Curso de Especialização em
MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA
PARA EDUCAÇÃO BÁSICA
Instituto de Matemática

# GEOGEBRA: FACILITANDO O APRENDIZADO DA FUNÇÃO AFIM E FUNÇÃO QUADRÁTICA

**Daiane Schemmer Oliveira – dayz1nha@hotmail.com – Pólo de Novo Hamburgo**

**Dagoberto Adriano Rizzotto Justo – dagoberto.justo@ufrgs.br – Universidade Federal do Rio Grande do Sul**

## Resumo

O presente trabalho tem por finalidade verificar se o ensino da matemática pode se tornar mais interessante para o aluno através da utilização de ferramentas tecnológicas. Neste contexto, o software Geogebra surge como um meio de auxiliar na aprendizagem, com o objetivo de promover um ensino lúdico e dinâmico, estimulando a memória gráfica e a inteligência visual, sanando as dificuldades encontradas pelos alunos no estudo das funções. Dessa forma, para a introdução dessa nova metodologia de trabalho, foram feitos estudos sobre como acontece, hoje, o ensino-aprendizagem deste conteúdo nas escolas e como eles se apresentam em livros didáticos. Através desta nova proposta, temos como objetivo despertar nos alunos um maior interesse e curiosidade, devido à facilidade e rapidez deste software, além de tirar proveito da vontade de aprender e de conhecer que os adolescentes demonstram pela área da informática – espaço que se revela pouco utilizado pelos professores.

**Palavras-chave:** *Software* Geogebra; Ensino; Funções: Afim e Quadrática.

## Introdução

A atual sociedade vive em constantes transformações tecnológicas, e nós, seres humanos, somos responsáveis por esses avanços. Diante deste cenário a informática tem se desenvolvido de forma acelerada, tornando o mundo mais eficiente e dinâmico, portanto, como em qualquer profissão, os educadores, devem estar em constante busca pelo conhecimento e apropriação dessas novas ferramentas tecnológicas para aliá-las aos conteúdos programáticos da educação, de acordo com a sua área de atuação e abrangência.

Ensinar e aprender matemática não são tarefas fáceis, nem para o professor nem para o aluno, pois obstáculos e dificuldades de aprendizagem, nessa área, já aparecem desde os primeiros anos da vida escolar dos alunos, desafiando os procedimentos pedagógicos e didáticos dos professores. Neste sentido, quaisquer esforços para minimizar as dificuldades na aprendizagem de matemática são muito bem vindos.

Na matemática o conteúdo funções é amplo e de grande complexidade, apresentando dificuldades específicas; uma delas são suas diferentes representações. Sendo assim, cabe ao professor pesquisar e oportunizar atividades desafiadoras para que o aluno consiga “trafegar” entre elas verificando suas semelhanças e desta forma facilitar a compreensão dos seus conceitos, suas propriedades, bem como as especificidades das relações em suas aplicações. Referente a isso podemos dizer que:

> Descartar a importância da pluralidade dos registros de representação leva a crer que todas as representações de um mesmo objeto matemático têm o mesmo conteúdo ou que seus conteúdos respectivos se deixam perceber uns nos outros como por transparência. (DUVAL, 2003, p.23)

O presente artigo apresenta uma abordagem sobre o uso do computador como recurso didático e a experiência do uso do *software* Geogebra como alternativa no ensino da função afim e da função quadrática, em especial, por ser gratuito e não necessitar estar conectado a internet para o seu manuseio, além de destacar-se pela sua interatividade e praticidade no ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

Sendo os softwares educativos considerados um potente recurso que auxiliam a prática docente me motivei a realizar uma vivência com o objetivo de unir esses recursos tecnológicos aos conteúdos matemáticos. Desta forma, elaborei um planejamento que teve a duração de quatro encontros com uma turma de vinte alunos da primeira série do ensino médio, da Escola Estadual de Ensino Médio 10 de Setembro, localizada na cidade de Dois Irmãos. O método utilizado levou em consideração às relações e à subjetividade do educando, aliando os conteúdos da matemática aos conhecimentos e disponibilidades tecnológicas com o intuito de atender as expectativas educacionais pós-modernas, que priorizam o processo, o caminho e as habilidades, para a preparação dos jovens num mundo de constantes transformações.

Para tanto a prática visou despertar o interesse e a maior participação dos alunos, levando-os a construção do saber através das suas próprias percepções facilitada pela tecnologia, sendo o professor o mediador deste processo.

## Um Pouco da História da Evolução das Funções

O conceito de função está presente nos diversos ramos da ciência e originou-se da tentativa de filósofos e cientistas em compreender a realidade e encontrar métodos que permitissem estudar e descrever os fenômenos naturais, estudo que se trata das variações de quantidades em que partes dependem umas das outras, levando muito tempo para ser aperfeiçoado.

Neste contexto percebemos que o conhecimento da história da matemática, pode ser um importante aliado podendo ser um ponto de partida, tanto para o professor ensinar como para o aluno aprender, pois ficará muito mais fácil e interessante se for entendido como e o porquê se deu a sua necessidade.

O estudo histórico auxilia o professor, a observar quais as maiores dificuldades encontradas, para antecipadamente buscar meios de contorná-las, bem como poderá fazer uso da sua origem para despertar no educando o interesse pelo conhecimento, mostrando, a eles, onde poderá fazer uso deste conteúdo, no caso, funções.

É possível observar que tanto para o professor como para o entendimento dos alunos, é necessário desmistificar a matemática, mostrando que ela é uma obra humana.

Com frequência, nós, professores de matemática, em nosso ambiente de trabalho, nos deparamos com a seguinte pergunta feita pelos alunos:

- Professor, onde vamos utilizar isso?

E de acordo com Garbi (2007),

> Muitos professores de Matemática sentem-se desconfortáveis ao tentar responder a essa questão e, ao permitir que os alunos o percebam, acabam reforçando nos jovens a ideia de que aquilo não deve mesmo servir para muita coisa útil. É uma pena porque, em realidade, o difícil hoje é encontrar áreas de atividade humana onde a Matemática ou, pelo menos, seu raciocínio lógico-dedutivo não tenha, em maior ou menor grau, alguma participação efetiva. (GARBI, 2007, p.1-5)

Garbi (2007) afirma também que

> Os jovens que perguntam para que serve isso e muitos dos professores que os ensinam já nasceram desfrutando as maravilhas da tecnologia e desconhecem

> como era, por exemplo, viver nos anos 1950,... Tendem, então, a não se surpreender com as facilidades à disposição da sociedade moderna e raramente param por alguns instantes para se perguntar de que maneira esse mundo tecnológico foi construído (GARBI, 2007, p.1-5)

Para o mesmo autor, a resposta é muito fácil, afirma que:

> “ele foi construído porque o homem, por meio da Matemática, acumulou ao longo dos séculos vastos conhecimentos sobre o mundo físico e, com isso, conseguiu, parcialmente, dominá-lo e colocá-lo a seu serviço”. (GARBI, 2007, p.1-5)

Em nossas práticas docentes muitas vezes nos deparamos com perguntas feitas por nossos alunos como as citadas anteriormente e nos sentimos desconfortáveis em responder, por não conhecermos a resposta, ou por não querermos se questionados por nossos alunos, ou ainda, por no fundo sentirmos um ar de deboche, e não nos damos conta da importância dessas respostas, pois elas trazem consigo o sentido de estudar um determinado conteúdo.

Na tabela 1 apresentamos um quadro resumo para identificar as diversas interpretações e representações que estiveram presentes na criação e desenvolvimento do conceito das funções, Garcia (2004) faz um estudo e apresenta detalhadamente as evoluções e todos os significados sobre o termo função e nos traz um quadro resumo que percorre a história ao longo do século XVI e se estende até o século XX.

É comum encontrar trabalhos que tratam de funções. Em uma dissertação do tipo estado da arte, Ardenghi (2008) mapeou quarenta e seis pesquisas que abordavam o assunto sobre funções. O autor selecionou alguns trabalhos que traziam as dificuldades mais frequentes encontradas pelos alunos no conceito de função. As dificuldades mais citadas foram a conversão de um gráfico para sua representação algébrica e o não reconhecimento da função constante como um tipo de função.

Tabela 1 - Desenvolvimento histórico do conceito de função

| Século | Autor | Frases Geradoras |
|---|---|---|
| XVI | Galileu-Galilei (1564-1642).<br>Termo "função" não é usado.<br>Noção corresponde à de Lei natural - Lei quantitativa que expressa regularidades de um fenômeno natural; relações entre a variação de quantidades observáveis. | (Função) é relação entre variáveis.<br>Variáveis são quantidades observáveis na natureza. |
| XVII | Leibniz (1646-1716), Newton (1642-1727) – relação entre medidas associadas a uma curva, como por exemplo, as coordenadas de<br>um ponto da curva, a inclinação de uma curva<br>e o raio de curvatura.<br>Leibniz (1670) introduz o termo função. | Função é uma correspondência entre quantidades associadas a uma curva da Geometria.<br>Variáveis são quantidades que assumem diferentes valores, na construção de uma curva. |
| XVIII | João Bernouilli (1667-1748): função é expressão qualquer formada de uma variável e algumas constantes; Euler (1707-1783): função é uma equação ou fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes. | Função é uma equação, uma fórmula.<br>Variável é um símbolo, um elemento de linguagem. |
| XIX | Dirichlet (1805-1859): uma variável é um símbolo que representa qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x, corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a y, então se diz que y é função unívoca de x.<br>A variável x, à qual se atribuem valores à vontade, é chamada variável independente e a variável y, cujos valores dependem dos valores de x, é chamada variável dependente. | Função é uma correspondência entre variáveis.<br>Variável é um símbolo que representa qualquer dos elementos de um conjunto de números. |
| XX | Grupo Bourbaki (1939): função f é um conjunto de pares ordenados de elementos, sujeitos à condição seguinte: se (a, b) e (a, c) são elementos de f então b=c. | Função é um conjunto de pares ordenados.<br>Omite-se variável. |

Fonte: GARCIA, Vera Clotilde. Múltiplos significados para o conceito de Função, 2004, p.8. Disponível em:<http://143.54.226.61/~vclotilde/disciplinas/laboratorio/texto_funcoes.pdf>.

Os recursos tecnológicos estão cada dia mais presente no nosso cotidiano e estão em constante evolução abrindo janelas para novas configurações do espaço e do tempo, das relações econômicas, sociais, políticas e culturais e não seria diferente com a educação. As regras do ensino e do trabalho docente não podem permanecer estagnadas e devem se beneficiar dos avanços tecnológicos, fazendo com que eles sejam seus aliados na arte de ensinar.

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's) oportunizam realizar atividades, nas quais os alunos desenvolvem o espírito investigativo de pesquisar, analisar, comparar, conceituar, reformular, perceber as propriedades matemáticas, enfim, que eles próprios concluam o seu aprendizado, sendo tarefa do professor orientá-los na construção do conhecimento.

Neste momento o professor deixa de ser o detentor do saber, oportunizando e possibilitando que o aluno construa o seu conhecimento. Educador e educando tornam-se parceiros no processo de ensino-aprendizagem, diferindo da prática tradicional, onde o aluno é apenas um receptor de informações.

> [...]o ensino de Matemática, assim como todo ensino, contribui (ou não) para as transformações sociais não apenas através da socialização (em si mesma) do conteúdo matemático, mas também através de uma dimensão política que é intrínseca a essa socialização. Trata-se da dimensão política contida na própria relação entre o conteúdo matemático e a forma de sua transmissão-assimilação (DUARTE, 1987, p. 78).

Portanto, com a utilização das TIC's e a escolha do software adequado, nas aulas de matemática, o professor poderá ensinar fazendo uso destes recursos para estimular os seus alunos, fazendo com que tenham mais interesse pelas aulas, pois não apenas ouvirão as explicações do professor, mas poderão observar o que ele está ensinando por meio de imagens construídas que exemplificam o conteúdo que está sendo estudado.

Destaca-se a importância do uso de softwares educacionais por oferecerem atrativos que despertam o interesse dos alunos e o fortalecimento da compreensão da matéria, pois, em geral, consegue instigar nos estudantes perspectivas de investigações e busca de resultados que são induzidos pelas construções dinâmicas. Para que este trabalho venha a atingir os objetivos esperados é importante que se faça a escolha do software adequado para um determinado conteúdo que se pretende ministrar e para isso, encontram-se disponíveis muitos softwares que auxiliam no aprendizado e cabe ao professor escolher o mais apropriado. Pensando no conteúdo funções e para alcançar os objetivos propostos, o primeiro passo foi pesquisar um programa voltado para o ensino da matemática. Dentre várias opções, escolhemos o software Geogebra[1]. O passo seguinte foi o de conhecê-lo, para que os medos fossem quebrados, ou seja, aprender, através da tecnologia, para depois ensinar através dela.

A escolha do software Geogebra foi pelo fato do mesmo ser um programa gratuito de fácil utilização, que pode ser encontrado no site oficial www.geogebra.org. Trabalha a matemática dinâmica, é um software que pode ser utilizado em Educação Matemática nas escolas do Ensino Fundamental, Médio e Superior e que nos permite

---

[1] GEOGEBRA . Software Educativo de acesso gratuito no site: <http://pt.scribd.com/doc/5622326/Geogebra-como-ferramenta-pedagogica> estando em constante atualizações e aprimoramento das suas ferramentas.

trabalhar geometria, trigonometria, álgebra, tabelas, gráficos e cálculos. É de fácil compreensão, pois utiliza uma linguagem simples.

Criado em 2001, por Markus Hohenwarter[2] e uma equipe internacional de programadores, já recebeu diversos prêmios educacionais na Europa e nos Estados Unidos, mas ainda é pouco conhecido entre os professores de matemática do Ensino Médio como uma ferramenta viável para aperfeiçoar suas aulas.

Através das construções interativas e da visualização, podemos melhorar a compreensão dos alunos, a percepção dinâmica de propriedade e estimulá-los à descoberta, pois o uso do software permite o aprofundamento dos conceitos. Dessa forma se torna possível a obtenção de conclusões próprias que virão das suas experimentações.

Diante das características e potencialidades explicitadas do programa Geogebra, pretende-se mostrar que é possível utilizá-lo como ferramenta que desperte no aluno, de nível médio, o interesse pela busca do conhecimento matemático através da dinamicidade presente no mesmo.

Por outro lado, é necessário que o professor faça um acompanhamento, que focalize no objetivo deste trabalho. Caso contrário estará fazendo um uso dos meios tecnológicos, mas que não terá efeitos, consequentemente, voltando ao modo de ensino tradicional.

Diante do cenário descrito e dos desafios da atualidade, no campo da educação, é suscitado o anseio de saber como é um ambiente escolar que faz a inclusão das TIC's, em especial, na disciplina de Matemática. Ressalta-se que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) trazem dentro do campo da matemática a importância de elaborar comunicações orais ou escritas para relatar, analisar e sistematizar eventos, fenômenos, experimentos e questões. Segundo os PCNs:

> Competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática:
> Representação e comunicação
> • Ler e interpretar textos de Matemática.
> • Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc).
> • Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica
> (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.

---

[2] Markus Hohenwarter: Criador do GeoGebra.

• Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.
• Produzir textos matemáticos adequados.
• Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação.
• Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.
Investigação e compreensão
• Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc).
• Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
• Formular hipóteses e prever resultados.
• Selecionar estratégias de resolução de problemas.
• Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
• Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
• Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
• Discutir idéias e produzir argumentos convincentes.
Contextualização sócio-cultural
• Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.
• Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.
• Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade.
• Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.
(Site:< http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>p.46)

Considerando as possibilidades pedagógicas dos softwares educativos a experiência realizada com o Geogebra explorou seus recursos no estudo das propriedades das funções afim e quadrática, fazendo as possíveis conjecturas a partir de observações feitas no referido software.

Sendo assim foram desenvolvidas atividades que fizeram uso do mesmo para solucionar problemas relacionados ao estudo de funções, promovendo e inserindo meios tecnológicos que auxiliaram na aprendizagem dos alunos.

A metodologia utilizada para alcançar os objetivos baseia-se no estudo de caso do tipo descritivo com análise qualitativa. De acordo com Ludke e André (1986) a pesquisa qualitativa destaca mais o processo do que o produto, preocupada em descrever a perspectiva dos participantes. Conforme Prodanov e Freitas (2009) o estudo de caso consiste em coletar e analisar informações sobre um determinado indivíduo, uma família, um grupo ou uma comunidade a fim de estudar aspectos variados de sua vida, conforme o assunto da pesquisa. Gil (2004, p. 42) afirma quanto ao estudo de caso que: “Consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento”.

Desta forma a prática realizada em sala de aula com os alunos iniciou com um prévio levantamento dos conhecimentos relativos aos conceitos de funções. A partir das informações coletadas foram elaborados os planejamentos das aulas.

Destaca-se que foi realizado um estudo a cerca do programa Geogebra e a sua exploração no conceito de funções afim e quadrática. Para isso foi feita uma escolha criteriosa quanto às atividades, contidas em livros didáticos de alguns autores para a exploração no software.

Durante as práticas no laboratório de informática foram aplicados questionamento e atividades com a turma para analisar os possíveis benefícios do Geogebra no estudo das funções.

Ao término de cada aula, foram realizados levantamentos referentes ao encontro, às atividades desenvolvidas e as percepções dos alunos. Os objetivos foram traçados aula a aula assim como sua análise e constatações que serviram para possíveis ajustes e alterações necessárias para melhor compreensão do conteúdo pelos alunos.

## Conteúdo escolhido

Escolheu-se função afim e função quadrática por ser um conteúdo da grade curricular do Plano de Estudos do 1º ano do Ensino Médio e porque o software Geogebra oferece recursos didáticos que facilitam o ensino e o aprendizado.

Para melhor compreensão dos conceitos das funções e suas diferentes representações apresenta-se abaixo cada uma delas resumidamente.

### *Função Afim*

Uma função é afim $f: R \rightarrow R$ quando existem constantes $a, b$ que pertencem ao conjunto dos números reais.

Exemplos:

(a) $f(x) = 2x + 1$ $(a = 2, b = 1)$

(b) $f(x) = -\frac{1}{3}x + 5$ $(a = -\frac{1}{3}, b = 5)$

A lei que define a função afim é dada por $f(x) = ax + b$ para todo $x \in R$.

Para $f(x) = ax + b (a \in R)$ o gráfico é uma reta não perpendicular ao eixo Ox.

Veja a figura 1 quando $a > 0$ e a figura 2 quando $a < 0$.

Figura 1: função $f(x) = 2x + 4$

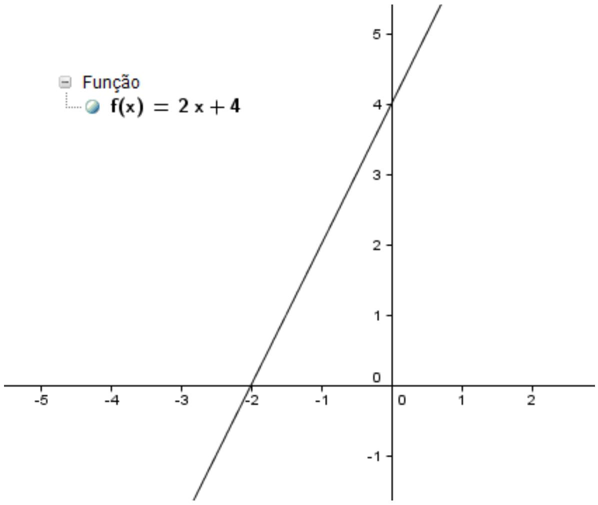
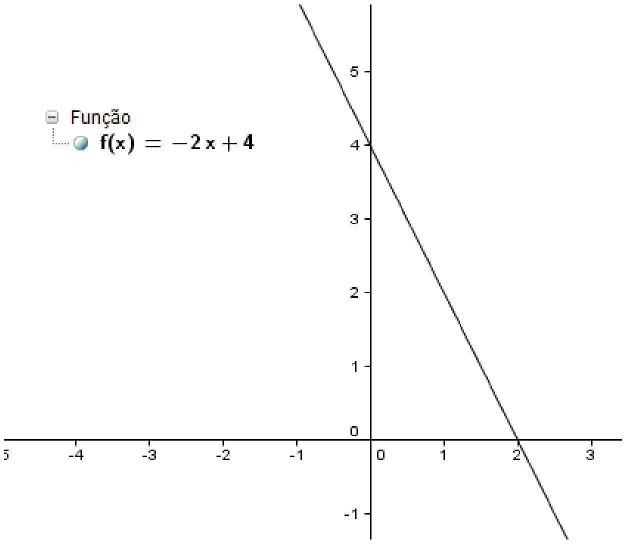



Figura 2: função $f(x) = -2x + 4$




Temos o domínio e a imagem pertencentes aos números reais.

- **Casos Particulares da Função Afim**

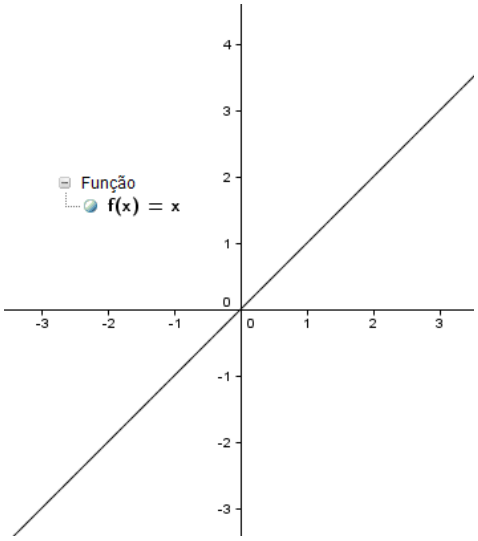
**Função Identidade**

Temos a função $f: R \rightarrow R$ definida por $f(x) = x$, para todo $x \in R$.

Quando a função possui como coeficientes $a = 1$ $e$ $b = 0$.

A figura 3 mostra o gráfico da função identidade $f(x) = x$, esta função é a bissetriz do 1º e 3º quadrantes.

Figura 3: função $f(x) = x$




**Função Linear**

Temos a função $f: R \to R$ definida por $f(x) = ax$, para todo $x \in R$ e $a \neq 0$ e $b = 0$.

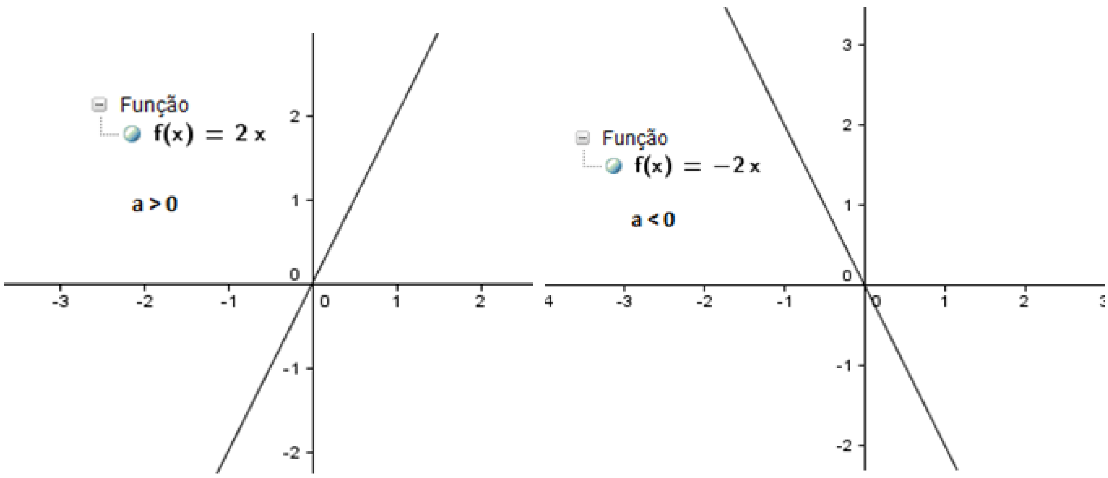
Exemplos:

(a)$f(x) = -2x \qquad (a = -2, b = 0)$

(b)$f(x) = \sqrt{3x} \qquad (a = \sqrt{3}, b = 0)$

O gráfico da função linear representado na figura 4 é uma reta não vertical que passa pela origem (0,0).

Figura 4: função linear



**Função Constante**

Temos a função $f: R \to R$ definida por $f(x) = b$, para todo $x \in R$ e $a = 0$.

Exemplos:

(a)$f(x) = 2$

(b)$f(x) = -\frac{3}{4}$

O gráfico da função constante é uma reta paralela ao eixo x que passa pelo ponto (0,b), sendo b a imagem da função.

Veja a figura 5 quando $b > 0$, a figura 6 quando $b < 0$ e a figura 7 quando $b = 0$.

Figura 5: função $f(x) = 2$

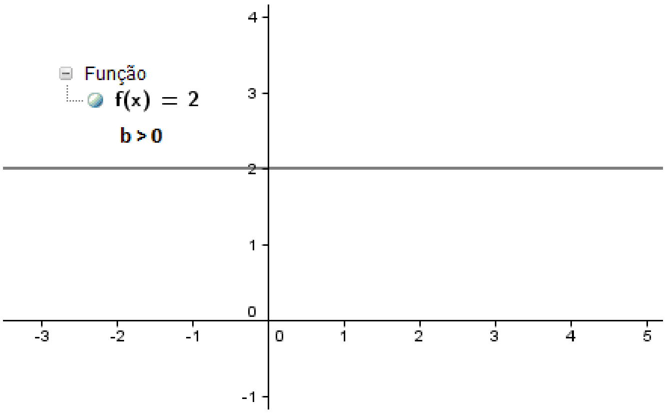



Figura 6: função $f(x) = -2$

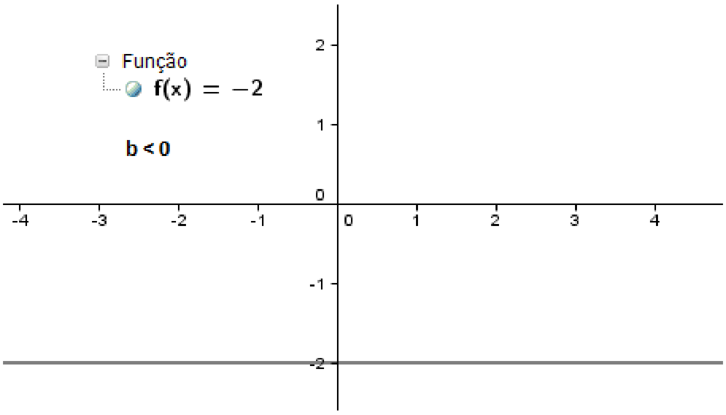
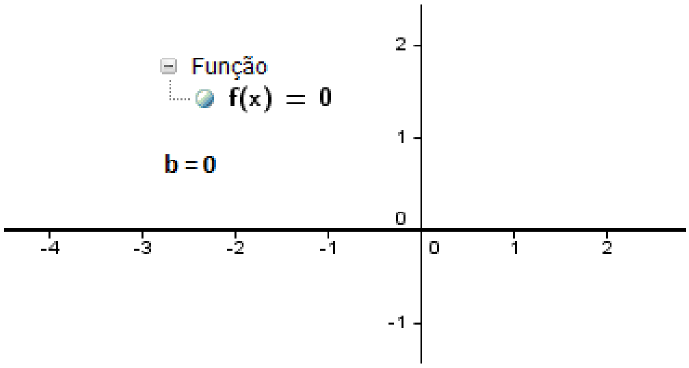


Figura 7: função $f(x) = 0$




**Coeficientes numéricos**

Observando os gráficos acima e suas projeções de acordo com a particularidade de cada função é possível perceber que cada coeficiente numérico de uma determinada função caracteriza um elemento do gráfico dessa função.

Coeficiente angular $a$: é a inclinação da reta em relação ao eixo horizontal $x$. Quanto maior for o valor de $a$, mais a reta se afasta da posição horizontal.

$$a = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$$

Existindo duas possibilidades;

- Quando $a > 0$, a função é crescente.
- Quando $a < 0$, a função é decrescente.

Coeficiente $b$: coeficiente linear de uma reta, $b$ é a ordenada do ponto em que o gráfico de $f$ cruza o eixo das ordenadas, ou seja, $b = f(0)$.

***Função Quadrática***

Uma função $f: R \rightarrow R$ chama-se quadrática quando existem números reais $a, b, c$, com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in R$.

Exemplos:

(a)$f(x) = x^2 + 2x + 1$ $\quad\quad$ $(a = 1, b = 2, c = 1)$

(b) $f(x) = 2x^2 - x$ $\qquad$ $(a = 2, b = -1, c = 0)$

(c) $f(x) = -x^2 + 2$ $\qquad$ $(a = -1, b = 0, c = 2)$

Gráfico da Função Quadrática

O gráfico desta função é uma curva chamada *parábola* e apresentam as seguintes características:

- Quando $a > 0$, a parábola tem a concavidade voltada para cima.
- Quando $a < 0$, a parábola tem a concavidade voltada para baixo.

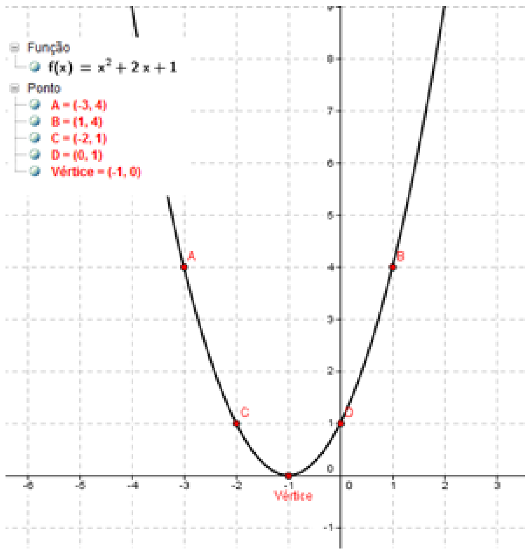
Exemplo

Vamos construir o gráfico da função $y = x^2 + 2x + 1$:

Primeiro atribui-se a $x$ alguns valores, depois se calcula o valor correspondente de $y$ e, em seguida, liga-se os pontos assim obtidos conforme mostra a figura 8.

Figura 8: função $f(x) = x^2 + 2x + 1$

| x | y |
|---|---|
| -3 | 4 |
| -2 | 1 |
| -1 | 0 |
| 0 | 1 |
| 1 | 4 |




Chamam-se zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$, os números reais $x$ tais que $f(x) = 0$.

Então as raízes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ são as soluções da equação, as quais são dadas pela chamada fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Os valores obtidos como resposta desta equação, chamamos de $x'$ e $x"$ que são os pontos onde a parábola intercepta o eixo $x$. A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o radicando Δ= $\sqrt{b^2 - 4ac}$.

- Quando Δ é positivo, há duas raízes reais e distintas;
- Quando Δ é zero, há só uma raiz real (para ser mais preciso, há duas raízes iguais);
- Quando Δ é negativo, não há raiz real.

**Estudo da "abertura" da parábola**

O valor absoluto do coeficiente $a$ define a abertura da parábola, quanto menor o valor de $a$, maior a "abertura" da parábola.

Observação:

Ao construir o gráfico de uma função quadrática $y = ax^2 + bx + c$, nota-se que:

- se $a > o$, a parábola tem a concavidade voltada para cima;
- se $a < 0$, a parábola tem a concavidade voltada para baixo.

**Vértice da Parábola**

A determinação do vértice da parábola ajuda na elaboração do gráfico e permite determinar a imagem da função, bem como seu valor de máximo e de mínimo.

$x_v = \frac{-b}{2a}$

$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$ em que Δ= $b^2 - 4ac$.

**Preparação da Turma**

Primeiramente a proposta de trabalho foi explicada aos alunos, bem como, os objetivos pretendidos.

Os conteúdos ministrados em sala de aula foram trabalhados paralelamente ao laboratório de informática. Uma primeira abordagem com a introdução do conteúdo foi dada em sala de aula, utilizando atividades retiradas dos livros de Dante (2005) e Bianchini & Paccola (1998) a fim de auxiliar os alunos a se apropriarem do primeiro conceito de funções e superarem algumas das dificuldades. Realizaram algumas construções gráficas manualmente, utilizando papel melimetrado.

Após estes estudos, trabalhou-se, no laboratório de informática, utilizando este ambiente tecnológico como contribuição para despertar o interesse em aprender Matemática.

Foram quatro encontros de quarenta minutos cada, dentro do horário regular de aula. Os alunos sentaram em duplas, alguns utilizaram seus computadores particulares e iniciou-se com a apresentação das características e potencialidades do Geogebra para uma familiarização com o software a fim de obter um bom desempenho no trabalho posterior sobre as funções estudas.

Nas aulas um trabalho impresso era entregue a cada dupla para apreciação dos alunos que após as análises faziam observações, escrevendo-as para a socialização em grande grupo onde eram levantados e debatidos os questionamentos com a mediação do professor e desta forma percebendo as relações entre as equações e seus respectivos gráficos.

**Preparação das Aulas**

O primeiro desafio que o professor encontra em sua prática pedagógica é a elaboração de suas aulas, pois é a partir dessa preparação que podemos atingir mais facilmente os objetivos traçados.

Para que possamos alcançar tais objetivos é necessário além da elaboração das aulas, a escolha do método a ser aplicado. Feita esta escolha é preciso traçar os objetivos e colocar a “mão na massa”. A preparação da aula é o momento em que nós educadores criamos uma estratégia de aula para que os alunos possam aproveitá-la ao máximo, este planejamento deve ser bem pensado e sem improvisos, fazendo conexões e articulações com assuntos já desenvolvidos anteriormente, que de uma forma ou outra chame a atenção do educando para que ele consiga aprender aquilo que propomos como objetivos de ensino. O planejamento deve contemplar uma estrutura de sucessões de atividades que cumpram aprendizagens com propósitos definidos, pois só assim obteremos o sucesso como resultado.

Após o planejamento e traçados os objetivos foi o momento de testar as funções com a ajuda do software. No ambiente virtual foram analisados seus comportamentos gráficos, desde a melhor visualização na tela até a melhor forma de associar os resultados. Feita a exploração do software, escolheu-se uma sequência de exercícios para trabalhar durante as aulas. Ressalta-se que este programa é de fácil apropriação, favorecendo criar e realizar uma variedade de exercícios mais rapidamente do que em livros, que costumam trazer apenas um exemplo de cada. Essa manipulação e variedade de exercícios auxiliam a percepção da parte algébrica e sua representação gráfica e vice-versa, facilitando a compreensão do conteúdo.

## Avaliação das Atividades

Existem inúmeras formas de avaliar o aluno, e isso requer do professor um grande preparo e técnica. Segundo Perrenoud (1999), a avaliação da aprendizagem, no novo paradigma, é um processo mediador na construção do currículo e se encontra intimamente relacionada à gestão da aprendizagem dos alunos.

Gadotti (1990) diz que a avaliação é essencial à educação, inerente e indissociável enquanto concebida como problematização, questionamento, reflexão, sobre a ação. Nessa direção, a avaliação das aulas enfatizou a participação e o comprometimento dos alunos na realização dos exercícios e a colaboração com os colegas.

## Realização das práticas

Os conteúdos, função afim e função quadrática, já haviam sido estudados em sala de aula anteriormente, os alunos realizaram atividades para o melhor entendimento das propriedades, bem como, construções gráficas para análises. Mas se tratando de uma prática realizada em uma turma do noturno onde a infrequência dos alunos é grande, partimos da ideia de que os conceitos eram desconhecidos pelos alunos.

## Função Afim – Primeiro Encontro

Neste primeiro momento, no laboratório de informática, foram definidas as duplas, e ressaltado a importância de ter entre eles um comprometimento tanto com o colega como com as atividades propostas ao longo do trabalho.

## Objetivo

O objetivo do primeiro encontro foi apresentar o software Geogebra aos alunos de maneira que se familiarizassem com o programa. Eles interagiram com o programa realizando simulações. A intenção dessa prática foi a de tornar mais fácil a utilização do programa, e conseguir realizar as atividades sugeridas de maneira mais rápida e assim quando solicitado ao aluno um determinado procedimento, ele pudesse, rapidamente, se localizar, no ambiente virtual.

Após esta familiarização iniciou-se as atividades propostas com o objetivo de que os alunos fossem capazes de reconhecer a função afim e a partir delas observar comportamentos gráficos associados aos valores de a e b, tais como: função crescente ou decrescente, suas translações, função linear e função constante. Estabelecer relações entre a representação algébrica e gráfica.

## Descrição das Atividades

No laboratório de informática, inicialmente, identificamos o nome dos botões, suas janelas e funções. As diversas maneiras de se fazer a mesma função, como colori-las, mudar o tipo de tracejado e a espessura das mesmas.

Na sequência uma atividade inicial foi proposta, resgatando o estudo do plano cartesiano, relembrando seus eixos, seus pares ordenados (x,y) a localização do ponto de origem (0,0). Para esse procedimento determinei alguns pontos para que marcassem no plano.

Em seguida foi proposto a eles que inserissem algumas funções no Geogebra (as atividades desenvolvidas serão apresentadas a seguir). Essas funções tinham como objetivo fazer uma comparação com a função identidade, explorando o conceito da translação. A comparação é facilitada pela disponibilidade da interatividade do software que possibilita observar o comportamento gráfico de mais de uma função ao mesmo tempo, permitindo identificá-las com nomes, tracejados e cores diferentes (a formatação escolhida altera automaticamente a reta e sua representação algébrica). Todas essas alternativas facilitam ao aluno observar, identificar e relacionar o gráfico a sua função correspondente. Sendo essa construção do pensamento, como já mencionado, anteriormente, pelo autor Ardenghi (2008), uma das dificuldades apresentadas pelos alunos, no campo da matemática, e que, com ajuda dessa ferramenta tecnológica é facilmente contornada.

Como já dito anteriormente, durante a aula foram realizadas diferentes questões e ao mesmo tempo os alunos foram arguidos sobre o que era possível observar, desafiando-os para a construção do próprio conhecimento.

Os exercícios propostos e as indagações são mostrados abaixo:

- O que é possível observar do comportamento do gráfico relacionando as seguintes funções:

$$f(x) = x \qquad g(x) = x + 2 \qquad h(x) = x - 3 \qquad t(x) = x - 4$$

- O que os coeficientes nos dizem quanto ao gráfico da função?

Analisamos em seguida;

$$f(x) = -x \qquad g(x) = -x + 2 \qquad h(x) = -x - 3$$

- Quais as mudanças que foram possíveis observar nos valores dos coeficientes e o que isso interfere no gráfico:

Após a inserção das funções citadas acima, foi proposto que marcassem dois pontos no gráfico, utilizando a ferramenta “Reta Definida por Dois Pontos” passando pelos dois pontos criados. Em seguida levantou-se a questão: Qual é a função algébrica que define esse gráfico?

Pontos

- A(0,2) e B(-2,0)
- C(0,-4) e D(-4,0)

**Função Constante:**

$$f(x) = 2$$

O que é? (Uma reta paralela ao eixo $x$, em que a imagem é igual ao valor de $b$)

**Função Linear:**

Inserindo as funções;

$f(x) = x$ $\qquad$ $g(x) = 10x$ $\qquad$ $h(x) = \frac{1}{10}x$ $\qquad$ $t(x) = -10x$

- Quando temos o valor do coeficiente angular maior ou menor que um, sendo diferente de zero, o que isso influencia na sua projeção gráfica?

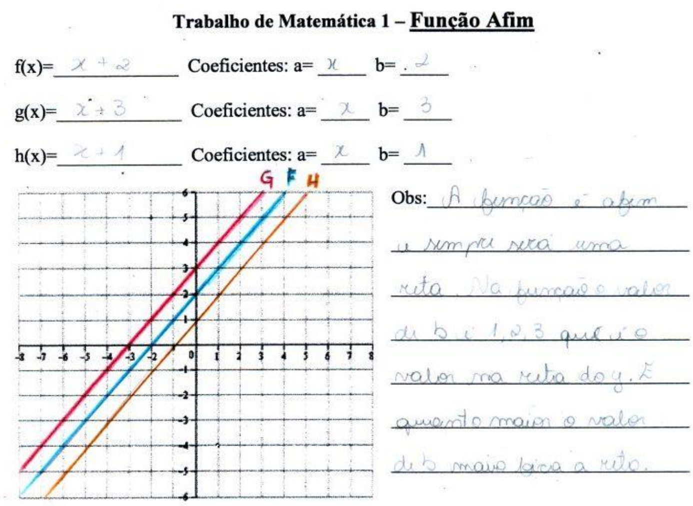
**Análise do procedimento**

Posso afirmar que os objetivos foram claramente alcançados, e minhas expectativas em relação à aceitação da turma, a este trabalho foi maior do que o esperado.

Os alunos mostraram-se muito participativos, curiosos e interessados. Dois alunos trouxeram, para esta primeira aula, seus computadores com o software já instalado. Um deles já havia explorado o programa em casa, e logo que entramos na sala já tinha dúvidas além de me auxiliar na aula ajudando os colegas. Foi possível perceber que quando eles participam das escolhas e são desafiados a resposta é positiva. A matemática aliada à informática gerou uma grande curiosidade e eles se sentiram motivados para novos desafios. Pode-se perceber que eles estão muito familiarizados com as TICs o que facilita o aprendizado.

Seguem algumas respostas obtidas pelos alunos:

Figura 9: Atividade Função Afim



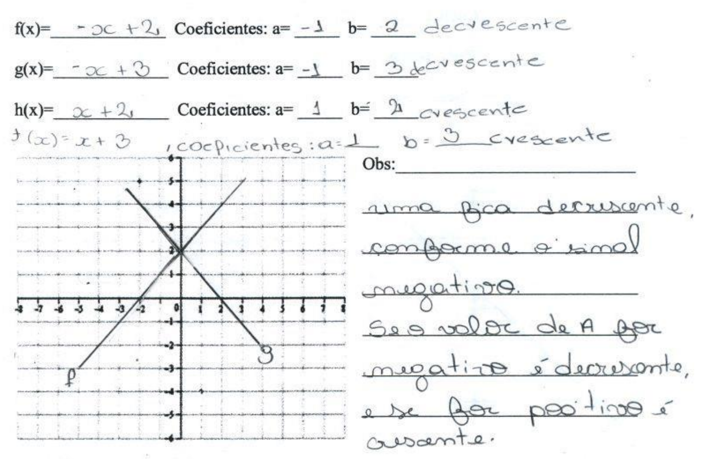

Na figura 9, o aluno traz as seguintes percepções:

Primeira: A função afim sempre será uma reta;

Segunda: O valor do coeficiente ***b***, é o ponto onde a reta intercepta o eixo das ordenadas;

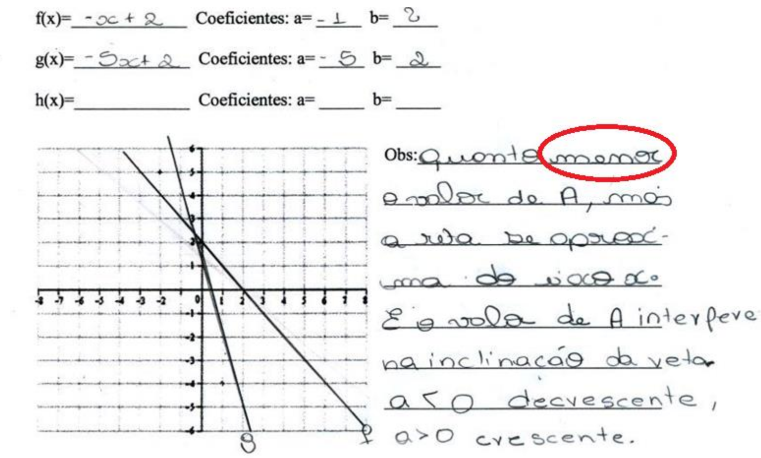
Terceira: Afirma que quanto maior for o valor do coeficiente linear, “maior” será a reta. (Referindo-se que quanto maior for o valor de ***b***, a reta será transposta x unidades para cima ou x unidades para baixo, dependendo do valor atribuído ao coeficiente).

Figura 10: Atividade Função Afim



Na figura 10, o aluno chega a conclusão que se o valor do coeficiente $a$ for positivo a função será crescente e se o valor do coeficiente $a$ for negativo a função será decrescente.

Figura 11: Atividade Função Afim




Na figura 10, após analisar as duas funções, o aluno percebe que o valor do coeficiente $a$ quanto “menor” mais a reta se aproxima do eixo x. Evidencia-se que os alunos ainda encontram dificuldade de enxergar a posição dos números negativos na reta real, acreditam que -5 é maior que -1, assim como nos números positivos.

## Análise das Interações

Nosso primeiro encontro foi muito produtivo, os alunos participaram e interagiram com o software, manipulando os gráficos podendo observar e comparar as mudanças nos gráficos em relação a cada função inserida. Através das indagações feitas, os alunos conseguiram chegar à representação algébrica após a análise gráfica da função. Essa prática interativa, facilitada pela tecnologia, auxiliou na compreensão e na construção dos conceitos. A constatação, desses avanços cognitivos dos alunos, foi possível detectar na análise dos materiais produzidos por eles e recolhidos ao final da aula para apreciação, sondagem e diagnóstico avaliativos.

**Função Quadrática - Segundo Encontro**

**Objetivo**

Neste segundo encontro os objetivos a alcançar eram relacionados a identificação através da sua visualização gráfica que a função quadrática é uma curva, chamada parábola e que a sua concavidade estará voltada para cima ou baixo, dependendo do valor do coeficiente $a$.

Perceber que o coeficiente $a$, também está relacionado à “abertura” da parábola, quando maior o valor de $a$, mais fechada será a abertura da parábola, e quanto menor o valor de $a$ (sendo $a > 0$), mais “aberta” será sua abertura.

Compreender que o valor do coeficiente $c$, como sendo o ponto em que a parábola intercepta o eixo em $y$.

Fazer o estudo do parâmetro $b$ nas funções, e observar seu valor e o respectivo deslocamento no plano cartesiano.

**Descrição das Atividades**

<u>Observação:</u> Para introduzir a potência na função quadrática no Geogebra é necessário digitar no campo de entrada:

f(x) = ax^2 + bx + c para uma função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$

Toda função quadrática tem como gráfico uma curva chamada parábola. Pedi para que inserissem no Geogebra e observassem o comportamento gráfico das seguintes funções:

Análise (1) $f(x) = x^2$ $g(x) = -x^2$

Análise (2) $f(x) = 10x^2$ $g(x) = 1/10x^2$

- O que foi possível observar entre as duas funções? Elas são iguais? E o que isso implica no gráfico?

Observou-se então que:

Análise (1)

Se $a > 0$, a concavidade da parábola está voltada para cima;

Se $a < 0$, a concavidade da parábola está voltada para baixo;

Análise (2)

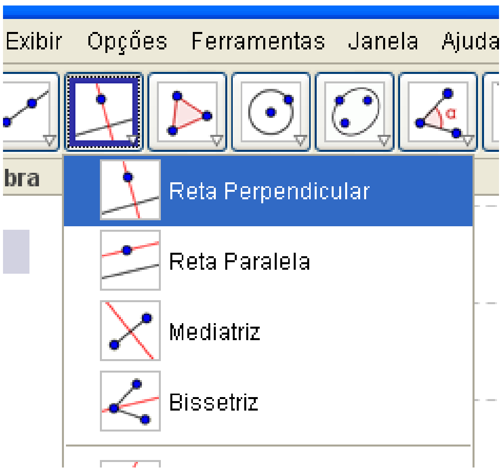
Funções quadráticas com coeficiente $a$ de mesmo valor têm parábolas com a mesma "abertura", e as funções quadráticas com valores de $a$ diferentes possuem "abertura" diferente. Quanto menor o valor absoluto de $a$, maior a "abertura" da parábola.

- Podemos afirmar que tanto na primeira quanto na segunda função temos um ponto de máximo e um ponto de mínimo? Este ponto recebe o nome de vértice (V).

A parábola apresenta sempre uma *simetria* em relação à reta que passa pelo vértice e é *perpendicular* ao eixo x.

Para facilitar a visualização, o entendimento e explorar a ideia de eixo de simetria e reta perpendicular utilizou-se a seguinte ferramenta disponível no Geogebra:

Figura 12: Ferramenta Reta Perpendicular.




Fonte: GEOGEBRA. Disponível em:<http://www.geogebra.org/cms/pt>

Transcreva para o Geogebra as seguintes funções:

$f(x) = x^2 - 2x - 3$ $\qquad\qquad$ $g(x) = x^2 - 2x - 3$

- Qual a diferença das duas funções apresentadas? Que mudança ocorreu no gráfico da segunda para a primeira?

Para a análise do parâmetro b, foram introduzidos diversos outros exemplos a fim de concluir que:

Se $b > 0$ a parábola cruza o eixo $y$ no ramo crescente;

Se $b < 0$ a parábola cruza o eixo $y$ no ramo decrescente;

Se $b = 0$ a parábola cruza o eixo $y$ no vértice.

- Olhando para a parábola das duas funções abaixo. Podemos dizer que o valor de c está associado a qual representação no gráfico?

  $f(x) = x^2 - 2x - 3$ $\qquad\qquad$ $g(x) = -x^2 + 2x + 2$

Ao final da aula, inicialmente sem o auxílio do computador, os alunos receberam o seguinte questionário para um momento de reflexão, através de observações algébricas.

Foi considerada a seguinte função:

1) $f(x) = x^2 - x - 2$

a) Para quais valores de x a imagem de x é positiva?

b) Para quais valores de x a imagem de x é negativa?

2) Considere as funções:

- $f(x) = x^2 - 3x + 4$
- $g(x) = -x^2 - 4x$

Para cada uma delas determine:

a) O ponto onde ela intercepta o Eixo Y;

b) Se intercepta o Eixo Y em sua parte crescente ou decrescente;

c) Se a parábola é convexa (concavidade voltada para cima) ou côncava (concavidade voltada para baixo);

d) Através de cálculos, encontre Δ e decida se ela possui duas raízes distintas, uma única raiz ou nenhuma raiz;

****Com a utilização do Geogebra:*

e) Com essas informações, faça um esboço do gráfico em papel, depois modifique os valores de “a”, “b” e “c”, usando a construção feita no Geogebra para coincidir com a função. Veja se o resultado que você obteve vai de encontro ao que é mostrado no programa. Caso sim, parabéns. Caso não tente perceber em qual fundamento você falhou e tente corrigi-lo para o próximo exercício;

f) Encontre a(s) raiz(es), ou zeros, caso existam;

g) Encontre o vértice da parábola;

h) A função assume valor máximo ou mínimo? Qual é esse valor?

i) Em qual intervalo a função é crescente?

j) Em qual intervalo a função é decrescente?

k) Estude o sinal da função.

## Análise das Interações

Os resultados obtidos foram positivos tratando-se de vários aspectos:

Desenvolvimento do raciocínio lógico, tempo para a construção de várias funções, o que sem a ajuda do software seria maçante, trabalhoso e demorado. Na exatidão dos valores gráficos, pois utilizando ferramentas tradicionais “lápis e papel” (régua nem todos possuem) poderia haver diferenças nos valores, podendo acarretar dúvidas e a perda do foco principal do estudo.

Foi possível fazer uma comparação, resgatando questões estudadas na função Afim, como por exemplo, a ideia da função ser crescente e decrescente, e ainda, o ponto onde a reta (na função afim) intercepta o eixo $y$ é o valor de $b$, já na parábola (função quadrática) o ponto onde a parábola intercepta o eixo $y$ é o valor do coeficiente $c$, ambas constantes.

Algumas dúvidas surgiram referentes ao estudo do parâmetro $b$, sugeri que eles “criassem” alguns exemplos para cada um dos três possíveis valores de $b$, e então, pouco a pouco, foram entendendo.

É importante ressaltar que à medida que as dúvidas foram surgindo, algumas duplas já estavam inserindo funções no programa com o propósito de verificar e sanar suas próprias dúvidas.

## Considerações Finais

Diante do atual cenário que a educação apresenta, onde se encontra alunos e professores, por vezes descontentes, os primeiros por não conseguirem relacionar o que é estudado nas aulas com o seu cotidiano, e, os segundos pelas diversas dificuldades encontradas, no exercício de sua profissão, a realização das práticas citadas mostrou ser possível um trabalho conjunto, envolvendo professor e alunos, conectados as novas tecnologias, objetivando a construção de conhecimentos significativos.

Ao verificar a participação dos alunos nas atividades desenvolvidas, observa-se um maior comprometimento desses com o estudo, uma vez que eles conseguiram perceber, por meio da pesquisa, levantamento de dados, análise de resultados obtidos, debates, e etc., que o estudo da matemática pode, sim, ser prazeroso.

Ao analisar os dados levantados foi possível verificar vários pontos positivos da utilização do software Geogebra para trabalhar o conteúdo funções, nas aulas de matemática.

Pode-se perceber um melhor aproveitamento do tempo da aula com assuntos relevantes como, por exemplo: explorar conceitos que surgem no decorrer dos conteúdos abordados e que em sala de aula podem passar despercebidos, assim como esclarecer certas dúvidas, pois no ambiente virtual os exercícios ficam mais precisos e as conclusões mais evidentes.

Outro fato importante a ressaltar é que houve maior empenho, força de vontade, interesse, comprometimento e curiosidade por parte dos alunos na realização dos exercícios propostos, pois todos participavam fazendo as anotações dos pareceres dos exercícios exigidos, bem como as suas conclusões.

Notou-se um espírito de solidariedade e cooperação entre os alunos na realização das tarefas. Eles se preocupavam não apenas com a sua dupla, mas em ajudar os demais colegas, auxiliando na compreensão do conteúdo, na apropriação e manuseio do software, bem como na interpretação dos conceitos abordados que requerem maior atenção.

Durante os encontros foi possível articular e relacionar a função estudada a outra já vista anteriormente, apropriando-se da ideia de relação entre conteúdos.

Também foi visível o desenvolvimento da associação de ideias e da sua representação escrita, através da elaboração de textos construídos a partir de suas próprias interpretações.

Outras possibilidades e vantagens desta prática dizem respeito ao software que permite inserir funções com valores de a, b e c quaisquer, dependendo do objetivo pretendido. Sendo possível analisar inúmeras funções, colori-las e formatá-las ao seu próprio gosto, fazendo com que a aula aconteça de maneira interativa, agradável e prazerosa.

Ressalta-se que esse trabalho pode ser feito em sala de aula, utilizando materiais como papel e caneta, entretanto levaria muito mais tempo porque seria um trabalho mais manual. Porém não seria possível alcançar as análises instantâneas que possibilitam um estudo comparativo nas características que levam as mudanças de comportamento gráfico, tanto entre uma mesma função, quanto entre uma função e outra.

Acredito ser importante e oportuno citar alguns pontos negativos e desafios enfrentados no decorrer da experiência para, na medida do possível, buscar soluções.

Uma das dificuldades enfrentadas é a falta de um profissional na área da informática para auxiliar no andamento das aulas, o que torna o trabalho bastante cansativo para o professor regente atender os alunos nas suas dúvidas, em especial quanto ao manuseio dos computadores, domínio do software e conteúdo específico da disciplina ministrado, no caso Matemática no conteúdo de funções.

Outra questão é que o laboratório não possui o aparato vídeo-aula que muito facilita na explicação do professor quando esse quer explicar e demonstrar algum conteúdo. Sendo assim, os alunos não tem como acompanhar as atividades explicadas e feitas pelo professor no computador. Necessitando que a comunicação seja feita com a ajuda do quadro.

Ao analisar as práticas pedagógicas de matemática realizadas no laboratório de informática conclui-se que, quando os professores planejam e inserem a informática como aparato pedagógico direcionado, em suas aulas os alunos desenvolvem aptidões que favorecem a progressão qualitativa do desenvolvimento lógico.

Diante do exposto, não há dúvida quanto ao por que da utilização das TICs no ambiente escolar. O que preocupa é o como usar, com que objetivos e que alternativas de software escolher para que o processo ensino-aprendizagem se realize de maneira a satisfazer as necessidades dos conteúdos matemáticos, bem como as expectativas do aluno da atual sociedade conceituada como tecnológica, visando contribuir para a formação de indivíduos conscientes de sua cidadania e participativos na construção do saber. É particularmente relevante gerar questionamentos e pesquisas na direção de como utilizar os aparatos tecnológicos e suas possibilidades no processo ensino aprendizagem, pois as TICs não podem ser negligenciadas pelo sistema educacional, e devem ser exercidas e desenvolvidas juntamente com todas as disciplinas dos PCN.

Finalizo ressaltando que aliar os conteúdos matemáticos com as possibilidades dos recursos tecnológicos da informática produz uma construção de saberes coletivo e favorece o crescimento do pensamento. Nesse sentido, concluo que é de fundamental importância inserir as tecnologias no ambiente escolar desde as séries iniciais.

**Referências Bibliográficas**


ARDENGHI, M. J. **Ensino aprendizagem do conceito de função**: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil. São Paulo, 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BIANCHINI, Edwaldo e PACCOLA, Herval. Curso de Matemática – Volume Único. 2 ed. São Paulo, Moderna, 1998.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Secretaria de Educação Fundamental. Brasil MEC/SEF, 1999.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática, Volume Único, 1 ed. São Paulo: Ática, 2005.
DUARTE, R. **Entrevistas em pesquisas qualitativas**. Educar em Revista,Curitiba, v. 24, p. 213-225, 2004.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia D.A. (org). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003. P.11-33.

GADOTTI, Moacir. (1990) Pensamento Pedagógico Brasileiro. São Paulo: Editora Ática

GARBI, Gilberto G. Para que serve isso? **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, nº 63, 1-5, 2007.

GARCIA, Vera Clotilde. Múltiplos significados para o conceito de função, 2004. Disponível em:
<http://143.54.226.61/~vclotilde/disciplinas/laboratorio/texto_funcoes.pdf>

GENTIL, Nelson e outros. Matemática para o 2º Grau volume 1, São Paulo Ática, 1997.

GIL, Antonio Carlos. **Gestão de pessoas**. São Paulo: Atlas, 2001.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico:**métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. Novo Hamburgo: Feevale, 2009. 288 p.

PERRENOUD, P. **Avaliação: da excelência à regulação da aprendizagem – entre duas lógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

PICCOLI, Luís Alberto Prates. **A construção de conceitos em Matemática: Uma proposta usando Tecnologia de Informação.** Dissertação (mestrado) – Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre: [s.n.], 2006. 108f. Disponível em: <http://tede.pucrs.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=81> Acesso em 15 de abril de 2015.

RÖRIG, Cristina; BACKES, Luciana. **O professor e a tecnologia digital na sua prática educativa**. Disponível em: <www.pgie.ufrgs.br/alunos_espie/espie/luciana/public.../mara.doc> Acesso em 02 de março de 2015.

SANTOS, Dircélia dos. **Gráficos e Animações: Uma estratégia lúdica para o ensino-aprendizagem de funções.** Ano: 2010.

INFOESCOLA. Função Afim. Acesso em 02 abril 2015. Disponível em: <http://www.infoescola.com/matematica/funcao-modular/>

Função Quadrática. Acesso em 02 abril de 2015. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/emedio/funcao2/funcao2.php>

http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/a-informatica-no-ensino-matematica.htm> Acesso em 04 maio de 2015.

http://pt.scribd.com/doc/17380953/GeoGebra-Aplicacoes-ao-Ensino-da-Matematica> Acesso em 08 maio de 2015.

http://pt.scribd.com/doc/5622326/Geogebra-como-ferramenta-pedagogica>Acesso em 15 maio de 2015.