



CONSTRUINDO CONCEITOS EM AMBIENTE INVESTIGATIVO¹

Márcio Albano Lima

Universidade Federal do Rio Grande do Sul - marcio@terra.com.br

Marilaine de Fraga Sant'Ana

UFRGS- marilaine@mat.ufrgs.br

RESUMO

Este artigo apresenta nossas concepções sobre a construção de conceitos em ambiente de Modelagem Matemática. Pensamos no ambiente investigativo, definido por Skovsmose (2000) de cenário para investigação, para construirmos com os estudantes um projeto de Modelagem. Neste, eles investigaram sobre sustentabilidade, com foco no consumo de água consciente. Dividimos o projeto em dois momentos: no primeiro, identificamos o conhecimento prévio dos estudantes sobre o tema, enquanto no segundo, desenvolvemos o projeto, com o objetivo de levar os estudantes a refletir e tomar consciência da importância do consumo consciente da água.

Palavras Chaves: Modelagem Matemática; Construção de um Conceito; Consumo Consciente de Água.

1. INTRODUÇÃO

Neste artigo, apresentamos nossas preocupações e concepções de como se dá a construção de conceitos em ambiente de Modelagem Matemática, que chamaremos de Modelagem. Em particular, nosso objetivo está focado no ambiente investigativo, chamado por Skovsmose (2000) de cenário para investigação. Nele, os estudantes tornam-se investigadores e assumem o processo de exploração e explicação, pois um cenário para investigação permite tal participação. O educador se envolve em todas as atividades, auxiliando, orientando e, por vezes, explorando e explicando também. Assim, ambos, educador e educando farão questionamentos, por exemplo.

Nessa proposta de cenário investigativo, vemos a Modelagem como aliada, justamente, porque a Modelagem é um ambiente de aprendizagem que privilegia a exploração, pesquisa e investigação. Os estudantes têm a oportunidade de escolher um problema e investigar sobre ele.

Dentre as concepções de Modelagem, escolhemos a de Barbosa (2004)

¹ Financiado pela Capes.



A meu ver, o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas as atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo. (BARBOSA, 2004, p. 3).

Para nós, o principal objetivo da Modelagem é a aprendizagem dentro de um cenário investigativo. Não enfatizamos a obtenção de um modelo. Mas, sabemos que este pode se tornar consequência de uma pesquisa. Assim, a aprendizagem é resultado de uma pesquisa investigativa que pode trazer uma análise crítica e reflexiva.

Nem sempre essa pesquisa precisa estar associada a projetos, conforme Barbosa (2001). Essas atividades demandam muito tempo, pois envolvem não somente a elaboração do projeto, mas também o aceite dos estudantes, além do desenvolvimento do projeto. Para resolver isto, ele nos leva a considerar atividades menores, e dividi-las em casos, conforme quadro a seguir.

Quadro 1 - Divisão em casos dos ambientes de aprendizagem para Modelagem, segundo Barbosa (2001)

Caso 1	Ambiente no qual o professor traz a situação-problema, os dados necessários para a resolução e o problema formulado. Os alunos se envolvem na resolução.
Caso 2	Ambiente no qual professor traz um problema de outra área, ficando os alunos responsáveis pela coleta de informações para a resolução.
Caso 3	Ambiente no qual os alunos formulam e resolvem o problema, a partir de temas não matemáticos. Eles são responsáveis pela coleta das informações e simplificação do problema.

Assim, nosso objetivo, nesse artigo, será discutir como se dá a construção de conceitos, a partir da imagem do conceito, em ambiente de Modelagem, na terceira situação proposta por Barbosa (2001).

2. CONSTRUINDO CONCEITOS

Para construirmos conceitos, consideramos a importância do conhecimento prévio do estudante. Isso vai ao encontro de D'Ambrosio (1999), que indica entrarmos na realidade do estudante para obtermos melhores resultados. Ele ainda exemplifica, afirmando, que levarmos um problema sobre comprar maçãs para um estudante que não conhece uma maçã, não será tão eficaz quanto se usarmos esse problema com um que saiba o que é uma maçã.



Entretanto, somente utilizar o saber do educando não é suficiente, nossa intenção é melhorá-lo, aproximando-o da definição aceita pela comunidade acadêmica. Nossa intenção é fazer essa aproximação em ambiente de Modelagem. E, para isso, vamos associar o primeiro com a imagem do conceito definida por Tall e Vinner (1981).

3. IMAGEM DO CONCEITO E DEFINIÇÃO DO CONCEITO

Um dos significados da palavra imagem está ligado à representação mental de um objeto ou pessoa. Ou seja, tudo aquilo que nos vem à mente quando pensamos. Se escolhermos o relógio como exemplo, podemos pensar em ponteiros, tempo, horas, minutos, segundos e números dispostos de 1 até 12, caso o relógio seja analógico. Sendo digital, pode-se pensar em números de 00 até 23, para as horas e 00 até 59 para minutos ou segundos, além de outras peças importantes. Essa imagem do relógio depende, basicamente, da experiência do indivíduo, do quanto conhecemos e utilizamos este objeto. Por isso, faz bastante sentido, a consideração feita por D'Ambrosio (1999), no problema das maçãs.

Uma questão típica que envolve o relógio está relacionada ao ângulo formado pelos seus ponteiros. É uma questão interessante. Mas, como pedir para um estudante pensar em um relógio de ponteiros, sem nunca ter visto ou ter pouco contato com um? Antes de um questionamento desses, é importante nos perguntarmos o quanto os estudantes conhecem sobre o objeto de estudo. Caso não conheçam, não significa que não poderemos fazer tal questionamento. Podemos levá-los a conhecer o relógio, ou talvez, construir um, juntamente com eles.

Percebemos, facilmente, que existe uma associação entre um objeto e a sua imagem. Além disso, quanto mais conhecemos determinado objeto, melhor podemos descrevê-lo. E, portanto, mais nítida fica a imagem do objeto. Da mesma forma que existe uma associação entre a imagem de um objeto com o próprio objeto, podemos associar a imagem de certo conceito, seja matemático ou não, com o próprio conceito.

Segundo Tall e Vinner (1981), aprendemos a reconhecer os conceitos pela experiência e utilização. Ou seja, aquilo que sabemos sobre determinado conceito não é necessariamente a sua definição formal. Essa formalização ocorre conforme amadurecemos o conhecimento sobre o conceito. Nesse processo de amadurecimento, conseguimos criar e pensar em símbolos e nomes. Por exemplo, quando queremos representar que não temos nada,



utilizamos o símbolo “0” e o nomeamos de zero. Entretanto, somente dar um símbolo ou nome ao conceito não é suficiente, precisamos dar significado ao conceito. Isso acontece através da estrutura cognitiva total. Essa estrutura inclui todas as imagens e propriedades associadas a determinado conceito, além de todos os processos que envolvem esse conceito. Nesse caso, diríamos que a propriedade de elemento neutro da soma faz parte dessa estrutura, ao nos referirmos ao zero.

Tall e Vinner (1981) utilizam o termo *concept image*, que traduzimos para imagem do conceito, para descrever a estrutura cognitiva total. Segundo eles, essa estrutura é construída com o tempo, dependendo das experiências vivenciadas. E mais, muda conforme somos estimulados ou amadurecemos.

Já a definição do conceito pode ser totalmente diferente da imagem do conceito. Segundo Tall e Vinner (1981), essa é a forma como arranjamos as palavras para descrever um conceito. Independente de como ocorreu o aprendizado, a definição do conceito, segundo Tall e Vinner (1981), é como o estudante, após ter aprendido sobre o conceito, descreve-o, com exatidão, utilizando suas próprias palavras.

4. PROJETO DE MODELAGEM

Aqui, resumiremos um projeto de modelagem aplicado em dois momentos. No primeiro, estávamos interessados em captar as imagens que os estudantes tinham acerca do tema SUSTENTABILIDADE. Isso foi feito a partir de uma pesquisa com 36 estudantes adultos de um projeto educacional vinculado à Pró-Reitoria de Extensão da UFRGS.

A pergunta feita foi: “O que lhes vêm à mente quando pensam em SUSTENTABILIDADE?”. Palavras como reciclagem, preservação do meio ambiente, conscientização, consumo consciente de recursos naturais são alguns exemplos do que os estudantes escreveram. Em seguida, solicitamos, aos interessados em participar do projeto, uma pesquisa sobre o tema. Eles deveriam trazer no próximo encontro uma definição melhorada do que pensam ser SUSTENTABILIDADE para, a partir daí, definirmos os grupos de trabalho. Esse foi o segundo momento em que, ao estudarmos sobre o tema, nos interessamos em ampliar suas imagens sobre o mesmo.

No primeiro encontro, solicitamos que os estudantes falassem em voz alta o que haviam pesquisado sobre SUSTENTABILIDADE. Os temas que apareceram foram: consumo



consciente de energia elétrica e de água potável; reutilização de fontes renováveis: biomassa, energia solar, água da chuva; utilização de energia menos poluente; preservação dos recursos naturais, pensando em atender não somente a geração atual, mas também as futuras; desmatamento e reutilização do solo desmatado; reciclagem; consciência social e distribuição de rendas. Após, pedimos que os estudantes escolhessem um dos temas e formassem grupos de acordo com suas escolhas.

Nesse encontro, contamos com a presença de seis educandos que formaram três duplas. Os temas escolhidos foram: consumo consciente de energia elétrica e de água potável; utilização de energia menos poluente; preservação dos recursos naturais, pensando em atender não somente a geração atual, mas também as futuras. Eles fizeram os questionamentos sobre o tema escolhido. Ou seja, levantaram questões que despertaram sua curiosidade. Além de coletar os dados necessários para responder os questionamentos. Assim, nos encaixamos no caso 3 de Modelagem, proposto por Barbosa (2001).

Um dos grupos se interessou em trabalhar com “*Preservação dos recursos naturais, pensando em atender não somente a geração atual, mas também as futuras*”. Essa é a definição do conceito de SUSTENTABILIDADE do grupo. Como o objetivo ficou muito generalista, sugerimos que focassem em apenas um recurso natural. O grupo optou pelo consumo de água consciente. Abaixo, listamos os primeiros questionamentos:

1. Quantos litros de água uma pessoa consome por mês?
2. Qual a quantidade, em litros, seria ideal para cada atividade que necessita a utilização da água?
3. Como é medido o consumo de água pelo órgão responsável pela mesma?
4. Qual o consumo médio de água, por mês, de uma família de classe média?
5. Quanto, em litros, seria economizado, em 1 ano, se as pessoas que tomam banho de 30 minutos, diminuíssem em 10 minutos o tempo de cada banho?
6. Quanto seria gasto para ter uma cisterna?
7. Como diminuir o consumo de água nos meses de pico (verão)?
8. O RS é um estado em que chove muito. Quantos litros de água ao mês seriam armazenados com uma cisterna?
9. Em reais e em litros, quanto seria economizado se fossem adotadas as medidas de racionamento da questão anterior?



Para responder as questões, foi analisada a conta de água da casa de um dos integrantes do grupo. Todos os questionamentos foram respondidos, outros surgiram no andamento do projeto. Entretanto, não abordaremos todos nesse trabalho, mas apenas as questões 1, 2 e 5.

1. Quantos litros de água uma pessoa consome por mês?

Para responder essa questão, os estudantes calcularam a média e a mediana do consumo dos últimos meses, a partir do histórico de consumo de cinco meses apresentado na conta de uma família de cinco pessoas.

Histórico de Consumos em Metros Cúbicos (m ³)					
Mês/Ano	04/2013	03/2013	02/2013	01/2013	12/2012
Consumo	13	13	13	21	11

Dados do Consumo do Mês				
Hydrometro	Leitura Anterior	Leitura Atual	Consumo (m ³)	Dias de Consumo
A10N153372	772	779	14	30

Figura 1: Parte da conta de água da família de uma das estudantes.

$$Média = \frac{13 + 13 + 13 + 21 + 11}{5} = \frac{71}{5} = 14,2m^3$$

$$Mediana(11, 13, 13, 13, 21) = 13m^3$$

A conta era de uma família de cinco pessoas, sendo assim, para descobrir o consumo diário por pessoa, precisaram trabalhar apenas com algumas divisões.

$$Consumo\ médio = \frac{14,2}{5} = 2,84m^3$$

$$Consumo\ Mediano = \frac{13}{5} = 2,6m^3$$

Como o interesse dos estudantes era descobrir quantos litros de água eram consumidos em um mês por pessoa, fizeram a conversão de unidades, utilizando a seguinte relação:

$$1\ litro \sim 1000cm^3$$

$$1\ metro = 100\ centímetros \rightarrow 2,84m^3 = 2,84(100cm)^3 = 2,84 \cdot 10^6\ cm^3.$$

$$1000cm^3 = 1litro \rightarrow 2,84 \cdot 10^6\ cm^3 = 2,84 \cdot 10^3\ litros = 2840\ litros.$$

Analogamente, é possível perceber que o consumo mediano foi de 2600 litros.



2. Qual quantidade, em litros, seria ideal para cada atividade que necessita da utilização da água?

Para responder essa questão era preciso, primeiramente, verificar ou decidir quais atividades eram mais relevantes. Os estudantes escolheram as seguintes atividades: banho, lavagem de louça, descarga do banheiro, lavagem de roupa, escovação de dentes e lavagem de carro. Para facilitar a visualização e compreensão, pensamos em criar um quadro, com as informações organizadas. Após, era necessário descobrir como medir a quantidade de água consumida em cada uma das atividades listadas por eles. Inicialmente, os estudantes pensaram em utilizar dados pesquisados, conforme o quadro 2.

Quadro 2 - Dados pesquisados pelos estudantes das atividades que elencaram como importantes.

ATIVIDADE	CONSUMO
Banho	135 litros por banho
Lavagem de louça	117 litros por lavagem
Descarga do banheiro	17 litros por descarga
Lavagem de roupa	135 litros por lavagem
Escovação de dentes	12 litros por vez
Lavagem de carro	320 litros por lavagem

Os estudantes queriam verificar se os valores do quadro acima podiam ser aplicados à família em questão. Para isso, precisaram comparar o consumo médio da família, calculado na questão anterior, com consumo como o do quadro acima.

Para fazer essa comparação, primeiramente, a estudante que levou a conta deveria indicar quantas vezes ao dia cada atividade era praticada pelos membros de sua família. Segundo ela, os 5 integrantes de sua família tomam 2 banhos por dia, exceto sua irmã mais nova; em sua casa a louça é lavada 2 vezes ao dia; a descarga é utilizada 10 vezes ao dia, em média; a roupa é lavada 3 vezes por semana; cada um dos integrantes escova os dentes, em casa, 2 vezes por dia; o carro da família é lavado 1 vez por semana. Em todas as situações, ninguém desliga a saída de água. Ou seja, enquanto se escova os dentes, a torneira fica aberta, por exemplo.

Novamente, para organizar os dados, os estudantes recorreram a uma planilha, conforme o quadro 3.



Quadro 3 - Dados pesquisados e consumo mensal em litros das atividades elencadas pelos estudantes.

Atividade	Consumo por atividade	Consumo mensal em litros
Banho	135 litros	$300 \times 135 = 40500$
Lavagem de louça	117 litros	$60 \times 117 = 7020$
Descarga do banheiro	17 litros	$300 \times 17 = 5100$
Lavagem de roupa	135 litros	$12 \times 135 = 1620$
Escovação de dentes	12 litros	$300 \times 12 = 3600$
Lavagem de carro	320 litros	$4 \times 320 = 1280$

O próximo passo seria a comparação entre os valores que os estudantes calcularam, com os dados da conta. Ou seja, verificar se o que calculamos refletia a realidade da família. Os estudantes somaram todos os valores para obter o consumo total mensal de água: $40500 + 7020 + 5100 + 1620 + 3600 + 1280 = 59120$ litros.

Portanto, a diferença entre a média de consumo da família e a média de consumo pesquisada foi: $59120 - 14200 = 44920$ litros. Dessa forma, não poderíamos utilizar os valores pesquisados como referência. Era preciso obter valores mais próximos da realidade.

Questionamos os estudantes se havia outra maneira de descobrirmos o consumo de cada uma das atividades. Ou seja, qual a vazão de cada um dos pontos de saída de água: chuveiro, torneiras, etc. A única maneira que eles pensaram foi a de realizar pesquisas na internet, baseada na marca de cada torneira e chuveiro da casa. Entretanto, ao utilizar essas médias pesquisadas, novamente poderíamos ter um erro grande, por isso precisávamos de um método que se aproximasse da realidade daquela família.

Como os estudantes não pensaram em uma forma eficaz, de calcular a vazão dos pontos de saída de água, sugerimos que pegassem um recipiente com capacidade de 1 litro e o enchessem com água, medindo o tempo que seria necessário para completá-lo. Solicitamos que, nessa experiência, abrissem as torneiras e o chuveiro com a mesma vazão utilizada no banho ou na utilização de uma torneira. No quadro abaixo, apresentamos os tempos medidos pelos estudantes.



Quadro 4 - Tempo, medido pelos estudantes, para encher a quantidade de 1 litro.

ATIVIDADE	Tempo para encher 1 litro
Banho	19,01
Lavagem de louça	33,17
Descarga do banheiro	-
Lavagem de roupa	-
Escovação de dentes	17,71
Lavagem de carro	15,50

O próximo passo seria levantar o tempo em que cada ponto de saída de água fica aberto em cada uma das atividades. Assim, seria possível calcularmos o consumo de água em cada uma das atividades. Depois, bastaria verificar quantas vezes por mês determinada atividade é realizada. Por fim, somar todos os consumos.

Começamos levantando os tempos de cada atividade, conforme quadro abaixo. Colocamos no quadro somente as atividades que dependem do tempo de uso. Por exemplo, como a família possui máquina de lavar roupa, o consumo de água independe do tempo em que a máquina fica ligada. Tal consumo depende da capacidade da máquina de lavar, o mesmo vale para a descarga do banheiro.

Quadro 5 - Tempo em que cada membro da família mantém a tomada de água aberta.

Membro da família	Banho 1	Banho 2	Lavagem de louça	Escovação de dentes 1	Escovação de dentes 2	Lavagem de carro
Pai	5 min.	5 min.	-	2 min.	2 min.	
Mãe	5 min.	5 min.	-	2 min.	2 min.	
Filha 1	30 min.	30 min.	-	5 min.	5 min.	
Filha 2	30 min.	30 min.	-	5 min.	5 min.	
Criança	20 min.	-	-	1 min.	1 min.	
Família	90 min.	70 min.	20 min.	15 min.	15 min.	25 min.



Portanto, por exemplo, conforme pode ser visto no quadro acima, essa família utiliza o chuveiro durante 160 minutos por dia, e, sendo assim, $160 \times 30 = 4800$ minutos por mês. Logo, se o banho consome 1 litro de água em 19,01 segundos, consumirá 15.149,92 litros por mês. A coluna “% do consumo” refere-se ao percentual que a atividade consome em relação ao total consumido.

Quadro 6 - Relaciona cada atividade com o tempo para encher 1 litro e o tempo total mensal, além do consumo em um mês e a representação percentual do consumo.

Atividade	Tempo para encher 1 litro	Tempo total (mensal)	Consumo em litros (mensal)	% do consumo
Banhos	19,01 segundos	4800 minutos	15.149,92	62 %
Lavagem de roupa	-	-	1.620,00	7 %
Lavagem de louça	33,17 segundos	600 minutos	1.085,32	4 %
Escovação de dentes	17,71 segundos	900 minutos	3.049,12	13 %
Descarga	-	-	3.000,00	12 %
Lavagem de carro	15,5 segundos	-	400,00	2 %
TOTAL			24.304,36	100 %

De maneira geral, o cálculo feito para obter o consumo em litros foi:

a) Atividades com tempo para encher 1 litro:

$$\text{Consumo em litros mensal} = \frac{\text{Tempo total mensal} \times 60}{\text{Tempo para encher 1 litro}}$$

b) Atividades em que não foi usado o tempo para encher 1 litro:

– Lavagem de roupa:

Utilizamos o valor pesquisado pelos estudantes como referência, ou seja, 135 litros de água por lavagem. Assim, como a família estudada lava roupa 3 vezes por semana, consideramos que são 12 lavagens mensais, em média. Portanto, o consumo é: $12 \times 135 = 1620$ litros .

– Descarga do banheiro:

Como a descarga do banheiro da casa da estudante tem capacidade de 10 litros, fizemos o seguinte cálculo: como são 10 descargas, em média, por dia, então são 300 mensais. E, portanto, consome-se: $300 \times 10 = 3000$ litros.



5. Quanto, em litros, seria economizado, em 1 ano, se as pessoas que tomam banho de 30 minutos, diminuíssem em 10 minutos o tempo de cada banho?

Se cada uma das filhas adultas reduzisse 10 minutos em cada banho, teríamos uma economia de 20 minutos por dia de cada uma delas, portanto, a família deixaria de usar o chuveiro, diariamente, por 40 minutos. Ou seja:

1 litro → 19,01 *segundos*

x litros → 40 *minutos*

x ~ 126 *litros por dia*

Sendo assim, nossa redução anual seria dada por:

1 dia → 126 *litros*

360 dias → *x litros*

$x = 126.360 \text{ litros por ano} = 45.360 \text{ litros por ano}$

Até aqui, nossa preocupação estava somente no volume de água economizada. Teríamos uma redução de 45.360 litros, que equivale a 45,36 m³. E, nesse caso, poderiam deixar de pagar pelo consumo de água por praticamente 3 meses, se considerarmos a média, e 2 meses, se considerarmos o pico. Logicamente, como a economia é diária e a conta é mensal, para deixar de pagar a conta de água é necessário guardar o valor equivalente à economia.

Essa redução chamou a atenção dos estudantes, principalmente porque depende somente de duas pessoas, sendo uma delas participante do projeto. Dessa forma, conseguimos criar uma situação em que os estudantes puderam analisar a conta de água de forma crítica. Não colocamos aqui a monetização da economia, mas no projeto ela ocorreu. Entretanto, a reflexão feita pelos estudantes foi voltada para o volume desperdiçado e não para o valor economizado, como pode ser observado na fala abaixo:

“Vivemos em um local onde há água em abundância. Imagina como seria depender tanto da água se morássemos no Nordeste. Temos muita sorte”.

Essa reflexão feita faz muito sentido e mostra o quanto foram capazes de pensar e analisar criticamente. Pois, apesar de o fator econômico ser importante, puderam perceber a importância de não desperdiçar água. Assim, se tornaram capazes de pensar nas gerações futuras. Já que, como a água não é um recurso renovável, pode acabar. Sendo assim, podemos ficar em uma situação semelhante à do Nordeste, com escassez de água potável.



5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

À luz da perspectiva de Barbosa (2004), definimos nossa posição em relação à Modelagem Matemática. Também nos utilizamos de Skovsmose (2000) e Barbosa (2001) para definirmos o ambiente de aprendizagem como um ambiente investigativo, denominado por Skovsmose (2000) de cenário para investigação. No que tange a construção do conceito, nos embasamos em D'Ambrosio (1999) ao nos referirmos à importância do conhecimento prévio do estudante.

Vimos que existe a possibilidade de trabalharmos com a construção do conceito em um ambiente investigativo. Partindo do conhecimento prévio do estudante, nos focamos em ampliar as imagens dos estudantes sobre o tema. Nossa expectativa era levá-los a fazer uma análise crítica e reflexiva.

O projeto iniciou com o tema SUSTENTABILIDADE, e os estudantes priorizaram o consumo consciente de água. Eles perceberam que, com reduções simples, é possível economizar a quantidade equivalente a 3 meses de consumo.

Nossos objetivos foram alcançados, pois a partir de um tema os educandos puderam escolher e simplificar problemas, ampliando assim suas imagens. E mais, foram capazes de refletir e analisar a situação de forma crítica.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais**. Rio de Janeiro: ANPED, 2001.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática: o que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Dos fatos reais à modelagem**: uma proposta de conhecimento matemático, 1999. Disponível em: <<https://sites.google.com/site/etnomath/29-dos-fatos-reais>>. Acesso em: 03 abr. 2013.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, n. 14, p. 66-91, 2000.

TALL, David; VINNER, Shlomo. Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics**, v. 12, n. 2, p. 151-169, 1981.