valores.

3º Momento:

Foi entregue um questionário para uma reflexão sobre a figura construída no software GeoGebra.

- 1- Referente à construção do triângulo ABC:
 - a) Que polígono foi formado?

Resposta dos alunos: Dezesete alunos responderam que foi um “*triângulo retângulo, pois possui um ângulo reto*”, um aluno não respondeu a pergunta.



b) No triângulo ABC com a utilização da ferramenta ângulo , clique no ponto A, C e depois B. Novamente com a ferramenta ângulo clique nos pontos C, B e A. Após com a mesma ferramenta clique nos pontos B, A e C.

c) Quais as características dele?

Resposta dos alunos: Dois alunos responderam que “*tem três lados diferentes e um ângulo reto*”. Três alunos responderam que ele possui “*três ângulos retos*”. Nove alunos responderam que “*Possui três ângulos*”, dois alunos responderam novamente “*triângulo retângulo porque tem um ângulo reto*” e dois alunos não responderam a questão.

d) Como o triângulo se classifica em relação aos seus ângulos?

Resposta dos alunos: Dezesete alunos responderam que “*é um triângulo retângulo*” e um aluno não respondeu à questão.

2- Na figura formada quais polígonos você observa?

Resposta dos alunos: Quinze alunos responderam “*três quadrados e um triângulo*”, dois alunos responderam “*três quadrados e um retângulo triângulo*” e “*três quadrados, um triângulo e um triângulo retângulo*” e um aluno não respondeu.

3- Como calculamos a área de um quadrado?

Resposta dos alunos: Treze alunos responderam que era “*só elevar o lado ao quadrado*”, dois alunos colocaram a fórmula $\text{base} \times \text{altura}$, um aluno respondeu que “*basta elevar o valor ao quadrado*”, outro aluno respondeu “*calcule o número do lado ao quadrado assim você acha a área total*” e um aluno não respondeu.

4- Some as duas menores áreas e compare a soma obtida com a área maior do quadrado, o que você observa?

Resposta dos alunos: Dez alunos colocaram os cálculos mas não responderam a pergunta, sete alunos responderam que “*a soma dos dois quadrados menor da o resultado do quadrado maior*” e um aluno não respondeu.

5- O que acontece com a figura quando a movemos no GeoGebra?

Resposta dos alunos: Três alunos responderam que “*muda as medidas mas não a figura*”, três alunos especificaram os pontos que movimentaram e as conseqüências que perceberam na figura “*ponto A: amplia ou diminui a figura; ponto B: gira a figura mas, continua no mesmo lugar*”. Um aluno respondeu “*O número da área dos quadrados*”, e outro aluno respondeu o mesmo só complementou que eles mudam. Sete alunos responderam que “*o desenho muda, mas, o ângulo fica igual*”. Dois alunos responderam que “*os valores das áreas e as distâncias mudam, mas continuam em 90°*” e um aluno não respondeu.

4º Momento:

Aplicação do Teorema de Pitágoras na Escola

Os alunos com suas duplas e os recursos (trena, lápis, papel e calculadora), utilizaram o Teorema de Pitágoras para calcular a altura de seus colegas através da sua sombra em relação ao sol utilizando o Teorema de Pitágoras. Também fizeram a medição da altura de nossa rampa de acessibilidade para cadeirantes. Tiveram como desafio encontrar dentro das dependências da Escola algo a mais onde pudessem aplicar o Teorema de Pitágoras.

Após ouvirem a proposta de aplicação sugerida pela Professora, os alunos reuniram-se em grupo para iniciar a aplicação do trabalho, pois alguns não haviam trazido o material necessário. Com o uso de trena, caderno e caneta para anotações, começaram a medir as rampas de acesso de cadeirantes. Houve grupos que não sabiam as unidades de medidas da trena, anotando em polegadas ao invés de centímetros. Outro grupo estava anotando as três medidas da rampa, sem entender qual era o objetivo do trabalho.

Após a medição das rampas, fomos até a quadra da escola onde o espaço em que o sol se concentrava era maior. Expliquei como fazer a medição, solicitei que encontrassem a altura do colega com relação à sombra que se projetava através do sol. Questionei-os se era possível utilizar o Teorema para achar a altura do colega, e eles responderam que sim. Observei que para utilizar o teorema teríamos que ter um ângulo reto e perguntei onde o

mesmo se encontrava. Alguns alunos responderam “que ele estava em relação as pernas se encontrando com o chão”.

Após as medições realizadas, retornamos à sala de aula para registrarmos os dados registrados durante a aplicação. Após eles realizarem os cálculos, vieram me questionar o porquê de os cálculos não estarem fechando com a altura do colega. Questionei-os em relação a como eles tinham feito as medições, se haviam feito como a explicação. Alguns alunos responderam-me que não haviam considerado o tamanho do pé de seu colega; outro disse que havia medido a partir do início da testa do colega, não da parte de trás da cabeça dele. Expliquei que como a medição não havia sido precisa o valor seria aproximado, mas incentivei-os a continuar com a realização do trabalho.

2.3 Hipóteses e Análise da Pesquisa Realizada

Conforme o desenvolvimento do trabalho estabeleceu-se algumas hipóteses sobre o que poderia vir a acontecer com o progresso das atividades propostas. Descrevo a seguir as que considerei significativas para dar relevância ao trabalho e as análises realizadas após a aplicação do mesmo.

a) Hipótese 1: Pressupõe-se que os alunos durante a realização da atividade demonstrem interesse e entusiasmo pelo trabalho.

Com relação à Hipótese 1, pode-se concluir que os alunos ficaram motivados e entusiasmados para a aprendizagem, exceto por um único aluno que não demonstrou interesse pela atividade proposta, pois manteve-se afastado dos computadores e entregou o questionário em branco.

b) Hipótese 2: Pressupõe-se que os alunos saibam responder o primeiro questionário realizado.

Com relação à Hipótese 2, pode-se perceber que alguns alunos ainda não haviam entendido o conceito do Teorema de Pitágoras para responderem o questionário.

c) Hipótese 3: Pressupõe-se que os alunos apresentem algumas dificuldades ao manusear o Software Geogebra.

Com relação à Hipótese 3, os alunos não tiveram dificuldades em manusear o software GeoGebra, pois tiveram como apoio os passos a seguir para a construção da atividade proposta.

d) Hipótese 4: Pressupõe-se que os alunos entendam o Teorema de Pitágoras e seus conceitos.

Com relação à Hipótese 4, pode-se perceber que grande maioria dos alunos entendeu qual o objetivo que se tem ao utilizar o Teorema de Pitágoras.

e) Hipótese 5: Pressupõe-se que os alunos dominem a operação de Potenciação.

Com relação à Hipótese 5, pode-se perceber que os alunos sabem a operação de Potenciação.

f) Hipótese 6: Pressupõe-se que os alunos saibam usar a trena.

Com relação à Hipótese 6, pode-se perceber que alguns alunos não sabiam utilizar a trena, não sabiam as unidades de medidas da trena.

2.4 Nova Abordagem

Para a realização deste trabalho, pensou-se em uma nova proposta didática, com novos objetivos a serem alcançados e explorando a geometria Dinâmica. Na primeira aplicação a atividade que foi desenvolvida com os alunos foi muito dirigida, com o professor fornecendo todos os passos para eles realizarem as construções no software de Geometria Dinâmica GeoGebra. Esta nova proposta para aplicação buscará explorar os conhecimentos que os alunos já possuem e estabelecer novas ligações com a Geometria através do Software utilizado. Além disso, será uma proposta em que se deixará mais espaço para o aluno experimentar e chegar às suas próprias conclusões e procedimentos.

2.4.1 Proposta de Aplicação

1º Momento:

No primeiro momento desta nova aplicação, os alunos receberão as mesmas instruções que foram realizadas anteriormente.

2º Momento:

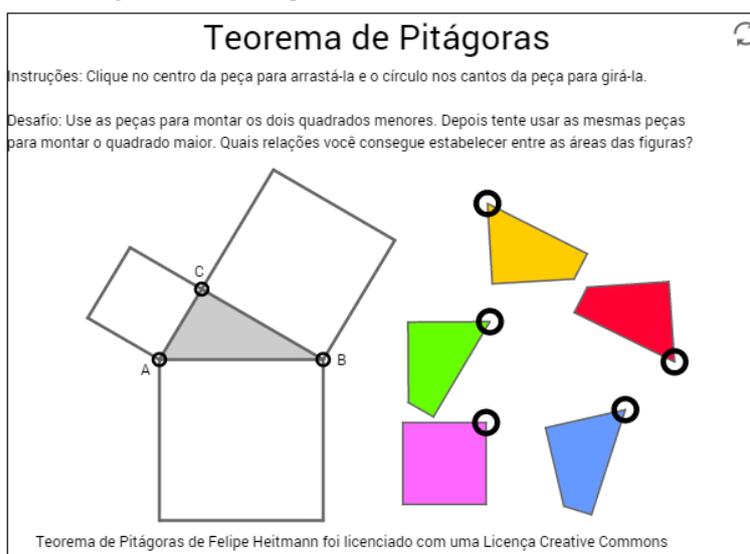
Será apresentado aos alunos o link para eles acessarem a construção de um quebra cabeça pitagórico no GeoGebraTube.

<http://tube.geogebra.org/m/1759>

Figura 2: Imagem do Quebra cabeça

Quebra-cabeças: Teorema de Pitágoras

Quebra-cabeças: Teorema de Pitágoras



Fonte: <http://tube.geogebra.org/m/1759>

3º Momento:

Será entregue aos alunos uma lista de atividades para serem realizadas referentes ao link que foi apresentado a eles.

Atividades:

- 1) Monte o quebra cabeça sobre o Teorema de Pitágoras.
- 2) Após terminar de realizar a montagem, o que você pode perceber?
- 3) Construa no GeoGebra o esboço do Teorema de Pitágoras que estava no quebra cabeça, sem as peças.
- 4) Descreva a construção realizada, passo a passo.
- 5) Calcule as áreas dos quadrados, o que observas ao após realizar o cálculo das áreas?

- 6) Construa o esboço do Teorema de Pitágoras em triângulos que não são retângulos.
- 7) O que você pode observar através da construção dos triângulos que não são retângulos e o Teorema de Pitágoras?

2.4.2 Hipóteses da Aplicação

Com a realização desta aplicação, pressupõem-se algumas hipóteses que possam vir a acontecer durante a realização do trabalho.

Hipóteses:

- a) Hipótese 1: Pressupõe-se que os alunos sintam-se motivados para a realização da atividade.
- b) Hipótese 2: Pressupõe-se que os alunos saibam responder o primeiro questionário realizado.
- c) Hipótese 3: Pressupõe-se que os alunos apresentem algumas dificuldades ao manusear o Software Geogebra.
- d) Hipótese 4: Pressupõe-se que os alunos entendam o Teorema de Pitágoras e seus conceitos.
- e) Hipótese 5: Pressupõe-se que os alunos dominem a operação de Potenciação.
- f) Hipótese 6: Pressupõe-se que os alunos saibam usar a trena.
- g) Hipótese 7: Pressupõe-se que os alunos consigam montar o Quebra cabeça.
- h) Hipótese 8: Pressupõe-se que os alunos façam a relação da soma das áreas com o enunciado do Teorema de Pitágoras.
- i) Hipótese 9: Pressupõe-se que os alunos já tenham um conhecimento para manusear o software de Geometria dinâmica GeoGebra.
- j) Hipótese 10: Pressupõe-se que os alunos peçam ajuda do professor para algumas etapas na construção no GeoGebra, mas que eles consigam efetuar as construções.
- k) Hipótese 11: Pressupõe-se que os alunos verifiquem que a soma das áreas menores é igual o valor da área maior.
- l) Hipótese 12: Pressupõe-se que eles não encontrem dificuldades para realizar a construção do Teorema em Triângulos que não são retângulos.
- m) Hipótese 13: Pressupõe-se que eles percebam que quando o triângulo não é retângulo, o Teorema de Pitágoras não se aplica.

- n) Hipótese 14: Pressupõe-se que a atividade seja construtiva e tenha uma aprendizagem significativa para os alunos.

Considerações Finais

No decorrer deste trabalho, após a primeira aplicação, procurou-se realizar uma nova proposta didática para que o Teorema de Pitágoras venha a ser explorado através da Geometria Dinâmica. Na primeira proposta do trabalho, os alunos ficaram muito limitados às instruções da professora pesquisadora. Nesta nova proposta eles terão que explorar o software e realizar as construções através dos conhecimentos que já possuem. O Professor pesquisador estará presente para auxiliá-los em suas construções, orientando-os quando necessário e sanando suas dúvidas.

Através da realização deste Trabalho, pude perceber que trazer as tecnologias digitais para a sala de aula motivou os alunos a observarem a matemática de forma diferenciada, fazendo-os saírem da rotina. A motivação para a aprendizagem pôde ser constatada através da empolgação dos alunos durante a atividade da primeira etapa de aplicação do trabalho. Kenski e Oliveira (apud MEDEIROS, 2012) enfatizaram que os recursos tecnológicos, quando bem utilizados, levam o aluno e o professor a um maior aprofundamento do conteúdo, mas para isso acontecer cabe ao professor saber qual o melhor recurso a ser utilizado.

Com a proposta da nova atividade, pode-se observar que a Geometria Dinâmica está inserida nesta aplicação. Os alunos terão que construir o Teorema com a utilização do software GeoGebra. O professor nesta atividade não vai dar as coordenadas para os alunos realizarem a tarefa. Os alunos, a partir de seus conhecimentos do software GeoGebra e conhecimentos matemáticos, realizarão as construções. O professor estará disponível para auxiliá-los caso eles tenham dúvidas ao que foi proposto. Como Gravina e Santarosa (1999) enfatizaram, o aluno ao utilizar os recursos tecnológicos, cria seu próprio modelo de pensamento abstrato, ajustando ou modificando suas concepções.

Ao realizar a primeira pesquisa, pude observar a importância que se tem ao utilizar os softwares de Geometria Dinâmica nas aulas de Matemática. Foi possível realizar esta pesquisa devido ao fato de eu estar fazendo o curso de Matemática e Mídias Digitais, pois não possuía o domínio para a utilização de softwares matemáticos nas minhas aulas. Durante a realização do trabalho, a direção da escola veio me parabenizar pela atividade,

pois viram a motivação dos alunos realizando as construções e as aplicações do Teorema de Pitágoras na escola. Medeiros (2012) complementa a minha experiência quando relata que os professores tem que acompanhar os avanços tecnológicos.

Este trabalho mostrou que os conteúdos quando abordados de uma forma dinâmica que envolva o aluno, torna a aprendizagem tão importante para o aluno quanto para o professor, pois vê-los motivados a aprenderem é uma experiência gratificante e inexplicável.

Referências:

BIGODE, Antonio José Lopes. **Projeto Velear: Matemática**. 1. Ed. São Paulo: Scipione, 2012. Obra em quatro v. para alunos do 6º ao 9º ano.

BRESSIANI, Ligia. **Teorema de Pitágoras - Abordagem em Mídias**. Porto Alegre – RS. 2011. Monografia (Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática**. 1. Ed. São Paulo: Ática, 2012. Obra em quatro v. para alunos do 6º ao 9º ano.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito. **A conquista da matemática: A + Nova**. São Paulo: FTD, 2002. Obra em quatro v. para alunos da 5ª a 8ª série.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito. **A conquista da matemática**. São Paulo: FTD, 2009.

GOMES; Helena Carina Malaguez. **Reflexões sobre uma prática de ensino: uma Engenharia Didática**. Monografia (Licenciatura em Matemática) UFRGS 2008 disponível em: <http://euler.mat.ufrgs.br/~vclotilde/orientacoes/tcc.pdf/Microsoft%20Word%20-%20TCC_Helena_Carina_Malaguez_Gomes_144112.pdf> acesso em: 04 de Jul. 2015.

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria Costi. **A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados**. Revista informática na educação: teoria e prática - PGIE-UFRGS, vol.2, n.1. Maio 1999. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/pdf/malice-lsantarosa_aprend-mat-amb-inform_1998-iv_ribie.pdf> Acesso em: 30 de Jun. 2015.

GRAVINA, Maria Alice. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Porto Alegre – RS: 2001. Tese de doutorado (Programa de Pós Graduação em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Disponível em:

<<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/2545/000321616.pdf?sequence=1>>
Acesso em: 01 de Jul. 2015.

HOHENWARTER, Markus. **GeoGebra**. Versão 5.0. 2001.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade: 8ª série**. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005.

LIMA, Elon Lages. **Conceituação, Manipulações e Aplicações: Os três componentes do ensino da Matemática**. Revista do Professor de Matemática 41, 1999. Disponível em: <<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/20082/pdf/rpm41.pdf>> acesso em: 05 de Jul. 2015.

MEDEIROS, Margarete Farias. **Geometria Dinâmica no Ensino de Transformações no Plano – Uma experiência com professores da Educação Básica**. Porto Alegre – RS. 2012. Dissertação de Mestrado (Mestre em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

NASCIMENTO, Eimard Gomes Antunes do. **Avaliação do uso do software GeoGebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola**. Actos de La conferencia latinoamericana de GeoGebra. GeoGebra Uruguay 2012. Disponível em: <<http://www.geogebra.org.uy/2012/actas/procesadas1370724062/67.pdf>> acesso em: 03 de Jul. 2015.

OLIVEIRA, Juliane Amaral de. **Teorema de Pitágoras**. Belo Horizonte: 2008. Monografia (Especialização em Matemática) – Universidade Federal de Minas Gerais. Disponível em: <<https://intranet.ifs.ifsuldeminas.edu.br/~carlos.silva/arquivos/pitagoras.pdf>> Acesso em: 24 Jun. 2015.

RAMOS, Elionaldo Firmino. **Teorema de Pitágoras**. Campina Grande – PB: 2012. Monografia (Licenciatura Plena em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba. Disponível em: <<http://dspace.bc.uepb.edu.br:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/3993/PDF%20-%20Elionaldo%20Firmino%20Ramos.pdf?sequence=1>> Acesso em 24 Jun. 2015.

RIBEIRO, Guilherme Fernando. **Geometria Hiperbólica: a construção do H_Triângulo por meio do software GeoGebra com alunos da Educação Básica**. Campo Mourão – PR. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual do Paraná. Disponível em: <<file:///C:/Users/EDILAINE/Downloads/TCC%20GUILHERME%20FERNANDO%20RIBEIRO.pdf>> Acesso em: 05 de Jul. 2015.

SILVA; Rodrigo; BARONE; Dante; BASSO; Marcus. **Cadeias de Markov e GeoGebra: Modelagem Matemática e possibilidades para a construção de conceitos através do uso de objetos virtuais.** V Jornada Nacional de Educação Matemática e XVIII Jornada Regional de Educação Matemática - Universidade de Passo Fundo. Maio de 2014 Disponível em:
<http://www.researchgate.net/profile/Rodrigo_Silva62/publication/274382166_CADEIAS_DE_MARKOV_E_GEOGEBRA_MODELAGEM_MATEMTICA_E_POSSIBILIDADE_S_PARA_A_CONSTRUO_DE_CONCEITOS_ATRAVS_DO_USO_DE_OBJETOS_VIRTUAIS/links/551d6d550cf252bc3a87a986.pdf> acesso em: 05 de Jul. 2015.