

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ESTIMATIVA DA VIDA EM FADIGA POR DIFERENTES MÉTODOS ESPECTRAIS

por

Saul Camelo

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Maio de 2015

ESTIMATIVA DA VIDA EM FADIGA POR DIFERENTES MÉTODOS ESPECTRAIS

por

Saul Camelo
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Aprovada por:

Prof. Dr. Herbert Martins Gomes
PROMECC/UFRGS

Prof. Dr. Joyson Luis Pacheco
PGDesign/UFRGS

Prof. Dr. Kleber Eduardo Bianchi
PPMec/FURG

Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 28 de Maio de 2015

*Dedico este trabalho a toda minha família
e aos amigos.*

AGRADECIMENTOS

À família, pelo apoio, carinho e dedicação que sempre demonstraram.

Aos amigos e colegas que sempre me incentivaram.

Ao orientador Prof. Walter Jesus Paucar Casas, pela disponibilidade e assistência prestada ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Ao PROMEC e à UFRGS pela qualidade do ensino oferecido.

RESUMO

Veículos, em geral, estão submetidos a carregamentos variáveis aleatórios devido a excitação da pista. Este tipo de carregamento faz com que as tensões atuantes variem com o tempo até que ocorra a falha da estrutura, sendo esta falha denominada fadiga. A fadiga é o principal modo de falha de componentes mecânicos e para evitá-la devemos determinar a durabilidade de um produto durante o seu desenvolvimento. O cálculo de durabilidade pode ser realizado no domínio do tempo, através da contagem de ciclos de tensão, ou no domínio da frequência, através da estimativa da distribuição de probabilidade de ocorrência de determinado nível de tensão. A abordagem espectral apresenta menor esforço computacional e melhor entendimento do comportamento dinâmico. Este trabalho apresenta o comparativo entre a metodologia no domínio do tempo e da frequência, bem como entre dois métodos espectrais. Um componente utilizado em implementos rodoviários foi analisado para demonstrar a aplicabilidade do método espectral.

Palavras-chave: Fadiga; domínio da frequência; simulação numérica.

ABSTRACT

Vehicles in general suffer random variable loadings caused by road excitation. In this loading, stress varies with time until the structures collapses. This failure mode is known as fatigue. Fatigue is the main failure cause of mechanical components and to avoid it we must determine the endurance of the product during its design stage. Life calculations can be solved in time domain using a cycle counting method or in frequency domain by the probability distribution estimation of the stress cycles. The spectral approach reduces the computational efforts and provides a better understanding of the dynamic behavior. This work presents a comparative study between time and frequency domain methodologies, as well as between two spectral methods. A component of a semi-trailer is analyzed to show the applicability of the spectral methods.

Keywords: Fatigue; frequency domain; numerical simulation.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	Generalidades	1
1.2	Objetivos da pesquisa	3
1.3	Organização do trabalho	4
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
3	PROCESSOS ALEATÓRIOS	10
3.1	Classificação dos processos aleatórios	10
3.2	Transformadas de Fourier.....	12
3.2.1	Série de Fourier	12
3.2.2	Transformada de Fourier	14
3.2.3	Transformada discreta de Fourier.....	15
3.2.4	Transformada rápida de Fourier	16
3.3	Densidade espectral de potência.....	18
3.4	Função densidade de probabilidade.....	22
3.5	Resposta espectral à solicitação aleatória.....	26
3.5.1	Vibração de um sistema com 1 grau de liberdade	26
3.5.2	Vibração de um sistema com n graus de liberdade	29
4	VIDA EM FADIGA	32
4.1	Característica da fratura.....	32
4.2	Vida sob tensão.....	34
4.2.1	Tensões médias.....	38
4.2.2	Multiaxialidade.....	41
4.3	Vida devido a solicitações aleatórias.....	43
4.3.1	Crítério de dano acumulado.....	43
4.3.2	Estimativa da vida no domínio do tempo	44
4.3.3	Estimativa da vida no domínio da frequência	45
4.3.3.1	Método da Banda Estreita.....	47
4.3.3.2	Método de Dirlik	49
4.3.3.3	Método de Benasciutti-Tovo	50

5	ESTUDO DE CASOS	52
5.1	Generalidades	52
5.2	Caso 1: vida em fadiga de uma placa com furo.....	53
5.2.1	Simulações pelo método de elementos finitos.....	54
5.2.1.1	Análise Modal	55
5.2.1.2	Função de resposta em frequência.....	57
5.2.2	Vida em fadiga.....	58
5.2.2.1	Estimativa de vida pelo nCode®	58
5.2.2.2	Estimativa de vida pelo Matlab®	64
5.2.2.3	Estimativa de vida no domínio do tempo	65
5.3	Caso 2: vida em fadiga de um suporte de sinaleira	68
5.3.1	Simulações pelo método de elementos finitos.....	69
5.3.1.1	Análise modal	72
5.3.1.2	Função resposta em frequência.....	75
5.3.2	Vida em fadiga.....	77
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	83
6.1	Conclusões.....	83
6.2	Sugestões	85
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	83

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – <i>Dolly</i> . Suporte da sinaleira destacado pelo círculo vermelho.	3
Figura 2.1 – Abordagem da teoria de Bendat em um sinal de banda larga.....	5
Figura 2.2 – Sinal bimodal considerado como soma de dois senos.	6
Figura 2.3 – PDF de Dirlik	7
Figura 3.1 – Classificação dos processos determinísticos.....	10
Figura 3.2 – Classificação dos processos aleatórios.....	11
Figura 3.3 – Conjunto de amostras de um processo aleatório	11
Figura 3.4 – Onda quadrada: (a) analítica e (b) aproximação de Fourier.....	13
Figura 3.5 – Sinal discreto.....	16
Figura 3.6 – PSD bilateral e unilateral	19
Figura 3.7 – Cálculo do momento espectral a partir de uma PSD.....	20
Figura 3.8 – Função densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua	23
Figura 3.9 – PDF de um processo aleatório	23
Figura 3.10 – Distribuição Gaussiana.....	25
Figura 3.11 – Distribuição de Rayleigh.....	26
Figura 3.12 – Sistema com 1 GDL.....	27
Figura 3.13 – Função ganho de um sistema excitado por força externa	28
Figura 4.1 – Formação de microintrusões e microextrusões	33
Figura 4.2 – Estágios da propagação de uma trinca de fadiga	33
Figura 4.3 – Fratografia de uma pá de motor	34
Figura 4.4 – Nomenclatura das tensões para carregamento cíclico.....	35
Figura 4.5 – Curva S-N genérica	36
Figura 4.6 – Efeito da tensão média	38
Figura 4.7 – Diagramas de vida constante.....	39
Figura 4.8 – Critérios de falha de tensão equivalente.....	42
Figura 4.9 – Acúmulo de dano: (a) blocos de amplitude constante; (b) curva S-N	44
Figura 4.10 – Método <i>Rainflow</i> ; (a) Sinal de tensão; (b) Contagem <i>Rainflow</i> ; (c) Resultado	45
Figura 5.1 – Fluxograma de análise.....	52
Figura 5.2 – Pseudocódigo da rotina em Matlab®	53
Figura 5.3 – Geometria da placa.....	54

Figura 5.4 – Malha de elementos finitos	55
Figura 5.5 – Engaste da análise modal	56
Figura 5.6 – FRF de tensão no nó crítico	58
Figura 5.7 – Acelerômetro fixado no semirreboque basculante.....	59
Figura 5.8 – Sinal de aceleração utilizado como carregamento	60
Figura 5.9 – PSD de aceleração.....	60
Figura 5.10 – PSD de tensão do nó crítico	61
Figura 5.11 – Curva S-N da variação de tensão	61
Figura 5.12 – PDF de Dirlik dos ciclos de tensão	63
Figura 5.13 – Distribuição dano pelo método de Dirlik	63
Figura 5.14 – Distribuição de vida pelo método de Dirlik	64
Figura 5.15 – Distribuição de tensão no tempo para o nó 141	65
Figura 5.16 – Distribuição de dano	66
Figura 5.17 – Distribuição de vida	67
Figura 5.18 – Suporte da sinaleira	69
Figura 5.19 – Modelo do suporte de sinaleira simulado.....	70
Figura 5.20 – Simplificação da união soldada no modelo de elementos finitos	71
Figura 5.21 – Malha de elementos finitos do suporte da sinaleira	71
Figura 5.22 – Engaste do suporte de sinaleira no modelo de elementos finitos.....	72
Figura 5.23 – FRF de tensão do nó 14.235.....	76
Figura 5.24 – Localização do nó crítico	76
Figura 5.25 – Sinal de aceleração utilizado para analisar o suporte.....	77
Figura 5.26 – PSD de aceleração.....	78
Figura 5.27 – Curva S-N aplicada na região soldada	79
Figura 5.28 – Região de aplicação da curva S-N de solda	79
Figura 5.29 – PSD de tensões do nó crítico.....	80
Figura 5.30 – PDF de ciclos de Dirlik para o nó crítico.....	80
Figura 5.31 – Distribuição de dano de Dirlik	81
Figura 5.32 – Distribuição de vida de Dirlik	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 – Movimentação anual de cargas.....	1
Tabela 5.1 – Propriedades mecânicas do material.....	55
Tabela 5.2 – Frequências e modos de vibrar da placa.....	56
Tabela 5.3 – Propriedades mecânicas do material.....	62
Tabela 5.4 – Resultados obtidos no Matlab®.....	64
Tabela 5.5 – Comparativo dos métodos do tempo e da frequência.....	67
Tabela 5.6 – Comparativo do tempo de análise em horas.....	68
Tabela 5.7 – Frequências e modos de vibrar do suporte.....	73
Tabela 5.8 – Propriedades mecânicas do material na região soldada.....	78

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CNT	Confederação Nacional do Transporte
DFT	<i>Discrete Fourier transform</i>
FFT	<i>Fast Fourier transform</i>
FRF	Função resposta em frequência
GDL	Graus de liberdade
MEF	Método dos Elementos Finitos
PDF	<i>Probability density function</i>
PSD	<i>Power spectral density</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

a_0	Coeficiente da série de Fourier
a_n	Coeficiente da série de Fourier
$a(k)$	Parâmetro de ajuste de Wirsching-Light
A	Tensão alternada
A_{PSD}	Área da PSD
b	Expoente de resistência à fadiga
b	Parâmetro de ajuste de Benasciutti-Tovo
b_n	Coeficiente da série de Fourier
$b(k)$	Parâmetro de ajuste de Wirsching-Light
c	Amortecimento, Ns/m
C_n	Coeficiente complexo da série de Fourier
D	Dano
D_1	Parâmetro de ajuste de Dirlik
D_2	Parâmetro de ajuste de Dirlik
D_3	Parâmetro de ajuste de Dirlik
\overline{D}_{NB}	Intensidade do dano pelo método <i>Narrow band</i>
\overline{D}_{RC}	Intensidade do dano pelo método <i>Range count</i>
\overline{D}_{RFC}	Intensidade do dano pelo método <i>Rainflow</i>
\overline{D}_{RFC}^{DK}	Intensidade do dano pelo método de <i>Dirlik</i>
dt	Intervalo de tempo infinitesimal, s
$E[\cdot]$	Expectativa
$E[0]$	Expectativa de zeros
$E[0^+]$	Expectativa de zeros com cruzamento positivo
$E[P]$	Expectativa de picos
f	Frequência, Hz
f_c	Frequência central, Hz
f_0	Amplitude de excitação, N
f_k	Frequência discreta, Hz
f_m	Frequência média, Hz
$f(t)$	Força excitadora, N
$G_x(f)$	PSD unilateral de um processo aleatório
$H(\omega)$	Função de transferência
$H^*(\omega)$	Complexo conjugado da função de transferência
k	Inclinação da reta na curava S-N
k	Rigidez, N/m
m	Massa, kg
m_n	Enésimo momento da PSD

n	Número da iteração
N	Número total de iterações
N_f	Número de ciclos até a falha
N_{f0}	Número de ciclos até a falha para tensão média nula
N_{fc}	Número de ciclos até a falha para tensão média de compressão
N_{ft}	Número de ciclos até a falha para tensão média de tração
$p(S_a)$	PDF da amplitude de tensão
$p_X(x)$	Distribuição de probabilidade
Q	Parâmetro de ajuste de Dirlik
R	Razão de tensão
R	Parâmetro de ajuste de Dirlik
R_X	Autocorrelação do processo aleatório
S_e	Limite de resistência à fadiga, MPa
S_{Nf}	Resistência à fadiga até a falha, MPa
S_u	Limite de resistência à tração, MPa
$S_X(f)$	PSD de um processo aleatório
S_y	Limite de escoamento, MPa
S'_f	Coefficiente de resistência à fadiga, MPa
S'_y	Limite de escoamento para carregamento cíclico, MPa
t	Tempo, s
T	Período, s
T	Vida
W_N	Variável complexa da FFT
x	Deslocamento, m
x_k	Amostra
x_m	Parâmetro espectral de Dirlik
\dot{x}	Velocidade, m/s
\ddot{x}	Aceleração, m/s ²
X_0	Amplitude do movimento, m
$X(t)$	Processo aleatório
$X(\omega)$	Função resposta em frequência
\tilde{X}	Amplitude do deslocamento completo, m
y_n	Amostra da FFT
Y_k	Termo da FFT
z_n	Amostra da FFT
Z	Amplitude de tensão normalizada
Z_k	Termo da FFT
α_1	Parâmetro espectral de Benasciutti-Tovo
α_2	Parâmetro espectral de Benasciutti-Tovo
Δt	Variação de tempo, s
ΔS	Variação de tensão, MPa

$\Delta\omega$	Varição de frequência, rad/s
ε	Parâmetro de ajuste de Wirsching-Light
ϕ	Amplitude da resposta harmônica complexa, m
γ	Fator de irregularidade
$\Gamma(z)$	Função gama de Euler
μ	Média do processo aleatório
μ_x	Variância do processo aleatório
$\mu_{\dot{x}}$	Variância da primeira derivada do processo aleatório
$\mu_{\ddot{x}}$	Variância da segunda derivado do processo aleatório
ζ	Razão de amortecimento
ψ_x^2	Média quadrática do processo aleatório
ρ_{WL}	Fator de correção de Wirsching-Light
σ	Desvio padrão
σ^2	Variância
σ_a	Tensão alternada, MPa
σ_{a1}	Tensão alternada na direção 1, MPa
σ_{a2}	Tensão alternada na direção 2, MPa
σ_{a3}	Tensão alternada na direção 3, MPa
$\sigma_{a,eq}$	Tensão alternada equivalente, MPa
σ_m	Tensão média, MPa
σ_{m1}	Tensão média na direção 1, MPa
σ_{m2}	Tensão média na direção 2, MPa
σ_{m3}	Tensão média na direção 3, MPa
σ_{\max}	Tensão máxima, MPa
σ_{\min}	Tensão mínima, MPa
$\sigma_{m,eq}$	Tensão média equivalente, MPa
τ	Incremento de tempo, s
ω	Frequência, rad/s
ω^2	Autovalor corresponde a frequência natural
ω_n	Frequência natural
$ H(\omega) $	Função ganho
$[c]$	Matriz de amortecimento, Ns/m
$[C]$	Matriz de amortecimento modal, Ns/m
$[H(\omega)]$	Matriz da função de transferência em frequência
$[H^*(\omega)]$	Matriz de complexos conjugados de função de transferência
$[k]$	Matriz de rigidez, N/m
$[K]$	Matriz de rigidez modal, N/m
$[m]$	Matriz de massa, kg
$[M]$	Matriz de massa modal, kg
$[S_F(\omega)]$	Matriz de PSD de excitação

$[S_x(\omega)]$	Matriz de PSD de resposta em frequência
$[\Phi]$	Matriz modal
$\{f\}$	Vetor de força, N
$\{F\}$	Vetor de forças modais, N
$\{F(\omega)\}$	Vetor de excitação em frequência, N
$\{q\}$	Vetor de coordenadas modais, m
$\{\dot{q}\}$	Vetor de velocidades modais, m/s
$\{\ddot{q}\}$	Vetor de acelerações modais, m/s ²
$\{X\}$	Vetor de deslocamento, m
$\{X(\omega)\}$	Vetor de resposta em frequência, m
$\{\dot{X}\}$	Vetor de velocidade, m/s
$\{\ddot{X}\}$	Vetor de aceleração, m/s ²
$\{\phi\}$	Autovetor referente ao modo de vibrar

1 INTRODUÇÃO

1.1 Generalidades

Anualmente milhões de toneladas de produtos são transportados no Brasil através de sua matriz de transporte de cargas, que é composta pelo transporte rodoviário, ferroviário, aquaviário, dutoviário e aéreo, sendo o modal rodoviário responsável por 61,1% dessa movimentação [CNT, 2014], conforme dados da Confederação Nacional do Transporte (CNT) apresentados na Tabela 1.1.

Tabela 1.1 – Movimentação anual de cargas

Matriz do Transporte de Cargas		
Modal	Milhões (TKU)	Participação (%)
Rodoviário	485.625	61,1
Ferrovário	164.809	20,7
Aquaviário	108.000	13,6
Dutoviário	33.300	4,2
Aéreo	3.169	0,4
Total	794.903	100,0

Fonte: CNT, 2014

O transporte por via terrestre é realizado por caminhões com carrocerias sobre chassi ou rebocados, como reboques, semirreboques, bitrens e rodotrens, também conhecidos como implementos rodoviários, que se diferenciam quanto à sua aplicação, como por exemplo basculantes, furgões, graneleiros e tanques. Apesar da maior parte da produção brasileira ser escoada através de rodovias, 86% dessas vias não são pavimentadas [CNT, 2014]. Estes veículos devem ser projetados de acordo com os carregamentos de trabalho, que apresentam caráter essencialmente dinâmico devido à excitação das estradas, sendo que quanto pior forem as condições das estradas maiores serão as solicitações impostas às estruturas veiculares.

No passado, o projeto de implementos rodoviários era baseado principalmente nos relatos de falhas ocorridas durante a aplicação, uma vez que cálculos analíticos não eram possíveis devido à complexidade geométrica da estrutura e do carregamento. Com a evolução tecnológica dos computadores e o surgimento de *softwares* comerciais, métodos numéricos começaram a ser utilizados pelas fabricantes, sendo o método dos elementos finitos (MEF) o mais utilizado.

Por meio de análises estáticas são simuladas condições de carregamento para verificar o comportamento da estrutura submetida a algumas manobras consideradas críticas, como torção, mas por não representarem o comportamento real do veículo, esses cálculos são utilizados como referência e fatores de segurança elevados são usados para garantir a vida útil esperada. A real excitação experimentada pela estrutura é do tipo aleatória, pois varia com o tempo de forma randômica devido ao perfil da pista de rodagem. Dessa forma, apenas análises dinâmicas podem prever o comportamento estrutural e a vida útil deve ser estimada por meio dos cálculos de vida em fadiga.

Os primeiros estudos sobre fadiga de metais aconteceram por volta de 1830 e foram impulsionados pela indústria ferroviária [Suresh, 1998]. A abordagem tradicional da vida em fadiga consiste em cálculos no domínio do tempo, onde o histórico temporal de tensões é utilizado para a contagem de ciclos e posterior cálculo de acúmulo de dano. Este método necessita de análises dinâmicas através do MEF, que requerem grande quantidade de esforço computacional, o que as tornam muitas vezes impraticáveis [Halfpenny, 1999].

Uma abordagem alternativa no domínio da frequência utiliza a resposta espectral da estrutura, chamada de função resposta em frequência (FRF), ao invés da resposta dinâmica, apresentando grande ganho computacional [Mrsnik et al., 2013]. Nessa abordagem, os carregamentos são descritos por meio de suas densidades espectrais de potência (*power spectral density*, PSD). Uma das vantagens dessa metodologia está no fato de que a análise pelo MEF precisa ser realizada apenas uma vez para a obtenção da FRF, pois diferentes análises podem ser realizadas apenas substituindo a PSD de carregamento [Halfpenny, 1999].

Muitos métodos espectrais foram desenvolvidos com o propósito de obter melhor correlação com dados experimentais e com o método do domínio do tempo [Mrsnik et al., 2013; Benasciutti e Tovo, 2005], sendo o método de Dirlik o mais amplamente utilizado. No entanto, métodos como o Zhao-Baker e Benasciutti-Tovo parecem apresentar resultados mais próximos aos experimentais [Nieslony et al., 2012; Benasciutti e Tovo, 2006].

Com bases nesses estudos, o presente trabalho irá abordar a estimativa de vida em fadiga no domínio da frequência por meio do método proposto por Benasciutti e Tovo, de forma a comparar seus resultados com o método de Dirlik e verificar a sensibilidade de seus parâmetros em relação ao tipo de carregamento. Posteriormente realiza-se a aplicação do método num caso de um suporte de sinaleira de um *dolly*, apresentado na Figura 1.1.



Figura 1.1 – *Dolly*. Suporte da sinaleira destacado pelo círculo vermelho.

1.2 Objetivos da pesquisa

O objetivo principal deste trabalho é estimar a vida em fadiga por meio de métodos espectrais de uma placa com furo e comparar o resultado com o método *Rainflow*.

Como objetivos específicos tem-se:

- Simular uma placa engastada com furo pelo método de elementos finitos para encontrar a função resposta em frequência;
- Realizar uma análise dinâmica explícita na placa para obter a distribuição de tensões ao longo do tempo;
- Comparar o método do domínio do tempo utilizando contagem de ciclos *Rainflow* com o método do domínio da frequência de Dirlik da placa simulado em elementos finitos;
- Comparar o resultado de dano pelo método de Dirlik encontrado no nCode[®] com resultados obtidos por uma rotina implementada em Matlab[®];
- Implementar o método espectral de Benasciutti-Tovo em Matlab[®];
- Comparar o método de Benasciutti-Tovo com o método de Dirlik;
- Aplicar a metodologia espectral para calcular a vida em fadiga de um suporte de sinaleira utilizado em implementos rodoviários.

1.3 Organização do trabalho

O presente trabalho encontra-se dividido em seis capítulos.

No *Capítulo 1* são abordadas generalidades sobre a aplicação do cálculo de vida em fadiga e apresentados os objetivos do trabalho.

O *Capítulo 2* disponibiliza a revisão bibliográfica, mostrando o histórico de desenvolvimento da metodologia utilizada neste trabalho.

O *Capítulo 3* apresenta a teoria sobre processos aleatórios, estudos probabilísticos e a formulação da solução de resposta em frequência de sistemas dinâmicos.

O *Capítulo 4* apresenta a teoria referente a estimativa de vida em fadiga.

O *Capítulo 5* apresenta dois estudos de caso, sendo o primeiro de uma placa simples para comparar as metodologias do tempo e da frequência e o segundo a simulação pelo método espectral de um componente utilizado na indústria de veículos de carga.

No *Capítulo 6* são apresentadas conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os primeiros estudos sobre falha de metais submetidos a carregamentos cíclicos foram realizados por volta de 1829 por Albert, que conduziu uma série de ensaios em correntes utilizadas para mineração, sendo o termo fadiga utilizado pela primeira vez em 1839 por Poncelet. De 1852 à 1869, Wöhler realizou seus estudos de fadiga em diversos componentes ferroviários e maquinarias, onde desenvolveu a máquina de ensaio de flexão rotativa e elaborou as primeiras curvas S-N [Suresh, 1998; Castro e Meggiolaro, 2009].

A primeira abordagem para o cálculo de fadiga no domínio da frequência foi desenvolvida por Bendat em 1964, que desenvolveu a solução de banda estreita (*narrow band*) estabelecendo que a função densidade de probabilidade (*probability density function* - PDF) de picos tende a distribuição de Rayleigh para um sinal de banda estreita. Para carregamentos de banda larga está metodologia se mostra muito conservadora, pois considera que cada pico possui um vale de mesmo valor, o que não ocorre quando a banda do sinal é mais larga. [Halfpenny, 1999]. A Figura 2.1 mostra o problema da utilização da teoria de Bendat quando aplicada a um sinal de banda larga.

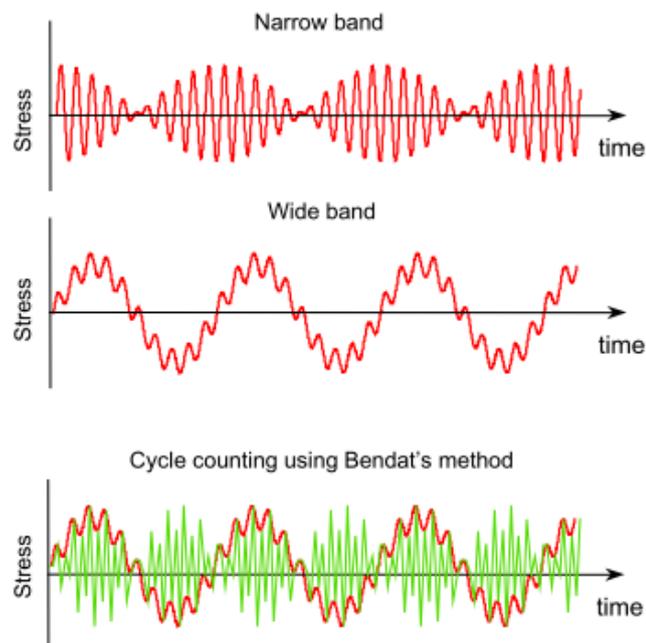


Figura 2.1 – Abordagem da teoria de Bendat em um sinal de banda larga

Fonte: adaptado de Halfpenny, 1999

Nos anos 80 surgiram diversos métodos com o propósito de resolver o problema do conservadorismo de Bendat, como o método de Wirsching, Kam e Dover e Hancock, que alteram a solução de banda estreita utilizando os momentos espectrais da PSD em suas formulações. No entanto, estes métodos apresentam bons resultados apenas nas áreas em que foram desenvolvidos, com exceção do método de Wirsching que pode ser utilizado em diversas aplicações [Bishop et al., 1995; Halfpenny, 1999; Ariduru, 2004].

Sakai e Okamura, 1995, propõem uma correção ao método de banda estreita considerando que a PDF é a soma de duas distribuições de Rayleigh que correspondem a duas frequências dominantes na PSD do sinal e o dano acumulado é calculado através da soma dos danos causados por cada frequência dominante de forma ponderada. Este modelo apresenta bons resultados quando as frequências dominantes estão distantes. Para frequências próximas, Fu e Cebon, 2000, estabelecem um novo modelo a partir da interpretação de que um processo bimodal pode ser considerado como a soma de dois senos, conforme a Figura 2.2, e utilizam uma estrutura veicular simplificada como objeto de estudo. Os resultados apresentam boa proximidade com dados de análises *rainflow*, apesar de a PDF dos picos de tensão apresentar boa correlação apenas na região com altos valores de picos.

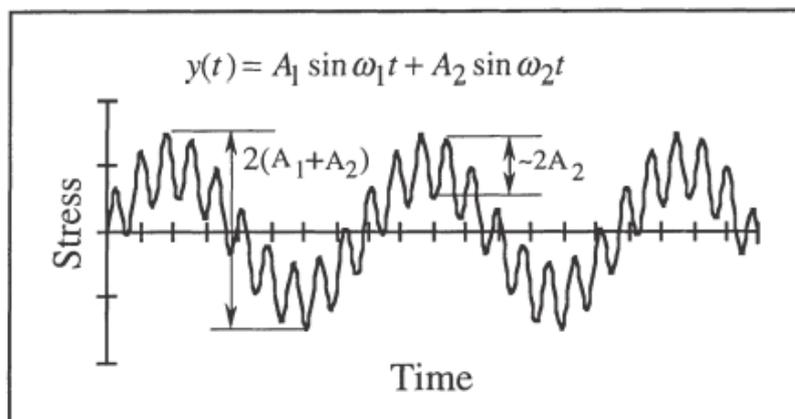


Figura 2.2 – Sinal bimodal considerado como soma de dois senos.

Fonte: adaptado de Fu e Cebon, 2000.

Dirlik formula em 1985 uma solução empírica de banda larga utilizando uma distribuição de ciclos de intervalo de tensão como combinação de duas distribuições de Rayleigh e uma distribuição exponencial, sendo as de Rayleigh uma relativa aos ciclos de pequena amplitude e outra aos de grandes amplitudes [Braccesi et al., 2005]. A Figura 2.3 apresenta a PDF obtida pela teoria de Dirlik. O método de Dirlik apresenta bons resultados

quando aplicado a uma vasta gama de problemas, tendo sofrido algumas modificações para incorporar efeitos térmicos, por exemplo, e por isso é amplamente utilizado [Mrsnik et al., 2013].

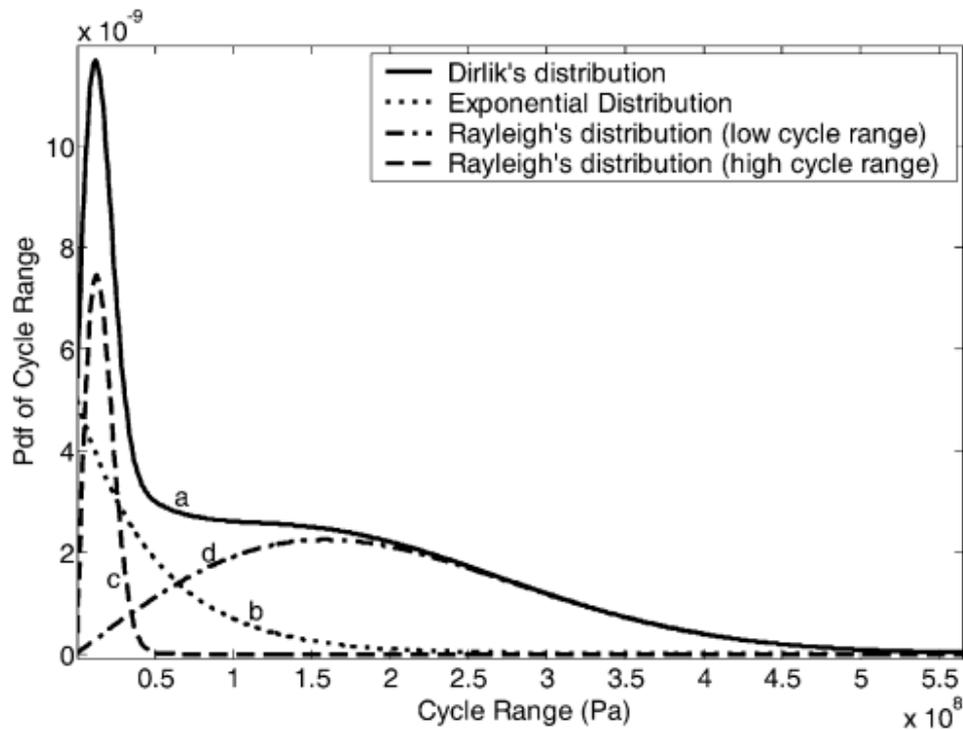


Figura 2.3 – PDF de Dirlik

Fonte: adaptado de Braccesi et al., 2005

Petrucci e Zuccarello, 2004, utilizam a teoria de Goodman para estabelecer um modelo espectral a partir dos momentos da função densidade de probabilidade da tensão equivalente de Goodman e dois parâmetros espectrais, o fator de irregularidade e um parâmetro de largura de banda introduzido pelos autores. Aplicando o modelo proposto à PSDs de tensão obtidas computacionalmente e da literatura, e comparando os resultados com análises no domínio do tempo pelo método *rainflow* apresentam soluções com erro máximo de 40%, sendo sugerida a utilização de parâmetros espectrais da derivada da PSD de tensão para reduzir o erro obtido.

Rychlik, 1993, estabelece uma relação onde a expectativa de dano pelo método *rainflow* possui um limite inferior dado pela expectativa do método *range pair* e um limite superior dado pela expectativa do método de banda estreita quando o processo for Gaussiano. Benasciutti e Tovo, 2005, fazendo uso dessa definição, desenvolvem uma solução aproximada onde a expectativa de dano pelo método *rainflow* é dada pela soma ponderada das

expectativas de dano através do método *range pair* e de banda estreita. O coeficiente utilizado para ponderar essa combinação linear é função dos momentos espectrais da PSD de carregamento e foi obtido por ajuste de curva através do método dos mínimos quadrados após várias simulações. A teoria proposta foi aplicada em um modelo simplificado sujeito a irregularidades de pista, mostrando resultados similares aos de Dirlik. Benasciutti e Tovo, 2006, revisam o modelo proposto em 2005 considerando um método simplificado para obter o coeficiente para o cálculo de dano. Comparam sua metodologia com outras teorias, apresentando resultados similares ao modelo de Dirlik, com a nova formulação apresentando um erro ligeiramente inferior.

Nieslony e Macha, 2007, aplicam métodos espectrais para o cálculo da vida em fadiga de um corpo de prova sujeito a carregamento multiaxial, onde o estado triaxial de tensões é transformado em um estado uniaxial equivalente através da determinação do plano crítico, e comparam os resultados de simulações com testes experimentais.

Muitos trabalhos visam comparar os diferentes métodos espectrais ou então aplicá-los a problemas de engenharia. Ariduru, 2004, estuda a vida em fadiga de uma placa de alumínio engastada com um entalhe lateral submetida a uma excitação de base aleatória, executando análises no domínio do tempo por meio do método do rainflow e no domínio da frequência através da expressão de Dirlik para determinação da PDF. Testes experimentais são utilizados para comparar os métodos que acabaram apresentando resultados próximos, sendo neste caso o método espectral um pouco mais conservador.

Hougaz, 2005, realiza um estudo probabilístico de durabilidade em um tanque rodoviário utilizando o método de Dirlik a fim de avaliar a probabilidade de falha para diferentes qualidades de pista. Através de uma análise espectral por superposição modal pelo MEF obtém a resposta em frequência da estrutura e a distribuição de tensões é determinada utilizando o método do espectro cruzado devido ao carregamento acontecer em diferentes pontos do veículo simultaneamente. Para o cálculo do dano faz uso de uma curva S-N modificada, onde o limite de resistência S_u é tratado de forma probabilística. O cálculo da probabilidade de falha por simulações de Monte Carlo mostra que pistas de pior qualidade apresentam maior incidência de falhas, em concordância com o observado nas estradas brasileiras.

Bosco, 2007, conduz uma série de análises experimentais em uma haste engastada para verificar como os parâmetros da aquisição de dados e o método de cálculo da PSD influenciam no cálculo dos momentos espectrais. Estes resultados são comparados com

simulações numéricas feitas através do MEF e aplicados no cálculo de vida em fadiga para diferentes abordagens no domínio da frequência. Entre os métodos estudados o que apresenta resultados mais representativos é o de Petrucci e Zuccarello e cita como desvantagem do método a sua sensibilidade a aplicação e filtros e janelamentos para o tratamento do sinal de excitação.

Nieslony et al., 2012, investiga a influência da forma da PSD de tensão e do tipo de carregamento na estimativa da vida em fadiga de um corpo de prova tubular, confrontando testes experimentais com simulações de alguns métodos espectrais, onde o método de Dirlik e o de Benasciutti e Tovo apresentam resultados similares. Mrsnik et al., 2013, avalia o desempenho de várias teorias em relação a algumas características da PSD, como proximidade de modos, ruído, largura de banda e quantidade de modos presentes no sinal, além de sinais de aplicações automotivas. A influência de inclinação da curva de fadiga também é considerada. O método proposto por Benasciutti e Tovo apresenta o melhor resultado na maioria dos testes, com exceção do espectro automotivo que obteve uma melhor correlação com a utilização do método de Zhao e Baker. Em relação a inclinação da curva S-N, se observa um pior resultado quanto maior a inclinação.

Cesário, 2012, aplica o método de Dirlik para estimar a vida em fadiga de um componente de um implemento rodoviário, utilizando o critério da máxima tensão principal absoluta e o do plano crítico e também verificando a influência da tensão média na estimativa da vida. Observa que o método do plano crítico encontra uma vida ligeiramente superior, mas considera que a diferença não é significativa para a sua utilização, principalmente por necessitar de maior esforço computacional. Para o problema estudado as tensões médias não alteram de forma apreciável a vida do componente, pois são de caráter compressivo. Reis, 2013, compara resultados para a vida de uma placa engastada pela teoria de Dirlik utilizando o software nCode[®] com os resultados de uma programação realizada em Matlab[®] para diferentes tipos de carregamento. Verifica diferenças de no máximo 13,9% entre as duas metodologias de cálculo.

3 PROCESSOS ALEATÓRIOS

3.1 Classificação dos processos aleatórios

Todo processo físico pode ser classificado como determinístico ou não-determinístico [Bendat e Piersol, 2010]. Os processos determinísticos são aqueles que podem ser expressos através de um conjunto de expressões matemáticas explícitas, como um sistema massa-mola retirado de sua condição de repouso onde a posição da massa pode ser calculada para qualquer instante de tempo. Estes processos podem ser classificados conforme a Figura 3.1.

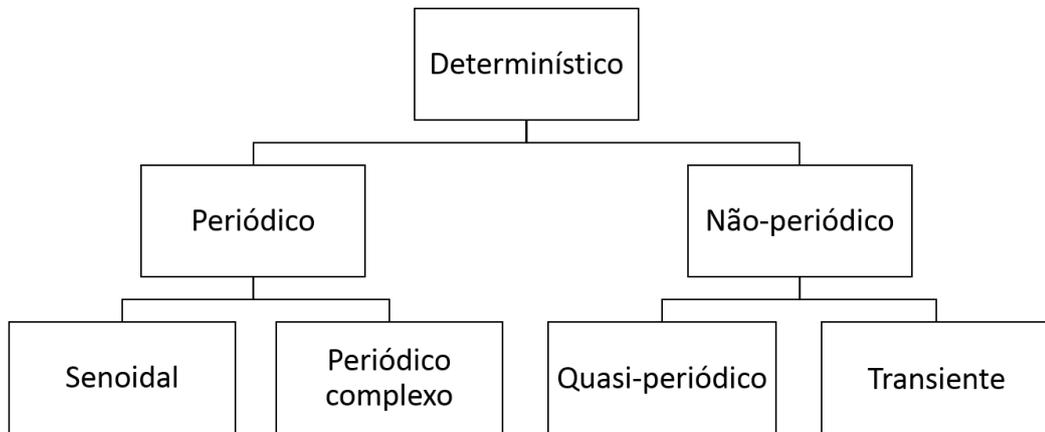


Figura 3.1 – Classificação dos processos determinísticos

Fonte: adaptado de Bendat e Piersol, 2010.

Alguns fenômenos, no entanto, não podem ser descritos de forma exata para qualquer instante por apresentarem um comportamento aleatório, devendo ser tratados de modo estatístico, por exemplo a altura de uma onda no mar revolto [Bendat e Piersol, 2010]. A Figura 3.2 apresentação a classificação dos processos aleatórios.

As propriedades de um processo aleatório podem ser descritas em qualquer instante por meio das médias das amostras que caracterizam o processo. Conforme a Figura 3.3, a média do processo no instante t_1 é obtida por meio da soma dos valores das amostras nesse instante e dividido pelo total de amostras [Bendat e Piersol, 2010].

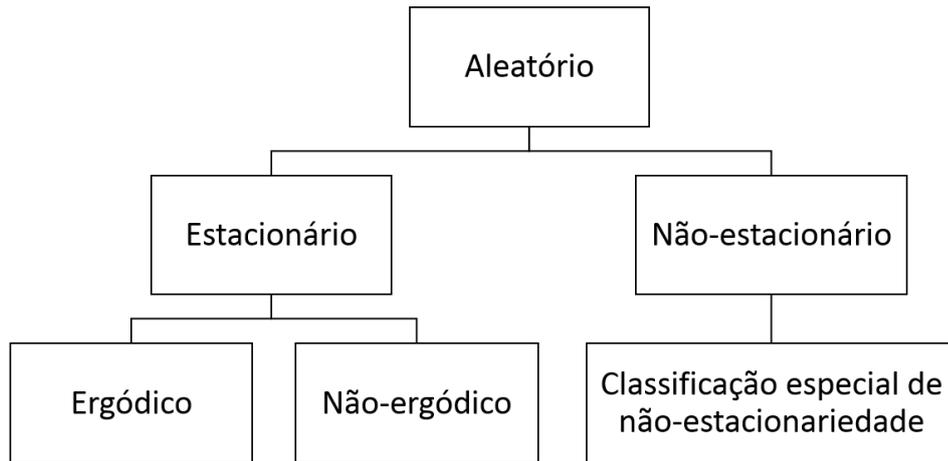


Figura 3.2 – Classificação dos processos aleatórios

Fonte: adaptado de Bendat e Piersol, 2010.

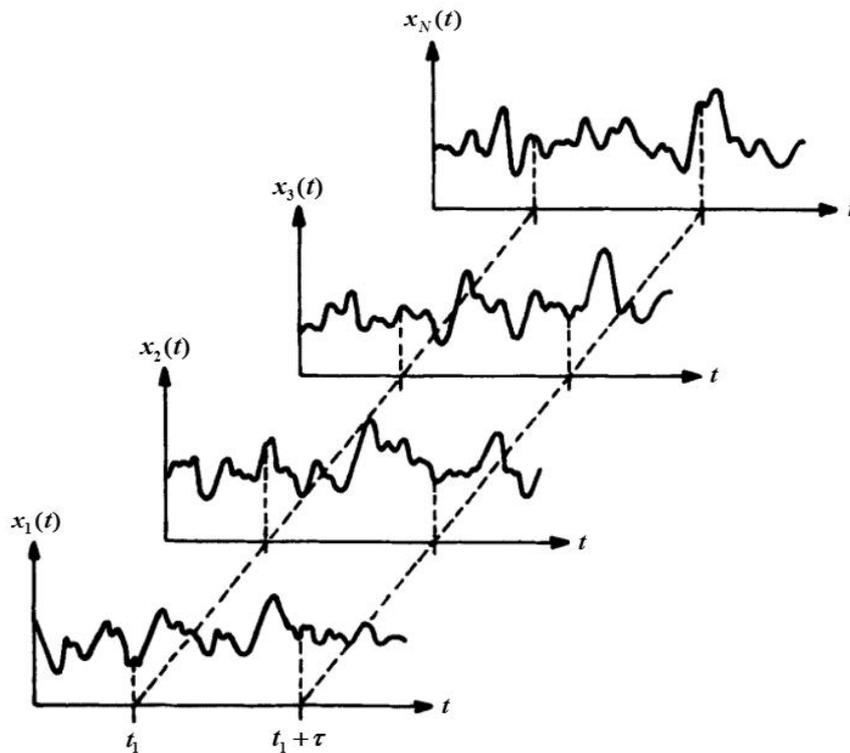


Figura 3.3 – Conjunto de amostras de um processo aleatório

Fonte: Bendat e Piersol, 2010.

Assim, para um processo aleatório $X(t)$ a média $\mu_X(t_1)$ e a autocorrelação $R_X(t_1, t_1 + \tau)$ são dadas pela Equação (3.1) e pela Equação (3.2), respectivamente.

$$\mu_x(t_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1) \quad (3.1)$$

$$R_x(t_1, t_1 + \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1)x_k(t_1 + \tau) \quad (3.2)$$

onde τ é o incremento de tempo em relação ao qual a autocorrelação é calculada, x_k é a k -ésima amostra do conjunto e N é o número total de amostras. Quando a média e a autocorrelação do processo são constantes para qualquer instante de tempo, o denominamos de estacionário. O processo é do tipo ergódico quando a média e a autocorrelação de uma amostra são iguais para todas as amostras do processo.

O cálculo da média e da autocorrelação pode ser expresso em termos da expectativa $E[\cdot]$ e para processos estacionários ergódicos são denotados, conforme a Equação (3.3) e a Equação (3.4) [Wirsching et al., 1995].

$$\mu_x = E[X(t)] \quad (3.3)$$

$$R_x(\tau) = E[X(t)X(t + \tau)] \quad (3.4)$$

A maioria dos processos estacionários naturais apresentam comportamento estacionário e ergódico e apenas estes serão considerados [Pereira et al., 1986; Wirsching et al., 1995; Bendat e Piersol, 2010].

3.2 Transformadas de Fourier

3.2.1 Série de Fourier

Uma função $x(t)$ é periódica se existe um período T para o qual a função repete seu valor, podendo ser representada por meio de uma soma infinita de senos e cosseno, segundo a Equação (3.5) [Wirsching et al., 1995].

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) \right] \quad (3.5)$$

onde t é o tempo, n o número de termos da aproximação e a_0 , a_n e b_n são os coeficientes constantes de Fourier dados pela Equação (3.6), Equação (3.7) e Equação (3.8), respectivamente.

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (3.6)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt \quad n = 0, 1, \dots \quad (3.7)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.8)$$

Assim, qualquer função periódica no domínio do tempo t possui uma representação equivalente no domínio da frequência $2\pi n/T$ dada pela série de Fourier. A Figura 3.4 apresenta a série de Fourier aplicada a uma função periódica de onda quadrada utilizando $n = 5$.

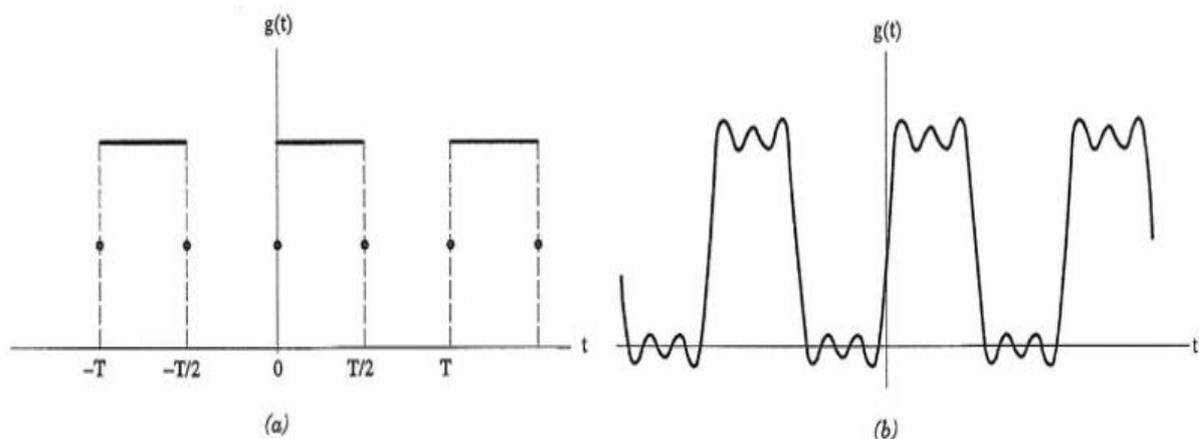


Figura 3.4 – Onda quadrada: (a) analítica e (b) aproximação de Fourier

Fonte: adaptado de Wirsching et al., 1995.

A série de Fourier pode ser expressa na forma complexa da Equação (3.9).

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i2\pi nt/T} \quad (3.9)$$

onde C_n é o coeficiente complexo dado pela Equação (3.10).

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i2\pi nt/T} dt \quad (3.10)$$

3.2.2 Transformada de Fourier

A transformada de Fourier é compreendida como o limite da série de Fourier de uma função com um período infinitamente longo. Na Equação (3.11) $x(t)$ é escrito como uma série de Fourier na forma complexa [Wirsching et al., 1995].

$$x(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i2\pi nt/T} dt \right) e^{i2\pi nt/T} \quad (3.11)$$

Como a frequência em radianos é dada por $\Delta\omega = 2\pi/T$, a Equação (3.11) é reescrita conforme a Equação (3.12).

$$x(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{\Delta\omega}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-in\Delta\omega t} dt \right) e^{in\Delta\omega t} \quad (3.12)$$

Se T tende ao infinito o incremento $\Delta\omega$ se torna infinitesimal e o somatório assume a forma da integral da Equação (3.13).

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \right) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.13)$$

A partir da Equação (3.13) é definido o par das transformadas de Fourier dado pelas Equações (3.14) e (3.15).

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.14)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.15)$$

A Equação (3.14) é a transformada de Fourier e a Equação (3.15) é a transformada inversa de Fourier.

3.2.3 Transformada discreta de Fourier

Não existe uma transformada de Fourier $X(\omega)$ para processos aleatórios estacionários quando utilizados os limites de integração infinitos. Para resolver este problema os limites devem ser restritos a um intervalo de tempo $(0, T)$. A Equação (3.14) pode ser reescrita para este intervalo e em função a frequência f , conforme a Equação (3.16) [Bendat e Piersol, 2010].

$$X(f) = \int_0^T x(t) e^{-i2\pi f t} dt \quad (3.16)$$

Considerando que a variável aleatória $x(t)$ é discreta e composta por N pontos equidistantes por Δt , conforme a Figura 3.5, e adotando $x_n = x(n\Delta t)$ encontra-se a versão discreta da transformada de Fourier dada pela Equação (3.17).

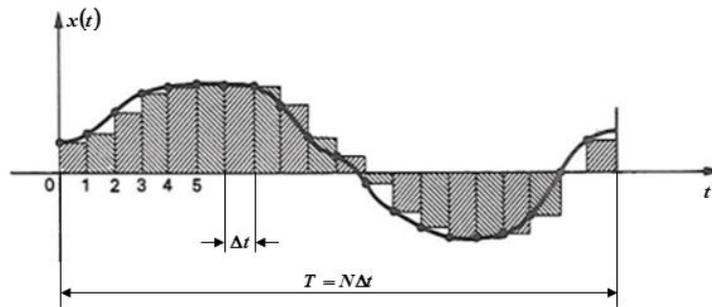


Figura 3.5 – Sinal discreto

Fonte: adaptado de Newland, 2005.

$$X(f) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-i2\pi f n \Delta t} \quad (3.17)$$

As frequências discretas são definidas pela Equação (3.18).

$$f_k = \frac{k}{T} = \frac{k}{N\Delta t} \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.18)$$

Utilizando essas frequências, a Equação (3.17) pode ser expressa conforme a Equação (3.19).

$$X_k = \left(\frac{X(f_k)}{\Delta t} \right) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-i2\pi k n / N} \quad (3.19)$$

O termo Δt é incorporado juntamente com $X(f_k)$ para obter um fator de escala unitário antes do somatório. Os resultados são únicos apenas até $k = N/2$, pois esta é a frequência de Nyquist. A Equação (3.19) é conhecida como a transformada discreta de Fourier (*discrete Fourier transform – DFT*).

3.2.4 Transformada rápida de Fourier

A solução de X_k da Equação (3.19) requer N^2 multiplicações para ser encontrada. Para contornar este problema é utilizado um algoritmo denominado transformada rápida de Fourier (*fast Fourier transform – FFT*) [Wirsching et al., 1995]. Reescrevendo a Equação (3.19) usando a definição da variável complexa $W_N = e^{-i2\pi/N}$, obtém-se a Equação (3.20).

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n W_N^{nk} \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.20)$$

Assumindo que N seja par e considerando $2M = N$, o somatório da Equação (3.20) pode ser dividido entre uma soma dos termos com índice par e outra soma com os termos de índice ímpar, conforme a Equação (3.21).

$$X_k = \sum_{n=0}^{M-1} x_{2n} W_N^{2nk} + W_N^k \sum_{n=0}^{M-1} x_{2n+1} W_N^{2nk} \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.21)$$

onde cada soma é uma DFT. Definindo a variável W_M pela Equação (3.22) e fazendo a consideração da Equação (3.23) podem ser escritas as relações da Equação (3.24).

$$W_N^2 = e^{\frac{-i2\pi}{N}2} = e^{\frac{-i2\pi}{M}} = W_M \quad (3.22)$$

$$y_n = x_{2n} \quad z_n = x_{2n+1} \quad n = 0, \dots, M-1 \quad (3.23)$$

$$Y_k = \sum_{n=0}^{M-1} y_n W_M^{nk} \quad Z_k = \sum_{n=0}^{M-1} z_n W_M^{nk} \quad k = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (3.24)$$

Fazendo uso dessas definições é possível chegar à Equação (3.25) que é a formulação da FFT.

$$X_k = Y_k + W_N^k Z_k \quad k = 0, 1, 2, \dots, M-1 \quad (3.25)$$

O número total de operações para determinar X_k é $(N^2 + N)/2$ e este procedimento gera apenas metade da DFT desejada. No entanto, devido ao fato de a DFT ser periódica, o restante da transformada pode ser obtido por meio das relações da Equação (3.26).

$$Y_{k+M} = Y_k \quad Z_{k+M} = Z_k \quad k = 0, 1, 2, \dots, M - 1 \quad (3.26)$$

3.3 Densidade espectral de potência

A densidade espectral de potência (*power spectral density* – PSD) de um processo aleatório representa a distribuição da potência média da variável aleatória em relação à frequência. Um processo aleatório $X(t)$ é construído por meio da soma de diversos processos harmônicos, conforme estabelecido pela série de Fourier [Wirsching et al., 1995]. Quando o número de harmônicos tende ao infinito, a função de autocorrelação é dada pela Equação (3.27).

$$R_X(\tau) = \sigma^2 \int_0^{\infty} g(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega \quad (3.27)$$

onde σ^2 é a variância do processo. A transformada de Fourier da Equação (3.27) é chamada de densidade espectral de potência e é definida conforme a Equação (3.28). A Equação (3.29) é a transformada inversa e esse conjunto de equações é conhecido como a relação de Wiener-Khinchine.

$$S_X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.28)$$

$$R_X(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_X(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (3.29)$$

Para alterar a variável da PSD da Equação (3.28) de radianos por segundo para Hertz deve ser aplicada a relação $\omega = 2\pi f$. Assim a PSD em hertz é definida pela Equação (3.30).

$$S_X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (3.30)$$

A PSD é positiva e simétrica para qualquer intervalo de frequências. Considerando apenas as frequências positivas, a PSD deve ser multiplicada por 2 para produzir a PSD unilateral $G_X(f)$, conforme a Equação (3.31).

$$G_X(f) = \begin{cases} 2S_X(f) & f \geq 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

A Figura 3.6 apresenta a diferença entre a PSD bilateral e a unilateral.

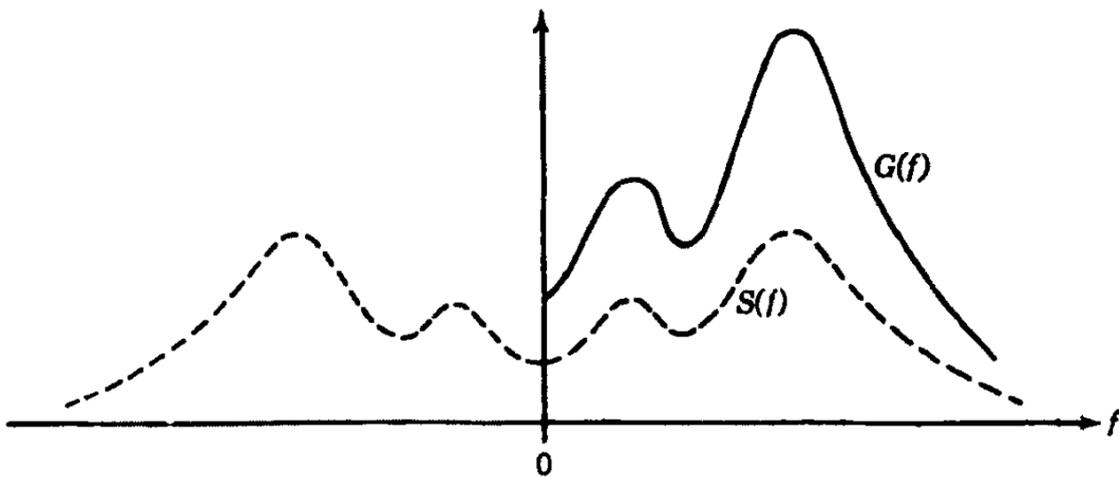


Figura 3.6 – PSD bilateral e unilateral

Fonte: Bendat e Piersol, 2010.

A PSD também pode ser obtida a partir da DFT de um sinal discreto conforme a Equação (3.32) [Bendat e Piersol, 2010].

$$G_X(f) = 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left[|X_k(f)|^2 \right] \quad (3.32)$$

onde T é o período de amostragem.

Algumas propriedades relevantes para calcular a vida em fadiga no domínio da frequência podem ser extraídas da PSD [Nieslony e Macha, 2007], como o momento da PSD m_n dado pela Equação (3.33).

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n G_X(f) df = \sum_{k=1}^N f_k^n G_{Xk}(f) \delta f \quad (3.33)$$

onde n é o índice referente ao momento espectral. Os momentos utilizados são $n=0, 1, 2$ e 4 . A Figura 3.7 exemplifica o cálculo do momento espectral de uma PSD qualquer. Na Figura 3.7 é calculado o momento da área destacada, distante f_k da origem.

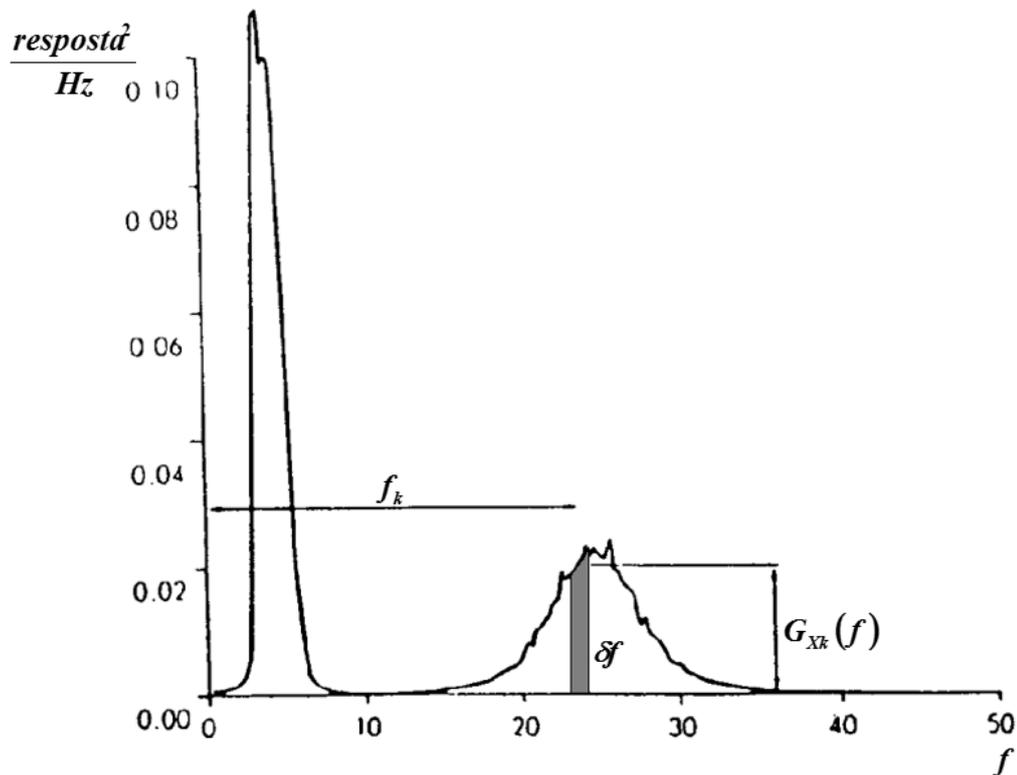


Figura 3.7 – Cálculo do momento espectral a partir de uma PSD

Fonte: adaptado de Bishop et al., 1995.

Através dos momentos da PSD podem ser calculadas as seguintes propriedades:

- Variância do processo aleatório

$$\sigma_X^2 = m_0 \quad (3.34)$$

- Variância da primeira derivada do processo aleatório

$$\sigma_{\dot{X}}^2 = m_2 \quad (3.35)$$

- Variância da segunda derivada do processo aleatório

$$\sigma_{\ddot{X}}^2 = m_4 \quad (3.36)$$

- Área da PSD

$$A_{PSD} = m_0 \quad (3.37)$$

- Desvio padrão

$$\sigma = \sqrt{m_0} \quad (3.38)$$

- Frequência central

$$f_c = \frac{m_1}{m_0} \quad (3.39)$$

- Frequência média esperada

$$f_m = \frac{m_1}{m_0} \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \quad (3.40)$$

- Expectativa de zeros

$$E[0] = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \quad (3.41)$$

- Expectativa de zeros com cruzamento positivo

$$E[0^+] = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (3.42)$$

- Expectativa de picos

$$E[P] = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \quad (3.43)$$

- Fator de irregularidade

$$\gamma = \frac{E[0^+]}{E[P]} = \frac{m_2}{\sqrt{m_0 m_4}} \quad (3.44)$$

3.4 Função densidade de probabilidade

A função que descreve a distribuição da densidade de probabilidade de uma variável aleatória X contínua é denominada função densidade de probabilidade (*probability density function* – PDF) $f_X(x)$ [Wirsching et al., 1995]. A probabilidade de que X ocorra entre a e b é determinada pela Equação (3.45) para uma função contínua.

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x) dx \quad (3.45)$$

onde a probabilidade é a área sob a curva $f_X(x)$ no intervalo de a até b , conforme apresentado na Figura 3.8. A probabilidade para os limites de $-\infty$ a ∞ é igual a 1.

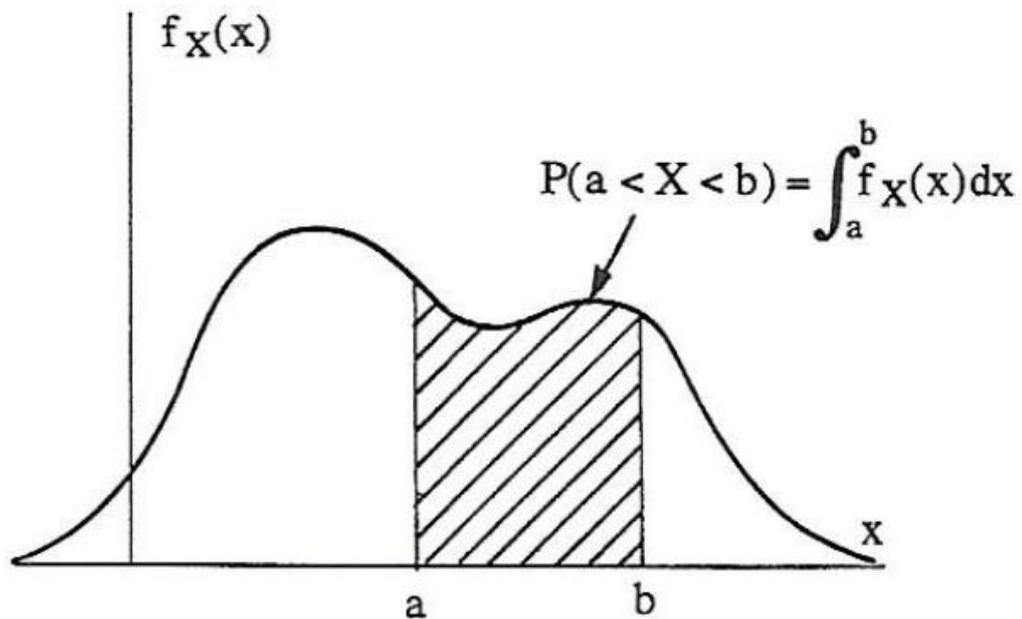


Figura 3.8 – Função densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua

Fonte: Wirsching et al., 1995.

Processos aleatórios discretos não possuem uma PDF $f_X(x)$ definida, sendo necessária sua definição a partir do sinal. A Figura 3.9 apresenta um sinal aleatório onde se deseja calcular a probabilidade $P(x \leq x(t) \leq x + dx)$.

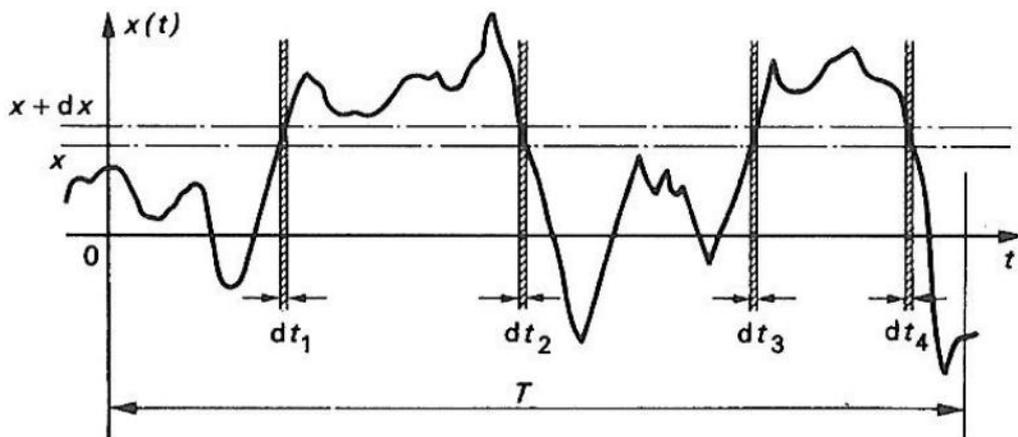


Figura 3.9 – PDF de um processo aleatório

Fonte: Newland, 2005.

No intervalo T , $x(t)$ se encontra na faixa de probabilidade definida nos intervalos dt . A PDF desse processo, considerado como discreto, é dada pela Equação (3.46).

$$P(x \leq x(t) \leq x + dx) = \sum_{i=1}^n \frac{dt_i}{T} \quad (3.46)$$

A partir da PDF é possível obter algumas propriedades como a média μ_X , média quadrática ψ_X^2 e variância σ_X^2 , dados pela Equação (3.47), Equação (3.48) e Equação (3.49), respectivamente.

$$\mu_X = \sum_{i=1}^n x_i p_X(x_i) \quad (3.47)$$

$$\psi_X^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_X(x_i) \quad (3.48)$$

$$\sigma_X^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2 p_X(x_i) \quad (3.49)$$

Os processos aleatórios estacionários são denominados Gaussianos quando sua PDF tem a forma da distribuição normal da Figura 3.10 e são descritos pela Equação (3.50).

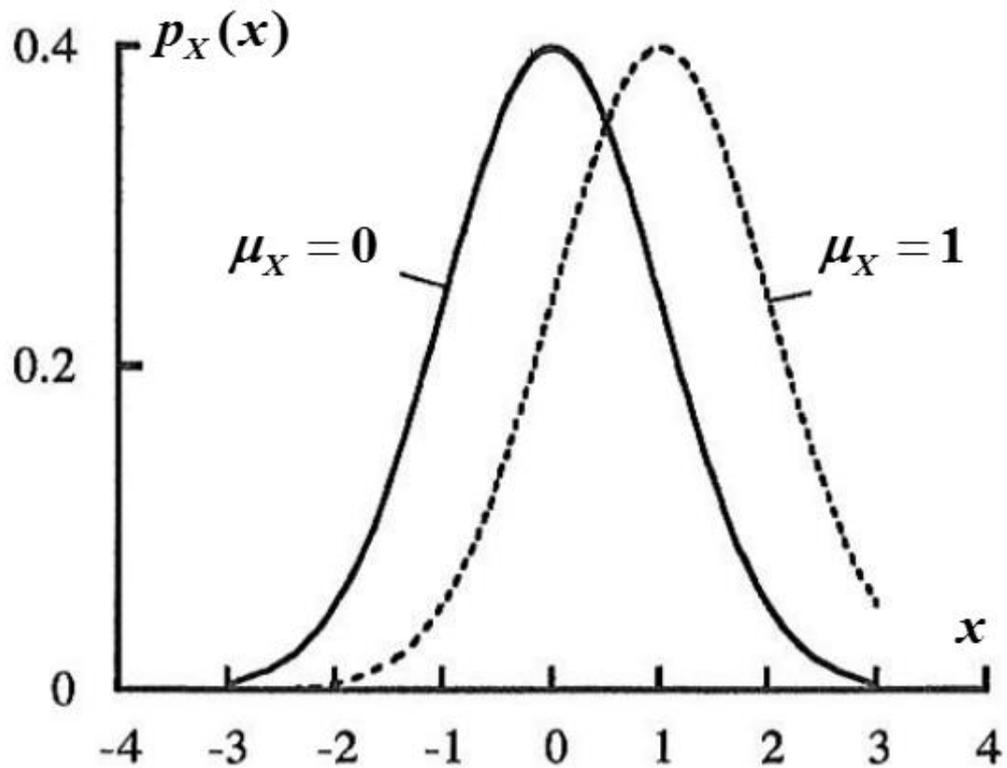


Figura 3.10 – Distribuição Gaussiana

Fonte: adaptado de Wirsching et al., 1995.

$$p_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_X)^2}{2\sigma_X^2}} \quad -\infty < x < \infty \quad (3.50)$$

A distribuição de Rayleigh é outra importante PDF e possui a forma da Figura 3.11 e é definida pela Equação (3.51).

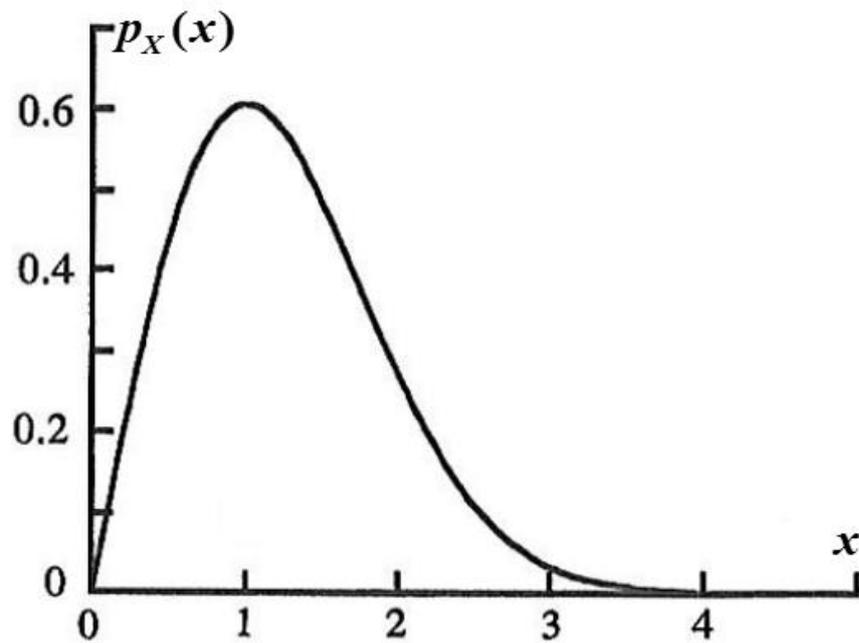


Figura 3.11 – Distribuição de Rayleigh

Fonte: adaptado de Wirsching et al., 1995.

$$p_X(x) = \frac{x}{c^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{c}\right)^2} \quad x > 0 \quad (3.51)$$

A função gama de Euler $\Gamma(z)$ é utilizada na formulação de alguns métodos espectrais [Mrsnik et al., 2013] e é definida pela Equação (3.52).

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad (3.52)$$

3.5 Resposta espectral à solicitação aleatória

3.5.1 Vibração de um sistema com 1 grau de liberdade

Um sistema massa, mola e amortecedor com 1 grau de liberdade (GDL) sujeito a uma excitação externa é representado na Figura 3.12. Pela segunda lei de Newton o movimento do sistema é dado pela Equação (3.53) [Wirsching et al., 1995].

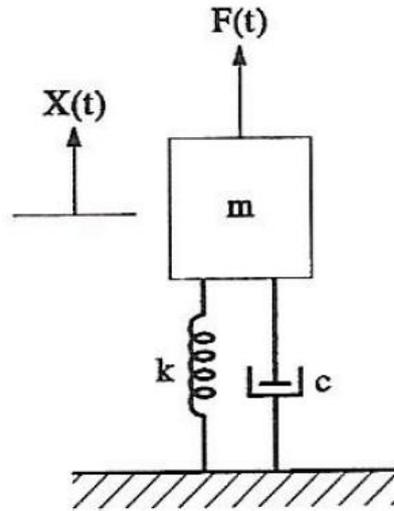


Figura 3.12 – Sistema com 1 GDL

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (3.53)$$

onde m é a massa, c é o amortecimento, k é a rigidez e $f(t)$ é a força excitadora.

Utilizando a definição complexa, a força externa $f(t)$ e a resposta $x(t)$ são definidas pela Equação (3.54) e Equação (3.55), respectivamente.

$$f(t) = f_0 e^{i\alpha t} \quad (3.54)$$

$$x(t) = X_0 e^{i(\alpha t + \phi)} = \tilde{X} e^{i\alpha t} \quad (3.55)$$

onde f_0 é a amplitude da excitação, X_0 é a amplitude do movimento e \tilde{X} é o deslocamento complexo. A Equação (3.53) é reescrita na forma da Equação (3.56), que é a equação do movimento no domínio da frequência.

$$(-m\omega^2 + ic\omega + k)\tilde{X}e^{i\alpha t} = f_0 e^{i\alpha t} \quad (3.56)$$

A partir da Equação (3.56) é possível definir a função de transferência ou função resposta em frequência (FRF) $H(\omega)$ como o deslocamento em função de uma força unitária. A FRF é expressa pela Equação (3.57).

$$H(\omega) = \frac{1}{(-m\omega^2 + ic\omega + k)} \quad (3.57)$$

A função ganho, que representa a amplitude do movimento para uma excitação unitária, pode ser definida como o módulo da FRF, conforme a Equação (3.58).

$$|H(\omega)| = \sqrt{H(\omega)H^*(\omega)} \quad (3.58)$$

onde $H^*(\omega)$ é o complexo conjugado. A Figura 3.13 apresenta a função ganho de um sistema de 1 GDL excitado por uma força externa em função da razão da frequência ω pela sua frequência natural ω_n .

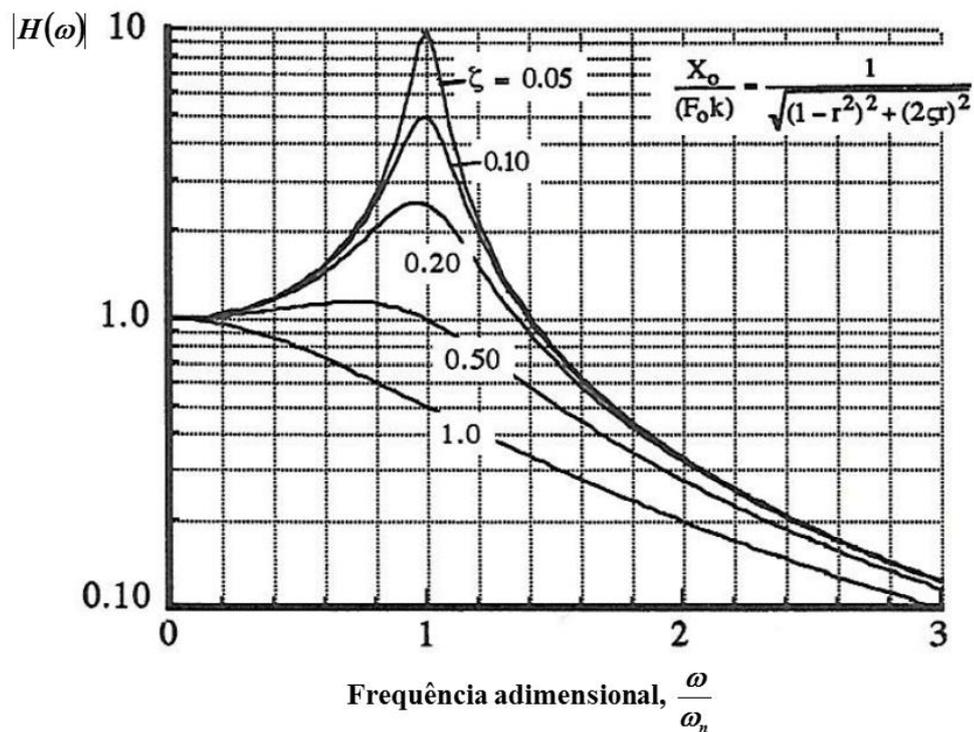


Figura 3.13 – Função ganho de um sistema excitado por força externa

Fonte: adaptado de Wirsching et al., 1995.

Pela definição da FRF e utilizando a transformada de Fourier, a resposta do sistema na frequência é dada pela Equação (3.59). Aplicando a transformada inversa é possível encontrar a solução no domínio do tempo, conforme a Equação (3.60)

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega) \quad (3.59)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)H(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (3.60)$$

3.5.2 Vibração de um sistema com n graus de liberdade

Para determinar a solução de um problema de vibração de um meio contínuo, pode-se dividir o componente em n sistemas formados por uma massa, mola e amortecedor. Para um sistema com n GDL, a Equação (3.53) que expressa movimento de um sistema com 1 GDL pode ser escrita na forma matricial, conforme a Equação (3.61) [Wirsching et al., 1995; Alves Filho, 2005].

$$[m]_{n \times n} \{\ddot{X}\}_{n \times 1} + [c]_{n \times n} \{\dot{X}\}_{n \times 1} + [k]_{n \times n} \{X\}_{n \times 1} = \{f\}_{n \times 1} \quad (3.61)$$

onde $[m]$ é a matriz de massa, $[c]$ é a matriz de amortecimento, $[k]$ é a matriz de rigidez e $\{f\}$ é a força de excitação. A Equação (3.61) é composta por um sistema com n equações acopladas e de difícil solução. Para contornar este problema é empregado o método de superposição modal, onde é realizado uma mudança de coordenadas para desacoplar o sistema de equações.

O método da superposição modal requer primeiramente a solução modal do sistema, onde são determinados os modos e frequências da estrutura em questão. Para isso, a Equação (3.61) é reescrita desprezando os termos de amortecimento c e a força externa f , conforme Equação (3.62).

$$[m]\{\ddot{X}\} + [k]\{X\} = 0 \quad (3.62)$$

onde X é o movimento harmônico expresso na Equação (3.63) e \ddot{X} sua segunda derivada, conforme a Equação (3.64), sendo ϕ a amplitude da resposta.

$$\{X\} = \{\phi\}e^{i\omega t} \quad (3.63)$$

$$\{\ddot{X}\} = -\omega^2 \{\phi\} e^{i\omega t} \quad (3.64)$$

Utilizando as definições da Equação (3.63) e da Equação (3.64), a equação da vibração livre e não-amortecida é dada pela Equação (3.65).

$$[-\omega^2 [m] + [k]] \{\phi\} = 0 \quad (3.65)$$

A Equação (3.65) constitui um autop problema, onde ω^2 é o autovalor que corresponde as frequências naturais e ϕ é o autovetor que determina o modo de vibrar correspondente. A solução desse problema é encontrada através do cálculo do determinante da Equação (3.66).

$$|-\omega^2 [m] + [k]| = 0 \quad (3.66)$$

Pode-se definir a matriz modal Φ , conforme Equação (3.67), como o conjunto de todos os modos calculados pela Equação (3.65).

$$[\Phi] = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_n] \quad (3.67)$$

Para resolver a Equação (3.61) de vibração forçada amortecida é necessário realizar a mudança de variável da Equação (3.68).

$$\{X\} = [\Phi] \{q\} \quad (3.68)$$

onde q é o vetor de coordenadas modais.

Substituindo a Equação (3.68) na Equação (3.61) e pré-multiplicando por $[\Phi]^T$ encontra-se a equação do movimento desacoplada dada pela Equação (3.69).

$$[\Phi]^T [m] [\Phi] \{\ddot{q}\} + [\Phi]^T [c] [\Phi] \{\dot{q}\} + [\Phi]^T [k] [\Phi] \{q\} = [\Phi]^T \{f\} \quad (3.69)$$

Pode-se definir as matrizes modais conforme a Equação (3.70), a Equação (3.71), a Equação (3.72) e a Equação (3.73).

$$[M] = [\Phi]^T [m] [\Phi] \quad (3.70)$$

$$[C] = [\Phi]^T [c] [\Phi] \quad (3.71)$$

$$[K] = [\Phi]^T [k] [\Phi] \quad (3.72)$$

$$\{F\} = [\Phi]^T \{f\} \quad (3.73)$$

onde M é a matriz de massa modal, C é a matriz de amortecimento modal, K é a matriz de rigidez modal e F é o vetor de forças modais. A equação do movimento é escrita na sua forma modal e simplificada conforme a Equação (3.74).

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\} \quad (3.74)$$

A FRF de um sistema de n GDL é dada pela Equação (3.75).

$$\{X(\omega)\} = [H(\omega)]\{F(\omega)\} = [V(\omega)]^{-1}\{F(\omega)\} \quad (3.75)$$

onde $H(\omega)$ é a matriz função resposta em frequência e é definida como a inversa de $V(\omega)$, dada pela Equação (3.76).

$$[V(\omega)] = -\omega^2 [m] + i\omega [c] + [k] \quad (3.76)$$

A PSD de resposta pode ser obtida diretamente quando se conhece a função de transferência $H(\omega)$ e a PSD de excitação $S_F(\omega)$ através da Equação (3.77).

$$[S_X(\omega)] = [H(\omega)] [S_F(\omega)] [H^*(\omega)]^T \quad (3.77)$$

onde $[H^*(\omega)]$ é a matriz dos complexos conjugados de $H(\omega)$. A Equação (3.77) fornece a PSD bilateral da resposta para uma única excitação.

4 VIDA EM FADIGA

Falhas mecânicas são a causa de muitas perdas financeiras e inclusive humanas e envolvem interações complexas entre cargas, tempo e ambiente. As cargas podem ser monotônicas ou variáveis, sendo aplicadas ao longo de décadas, como pontes, ou frações de segundo, como uma arma. A variação de temperatura e corrosividade do meio também afetam a estrutura. Esse conjunto de características juntamente com o tipo de material, geometria e processo de fabricação propicia uma variedade de modos de falha para os componentes mecânicos. A falha causada por carregamentos cíclicos é denominada fadiga e estima-se que corresponda entre 50% à 90% do total de colapsos mecânicos [Stephens et al., 2001]. Os primeiros estudos sobre fadiga foram conduzidos por Albert por volta de 1829, o qual testou correntes utilizadas na mineração que eram submetidas a carregamentos variados [Suresh, 1998], mas foi em 1840 que a fadiga começou a receber maior atenção devido a falhas ocorridas em eixos ferroviários [Stephens et al., 2001]. Entre 1850 e 1860 August Wöhler conduziu a primeira pesquisa sistemática sobre fadiga, introduzindo conceitos utilizados até os dias de hoje [Stephens et al., 2001].

Diversas abordagens e metodologias foram desenvolvidas para determinar a vida de componentes sujeitos a carregamentos variáveis, sendo objeto de diversas pesquisas atualmente [Stephens et al., 2001].

4.1 Característica da fratura

A falha por fadiga se origina na formação de microintrusões e microextrusões devido a deformação plástica causada pelas bandas de cisalhamento do material, dando início a formação de microtrincas. A Figura 4.1 apresenta de forma esquemática a formação dessas regiões [Stephens et al., 2001].

As microtrincas formadas tendem a coalescer e se propagar no plano de maior tensão cisalhante, sendo este período denominado de estágio I ou modo cisalhante. Transcorrido um certo período, esta trinca começa a propagar-se na direção perpendicular à máxima tensão normal, por isso é chamado de modo de tração ou estágio II. As trincas de fadiga podem se propagar de forma intragranular (através do grão) ou intergranular (através do contorno do grão) dependendo do material e tipo de carregamento, sendo o crescimento intragranular o mais observado [Stephens et al., 2001]. Na Figura 4.2 são apresentados estes estágios.

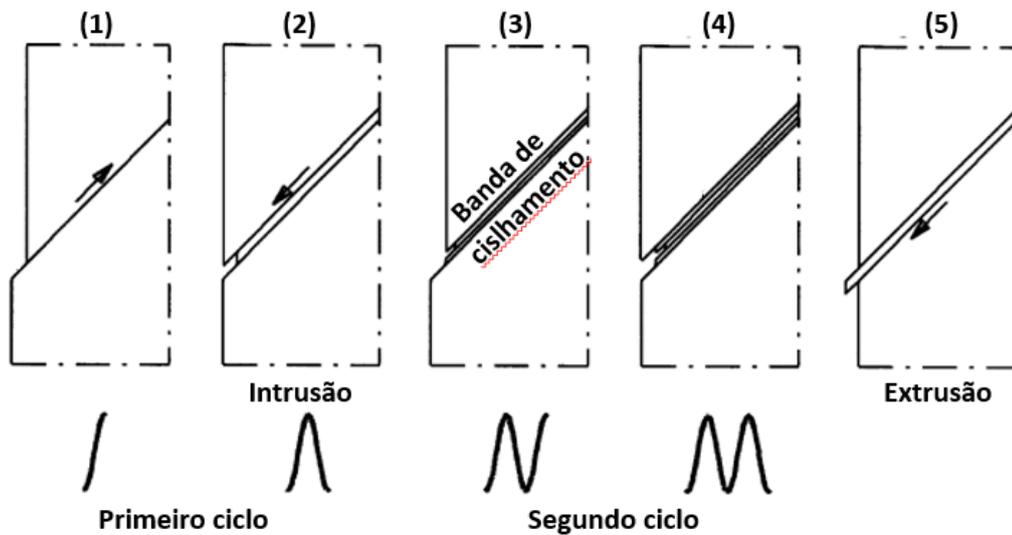


Figura 4.1 – Formação de microintrusões e microextrusões

Fonte: adaptado de Schijve, 2009.

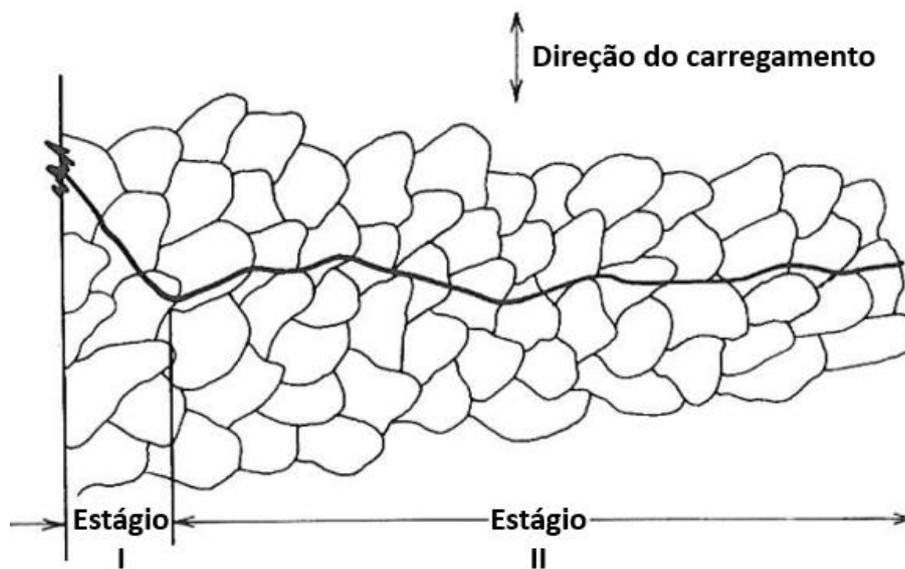


Figura 4.2 – Estágios da propagação de uma trinca de fadiga

Fonte: adaptado de Stephens et al., 2001.

Ao atingir o estágio II, para um carregamento cíclico invariável, a trinca se propaga de forma regular até que ocorra a fratura. Assim, a trinca de fadiga possui dois estágios, onde o período de crescimento inicial é principalmente governado por características da superfície e o período de crescimento é governado pelas propriedades do material [Schijve, 2009].

Ao observar a região fraturada é possível identificar as diferentes fases do fenômeno de propagação da trinca, como pode ser visto na Figura 4.3. A região mais clara da figura é

onde ocorre a propagação da trinca e possui as chamadas marcas de praia. Já na área mais escura a superfície é mais rugosa, sendo onde ocorre a fratura [Xiong e Shenoi, 2011].



Figura 4.3 – Fratografia de uma pá de motor

Fonte: adaptado de Xiong e Shenoi, 2011.

4.2 Vida sob tensão

Estruturas solicitadas por cargas variáveis no tempo estão sujeitas a falharem por fadiga, sendo importante que durante o projeto se considere uma metodologia para o cálculo da vida em fadiga. Existem duas abordagens diferentes para esta estimativa, a vida total e a tolerância ao defeito [Suresh, 1998].

A vida total se baseia na determinação do número total de ciclos de tensão ou deformação que um componente pode experimentar antes de sua falha. O método da vida sob tensão utiliza os ciclos de tensão e é indicado para fadiga de alto ciclo. O método da vida sob deformação considera a deformação cíclica plástica ou total, sendo utilizado quando as falhas ocorrem com um baixo número de ciclos [Suresh, 1998].

A abordagem da tolerância ao dano considera que toda estrutura possui uma falha (microtrincas, inclusões, etc.) pré-existente, sendo esta identificada por meio de ensaios não-destrutivos ou considerada como sendo a resolução do método adotado de detecção. Nessa metodologia se deseja obter o número de ciclos necessários para que o defeito pré-existente cresça até seu tamanho crítico, definido utilizando a teoria da mecânica da fratura. A tolerância ao dano é indicada para projetos cujas falhas provoquem grandes riscos ao meio ou à população, como usinas nucleares e aviação [Suresh, 1998].

As duas abordagens são amplamente utilizadas, mas tendem a apresentar informações conflitantes. Na mecânica da fratura, a resistência à propagação de uma trinca de fadiga geralmente é maior para materiais com maiores tamanhos de grão ou menor limite de

escoamento. Porém, o método da vida sob tensão estima uma vida maior para componentes com materiais mais resistentes e de menor tamanho de grão. Essa aparente divergência é coerente e se encontra no fato de as duas abordagens tratarem o problema de forma distinta, pois a vida sob tensão se baseia no cálculo da resistência a iniciação da trinca enquanto o método da tolerância ao dano se baseia na resistência à propagação de uma trinca existente [Suresh, 1998].

Neste trabalho será abordado apenas o método da vida sob tensão, pois a fadiga esperada é de alto ciclo.

Para a determinação da vida em fadiga de um carregamento cíclico de amplitude constante devem ser feitas algumas definições, conforme a Figura 4.4 [Stephens et al., 2001].

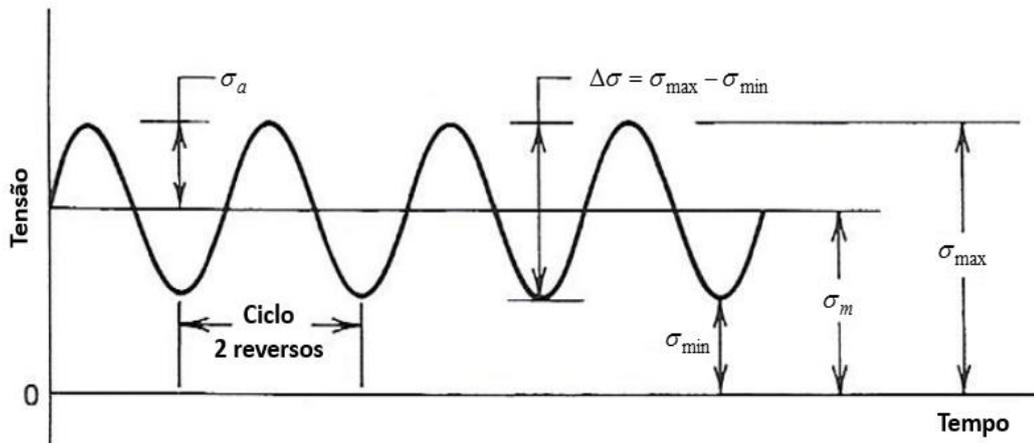


Figura 4.4 – Nomenclatura das tensões para carregamento cíclico

Fonte: adaptado de Stephens et al., 2001.

Da Figura 4.4 é possível encontrar as seguintes relações:

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (4.1)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad (4.2)$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a \quad (4.3)$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a \quad (4.4)$$

onde σ_a é a tensão alternada ou amplitude de tensão, σ_m é a tensão média, σ_{\max} é a tensão máxima, σ_{\min} é a tensão mínima e $\Delta\sigma$ é a variação de tensão. Podem ser definidas também a razão de tensão R e a razão de tensão alternada A , conforme a Equação (4.5) e a Equação (4.6).

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (4.5)$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad (4.6)$$

Dois valores de razão de tensão são bastante utilizados, $R = -1$ e $R = 0$. $R = -1$ ocorre quando a tensão mínima e a máxima possuem a mesma magnitude, mas sendo uma compressiva e a outra trativa. Essa condição é chamada de ciclo totalmente reverso. Quando $R = 0$, a tensão mínima é nula e é denominado de ciclo de tensão pulsante.

Através de repetidos testes de tensão alternada constante em corpos de prova é determinada a curva de Wöhler, ou curva S-N, onde para cada nível de tensão σ_a aplicada existe um número de ciclos N_f até a falha. Duas curvas S-N genéricas em escala log-log estão representadas na Figura 4.5.

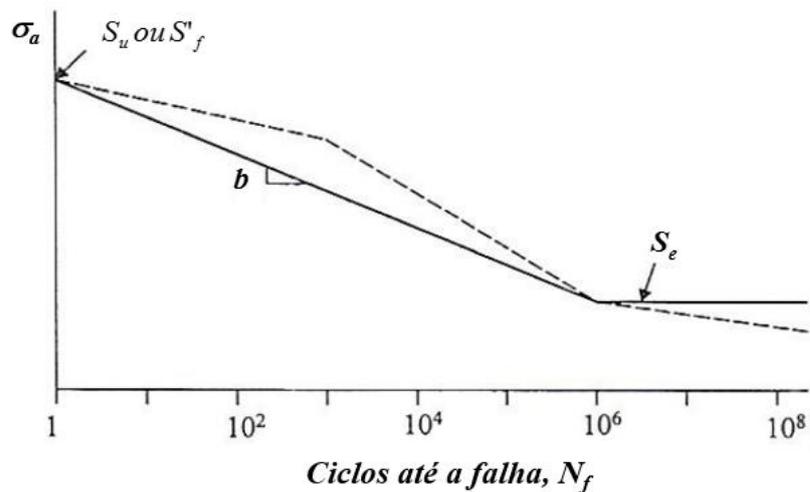


Figura 4.5 – Curva S-N genérica

Fonte: adaptado de Stephens et al., 2001.

Na Figura 4.5 S_u é o limite de resistência à tração, S'_f é coeficiente de resistência à fadiga, S_e é o limite de resistência à fadiga e b é o expoente de resistência à fadiga. O limite de resistência à fadiga existe para alguns materiais, como aços de baixa e média resistência, e se situa na região de 10^6 a 10^7 ciclos, sendo sua faixa de valores de 35% a 50% do limite de resistência à tração [Suresh, 1998]. Em meios corrosivos nenhum material apresenta este limite [Stephens et al., 2001].

Duas curvas S-N distintas são apresentadas na Figura 4.5. A curva de linha contínua é traçada do valor de tensão para 1 ciclo até o valor correspondente a 10^6 ciclos e após uma curva horizontal com o valor de S_e . A curva tracejada é uma aproximação mais representativa, onde são traçadas 3 curvas com inclinações diferentes, a primeira de 1 a 10^3 ciclos, a segunda de 10^3 a 10^6 ciclos e a terceira a partir de 10^6 ciclos.

As relações lineares na escala log-log podem ser expressas por meio da Equação (4.7), conhecida como equação de Basquin.

$$S_{N_f} \text{ ou } \sigma_a = S'_f (2N_f)^b \quad (4.7)$$

onde $2N_f$ é o número de reversões até a falha e S_{N_f} é a resistência à fadiga para $2N_f$ reversões. Valores usuais de b estão na faixa de $-0,05$ a $-0,20$ [Stephens et al., 2001].

A reta do diagrama de Wöhler pode ser expressa também por meio da simplificação da Equação (4.8).

$$\sigma_a^k N_f = S'_f \quad (4.8)$$

onde k é a inclinação da reta e S'_f é o coeficiente de resistência à fadiga [Benasciutti, 2004].

As curvas S-N são desenvolvidas na abordagem da vida total e representam o número de ciclos necessários para nucleação e propagação da trinca de fadiga até a falha completa do componente. No entanto, o tempo necessário apenas para a nucleação da trinca pode variar de alguns poucos ciclos para componentes com concentradores de tensão elevados à 80% da vida para estruturas com acabamento superior e livre de defeitos [Suresh, 1998].

4.2.1 Tensões médias

Os testes realizados para a obtenção das curvas S-N são conduzidos com tensão média σ_m nula. Quando aplicada uma tensão média se verifica uma alteração na vida em fadiga para o mesmo nível de tensão. Na Figura 4.6 é apresentado esse efeito na curva S-N.

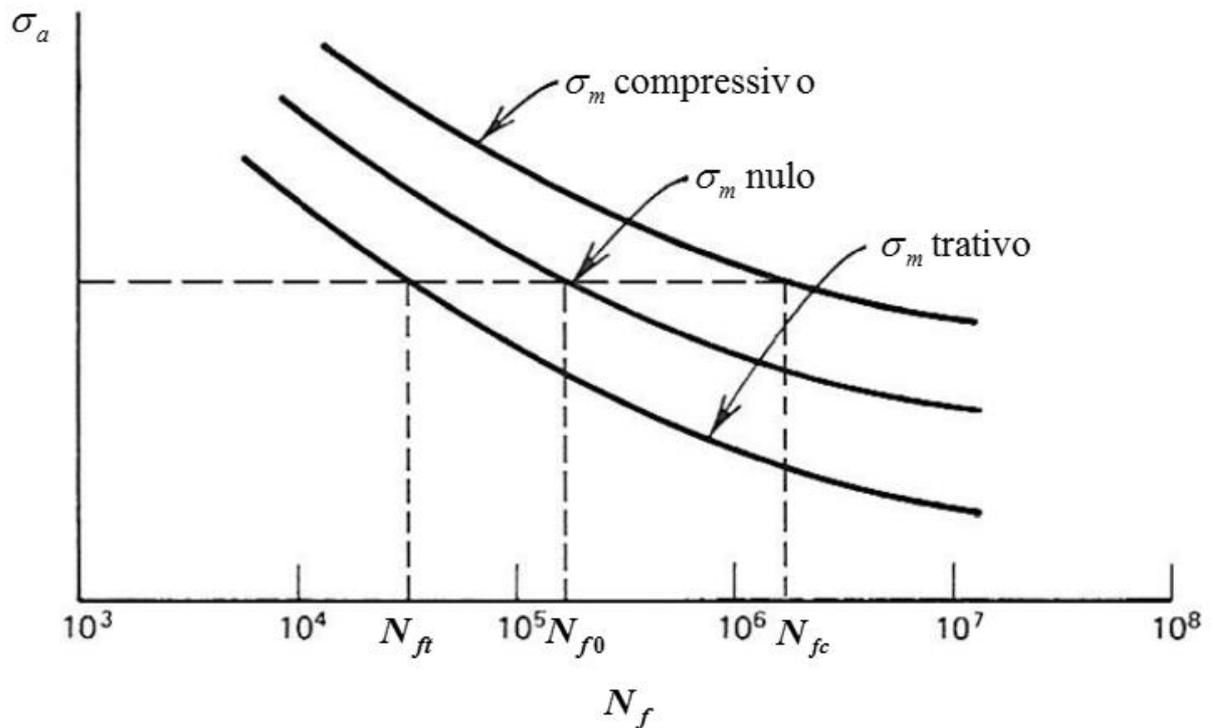


Figura 4.6 – Efeito da tensão média

Fonte: adaptado de Stephens et al., 2001.

Pela Figura 4.6 se verifica que para uma mesmo nível de tensão alternada σ_a o número de ciclos até a falha é alterado, sendo N_{ft} para a tensão média de tração, N_{f0} para tensão média igual a zero e N_{fc} para tensão média de compressão. Pela figura é possível afirmar que tensões médias compressivas são benéficas para a vida em fadiga de um componente [Stephens et al., 2001].

Para avaliar os efeitos das tensões médias é possível traçar os diagramas de vida constante. Na Figura 4.7 se observam diagramas de vida constante para corpos de prova de amplitude constante e sem entalhes para diferentes valores de vida.

Na Figura 4.7, S_y é o limite de escoamento de uma carga monotônica e S'_y é o limite de escoamento para carregamento cíclico. Como se verifica pelo diagrama, tensões médias compressivas permitem uma maior tensão alternada para a mesma vida.

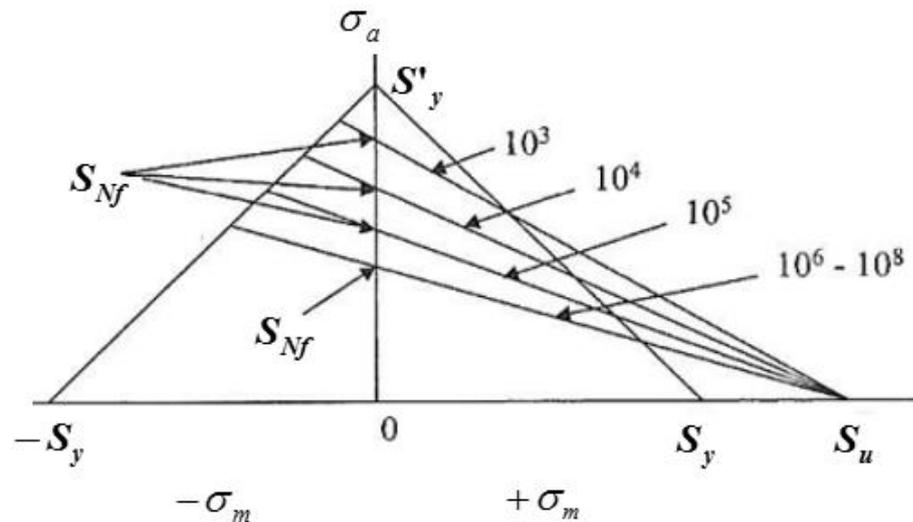


Figura 4.7 – Diagramas de vida constante

Fonte: adaptado de Stephens et al., 2001.

Diferentes métodos foram desenvolvidos para considerar o efeito causado pela tensão média. Os diagramas da Figura 4.7 foram traçados utilizando a teoria de Goodman modificada dada pela Equação (4.9) [Stephens et al., 2001].

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{a,R=-1}} + \frac{\sigma_m}{S_u} = 1 \quad (4.9)$$

onde $\sigma_{a,R=-1}$ é a tensão alternada para um ciclo totalmente reverso. O método de Goodman modificado apresenta boa correlação com dados experimentais de materiais frágeis, sendo conservador para materiais dúcteis. Normalmente não é aplicado quando a tensão média é compressiva, pois apresenta resultado não-conservador [Suresh, 1998].

A parábola de Gerber, dada pela Equação (4.10), apresenta bons resultados para materiais dúcteis sujeitos a tensões médias trativas. No entanto, observando a equação se verifica que não consegue diferenciar o efeito de uma tensão média trativa do efeito da tensão compressiva [Suresh, 1998]. Grande parte dos dados de fadiga se encontram entre a linha de Goodman e a parábola de Gerber [Stephens et al., 2001].

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{a,R=-1}} + \left(\frac{\sigma_m}{S_u} \right)^2 = 1 \quad (4.10)$$

A teoria de Soderberg é dada pela Equação (4.11) e se mostra bastante conservadora por considerar o limite de escoamento.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{a,R=-1}} + \frac{\sigma_m}{S_y} = 1 \quad (4.11)$$

Morrow substitui o limite de resistência à tração S_u da teoria de Goodman modificado pelo coeficiente de resistência à fadiga S'_f , expresso pela Equação (4.12) [Stephens et al., 2001].

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{a,R=-1}} + \frac{\sigma_m}{S'_f} = 1 \quad (4.12)$$

A equação de Basquin, dada pela Equação (4.7), é válida apenas para casos onde a tensão média for nula, sendo então corrigida por Morrow e expressa pela Equação (4.13).

$$S_{N_f} \text{ ou } \sigma_a = (S'_f - \sigma_m) (2N_f)^b \quad (4.13)$$

O número de ciclos para a falha considerando a tensão média é dado pela Equação (4.14).

$$N_f = \left(1 - \frac{\sigma_m}{S'_f} \right)^{\frac{1}{b}} N_{f,R=-1} \quad (4.14)$$

onde $N_{f,R=-1}$ é o número de ciclos para a falha desconsiderando a tensão média.

4.2.2 Multiaxialidade

As tensões multiaxiais são tratadas na fadiga de forma semelhante à utilizada para carregamentos estáticos, utilizando um critério de tensão equivalente. Os critérios mais utilizados para carregamentos proporcionais são o da máxima tensão principal, Equação (4.15), o da máxima tensão cisalhante ou critério de Tresca, Equação (4.16), ou o critério de von Mises, Equação (4.17) [Stephens et al., 2001].

$$\sigma_{a,eq} = \sigma_{a1} \quad (4.15)$$

$$\sigma_{a,eq} = \sigma_{a1} - \sigma_{a3} \quad (4.16)$$

$$\sigma_{a,eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{a1} - \sigma_{a2})^2 + (\sigma_{a2} - \sigma_{a3})^2 + (\sigma_{a3} - \sigma_{a1})^2} \quad (4.17)$$

onde $\sigma_{a,eq}$ é a tensão alternada equivalente e σ_{a1} , σ_{a2} e σ_{a3} são as tensões principais alternadas.

A Figura 4.8 apresenta os três critérios de tensões equivalentes para três diferentes materiais sujeitos a um estado plano de tensões, onde os eixos são as tensões principais σ_{a1} e σ_{a2} normalizadas por S_e . Pela figura é possível observar que o critério de von Mises é o mais adequado para materiais dúcteis, enquanto o critério da máxima tensão principal deve ser preferido quando o material tiver comportamento frágil [Stephens et al., 2001].

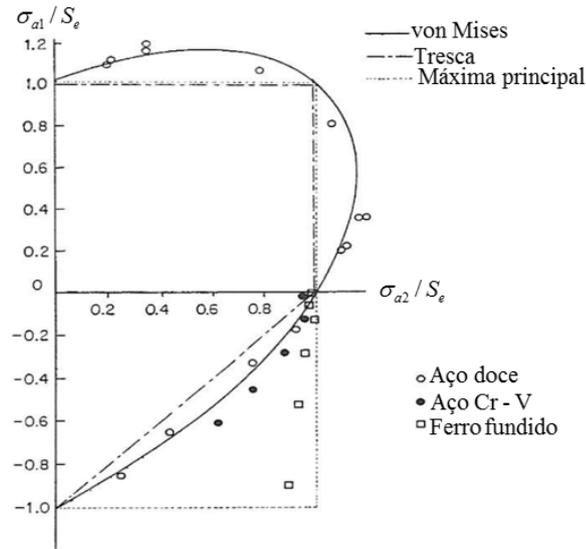


Figura 4.8 – Critérios de falha de tensão equivalente

Fonte: adaptado de Stephens et al., 2001.

Quando a tensão média for diferente de zero, a tensão média equivalente de von Mises pode ser calculada através da Equação (4.18).

$$\sigma_{m,eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{m1} - \sigma_{m2})^2 + (\sigma_{m2} - \sigma_{m3})^2 + (\sigma_{m3} - \sigma_{m1})^2} \quad (4.18)$$

onde $\sigma_{m,eq}$ é a tensão média equivalente e σ_{m1} , σ_{m2} e σ_{m3} são as tensões médias principais.

A tensão média equivalente também pode ser determinada por meio da soma das médias principais, conforme Equação (4.19).

$$\sigma_{m,eq} = \sigma_{m1} + \sigma_{m2} + \sigma_{m3} \quad (4.19)$$

Se as tensões médias são hidrostáticas ($\sigma_{m1} = \sigma_{m2} = \sigma_{m3}$), o critério de von Mises resulta em uma tensão equivalente nula, assim a Equação (4.19) é indicada para esses casos. Outra característica da Equação (4.18) é que sempre resulta em uma tensão média equivalente positiva, dessa forma os efeitos benéficos da tensão compressiva não podem ser considerados [Stephens et al., 2001].

4.3 Vida devido a solicitações aleatórias

Os carregamentos aos quais as estruturas e sistemas estão normalmente submetidos são de amplitudes variáveis. A correta representação das cargas é de fundamental importância para o cálculo de fadiga, sendo importante sua correta medição ou uma predição confiável [Stephens et al., 2001].

Os sucessivos ciclos de carregamento de amplitude variável podem levar a falha por fadiga da estrutura, uma vez que cada ciclo causa um determinado dano e este dano é acumulado ao componente durante seu ciclo de trabalho. O dano produzido é considerado como dependente apenas da sequência de máximos e mínimos do carregamento, não considerando nenhuma característica da curva de excitação [Benasciutti, 2004].

Regras de acúmulo de dano são utilizadas para determinar a vida em fadiga devido a carregamentos aleatórios. Quando a análise é conduzida utilizando o histórico temporal de tensões é necessário contar estes ciclos e calcular a soma do dano de cada ciclo. No entanto, carregamentos aleatórios são melhores compreendidos por meio de suas propriedades estatísticas quando interpretados no domínio da frequência. Assim, nos métodos espectrais é determinada a distribuição estatística dos ciclos e após realizado procedimento de cálculo do dano acumulado [Benasciutti, 2004].

4.3.1 Critério de dano acumulado

Os critérios para o cálculo da vida em fadiga por meio da curva S-N podem ser empregados como foram definidos em carregamentos de amplitude constante. Para carregamentos de amplitude variável é necessário definir uma regra que calcule o dano causado por um bloco de carregamento. Considerando um carregamento de amplitude constante, a estrutura falha quando atinge N_f ciclos para um dado nível de tensão. Logo o dano por cada ciclo pode ser determinado pela Equação (4.20) [Stephens et al., 2001].

$$D = \frac{1}{N_f} \quad (4.20)$$

A regra de acúmulo de dano linear de Palmgren-Miner estabelece que n ciclos causam um dano nD , sendo assim o dano linearmente proporcional ao número de ciclos. Na

Figura 4.9 é considerado um carregamento formado por dois blocos de tensão, S_{a1} e S_{a2} , e sua curva S-N. O dano acumulado para esse carregamento é dado pela Equação (4.21).

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots = 1 \quad (4.21)$$

O critério de acúmulo de dano linear de Palmgren-Miner possui algumas limitações. Os efeitos de sobrecarga são desconsiderados apesar de influenciarem na vida em fadiga, pois sobrecargas trativas provocam plastificação na ponta da trinca, reduzindo seu crescimento. A sequência de carregamento também é ignorada, tendo efeitos similares [Suresh, 1998]. No entanto, diversos métodos alternativos foram propostos mas nenhum consegue remover estas limitações de forma satisfatória. Por esse motivo o método de Palmgren-Miner é o mais utilizado [Stephens et al., 2001].

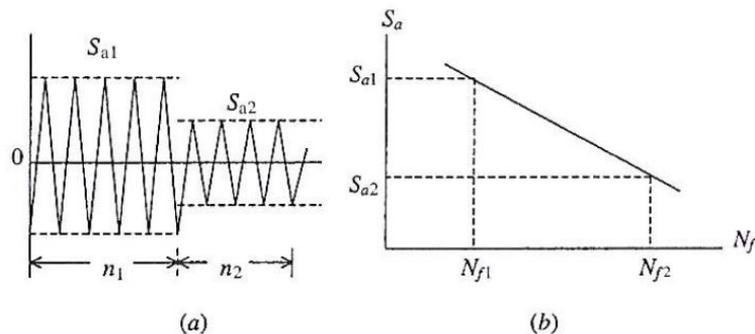


Figura 4.9 – Acúmulo de dano: (a) blocos de amplitude constante; (b) curva S-N

Fonte: adaptado de Stephens et al., 2001.

4.3.2 Estimativa da vida no domínio do tempo

O cálculo da vida em fadiga no domínio do tempo é a abordagem mais empregada, onde um histórico de tensões aleatórias é organizado em ciclos da fadiga utilizando um método de contagem de ciclos e o dano total é calculado como o somatório do dano de cada ciclo através de uma metodologia de acúmulo de dano [Benasciutti, 2004].

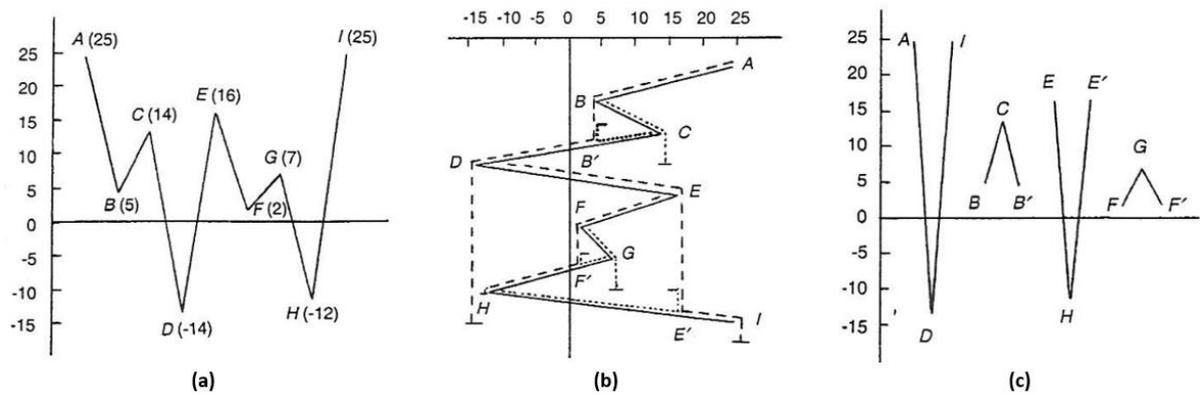


Figura 4.10 – Método *Rainflow*; (a) Sinal de tensão; (b) Contagem *Rainflow*; (c) Resultado

Fonte adaptado de Stephens et al., 2001.

A contagem de ciclos busca identificar os máximos e mínimos de um histórico e contar os ciclos intermediários de forma a maximizar as variações do conjunto. Diferentes métodos de contagem foram desenvolvidos, como o método *Rainflow*, *Range-Pair*, *Racetrack Counting*, *Level-Crossing* e *Peak Counting*, sendo o método *Rainflow* o mais popular e que apresenta o melhor desempenho [Stephens et al., 2001]. Na Figura 4.10 está representada a metodologia *Rainflow* para um sinal de tensão genérico.

O processo de cálculo do dano acumulado é realizado utilizando a contagem de ciclos por meio de uma regra de soma apropriada para o fenômeno de fadiga, sendo a metodologia de Palmgren-Miner a mais utilizada por sua simplicidade [Benasciutti, 2004].

4.3.3 Estimativa da vida no domínio da frequência

Carregamentos aleatórios como o movimento de ondas, turbulências e irregularidades de pistas são melhores descritos de forma estatística, podendo ser representados utilizando uma PSD de excitação [Petrucci e Zuccarello, 2004]. Dessa forma, a vida em fadiga pode ser estimada no domínio da frequência por meio de métodos espectrais [Mrsnik et al., 2013]. O carregamento imposto a um veículo devido ao perfil da pista em que trafega é descrito como um processo aleatório, estacionário, ergódico e Gaussiano, para o qual diversos métodos foram desenvolvidos [Mrsnik et al., 2013].

A abordagem no domínio da frequência é mais eficiente computacionalmente quando se busca calcular por meio do método de elementos finitos a vida em fadiga de um componente, pois necessita de uma análise de resposta em frequência ao invés de uma análise dinâmica no domínio do tempo [Mrsnik et al., 2013]. Pela Equação (3.77) a PSD de resposta é

proporcional à PSD de excitação, onde a proporcionalidade é dada por meio da função resposta em frequência da estrutura. Assim, a análise pelo MEF determina essa matriz, que pode ser utilizada para analisar a resposta a diversas PSDs de excitação.

No entanto, para o cálculo de vida em fadiga a PSD de resposta não possui informação suficiente sobre o histórico de tensões, sendo necessário conhecer a distribuição de probabilidade das amplitudes de tensão [Nieslony e Macha,2007].

O dano acumulado pela regra de Palmgren-Miner de um histórico de tensões aleatórias é dado pela Equação (4.21). Os métodos espectrais não permitem a utilização direta dessa regra, pois não possuem ciclos definidos, sendo necessário utilizar a distribuição dos picos de tensão, conforme a Equação (4.22) [Nieslony e Macha, 2007].

$$n_i = n(\sigma_a) = E[P] \cdot T_o \cdot p(\sigma_a) \quad (4.22)$$

onde n_i é o número de picos com amplitude de tensão σ_a , $p(\sigma_a)$ é a PDF da amplitude de tensão, T_o é o tempo de observação e $E[P]$ é a expectativa de picos. O dano pode ser reescrito conforme a Equação (4.23).

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \frac{E[P] \cdot T_o \cdot p(\sigma_a)}{N_i} \quad (4.23)$$

onde N_i é o número de ciclos até a falha para uma amplitude de tensão σ_a .

Substituindo o somatório por uma notação integral, o dano causado por um período de tempo T_o é dado pela Equação (4.24).

$$D(T_o) = E[P] \cdot T_o \int_0^{\infty} \frac{p(\sigma_a)}{N_i(\sigma_a)} d\sigma_a \quad (4.24)$$

A curva de Wöhler pode ser simplificada utilizando a relação $\sigma_a^k N_f = S_f$ [Benasciutti, 2004]. Assim, o dano pode ser determinado pela Equação (4.25).

$$D(T_o) = \frac{E[P] \cdot T_o}{S_f'} \int_0^{\infty} p(\sigma_a) \cdot \sigma_a^k d\sigma_a \quad (4.25)$$

O dano $D(T)$ para a vida total T é $D(T)=1$, conforme a relação de proporcionalidade da Equação (4.26).

$$\frac{1}{D(T_o)} = \frac{T}{T_o} \quad (4.26)$$

A vida T é determinada substituindo a Equação (4.25) na Equação (4.26), conforme a Equação (4.27).

$$T = \frac{T_o}{D(T_o)} = \frac{S_f'}{E[P] \int_0^{\infty} p(\sigma_a) \cdot \sigma_a^k d\sigma_a} \quad (4.27)$$

A Equação (4.25) e a Equação (4.27) determinam o dano e a vida, respectivamente, para um problema geral de vida em fadiga devido a solicitações aleatórias, sendo essas equações dependentes apenas do método de contagem de ciclos utilizado. O método *Rainflow* é normalmente utilizado, pois apresenta os melhores resultados em comparação aos demais métodos [Benasciutti, 2004].

4.3.3.1 Método da Banda Estreita

Para um processo de banda estreita a PDF de tensão amplitude de tensão segue uma distribuição de Rayleigh, conforme Equação (4.28) [Nieslony e Macha, 2007].

$$p(\sigma_a) = \frac{\sigma_a}{m_0} e^{-\left(\frac{\sigma_a^2}{2m_0}\right)} \quad (4.28)$$

onde m_0 é o momento espectral para $n = 0$.

Substituindo a Equação (4.28) na Equação (4.25) e realizando uma troca de variáveis é possível determinar o dano para um processo de banda estreita conforme a Equação (4.29).

$$D(T_o) = \frac{E[P]}{S_f'} \cdot T_o \sqrt{2m_0}^k \Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right) \quad (4.29)$$

onde $\Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right)$ é a função gama de Euler. A partir da Equação (4.29) é definida a intensidade do dano como sendo o dano para $T = 1s$, denotado por \bar{D} [Benasciutti, 2004].

A vida para esse processo é determinada pela Equação (4.30).

$$T = \frac{S_f'}{E[P] \sqrt{2m_0}^k \Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right)} \quad (4.30)$$

Para um sinal de tensão de banda estreita a expectativa de picos $E[P]$ é igual à expectativa de zeros com cruzamento positivo $E[0^+]$.

A Equação (4.30) é válida apenas para processos de banda estreita, pois possui algumas limitações, como o fato de definir que a distribuição de picos segue uma distribuição de Rayleigh e considerar que a curva de S-N possui uma única reta para todas as amplitudes de tensão. Se aplicada a processos de banda larga tende a superestimar o valor do dano que seria obtido pelo método *Rainflow* [Benasciutti, 2004].

Para tentar corrigir o erro no cálculo do dano para processos de banda larga Wirsching e Light propuseram a correção dada pela Equação (4.31).

$$\bar{D}_{RFC} = \rho_{WL} \bar{D}_{NB} \quad (4.31)$$

onde D_{RFC} é o dano calculado pelo método *Rainflow*, D_{NB} é o dano calculado por meio do método de banda estreita e ρ_{WL} é um fator empírico dado pela Equação (4.32).

$$\rho_{WL} = a(k) + [1 - a(k)](1 - \varepsilon)^{b(k)} \quad (4.32)$$

onde $a(k)$ e $b(k)$ são parâmetros de ajuste, dados pela Equação (4.33) e pela Equação (4.34), e $\varepsilon = \sqrt{1 - \gamma^2}$ é um coeficiente em função do fator de irregularidade γ , que expressa a

relação entre a expectativa de zeros de um sinal aleatório e a expectativa de picos do mesmo sinal.

$$a(k) = 0,926 - 0,033k \quad (4.33)$$

$$b(k) = -2,323 + 1,587k \quad (4.34)$$

4.3.3.2 Método de Dirlik

O método de Dirlik define por meio de uma aproximação empírica que a distribuição da amplitude de tensão pelo método *Rainflow* é dada pela combinação de uma distribuição exponencial e duas distribuições de Rayleigh, sendo essa aproximação obtida após diversas simulações de Monte Carlo para diferentes históricos de tensão [Nieslony e Macha, 2007]. A PDF de amplitude de tensão é dada pela Equação (4.35).

$$p_{RFC}^{DK}(\sigma_a) = \frac{1}{\sqrt{m_0}} \left(\frac{D_1}{Q} e^{-\frac{Z}{Q}} + \frac{D_2 Z}{R^2} e^{-\frac{Z^2}{2R^2}} + D_3 Z e^{-\frac{Z^2}{2}} \right) \quad (4.35)$$

onde Z é a amplitude normalizada e D_1 , D_2 , D_3 , Q e R são parâmetros de ajuste do modelo, dados pelas equações abaixo:

$$D_1 = \frac{2(x_m - \gamma^2)}{1 + \gamma^2} \quad (4.36)$$

$$D_2 = \frac{1 - \gamma - D_1 + D_1^2}{1 - R} \quad (4.37)$$

$$D_3 = 1 - D_1 - D_2 \quad (4.38)$$

$$Q = \frac{1,25(\gamma - D_3 - D_2 R)}{D_1} \quad (4.39)$$

$$R = \frac{\gamma - x_m - D_1^2}{1 - \gamma - D_1 + D_1^2} \quad (4.40)$$

onde x_m é definido em função dos momentos espectrais conforme a Equação (4.41).

$$x_m = \frac{m_1}{m_0} \sqrt{\frac{m_2}{m_4}} \quad (4.41)$$

A intensidade do dano pelo método de Dirlik é dado pela Equação (4.42) [Benasciutti, 2004].

$$\bar{D}_{RFC}^{DK} = \frac{E[P]}{S_f'} \sqrt{m_0^k} \left[D_1 Q^k \Gamma(1+k) + \sqrt{2}^k \Gamma\left(1 + \frac{k}{2}\right) (D_2 |R|^k + D_3) \right] \quad (4.42)$$

O método de Dirlik apresenta melhores resultados em comparação com outros métodos e pode ser aplicado a problemas de banda estreita e banda larga [Nieslony e Macha, 2007], apesar de ser uma metodologia empírica sem nenhuma base teórica [Benasciutti, 2004].

4.3.3.3 Método de Benasciutti-Tovo

Para um processo Gaussiano e utilizando a regra de acúmulo de dano linear, Rychlik provou que existe uma relação entre o dano obtido por meio de diferentes métodos de contagem, conforme a Equação (4.43) [Nieslony e Macha, 2007].

$$\bar{D}_{RC} \leq \bar{D}_{RFC} \leq \bar{D}_{NB} \quad (4.43)$$

onde \bar{D}_{RC} é o dano pelo método *Range count*, \bar{D}_{RFC} é o dano *Rainflow* e \bar{D}_{NB} é o dano *Narrow band*. Para determinar \bar{D}_{RFC} é necessário definir o ponto intermediário entre os dois limites conforme a Equação (4.44).

$$\bar{D}_{RFC}^{TB} = b\bar{D}_{NB} + (1-b)\bar{D}_{RC} \quad (4.44)$$

O dano *Range count* é aproximado pela Equação (4.45), [Nieslony e Macha, 2007].

$$\bar{D}_{RC} = \gamma^{k-1} \frac{E[P]}{S_f} \sqrt{2m_0}^k \Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right) = \gamma^{k-1} \bar{D}_{NB} \quad (4.45)$$

Substituindo a Equação (4.45) na Equação (4.44) é possível definir \bar{D}_{RFC}^{TB} por meio da Equação (4.46).

$$\bar{D}_{RFC}^{TB} = [b + (1-b)\gamma^{k-1}] \bar{D}_{NB} \quad (4.46)$$

onde b é um coeficiente determinado por meio de simulações numéricas, conforme Equação (4.47).

$$b = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) [1,112(1 + \alpha_1\alpha_2 - \alpha_1 - \alpha_2)e^{2,1\alpha_2} + \alpha_1 - \alpha_2]}{(\alpha_2 - 1)^2} \quad (4.47)$$

Os parâmetros espectrais α_1 e α_2 são definidos pela Equação (4.48) e para $n = 2$, $\alpha_2 = \gamma$.

$$\alpha_n = \frac{m_n}{\sqrt{m_0 m_{2n}}} \quad (4.48)$$

O método de Benasciutti-Tovo apresenta resultados melhores que o de Dirlik para uma série de aplicações, podendo ser considerado um substituto ao método [Mrsnik et al., 2013]. No entanto, o método proposto só pode ser aplicado juntamente com a hipótese de dano linear, ao contrário do método de Dirlik [Nieslony e Macha, 2007].

5 ESTUDO DE CASOS

5.1 Generalidades

A teoria apresentada permite determinar a vida em fadiga de estruturas sujeitas a carregamentos aleatórios por meio da abordagem espectral. Com o objetivo de verificar os métodos apresentados, uma placa retangular com um furo será utilizada como estudo de caso, para a qual a vida em fadiga será determinada. Para observar a aplicabilidade dessa metodologia em componentes mais complexos será estimada a vida em fadiga de um suporte de sinaleira utilizado em um implemento rodoviário do tipo *dolly*.

Para o cálculo da vida em fadiga no domínio da frequência uma análise de resposta em frequência pelo método de elementos finitos é realizada por meio da técnica de superposição modal utilizando o *software* Abaqus® para obter a função de transferência dos componentes. A FRF obtida pela análise de elementos finitos é exportada para o nCode®, onde é gerada a PSD de tensões e calculada a vida pelo método de Dirlik. O sinal de excitação utilizado representa um espectro automotivo. O método de Benasciutti-Tovo foi programado em Matlab® e seu resultado foi comparado com o obtido pelo método de Dirlik, tanto o fornecido pelo nCode® como o encontrado por uma rotina de Matlab®. Na Figura 5.1 é apresentado o fluxograma da análise realizada.

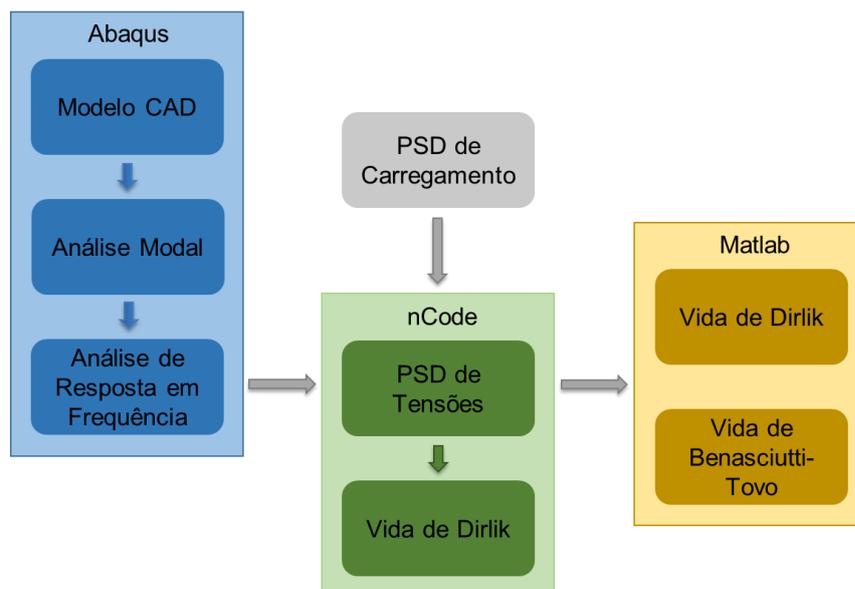


Figura 5.1 – Fluxograma de análise

Com o intuito de comparar as metodologias no domínio do tempo e da frequência, a mesma placa foi simulada no Abaqus[®] através de uma análise dinâmica explícita, obtendo o histórico de tensão no tempo para a curva de carregamento utilizada na análise espectral.

O pseudocódigo referente ao cálculo da vida no Matlab[®] pelo método de Dirlik e pelo de Benasciutti-Tovo é descrito na Figura 5.2 Figura 1.1.

Definir parâmetros iniciais: frequência da PSD f ; tensão da PSD σ ; tempo do sinal de análise t ; limite de resistência à tração S_u ;

Definir a curva S-N: tensão S_1 para 10^3 ciclos; tensão S_2 para 10^6 ciclos; inclinação b_1 ; inclinação b_2 ; coeficiente de resistência à fadiga S_f' ;

Determinar os parâmetros espectrais: momento m_0 ; momento m_1 ; momento m_2 ; momento m_4 ; expectativa de picos $E[P]$; expectativa de zeros $E[0]$;

Determinar a PDF Dirlik: calcular a PDF de Dirlik; tensão normalizada Z ; a frequência média x_m ; parâmetro de Dirlik D_1 ; D_2 ; D_3 ; Q ; R ;

Determinar o dano pelo método de Dirlik: utilizando a PDF de Dirlik e a expectativa de picos $E[P]$;

Determinar o dano pelo método de Benasciutti-Tovo: calcular a PDF de banda estreita; parâmetro α_1 ; parâmetro α_2 ;

Figura 5.2 – Pseudocódigo da rotina em Matlab[®]

5.2 Caso 1: vida em fadiga de uma placa com furo

Com o intuito de compreender o potencial da abordagem espectral para o cálculo da vida em fadiga foi utilizado inicialmente um componente simples, sendo representado por uma placa com furo conforme a Figura 5.3. A espessura adotada é de 0,5 mm.

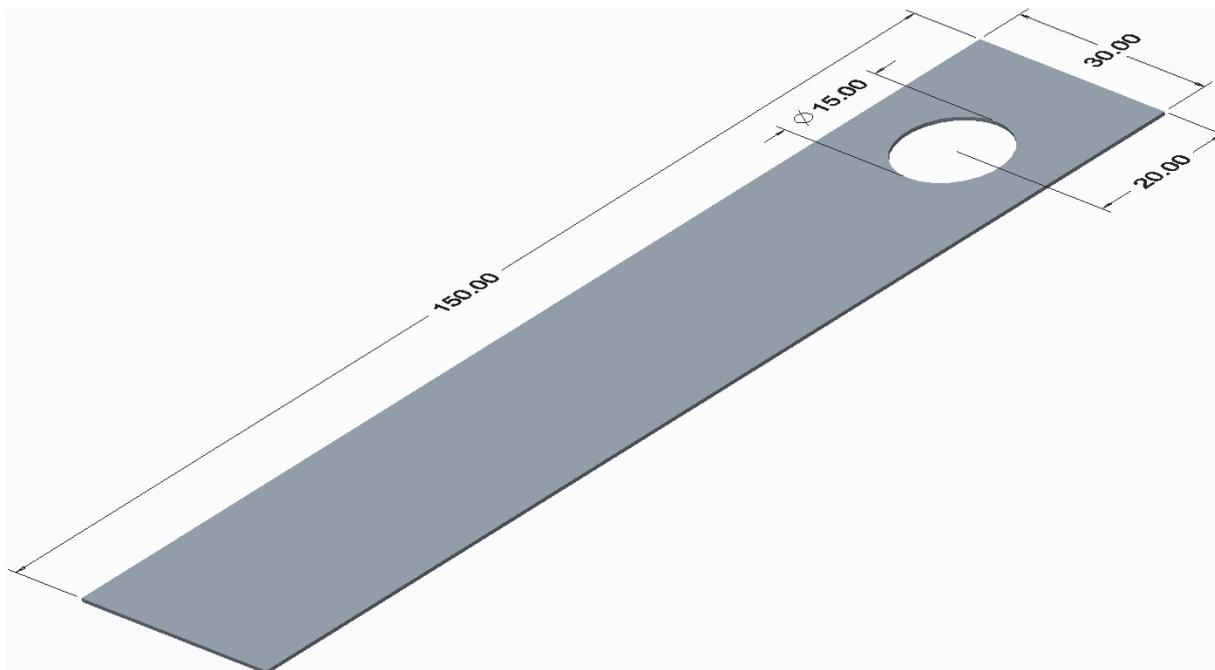


Figura 5.3 – Geometria da placa

O cálculo da vida no domínio da frequência possui diferentes etapas, conforme apresentado na Figura 5.1. O fluxograma apresentado é detalhado ao longo do trabalho mostrando as variáveis envolvidas nessa metodologia.

5.2.1 Simulações pelo método de elementos finitos

As etapas iniciais para a determinação da vida em fadiga consistem de simulações numéricas do componente utilizando o método de elementos finitos, sendo utilizado o *software* Abaqus[®] 6.13-4 em um *notebook* Dell[®] XPS 15 com processador Intel[®] i7-2860QM com 2,5 GHz e 16 GB de memória DDR3 667 MHz.

A placa foi criada diretamente no *software* e particionada de forma a permitir a criação de uma malha estruturada. A malha gerada consiste de 1152 nós e 1056 elementos de casca quadrilátero linear do tipo S4R, segundo a nomenclatura do programa. A Figura 5.4 mostra a malha obtida.

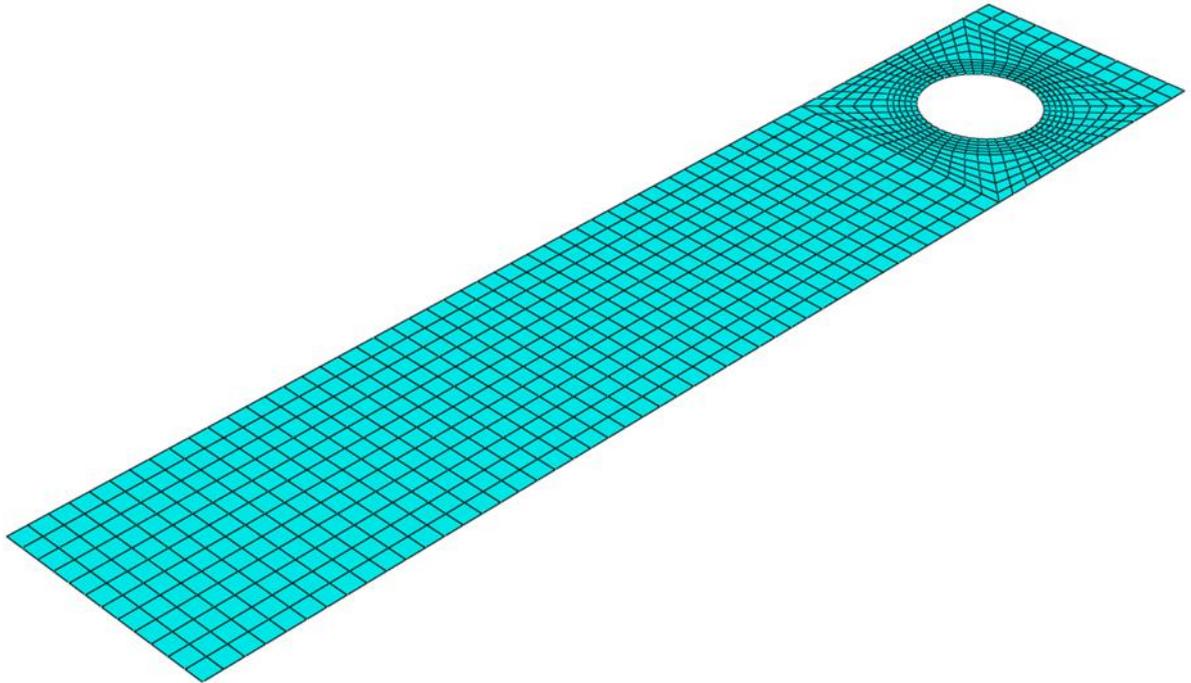


Figura 5.4 – Malha de elementos finitos

Essa malha é utilizada para todas as análises realizadas. Para as simulações pelo MEF realizadas o material adotado foi aço estrutural, tendo suas propriedades mecânicas definidas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Propriedades mecânicas do material

Densidade	7.850 kg/m ³
Módulo de elasticidade	210 GPa
Coefficiente de Poisson	0,3
Tensão de escoamento	250 MPa

5.2.1.1 Análise Modal

No método espectral é utilizada a função resposta em frequência da estrutura para o cálculo de vida. Como a FRF é obtida por meio de uma análise dinâmica de superposição modal é necessário primeiramente conhecer os modos e frequências da estrutura realizando uma análise modal. A condição de contorno adotada foi o engaste da aresta menor próxima ao furo, conforme Figura 5.5. Na figura é destacada a posição do nó 141, pois este se caracteriza como o nó crítico ao longo das análises.

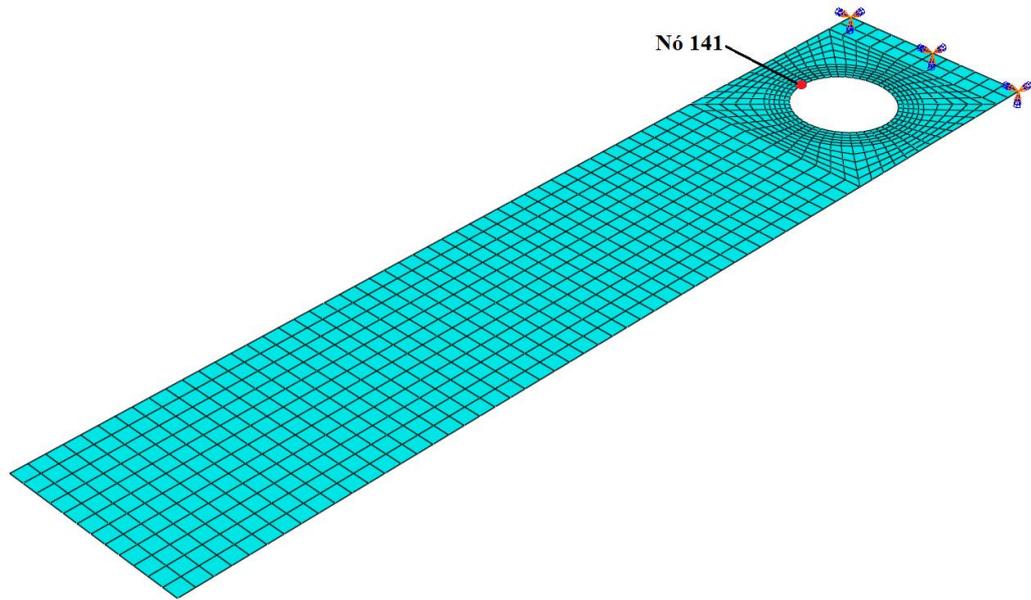
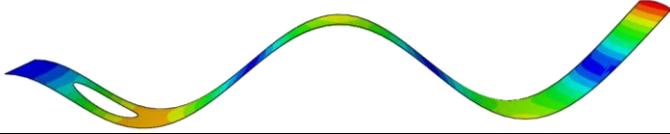
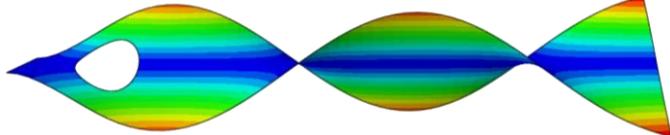
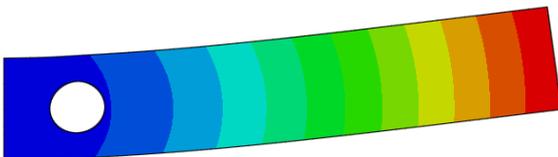
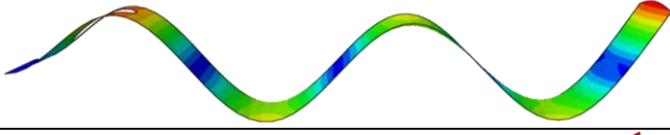
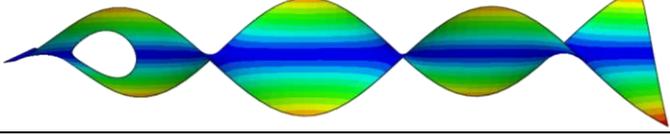
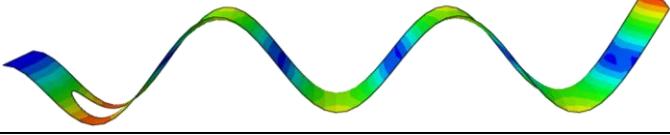
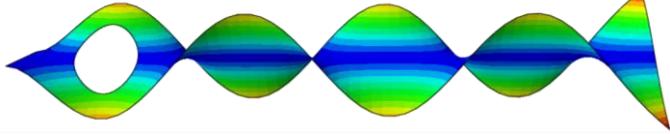
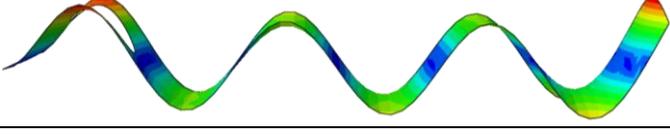
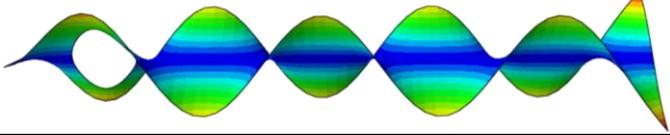
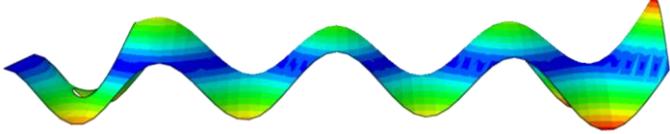


Figura 5.5 – Engaste da análise modal

Na análise modal foi solicitada a solução dos 15 primeiros modos e frequências, sendo os resultados apresentados na Tabela 5.2. O fator de amortecimento adotado foi de 2% de forma global, dentro da faixa estabelecida para estruturas metálicas contínuas [Adams e Askenazi, 1999].

Tabela 5.2 – Frequências e modos de vibrar da placa

Número	Frequência	Modo
1	16,8 Hz	
2	114,9 Hz	
3	178,2 Hz	
4	331,1 Hz	
5	553,7 Hz	

6	654,6 Hz	
7	973,8 Hz	
8	1045,4 Hz	
9	1087,9 Hz	
10	1448,4 Hz	
11	1637,2 Hz	
12	1981,8 Hz	
13	2292,4 Hz	
14	2582,8 Hz	
15	2991,6 Hz	

5.2.1.2 Função de resposta em frequência

A função resposta em frequência determina a resposta da estrutura para um carregamento unitário em função da frequência de excitação. A FRF é obtida por meio de

uma análise harmônica utilizando o método de superposição modal utilizando os modos apresentados na Tabela 5.2.

Para determinar a FRF da estrutura é necessário definir o intervalo de frequência para o qual a solução deve ser encontrada. Na análise harmônica definiu-se a frequência de varredura de 0 a 200 Hz, pois corresponde à frequência de Nyquist do sinal experimental utilizado posteriormente no cálculo de dano. O carregamento imposto consiste de uma excitação de aceleração na base de valor 1g aplicado na direção vertical na região engastada. A Figura 5.6 mostra a FRF do nó crítico para as condições de contorno aplicadas.

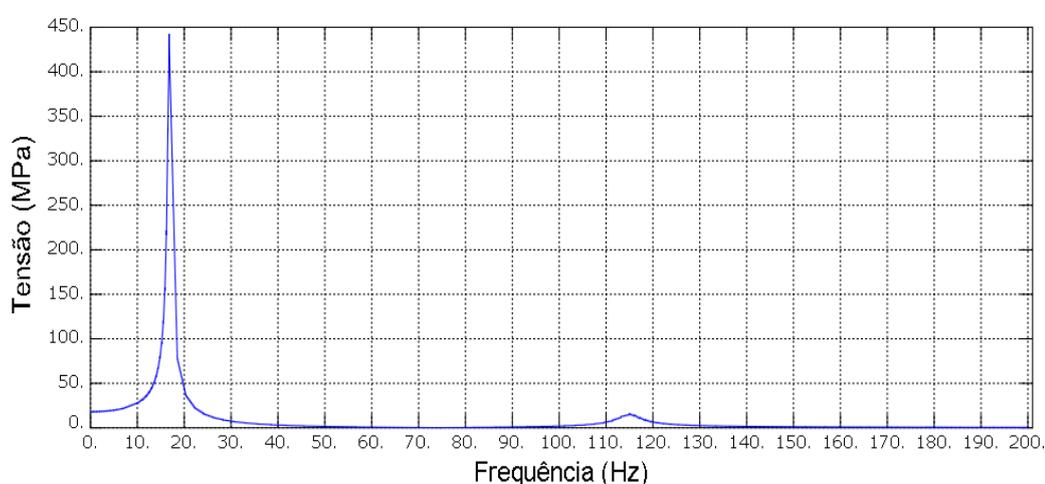


Figura 5.6 – FRF de tensão no nó crítico

Analisando a Figura 5.6 se percebe a existência de dois picos de tensão na resposta em frequência. Estes picos coincidem com as frequências de vibração do primeiro e segundo modo, que são modos de flexão. Não é possível verificar a existência de um pico referente ao terceiro modo, pois este é um modo de torção e o carregamento imposto não tende a excitar a estrutura dessa forma.

5.2.2 Vida em fadiga

5.2.2.1 Estimativa de vida pelo nCode®

Após determinada a FRF pelo método de elementos finitos é possível proceder com o cálculo de vida em fadiga, sendo essa etapa primeiramente realizada no *software* nCode® DesignLife.

A solução pelo método espectral requer o conhecimento da PSD de tensão, que é obtida através da FRF simulada numericamente. No entanto, para determinar a PSD de tensão é necessário conhecer a PSD de carregamento. Para os estudos deste trabalho foi utilizado como curva de carregamento parte de um sinal de aceleração adquirido experimentalmente de um chassi de implemento rodoviário do tipo basculante. Esse sinal foi coletado no Campo de Provas das Empresas Randon antes da execução deste trabalho e representa a excitação que um componente fixado a um semirreboque está submetido. A Figura 5.7 apresenta o veículo e o acelerômetro fixado diretamente na lateral da viga do lado esquerdo do produto, acima do primeiro suporte da suspensão.



Figura 5.7 – Acelerômetro fixado no semirreboque basculante.

O sinal experimental completo possui 350 segundos, mas para o estudo da placa será considerado apenas um trecho de 2 segundos para viabilizar a análise dinâmica pelo método dos elementos finitos e permitir a comparação entre a abordagem no domínio do tempo e da frequência. Esse tipo de espectro automotivo é classificado como sendo de banda larga. Na Figura 5.8 se observa o sinal de aceleração utilizado nas simulações. Para este trabalho apenas as excitações verticais foram disponibilizadas e constituem o valor em relação aos outros eixos.

Os pontos que compõem este sinal são importados no nCode[®] que calcula a sua PSD por meio de integração retangular [Reis, 2013]. Na Figura 5.9 é apresentada a PSD de aceleração obtida.

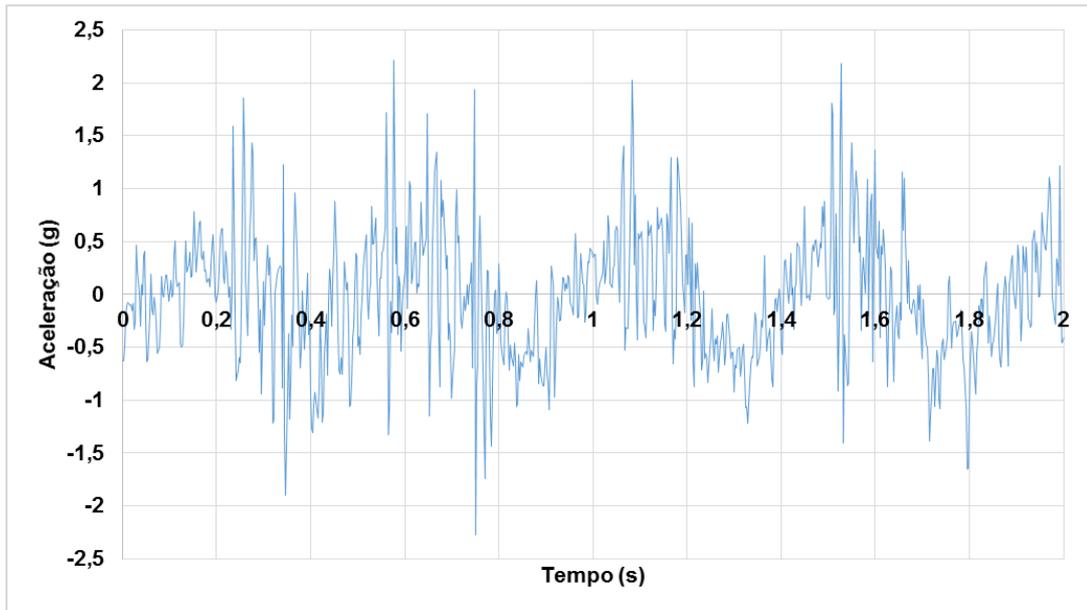


Figura 5.8 – Sinal de aceleração utilizado como carregamento

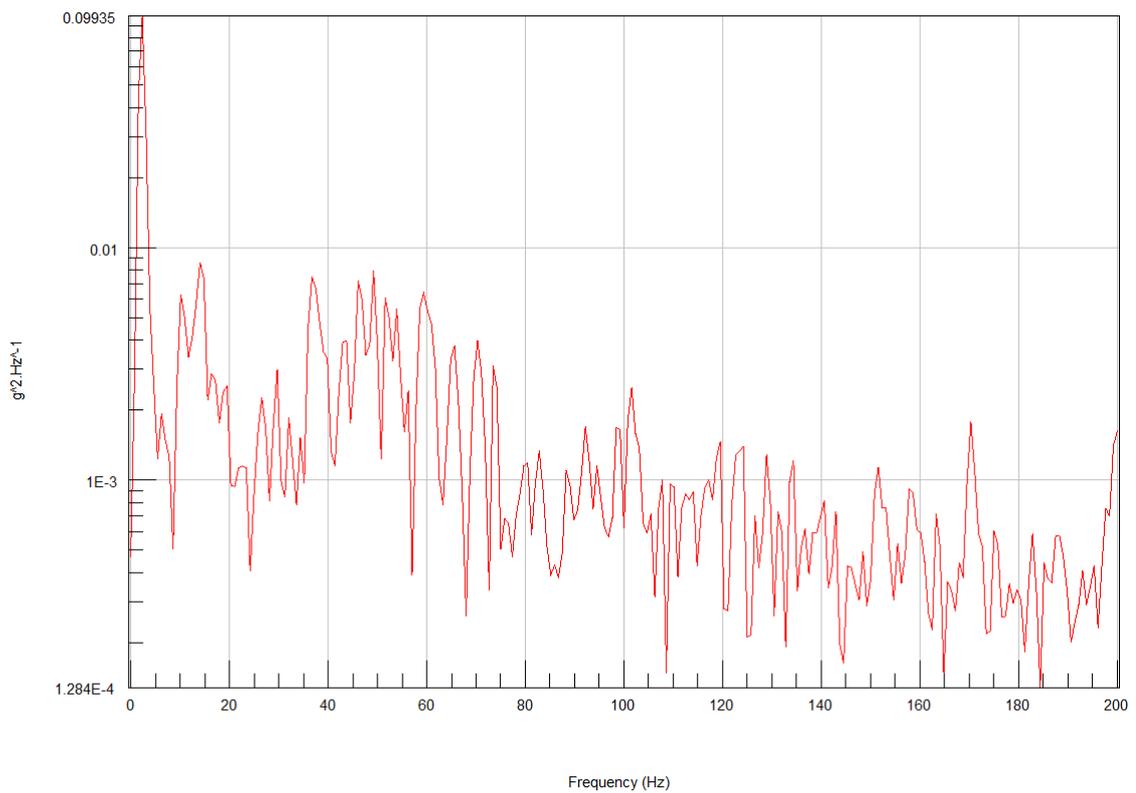


Figura 5.9 – PSD de aceleração

Utilizando a PSD de aceleração é possível determinar a PSD de tensão de cada nó da estrutura por meio da FRF obtida na simulação pelo método dos elementos finitos. A Figura 5.10 mostra a PSD de tensão do nó crítico da estrutura.

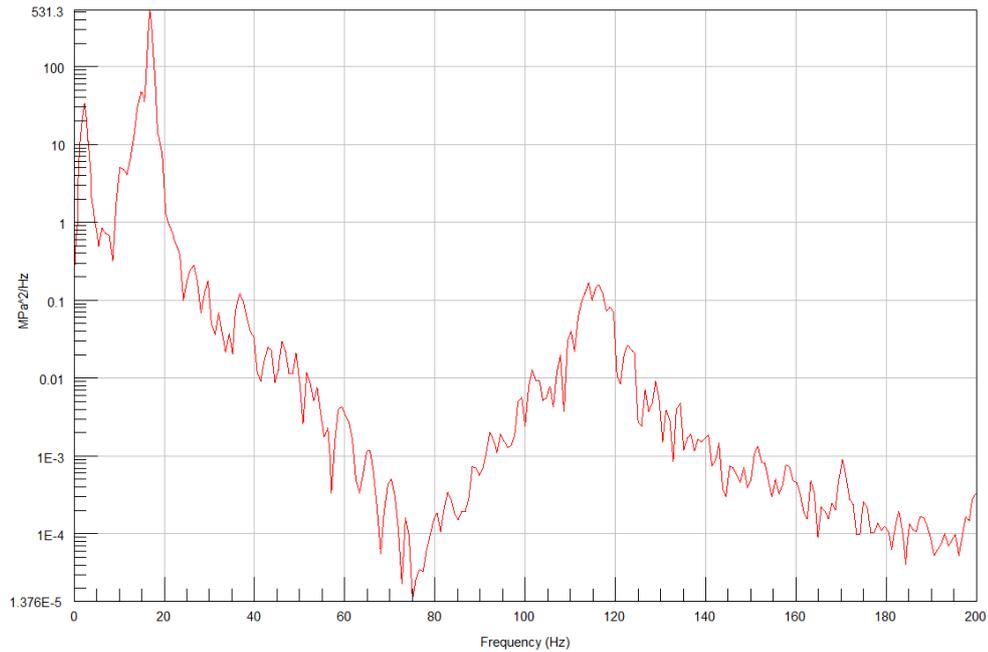


Figura 5.10 – PSD de tensão do nó crítico

O nCode® permite que a curva S-N do material utilizado seja estimada por meio das propriedades mecânicas conhecidas. A Figura 5.11 apresenta a curva S-N da variação de tensão estimada por meio das propriedades do material, que foram listadas na Tabela 5.1.

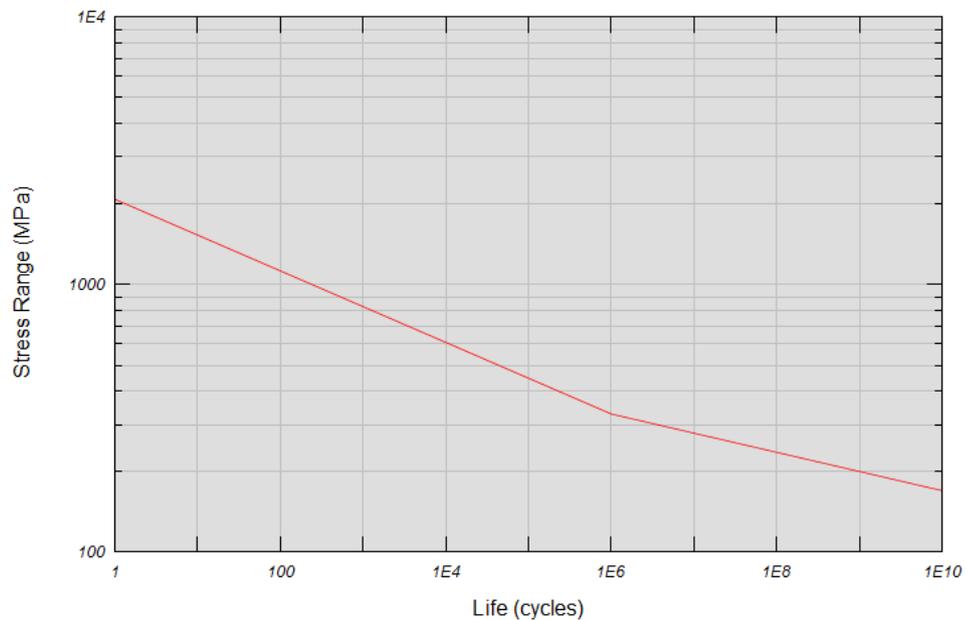


Figura 5.11 – Curva S-N da variação de tensão

A curva da Figura 5.11 é bilinear e traçada para variação de tensão $\Delta\sigma$. Para uma curva S-N em função da amplitude de tensão σ_a , os valores do eixo das ordenadas deve ser

dividido por 2. A construção da Figura 5.11 é dada por meio de S_u a partir da determinação dos pontos $N_1 = 10^3$ e $N_2 = 10^6$ [nCode, 2011].

$$S_1 = 0,9S_u \quad (5.1)$$

$$S_2 = 0,357S_u \quad (5.2)$$

$$b_1 = \frac{\log S_2 - \log S_1}{\log N_2 - \log N_1} \quad (5.3)$$

$$b_2 = \frac{b_1}{2 + b_1} \quad (5.4)$$

$$S'_f = 2 \frac{S_2}{N_2^{b_1}} \quad (5.5)$$

Os valores dos parâmetros da curva S-N segundo o nCode[®] são apresentados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Propriedades mecânicas do material

S_u	460 MPa
S_1	414 MPa
S_2	164 MPa
b_1	- 0,134
b_2	- 0,072
S'_f	2087 MPa

A PDF de Dirlik é utilizada para determinar a probabilidade da distribuição dos ciclos de tensão. A Figura 5.12 mostra a PDF de ciclos referente ao nó crítico.

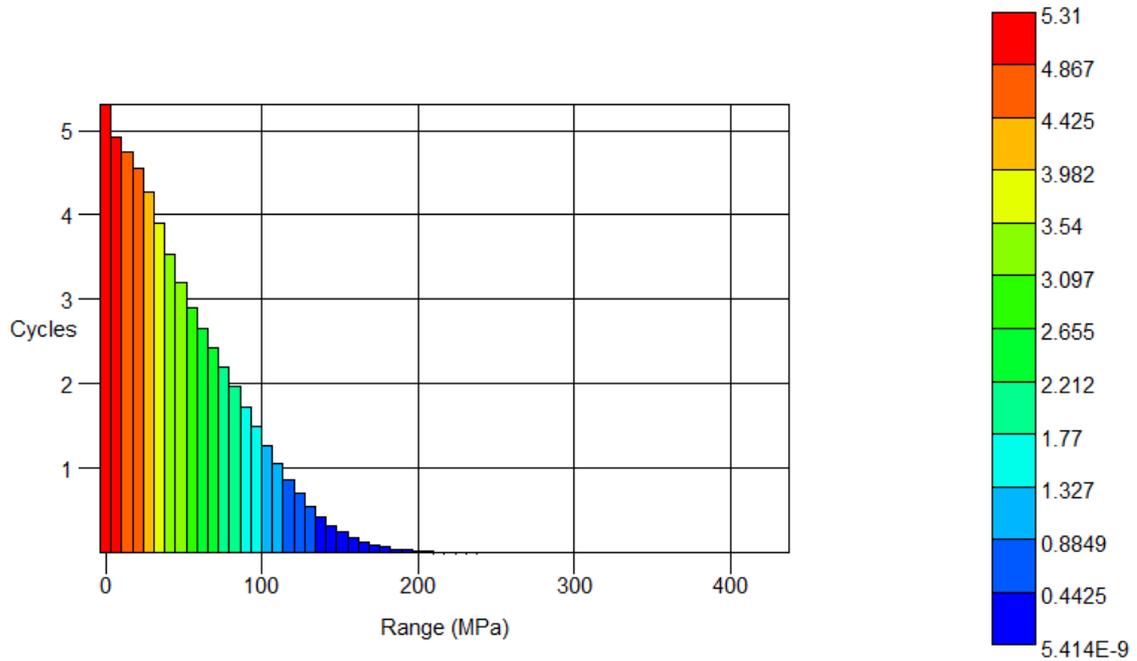


Figura 5.12 – PDF de Dirlik dos ciclos de tensão

A partir da PSD de tensão e da curva S-N apropriada é calculado o dano pela teoria de Dirlik. Na Figura 5.13 é possível verificar a distribuição de dano encontrada bem como a indicação do nó crítico como sendo o que possui maior dano no valor de $2,997 \times 10^{-10}$.

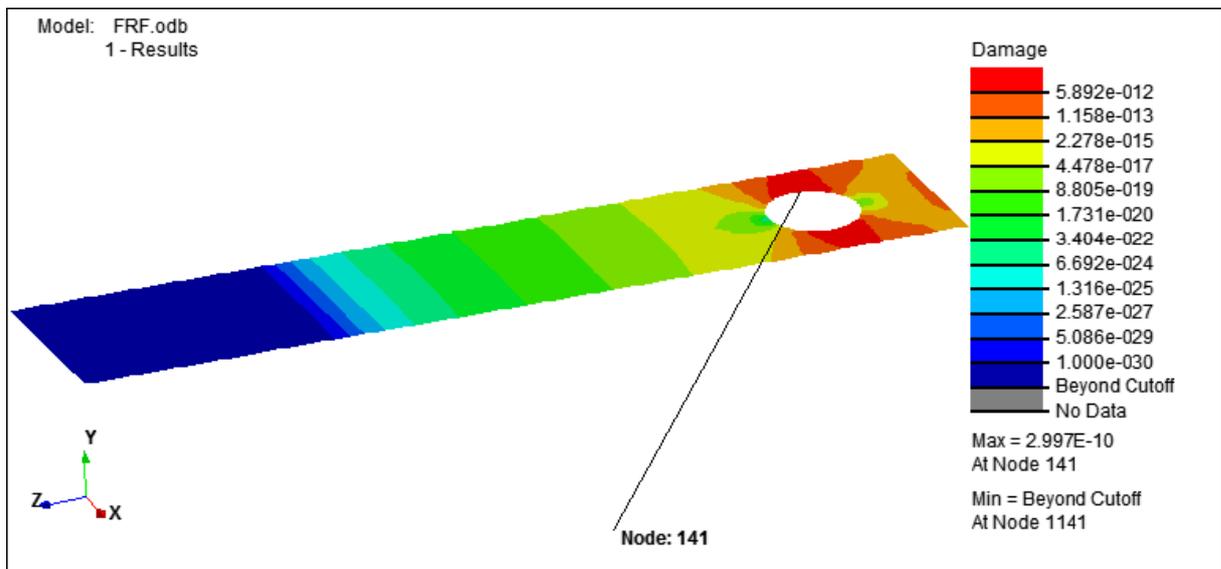


Figura 5.13 – Distribuição dano pelo método de Dirlik

A vida é determinada pelo inverso do dano, sendo apresentada na Figura 5.14. A vida para o nó crítico é de $3,337 \times 10^9$ repetições.

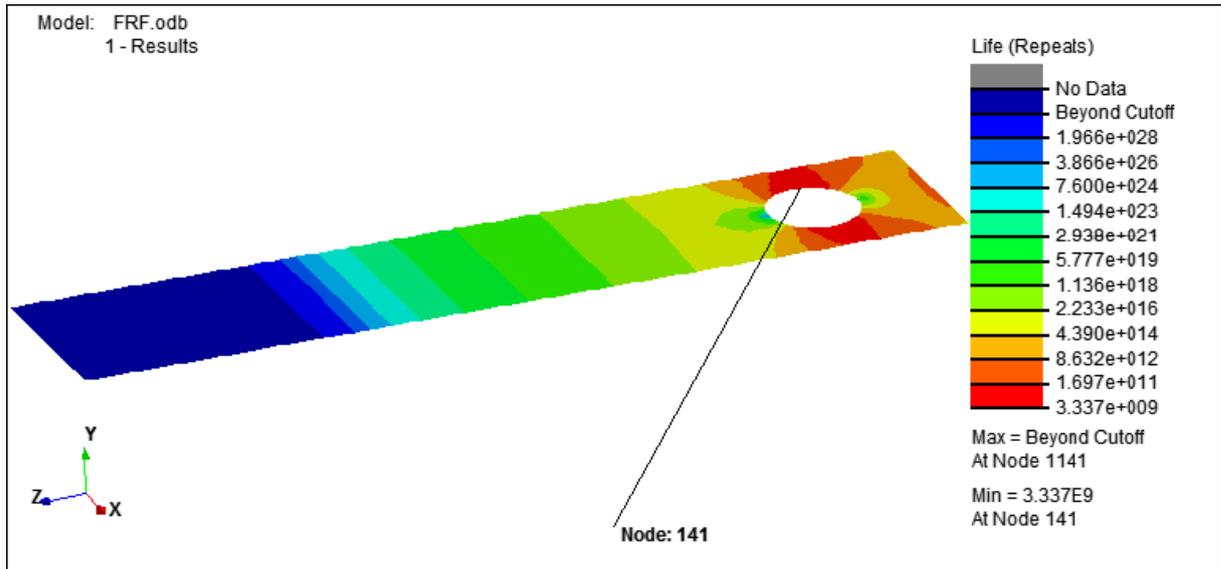


Figura 5.14 – Distribuição de vida pelo método de Dirlik

5.2.2.2 Estimativa de vida pelo Matlab[®]

Uma programação em Matlab[®] foi realizada para verificar o método proposto por Benasciutti e Tovo, ampliando as possibilidades do código desenvolvido por Reis, 2013. Primeiramente, este *script* utiliza a PSD de tensão do nó crítico encontrado no nCode[®] para calcular os momentos espectrais e a PDF de ciclos de tensão por meio de integração retangular, determinando o dano pelo método de Dirlik. Essa etapa é utilizada para comparar o resultado da programação em relação ao nCode[®]. Após calcular o dano de Dirlik determina-se a distribuição de ciclos pelo método de banda estreita que é posteriormente corrigido pelos fatores de Benasciutti-Tovo. Os resultados encontrados por este *script* são apresentados na Tabela 5.4, onde é calculado o erro relativo em comparação ao dano encontrado pelo nCode[®].

Tabela 5.4 – Resultados obtidos no Matlab[®]

Método	Dano	Erro relativo
Dirlik (nCode [®])	$2,997 \times 10^{-10}$	-
Dirlik (Matlab [®])	$2,414 \times 10^{-10}$	-0,19
Benasciutti-Tovo	$4,836 \times 10^{-11}$	-0,84

Como se pode observar o resultado encontrado para o dano pelo método de Dirlik foi 19% menor que o fornecido pelo nCode[®]. Já para o método de Benasciutti-Tovo a diferença foi ainda maior, sendo 84% menor que o valor do dano de referência. As diferenças dos resultados podem estar associadas ao fato de o método de Dirlik ser um método de banda larga, enquanto o método de Benasciutti-Tovo apenas corrige o dano encontrado pelo método de banda estreita por meio da utilização de parâmetros espectrais.

5.2.2.3 Estimativa de vida no domínio do tempo

Com o objetivo de comparar as metodologias no domínio do tempo e da frequência, o mesmo problema da placa foi resolvido usando a abordagem do tempo. Para isso, a placa foi simulada pelo método de elementos finitos através de uma análise dinâmica explícita, onde foi utilizado como carregamento o mesmo sinal utilizado no cálculo de vida em fadiga no domínio da frequência. A malha e as condições de contorno utilizadas foram as mesmas da análise de resposta em frequência.

A análise dinâmica explícita fornece a distribuição de tensões ao longo do tempo de toda a estrutura. Na Figura 5.15 é apresentada a distribuição de tensão ao longo do tempo do sinal de excitação para o nó 141, sendo este nó o mais crítico de acordo com a análise espectral.

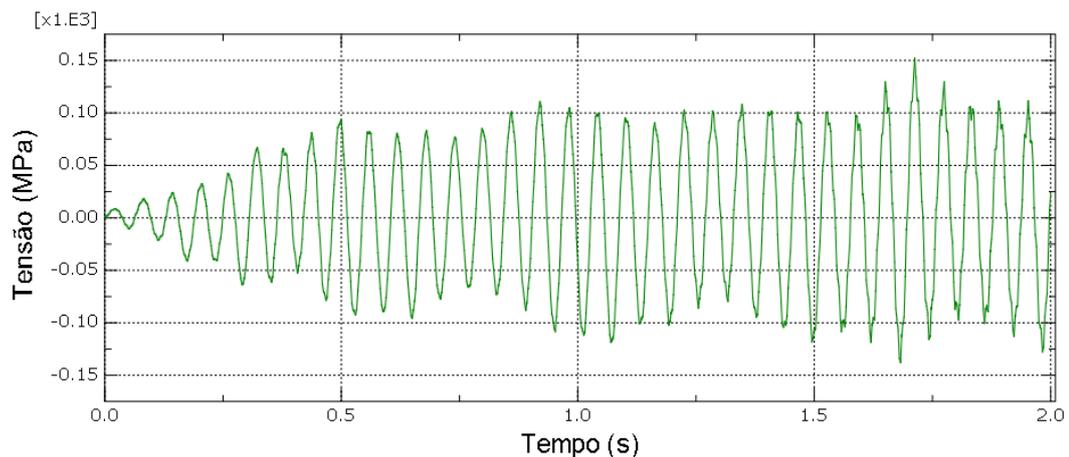


Figura 5.15 – Distribuição de tensão no tempo para o nó 141

A solução da análise dinâmica foi exportada para o nCode[®] para que fosse realizada a contagem de ciclos e o cálculo de dano. A Figura 5.16 mostra a distribuição de dano para o

problema no domínio do tempo. O dano de $3,131 \times 10^{-10}$ máximo foi encontrado no nó 150, que é simétrico ao nó crítico 141.

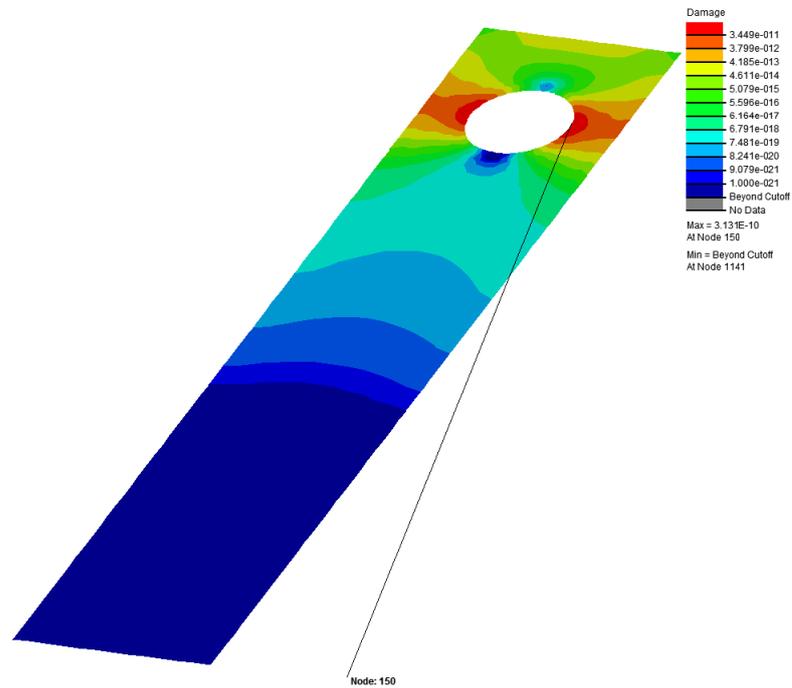


Figura 5.16 – Distribuição de dano

Na Figura 5.17 é possível verificar a distribuição de vida encontrada. A vida mínima foi encontrada no nó 150 e possui o valor de $3,194 \times 10^9$.

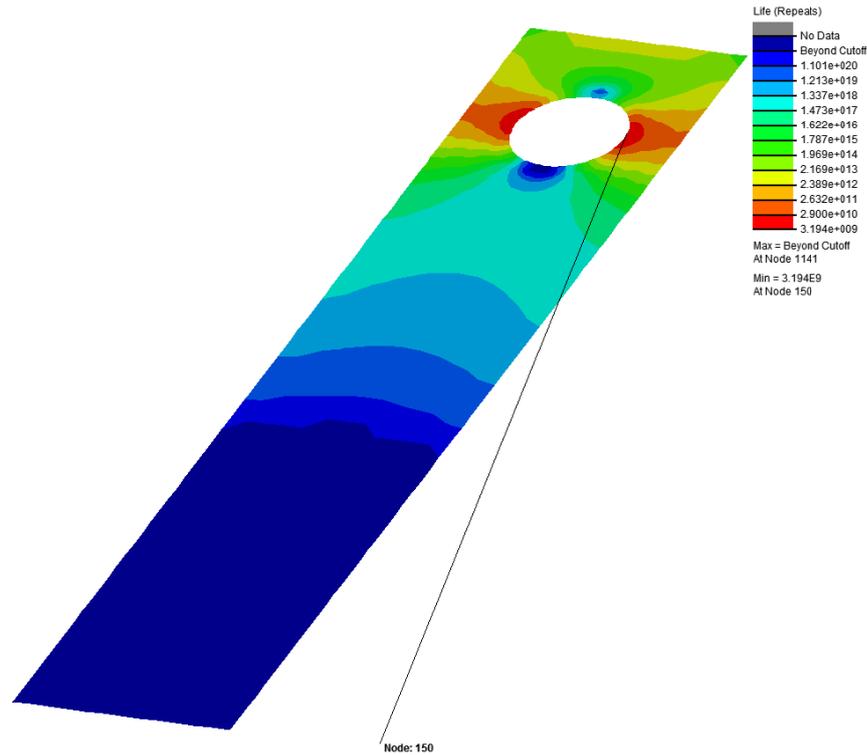


Figura 5.17 – Distribuição de vida

O resultado obtido pelo método de Dirlik no nCode[®] é comparado com o resultado encontrado pela abordagem no tempo na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Comparativo dos métodos do tempo e da frequência

	Domínio da frequência	Domínio do tempo
Dano	$2,997 \times 10^{-10}$	$3,131 \times 10^{-10}$
Vida	$3,337 \times 10^9$	$3,194 \times 10^9$

Pela Tabela 5.5 é possível verificar que a vida estimada pelo método espectral apresentou resultado 4% superior ao encontrado pela abordagem tradicional do tempo, o qual concorda com o resultado encontrado por Mrsnik et al., 2013, que apresenta erros de até 10% para a simulação de um espectro automotivo. Por esse resultado e comparando com o encontrado na simulação por meio do Matlab[®] pode-se dizer que para a situação estudada o método espectral proposto por Benasciutti e Tovo não apresenta uma boa aproximação, sendo o método de Dirlik mais próximo ao resultado do tempo.

Apesar de ambas as abordagens apresentarem resultados similares, um ponto torna a metodologia no domínio da frequência bastante atrativa. A etapa de simulação numérica por

MEF requer dois tipos distintos de análise, um para cada metodologia empregada. Para o domínio do tempo deve ser realizada uma análise dinâmica explícita e para o domínio da frequência deve-se fazer uma análise de resposta em frequência. Devido as características de cada análise, o tempo de solução para cada modelo é bastante distinto. A Tabela 5.6 apresenta o comparativo entre os tempos de simulação.

Tabela 5.6 – Comparativo do tempo de análise em horas

Tipo de análise	Tempo de execução
Dinâmica explícita	1:25:31
Resposta em frequência	0:00:41

Pela Tabela 5.6 é possível verificar que o tempo necessário para a execução da análise dinâmica é muito superior. Os tempos apresentados foram extraídos do monitor de análise do Abaqus[®], sendo que ambas as simulações utilizaram 7 dos 8 núcleos de processamento disponíveis. Assim, mesmo para uma estrutura simples como a placa estudada, a simulação pelo MEF para uma análise no domínio do tempo é bastante elevada se comparada a solução espectral. Para estruturas mais complexas, como as utilizadas na indústria automotiva, uma análise dinâmica se torna proibitiva devido ao tempo de simulação, sendo os métodos espectrais uma alternativa viável.

5.3 Caso 2: vida em fadiga de um suporte de sinaleira

A fadiga é o principal modo de falha de estruturas automotivas, pois o perfil da pista sobre a qual trafegam produz um carregamento variável. Assim, a estimativa da vida em fadiga de componentes e veículos é de grande interesse para a indústria automotiva. Devido ao alto custo computacional de realizar uma simulação pelo MEF no domínio do tempo, os métodos espectrais tornam-se uma solução atrativa para o cálculo da estimativa de vida em fadiga.

Para representar uma aplicação industrial dos métodos espectrais no cálculo de fadiga, um suporte de sinaleira foi simulado utilizando a metodologia apresentada. Este componente consiste de uma viga de perfil ômega fixada na região traseira do chassi à qual as sinaleiras e sua grade de proteção são fixadas. A Figura 5.18 mostra o suporte fixado ao chassi de um veículo.



Figura 5.18 – Suporte da sinaleira

5.3.1 Simulações pelo método de elementos finitos

O componente foi projetado no *software* Creo[®] 2.0 e sua geometria importada no Abaqus[®], onde foi modelado como casca por meio da geração das superfícies de interesse. No modelo de elementos finitos os componentes poliméricos, como as sinaleiras, foram eliminados, sendo considerados no modelo pela adição de massa na região que se encontram. A Figura 5.19 apresenta o modelo de casca utilizado para simular o suporte da sinaleira pelo método de elementos finitos.

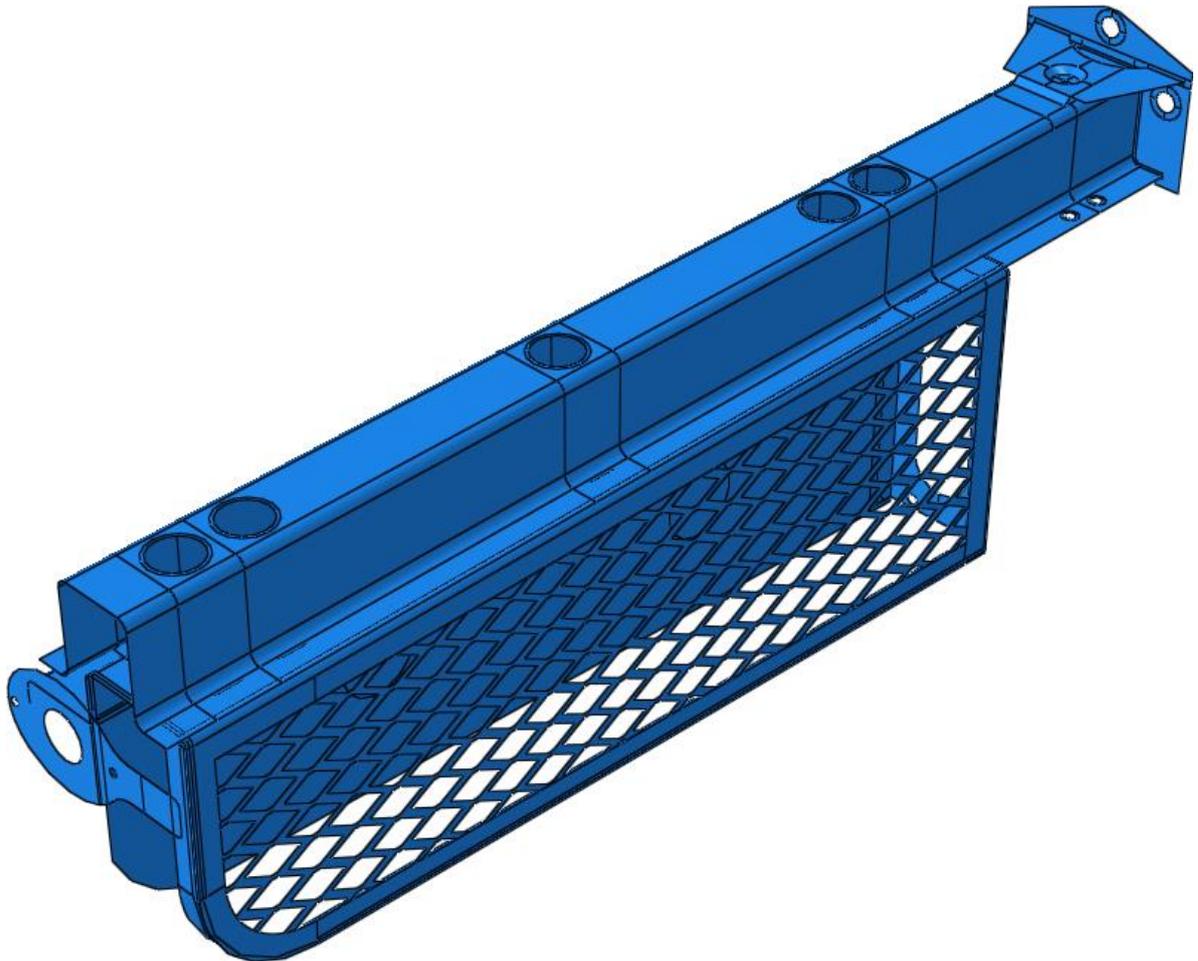


Figura 5.19 – Modelo do suporte de sinaleira simulado

A região crítica do componente se encontra na junta soldada existente entre o perfil ômega e o reforço superior, onde é realizada uma soldagem do tipo sobreposta. Com o objetivo de simplificar geometricamente essa união soldada, o cordão foi modelado como uma casca unindo as duas peças. A região destacada em vermelho na Figura 5.20 representa a idealização do cordão utilizada.

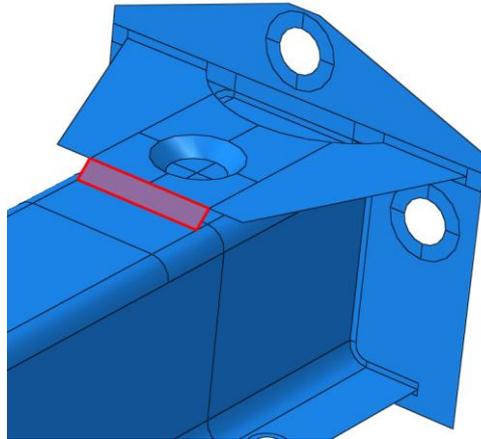


Figura 5.20 – Simplificação da união soldada no modelo de elementos finitos

A malha gerada consiste de 56.308 nós e 54.075 elementos de casca lineares, sendo estes divididos em 52.948 elementos quadriláteros do tipo S4R e 1.127 elementos triangulares do tipo S3. A malha utilizada para a simulação está representada na Figura 5.21.



Figura 5.21 – Malha de elementos finitos do suporte da sinaleira

Todo o modelo foi considerado como sendo constituído por aço estrutural, cujas propriedades mecânicas foram descritas na Tabela 5.1.

5.3.1.1 Análise modal

Como passo inicial para a simulação numérica pelo MEF foi realizada a análise modal do conjunto, sendo assim definidas as frequências e modos de vibrar da estrutura. Para essa análise foi utilizado como condição de contorno o engaste da face traseira do suporte, conforme observado na Figura 5.22.

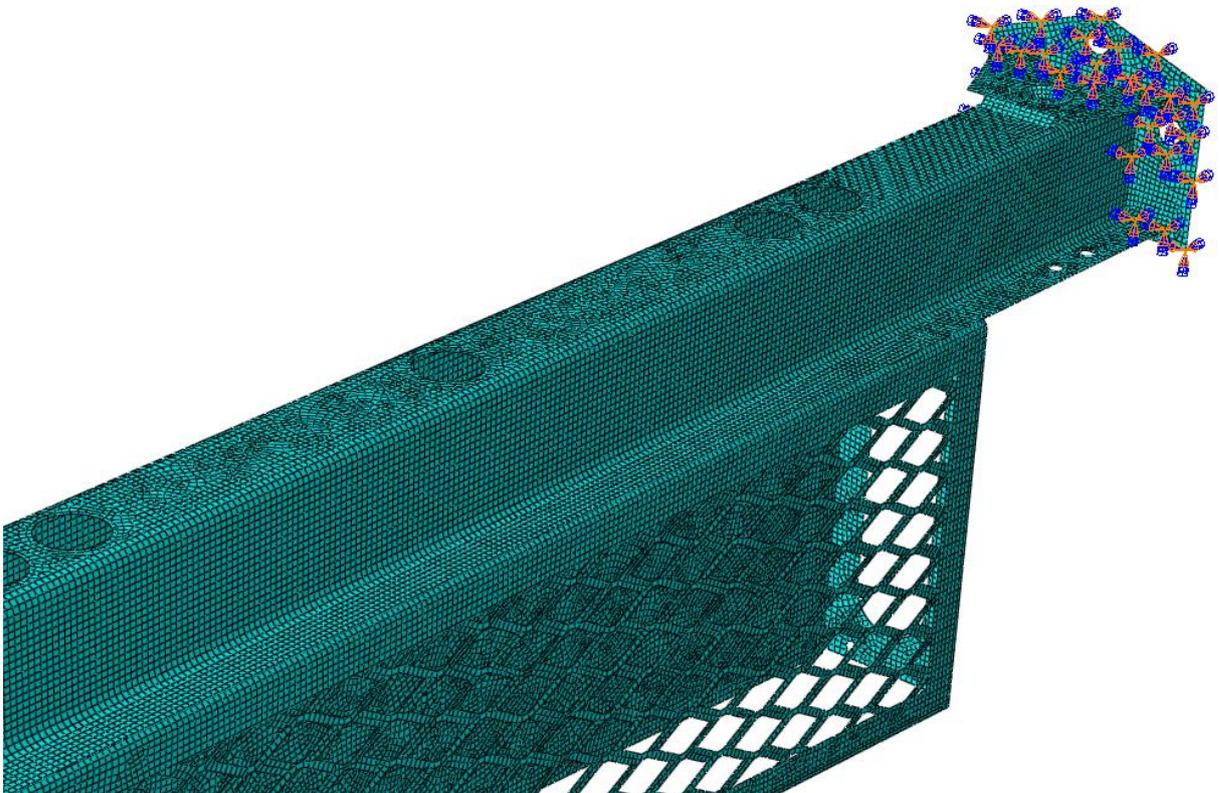
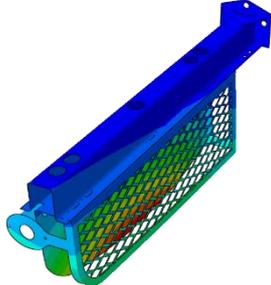
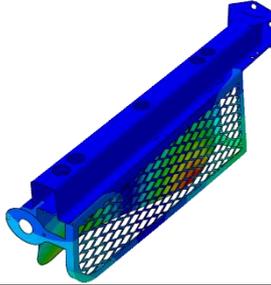
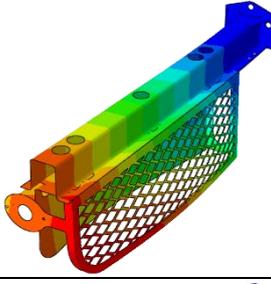
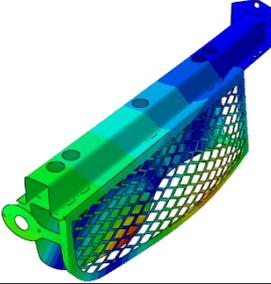
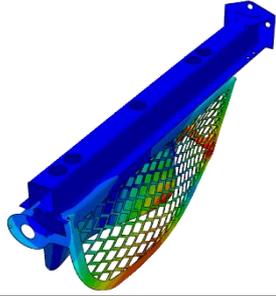
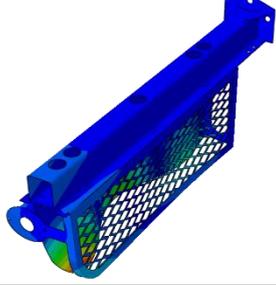
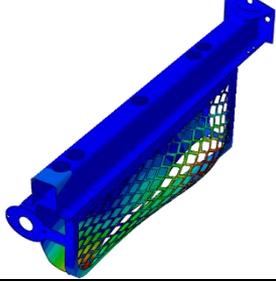
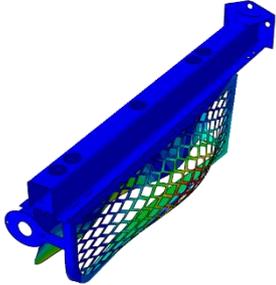
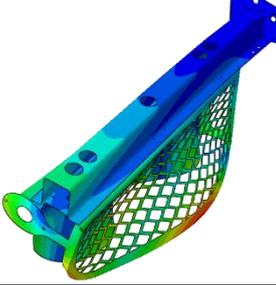
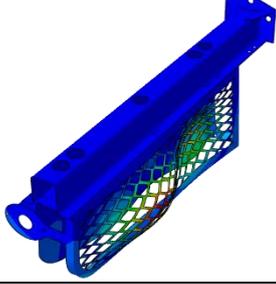


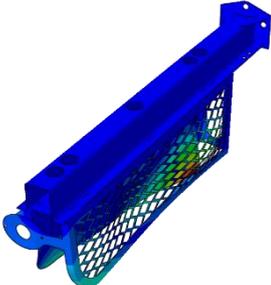
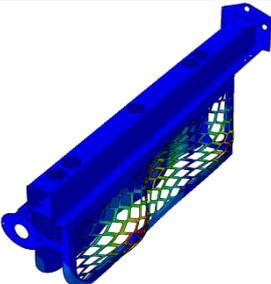
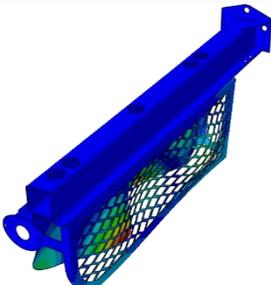
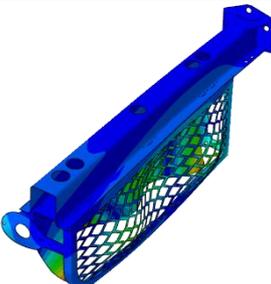
Figura 5.22 – Engaste do suporte de sinaleira no modelo de elementos finitos

Na Tabela 5.7 são apresentados os resultados obtidos da análise modal do suporte de sinaleira, como os modos e frequências de vibração da estrutura. O fator amortecimento utilizado foi de 6% e aplicado de forma global no modelo [Adams e Askenazi, 1999].

Tabela 5.7 – Frequências e modos de vibrar do suporte

Número	Frequência	Modo
1	36,5 Hz	
2	67,7 Hz	
3	73,7 Hz	
4	74,8 Hz	
5	108,8 Hz	

6	132,5 Hz	
7	157,4 Hz	
8	179,2 Hz	
9	191,1 Hz	
10	205,0 Hz	
11	218,9 Hz	

12	253,8 Hz	
13	283,6 Hz	
14	289,1 Hz	
15	326,1 Hz	

5.3.1.2 Função resposta em frequência

Utilizando os resultados da análise modal é realizada a análise de resposta em frequência, onde os modos são utilizados para obter a solução do problema a solução para uma determinada faixa de frequências pela técnica da superposição modal. Como o sinal de aceleração utilizado para o cálculo da PSD de carregamento foi adquirido a uma frequência de 400 Hz, a faixa de varredura foi definida até 200 Hz, o que corresponde a frequência de Nyquist do sinal.

Para essa simulação a estrutura foi considerada engastada na mesma região da análise modal e o carregamento aplicado foi uma aceleração de base no sentido vertical de magnitude 1 g. O carregamento unitário é utilizado, pois no cálculo de fadiga a FRF será multiplicada

pela PSD de aceleração para produzir a PSD de tensões. A Figura 5.23 apresenta a FRF encontrada para o nó 14.235. Este nó foi considerado, pois as análises subsequentes demonstraram ser este o ponto crítico da estrutura.

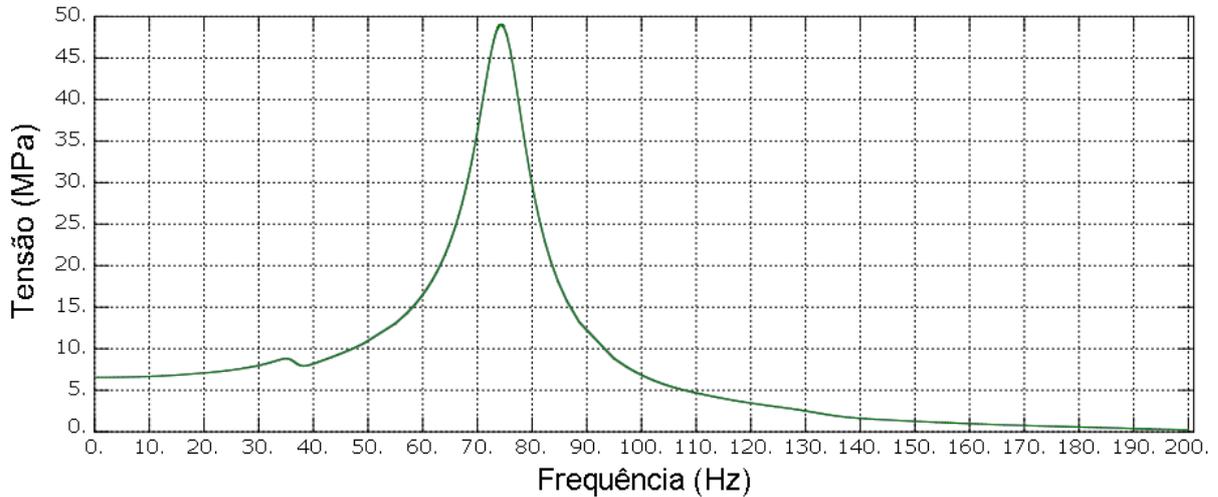


Figura 5.23 – FRF de tensão do nó 14.235

A Figura 5.24 apresenta a localização do nó crítico. Por se encontrar na parte superior do perfil, próximo à região onde foi idealizado o cordão de solda, o modo de vibração que mais excita este nó é o número 4, que possui uma frequência de 74,8 Hz, conforme a Tabela 5.7. Analisando a Figura 5.23 é possível verificar que o maior valor de tensão da FRF se encontra nesta frequência.

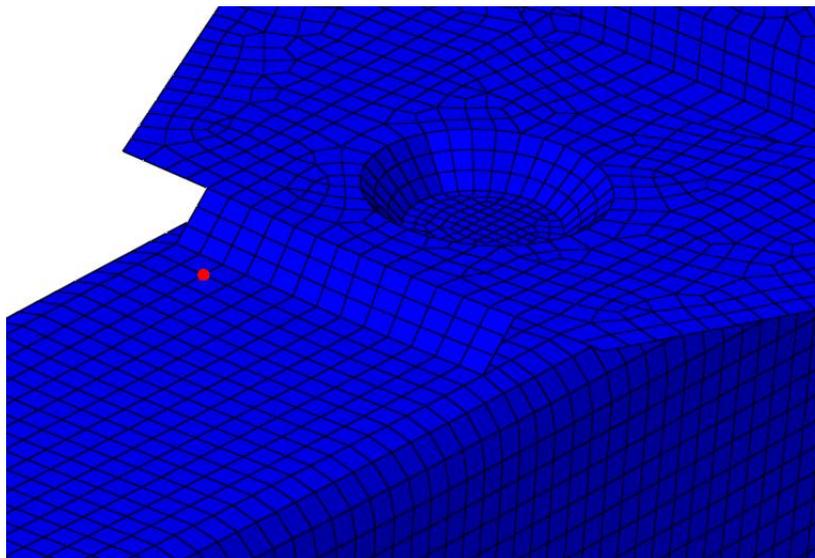


Figura 5.24 – Localização do nó crítico

5.3.2 Vida em fadiga

A solução encontrada pela simulação numérica de resposta em frequência foi utilizada no nCode[®] para realizar os cálculos de fadiga. Para a determinação da PSD de tensões é necessário definir primeiramente a PSD de carregamento. O sinal de aceleração utilizado foi coletado experimentalmente no Campo de Provas das Empresas Randon e sua coleta foi realizada antes da execução deste trabalho, portanto não fazendo parte do mesmo. Este sinal representa a excitação do ponto na viga do veículo onde o suporte de sinaleira é fixado. Na Figura 5.25 é possível observar o sinal coletado utilizado para gerar a PSD de carregamento. Como se pode perceber o registro de aceleração possui 350 s, o que corresponde a uma passagem na pista de teste *off-road*.

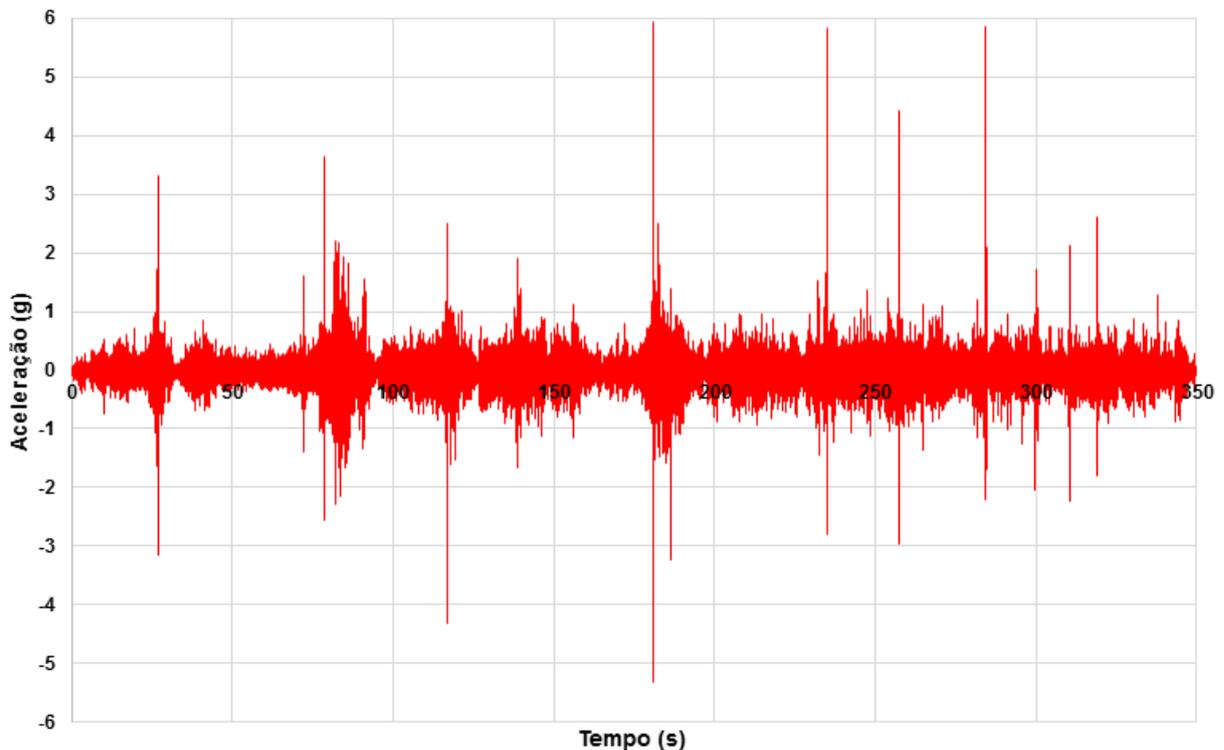


Figura 5.25 – Sinal de aceleração utilizado para analisar o suporte

A Figura 5.26 apresenta a PSD de aceleração referente ao sinal da Figura 5.25.

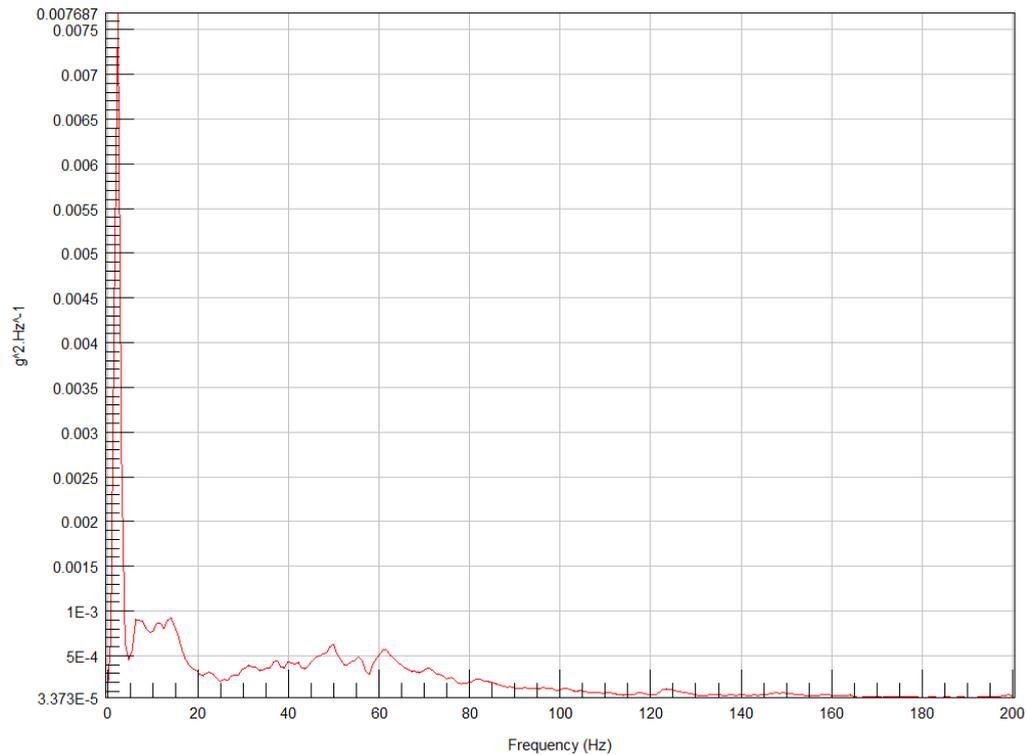


Figura 5.26 – PSD de aceleração

Para o cálculo da vida em fadiga do suporte da sinaleira no nCode[®] foram configurados dois materiais distintos. O primeiro material foi aplicado de forma generalizada no modelo e corresponde ao aço estrutural cuja curva S-N está representada na Figura 5.11 e os parâmetros na Tabela 5.1.

Devido à influência do processo de soldagem, a curva S-N do material foi alterada de modo a considerar a redução na resistência à fadiga. Essa mudança foi realizada por meio da redução da tensão S_2 correspondente a $N_2 = 10^3$ ciclos, sendo esta reduzida de 164 MPa para 82 MPa. A Tabela 5.8 os parâmetros utilizados para definir a curva S-N modificada para a solda.

Tabela 5.8 – Propriedades mecânicas do material na região soldada

S_u	460 MPa
S_1	414 MPa
S_2	82 MPa
b_1	- 0,234
b_2	- 0,133
S'_f	4175 MPa

A curva S-N modificada é apresentada na Figura 5.27 e a Figura 5.28 mostra a região onde ela é aplicada.

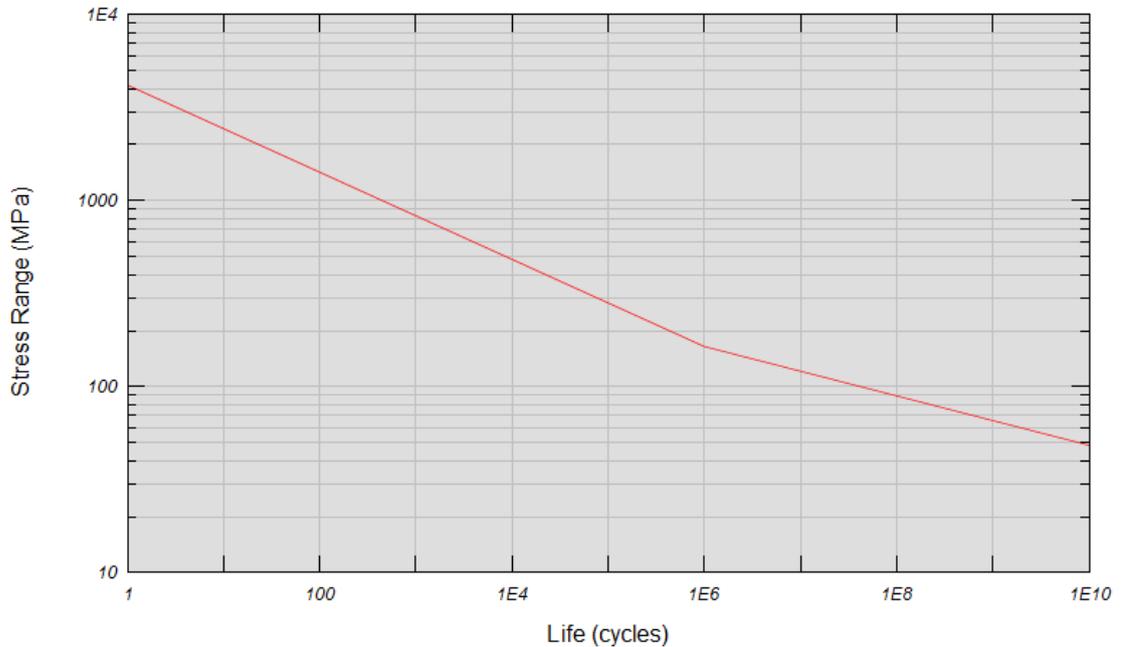


Figura 5.27 – Curva S-N aplicada na região soldada

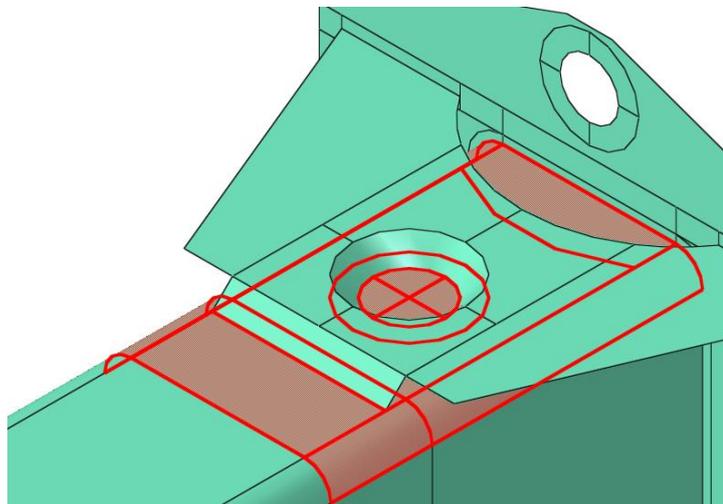


Figura 5.28 – Região de aplicação da curva S-N de solda

Utilizando a PSD de aceleração do sinal experimental é possível obter a PSD de tensões de qualquer ponto da estrutura por meio da função resposta em frequência obtida na simulação pelo método de elementos finitos. Na Figura 5.29 pode-se verificar a PSD de tensões no nó crítico.

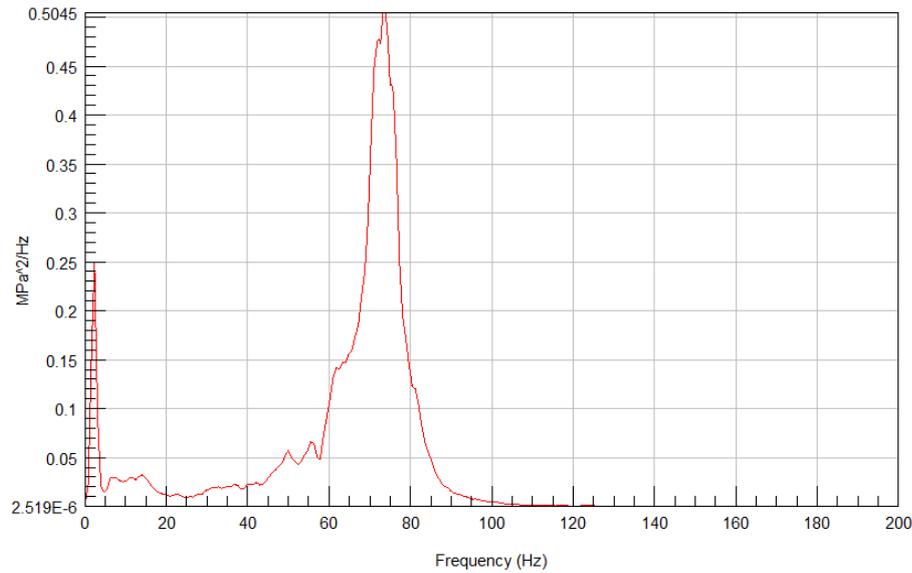


Figura 5.29 – PSD de tensões do nó crítico

O ponto principal da teoria de Dirlik de baseia na determinação da PDF de ciclos a partir dos momentos espectrais calculados da PSD de tensões. É possível verificar a densidade de probabilidade de Dirlik para o nó crítico na Figura 5.30.

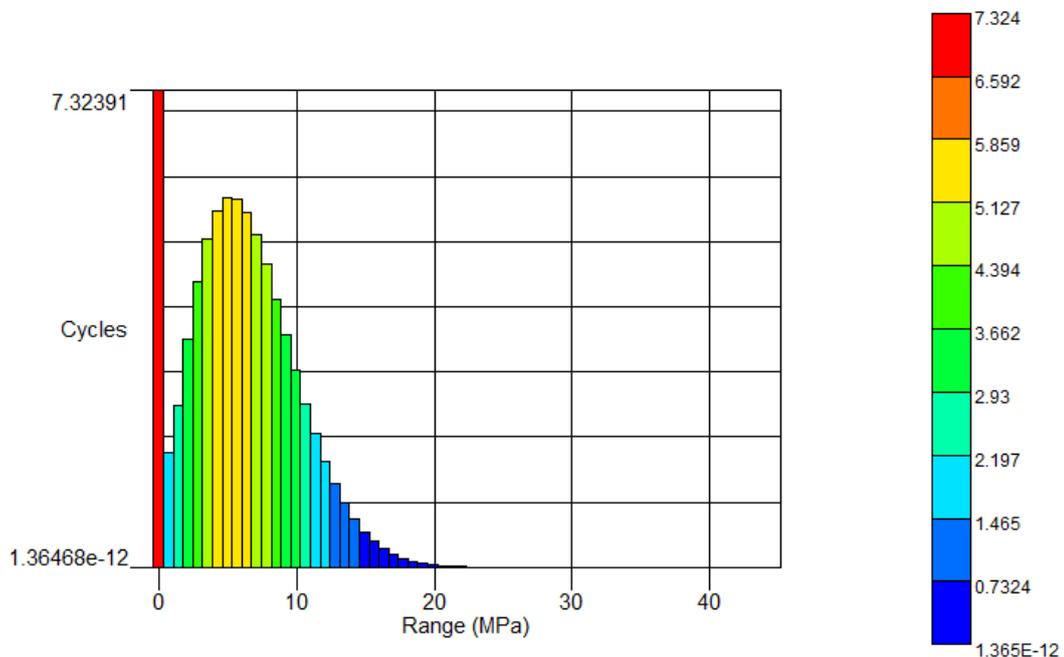


Figura 5.30 – PDF de ciclos de Dirlik para o nó crítico

Após obtida a PDF de ciclos para cada nó da estrutura é determinado o dano por meio da contagem de ciclos utilizando a regra de acúmulo de dano linear. Nesta análise o tempo de exposição considerado é de 1 segundo. A Figura 5.31 apresenta a distribuição de dano pelo

método de Dirlik. Uma vez determinado o dano pode-se calcular a vida. Para o suporte estudado, a Figura 5.32 mostra a distribuição da vida.

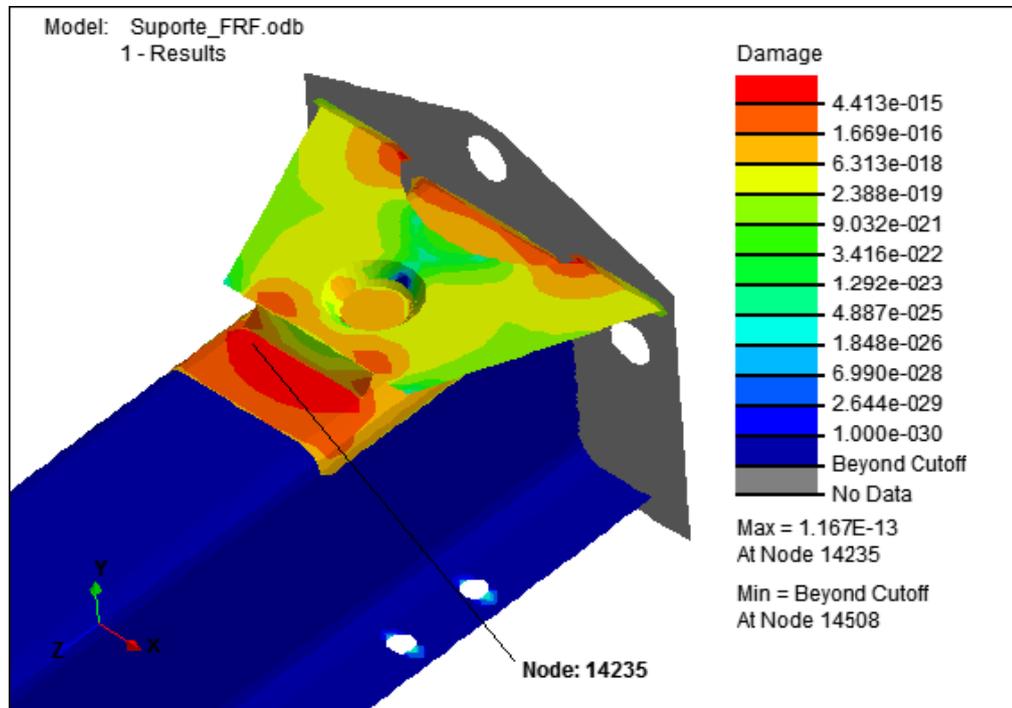


Figura 5.31 – Distribuição de dano de Dirlik

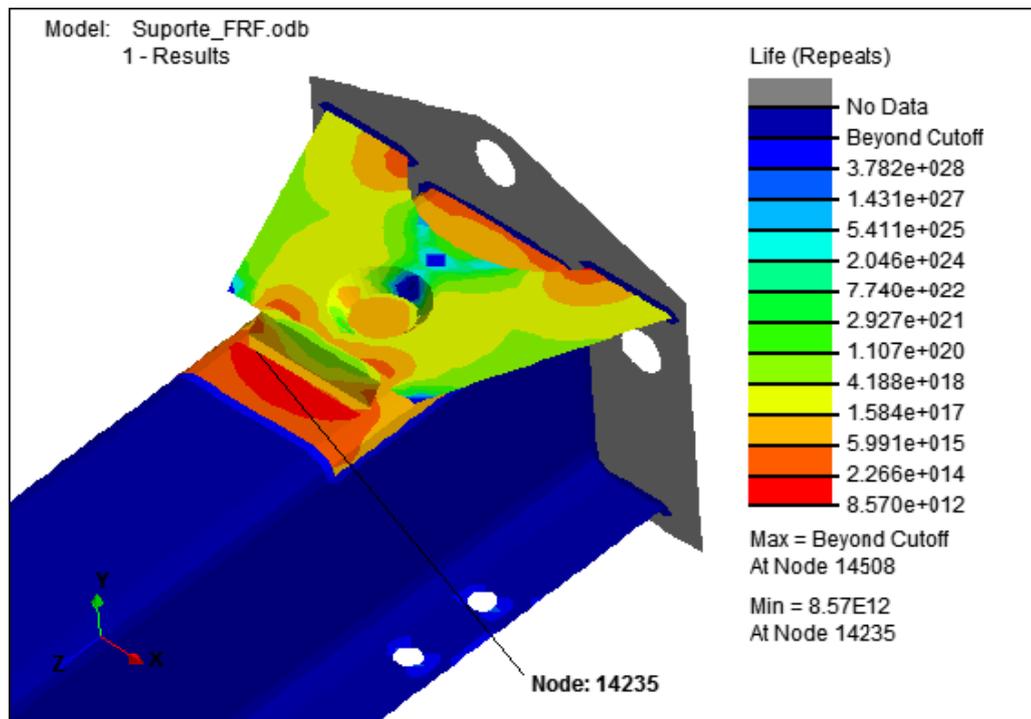


Figura 5.32 – Distribuição de vida de Dirlik

Pela Figura 5.31 é possível verificar que o nó crítico é o 14.235 e que este apresenta um dano de $1,167 \times 10^{-13}$ e uma vida total de $8,57 \times 10^{12}$ segundos.

Considerando a vida encontrada pela simulação da vida em fadiga no domínio da frequência pode-se dizer que o componente analisado possui vida infinita, o que concorda com resultados de campo.

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1 Conclusões

O objetivo do presente trabalho era empregar a metodologia espectral para o cálculo da estimativa da vida em fadiga de uma placa com furo e comparar o resultado obtido com a abordagem tradicional no domínio do tempo. Inicialmente, o método espectral utilizado foi o de Dirlik, considerado o mais versátil e que apresenta melhores correlações com dados experimentais. O método *Rainflow* no domínio do tempo foi usado para comparar os resultados. Para demonstrar a aplicabilidade do método no domínio da frequência para a simulação de estruturas complexas reais um componente veicular utilizado em implementos rodoviários foi analisado.

O primeiro objetivo específico consistia em simular uma estrutura simplificada como uma placa de 150 x 30 x 0,5 mm com um furo de \varnothing 15 mm para determinar a sua função resposta em frequência. Para cumprir este objetivo foi realizada primeiramente uma análise modal para obter os modos e frequências de vibração da placa para posteriormente determinar sua resposta em frequência através de uma análise harmônica de superposição modal. A correta definição da distribuição das frequências de varredura tem importante papel nesta etapa, pois mais pontos devem estar localizados próximos às frequências naturais da estrutura para que o efeito da ressonância fique bem definido e a correta distribuição de tensões ao longo de uma faixa de frequências possa ser estabelecida.

O método no domínio da frequência necessita da PSD de carregamento, sendo esta determinada por meio da aplicação de transformada rápida de Fourier em um sinal de aceleração coletado experimentalmente. Percebe-se que para o cálculo da PSD se deve ter cuidado com a definição dos parâmetros espectrais, pois estes podem produzir uma PSD com muito ruído ou baixa definição, alterando os valores de dano encontrados.

Uma programação em Matlab[®] foi realizada para comparar o dano pelo método de Dirlik obtido com o uso do nCode[®] e o valor do dano de Dirlik no Matlab[®]. Para a análise realizada o dano calculado pelo Matlab[®] foi 19% inferior ao dano pelo nCode[®]. A origem dessa diferença pode estar relacionada com a metodologia do cálculo dos momentos espectrais, pois a integração numérica utilizada na rotina pode diferir da utilizada pelo *software*.

O método de Benasciutti-Tovo é apresentado na literatura como uma alternativa ao método de Dirlik, tendo como maior argumento para sua utilização o fato de ser baseado em uma abordagem teórica ao passo que o método de Dirlik foi formulado no empirismo. Para a situação analisada, o método de Benasciutti-Tovo apresentou resultados bastante inferiores ao de Dirlik, sendo o dano 84% inferior ao de Dirlik. A origem dessa divergência pode estar relacionada ao fato de o método de Benasciutti-Tovo ser uma correção do método de banda estreita. Outra possível fonte de erro é a dependência que estes métodos possuem dos parâmetros espectrais, como os momentos, e das propriedades do material, como a inclinação da curva S-N. Levando em consideração os resultados encontrados não se justifica a utilização deste método em substituição ao método de Dirlik.

Os métodos de estimativa de vida em fadiga no domínio da frequência são relativamente recentes em comparação ao método clássico no domínio do tempo e por isso sua utilização ainda é restrita. Com o objetivo de comparar as duas abordagens, uma análise pelo MEF do tipo dinâmica explícita foi realizada com a mesma placa de modo a obter a distribuição de tensões no tempo para o posterior cálculo de vida pelo método de *Rainflow*. Para isso foi utilizado parte de um sinal experimental para viabilizar a análise dinâmica. A etapa de análise pelo método de elementos finitos demonstrou uma grande vantagem do método espectral. Enquanto a solução da análise de resposta em frequência durou 41 segundos, a solução da análise dinâmica explícita levou 1 hora, 25 minutos e 31 segundos para ser finalizada, demorando 125 vezes mais que a resposta em frequência. Estes tempos foram coletados do monitor de análises do Abaqus[®], sendo que ambas as simulações foram realizadas no mesmo computador utilizando a mesma quantidade processadores.

O fato de a análise dinâmica depender 125 vezes mais tempo para ser realizada torna extremamente atrativa a utilização dos métodos espectrais, ainda mais levando em consideração que essa grande diferença foi observada na simulação de um componente bastante simples. Assim, para conjuntos mais complexos a análise dinâmica pelo MEF se torna proibitiva, dificultando o cálculo de vida em fadiga de estruturas com carregamento variável durante a fase de desenvolvimento do projeto.

Com relação à vida em fadiga, o método de Dirlik apresentou um resultado 4% superior a vida estimada pelo método no domínio do tempo, concordando com resultados encontrados por Mrsnik et al., 2013, que estabelece um erro de até 10%. Esse resultado próximo reforça o potencial dessa abordagem.

Apenas para demonstrar o potencial do método espectral em uma aplicação real foi realizado o cálculo da estimativa de vida em fadiga de um suporte de sinaleira utilizado em implementos rodoviários. A excitação utilizada foi uma medição experimental de aceleração realizada no Campo de Provas das Empresas Randon, onde foi coletado o sinal de aceleração em um ponto na viga de um implemento. Devido à região crítica deste componente estar localizada próxima a um cordão de solda foram utilizadas duas curvas de fadiga para essa análise de forma simultânea, uma para o modelo global e outra para a região soldada. A vida encontrada foi de $8,57 \times 10^{12}$ segundos, o que pode ser considerado como vida infinita.

6.2 Sugestões

Os métodos espectrais apresentam grandes potenciais de aplicação, mas seu desenvolvimento é recente e por isso existe muito a ser explorado, pois sua metodologia de solução permite que seja aplicado a problemas de grande porte em diversas áreas.

O carregamento utilizado foi uma excitação de base unidirecional, mas o componente em sua vida útil experimenta acelerações nas três direções. E excitação simultânea em diferentes pontos da estrutura requer o uso de matrizes de espectro cruzado para produzirem a correlação entre PSDs aplicadas em posições distintas. A aplicação da metodologia do espectro cruzado permitiria a solução de sistemas mais complexos, com veículos completos.

Os parâmetros da curva S-N têm influência sobre a solução dos métodos no domínio da frequência, pois entram diretamente em suas formulações. O estudo da sensibilidade dos métodos atuais a estes parâmetros pode permitir que se diminua os desvios encontrados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Adams, V.; Askenazi, A., **Building Better Products with Finite Element Analysis**, OnWord Press, Santa Fe, 1999.

Alves Filho, A., **Elementos Finitos - Base da Tecnologia CAE / Análise Dinâmica**, Érica, São Paulo, 2005.

Ariduru, S., **Fatigue Life Calculation by Rainflow Cycle Counting Method**, Thesis (Master Degree), The Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, 2004.

Aykan, M.; Çelik, M., Vibration Fatigue Analysis and Multi-axial Effect in Testing of Aerospace Structures, **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 23, p. 897-907, 2009.

Benasciutti, D.; Tovo, R., Spectral Methods for Lifetime Prediction under Wide-Band Stationary Random Processes, **International Journal of Fatigue**, v. 27, p. 867-877, 2005.

Benasciutti, D.; Tovo, R., Comparison of Spectral Methods for Fatigue Analysis of Broad-Band Gaussian Random Processes, **Probabilistic Engineering Mechanics**, v. 21, p. 287-299, 2006.

Bendat, J. S.; Piersol, A. G., **Random Data: Analysis and Measurement Procedures**, John Wiley & Sons, New Jersey, 2010.

Bishop, N. W. M.; Lack, L. W.; Li, T.; Kerr, S. C., **Analytical Fatigue Life Assessment of Vibration Induced Fatigue Damage**, MSC World Users' Conference Proceedings, 1995.

Bosco Junior, R., **Análise Numérico-Experimental de Componentes Sujeitos à Fadiga Por Solicitações Aleatórias - Avaliação de Modelos**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

Braccesi, C.; Cianetti, F.; Lori, G.; Pioli, D., Fatigue Behaviour Analysis of Mechanical Components Subject to Random Bimodal Stress Process: Frequency Domain Approach, **International Journal of Fatigue**, v. 27, p.335-345, 2005.

Castro, J. T. P.; Meggiolaro, M. A., **Fadiga: Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço**, Lexington, 2009.

Cesário, A. A., **Estimativa da Vida em Fadiga de Componentes de Implementos Rodoviários Através de Métodos Espectrais**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

CNT, **Boletim Estatístico Dezembro de 2014**, Disponível em: <http://www.cnt.org.br/Paginas/Boletins_Detalhes.aspx?b=3>. Acesso em 08/03/2015.

Dirlik, T., **Application of Computers in Fatigue Analysis**, Ph.D. Thesis, University of Warwick, Coventry, England, 1985.

Fu, T. T.; Cebon, D., Predicting Fatigue Lives for Bi-Modal Stress Spectral Densities, **International Journal of Fatigue**, v. 22, p. 11-21, 2000.

Halfpenny, A., **A Frequency Domain Approach for Fatigue Life Estimation from Finite Element Analysis**, International Conference on Damage Assessment of Structures - DAMAS 99, Dublin, Irlanda, 1999.

Halfpenny, A., **Methods For Accelerating Dynamic Durability Tests**, 9th International Conference on Recent Advances in Structural Dynamic, Southampton, UK, 2006.

Hougaz, A. B., **Análise Probabilística de Durabilidade Aplicada a Veículos de Carga Rodoviária**, Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

Mancha, E.; Lagoda, T.; Nieslony, A.; Kardas, D. **Fatigue life under variable-amplitude loading according to the cycle-counting and spectral methods**. *Materials Science*, Vol. 42, No. 3, 2006

Mrsnik, M.; Slavic, J.; Boltezar, M., Frequency-Domain Methods for a Vibration-Fatigue-Life Estimation – Application to Real Data, **International Journal of Fatigue**, v. 47, p. 8-17, 2013.

nCode, **Design Life Theory Guide 7.0**, HBM, 2011.

Newland, D. E., **An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis**, 3 ed., Dover Publications, New York, 2005.

Nieslony, A., Comparison of Some Selected Multiaxial Fatigue Failure Criteria Dedicated for Spectral Method, **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v. 48, p. 233-254, 2010.

Nieslony, A.; Ruzicka, M.; Papuga, J.; Hodr, A.; Balda, M.; Svoboda, J., Fatigue Life Prediction for Broad-Band Multiaxial Loading with Various PSD Curve Shapes, **International Journal of Fatigue**, v. 44, p. 74-88, 2012.

Nieslony, A.; Macha, E., **Spectral Method in Multiaxial Random Fatigue**, Opole: Springer, 2007.

Pereira, B. B.; Pais, M. B. Z.; Sales, P. R. H., **Análise Espectral de Séries Temporais: Uma Introdução para Engenharia, Economia e Estatística**, Rio de Janeiro, Arte Final, 1986.

Petrucci, G.; Zuccarello, B., Fatigue Life Prediction under Wide Band Random Loading, **Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures**, v. 27, p. 1183-1195, 2004.

Reis, C. G., **Estimativa da Vida em Fadiga de Componentes Submetidos a Solicitações Aleatórias**, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

Sakai, S.; Okamura, H., On the Distribution of Rainflow Range for Gaussian Random Processes with Bimodal PSD, **Japan Society of Mechanical Engineers International Journal**, v. 38, 1995.

Schijve, J., **Fatigue of Structures and Materials**, Delft: Springer, 2009.

Stephens, R. I.; Fatemi, A.; Stephens, R. R.; Fuchs, H. O., **Metal Fatigue in Engineering**, John Wiley & Sons, 2001.

Suresh, S., **Fatigue of Materials**, Cambridge University Press, Second Edition, 1998.

Wirsching, P. H.; Paez, T. L.; Ortiz, K., **Randon Vibrations: Theory and Practice**, Dover Publications, New York, 1995.