



O ENSINO DE QUADRILÁTEROS E SUAS PROPRIEDADES COM O USO DO GEOGEBRA: UMA ANÁLISE SEGUNDO O MODELO DE VAN HIELE

Cindy Maiara Thums – cindythums@hotmail.com – Novo Hamburgo

Márcia Rodrigues Notare Meneghetti – marcia.notare@ufrgs.br – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Resumo: O presente trabalho tem por finalidade verificar como ocorre a aprendizagem dos quadriláteros e suas propriedades em ambiente de geometria dinâmica, à luz da teoria das cinco fases de aprendizagem do modelo Van Hiele. Para isso, foi realizada uma experiência com uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, na qual os alunos realizaram atividades exploratórias e de construção utilizando o software GeoGebra. A referida pesquisa é de caráter qualitativo, sendo esta realizada por meio de observações, aplicações de atividades no laboratório de informática, e com a realização de um breve questionário. Os dados foram analisados a partir da proposta do Modelo Van Hiele, conforme Nasser et al (2010), buscando analisar as competências dos alunos quanto à compreensão das definições dos diferentes quadriláteros e suas propriedades.

Palavras-chave: Geometria; GeoGebra; Quadriláteros; Aprendizagem

1. Introdução

Essa pesquisa é resultado do Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). A mesma desenvolveu-se como uma pesquisa qualitativa pelo método estudo de caso, com o objetivo de abordar o ensino de quadriláteros utilizando o software GeoGebra, bem como analisar o processo de aprendizagem dos alunos a partir das cinco fases de aprendizagem do modelo de Van Hiele.

A pesquisa foi realizada na turma 81 do 8º ano do Ensino Fundamental, na E. E. E. Médio Santa Rosa, situada na cidade de Porto Alegre/RS, com um total de 24 alunos, sendo que, devido à infrequência nas aulas, apenas 19 alunos contabilizaram como amostra dos dados coletados.

Este trabalho tem por objetivo abordar o ensino de quadriláteros utilizando o software GeoGebra como uma ferramenta dinâmica e importante de aprendizagem, bem como analisar as atividades a partir das cinco fases de aprendizagem segundo modelo Van Hiele, tendo como objetivos específicos: propor situações que possibilitem desenvolver o pensamento geométrico; estudar os cinco níveis do modelo Van Hiele; explorar o uso do software GeoGebra; motivar a aprendizagem em geometria.

No intuito de compreender o desenvolvimento do pensamento geométrico, a teoria de Van Hiele constitui-se um modelo interessante para instigar o processo de aprendizagem dos alunos. Essa teoria concebe cinco níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico, sendo eles: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor, e pode ser utilizada pelos educadores para orientar e organizar as atividades a serem desenvolvidas nas aulas de matemática.

Além dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, a teoria aborda, também, cinco fases de aprendizagem: informação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e a integração, conforme mencionam Nasser e Sant'ana (2010).

Van Hiele fundamenta sua teoria na ideia de que as mudanças cognitivas dos alunos e as experiências na educação estão interligadas diretamente com desenvolvimento mental, na qual é baseado em uma estrutura de processos e apresenta uma preocupação explícita com o modo de ensinar a matemática.

As atividades propostas e desenvolvidas nessa pesquisa seguiram sete etapas, desde o reconhecimento do software GeoGebra, seu manuseio, as construções dos quadriláteros, quadrado, retângulo e losango, até a finalização da pesquisa com a realização de um questionário para análise final dos objetivos.

Cada atividade realizada foi analisada à luz das cinco fases de aprendizagem propostas por Van Hiele.

Nas seções que seguem, apresentamos fundamentações teóricas importantes, e também o desenvolvimento, a análise das atividades aplicadas no laboratório de informática e seus respectivos resultados.

2. Geometria, sua importância e concepções

Segundo Pavanello (1993, p.7), “a geometria assume posição secundária no ensino”, a autora argumenta ser “o início do esquecimento desses conteúdos na prática

das salas de aula”, os professores não trabalham com ela por argumentarem a falta de tempo.

Podemos observar isso, de acordo com as Figura 1 e Figura 2.

Capítulo	Título	Página	Subtítulos	Página	Atividades	
1	Ângulos	8	Os ângulos	10	Explorando o tema: Como ocorrem as...	
			Bissetriz de um ângulo	15	Revisão	
			Ângulos opostos pelo vértice	17	Testes	
			Ângulos formados por um feixe de retas e uma transversal	19		
			Refletindo sobre o capítulo	23		
2	Potências e raízes	30	Relembrando potências	32	Refletindo sobre o...	
			Potência de base 10	37	Explorando o tema: O mundo visto por...	
			Notação científica	37	Revisão	
			Raiz quadrada	39	Testes	
			Raiz cúbica	41		
			Raiz exata de um número	42		
			Raiz quadrada aproximada de um número	43		
3	Conjuntos numéricos	52	Conjuntos	54	Refletindo sobre o...	
			Conjunto dos números naturais (N) e dos números inteiros (Z)	58	Acessando tecnol... Medias irracion...	
			Conjunto dos números racionais (Q)	61	Revisão	
			Conjunto dos números irracionais (I)	64	Testes	
			Conjunto dos números reais (R)	67		
4	Plano cartesiano	76	Localização	78	Revisão	
			Estudando o plano cartesiano	83	Testes	
			Refletindo sobre o capítulo	87		
			Explorando o tema: Tudo nos eixos	88		
5	Monômios, polinômios, produtos notáveis e fatoração	94	Expressões algébricas	96	Multiplicação com p... Divisão de polinômi...	
			Monômios	98	Produtos notáveis...	
			Adição e subtração com monômios	100	Fatoração de polinô... Refletindo sobre o...	
			Multiplicação com monômios	102	Acessando tecnol... Cálculos com exp...	
			Divisão com monômios	103	Revisão	
			Potenciação com monômios	104	Testes	
			Polinômios	105		
			Adição e subtração com polinômios	108		
6	Polígonos	130	Os polígonos	132	Acessando tecnol... Soma dos ângulo...	
			Diagonal de um polígono	134	Revisão	
			Soma das medidas dos ângulos internos e dos ângulos externos de um polígono	137	Testes	
			Refletindo sobre o capítulo	141		

Figura 1: Livro, Vontade de saber matemática 8º ano, SP – 2012.

7	Equações, sistemas de equações e inequações	146	Inequações do 1º grau com uma incógnita	146	Refletindo sobre o...
			Equações do 1º grau com duas incógnitas	152	Acessando tecnol... Retas no plano cart...
			Sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas	155	Revisão
			Resolução de sistemas de duas equações pelo método da substituição e da adição	159	Testes
8	Regra de três	176	Regra de três simples	178	Revisão
			Regra de três composta	184	Testes
			Refletindo sobre o capítulo	187	
9	Tratamento da informação	194	Gráficos e tabelas	196	Refletindo sobre o...
			Construção de gráficos	202	Explorando o tema: Tábua moosa...
			Média aritmética	207	Revisão
			Mediana e moda	207	Testes
			Probabilidade	211	
10	Triângulos	224	Os triângulos	226	Acessando tecnologi... Ponto notável de um triângulo
			Ângulos em um triângulo	232	Revisão
			Congruência de figuras	234	Testes
			Casos de congruência de triângulos	236	
			Pontos notáveis de um triângulo	239	
Refletindo sobre o capítulo	245				
11	Quadriláteros	252	Os quadriláteros	254	Acessando tecnologi... Construção de polígono...
			Paralelogramos	255	Revisão
			Trapezoido	261	Testes
Refletindo sobre o capítulo	263				
12	Medidas de superfície	268	Área de polígonos	270	Revisão
			Refletindo sobre o capítulo	279	Testes
			Explorando o tema: Quanto são os maiores tapetes?	280	
13	Formas circulares	284	Circunferência e círculo	286	Revisão
			Posições relativas	288	Testes
			Refletindo sobre o capítulo	293	
			Explorando o tema: Polígonos e suas medidas que misturam a área	294	
			Ampliando seus conhecimentos		
			Respostas		
			Bibliografia		

Figura 2: Livro, Vontade de saber matemática 8º ano, SP – 2012.

Segundo a autora Dana:

A decisão dos professores sobre a Geometria a ser ensinada é profundamente influenciada pela geometria que eles tiveram (geralmente uma pincelada durante o primeiro grau seguida de um curso com definições e demonstrações no segundo grau), por aquilo que está contido nos manuais escolares de uso corrente (muito pouco) e pelo que é exigido nos exames finais de seu nível (não muito). ([S.D.] *apud* LINDQUIST e SHULTE, 1994, p. 141)

Pelo fato desta influência existir no período do ensino básico, Dana ([S.D.] *apud* LINDQUIST e SHULTE, 1994, p. 141) ainda reafirma “a mensagem de todas essas fontes geralmente é a mesma: a Geometria é maçante, sem importância, irrelevante e inadequada para a escola elementar”. Isto é, por ser considerada irrelevante ou menos importante, ela não é trabalhada de maneira adequada nos níveis básicos de ensino, ocorrendo assim, um déficit significante tanto para o aluno como para o professor no momento de ser abordado o ensino de Geometria.

Os PCN's (1998, p. 64-65) destacam alguns objetivos específicos em relação ao pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

- Resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e perpendicularismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas;
- Estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras de diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;
- Resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição, transformação e ampliação e redução.

Embora a Geometria tenha uma grande importância enquanto parte integradora do ensino da Matemática, é nítido que sua abordagem em sala de aula das redes escolares é praticamente inexistente. A maioria dos docentes, cientes desta situação preocupante, continua com uma abordagem defasada e com o mesmo ritmo de aplicação de conteúdos didáticos, agravando assim, ainda mais esta situação. Sendo assim, efetuar um bom planejamento e posteriormente avaliar se os objetivos foram alcançados, permitirá o bom andamento do processo, atualizando e organizando as práticas abordadas pelos professores em sala de aula. Libânio (1994, p. 221) afirma que “o planejamento é um meio para se programar as ações docentes, mas é também um momento de pesquisa e reflexão intimamente ligado à avaliação”.

É imprescindível que os profissionais da educação elaborem um bom planejamento dos conteúdos a serem trabalhados em sala de aula, em especial na disciplina de Matemática, priorizando o contexto do aluno, enfatizando os tópicos relacionados à Geometria.

Complementando o parágrafo acima, Imenes e Lellis (2005, p. 19) afirmam que:

[...] o número de aulas semanais de matemática e o ritmo da aprendizagem das turmas variam de uma escola para outra e nem sempre será possível abordar, de um modo satisfatório todos os conteúdos. Cabe ao professor estabelecer prioridades, elegendo os temas que são fundamentais para a série, deixando outros para o final.

Reforçando este pensamento, o professor pode organizar e planejar os conteúdos a serem aplicados em sala de aula, considerando que a Geometria seja contemplada, enriquecendo a construção do conhecimento do aluno.

Reafirmando o pensamento acima, Dana complementa:

A Geometria não precisa ser ensinada como uma unidade completa, uma vez por ano. Tente, em vez disso, desenvolver uma atividade a cada dia, ou pelo menos duas vezes por semana, ao longo do ano. As crianças estarão se enriquecendo matematicamente, e você poderá se inspirar para criar, por si próprio, mais atividades de Geometria. ([S.D.] *apud* LINDQUIST e SHULTE, 1994, p. 155)

O tópico Geometria é parte fundamental do ensino da matemática, pois propicia uma contribuição significativa para a construção e evolução do pensamento lógico, possibilitando várias habilidades já citadas anteriormente, tais como, a abstração, orientação do espaço, estimativas, argumentação, entre outras.

Seguindo esta mesma linha de pensamento, Souza & Spinelli (1999, p. 29) concluem que:

A preocupação (que temos) não é só com a formação dogmática do pensamento geométrico, mas também com seus aspectos globais e sua possibilidade de ligar o mundo real ao abstrato. Sendo assim, o aluno precisa sempre duvidar, discutir e construir.

Nessa perspectiva, é possível o professor utilizar-se de experiências dentro e fora de sala de aula, fazendo com que o aluno faça uma relação entre o concreto e o abstrato.

2.1 Dificuldades de Aprendizagem na Geometria

A matemática possui um papel importante na formação das capacidades cognitivas, porém é uma das disciplinas na qual a maioria dos alunos apresenta dificuldades na aprendizagem dos conteúdos e, isso faz com que eles fiquem desestimulados e desinteressados e, acabam criando uma barreira sobre a disciplina de matemática.

Segundo os PCN's (1997 p. 29):

É importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares.

É muito importante frisar que a matemática não é um processo mecanizado, onde o professor apenas transmite o conteúdo e os alunos as reproduzem, existem ferramentas mais eficientes para se chegar a um determinado resultado utilizando outros recursos fora o tradicional, como por exemplo, o uso de ferramentas de mídias digitais, as quais os alunos interagem de forma mais dinâmica e proveitosa.

O aprendizado de matemática não é uma tarefa muito fácil, por isso cabe ao professor introduzir em sala de aula maneiras e métodos nos quais os alunos se identifiquem, mostrando a eles a importância que a matemática traz ao nosso cotidiano.

O cotidiano e as relações estabelecidas com o ambiente físico e social devem permitir dar significado a qualquer conteúdo curricular, fazendo a ponte entre o que se aprende na escola e o que se faz, vive e observa no dia-a-dia. Aprender sobre a sociedade, o indivíduo e a cultura e não compreender ou reconhecer as relações existentes entre adultos e jovens na própria família é perder a oportunidade de descobrir que as ciências também contribuem para a convivência e a troca afetiva. (BRASIL, 2001, p.81)

Nesse sentido, introduzir os conteúdos de Geometria em sala de aula de maneira que possa ser relacionado ou contextualizado com o ambiente em que vivem é primordial para um melhor aprendizado dos alunos. O professor pode efetuar diversas aplicações do dia-a-dia, buscando introduzir a realidade deles a sua aplicação, resultando assim em uma integração entre todo o conjunto e melhor apreensão do conteúdo a ser trabalhado.

Em relação ao destaque irrelevante que vem sendo atribuído a Geometria, os PCN's (1998, p.122) salientam que:

[...] a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo.

Diante desse contexto, cumpre ratificar que a Geometria é introduzida nas escolas de maneira muito sucinta, sendo pouco trabalhada em sala de aula.

Baldissera (2011, p.2) afirma que:

Num primeiro momento o estudo da Geometria não faz nenhum sentido para os alunos. Geralmente é ensinada sempre partindo da Geometria plana, apresentando as figuras achatadas, desenhadas em livro, dando pouca ênfase para a tridimensionalidade, não integrando os objetos sólidos com o espaço, a representação das formas, e principalmente não fazendo relações com objetos de nossa realidade.

Conforme o parágrafo acima é possível constatar as dificuldades que os alunos podem enfrentar, devido ao fato dos professores, muitas vezes, não incluírem e aplicarem o ensino da Geometria de maneira adequada.

Para Nasser:

Algumas das explicações para as dificuldades existentes ao estudar Geometria parecem ser evidentes, como a abstração em que a Geometria tem sido ensinada, o fato de ser o primeiro processo dedutivo, o pequeno número de aulas dedicados à Geometria, agravado pelo fato de serem dadas no final do ano, sem mencionar as deficiências dos livros didáticos. (1991 *apud* BAYER e SANTOS, 2003, p. 2)

As dificuldades no ensino da Geometria são identificadas tanto por parte dos professores ao ensiná-la, quanto por parte dos alunos ao compreendê-la.

Dreyfus e Hadas, assim afirmam:

A Geometria euclidiana tem sido menos ensinada nos últimos anos do que há vinte anos. A razão desse declínio deve ser buscada não na insatisfação quanto a seu conteúdo, mas antes nas dificuldades conceituais causadas pelas argumentações lógicas que constituem a essência da Geometria euclidiana. A maioria das dificuldades que se observam nos alunos em sala de aula está relacionada com a maneira de organizarem o raciocínio e construírem argumentações lógicas. ([S.D.] *apud* LINDQUIST e SHULTE, 1994, p. 59)

A Geometria é de suma importância, não somente dentro de seu próprio conteúdo, mas também para o ensino da matemática em suas diversas áreas. Miguel & Miorin (1986 p.70) frisam que a formação de uma base conceitual sólida em matemática

é indispensável não só para a aquisição de fatos básicos de outras ciências (naturais e/ou humanas), como também para assegurar a continuidade de estudo dentro do próprio campo da matemática.

Segundo os PCN's (1998 p. 62/63):

É importante que estimule os alunos a buscar explicações e finalidades para as coisas, discutindo questões relativas à utilidade da Matemática, como ela foi construída, como pode construir para a solução tanto de problemas do cotidiano como de problemas ligados à investigação científica. Desse modo, o aluno pode identificar os conhecimentos matemáticos como meios que o auxiliam a compreender e atuar no mundo.

Ainda nessa perspectiva, quando os alunos reagem de maneira não satisfatória a um determinado problema, cabe ao professor auxiliar o aluno e compreender sua frustração, promovendo atividades motivadoras e incentivadoras para que o aluno não desista de sua aprendizagem.

Fonseca (2008, p.10), afirma que:

Perante um obstáculo, um erro ou um insucesso, os alunos reagem de diferentes modos: alguns sentem maior empenho e insistem, por brio ou teimosia. Outros ficam aflitos, tendem a culpabilizar-se, sentem-se tristes, impotentes e acabam por desistir.

Os desafios e motivações estão interligados nitidamente à colaboração e ao envolvimento dos alunos, nas quais exigem do aluno uma interação efetiva e que não seja apenas um mero “recedor” de conhecimentos. É de extrema importância que a escola forme alunos, pensantes, críticos e, principalmente que sejam capazes de utilizar dentro de seu cotidiano os conhecimentos matemáticos, sabendo assim administrá-los em seu contexto de modo prático e eficiente.

Nesse aspecto, nossa educação expressa uma série de ações fundamentais na formação do indivíduo. O ensino da Geometria como parte integrante da disciplina de matemática, bem como elemento integrante na formação educacional destes indivíduos, é caracterizada como um conjunto inter-relacionado de saberes essenciais, principalmente nos dias de hoje, onde os avanços tecnológicos são construídos na sua grande maioria a partir destes saberes, tornando-se quase indispensáveis em quase toda atividade relacionada ao nosso cotidiano.

Segundo os PCN's (1998, p. 86):

Embora os conteúdos geométricos propiciem um campo fértil para a exploração dos raciocínios dedutivos, o desenvolvimento dessa capacidade

não deve restringir-se apenas a esses conteúdos. A busca da construção de argumentos plausíveis pelos alunos vem sendo desenvolvida desde os ciclos anteriores em todos os blocos de conteúdos.

Existe um conjunto de problemas relativos à compreensão do desenvolvimento cognitivo envolvidos no ensino e na aprendizagem de Geometria, que apresentam e estendem-se às etapas da rede escolar. A gama de conhecimentos de Geometria é resultado de um processo cognitivo, onde a percepção e a representação envolvem ideias significativas para o indivíduo. Diante deste preceito, as informações pré-existentes do indivíduo sobre Geometria deverão ser consideradas junto ao contexto a ser abordado em sala de aula, fazendo com que exista uma construção de novos saberes, provocando uma maior compreensão do que outrora seria considerada uma aprendizagem improvável de ser concebida.

Segundo Farrell:

Professores de Geometria da escola secundária, como todos os outros, devem preocupar-se em responder às duas seguintes perguntas: (1) Como podem ser traduzidas as características centrais da disciplina de maneira que os alunos entendam, mas não distorçam, sua natureza? (2) Que características especiais dos alunos podem retardar ou favorecer a compreensão do assunto? A Geometria da escola secundária focaliza axiomática, a solução de novos problemas e o discernimento de relações espaciais. ([S.D.] *apud* LINDQUIST e SHULTE, 1994, p. 290)

De acordo com os PCN's (1998 p. 42):

É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular da matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa a sua prática. Dentre elas, destaca-se a história da matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos que podem fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para construção das estratégias de resolução.

O estudo da Geometria pode ser considerado uma ferramenta onde o indivíduo pode interagir de alguma forma com o ambiente onde vive, podendo descrevê-lo e compreendê-lo por meio de diversas formas. Para Lorenzato (1995, p. 3-13), ela é um dos ramos da matemática mais propícia ao desenvolvimento de capacidades e habilidades, a saber: a criatividade, a percepção espacial, o raciocínio hipotético-dedutivo, conduzindo a uma “leitura interpretativa” do mundo.

2.2 Teoria de Van Hiele

Este modelo mostra cinco níveis de desenvolvimento do nível do pensamento geométrico. Ele foi criado por Pierre Van Hiele e sua esposa Dina Van Hiele-Geoldof, baseado no curso secundário na Holanda, na qual seus alunos apresentaram grandes dificuldades.

A ideia principal desta teoria apresenta cinco níveis sequenciais, no qual o aluno só poderá atingir determinado nível de raciocínio após concluir o nível anterior com êxito.

Na perspectiva de Van Hiele, no momento em que eles aprendem a Geometria, seu modelo sugere uma progressão de nível quanto à compreensão de seus conceitos, ou seja, ele sugere um avanço de raciocínio seguindo sequências de níveis.

Segundo Lopes e Nasser (1996, p. 11) “o progresso de um nível para o seguinte se dá através da vivência de atividades adequadas, e passa por cinco fases de aprendizagem. Portanto o progresso de níveis depende mais de aprendizagem que de idade ou maturação.”.

Em conformidade a Villiers (1996 *apud* BAYER e SANTOS, 2003, p. 1) a principal razão do fracasso no currículo tradicional de Geometria foi atribuída pelo casal Van Hiele, ao fato de que os conteúdos são apresentados em um nível mais elevado do que os alunos possam compreender.

2.2.1 Níveis do Modelo Van Hiele

Seguem abaixo os níveis do modelo Van Hiele para o desenvolvimento do raciocínio em Geometria, segundo Nasser e Sant’ana (2010, p.10):

- *1º Nível (Básico)* - Reconhecimento: Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global. Exemplos: Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
- *2º Nível - Análise*: Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas. Exemplos: Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, 4 ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
- *3º Nível - Abstração*: Percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra. Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas. Exemplos: Descrição de um

quadrado através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.

- *4º Nível – Dedução:* Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; reconhecimento de condições necessárias e suficientes. Exemplos: Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
- *5º Nível – Rigor:* Capacidade de compreender demonstrações formais. Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos. Exemplos: Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma Geometria finita.

2.2.2 Propriedades do Modelo

Segundo Crowley ([S.D.] *apud* LINDQUIST e SHULTE, 1994, p.4 e 5), além da compreensão dos cinco níveis, os Van Hiele identificaram algumas generalidades que caracterizam este modelo.

Seguem abaixo as características deste modelo:

- *Sequencialidade:* De acordo com sua progressão, o aluno deverá passar por todos os níveis, sucessivamente, ou seja, o aluno só poderá progredir de nível no momento em que ele atingiu e/ou assimilou as estratégias do nível o qual encontra-se.
- *Avanço:* Esta propriedade sugere que, o progresso ou não progresso de um nível para o outro, depende necessariamente dos métodos de instruções e do conteúdo a ser abordado, do que propriamente a faixa etária do aluno.
- *Intrínseco e Extrínseco:* Os objetos utilizados em um determinado nível, também serão utilizados no nível superior, como por exemplo, no nível 0 é percebido apenas o formato de uma figura, já no nível 1, através de uma análise minuciosa do uso desta mesma figura é possível que o aluno descubra suas propriedades e componentes.
- *Linguagem:* A linguagem tem um papel fundamental para a compreensão do raciocínio lógico, ou seja, cada nível deve utilizar sua linguagem específica, para que assim o aluno possa interpretar seus próprios símbolos lingüísticos e sistemas de relações de maneira adequada. A utilização incorreta desta linguagem pode frustrar tanto a atividade proposta, como também o aluno poderá sentir-se deslocado por não conseguir interpretá-la, promovendo assim sua frustração e desmotivação.

- *Combinação Inadequada:* Se o aluno estiver em um nível não compatível com nível que está cursando ou estudando, será lícito que o aprendizado e a possível progressão de nível não poderá ocorrer, ou seja, o aluno não terá capacidade suficiente para acompanhar os estágios de pensamentos que estão sendo abordados neste nível.

2.2.3 A Teoria de Van Hiele em sala de aula

O papel do professor é fundamental no processo de desenvolvimento do pensamento geométrico, uma vez que o avanço dos níveis depende principalmente da aprendizagem. Sendo assim, se estabelece ao professor selecionar meios de resoluções vivenciadas pelos alunos para que os mesmos possam progredir de nível.

O processo de avanço de níveis é moroso, ele acontece gradualmente conforme a reflexão do planejamento, materiais de estudo e das linguagens adequadas de acordo com aquele nível. Crowley ([S.D.] apud LINDQUIST e SHULTE, 1994, p. 9) “O aluno primeiramente começa a reconhecer as figuras dentro de seu modelo físico e somente depois desta etapa começa a analisá-la conforme suas propriedades.”.

OS PCN`s (1997, p. 55), frisam que:

Os conceitos geométricos constituem parte importante dos currículos de Matemática no ensino fundamental, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.

Resgatar o ensino de Geometria é essencial para a escola secundária, mesmo os currículos mais recentes frisam esta importância. Os professores parecem ainda não saber como conduzir este processo.

Conforme os PCN`s (1998, p. 86):

Os problemas de Geometria vão fazer com que o aluno tenha seus primeiros contatos com a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo. Isso não significa fazer um estudo absolutamente formal e axiomático da Geometria. Embora os conteúdos geométricos propiciem um campo fértil para a exploração dos raciocínios dedutivos, o desenvolvimento dessa capacidade não deve restringir-se apenas a esses conteúdos. A busca da construção de argumentos plausíveis pelos alunos vem sendo desenvolvida desde os ciclos anteriores em todos os blocos de conteúdos.

Conforme a citação acima, os PCN`s frisam a questão das figuras geométricas, caracterizando como principais ofícios do desenho: fazer suposições, visualizar, conjecturar, argumentar e comprovar.

Nasser e Sant'ana (2010, p. 7 e 8) afirmam que, segundo Van Hiele, para progredir de nível é necessário que o aluno passe por cinco fases de aprendizagem. A primeira fase refere-se à informação, a qual verifica os objetos de estudo; a segunda fase é a de orientação dirigida, em que os estudantes exploram o tópico de estudo através de atividades que o professor selecionou e ordenou cuidadosamente; já a terceira fase é a de explicação, fase em que os alunos expressam e modificam seus pontos de vista sobre estruturas que foram observadas; na quarta fase, de orientação livre, os alunos procuram soluções próprias para as tarefas mais complicadas, e por último a quinta fase, de integração, o aluno revê e resume o que aprendeu, formando uma visão geral do sistema de objetos e relações do nível atingido.

Crowley ([S.D.] apud LINDQUIST e SHULTE, 1994, p. 8), sugere que, para isso será necessário que o professor auxilie os alunos nessa síntese, “fornecendo apanhados globais” do que os alunos aprenderam.

3. O uso de mídias digitais em sala de aula

As mídias digitais constituem um recurso tecnológico que vem a favorecer o processo de aprendizagem, tornando-o mais dinâmico e proporcionando situações que levam à compreensão dos conceitos geométricos. Ao permitir o movimento de figuras, como por exemplo, o software GeoGebra¹, pode desenvolver habilidades importantes como visualização, identificação de propriedades, argumentação, instigando o raciocínio dedutivo dos estudantes.

Segundo Gravina et al (2012, p. 14):

Hoje, a variedade de recursos que temos à nossa disposição permite o avanço na discussão que trata de inserir a escola na *cultura do virtual*. A tecnologia digital coloca à nossa disposição ferramentas interativas que incorporam *sistemas dinâmicos de representação* na forma de objetos *concreto-abstratos*. São concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados e são abstratos porque respondem às nossas elaborações e construções mentais.

Desta forma, o uso de mídias de digitais em sala de aula deveria ocorrer de modo natural, uma vez que o seu uso é hoje um elemento fortemente presente na vida de nossos alunos. Mas para que isso aconteça é necessário, conforme menciona Gonçalves (2001, p.72):

¹ www.geogebra.org

(...) explorar as possibilidades tecnológicas no âmbito do contexto dos processos ensino/aprendizagem deveria constituir necessariamente uma obrigação para a política educacional, um desafio para os professores e, por conseguinte, um incentivo para os alunos descobrirem, senão todo o universo que permeia a Educação, pelo menos o necessário, nesse processo, para sua formação básica, como ser integrante de uma sociedade que se transforma a cada dia.

Na sala de aula mesmo quando o aluno apresenta um bom desempenho, é possível identificar suas dificuldades quando se refere ao processo dedutivo, pois o aluno, de modo geral, não consegue comprovar, justificar ou até mesmo expor uma linha de argumentação sobre algo que lhe é apresentado.

Considerando as dificuldades apresentadas pelos alunos quanto à abstração de conceitos que envolvam a Geometria, o uso de recursos de mídias digitais torna-se um aliado para a construção do conhecimento geométrico, pois é por meio do seu manuseio e movimentação que os alunos podem visualizar as partes de cada figura, identificar as propriedades que definem estas figuras, e assim argumentar.

Conforme afirma Kaleff (1998, p. 14): “Segundo Van Hiele a visualização, a análise e organização informal (síntese) das propriedades geométricas relativas a um conceito geométrico são passos preparatórios para o entendimento da formalização de conceito.”.

A importância da visualização, da construção de modelos bidimensionais, representações gráficas e a interpretação dessas representações são importantes para a compreensão do pensamento geométrico, pois é através desses preceitos que a aprendizagem poderá ser construída. A visualização é essencial na exploração e desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

Em relação ao uso do Software GeoGebra, Gravina et al (2012, p. 24) comentam:

A sua tela de trabalho disponibiliza, em linguagem clássica da geometria, recursos para construção de figuras a partir das propriedades que as definem. O processo de construção é feito mediante escolhas de primitivas que são disponibilizadas nos diferentes menus – pontos, retas, círculos, retas paralelas, retas perpendiculares, transformações geométricas, por exemplo.

De acordo com a citação acima, é possível perceber que o uso deste software permite um significado diferenciado a geometria, pois ao desenvolver atividades no papel, por ser um recurso estático, ela não possibilita as mesmas representações realizadas na tela do computador, uma vez que, relacionam diferentes representações de

uma única figura, explorando suas movimentações e manipulações através de seu dinamismo.

3.1 Geometria dinâmica

A Geometria Dinâmica possui um importante papel na aprendizagem das figuras geométricas, pois permite uma abordagem interativa, que possibilita a construção e movimentação de figuras geométricas a partir de suas definições e propriedades. Possibilita ainda, uma gama de manipulações para as variadas construções, concedendo possíveis caminhos para as demonstrações e compreensões de cada figura construída.

De acordo com Gravina et al (2012, p. 38):

Os programas de geometria dinâmica, dentre eles o GeoGebra, são ferramentas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a construção de figuras geométricas a partir das propriedades que as definem. São ambientes que concretizam a geometria euclidiana plana, e diferente daquilo que obtemos com lápis e papel e régua e compasso, pois com o mouse podemos manipularas figuras que estão na tela do computador, ao aplicar movimento em pontos que estão na construção.

Ao aplicarmos movimento nas figuras construídas neste software, sendo estas construídas corretamente, elas se transformam em relação ao seu tamanho e posições, mas preservam suas propriedades geométricas decorrentes do processo de sua construção.

Por exemplo, na primeira imagem da Figura 3 temos uma construção de quadrado realizada a mão livre, ou seja, sem utilizar as propriedades que definem um quadrado. Por isso, ao movimentarmos o ponto C_1 , a figura se deforma, deixando de ser um quadrado. Por outro lado, a segunda figura mantém suas características geométricas ao ser movimentada, e isso acontece porque ela foi construída a partir das suas propriedades, como as diagonais iguais e ortogonais, que suas diagonais são eixos de simetria, lados opostos paralelos, entre outras particularidades desta propriedade.

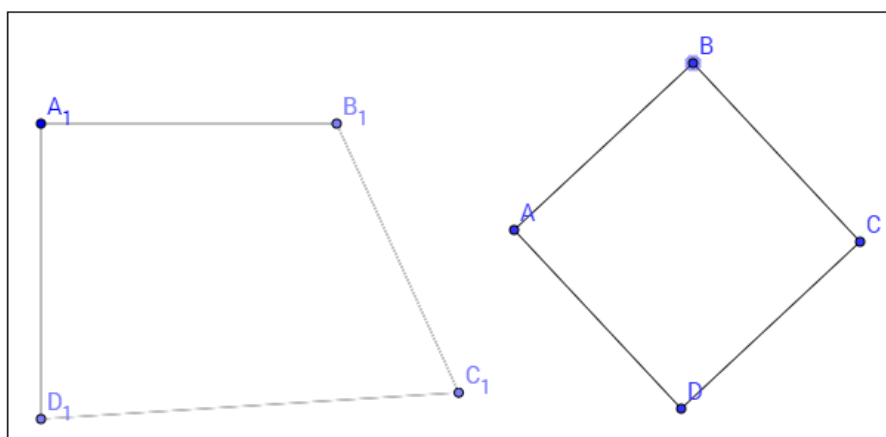


Figura 3: Software GeoGebra

A partir da representação dinâmica das figuras geométricas, é possível reconhecer e identificar mais facilmente as propriedades, definições e conceitos, permitindo assim uma linguagem e comunicação acessível aos alunos.

4. Descrição e análise da prática

Nesta seção, vamos fazer uma breve descrição da escola, da turma escolhida para esta pesquisa, da experiência realizada em sala de aula, bem como as respectivas análises quanto aos objetivos propostos.

4.1 Descrição da escola e da turma

A escola escolhida para esta pesquisa é a Escola Estadual de Ensino Médio Santa Rosa, sendo esta situada na cidade de Porto Alegre, Rio Grande do Sul. Os cursos oferecidos pelo estabelecimento de ensino são: o Ensino Fundamental, Médio e Educação de Jovens e Adultos (EJA), com aproximadamente 1600 alunos.

A escola possui um espaço físico adequado para o total de alunos matriculados. Esta instituição de ensino possui espaços destinados para, a biblioteca escolar, sala de multimeios, laboratório de Ciências Físicas e Biológicas, laboratório de Informática, laboratório de ensino-aprendizagem², sala de jogos, refeitório, quadra de esportes, banheiros femininos e masculinos para o uso dos alunos e outros dois exclusivos para o uso dos professores e uma sala dos professores.

Os alunos matriculados são caracterizados, em sua grande maioria, como alunos carentes, de baixa renda e com uma estrutura familiar enfraquecida, ainda muitos residindo em locais precários.

A referida turma é composta por um total de 24 alunos, sendo 11 alunas do sexo feminino e apenas 13 do sexo masculino, sendo que, devido a infrequência, o total de alunos participantes dessa pesquisa formaram um grupo de 19 alunos. A faixa etária desta turma é entre 13 a 14 anos de idade.

Embora este grupo de alunos seja um pouco agitado, todas as atividades propostas são muito bem exploradas por eles e a maioria apresenta bom nível de compreensão, refletindo assim no bom desempenho geral do grupo quanto à realização das atividades propostas.

² Sala disponibilizada para a disciplina de Seminário Integrado

O aluno que apresenta dificuldade é sempre auxiliado por um colega. É um grupo bem solidário, uns ajudam aos outros.

A relação entre os alunos e professora pesquisadora é bem singular, onde é sempre promovido um diálogo entre a turma, contrapondo as ideias dos alunos e complementando caso necessário, integrando sempre as peculiaridades referentes aos conhecimentos pré-constituídos por cada um, sempre favorecendo para a construção e enriquecimento do conhecimento de cada aluno.

4.2 Desenvolvimento da atividade

Para a realização desta pesquisa, foram elaboradas quatro aulas com duração total de três horas e trinta minutos, totalizando uma carga horária de cinquenta minutos cada hora/aula. Os alunos envolvidos nesta pesquisa foram os matriculados regularmente na respectiva turma citada acima.

Para fins de análise, foi aplicado um questionário, contemplando perguntas sobre as propriedades dos quadriláteros construídos, bem como sobre o sentimento quanto à realização da aula e ao uso do software GeoGebra.

Por meio de informações mais detalhadas, a pesquisa qualitativa consiste em descrever o comportamento humano. Na metodologia estudo de caso se faz necessário que o pesquisador seja participante. “[...Um estudo de caso permite que os investigadores foquem um “caso” e retenham uma perspectiva holística e do mundo real...]. (YIN, 2014, p.4). “[...O estudo de caso mostra as funções explicativas e não apenas as descritivas ou exploratórias dos estudos de casos únicos. Além disso, o autor contrasta as lições do estudo de caso com explicações alternativas prevalecentes...]” (YIN, 2014, p.7), demonstrando claramente como o estudo de caso pode ser a base para generalizações significativas.

Conforme já mencionado, esta proposta consiste no ensino de quadriláteros e suas propriedades com o uso do software GeoGebra, fazendo uma análise segundo o modelo de Van Hiele. Para isso, foram elaboradas três atividades, sendo estas realizadas em sete momentos. A primeira atividade consistia na construção de um quadrado, um retângulo e um losango, conforme eles considerassem corretos, após foi iniciada uma discussão sobre as construções realizadas. Na segunda atividade, os alunos construíram estas figuras com o auxílio da professora, e a partir de suas construções, a construção correta a partir da diagonal de cada uma, conforme definem suas propriedades. E a terceira e última atividade, foi a realização de um questionário, o qual os alunos

responderam algumas perguntas em relação às atividades propostas, suas construções, e também quanto à satisfação referente ao uso do software GeoGebra.

A experiência iniciou no laboratório de informática da escola pesquisada, através da exploração do software GeoGebra, para verificar assim o seu funcionamento. Os alunos iniciaram o processo de reconhecimento de algumas figuras localizadas na régua virtual, em seguida, foi-lhes informado qual seria a proposta de trabalho para o referido grupo experimental, o qual correspondeu de maneira positiva para o seu desenvolvimento.

Abaixo, segue a Figura quatro ilustrando a régua virtual do Software GeoGebra:

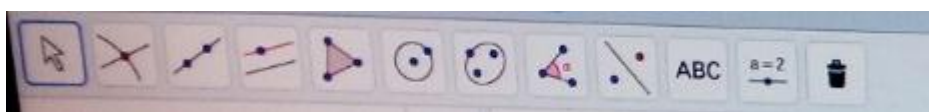


Figura 4: Software GeoGebra

Conforme as cinco fases de aprendizagem da teoria de Van Hiele, a primeira fase é a de informação, a qual se verifica os objetos de estudo. Sendo assim, primeiramente foi realizada com a turma uma conversa sobre como seria a proposta desta atividade, sempre os motivando para a realização da mesma. Em seguida a turma esboçou de maneira positiva sua participação, ou seja, eles demonstraram um interesse bem expressivo, pois de acordo com a fala de alguns alunos, nunca haviam construído uma atividade tão diferenciada quanto a que seria aplicada.

Para realizar a análise das produções dos alunos segundo a Teoria de Van Hiele, foram selecionados três alunos, nomeados aqui de o aluno “a”, aluno “b” e aluno “c”, buscando identificar ao longo do trabalho seus erros iniciais, suas evoluções e progressões de níveis conforme o modelo. Outros alunos também surgirão na análise, contudo devido ao tempo e às dificuldades apresentadas por estes três, mantive o foco apenas neles.

As atividades desta pesquisa foram desenvolvidas em sete momentos, descritos a seguir:

- 1º Momento: Os alunos exploraram o software GeoGebra sozinhos, conhecendo e se familiarizando com as ferramentas do mesmo.

Neste momento, foi apresentado para o grupo de alunos participantes a régua virtual do software GeoGebra, suas ferramentas e de que forma eles poderiam iniciar o manuseio das ferramentas na janela geométrica. Alguns desses alunos já conheciam o

software, pois eles tinham sido meus alunos no ano anterior e desenvolveram algumas atividades com o mesmo.

O aluno “a”, logo no início da atividade, quando começou a manusear o GeoGebra perguntou:

“Professora, posso usar o Paint?”

Então perguntei por que ele gostaria de utilizar o Paint, e o aluno “a” respondeu:

“Por que ele é a mesma coisa que esse e é mais fácil de mexer!”

Diante desta resposta, permiti que ele abrisse o programa e visualizasse suas ferramentas, e até mesmo manuseasse por um período curto de tempo. Logo em seguida, solicitei que ele voltasse a manusear o GeoGebra e informei que no final da atividade ele iria verificar a diferença entre ambos.

- 2º Momento: Foi solicitado que os alunos construíssem um quadrado, um retângulo e um losango, sendo estas figuras construídas de acordo como as consideram corretas, frisando que eles farão as construções sozinhos neste momento.

Segundo Van Hiele, este momento caracteriza-se como a segunda fase de aprendizagem, a de orientação dirigida, em que os alunos exploram o tópico de estudo por meio de atividades propostas pelo professor. No mesmo momento em que foi solicitada essa atividade, alguns alunos começaram a questionar:

Aluno “b”: *“Eu não sei o que é um losango, o que é isso?”*.

Quando este aluno fez esta pergunta, alguns alunos também começaram a fazer o mesmo questionamento, e nesse momento ocorreram algumas respostas partindo dos próprios colegas:

Aluno “d”: *“Como que você não sabe o que é um losango? É muito fácil, é uma pipa!”*.

Aluno “e”: *“É sim, parece com uma pipa!”*.

Aluno “b”: *Agora lembrei, tinha esquecido.*

Outros alunos começaram a se manifestar e mostrar utilizando as mãos, para os colegas com dúvidas, como seria o formato de uma pipa.

Aluno “f”: *“Pode ser dois triângulos iguais, um embaixo e outro em cima.”*

Aluno “a”: *“Parece a figura do baralho.”*

Podemos verificar que o aluno “f” associou a compreensão de um losango formando a figura de dois triângulos, utilizando a sua simetria, e assim unificando os triângulos e transformando-os em um losango. Percebe-se, neste momento, que estes alunos encontram-se na fase de visualização ou reconhecimento do modelo de Van

Hiele, pois identificam as figuras geométricas a partir de sua aparência global, de sua representação, mas não se apoiam nas propriedades que as definem.

Da mesma maneira que surgiram dúvidas de como seria um losango, também questionaram como seria um retângulo.

Aluna “c”: *“É um retângulo? Não lembro professora!”*.

Aluno “f”: *“Retângulo é um quadrado espichado.”*.

Aluno “g”: *“É que nem uma caixinha de leite.”*.

Nesse momento perguntei para o aluno “g”, como assim uma caixinha de leite? Todo o formato da caixinha de leite é um retângulo? Poderia me explicar e exemplificar?

Então, ele respondeu: *“Não professora, apenas uma parte dela. Posso desenhar no quadro branco para mostrar?”*.

Respondi que sim, então o aluno “g” desenhou uma das faces da caixinha de leite, e todos começaram a fazer o reconhecimento desta figura. Novamente, percebe-se que os alunos identificam a figura retângulo pela aparência, a partir de objetos de seu cotidiano, o que revela o primeiro nível de desenvolvimento de Van Hiele.

Quanto ao quadrado, não surgiu nenhuma dúvida quanto ao seu formato.

Nesse momento percebi que os alunos encontravam-se no nível um, segundo o modelo de Van Hiele, uma vez que eles enxergavam a figura como um todo, porém não identificavam suas partes.

Diante disso, através do software GeoGebra, foram revistos alguns conceitos básicos como por exemplo ponto, reta, semirreta, segmento de reta, retas paralelas, retas perpendiculares e ângulos, conceitos básicos e necessários para a construção das atividades propostas.

Após esses diálogos, os alunos realizaram as construções propostas a mão livre, sem o uso das propriedades que as definem.

- 3º Momento: A professora solicitou que, após as construções feitas, os alunos movimentaram os vértices de suas figuras e observem o que ocorre, registrando suas observações.

Todos os alunos da turma construíram suas figuras a mão livre. Alguns utilizaram a ferramenta segmento de reta, e outros construíram os eixos da malha. Mas todas as figuras construídas, ao serem movimentadas, perdiam suas propriedades e deformavam-se. Foi possível observar ainda, que alguns dos alunos realizaram a construção de seus losangos a partir da construção de dois triângulos, conforme o aluno

“f” mencionou a compreensão de sua característica anteriormente. As Figuras 5, 6 e 7 ilustram algumas construções realizadas pelos alunos.

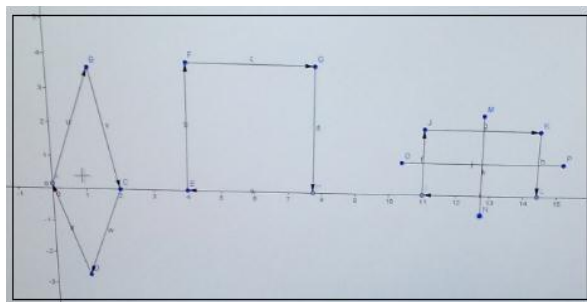


Figura 5: Construção realizada pelo aluno “a”

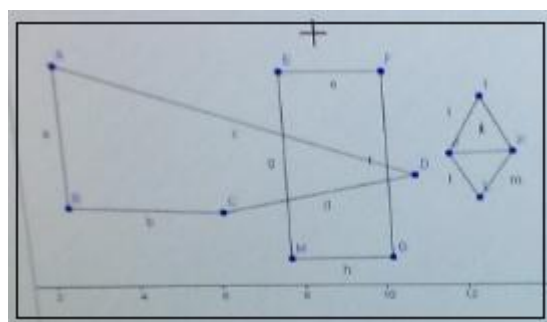


Figura 6: Construção realizada pelo aluno “b”

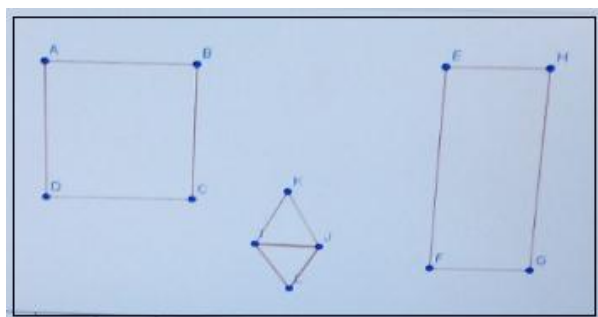


Figura 7: Construção realizada pelo aluno “c”

- 4º momento: A professora iniciou uma discussão sobre as figuras construídas pelos alunos, instigando-os a analisar e observar sobre os resultados e identificar as propriedades desses quadriláteros, que são importantes no momento da construção.

De acordo com Van Hiele, essa é a terceira fase de aprendizagem, de explicação, caracterizada pela fase em que os alunos expressam e modificam seus pontos de vista sobre estruturas que foram observadas.

Iniciei este momento questionando se eles tinham conhecimento, ou já ouviram falar sobre um vértice. No mesmo ato, os alunos “a”, “b” e “c” haviam respondido que não. Enquanto um dos alunos manifestou a seguinte resposta:

Aluno “h”: “É um canto, como as pontas de um quadrado.”

Complementei informando que, vértice é o ponto comum entre os lados de uma figura geométrica, ou também podemos dizer que é o encontro de duas semirretas dos dois lados (ou mais) de uma figura.

Seguem abaixo algumas das respostas registradas pelos alunos (Figuras 8 e 9).

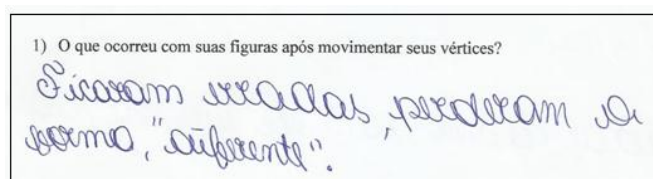


Figura 8: Resposta dos alunos “a” e “b”

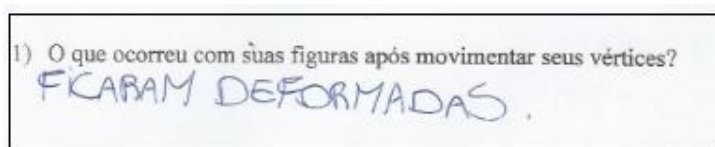


Figura 9: Resposta do aluno “c”

Conforme as ilustrações acima, podemos observar algumas das respostas descritas, como por exemplo, a primeira imagem, referente à questão 1, foi respondida pelo aluno “b”, e a segunda imagem referente à mesma questão foi respondida pelo aluno “c”.

Os alunos foram instigados a tentar solucionar o problema oriundo ao movimentar os vértices de suas figuras, momento em que perceberam que elas perderam suas características, ou seja, perderam suas propriedades.

A partir dessa discussão, a professora foi questionando quanto ao formato de cada figura após seus vértices serem movimentados. Nesse momento alguns alunos começaram a mencionar:

Aluno “a”: “Minha figura ficou desconfigurada professora!”.

Aluno “b”: “Meu quadrado ficou esticado!”.

Então, questionei como assim esticado, sua figura ainda continua representando o formato de um quadrado?

Aluno “b”: “Não.”

A professora continuou questionando, porque sua figura deixou de representar um quadrado?

Aluno “b”: *“Porque ela não tem mais os quatro lados iguais.”*

Aluno “a”: *“A minha figura também professora, os lados não são mais iguais como de um quadrado.”*

Novamente questioneei, porque será que ao movimentar suas construções suas figuras não ficaram iguais a um quadrado, o que podemos fazer para ficar igual às figuras solicitadas?

Aluno “c”: *“Podemos usar as quatro retas iguais professora!”*.

Aluno “a”: *“E também os quatro ângulos iguais né?!”*.

Então, aproveitei o que o aluno “a” mencionou e instiguei-os a uma nova pergunta:

Conforme o aluno “a” mencionou sobre os quatro ângulos iguais, quem lembra no início da atividade como eles são formados e qual é o nome desse ângulo?

Aluno “b”: *“Sim, são linhas atravessadas, que se cruzam.”*.

Aluno “c”: *“Eles são chamados de quatro ângulos retos, que formam um quadradinho de 90°.”*

Aluno “h”: *“É, elas têm a forma de cruz!”*.

Logo, complementei suas respostas, muito bem, parabéns! Mas essas linhas que se cruzam, conforme mencionou o aluno “b”, elas têm um nome específico, e que relembramos lá no início da aula, alguém lembra?

Aluno “a”: *“Pera aí, anotei aqui professora...elas são chamadas de retas perpendiculares.”*

Muito bem, exatamente, elas são chamadas de retas perpendiculares, mas e agora, como podemos construir essas figuras de modo que as mesmas não se deformem quando movimentarmos seus vértices?

Aluno “b”: *“Ué, podemos usar as retas e os quatro ângulos iguais!”*.

Então a professora respondeu, muito bem!!!

Após essa discussão, os alunos começaram a reconstruir suas figuras a partir das propriedades identificadas por eles, como por exemplo, o quadrado, utilizando as retas perpendiculares, preservando suas congruências de lado.

- 5º momento: Após a discussão, foi analisado os resultados e, a partir das figuras construídas por eles, foram construídas as figuras a partir da diagonal de cada uma, construindo corretamente as figuras, que no caso, alguns grupos não haviam conseguido construí-las a partir das propriedades identificadas pelos colegas no quarto momento.

Este momento é especificado pela quarta fase de aprendizagem do modelo Van Hiele, fase de orientação livre, os alunos procuram soluções próprias para as tarefas mais complicadas.

Assim, segue abaixo, nas Figuras 10, 11 e 12, algumas ilustrações das perguntas realizadas através de um questionário e suas respectivas respostas, em particular as registradas pelos alunos “a”, “b” e “c”:

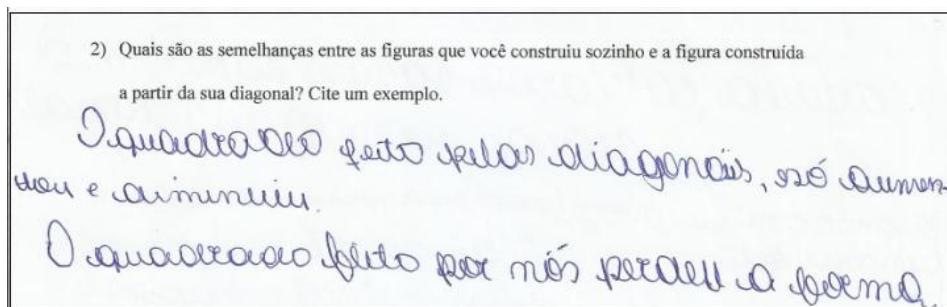


Figura 10: Resposta dos alunos “a” e “b”

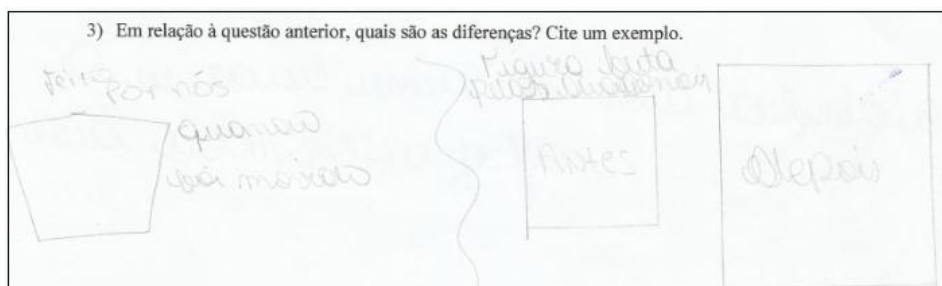


Figura 11: Resposta dos alunos “a” e “b”

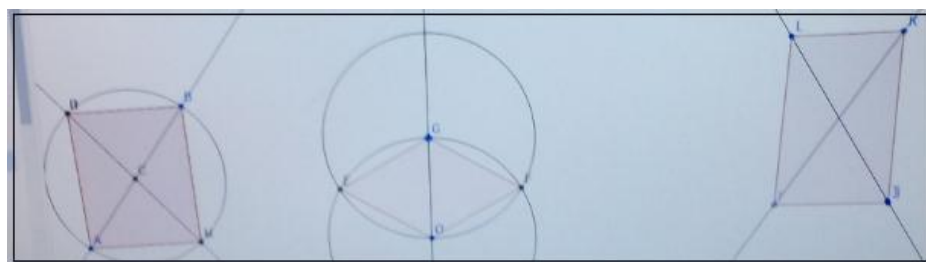


Figura 12: Construção realizada pelo aluno “c”

Na questão 3, conforme ilustra a Figura 10 referente aos alunos “a” e “b”, solicitei que eles explicassem sua resposta, então o aluno “c” respondeu:

“Primeiro desenhamos a figura que construímos sozinhas, quando mexemos ela perdeu o jeito de quadrado, e do lado mostramos que a outra construção quando mexemos o quadrado só aumentou de tamanho, mas continuou sendo um quadrado.”

A Figura 12 ilustra a construção feita pelo aluno “c”, a partir da diagonal, quando o vértice foi movimentado as figuras não perderam suas características.

Perante suas observações e comentários, foi possível perceber a progressão de nível segundo Van Hiele, uma vez que os alunos “a”, “b” e “c”, conseguiram realizar a análise das suas figuras em termos de seus componentes, ou seja, reconheceram suas propriedades no momento em que elas perderam suas formas originais, esse avanço é definido pelo 2º nível, como uso das propriedades para tentar solucionar os problemas.

Neste momento foi solicitado que os alunos traçassem uma diagonal em suas figuras construídas, no mesmo momento surgiu uma pergunta:

Aluno “i”: *“O que é isso?”*.

Novamente não respondi, fazendo com que eles refletissem sobre a pergunta, e esperando que outro aluno elaborasse uma resposta.

Aluno “f”: *“A diagonal é como se você andasse da ponta da sala até a outra ponta.”*.

Aluno “g”: *“É uma linha atravessada.”*.

Aluno “a”: *“Então são as retas que dividem a sala ao meio?”*.

Complementei parabenizando os alunos e afirmando, que a diagonal é o segmento que une dois vértices não consecutivos, e assim fui questionando o que mais acontecia com suas figuras ao traçarem as suas diagonais.

Aluno “b”: *“A figura vai ficar pela metade.”*.

Aluno “c”: *“A reta passa bem no meio da figura.”*.

Aluno “a”: *“Os lados opostos são iguais.”*.

Embora os alunos “a”, “b” e “c”, não estivessem preparados para explicar suas relações, bem como sem entender e visualizar as definições, foi possível verificar que eles passaram a discernir as características das figuras construídas, reconhecendo alguns elementos e propriedades, como por exemplo, que os lados opostos são congruentes, conforme mencionou o aluno “a”, em suas palavras.

- 6º momento: Foi iniciada outra discussão a partir dos movimentos destas figuras, para possibilitar que os alunos visualizem as possíveis diferenças e semelhanças entre as figuras construídas por eles no segundo momento, e as figuras construídas a partir da sua diagonal, conforme ilustram as figuras possibilitando a construção do conhecimento em relação às propriedades e definições de cada figura.

É importante salientar, que a construção a partir das suas diagonais utilizaram alguns objetos escondidos para que as figuras mantivessem suas propriedades, como por exemplo, foi utilizada a ferramenta circunferência, para preservar a congruência de lados.

Assim, segue abaixo imagens de algumas figuras construídas a mão livre, e para comparação a respectiva figura construída corretamente através de suas propriedades e a partir de sua diagonal.

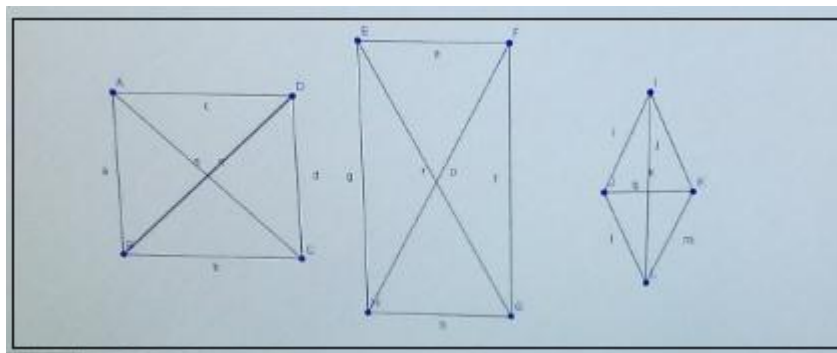


Figura 13: Construção realizada pelo aluno “b”

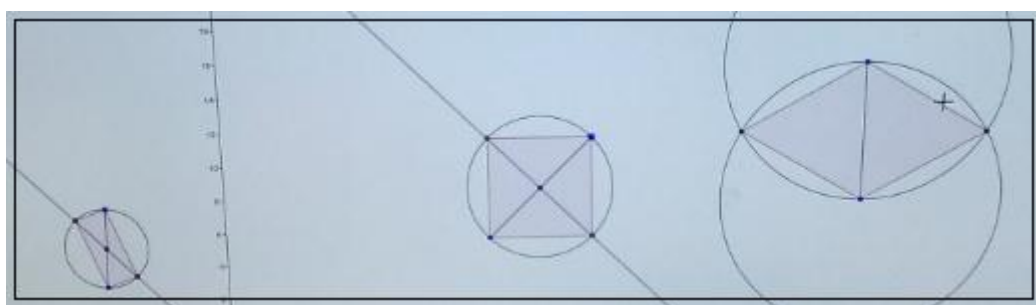


Figura 14: Construção realizada pelo aluno “a”

Logo, podemos observar nas imagens ilustradas acima, as diferenças entre as figuras construídas a mão livre, e as figuras construídas a partir de suas diagonais utilizando contemplando suas propriedades.

- 7º momento: Após as construções, foi realizado o encerramento da atividade proposta, por meio de um questionário, contemplando perguntas sobre as propriedades dos quadriláteros construídos, bem como sobre o sentimento quanto à realização da aula e o uso do software GeoGebra.

Este momento é iniciado pela quinta e última fase, de integração, o aluno revê e resume o que aprendeu, formando uma visão geral do sistema de objetos e relações do nível atingido.

Para concluir a atividade, os alunos iniciaram uma discussão revendo o que aprenderam, bem como expõem suas opiniões e críticas sobre as figuras construídas, tentando relacionar conceitos e propriedades que foram ou não compreendidas. Dessa

forma, para fins de constatação em relação ao processo de aprendizagem, seguem abaixo algumas das respostas escritas pelos alunos, referentes ao questionário realizado.

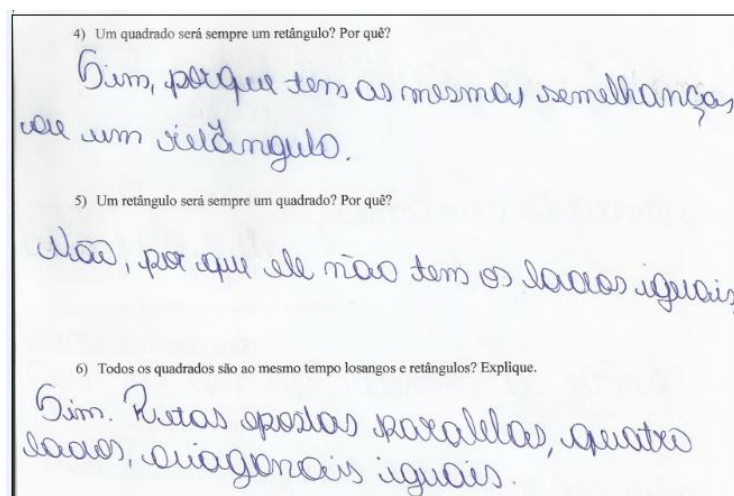


Figura 15: Respostas dos alunos “a” e “b”

Através das respostas acima, podemos verificar que os alunos “a” e “b” conseguiram estabelecer relações entre algumas propriedades dos quadriláteros. Essa progressão de aprendizagem dá indícios de que os alunos “a”, “b”, inclusive o “c”, conforme respostas em anexo, estão avançando para o 3º nível do modelo Van Hiele, momento em que os alunos são capazes de reconhecer classes de figuras, como por exemplo, que um quadrado é um retângulo porque possui todas as propriedades de um retângulo.

Contudo, percebem-se ainda alguns problemas, como afirmar que um losango possui diagonais iguais, ou seja, não conseguem identificar que suas diagonais são eixos de simetria, bem como, suas diagonais são bissetrizes dos ângulos internos.

Embora, os alunos “i”, “k” e “l”, como por exemplo, não tenham atingido esse nível, conforme questionário em anexo, todavia, os alunos “a”, “b” e “c”, tiveram uma evolução significativa quanto ao processo de aprendizagem, progredindo do 1º nível de reconhecimento e visualização, para o 2º nível, o de análise, conseguindo analisar as figuras em termos de seus componentes, e reconhecendo suas propriedades, como por exemplo, descrever um quadrado através de suas propriedades.

Conforme segue a fala dos três alunos analisados separadamente, quando mencionado sobre as propriedades das figuras, ocorrido no momento de encerramento da atividade:

Aluno “a”: “Um quadrado tem quatro lados iguais e se partir ele ao meio, ficará com duas partes iguais.”

Aluno “b”: “Os lados opostos são iguais.”

Aluno “c”: “Retas opostas paralelas, quatro lados, diagonais iguais.”

As atividades foram realizadas em grupos de no máximo três alunos. De acordo com as imagens abaixo constatamos que, no mesmo grupo, as respostas foram confusas, ou seja, é possível perceber que a resposta para a pergunta 6 foi realizada pelo aluno “b”, e a resposta 7 respondida por outro colega do mesmo grupo, o aluno “k”, mostrando claramente que o aluno “b” conseguiu uma melhor compreensão e assimilação em relação à pergunta e às propriedades das referidas figuras, enquanto o outro aluno descreveu uma resposta confusa e ao mesmo tempo sem convicção de sua ideia, pois rasurou a resposta.

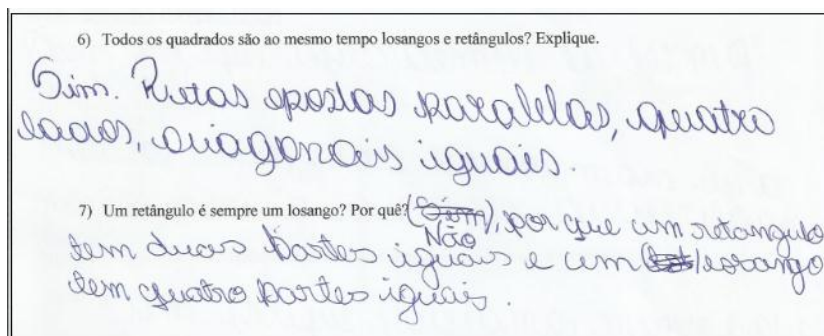


Figura 16: Respostas dos alunos “a” e “k”

Finalizando, considerando todas as etapas e aplicações, se faz necessário um olhar particular para os resultados obtidos ao término desta pesquisa, pois através destes dados foi possível analisar o progresso de aprendizagem obtido pelos alunos da turma 81 de 8º ano do Ensino Fundamental, no que se refere ao avanço de nível segundo o modelo Van Hiele.

Nasser e Sant’ana (2010, p. 10), de acordo com o modelo Van Hiele, caracteriza o nível de reconhecimento através do “reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global.”

Desse modo, trabalhar com o recurso de mídias digitais, bem como utilizando o software GeoGebra como uma ferramenta de ensino, pois ela permite construir variadas figuras geométricas a partir de suas propriedades, fazendo com que o aluno compreenda

e assimile determinados conceitos através de sua construção, foi fundamental para que o resultado desta atividade fosse satisfatória, inclusive para a progressão de nível.

Segundo a autora Crowley ([S.D.] *apud* LINDQUIST e SHUKTE, 1994, p.4 e 5), “além da compreensão dos cinco níveis do modelo Van Hiele, eles identificaram algumas generalidades que caracterizam este modelo.”.

Mas para tornar significativo todo esse processo de aprendizagem, a professora pesquisadora teve um papel fundamental nesse desenvolvimento, conforme Crowley ([S.D.] *apud* LINDQUIST e SHUKTE, 1994, p. 8), “[...] será necessário que o professor auxilie os alunos nessa síntese, “fornecendo apanhados globais””.

Considerando as grandes dificuldades encontradas pelos alunos no que se refere ao processo dedutivo, o uso de mídias digitais, por meio do uso do software GeoGebra, foi extremamente importante para o desenvolvimento de conceitos, bem como para o reconhecimento das figuras geométricas.

5. Considerações Finais

A disciplina de matemática é normalmente considerada como a mais difícil, mas alguns professores tentam mudar essa ideia, procurando dar uma abordagem diferenciada ao seu ensino. Quando os alunos são desafiados a refletir e pensar sobre suas atitudes, acabam desenvolvendo confiança e autonomia, permitindo assim que o raciocínio matemático seja construído.

Desta forma, as atividades propostas para esta pesquisa, foram planejadas visando uma proposta de atividade eficiente, na qual os alunos pudessem explorar e aprender alguns conceitos sobre quadriláteros, utilizando o software GeoGebra.

A partir de um estudo sobre a teoria de Van Hiele, esta pesquisa procedeu de maneira a considerar as cinco fases de aprendizagem propostas pelo modelo. Além disso, este estudo permitiu para a pesquisadora constatar que, buscar formas diversificadas de trabalhar a geometria em sala de aula pode propiciar uma melhoria na qualidade do ensino e da aprendizagem, como também promover uma mudança de concepção e paradigmas em relação a sua metodologia, vendo ela sob outra perspectiva de ensino, inovadora e diferenciada.

Esta experiência possibilitou que os alunos criassem condições de construir seus próprios caminhos para aprender e compreender os problemas e dúvidas que foram surgindo ao longo da aplicação.

Conforme os alunos foram percebendo alguns erros, iniciava a busca pela resposta correta. Foi surpreendente a motivação e interesse dos alunos para superar suas

dúvidas e aprender novos conceitos. Em todas as etapas das atividades, os alunos foram participativos e ativos.

O educador tem um papel importante na vida do aluno, o modo como irá conduzir e planejar suas aulas, conseqüentemente poderá influenciar diretamente na qualidade de ensino, como também na aprendizagem do aluno.

Realizar esta pesquisa além de ter sido desafiador, foi muito gratificante e estimulante, pois foi possível constatar que a Geometria poderá ser abordada de diversas formas por meio do uso de mídias digitais. Deste modo, utilizar o recurso de programas computacionais de geometria dinâmica, como o utilizado no caso desta pesquisa, o Software GeoGebra, não apenas permite ao aluno à compreensão de conceitos e propriedades, mas também envolve os alunos na construção de seu próprio saber, promovendo a sua autonomia.

Assim, seguem algumas das respostas descritas pelos alunos em relação ao questionário realizado:

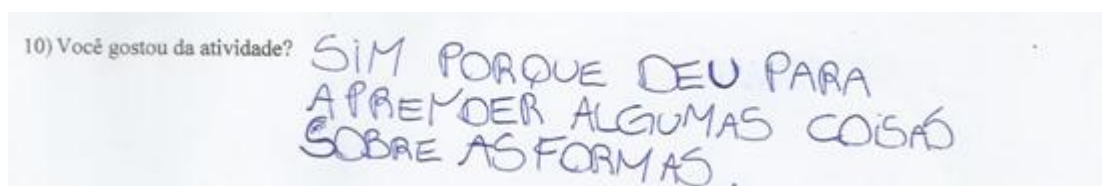


Figura 17: Respostas dos alunos “a” e “k”

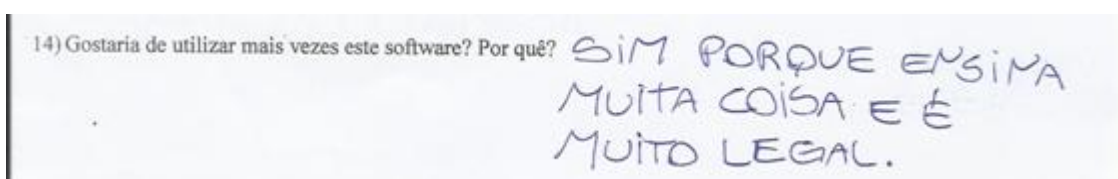


Figura 18: Respostas dos alunos “a” e “k”

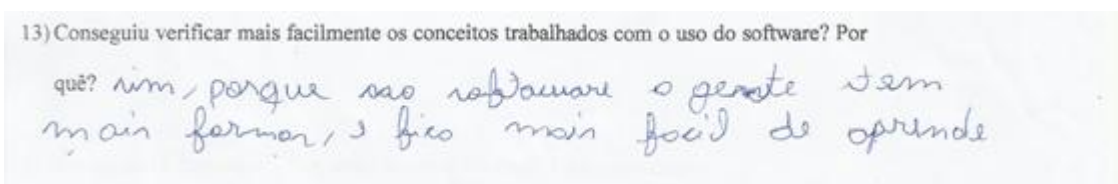


Figura 19: Respostas dos alunos “f” e “h”

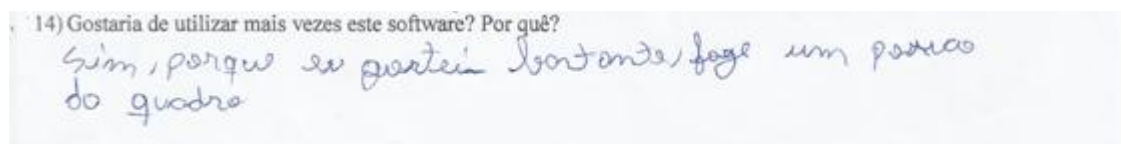


Figura 20: Respostas dos alunos “f” e “h”

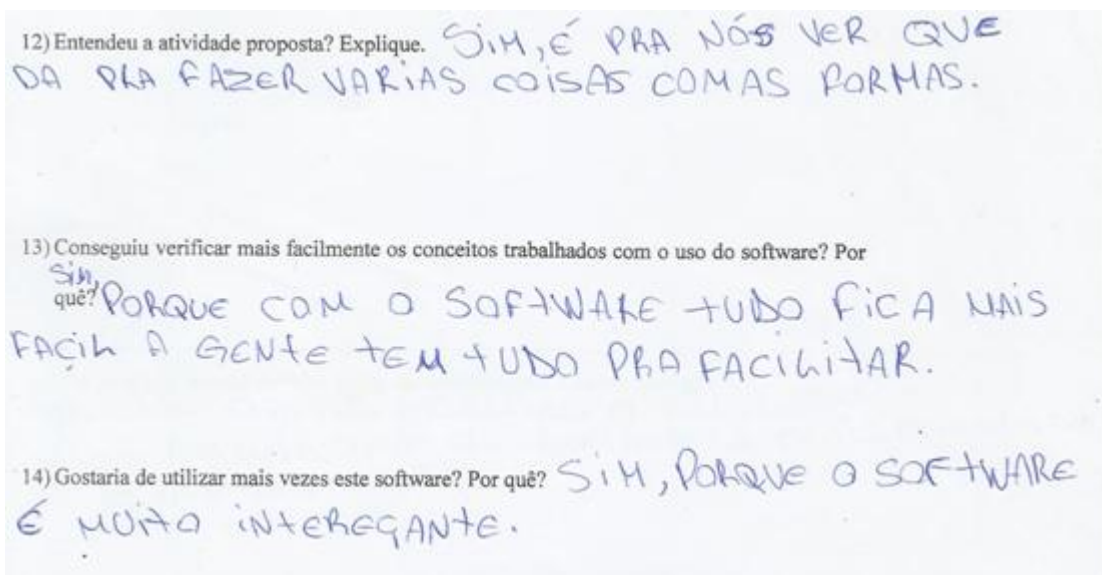


Figura 21: Respostas dos alunos “l”, “m” e “n”

É importante salientar que o uso deste software não apenas evidenciou as potencialidades de sua utilização, em conjunto com as atividades propostas, como também estabeleceu conexões entre propriedades dos quadriláteros trabalhados, articulando novos conhecimentos, e explorando a dinamicidade existente na geometria.

Diante disso, as mídias digitais em paralelo com a geometria dinâmica, permite uma habilidade em perceber diferentes representações em uma mesma construção, manipulando a figura “em movimento”, progredindo de níveis de raciocínio e dedução.

Encontrei algumas dificuldades em relação ao tempo para desenvolver esta atividade em sala de aula. Para desenvolver este tipo de trabalho, é necessário um espaço maior de tempo, para que os alunos tenham a oportunidade de descobrir conceitos e relações em seus tempos.

Outro fator que deve ser apontado, foi o fato de que alguns computadores não estavam em pleno funcionamento, ou seja, alguns não aceitaram o download do software GeoGebra para realização das atividades.

Encerrando essas ideias, após os resultados terem sido satisfatórios, como docente, pretendo desenvolver e apresentar esta proposta de atividade nas demais turmas que leciono, e assim, acompanhar as possíveis progressões de níveis segundo a

teoria de Van Hiele, pois todo o conhecimento e objetos inerentes em um nível imediato será utilizado e desenvolvido no nível superior, ou seja, é onde se caracteriza a propriedade “intrínseca e extrínseca” do modelo Van Hiele.

O Software GeoGebra, não apenas se trata de um recurso tecnológico de fácil acesso, mas também é uma ferramenta importante de geometria dinâmica, ambiente o qual permite ao aluno a dedução de propriedades, a exploração de conceitos, construção de estratégias e de argumentação, progredindo assim o nível cognitivo de compreensão e habilidades.

Por fim, aplicar este trabalho didático, como alguns alunos afirmaram “foi muito divertido”, e o melhor de tudo compensador, ainda mais depois de ver o seguinte comentário em uma rede social: “*muito tri a aula de Geometria com a professora Cindy.*”.

Referências Bibliográficas

BALDISSERA, Altair. **A Geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos**. Santa Terezinha de Itaipú. p. 1-20, out. 2007. Disponível em:

http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_altair_baldissera.pdf

BAYER, Arno; SANTOS, Beatriz Petrella dos. **A observação no ensino da Geometria**. Livro de resumos: Bauru, SP, p. 1-9, 2003. Disponível em: <<http://fep.if.usp.br/~profis/arquivos/ivenpec/Arquivos/Orais/ORAL018.pdf>>

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**, V. 2. Brasília: MEC / SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares Nacionais: Matemática – Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CROWLEY, Mary L. **O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico**. In: LINDQUIST, Mary & SHULTE, Albert P. (organizadores), *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 1994.

DREYFUS, Tommy; HADAS, Nurit. **Euclides deve permanecer – até ser ensinado**. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 1994. P.5-72.

FONSECA, Jane Fidelis de Oliveira. **Dificuldade na aprendizagem**. Faculdades Integradas de Jacarepaguá. 2008. Dissertação (Pós-graduação Lato sensu – curso em alfabetização). Uberaba, MG. Disponível em http://sigplanet.sytes.net/nova_plataforma/monografias../5676.pdf

GONÇALVES, J. P. **Uso de jogos computacionais educativos via Internet na matemática - projeto FORMEL**. Brasília/ DF: Anais do XVII Prêmio Jovem Cientista, 2001.

GRAVINA, Maria Alice; BÚRIGO, Elisabete Zardo; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo; GARCIA, Vera Clotilde Vanzetto. **Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de matemática**. Porto Alegre: Evangraf, 2012.

GRAVINA, Maria Alice et al. **Matemática, Mídias Digitais e Didática**. 2011. Disponível em: http://www6.ufrgs.br/espmat/livros/livro_matematica_midias_didatica_completo.pdf

IMENES, Luis Marcio e LELLIS, Marcelo Cestari. **Matemática para Todos – Livro do Professor**. Obra em 4v. para o Ensino Fundamental. 1a.ed. São Paulo: Scipione, 2002.

KALEFF, Ana Maria M. R. **Vendo e entendendo poliedros**. Niterói: Ed.UFF, 1998.

LIBÂNIO, Jose Carlos. **Didática**. Coleção magistério, 2º grau – Serie formação do professor. São Paulo: Cortez Editora, 1994.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. SBEM, nº 01, p.3-13, 1995.

MIGUEL, Antonio, and M. A. Miorim. **O Ensino de Matemática no 1º grau**. São Paulo: Atual Editora, 1986.

NASSER, Lilian; SANT'ANA, Neide F. Parracho. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. 2.ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2010.

PAVANELLO, Regina M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências**. Zetetiké, Campinas/SP, ano 1, n. 1, p. 7-17, março 1993. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/view/2611>

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da Silveira. **“Matemática é difícil”: Um sentido pré-construído evidenciado na fala dos alunos**. [s/d]. Disponível em: www.anped.org.br/reunioes/25/marisarosaniabreusilveirat19.rtf.

SOUZA, Maria Helena; SPINELLI, Walter. **Matemática – Livro do professor. Obra em 4v. para o Ensino Fundamental**. São Paulo: Ática, 1999.

YIN, Robert K. **Estudo de caso: Planejamento e métodos**. Bookman Editora Ltda. Porto Alegre, 2014.