



TEOREMA DE PITÁGORAS COM GEOGEBRA

Monica Bidin – monicabidin@yahoo.com.br

Pólo UAB de Três Passos RS

Prof. Dagoberto Adriano Rizzotto Justo

dagoberto.justo@ufrgs.br – DMPA UFRGS

Resumo: Com este trabalho venho demonstrar construções com o Teorema de Pitágoras, atividades utilizando o software Geogebra e material concreto, para serem utilizados nas aulas de matemática, assim proporcionando a ludicidade na abordagem do ensino do Teorema de Pitágoras. Com o programa GeoGebra podemos construir o seguinte aspecto geométrico do Teorema de Pitágoras que será explorado: a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos de um triângulo retângulo é igual à área do quadrado construído sobre a hipotenusa deste triângulo. Podemos observar que através do software GeoGebra, os polígonos construídos se encaixaram perfeitamente, não existindo sobreposição de peças e com o material concreto, o volume dos catetos se encaixa perfeitamente no volume da hipotenusa, pois a medida da altura dos catetos e da hipotenusa é a mesma. Modelos concretos no ensino de matemática favorecem o desenvolvimento da motricidade e da construção visual dos alunos, proporcionando uma melhor compreensão das propriedades matemáticas. Este artigo apresenta um modelo concreto do Teorema de Pitágoras e diferentes construções geométricas com a utilização do software Geogebra, enfatizando as relações métricas no triângulo retângulo e as propriedades matemáticas envolvidas na construção.

Palavras-chave: Material concreto; mídias digitais; Teorema de Pitágoras.

Introdução

Através deste curso de especialização em matemática, tive a oportunidade de conhecer diferentes softwares e o que mais tenho utilizado em sala de aula é o software Geogebra, pois com este programa pude focalizar diferentes contextos e propiciar atividades de investigação matemática, bem como discussões teóricas e práticas.

A profissão de ser professor requer uma dedicação maior em buscar conhecimentos e aprimorá-los. São vários os fatores que levam ao questionamento

sobre a postura de um professor de matemática em relação às mídias digitais que podem ser utilizadas nas aulas de matemática.

Conforme Borba (2001), o conhecimento é produzido com uma determinada mídia, ou com uma tecnologia da inteligência, adotando a perspectiva teórica que se apoia na noção de seres-humanos-com-mídias, e não por seres humanos solitários ou coletivos formados apenas por seres humanos.

A proposta de ensino matemático com mídias digitais na Escola Estadual De Ensino Fundamental Tenente Portela, foi realizada com o auxílio de computadores que estão acessíveis a todos os alunos através do laboratório de informática.

As atividades propostas tiveram o propósito de estimular o trabalho em equipe, propiciando a troca de ideias, permitindo o melhoramento e a construção do conhecimento pelos alunos desta escola.

Os professores podem ser a segunda família da criança e do adolescente, eles podem motivar seus alunos para o crescimento intelectual e adquirirem melhores maneiras de conviverem na sociedade moderna, utilizando o conhecimento socializado, adquirido e aprimorado, em sala de aula.

O professor é o elemento decisivo na sala de aula. É a sua relação pessoal que cria o ambiente. É o seu humor diário que gera o clima. Ele pode tornar a vida de um aluno infeliz ou ser a ferramenta da tortura ou instrumento da inspiração. Ele pode humilhar ou alegrar, ferir ou curar. (GINATT 2005, P.18).

Destacando em particular a influência do professor, onde ser professor não é tarefa fácil, exige muito esforço, exige saber ouvir, mas também fazer calar quando é preciso educar. As crianças têm direitos acompanhados de deveres.

O professor precisa acreditar no que diz ter certeza para que os alunos também acreditem e se sintam envolvidos. Precisa estar preparado para andar no caminho certo e alcançar os objetivos desejados. A preparação das aulas com inovações utilizando mídias digitais pode ser o início de uma boa aula e um excelente aprendizado.

Com a finalidade de ampliar o conhecimento e compreensão à matemática e as mídias digitais, a utilização do software Geogebra, pode ser visualizado como um recurso pedagógico facilitador na compreensão, raciocínio lógico, conhecimento e busca de informações. Sendo assim este trabalho se embasa no desenvolvimento de atividades práticas e demonstrativas sobre o Teorema de Pitágoras.

Demonstração do Teorema de Pitágoras

A proposta de ensino para a turma do 9º do ensino fundamental, que realizamos em sala de aula, será apresentada posteriormente e, nela, foram trabalhadas duas situações: uma envolvendo o volume com material concreto e outra demonstrações de Perigal do Teorema de Pitágoras, para que os alunos possam compreender com maior clareza os conceitos que estão envolvidos em cada uma.

A demonstração do Teorema de Pitágoras é atribuída a um matemático chamado Henry Perigal (1801-1898). Trata-se de uma demonstração geométrica que utiliza a composição e decomposição das figuras, a partir de translações, para mostrar a equivalência das áreas, como pode ser visto na figura 1.

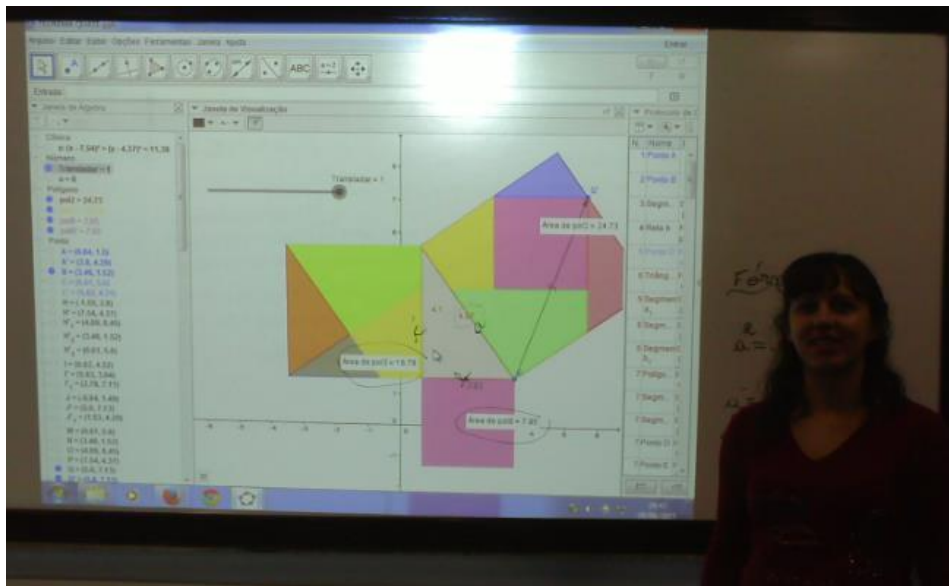


Figura 1: Demonstração do teorema de Pitágoras.

O Teorema de Pitágoras descreveu assim: “A soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos de um triângulo retângulo é igual à área do quadrado construído sobre a hipotenusa desse triângulo.”

Uma maneira de comprovar este teorema é mostra que é possível dividir os quadrados construídos sobre aos catetos em algumas peças no programa GeoGebra, que podem ser transladadas para formar o quadrado construído sobre a hipotenusa.

A figura a seguir indica uma maneira de dividir os quadrados construídos sobre os catetos em 5 peças que podem ser perfeitamente encaixadas sobre o quadrado construído sobre a hipotenusa. Para essa demonstração, tomamos um triângulo retângulo ABC e os quadrados, ABFG, BCHI e ACDE, construídos sobre seus lados, conforme Figura .

Assim, mostramos que as peças dos catetos adjacente e cateto oposto, cobrem todo o quadrado da hipotenusa, sendo que o quadrilátero central possui somente ângulos retos.

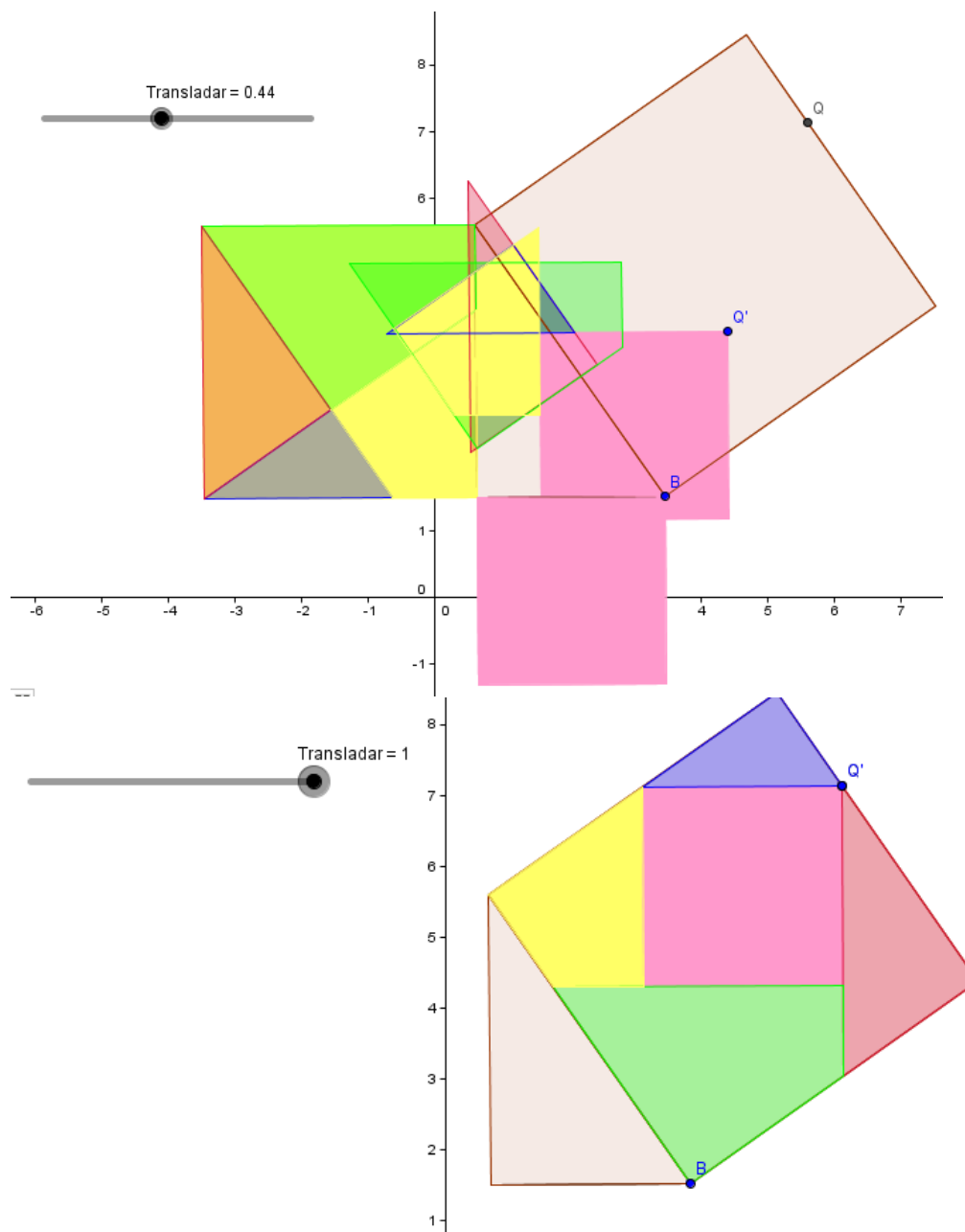


Figura 2: Demonstração do teorema de Pitágoras.

Assim podemos provar que em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual a soma dos quadrados da medida dos catetos.

As relações existentes entre os quadrados das medidas dos lados desse triângulo retângulo é conhecida como o Teorema de Pitágoras.

Esse *software* oferece características da representação física das construções geométricas com modificações, mas sempre as propriedades geométricas da construção foram mantidas.

Nesta proposta de ensino do Teorema de Pitágoras, fizemos a opção de trabalhar com as mídias digitais, pois como afirma Fonseca et al. (2011), é importante que os alunos reconheçam a importância dos conceitos geométricos pela sua construção histórica, demandadas e legitimadas por necessidades da prática social.

As atividades foram elaboradas com o auxílio do Geogebra, que é um *software* de geometria dinâmica. Nele, é possível variar parâmetros, dando um caráter dinâmico às atividades.

O uso do GeoGebra no ensino do teorema de Pitágoras

Quando iniciamos as atividades no programa Geogebra, encontramos diferentes tipos de comando matemáticos que podem ser utilizados como ferramenta para construções matemáticas. Sendo que as janelas dos comandos são identificadas com suas funções específicas, pois é de fácil acesso para realizar construções matemáticas e para que isso aconteça basta ter conhecimentos matemáticos e um pouco de conhecimento do programa GeoGebra.

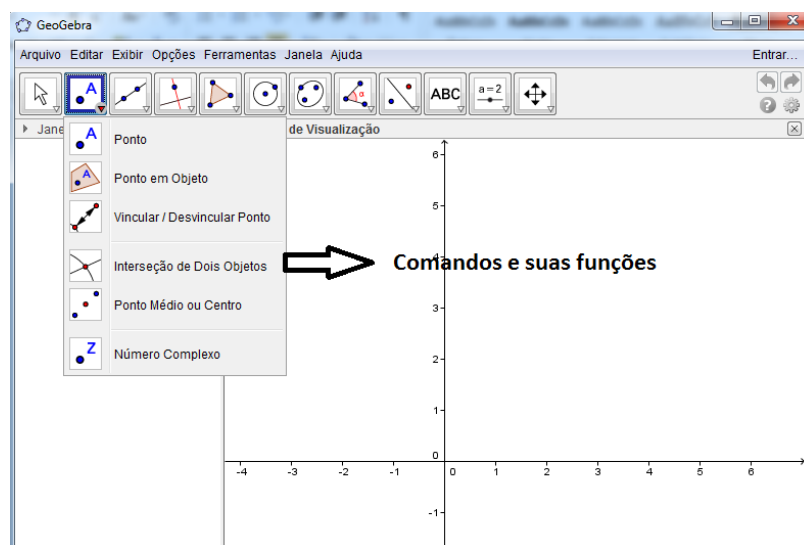


Figura 4: Apresentação do programa Geogebra.

Portanto, vamos fazer as próximas construções envolvendo o teorema de Pitágoras utilizando os seguintes comandos: círculo, polígono, polígono regular, área, distância e ângulo.

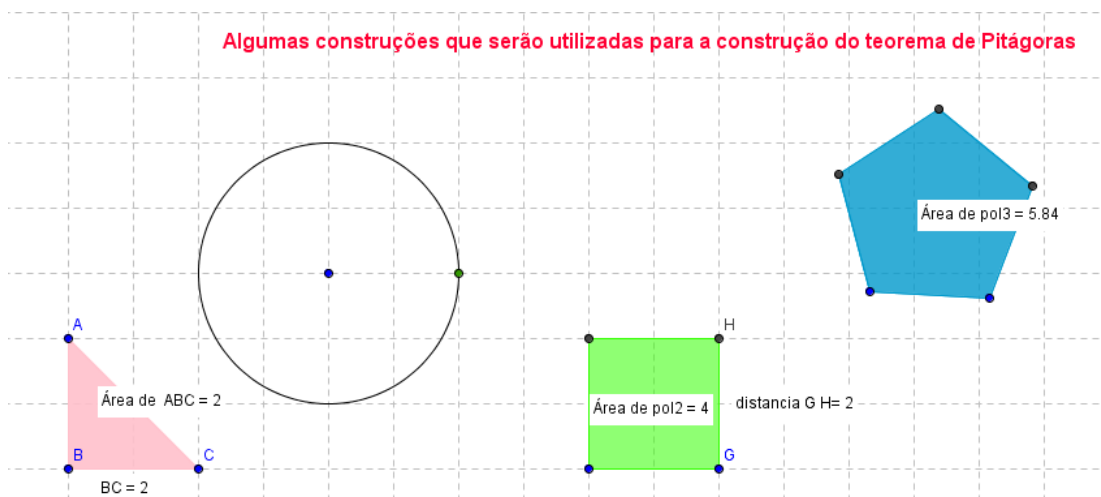


Figura 5: Construção de figuras que serão utilizadas no teorema de Pitágoras.

Para iniciarmos a construção, começamos com a criação de um triângulo retângulo, utilizando a ferramenta polígono, conforme a figura 6:

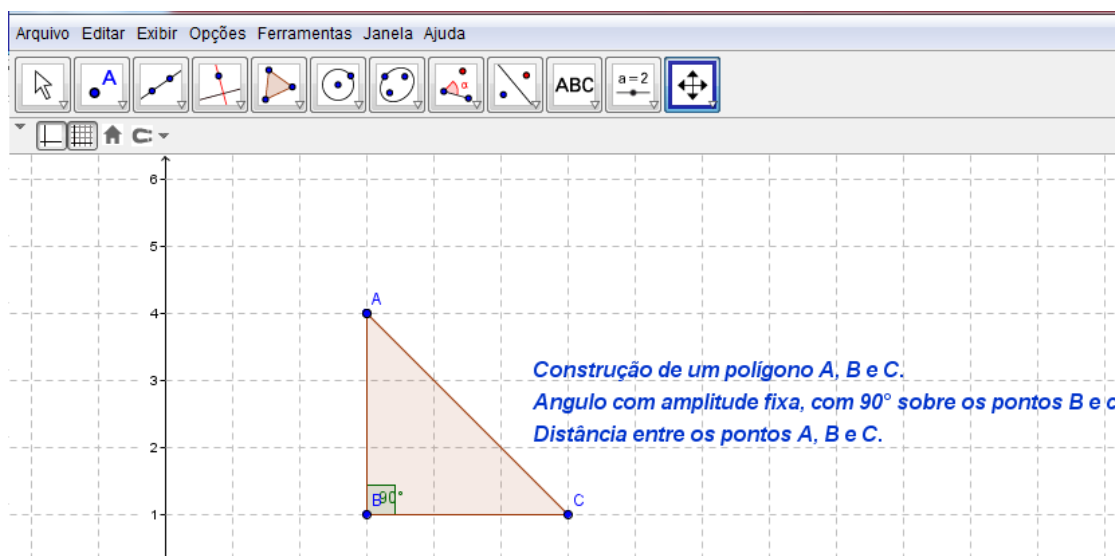


Figura 6: Construção do triângulo retângulo.

A partir da construção do triângulo retângulo, vamos construir polígono regulares de quatro vértices, ou seja, iremos construir quadrados sobre os dois catetos e a hipotenusa, indicando a área de cada polígono regular, conforme a figura 7.

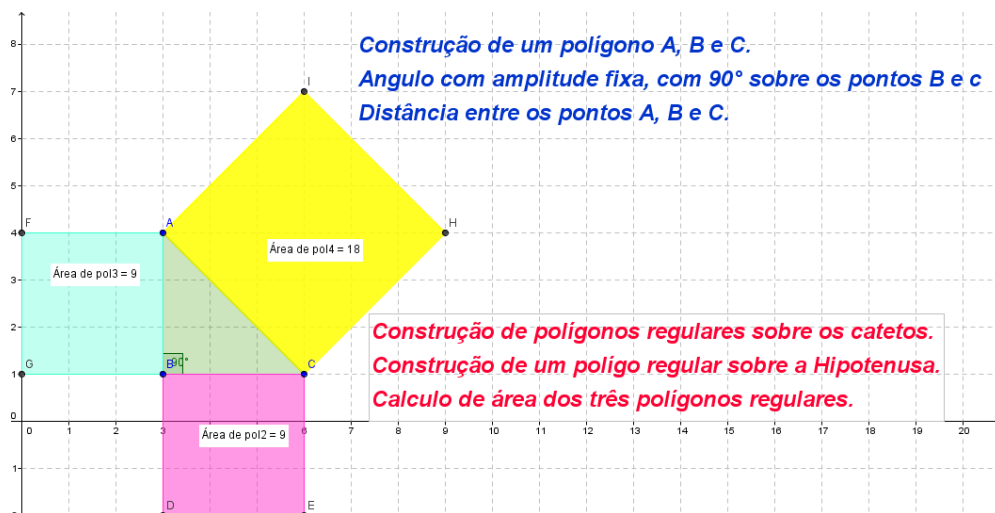


Figura 7: Construção do teorema de Pitágoras

Os alunos devem ter acesso a diferentes metodologias de ensino, para ter a oportunidade de verificar o teorema fazendo uso de outras construções e, para tanto, o Geogebra é uma importante ferramenta. Conforme Weisz (2009, p.11) “[...] a função do professor é criar condições para que o aluno possa exercer a sua função de aprender participando de situações que favoreçam isso”.

Vejamos momentos da aula durante a construção.

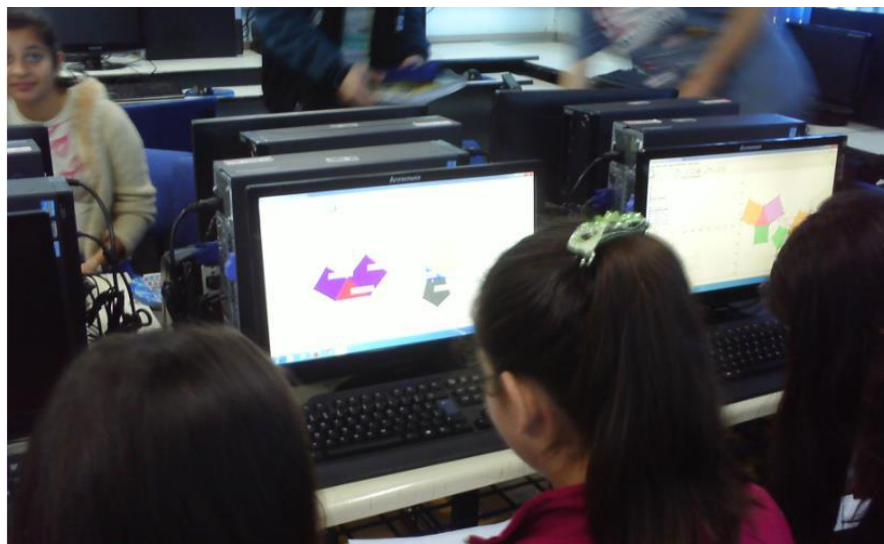


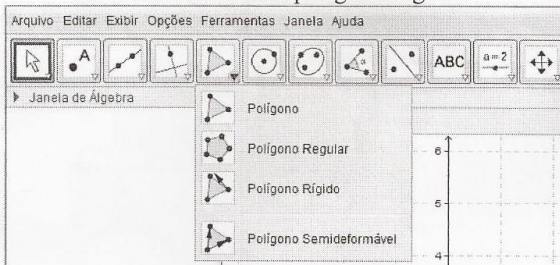
Figura 8: Atividade realizada no laboratório de informática

Após as construções os alunos foram questionados sobre a relação entre as áreas dos catetos e da hipotenusa. Será que a relação entre a soma das áreas dos catetos, só vale quando a figura construída sobre os lados dos catetos são quadrados?

Atividade proposta para os alunos conforme a figura 9.

Para responder esta questão, experimente construir diferentes polígonos regulares sobre os lados do triângulo. Calcule a área de cada um deles, modifique a cor e verifique se existe relação entre as áreas dessas figuras.

Utilize a ferramenta polígono regular.



5) quais polígonos regulares você construiu? Qual é a relação entre as áreas e a hipotenusa?

Quadrados e pentágonos, sendo Quadrado ou pentágonos a soma das áreas sempre resultava no mesmo valor da hipotenusa.

Figura 8: Atividade proposta

Sendo que para a resposta desta atividade os alunos precisaram construir diferentes polígonos sobre os catetos e a hipotenusa, de determinado triângulo retângulo.

Tomando a atividade proposta, podemos “provar” que o Teorema de Pitágoras é verificado, também, se, ao invés de quadrados, construirmos outras figuras, tais como círculos, triângulos, hexágonos, pentágonos, etc.

É o que veremos nas figuras 9, 10, 11 e 12.

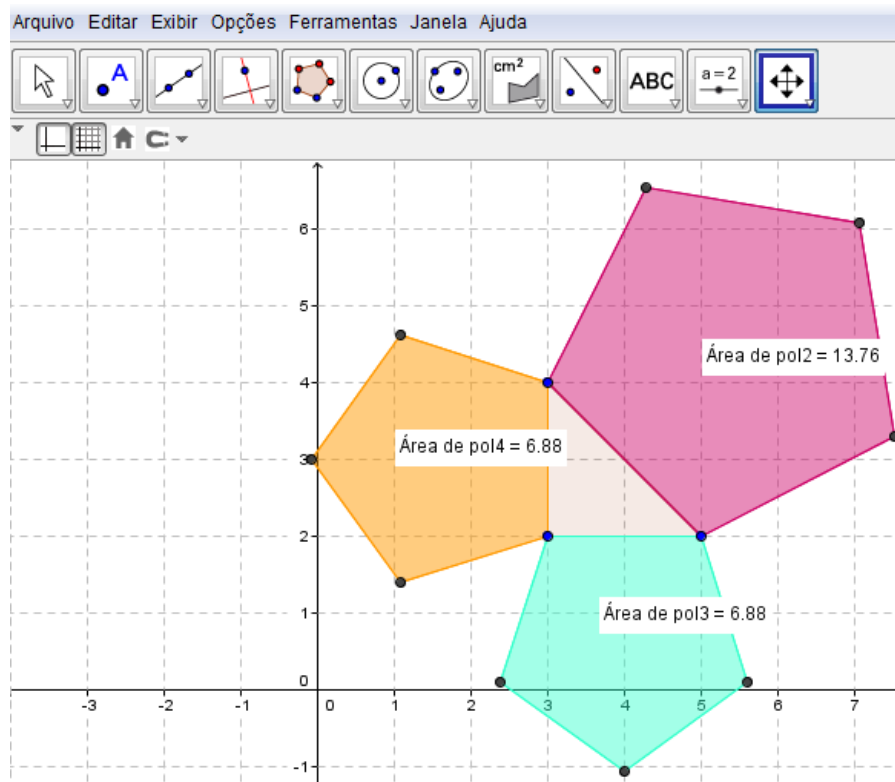


Figura 9: Construção de pentágonos sobre os catetos e a hipotenusa.

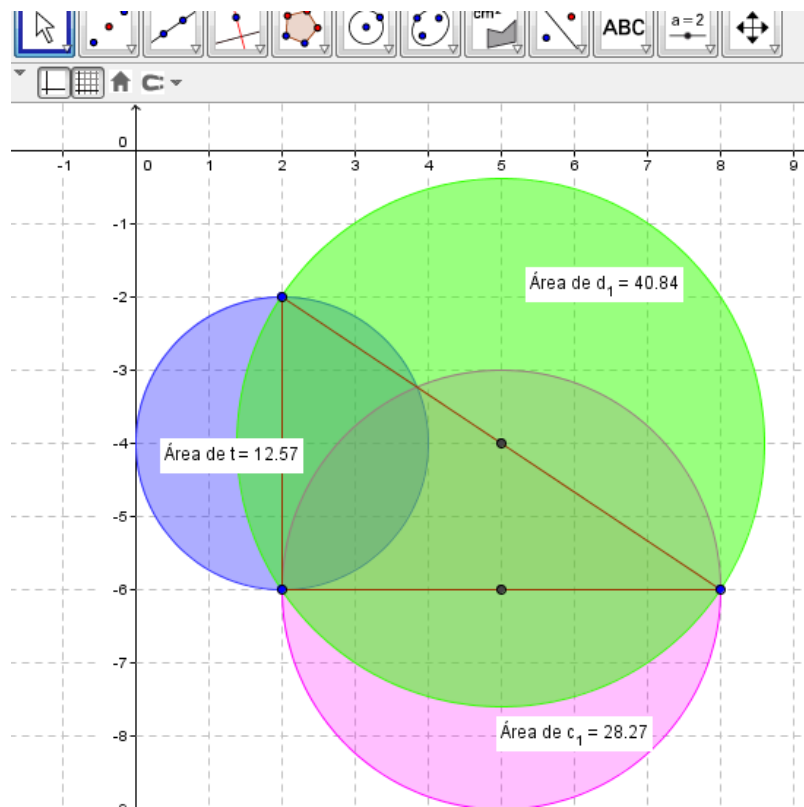


Figura 10: Construção de círculos sobre os catetos e a hipotenusa.

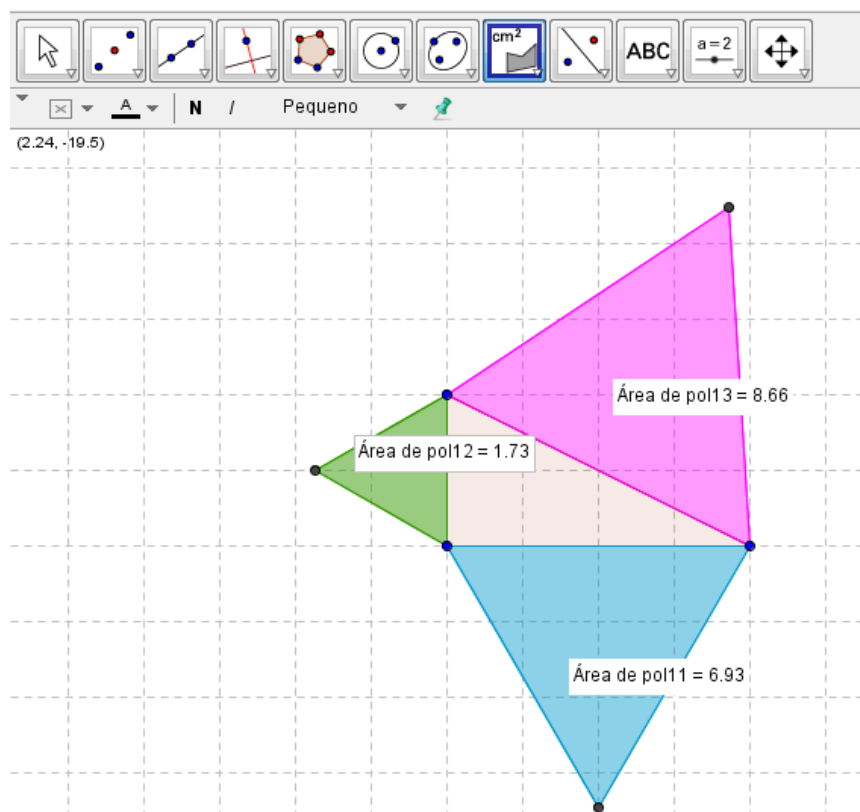


Figura 11: Construção de triângulos equiláteros sobre os catetos e a hipotenusa.

Através desta atividade, com o uso do GeoGebra é possível verificar o Teorema Pitágoras. Assim proporcionando aos alunos aulas mais dinâmicas e interativas, com a utilização de mídias digitais no ensino de propriedades e conceitos matemáticos.

Os alunos também podem ter a tecnologia a seu favor trazendo resultados mais condizentes e mais exatos.

Relato da utilização do programa GeoGebra no ensino do Teorema de Pitágoras, conforme figura 12:

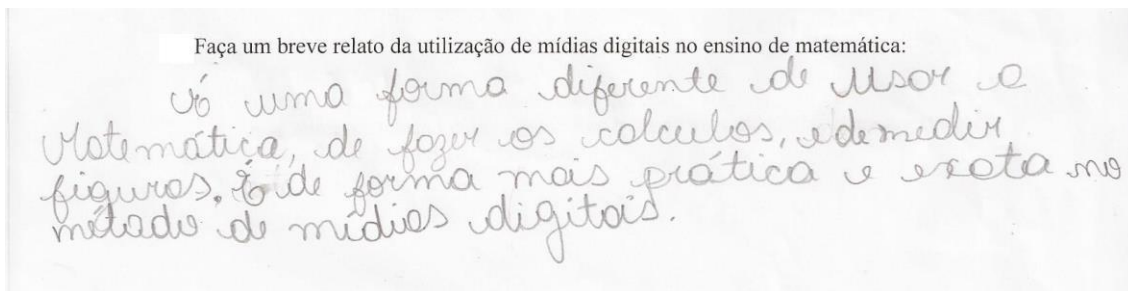


Figura 12: Relato sobre a utilização de mídias digitais.

Teorema de Pitágoras envolvendo material concreto.

A utilização de mídias digitais deve vir para a sala de aula a somar com as formas de ensinar já desenvolvidas pelo professor, sendo assim, a utilização de materiais concretos pode permitir aos alunos experiências físicas à medida que este tem contado direto com os materiais, descrevendo situações, ou comparando com outros de mesma natureza.

Por outro lado permiti-lhe também experiências lógicas por meio das diferentes formas de representação que possibilitam construções de aprendizagem mais significativas, podendo evoluir para conceitos mais elaborados e contundentes.

O material concreto deve ser proposto aos alunos de forma que venha a propiciar mais interação entre conhecimento e prática, pois conforme Carvalho:

Discordo das propostas pedagógicas em que o material didático tem a mera função ilustrativa. O aluno permanece passivo, recebendo a ilustração proposta pelo professor respondendo sim ou não a perguntas feitas por ele. Carvalho (1990. p. 107)

Nem sempre este material concreto esta de fácil acesso aos alunos e professores,

mas como todo bom professor deve estar disposto a fazer criações concretas, digitais e visuais, para termos a participação efetiva dos alunos na exploração diversas dimensões do ensino.

Podemos observar que a aprendizagem é um processo que pode ser melhorado e transformado, o que é possível com a colaboração de alunos e professores, sendo que fica como papel do professor aproximar cada vez mais a realidade dos alunos com o que o estudante é capaz de aprender naquele momento. Para Weisz (2009,p.65) “não é o processo de aprendizagem que deve se adaptar ao ensino, mas o processo de ensino é que tem que se adaptar ao de aprendizagem”.

Sendo assim para envolvê-lo a construção do conhecimento em relação ao Teorema de Pitágoras, podemos utilizar este material concreto conforme a figura 13.



Figura 13: Teorema de Pitágoras no concreto

O Teorema de Pitágoras com material concreto é um instrumento utilizado para verificar a relação entre a soma do volume dos catetos e o volume da hipotenusa. Ele é um excelente recurso para o ensino da matemática. Numa base de madeira ou outro material consistente são fixados os catetos e a hipotenusa, nas quais devem ser colocados pedaços de madeira de mesma altura para as laterais, a face dos catetos e da hipotenusa é revestida com acrílico transparente e na parte interna o preenchimento dos catetos pode ser de sagu ou outro material que correr livremente dentro desta construção.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) diz, a respeito de como abordar o Teorema de Pitágoras:

“Tome-se o caso do Teorema de Pitágoras para esclarecer um dos desvios frequentes quando se tentam articular esses domínios. O professor propõe ao aluno, por exemplo, um quebra-cabeça constituído por peças planas que devem compor, por justa posição, de duas maneiras diferentes, um modelo material de um. o princípio aditivo relativo ao conceito de área de figuras planas observa-se que $a^2 = b^2 + c^2$. Diz-se, então, que o teorema de Pitágoras foi provado.” (p. 126-127).

O ensino do Teorema de Pitágoras pode ser baseado em diferentes construções dinâmicas, sendo que a maioria dos livros didáticos abordam atividades práticas envolvendo o recorte de figuras e a relação do Teorema de Pitágoras, mas todas as construções obedecem às mesmas propriedades matemáticas.

Vale ressaltar que “por trás de cada material se esconde uma visão de Educação, de Matemática, de homem e de mundo; ou seja, existe subjacente ao material, uma proposta pedagógica que o justifica” (FIORENTINI e MIORIN, 1990: 2).

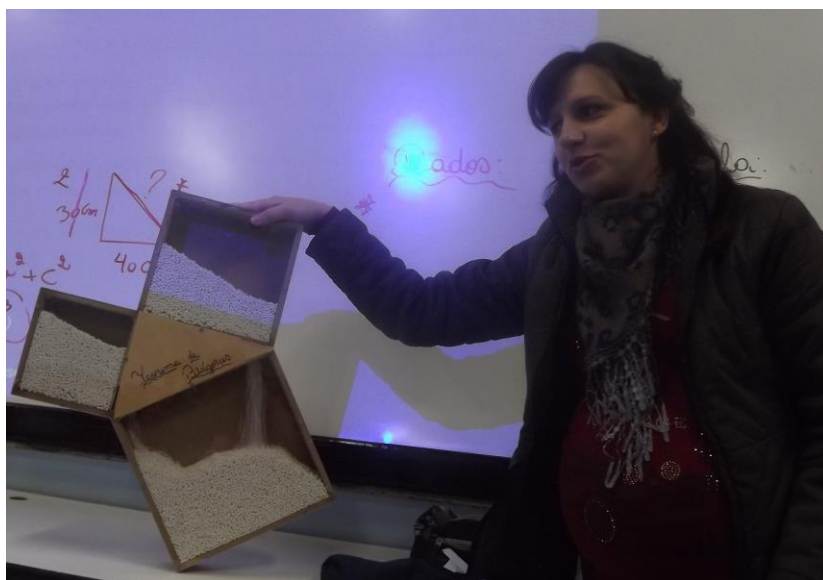


Figura 14: Teorema de Pitágoras no concreto

A utilização do material concreto no estudo do Teorema de Pitágoras, permite compreender facilmente o entendimento das relações entre a soma do volume dos catetos e a obtenção do valor da hipotenusa.

Através desta atividade com material concreto os alunos também podem relacionar o Teorema de Pitágoras envolvendo volume.

A partir desta demonstração com material concreto, fez com que determinado aluno escrevesse o seguinte resultado, referente à atividade proposta para a turma, conforme figura 15:

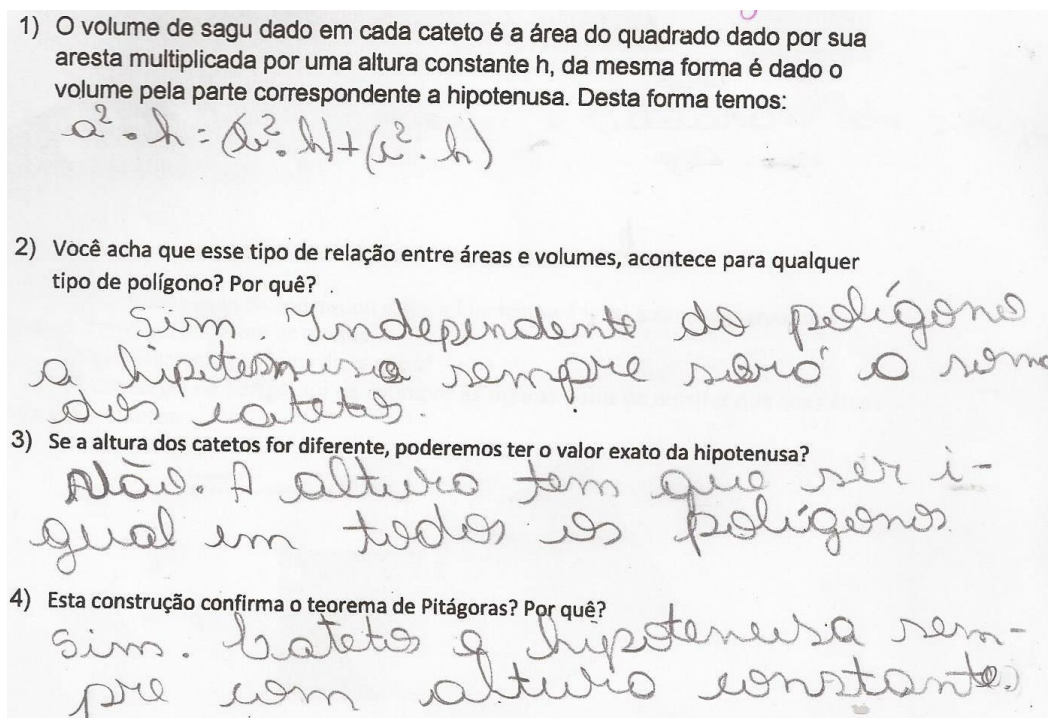


Figura 15: Resposta da atividade proposta.

As propriedades matemáticas podem ser verificadas neste trabalho, pois foram desenvolvidas atividades com mídias digitais para mostrar o Teorema de Pitágoras e as Relações Métricas no Triângulo Retângulo e também utilizando modelo concreto. Estes modelos podem ser considerados materiais didáticos, que possibilitam a fixação do conteúdo a ser desenvolvido.

É durante análise sobre a nossa prática pedagógica em sala de aula que saberemos se nossa prática esta suprindo algumas das necessidades dos alunos, no quesito aprendizagem. Sendo importante que o professor reveja sua prática em sala de aula, pois para Paulo Freire (2002, p.11), “a reflexão critica sobre a prática se torna uma exigência das relações Teórica/ prática sem a qual a teoria pode ir virando blábláblá e a pratica, ativismo”.

Considerações Finais

Diante o que foi proposto neste artigo, podemos observar que o material concreto e a utilização de mídias digitais em sala de aula permitem abordar conteúdos e propriedades matemáticas com classificação, separação e organização, que são fundamentais para um bom entendimento dos conceitos matemáticos.

Cabe ao professor saber abordar e explorar conteúdos matemáticos com ludicidade e animação visual , pois assim possibilita a construção do conhecimento de maneira diferente e ao mesmo tempo prazerosa, pois conforme Lorenzato, (2006, p.26), “Para o aluno o mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter

alegria da descoberta [...] e compreender que a matemática, longe de ser um bicho papão, é um campo de saber onde ele, o aluno, pode navegar”.

O professor deve interligar tecnologia com sua prática diária em seu planejamento diário, sendo que, a utilização do material concreto parte do real e do material manipulável, favorecendo a construção do conhecimento matemático.

Um bom planejamento com certeza terá repercussão na disciplina (organização da coletividade) já que diminuiu a insegurança do professor, resgata a sua convicção naquilo que esta propondo, tendo em vista que as necessidades dos alunos estão sendo levadas em conta e há clareza dos passos a serem dados (VASCONCELLOS, 2006, p.114).

Desse modo, com o uso do Geogebra é possível fazer diferentes criações matemáticas que abordam propriedades significativas para o aprendizado, sendo a que o Teorema Pitágoras com este aplicativo digital e concreto possibilitou um melhor entendimento sobre sua construção, sendo que para os alunos é um momento prazeroso e criativo, não precisando decorar uma fórmula, mas fazer a construção sobre conceitos e representações matemáticas.

Portanto é possível dizer que os nossos objetivos foram alcançados, nos deixando com a convicção de que o uso do material concreto pode contribuir para melhorar o ensino da matemática e desmistificar que a matemática é abstrata e complicada de aprender.

Referências Bibliográficas

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2001. P.98.

CARVALHO, D. L. de: **Metodologia do Ensino da Matemática**. São Paulo: Cortez, 1990.

FIorentini, D. Miorim, M.A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino de Matemática. **Boletim SBEM-SP**, ano 4, n. 7, 1990.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários a prática educativa**. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

GINATT, Hamim. **Professor motivado, aluno aplicado**. Mestre, nº67, p.18, 2005.

LORENZATO, Sérgio Aparecido. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de ensino de**

matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª séries): Matemática /Secretaria de Educação Ensino Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.

VASCONSELLOS, Celso. **PLANEJAMENTO:** projeto de ensino-aprendizagem e projeto político pedagógico. São Paulo. Editora Liberdade 2006.

WEISZ, Thelma. **O diálogo entre ensino e aprendizagem.** São Paulo: Atica, 2009.