



RELACIONANDO A FUNÇÃO SENO E FENÔMENOS PERIÓDICOS: UMA EXPERIÊNCIA COM MÍDIAS DIGITAIS

Tamara Uebel – tamara_uebel@hotmail.com – Pólo Picada Café
**Profa. Dra. Manuela Longoni de Castro – manuela.castro@ufrgs.br – Universidade
Federal do Rio Grande do Sul**

Resumo: Este trabalho tem como tema a trigonometria, com enfoque numa proposta didática que relaciona a função trigonométrica seno a fenômenos periódicos do cotidiano e utiliza mídias digitais no estudo dos conceitos envolvidos. Esta proposta tem como objetivo motivar o estudo da trigonometria e promover uma aprendizagem significativa. Utilizou-se a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, baseada em experiência de sala de aula. A prática de ensino foi realizada com os alunos do 2º ano do ensino médio de uma escola pública do município de Westfália-RS. Com os resultados constatou-se que a relação estabelecida entre função seno e fenômenos periódicos do dia a dia foi muito válida e verificou-se ainda que as mídias digitais auxiliam os alunos na compreensão do conteúdo matemático função seno.

Palavras-chave: Trigonometria; Fenômenos periódicos; Mídias digitais.

1 Introdução

O ensino da trigonometria normalmente está limitado a aplicações de fórmulas na resolução de problemas envolvendo as razões trigonométricas no triângulo retângulo, como por exemplo nos cálculos para determinação da altura de um prédio através de sua sombra.

Mesmo que esses problemas constem na maioria dos livros didáticos, são insuficientes para motivar os alunos no estudo da trigonometria e conseqüentemente no estudo das funções trigonométricas, pois ao considerar as observações realizadas como professora em sala de aula e as conversas com colegas, notamos a desmotivação e dificuldade dos alunos neste assunto no Ensino Médio. Um dos fatores determinantes para este quadro pode ser a falta de relação com aplicações do cotidiano.

Para que a assimilação deste conteúdo seja significativa, acreditamos que seu ensino precise estar relacionado com aplicações do dia a dia, fazendo uso de recursos que

estimulem o interesse dos alunos por meio de atividades motivadoras e desafiadoras, que permitam aos alunos a construção dos conceitos.

Na natureza há vários fenômenos que sempre se repetem após o mesmo intervalo de tempo, sendo chamados de fenômenos periódicos. Logo, como a função seno é uma função periódica, a relação entre fenômenos periódicos e funções trigonométricas pode ser o diferencial para motivar o estudo da trigonometria, pois assim o aluno perceberá que a trigonometria faz parte do seu cotidiano.

Nessa perspectiva, este artigo trata sobre uma nova alternativa metodológica para o ensino da função trigonométrica seno no Ensino Médio, com enfoque nesta relação, para que a abordagem não seja extremamente teórica, proporcionando apenas a memorização dos conceitos envolvidos, mas sim que auxilie o aluno na construção dos mesmos.

Podemos perceber as funções trigonométricas em várias aplicações interessantes do nosso dia a dia, sendo o modelo matemático de vários fenômenos periódicos, como o movimento das marés e dos pêndulos, em medicina a pressão sanguínea do coração, na música as ondas sonoras, na astronomia o movimento dos planetas.

Aliás, a Astronomia desempenhou um importante papel para o desenvolvimento da Matemática. Segundo Costa (1997), a Trigonometria é um ramo da Matemática que desenvolveu-se na Antiguidade, devido aos problemas relacionados à Astronomia e Navegação. Em seu artigo Costa afirma que na segunda metade do século II a.C. Hiparco de Nicéia (180 – 125 a.C.) construiu a primeira tabela trigonométrica, associando a cada corda de um arco o ângulo central correspondente, o que foi um marco na história da Trigonometria e representou um grande avanço na Astronomia, motivo pelo qual Hiparco recebeu o título de “Pai da Trigonometria”. Esta breve abordagem histórica da trigonometria visa ressaltar sua importância no contexto escolar, visto que tem grande valor desde a Antiguidade, quando era utilizada nos cálculos de medidas inacessíveis.

A grande quantidade de fenômenos periódicos no nosso dia a dia e sua relação com as funções trigonométricas nos remete a importância de sua abordagem em sala de aula. Esta relação também é enfatizada nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM (2000), conforme segue,

Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos.

Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser uma grande oportunidade de aprendizagem significativa. (BRASIL, 2000, p.44)

Também o documento Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006, pg. 74) ressalta que “As funções trigonométricas seno e co-seno também devem ser associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico”.

Nesse sentido, a motivação para a realização deste trabalho surgiu da prática docente, visando um estudo motivador assim como a aprendizagem significativa deste conteúdo, e de uma tarefa proposta na disciplina Teoria e Prática Pedagógica IV, no Curso de Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática para Educação Básica, segunda edição. Esta tarefa consistia na resolução de uma atividade que havia sido proposta para alunos do Ensino Médio, em Laboratório de Informática, no Colégio de Aplicação da UFRGS.

Com o intuito de aperfeiçoar a prática docente, a utilização de mídias digitais contribui significativamente no processo ensino-aprendizagem, já que desperta interesse e motivação dos alunos. Segundo Basso e Notare (2012), “a utilização de recursos tecnológicos pode se caracterizar como uma extensão do pensamento do aluno, constituindo um meio para trilhar o caminho do fazer ao compreender”.

Sendo assim, este trabalho será desenvolvido a partir da questão: a utilização de mídias digitais em sala de aula auxilia os alunos na compreensão do conteúdo matemático função seno, sendo este relacionado com fenômenos periódicos?

Buscando responder a essa questão, propomos uma experiência didática para o ensino da função seno fazendo referência a fenômenos periódicos e utilizando as seguintes mídias digitais: simulador “Interferência de Ondas”; software GeoGebra; vídeo “Desenhando Ondas”. As mídias foram selecionadas visando proporcionar a melhor compreensão do conteúdo matemático, contribuindo para uma aprendizagem que se aproxime da realidade do aluno.

De acordo com Basso e Notare (2012), “o ensino da Matemática deve fazer uso da experimentação, da observação e da descoberta. Isso permite uma compreensão em vários estágios necessários ao pensamento matemático[...]”. Sobre o software GeoGebra, afirmam que “permite o estabelecimento de uma relação entre os dados de observação e a ação do

aluno e, nesse processo de idas e vindas, o aluno vai aumentando o grau de compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos no problema”.

Esta pesquisa fundamenta-se nos princípios da Engenharia Didática. O termo Engenharia Didática foi criado na Didática da Matemática (enfoque da didática francesa) nos anos 80. Segundo Artigue (1996 apud CARNEIRO, 2005), é uma forma de trabalho didático comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia em conhecimentos científicos, mas ao mesmo tempo, “exige enfrentamento de problemas práticos para os quais não existe teoria prévia”.

Segundo Carneiro (2005),

A Engenharia Didática foi criada para atender a duas questões: a) (a questão d) as relações entre pesquisa e ação no sistema de ensino; b) (a questão d) o lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de pesquisa. É uma expressão com duplo sentido. Designa produções para o ensino, derivadas de resultados de pesquisa, e também designa uma específica metodologia de pesquisa baseada em experiências de sala de aula. (CARNEIRO, 2005)

Neste trabalho o enfoque será na metodologia de pesquisa baseada em experiência de sala de aula, considerando a utilização da expressão de forma mais simplificada, ou seja, conforme adaptação realizada neste curso de especialização, para indicar uma tarefa que envolve prática com reflexão, relacionando também os conceitos de professor pesquisador com professor reflexivo, e será apresentada em três etapas, após o aporte teórico sobre utilização de mídias digitais em sala de aula.

2 A utilização de mídias digitais nas aulas de Matemática

Com base na atuação docente, ao verificar o desempenho dos alunos na sala de aula na disciplina de Matemática, notamos suas dificuldades para aplicar os conhecimentos na resolução de problemas, sendo que muitas vezes também expressam dificuldade para interpretá-los. Isso demonstra a necessidade da utilização de diferentes estratégias pedagógicas.

Scheibel (2009) afirma que “a didática tem como compromisso buscar práticas pedagógicas que promovam um ensino realmente eficiente, com significado e sentido para os educandos, e que contribuam para a transformação social”.

Nessa perspectiva, segundo Libâneo (2006 apud SCHEIBEL, 2009) cabe ao professor “possibilitar as condições e os meios de aprendizagem”, e

Tais condições e meios parecem poder ser centrados em ações orientadas para o desenvolvimento das funções cognitivas. Em razão disso, a didática precisa preparar-se melhor para responder estas indagações: como um aluno pode aprender, de um modo que as aprendizagens sejam eficazes, duradouras, úteis para lidar com os problemas e dilemas da realidade? Como ajudar as pessoas a desenvolverem suas capacidades e habilidades de pensar? (SCHEIBEL, 2009, p.15)

Analisando as novas tecnologias e sua crescente utilização pela sociedade, percebemos que elas podem interferir positivamente no processo ensino-aprendizagem. Logo, uma possível estratégia é a utilização dessas mídias como recurso didático.

Por outro lado, sabemos que muitos profissionais sentem-se inseguros e não têm clareza da importância da utilização de recursos tecnológicos no processo ensino-aprendizagem de Matemática. Isto pode estar relacionado a vários fatores, sendo um deles a sua formação acadêmica, que não englobou as possibilidades de utilização de recursos tecnológicos em sala de aula, fazendo com que estes profissionais necessitem um tempo maior de preparação para se sentirem aptos a utilizarem tecnologias em suas aulas. Diante da falta de tempo, muitas vezes os professores optam por manterem suas aulas tradicionais.

A esse respeito, Basso e Notare (2012) afirmam que

Os softwares disponíveis hoje em dia podem proporcionar um valioso trabalho de construção do conhecimento matemático, desde que as atividades sejam elaboradas com o objetivo de engajar os alunos em um processo de superação de desafios, no qual a utilização de conceitos matemáticos seja necessária para alcançar os objetivos propostos inicialmente. (BASSO; NOTARE, 2012)

Sendo assim, a utilização de mídias digitais pode melhorar a qualidade do ensino de Matemática, no entanto, elas por si só não garantem a aprendizagem significativa. É importante que o professor estabeleça objetivos que deseja alcançar mediante a utilização das mídias. Para isso, ele deverá inicialmente familiarizar-se com a software ou aplicativo escolhido, para depois definir a melhor maneira de utilizá-los e assim garantir uma aprendizagem eficaz. Nesse sentido, Gravina e Notare (2013) afirmam que

[...] a utilização do potencial de um software depende muito do entendimento que se tem das representações semióticas que nele se tem a disposição. Sem este domínio, torna-se difícil para o professor projetar atividades de forma tal que o software provoque o desenvolvimento de esquemas de uso que realmente façam diferença no processo de aprendizagem da Matemática. (GRAVINA; NOTARE, 2013, p.13)

Sobre representação semiótica, Ernest (2006, apud GRAVINA e NOTARE) destaca que

[...] trata-se de um conjunto de signos expressos através da fala, da escrita, do desenho; um conjunto de regras de produção e de organização dos signos que estabelecem o fluir do discurso; um conjunto de relações entre signos e seus significados, dado por subjacente estrutura matemática. (GRAVINA; NOTARE, 2013, p.2)

Também vale ressaltar que a metodologia que abrange o uso de recursos tecnológicos oportuniza aos alunos uma aprendizagem baseada na construção do conhecimento, o que é facilitado pela utilização de mídias digitais. Neste aspecto, Basso e Notare (2012) afirmam que

É com esse enfoque que defendemos a utilização da tecnologia nas aulas de Matemática: para proporcionar um rico espaço que permite a ação e a conceituação dos conceitos matemáticos, pois a construção do conhecimento matemático se dá na medida em que novos problemas matemáticos vão sendo vivenciados, uma vez que o aluno é perturbado e desafiado a superá-lo. (BASSO; NOTARE, 2012)

A utilização de mídias digitais nas aulas de Matemática também é enfatizada no documento Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006), que menciona a existência de softwares com os quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos. Além disso, enfatiza que

Os programas de expressão apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, o processo que caracteriza o “pensar matematicamente”, ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas. (BRASÍLIA, 2006, p.88)

Este documento também ressalta que no uso de tecnologia para o aprendizado de Matemática, a escolha do programa tem fundamental importância, visto que torna-se um fator que determina a qualidade do aprendizado.

Sendo assim, o uso de mídias digitais na sala de aula de Matemática tem grande potencial e os programas de formação continuada são importantes uma vez que proporcionam aos professores o continuar aprendendo, tão importante no aperfeiçoamento de suas práticas docentes.

3 Uma proposta para utilização de mídias digitais no estudo da função seno

Nesta seção são detalhadas duas etapas da Engenharia Didática. A primeira etapa diz respeito a apresentação do tema e justificativa, já a segunda refere-se ao plano de ensino, com o detalhamento do planejamento da atividade.

3.1 A escolha do conteúdo e recursos digitais apropriados

O estudo da trigonometria é realizado de tal forma em sala de aula que o aluno muitas vezes não compreende sua importância e relação com o cotidiano. Por isso, também expressa desmotivação e desinteresse por este conteúdo.

Como já mencionado, a grande variedade de fenômenos periódicos no cotidiano e sua relação com a função trigonométrica seno permite uma abordagem significativa deste conteúdo, já que faz o aluno perceber a trigonometria no seu cotidiano. E aliado a utilização de mídias digitais, proporciona ao aluno um “fazer matemática”. É o que afirmam Gravina e Santarosa (1998),

No contexto da Matemática, a aprendizagem nesta perspectiva depende de ações que caracterizam o “fazer matemática”: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar. É o aluno agindo, diferentemente de seu papel passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento[...] (GRAVINA; SANTAROSA,1998)

Nesse sentido, a escolha pelo conteúdo função seno resume-se a intenção de aperfeiçoar a prática docente, visando despertar maior interesse e motivação pelo seu estudo. No entanto, é importante selecionar as mídias digitais que realmente auxiliam o aluno na construção do seu conhecimento, e não apenas se caracterizam pela sua transmissão e repetição.

As mídias digitais facilitam o ensino e qualificam os conteúdos. Mas também prejudicam o aprendizado caso não seja feito bom uso delas. O desafio do professor é integrar ensino e tecnologia em prol de uma aprendizagem eficaz, pois as mídias digitais têm muito a contribuir nas metodologias de ensino. Pensando nisso, concordo com Gravina e Santarosa quando afirmam que “Se almeja-se uma mudança de paradigma para a educação, é necessário ser crítico e cuidadoso neste processo de uso da informática.”.

Considerando o exposto, optou-se pela utilização do software GeoGebra, que reúne recursos de álgebra e geometria e é uma interessante ferramenta de geometria dinâmica, ao

contrário do que é apresentado em livros didáticos de maneira estática e que dificulta o aprendizado. Além disso, é um software gratuito.

Ao representar o gráfico da função seno no GeoGebra, tem-se na janela de álgebra a expressão algébrica da função. O dinamismo deste programa caracteriza-se pela manipulação direta sobre o gráfico, por exemplo, sendo que as alterações no gráfico imediatamente são visíveis na janela de álgebra. Este dinamismo é o que permite ao professor e aluno o “fazer matemática” citado por Gravina e Santarosa.

Também dispomos de vários simuladores, um exemplo é o simulador “interferência de ondas”, da Universidade do Colorado, que promove simulações interativas sobre conceitos físicos. Permite produzir ondas pelo pingar de uma torneira, por um autofalante ou pela utilização de um laser, e visualizar a representação gráfica em cada situação. Assim, será utilizado para que o aluno possa visualizar melhor os conceitos de onda e inteirar-se do tema da proposta didática.

Além destas mídias, também selecionou-se o vídeo “Desenhando ondas” com o intuito de evidenciar a relação entre a matemática e a música, para que o conteúdo abordado tenha ainda mais significado para o aluno e para que o aluno perceba que a música é um fenômeno periódico. A utilização do vídeo é como Conteúdo de Ensino, de acordo com José Manuel Moran (1995),

Vídeo que mostra determinado assunto, de forma direta ou indireta. De forma direta, quando informa sobre um tema específico orientando a sua interpretação. De forma indireta, quando mostra um tema, permitindo abordagens múltiplas, interdisciplinares. (MORAN, 1995)

Ainda segundo Moran, também pode-se considerar o seu uso como Sensibilização para a próxima aula.

3.2 O contexto da experiência didática

A experiência didática foi realizada em uma escola pública da cidade de Westfália, RS. As atividades foram realizadas em dois encontros no mês de junho de dois mil e quinze, com duração de três horas-aula o 1º encontro e 1 hora-aula o 2º encontro.

Os 28 participantes são alunos do 2º Ano do Ensino Médio Politécnico, para os quais leciono desde o início deste ano letivo. É um grupo de alunos bastante ativo, sendo a maioria participativos e dispostos aos trabalhos propostos.

A escola instalou-se no prédio novo em maio de 2014, motivo pelo qual o laboratório de informática ficou em manutenção. Recentemente os computadores foram instalados por uma equipe de apoio da 3ª Coordenadoria Regional de Educação à qual a escola está vinculada, e também disponibilizou-se o “Wireless Fidelity” (Wi-Fi) para os alunos, possibilitando o acesso à internet com facilidade em seus dispositivos móveis (computador portátil, tablet ou celular).

No momento do planejamento da sequência didática, o laboratório de informática continuava em manutenção. Então optou-se por realizar o trabalho com o software e simulador em duplas utilizando os computadores dos alunos, o que não atrapalharia o desenvolvimento da sequência didática, pelo contrário, despertaria maior interesse e participação dos alunos, que poderiam trocar ideias com o colega, enriquecendo o aprendizado. Vale salientar que o software GeoGebra já estava instalado nos computadores dos alunos e o arquivo do simulador foi copiado para os mesmos.

Já no momento da aplicação da sequência didática, mesmo com os computadores da escola instalados e alguns funcionando, optou-se por utilizar os computadores portáteis dos alunos durante a aplicação da proposta de ensino, conforme inicialmente planejado e mediante autorização dos pais ou responsáveis.

3.3 Planejamento da atividade

No projeto do Ensino Médio Politécnico, verificou-se que o tema abordado pela turma do 2º Ano é CULTURA. Como alguns alunos realizam seu projeto de pesquisa sobre Música, algumas atividades terão relação com o som, proporcionando assim a interdisciplinaridade.

Nesta sequência didática considera-se que a turma já tenha realizado o estudo de arcos e ângulos, assim como o estudo do seno na circunferência trigonométrica, construída no software GeoGebra.

A proposta de ensino terá como objetivo geral compreender a função seno para resolver problemas envolvendo fenômenos periódicos do cotidiano. São objetivos específicos:

- Utilizar o simulador “Interferência de Ondas” para introduzir o tema da proposta didática;
- Perceber fenômenos periódicos no cotidiano;
- Construir o gráfico da função seno;

- Analisar e compreender as características do gráfico da função seno, estabelecendo relações com a circunferência trigonométrica;
- Relacionar funções trigonométricas com fenômenos periódicos;
- Entender o papel que cada parâmetro desempenha na função trigonométrica seno;
- Mostrar aplicações das funções trigonométricas relacionadas com os fenômenos periódicos através da resolução de problema.

- 1ª Hora-aula

1º Momento

Os alunos irão explorar o Simulador “Interferência de Ondas”, disponível para download em português em <http://phet.colorado.edu/en/simulation/wave-interference#translated-versions-header>. O arquivo será disponibilizado aos alunos em pen drive.

Sua utilização tem por objetivo introduzir o tema desta proposta didática, observando a representação gráfica em cada situação. No caso do som, também é possível ouvir o sinal produzido. A seguir, a imagem da tela do simulador:

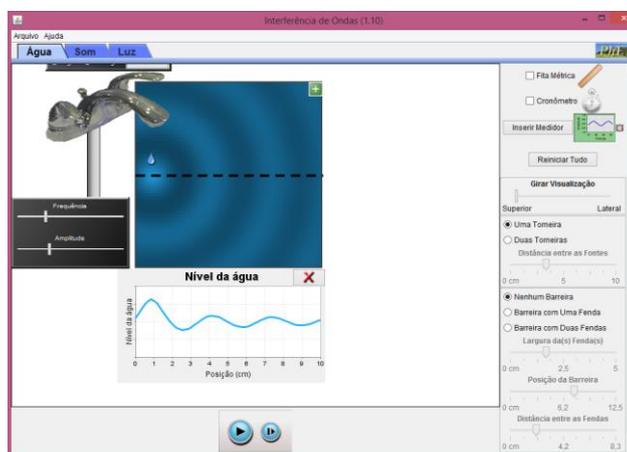


Figura 1: printscreen da tela do simulador

2º Momento

Tendo como objetivo a percepção de alguns fenômenos periódicos no cotidiano e a verificação de algumas características dos gráficos obtidos no simulador, serão realizados alguns questionamentos pela professora, oralmente:

1º) Um movimento periódico é aquele que se repete em intervalo de tempos iguais. Os três casos são exemplos de fenômenos periódicos, com obtenção de gráficos semelhantes. Você

consegue elencar outros exemplos do cotidiano, em que podemos observar fenômenos periódicos?

2º) Qual a alteração observada no gráfico do nível da água, ao modificar a frequência?

3º) Qual a alteração observada nos gráficos da água e da luz ao modificar a amplitude?

4º) No caso do som, o que caracteriza a amplitude? E a frequência?

Após estes questionamentos, espera-se que os alunos citem outros exemplos de fenômenos periódicos, tais como: onda humana, mais conhecida por “*ola*”; o movimento de um pêndulo; altura das marés; pressão sanguínea. Quanto ao segundo questionamento, espera-se que percebam que com o aumento da frequência obtém-se maior número de ciclos completos, ou seja, são em menor comprimento e maior quantidade. Com a diminuição de frequência, os ciclos são mais compridos e em menor quantidade. Ao modificar a amplitude (3º questionamento), espera-se que os alunos observem a variação do alcance da onda. Sobre o som, espera-se que percebam a relação da amplitude com o volume do som, e da frequência com sons agudos (frequência alta) e graves (frequência baixa).

3º Momento

Os alunos irão construir um gráfico semelhante ao observado no simulador. Neste momento irão apenas realizar a construção do gráfico da função seno. A análise do mesmo será realizada posteriormente.

Nesta construção será utilizado o arquivo com a circunferência trigonométrica já construída por eles no GeoGebra, em aula anterior a esta proposta didática. Inicialmente deverão configurar a Janela de Visualização seguindo os passos anotados no quadro:

- no menu “Opções – Avançado”, clicar em “Preferências – Janela de Visualização”
- para o “Eixo x”, em “Distância” escolher $\pi/2$, e “Unidade” escolher π .

Então, os alunos deverão seguir os passos de construção, também anotados no quadro:

- na caixa de Entrada, digitar a função: $p(x)=sen(x)$
- inserir um ponto H sobre o gráfico obtido e defini-lo como: $(\alpha, y(D))$;
- habilitar o rastro deste ponto.

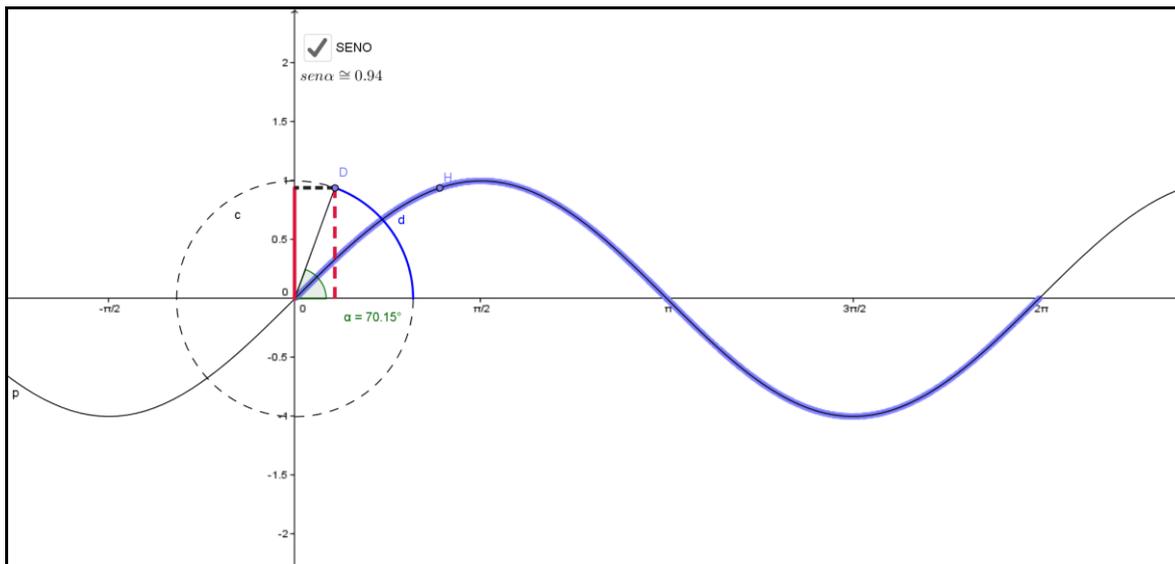


Figura 2: printscreen da construção no GeoGebra

- 2ª Hora-aula

4º Momento

Visando analisar o gráfico construído no 3º momento e compreender as características do mesmo, serão estabelecidas relações com a circunferência trigonométrica. Este momento também possibilitará aos estudantes aperfeiçoar a ideia de período, já que poderão verificar a formação do rastro do ponto H enquanto o ponto D completa uma volta no sentido anti-horário.

Os alunos deverão utilizar a construção realizada anteriormente para responder aos seguintes questionamentos:

- 1- Por que o gráfico $\text{sen}(x)$ passa na origem dos eixos?
- 2- Observe a formação do rastro sobre o gráfico e responda:
 - a) Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 1º quadrante?
 - b) Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 2º quadrante?
 - c) Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 3º quadrante?
 - d) Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 4º quadrante?
- 3- Qual é a distância horizontal percorrida pelo ponto H ao D completar uma volta no círculo?
- 4- O que pode-se afirmar sobre o formato do gráfico $\text{sen}(x)$?

Após estes questionamentos, espera-se que os alunos apresentem como respostas:

- 1) Pois $\text{sen}0^\circ = 0$.
- 2) a) No 1º quadrante o ângulo vai aumentando até 90° , e o gráfico vai crescendo

até atingir o ponto máximo, que é 1 .

b) O valor do seno vai diminuindo, até chegar em 0 , no ângulo de 180° , quando o gráfico intercepta o eixo x .

c) O valor do seno continua diminuindo, até chegar em -1 , no ângulo de 270° , quando o gráfico tem seu valor mínimo.

d) O gráfico volta a crescer, e com ângulo de 360° intercepta o eixo x novamente, pois $\text{sen}360^\circ=0$.

3) 2π .^[1]

4) Ele se repete em intervalos de 2π .

Após responderem aos questionamentos, será realizada uma conversação com a turma visando abordar os conceitos de domínio, imagem, crescimento, período e amplitude do gráfico da função seno. Estes conceitos serão anotados em seu caderno. Quanto ao período, definido como o deslocamento horizontal necessário para que o gráfico comece a se repetir, serão realizadas comparações com períodos em outros fenômenos do cotidiano, como por exemplo, relógio de pêndulo.

5º Momento

Para finalizar esta aula, os alunos irão assistir o vídeo “Desenhando ondas”, da Série *Matemática na Escola*, disponível em <<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1086>>, com duração aproximada de 10 minutos. O objetivo é mostrar a relação entre a matemática e a música, para que o conteúdo abordado tenha ainda mais significado para o aluno.

- 3ª Hora-aula

6º Momento

Inicialmente será realizado um debate na turma, enfatizando outros fenômenos da natureza que são periódicos, ou seja, que se repetem sem alteração após um intervalo de tempo (período). Para visualizar algumas funções periódicas, os alunos deverão inserir na caixa de entrada do GeoGebra as seguintes somas de funções:

a) $\text{sen}(2x) + \text{sen}(4x)$

b) $\text{sen}(2x) + \text{sen}(10x)/10$

c) $\text{sen}(3x)/3 + \text{sen}(10x)/10$

¹ Optou-se por abordar os ângulos nas unidades **grau** e **radiano** para que aos poucos a unidade radianos fosse usada com naturalidade pelos alunos.

Então, os alunos serão informados de que qualquer função periódica é uma soma de funções do tipo $f(x) = a + b \times \text{sen}(cx + d)$.

Utilizando uma nova janela do software GeoGebra, os alunos deverão seguir os passos:

- configurar a Janela de Visualização: no menu “Opções – Avançado”, clicar em “Preferências – Janela de Visualização”; para o “Eixo x”, em “Distância” escolher $\pi/2$, e “Unidade” escolher π .
- clicar na caixa de entrada e digitar a função $f(x) = a + b \times \text{sen}(cx + d)$
- ao clicar em “enter”, criar os controles deslizantes.

Em seguida, visando entender o efeito de cada parâmetro (a , b , c e d), deverão modificar os valores dos controles deslizantes, arrastando a bolinha para um dos lados, utilizando um controle deslizante de cada vez.

A partir das análises realizadas, deverão responder o questionário a seguir:

- 5- Qual o efeito do parâmetro a no gráfico?
- 6- Qual o efeito do parâmetro b no gráfico?
- 7- Qual o efeito do parâmetro c no gráfico?
- 8- Qual o efeito do parâmetro d no gráfico?

Espera-se que os alunos apresentem como respostas:

- 5) Translação vertical. Para $a > 0$ a translação é para cima e para $a < 0$ a translação é para baixo.
- 6) Modifica a amplitude do gráfico, cujo valor é o módulo de b .
- 7) Altera o período da função.
- 8) Translação horizontal do gráfico.

- 4ª Hora-aula

7º Momento

Os alunos deverão resolver o problema a seguir:

PROBLEMA: A altura h , em metro, da maré em certo ponto do litoral, em função do tempo, é dada pela função $h(t) = 3 + 2 \times \text{sen}(\pi/6 \times t)$, sendo t o tempo, medido em hora a partir do meio-dia.

- a) Construa o gráfico dessa função no GeoGebra.
- b) Descreva um ciclo completo dessa maré.

Para resolver o problema, poderão construir o gráfico utilizando um novo arquivo do GeoGebra, inserindo a função na caixa de entrada. Para facilitar a análise do gráfico, os alunos serão orientados a inserir um ponto sobre o gráfico, de incremento 0.1 e velocidade 1 , habilitar seu valor e observar suas coordenadas ao movimentá-lo sobre o gráfico.

A seguir, as respostas esperadas:

a)

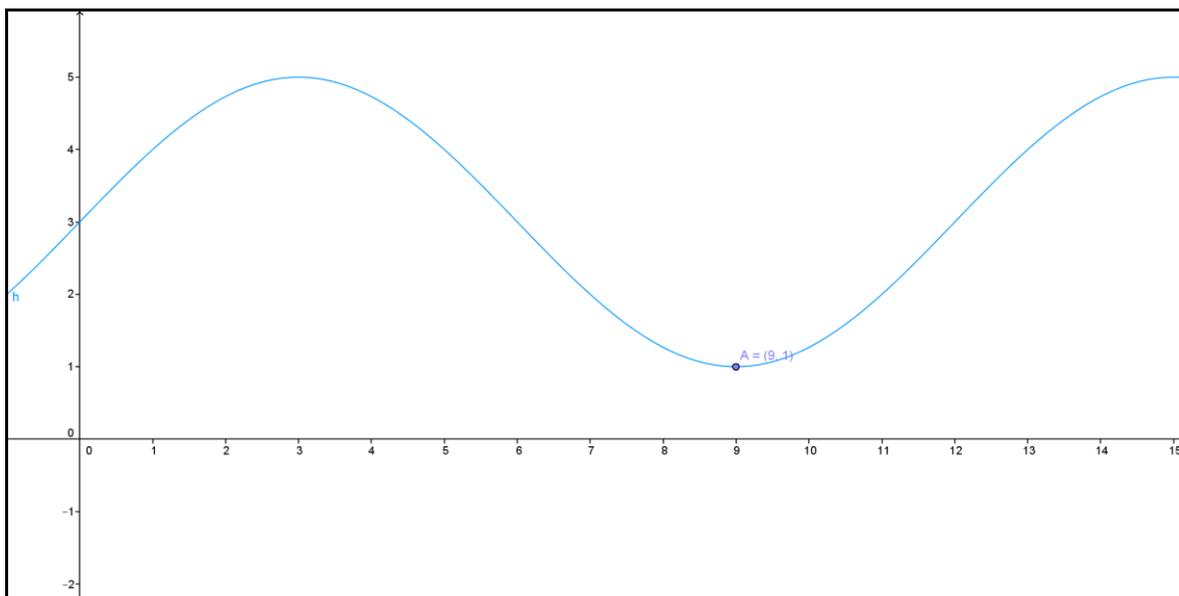


Figura 3: construção no GeoGebra

b) Observa-se no gráfico que a maré atinge a altura máxima em $t=3$, ou seja, às 15h ($t=0$ representa 12 horas). Em $t=9$ (21 horas) a maré atinge sua altura mínima, de 1 metro . Portanto, a maré oscila entre 1 m e 5 m (amplitude = 2), em ciclos completos a cada 12 horas (período = 12), o que significa a frequência de 2 ciclos por dia.

8º Momento

Será aplicado o questionário abaixo para verificação das ideias dos alunos sobre a utilização de mídias digitais:

- Você considera válida a utilização do simulador “Interferência de Ondas”?
- O que você tem a dizer sobre a utilização do software GeoGebra?
- Como você avalia a sua aprendizagem nesta proposta de ensino?

- Coleta de Dados

A coleta de dados foi baseada no registro dos diferentes momentos da aula por meio de fotos e anotações dos comentários dos alunos, assim como nos arquivos do GeoGebra e nas respostas dos questionários.

- Hipóteses

Hipótese 1: A definição de crescimento e decrescimento do gráfico da função $\text{sen}(x)$ é compreendida pelas relações estabelecidas com a circunferência trigonométrica, ao explorar o dinamismo da construção realizada no GeoGebra.

Hipótese 2: A análise do gráfico $\text{sen}(x)$ no GeoGebra possibilita a compreensão do conceito de período.

Hipótese 3: A compreensão sobre o efeito de cada parâmetro de uma função senoidal do tipo $f(x)=a+b \times \text{sen}(cx+d)$ é facilitada pela utilização dos controles deslizantes no GeoGebra.

Hipótese 4: Os alunos conseguirão resolver o problema relacionado com funções trigonométricas.

- Critérios de Avaliação

- Será contínua, através do acompanhamento e verificação do desempenho individual e das dificuldades apresentadas pelos alunos;

- Considerará a efetiva participação nas atividades propostas, o interesse demonstrado e as conclusões apresentadas;

- Se as conclusões apresentadas atendem aos objetivos e hipóteses da proposta de ensino.

4 Descrição e análise da experiência realizada em sala de aula

Nesta seção é abordada a terceira etapa da Engenharia Didática, em que são comparados os resultados obtidos com as hipóteses anteriormente formuladas.

4.1 Descrição da prática de ensino

A prática pedagógica foi desenvolvida na Escola Estadual de Ensino Médio Westfália, localizada no município de Westfália/RS, na turma do 2º ano, que possui 28 alunos matriculados. Esteve dividida em 8 momentos e foi realizada na sala de aula, com a utilização dos computadores portáteis dos alunos. Para tanto, o trabalho foi realizado em duplas ou trios, exceto uma aluna que preferiu realizar as atividades individualmente.

O primeiro encontro ocorreu no dia 18 de junho de 2015, durante 3 horas-aula, com 27 alunos presentes, organizados em 12 grupos. Na 1ª hora-aula, o primeiro momento tinha por objetivo utilizar o simulador “Interferência de Ondas” para introduzir o tema da proposta didática. Como o simulador não funcionou em dois computadores, estes alunos juntaram-se a outros grupos para explorá-lo. Observou-se que isto não prejudicou o andamento da atividade e que os alunos demonstravam interesse e satisfação enquanto utilizavam o simulador, principalmente ao explorar o som. As figuras a seguir mostram os alunos utilizando o simulador:



Figura 4

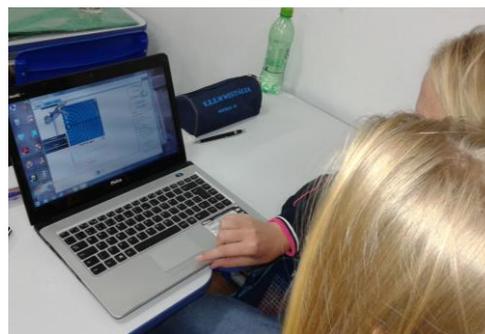


Figura 5

No segundo momento procedeu-se com alguns questionamentos orais, visando perceber fenômenos periódicos no cotidiano e verificar características dos gráficos obtidos no simulador. Notou-se que pela observação do gráfico em cada situação do simulador os alunos conseguiram relacionar a frequência ao número de ciclos completos e a amplitude ao alcance da onda, ou seja, relataram que com o aumento de gotas surgiam mais “ondinhas” e que a amplitude estaria relacionada com o pico da onda. Quanto ao som, relataram que sons agudos representam frequência alta e sons graves, frequência baixa, e que amplitude caracteriza o volume do som. Também citaram outros exemplos de fenômenos periódicos no cotidiano, como esperado: batimentos cardíacos^[2], ondas do mar,

² Modelados aproximadamente por funções periódicas.

corrente elétrica e relógio de pêndulo.

Já no terceiro momento os alunos deveriam construir no GeoGebra um gráfico semelhante ao obtido no simulador, ou seja, o gráfico da função seno. Como a turma já conhecia o software GeoGebra, não teve dificuldade para obter o gráfico. Para os alunos foi interessante o ponto H deslocar-se sobre o gráfico conforme o ponto D deslocava-se sobre círculo trigonométrico.

Na 2ª hora-aula, o objetivo do quarto momento era analisar e compreender as características do gráfico da função seno, através de relações estabelecidas com a circunferência trigonométrica. Para isto, os grupos responderam a um questionário. Após, realizou-se um diálogo abordando os conceitos de domínio, imagem, crescimento, período e amplitude do gráfico, no qual a turma surpreendeu a professora pela facilidade com que respondeu corretamente os questionamentos realizados.

No quinto momento os alunos assistiram ao vídeo “Desenhando ondas” com a finalidade de relacionar funções trigonométricas com fenômenos periódicos. A turma gostou bastante do vídeo, pois mostrava a relação entre a matemática e a música, enfatizando que a música é um fenômeno periódico. Isto foi interessante já que a turma ainda não havia estabelecido esta relação. A seguir uma imagem deste momento:



Figura 6

Na 3ª hora-aula, o sexto momento iniciou com uma conversa sobre fenômenos periódicos abordados no vídeo. Em seguida, verificaram o gráfico de algumas somas de funções periódicas no GeoGebra. Após, utilizando a ferramenta controle deslizante, construíram e analisaram o gráfico da função trigonométrica seno para entender o efeito de cada parâmetro e então responderam um questionário.

O segundo encontro ocorreu no dia 19 de junho de 2015, durante 1 hora-aula, com 25 alunos presentes, organizados em 11 grupos. Na 4ª hora-aula, o sétimo momento tinha como propósito mostrar aplicações das funções trigonométricas relacionadas com os fenômenos periódicos através da resolução de um problema. Os alunos deveriam utilizar o GeoGebra para construir o gráfico do problema e após descrever um ciclo completo deste gráfico. Inicialmente os grupos expressaram algumas dificuldades de interpretação do problema, solicitando ajuda da professora/pesquisadora. Mas depois conseguiram resolvê-lo, inclusive utilizando uma reta perpendicular ao *eixo x*, que facilitou a análise.

Finalizando, aplicou-se um questionário para verificação da opinião dos alunos sobre a utilização de mídias digitais. Este questionário, equivalente ao 8º momento, foi respondido individualmente.

4.2 Análise da prática de ensino

A seguir, serão analisados os dados coletados por meio de fotos, arquivos do GeoGebra e respostas dos questionários, para verificação das hipóteses.

Hipótese 1 – A definição de crescimento e decréscimo do gráfico da função $\text{sen}(x)$ é compreendida pelas relações estabelecidas com a circunferência trigonométrica, ao explorar o dinamismo da construção realizada no GeoGebra.

Esta análise foi realizada utilizando a segunda pergunta do questionário aplicado no 4º momento da prática de ensino. A figura 7 mostra a utilização do software GeoGebra na atividade proposta:



Figura 7: utilização do software GeoGebra

Verificou-se que na questão “Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 1º quadrante?” todos os grupos enfatizaram o crescimento do gráfico. Três grupos escreveram que seu ponto máximo é 1 , cinco mencionam que o gráfico vai até $\pi/2$. Fazem referência ao ponto H em suas respostas, que é o ponto inserido sobre o gráfico no GeoGebra. Vale ressaltar que dois grupos consideraram não apenas o aumento do ângulo

no 1º quadrante, mas também a sua diminuição. É o que podemos observar em uma das respostas apresentadas a seguir:

2) Observe a formação do rastro sobre o gráfico e responda:

a) Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 1º quadrante?

Ao deslocar o ponto D para 90° o ponto H cresce. Quando desloca-se o ponto D para 0° o ponto H volta ao zero. Seno dos dois pontos em relação ao y são iguais e positivos.

Figura 8: resposta do grupo 10

Na resposta de cinco grupos também notou-se claramente as relações estabelecidas com a circunferência trigonométrica. A seguir, uma das respostas coletadas:

a) Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 1º quadrante?

Ao deslocar o ponto D até 90° o ponto H se deslocou no gráfico até $\frac{\pi}{2}$, fazendo o movimento para cima.

Figura 9: resposta do grupo 5

A seguir, uma resposta que enfatiza o ponto máximo do gráfico:

a) Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 1º quadrante?

O ponto H sobe do 0 até o 1

Figura 10: resposta do grupo 8

Na questão “Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 2º quadrante?” todos os grupos ressaltaram o decréscimo do gráfico. Quatro grupos escreveram que o ponto H desce do 1 até o zero e cinco grupos enfatizaram que o ponto H desloca-se até π (180°). Na resposta do grupo 3, para “o H aumenta e vai até π ” entende-se

que o grupo faz referência ao deslocamento horizontal do gráfico. A seguir, a resposta de três grupos:

b) Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 2º quadrante?

O valor do seno fica 0; O H aumenta e vai até π , formando o ângulo de 180° e é positivo.

Figura 11: resposta do grupo 3

b) Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 2º quadrante?

O ponto H desce e fica na distância π . Porque o valor do seno vai diminuindo.

Figura 12: resposta do grupo 4

b) Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 2º quadrante?

Ao deslocar o ponto D até 180° o ponto H se desloca no gráfico até π , fazendo o movimento de decida, pois uma das duas coordenadas é negativa.

Figura 13: resposta do grupo 5

Também a questão “Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 3º quadrante?” foi respondida corretamente pela maioria dos grupos. Quatro grupos enfatizam que o gráfico diminui até -1 . Três grupos responderam que o gráfico decresce e desloca-se até $3\pi/2$. Dois grupos apontam o decrescimento do gráfico e que seno assume valores negativos. E dois grupos apenas relacionam o deslocamento até $3\pi/2$. Já na resposta a seguir, o grupo não faz referência ao valor mínimo ou posição do ponto H no gráfico, mas entende-se que o aumento ou diminuição do gráfico refere-se ao deslocamento horizontal, verificado pelo rastro do ponto H sobre o gráfico:

c) Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 3º quadrante?

Quando movemos o ponto D para baixo o gráfico aumenta.
Quando movemos o ponto D para cima o gráfico diminui.

Figura 14: resposta do grupo 1

Quanto ao questionamento relativo ao 4º quadrante, observou-se que apenas o grupo 4 apresentou confusão de ideias ao afirmar que o valor do seno diminui. Acredita-se que tenha sido um descuido deste grupo, já que respondeu corretamente as outras questões. Os demais grupos responderam corretamente a questão. Na resposta do grupo 12 nota-se a ideia de período. A seguir, estas respostas:

d) Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 4º quadrante?

O ponto H fica localizado na eixo x na distância 2π , e o valor do sen diminui.

Figura 15: resposta do grupo 4

d) Qual o comportamento do gráfico ao deslocar o ponto D no 4º quadrante?

ele completa a onda até 2π , e tudo se inicia novamente

Figura 16: resposta do grupo 12

Diante do exposto, a hipótese é validada, ou seja, os alunos em sua maioria compreenderam a definição de crescimento e decréscimo do gráfico da função $\sin(x)$ através das relações estabelecidas com a circunferência trigonométrica, ao explorar o dinamismo da construção realizada no GeoGebra.

Hipótese 2: A análise do gráfico $\sin(x)$ no GeoGebra possibilita a compreensão do conceito de período.

Para esta análise utilizou-se a terceira e quarta pergunta do questionário aplicado no 4º momento da prática de ensino. Apenas dois grupos apresentaram respostas incompletas, um relacionando 360° a 2π e outro enfatizando o movimento dos pontos D e H . A seguir, algumas respostas:

- 3) Qual é a distância horizontal percorrida pelo ponto H ao D completar uma volta no círculo?

A distância horizontal percorrida pelo ponto H, vai ser 2π

- 4) O que pode-se afirmar sobre o formato do gráfico $\text{sen}(x)$?

Pode-se afirmar que o gráfico é periódico porque ele vai se repetir.

Figura 17: respostas do grupo 9

- 3) Qual é a distância horizontal percorrida pelo ponto H ao D completar uma volta no círculo?

2π

- 4) O que pode-se afirmar sobre o formato do gráfico $\text{sen}(x)$?

é um formato de onda e é periódico. Quando completa 360° ela vai até 2π , se o círculo permitir mais graus a onda vai até 4π e assim por diante, avançando de 2 em 2π após cada volta completa.

Figura 18: respostas do grupo 12

Ao observar os alunos durante a realização da atividade, foi possível notar que a ferramenta rastro auxiliou-os na construção deste conceito. Considerando o exposto, esta hipótese também é validada.

Hipótese 3: A compreensão sobre o efeito de cada parâmetro de uma função senoidal do tipo $f(x)=a+b \times \text{sen}(cx+d)$ é facilitada pela utilização dos controles deslizantes no GeoGebra.

Nesta análise utilizou-se o questionário aplicado no 6º momento da prática de ensino. Verificou-se que sete grupos responderam corretamente todas as questões. Apenas um grupo referiu-se a amplitude na questão 7. Nesta mesma questão, quatro grupos não relacionaram o aumento ou diminuição da frequência com a alteração do período da função, como pode ser observado na resposta a seguir:

5) Qual o efeito do parâmetro a no gráfico?

Quando o valor fica negativo as ondas se deslocam para baixo.
Quando o valor fica positivo as ondas se deslocam para cima.

6) Qual o efeito do parâmetro b no gráfico?

Aumenta a amplitude conforme se movimentam as ondas do gráfico.

7) Qual o efeito do parâmetro c no gráfico?

Conforme se movimentam, aumenta o número de ondas.

8) Qual o efeito do parâmetro d no gráfico?

Conforme se movimentam, as ondas se deslocam para os lados direito e esquerdo.

Figura 19: respostas do grupo 3

Nota-se que a utilização da ferramenta controle deslizante no GeoGebra permitiu aos alunos observarem e compreenderem com facilidade o efeito de cada parâmetro de uma função senoidal. Mesmo que os grupos não tenham utilizado a palavra período em sua resposta na questão 7, entende-se que ao abordar a frequência esta ideia estava subentendida. Sendo assim, a hipótese está validada.

Hipótese 4: Os alunos conseguirão resolver o problema relacionado com funções trigonométricas.

Para esta análise, verificou-se as resoluções apresentadas para o problema proposto no 7º momento da prática de ensino, realizado no 2º encontro com os alunos. Devido à falta de três alunos, ocorreu a reorganização em alguns grupos. Apesar das dificuldades iniciais de interpretação, o problema foi resolvido por todos os grupos. Ao verificar os arquivos do GeoGebra coletados, observou-se que alguns grupos utilizaram duas retas perpendiculares, o que pode ter facilitado a observação do período do gráfico. A seguir uma construção realizada:

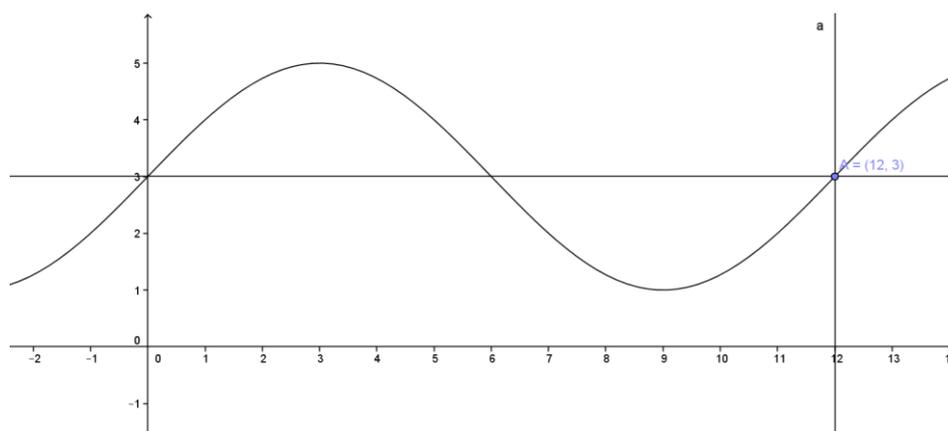


Figura 20: construção do grupo 10

Quanto a descrição do ciclo completo da maré, três grupos escreveram a altura da maré a cada hora, sendo que dois enfatizam que o gráfico é periódico e a amplitude tem valor igual a 2. Dois grupos não conseguiram descrever o ciclo de maneira clara, mas um deles destaca o período do ciclo. Seis grupos descreveram o ciclo de maneira resumida, destacando o horário e altura para maré alta e baixa, assim como a característica periódica do gráfico. Destes, dois grupos citam que o valor da amplitude é 2 e dois grupos não fazem referência à amplitude em sua resposta, mas destacam o período do ciclo, como pode ser observado nas respostas a seguir:

b) Descreva um ciclo completo dessa maré.

No meio dia a maré está em 3 metros, as 2 h a maré está a 4,73 metros, as 3 h está a 5 metros, as 9 h está a 1 metro as 11:30 h está a 2,48 metros. O gráfico é periódico, a amplitude é 2

Figura 21: resposta do grupo 7

b) Descreva um ciclo completo dessa maré.

As meio dia a maré está a 3 metros, a maré vai subindo até as 3 horas da tarde e baixa até às 9 horas, e sobe novamente até às 12 horas, quando começa um novo ciclo.

Figura 22: resposta do grupo 8

Sendo assim, o resultado foi satisfatório e a hipótese está validada, pois a maioria dos alunos conseguiu resolver o problema relacionado com funções trigonométricas.

5 Considerações Finais

Este trabalho foi desenvolvido com a finalidade de proporcionar um estudo motivador e significativo da trigonometria. Para tanto, utilizou-se como questão norteadora: a utilização de mídias digitais em sala de aula auxilia os alunos na compreensão do conteúdo matemático função seno, sendo este relacionado com fenômenos periódicos?

Levando em consideração o referencial teórico e a validação das hipóteses realizada através da análise dos dados coletados durante a experiência de ensino, pode-se afirmar que as mídias digitais oferecem um importante suporte para o aluno na construção dos conceitos matemáticos envolvidos, pois tanto o simulador quanto o software GeoGebra possibilitaram a participação do aluno na construção do seu saber. Além disso, a ênfase dada aos fenômenos periódicos do cotidiano tornou a proposta interessante, já que a utilização do vídeo esclareceu ainda mais a presença destes no cotidiano.

Pelo que constatou-se nas respostas do questionário relativo ao 8º momento da prática de ensino, foi uma experiência significativa e prazerosa para os alunos, segundo os quais a utilização de mídias digitais oportuniza um estudo mais atrativo, além de aulas com melhor rendimento. Também consideram o GeoGebra um software de fácil manuseio.

Quanto à metodologia utilizada, pode-se afirmar que a Engenharia Didática possibilita a reflexão sobre a prática, indicando possíveis caminhos para uma abordagem mais significativa. Ou seja, neste trabalho a validação das hipóteses evidenciou as vantagens do uso da tecnologia em sala de aula. Então, pode-se dizer que esta reflexão qualifica o trabalho do professor, uma vez que ele reavalia suas ações tendo em vista inová-las.

Nesse sentido, para mim como professora/pesquisadora a realização deste trabalho foi importante, pois a reflexão sobre esta experiência de ensino assegurou-me de que a utilização de mídias digitais no ensino da função trigonométrica seno, aliada a ênfase em fenômenos periódicos do cotidiano, garante um aprendizado eficaz deste conteúdo, além de motivar o ensino da trigonometria. Desde que as mídias sejam corretamente selecionadas, utilizando-se aquelas que melhor podem contribuir para o aluno construir o seu conhecimento, com atividades que possibilitem o fazer matemática.

Destaco que as mídias selecionadas para este trabalho proporcionaram a construção dos conceitos envolvidos. Quanto aos dois grupos que apresentaram confusão de ideias, entende-se que são dúvidas pontuais e podem ser facilmente esclarecidas em momento oportuno. E para os grupos que não responderam exatamente o esperado na segunda pergunta do questionário aplicado no 4º momento da prática de ensino, acredita-se que possa estar relacionado ao fato da turma já ter abordado o conteúdo seno no círculo trigonométrico em momento anterior a esta pesquisa, quando compreenderam os valores máximo e mínimo que seno pode assumir, e agora apenas não enfatizaram estes dados em suas respostas.

Diante do exposto, confirma-se que a utilização de mídias digitais em sala de aula auxilia os alunos na compreensão do conteúdo matemático função seno, relacionado com fenômenos periódicos. É importante salientar que além da função seno, esta proposta também possibilitaria o estudo da função cosseno.

No caso deste plano de ensino ser aplicado a outro grupo de alunos, vale ressaltar que as hipóteses elencadas podem não ser validadas como neste trabalho. No entanto, cabe ao professor adaptar o planejamento para que o mesmo contribua para a aprendizagem significativa de seus alunos.

Finalizando, espera-se que este trabalho possa contribuir no aperfeiçoamento das práticas pedagógicas de outros professores para o ensino da função trigonométrica seno ou outras funções periódicas. Afinal, as mídias digitais apresentam inúmeras potencialidades para aprimorar o aprendizado de matemática, assim como apresentado neste trabalho.

Referências Bibliográficas

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília, 2006. 135 p.

CARNEIRO, Vera Clotilde GARCIA. **Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática**. Zetetike, Campinas UNICAMP, v. 13, n. 23, 2005, p. 85-118. Disponível em: <<http://143.54.226.61/~vclotilde/publicacoes/ENGENHARIA%20ZETEIKE2005.pdf>> Acesso em: 13 jun. 2015.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações**. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2013.

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria Costi. (1998) **A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados**. Informática na Educação: Teoria e Prática, vol. 1, n. 1. Porto Alegre: UFRGS – Curso de Pós-Graduação em Informática na Educação.

LOBO DA COSTA, Nielce M. **A História da Trigonometria**. Artigo – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. Disponível em <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/modulo5/mod3_pdf/historia_triogono.pdf> Acesso em: 07 jun. 2015.

MORAN, José Manuel. O Vídeo na Sala de Aula. **Comunicação & Educação**, São Paulo, nº 2, ECA-Ed. Moderna, pg. 27 a 35, 1995.

NOTARE, M.; BASSO, M. Tecnologia na Educação Matemática: Trilhando o Caminho do Fazer ao Compreender. **Revista Novas Tecnologias na Educação**. Porto Alegre, v.10, n.3, dez 2012. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/36459/23539>>. Acesso em: 07 jun. 2015.

NOTARE, M.R.; GRAVINA, M.A. **A Formação Continuada de Professores de Matemática e a Inserção de Mídias Digitais na Escola**. In: Anais do VI Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática (VI HTEM), São Carlos, 2013.

SCHEIBEL, Maria Fani. **Didática, identidade profissional e contextualização da prática docente**. In: MAIA, Christiane Martinatti; SCHEIBEL, Maria Fani; URBAN, Ana Claudia (Orgs). Didática: organização do trabalho pedagógico. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2009. P.13-23. Disponível em: <http://www.acpms.com.br/arquivos/5eabf6392549325412df46de08d02cd2.didatica_organizacao_do_trabalho_pedagogico.pdf>. Acesso em: 15 jun. 2015.