



EXPLORANDO CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA COM AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA À LUZ DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Viviane Roncaglio – roncaglio.viviane@gmail.com – Polo Três Passos
Larissa Weyh Monzon – larissamonzon@gmail.com - UFRGS

Resumo: Este estudo trata da análise de uma exploração de elementos geométricos utilizando o *software* de geometria dinâmica GeoGebra, verificando a influência do uso desse recurso no ensino e aprendizagem de conceitos geométricos. Para tanto, iremos analisar uma ação desenvolvida com professores de Matemática e Física, alunos de um curso de pós-graduação de uma universidade do interior do estado do Rio Grande do Sul. A fundamentação teórica a ser considerada foi a Teoria dos Registros de Representação de Duval, a qual será utilizada para analisar os registros produzidos pelos professores-estudantes. Os instrumentos da pesquisa são: os procedimentos utilizados para o desenvolvimento de duas atividades propostas, todas as construções desenvolvidas no *software*. A partir das análises realizadas podemos concluir que o *software* GeoGebra influencia de forma positiva o processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos.

Palavras – chave: Geometria; *Software* GeoGebra; Quadriláteros.

1 – Situando na Matemática

Neste item buscamos apresentar, de forma clara e objetiva, a temática e a justificativa deste estudo situando na área (Matemática), assim como trazemos uma breve descrição do *software* que utilizamos no decorrer das atividades desenvolvidas. Além disso, apresentamos a teoria que sustenta a pesquisa.

1.1 – A Geometria Plana e o seu Ensino

Neste sentido, este trabalho busca discutir à análise de uma exploração de elementos geométricos utilizando o *software* de geometria dinâmica GeoGebra, verificando a influência do uso desse recurso no ensino e aprendizagem de conceitos geométricos. A geometria é composta por dois campos, a geometria plana – que será objeto deste estudo – que analisa as representações em superfícies planas, sem espessura, ou seja, formas em

duas dimensões, e a geometria espacial que é o estudo da geometria no espaço, o qual explora figuras que possuem mais de duas dimensões.

De acordo com os PCNs, os conceitos geométricos compõem parte importante do currículo de Matemática, pois “[...] por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1998, p. 51)”. Deste modo, os conceitos geométricos podem ser considerados como parte da Matemática mais concreta, relacionada com o cotidiano em que vivemos, sendo, portanto, essencial na formação dos nossos estudantes. Além disso, este campo da Matemática desenvolve o raciocínio visual, uma habilidade que possibilita resolver diversas situações-problemas que são geometrizadas, além de proporcionar elementos para a compreensão e resolução de questões de outras áreas do conhecimento. O referencial curricular do estado do Rio Grande do Sul, contribui com a discussão ao destacar que as vivências e o reconhecimento dos

[...] procedimentos e métodos da Geometria possibilitam o desenvolvimento de habilidades de síntese e análise. O domínio do vocabulário geométrico proporciona a ampliação da comunicação e da compreensão das situações relacionadas ao espaço. A percepção espacial é necessária à compreensão da Matemática e também das Ciências Humanas e da Natureza. O desenvolvimento do pensamento geométrico propicia entender o mundo e adquirir formas de apreciar a natureza e a arte em todas as suas manifestações na medida em que as estruturas geométricas permeiam o universo natural e estético (RS, 2009, p.38).

Sendo assim, o ensino de geometria, ou dos conceitos geométricos, é de fundamental importância para a formação dos estudantes. Porém, o estudo desta área da Matemática tem tido pouco destaque nas aulas, e geralmente confunde-se o seu ensino com o das medidas, apesar do fundamental papel que desempenha no currículo, “[...] na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1998, p. 122)”.

O ensino de geometria se comparado ao ensino de outros campos da matemática é raramente trabalhado em sala de aula, situação essa apontada por Lorenzato (1995), o qual, destaca algumas causas do porquê desta situação acontecer. Uma das causas apontadas pelo autor é o fato de grande parte dos professores de Matemática não se apropriarem dos

conhecimentos geométricos necessários para o desenvolvimento de suas práticas pedagógicas, o que implica no abandono destes conceitos em sala de aula. Outra causa apontada por Lorenzato (1995) é em relação a importância dada aos livros didáticos, os quais, de acordo com o autor exercem certa influência sob os professores devido a exagerada jornada de trabalho a que estão submetidos. O autor levanta o seguinte questionamento em relação aos livros didáticos:

[...] E como a geometria neles aparece? Infelizmente em muitos deles a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligando de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica; noutros a Geometria é reduzida a meia dúzia de formas banais do mundo físico. Como se isso não bastasse, a Geometria quase sempre é apresentada na última parte do livro, aumentando a probabilidade dela não vir a ser estudada por falta de tempo letivo. Assim, apresentada aridamente, desligada da realidade, não integrada com outras disciplinas do currículo e até mesmo não integrada com outras partes da própria Matemática, a Geometria, a mais bela página do livro dos saberes matemáticos, tem recebido efetiva contribuição dos livros didáticos para que seja realmente preterida na sala de aula (LORENZATO, 1995, p.4).

Sendo assim, este estudo busca contribuir para a mudança desta realidade apontada pelo autor acima. Para tanto, desenvolvemos atividades que exploram conceitos de geometria plana que foram propostas a professores–estudantes, que buscam uma formação continuada e a mudança e/ou aperfeiçoamento de algumas de suas práticas em sala de aula. Utilizamos como suporte para o desenvolvimento das atividades o ambiente informatizado, por acreditar que “o suporte dos ambientes informatizados a pesquisa em matemática favorece a exploração, a elaboração de conjecturas e o refinamento destas, e a gradativa construção de uma teoria matemática (GRAVINA, 2001, p.36)”. Além disso, concordamos com Gravina (2001) quando aponta que pela

[...] própria natureza da geometria enquanto área de saber matemático, os ambientes informatizados que suportam instâncias de representação das imagens mentais que acompanham o pensamento geométrico – os ambientes de geometria dinâmica – apresenta-se como ferramentas de grande potencial a exteriorização e “versatilização” de pensamentos de natureza visual (GRAVINA, 2001, p.41).

Contudo, optamos por explorar a utilização de um *software* de geometria dinâmica para execução das atividades que buscam a construção e/ou reconstrução de conceitos geométricos por professores–estudantes de matemática, apoiadas na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003, 2009, 2011), que será descrita posteriormente, além da justificativa da escolha do *software*, de uma descrição de sua potencialidade.

1.2 – O *Software* GeoGebra – uma breve descrição

O GeoGebra, geometria (Geo) e álgebra (Gebra), é um *software* gratuito de matemática dinâmica desenvolvido por Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, com o objetivo de explorar conceitos matemáticos nos vários níveis da educação nacional (ensino fundamental, médio e superior). Reúne recursos de álgebra, geometria, gráficos, tabelas, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Deste modo, o GeoGebra apresenta ao mesmo tempo diferentes representações de um mesmo objeto que interagem entre si. Permite a realização de construções de diversos objetos geométricos, como pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas, gráficos de funções e curvas parametrizadas, os quais podem ser modificados dinamicamente. Além disso, permite determinar derivadas e integrais de inúmeras funções, além de oferecer um conjunto de comandos relacionados com análise matemática, álgebra, álgebra linear, geometria analítica, entre outros.

As construções feitas no GeoGebra são produzidas a partir de menus, que contém ferramentas que permitem construir objetos geométricos, como ponto, reta, polígono, círculo, ângulo, retas paralelas e perpendiculares, entre outros. As figuras devem ser construídas a partir de propriedades que as definem. Isso faz com que estas propriedades sejam mantidas sob a ação do movimento, o que permite a manipulação direta destas figuras pelos alunos para explorar, testar, analisar e conjecturar hipóteses sobre o problema a ser resolvido. Por outro lado, o *software* GeoGebra permite uma análise via geometria analítica das figuras construídas, na qual é possível tratar pontos a partir de suas coordenadas no plano, retas e circunferência a partir de suas equações, exibindo o sistema de eixos coordenados e uma janela de álgebra. Este recurso permite que os mesmos objetos matemáticos sejam analisados em suas diferentes representações, o que possibilita uma maior compreensão dos conceitos envolvidos, tanto em extensão quanto em aprofundamento (NOTARE; BASSO, 2012, p.06).

Sendo assim, o *software* GeoGebra se torna um valioso recurso que pode ser utilizado como um cenário de exploração e manipulação pelos estudantes, valorizando a ação dos mesmos no processo de construção e exploração, o que pode levar os estudantes ao processo de abstração de conceitos matemáticos. Todas essas ferramentas presentes no *software* potencializam a constituição de ambientes de investigação, de ensino e de aprendizagem, no qual o estudantes podem desenvolver situações em um processo dinâmico. Compreendemos que as atividades propostas pela sequência didática desta pesquisa constituem situações que instigam à investigação e ao questionamento, levando o estudante a levantar e testar conjecturas, formular questões, buscar por respostas. Deste

modo, esperamos que o desenvolvimento da sequência didática possibilita aos estudantes-professores um novo olhar para a geometria, e que consigam aperfeiçoar a criação e formulação de situações problemas, ou seja, situações de aprendizagem.

1.3 – Teoria dos Registros de Representação Semiótica – Raymond Duval

Há uma grande preocupação por parte dos pesquisadores em Educação Matemática com o processo de aprendizagem, em especial no processo de aquisição de conceitos matemáticos, ou seja, compreender a forma com que os alunos aprendem no contexto escolar. A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida na França por Raymond Duval, tem sido referência em pesquisas que visam explicação da aquisição de conhecimento e a organização de situações de aprendizagem matemática. O autor defende a ideia de que para o aluno aprender Matemática, é preciso que ele tenha acesso e que saiba coordenar diferentes registros de representação. As Representações Semióticas “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento (DUVAL, 1993, apud DAMM, 2012, p.176)”. Para o autor um mesmo objeto matemático pode ser representado de várias formas, ou através de vários sistemas. Por exemplo, uma função linear, pode ser representada por uma expressão algébrica, por um gráfico, por uma tabela. Em Matemática, toda comunicação ocorre por meio de representações semióticas, deste modo, é imprescindível que ao aprender Matemática, os alunos não confundam os objetos e suas respectivas representações semióticas, pois, uma coisa é o objeto matemático, outra é sua representação.

Em matemática as representações semióticas são utilizadas como suporte tanto para fins de comunicação como também para o desenvolvimento da própria atividade matemática. Deste modo, apenas com as representações semióticas é possível à construção do conhecimento pelos sujeitos, é por meio delas que se torna possível desenvolver funções cognitivas essenciais do pensamento humano. A Teoria dos Registros de Representação Semióticas permite a mobilização de uma grande variedade de representações: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e língua natural. Neste sentido, Duval (2003, p.14), enfatiza que “a originalidade da atividade Matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois

registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar, a todo momento, de registro de representação”. Damm (2012) aponta que é somente através da coordenação de diferentes registros de representação, pelo indivíduo que apreende que será possível a apreensão conceitual dos objetos matemáticos.

De modo geral, as representações são consideradas, uma forma de exteriorizar as representações mentais como forma de comunicação, porém essa é uma visão limitada das representações uma vez que eles desempenham um papel fundamental na construção do pensamento matemático, ou seja, “o desenvolvimento das representações semióticas foi a condição essencial para a evolução do pensamento matemático (DUVAL, 2003, p.13)”, deste modo, pode-se dizer que a evolução dos conceitos ou conhecimentos matemáticos ocorreu considerando os registros utilizados para expressar conceitos conhecidos ou já construídos.

A compreensão da grande variedade de registros de representação utilizado em matemática é que determina o ensino e a aprendizagem de qualquer conhecimento matemático. Para analisar a atividade matemática numa perspectiva de ensino e de aprendizagem, de acordo com a nossa teoria, é necessário realizar uma abordagem cognitiva sobre os dois tipos de transformações de representações que são fundamentais para essa análise, *os tratamentos e as conversões* de registros de representações semióticas. É por meio dos *tratamentos e conversões* que é possível analisar as atividades matemáticas desenvolvidas pelos alunos em uma situação de ensino. Duval os define como sendo, os tratamentos as transformações de representações dentro de um mesmo registro, como por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria e as conversões as transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados como por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação a sua representação gráfica (DUVAL, 2003).

Ou seja, o estudante precisa para compreender os conceitos geométricos mobilizar os diferentes registros de representação. Isso “porque passar de um registro de representação a outro não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as

propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto (DUVAL, 2003, p.22)”. De acordo com Duval (2003, p.24)

[...] é necessário distinguir cuidadosamente o que sobressalta no tratamento em um registro e o que sobressalta em uma conversão, esta consistindo em uma simples mudança de registros ou em uma mobilização em paralelo de dois registros diferentes. Essa distinção raramente é feita na análise das produções dos alunos, mesmo em problemas de geometria.

Duval (1995, apud Almouloud, 2003), destaca que a geometria envolve três formas de processo cognitivo, são elas:

- *Visualização* para a exploração heurística de uma situação complexa;
- *Construção* de configurações, que pode ser trabalhada como um modelo, em que as ações realizadas representadas e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados;
- *Raciocínio*, que é o processo que conduz para a prova e a explicação (p. 126).

Estes três processos cognitivos estão diretamente relacionados com a aprendizagem em geometria, ou seja, se fazem necessário para que os professores possam ensinar geometria. Porém os problemas com a geometria relacionam-se a um registro espacial que dá lugar a formas de interpretações autônomas, à essas interpretações Duval (1995, apud Almouloud, 2003), distingue quatro formas de apreensões:

1. *Sequencial*: é solicitada nas tarefas de construção ou nas tarefas de descrição com objetivo de reproduzir uma figura;
2. *Perceptiva*: é a interpretação das formas da figura em uma situação geométrica;
3. *Discursiva*: é a interpretação dos elementos da figura geométrica, privilegiando a articulação dos enunciados, levando em consideração a rede semântica de propriedades do objeto;
4. *Operatória*: está centrada nas modificações possíveis de uma figura de partida e na reorganização perceptiva que essas modificações sugerem (p.127).

A apreensão sequencial, é a ordem de construção de um objeto geométrico com o auxílio de um recurso, que depende as propriedades do objeto e da limitação do recurso utilizado. A apreensão perceptiva é o reconhecimento de um objeto geométrico. A apreensão discursiva, se refere a explicitação das propriedades matemáticas da figura ou do objeto matemáticos. E por fim a apreensão operatória “[...] que possibilita modificações e/ou transformações possíveis da figura inicial pela reorganização perceptiva que essas modificações apontam para obter novos elementos que podem levar à solução de uma determinada situação problema (SALAZAR, ET AL, 2011, p.03)”. De acordo com Duval

(1995, apud Salazar et al, 2011), a apreensão operatória permite ter uma visão “dinâmica” das características da figura.

Duval (1995, apud Almouloud 2003) considera ainda, que a apreensão operatória das figuras depende das modificações que a figura pode sofrer as quais são classificadas da seguinte forma:

- *Modificações mereológica*: a figura pode separar-se em partes que são subfiguras da figura dada, fracionando-se e reagrupando-se, isto é, uma relação da parte e do todo;
- *Modificação ótica*: é a transformação de uma figura em outra considerada sua imagem;
- *Modificação posicional*: é o deslocamento em relação a um referencial (p.127).

De acordo com o autor, essas modificações são realizadas psiquicamente, graficamente e mentalmente. Para que o estudante possa compreender os conceitos geométricos as propostas e estratégias de ensino devem proporcionar segundo Duval (1995, apud Almouloud, 2003) condições para:

- a) compreender a mudança de estatuto da figura, os estatutos da definição e os teoremas geométricos, das hipóteses (dados do problema) e da conclusão (ou tese);
- b) saber utilizar as mudanças de registros de representações;
- c) apropriar-se do raciocínio lógico-dedutivo (p.131).

Ou seja, para que o estudante consiga construir conhecimentos geométricos é de fundamental importância que ele desenvolva a capacidade de mudar de registro de representação semiótica. Duval (1995, apud Almouloud, 2003) destaca ainda que para minimizar os problemas devem-se construir situações de ensino e aprendizagem que considerem:

- Figuras geométricas que tenham um papel heurístico, levando em conta suas diferentes apreensões: perceptiva, discursiva, operatória e sequencial;
- A demonstração como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos/habilidades geométricos e do raciocínio lógico-dedutivo;
- A importância dos registros de representação (desenho/figura geométrica, linguagem natural, linguagem matemática) (p.131).

Neste sentido, esta pesquisa busca discutir a exploração de elementos geométricos utilizando um *software* de geometria dinâmica, além de verificar a influência do uso desse recurso no ensino e aprendizagem de conceitos geométricos, para tanto, as análises se

efetivaram considerando a Teoria dos Registros de Representação. Almouloud (2003) contribui ao apontar que

O interessante em estudar o processo de ensino e aprendizagem da geometria do ponto de vista dos registros de representação semiótica decorre do fato de eles exercerem um papel fundamental nas atividades cognitivas e preencherem igualmente as funções de comunicação, de tratamento intencional e de objetivação (tomar consciência) (p.145).

Deste modo, levando em consideração essa teoria que pretendemos desenvolver nossa pesquisa, pois como pudemos observar no início desta escrita, a geometria muitas vezes é deixada de lado por parte do professor por este não se apropriar como deveria dos conceitos geométricos que precisar ensinar. Assim, buscando contribuir para uma mudança neste panorama que se encontra o processo de ensino de geometria na educação básica.

2 – Percorso Metodológico

Esta pesquisa é caracterizada como qualitativa e se configura como um estudo de caso, a partir da análise de registros de representação produzidos por um grupo de professores–estudantes. Bogdan e Biklen (1982), citados por Lüdke e André (1986, p. 11), apontam cinco características para uma pesquisa qualitativa. Ao citá-las, busca-se explicitar como o presente estudo se coloca a partir dessa enunciada pesquisa.

De acordo com os referidos autores, “a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 11). O ambiente natural desta pesquisa foi uma aula da disciplina de Geometria de uma Especialização, ministrada pela pesquisadora, em uma turma envolvendo professores de Matemática e Física.

Os dados analisados estão na forma descritiva, o que contempla outra característica da pesquisa qualitativa, ou seja, “Os dados produzidos são predominantemente descritivos e a preocupação com o processo é muito maior do que com o produto” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 11-12). Ao considerar, portanto, os registros produzidos pelo grupo de professores–estudantes, enfatiza-se as atividades e as construções desenvolvidas no software.

Procurou-se, durante as análises do material empírico, averiguar os registros produzidos pelos professores–estudantes em atividades de tratamento e conversão,

considerando conceitos de geometria plana a partir da Teoria dos Registros de Representação de Duval, na perspectiva da apreensão conceitual. Outra característica que contempla a pesquisa qualitativa e que se configura como foco da atenção do pesquisador é o significado que as pessoas dão às coisas e a sua vida (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 12).

Ao analisar os registros produzidos selecionou-se os dados mais marcantes que, de alguma forma, pudessem contemplar as discussões, pois “a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 12). A pesquisa qualitativa, contudo,

[...] envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes (BOGDAN; BIKLEN, 1982 apud LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 13).

Para Lüdke e André (1986), a pesquisa qualitativa pode assumir várias formas, entre elas o estudo de caso, definido como

[...] simples e específico [...], ou complexo e abstrato. O caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo. O caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio, singular (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 17).

A presente pesquisa envolveu uma turma específica de professores–estudantes, portanto, se configura como um estudo de caso. O foco desta pesquisa é a análise de uma exploração de elementos geométricos utilizando o *software* de geometria dinâmica GeoGebra, verificando a influência do uso desse recurso no ensino e aprendizagem de conceitos geométricos. Esta pesquisa se desenvolveu em uma universidade do interior Estado do Rio Grande do Sul, na qual a pesquisadora foi convidada a desenvolver ações explorando conceitos de geometria plana com auxílio de um software matemático. Os sujeitos que constituíram esta pesquisa são professores–estudantes acadêmicos de uma Especialização que envolve professores de Matemática e Física, regularmente matriculados em uma disciplina que explora conceitos de geometria, num total de 18 professores–estudantes. Os sujeitos participantes da pesquisa serão identificados como PE1, PE2, PE3, ..., PE18.

3 – Sequência Didática: *Explorando a Geometria Plana com auxílio do Software Geogebra* – Discussão dos dados produzidos

A sequência didática foi organizada com o objetivo de explorar conceitos de geometria plana, mais especificamente, figuras planas como, quadrado, paralelogramo, losango, retângulo e trapézio, ou seja, os quadriláteros. A proposta foi a construção desses quadriláteros com o auxílio do *software* GeoGebra, e a partir dos passos utilizados para a construção os professores–estudantes eram questionados em relação as propriedades destas figuras planas que estavam sendo construídas. Os objetivos da proposta didática foram:

- ❖ Investigar conceitos da Geometria Plana através de atividades.
- ❖ Possibilitar aos participantes explorar os recursos do *software* GeoGebra.
- ❖ Desenvolver algumas habilidades utilizando ferramentas do *software*.
- ❖ Construir polígonos regulares por meio de suas respectivas propriedades com o auxílio do GeoGebra.
- ❖ Questionar a partir dos passos utilizados na construção em relação as propriedades de cada figura.
- ❖ Propor desafios que exigem a mobilização de conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento da sequência didática e de conhecimentos geométricos.

A sequência didática iniciou propondo a apresentação do *software* GeoGebra, com ênfase nas principais ferramentas que seriam utilizadas no decorrer das atividades, essa apresentação assim como a de todas as atividades foram organizadas, a partir de uma apresentação no power point. Vale destacar, que os professores–estudantes nunca haviam trabalhado com o referido *software*, motivo pelo qual essa apresentação inicial explicando a localização e as funções das ferramentas foi fundamental para o desenvolvimento da aula. Na sequência foi proposto a construção dos quadriláteros – quadrado, retângulo, losango, paralelogramo e trapézio, utilizando a ferramenta “Polígono” no *software*, conforme Figura 1, a seguir.

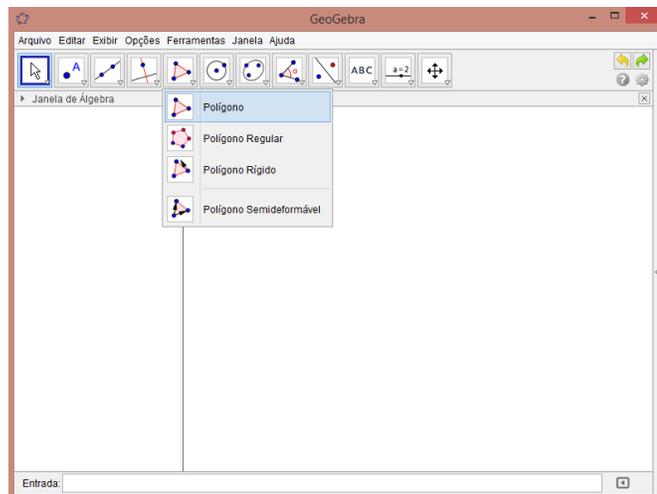


Figura 1 - Imagem do software Geogebra.

Em seguida após a construção os estudantes professores foram questionados em relação as figuras construídas, conforme a Figura 2 a seguir.

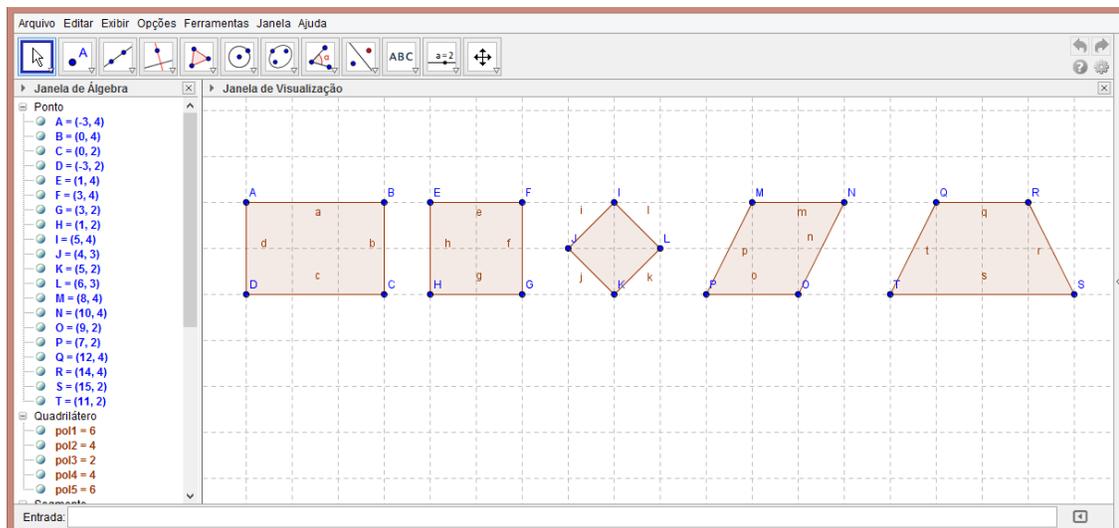


Figura 2 - Construção da primeira atividade pelo PE6.

Os questionamentos foram:

- ❖ Quais são as principais características de cada quadrilátero?
- ❖ Considerando as construções realizadas essas características se verificam?
- ❖ Movimente um dos vértices de cada quadrilátero construído, o que acontece? As características de formação permanecem as mesmas?

A partir destes questionamentos que se iniciaram as discussões em relação aos conceitos de geometria plana, o objetivo destas construções iniciais era fazer com que os participantes percebessem a importância da utilização das propriedades de formação dos

quadriláteros, pois utilizando apenas a ferramenta “Polígono” quando movem-se uns dos vértices da figura construída alteram-se as propriedades iniciais da construção, conforme Figura 3 a seguir.

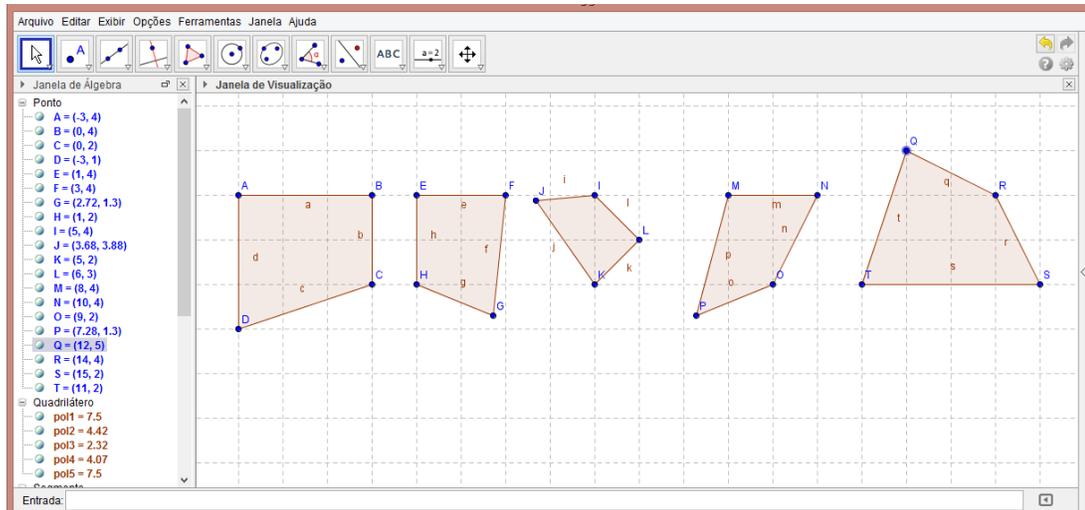


Figura 3 - Imagem da construção do PE6.

Nesta discussão inicial com os professores–estudantes, foi possível marcarmos aspectos fundamentais da geometria, e o papel essencial das propriedades na formação das figuras. Uma das formas de apreensão dos conceitos geométricos apresentados por Duval (1995, apud Almouloud, 2003), é a apreensão discursiva, que é a interpretação dos elementos da figura geométrica, privilegiando a articulação dos enunciados, levando em consideração a rede semântica de propriedades dos objetos. Ou seja, os entendimentos das propriedades das figuras geométricas, mais especificamente, neste caso, dos quadriláteros, são de fundamental importância para o trabalho com essas figuras.

Considerando essa discussão inicial, no qual, tentamos marcar a importância das propriedades para a construção dos quadriláteros, que propomos a construção de um retângulo, de um quadrado, de um losango, de um paralelogramo e de um trapézio, no *software* GeoGebra. Pelo fato de os professores–estudantes nunca terem trabalhado com este recurso optamos por entregar uma folha com o passo-a-passo das construções dos quadriláteros. E a partir dos passos que os participantes seguiam eram questionados em relação às propriedades das figuras.

A seguir apresentamos a construção do quadrado pelo PE10.

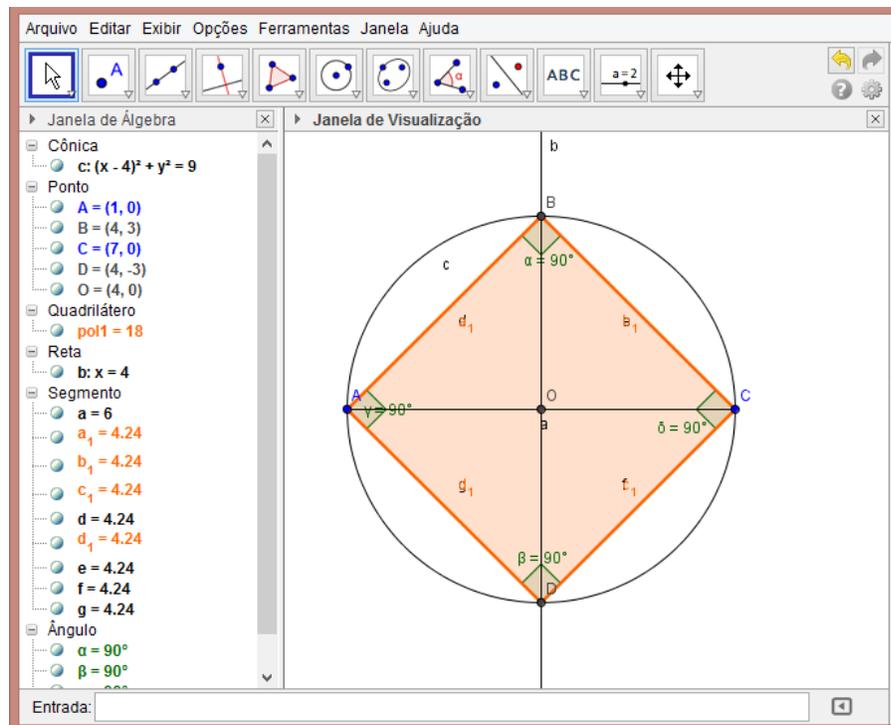


Figura 4 - Imagem da construção do quadrado pelo PE10.

A construção de um quadrado pode ser realizada de diferentes formas, como podemos observar na Figura 4, o quadrado construído pelo PE10 está inscrito em uma circunferência, para tanto, os passos utilizados foram: a construção de um segmento de reta, a marcação do ponto médio deste segmento, uma circunferência com centro no ponto médio, uma reta perpendicular passando pelo centro da circunferência e a interseção da reta com a circunferência. Outro aspecto que podemos destacar é a representação dos ângulos internos do quadrado, todos marcando 90° . Todos os passos utilizados para a construção do objeto geométrico, foram questionados aos sujeitos participantes do estudo, alguns dos questionamentos levantados foram:

- Mova um dos vértices e verifique o que acontece.
- ❖ O que garante que ao movimentarmos um dos vértices do quadrado as suas propriedades iniciais iram permanecer as mesmas?

Num primeiro momento os professores-estudantes ficaram sem reação frente a este questionamento, quando questionados novamente foram instigados a analisar os passos utilizados, essa análise foi fundamental para que eles conseguissem fazer alguns apontamentos. Vale destacar que, como os passos foram dados em forma um roteiro para que eles pudessem fazer as construções, a maioria estava preocupada em realizar a

construção, por isso, podem não ter prestado atenção nos passos que estavam seguindo. Após terem analisados os passos utilizados alguns professores–estudantes apontaram como resposta ao questionamento, que toda construção foi realizada a partir de uma das diagonais e que os dois vértices móveis da construção são referentes a esta diagonal, portanto, conforme movem-se esses vértices as propriedades iniciais permanecem as mesmas. Ou seja, por mais que no início os professores–estudantes fiquem sem reação frente ao questionamento, após analisar os passos e a própria construção conseguiram apresentar uma resposta coerente e satisfatória ao questionamento.

Como podemos observar na Figura 4, a representação dos passos, torna o entendimento em relação as propriedades das figuras de uma maneira mais fácil e atrativa. Apenas apresentar as propriedades no registro da língua natural não faz sentido para o estudantes, mas a partir do momento que ele consegue relacionar o registro da língua natural (registro escrito das propriedades) com o registro figural (desenho geométrico do objeto), ele inicia a construção do pensamento geométrico, ou seja, a apreensão conceitual de conceitos de geometria. Além disso, é possível explorar nesta construção outros elementos importantes da geometria plana como os ângulos, tanto no trabalho com ângulo internos quanto externos.

Outras construções realizadas pelos professores–estudantes são as apresentadas a seguir, a Figura 5 e 6, nestas os quadriláteros construídos foram o retângulo e o losango.

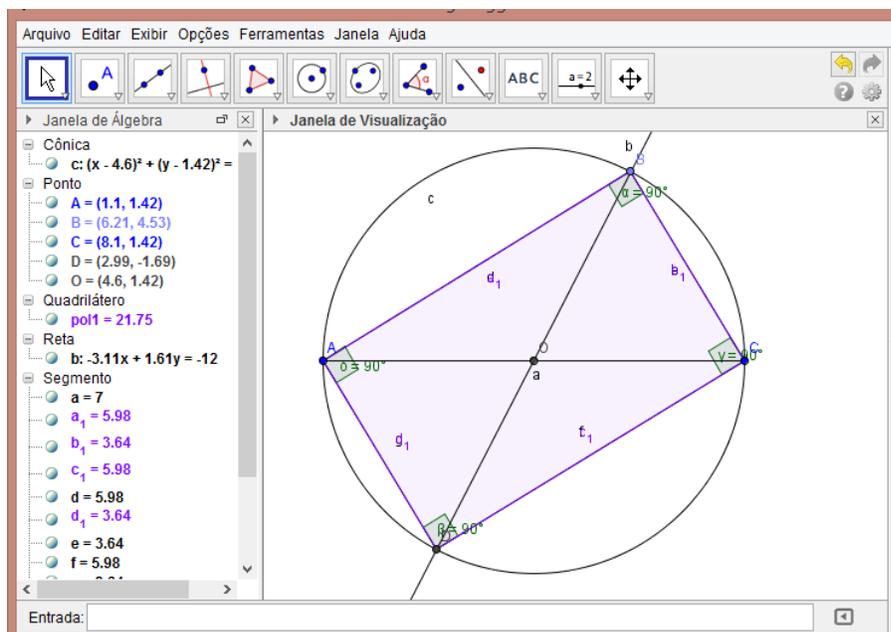


Figura 5 - Imagem da construção do retângulo pelo PE8.

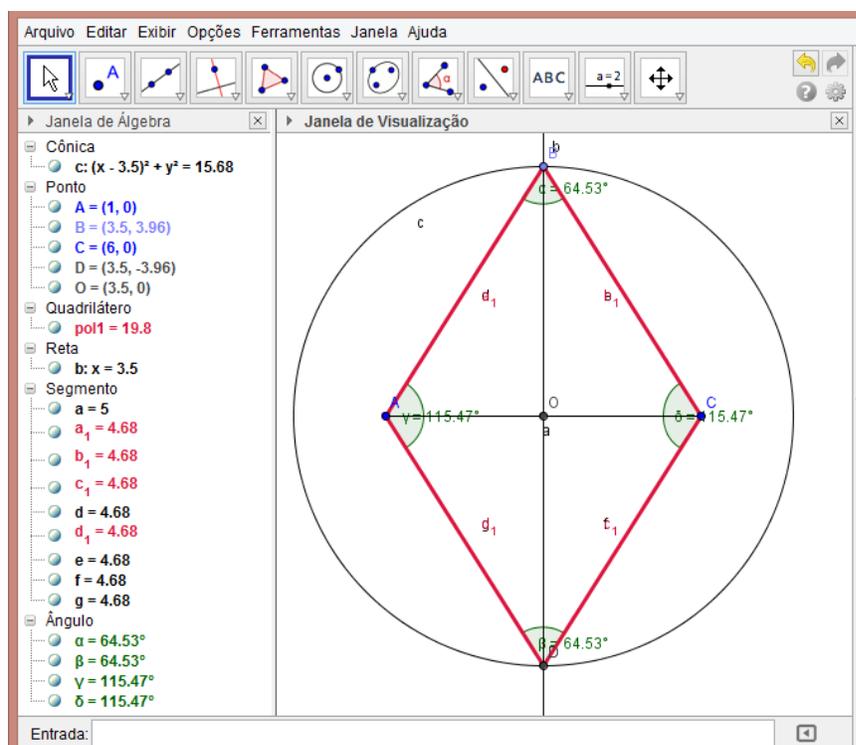


Figura 6 - Imagem da construção do losango pelo PE17.

Como podemos observar ambas as construções foram construídas inscritas em uma circunferência, existe outras formas de construção que também consideram as propriedades as figuras. Em cada construção desenvolvida os professores–estudantes eram questionados em relação aos passos utilizados, e assim como na construção do quadrado foram questionados sobre:

- Mova um dos vértices e verifique o que acontece.
- ❖ O que garante que ao movimentarmos um dos vértices do losango as suas propriedades iniciais iram permanecer as mesmas?

Aqui, os professores–estudantes conseguiram responder ao questionamento sem precisar solicitar que analisassem novamente os passos utilizados para a construção, desta vez conforme seguiam os passos já apontavam alguns aspectos da construção que consideravam importantes. E em ambas construções apresentaram como resposta, que o que garantia a permanência das propriedades iniciais eram as diagonais, pois as construções iniciaram por elas.

A construção do paralelogramo e do trapézio também foram realizadas com sucesso pelos participantes da pesquisa, lembrando que para a construção de todos os

quadriláteros foi entregue uma folha contendo todos os passos, além disso no início da aula, foram explicados de forma clara e objetiva a localização e a forma com que as ferramentas deveriam ser utilizadas no *software*.

Na sequência, propomos alguns desafios para os professores-estudantes, estes tinham por objetivo exigir dos participantes conhecimentos relacionados ao *software* e a conhecimentos geométricos, ou seja, conhecimentos relacionados a geometria. Em relação ao *software*, pelo fato de já terem desenvolvido a construção dos quadriláteros, os desafios propuseram aos sujeitos da pesquisa a construção de um triângulo equilátero e de um hexágono, além da construção, os participantes deveriam registrar todos os passos realizados no registro da língua natural.

A seguir apresentamos, a construção e os passos da mesma desenvolvido pelo PE15.

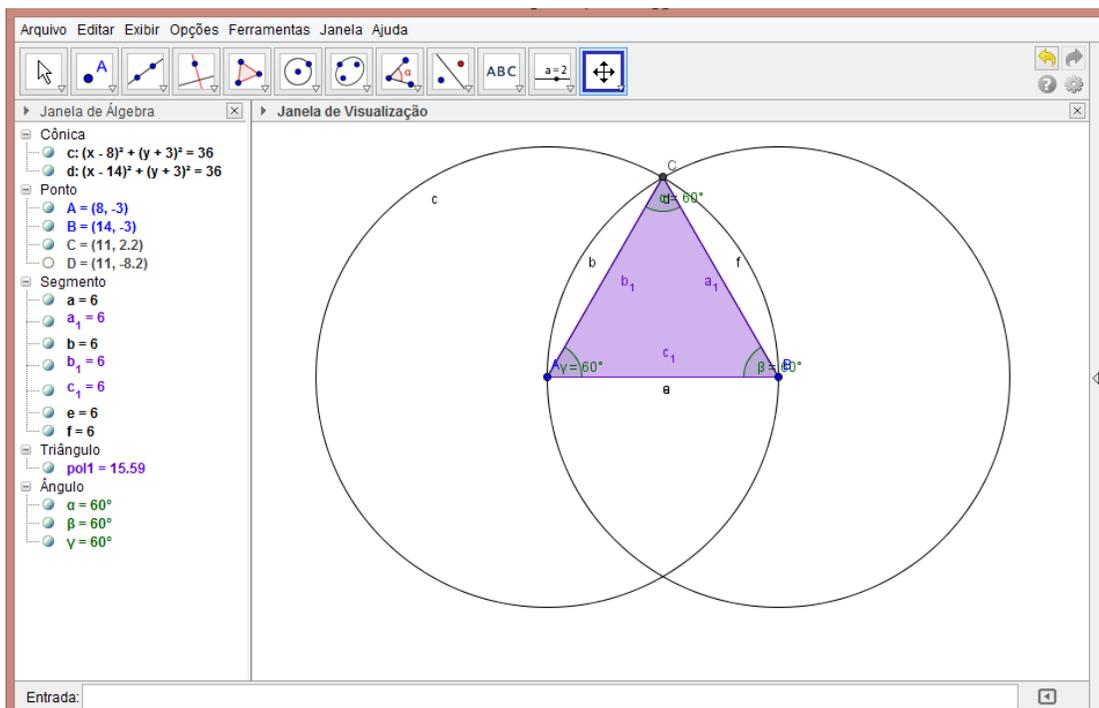


Figura 7 - Imagem da construção do triângulo equilátero pelo PE15.

Triângulo Equilátero

- 1- Utilizando a ferramenta segmento definido a partir de dois pontos, construa um segmento AB.
- 2- Utilizando a ferramenta circunferência dado o centro e um de seus pontos, construa duas circunferências, uma com centro em A e raio AB e outra com centro em B e raio, também AB.
- 3- Utilizando a ferramenta interseção de dois objetos marque o ponto C, resultante da interseção das circunferências.
- 4- Utilizando a ferramenta segmento definido a partir de dois pontos trace os segmentos AC, CB e BA.
- 5- Utilizando a ferramenta polígono, construa o polígono formado pelos pontos ABC e colorir.
- 6- Utilizando a ferramenta ângulo trace os ângulos internos do polígono.
- 7- Utilizando a ferramenta ocultar objetos, desmarque-a a fim de ocultar as circunferências.

Em relação as propriedades, ao definirmos um dos lados e na sequência as circunferências de raio igual a esse lado, garantimos que os outros dois lados serão iguais ao primeiro.

Figura 8 - Imagem do registro dos passos utilizados na construção do triângulo equilátero.

Os registros produzidos pelo PE15, marcam o entendimento em relação a utilização das ferramentas do *software*, e em relação aos conceitos geométricos, além disso, em seu registro da língua natural, descreve todos os passos de forma adequada, e no final de sua descrição traz uma relação dos passos utilizados com as propriedades do triângulo equilátero. Em relação ao segundo desafio, o PE15, apresenta a seguinte construção e os seguintes passos. Vale destacar, que os professores-estudantes em ambos os desafios primeiramente realizaram a construção para depois descrever os passos utilizados. Ou seja, realizavam a conversão entre os registros figural e da língua natural.

Ou seja, a partir da análise dos dados produzidos pelo PE15, podemos fazer alguns apontamentos, tais como: demonstrou ter desenvolvido algumas habilidades no *software* utilizando de forma adequada as ferramentas disponíveis para a construção do triângulo equilátero, o que valida um dos nossos objetivos com a sequência didática; demonstrou apropriação dos conceitos geométricos para a construção do objeto, o qual, desenvolveu de forma adequada e satisfatória, validando outro de nossos objetivos.

A seguir apresentamos o desenvolvimento do segundo desafio realizado também pelo PE15, na construção do hexágono, assim como na descrição dos passos utilizados. Aqui como podemos observar na Figura 9, o PE15 assim como na construção anterior apresenta os ângulos internos da figura.

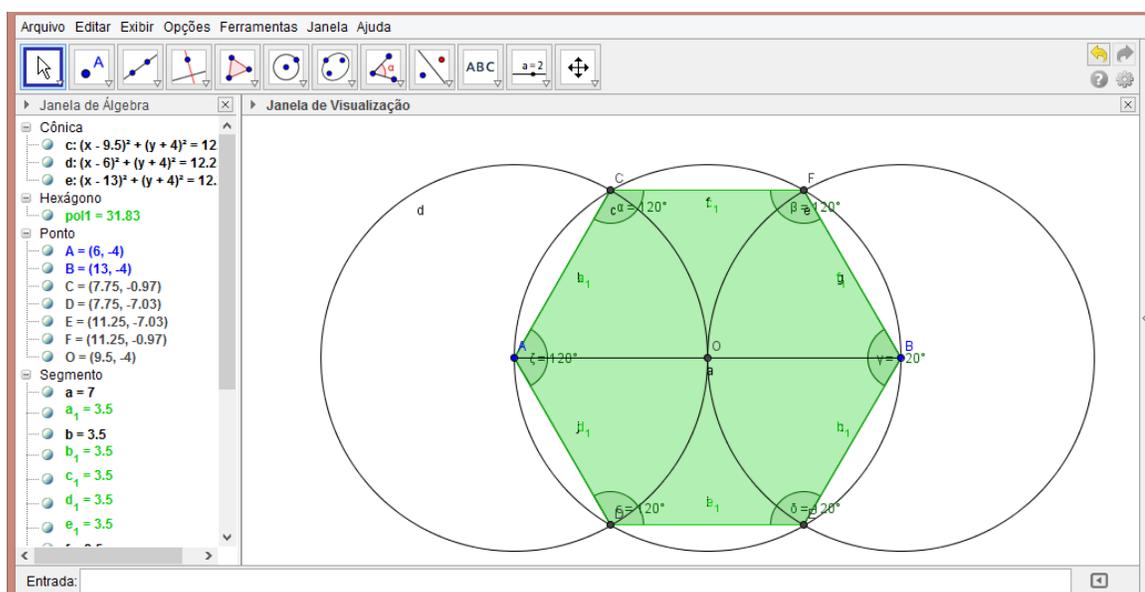


Figura 9 - Imagem da construção do hexágono pelo PE15.

Hexágono

- 1- Utilizando a ferramenta segmento definido a partir de dois pontos construa um segmento AB .
- 2- Utilizando a ferramenta ponto médio, marque o ponto médio do segmento AB , o ponto O .
- 3- Com o botão direito do mouse clique em $segmentos$ e construa o ponto C de O .
- 4- Utilizando a ferramenta circunferência dada o centro e um de seus pontos, construa uma circunferência com centro em O e raio AO .
- 5- Utilizando a ferramenta circunferência dada o centro e um de seus pontos, construa duas circunferências uma com centro em A e raio AO , e outra com centro em B e raio BO .
- 6- Utilizando a ferramenta interseção de dois objetos marque os pontos C, D, E, F , resultantes da interseção entre as circunferências.
- 7- Utilizando a ferramenta segmento definido a partir de dois pontos trace os segmentos AC, CF, FB, BE, ED e DA .
- 8- Utilizando a ferramenta polígono construa o polígono formado pelos pontos A, C, F, B, E, D e colore.
- 9- Utilizando a ferramenta ângulo, trace os ângulos internos do polígono.
- 10- Utilizando a ferramenta esconder objetos, desmarque a a fim de ocultar as circunferências.

Em relação as propriedades, vemos que, como iniciamos a construção por uma das diagonais = que os lados são definidos pelas circunferências traçadas sobre a diagonal, se alterarmos a diagonal inicial, alteramos igualmente todos os lados.

Figura 10 - Imagem do registro dos passos utilizados na construção do hexágono.

A construção realizada pelo PE15, assim como os passos apresentados estão corretos, marcando novamente entendimento do professor-estudante em relação aos conceitos geométricos e em relação as ferramentas do *software*.

3 – Considerações Finais

Este trabalho teve por objetivo analisar uma exploração de elementos geométricos utilizando o *software* GeoGebra, além de verificar a influência do uso desse recurso no ensino e aprendizagem de conceitos geométricos. Para tanto, os instrumentos que foram analisados: as construções no GeoGebra; e os passo a passo do desenvolvimento dos desafios propostos. Este estudo se configurou como um estudo de caso, pois envolveu um grupo específico de estudantes.

Os dados foram produzidos a partir da proposição de uma sequência didática que teve por objetivo:

- ❖ Investigar conceitos da Geometria Plana através de atividades.
- ❖ Possibilitar aos participantes explorar os recursos do *software* GeoGebra.
- ❖ Desenvolver algumas habilidades utilizando ferramentas do *software*.
- ❖ Construir polígonos regulares por meio de suas respectivas propriedades com o auxílio do GeoGebra.
- ❖ Questionar a partir dos passos utilizados na construção em relação as propriedades de cada figura.
- ❖ Propor desafios que exigem a mobilização de conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento da sequência didática e de conhecimentos geométricos.

A partir da análise dos dados produzidos podemos dizer que conseguimos alcançar todos nossos objetivos, pois investigamos conceitos de geometria plana através da construção de quadriláteros, utilizando como recurso o *software* GeoGebra, o que permitiu que os sujeitos participantes do estudo pudessem desenvolver algumas habilidades no *software*. Além disso, todas as construções realizadas foram feitas considerando as propriedades das figuras, muitos questionamentos foram levantados, como podemos observar na descrição da sequência didática. Houve também a proposição de desafios que buscou analisar os conhecimentos adquiridos pelos professores–estudantes durante o desenvolvimento da sequência, ou seja, considerando os conhecimentos em relação aos conceitos geométricos e em especial aos adquiridos em relação a utilização das ferramentas do *software*.

A partir da análise dos dados produzidos podemos fazer alguns apontamentos:

- o desenvolvimento da sequência didática foi um sucesso, a partir do momento que conseguimos atingir todos nossos objetivos;
- os professores–estudantes conseguiram desenvolver todas as atividades propostas, ou seja, todas as construções no *software* de forma correta, seguindo todos os passos apresentados, mesmo nunca tendo trabalhado com este recurso;
- os questionamentos foram respondidos que forma satisfatória, mesmo que no início muitos não tinham reação frente a eles, porém neste momento as construções realizadas no *software* foram fundamentais para que os professores–estudantes pudessem analisar os passos utilizados e chegar a uma resposta;
- os desafios propostos também foram realizados de forma correta por todos os participantes, o que mostrou apropriação por parte dos professores–estudantes em relação as propriedades das figuras propostas no desafio e habilidades desenvolvidas no *software*;
- vale destacar, que os professores–estudantes realizaram as conversões de forma correta, entre os registros da língua natural e figural, o que demonstra apreensão conceitual, de acordo com a nossa teoria;
- o *software* GeoGebra foi fundamental para o desenvolvimento da sequência didática, assim como na análise por parte dos participantes das propriedades das figuras planas construídas.

Além disso, podemos concluir que atingimos nosso objetivo de forma satisfatória, pois conseguimos explorar conceitos geométricos utilizando o *software* GeoGebra, assim como mostrar que o este recurso influência de forma positiva o processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos.

Referências Bibliográficas

ALMOULOUD, Saddo Ag. Registros de Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em**

Matemática: Registros de Representação Semiótica. Campinas – São Paulo: Papyrus, 2003.

ANDRÉ, Marli Elisa Dalmozo Afonso. **Estudo de Caso em Pesquisa e Avaliação Educacional.** 1. Ed. Brasília: Livro Editora Ltda, 2005.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

DAMM, Regina Flemming. **Registros de Representação.**p.167-188. In: Educação Matemática: uma (nova) introdução/Anna Franchi... et al; org. Silvia Dias Alcântara Machado – 3 ed.- São Paulo: EDUC, 2012.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano: Registro Semiótico e Aprendizagens Intelectuais.** Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica.** Campinas – São Paulo: Papyrus, 2003.

GRAVINA, Maria Alice. **Os Ambientes de Geometria Dinâmica e o Pensamento Hipotético – Dedutivo.** Tese (Doutorado em Informática na Educação) do Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001.

LORENZATO, Sérgio. **Porque não Ensinar Geometria?.** Revista: A Educação Matemática em Revista – SBEM – nº 4 – 1º semestre de 1995.

LÜDKE, Menga; ANDRE, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

NOTARE, Márcia Rodrigues; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. **Tecnologia na Educação Matemática: Trilhando o Caminho do fazer ao Compreender.** CINTED – UFRGS, v.10, nº 3, dezembro 2012.

Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: **Matemática e suas Tecnologias/** Secretaria de estado da Educação. – Porto Alegre: SE/DP, 2009.

SALAZAR, Jesus Victoria Flores; et al. **Geometria Dinâmica: uma alternativa informática para o ensino de geometria espacial.** Anais da Conferência Internacional de Educação Matemática, Recife, 2011.