



O USO DO WINPLOT NO AUXÍLIO DO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Maurício Ramos Lutz – iffmauricio@gmail.com – Polo Faxinal do Soturno
Aline Silva de Bona – aline.bona@osorio.ifrs.edu.br – IFRS – Campus Osório

Resumo: Este estudo é uma pesquisa qualitativa, que desenvolvi com o objetivo principal de elaborar, implementar e analisar uma sequência didática, envolvendo o conteúdo de gráficos da função quadrática. Além disso, busquei associar, reconhecer e compreender a relação entre os coeficientes da função quadrática. Realizei esta investigação em uma turma, com 16 alunos, do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio, do Instituto Federal Farroupilha – Campus Alegrete/RS. A importância da realização de tal pesquisa deve-se à necessidade de incluir o uso de tecnologias na disciplina de Matemática e à carência de material didático voltado para esse fim. Para fundamentar o processo de investigação, utilizei como metodologia os pressupostos da Engenharia Didática. Espero, com esse trabalho, contribuir para instrumentalização dos professores do Ensino Médio de maneira a favorecer a aprendizagem do conteúdo proposto.

Palavras-chave: Função quadrática; Mídias Digitais; Engenharia Didática.

Introdução

Este trabalho é o resultado do desejo de contribuir para a melhoria do Ensino de Matemática, no que diz respeito ao uso de mídias digitais, em especial, à informática na educação. Durante minha trajetória profissional, percebi que inúmeros alunos têm dificuldades no aprendizado de Matemática, o que acaba causando desgosto ou desinteresse pela disciplina. Com isso, vejo a necessidade de a Matemática deixar de ser aquela disciplina taxada muitas vezes de difícil ou mesmo impossível de entender, pois possuí somente números e fórmulas sem utilidade prática e passar a trabalhar com a Matemática de modo que o aluno veja a aplicação em seu cotidiano.

São inquietações que me fazem constantemente estar (re)pensando o meu fazer pedagógico. Exatamente por ser inquieto e após a realização do mestrado em Ensino de Matemática realizado na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, concluído em 2012,

percebi a necessidade de buscar outras formas de trabalhar os conteúdos de matemática e assim contribuir e melhorar o processo de ensino e aprendizagem através do uso de mídias digitais. Não é fácil fazer mudanças, sair do conforto de uma aula de quadro e giz, mas acredito que aos poucos temos que modernizar essa prática e partir para novos conhecimentos: novas formas de ensino e aprendizagem.

Essa inquietação vem ao encontro da temática desse trabalho, que consiste na apresentação de material para o ensino do conteúdo de Função Quadrática, com ênfase no estudo de seus gráficos, por meio da utilização de recursos digitais, como o *Winplot*, a serem incluídos na disciplina de Matemática do Ensino Médio visando atender às orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

[...] a Matemática deve acompanhar criticamente o desenvolvimento tecnológico contemporâneo, tomando contato com os avanços das novas tecnologias nas diferentes áreas do conhecimento para se posicionar frente às questões de nossa atualidade (BRASIL, 1998, p. 18).

Corroborando com esta ideia Penteadó (1999) relata que: “o trabalho com o computador provoca mudanças na dinâmica da aula exigindo por parte do professor novos conhecimentos e ações (p.309)”. Então por que muitas escolas com laboratório de informática e estrutura para tanto não utilizam o computador como um recurso para melhorar o processo de ensino e aprendizagem? Esta pergunta fica para ser refletida.

Para Valente (1993), o computador não é um instrumento que ensina o aprendiz, mas um recurso com a qual o aluno desenvolve algo, e, portanto, a aprendizagem ocorre pelo fato de ele estar executando uma tarefa por meio do computador. Perante esse olhar, a educação precisa andar unida às novas tecnologias que fazem parte do cotidiano das pessoas, especialmente do cotidiano dos alunos que frequentam as escolas de Educação Básica.

Segundo Niskier (1993):

A tecnologia educacional não pretende impor-se como meio pedagógico por excelência, mesmo porque nenhum meio é capaz, isoladamente, de se tornar eficaz para os propósitos do ensino. Faz-se necessária uma escolha consciente por parte dos educadores e dentro de princípios, que visem mais à aprendizagem do estudante do que ao modismo (p. 34).

De acordo com Niskier, a escolha consciente e dentro de princípios é fundamental para que a tecnologia educacional seja desenvolvida em sala de aula. Para tanto,

considera-se primordiais escolhas conscientes do *software*, do público, do tempo necessário para determinado público, do conteúdo a ser desenvolvido, do quando, do por quê e do como seria desenvolvido o conteúdo. Esses são requisitos fundamentais para uma prática pedagógica efetiva e consciente. Isso significa dizer que não basta usar o computador em aula se ela não foi planejada dentro das necessidades curriculares da disciplina. A escolha consciente implica em dar sentido ao conteúdo curricular e não em usar a informática isolada do conteúdo curricular, ela serviria como apoio, suporte pedagógico, ela, evidentemente, não deve ser a atividade fim, a atividade fim é o ensino e aprendizagem dos conteúdos de Matemática.

Para Perrenoud (2000, p. 138), “A verdadeira incógnita é saber se os professores irão apossar-se das tecnologias como um auxílio ao ensino, para dar aulas cada vez mais bem ilustradas por apresentações multimídia [...]”.

Colaborando com esse questionamento temos Vasconcelos (1998, p.29) que diz que “a mudança de postura implica, pois, a mudança tanto das concepções quanto das práticas” e “a postura do educador não depende do nível de profundidade da teoria” (1998, p.22), a mudança da postura depende, portanto, do compromisso do docente, propiciados pelas aproximações sucessivas entre a ação e a reflexão constante de sua prática pedagógica.

Sem dúvida, enquanto leva-se uma hora para planejar um conteúdo baseando-se apenas no livro didático, no quadro e no giz, leva-se pelo menos 4 horas para escolher, planejar, estudar e montar a aula com a utilização de um *software*. Mas o que é o Ensino de Matemática? Acredito que a postura do educador, que deseja desenvolver o ensino e a aprendizagem de Matemática na sala de aula, é a de ver o exercício do ofício como um desafio diário. Na medida em que ele tenta dar significado e dinâmica às suas aulas, deixando-as mais atraentes e fáceis para os alunos, é que o trabalho torna-se recompensador e produtivo. Além de a informática desafiar a prática docente, o mais importante é que ela propicia uma construção de saber cooperativo, já que podemos apoiar-nos no conhecimento que os alunos têm do mundo informatizado, como indica o trecho a seguir extraído dos PCN: “[...] o computador favorece a transformação das aulas tradicionais, excessivamente diretivas e instrucionais, em ações cooperativas entre alunos e professores, nas quais todos se organizam como parceiros e aprendizes” (BRASIL, 1998, p. 33).

Sabe-se que não é fácil, mas devemos estar sempre nos reformulando e buscando novos conhecimentos, seja em livros, revistas, centros acadêmicos, formação continuada,

enfim, a forma com que buscamos essa atualização não importa, mas sim saber que devemos estar sempre nesse movimento de busca de novos conhecimentos.

Tenho constantemente a inquietação com a assimilação do conteúdo de maneira a dar sentido prático para o aprendizado, e a informática é uma grande aliada desse processo. Ao preparar minhas aulas, vejo-a como um recurso motivador dentro e fora da sala de aula. Tanto para mim em minha prática quanto para o aluno, que a partir dela busca informações fora do ambiente escolar. Consequentemente, dando-lhe autonomia. Por isso, percebo que a utilização do computador como recurso de auxílio no processo de ensino e aprendizagem, deve ir muito além da sala de aula.

Na verdade, o professor sempre tem que planejar suas aulas e a utilização de recursos digitais torna-as mais interessantes e participativas porque fornece os passos para que a fluidez se dê da melhor maneira possível conforme as atividades são desenvolvidas. Assim, faço anotações a fim de avaliar o que dá certo, ver o que os alunos compreenderam e o que eles não compreenderam; retomando conteúdos e reavaliando as práticas. Com aulas que devem ser dinâmicas e propícias para o uso de tecnologias, o aluno pode compreender melhor o conteúdo trabalhado.

Antes de iniciar o curso de Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didáticas, eu não usava mídias digitais ou usava muito timidamente nas minhas aulas. Porém, no decorrer do curso, ao discutimos o uso das mídias e aprendermos a utilizá-las pude perceber o quanto essas ferramentas ajudam nas aulas, tornando-as mais interessantes e despertando nos alunos o interesse pela Matemática. A partir do momento em que minhas aulas foram modernizadas pelo uso das mesmas, percebi que os alunos apresentam mais interesse pelos conteúdos desenvolvidos a partir de mídias digitais do que pelos conteúdos desenvolvidos sem o uso de mídias digitais. Com isso, a aprendizagem de conceitos matemáticos é visivelmente facilitada. Antes do uso de *softwares*, eu, muitas vezes não percebia se o conteúdo trabalhado havia sido compreendido plenamente pelos alunos.

Com isso, vejo um desafio para nós educadores, alunos desse curso de especialização: usar em sala de aula com nosso alunado o que aprendemos nas disciplinas, e, na medida possível, divulgar esse conhecimento para nossos colegas, a fim de que os mesmos também possam utilizar essas ferramentas em suas aulas. A inserção das escolas na cultura virtual deve ser o nosso objetivo a não tão longo prazo.

Pensando em mudanças no processo de ensino e aprendizagem, surgiram alguns objetivos para este trabalho:

- Elaborar, implementar e analisar uma sequência didática envolvendo o conteúdo de gráficos da função quadrática;

- Associar, reconhecer e compreender a relação entre os coeficientes no gráfico da função quadrática.

Para alcançar os objetivos propostos, essa pesquisa foi desenvolvida em duas etapas: a primeira etapa foi a elaboração da sequência didática por meio da confecção do material didático segundo os pressupostos da Engenharia Didática; e a segunda etapa foi a aplicação e avaliação desse material na turma do 2º ano do Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal Farroupilha – Campus Alegrete (IF Farroupilha – CA).

A escolha deste conteúdo deu-se devido a sua grande importância dentro do contexto matemático e também por haver uma grande variedade de aplicações a outras áreas de conhecimentos, como por exemplo: Física, Química, Biologia e etc. Assim, decidi utilizar o *software Winplot* para trabalhar gráficos da função quadrática, com especial atenção à relação entre a expressão algébrica que define a função e seu gráfico no plano cartesiano. Mais adiante justifico a escolha desse programa entre tantos outros disponíveis para o Ensino de Matemática.

Percebo que esse trabalho justifica-se ainda pelo fato de que, com a popularização das mídias digitais, o educador necessita e tem a possibilidade de procurar recursos e maneiras diferenciadas, que forneçam auxílio em sua prática pedagógica, e nada mais atual do que a inserção do uso do computador na sala de aula. Segundo Valente (1996, p.24) “o advento do computador na educação provocou o questionamento dos métodos e da prática educacional.” Mas percebe-se que também tem provocado certo constrangimento entre alguns educadores menos informados que ainda têm receio e se negam a utilizar recursos computacionais nas aulas de matemática. Ainda conforme Valente (1996, p. 34), “o uso do computador pode enriquecer ambientes de aprendizagem onde o aluno, interagindo com os objetos desse ambiente, tem chance de construir o seu conhecimento.”

Corroborando com Valente, D’Ambrosio (1986, p.110) diz que “temos agora um triângulo estudante – professor – computador, onde anteriormente apenas existia o relacionamento estudante – professor. Os estudantes por sua vez, têm novas expectativas com respeito ao ensino geral.” Pois o aluno pode buscar outras maneiras de resolver o mesmo exercício com o uso do computador.

A ideia da utilização deste recurso, *Winplot*, é trabalhar com comparações entre diversos gráficos da função quadrática e, conseqüentemente, poder analisar o que está ocorrendo nos coeficientes da função.

Nesse sentido, escolhi o *Winplot*¹ que é um *software* matemático de domínio público desenvolvido por *Richard Parris*, da *Philips Exeter Academ*. Pareceu-me adequada a utilização de um *software* que não exigisse o pagamento de direitos autorais.

Além de ter sido traduzido recentemente para o português, o *Winplot* tem a vantagem de ser simples, utilizar pouca memória do computador e, por outro lado, dispor de vários recursos que o tornam atraente e útil para os diversos níveis de ensino e aprendizagem. É um *software* de simples utilização, é pequeno e portátil, inclusive, está sempre atualizado.

Para finalizar essa secção gostaria de reafirmar que o presente trabalho visa apresentar uma sequência didática utilizando como ferramenta tecnológica o *software Winplot*. Entretanto é importante divulgar que existem outros *softwares*, como por exemplo, *GeoGebra*, *Graphmatica* e *GrafEq* que trabalham com gráficos de funções.

A Engenharia Didática

A Engenharia Didática é uma metodologia de ensino que pode ser vista como um referencial para a elaboração de produtos voltados para o ensino, nos quais existe a união da parte teórica com a prática (CARNEIRO, 2005).

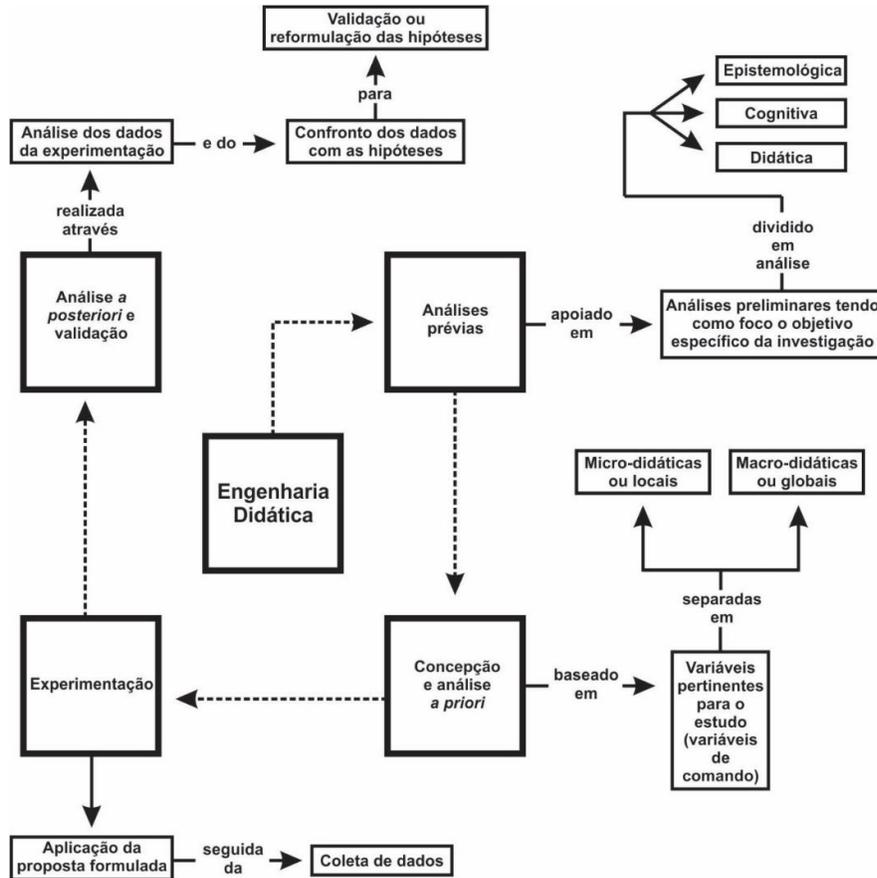
Corroborando temos Pais (2002, p. 99) que relata “A engenharia didática possibilita uma sistematização metodológica para a realização da pesquisa, levando em consideração as relações de dependência entre teoria e pratica.”

A Engenharia Didática, conforme Artigue (1996) é desenvolvida em quatro fases: a primeira fase são as análises prévias; a segunda é a concepção e análise *a priori* das situações didáticas da engenharia; a terceira é o desenvolvimento da experimentação; e a quarta e última fase são as análise *a posteriori* e validação.

Na Figura 01, apresento o diagrama das principais ideias envolvidas na Engenharia Didática.

¹ Disponível para download em <<http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>>

Figura 01 – Diagrama de ideias destacando os princípios da Engenharia Didática.



Fonte: Lutz (2012, p.48).

É importante lembrar que a Engenharia Didática, que foi proposta e aplicada aqui, não está em hipótese alguma almejando encontrar a verdade sobre algum método de ensino, e sim buscando uma maneira que, talvez, seja produtiva e eficaz para um grupo de alunos de Ensino Médio.

As análises prévias da Engenharia Didática

Nesta seção, é realizada a caracterização das dimensões epistemológicas, cognitivas e didáticas.

a) Dimensão epistemológica

Para Usiskin (1995) e Ursini (2000), quando analisamos a álgebra como o estudo das relações entre as grandezas, as variáveis representam valores do domínio de uma função ou números dos quais dependem outros números. Sendo assim, a ideia de função deve surgir naturalmente. Porém, se analisarmos em um nível mais avançado, quando a álgebra é vista como aritmética generalizada, as variáveis são usadas como generalizadoras de informações numéricas.

Segundo Barreto (2008), o conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática e seus aspectos mais simples estão presentes nas noções mais básicas desta ciência, como por exemplo, na contagem.

Conforme as Orientações Curriculares para o Ensino Médio:

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2006, p.121)

Portanto, com essas definições de propósitos, noto que a escola atual não deve mais ficar amarrada ao ensino de natureza enciclopédica, mas sim desenvolver competências, pelas quais o aluno pode ampliar habilidades de investigação, compreensão, comunicação, representação e também não menos importante, que se dê com a contextualização sociocultural. A Matemática também deve ser uma ferramenta prática utilizada para resolver problemas do cotidiano. O estudo de Funções no Ensino Médio deve viabilizar a aprendizagem da formulação de questionamentos que podem ser resolvidos através de pesquisa e formulações de hipóteses que gerem a solução do problema ou um modelo que responda o que está sendo apresentado.

b) Dimensão cognitiva

A turma, em que a sequência didática será aplicada, é composta por 16 alunos do curso Técnico em Informática (segundo ano do Ensino Médio), destes 11 são alunas e 5 alunos. Primeiramente, a fim de descobrir em que nível estava o conhecimento sobre função quadrática, fiz os seguintes questionamentos: Para você o que é uma função? O que você entende por função quadrática ou função do 2º grau?

Essas perguntas foram elaboradas com o intuito de verificar quais os conhecimentos prévios dos estudantes acerca do conteúdo que eu iria estudar mais adiante. Os resultados desses questionamentos serão abordados posteriormente na seção: As

concepções e análise *a priori* da Engenharia Didática. A partir delas, dei início ao desenvolvimento do material que seria aplicado na sequência direcionada.

c) Dimensão didática

O ensino de Matemática tem se dado de forma abstrata e descontextualizada, o que gera um quadro de inúmeras dificuldades na aprendizagem dos conteúdos por parte dos alunos. Ressalto as dificuldades enfrentadas pelos professores no que diz respeito às metodologias apresentadas no material didático disponível. Em relação às metodologias, é fácil depararmos com livros didáticos que tornam os conceitos incompreensíveis, desde os mais simples até os mais complexos (ROTUNNO, 2007).

Para este trabalho, analisei cinco livros didáticos, que foram enviados pelas editoras para análise e escolha do livro do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2015), disponibilizado pelo Governo Federal.

Os livros analisados foram:

Livro A: IEZZI, Gelson. Matemática: ciências e aplicações. Vol. 1. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

Livro B: LEONARDO, Fabio Martins de. Conexões com a Matemática. Vol. 1. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013

Livro C: PAIVA, Manoel. Matemática. Vol. 1. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

Livro D: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. Matemática: Ensino Médio. Vol. 1. 8. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

Livro E: SOUZA, Joamir Roberto de. Novo Olhar: Matemática. Vol. 1. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

Todos os livros trazem um número considerável de páginas destinadas ao conteúdo de função quadrática em comparação com os outros conteúdos propostos e também um elevado número de exercícios.

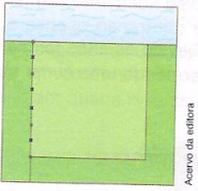
Existem poucas diferenças entre os livros. Destaco o Livro D e E, que trouxeram a utilização de recursos computacionais, eles sugeriram o uso do *software Winplot* para trabalhar funções afim e quadrática.

A respeito dessa pesquisa, saliento que a análise da bibliografia em questão não tem o objetivo de verificar qual livro é mais adequado, e sim analisar se o conteúdo foi contemplado e que tipo de abordagem apresenta.

Analisando as atividades, percebe-se que a maioria dos autores direciona os exercícios propostos de forma contextualizada, ou seja, situações nas quais os alunos podem se deparar em seu cotidiano, realizando questionamentos, fazendo com que o aluno reflita na situação proposta. A figura 02 apresenta uma proposta de atividade do livro E, o qual traz um problema de maximização de área

Figura 02 – Exemplo de exercício proposto do livro E, página 148.

83. Para aproveitar o rio que passa em seu sítio e utilizá-lo como bebedouro para os cavalos, um agricultor pretende construir um curral retangular utilizando como um dos lados uma cerca já existente e como outro lado o rio, tendo que construir apenas dois lados do curral. Dispondo de 4 rolos de arame de 500 m cada e construindo a cerca com 5 fios, qual deve ser a medida dos lados do curral para que não falte ou sobre arame e a área seja a maior possível? Calcule a área máxima desse curral. todos os lados medindo 200 m; 40.000 m²



A figura 03, retirada do livro A, traz outro problema contextualizando uma situação que o aluno pode se deparar no seu cotidiano.

Figura 03 – Exemplo de exercício proposto do livro E, página 115.

58. Duas empresas, A e B, comercializam o mesmo produto. Seus lucros diários variam de acordo com o número de unidades vendidas (x) segundo as expressões:

- empresa A: $L = x^2 - 20x + 187$
- empresa B: $L = 135 + 8x$

a) Em que intervalo deve variar o número de unidades vendidas a fim de que o lucro da empresa B supere o da empresa A?

b) Represente graficamente, no mesmo plano cartesiano, as duas funções e indique o resultado obtido no item a.

Atualmente, a importância do estudo de funções, não somente a função quadrática, pode ser percebida como uma linguagem a ser ensinada visando ao desenvolvimento das habilidades de leitura, interpretação e organização, porém ainda existe

muito a ser feito na Educação Matemática com relação ao ensino e aprendizagem de um modo geral.

As concepções e análises *a priori* da Engenharia Didática

No decorrer deste texto, foram explicitadas a proposta didática, os objetivos e as escolhas no âmbito local, quando descrevo as atividades propostas, os recursos a serem utilizados e o público alvo. É nessa fase, “As Concepções e Análises *a priori* da Engenharia Didática”, que são descritas as escolhas no âmbito global e as escolhas no âmbito local.

a) Caracterização da turma de aplicação da sequência didática

A caracterização da turma foi baseada na ficha de matrícula disponibilizada pela Secretaria de Registros Acadêmicos do IF Farroupilha – CA. Além disso, houve conversas informais que auxiliaram na realização da caracterização.

Essa caracterização foi realizada no início do mês de abril de 2015, na segunda série do Ensino Médio de turma do Curso Técnico em Informática do IF Farroupilha – CA, com o intuito de conhecer o público de aplicação da atividade proposta.

Todos os alunos assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido, o qual explica a proposta do trabalho, deixando claro que a participação não é obrigatória. Não foi surpresa que todos consentiram em participar. Inclusive, comentaram que se sentem lisonjeados de participarem de uma atividade para fim acadêmico.

A turma, que foi o objeto de investigação deste trabalho, é formada, por 16 alunos, sendo 11 meninas e 5 meninos, dos quais 10 estavam presentes no dia da aplicação da proposta.

A seleção para ingresso de alunos do Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio do IF Farroupilha – CA é feita através de processo seletivo².

Com relação à faixa etária, a composição da turma é bastante homogeneia, com idades variando entre 16 e 17 anos, com uma média de idade de 16 anos e 3 meses. Destes alunos, 57% têm 16 anos.

Em relação à etnia, verifiquei que a maioria dos pesquisados, representado por 83%, identificaram-se como brancos e os demais como mulatos ou negros.

² O processo seletivo consiste em uma prova de múltipla escolha, no qual os candidatos são classificados em ordem crescente da maior para menor pontuação. Para este curso são destinados 30 vagas.

Ainda pude constatar outro dado importante: 100% dos alunos são originários de escolas públicas de Alegrete e arredores.

A turma em geral é muito receptiva com as atividades propostas, principalmente aquelas que envolvem mudanças na metodologia e na forma com que são abordados os conteúdos, ou seja, quando há associação constante entre a teoria e as práticas cotidianas. Graças à valorização dos saberes prévios dos alunos, existe um aumento significativo da motivação, participação e presença em aula.

b) A sequência aplicada na turma do Técnico em Informática

Após os alunos terem aceitado participar deste trabalho e assinado o termo de consentimento livre e esclarecido, o que ocorreu no mês de abril de 2015, foram propostas duas perguntas “Para você o que é uma função?” e “O que você entende por função quadrática ou função do 2º grau?”. A ideia desta pergunta surgiu para verificar e valorizar os conhecimentos prévios dos alunos, com o intuito de elaborar e propor um material que valorizasse esses saberes e também pudesse realizar a associação entre a teoria e prática cotidiana.

Segundo Ribemboim (2013) pode-se definir uma função:

Denotando por X e Y dois conjuntos não vazios de números reais, damos uma regra de correspondência que associa a cada número real x no conjunto X um número real y em Y. Uma tal correspondência é dita uma FUNÇÃO, definida no conjunto X e com valores no conjunto Y. Dizemos também que é uma função de X em Y (p. 93).

Para Lima (2006, p. 127) “Uma função $f: R \rightarrow R$ chama-se quadrática quando existem números reais a , b e c , com $a \neq 0$, tais que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in R$.”

Para definir função e função quadrática, selecionei dois autores renomados no Brasil. Não diria que houve respostas totalmente erradas, diria que nenhuma resposta era condizente com a que o professor esperava a julgar pelo renome dos autores que definiam o conteúdo proposto. Percebi que todos, ou quase todos, tiveram o intuito de associar função a uma relação entre conjuntos ou variáveis x e y . A seguir algumas repostas apresentadas para a definição de função:

“Função é uma relação entre dois conjuntos.” (Resposta do Aluno B).

“Função é a definição dada a uma relação que busca valores possíveis para determinado termo” (Resposta do Aluno E).

“É uma associação de conjuntos, onde há relação de variáveis, ...” (Resposta do Aluno H).

Para a pergunta sobre o que é função quadrática, apresento algumas respostas:

“É toda função elevado ao quadrado.” (Resposta do Aluno A).

“ $ax^2+bx+c=0$ ” (Resposta do Aluno C).

“É uma função quadrática $ax^2+bx+c=0$.” (Resposta do Aluno D).

“Função quadrática é do tipo $f(x)=ax^2+bx+c$ onde a , b e $c=0$ são números e a tem que ser diferente de zero.” (Resposta Aluno F).

Percebi através das respostas que os alunos não têm claro o que é uma função quadrática ou uma equação quadrática, pois a grande maioria associou a função quadrática como sendo $ax^2+bx+c=0$ e não $f(x)=ax^2+bx+c$.

A partir da apreciação das respostas dadas pelos alunos, tive o ponto de partida para desenvolver um material direcionado aos seus conhecimentos prévios acerca do conteúdo. A sequência didática completa está disponibilizada e comentada no próximo item “Análise das atividades dos alunos”.

O material foi dividido em quatro aulas (4 horas/aula) e trabalhado em uma única tarde no laboratório de informática.

A análise das atividades dos alunos

Nessa seção, descrevo como se deu a aplicação da terceira fase do que propõe a metodologia da Engenharia Didática, a qual consiste em aplicar a sequência didática elaborada a partir da fase um e dois (Análises Prévias e Concepção e Análise *a priori*) realizando observações e anotações. Foi dada ênfase às respostas apresentadas pelos alunos e a partir delas foram feitas algumas análises.

O material didático entregue aos alunos apresenta, além das atividades propostas, um pequeno tutorial de acordo com a necessidade de cada questão sobre o uso do *Winplot*. Também foi entregue um segundo material, no qual os alunos deveriam responder as atividades propostas para posterior análise do professor.

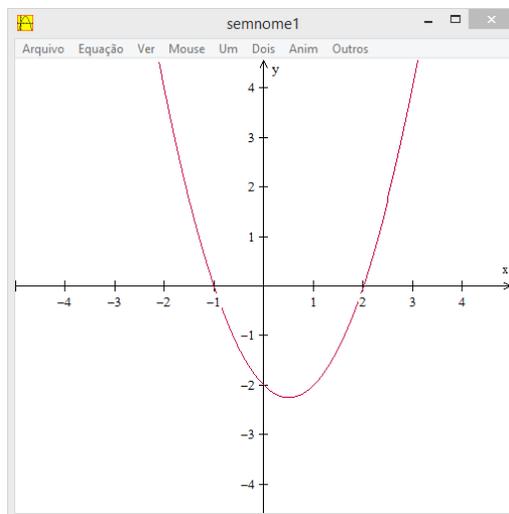
Abaixo, apresento as atividades propostas seguidas das respostas esperadas e algumas repostas apresentadas pelos alunos participantes.

a) Usando o *Winplot* para estudar o coeficiente a da função quadrática.

Para essa primeira parte, 8 questões foram pensadas.

Foi pedido, inicialmente, que fosse construído o gráfico da função $f(x) = x^2 - x - 2$. A resposta esperada está representada na Figura 04.

Figura 04 – Representação gráfica da função $f(x) = x^2 - x - 2$.



A partir do gráfico proposto, os alunos realizaram algumas análises.

Questão 1) Qual o coeficiente a da função trabalhada?

Resposta esperada: o coeficiente a é 1.

Questão 2) Quanto à monotonicidade, esta função quando corta o eixo x no ponto -1 é?

() Crescente (x) Decrescente

Questão 3) Por quê?

Resposta esperada: Analisando, com valores próximos, observa-se que ela é decrescente num intervalo I quando para qualquer par de pontos x_1 e x_2 , com $x_1 \leq x_2$, tem-se $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Nesta questão nenhum aluno chegou a resposta esperada, a metade associou o fato de a função ser decrescente naquele intervalo ao valor negativo -1 (figura 05, resposta do Aluno A) a outra metade tentou associar que y_1 é menor que y_2 e por isso a função naquele intervalo seria decrescente (figura 06, resposta do Aluno I).

Figura 05 – Resposta para a questão 3 do Aluno A.

O eixo do x no -1 negativo

Figura 06 – Resposta para a questão 3 do Aluno I.

Pois os valores de $f(x_1)$ são maiores que de $f(x_2)$.

Questão 4) Quanto à monotonicidade esta função quando corta o eixo x no ponto 2 é?

(x) Crescente

() Decrescente

Questão 5) Por quê?

Resposta esperada: Analisando com valores próximos observa-se que ela é crescente num intervalo I quando para qualquer par de pontos x_1 e x_2 , com $x_1 \leq x_2$, tem-se $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Nesta questão aconteceu algo semelhante ao que aconteceu na questão 3, metade associou o valor 2 como sendo crescente (figura 07, resposta do Aluno C) e a outra metade tentou associar que y_2 é maior que y_1 (figura 08, resposta do Aluno H), por isso seria crescente.

Figura 07 – Resposta para a questão 5 do Aluno C.

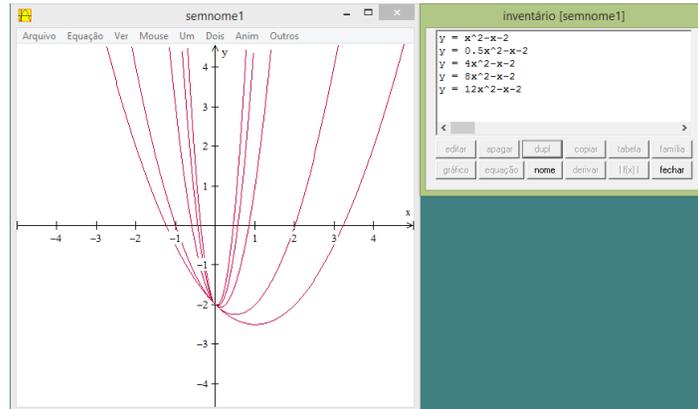
Porque ela é ela está crescendo

Figura 08 – Resposta para a questão 5 do Aluno H.

Pois corta o eixo x no 2.
Isso é o $f(x_1)$ e é maior que o $f(x_2)$

Utilizando o *Winplot* e não apagando o gráfico da função anterior, mude o valor do coeficiente a (mantendo os demais coeficientes inalterados), coloque valores entre 0 e 1 (valor 0.5), maiores do que 1 (valor 4, 8 e 12). Observe o que está acontecendo. A resposta esperada encontra-se representada pela figura 09, resposta do Aluno F.

Figura 09 – Representação gráfica da situação proposta, resolvida pelo Aluno F.



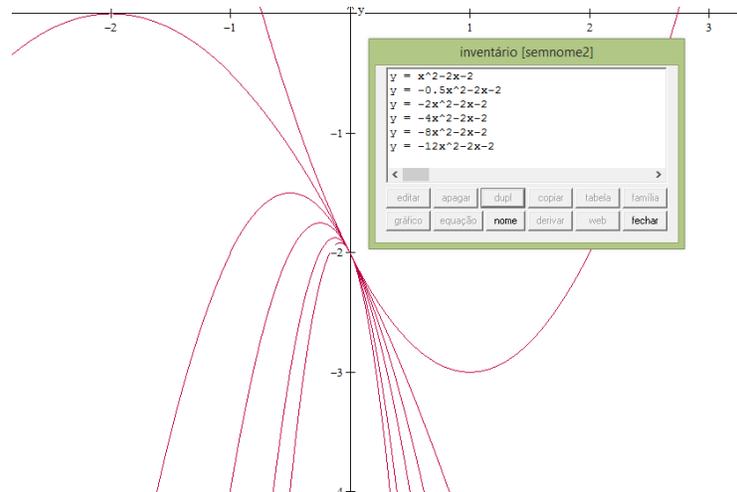
Continuando a análise, foi pedido para que os alunos respondessem à questão abaixo.

Questão 6) Com valores positivos no coeficiente a , o que você observou que aconteceu na concavidade do gráfico?

Resposta esperada: A concavidade permaneceu voltada para cima.

Agora apague os gráficos anteriores deixando somente o gráfico $f(x) = x^2 - 2x - 2$. Mude o valor do coeficiente a (mantendo os demais coeficientes inalterados), porém agora com valores negativos, coloque valores -0.5, -2, -4, -8, -12. Observe o que está acontecendo. A resposta esperada encontra-se representada pela figura 10, resposta do Aluno J.

Figura 10 – Representação gráfica da situação proposta variando o coeficiente a apresentada pelo Aluno J.



A partir da construção da Figura 10, propus as seguintes questões:

Questão 7) Com valores negativos no coeficiente a , o que você observou que aconteceu na concavidade do gráfico?

Resposta esperada: A concavidade do gráfico ficou voltada para baixo.

Questão 8) Conforme foram sendo aumentados ou diminuídos os valores do coeficiente a , o que você observou quanto à abertura da concavidade?

Resposta esperada: A concavidade permaneceu voltada para baixo, porém quando mais os valores se afastavam do ponto de origem do gráfico $(0, 0)$ a concavidade ia ficando mais fechada.

Aqui novamente as respostas ficaram divididas. Somente 50% dos alunos perceberam que aumentando e diminuindo os valores do coeficiente a , a abertura da concavidade alterava-se, destaco a figura 11, resposta do Aluno J.

Figura 11 – Resposta para a questão 8 do Aluno J.

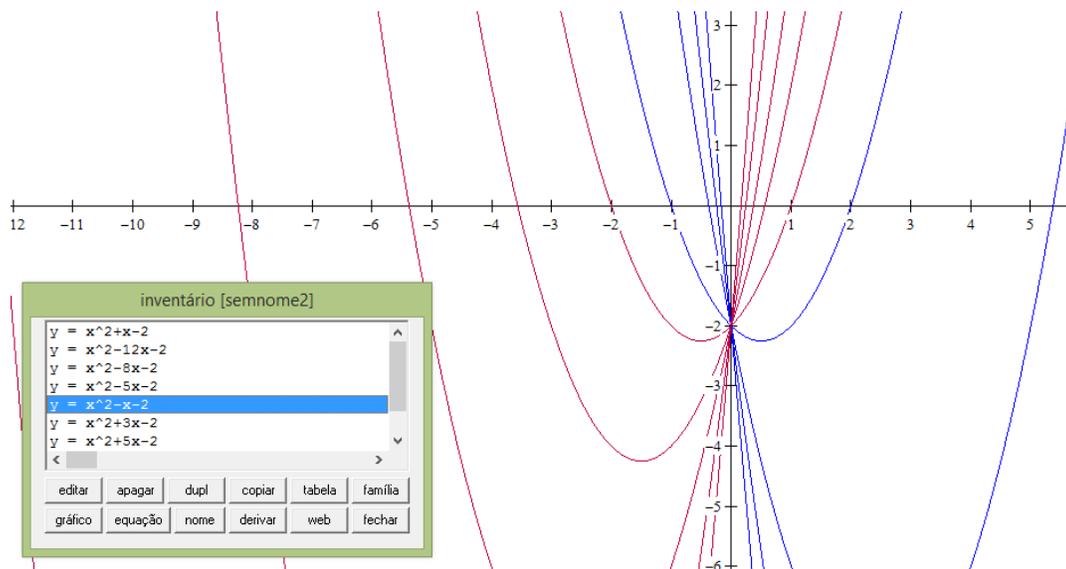
Quando o coeficiente de a diminui a parábola fica mais aberta. Quando o coeficiente aumenta a abertura da parábola diminui.

b) Usando o *Winplot* para estudar o coeficiente b da função quadrática.

Apague todos os gráficos e construa a função $f(x) = x^2 + x - 2$.

Após essa construção varie os valores do coeficiente b mantendo inalterados os demais coeficientes, atribuindo os valores -12, -8, -5, -1, 3, 5, 8, 12. A resposta esperada encontra-se representada pela figura 12, resposta do Aluno C.

Figura 12 – Representação gráfica apresentada pelo Aluno C.



A partir da observação do gráfico, responda a pergunta abaixo:

Questão 9) Conforme os valores do coeficiente b aumentavam ou diminuam o que você observou quanto a inclinação da parábola quando ela corou o eixo y ?

Resposta esperada: A análise do coeficiente b nos diz sobre a inclinação que a parábola toma após passar o eixo y . Se o b é negativo ($b < 0$), ao seguir a parábola para direita a partir do ponto de corte do eixo y , iremos descer. Se o b é maior que zero ($b > 0$), a partir do ponto de corte do eixo y , iremos subir.

Apenas 4 alunos observaram e associaram o valor negativo do coeficiente para ser decrescente naquele ponto ou se o valor positivo para ser crescente. Destaco a resposta

do Aluno B, figura 13.

Figura 13 – Resposta para a questão 9 do Aluno B.

Quando colocamos valores positivos no b no eixo y cresce e quando colocamos valores negativos no b no eixo x decresce.

Agora atribua o valor zero para o coeficiente b e responda a questão 10.

Questão 10) Com o valor zero para o coeficiente b , o que você observou quanto à inclinação da parábola quando ela corta o eixo y ?

Resposta esperada: A parábola não possui inclinação.

Todos os alunos observaram que quando o valor do coeficiente é nulo a parábola não cresce e nem decresce naquele ponto, conforme pode ser observado na figura 14, resposta do Aluno G.

Figura 14 – Resposta para a questão 9 do Aluno B.

Que o ponto não é presente nem decresce nem no eixo y .

c) Usando o *Winplot* para estudar o coeficiente c da função quadrática.

Apague todos os gráficos anteriores e construa a função $f(x) = x^2 + 3x - 2$.

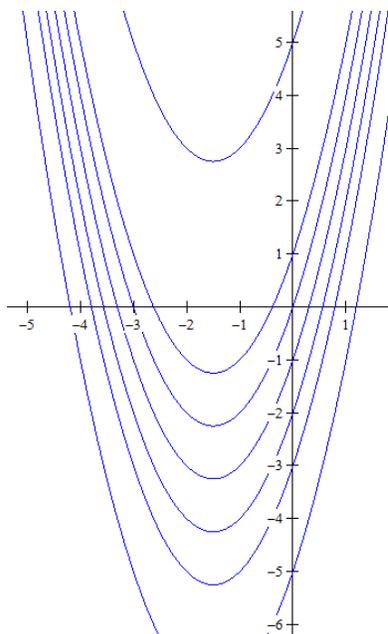
Responda a questão 11.

Questão 11) Quais são as coordenadas do termo independente da função?

Resposta esperada: (0, -2)

Agora vamos manter inalterados os valores dos coeficientes a e b e variar os valores do coeficiente c . Atribua os valores -5, -3, -1, 0, 1, 3, 5. Observe o que acontece com o gráfico. A resposta esperada encontra-se representada pela figura 12, resposta do Aluno H.

Figura 12 – Representação gráfica apresentada pelo Aluno H.



Após a construção do gráfico responda a questão 12.

Questão 12) Conforme foram modificando os valores do coeficiente c , o que aconteceu com a parábola em relação ao eixo y ?

Resposta Esperada: O ponto onde a parábola corta o eixo y estava mudando. O valor do ponto era o mesmo do termo independente.

Houve 100% de acerto nas questões 11 e 12. Destaco a figura 16, resposta do Aluno C.

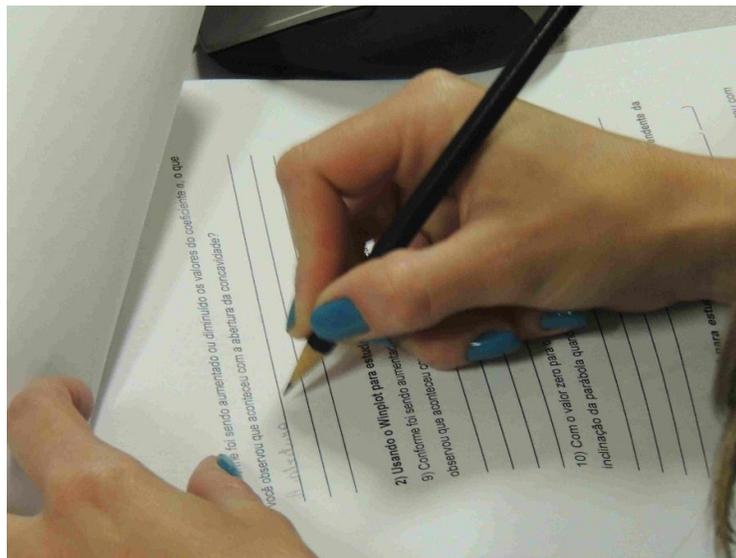
Figura 16 – Resposta para a questão 12 do Aluno C.

O ponto onde corta o eixo y

Esse material didático foi pensado para que os alunos exercitassem a argumentação na discussão de resultados investigados. Isso não deve ocorrer somente com relação ao conteúdo de função quadrática, mas também diante de outros conteúdos. Esta construção de argumentos deve basear-se em informações e observações.

Destaco que todos os alunos participantes desta atividade empenharam-se em responder as questões propostas, a figura 17 mostra o Aluno E respondendo uma das questões solicitada.

Figura 17 – Resposta para a questão 12 do Aluno C.



Na Tabela 1, há um resumo das atividades da sequência didática aplicada.

Tabela 01 – Resultados das atividades da sequência didática aplicada

Questões	Número de alunos que acertaram	% de acertos
1	10	100
2	9	90
3	0	0
4	10	100
5	0	0
6	10	100
7	10	100
8	5	50
9	4	40
10	10	100
11	10	100
12	10	100

Análise a posteriori e validação da Engenharia Didática

Da mesma forma que iniciamos essa pesquisa com as duas perguntas: Para você o que é uma função? O que você entende por função quadrática ou função do 2º grau? Encerramos a aplicação desta sequência com outra pergunta pessoal para passarmos para a

quarta fase da Engenharia Didática, a análise *a posteriori* e validação. A pergunta proposta foi: O que você achou do material didático trabalhado em sala de aula?

O material foi avaliado de forma satisfatória, a maioria achou muito interessante e de fácil compreensão. Vejamos alguns relatos e a figura 18 que traz a opinião do Aluno D.

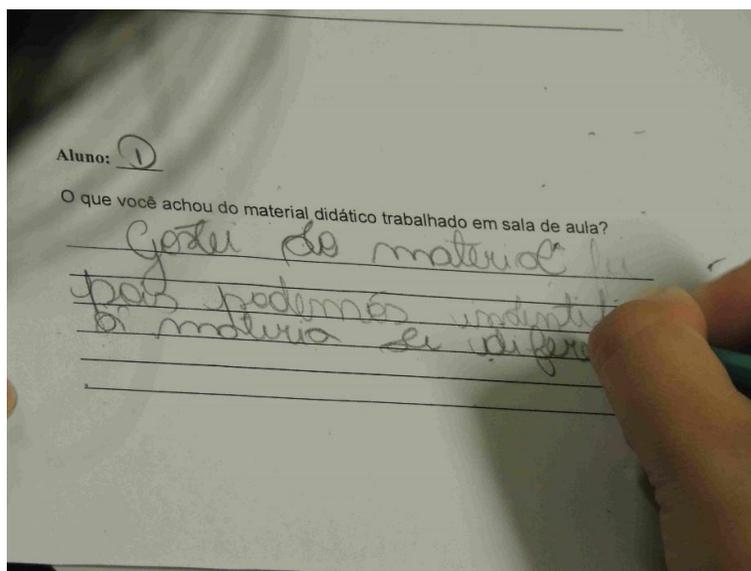
“Gostei muito, porque a visualização do aluno é muito importante poder ver como acontece o comportamento das parábolas e dos coeficientes.” (Resposta do Aluno A).

“Gostei, pois permite observar como se comporta a concavidade, seu crescimento e decrescimento de um modo prático.” (Resposta do Aluno E).

“Um método onde podemos visualizar o comportamento do gráfico ou da parábola quando manipulamos os coeficientes a, b e c.” (Resposta do Aluno G).

“Interessante, mas é preciso tempo para se desenvolver estas atividades diferenciadas, mas creio que práticas assim tornam o ensino mais lúdico e significativo.” (Resposta do Aluno H).

Figura 18 – Opinião sobre o material aplicado do Aluno D.



Percebo, através das respostas apresentadas, que todos os alunos gostaram do material e da atividade proposta.

A partir das respostas, deduzo que o material ficou bom para a proposta desta aula. A sequência foi aplicada na segunda quinzena de abril de 2015, e as respostas para a pergunta anterior foram coletadas no final da aula. Percebo que cada aluno tem o seu tempo

de aprendizagem, acelerar o desenvolvimento da atividade não seria viável, por isso optei por desenvolver o conteúdo com no mínimo 4 horas/aulas, o que foi suficiente.

Com relação ao material, foi produzido com o intuito de expor o conteúdo proposto e as atividades com linguagem objetiva e fluída. O desempenho dos alunos e as respostas que deram para a pergunta final comprovam que o material atingiu o objetivo almejado.

Apesar disso, para aplicar novamente este material, sugiro a alteração da questão 3 e 5, talvez reescrever melhor, ou escrever a definição de crescente e decrescente e excluir as questões citadas.

Depois da conclusão da sequência didática e da leitura das respostas apresentadas pelos alunos, pude constatar que foram alcançados os objetivos propostos.

Considerações finais

Um recurso muito utilizado nas escolas como apoio didático é o livro didático, porém deve-se ter em mente que existem outras metodologias que podem ser utilizadas. Uma dessas metodologias inclui o uso de recursos tecnológicos que permitem ao educador aprofundamento e melhorias quanto ao processo de ensino e aprendizagem. Colaborando com essa ideia Matos Filho e Menezes (2010):

A Matemática tem sido uma área muito privilegiada em relação às diversas tecnologias presentes no mundo moderno. Sejam as calculadoras, os jogos virtuais, os computadores e os diversos softwares, todos esses recursos tecnológicos estão sendo propostos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais com o intuito de melhorar o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Em especial, as tecnologias da informática, com um conjunto de ferramentas – computador, softwares, internet, etc. – podem auxiliar o ensino da Matemática, criando ambientes de aprendizagens que possibilitem o surgimento de novas formas de pensar e de agir, que valorizem o experimental e que tragam significados para o estudo da Matemática. (p. 2)

Também devido ao mundo informatizado, o computador e os softwares educativos estão presentes no cotidiano de nossos alunos, deve-se aproveitar e inserir práticas educativas que envolvam ambientes virtuais. Assim, com o auxílio de tecnologias, o computador acaba sendo inserido nas escolas com o objetivo da melhoria do processo de ensino e aprendizagem promovendo e instigando a construção do conhecimento, organização do pensamento e desenvolvimento do raciocínio lógico nos alunos.

Neste trabalho, busquei sugerir uma sequência didática envolvendo o conteúdo de função quadrática. Ao longo da pesquisa, foi possível observar que os alunos tornam-se mais participativos e interativos quando esse conteúdo é tratado de forma informatizada, tornando o processo de ensino e aprendizagem mais significativo. Foi possível trabalhar diferentes conhecimentos matemáticos, como gráfico da função quadrática, coeficientes, coordenadas, plano cartesiano, entre outros.

Vejo que nesse tipo de abordagem, o professor assume papel de mediador, de orientador, de questionador, o qual, por meio de questionamentos durante a aplicação da sequência didática, acaba revisando o conteúdo trabalhado em sala de aula. Essa autonomia assumida pelo aluno leva-o a tornar-se participativo e interativo, tornando o processo de ensino e aprendizagem de matemática significativo e estimulante. Além disso, esse tipo de atividade proporciona uma mudança na concepção que o aluno tem da matemática e de seu papel, muda também a concepção que o aluno tem do papel do professor no processo de ensino e aprendizagem. Mas, sobretudo, muda a forma como o professor executa a sua prática didática e instiga os questionamentos no que diz respeito aos limites da informática na educação. Dessa maneira, tendo a crer que os limites são infinitos.

Em relação aos recursos digitais, em especial o uso das tecnologias no ensino, Lèvy (1995, p.9) afirma que, a informática é um "campo de novas tecnologias intelectuais, aberto, conflituoso e parcialmente indeterminado." Nesta situação a questão da utilização desses recursos, particularmente na Educação Matemática, deve ocupar uma posição central no Ensino de Matemática, e por isso é importante (re)pensar constantemente as mudanças educacionais provocadas por essas tecnologias, propondo novas práticas docentes e buscando proporcionar experiências de ensino e aprendizagem para os alunos.

Sabemos que, pelos mais diversos fatores, nem sempre é possível utilizar atividades como a que propus até porque os recursos, embora sejam muitos, ainda são limitados para determinados conteúdos. Nesse sentido, meu intuito foi mostrar que a prática docente diária pode ser diversificada e que a utilização de recursos tecnológicos é uma boa opção de introdução de mudanças no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. É de extrema necessidade que os professores compreendam como interagir e integrar o computador na sua atividade pedagógica, e também sejam capazes de superar dificuldades técnicas e pedagógicas quanto ao uso das novas tecnologias como ferramentas de ensino e aprendizagem. Com o apoio e cooperação de seus alunos tais cuidados possibilitam abandonar progressivamente o sistema fragmentado de ensino, conteúdo após conteúdo, para

uma prática integradora não apenas de conteúdos, mas também da relação de ensino que existe entre aluno e professor.

Chamo a atenção para a importância que os PCN do Ensino Médio dão para o uso de tecnologias:

[...], cabe a Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. [...] É preciso ainda uma rápida reflexão sobre a relação entre Matemática e tecnologia. (Brasil, 1999, p.83).

Assim, posso concluir que a utilização do *software Winplot* configurou-se como uma ótima oportunidade de oferecer aos meus alunos um ambiente de estudo mais dinâmico, participativo e interessante. Quero esclarecer que essas mudanças não ocorrerão do dia para a noite, mas este é o momento de começar a repensar nossa postura enquanto educadores, para que com um preparo pedagógico-tecnológico e infraestrutura adequada possamos realizar verdadeiras transformações em nossas aulas.

Como educador, não posso deixar de fazer uma reflexão que diz respeito às contradições que enfrentamos na rede pública quando falamos na presença das mídias digitais, especialmente, no que diz respeito ao acesso à informática. Embora os alunos do curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio, que participaram desta pesquisa, sejam um público que domina as ferramentas que a informática hoje disponibiliza, essa não é uma realidade para todos os cursos do IF Farroupilha – Campus Alegrete. Ferramentas como *tablets*, celulares com Sistema *Android* ou mesmo *notebooks* não são de acesso de todos os nossos educandos. O curso Técnico em Agropecuária Integrado ao Ensino Médio, por exemplo, apresenta essa contradição de maneira gritante, numa mesma turma vamos trabalhar com alunos que têm completo domínio do uso dessas ferramentas e alunos que nem sequer sabem ligar um computador.

Por isso, quando falamos que a aula quadro e giz é cansativa, é importante lembrar que para grupos como os dos alunos da Educação de Jovens e Adultos, público com o qual desenvolvi minha pesquisa de Mestrado, essa aula quadro e giz é mais confortável e preferida, mas para os alunos do Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio são aulas instigadoras. A explicação para que o público de jovens e adultos rejeite tanto o uso de tecnologias em sala de aula é a exclusão desse público no que diz respeito ao acesso às mídias digitais. Esse acesso é tão restrito que a aula quadro e giz acaba sendo mais agradável porque nela eles não têm que enfrentar as próprias frustrações quanto ao uso do computador.

Gostaria de lembrar também que as futuras gerações serão parte dessa contradição, porque essa contradição é de origem socioeconômica. Algumas crianças da próxima geração vão usar *tablets*, celulares e computadores antes mesmo de terem começado a escrever, ou seja, antes de entrarem na vida escolar formal. A educação vai ter que estar preparada para atender a essa geração. Ela vai ser muito rápida e vai certamente sentir-se muito entediada diante do método quadro e giz. Embora nem todas as nossas crianças venham a ter esse perfil e sim tenham o perfil que apontei anteriormente, quando mencionei os alunos da Educação de Jovens e Adultos e os alunos do curso Técnico em Agropecuária, as instituições de ensino devem estar preparadas também para instrumentalizar a informática básica e promover a inclusão digital.

Apoiando essa ideia Borba e Penteadó (2001) relatam que o acesso à informática é um direito do aluno e as instituições de ensino devem providenciar uma educação que inclua esses recursos em seus fazeres pedagógicos, uma vez que o computador está progressivamente presente no cotidiano de nossa sociedade.

Takahashi reflete sobre a sociedade da informação, onde ele relata:

A educação é o elemento-chave para a construção da sociedade da informação [...] A dinâmica da sociedade da informação requer educação continuada ao longo da vida, que permita o indivíduo não apenas acompanhar as mudanças tecnológicas, mas sobretudo inovar. (2000, p.7).

Também pude constatar que tanto as orientações dos PCN, quanto as orientações dos pesquisadores utilizados nesse trabalho, são unânimes na defesa da inclusão das mídias digitais no ensino, em especial a informática. Dessa maneira, a questão que proponho é fixar a ideia de que todos os docentes, independente da disciplina que trabalham, têm que destinar um tempo das suas aulas para que seja possível a real democratização do acesso a esses recursos. Sem essa atitude, nossos alunos mais carentes seguirão excluídos desse universo informatizado. Com isso, não digo que todos os alunos sairão de nossas instituições de ensino com pleno domínio das ferramentas informatizadas, mas que eles saiam ao menos instrumentalizados com um conhecimento básico de informática.

Segundo o relato de Borba e Penteadó (2001, p.19): “Assim o computador deve estar inserido em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, desenvolver noções espaciais, etc.” Como educador vejo a necessidade de seguir levando o uso de objetos de aprendizagem, vídeos e softwares para dentro da sala de aula, desenvolver e/ou aprender essa nova realidade é uma necessidade de todos os nossos alunos.

Portanto, devemos estar constantemente reavaliando e refletindo sobre o fazer pedagógico em sala de aula, de forma que possamos verificar a importância do uso de metodologias diferenciadas e adequadas ao perfil do nosso aluno. Além de fazer com que as aulas de Matemática sejam mais dinâmicas, em particular, com o uso de *softwares* educacionais. Faz-se necessário que aos poucos nos adaptemos ao uso de novas ferramentas, que essa adaptação seja fomentada pela capacitação ou pelas formações iniciais e continuadas dos docentes.

A utilização das mídias digitais auxilia no processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos tornando as aulas mais dinâmicas, participativas e, sobretudo, interativas, no caso do *Winplot*. Entretanto, acredito que deve-se ter momentos em que usaremos o lápis e o papel, mas também situações ou intervenções em que se utiliza um ambiente informatizado. Existem tantos recursos hoje para serem trabalhados, cabe a nós professores sairmos da nossa “zona de conforto” e do uso inconsciente do livro didático, do ponto de vista pedagógico, e utilizar outros recursos metodológicos de maneira consciente, ou seja, sabendo o porquê, o como e o quando fazer.

Referências Bibliográficas

ARTIGUE, Michèle. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean (direção) Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996. p. 193-217.

BARRETO, M. M. *Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários*. Dissertação de Mestrado. PPG-Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre. 2008.

BORBA, Marcelo Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. *Informática na Educação Matemática*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. MEC, SETEC: Brasília, 2006.

_____. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. MEC, SETEC: Brasília, 1999.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC, 1998.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para a formação de professores de matemática. *Zetetike*, Campinas – UNICAMP, v. 13, n. 23, p. 85-118, jan./jun. 2005.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Da realidade à ação*: reflexão sobre educação e matemática. 4 ed. São Paulo: Summus, 1986.

IEZZI, Gelson. *Matemática*: ciências e aplicações. Vol. 1. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

LEONARDO, Fabio Martins de. *Conexões com a Matemática*. Vol. 1. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

LÈVY, Pierre. *As tecnologias da inteligência*: o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Editora 34, 1995.

LIMA, E. L. et. al. *A matemática do ensino médio*. Vol. 1. 9. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LUTZ, M. R. *Uma Sequência Didática para o Ensino de Estatística a Alunos do Ensino Médio na Modalidade PROEJA*. Porto Alegre: UFRGS, 2012. 152f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

MATOS FILHO, M. A. S; MENEZES, J. E. *O uso do computador para o ensino de função polinomial de 1º e 2º graus a partir de uma sequência didática*. In: IV colóquio internacional educação e contemporaneidade, 2010.

NISKIER, Arnaldo. *Tecnologia educacional*: uma visão política. Rio de Janeiro: Vozes, 1993.

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da Matemática, uma análise da influência francesa*. 2. ed. Belo Horizonte: Autentica, 2002.

PAIVA, Manoel. *Matemática*. Vol. 1. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

PENTEADO, M. G. *Novos atores, novos cenários*: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente. In: BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Unesp, p.297 – 313, 1999.

PERRENOUD, Philippe. *10 novas competências para ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

RIBEMBOIM, Paulo. *Funções, limites e continuidades*. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013

ROTUNNO, Sandra Aparecida Martins. *Estatística e Probabilidade*: Um estudo sobre a inserção desses conteúdos no ensino fundamental. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2007, 117 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. *Matemática*: Ensino Médio. Vol. 1. 8. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

SOUZA, Joamir Roberto de. *Novo Olhar*: Matemática. Vol. 1. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013.

TAKAHASHI, Tadao. *Sociedade da informação no Brasil*: Livro Verde. Brasília: Ministério da Ciência e Tecnologia, 2000.

URSINI, S.; TRIGUEROS, M. *La conceptualización de la variable em la enseñanza media*. Educación Matemática, México, v. 12, n. 2, p. 27-48, 2000.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. IN: COXFORD, A. F., SHULTE, A. P. (Org). *As ideias da álgebra*. São Paulo: Atual, p. 9-22, 1995.

VALENTE, José Armando. *Computadores e conhecimento*: repensando a educação. Campinas: UNICAMP, 1993.

_____. *O professor no ambiente LOGO*: Formação e atuação Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1996.

VASCONCELLOS, Celso S. *Processo de Mudança da Prática Educacional*. São Paulo: Libertad, 1998 (Série Textos de Aprofundamento - 1).