OFICINA DO LIVRO COMPANHEIRO - COMPARANDO GRANDEZAS

Cydara Cavedon Ripoll
UFRGS– cydara@mat.ufrgs.br
Victor Giraldo
UFRJ– victor@im.ufrj.br
Letícia Rangel
UFRJ – leticiarangel@ufrj.br
Tatiana Roque
UFRJ – tati@im.ufrj.br

RESUMO

A abordagem de Números Racionais no ensino fundamental é um assunto que tem motivado grande parte das reflexões dos autores do Livro Companheiro (RIPOLL *et al*, no prelo) e das discussões dos professores participantes do Projeto Coleção Didática Digital para o Ensino Fundamental II – MatDigital (SBM). De fato, esse assunto congrega vários tópicos que, reconhecidamente, oferecem desafios para o ensino e para a aprendizagem no ensino básico (BEHR *et al*, 1992). Por exemplo, a abordagem dos diferentes significados associados às frações, o conceito de razão neste contexto, a relação entre frações e números racionais, as operações envolvendo esses números e o próprio entendimento conceitual de número racional. O recorte que trazemos para discussão nesta oficina tem como tema disparador um conceito elementar no sentido de Klein (SCHUBRING, 2014) para a compreensão de números racionais, comparação, com especial atenção ao conceito de razão.

Palavras-chave: Formação do professor, Números Racionais; Razão.

1. APRESENTAÇÃO

Esta Oficina é fruto de reflexões dos autores do *Livro Companheiro do Professor de Matemática* (RIPOLL *et al*, no prelo) e também de colaboradores do *Projeto Coleção Digital MatDigital*, (SBM, em produção), ambos projetos desenvolvidos no âmbito do Projeto Klein para o século XXI[1] pela SBM. Esses projetos têm como objetivo atuar no sentido da conciliação da dupla descontinuidade (KLEIN, 2009) denunciada por Klein há mais de cem anos. Segundo Klein, por um lado, durante a formação inicial dos Professores, há pouca identificação da Matemática estudada com aquela anteriormente aprendida por eles enquanto

[1] O *Klein Project para o Século XXI* é um projeto de colaboração entre o ICMI (*International Comitee for Mathematical Instruction)* e a IMU (*International Mathematical Union*) para celebrar os 100 anos da primeira publicação dos famosos textos de Felix Klein para professores do ensino secundário, *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior* (http://klein.sbm.org.br/). O *Livro Companheiro do Professor de Matemática* é uma coleção de livros para o professor da Escola Básica que tem como tema central a abordagem de conceitos do ensino básico, tomando como base a fundamentação matemática. Nele são discutidos aspectos centrais relativos ao ensino desses conceitos, tais como a seleção e a organização de conteúdos, opções metodológicas de abordagem e suas possíveis consequências na sala de aula, no dia a dia do Professor. O *MatDigital* é um projeto da SBM, que pretende desenvolver um conjunto abrangente de materiais e recursos digitais para a sala de aula dos quatro anos do segundo segmento do ensino fundamental público brasileiro.

alunos da escola básica; e, por outro lado, durante sua vida profissional, há pouca identificação entre a Matemática praticada em sala de aula e aquela estudada nos cursos de formação. Os problemas identificados por Klein há mais de um século ainda se revelam atuais e têm orientado questões abordadas pela pesquisa recente em Educação Matemática (BALL, 1998). Assim, pretende-se, tanto com o Livro Companheiro como com o projeto MatDigital, reexaminar conceitos que fazem parte do currículo do ensino básico e que muitas vezes não têm sido tratados com a necessária atenção na formação do professor, o que certamente impõe reflexos na escola. Números Racionais é um desses assuntos.

A abordagem de números racionais no ensino fundamental é um assunto que tem motivado grande parte das reflexões dos autores do Livro Companheiro e as discussões dos professores participantes do MatDigital. De fato, é um assunto que congrega vários tópicos que reconhecidamente oferecem desafios para o ensino e para a aprendizagem no ensino básico (BEHR *et al*, 1992). Por exemplo, a abordagem dos diferentes significados associados às frações, o conceito de razão neste contexto, a relação entre frações e números racionais, a representação decimal dos números racionais, as operações envolvendo esses números e o próprio entendimento conceitual de número racional, que envolve essencialmente o conceito de medida. O recorte que trazemos para discussão nesta oficina tem como tema disparador um conceito elementar para a compreensão dos números racionais, a **comparação**.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação teórica desta oficina tem como alicerce o Volume I do Livro Companheiro do Professor de Matemática (RIPOLL *et al*, no prelo), especialmente a seção destinada a Números Racionais.

É certo que o conceito de número racional depende dos conceitos de medida e de fração. Para Klein, a introdução do conceito de frações na escola representa uma mudança de princípios: “Transitamos do número de coisas para a sua medida, transitamos de coisas numeráveis para coisas mensuráveis.” (KLEIN, 2009, p. 38, itálico no original).

Mas a que mudança de princípios Klein está se referindo? O que pretende diferenciar com os termos “coisas numeráveis” e “coisas mensuráveis”? A diferença que Klein destaca diz respeito a *contar* e *medir*. No contexto de situações reais, contar e medir são atividades humanas elementares que se referem a controlar uma quantidade. Medir uma grandeza significa compará-la com uma unidade, isto é, compará-la com uma grandeza de mesma espécie estabelecida como referência. Mas, contar também é comparar. A contagem se estabelece a partir de uma relação biunívoca ao conjunto dos números naturais, no qual a unidade também tem papel fundamental. Mas então qual a diferença entre contar e medir a que se refere Klein?

O que sustenta essa diferença é a dualidade discreto/contínuo. Contar é relativo a universos discretos ou discretizáveis, universos em que os elementos são distinguidos admitindo-se a correspondência biunívoca com os números naturais. Já medir alcança universos contínuos. Assim, contamos pessoas e medimos sua altura, contamos cadeiras e medimos seu peso, contamos frutas e medimos o volume de leite. Nos termos de Klein, a contagem, estabelecida em universos discretos, diz respeito a *coisas numeráveis* e a medida, contemplando universos contínuos, a *coisas mensuráveis*.

A origem da medida é a comparação realizada a partir da verificação de quantas vezes a unidade estabelecida *cabe* no que se quer medir. No entanto, a unidade pode não *caber* uma quantidade inteira de vezes no que se quer medir, ou seja, essa quantidade pode não ser determinada a partir da associação a um número natural. É nessa circunstância que surge a necessidade de novos números além dos naturais. Uma tentativa de solução para o problema descrito, ou seja, o problema da unidade não caber uma quantidade inteira de vezes no que se quer medir, é repartir a unidade. É neste contexto que emergem as frações e, consequentemente, os números racionais. A questão da medida é igualmente fundamental para a compreensão da necessidade da expansão dos números naturais para os números racionais e para a identificação da limitação dos números racionais, que determina a necessidade da expansão para os números reais. A ideia de *comparação* sustenta toda essa discussão.

Na Matemática contemporânea, as medidas transformam problemas geométricos em problemas numéricos. A escolha de uma unidade de medida basta para converter um comprimento, uma área ou um volume em um número. Assim, por exemplo, atualmente, a ideia de "medir" um comprimento, uma área ou um volume está naturalmente associada a atribuir a essas grandezas um valor numérico, determinado a partir de uma unidade fixada. No entanto, a tradição que marcou a geometria grega na época de Euclides – e mesmo um pouco antes – envolvia o chamado "cálculo de áreas" – práticas geométricas que envolviam a busca de equivalências de áreas e operações com áreas. Estas operações eram feitas sem medir as grandezas envolvidas (isto é, sem atribuir a elas valores numéricos), mas realizando as operações diretamente com estas como grandezas geométricas, fossem elas comprimentos, áreas ou volumes. Por exemplo, como na a proposição a seguir, dos Elementos:

Proposição I-38 *Os triângulos que estão sobre bases iguais e nas mesmas paralelas são iguais entre si* [2].

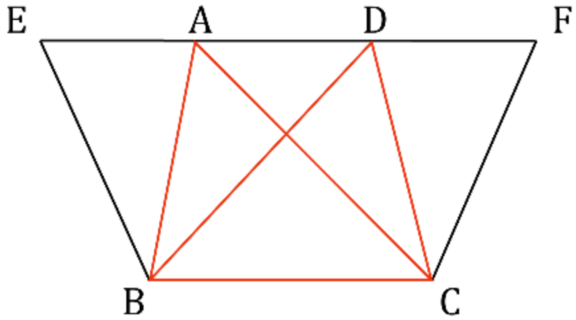

Figura 1 – Triângulos com áreas iguais

De forma geral, essa proposição pode ser traduzida por *Se dois triângulos, ABC e DBC, possuem a mesma base, BC, e o terceiro vértice está em uma reta paralela à base, então eles têm áreas iguais*. Em termos atuais, em geral, tem-se que dois triângulos têm áreas iguais se possuem a mesma base e a mesma altura, uma vez que a área é calculada a partir de uma fórmula (No caso, (*base* x *altura*)/2). A proposição acima enuncia um caso em que duas áreas são iguais, por meio de condições geométricas, sem que seja preciso calcular valores numéricos para essas áreas. O que está sendo abordado aqui trata de uma tradição geométrica que não associava grandezas a números, a base e a altura não eram medidas para se indicar a área.

Para se entender a importância de conclusões deste tipo, é preciso entender como eram realizados os cálculos de áreas na geometria grega, que consistia em uma prática distinta da que é usada atualmente. Na matemática contemporânea, medir é associar uma grandeza a um número. Por exemplo, de maneira geral, quando se quer somar as áreas de dois polígonos, primeiro se calcula a área de cada um deles, por meio de uma fórmula, e depois se soma os resultados (que são números). No entanto, na geometria grega, as grandezas não eram tratadas por meio de sua associação a números**.** Neste caso, como operar com grandezas, como comprimentos e áreas, senão por meio de suas medidas numéricas?

Este problema era resolvido por meio da procura de áreas equivalentes. Por exemplo, “medir’’ a área de uma figura qualquer significava encontrar uma figura simples cuja área fosse igual à da figura dada. Essa figura simples era um quadrado. Logo, o problema de se encontrar a *quadratura* de uma figura qualquer correspondia a construir um quadrado cuja área fosse igual à da figura dada. O conceito de razão se insere no contexto geométrico

[2] “São iguais”, na linguagem de Euclides, quer dizer “possuem a mesma área”.

descrito anteriormente, que diz respeito à origem dos números racionais: **uma razão é uma comparação entre grandezas.**

3. PLANEJAMENTO DAS ATIVIDADES

A pergunta "O que é razão?" terá caráter disparador da discussão e da reflexão no decorrer da oficina. As atividades propostas têm o propósito de suscitar e conduzir a reflexão, tendo como referência a prática de sala de aula do ensino básico. No entanto, tais atividades não estão "prontas" para serem diretamente aplicadas, ainda que possam ser consideradas como fontes de inspiração para novas atividades ou possam ser adaptadas à realidade e aos objetivos do ensino básico. Além disso, esta oficina não pretende esgotar a discussão sobre os temas comparação e razão nem sobre números racionais. O objetivo é promover a reflexão sobre o ensino de razões e sua relação com o ensino de frações e de números racionais no ensino básico. Assim, os tópicos elencados para esta oficina são: "Comparação"; "Como tratar comparações por meio de razão na sala de aula?"; "Razões e determinação de quantidades a partir de modelos pictóricos" e "Razão e Proporção".

Exemplo de atividade proposta – em etapa intermediária, motivando a discussão sobre proporcionalidade: *Considere que as quatro fotos a seguir foram tiradas em um mesmo dia e que a árvore que aparece em todas elas é a mesma. Em cada foto, há uma pessoa ao lado dessa árvore, Guilherme, Joana, Maria e Eduardo.* ***Essas pessoas têm alturas iguais? Se não, qual (ou quais) delas é(são) a(s) mais alta(s)?***

Figura 2: Exemplo de atividade a ser desenvolvida na oficina
(Imagem reduzida em relação à original)

REFERÊNCIAS

BALL, D. L. **The subject matter preparation of prospective mathematics teachers:** Challenging the myths. National Center for Research on Teacher Education, College of Education, Michigan State University, 1988. Disponível em: <http://ncrtl.msu.edu/research.htm>.

BEHR, M. *et al*. Rational Number, Ratio, and Proportion. In: GROUWS, D. (Ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: Macmillan, 1992.

KLEIN, F. **Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior.** Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática, 2009.

PROJETO MATDIG. Coleção MatDigital - EFII - Coleção Didática Digital para o Ensino Fundamental II - SBM, em produção. Disponível em: <matdigital.sbm.org.br>.

RIPOLL, C. et al. **Livro Companheiro do Professor De Matemática** – Números. v. 1. Rio de Janeiro: SBM, no prelo.

SCHUBRING, G. A Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior: Felix Klein e a sua Atualidade. In: ROQUE, T.; GIRALDO, V. (Eds.). **O Saber do Professor de Matemática**: Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014. p. 39–54.