

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO

Mauro Mastella

**O CONTEÚDO INFORMACIONAL DA VOLATILIDADE IMPLÍCITA NO
BRASIL**

Porto Alegre, 2015

Mauro Mastella

**O CONTEÚDO INFORMACIONAL DA VOLATILIDADE IMPLÍCITA NO
BRASIL**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Administração.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Scherer Perlin

Porto Alegre, 2015

CIP - Catalogação na Publicação

Mastella, Mauro

O Conteúdo Informacional da Volatilidade Implícita no Brasil / Mauro Mastella. -- 2015.

127 f.

Orientador: Marcelo Scherer Perlin.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Administração, Programa de Pós-Graduação em Administração, Porto Alegre, BR-RS, 2015.

1. Volatilidade. 2. Volatilidade Implícita. 3. Conteúdo informacional da volatilidade. 4. Sinalização de eventos de stress. 5. Liquidez de Opções. I. Perlin, Marcelo Scherer, orient. II. Título.

AGRADECIMENTOS

Muitas foram as pessoas e instituições que apoiaram o desenvolvimento desta tese de doutorado.

Começo agradecendo a todos os profissionais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul que colaboram na oferta do curso de Doutorado em Administração. Em especial, meu orientador Professor Doutor Marcelo Scherer Perlin que sempre dispensou uma enorme atenção ao meu desenvolvimento como pesquisador. Em colaboração com a Professora Doutora Silvia Stanescu, da Universidade de Kent, Inglaterra, o Professor Marcelo viabilizou a experiência de aprofundamento de estudos no doutorado-sanduíche, etapa crucial no amadurecimento de qualquer aluno de doutorado. Agradecimento especial, também, ao Professor Doutor Paulo Renato Soares Terra, pelo auxílio no planejamento do meu envolvimento no curso.

Faço uma humilde reverência aos professores membros da banca de avaliação, Professor Doutor André Alves Portela, Professor Doutor Flávio Augusto Ziegelmann e Professor Doutor Guilherme Ribeiro de Macêdo, que dispuseram de seu escasso tempo para ler a tese, realizar apontamentos e colaborar para o desenvolvimento dessa pesquisa desde o estágio de projeto.

Também serei eternamente grato pelo apoio recebido de todos os colegas professores da Universidade Estadual do Rio Grande do Sul para tentar diminuir o impacto da minha ausência durante o período de licença.

Há inúmeros colegas de disciplinas, amigos e familiares que apoiaram o atingimento dos objetivos do curso. Sendo este um momento que exige grande sacrifício, indiretamente a convivência com todos e os momentos de lazer também foram sacrificados. Agradeço profundamente o apoio incondicional recebido de minha esposa Silvia, mesmo com meu afastamento do país durante 1 ano.

RESUMO

A volatilidade implícita é um importante tema no campo das Finanças. Do ponto de vista acadêmico, é crescente o número de pesquisas sobre o conteúdo informacional embutido no preço dos ativos. Na visão do mercado, a volatilidade implícita pode ser negociada diretamente no mercado de derivativos como um ativo, permitindo o seu emprego para diversificação de riscos em carteiras de investimentos. No entanto, o mercado brasileiro carece de um índice de volatilidade oficial e os estudos sobre o tema no Brasil são bastante limitados, sendo urgente a proposta de métodos de obtenção deste índice coerentes com o cenário de liquidez. Assim, essa pesquisa tem como objetivo analisar o conteúdo informacional da volatilidade implícita no Brasil. Para isso foi necessário estimar um índice de volatilidade implícita para o mercado brasileiro (“VIX Brasil”), investigar o impacto da liquidez na volatilidade implícita, analisar a capacidade preditiva da volatilidade implícita em relação à volatilidade realizada futura e verificar a sua eficiência na emissão de sinais de proximidade de eventos de *stress*. Foram utilizados dados diários sobre o mercado de opções sobre índice de 2002 a 2013. Os principais resultados sugerem que a liquidez das opções afeta a variabilidade da volatilidade implícita ao longo do tempo. Em relação ao conteúdo informacional da volatilidade implícita no Brasil, obteve-se indícios de que (i) há significativa relação com o retorno da bolsa, sendo esta uma relação assimétrica e concentrada nos extremos da distribuição; (ii) a volatilidade implícita brasileira possui informações sobre volatilidade futura realizada além daquela contida na volatilidade histórica, porém é um estimador viesado e ineficiente; (iii) o “VIX Brasil” possui capacidade sinalizadora da proximidade de eventos de *stress*, em especial quando utiliza-se o limiar de 10% sobre a sua média móvel de 90 dias como abordagem de emissão de sinal.

Palavras-chave: volatilidade implícita; volatilidade futura; liquidez de opções; eventos de estresse.

ABSTRACT

The Implied volatility is an important topic of research in Finance. From the academics point of view, there is a growing interest in the information embedded in asset prices. From the practitioners view, the implied volatility can be directly traded in the derivatives market as an asset, being a tool for risk diversification in investment portfolios. However, the Brazilian capital market lacks an official volatility index and studies on the subject in Brazil are very limited. Hence, models for volatilities indexes consistent with the liquidity scenario of the Brazilian market are an urgent issue. Thus, this research aims to analyse the information content of implied volatility in Brazil. For achieving this goal, it was necessary to estimate an implied volatility index for the Brazilian market ("VIX Brazil"), to investigate the impact of liquidity in implied volatility, to analyse the predictive power of implied volatility for the future realized volatility and to check its efficiency for issuing early warning signals (EWS) of stress events. Daily data on the options market index over 2002 to 2013 were used. The main results suggest that the liquidity of options affects the variability of implied volatility over time. Regarding the information content of implied volatility in Brazil, evidence was obtained that (i) there is significant relationship with the market return, which is an asymmetric relationship and concentrated at the tails of the probability distribution; (ii) the Brazilian implied volatility has information about the future realized volatility than that contained in the historical volatility, but it's a biased and inefficient estimator; (iii) the "VIX Brazil" has signalling power concerning the proximity of stress events, especially when it is used the 10% threshold on its moving average 90 days as signal emission approach

Keywords: implied volatility; future realized volatility; options liquidity; stress events.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Índices de volatilidade implícita na CBOE.....	45
Quadro 2 – Estrutura do mercado de derivativos no Brasil.....	56
Quadro 3 - Resumo analítico das diferentes características das opções na BM&FBovespa	58

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - <i>Smile</i> da Volatilidade Implícita FTSE100 - Março de 2005.....	26
Figura 2 - Exemplo de Estrutura a Termo da Volatilidade Implícita para dois ativos.....	26
Figura 3 - Volatilidade Implícita Black-Scholes x Heston	31
Figura 4 - Valores de Fechamento SP500 vs VIX.....	41
Figura 5 - Liquidez das Opções sobre o IBOV: Número de Negócios	73
Figura 6 - Liquidez das Opções sobre o IBOV: Quantidade Negociada	74
Figura 7 - Liquidez das Opções sobre o IBOV: Volume Diário Negociado	74
Figura 8 - Prazo médio das opções sobre o IBOV (em dias).....	79
Figura 9 - Volatilidade implícita ponderada pelo volume diário negociado vs volume diário negociado	82
Figura 10 - Volatilidade implícita ponderada pelo volume diário negociado vs IBOVESPA.....	83
Figura 11 - <i>CBOE Brazil ETF Volatility Index</i> vs Volatilidade Implícita Ponderada pela Quantidade Negociada.....	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Volumes médios diários negociados na BM&FBovespa (em R\$ milhões).....	56
Tabela 2 - Número médio diário de negócios na BM&FBovespa (em mil).....	57
Tabela 3 - Liquidez das opções sobre o índice IBOVESPA (médias semestrais).....	76
Tabela 4 - Número de diferentes preços de exercício em um dia de negociação.....	77
Tabela 5 - Número de diferentes datas de vencimento em um dia de negociação.....	78
Tabela 6 - Estatísticas descritivas e testes de estacionariedade para as séries de volatilidade implícita e para as séries de medidas de liquidez.....	81
Tabela 7 - Matriz de correlação: volatilidades implícitas B&S e variáveis de liquidez	85
Tabela 8 - Valores estimados dos coeficientes para o modelo AR(5)-GARCH-X(1,1): IVTQUANT e TQUANT.....	88
Tabela 9 - Teste de Box-Pierce nos resíduos padronizados e nos resíduos padronizados ao quadrado do modelo AR(5)-GARCH-X(1,1).....	89
Tabela 10 - Relação entre a volatilidade implícita e o retorno da bolsa - Regressão OLS ...	92
Tabela 11 - Relação entre a volatilidade implícita e o retorno da bolsa - Modelo de resposta assimétrica	93
Tabela 12 - Relação entre a volatilidade implícita e o retorno da bolsa - regressão quantílica.....	94
Tabela 13 - Mudanças nos índices de volatilidade implícita e retornos no mercado de ações: estimativas OLS.....	96
Tabela 14 - Volatilidade futura realizada e índices de volatilidade - variável dependente: volatilidade realizada em 1 dia.....	98
Tabela 15 - Volatilidade futura realizada e índices de volatilidade - variável dependente: volatilidade realizada em 22 dias.....	99
Tabela 16 - Performance da volatilidade implícita para sinalização de stress no IBOVESPA: IVNTRADES, sinalização pela média móvel e pelo percentil.....	103
Tabela 17- Performance da volatilidade implícita para sinalização de stress no IBOVESPA: IVTQUANT, sinalização pela média móvel e pelo percentil.....	104
Tabela 18 - Performance da volatilidade implícita para sinalização de stress no IBOVESPA: IVVOLTOT, sinalização pela média móvel e pelo percentil.....	105
Tabela 19 - Performance da volatilidade implícita para sinalização de stress no IBOVESPA: IVol-Br, sinalização pela média móvel e pelo percentil (amostra reduzida)	107

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	11
1.1	OBJETIVOS E PROBLEMA DE PESQUISA	15
1.1.1	Objetivo Geral	15
1.1.2	Objetivos Específicos	15
2.	VOLATILIDADE IMPLÍCITA	18
2.1	ABORDAGENS BASEADAS EM MODELOS	21
2.1.1	Black-Scholes	22
2.1.2	Heston	27
2.1.3	Cox-Ingersoll-Ross (CIR)	32
2.2	ABORDAGENS LIVRES DE MODELOS	35
2.2.1	Britten-Jones e Neuberger	36
2.2.2	VIX	39
2.3	A VOLATILIDADE IMPLÍCITA E A LIQUIDEZ DAS OPÇÕES	46
2.4	ESTRUTURA DO MERCADO DE OPÇÕES NO BRASIL	55
3.	CONSTRUÇÃO DAS HIPÓTESES DO ESTUDO	60
4.	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	66
5.	RESULTADOS	72
5.1	DESCRIÇÃO DOS DADOS	72
5.2	VIX BRASIL	79
5.3	IMPACTO DA LIQUIDEZ NO VIX BRASIL	87
5.4	O CONTEÚDO INFORMACIONAL DA VOLATILIDADE IMPLÍCITA NO BRASIL	90

5.4.1	Relação entre a Volatilidade Implícita e o Retorno	91
5.4.2	Relação entre a Volatilidade Implícita e a Volatilidade Realizada Futura	97
5.4.3	Capacidade Preditiva de Eventos de <i>Stress</i>	100
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	109
6.1	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	109
6.2	IMPLICAÇÕES GERENCIAIS E ACADÊMICAS	111
6.3	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	113
7.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	115
	APÊNDICE A: PRAZO MÉDIO DAS OPÇÕES SOBRE O IBOVESPA	122
	APÊNDICE B: TESTES DE ROBUSTEZ PARA IMPACTO DA LIQUIDEZ NA VOLATILIDADE IMPLÍCITA	123
	APÊNDICE C: TESTES DE ROBUSTEZ PARA DIFERENTES VARIÁVEIS DE VOLATILIDADE IMPLÍCITA E DE LIQUIDEZ	124
	APÊNDICE D: VOLATILIDADE FUTURA REALIZADA E ÍNDICES DE VOLATILIDADE - VARIÁVEL DEPENDENTE: VOLATILIDADE REALIZADA EM 5 DIAS	125
	APÊNDICE E: VOLATILIDADE FUTURA REALIZADA E ÍNDICES DE VOLATILIDADE - VARIÁVEL DEPENDENTE: VOLATILIDADE REALIZADA EM 44 DIAS	126

1. INTRODUÇÃO

A administração envolve a tomada de decisões em condições de incerteza. Conseqüentemente, em Finanças, uma das maiores dificuldades é obter uma visão de como proceder frente à necessidade de escolher entre alternativas que terão um resultado incerto. Cada decisão, mesmo que tomada no ímpeto de um momento, envolve um modelo imaginado sobre como o futuro pode se desenvolver e como nossas escolhas podem afetá-lo. Esses modelos, simplificam a realidade e reduzem as dimensões do mundo, projetando uma realidade multidimensional em espaços menores, mais gerenciáveis, onde regularidades apareçam e permitam interpolar e extrapolar a partir do observado em direção àquilo que é desconhecido.

A capacidade de gerir riscos, e com isso o apetite em assumir riscos e fazer escolhas temporais direcionadas ao futuro, é elemento chave do nosso sistema econômico. A confiança dos administradores na gestão de riscos os leva a assumir posições que não assumiriam caso os modelos disponíveis fossem considerados frágeis. Sendo as medidas quantitativas de risco uma tentativa de mensurar a incerteza em relação aos resultados das decisões, quanto mais desenvolvidas forem essas medidas, mais eficientes serão as decisões e posições assumidas frente ao futuro incerto (ou volátil), a partir de um modelo. A Teoria Financeira possui diferentes medidas de mensuração da volatilidade: medidas baseadas no passado, que visam extrair um padrão a partir do comportamento anterior dos resultados das decisões financeiras e medidas prospectivas, como a volatilidade implícita, que é aquela incorporada no preço dos ativos.

A volatilidade implícita tem se tornado um importante tema em Finanças, incentivado tanto por sua dimensão acadêmica como pelo próprio mercado de capitais. Do ponto de vista acadêmico, é crescente o número de pesquisas sobre o conteúdo informacional embutido no preço dos ativos. Pelo lado do mercado, a volatilidade implícita vem sendo negociada diretamente no mercado de derivativos como um ativo, permitindo o seu emprego para diversificação de riscos em carteiras de investimentos.

Entre os participantes do mercado, é amplamente aceito que a volatilidade implícita (subentendida ou embutida) no preço de uma opção é a previsão do mercado sobre a volatilidade futura durante o tempo de vida da opção. Dentro da perspectiva de expectativas racionais, o mercado utiliza toda a informação disponível para formar suas expectativas sobre a volatilidade futura e por isso o preço de mercado de uma opção revela a verdadeira estimativa do mercado para a volatilidade futura. Além disso, de acordo com Malz (2000), as informações implícitas nos preços das opções podem, perfeitamente, funcionar como sinalizadores de eventos de stress pelo fato das opções serem negociadas, dentre outras razões, para que o mercado ajuste suas posições a grandes mudanças nos preços dos ativos. O mercado de opções e, conseqüentemente, a volatilidade implícita extraída desse mercado, pode dar uma boa visão acerca das expectativas de investidores sobre os rumos e riscos da economia como um todo.

Inicialmente, acredita-se que a busca dessa informação implícita nas opções é algo coerente, pois as opções são derivativos empregados como uma forma de seguro pelos investidores *hedgers*, utilizados apenas caso venha a ocorrer aquilo que o seu detentor não está esperando que aconteça. Assim, quando a demanda por esse “seguro” se modifica, é natural que os preços de mercado das opções se alterem, emitindo um sinal em relação à expectativa de volatilidade futura. Também é racional supor que essa expectativa sobre a volatilidade futura tenha picos antes de momentos de *stress* do mercado, como crises, recessões e flutuações atípicas dos preços, por se tratarem de momentos de grande incerteza em relação ao futuro.

Mesmo assim, como será discutido nesta tese, não há consenso na literatura acadêmica no que se refere ao conteúdo informacional da volatilidade implícita. Até mesmo os índices de volatilidade implícita mais conhecidos e utilizados, como o VIX (*Chicago Board of Trade Volatility Index*), têm sido investigados quanto à existência de falhas em seus métodos de cálculo. De maneira resumida, para a mensuração da volatilidade implícita, existem dois tipos de enfoques: os enfoques baseados em modelos (tais como o de Black-Scholes, o de Cox-Ingersoll-Ross e o de Heston) e as abordagens livres de modelos (como o VIX e

a fórmula de Britten-Jones e Neuberger). Entretanto, no Brasil, os estudos sobre a volatilidade implícita são incipientes e costumam utilizar, predominantemente, abordagens baseadas em modelos para investigar o seu conteúdo informacional. (OLIVEIRA, 2000; ANDRADE e TABAK, 2001; GOMES, 2002; BARBACHAN e ORNELAS, 2003; GABE e PORTUGAL, 2004; MELLO, 2009)

A estratégica mais comum utilizada para resumir a volatilidade implícita de um conjunto de derivativos é a construção de um índice de volatilidade. De maneira simplificada, pode-se dizer que os índices de volatilidade são médias ponderadas das volatilidades implícitas dos derivativos que os compõem. Isso faz com que a liquidez dos derivativos seja um aspecto crucial para cálculo da volatilidade implícita, especialmente no Brasil, onde a liquidez das opções sobre o índice bursátil possui um comportamento *sui generis*, afetado pela presença de formadores de mercado em determinados períodos. Ou seja, o comportamento temporal da liquidez dessas opções se coloca como um desafio para a estimação de um índice de volatilidade para o mercado brasileiro.

A BM&F Bovespa ainda não calcula um índice de volatilidade oficial para o Brasil. Porém, o fato da bolsa ter buscado, nos últimos anos, formadores de mercado para as opções sobre o índice IBOVESPA sinaliza a preocupação com a liquidez e um possível interesse na viabilização de um índice oficial. Desde 2011, a CBOE iniciou a divulgação de um indicador de volatilidade implícita para o mercado brasileiro. É o VXEWZ (*CBOE Brazil ETF Volatility Index*), índice de volatilidade implícita derivado da aplicação do método do VIX aplicado aos preços das opções sobre o fundo *iShares MSCI Brazil Index Fund*, negociado na bolsa de Chicago e construído a partir de opções cotadas em dólar. Porém, a volatilidade implícita destas opções possui conteúdo informacional tanto sobre o mercado cambial como sobre o mercado acionário, uma vez que é cotada em dólares, não podendo ser considerada uma volatilidade implícita nacional.

A liquidez das opções pode ser um elemento central na elaboração de um índice de volatilidade para um determinado mercado. Do ponto de vista teórico, quanto maior a liquidez das opções, mais representativo é aquele preço em relação

ao mercado como um todo. Do ponto de vista da modelagem quantitativa, o comportamento temporal de um índice de volatilidade pode ser influenciado pela quantidade de liquidez que aquele mercado possui. Uma vez que cada negócio fornece mais dados para a modelagem da volatilidade implícita, a liquidez das opções é um aspecto importante para a estimação da VI.

Atualmente, ressalta-se que a volatilidade do mercado de ações é um fator essencial para previsão da performance futura em investimentos e para tomar decisões financeiras. A habilidade de prever a volatilidade e os retornos futuros dá aos investidores a possibilidade de ter uma performance melhor no mercado (ineficiente) através da antecipação dos seus riscos (volatilidade) e também de aumentar os retornos pela antecipação do momento correto de entrar e sair de um mercado (RUBBANIY et al, 2014). Logo, quanto mais as opções forem negociadas, maior é a confiabilidade de que o índice construído verdadeiramente representa a expectativa de mercado para a volatilidade realizada futura.

Assim, a questão de pesquisa que se pretende investigar é: **Qual é o conteúdo informacional da volatilidade implícita no Brasil?** Direcionado a este conteúdo, o senso comum nos leva a conjecturar que as abordagens livres de modelos sejam superiores às demais (por não suporem um processo para comportamento do preço do ativo subjacente) e que os métodos estocásticos (por considerarem essa característica da volatilidade) sejam capazes de capturar mais adequadamente o comportamento temporal da volatilidade implícita e seus fatos estilizados¹. Porém, essas suposições carecem de investigação empírica e de maior aprofundamento teórico. Também é necessário discutir e desenvolver um método de estimação para um índice de volatilidade que considere adequadamente cenários de baixa liquidez nas opções.

¹ Por conteúdo informacional da volatilidade implícita entende-se sua capacidade sinalizadora de eventos de stress futuros, sua relação com a volatilidade futura realizada e sua dinâmica com o retorno do ativo adjacente à opção.

1.1 OBJETIVOS E PROBLEMA DE PESQUISA

Baseado no exposto, a seguir será apresentado o objetivo geral deste estudo bem como os objetivos específicos que nortearão a operacionalização desta pesquisa.

1.1.1 Objetivo Geral

Analisar o conteúdo informacional da volatilidade implícita no Brasil.

1.1.2 Objetivos Específicos

A) Estimar um índice de volatilidade implícita para o mercado brasileiro (“VIX Brasil”) coerente com seu contexto de liquidez;

B) Investigar o impacto da liquidez na volatilidade implícita;

C) Analisar a capacidade preditiva da volatilidade implícita em relação à volatilidade realizada futura;

D) Verificar a relação da volatilidade implícita brasileira e o retorno da bolsa, quanto à emissão de sinais de proximidade de eventos de *stress* e estimativa de variações futuras.

Pretende-se, por exemplo, inferir sobre qual método de estimação da volatilidade implícita emite menos sinais falsos de eventos de *stress* futuros e qual emite mais sinais verdadeiros de eventos de *stress*. Ou seja, o direcionador do estudo não será a busca de um melhor estimador generalizado para a volatilidade futura, mas sim a investigação das características sinalizadoras da volatilidade implícita no que se refere à proximidade de eventos de *stress*. Entende-se que essa proposta de pesquisa pode contribuir para a melhor compreensão da relação entre a volatilidade implícita e a volatilidade realizada no Brasil. A pesquisa poderá ser relevante ainda para as empresas, órgãos reguladores e investidores que necessitam de modelos de determinação da volatilidade futura mais precisos ou de um modelo capaz de sinalizar futuros eventos de *stress*.

Além disso, a investigação também é tida como oportuna por duas razões. Primeiro, porque a maioria das pesquisas existentes sobre o poder preditivo da volatilidade implícita data de momentos anteriores à crise financeira de 2008, abrindo possibilidades para novas validações e estudos comparativos entre os diversos modelos já propostos, visando à determinação do mais apropriado para a finalidade de sinalização de eventos de *stress*. Segundo, durante o levantamento bibliográfico realizado foram encontradas raras pesquisas que comparassem as características dos diferentes métodos de apuração da volatilidade implícita no mesmo intervalo de tempo, para o mercado brasileiro.²

Em comparação a outros mercados de capitais, o Brasil está atrasado no que se refere ao desenvolvimento de métodos de mensuração e divulgação da volatilidade. Nas bolsas de negociação da África do Sul, Alemanha, Austrália, Bélgica, Canadá França, Holanda, Hong Kong, Índia, Japão, México, Reino Unido, Rússia, Suíça e Taiwan já é possível encontrar índices de volatilidade e até mesmo derivativos (swaps, futuros, termos e opções) sobre esses índices, permitindo que a volatilidade seja negociada como um ativo, utilizada diretamente na otimização de carteiras e também o desenvolvimento de estratégias de negociação específicas (*volatility trading*). Assim, a proposição de um índice de volatilidade implícita para o Brasil também se constitui em uma oportunidade de investigação compreendida na pesquisa que se pretende realizar, pois o estudo das diferentes abordagens permitirá a elaboração de um índice robusto e coerente com as especificidades do mercado de capitais brasileiro.

Consequentemente, o relativo atraso na definição de um índice oficial para a mensuração da volatilidade do mercado brasileiro impede o desenvolvimento de estudos sobre o seu conteúdo informacional e sua capacidade preditiva em relação à eventos de *stress*. Analogamente, também dificulta os estudos sobre o impacto da liquidez das opções sobre esses índices. Estas são algumas lacunas que a presente pesquisa pretende fornecer subsídios para solução.

² Para recente abordagem, ver pesquisa de Astorino et al (2015)

Dessa forma, na próxima seção será destacada uma revisão preliminar da literatura sobre o conteúdo informacional da volatilidade implícita e as características das diferentes abordagens para sua estimação. Após, serão apresentadas as pesquisas referências sobre o impacto da liquidez na estimação da volatilidade implícita. Na sequência, o detalhamento do método utilizado e a análise dos resultados são discutidos com o uso de gráficos e tabelas. Por fim, serão apresentadas considerações finais advindas da organização desta pesquisa e ressaltados as suas principais implicações.

2. VOLATILIDADE IMPLÍCITA

A volatilidade implícita é a volatilidade extraída do preço de mercado das opções, sendo diferente da volatilidade realizada, que é a volatilidade estimada a partir de retornos históricos. Volatilidades implícitas normalmente são preferidas às volatilidades realizadas porque refletem as expectativas futuras sobre a variabilidade do preço das ações e não apenas suas realizações passadas. As volatilidades realizadas podem ser obtidas a partir de estimadores simples como o desvio-padrão dos retornos passados ou através do uso de métodos mais sofisticados, como uma média móvel exponencialmente ponderada (*EWMA - Exponentially Weighted Moving Average*) ou os modelos GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). Uma ampla gama de modelos foi desenvolvido na literatura a partir dos trabalhos seminais de Engle (1982) e Bollerslev (1986), muitos deles listados em um glossário recente compilado por Bollerslev (2008). Por outro lado, as volatilidades implícitas são obtidas tanto através de abordagens baseadas em modelos (que estimam parâmetros a partir de determinado modelo de precificação de opções) como através das abordagens livre de modelos, que não dependem de nenhum modelo paramétrico (ROUAH e VAINBERG, 2007).

A volatilidade implícita se difere da volatilidade realizada porque não se baseia em valores passados. Sendo as opções uma espécie de seguro contra futuras oscilações de preços, a sua precificação se dá de maneira *forward looking*, pois depende da avaliação dos agentes de mercado em relação à volatilidade futura dos ativos. Deste modo, se os mercados de opções forem eficientes e o modelo utilizado for corretamente especificado, todas as informações relevantes sobre as expectativas futuras da volatilidade de um ativo estarão presentes no preço atual das opções de compra ou de venda deste ativo. Ou seja, os preços das opções tende a aumentar quando o mercado espera ou teme uma grande turbulência ou considera plausível uma grande variabilidade nos preços futuros dos ativos. Nesse caso, a volatilidade implícita seria um indicador eficiente para previsão da volatilidade futura e para indicação da proximidade de eventos de *stress*.

Apesar disso, a relevância interpretativa e a capacidade preditiva da volatilidade implícita têm sido bastante debatidas na literatura acadêmica. Alguns estudos como o de Canina e Figlewski (1994), analisando opções sobre o índice S&P500, demonstraram que a volatilidade implícita é um previsor limitado da volatilidade realizada futura do ativo objeto das opções. Com base em uma análise de regressão ampla, os autores observaram que volatilidade implícita não tem virtualmente nenhuma correlação com a volatilidade futura e não parece incorporar informações contidas na volatilidade histórica.

Em contraste, Day e Lewis (1992), também analisando opções sobre o S&P500, mas em um período longo, encontraram indícios de que a volatilidade implícita possui significativo conteúdo informacional sobre a volatilidade semanal. No entanto, esse conteúdo não seria necessariamente maior do que o obtido através de modelos de séries temporais como GARCH e EGARCH. Conclusão similar foi obtida no trabalho de Lamoureux e Lastrapes (1993), que analisaram volatilidades implícitas em opções de dez ações individuais. Jorion (1995) encontrou evidências de que a volatilidade implícita é superior à média móvel e aos modelos GARCH na previsão da volatilidade futura, embora pareça ser um estimador da volatilidade viesado. Nos últimos anos, com o advento do VIX, estudos começaram a detectar melhores evidências do conteúdo informacional da volatilidade implícita e que os resultados de aparente viés ou ineficiência da volatilidade implícita seriam devido aos erros de mensuração (CHRISTENSEN e PRABHALA, 1998; BLAIR, POOR e TAYLOR, 2000; EDERINTON e GUAN, 2000).

Em recente pesquisa, Aussenegg, Götz e Jelic (2013) analisaram a relação de todos os índices oficiais de volatilidade da Europa com seus respectivos índices bursáteis, no período pré-crise e durante a crise financeira de 2008. Os autores encontraram evidências significativas de diversas relações. Primeiramente, uma relação negativa entre os mercados europeus e a volatilidade, com causalidade bidirecional. Em segundo lugar, uma relação assimétrica significativamente mais forte do que a indicada por modelos de mínimos quadrados tradicionais. Também foram encontradas evidências de que a influência da volatilidade implícita sobre os retornos no mercado acionário é significativamente menor nos quantis com os

maiores retornos do que nos quantis com os menores retornos. Além disso, segundo os autores, grandes movimentos (independentemente da direção), tanto na volatilidade implícita como no mercado acionário aumentam a probabilidade de que a volatilidade entre em um regime de maior volatilidade (baixa para média ou média para alta volatilidade).

Cabe ressaltar que não é apenas a relação de curto prazo entre a volatilidade implícita e realizada que tem sido investigada. Bandi e Perron (2006) propuseram uma interpretação diferente da regressão clássica entre a volatilidade implícita e realizada. Os autores fugiram do modelo tradicional de regressão usado para estudar essa relação, $\sigma_t^R = \alpha + \beta\sigma_t^{BS} + \varepsilon_t$, onde σ_t^{BS} denota a volatilidade implícita obtida pelo modelo de Black-Scholes para o instante t , σ_t^R denota a volatilidade realizada até o momento T de vencimento da opção e ε_t é o erro de previsão. Utilizando um modelo mais elaborado (métodos espectrais de banda estreita), obtiveram estimadores consistentes da relação de longo prazo entre a volatilidade implícita e a realizada, mesmo quando a volatilidade implícita era mensurada com erro ou o prêmio pelo risco era não observável. Os resultados suportam a noção de não viés de longo prazo da volatilidade implícita como previsor da volatilidade realizada.

No Brasil, algumas investigações sobre o conteúdo informacional da volatilidade implícita já foram realizadas em diferentes períodos. Andrade e Tabak (2001) utilizaram opções de dólar para avaliar o conteúdo informacional no mercado de opções e seus resultados sugerem que a volatilidade implícita do preço das opções de compra US\$/R\$ contém informação sobre a volatilidade futura que não está presente nos retornos passados. Além disso, compararam o poder de previsão da volatilidade implícita com modelos de média móvel e do tipo GARCH. Os autores concluíram que a volatilidade implícita é um estimador viesado da volatilidade futura, mas de desempenho superior se comparada com modelos estatísticos.

O trabalho de Gomes (2002) também concordou com os autores acima citados no que tange à assertividade da volatilidade implícita como *proxy* da

volatilidade futura nas opções de dólar. No entanto, o autor comenta que no seu trabalho a base de dados ficou reduzida devido à necessidade de se considerar somente as opções de compra de dólar negociadas no mercado brasileiro após a desvalorização cambial ocorrida em 1999. Posteriormente, Gabe e Portugal (2003) compararam a volatilidade implícita das opções de Telemar (TNLP4) com modelos estatísticos do tipo GARCH. Nesse caso, volatilidade implícita também foi um estimador viesado e os modelos estatísticos, além de terem sido bons previsores, não apresentaram viés. Conclusão semelhante é encontrada no trabalho de Mello (2009), no entanto, com detecção de viés nos previsores.

Ainda sobre o mercado brasileiro, recentemente, a pesquisa de Astorino et al (2015) utilizou um modelo adaptado a partir do método utilizado pela CBOE (Chicago Board of Trade) e apontou que a aversão ao risco extraída da volatilidade implícita é positivamente relacionada aos retornos esperados. Os autores afirmam que do quadrado da volatilidade implícita (chamada de variância implícita) duas informações relevantes podem ser extraídas: o prêmio pela variância esperada futura e a aversão ao risco. De fato, quanto mais os investidores são avessos à variabilidade, mais dispostos estão a pagar pelo seguro que as opções fornecem.

Resumindo, a literatura demonstra que a estimação da volatilidade implícita pode ocorrer por tanto por abordagens baseadas em modelos (que utilizam algum sistema de precificação de opções), como por abordagens livres de modelos (não baseadas em sistemas de precificação). A seguir, são apresentados os possíveis enfoques de cada abordagem.

2.1 ABORDAGENS BASEADAS EM MODELOS

As abordagens baseadas em modelos usam o mesmo método geral para precificar opções. Primeiramente, um processo é especificado para o ativo subjacente; após, os parâmetros do processo são estimados e finalmente é obtido um preço para a opção baseado neste processo. Usualmente os parâmetros são estáticos, mas podem também ser dinâmicos; em ambos os casos, no entanto, os parâmetros devem ser consistentes com a distribuição do preço do ativo. Para o

modelo de Black-Scholes, por exemplo, o desvio-padrão do ativo subjacente é utilizado como um estimador da volatilidade. Assim a volatilidade implícita, quando obtida através destas abordagens é estimada de forma paramétrica (ROUAH e VAINBERG, 2007).

Em mercados de capitais desenvolvidos, a grande liquidez de muitos contratos de opções faz com que a atenção dos negociadores não seja mais apenas na determinação do valor dos contratos, ainda que, o monitoramento dos preços de mercado contra os de um modelo proprietário seja importante na determinação de eventuais oportunidades de arbitragem. Mesmo nos casos de alta liquidez e ausência de arbitragens, os modelos são importantes na construção de *hedge* para as carteiras de opções, uma vez que os parâmetros de *hedge* (gregas) não são observáveis. Outro importante uso dos modelos de avaliação, mesmo em um cenário de abundante liquidez para opções tradicionais, é na avaliação de contratos de opções exóticas e sem mercado. Por fim, para mercados como o brasileiro onde o problema da falta de liquidez é endêmico, os modelos são ferramentas fundamentais tanto na avaliação como na estruturação de estratégias de *hedge* (OLIVEIRA, 2000).

Nas próximas páginas, serão apresentados os modelos de Black-Scholes, o de Cox-Ingersoll-Ross e o de Heston, destacando-se as principais características que os diferenciam.

2.1.1 Black-Scholes

A abordagem de Fischer Black e Myron Scholes no início dos anos 70 representou um grande avanço para a moderna teoria de precificação de derivativos financeiros. A sua facilidade de utilização aliada aos poderosos resultados para a época, tanto na determinação de preços de opções quanto de seus parâmetros de *hedge* (chamados de “gregas”), fizeram com que o modelo de Black-Scholes se tornasse um dos mais bem-sucedidos entre as teorias de Finanças.

O modelo de Black-Scholes faz as seguintes suposições. Primeiramente, que é possível emprestar e tomar emprestado a uma taxa de juros livre de risco constante e conhecida. Segundo, que o preço segue um movimento browniano geométrico com tendência (*drift*) e volatilidade constantes. Além disso, supõe que não há custos de transação e nem restrições para a venda a descoberto. Por último, no modelo padrão, a ação adjacente não pode pagar dividendos. Assim, o preço de Black e Scholes (1973) para uma opção de compra europeia no momento t , com data de vencimento T e preço de exercício K sobre uma ação que não paga dividendos é

$$C_{BS} = S_t \Phi(d) - e^{rt} K \Phi(d - \sigma\sqrt{T}) \quad 2.1$$

onde

S_t é o preço da ação no instante t

σ é a volatilidade do retorno anual da ação

r é a taxa livre de risco anual

T prazo até o vencimento (em anos)

$\Phi(d) = \int_{-\infty}^d \phi(u) du$ é a função distribuição acumulada de uma variável padronizada normal

$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2)$ é a função densidade de uma variável normal

$$d = \frac{\log(S_t/K) + T(r + \sigma^2/2)}{\sigma\sqrt{T}}$$

Alguns autores usam a notação $d_1 = d$, $d_2 = d - \sigma\sqrt{T}$, $N(x) = \Phi(x)$ e $n(x) = \phi(x)$ (ROUAH e VAINBERG, 2007). Para precificar uma opção de venda pode ser usada a relação de paridade, o que produzirá:

$$P_{BS} = C_{BS} - S_t + Ke^{-rt}, \quad 2.2$$

ou C_{BS} pode ser substituído na Equação 2.2 para obter-se

$$P_{BS} = Ke^{rt} \Phi(\sigma\sqrt{T} - d) - S_t \Phi(d).$$

Três componentes do modelo de Black-Scholes dependem da unidade de tempo: a taxa de juros, o tempo até o vencimento e o desvio-padrão. Por mais que seja possível a transformação dessas variáveis de uma base diária para outras de

maneira direta, no que se refere ao cálculo do desvio-padrão, há um *trade-off* entre usar os dados mais recentes ou usar mais dados (abrangendo períodos mais antigos). Em finanças, normalmente obtêm-se melhores estimativas quando são utilizados mais dados, porém este modelo necessita do desvio-padrão instantâneo como componente, ou seja, caso for utilizado, por exemplo, o último ano de dados históricos, poderia ser obtido uma boa estimativa da volatilidade passada e não da volatilidade atual. No entanto, utilizando dados de poucos dias, referente apenas ao período mais recente, não há dados suficientes para uma estimativa confiável (KOLB e OVERDAHL, 2007).

Para encontrar a volatilidade implícita, são necessários os valores estabelecidos pelo mercado para o preço da ação e da opção, preço de exercício da opção, taxa de juros e prazo até o vencimento da opção, que serão utilizados para encontrar o desvio-padrão implícito através da fórmula. No entanto, conforme visto na Equação 2.1, o desvio-padrão entra na fórmula através do valor da variável “d”, que é utilizada para cálculo da distribuição normal acumulada (KOLB e OVERDAHL, 2007). Assim, a extração da volatilidade implícita do preço de uma opção calculado pela fórmula de Black-Scholes deve ser realizada através de métodos numéricos, porque a fórmula não pode ser resolvida algebricamente para σ em termos dos outros parâmetros. Se σ_{iv} denota a volatilidade implícita, $C_{obs}(K, T)$ o preço observado da opção de compra com preço de exercício K e data de vencimento T , então σ_{iv} é o valor da volatilidade obtida na fórmula Black-Scholes de forma que $C_{obs}(K, T) = C_{BS}(\sigma_{iv}, K, T)$. Para encontrar-se a volatilidade numericamente, a função objetivo $f(\sigma)$ é definida pela função de perda quadrática

$$f(\sigma) = [C_{obs}(K, T) - C_{BS}(\sigma_{iv}, K, T)]^2. \quad 2.3$$

Conforme apontado por Rouah e Vainberg (2007) a volatilidade implícita é o valor da volatilidade $\sigma = \sigma_{iv}$ que zera a diferença entre o preço observado da opção e o preço obtido através da fórmula de Black-Scholes

$$f(\sigma_{iv}) = 0. \quad 2.4$$

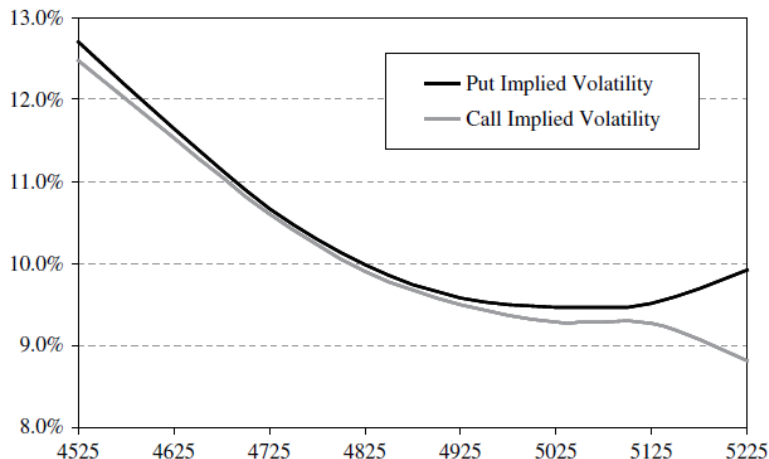
A motivação para o uso da diferença quadrática é para garantir que os algoritmos de minimização não produzam grandes valores negativos para $f(\sigma_{iv})$ ao invés de uma raiz. Outras funções-objetivo, no entanto, seriam possíveis.

A pesquisa de Oliveira (2000) investigou as características da volatilidade implícita calculada no modelo de Black-Scholes, para o mercado brasileiro. Os resultados da pesquisa indicam que há informação relevante na volatilidade implícita sobre a volatilidade futura, entendida como a variação absoluta do dia seguinte. A volatilidade implícita também se mostrou superior em termos de poder explicativo e mais eficiente relativamente a outros previsores, porém um previsor viesado da volatilidade realizada. Mesmo usando-se variáveis instrumentais como forma de controlar a presença de erros de mensuração, a hipótese de não-viés é rejeitada. No entanto, a hipótese de previsor não viesado também foi rejeitada para todas as medidas estatísticas baseadas em dados históricos analisadas em seu trabalho.

É importante ressaltar, também, que a volatilidade implícita estimada através do modelo de Black-Scholes é constante. Ou seja, se as suposições do modelo fossem válidas, então todas as opções sobre o mesmo ativo deveriam ter a mesma volatilidade implícita. No entanto, os agentes do mercado não parecem acreditar nestas suposições, uma vez que a precificação do mercado de opções produz uma superfície de volatilidades implícitas de mercado, por preço de exercício e vencimento da opção que não é plana. Em particular, a volatilidade implícita de todas as opções com mesma data de vencimento e diferentes preços de exercício tem um formato de sorriso quando traçada como uma função do preço de exercício das opções. Este é o chamado sorriso da volatilidade (*volatility smile*). A volatilidade de todas as opções com mesmo preço de exercício e diferentes datas de vencimento converge para a volatilidade implícita de longo prazo, quando traçada como uma função do vencimento das opções. Esta é a chamada estrutura a termo da volatilidade implícita (*term structure*) (ALEXANDER, 2008). A Figura 1 e

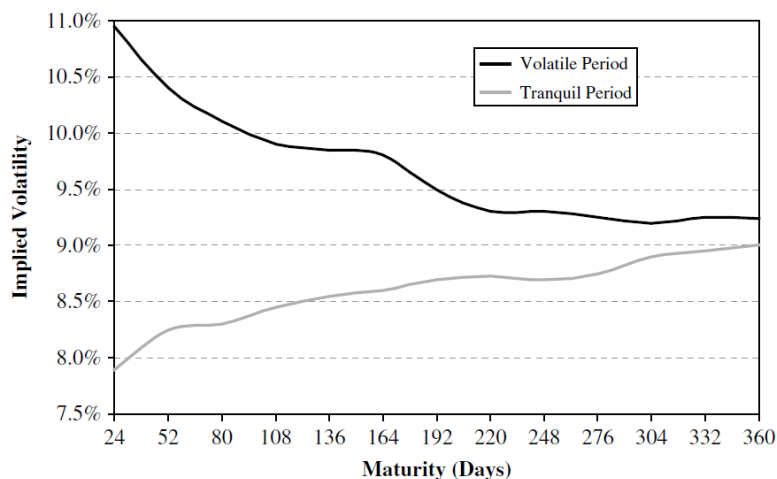
a Figura 2, a seguir apresentam graficamente essas características da volatilidade implícita.

Figura 1 - Smile da Volatilidade Implícita FTSE100 - Março de 2005



Fonte: Alexander (2008)

Figura 2 - Exemplo de Estrutura a Termo da Volatilidade Implícita para dois ativos



Fonte: Alexander (2008)

Também é necessário esclarecer que o modelo de Black-Scholes envolve a hipótese de neutralidade ao risco dos agentes. Na equação diferencial original de Black-Scholes aparecem as seguintes variáveis: preço do ativo-objeto, volatilidade do retorno do ativo-objeto, tempo e a taxa de juros livre de risco. Nenhuma destas

variáveis é afetada pela preferência a risco dos investidores, ou seja, a equação diferencial é independente de preferências a risco.

Assim é razoável assumir a hipótese de que todos os investidores são neutros ao risco, o que simplifica consideravelmente qualquer modelo de análise e precificação de derivativos, uma vez que é viável assumir que os ativos se valorizam com a taxa de juros livre de risco e que o valor presente de qualquer fluxo de caixa é o seu valor esperado, nesta medida de probabilidade neutra ao risco, descontado a esta mesma taxa de juros livre de risco. O *payoff* esperado neste mundo neutro ao risco é calculado com relação a uma densidade de probabilidade específica chamada de densidade neutra ao risco ou *state price density*. Esta por sua vez, se aplica tanto ao valor esperado da opção quanto ao valor esperado do ativo-objeto na data de vencimento da opção (BALIEIRO FILHO, 2003).

2.1.2 Heston

O modelo de Black-Scholes apresentado anteriormente possui a vantagem de expressar o preço das opções em uma forma fechada e de ser fácil de implementar; no entanto, faz a forte suposição de que o retorno das ações é normalmente distribuído com média e variância constantes. Em finanças, há fatos estilizados que indicam que a volatilidade é variável ao longo do tempo e que a volatilidade tende a agrupar-se, formando *clusters*. Além disso, conforme relatado por Alexander (2008), há a ocorrência de *volatility smiles* e de uma estrutura a termo da volatilidade implícita. Sendo a constância na volatilidade a suposição mais restritiva do modelo de Black-Scholes, muitos modelos avançados de precificação de opções procuraram superar essa suposição incorporando a variabilidade da variância ao longo do tempo. Um dos modelos mais populares é o modelo de volatilidade estocástica de Heston (1993) (ROUAH e VAINBERG, 2007).

Considerando a volatilidade estocástica, um possível enfoque para modelagem de opções com variância variável é assumir que o preço do ativo e sua volatilidade seguem, individualmente, um processo de difusão contínuo ao longo

do tempo. Uma flexibilização do modelo de Black-Scholes foi realizada primeiramente por Hull e White (1987) representando uma estrutura geral para modelos de volatilidade estocástica. Neste modelo, o preço da opção é o valor esperado do preço segundo a fórmula de Black-Scholes, obtido pela integração sobre a distribuição da média da volatilidade durante a vida da opção e assumindo correlação zero entre o preço do ativo e a volatilidade. A obtenção da densidade da média da volatilidade requer a resolução de uma equação diferencial através de métodos numéricos, sendo o método sem solução fechada e computacionalmente intensivo.

Ao contrário do modelo de Hull e White (1987), o modelo de Heston (1993) oferece uma forma fechada de solução. Além disso, este modelo é mais adequado por permitir correlação entre o preço do ativo e a sua volatilidade, assumindo um processo de difusão para o preço da ação que é idêntico ao encontrado na fórmula de Black-Scholes, exceto pela concessão de variabilidade na volatilidade. Consequentemente, este modelo é a generalização da fórmula de Black-Scholes para volatilidade variável ao longo do tempo. O preço da opção é obtido através do cálculo da probabilidade de que uma opção de compra expire dentro do dinheiro (*in-the-money*). Embora essa probabilidade não possa ser obtida diretamente, pode ser estimada através da inversão da função característica do log-preço do ativo subjacente da opção (ROUAH e VAINBERG, 2007).

O modelo de Heston (1993) assume que o preço da opção S_t segue um processo de difusão

$$dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{v_t} S_t dz_{1,t}$$

onde μ é um parâmetro de nível e $z_{1,t}$ é um processo de Weiner. A volatilidade $\sqrt{v_t}$ segue a difusão

$$d\sqrt{v_t} = -\beta\sqrt{v_t}dt + \delta dz_{2,t}$$

onde $z_{2,t}$ é um processo de Weiner que tem correlação ρ com $z_{1,t}$. Para simplificar a implementação do modelo, o lema de Ito é aplicado para obter-se o processo da variância v_t , que pode ser escrito como um processo de Cox-Ingersoll-Ross:

$$dv_t = \kappa[\theta - v_t]dt + \sigma\sqrt{v_t}dz_{2,t} \quad 2.5$$

onde

θ é a média de longo prazo da variância

κ é o parâmetro de reversão à média

σ é a volatilidade da volatilidade.

O preço no tempo t de uma opção de compra europeia com prazo $T - t$ até o vencimento, denotada por $Call(S, v, t) = S_t$ é dado por:

$$Call(S, v, t) = S_t P_1 - KP(t, T)P_2 \quad 2.6$$

onde

S_t é o preço à vista do ativo

K é o preço de exercício da opção

$P(t, T)$ é um fator de desconto do momento t até T .

Por exemplo, assumindo uma taxa de juros constante r , podemos escrever $P(t, T) = e^{-r(T-t)}$. O preço de uma opção de venda europeia no momento t pode ser obtida através da paridade *put-call* e é dado por:

$$Put(S, v, t) = Call(S, v, t) + KP(t, T) - S_t. \quad 2.7$$

Os quantis P_1 e P_2 são as probabilidades de que a opção de compra expire dentro do dinheiro (*in-the-money*), condicional ao logaritmo do preço da ação, $x_t = \ln[S_t] = x$, e à volatilidade $v_t = v$, cada um no momento t . Para precificar opções é necessário estimar a dinâmica neutra ao risco (*risk-neutral*) expressa em termos dos parâmetros neutros ao risco κ e θ (ROUAH e VAINBERG, 2007).

$$\begin{aligned} dx_t &= \left[r - \frac{1}{2}v_t \right] dt + \sqrt{v_t}dz_{1,t}^* \\ dv_t &= \kappa[\theta - v_t]dt + \sigma\sqrt{v_t}dz_{2,t}^* \end{aligned} \quad 2.8$$

Utilizando estas dinâmicas, as probabilidades podem ser interpretadas como ajustadas pelo risco ou neutras ao risco. Conseqüentemente,

$$P_j = \Pr(x_T \geq \ln(K) | x_t = x, v_t = v) \quad 2.9$$

para $j = 1, 2$. As probabilidades P_j podem ser obtidas através da inversão das funções características f_j definida a seguir. Então:

$$P_j = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \operatorname{Re} \left[\frac{e^{-i\phi \ln(K)} f_j}{i\phi} \right] d\phi \quad 2.10$$

onde

$$f_j = \exp(C_j + D_j v + i\phi x), \text{ com } v = v_t$$

$$C_j = ri\phi\tau + \frac{\kappa\theta}{\sigma^2} \left\{ (b_j - \rho\sigma\phi i + d_j)\tau - 2 \ln \left[\frac{1 - g_j e^{d_j\tau}}{1 - g_j} \right] \right\}$$

$$D_j = \frac{b_j - \rho\sigma\phi i + d_j}{\sigma^2} \left[\frac{1 - e^{d_j\tau}}{1 - g_j e^{d_j\tau}} \right]$$

$$g_j = \frac{b_j - \rho\sigma\phi i + d_j}{b_j - \rho\sigma\phi i - d_j}$$

$$d_j = \sqrt{(\rho\sigma\phi i - b_j)^2 - \sigma^2(2u_j\phi i - \phi^2)}$$

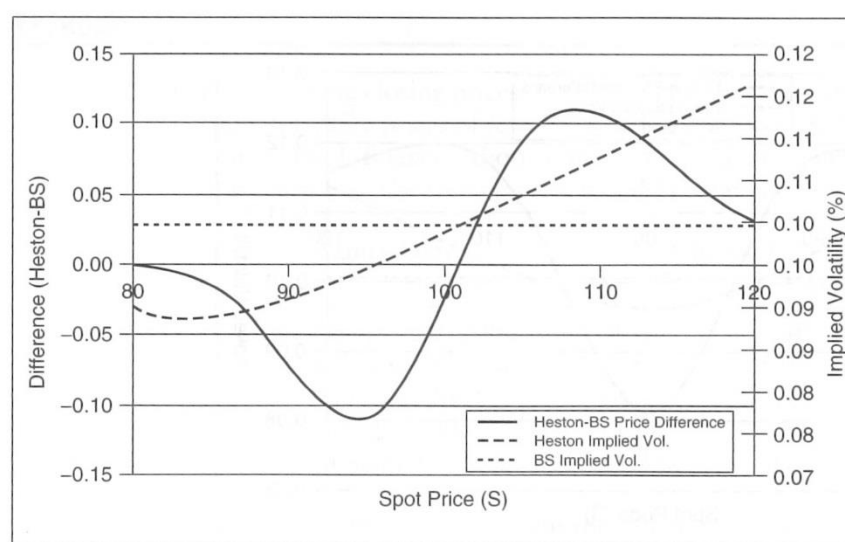
Nestas expressões, $\tau = T - t$ é o tempo até o vencimento, $i = \sqrt{-1}$ é o número imaginário unitários, $u_1 = 1/2$, $u_2 = -1/2$, $b_1 = \kappa + \lambda - \rho\sigma$ e $b_2 = \kappa + \lambda$. O parâmetro λ representa o preço do risco de volatilidade como uma função do preço do ativo, tempo e volatilidade. Embora as Equações 2.6 e 2.7 sejam consideradas de solução fechada, cada uma requer a avaliação de duas integrais complexas na Equação 2.10. Operações com números complexos e procedimentos com integração numérica são utilizados para aproximar essas integrais complexas e obter o preço da opção (ROUAH e VAINBERG, 2007).

As conclusões de Heston (1993) indicam que com uma escolha adequada dos parâmetros, o modelo representa uma adequada descrição do comportamento

do preço das opções. O autor ressalta ser possível o exame da relação entre a volatilidade realizada e a volatilidade implícita através do seu modelo. Neste sentido, uma fórmula fechada explícita para operacionalizar a obtenção da volatilidade implícita como função do preço atual e do preço de exercícios das opções pode ser encontrada na pesquisa de Hagan, Kumar, Lesniewski e Woodward (2002). Os autores elaboraram o modelo conhecido por SABR (*Stochastic Alpha, Beta, Rho*) para estimação da volatilidade futura, com grande aderência à volatilidade realizada. A partir desta pesquisa, Forde, Jacquier e Mihailovic (2010) propuseram uma fórmula assintótica para cálculo da volatilidade implícita através do modelo de Heston (1993).

Para fins de comparação entre a volatilidade implícita Black-Scholes e a volatilidade implícita Heston, observe a figura a seguir:

Figura 3 – Volatilidade Implícita Black-Scholes x Heston



Fonte: Rouah e Vainberg, 2007.

A curva senóide traçada pela linha sólida é a diferença entre os preços das opções obtidos através do modelo de Heston e do modelo de Black-Scholes. Na Figura 3, o eixo vertical à esquerda representa essas diferenças; a linha tracejada representa a volatilidade implícita Black-Scholes obtida a partir dos preços simulados de opções segundo o modelo Heston. O eixo vertical à direita representa

a volatilidade implícita. A linha pontilhada é a volatilidade constante Black-Scholes, utilizada para computar o preço Black-Scholes. Ela é obtida a partir do confronto da volatilidade Black-Scholes com a volatilidade Heston durante o tempo de vida da opção. O valor é obtido diretamente de Heston (1993). Quando a volatilidade implícita de Heston é maior do que a volatilidade implícita de Black-Scholes, a diferença entre os dois preços se torna positiva.

2.1.3 Cox-Ingersoll-Ross (CIR)

O modelo CIR (Cox, Ingersoll e Ross) foi inicialmente apresentado como um modelo de equilíbrio geral para o estudo da estrutura a termo da taxa de juros. Uma das aplicações sugeridas no artigo seminal de Cox, Ingersoll e Ross (1985) é a avaliação de ativos cujos retornos dependem da taxa de juros, como opções e futuros sobre dívidas. Como modelo de equilíbrio geral, explora o fato estilizado de que o comportamento temporal da taxa de juros de curto prazo segue uma reversão à média de longo prazo. Isso significa que se a taxa de curto prazo está acima da média de longo prazo, a tendência dela é de queda. Caso contrário, se estiver abaixo da média de longo prazo, a tendência será de alta (BARBACHAN e ORNELAS, 2003).

O primeiro artigo a propor comportamento de reversão à média foi o de Vasicek (1977). O autor considerou que a taxa de juros spot segue um processo do tipo Ornstein-Uhlenbeck com reversão à média:

$$dr_t = \beta(\alpha - r_t)dt + \rho dW_t \quad 2.11$$

onde:

W_t é um processo de Wiener,

r_t é a taxa de juros de curto prazo

α é a taxa de juros de longo prazo

β é a velocidade de reversão à média

ρ é a volatilidade instantânea da taxa de juros

Um dos problemas do modelo de Vasicek é que as taxas de juros nominais podem se tornar negativas. Para tentar resolver esta falha, Cox, Ingersoll e Ross (1985) criaram o modelo CIR, onde o termo estocástico aparece multiplicado pela raiz quadrada da taxa de juros. Assim, quando a taxa de juros cresce, sua variância também sobe, e vice-versa, evitando que as taxas de juros nominais sejam negativas. O processo, que continua sendo um modelo de equilíbrio geral é o seguinte:

$$dr_t = \beta(\alpha - r_t)dt + \rho\sqrt{r_t}dW_t \quad 2.12$$

Para que as taxas de juros sejam não negativas, que é uma das virtudes deste modelo, uma restrição se aplica aos parâmetros: é necessário que $2\alpha\beta \geq \sigma^2$. Neste caso, dada uma taxa de juros nominal inicial não-negativa, ela será sempre não-negativa. Além disso, os mesmos autores elaboraram uma equação para precificar títulos pré-fixados, com maturidade T , avaliados na data t :

$$P(t, T) = a(t, T)e^{-rb(t, T)} \quad 2.13$$

onde:

$$b(t, T) = \frac{2(e^{\gamma(T-t)} - 1)}{(\gamma + \beta + \lambda)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma}$$

$$a(t, T) = \left[\frac{2\gamma e^{(\gamma + \beta + \lambda)(T-t)/2}}{(\gamma + \beta + \lambda)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \right]^{2\alpha\beta/\sigma^2},$$

$$\gamma = [(\beta + \lambda)^2 + 2\sigma^2]^{1/2}, \text{ chamado de preço de mercado do risco.}$$

Para opções europeias sobre um título pré-fixado, com preço de exercício E , vencimento no tempo s , data de exercício T , avaliadas na data t :

$$C(r, t, T; s; E) = P(r, t, s)\chi^2 \left(2r^* \left[\phi + \psi + b(T, s); \frac{4\beta\alpha}{\sigma^2}; \frac{2\phi^2 r e^{\gamma(T-t)}}{\phi + \psi + b(T, s)} \right] \right) - EP(r, t, T)\chi^2 \left(2r^* [\phi + \psi]; \frac{4\beta\alpha}{\sigma^2}; \frac{2\phi^2 r e^{\gamma(T-t)}}{\phi + \psi} \right) \quad 2.14$$

onde:

$$\phi = \frac{2\gamma}{(e^{\gamma(T-t)} - 1)\sigma^2},$$

$$\psi = (\beta + \lambda + \gamma)/\sigma^2,$$

$$r^* = \frac{\ln(a(T,s))}{b(T,s)}.$$

Aqui, a notação $\chi^2(x; a; b)$ representa uma distribuição qui-quadrada não centralizada em x , com a graus de liberdade e parâmetro de não centralidade b .

Sobre o uso do modelo de CIR para no mercado brasileiro, Barbachan e Ornelas (2003) aplicaram o modelo CIR para precificação de Opções sobre o Índice DI, no Brasil. Sua pesquisa utilizou uma fórmula fechada do modelo para cálculo do preço das Opções sobre Índice DI e comparou esses preços com os efetivamente vigentes no mercado em momentos passados. Não se aprofundou quanto ao estudo da volatilidade implícita do modelo. Recentemente, Zheng e Xie (2012) elaboraram um modelo para estimação da volatilidade implícita em preços de ações utilizando processos estocásticos e o modelo de CIR para os índices S&P500 e Nikkei 225, obtendo resultados através de procedimentos numéricos que indicaram que o modelo proposto funcionou de maneira adequada para os Estados Unidos e Japão.

Nesta recente pesquisa de Zheng e Xie (2012), um procedimento de máxima verossimilhança é utilizado para estimar os parâmetros do modelo CIR com base em discretização do modelo e aproximação da função de densidade de probabilidade de transição correspondente. Algoritmos de Matlab foram utilizados na resolução dos problemas de otimização decorrentes do processo de maximização da verossimilhança. Uma análise da razão de verossimilhança do movimento histórico das volatilidades foi realizada com objetivo de prever choques do mercado de ações, com foco no parâmetro de reversão à média. Um procedimento semelhante poderá ser realizado na pesquisa que se pretende realizar para comparar o poder preditivo da volatilidade implícita CIR com as demais abordagens baseadas em modelos.

Pesquisas tem identificado que as abordagens livres de modelo provêm uma previsão de volatilidade future mais precise em relação às abordagens baseadas em modelos econométricos ou dados históricos. Isso ocorre porque as

volatilidades implícitas livres de modelos capturam uma quantidade maior de informações do que aquelas baseadas em dados históricos. Assim, as abordagens baseadas em modelos descritas anteriormente utilizam modelagens paramétricas para obtenção da volatilidade implícita. Em contraste, as abordagens livres de modelos, descritas a seguir, não necessitam supor nenhum processo para o comportamento dos preços dos ativos subjacentes das opções.

Por isso, recentemente os principais índices de volatilidade tem adotado a abordagem livre de modelos para modelagem da volatilidade implícita, substituindo as medidas baseadas nas opções *at-the-money* do modelo de Black&Scholes. A abordagem livre de modelos seria um melhor termômetro do medo dos investidores por ser derivada de um maior espectro de opções, incluindo opções de compra e venda *out-of-the-money*. Conforme demonstrador por Bollen e Whaley (2004), uma maior demanda por opções de venda *out-of-the-money* como seguro de um portfólio resulta em uma maior pressão de compra sobre essas opções, gerando um padrão de volatilidade inclinado.

2.2 ABORDAGENS LIVRES DE MODELOS

Em contraste ao frequente uso da fórmula de Black-Scholes para cálculo da volatilidade implícita, as abordagens livres de modelos não estão baseadas em qualquer modelo de precificação de opções, assim provendo um teste direto do conteúdo informacional do mercado de opções. Os resultados de Jiang e Tian (2007) sugerem que a volatilidade implícita livre de modelos é um previsor eficiente da volatilidade realizada futura, absorvendo toda a informação contida na volatilidade implícita através do modelo de Black-Scholes e na volatilidade passada.

O trabalho seminal que introduziu o cálculo da volatilidade implícita sem o uso de modelos foi o de Britten-Jones e Neugberger (2000). Porém, o índice que mede a volatilidade implícita mais conhecido no mercado de capitais norte-americano é o VIX (*The Chicago Board of Trade Volatility Index*).

2.2.1 Britten-Jones e Neuberger

O trabalho seminal sobre volatilidade implícita livre de modelos é o de Britten-Jones e Neuberger (2000). Os autores criticam a abordagem padrão para precificação de opções, que especifica um processo para o preço do ativo subjacente e então deriva o preço das opções como uma função dos parâmetros deste processo. Sua pesquisa propôs justamente o procedimento inverso. Um conjunto completo de preços de opções é tomado como dado e utilizado para extrair toda informação possível sobre o processo de precificação subjacente. A abordagem proposta não repousa sobre um modelo específico; requer apenas o preço atual de opções e não sofre as inconsistências das abordagens tradicionais, uma vez que não requer a suposição de constância na volatilidade. No entanto, os próprios autores ressaltam que a simples adição de estocasticidade a um modelo não é suficiente para suprir as críticas feitas às abordagens baseadas em modelos.

Assim, supõe-se um conjunto completo de opções de compra com preços de exercício K e datas de vencimento T negociadas sobre um ativo subjacente. O preço atual da opção é denotado por $C(T,K)$, o preço atual e futuro do ativo subjacente são respectivamente S_0 e S_t . O preço do ativo subjacente segue um processo de difusão com volatilidade variável. Por simplicidade, ainda é assumido (e relaxado posteriormente) que o ativo adjacente não faz pagamentos intermediários como dividendos e que a taxa livre de risco é zero. Sob essa configuração geral, Britten-Jones e Neuberger (2000) mostram que a soma esperada neutra ao risco dos retornos quadráticos entre duas datas arbitrárias (T_1 e T_2) é completamente especificada pelo conjunto de preços das opções vencidas nas duas datas:

$$E_0^Q \left[\int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{dS_t}{S_t} \right)^2 \right] = 2 \int_0^\infty \frac{C(T_2, K) - C(T_1, K)}{K^2} dK, \quad 2.15$$

onde E_0^Q se refere à esperança sob a medida de probabilidade neutra ao risco Q . Note que a variância do retorno do ativo $\left(\frac{dS_t}{S_t} \right)^2$, que também é o quadrado

da volatilidade, é uma função apenas dos preços observados das opções de compra em determinado momento no tempo. Uma vez que a relação é baseada nos preços observados e derivada sem nenhuma suposição em relação ao processo estocástico subjacente (como um movimento browniano assumido no modelo Black-Scholes), trata-se de uma abordagem livre de modelos. O lado direito da Equação 2.15 é chamado de variância implícita livre de modelo e sua raiz quadrada, a volatilidade implícita livre de modelos (ROUAH e VAINBERG, 2007; JIANG e TIAN, 2005).

Infelizmente, conforme apontado por Britten-Jones e Neuberger (2000), a desigualdade de Jensen implica que uma previsão da própria volatilidade obtida através da raiz quadrada da previsão para o quadrado da volatilidade é positivamente viesada:

$$E_0^Q \left[\sqrt{\int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{dS_t}{S_t} \right)^2} \right] \leq \sqrt{2 \int_0^\infty \frac{C(T_2, K) - C(T_1, K)}{K^2} dK},$$

Assim, para a implementação prática do cálculo da volatilidade implícita livre de modelos, Jiang e Tian (2005) sugerem algumas modificações à Equação 2.15. Primeiro, para que a Equação 2.15 possa ser aplicada aos casos em que o ativo subjacente realiza o pagamento de proventos, é necessário reduzir do preço observado do ativo o valor presente de todos os proventos futuros esperados até o vencimento da opção. Por simplicidade, continua-se notando por S_t o preço ajustado do ativo na data t . Segundo, a suposição de taxa livre de risco zero é relaxada utilizando-se a relação entre opções sobre o ativo subjacente e opções sobre um ativo relacionado com tendência (*drift*) zero. A incorporação destas duas características à Equação 2.15 produz

$$E_0^Q \left[\int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{dS_t}{S_t} \right)^2 \right] = 2 \int_0^\infty \frac{C(T_2, Ke^{rT_2}) - C(T_1, Ke^{rT_1})}{K^2} dK, \quad 2.16$$

onde r é a taxa livre de risco, o que permite dividendos e uma taxa livre de risco diferente de zero. Isso é realizado considerando-se um ativo hipotético definido por $F_t = S_t e^{-rt}$, que possui *drift* zero sob uma medida neutra ao risco. Da seguinte relação:

$$E_0^Q [\exp(-rT) \max\{S_T - \exp(rT), 0\}] = E_0^Q [\max(F_T - K, 0)],$$

é evidente que uma opção sobre F_t com preço de exercício K é correspondente a uma opção sobre S_t com preço de exercício Ke^{rT} .

Terceiro, para produzir uma medida de volatilidade que seja comparável à volatilidade implícita, a variância do retorno do ativo entre a data atual e uma data T posterior deve ser obtida. Isso é realizado definindo $T_1 = 0$ e $T_2 = T$, onde T é a data de vencimento a ser avaliada. Neste caso, a fórmula da variância livre de modelo simplifica para:

$$E_0^Q \left[\int_0^T \left(\frac{dS_t}{S_t} \right)^2 \right] = 2 \int_0^\infty \frac{C(T, Ke^{rT}) - \max(S_0 - K, 0)}{K^2} dK. \quad 2.17$$

Ou seja, apenas um conjunto de preços das opções de compra com data de vencimento T é necessário para a previsão da volatilidade entre a data 0 e a data T através desta abordagem livre de modelo.

Há dois problemas que surgem quando a variância é computada através da Equação 2.17: discretização dos preços das opções de compra e truncagem do domínio de integração. O lado direito da Equação 2.17 especifica uma integral sobre um contínuo de preços de exercício que vai de zero a infinito. As opções, no entanto, estão disponíveis apenas para um subconjunto específico deste intervalo, o que implica que o domínio de integração será truncado. Além disso, os preços de exercício possuem um intervalo determinado entre um valor e o próximo (ex: de cinco em cinco reais), o que causa um problema de discretização (ROUAH e VAINBERG, 2007).

Visando a solução deste problema, Jiang e Tian (2005) propõem uma modificação final. O preço de opções com preço de exercício com incrementos discretos são negociadas normalmente numa amplitude não muito distante do preço do ativo subjacente. Assim uma versão discretizada da Equação 2.17 é necessária:

$$E_0^Q \left[\sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{S_{t_{i+1}} - S_{t_i}}{S_{t_i}} \right)^2 \right] = \left(u - \frac{1}{u} \right) \sum_{i=-m}^m \frac{C(T, K_i e^{rT}) - \max(S_0 - K_i, 0)}{K^2}, \quad 2.18$$

Onde

$$t_i = ih, \text{ para } i = 0, 1, 2, \dots, n,$$

$$h = T/n,$$

$$K_i = S_0 u^i, \text{ para } i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m,$$

$$u = (1 + k)^{1/m},$$

Parâmetro k é uma constante positiva e n e m são positivos inteiros. Neste esquema de discretização, o intervalo de tempo $[0, T]$ é dividido em n intervalos. O ativo subjacente pode assumir qualquer dos $2m + 1$ valores cobertos por K_i 's no intervalo $[S_0/(1 + k), S_0(1 + k)]$. Erros de aproximação podem ocorrer se k , n e m não forem suficientemente grandes.

2.2.2 VIX

O Índice de Volatilidade de Mercado da Bolsa de Chicago – VIX, índice que mede a volatilidade futura esperada do índice SP500 para os próximos 30 dias, tem sido utilizado tanto como um *benchmark* para a volatilidade de mercado de curto prazo e quanto como um ativo subjacente para futuros e opções. Quando foi lançado em 1993, o VIX era baseado na fórmula de Black-Scholes; sendo assim, uma abordagem baseada em modelos. Em 2003, a CBOE realizou uma série de alterações no seu método de cálculo, que passou a ser baseado no valor justo da variância futura. Assumindo que os investidores são avessos ao risco, o índice foi apelidado de “Indicador de Medo dos Investidores” (*Investor Fear Gauge*), porque o

preço dos derivativos baseados no VIX aumenta quando cresce a demanda dos *hedgers* por maior proteção ao risco. Assim, o VIX também é um indicador que reflete o preço de um seguro de portfólio (JIANG e TIAN, 2007; WHALEY, 2009).

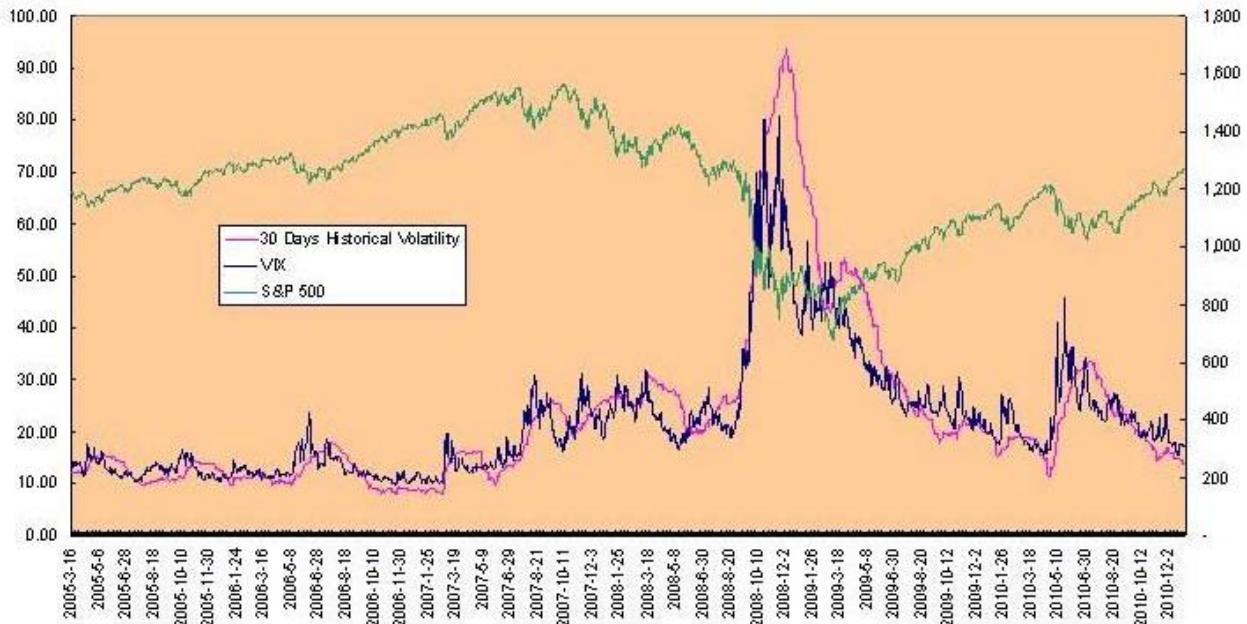
Outro motivo pelo qual o VIX tornou-se conhecido por “Indicador de Medo dos Investidores” é que ele aumenta drasticamente em períodos de turbulência. Conforme podemos ver na Figura 4, duas forças estão atuando. Quando a volatilidade de mercado esperada aumenta (cai), os investidores demandam maiores (menores) retornos das ações e os preços das ações caem (sobem).³ Isso sugere que há uma relação entre o VIX e o SP500. Os resultados reportados por Whaley (2009) apontam que há uma relação mais direta com o medo de queda do mercado do que com a expectativa de recuperação. O autor também ressalta que uma maneira de examinar a ansiedade geral do mercado é verificar a persistência do VIX em permanecer acima de certo nível elevado. Assim, haveria benefícios em incluir o VIX como um ativo em um portfólio diversificado, em função da correlação negativa da volatilidade com o retorno do índice. (CBOE, 2003).

A explicação para esta superioridade da volatilidade implícita, segundo Engle e Gallo (2006), é que os operadores de opções são capazes de mensurar eventos futuros até a maturidade das opções e adicionar seus efeitos nos preços das mesmas, algo impossível para um economista que está analisando uma série passada de preços. Desta forma, a volatilidade implícita em si é um melhor previsor da volatilidade futura do que modelos de séries temporais. Neste trabalho, os autores buscam modelos de séries de tempo capazes de aderirem ao VIX, mas a regressão do VIX nas previsões obtidas por eles apresentam correlação serial, fato interpretado como uma superioridade do VIX na capacidade de previsão da volatilidade. Utilizando outros modelos de previsão diferentes dos usados por Engle e Gallo (2006), Becker, Clements e White (2007) testam se este resíduo é ortogonal à volatilidade realizada real, ou seja, se a parte do VIX não

³ Nesta revisão teórica, justamente pela falta de um índice oficial para a volatilidade implícita do mercado brasileiro, optou-se por apresentar a visualização gráfica desta relação no mercado norte-americano.

explicada por modelos de séries temporais contém algum poder explicativo sobre os dados reais. A conclusão dos autores é de que o VIX não contém esta informação adicional.

Figura 4 - Valores de Fechamento SP500 vs VIX



Fonte: Xin (2011)

Assim, de acordo com a CBOE (2003), a fórmula para cálculo do VIX é:

$$\sigma^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left[\frac{F}{K_0} - 1 \right]^2 \quad 2.19$$

Onde:

σ é VIX/100,

T é o tempo até o vencimento,

F é o valor futuro do índice derivado do preço das opções,

K_0 é o primeiro preço de exercício abaixo do valor F ,

K_i é o preço de exercício da i -ésima opção out of the money; uma opção de compra se $K_i > K_0$ e uma opção de venda se $K_i < K_0$; tanto opção de compra como de venda se $K_i = K_0$,

ΔK_i é o intervalo entre os preços de exercício, ou seja, a metade da diferença entre os preços de exercício a cada lado de K_i , $\Delta K_i = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}$,

R é a taxa livre de risco para o prazo de vencimento,

$Q(K_i)$ é o ponto médio do bid-ask spread para cada opção com preço de exercício K_i .

Resumidamente, o VIX é calculado através de uma medida em tempo real da volatilidade implícita para opções de compra e opções de venda, ponderada de acordo com o tempo em minutos até o vencimento e o grau em que estão dentro ou fora do dinheiro. Há critérios para exclusão de opções com oferta de compra (*bid*) igual a zero para evitar distorções no cálculo. Assim o VIX se torna uma medida das expectativas do mercado no curto prazo, a partir da percepção do risco pelos investidores (CBOE, 2003).

De maneira mais detalhada, usando apenas as séries de opções sobre o índice mais próximas do seu vencimento (*near*) e as séries imediatamente posteriores a esta (*next*), para cálculo do valor futuro F é necessário identificar o preço de exercício (*strike*) de menor diferença absoluta entre o preço atual da opção de venda (*put*) e de compra (*call*) para aquele *strike*. Este *strike* será utilizado para cálculo do preço F , tanto para as opções *near* como para as opções *next*, conforme a Equação 2.20:

$$F = \text{Strike Price} + e^{RT} \times (\text{Call Price} - \text{Put Price}) \quad 2.20$$

A base de opções para cálculo do VIX não deve considerar nenhuma opção com oferta de compra (*bid*) zerada e também nenhuma com *strike* abaixo (no caso de *put*) ou acima (no caso de *call*) da ocorrência de dois *bids* zerados consecutivos. Esse procedimento elimina eventuais distorções em função da liquidez e faz com que o número de opções incluídas no cálculo do VIX seja variável (CBOE, 2003).⁴

⁴ Como será maior detalhado nos próximos capítulos, a liquidez das opções sobre índice no Brasil é bastante limitada e possui um comportamento temporal bastante variável. Também será explicado

Após, é necessário aplicar a Equação 2.19 para as opções *near* e *next* com tempo até o vencimento T_1 e T_2 e preço futuro F_1 e F_2 , respectivamente, obtendo-se:

$$\begin{aligned}\sigma_1^2 &= \frac{2}{T_1} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T_1} \left[\frac{F_1}{K_0} - 1 \right]^2 \\ \sigma_2^2 &= \frac{2}{T_2} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T_1} \left[\frac{F_2}{K_0} - 1 \right]^2\end{aligned}\tag{2.21}$$

Ou seja, o VIX será uma combinação da informação contida no preço de todas as opções selecionadas, sendo a contribuição de cada opção individual diretamente proporcional ao ΔK e ao do preço da opção e inversamente proporcional ao quadrado do preço de exercício da opção. O último passo é calcular a média ponderada para 30 dias de σ_1^2 e σ_2^2 . Após basta tomar a raiz quadrada deste valor e multiplicar por 100 para obter o VIX.

$$VIX = 100 \times \sqrt{\left\{ T_1 \sigma_1^2 \left[\frac{N_{T_2} - N_{30}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] + T_2 \sigma_2^2 \left[\frac{N_{30} - N_{T_1}}{N_{T_2} - N_{T_1}} \right] \right\} \times \frac{N_{365}}{N_{30}}}\tag{2.22}$$

Onde:

N_{T_1} é o número de minutos até o vencimento da opção *near*

N_{T_2} é o número de minutos até o vencimento da opção *next*

N_{30} é o número de minutos em 30 dias

N_{365} é o número de minutos em 365 dias

As principais críticas ao VIX se resumem à suposição de ser uma “auto-profecia”, uma previsão que direta ou indiretamente causa a si mesmo, devido à relação positiva entre a crença e o comportamento. De fato, Bollen e Whaley (2004) obtiveram resultados indicando que a variação temporal da volatilidade

como essa demanda por liquidez dificulta a replicação da metodologia VIX da CBOE no mercado brasileiro.

implícita está diretamente relacionada à pressão de compra do fluxo de ordens de negociação. Também encontraram indícios de que os movimentos na volatilidade implícita de opções de índices são mais fortemente afetados pela pressão de compra nas opções de venda, enquanto que uma pressão de compra nas opções de compra tende a afetar mais os movimentos na volatilidade implícita das opções de ações. Whaley (2009) afirma que o VIX é mais um barômetro do medo de queda do mercado do que da excitação de uma recuperação do mercado, pois encontrou indícios de que essa relação é assimétrica.

Neste sentido, a própria CBOE procurou esclarecer alguns mitos envolvendo o VIX. A bolsa esclarece que o VIX não mede diretamente o medo, mas simplesmente a volatilidade esperada para o S&P500, através do apreçamento de opções e por isso não deveria ser chamado de "Indicador do Medo dos Investidores". Também aponta que o VIX não mede a volatilidade presente, mas simplesmente a volatilidade esperada e que nem sempre o VIX e o S&P500 tem uma evolução temporal em sentidos opostos. Sobre o mito de que o VIX é capaz de prever preços futuros de ações, a bolsa ressalva que isso não é uma ciência exata, apenas fornecendo um sentimento para os operadores de mercado CBOE (2009).

Também é possível encontrar uma crítica ao método atual de cálculo do VIX na pesquisa de Jiang e Tian (2007). Os autores demonstraram que o método de cálculo usado pela CBOE pode subestimar a verdadeira volatilidade em 198 pontos-base ou ainda superestimá-la em 79 pontos-base e que o tamanho destes erros permaneceria quase inalterado caso fosse utilizado o modelo de Black-Scholes para cálculo do preço das opções. Este resultado é particularmente preocupante, pois o modelo de Black-Scholes assume que a volatilidade é constante. Os erros encontrados por Jiang e Tian (2007) apresentam padrões previsíveis devido ao impacto da truncagem e de erros de discretização. Os erros de truncagem surgiriam a partir da eliminação da base de opções daquelas com preço de *strike* fora do limite estabelecido e os erros de discretização seriam devidos à característica discreta dos preços de *strike* listados e ao esquema não usual de integração numérica utilizado pela CBOE. Estes padrões previsíveis poderiam levar ao apreçamento incorreto dos derivativos baseados no VIX.

Com a popularidade do VIX, outros índices de volatilidade vêm sendo criados na própria CBOE, conforme ilustrado no Quadro 1 e também em outros países, como África do Sul, Alemanha, Austrália, Bélgica, Canadá França, Holanda, Hong Kong, Índia, Japão, México, Reino Unido, Rússia, Suíça e Taiwan, que já possuem índices de volatilidade implícita para seus mercados (XIN, 2011). No Brasil, a pesquisa de Moura (2011) deixou clara a importância da criação de um índice de volatilidade para o mercado brasileiro analisando se diferentes fontes de informações possuem impacto na volatilidade implícita das opções de IDI (Índice de Depósitos Interfinanceiros de um dia) e das opções de dólar. No entanto a BM&F Bovespa ainda não divulga um índice deste tipo, o que se constitui em uma oportunidade de pesquisa latente.

Quadro 1 – Índices de volatilidade implícita na CBOE

Índices que refletem a volatilidade esperada em opções sobre índices	Ticker
CBOE Volatility Index	VIX
CBOE Russell 2000 Volatility Index	RVX
CBOE DJIA Volatility Index	VXD
CBOE Nasdaq Volatility Index	VXN
CBOE S&P 100 Volatility Index	VXO
Índices que refletem a volatilidade esperada em opções de ETFs	Ticker
CBOE EuroCurrency Volatility Index	EVZ
CBOE Gold Volatility Index	GVZ
CBOE Crude Oil Volatility Index	OVX
CBOE Emerging Markets ETF Volatility Index	VXEEM
CBOE Brazil ETF Volatility Index	VXEWZ
CBOE China ETF Volatility Index	VXFXI
CBOE Gold Miners ETF Volatility Index	VXGDX
CBOE Silver ETF Volatility Index	VXSLV
CBOE Energy Sector ETF Volatility Index	VXXLE
Índices que refletem a volatilidade esperada em opções de Ações	Ticker
CBOE Equity VIX® on Apple	VXAPL
CBOE Equity VIX® on Amazon	VXAZN
CBOE Equity VIX® on Google	VXGOG
CBOE Equity VIX® on Goldman Sachs	VXGS
CBOE Equity VIX® on IBM	VXIBM

Fonte: CBOE (2012)

Como é possível verificar, no quadro acima, CBOE possui um indicador de volatilidade implícita para o mercado brasileiro. É o VXEWSZ (*CBOE Brazil ETF Volatility Index*), índice de volatilidade implícita derivado da aplicação do método do VIX aplicado aos preços das opções sobre o fundo *iShares MSCI Brazil Index Fund*, negociado na bolsa de Chicago, que representa tanto a volatilidade implícita de uma carteira de ações brasileiras como também a volatilidade da taxa de câmbio.

Uma adaptação do método do VIX para o mercado brasileiro pode ser encontrada no trabalho de Astorino et al (2015). O foco da pesquisa dos autores está na decomposição do índice de volatilidade na expectativa da variância e num estimador da aversão ao risco. O método proposto envolve um fator de ajuste “j” na equação do VIX para tratar os dias em que apenas opções de compra ou venda são negociadas. O fator assume valores que acionam a paridade put-call para gerar informações sobre a superfície de volatilidade. Também são utilizadas interpolações lineares para avaliar perdas na precisão em função do baixo número de pontos de integração.

2.3 A VOLATILIDADE IMPLÍCITA E A LIQUIDEZ DAS OPÇÕES

Até o momento, viu-se que a volatilidade implícita (VI) em opções tem sido um tópico recorrente em pesquisas em finanças. Acadêmicos e profissionais de mercado tem discutido diferentes métodos para sua estimação, seu conteúdo informacional e seu uso para previsão da volatilidade realizada futura. Uma vez que diferentes estimativas de volatilidade podem ser obtidas a partir dos preços de diferentes opções com o mesmo ativo adjacente, algumas estratégias são adotadas para reduzir os múltiplos valores da VI em um estimador único e eficiente para aquele ativo adjacente. A estratégia mais comum é a construção de um índice de VI a partir de uma ampla variedade de preços de exercício, baseando-se na disponibilidade de preços de mercado de opções amplamente negociadas. Quanto mais as opções forem negociadas, maior é a confiabilidade que o índice construído verdadeiramente representa a expectativa de mercado para a volatilidade

realizada futura. Uma vez que cada negócio fornece mais dados para a modelagem da volatilidade implícita a liquidez das opções é um aspecto importante para a estimação da VI.

Também já foi ressaltado no capítulo anterior que o algoritmo mais difundido para estimação da volatilidade implícita de um mercado é o utilizado na construção do VIX, que é o índice das volatilidades implícitas das opções sobre o S&P500. O algoritmo foi desenvolvido em 1993 (e atualizado em 2003) pela Chicago Board of Trade, usando preços das opções sobre uma ampla gama de preços de exercício. Desde sua criação, abordagens similares foram introduzidas em diversas bolsas ao redor do mundo, porém, uma questão que não foi esclarecida pela literatura recente é o que fazer quando não há muitos dados sobre opções disponíveis para cálculo da VI. Isso pode ser apontado como uma das razões pelas quais muitos países emergentes não tem adotado seus próprios índices de volatilidade como uma medida da incerteza futura na construção de estratégias de hedge e negociação coerentes, usando a volatilidade histórica para estas finalidades, cujas limitações são bem conhecidas. Então, a contribuição central desta seção da pesquisa é discutir e desenvolver um método de estimação para um índice de volatilidade que considere adequadamente cenários de baixa liquidez nas opções. Isso tem importante implicações para investidores, gestores de ativos e provedores de índices por tentar esclarecer o efeito da liquidez das opções sobre os métodos de obtenção da VI e, ainda mais importante, por oferecer uma abordagem que permita o surgimento de índices de VI em mercados emergentes, onde a falta de liquidez pode ser um fator dificultante.

A relevância da falta de fluxo de negociação quando se constroem índices de VI deriva do impacto da liquidez no preço das opções. Mudanças na volatilidade estão relacionadas com volume de negociação porque ambas dependem do fluxo de informação: quanto maior o fluxo de informações no mercado, maior o volume negociado e a volatilidade dos retornos (BOLLEN e WHALEY, 2004). Assim, a iliquidez reduz o conteúdo informacional do preço, sendo razoável assumir que a informação do preço para opções ilíquidas possui mais ruído e que a volatilidade implícita baseada no preço destas opções ilíquidas tem mais possibilidade de

também ter ruído. Então, pode ser um erro considerar todos os dados sobre preço de opções como igualmente explanatórios. A ideia central é que um modelo para um índice de volatilidade implícita deve refletir o fluxo de negociações do seu mercado.

De maneira simplificada, um índice de volatilidade implícita é uma média ponderada da volatilidade implícita de diferentes opções; essencialmente uma estimativa pontual. Como qualquer estimativa pontual, deve ser considerado em conjunto com uma medida de sua acurácia. De fato, espera-se que estimativas pontuais baseadas em dados escassos sejam pouco precisas. Dessa maneira, a liquidez está vinculada à consistência de um índice de VI. Quando a liquidez é alta, as estimativas para a volatilidade implícita são mais confiáveis porque elas estão baseadas em informações advindas de um elevado número de negócios. Quando a liquidez é baixa, cada negócio individual tem um significativo impacto no índice de VI. É importante manter essa falta de precisão em mente, especialmente quando a estimativa pontual é utilizada no processo de tomada de decisões.

Uma das recentes alternativas ao VIX – o VolDex da NationsShares – também procura melhorar a acurácia do índice de volatilidade através do melhor tratamento das questões de liquidez. VolDex usa opções sobre o SPDR S&P500, que é um ETF (Exchange Traded Fund) que procura replicar a performance global do S&P500. Estas opções possuem uma maior liquidez do que as opções utilizadas na metodologia do VIX, permitindo que a NationsShares consiga eliminar mais opções fora do dinheiro da sua metodologia para o VolDex do que a CBOE para o VIX. O novo índice ainda está buscando seu espaço, sendo listado na International Securities Exchange (ISE) e se apresenta como um exemplo que mostra como a indústria está preocupada com as questões de liquidez, mesmo em cenários de elevado número de negócios.

Isso significa que a liquidez é uma característica importante quando índices de VI são utilizados como previsores da volatilidade realizada futura por gestores de portfólio que desejam evitar eventos de estresse. Dependendo do cenário de liquidez, não apenas o nível da volatilidade pode ser diferente, mas

também seu *smile* e conteúdo informacional, porque muitas opções podem se tornar ilíquidas na proximidade de um evento de estresse, modificando o conteúdo informacional da VI. Assim, ao se construir sistemas de sinalização da proximidade destes eventos, profissionais e acadêmicos podem usufruir da sinalização conjunta da iliquidez e volatilidade.

Volatilidade implícita em cenários de baixa liquidez é um tema bastante oportuno. Em primeiro lugar porque a iliquidez é uma característica comum dentre o mercado de derivativos em mercados emergentes, não apenas no Brasil. No período pós-crise de 2008, pesquisadores tem discutido a hipótese de *decoupling*, ou seja, a ideia de que o mercado das economias emergentes teriam reduzido seus comovimentos com o mundo desenvolvido. Como ilustrado por Levy Yeyati e Williams (2012), pesquisas recentes falharam ao buscar resultados conclusivos ao investigar esta hipótese tanto no mercado real de produção com o no mercado financeiro. Estudando a volatilidade implícita na taxa de juros em nove economias latino-americanas, Hagerty (2014) sugeriu que países menores poderiam ser mais imunes aos spillovers internacionais; assim, o estudo da volatilidade implícita em países emergentes pode elucidar um pouco estes estudos sobre a hipótese de *decoupling*. Em segundo lugar, algumas bolsas emergentes estão contratando formadores de mercado para aumentar a liquidez em seus mercados de derivativos. Isto mostra o quanto a iliquidez tem sido considerada um obstáculo e traz novas oportunidades para sua investigação, à medida que o número de negócios tenderá a variar dramaticamente nestas bolsas na presença de formadores de mercados. Tudo isso faz com que o estudo da VI em cenários de baixa liquidez seja uma questão de pesquisa urgente.⁵

⁵ O índice de volatilidade implícita para o mercado grego é uma versão do VIX adaptada à este mercado por Skiadopoulos (2004). Ao invés de 8 opções do algoritmo do VIX, usa apenas 4, duas para cada data de vencimento, devido às limitações de liquidez, levando em consideração apenas a primeira opção de compra e de venda out-of-the money para cada data de vencimento. Então uma opção com vencimento fixo de 30 dias é calculada através de interpolação.

Pode ser válido explorar questões metodológicas na estrutura de índices de volatilidade implícita, dada seu status em mercados de capitais ao redor do mundo. É possível identificar alguns fatores que podem ter influência sobre o valor da VI; data de vencimento, relação entre o preço de exercício e o preço à vista do ativo adjacente (*moneyness*), *vega* e a liquidez (GROVER e THOMAS, 2012). Sobre a data de vencimento, é sabido que a volatilidade implícita possui uma estrutura a termo, ou seja, prazos mais curtos apresentam uma volatilidade implícita mais baixa que prazos mais longos (HEYNEN, KEMNA e VORST, 1994; XU e TAYLOR, 1994; CAMPA e CHANG, 1995). A relação entre o preço de exercício e o preço à vista do ativo adjacente gera diferentes valores de volatilidade implícita para um mesmo ativo, chamado de *smile* da volatilidade e também tem sido usado como um fator de ponderação da elaboração de índices de volatilidade. (LATANE e RENDLEMAN, 1976; CHIRAS e MANASTER, 1978). Mais recentemente, a literatura tem explorado o impacto da liquidez das opções na estimação da sua volatilidade implícita, embora o número de estudos já publicados não seja tão expressiva e também varie o foco em VI de ações e índices de VI.

Inicialmente, Bollen e Whaley (2004) exploraram a relação entre a VI das opções sobre ações e índices em relação às suas pressões por compra. Eles apontaram que em um dia de negociação a disposição do formador de mercado em ofertar opções interage com a demanda dos investidores. Um formador de mercado não estará sempre pronto a vender um número ilimitado de contratos em uma série de opções: na medida que sua posição aumenta, seu custo de *hedging* também aumenta, fazendo com que exija um preço maior pelas opções. Para explorar essa relação, os autores fizeram uma regressão entre as mudanças diárias na volatilidade implícita em opções com determinada relação entre o preço de exercício e o preço à vista do ativo adjacente (*moneyness*) e medidas de retorno das ações, volume negociado das ações e pressão de compra. A especificação do modelo utilizado por Bollen e Whaley (2004) era:

$$\Delta\sigma_t = \alpha_0 + \alpha_1 RS_t + \alpha_2 VS_t + \alpha_3 D_{1,t} + \alpha_4 D_{2,t} + \alpha_5 \Delta\sigma_{t-1} + \varepsilon_t \quad 2.23$$

onde $\Delta\sigma_t$ era a variação da média da VI em uma determinada categoria de *moneyness* do fechamento do dia t-1 até o fechamento do dia t, RS_t o retorno da ação adjacente à opção para o mesmo período, VS_t era o volume negociado para a ação ou índice adjacente para o dia t, expresso em milhões ou bilhões de dólares e $D_{1,t}$ and $D_{2,t}$ eram as variáveis da pressão de compra. O volume negociado para o portfolio do índice foi utilizado como uma proxy do volume de negociação do índice S&P500. Foram testadas diferentes variáveis para pressão de compra, baseadas no ponto médio entre a oferta de compra (bid) e a oferta de venda (ask). Negócios executados em um preço acima (abaixo) do ponto médio foram classificados como motivados pelo comprador (vendedor). Em primeiro lugar, os autores encontraram que a pressão de compra em opções de venda de índice direciona a inclinação para baixo do formato da função de VI do S&P500. Esse resultado foi considerado consistente com a ideia de *hedgers* buscando seguro para seus portfolios. Em segundo lugar eles documentaram que a pressão de compra sobre opções de compra parece direcionar o formato da função de volatilidade implícita das opções sobre ações.

Gârleanu et al (2009) complementaram os resultados iniciais de Bollen e Whaley (2004) propondo um modelo de precificação de opções baseado na utilidade e obtendo uma expressão explícita para o efeito da demanda sobre o preço das opções. Utilizando uma amostra de opções sobre ações e opções sobre o S&P500, seus resultados empíricos demonstram que não apenas a força da demanda sobre uma opção específica aumenta o preço em uma extensão proporcional à variância da porção não hedgeável da opção, mas também aumenta outros preços de opções sobre o mesmo ativo adjacente. Eles encontraram que um terço do custo (*expensiveness*) de uma opção (medida pela diferença entre sua VI e a medida de volatilidade de Bates (2006)) pode ser atribuída a efeitos da demanda. O estudo de Gârleanu et al (2009) era investigar a demanda de usuários finais, isto é, agentes que possuem uma necessidade fundamental por exposição a opções.

Expandindo o foco da análise, também é possível supor que os preços das opções são afetados tanto pela liquidez da própria opção como pela liquidez do ativo adjacente. O trabalho de Çetin et al (2006) é organizado para investigar como a liquidez do ativo adjacente pode afetar a volatilidade implícita de uma opção. Eles demonstraram a existência de um prêmio positivo pela liquidez para opções sobre ações, isto é, opções com um ativo adjacente líquido tentem a ser mais caras. Seu raciocínio teórico é baseado na estratégia de delta-hedging, em que, em um mundo aderente às suposições de Black-Sholes seria executada em tempo contínuo, mas apenas pode ser executada em tempo discreto no mercado. Logo, o tempo entre negócios (uma medida da liquidez) é não-negligenciável e induz um custo. Seus resultados empíricos apontam que os custos de liquidez associados com replicação de opções aumentam o preço das opções e traz um viés para cima na VI, oferecendo uma explicação para o smile da VI.

No intuito de estudar o impacto da liquidez sobre o preço das opções sobre ações, Chou et al (2011) encontraram evidências de que opções com um baixo bid-ask spread (mais líquidas) levam a um nível maior de volatilidade implícita e preço. Isto foi considerado consistente com a Teoria de Prêmio pela Ilíquidez de Amihud e Mendelson (1986). Eles também apontaram que ações adjacentes às opções com elevados bid-ask spread (mais líquidas) levam a maiores preços e maiores volatilidades implícitas, consistente com a Teoria Delta-Hedge de Çetin et al (2006). Ainda mais, seus resultados especificam que quando um mercado de opções sobre ações se torna mais líquido, a curva de VI se torna mais íngreme, isto é, mais negativamente inclinada. Embora pressão por compra e pressão de venda não sejam sinônimos de liquidez, considerando que a liquidez é positivamente relacionada à pressão de demanda e os resultados de Gârleanu et al (2009), Chou et al (2011) concluem que uma opção se torna mais cara quando a pressão por compra é mais forte.

Ao criticar os vieses na VI gerados pela iliquidez e pela descontinuidade de preços de exercício, Grover e Thomas (2012) ofereceram duas abordagens: o Spread Adjusted VIX e o Volume Adjusted VIX. Para o primeiro, os preços de cotação médios foram utilizados ao invés dos preços de negociação para tentar

diminuir o ruído e a volatilidade implícita das opções foi explicitamente ponderada pela liquidez das opções, mensurada pelo bid-ask spread. Este método confere grande peso para opções líquidas e automaticamente corrige para a falta de dados ao incluí-lo no valor do spread em uma maneira que quando não há preços de compra ou preços de venda, o peso atribuído é zero. Neste caso, os pesos são computados como se segue:

$$\sigma_{it} = \frac{\sum_i w_{it} \sigma_{it}}{\sum_i w_{it,j}}, \quad 2.24$$

onde $w_{it,j} = 1/s_{it,j}$ e $s_{it,j}$ se refere à percentagem do spread definido como (ask-bid)/mid-price da opção i em t , e $j=1,2$ são as duas maturidades mais próximas.

Para o Volume Adjusted VIX, a volatilidade implícita das opções foi ponderada utilizado o volume negociado. Isso foi baseado nos resultados prévios do estudo de Brous et al (2010), em que ações com maiores volumes de negociação resultaram em estimativas de VI que apresentaram melhor performance do que previsões de volatilidade histórica. Nesta abordagem os pesos foram computados de uma maneira em que opções amplamente negociadas poderiam ter um impacto mais forte na volatilidade implícita estimada, como segue:

$$\sigma_{it} = \frac{\sum_i w_{it} \sigma_{it}}{\sum_i w_{it,j}}, \quad 2.25$$

onde $w_{it,j} / \sum_i w_{it,j}$ refere-se à fração do volume negociado para a opção i no final do dia t , e $j=1,2$ são as duas maturidades mais próximas. Grover e Thomas (2012) também calcularam um VIX ponderado pela elasticidade da volatilidade e um VIX ponderado pelo vega das opções. Ao tentar projetar a volatilidade realizada futura, seus resultados mostraram que embora todos os modelos propostos aparentassem superestimar a volatilidade, o Spread-Adjusted VIX foi o melhor previsor, seguido pelo Volume-Adjusted VIX.

As abordagens livres de modelos são criticadas em relação à necessidade de liquidez nas opções no trabalho de Andersen e Bondarenko (2007). A principal crítica realizada ao VIX é que deve haver opções líquidas com preços de exercícios em todo o suporte da distribuição de retornos. A metodologia da CBOE justamente trunca as caudas da distribuição onde não há opções confiáveis (opções com baixa liquidez), sendo que o intervalo de truncamento difere a cada dia. Os autores desenvolvem a ideia de CIR (Corridor Implied Volatility) em que amplos intervalos de truncamento imitam a abordagem livre de modelos (VIX) enquanto os intervalos mais fechados se aproximam da medida Black & Scholes, sendo estes mais úteis na previsão da volatilidade realizada futura, sendo seus resultados empíricos.

Como uma observação final deste capítulo, é importante ter em mente que escolhas de portfolio tanto de ações como de derivativos são influenciadas pelo nível de liquidez dos títulos. Gârleanu (2009) investigou como a impossibilidade de negociação instantânea de posições pode afetar o risco das posições tomadas. Posições mais extremas são tomadas quando a liquidez é elevada pois agentes preferem evitar ficar presos com posições não vantajosas se eles acreditam que negociá-las para fora do portfolio pode ser difícil. Entretanto, o impacto da liquidez no volume de transação é multifacetado: a liquidez passada governa o número de agentes que negociaria se fosse dada a oportunidade; a liquidez contemporânea determina o grau em que agentes realmente conseguem negociar e a liquidez futura determina as posições que se desejam negociar, dessa maneira influenciando o tamanho típico do negócio.

Recentemente, Chen et al (2014) estudaram o poder informativo dos desvios da paridade put-call no índice adjacente às opções na bolsa de Taiwan. Da mesma maneira que a bolsa brasileira, a taiwanesa não possui derivativos de volatilidade, embora a liquidez das opções sobre o índice seja maior. Eles encontraram que a previsibilidade aumenta quando a liquidez das opções é maior e quando a liquidez do índice adjacente diminui. Seus resultados também sugerem uma relação positiva entre volatilidade e volume de negociação das opções sobre o índice. A possível causa seria que um aumento inesperado na volatilidade o uso

especulativo e para hedge das opções não apenas aumenta a pressão por compra e venda de opções, mas também aumenta o volume negociado devido aos ganhos potenciais associados ao aumento da volatilidade. No entanto, essa hipótese de causalidade não foi estudada empiricamente na pesquisa dos autores.

2.4 ESTRUTURA DO MERCADO DE OPÇÕES NO BRASIL

Visando maior compreensão dos dados utilizados e dos resultados obtidos nesta pesquisa, apresenta-se um breve retrato da estrutura do mercado de opções no Brasil, iniciando-se com uma descrição das características da bolsa em que ocorre a negociação e liquidação, volume financeiro neste mercado em relação a outros títulos e também as principais características das opções atualmente negociadas.

Inicialmente cabe ressaltar que, no Brasil, o setor de bolsas é verticalmente integrado: a BM&FBovespa realiza as atividades de negociação e pós-negociação de ações, derivativos e outros valores mobiliários. Isso quer dizer que a bolsa presta todos os serviços necessários para os participantes do mercado (investidores, corretoras etc.), desde transações de compra e venda, passando por compensação e controle do risco, liquidação e, por fim, pela custódia completa dos títulos, tanto no mercado de ações como derivativos. O Quadro 2, a seguir, compara as características estruturais das bolsa brasileira com outros países e demonstra que no mercado de derivativos brasileiro não é possível internalização de ordens e nem a existência de *dark pools*, sendo caracterizado como um modelo integralmente verticalizado, com uma estrutura que permite que a titularidade dos ativos seja transferida diretamente entre os compradores e vendedores; no entanto os negócios ocorrem em uma estrutura em que a bolsa assume a responsabilidade de honrar todas as compras e todas as vendas.

Quadro 2 – Estrutura do mercado de derivativos no Brasil

Características	Brasil	EUA	Europa	Ásia / Oceania
Modelo de Negócio No modelo verticalmente integrado, um único agente é responsável por todas as fases do processo	Integrado	Negociação	Ambos	Ambos
Identificação do Beneficiário Final As operações de compra e venda são feitas em nome dos efetivos compradores e vendedores e não com a titularidade transferida para uma corretora.	Sim	Não	Não	Ambos
Internalização de Ordens Possibilidade de a corretora realizar as operações de seus investidores internamente, sem a necessidade de executá-las nos sistemas das bolsas	Não	Sim	Sim	Sim
Dark Pools Ambientes alternativos às bolsas para compra e venda de títulos, sem transparência e sem formação de preços	Não	Sim	Sim	Sim
Serviços de Empréstimo É um serviço que atende tanto os que querem emprestar como os que querem tomar emprestado, mediante garantia	Sim	Não	Sim	Não
Contraparte Central Agente que se interpõe entre compradores e vendedores e assume a responsabilidade de honrar todas as compras e todas as vendas	Sim	Não	Ambos	Ambos

Fonte: Adaptado de BM&FBovespa (2015)

A BM&FBovespa é uma bolsa de negociação de ações e derivativos. Em relação ao volume médio diário negociado, representado na Tabela 1, percebe-se uma tendência de alta ao longo dos anos, sendo que o mercado à vista possui maior representatividade. O mercado de opções (sobre ações e índices) teve um volume médio diário negociado de R\$ 233 milhões. Maiores informações sobre o mercado de opções sobre o índice serão apresentadas no capítulo destinado à análise dos dados utilizados na pesquisa.

Tabela 1 - Volumes médios diários negociados na BM&FBovespa (em R\$ milhões)

Mercados	2010	2011	2012	2013	2014
À vista	6.031,60	6.096,30	6.861,30	7.094,50	6.975,80
Termo	147,40	118,0	103,40	91,50	82,40
Opções	307,90	276,30	280,10	230,30	233,10
Total	6.488,60	6.491,60	7.250,70	7.417,70	7.292,50

Fonte: BM&FBovespa (2014)

O número médio diário de negócios também se encontra em tendência de expansão na BM&FBovespa. Conforme pode ser visualizado na Tabela 2, em 2014, aproximadamente 11% dos negócios realizados diariamente na BM&FBovespa envolviam o mercado de opções.

Tabela 2 - Número médio diário de negócios na BM&FBovespa (em mil)

Mercados	2010	2011	2012	2013	2014
À vista	349,80	476,50	653,0	780,0	821,80
Termo	1,60	1,10	1,00	0,80	0,6
Opções	79,30	89,60	126,40	108,50	97,30
Total	439,60	567,20	780,40	889,30	919,80

Fonte: BM&FBovespa (2014)

As opções podem ser opções referenciadas em ações de companhias abertas listadas no Segmento BOVESPA constituintes da carteira teórica do IBrX-100, opções sobre ETFs e opções de Índice BOVESPA. Esta pesquisa está direcionada à volatilidade implícita das opções sobre índice, ou seja, o mercado de opções de compra e venda de direitos sobre Índice de Ações. Neste mercado, a unidade de negociação é o índice multiplicado pelo valor em reais de cada ponto, cujo valor econômico em reais é estabelecido pela BM&FBovespa. A cotação do prêmio e o preço de exercício são expressos por pontos do índice e a bolsa calcula diariamente o índice de liquidação que será utilizado quando do exercício da opção sobre índice. O valor de liquidação da operação de exercício será equivalente à diferença, em moeda corrente nacional, entre o índice de liquidação e o preço de exercício. (BM&FBOVESPA, 2011)

Na data de vencimento da opção, como se tratam de opções europeias, o exercício das posições dos titulares das séries vincendas será automático, ou seja, comandado e processado pela bolsa logo após a apuração do índice de liquidação, sempre que o índice de liquidação for superior ao preço de exercício (no caso da opção de compra) ou o índice de liquidação for inferior ao preço de exercício (no caso da opção de venda). A bolsa brasileira considera o índice de liquidação a

média aritmética dos índices verificados nas três últimas horas de negociação do pregão do dia do exercício.

Em relação à padronização das datas de vencimento, as opções referenciadas em ações e opções sobre ETFs possuem vencimentos para todos os meses, sempre na terceira segunda-feira do mês. A manutenção das séries é para até 6 (seis) meses consecutivos. Já as opções sobre o índice IBOVESPA possuem vencimento para meses pares, sendo a data estipulada a quarta-feira mais próxima do dia 15 do mês. Por fim, as opções sobre o índice IBrX-50 possuem vencimento para meses pares, porém com data estabelecida o 1º dia útil do mês de vencimento. (BM&FBOVESPA, 2011)

As séries autorizadas a negociação são estipuladas pela própria bolsa. A BM&FBovespa mantém em negociação diferentes séries de opções considerando o preço do ativo objeto. Para as opções referenciadas no Índice Bovespa são autorizadas 40 séries de opções em 6 diferentes vencimentos.

Um resumo analítico das principais diferenças e similaridades entre as opções sobre ações, sobre ETF e sobre índice pode ser encontrado no Quadro 3 a seguir.

Quadro 3 - Resumo analítico das diferentes características das opções na BM&FBovespa

	Opções sobre ações	Opções sobre ETF	Opções sobre Índice
Objeto da opção	Ações autorizadas pela BM&FBOVESPA.	Fundos de índices autorizados pela BM&FBOVESPA.	Índices autorizados pela BM&FBOVESPA.
Estilo da opção	Americano: a partir do dia seguinte de sua aquisição, as opções podem ser exercidas a qualquer momento até a data de vencimento. Europeu: as opções só podem ser exercidas na data de vencimento.	Americano: a partir do dia seguinte de sua aquisição, as opções podem ser exercidas a qualquer momento até a data de vencimento. Europeu: as opções só podem ser exercidas na data de vencimento.	Europeu: as opções só podem ser exercidas na data de vencimento.
Cotação	Os prêmios são cotados em BRL e seguem a mesma forma de cotação de suas respectivas ações-objeto.	Os prêmios são cotados em BRL por cota de ETF.	Prêmio da opção, expresso em pontos, cada ponto equivalente ao valor em BRL estabelecido pela BM&FBOVESPA.

Continua (...)

	Opções sobre ações	Opções sobre ETF	Opções sobre Índice
Varição mínima de apregoação	R\$0,01.	R\$0,01.	5 pontos de índice.
Preços de exercício	Estabelecidos pela BM&FBOVESPA, sendo expressos em BRL por ação ou em BRL por mil ações.	Estabelecidos pela BM&FBOVESPA, sendo expressos em reais BRL por cota de ETF.	Estabelecidas e divulgadas pela BM&FBOVESPA, sendo expressas em pontos de índice.
Lote padrão	Lote-padrão vigente para a ação-objeto no mercado a vista.	10 opções.	10 contratos.
Último dia de negociação	Último dia útil anterior à data de vencimento.	Último dia útil anterior à data de vencimento.	A data de vencimento. Nesse dia, não serão admitidas operações <i>day trade</i> nem abertura de novas posições.
Data de vencimento	Terceira segunda-feira do mês de vencimento.	Terceira segunda-feira do mês de vencimento.	Quarta-feira mais próxima do dia 15 do mês de vencimento, caso não haja pregão na BM&FBOVESPA, o dia útil subsequente.
Meses de vencimento	Todos os meses.	Todos os meses.	Meses pares.
Liquidação	Liquidação de Negociação: No primeiro dia útil subsequente à negociação (D+1). Liquidação do Exercício: No terceiro dia útil após o exercício (D+3).	Liquidação de Negociação: No primeiro dia útil subsequente à negociação (D+1). Liquidação do Exercício: No terceiro dia útil após o exercício (D+3).	A liquidação financeira do prêmio ocorrerá no dia útil seguinte ao de negociação.

Fonte: Adaptado de BM&FBovespa (2015).

Este capítulo destinou-se à apresentação dos principais pilares teóricos da volatilidade implícita e a sua relação com a liquidez das opções, bem como a descrição da estrutura do mercado de opções no Brasil, uma vez que a volatilidade implícita das opções sobre índice são o escopo desta pesquisa. A partir desse embasamento realizado, no próximo capítulo serão definidas as hipóteses de pesquisa.

3. CONSTRUÇÃO DAS HIPÓTESES DO ESTUDO

Através do levantamento teórico realizado no capítulo anterior foram ressaltadas as diferenças entre as abordagens e os métodos de cálculo utilizados para obtenção da volatilidade implícita em opções. Também foi ressaltado os possíveis impactos da liquidez na estimação da volatilidade implícita. Essa volatilidade desperta atenção de pesquisadores, reguladores e investidores por ser considerada um natural previsor da volatilidade futura e por suas características sinalizadoras da proximidade de eventos de *stress*, também chamado de “conteúdo informacional da volatilidade implícita”. Neste sentido, esse capítulo se dedica à construção das hipóteses de estudo.

No Brasil, os estudos realizados sobre o conteúdo informacional da volatilidade implícita direcionam seus esforços ao modelo de Black-Scholes, cuja simplicidade e fortes suposições já foram ressaltadas. Por outro lado, a produção científica sobre a volatilidade implícita é mais numerosa e diversa no âmbito internacional, principalmente devido ao desenvolvimento do VIX e dos métodos que consideram a volatilidade estocástica. Em uma visão cronológica, os estudos primeiramente investigaram a eficiência do modelo de Black-Scholes para obtenção da volatilidade implícita; as críticas a este modelo levaram ao surgimento do modelo de Heston e das abordagens que consideram a volatilidade estocástica. Por sua vez, as críticas as abordagem baseadas em modelos levaram ao abandono da prática de realizar suposições para o comportamento temporal do preço do ativo subjacente e ao surgimento do VIX e das abordagens livres de modelos. As pesquisas sobre volatilidade implícita no Brasil não acompanharam gradualmente essa evolução.

Assim a aplicação das diferentes abordagens para obtenção de índices de volatilidade implícita a uma mesma série temporal, aliado à identificação dos momentos de *stress* no mercado permitirá análise detalhada das suas características preditivas: qual emite mais sinais verdadeiros sobre a proximidade de eventos de stress e qual emite menos sinais falsos? Desta reflexão, surge a primeira hipótese desta pesquisa:

Hipótese 1: A volatilidade implícita é um bom sinalizador da proximidade de eventos de stress no mercado de capitais brasileiro.

Trata-se de uma hipótese inovadora porque os modelos apresentados na fundamentação teórica carecem de validação empírica no Brasil quanto à capacidade de emissão de sinais preditivos adequados sobre a proximidade de eventos de *stress*. Além disso, modificações em seus parâmetros poderão ser testadas no intuito de obter melhorias nesta característica. Ou seja, não se exclui a possibilidade de que, durante a evolução do estudo, como resultados parciais, sejam propostos e desenvolvidos novas abordagens ou modelos para captura do conteúdo informacional da volatilidade implícita.

Assim, a investigação que se pretende realizar também é oportuna, porque pretende analisar simultaneamente diferentes abordagens e modelos de obtenção da volatilidade implícita e, para cada caso, documentar seu conteúdo informacional para o mercado brasileiro. Afinal, no Brasil, qual é a relação da volatilidade implícita com a volatilidade futura realizada? E em relação ao retorno do ativo adjacente, as relações já identificadas em mercados internacionais também ocorrem no Brasil? Consequentemente, a partir desta ideia é possível enunciar a segunda hipótese desta pesquisa:

Hipótese 2: A volatilidade implícita é um estimador não viesado da volatilidade realizada futura no mercado de capitais brasileiro.

Essa hipótese difere da anterior por analisar um aspecto diferente do conteúdo informacional da volatilidade implícita. Uma vez que tenha sido identificado a maneira mais adequada de obter a volatilidade implícita para fins de sinalização de eventos de *stress*, não é possível afirmar que o mesmo modelo será o mais apropriado para capturar a relação entre a volatilidade implícita e a

realizada futura, tampouco a relação entre a volatilidade da opção e o retorno do ativo adjacente.

De maneira geral, as pesquisas citadas na fundamentação teórica sugerem que a volatilidade implícita é um estimador superior da volatilidade realizada futura. Em especial Giot (2005) avaliou o conteúdo informacional do VIX como estimador de volatilidade e obteve resultados significativos. Entretanto, isso também foi verdadeiro para modelos concorrentes em sua análise, tais como as especificações GJR-GARCH e RiskMetrics. Além disso, conforme demonstrado por Jiang e Tian (2005), a variância implícita calculada através do VIX condensa toda a informação contida na volatilidade implícita calculada através do modelo de Black-Scholes e na volatilidade histórica e ainda é um previsor mais eficiente da volatilidade realizada futura.

Fora do mercado norte americano, os resultados empíricos recentes são mistos, sugerindo, no entanto, uma pequena vantagem da volatilidade implícita. Como exemplo, Dowling e Muthuswamy (2005) concluíram que o seu índice de volatilidade implícita para o mercado australiano possui desempenho inferior à volatilidade histórica na previsão da volatilidade futura realizada. De maneira similar, Gonzales e Novales (2007), que propuseram o índice de volatilidade implícita para o mercado espanhol, mostraram que seu índice de volatilidade implícita era um fraco previsor da volatilidade futura, pois possuía um viés que não podia ser corrigido. De maneira oposta, Giner e Morini (2004) provaram que seu índice alternativo para o mercado espanhol possuíam um desempenho superior à volatilidade histórica e à volatilidade condicional. Da mesma forma, Nishina et al (2006) concluíram que seus índices de volatilidade implícita para o Japão e para a Coreia eram bons estimadores da volatilidade futura, apesar de seu viés positivo. De maneira mais abrangente e avaliando uma ampla amostra de índices de volatilidade implícita ao redor do mundo, Siriopoulos e Fassas (2009) obtiveram indícios de que esses índices possuem mais informações sobre a volatilidade futura do que a contida na volatilidade passada. Finalmente, em relação ao Brasil, os resultados empíricos de Areal (2008) indicaram que a

volatilidade histórica dos contratos futuros é melhor estimador da volatilidade realizada futura do que a volatilidade implícita.

Ainda sobre o mercado brasileiro, um dos motivos que levam a inexistência de um índice de volatilidade implícita oficial pode ser o comportamento temporal da liquidez das opções. Como visto anteriormente, a liquidez possui um impacto na estimação da volatilidade implícita. As reflexões teóricas realizadas levam a crer que a liquidez está relacionada à variabilidade da volatilidade implícita.

Hipótese 3: A liquidez das opções afeta a variabilidade da volatilidade implícita no Brasil

Esta hipótese é derivada de diversos estudos. Primeiramente, da afirmação de Bollen e Whaley (2004) de que a iliquidez reduz o conteúdo informacional do preço e a iliquidez em alguns ativos é a característica de mercados emergentes, e não apenas do Brasil. No entanto, desconhece-se estudos que analisem a relação entre a liquidez e a volatilidade implícita no Brasil uma vez que o país sequer possui um índice de volatilidade oficial.

Em segundo lugar, Grover e Thomas (2012) utilizam funções de ponderação baseadas em liquidez para obter a volatilidade implícita de um dia a partir da volatilidade extraída de um conjunto de opções. As opções mais líquidas recebem um peso maior no modelo já revisado anteriormente. Logo subentende-se que a liquidez é uma característica desejável e que qualifica a informação embutida no preço de uma opção. Dessa maneira, espera-se que um aumento na liquidez leve a uma diminuição na variabilidade da volatilidade implícita.

Finalmente, nesta pesquisa, diferentes séries para a volatilidade implícita do mercado brasileiro poderão ser apresentados caso sejam encontradas evidências de uma relação significativa entre a volatilidade futura realizada e a volatilidade implícita obtida através dos modelos propostos. A elaboração de um “Índice de Volatilidade Brasil”, ainda não desenvolvido pela BM&FBovespa, será um dos resultados da investigação da segunda hipótese de pesquisa. Uma vez que

esse índice inédito seja criado e divulgado, poderá ser utilizado por investidores e gestores de recursos como mecanismo de monitoramento do mercado, ou seja, como um *fear gauge*. Também se espera que a bolsa e os órgãos regulares sejam beneficiados com esse índice, que permitirá a configuração de derivativos cujo ativo subjacente seja o próprio “Índice de Volatilidade Brasil”, como já ocorre em outros mercados de capitais. Nesses mercados, a volatilidade pode ser negociada como se fosse um ativo, possibilitando uma gestão de riscos de forma mais desenvolvida.

Da mesma forma que os investidores em ações usam métodos de avaliação para estimar o futuro do preço de uma ação, ou que os investidores de títulos de renda-fixa buscam prever a provável direção dos juros, um investidor também pode ter uma previsão para a volatilidade futura. Se alguém crê que a volatilidade atual é baixa pode desejar assumir uma posição em que lucre se a volatilidade aumente, posição assumida mediante o pagamento de um preço considerado justo (DEMETERFI et al, 1999). Opções sobre ações ou índices são impuros neste sentido porque configuram-se como uma exposição tanto à direção do preço da ação ou nível do índice e sua volatilidade. Por isso, derivativos de volatilidade são necessários.

Sendo a volatilidade passível de compra e venda através de derivativos, há pesquisas que abordam estratégias de negociação e o impacto da inclusão de derivativos de volatilidade tanto no mercado norte-americano como no mercado europeu. Stanescu e Tunaru (2013) demonstram que o uso de futuros sobre o VIX (volatilidade implícita norte-americana) e o VSTOXX (volatilidade implícita europeia) melhoram o perfil risco-retorno de portfólio, particularmente durante períodos turbulentos (porque a volatilidade implícita aumenta nesses períodos). Como a diferença entre o VIX e o VSTOXX parece ser estacionária, há incentivos para identificação de oportunidades de arbitragem: uma vez que o spread foi previsível na abordagem GARCH utilizada na pesquisa foi possível identificar momentos oportunos de entrada e saída de posições.

Para investidores que atuam no Brasil, a partir dos estudos desenvolvidos nesta pesquisa, será possível o desenvolvimento de novos títulos e a aplicação de técnicas específicas para negociação desses derivativos (opções, futuros e *swaps*) baseados em índice de volatilidade (*volatility trading*). Acredita-se que essas técnicas possam também contribuir para uma melhor gestão de recursos e um maior desenvolvimento do mercado de capitais.

4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesta seção é descrita a amostra objeto de estudo e apresentado o método que se pretende utilizar para investigar as hipóteses de pesquisa formuladas na seção precedente.

A amostra inicial consiste em dados diários dos negócios realizados na BM&FBovespa, a bolsa de ações e derivativos do Brasil. Os dados são disponibilizados gratuitamente em seu *site* da internet⁶, em formato de arquivo texto. Foram coletadas informações históricas de janeiro de 2002 até dezembro de 2013 para todos os negócios com opções de compra e venda cujo ativo adjacente fosse o índice IBOVESPA. Para cada opção, em cada dia, os seguintes itens foram coletados:

- nome da opção (código).
- preço (abertura, máximo, mínimo, médio, fechamento);
- número de negócios (NTRADES);
- número de contratos negociados (TQUANT);
- volume financeiro negociado (VOLTOT);
- preço de exercício;
- data de vencimento da opção.

A definição da amostra deu-se em função da disponibilidade de dados para extração da volatilidade implícita nas opções negociadas na BM&FBovespa. Foram coletados dados referentes a todos os negócios realizados com opções ao longo do período, para todas as séries de opções autorizadas pela bolsa brasileira, tanto opções de compra como opções de venda. Tampouco, na coleta inicial houve restrições quanto à liquidez dos contratos ou do ativo subjacente.

Além disso, dados diários sobre o IBOVESPA (volume negociado e nível do índice) foram coletados banco de dados da Economática e a taxa livre de risco diária (taxa CDI) foi coletada do site do Sistema Gerenciador de Séries Temporais

⁶ <http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/cotacoes-historicas/FormSeriesHistoricas.asp>

do Banco Central do Brasil⁷, para o mesmo período amostral em que os dados sobre opções estavam disponíveis.

Diferentes tratamentos estatísticos serão necessários para investigação das hipóteses de pesquisa. A relação entre a volatilidade implícita obtida através dos diferentes modelos e a volatilidade futura realizada pode ser avaliada através da seguinte regressão em mínimos quadrados:

$$VOL_t = a_0 + a_i IV_{t|t-1} + e_m \quad 4.1$$

onde:

VOL_t é a volatilidade realizada no momento "t"

$IV_{t|t-1}$ é a volatilidade implícita para o momento "t" calculada com as informações disponíveis até o momento imediatamente anterior

Se essas duas séries de volatilidade são sincronizada, então a volatilidade no momento t é alinhada com a volatilidade implícita observada momento t . De acordo com Christensen e Prabhala (1998) três características podem ser testadas nesta equação. Primeiro, se a volatilidade implícita contém ao menos alguma informação sobre a volatilidade realizada futura o coeficiente a_i (referente ao contrato "i") deve ser estatisticamente significativo contra a hipótese nula que $a_i = 0$. Ainda, se a volatilidade implícita é um estimador não viesado da volatilidade realizada, então o intercepto da equação deverá ser estatisticamente igual a zero e o coeficiente $a_i = 1$. Por último, se a volatilidade implícita for um estimador eficiente, os resíduos e_t devem ser ruído branco e não correlacionados às outras variáveis.

Para atendimento dos objetivos propostos, também será necessário comparar a eficiência da volatilidade implícita em relação à volatilidade realizada na previsão da volatilidade futura realizada. Para isso, utiliza-se a seguinte regressão múltipla:

⁷ <https://www3.bcb.gov.br/sgspub/>

$$VOL_t = a_0 + a_i IV_{t-1} + a_v VOL_{t-1} + e_t \quad 4.2$$

onde:

VOL_t é a volatilidade realizada no momento "t"

IV_{t-1} é a volatilidade implícita do momento imediatamente anterior

VOL_{t-1} é a volatilidade realizada no momento imediatamente anterior

Nesta equação é possível verificar o efeito da inclusão da volatilidade realizada no momento imediatamente anterior sob a relação preditiva entre a volatilidade implícita e a volatilidade realizada. Caso, a hipótese conjunta de $a_0 = 0$, $a_i = 1$ e $a_v = 0$ seja rejeitada, a volatilidade implícita poderá ser um estimador viesado. Siriopoulos e Fassas (2009) realizaram análises semelhantes para 12 diferentes índices de volatilidade implícita disponíveis em diferentes mercados bursáteis internacionais. Seus resultados indicaram que a volatilidade implícita é um estimador viesado para a volatilidade futura, mas possui maior poder preditivo do que a volatilidade realizada passada, julgado pelo R^2 das regressões.

Por sua vez, a relação entre a volatilidade implícita e os retornos nos mercados acionários pode ser testada através da seguinte regressão (SIRIOPOULOS e FASSAS, 2009):

$$\Delta IV_t = \alpha + \beta RIDX_t^+ + \gamma RIDX_t^- + e_t \quad 4.3$$

onde:

ΔIV_t é a variação da volatilidade implícita no instante "t"

$RIDX_t^+$ é o retorno positivo no ativo subjacente à opção no instante "t"

$RIDX_t^-$ é o retorno negativo no ativo subjacente à opção no instante "t"

Para análise empírica utiliza-se o valor da variação do índice de volatilidade implícita do que seu valor absoluto. De acordo com Fleming (1995), esta forma é superior por três razões: primeiro, porque tanto pesquisadores como

investidores estão interessados nas mudanças ou inovações da volatilidade esperada; segundo, se os preços das ações segue um passeio aleatório, avaliar a relação entre índices de volatilidade e ações em nível pode ser espúrio; terceiro, os índices de volatilidade implícita também parecer seguir um passeio aleatório.

Também é interessante separar os retornos positivos e negativos dos ativos subjacentes para testar possíveis efeitos assimétricos. Caso as hipóteses de pesquisa forem verdadeiras, o intercepto deve ser significativamente diferente de zero, e os dois coeficientes devem ser diferentes entre si e de zero.

A literatura tem formulado diversas hipóteses sobre a relação negativa entre a volatilidade e os retornos baseando-se tanto nos fundamentos das firmas (alavancagem) como no comportamento dos participantes do mercado. A hipótese de alavancagem (BLACK, 1976; CHRISTIE, 1982; SCHWERT, 1989) justifica a relação negativa pelo aumento do nível de alavancagem das firmas causado pela queda do preço de suas ações; ou seja, o aumento da alavancagem conduz a volatilidade do capital próprio e ao risco dos acionistas. A hipótese de *feedback* postula que todo aumento na volatilidade leva a um aumento na taxa de retorno esperada das ações o que resulta em uma respectiva queda no preço das ações (FRENCH et al, 1987; BEKAERT e WU, 2000; WU, 2000; KIM et al, 2004).

O estudo das razões dessa assimetria não está no escopo desta pesquisa. No entanto, em trabalhos recentes as hipóteses de alavancagem e de *feedback* de volatilidade são consideradas incapazes de explicar a relação assimétrica de curto prazo entre a volatilidade e o retorno. Os resultados da pesquisa de Badsah (2013) são consistentes com explicações comportamentais, como as heurísticas do afeto e da representatividade, ou seja, os conceitos de finanças comportamentais seriam mais adequados para explicar a relação assimétrica. A volatilidade implícita pode ser considerada um termômetro do medo justamente devido à relação assimétrica entre os retornos e a volatilidade; essa relação implica que retornos negativos têm um impacto maior na volatilidade do que retornos positivos.

O modelo tradicional mais utilizado para estudo da volatilidade é o GARCH. No modelo GARCH, o processo estocástico da volatilidade depende do

quadrado dos retornos anteriores e também do quadrado da volatilidade anterior. Para avaliar a relação entre a volatilidade implícita e a liquidez das opções, o modelo proposto é um GARCH-Estendido, também chamado de GARCH-X, porque inclui uma variável exógena no modelo GARCH. Nesta pesquisa trata-se de um modelo “vol of vol”⁸ em que a série de retornos na equação da média é substituída pela série de volatilidades implícitas diárias, de maneira que a equação da variância represente a volatilidade dessa série de volatilidade, incluindo-se aí a variável exógena para liquidez. A ideia por trás deste procedimento para aplicação em finanças é que fontes adicionais de informação ajudam a melhor compreender o comportamento do mercado e, assim, aprimoram a previsão de reações do mercado. Para tentar analisar o impacto da liquidez a variância implícita, um modelo GARCH-X vol-of-vol é dado por:

$$IV_t = \sigma_{IV,t} \varepsilon_t \quad 4.4$$

onde IV_t é a volatilidade implícita, ε_t é o erro do processo e $\sigma_{IV,t}^2$ é o processo de volatilidade da volatilidade implícita. A dinâmica da volatilidade da volatilidade implícita é dado por:

$$\sigma_{IV,t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 IV_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{IV,t-1}^2 + \beta_2 Liq_{t-1} \quad 4.5$$

onde Liq_t é a liquidez observada das opções, que pode assumir diferentes definições conforme será explicado a seguir. Os parâmetros do modelo são $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$, $\beta_1 \geq 0$ e $\beta_2 \geq 0$. Cabe ressaltar que a utilidade deste tipo de modelo para estruturar uma possível explicação econômica para a volatilidade já foi apontado por Engle e Patton (2001). Em sua pesquisa, os autores buscavam determinar o impacto da taxa de juros de curto prazo sobre o comportamento temporal da

⁸ *Swaps* de variância são derivativos de volatilidade negociados mercados em que os índices de volatilidade implícita já foram implementados. Em sua pesquisa, Demeterfi et al (1999) apontam que o valor justo de um swap de variância, depende da *vol-of-vol*, ou seja, da volatilidade da volatilidade.

volatilidade no mercado acionário norte-americano. A teoria indicava que maiores níveis de taxas de juros estariam relacionados a maiores níveis de retorno no mercado acionário, o que foi confirmado através de um coeficiente positivo na variável exógena acrescentada no modelo empírico.

5. RESULTADOS

Neste capítulo são analisados os principais resultados empíricos da aplicação do método a partir da luz das bases teóricas explanadas anteriormente. Ao longo deste, pretende-se inicialmente obter um índice para a volatilidade implícita para o Brasil e analisar a relação da liquidez com essa volatilidade implícita. Por fim, será analisado o conteúdo informacional da volatilidade implícita no Brasil.

5.1 DESCRIÇÃO DOS DADOS

Como dados empíricos para este estudo, são utilizados registros de negociação de derivativos da BM&FBovespa, a bolsa de negociação de ações e derivativos do Brasil, disponíveis para *download* no site da BM&FBovespa. De imediato foram identificadas inconsistências no banco de dados, quais sejam: ocorrência de negócios com opções já vencidas e quebra do vínculo do código de negociação do contrato com seu respectivo mês de negociação, ou seja, o *ticker* do contrato indicava uma data de vencimento, porém a data informada no campo “vencimento” no banco de dados para aquela opção indicava outra. Isso ocorreu de maneira esporádica durante os anos de 2002, 2003 e 2004. Como medida de parcimônia e visando proteger a integridade dos resultados obtidos, todo o fluxo de negociação ocorrido durante esses anos foram desconsiderados na modelagem realizada. Além desses erros no banco de dados, nestes anos a liquidez das opções era bastante reduzida, o que tornava a simples eliminação destes registros bastante punitiva para a série temporal.

A BM&FBovespa é a sexta maior bolsa do mundo, considerando o número de contratos negociados, mas a liquidez das opções sobre o seu índice podem apresentar um comportamento temporal intrigante; isto é, durante alguns períodos, apresenta um padrão de liquidez extremamente baixo. Mais ainda, a gama de preços de exercício com liquidez é um tanto limitada e os vencimentos das opções não é muito longo, configurando-se um dilema para a estimação da VI. Esta é a motivação primária deste estudo, como explicado anteriormente. Na literatura,

alguns estudos direcionados à volatilidade implícita em mercados emergentes estão tentando lidar com suas particularidades, como por exemplo, Kumar and Jiswal (2013) que recentemente investigaram o conteúdo informacional de modelos alternativos para VI no mercado indiano e Kenmoe e Tafou (2014) no mercado sul-africano. As figuras a seguir mostram o comportamento temporal da liquidez para opções de compra e venda cujo ativo adjacente é o índice da bolsa brasileira (IBOVESPA). A análise das figuras sugere que a liquidez das opções também varia ao longo do tempo, além de ser visível o impacto da presença de um formador de mercado ao longo dos anos de 2012 e primeiro semestre de 2013.

Figura 5 - Liquidez das Opções sobre o IBOV: Número de Negócios

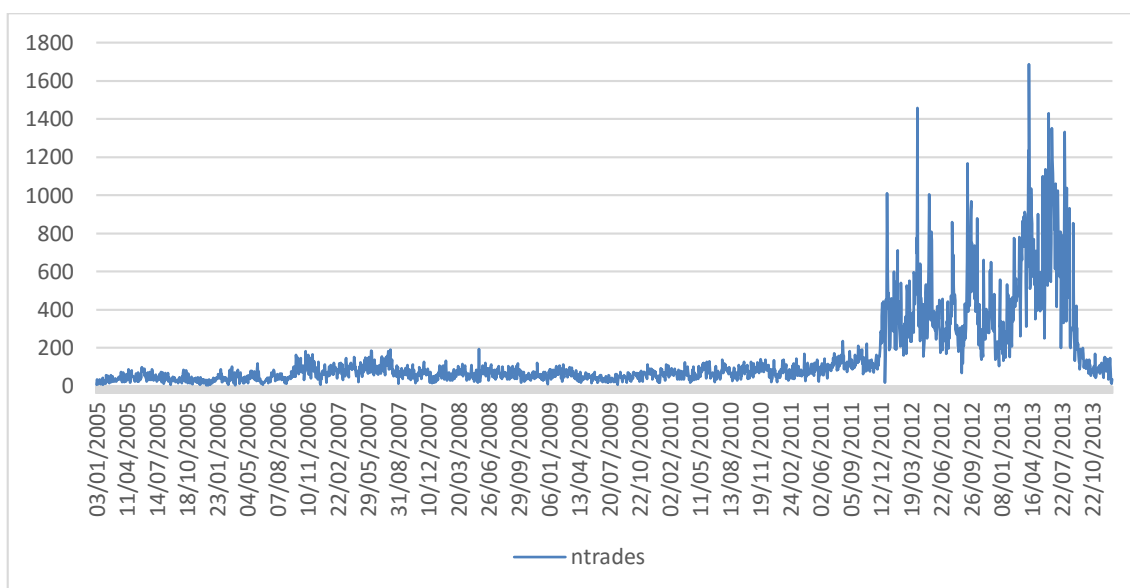
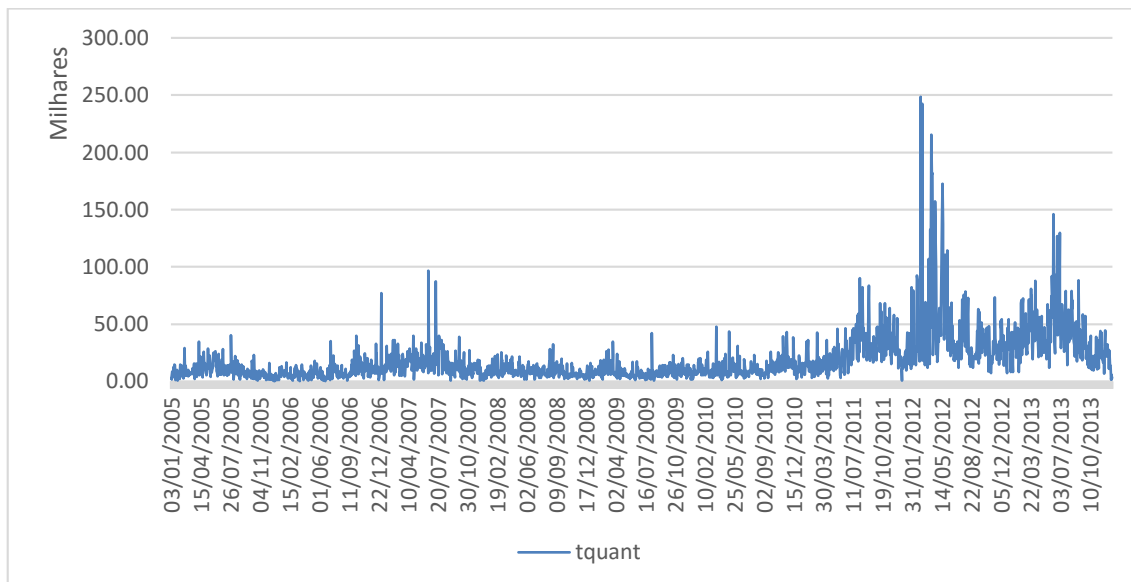
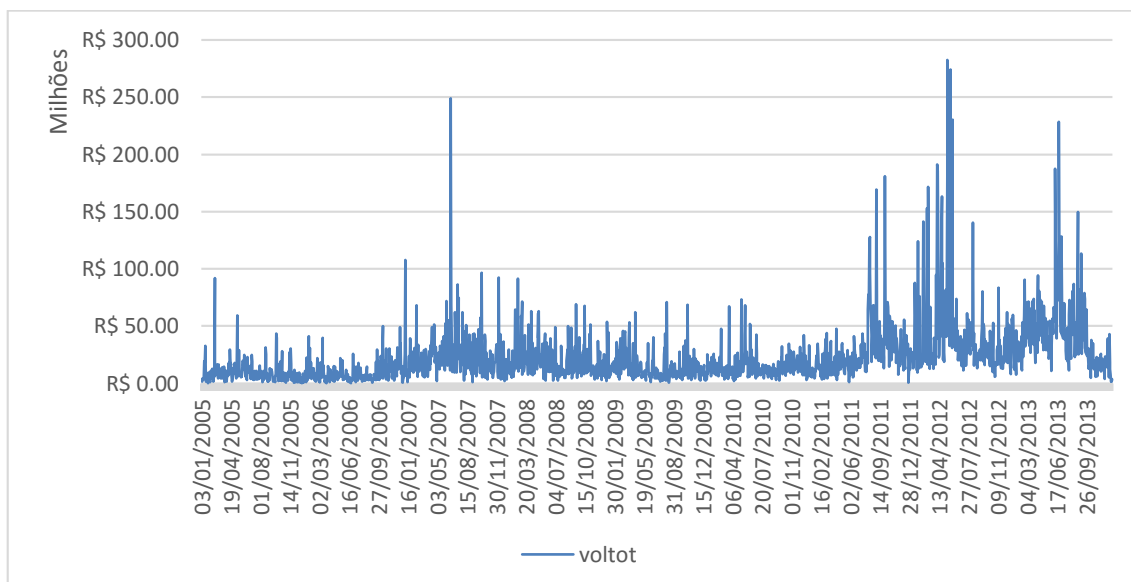


Figura 6 - Liquidez das Opções sobre o IBOV: Quantidade Negociada**Figura 7 - Liquidez das Opções sobre o IBOV: Volume Diário Negociado**

Conforme detalhado no capítulo destinado à apresentação do mercado de opções no Brasil, todas as opções sobre o índice expiram em meses pares, mais precisamente na quarta-feira mais próxima ao dia 15 em meses pares (isto é, expiram numa base bimestral) e são opções de compra e venda europeias. A

seguir, será apresentado o comportamento temporal da liquidez das opções sobre índice na bolsa. Primeiramente, as figuras apresentam dados consolidando tanto para opções de compra como para opções de venda. Posteriormente, informações analíticas sobre cada tipo de opção são apresentadas em tabelas. Como visto na Figura 5, Figura 6, e Figura 7, o fluxo de negócios pode ser altamente influenciado por acordos da BM&FBovespa com formadores de mercado para aumentar a liquidez nas opções sobre o índice. De acordo com relatórios da própria bolsa, o período de 2012 a 2013 é marcado pela presença de formadores de mercado.

O formador de mercado é um profissional licenciado e registrado na bolsa cujo papel é garantir mercado para um determinado. A pesquisa de Perlin (2013) investigou o impacto da atuação desses agentes de liquidez na microestrutura do mercado de ações. Neste, observou-se um aumento médio de 31% no número de negócios entre o período anterior e posterior ao início das atividades do formador de mercado. Também foram encontrados indícios de que a instituição de origem tem grande papel na definição da performance futura do agente ao prover liquidez.

A Tabela 3 apresenta comparações entre a liquidez das opções de venda e de compra sobre o IBOVESPA em uma média semestral. É possível perceber que no primeiro semestre de 2002 o número médio de diferentes contratos (diferentes datas de vencimento ou preço de exercício) negociados em um único dia era de apenas 3,20 contratos e que o número de opções negociadas para cada contrato em um único dia era 2,79 contratos; isso significa uma média diária de aproximadamente 9 negócios diários dentre período. É possível também perceber que o fluxo de negócios aumentou consideravelmente no primeiro semestre de 2012, quando o número médio de diferentes contratos negociados em um único dia foi de 23,11 contratos, cada um com um número de negócio de 13,55 negócios em média em um único dia, gerando uma média aproximada de 313 contratos negociados em um dia típico.

Tabela 3 - Liquidez das opções sobre o índice IBOVESPA (médias semestrais)

IBOVESPA						
Ano- semestre	Opção de Compra			Opção de Venda		
	Nº de Contratos (1)	Nº de Negócios (2)	Volume negociado (3)	Nº de Contratos (1)	Nº de Negócios (2)	Volume negociado (3)
2002-01	3.20	2.79	743,007.07	1.97	2.42	668,219.53
2002-02	3.23	2.02	794,738.85	1.78	2.12	825,366.84
2003-01	3.20	3.69	918,163.57	1.54	3.91	838,281.76
2003-02	5.24	3.50	1,084,319.13	2.05	2.98	817,253.31
2004-01	5.62	2.99	777,408.56	2.79	3.21	830,780.66
2004-02	5.64	3.63	895,637.88	2.41	3.24	525,196.65
2005-01	7.01	4.42	1,203,226.79	3.95	2.70	619,749.05
2005-02	6.40	3.75	965,708.31	3.97	2.64	329,068.70
2006-01	6.77	4.22	937,491.33	3.75	3.72	474,973.74
2006-02	8.50	6.05	987,317.57	4.73	3.95	472,733.63
2007-01	10.90	5.78	1,910,704.33	5.98	4.54	743,545.52
2007-02	10.16	4.94	1,707,547.20	7.12	4.04	872,420.21
2008-01	9.52	4.17	1,605,512.05	6.72	3.69	900,050.31
2008-02	8.26	4.33	839,303.63	7.14	3.53	1,279,020.25
2009-01	7.41	3.85	1,175,661.87	7.66	3.63	991,532.87
2009-02	6.00	3.66	1,088,499.33	7.77	3.60	649,316.61
2010-01	6.99	3.53	800,574.62	11.45	3.95	897,274.36
2010-02	8.82	3.97	670,284.60	11.01	4.12	694,624.12
2011-01	8.20	3.77	666,312.43	10.61	4.51	1,004,167.00
2011-02	11.63	5.53	931,420.65	16.10	4.99	1,625,352.67
2012-01	20.14	10.42	1,039,729.16	22.05	8.59	1,751,844.59
2012-02	20.32	10.57	717,671.72	19.06	8.61	800,173.45
2013-01	23.11	13.55	920,303.37	22.58	12.44	1,279,170.90
2013-02	16.31	7.97	888,159.66	17.50	8.37	920,889.18

(1) Número médio de diferentes contratos de opções sobre o índice negociados, em um único dia

(2) Número médio de negócios com opções sobre o índice, para cada contrato, em um único dia

(3) Volume negociado médio, para cada contrato, em um único dia

Os dados na Tabela 3 também demonstram como pode ser o comportamento da liquidez para opções de índices em economias emergentes. É possível observar que a liquidez de opções de compra e opções de venda é bastante similar, sendo as opções de compra ligeiramente mais líquidas do que as opções de venda no mercado Brasileiro. Para o mercado norte-americano, Bollen e Whaley (2004) documentaram que a maior parte dos negócios com opções sobre o

índice S&P500 envolveria opções de venda. Também é clara a atuação de formadores de mercado a partir de 2012.

É interessante analisar o espectro de algumas características das opções sobre índice negociadas na bolsa brasileira. A Tabela 4 apresenta dados semestrais sobre o número de diferentes preços de exercício que possuem fluxo de negociação na BM&FBovespa. Por exemplo, para opções de compra, observa-se que a média diária de diferentes *strikes* com fluxo de negociação era 6 *strikes*; no entanto, houve dias em que havia apenas 2 *strikes* com algum negócio realizado ao longo do dia enquanto em outros dias esse número pode ter chego até 9 diferentes *strikes*. No período caracterizado pela atuação dos *market makers* (anos de 2012 e 2013) o número médio diário de *strikes* com liquidez aumentou, tanto para opções de compra como para opções de venda.

Tabela 4 - Número de diferentes preços de exercício em um dia de negociação

Ano-Semestre	Opções de Compra			Opções de Venda		
	Média(1)	Mínimo(2)	Máximo(3)	Média(1)	Mínimo(2)	Máximo(3)
2005-01	6	2	9	3	1	7
2005-02	6	1	10	3	1	6
2006-01	7	1	16	4	1	10
2006-02	8	2	18	5	1	10
2007-01	11	3	22	6	1	13
2007-02	10	2	19	7	1	18
2008-01	10	1	21	7	1	15
2008-02	8	2	17	7	2	18
2009-01	7	1	17	8	1	15
2009-02	6	1	13	8	2	16
2010-01	7	2	14	11	4	19
2010-02	9	1	16	11	3	20
2011-01	8	2	18	11	3	24
2011-02	12	3	30	16	7	31
2012-01	20	11	41	22	13	46
2012-02	20	10	32	19	8	26
2013-01	23	13	38	23	15	39
2013-02	16	2	29	17	3	35

(1) Número médio de diferentes preços de exercícios negociados em um dia, em determinado semestre

(2) Menor número de diferentes preços de exercício negociados em um dia (exceto dias sem nenhum título negociado), em determinado semestre

(3) Maior número de diferentes preços de exercícios negociados em um dia, em determinado semestre

A análise conjunta das tabelas anteriores e da Tabela 5, a seguir, permite inferir que os *market makers* atuaram não apenas aumentando o fluxo de negócios, mas ampliando o número de diferentes *strikes* e datas de vencimento ao longo do rol de opções negociadas. A Tabela 5 apresenta o número médio diário de diferentes vencimentos cujas opções possuem fluxo de negociação. Chama-se a atenção para o baixo número de diferentes vencimentos nos anos iniciais da amostra: por exemplo, no primeiro semestre de 2005, para opções de compra havia apenas 2 diferentes vencimentos, em média, sendo negociados. Observa-se também que há dias em que com apenas 1 vencimento sendo negociado, tanto para opções de compra como para opções de venda (coluna “mínimo”).

Tabela 5 - Número de diferentes datas de vencimento em um dia de negociação

Ano-Semestre	Opções de Compra			Opções de Venda		
	Média(1)	Mínimo(2)	Máximo(3)	Média(1)	Mínimo(2)	Máximo(3)
2005-01	2	1	4	2	1	3
2005-02	2	1	3	2	1	3
2006-01	7	1	16	4	1	10
2006-02	8	2	18	5	1	10
2007-01	11	3	22	6	1	13
2007-02	10	2	19	7	1	18
2008-01	10	1	21	7	1	15
2008-02	8	2	17	7	2	18
2009-01	7	1	17	8	1	15
2009-02	6	1	13	8	2	16
2010-01	7	2	14	11	4	19
2010-02	9	1	16	11	3	20
2011-01	8	2	18	11	3	24
2011-02	12	3	30	16	7	31
2012-01	20	11	41	22	13	46
2012-02	20	10	32	19	8	26
2013-01	23	13	38	23	15	39
2013-02	16	2	29	17	3	35

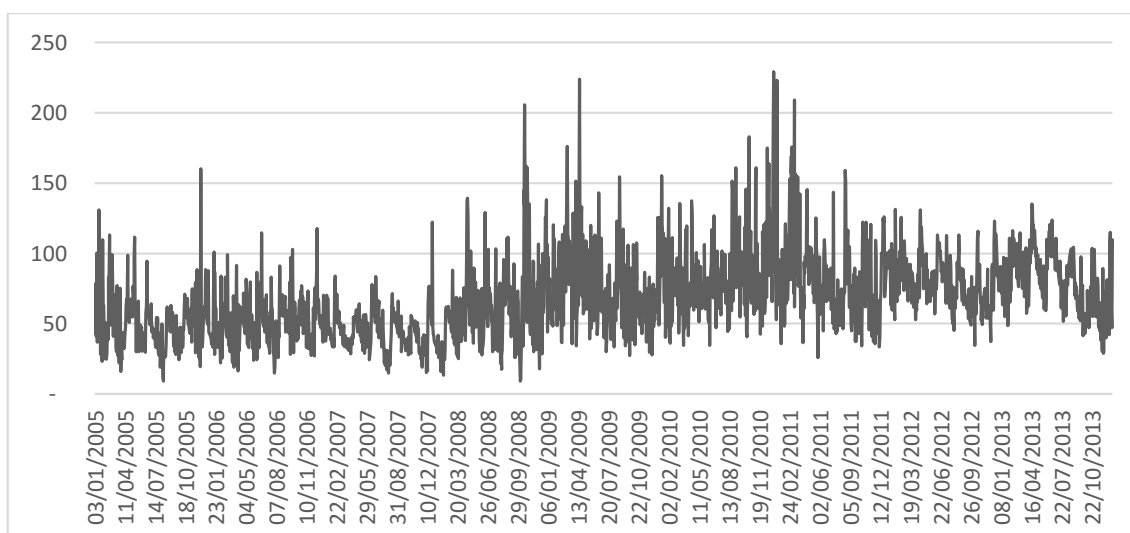
(1) Número médio de diferentes datas de vencimento negociadas em um dia, em determinado semestre

(2) Menor número de diferentes datas de vencimento negociadas em um dia (exceto dias sem nenhum título negociado), em determinado semestre

(3) Maior número de diferentes datas de vencimento negociadas em um dia, em determinado semestre

Em relação aos prazos de vencimento com negócios realizados, podemos verificar na Figura 8 que a presença dos *market makers* não está relacionada a ampliação do prazo médio das opções sobre o índice IBOVESPA. A figura não representa todo o conjunto de contratos autorizados, logo, a oscilação periódica no prazo médio reflete a aproximação do vencimento de contratos e o aumento da liquidez nos contatos de maior vencimento. O Apêndice A apresenta o prazo médio das opções consolidado por semestre.

Figura 8 - Prazo médio das opções sobre o IBOV (em dias)



5.2 VIX BRASIL

Com as informações diárias sobre o fluxo de negócios com opções sobre o índice IBOVESPA, parte-se para o cálculo de um índice de volatilidade implícita para o Brasil. A obtenção do índice é condição necessária para o estudo do conteúdo informacional da volatilidade implícita e da sua relação com a liquidez das opções no mercado brasileiro. Assim, a partir das informações diárias levantadas, procurou-se identificar uma abordagem e modelo que fosse coerente com o mercado de opções sobre o índice brasileiro.

Conforme já explicitado, uma característica marcante deste mercado é a sua baixa liquidez, exceto nos períodos de notada presença de um *market maker*.

Logo, a abordagem inicial mais adequada para cálculo da volatilidade implícita no Brasil parece ser a abordagem baseada em modelos – Black & Scholes. Isso ocorre porque as abordagens livres de modelos, em especial o VIX, possuem etapas em seus procedimentos e algoritmos de cálculo que necessitam de um grande fluxo de negociação de opções, tanto no que se refere na quantidade de negócios realizados, como na multiplicidade e diversidade de preços de exercício e prazos de vencimento. Para o cálculo do VIX é necessário haver, de preferência, *calls* e *puts* com preços de exercício muito próximos para adequado início do algoritmo. Além disso, o processo envolve o descarte de opções pouco líquidas e muito *out-of-the-money*. Procedimentos como esse, quando realizados com o baixo fluxo de negócios existentes no Brasil levam ao descarte total das opções disponíveis ou a simples não inicialização do algoritmo por falta de *calls* e *puts* sendo negociadas em um mesmo dia.

O cálculo do valor diário do índice de volatilidade implícita do Brasil através do modelo Black & Scholes foi realizado sem eliminar nenhuma opção que estivesse sendo negociada naquele dia. Esse procedimento teve como objetivo não descartar o conteúdo informacional dos títulos e evitar que a volatilidade implícita de determinado dia fosse calculada baseando-se nos preços de um conjunto muito limitado de negócios. Então, como primeiro passo para obtenção do índice de volatilidade foi calcular o valor da medida da volatilidade implícita de todas as opções negociadas em cada dia de pregão⁹, de maneira de cada contrato diferente (*strike*, data de vencimento e tipo de opção) tivesse sua volatilidade implícita extraída.

O segundo passo para obtenção do índice foi calcular a média ponderada das volatilidades implícitas de cada contrato de opção negociado em um dia de pregão, conforme procedimento descrito por Grover e Thomas (2012) e apresentado no capítulo 2.3 deste trabalho. Para isso, diferentes variáveis de liquidez foram usadas como fator de ponderação no cálculo da média. A tabela a seguir apresenta as principais variáveis descritivas e os resultados dos testes de

⁹ Conforme já detalhado no capítulo 2.1.1 “Black-Scholes”.

estacionariedade para as volatilidades implícitas obtidas através da abordagem Black & Scholes, utilizando-se como fator de ponderação diferentes medidas de liquidez. Portanto, IVTQUANT é a volatilidade implícita ponderada pela quantidade de opções negociadas, IVNTRADES é a volatilidade implícita ponderada pelo número de negócios realizados e IVVOLTOT é a volatilidade implícita ponderada pelo volume diário negociado.

Tabela 6 - Estatísticas descritivas e testes de estacionariedade para as séries de volatilidade implícita e para as séries de medidas de liquidez

	IVTQUANT	IVNTRADES	IVVOLTOT	TQUANT	NTRADES	VOLTOT
Média	0.294	0.291	0.293	18648	144.542	22,577,513
Mediana	0.268	0.264	0.263	12030	73.000	15,181,215
Máximo	1.534	1.707	2.092	248540	1688.000	283,000,000
Mínimo	0.162	0.161	0.143	108	3.000	101,000
Desvio Padrão	0.101	0.105	0.114	20790	193.793	25,875,842
Assimetria	3.108	3.509	4.347	3.815	2.951	4.232
Curtose	20.553	26.516	41.986	28.241	13.346	30.588
Jarque-Bera	32133.61***	55806.07***	147850.80***	64433.46***	13146.49***	77168.89***
Observações	2224	2224	2224	2224	2224	2224
ADF	-4.615***	-4.969***	-5.117***			
KPSS	0.786***	0.905***	0.842***			

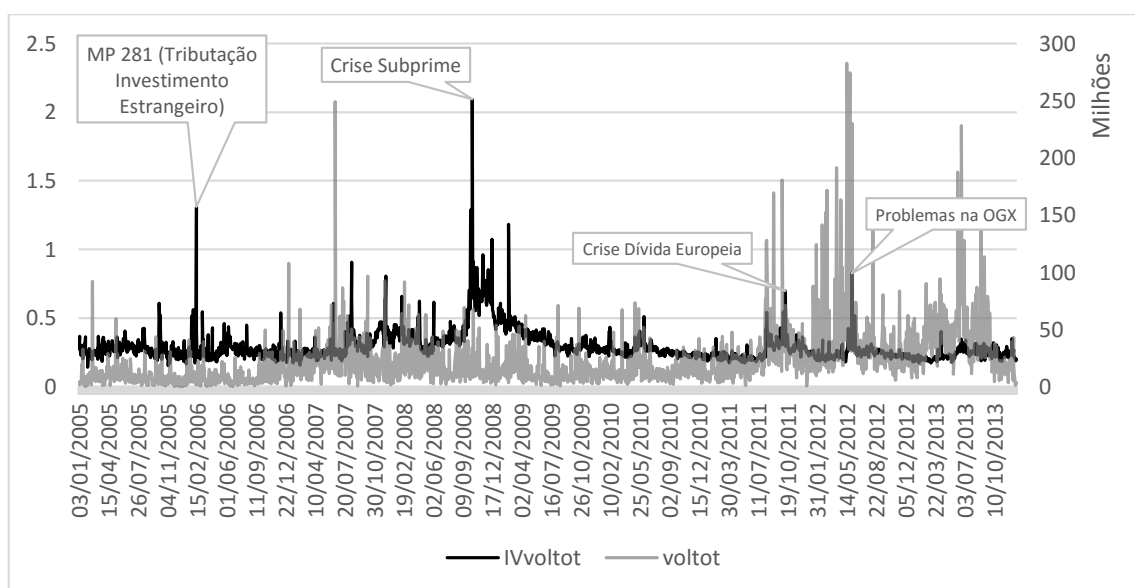
Notas: ***, ** e * indicam significância aos níveis de confiança de 1%, 5% e 10%, respectivamente; IVNTRADES, IVTQUANT e IVVOLTOT são respectivamente os índices de volatilidade implícita ponderados pelo número de negócios (NTRADES), quantidade de títulos negociados (TQUANT) e volume total negociado (VOLTOT)

Os valores médios para o índice no período estudado indicam que a volatilidade implícita era de aproximadamente 29%, com pequenas variações entre as volatilidades implícitas obtidas com os diferentes esquemas de ponderação. Chama-se a atenção, também, para a amplitude de variação na variável de liquidez que mede a quantidade diária de negócios realizados, podendo variar de 3 a 1688 negócios em um dia. Além disso, no que diz respeito à normalidade das séries, o teste Jarque-Bera apontou a rejeição da hipótese nula de normalidade para a distribuição das seis séries. Em relação à estacionariedade das séries de volatilidade implícita, os testes ADF (Augmented Dickey-Fuller) e KPSS (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin) chegaram a resultados antagônicos. O teste ADF (cuja hipótese nula é a presença de raízes unitárias), aponta ausência de

raízes unitárias. Já o teste KPSS (cuja hipótese nula é a estacionariedade da série) é rejeitado. Portanto, enquanto que para o teste ADF a séries de volatilidade são estacionárias, para o teste KPSS as séries não são. Cappucio & Lubian (2010) e Muller (2005) apontam os problemas do teste KPSS para series temporais com forte processo de conversão à média. De tal modo, as séries foram consideradas estacionárias.

O comportamento temporal do índice de volatilidade implícita para o Brasil e sua relação com a variável utilizada para ponderação das volatilidades implícitas dos contratos pode ser visualizado na Figura 9. Conforme se observa, há períodos em que a volatilidade implícita é elevada e a liquidez das opções também é elevada. Estes períodos tendem a ser períodos cujo conteúdo informacional é mais confiável, visto se basear em um nível maior de liquidez das opções. Na figura também é possível visualizar que períodos em que a volatilidade implícita teve picos coincidem com períodos de *stress* no mercado acionário brasileiro.

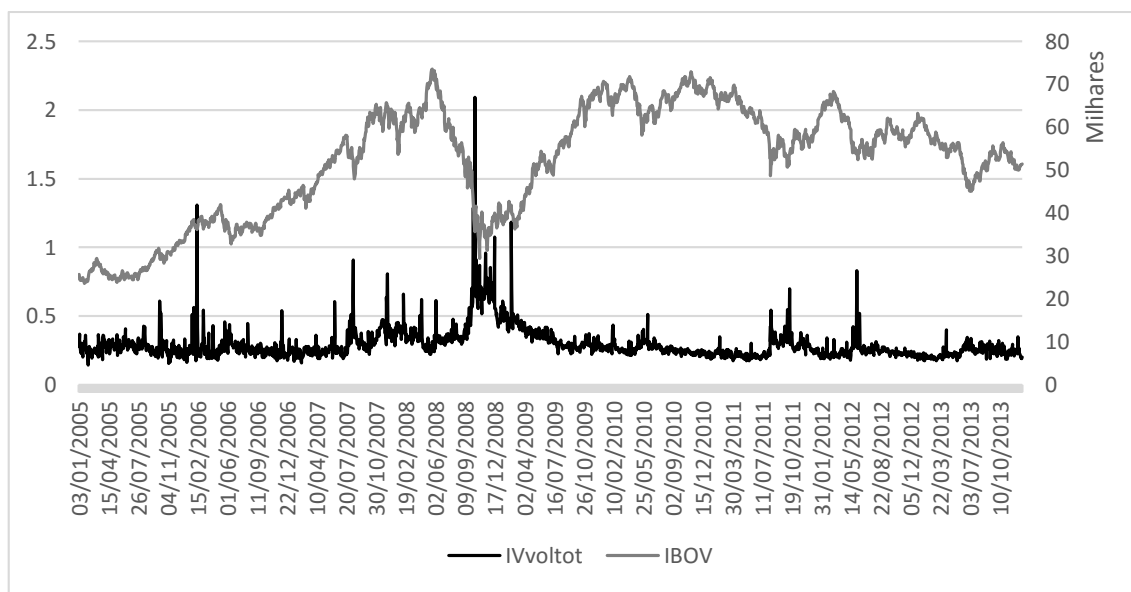
Figura 9 - Volatilidade implícita ponderada pelo volume diário negociado vs volume diário negociado



De maneira complementar, também é interessante comparar o comportamento temporal do índice de volatilidade implícita e o seu respectivo índice bursátil. Na Figura 10 é possível visualizar que períodos de estresse no

IBOVESPA tentem a ser acompanhados de picos no índice de volatilidade implícita. Esse justamente é o comportamento típico esperado de acordo com a revisão de literatura que induz ao estudo do conteúdo informacional do índice de volatilidade.

Figura 10 -Volatilidade implícita ponderada pelo volume diário negociado vs IBOVESPA



O método utilizado e o resultado obtido encontram respaldo na literatura sobre o tema. Como já visto, Andersen e Bodarenko (2007) esclarecem que as abordagens livres de modelos incorporam um prêmio pelo risco da volatilidade e que são mais prováveis de se afastar da volatilidade realizada *risk-neutral* esperada, enquanto que Tsiaras (2009) aponta que a inclusão de opções muito fora do dinheiro (*out of the money*) que são pouco negociadas pode reduzir a qualidade informacional das abordagens livres de modelos.

Há evidências, também, em alguns mercados em desenvolvimento de que a abordagem Black & Scholes pode ter um desempenho melhor do que as abordagens baseadas em modelos quando se trata de previsão da volatilidade realizada futura. O estudo de Cheng e Fung (2012) comparou o desempenho da volatilidade implícita Black & Scholes com abordagens livres de modelo para a previsão da volatilidade no mercado de Hong Kong. Os resultados indicaram que ambas as abordagens superaram a volatilidade histórica na previsão da volatilidade futura. Mais importante, o estudo aponta que a volatilidade Black & Scholes

incorpora todo o conteúdo informacional das abordagens livres de modelo e da volatilidade histórica.

Dessa maneira, considerando os resultados dessas pesquisas anteriores, pode-se considerar que a modelagem realizada neste trabalho é uma abordagem alternativa aos procedimentos propostos por Astorino et al (2015). Os autores usaram uma abordagem livre de modelos derivada do VIX, com fatores de *juste par* para analisar o prêmio pelo risco no Brasil. Para contornar a falta de fluxo de negócios, a liquidez das opções foi artificialmente aumentada através de *put-call parity* para que as opções de compra e venda *out of the money* pudessem ser descartadas conforme o algoritmo do VIX. Esse procedimento dos autores prioriza a manutenção de um prazo fixo (*near e next*, de acordo com o VIX) em detrimento do conteúdo informacional das opções *out of the money*. Em seu estudo, são utilizados dados a partir de 2010 para elaboração do índice de volatilidade proposto.

Nesta pesquisa, buscou-se priorizar o conteúdo informacional, permitindo que a volatilidade implícita de todas as opções entrasse para o grupo a ser ponderado na formação do índice diário. Outra diferença em relação à pesquisa de Astorino et al (2015), é que foram utilizados dados desde 2005, quando a liquidez do mercado de opções era ainda mais baixa, conforme gráficos e tabelas já discutidos, enquanto os autores iniciam sua série no segundo semestre de 2011.

Ou seja, apesar da superioridade teórica das abordagens livre de modelos, pode haver situações em que as abordagens baseadas em modelos sejam mais apropriadas. Caso os participantes do mercado se vincularem ao método Black & Scholes para estimar o preço das opções, então a volatilidade implícita calculada através deste mesmo método deve ter um elevado conteúdo informacional. Essa afirmação encontra suporte nos estudos de Kumar e Jaiswal (2013) para a volatilidade implícita do mercado indiano, em que a eficiência preditiva da volatilidade implícita Black & Scholes é superior à eficiência das abordagens livres de modelos, como o VIX, de maneira contrária ao sugerido por Jiang e Tian (2005).

No método utilizado, em função do perfil da liquidez das opções, a volatilidade implícita de opções com diferentes datas de vencimento foi ponderada e adicionada para obtenção da volatilidade implícita diária. No Brasil, as opções sobre o IBOVESPA possuem um prazo de vencimento relativamente curto; conseqüentemente, a volatilidade implícita obtida também é uma leitura da perspectiva de curto prazo dos investidores em relação à volatilidade futura realizada. Isso vai ao encontro dos resultados da pesquisa de Rubbaniy et al (2014) que identificaram que a volatilidade implícita VIX, VXN e VDAX têm um melhor poder de previsão do retorno futuro para 20 e 60 dias, do que para prazos mais longos, embora essa relação não tenha se mantido para prazos extremamente curtos (1 e 5 dias).

A análise da matriz de correlação entre os índices de volatilidade implícita e a liquidez das opções, apresentada na Tabela 7 demonstra que em todos os casos a IV é negativamente correlacionada com a liquidez. Essa correlação negativa é consistente com os resultados de Chou et al (2011) e a Teoria de Prêmio pela Ilíquidez de Amihud e Mendelson (1986).

Tabela 7 - Matriz de correlação: volatilidades implícitas B&S e variáveis de liquidez

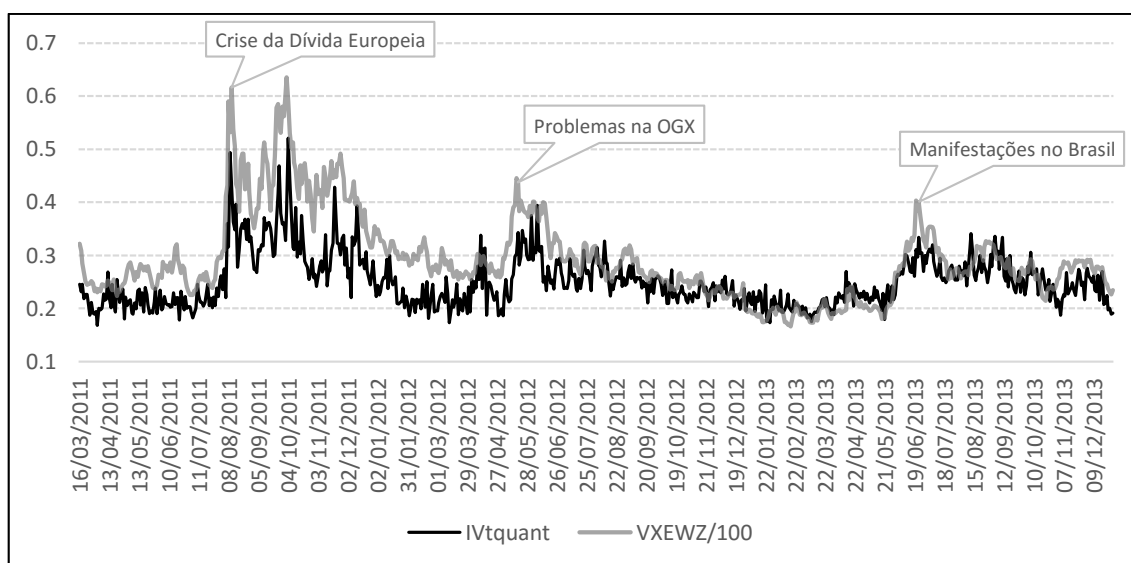
	IVNTRADES	IVTQUANT	IVVOLTOT	NTRADES	TQUANT	VOLTOT
IVNTRADES	1.0000	0.9760	0.9348	-0.2248	-0.2102	-0.0600
IVTQUANT	0.9760	1.0000	0.9470	-0.1914	-0.1740	-0.0376
IVVOLTOT	0.9348	0.9470	1.0000	-0.1838	-0.1598	-0.0188
NTRADES	-0.2248	-0.1914	-0.1838	1.0000	0.6955	0.5868
TQUANT	-0.2102	-0.1740	-0.1598	0.6955	1.0000	0.8158
VOLTOT	-0.0600	-0.0376	-0.0188	0.5868	0.8158	1.0000

Nota: Correlações de Pearson calculadas para o período de 2005 a 2013. IVNTRADES, IVTQUANT e IVVOLTOT são respectivamente os índices de volatilidade implícita ponderados pelo número de negócios (NTRADES), quantidade de títulos negociados (TQUANT) e volume total negociado (VOLTOT)

É interessante visualizar simultaneamente o comportamento temporal de diferentes índices de volatilidade. Desde 2011 a CBOE iniciou a divulgação de um indicador de volatilidade implícita para o mercado brasileiro. É o VXEWZ (*CBOE Brazil ETF Volatility Index*), índice de volatilidade implícita derivado da aplicação

do método do VIX aplicado aos preços das opções sobre o fundo *iShares MSCI Brazil Index Fund*, negociado na bolsa de Chicago. O VXEWZ¹⁰ é baseado em um índice para o mercado brasileiro cotado em dólar e, portanto, contém tanto a volatilidade implícita do mercado acionário como a volatilidade do mercado de câmbio. No entanto, para fins de comparação do comportamento temporal, a Figura 11 apresenta os valores do índice de volatilidade implícita ponderado pela quantidade negociada (IVTQUANT) e o VXEWZ, bem como os eventos que ocorreram no Brasil à época dos picos nos índices.

Figura 11 - CBOE Brazil ETF Volatility Index vs Volatilidade Implícita Ponderada pela Quantidade Negociada



Embora o comportamento temporal dos dois índices seja similar (coeficiente de correlação de Pearson igual a 0,69), na figura, é possível verificar que o VXEWZ é normalmente maior que o IVTQUANT. Isso acontece porque o VXEWZ também possui implícita a volatilidade da taxa de câmbio, enquanto que os índices de volatilidade propostos nesta pesquisa utilizam apenas opções sobre o IBOVESPA. O índice proposto por Astorino et al (2015) também apresentou o mesmo comportamento em relação ao VXEWZ, ou seja, o índice proposto pelos

¹⁰ Cabe ressaltar que na CBOE são negociados derivativos de volatilidade cujo ativo subjacente é o VXEWZ desde janeiro de 2012.

autores para o mercado brasileiro possuía valores inferiores ao índice calculado pela CBOE.

5.3 IMPACTO DA LIQUIDEZ NO VIX BRASIL

Esta etapa da pesquisa visa estudar e detalhar o impacto da liquidez na volatilidade implícita brasileira. Será proposto um modelo que permita visualizar este impacto e discutir seu significado frente à teoria estruturada.

A hipótese é que o aumento da liquidez diminui a variabilidade da volatilidade implícita. Algumas recomendações podem ser encontradas na literatura quando se trata de modelos de volatilidade: atenção à reversão à média, assimetria e a possibilidade de inclusão de variáveis exógenas (ENGLE e PATTON, 2001). Nesta pesquisa, para avaliar o impacto da liquidez sobre a volatilidade implícita, a partir das equações 4.4 e 4.5, propõe-se um AR(5)-GARCH-X(1,1)¹¹, ou seja, um modelo autorregressivo com 5 defasagens, com componentes ARCH e GARCH para estimação da média e da variância e a adição de uma variável exógena para liquidez na equação da variância¹²:

$$\begin{aligned}
 IV_t &= \mu + \alpha_1 IV_{t-1} + \dots + \alpha_5 IV_{t-5} + \eta_t \\
 \eta_t &= \sigma_{IV,t} \varepsilon_t \\
 \sigma_{IV,t}^2 &= \beta_0 + \beta_1 IV_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{IV,t-1}^2 + \beta_3 Liq_{t-1}
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

onde IV_t é a volatilidade implícita, ε_t é o erro do processo ARCH, $\sigma_{IV,t}^2$ é a volatilidade da volatilidade implícita, Liq_t é a liquidez observada das opções, que pode assumir diferentes definições conforme demonstrado na Tabela 6.

Primeiramente é importante ressaltar que se trata de um modelo “*vol of vol*”. Tradicionalmente os modelos GARCH são utilizados para modelar retornos e a

¹¹ Stanescu e Tunaru (2013) usam um modelo similar, AR(4)GARCH(1,1), para capturar a dinâmica entre a diferença do VIX e do VSTOXX.

¹² Para maior detalhamento das implicações práticas do modelo GARCH-X

sua variabilidade. No entanto, quando colocamos uma série de volatilidade na equação da média, o que a equação da variância acaba modelando é a variabilidade da volatilidade implícita. Quando o GARCH é utilizado para modelar retornos, conforme ressaltado por Morettin (2008), volatilidades altas são precedidas de retornos ou volatilidades grandes. Logo, por analogia, o modelo GARCH *vol of vol* pode permitir avaliar se grandes níveis de volatilidade implícita são precedidos por elevadas variações na volatilidade implícita.

A Tabela 8 e a Tabela 9 a seguir apresentam os resultados para a estimativa dos parâmetros do modelo proposto, para o período de 2005 a 2013. O modelo que apresentado nestas tabelas utilizou a volatilidade implícita ponderada pela quantidade negociada (IVTQUANT) como medida de volatilidade e a quantidade negociada (TQUANT¹³) como medida de liquidez.

**Tabela 8 – Valores estimados dos coeficientes para o modelo AR(5)-GARCH-X(1,1):
IVTQUANT e TQUANT**

Equação da Média			
Variável	Coefficiente	Prob.	
μ	0.013	0.000	
α_1	0.375	0.000	
α_2	0.232	0.000	
α_3	0.152	0.000	
α_4	0.134	0.000	
α_5	0.057	0.003	
Equação da Variância			
Variável	Coefficiente	Prob.	
β_0	0.000	0.000	
β_1	0.276	0.000	
β_2	0.711	0.000	
β_3	-8.550	0.000	
R ² Ajustado	0.800		
AIC	-3.866		
SBC	-3.840		

O modelo desta tabela é: $IV_t = \mu + \alpha_1 IV_{t-1} + \dots + \alpha_5 IV_{t-5} + \eta_t$

$$\eta_t = \sigma_{IV,t} \varepsilon_t$$

$$\sigma_{IV,t}^2 = \beta_0 + \beta_1 IV_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{IV,t-1}^2 + \beta_3 Liq_{t-1}$$

Em relação aos coeficientes calculados, como podemos ver na Tabela 8, todos os valores são significativos. A sensibilidade da volatilidade implícita em

¹³ Visando facilitar a interpretação, a variável de liquidez foi dividida por 10^{10}

relação à liquidez é representada pelo coeficiente β_3 . O sinal para este coeficiente é negativo, indicando que um aumento da liquidez reduz a variabilidade da volatilidade implícita, o que está de acordo com os resultados da pesquisa de Grover e Thomas (2012).

A análise da estatística Q, na Tabela 9 indica que a série está ajustada, ao nível de significância de 5%. As 5 variáveis defasadas na equação da média, $IV_{t-1}, \dots, IV_{t-5}$ foram gradativamente sendo incluídas no modelo principal até que a análise do correlograma dos resíduos e dos resíduos ao quadrado permitisse identificar que as séries de resíduos não possuía autocorrelação serial. A inclusão de mais variáveis defasadas mantém os resultados da análise dos resíduos, porém piora os critérios de informação AIC (*Akaike Information Criterion*) e BIC (*Bayesian Information Criterion*).

Tabela 9 - Teste de Box-Pierce nos resíduos padronizados e nos resíduos padronizados ao quadrado do modelo AR(5)-GARCH-X(1,1)

Defasagem	Resíduos		Resíduos ²	
	Estat. Q	Prob.	Estat. Q	Prob.
1	0.032	0.858	0.7012	0.402
2	0.6077	0.738	1.3025	0.521
3	2.4047	0.493	1.3056	0.728
4	6.7101	0.152	4.0374	0.401
5	10.71	0.057	4.0845	0.537
10	12.226	0.27	6.161	0.802
15	22.101	0.105	12.229	0.662
20	26.628	0.146	15.682	0.736

Outros modelos alternativos ao AR(5)GARCH-X(1,1) foram testados para verificar a robustez. Os resultados podem ser encontrados no Apêndice B. Observe que modelos com defasagens menores que 5 falham nos testes de autocorrelação serial nos resíduos e que modelos com defasagens superiores a 5 degradam nos dois critérios de informação utilizados. Além disso, o sinal negativo da variável de liquidez adicionada na equação da variância permanece em todos os modelos descritos na tabela. Destaca-se que o uso da variável adicional de liquidez Liq_t sem

defasagem Liq_{t-1} na equação da variância não leva a alteração significativa nos resultados da modelagem.

Uma vez que os resultados apresentados na Tabela 8 referem-se à relação entre a volatilidade implícita ponderada pela quantidade negociada (IVTQUANT) e a quantidade negociada (TQUANT) como variável de liquidez procedeu-se a realização de testes de robustez complementares, alternando-se a variável utilizada como volatilidade implícita e liquidez. Algumas combinações de variáveis de liquidez e volatilidade passam a apresentar autocorrelação nos resíduos em defasagens maiores, embora o sinal negativo para a relação entre a variabilidade da volatilidade implícita e a liquidez tenha se mantido em todos os casos. O par IVTQUANT e TQUANT foi o que apresentou melhores resultados nos critérios de informação AIC e BIC, dentre aqueles em que não foi detectada autocorrelação nos resíduos. Os resultados destes testes estão apresentados no Apêndice C.

Este subcapítulo esteve direcionado ao estudo da influência da liquidez das opções sobre a volatilidade implícita. De maneira geral, obteve-se evidências de que níveis maiores de liquidez nas opções levam à uma redução da variabilidade da volatilidade implícita. No próximo subcapítulo, será estudado o conteúdo informacional da volatilidade implícita no Brasil.

5.4 O CONTEÚDO INFORMACIONAL DA VOLATILIDADE IMPLÍCITA NO BRASIL

Por conteúdo informacional da volatilidade implícita entende-se sua capacidade sinalizadora de eventos de stress futuros, sua relação com a volatilidade futura realizada e sua dinâmica com o retorno do ativo adjacente à opção. No mercado brasileiro, a recente pesquisa de Astorino et al (2015) direcionou-se ao estudo da aversão ao risco, extraída da volatilidade implícita, mas não realizou estudos da relação da volatilidade implícita brasileira e o retorno do mercado acionário. O subcapítulo a seguir pretende elucidar um pouco mais essa relação no Brasil.

5.4.1 Relação entre a Volatilidade Implícita e o Retorno

Em mercados emergentes, o poder de sinalização da volatilidade implícita em relação às mudanças no índice bursátil no mercado mexicano já foi objeto de investigação por Yang et al (2014). Neste caso, foram encontradas evidências de que a volatilidade implícita pode sinalizar a direção futura do mercado, sendo esse poder de sinalização maior no período pré-crise financeira internacional. Contrariamente, para o mercado norte-americano, Rubbaniy et al (2014) acreditam que os movimentos de mercado não são completamente refletidos pelos níveis dos índices de volatilidade implícita e que o conteúdo informacional destes é insuficiente para prever a performance futura do mercado.

Como visto na revisão de literatura, o debate foi inicialmente sobre a existência da relação entre a volatilidade implícita e os retornos e se essa relação é não viesada, dando suporte à hipótese de eficiência no mercado de opções e de ações. As evidências dos estudos já revisados suportam a existência de uma relação viesada, mas que a volatilidade implícita possui conteúdo informacional. Da mesma forma que em outros mercados emergentes, como o indiano, o brasileiro pode ser também ineficiente e oferecer várias oportunidades de arbitragem (KUMAR e JAISWAL, 2013)

Inicialmente, optou-se pela realização de uma regressão linear simples entre o retorno do índice bursátil e a volatilidade implícita. A Tabela 10 abaixo mostra o resultado da regressão pelo método dos mínimos quadrados (OLS) do retorno no mercado acionário sobre os retornos das variáveis de volatilidade implícita. ΔVI são as variações (mudanças) nas volatilidades implícitas. As estatísticas t são reportadas entre parênteses, tendo sido utilizados os estimadores consistentes de Newey-West para a matriz de covariância para controlar a autocorrelação e heterocedasticidade. AIC e BIC representam os critérios de informação de Akaike e Schwarz, respectivamente:

Tabela 10 - Relação entre a volatilidade implícita e o retorno da bolsa – Regressão OLS

	IVTQUANT	IVNTRADES	IVVOLTOT
c	0.001 (0.910)	0.001 (0.918)	0.001 (0.907)
ΔVI	-0.028*** (-7.208)	-0.041*** (-9.704)	-0.019*** (-5.923)
R ² Ajust	0.046	0.068	0.034
AIC	-5.207	-5.230	-5.195
BIC	-5.202	-5.225	-5.190

***, ** e * indicam significância a 1%, 5% e 10%, respectivamente
 O modelo desta tabela é: $\ln(IBOV_t/IBOV_{t-1}) = c + \beta_1 \ln(VI_t/VI_{t-1}) + \varepsilon_t$

Os resultados da regressão OLS revelam uma relação negativa entre ΔVI e o IBOV para todos os índices de volatilidade. Os resultados são coerentes com a hipótese de que a relação contemporânea entre a volatilidade implícita e o retorno do ativo adjacente é negativa. Embora intercepto não seja estatisticamente diferente de zero em nenhuma série de volatilidade implícita testada, em todas as séries os coeficientes são significantes e negativos ao nível de 1% de significância. Os resultados encontrados para a bolsa brasileira vão ao encontro dos resultados de Aussenegg, Götz e Jelic (2013), embora os R² ajustados encontrados pelos autores para o mercado europeu tenham sido maiores. Essa relação negativa entre a variação da volatilidade implícita também é encontrada em outros estudos em mercados emergentes, tais como na África do Sul (KENMOE e TAFU, 2014), Índia (SHAIKH e PADHI, 2014).

Visando complementar e analisar a possível relação assimétrica entre os aumentos e reduções na volatilidade implícita e o retorno da bolsa, aplicou-se uma análise de regressão em que as variações positivas ($\ln\left(\frac{VI_t}{VI_{t-1}}\right)^+$) e negativas ($\ln\left(\frac{VI_t}{VI_{t-1}}\right)^-$) da volatilidade implícita foram separadas em diferentes variáveis. Ou seja, $\ln\left(\frac{VI_t}{VI_{t-1}}\right)^+$ assume valor zero quando a variação é negativa e o próprio valor da variação, quando esta é positiva e $\ln\left(\frac{VI_t}{VI_{t-1}}\right)^-$ assume valor zero quando a variação é positiva e o próprio valor da variação, quando esta é negativa. Os resultados são apresentados na tabela a seguir:

Tabela 11 - Relação entre a volatilidade implícita e o retorno da bolsa - Modelo de resposta assimétrica

	IVTQUANT	IVNTRADES	IVVOLTOT
c	-0.0001 (0.910)	0.0010 (2.286)	0.0000 (-0.038)
ΔVI^+	-0.024*** (-4.670)	-0.044*** (-7.181)	-0.016*** (-4.451)
ΔVI^-	-0.032*** (-4.847)	-0.033*** (-6.143)	-0.021*** (-4.315)
R ² Ajust	0.047	0.063	0.035
AIC	-5.207	-5.224	-5.186
BIC	-5.199	-5.216	-5.191

***, ** e * indicam significância a 1%, 5% e 10%, respectivamente

O modelo desta tabela é: $\ln(IBOV_t/IBOV_{t-1}) = c + \beta_1 \ln\left(\frac{VI_t}{VI_{t-1}}\right)^+ + \beta_2 \ln\left(\frac{VI_t}{VI_{t-1}}\right)^- + \varepsilon_t$

Percebe-se $\beta_1 < \beta_2$ para os índices de volatilidade ponderados pela quantidade negociada (IVTQUANT) e pelo volume financeiro negociado (IVVOLTOT), ou seja, uma variação positiva na volatilidade implícita possuiria um impacto maior uma relação inversa, $\beta_1 > \beta_2$, encontrada apenas para o índice de volatilidade ponderado pelo número de negócios (IVNTRADES). Como exemplo, um aumento de 1% da volatilidade IVTQUANT levaria a uma redução de 0,034%¹⁴ no índice e uma redução de 1% da volatilidade IVTQUANT levaria a um aumento de 0,022% no índice no período estudado¹⁵.

A abordagem de mínimos quadrados, usada anteriormente, é bastante sensível a desvios da distribuição normal. Uma abordagem alternativa é a regressão quantílica. A regressão quantílica é usada quando estimativas dos diferentes quantis (como a mediana) de uma população são desejadas. Uma vantagem de usar a regressão quantílica para estimar a mediana, em vez da regressão de mínimos quadrados ordinários para estimar a média, é que o resultado pode ser mais robusto, em resposta aos *outliers*. A regressão quantílica pode ser vista como uma analogia natural em análise de regressão à prática de usar diferentes medidas de tendência central e dispersão estatística para obter

¹⁴ Se $\Delta VI^+ = 1\%$, então a variação do IBOV é $-0,0001 - 0,024(0,01) = -0,034\%$

¹⁵ Se $\Delta VI^- = -1\%$, então a variação do IBOV é $-0,0001 - 0,032(-0,01) = 0,022\%$

uma análise mais abrangente e mais robusta. Outra vantagem da regressão quantílica é o fato de que qualquer quantil pode ser estimado, permitindo avaliar se a relação entre o retorno bursátil e a volatilidade implícita é mais forte nos extremos da distribuição do que no seu centro.

Assim, a Tabela 12 apresenta os resultados da regressão quantílica dos retornos do índice IBOV com os retornos das variáveis de volatilidade implícita. Os coeficientes para os τ -ésimos quantis da distribuição do IBOV com a estatística t (entre parênteses) também são apresentados. A matriz de covariância foi estimada por *bootstrap* para cálculo de erros robustos com *kernel* de Epanechnikov. A última coluna contém a estatística qui-quadrado para o Teste Wald (com probabilidades entre parênteses), em relação a igualdade dos coeficientes ao longo de toda a distribuição (a hipótese nula é que os coeficientes são iguais em todos os quantis¹⁶).

Tabela 12 - Relação entre a volatilidade implícita e o retorno da bolsa - regressão quantílica

	τ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	Wald
IVTQUANT	C	-0.020*** (-25.848)	-0.011*** (-21.241)	-0.006*** (-21.340)	-0.003*** (-8.133)	0.001 (1.602)	0.004*** (9.347)	0.008*** (22.922)	0.012*** (27.077)	0.020*** (33.894)	14.640 (0.067)
	β_τ	-0.038*** (-8.330)	-0.028*** (-10.103)	-0.026*** (-12.165)	-0.023*** (-7.574)	-0.024*** (-9.342)	-0.022*** (-6.019)	-0.022*** (-7.371)	-0.023*** (-5.855)	-0.024*** (-5.875)	
IVNTRADES	C	-0.019*** (-31.505)	-0.011*** (-20.294)	-0.006*** (-16.136)	-0.003*** (-7.944)	0.001 (1.375)	0.004*** (9.429)	0.008*** (19.554)	0.013*** (22.302)	0.020*** (34.974)	17.661 (0.024)
	β_τ	-0.049*** (-11.063)	-0.044*** (-9.836)	-0.039*** (-10.826)	-0.036*** (-13.396)	-0.035*** (-10.647)	-0.032*** (-11.457)	-0.034*** (-8.396)	-0.037*** (-6.902)	-0.041*** (-8.037)	
IVVOLTOT	C	-0.019*** (-29.959)	-0.011*** (-20.773)	-0.007*** (-14.357)	-0.003*** (-6.030)	0.000 (1.121)	0.004*** (10.071)	0.008*** (20.360)	0.012*** (22.947)	0.020*** (37.087)	7.936 (0.440)
	β_τ	-0.023*** (-5.445)	-0.020*** (-9.124)	-0.020*** (-7.664)	-0.019*** (-8.159)	-0.017*** (-5.588)	-0.017*** (-6.595)	-0.016*** (-6.519)	-0.017*** (-5.209)	-0.017*** (-4.438)	

***, ** e * indicam significância a 1%, 5% e 10%, respectivamente
O modelo desta tabela é: $\ln(IVOV_t/IVOV_{t-1}) = c + \beta_\tau \ln(VI_{\tau,t}/VI_{\tau,t-1}) + \varepsilon_{\tau,t}$

Os resultados do Teste Wald permitem afirmar que a hipótese nula de que os coeficientes são iguais ao longo de toda a distribuição pode ser rejeitada com

¹⁶ $H_0: \beta(\tau_1) = \beta(\tau_2) = \dots = \beta(\tau_K)$, em que $\tau_1 \dots \tau_K$ são os quantis correspondentes.

para a relação entre a volatilidade IVTQUANT e da volatilidade IVNTRADES com o IBOV com 10% e 5% de significância, respectivamente. Esses resultados são aderentes aos encontrados na pesquisa de Aussenegg, Götz e Jelic (2013) para o amplo espectro de índices bursáteis e de volatilidade do mercado europeu. A única exceção é a volatilidade IVVOLTOT. Os resultados da Tabela 12 ressaltam a resposta assimétrica dos retornos da bolsa às mudanças na volatilidade implícita e dão suporte à ideia de que a relação contemporânea entre a percepção de volatilidade (a volatilidade implícita) e o índice bursátil adjacente é mais forte nos extremos da distribuição (quantis nos extremos apresentam β_τ mais elevados do que quantis centrais). Porém, diferente do encontrado por Aussenegg, Götz e Jelic (2013), em termos absolutos, para o Brasil os resultados sugerem maiores β_τ para menores quantis ($\tau = 0,1$) do que no centro ($\tau = 0,5$) e maiores ($\tau = 0,9$), ou seja, a sensibilidade na parte da distribuição com menores retornos (quantis mais baixos apresentam β_τ mais elevados que quantis maiores).

Com exceção do quantil central, todos os termos constantes são estatisticamente significativos e o sinal do β_τ é negativo para todos os quantis, demonstrando que uma variação positiva na volatilidade implícita tende a acompanhar uma variação negativa no índice bursátil.

A análise da relação entre o retorno e a volatilidade implícita até o momento considerou o retorno como variável dependente e a volatilidade implícita como variável independente. Visando complementar a análise, a Tabela 13, a seguir, apresenta os resultados da regressão OLS tendo como variável dependente a variação diária da volatilidade implícita e como variável independente as variações diárias positivas e negativas do retorno bursátil, conforme pesquisa de Siriopoulos e Fassas (2009), tendo sido utilizados os estimadores consistentes de Newey-West para a matriz de covariância para controlar a autocorrelação e heterocedasticidade.

Os resultados obtidos nesta última regressão para análise da relação entre o retorno e a volatilidade implícita difere daqueles encontrados por Siriopoulos e Fassas (2009), para diversos índices de volatilidade e índices bursáteis do

continente europeu. Para o mercado brasileiro, os coeficientes R^2 são menores, embora haja semelhança na significância do intercepto e dos demais termos. Além disso, em todas as séries de variação de volatilidade utilizadas, uma vez que $|\beta_2| < |\beta_1|$ aparentemente uma modificação negativa no índice afetaria menos a variação da volatilidade implícita do que uma variação positiva no retorno do índice.

Tabela 13 - Mudanças nos índices de volatilidade implícita e retornos no mercado de ações: estimativas OLS

Variáveis Dependentes		Variáveis Independentes			
		c	β_1	β_2	R ² Ajustado
IVTQUANTLN	coef	0.001	-1.669	-1.620	0.046
	t-stat	0.164	-4.174	-5.191	
	prob	(0.869)	(0.000)	(0.000)	
IVTQUANTDiff	coef	0.002	-0.823	-0.569	0.062
	t-stat	0.576	-2.102	-3.628	
	prob	(0.565)	(0.036)	(0.000)	
IVNTRADESLN	coef	0.001	-1.711	-1.622	0.068
	t-stat	0.228	-5.026	-4.279	
	prob	(0.819)	(0.000)	(0.000)	
IVNTRADESDiff	coef	0.002	-0.835	-0.489	0.064
	t-stat	0.649	-2.154	-2.015	
	prob	(0.517)	(0.031)	(0.044)	
IVVOLTOTLN	coef	0.007	-2.343	-1.406	0.035
	t-stat	1.130	-4.013	-3.104	
	prob	(0.259)	(0.000)	(0.002)	
IVVOLTOTDiff	coef	0.006	-1.256	-0.362	0.034
	t-stat	1.076	-1.846	-1.374	
	prob	(0.282)	(0.065)	(0.170)	

Para os painéis IVTQUANTLN, IVNTRADESLN e IVVOLTOTLN, o modelo desta tabela é:

$$\ln\left(\frac{VI_t}{VI_{t-1}}\right) = c + \beta_1 \ln(IBOV_t/IBOV_{t-1})^+ + \beta_2 \ln(IBOV_t/IBOV_{t-1})^- + \varepsilon_t$$

Para os painéis IVTQUANTDiff, IVNTRADESDiff e IVVOLTOTDiff, o modelo desta tabela é:

$$VI_t - VI_{t-1} = c + \beta_1 \ln(IBOV_t/IBOV_{t-1})^+ + \beta_2 \ln(IBOV_t/IBOV_{t-1})^- + \varepsilon_t$$

Esse resultado difere dos obtidos por Siriopoulos e Fassas (2009) no amplo espectro de índices de volatilidade e de retornos da Europa e Ásia utilizados pelos autores, em que $|\beta_2| > |\beta_1|$, ou seja, o impacto do retorno negativo é maior do que o impacto do retorno positivo. Além disso, os autores obtiveram coeficientes de determinação mais elevados (maiores que 20%). Assim,

aparentemente, no Brasil, o índice IBOVESPA é mais impactado por um aumento da volatilidade implícita do que por sua redução.

5.4.2 Relação entre a Volatilidade Implícita e a Volatilidade Realizada Futura

Este subcapítulo destina-se ao estudo da relação dos diversos índices de volatilidade implícita com a volatilidade realizada futura do ativo adjacente das opções (neste caso, o índice IBOVESPA). Espera-se que a volatilidade implícita possua informação sobre a volatilidade futura realizada além daquela presente na volatilidade histórica. Para isso, um conjunto de análise de regressões foi aplicada, seguindo a abordagem proposta por Siriopoulos e Fassas (2009), comparando-se as variáveis de volatilidade implícita com variáveis de volatilidade realizada futura para diferentes períodos de tempo, sendo que a volatilidade realizada anualizada para determinado intervalo de tempo é calculada a partir da volatilidade diária,

$$RV_T = \sqrt{\frac{252}{T} \sum_1^T \left(\ln \frac{IBOV_t}{IBOV_{t-1}} \right)^2}$$
, constituindo T no número de dias em que os retornos são acumulados (o “período da volatilidade realizada”).

Assim, a volatilidade futura realizada foi calculada para diversos horizontes (1, 5, 22, 44, 126 e 252 dias úteis) e posteriormente anualizada, com o objetivo de analisar se o conteúdo informacional é diferente para estes prazos. Naturalmente, o conteúdo informacional é afetado pelo prazo das opções utilizados no cálculo do índice. Devido às limitações de liquidez, a abordagem proposta nesta pesquisa é a de não eliminar opções em função da sua *moneyness* nem do prazo de vencimento (como ocorre no VIX). Logo, poderia ser argumentado que os índices de volatilidade proposto não representam uma perspectiva adequada da volatilidade futura para nenhum prazo, pois diariamente a magnitude dos prazos no conjunto de opções utilizado para cálculo da volatilidade implícita variou.

Porém, as opções com prazo de vencimento mais longo possuem liquidez menor em comparação às opções de prazo mais curto, podendo haver uma maior identificação do índice obtido com algum prazo futuro, mesmo que o índice seja

uma média ponderada da volatilidade implícita para diversos prazos. De fato, as tabelas a seguir demonstram que os índices obtidos possuem informação sobre a volatilidade realizada futura. Elas representam regressões OLS da volatilidade realizada contra a volatilidade implícita e a volatilidade realizada defasada (conforme equações apresentadas no capítulo de Método). Serão apresentadas as tabelas para o prazo de 1 dia e 22 dias, para fins de comparação. Os resultados para os demais prazos podem ser encontrados nos Apêndices D e E. A Tabela 14, abaixo, apresenta os resultados da regressão OLS para os diferentes índices de volatilidade propostos, bem as estatísticas de teste de Durbin-Watson e também de Wald para correlação dos resíduos, para a volatilidade realizada de 1 dia e a Tabela 15 para a volatilidade futura realizada no horizonte de 22 dias.

Tabela 14 - Volatilidade futura realizada e índices de volatilidade - variável dependente: volatilidade realizada em 1 dia

		c	β_1	β_2	R ² Ajust	Durbin-Watson	Wald
IVTQUANT	coef	-0.001 ^c	0.004 ^c		0.161	2.111	29.847 ^c
	t-stat	-4.185	5.463				
	coef	0.001 ^c		0.173 ^c	0.029	2.132	10.007 ^c
	t-stat	8.039		3.163			
	coef	-0.001 ^c	0.004 ^c	0.001	0.161	2.110	17.294 ^c
	t-stat	-3.702	4.648	-0.003			
IVNTRADES	coef	-0.001 ^c	0.004 ^c		0.175	2.169	34.516 ^c
	t-stat	-4.521	5.875				
	coef	-0.001 ^c	0.004 ^c	-0.025	0.175	2.112	17.925 ^c
	t-stat	-3.903	4.838	-0.358			
IVVOLTOT	coef	-0.001 ^c	0.003 ^c		0.120	2.100	27.368 ^c
	t-stat	-3.549	5.231				
	coef	0.000 ^c	0.003 ^c	0.037	0.121	2.185	16.004 ^c
	t-stat	-3.287	4.662	0.652			

^a, ^b e ^c denotam significância a 10%, 5% e 1%, respectivamente. O modelo desta tabela é $RV_t = c + \beta_1 VI_{t-1} + \beta_2 RV_{t-1} + e_t$, sendo RV a volatilidade realizada e VI os índices de volatilidade implícita IVTQUANT, IVNTRADES e IVVOLTOT. Para evitar redundância, o resultado da regressão sem a variável de volatilidade implícita é apresentado apenas no primeiro painel. Em alguns painéis, β_1 e β_2 foram restritos a zero. Os parâmetros foram estimados através do método Newey-West.

Tabela 15 - Volatilidade futura realizada e índices de volatilidade - variável dependente: volatilidade realizada em 22 dias

		c	β_1	β_2	R ² Ajust	Durbin- Watson	Wald
IVTQUANT	coef	0.052 ^c	0.731 ^c		0.363	0.159	102.707 ^c
	t-stat	2.695	10.134				
	coef	0.001		0.998 ^c	0.996	1.815	42556.940 ^c
	t-stat	0.398		206.293			
	coef	0.004 ^c	-0.020 ^c	1.008 ^c	0.996	1.915	37511.930 ^c
	t-stat	3.809	-4.976	215.256			
IVNTRADES	coef	0.055 ^c	0.724 ^c		0.381	0.145	126.220 ^c
	t-stat	3.218	11.235				
	coef	0.004 ^c	-0.022 ^c	1.010 ^c	0.996	1.920	39761.570
	t-stat	3.944	-5.355	220.518			
IVVOLTOT	coef	0.093 ^c	0.592 ^c		0.306	0.253	83.989 ^c
	t-stat	5.471	9.165				
	coef	0.003 ^c	-0.016 ^c	1.006 ^c	0.996	1.899	33851.320 ^c
	t-stat	2.993	-4.567	217.134			

^a, ^b e ^c denotam significância a 10%, 5% e 1%, respectivamente. O modelo desta tabela é $RV_t = c + \beta_1 VI_{t-1} + \beta_2 RV_{t-1} + e_t$, sendo RV a volatilidade realizada e VI os índices de volatilidade implícita IVTQUANT, IVNTRADES e IVVOLTOT. Para evitar redundância, o resultado da regressão sem a variável de volatilidade implícita é apresentado apenas no primeiro painel. Em alguns painéis β_1 e β_2 foram restritos a zero. Os parâmetros foram estimados através do método Newey-West.

Uma vez que nas duas tabelas, para todas as regressões realizadas, β_1 se mostrou significativo, pode-se dizer que há indícios que a volatilidade implícita possui conteúdo informacional sobre a volatilidade realizada futura no mercado brasileiro. Além disso, uma vez que o intercepto mostra-se significativo, a volatilidade implícita é um estimador viesado da volatilidade futura realizada. Também não pode ser considerada um estimador eficiente porque os resíduos não são ruído branco.

Os resultados podem ser comparados aos de Shaikh e Padhi (2014) para o mercado indiano, em que para os diversos horizontes testados, os interceptos também se mostraram significativos, evidenciando o viés da volatilidade implícita para estimação da volatilidade futura realizada. Além disso, para o horizonte de 22 dias, os autores encontraram um coeficiente de determinação de 0,52, para o modelo restrito $\beta_2 = 0$ (modelo apenas com a volatilidade implícita e o

intercepto), ligeiramente maior do que o encontrado para o mercado brasileiro. Para os horizontes de 1 e 5 dias, o R^2 ajustado era de 0,20 e 0,53, respectivamente, similares aos encontrados para o Brasil, esta pesquisa.

De maneira geral, há um baixo conteúdo informativo para os horizontes 1 e 5 anos. A relação melhora para os prazos de 22 e 44 dias e posteriormente volta a se reduzir. À medida em que o horizonte para a volatilidade futura realizada vai aumentando, cresce também a diferença entre o R^2 ajustado entre os modelos em que $\beta_2 = 0$ e os demais modelos em cada painel. Além disso, o índice de volatilidade implícita que apresentou maior R^2 ajustado para os horizontes testados foi o IVNTRADES (ou seja, a volatilidade implícita ponderada pelo número de negócios) para os prazos de 1 e 22 dias¹⁷. Por fim, dentre os índices propostos, o IVVOLTOT foi o que apresentou o pior desempenho para estimação da volatilidade futura realizada.

Este subcapítulo investigou a relação entre a volatilidade implícita e a volatilidade realizada futura. Encontrou-se evidências que, para o mercado brasileiro, a volatilidade implícita possui conteúdo informacional sobre a volatilidade futura realizada, porém é um estimador viesado. O próximo capítulo analisará outro aspecto do conteúdo informacional, a capacidade preditiva de eventos de *stress* no mercado acionário.

5.4.3 Capacidade Preditiva de Eventos de *Stress*

Os EWS (*Early Warning Systems*) para crises financeiras disponíveis na literatura utilizam, na sua maioria, dados macroeconômicos trimestrais (produto interno, balanço de contas, níveis de reservas, taxa de câmbio, etc.) na sua composição. Porém, no mercado de capitais, os profissionais estão interessados em identificar a proximidade de eventos atípicos na bolsa de valores a tempo de assumir posições ou realizar a liquidação de ativos.

¹⁷ Regressões adicionais com as variáveis em diferença foram realizadas. Porém as variáveis não se mostraram significativas.

Uma variável emite um sinal de um momento de estresse quando ela ultrapassa determinado limiar. Sinais corretos (ou seja, sinais seguidos de um momento de estresse) e sinais errados (ou seja, sinais não seguidos por um momento de estresse, ou "ruídos") podem ser quantificados e os limites temporais ótimos para sinalização podem ser escolhidos de uma maneira a minimizar a relação ruído/sinal (*noise/signal ratio*)¹⁸. No entanto, um formulador de políticas econômico-financeiras ou um participante do mercado pode ter preferências entre perder crises (Erro Tipo A) e alarmes falsos (Erro Tipo B). Ou seja, no limite, o desenho de um EWS ótimo pode depender da aversão do formulador de falhar em antecipar eventos (DUCA e PELTONEN, 2013; YANG et al, 2014). O custo de não identificar uma crise ou momento de *stress* pode ser maior do que o custo de um alarme falso.

O *stress* no mercado acionário é um dos sinais de uma possível crise sistêmica. Uma proposta de índice de sinalização para o mercado mexicano pode ser encontrada na pesquisa de Yang et al (2014). Em resumo, o método proposto envolve comparar o nível atual da volatilidade implícita com a média móvel da mesma com diversas janelas para determinar se ocorre a emissão de um sinal. O sinal é emitido quando o nível vigente é 5% acima da média móvel histórica. O foco dos autores era a determinação do momento de assumir posições compradas no índice.

Logo, nesta pesquisa diversos eventos de sinalização e eventos de *stress* foram calculados para a amostra de índices de volatilidade implícita elaborados e para o IBOVESPA. O objetivo é comparar o desempenho de diferentes abordagens para sinalização para capturar o retorno atípico no mercado acionário brasileiro. São utilizadas duas abordagens como eventos de sinalização: sinalização pela média móvel e sinalização pela distribuição de probabilidade.

A sinalização pela média móvel consiste em calcular a média histórica do índice de volatilidade para n dias. O valor atual da volatilidade implícita é

¹⁸ $Noise/Signal\ Ratio = \left(\frac{Erro\ Tipo\ A + Erro\ Tipo\ B}{Stress\ \&\ Sinal} \right)$, ou seja, a soma dos erros de sinalização dividido pelos eventos de *stress* corretamente sinalizados.

comparado com sua média histórica. O sinal de proximidade de eventos de *stress* é emitido quando o valor da volatilidade implícita em determinado dia ultrapassar o valor histórico da sua média a partir de determinado limiar (ex: 10% acima ou abaixo da média histórica). De maneira análoga, a sinalização pela distribuição de probabilidade envolve estimar a distribuição da volatilidade implícita histórica a partir de uma janela de n dias e obter o valor da volatilidade implícita em determinado percentil (ex: 0,90). Caso a volatilidade implícita em determinada data ultrapassar esse percentil, ocorre a emissão do sinal.

O evento de *stress* é assumido quando o retorno do IBOVESPA ultrapassa determinado limiar ao longo de um dia de negociação (ex: 5% de retorno em um dia). Com isso, quatro diferentes situações podem ocorrer:

- **Sem evento & sem sinal:** dias de negociação em que o IBOVESPA não ultrapassou o limiar estabelecido e que não houve emissão de sinais de eventos de *stress*;
- **Erro Tipo A:** dias de negociação em que há um evento de *stress*, ou seja, o IBOVESPA ultrapassou o limiar estabelecido, mas não houve sinalização da proximidade deste evento;
- **Erro Tipo B:** dias de negociação em que não há evento de *stress*, mas há emissão de um sinal, considerado sinal falso;
- **Stress & Sinal:** dias de negociação que há evento de *stress* e há sinalização correspondente.

A Tabela 16, a Tabela 17 e a Tabela 18, a seguir, demonstram os resultados da sinalização da proximidade de eventos de *stress* no IBOVESPA a partir das diferentes séries de volatilidade implícita obtidas anteriormente, para diversas janelas n utilizadas no cálculo da média móvel e da distribuição. Visando apresentar o impacto da mudança destas janelas sobre a capacidade preditiva da volatilidade implícita em relação a estes eventos, optou-se por apresentar janelas de 5, 7, 15, 30, 60, 90, 126 e 252 dias. Como evento de *stress*, para estas tabelas, foi caracterizado um retorno diário do IBOVESPA acima de 5%, positivo ou negativo, por ser considerado uma variação atípica (tendo resultados diferentes para os investidores caso as posições sejam compradas ou vendidas no índice). Como limiar para a média móvel, foi estabelecido 10% (ou seja, o sinal é emitido se a volatilidade implícita para determinado dia estiver 10% acima ou abaixo da sua

média móvel). Como limiar para a sinalização pela distribuição foi estabelecido o 90º percentil (ou seja, o sinal é emitido se a volatilidade implícita para determinado dia estiver acima do 90º percentil).

Tabela 16 - Performance da volatilidade implícita para sinalização de stress no IBOVESPA: IVNTRADES, sinalização pela média móvel e pelo percentil

<i>Painel A - Sinalização pela Média Móvel: $IV - MA(n) > 10\%$</i>								
SINAL	n = 5	%	n = 7	%	n = 15	%	n = 30	%
Sem evento & Sem Sinal	1906	96%	1901	96%	1884	95%	1866	94%
Erro Tipo A	30	2%	30	2%	27	1%	27	1%
Erro Tipo B	38	2%	43	2%	60	3%	78	4%
Stress & Sinal	10	1%	10	1%	13	1%	13	1%
TOTAL	1984	100%	1984	100%	1984	100%	1984	100%
Noise / Signal Ratio	6.80		7.30		6.69		8.08	

<i>Painel B - Sinalização pelo Percentil da Distribuição: $IV > 90^\circ$ percentil (distribuição em n dias)</i>								
SINAL	n = 5	%	n = 7	%	n = 15	%	n = 30	%
Sem evento & Sem Sinal	1506	76%	1560	79%	1617	82%	1675	84%
Erro Tipo A	26	1%	24	1%	26	1%	28	1%
Erro Tipo B	438	22%	384	19%	327	16%	269	14%
Stress & Sinal	14	1%	16	1%	14	1%	12	1%
TOTAL	1984	100%	1984	100%	1984	100%	1984	100%
Noise / Signal Ratio	33.14		25.50		25.21		24.75	

<i>Painel D - Sinalização pela Média Móvel: $IV - MA(n) > 10\%$</i>								
SINAL	n = 60	%	n = 90	%	n = 126	%	n = 252	%
Sem evento & Sem Sinal	1828	92%	1776	90%	1706	86%	1656	83%
Erro Tipo A	19	1%	10	1%	8	0%	12	1%
Erro Tipo B	116	6%	168	8%	238	12%	288	15%
Stress & Sinal	21	1%	30	2%	32	2%	28	1%
TOTAL	1984	100%	1984	100%	1984	100%	1984	100%
Noise / Signal Ratio	6.43		5.93		7.69		10.71	

<i>Painel E - Sinalização pelo Percentil da Distribuição: $IV > 90^\circ$ percentil (distribuição em n dias)</i>								
SINAL	n = 60	%	n = 90	%	n = 126	%	n = 252	%
Sem evento & Sem Sinal	1717	87%	1717	87%	1719	87%	1727	87%
Erro Tipo A	25	1%	24	1%	20	1%	17	1%
Erro Tipo B	227	11%	227	11%	225	11%	217	11%
Stress & Sinal	15	1%	16	1%	20	1%	23	1%
TOTAL	1984	100%	1984	100%	1984	100%	1984	100%
Noise / Signal Ratio	16.80		15.69		12.25		10.17	

Erro Tipo A - Há um evento de *stress*, mas não houve sinal; Erro Tipo B - Há um sinal, mas não há evento de *stress*; Volatilidade implícita: IVNTRADES; Evento de Stress: variação diária do $IBOV > |5\%|$ (40 eventos para o período); Para a sinalização média móvel, a emissão de sinal ocorre quando a diferença entre a VI e a média móvel "n" dias atrás é maior que 10%; Para a sinalização pela distribuição histórica, a emissão de sinal ocorre quando a VI do dia está acima do 90º percentil da distribuição calculada com dados de "n" dias passados.

Para a volatilidade implícita ponderada pelo número de negócios (IVNTRADES), a análise da Tabela 16 permite identificar que o menor *noise/signal*

ratio (5,93) é encontrado quando o evento de sinalização é a volatilidade implícita do dia estar 10% distante da sua média histórica de 90 dias. Também é possível perceber que à medida que as janelas são alteradas e os sinais modificados, a maior captura e previsão dos verdadeiros eventos de *stress* ocorre às custas de um aumento do número de situações de Erro Tipo B. Esses resultados podem ser comparados com os obtidos para outros índices de volatilidade propostos, a partir das tabelas a seguir, que apresentam os resultados para os índices IVTQUANT e IVVOLTOT:

Tabela 17- Performance da volatilidade implícita para sinalização de stress no IBOVESPA:

IVTQUANT, sinalização pela média móvel e pelo percentil

<i>Painel A - Sinalização pela Média Móvel: $IV - MA(n) > 10\%$</i>								
SINAL	n = 5	%	n = 7	%	n = 15	%	n = 30	%
Sem evento & Sem Sinal	1887	95%	1884	95%	1877	95%	1858	94%
Erro Tipo A	30	2%	28	1%	28	1%	28	1%
Erro Tipo B	57	3%	60	3%	67	3%	86	4%
Stress & Sinal	10	1%	12	1%	12	1%	12	1%
TOTAL	1984	100%	1984	100%	1984	100%	1984	100%
<i>Noise / Signal Ratio</i>	8.70		7.33		7.92		9.50	

<i>Painel B - Sinalização pelo Percentil da Distribuição: $IV > 90^\circ$ percentil (distribuição em n dias)</i>								
SINAL	n = 5	%	n = 7	%	n = 15	%	n = 30	%
Sem evento & Sem Sinal	1525	77%	1574	79%	1617	82%	1678	85%
Erro Tipo A	26	1%	26	1%	26	1%	29	1%
Erro Tipo B	419	21%	370	19%	327	16%	266	13%
Stress & Sinal	14	1%	14	1%	14	1%	11	1%
TOTAL	1984	100%	1984	100%	1984	100%	1984	100%
<i>Noise / Signal Ratio</i>	31.79		28.29		25.21		26.82	

<i>Painel C - Sinalização pela Média Móvel: $IV - MA(n) > 10\%$</i>								
SINAL	n = 60	%	n = 90	%	n = 126	%	n = 252	%
Sem evento & Sem Sinal	1818	92%	1779	90%	1718	87%	1651	83%
Erro Tipo A	19	1%	10	1%	11	1%	15	1%
Erro Tipo B	126	6%	165	8%	226	11%	293	15%
Stress & Sinal	21	1%	30	2%	29	1%	25	1%
TOTAL	1984	100%	1984	100%	1984	100%	1984	100%
<i>Noise / Signal Ratio</i>	6.90		5.83		8.17		12.32	

<i>Painel D - Sinalização pelo Percentil da Distribuição: $IV > 90^\circ$ percentil (distribuição em n dias)</i>								
SINAL	n = 60	%	n = 90	%	n = 126	%	n = 252	%
Sem evento & Sem Sinal	1712	86%	1721	87%	1720	87%	1728	87%
Erro Tipo A	25	1%	24	1%	22	1%	17	1%
Erro Tipo B	232	12%	223	11%	224	11%	216	11%
Stress & Sinal	15	1%	16	1%	18	1%	23	1%
TOTAL	1984	100%	1984	100%	1984	100%	1984	100%
<i>Noise / Signal Ratio</i>	17.13		15.44		13.67		10.13	

Erro Tipo A - Há um evento de stress, mas não houve sinal; Erro Tipo B - Há um sinal, mas não há evento de stress; Volatilidade implícita: IVTQUANT; Evento de Stress: variação diária

do IBOV>|5%| (40 eventos para o período); Para a sinalização média móvel, a emissão de sinal ocorre quando a diferença entre a VI e a média móvel "n" dias atrás é maior que 10%; Para a sinalização pela distribuição histórica, a emissão de sinal ocorre quando a VI do dia está acima do 90 percentil da distribuição calculada com dados de "n" dias passados.

Tabela 18 - Performance da volatilidade implícita para sinalização de stress no IBOVESPA:

IVVOLTOT, sinalização pela média móvel e pelo percentil

<i>Painel A - Sinalização pela Média Móvel: $IV - MA(n) > 10\%$</i>								
SINAL	n = 5	%	n = 7	%	n = 15	%	n = 30	%
Sem evento & Sem Sinal	1835	92%	1836	93%	1819	92%	1823	92%
Erro Tipo A	32	2%	32	2%	29	1%	28	1%
Erro Tipo B	109	5%	108	5%	125	6%	121	6%
Stress & Sinal	8	0%	8	0%	11	1%	12	1%
TOTAL	1984	100%	1984	100%	1984	100%	1984	100%
Noise / Signal Ratio	17.63		17.50		14.00		12.42	

<i>Painel B - Sinalização pelo Percentil da Distribuição: $IV > 90^{\circ}$ percentil (distribuição em n dias)</i>								
SINAL	n = 5	%	n = 7	%	n = 15	%	n = 30	%
Sem evento & Sem Sinal	1539	78%	1598	81%	1639	83%	1684	85%
Erro Tipo A	28	1%	28	1%	29	1%	30	2%
Erro Tipo B	405	20%	346	17%	305	15%	260	13%
Stress & Sinal	12	1%	12	1%	11	1%	10	1%
TOTAL	1984	100%	1984	100%	1984	100%	1984	100%
Noise / Signal Ratio	36.08		31.17		30.36		29.00	

<i>Painel C - Sinalização pela Média Móvel: $IV - MA(n) > 10\%$</i>								
SINAL	n = 60	%	n = 90	%	n = 126	%	n = 252	%
Sem evento & Sem Sinal	1787	90%	1755	88%	1684	85%	1637	83%
Erro Tipo A	19	1%	11	1%	12	1%	13	1%
Erro Tipo B	157	8%	189	10%	260	13%	307	15%
Stress & Sinal	21	1%	29	1%	28	1%	27	1%
TOTAL	1984	100%	1984	100%	1984	100%	1984	100%
Noise / Signal Ratio	8.38		6.90		9.71		11.85	

<i>Painel D - Sinalização pelo Percentil da Distribuição: $IV > 90^{\circ}$ percentil (distribuição em n dias)</i>								
SINAL	n = 60	%	n = 90	%	n = 126	%	n = 252	%
Sem evento & Sem Sinal	1720	87%	1715	86%	1719	87%	1723	87%
Erro Tipo A	28	1%	26	1%	25	1%	17	1%
Erro Tipo B	224	11%	229	12%	225	11%	221	11%
Stress & Sinal	12	1%	14	1%	15	1%	23	1%
TOTAL	1984	100%	1984	100%	1984	100%	1984	100%
Noise / Signal Ratio	21.00		18.21		16.67		10.35	

Erro Tipo A - Há um evento de stress, mas não houve sinal; Erro Tipo B - Há um sinal, mas não há evento de stress; Volatilidade implícita: IVVOLTOT; Evento de Stress: variação diária do IBOV>|5%| (40 eventos para o período); Para a sinalização média móvel, a emissão de sinal ocorre quando a diferença entre a VI e a média móvel "n" dias atrás é maior que 10%; Para a sinalização pela distribuição histórica, a emissão de sinal ocorre quando a VI do dia está acima do 90 percentil da distribuição calculada com dados de "n" dias passados.

De maneira geral, nas janelas 90 e 126 dias é que ocorre o maior índice percentual de captura dos verdadeiros eventos de *stress*, com elevadíssimo quantitativo de Erro Tipo B. Para as janelas de cálculo escolhidas e limiares

utilizados, para estes índices de volatilidade, de maneira geral, o método de sinalização com médias móveis foi mais eficiente na captura dos eventos de *stress* e incorreu em menor número de erros Tipo A e Tipo B.

Comparando os índices de volatilidade utilizados, o IVTQUANT possui comportamento similar ao IVNTRADES: é na janela de 90 dias para médias móveis que ocorre a minimização do *noise/signal ratio*. O pior valor para este *ratio* ocorre na janela de 5 dias para a sinalização pelo percentil da distribuição. Como pode ser visualizado na Tabela 18, o índice de volatilidade implícita IVVOLTOT foi o menos eficiente na captura dos verdadeiros eventos de *stress* apresentando os piores valores para o *noise/signal ratio* em relação aos demais.

Os resultados obtidos para os índices IVNTRADES, IVTQUANT e IVVOLTOT podem ser comparados com o índice IVol-Br de Astorino et al (2015). A série do índice de volatilidade recentemente proposto pelos autores, disponibilizada desde a data 01/08/2011¹⁹, foi analisada segundo os EWSs propostos. Apresenta-se na Tabela 19, a seguir, o resultado para o IVol-Br; o período considerado é de 01/08/2011 até 31/12/2013 e a sinalização está sendo analisada em relação à uma variação do IBOVESPA superior a 3% em um mesmo dia (gerando 22 eventos no período). A sinalização para variações de 5% em um dia, conforme realizada anteriormente, geraria apenas 1 evento para esse novo período e dificultaria a comparação da sua eficiência.

Para o índice IVol-Br, a Tabela 19 demonstra que a capacidade de sinalização é menos eficiente à medida que é ampliada a janela n e que o menor *noise/signal ratio* (12,73) é encontrado quando o evento de sinalização é a volatilidade implícita do dia estar 10% distante da sua média móvel de 5 dias. Da mesma maneira que apresentado na Tabela 16 e seguintes, o desempenho da sinalização pelo percentil da distribuição é menos eficiente. Chama-se a atenção para o elevado volume de Erro Tipo B e para o fato do IVol-Br gerar sinalização em quase a totalidade de dias da amostra quando o método utilizado é a média móvel, em todas as janelas n utilizadas. Por outro lado, a sinalização pelo percentil da

¹⁹ http://nefin.com.br/volatility_index.html

distribuição apresentou um comportamento mais coerente, embora tenha capturado poucos eventos.

**Tabela 19 - Performance da volatilidade implícita para sinalização de stress no IBOVESPA:
IVol-Br, sinalização pela média móvel e pelo percentil (amostra reduzida)**

<i>Painel A - Sinalização pela Média Móvel: $IV - MA(n) > 10\%$</i>								
SINAL	n = 5	%	n = 7	%	n = 15	%	n = 30	%
Sem evento & Sem Sinal	14	4%	12	4%	20	6%	7	2%
Erro Tipo A	0	0%	2	1%	1	0%	1	0%
Erro Tipo B	280	89%	282	89%	274	87%	287	91%
Stress & Sinal	22	7%	20	6%	21	7%	21	7%
TOTAL	316	100%	316	100%	316	100%	316	100%
Noise / Signal Ratio	12.73		14.20		13.10		13.71	

Painel B - Sinalização pelo Percentil da Distribuição: $IV > 90^{\circ}$ percentil (distribuição em n dias)

SINAL	n = 5	%	n = 7	%	n = 15	%	n = 30	%
Sem evento & Sem Sinal	226	72%	232	73%	241	76%	251	79%
Erro Tipo A	17	5%	19	6%	20	6%	20	6%
Erro Tipo B	68	22%	62	20%	53	17%	43	14%
Stress & Sinal	5	2%	3	1%	2	1%	2	1%
TOTAL	316	100%	316	100%	316	100%	316	100%
Noise / Signal Ratio	17.00		27.00		36.50		31.50	

Painel C - Sinalização pela Média Móvel: $|IV - MA(n)| > 10\%$

SINAL	n = 60	%	n = 90	%	n = 126	%	n = 252	%
Sem evento & Sem Sinal	13	4%	10	3%	6	2%	6	2%
Erro Tipo A	0	0%	0	0%	0	0%	0	0%
Erro Tipo B	281	89%	284	90%	288	91%	288	91%
Stress & Sinal	22	7%	22	7%	22	7%	22	7%
TOTAL	316	100%	316	100%	316	100%	316	100%
Noise / Signal Ratio	12.77		12.91		13.09		13.09	

Painel D - Sinalização pelo Percentil da Distribuição: $IV > 90^{\circ}$ percentil (distribuição em n dias)

SINAL	n = 60	%	n = 90	%	n = 126	%	n = 252	%
Sem evento & Sem Sinal	257	81%	263	83%	262	83%	258	82%
Erro Tipo A	21	7%	22	7%	22	7%	22	7%
Erro Tipo B	37	12%	31	10%	32	10%	36	11%
Stress & Sinal	1	0%	0	0%	0	0%	0	0%
TOTAL	316	100%	316	100%	316	100%	316	100%
Noise / Signal Ratio	58.00		N.A.		N.A.		N.A.	

Erro Tipo I - Há um evento de stress, mas não houve sinal; Erro Tipo II - Há um sinal, mas não há evento de stress; Volatilidade implícita: IVOLBR; Evento de Stress: variação diária do $IBOV > |3\%|$ (22 eventos para o período); Para a sinalização média móvel, a emissão de sinal ocorre quando a diferença entre a VI e a média móvel "n" dias atrás é maior que 10%; Para a sinalização pela distribuição histórica, a emissão de sinal ocorre quando a VI do dia está acima do 90 percentil da distribuição calculada com dados de "n" dias atrás. Nesta tabela o período amostral foi reduzido de 01/08/2011 a 31/12/2013.

Este capítulo apresentou detalhadamente o resultado das análises realizadas visando o atingimento dos objetivos da pesquisa. No próximo capítulo, esses resultados são confrontados com as hipóteses de pesquisa e são discutidas as considerações finais frente a sua importância para o campo das finanças e para os profissionais de mercado.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo foram analisadas as volatilidades implícitas das opções de compra e de venda sobre o índice IBOVESPA, no período de 2005 a 2013, negociadas na BM&FBovespa. Essas volatilidades foram o insumo para proposição de três diferentes índices para o mercado acionário brasileiro, que carece de um índice de volatilidade oficial. O perfil da liquidez destas opções foi descrito, bem como o impacto da variabilidade da liquidez na estimação da volatilidade implícita. Após, foi estudado o conteúdo informacional da volatilidade implícita, bem como a eficiência dos índices propostos na sinalização de eventos de *stress*.

O momento para realização da pesquisa é único porque a BM&FBovespa ainda não desenvolveu um índice de volatilidade oficial para o mercado brasileiro, o que colabora para que o tema “volatilidade implícita” seja pouco explorado nas pesquisas em Finanças no Brasil. Ao mesmo tempo, os gestores financeiros brasileiros não dispõem dos derivativos de volatilidade já negociados para outros mercados emergentes, o que poderia aprimorar a maneira como é realizada a gestão de portfólios.

Neste capítulo, serão apresentadas algumas considerações finais sobre a pesquisa, organizadas a partir de três tópicos: (1) discussão dos resultados, (2) implicações acadêmicas e gerenciais do estudo e (3) sugestões para pesquisas futuras.

6.1 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O objetivo principal deste estudo foi analisar o conteúdo informacional da volatilidade implícita no Brasil. Primeiramente, o comportamento temporal da liquidez das opções sobre o índice IBOVESPA se configurou como um desafio na elaboração dos índices para verificação posterior do seu conteúdo informacional. As abordagens livres de modelos demandam considerável fluxo de negócios no mercado de opções para que seus algoritmos forneçam valores coerentes para a volatilidade. Uma possível adaptação à metodologia VIX foi recentemente proposta

por Astorino et al (2015), na qual era necessária a geração de negócios com opções adicionais através de *put-call parity* e interpolações, obtendo-se um índice de volatilidade desde agosto do ano de 2011.

As abordagens e procedimentos utilizados nesta pesquisa diferem-se da proposta de Astorino et al (2015) porque: (a) utilizam fluxo de negócios com opções desde janeiro de 2005 (período de liquidez extremamente baixa), um período maior do que o utilizado pelos autores; (b) não eliminam informações sobre a volatilidade implícita de nenhuma opção (conforme necessário pelo algoritmo do VIX – opções *out of the money* e com vencimento longo), permitindo que todas as opções negociadas no dia participem do índice de volatilidade; (c) utilizam a liquidez das opções para determinar o peso da volatilidade daquela opção no valor do índice naquele dia. Com isso, foram propostos 3 índices de volatilidade para o mercado brasileiro, necessários para o seguimento do estudo realizado.

Após, aplicou-se um modelo AR(5)GARCH-X(1,1) “vol of vol” para análise do impacto da liquidez na estimação da volatilidade implícita no Brasil. Identificou-se que a variável exógena (Liquidez) acrescentada na equação da variância possui sinal negativo e significativo. Esse sinal se manteve estável perante os testes de robustez realizados, permitindo confirmar a Hipótese 3: “*A liquidez das opções afeta a variabilidade da volatilidade implícita*”. De fato, um aumento da liquidez das opções reduz a variabilidade temporal da volatilidade implícita, conforme esperado a partir da literatura visitada. A BM&FBovespa demonstra estar ciente da relevância da liquidez das opções sobre o índice. Prova isso o fato de a bolsa ter contratado formadores de mercado para esses títulos nos últimos anos.

Para análise do conteúdo informacional da volatilidade implícita uma série de regressões foi realizada. Primeiramente, na verificação da relação da volatilidade implícita brasileira e o retorno da bolsa, as regressões demonstraram que há uma relação negativa entre essas variáveis também encontrada nos resultados de outros estudos em mercados emergentes, tais como na África do Sul (KENMOE e TAFU, 2014) e na Índia (SHAIKH e PADHI, 2014). Também se

identificou, através de uma regressão quantílica, que a relação negativa é assimétrica e mais intensa nos extremos da distribuição do que nos quantis mais próximos à mediana. Os resultados mostraram que a regressão quantílica provê uma visão mais detalhada sobre a relação condicional entre a volatilidade implícita e o retorno do mercado acionário.

No que tange à relação com a volatilidade realizada futura, obteve-se evidências que rejeitam a Hipótese 2: “*A volatilidade implícita é um estimador não viesado da volatilidade realizada futura*”. O intercepto da regressão entre a volatilidade implícita e a volatilidade futura é significativo, demonstrando viés. No entanto, de maneira geral, a volatilidade implícita se apresentou significativa como variável independente, evidenciando possuir conteúdo informacional.

Por fim, buscando observar a relação da volatilidade implícita brasileira e o retorno da bolsa quanto à emissão de sinais de proximidade de eventos de *stress*, utilizou-se duas abordagens: A partir dos parâmetros estabelecidos, dos 40 eventos de *stress* ocorridos no período (variação do IBOVSPA superior a 5%), o melhor método de sinalização foi a volatilidade implícita estar 10% acima da sua média móvel de 90 dias. Este método de sinalização capturou 30 desses 40 eventos e teve o menor *noise/signal ratio* para a volatilidade implícita ponderada pelo número de negócios realizados. Isso é uma evidência que possibilita confirmar a *Hipótese 1: A volatilidade implícita é um bom sinalizador da proximidade de eventos de stress no mercado de capitais brasileiro*.

Dentre os índices propostos, o IVVOLTOT (volatilidade implícita ponderada pelo volume financeiro negociado) foi o que apresentou menor conteúdo informacional (fraca relação com o retorno e com a volatilidade realizada e pior desempenho na sinalização da proximidade de eventos de *stress*), em comparação com os demais.

6.2 IMPLICAÇÕES GERENCIAIS E ACADÊMICAS

As práticas de gestão de riscos estão avançando a grandes saltos, impulsionadas pelo aumento da inter-relação entre os mercados, pelo o apetite por

maiores retornos e pela crescente complexidade dos instrumentos de investimento. A volatilidade é uma estimativa do risco e, por isso, pode-se afirmar que essa pesquisa possui implicações tanto para a academia como para os investidores do mercado.

Do ponto de vista acadêmico, este é um dos primeiros estudos a investigar o conteúdo informacional da volatilidade implícita para o mercado brasileiro. Apesar da literatura frequentemente apontar inúmeras relações entre essa volatilidade e o retorno da bolsa, a volatilidade futura e o prêmio pelo risco (dentre outras), uma vez que o Brasil não possui um índice de volatilidade oficial, os pesquisadores brasileiros na área de finanças provavelmente não se sentiam motivados a indagar mais profundamente sobre o tema. Tendo sido claramente exposta a metodologia utilizada para obtenção dos índices desta pesquisa, outros estudos na área podem ser fomentados, colaborando na resolução desta lacuna no campo de pesquisa.

De fato, o Brasil não está seguindo a tendência de outros mercados em países emergentes, que já criaram seus índices de volatilidade. Porém, os resultados dessa pesquisa podem ser utilizados pela bolsa de valores e incentivar a criação de um índice para o Brasil. Estes, e quaisquer outros índices propostos, podem ser comparados entre si e incentivar desdobramentos de outras pesquisas.

Sobre a volatilidade implícita brasileira destaca-se a importância da capacidade preditiva da proximidade de eventos de *stress*. Participantes de mercado que possam antever esses momentos tem a vantagem de modificar os seus portfólios a tempo de se proteger de grandes desvalorizações ou de explorar movimentos de alta no índice. Ainda sobre a gestão de portfólios, a popularização dos estudos sobre a volatilidade implícita no Brasil pode permitir a criação de derivativos de volatilidade (opções, swaps, futuros de volatilidade) e todos os desdobramentos para o mercado de capitais que isso teria: as estratégias de negociação específica para estes ativos e o seu uso na gestão de portfólios.

Sobre o fluxo de negócios com opções, tendo sido identificado que a liquidez afeta a variabilidade da volatilidade implícita, a bolsa de valores brasileira

deve buscar aumentar a liquidez destes ativos; especialmente no contexto em que o surgimento de um índice oficial de volatilidade para o Brasil é iminente.

6.3 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Sendo a volatilidade implícita um campo de pesquisa em Finanças pouco explorado no Brasil, inúmeras pesquisas podem ser propostas para o futuro. Se os mercados de volatilidade são, de fato, internacionalmente integrados, as diferenças entre os índices de volatilidade devem ser temporárias, caso contrário os investidores poderiam obter retornos anormais com posições ativas em índices teoricamente subavaliados. A partir do “VIX Brasil”, a integração da volatilidade brasileira com a volatilidade implícita em outros mercados pode ser estudada.

Há campo, também, para maiores estudos sobre os determinantes da liquidez das opções sobre o índice no Brasil. Uma vez que a bolsa de valores possa identificar quais os fatores que aumentam a demanda por opções sobre índices e que fomentam a liquidez destes contratos, haverá uma orientação sobre como aumentá-la visando o estabelecimento de um mercado estável com informações suficientes para a divulgação do índice de volatilidade.

Na área de gestão de carteiras, é possível a realização de estudos de simulação de derivativos de volatilidade a partir dos índices propostos. É importante determinar como esses derivativos podem alterar a fronteira eficiente e diminuir o número de ativos necessários a obtenção de um portfolio com relação risco x retorno otimizada, uma vez que a exposição à volatilidade poderia ser comprada e vendida diretamente.

Finalmente, cabe ressaltar que não houve a expectativa de esgotar-se o tema dentro do escopo desta pesquisa. Assim, acredita-se que o presente estudo tenha alcançado plenamente seu propósito. Ainda há muito a ser estudado sobre este tema no Brasil. Estima-se que inúmeras pesquisas tendam a surgir à medida que os participantes de mercado descubram as possibilidades dos derivativos de volatilidade e o poder de sinalização de um índice de volatilidade implícita.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEXANDER, Carol. **Market Risk Analysis. Volume III.** Pricing, Hedging and Trading Financial Instruments, Wiley, 2008.

ANDERSEN, T.G.; BODARENKO, O. Construction and interpretation of model-free implied volatility. **National Bureau of Economic Research Working Paper**, Cambridge, MA, 2007

ANDRADE, Sandro C.; TABAK, Benjamin M. Is it Worth Tracking Dollar/Real Implied Volatility? Banco Central do Brasil, **Working Papers Series**, n. 15, p. 1-25, março 2001.

AREAL, Nelson Manuel de Pinho. **FTSE-100 Implied Volatility Index** (February 1, 2008). Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1102135> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1102135>

ASTORINO, Eduardo; CHAGUE, Fernando; GIOVANNETTI, Bruno Cara; SILVA, Marcos Eugêncio. **Variance Premium and Implied Volatility in a Low-Liquidity Option Market.** (June 12, 2015). Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2592650> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2592650>

AUSSENEGG, Wolfgang; GÖTZ, Lukas; JELIC, Ranko. **European 'Fear' Indices - Evidence Before and During the Financial Crisis** (May 5, 2013). Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2267903> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2267903>

BADSAH, Ihsan Ullah. Quantile regression analysis of the asymmetric return-volatility relation. **Journal of Futures Markets**, Vol 33, no 3, (2013)

BALIEIRO FILHO, Ruy Gabriel. **Aplicações da expansão de Edgeworth à precificação de derivativos financeiros.** 2003. Dissertação (Mestrado em Economia das Instituições e do Desenvolvimento) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/12/12140/tde-10062007-134238/>>. Acesso em: 2012-06-20.

BANDI, Federico M. PERRON, Benoit. Long Memory and the Relation Between Implied and Realized Volatility. **Journal of Financial Econometrics**, Oxford University Press, vol. 4(4), 2006.

BARBACHAN, J. S. F.; ORNELAS, J. R. H. Apreçamento de opções de IDI usando o modelo CIR. **Estudos Econômicos**, São Paulo, 33, 2003.

BECKER, Ralf; CLEMENTS, Adam E.; WHITE, Scott I. Does implied volatility provide any information beyond that captured in model-based volatility forecasts?. **Journal of Banking and Finance**. Vol. 31, p. 2535-2549, 2007.

BEKAERT, G; WU, G. Asymmetric volatilities and risk in equity markets. **Review of Financial Studies**. Vol. 13, No. 1, pp. 1-42, 2000.

BLACK, Fischer; SCHOLES, Myron. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **The Journal of Political Economy**, Massachusetts Institute of Technology, Vol. 81, No. 3, 1973.

BLACK, F. Studies of stock market volatility changes. **Proceedings of the American Statistical Association**, pp. 177-181, 1976.

BLAIR, B.; POON, S.H.; TAYLOR, S.J. Forecasting S&P 100 Volatility: The Incremental Information Content of Implied Volatility and High Frequency Index Returns. **Journal of Econometrics**, 105, 5-26, 2001.

BM&FBOVESPA. **Manual de Procedimentos Operacional do Segmento BOVESPA: ações, futuros e derivativos de ações**. São Paulo, 14 de novembro de 2011. Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/regulacao/download/BMFBOVESPA-Manual-de-Procedimentos-Operacionais-Acoes.pdf> Acesso em: 05/05/2015.

BM&FBOVESPA. Seu Futuro Bem Investido: **Relatório Anual 2014**. São Paulo, 15 de fevereiro de 2015. Disponível em: http://ri.bmfbovespa.com.br/ptb/2301/RA2014_Portugues.pdf Acesso em: 05/05/2015

BOLLEN, N. P. B.; WHALEY, R. E. Does Net Buying Pressure Affect the Shape of Implied Volatility Functions? **The Journal of Finance**, 59, 2004.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, Vol. 31, pp. 307-327, 1986.

BOLLERSLEV, T. Glossary to ARCH (GARCH). **CREATES Research Paper** 2008-49. September 4, 2008. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1263250> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1263250> Acesso em 20/07/2015.

BRITTEN-JONES, M.; NEUGBERGER, A. Option Prices, Implied Price Processes, and Stochastic Volatility. **Journal of Finance**, 55, 2000.

BROUS, P.; UFUK, I.; IVILINA, P. Volatility forecasting and liquidity: Evidence from individual stocks. **Journal of Derivatives & Hedge Funds**, 16, 144-159, 2010.

CAMPA, J. M.; CHANG, P. H. K. Testing the expectations hypothesis on the term structure of volatilities in foreign exchange options. **Journal of Finance**, 50, 529-547, 1995.

CAPPUCCIO, Nunzio; LUBIAN, Diego. The fragility of the KPSS stationarity test. **Statistical Methods and Applications**, Springer, vol. 19(2), pages 237-253, June, 2010.

CBOE (Chicago Board of Trade). **The CBOE Volatility Index-VIX**, White paper, CBOE, 2003. Disponível em: <http://www.cboe.com/micro/vix/vixwhite.pdf>

CBOE (Chicago Board of Trade). **VIX - Fact & Fiction**, CBOE Research Notes, Volume 1, Issue 2, CBOE, 2009. Disponível em: <http://www.cboe.com/publish/ResearchNotes/Research notes 5-1-09 Issue 2.pdf>

CBOE (Chicago Board of Trade). **Volatility Indexes at CBOE**, 2012. Disponível em: <http://www.cboe.com/micro/VIX/pdf/VolatilityIndexQRG2012-01-30.pdf>

CHENG, X.; FUNG, J. K.W. The Information Content of Model-Free Implied Volatility. **The Journal of Futures Markets**, 32: 792–806, 2012.

CHEN, C. H.; CHUNG, H.; YUAN, S. F. Deviations from Put–Call Parity and Volatility Prediction: Evidence from the Taiwan Index Option Market. **Journal of Futures Markets**, 34: 1122–1145, 2014.

CHIRAS, D. P.; MANASTER, S. The information content of option prices and a test of market efficiency. **Journal of Financial Economics**, 6, 213–234, 1978.

CHOU, R. K.; CHUNG, S. L.; HSIAO, Y. J.; WANG, Y. H. The impact of liquidity on option prices. **Journal of Futures Markets**, 31(12), 1116-1141, 2011.

CERRATO, Mario. **The Mathematics of Derivatives Securities with Applications in MATLAB**. Wiley Finance Series, 1 ed, 2012.

ÇETIN, U.; JARROW, R.; PROTTER, P.; WARACHKA, M. Pricing options in an extended Black Scholes economy with illiquidity: Theory and empirical evidence. **Review of Financial Studies**, 19 (2), 493-529, 2006.

CHRISTENSEN, B.J.; PRABHALA, N.R. The Relation between Implied and Realized Volatility. **Journal of Financial Economics**, 50,125-150, 1998.

CHRISTIE, A. The stochastic behavior of common stock variances: value, leverage and interest rate effects. **Journal of Financial Economics**, Vol. 10, pp. 407-432, 1982.

COX, J.; INGERSOLL, J.; ROSS, S. A theory of the term structure of interest rates. **Econometrica**, 53, 1985.

DAY, T.E.; LEWIS, C.M. Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options. **Journal of Econometrics**, 52, 267-287, 1992

DOWLING, Sean; MUTHUSWAMY, Jayaram. The Implied Volatility of Australian Index Options. **Review of Futures Markets** (Chicago), vol.11, (1). 2005,pp 117-155

DUCA, Marco Lo; PELTONEN, Tuomas, A. Assessing systemic risks and predicting systemic events. **Journal of Banking & Finance**, 37, p 2183-2195, 2013.

EDERINGTON, L.H.; GUAN, W. Is Implied Volatility an Informationally Efficient and Effective Predictor of Future Volatility? **NBER working paper**, University of Oklahoma and Delaware State University, 2000.

ENGLE, Robert F. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation. **Econometrica** 50 (4): 987–1008, 1982.

ENGLE, Robert F.; GALLO, Giampiero M. A multiple indicators model for volatility using intra-daily data. **Journal of Econometrics**. Elsevier, Vol. 131, n.1-2, p. 3-27, 2006.

ENGLE, Robert F.; PATTON, Andrew J. What good is a volatility model? **Quantitative Finance**. Vol 1, 237-245, 2001.

FORDE, Martin; JACQUIER, Antoine; MIJATOVIC, Aleksandar. **Asymptotic formulae for implied volatility in the Heston model**. Quantitative Finance Papers, 0911.2992, arXiv.org, 2010.

FRENCH, K.; SCHWERT, G.; STAMBAUGH, R. Expected stock returns and volatility, **Journal of Financial Economics**, Vol. 19, No. 1, pp. 3-29, 1987.

GABE, J.; PORTUGAL, M. S. Volatilidade Implícita Versus Volatilidade Estatística: Um exercício utilizando opções e ações da Telemar S.A. **Revista Brasileira de Finanças**, Rio de Janeiro, v. 2, n. 1, p. 47-73, 2004.

GARLEANU, N. Portfolio Choice and Pricing in Illiquid Markets. **Journal of Economic Theory**, 144, 532-564, 2009.

GARLEANU, N.; PEDERSEN, L.H.; POTESHMAN, A.M. Demand-based Option Pricing, *Review of Financial Studies*, 22: 4259-4299, 2009.

GROVER, R.; THOMAS, S. Liquidity considerations in Estimating Implied Volatility. **The Journal of Futures Markets**, 32 (8), 714-741, 2012.

GIL, A. Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5 ed. 8 reimpr. São Paulo: Atlas, 2007.

GINER, J.; MORINI, S. El Índice VIX para la Predicción de Volatilidad: un Estudio Internacional. **Documento de Trabajo, Departamento de Economía Financiera y Contabilidad**, Universidad de la Laguna, 2004.

GIOT, P. Implied volatility indexes and daily Value-at-Risk models. **Journal of Derivatives**, 12, pp. 54-64, 2005.

GOMES, Frederico Pechir. **Volatilidade Implícita e Antecipação de Eventos de Stress: um Teste para o Mercado Brasileiro**. Trabalhos para Discussão nº38. Brasília: BACEN, 2002.

GONZALEZ, M. T.; NOVALES, A. Why a volatility index can be useful in the Spanish financial market? **Working Paper**. Universidad Computense de Madrid, 2007.

HAGAN, P.; KUMAR, D.; LESNIEWSKI, A.; WOODWARD, D. Managing smile risk. **Wilmott Magazine**, September, 84-108, 2002.

HEGERTY, Scott W. Interest-rate volatility and volatility transmission in nine Latin American countries. **Applied Financial Economics**. Vol. 24, Iss. 13, 2014, 2014.

HESTON, Steven L. A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options. **The Review of Financial Studies**, 6, 327-343, 1993.

HEYENEN, R.; KEMNA, A.; VORST, T. Analysis of the term structure of implied volatilities. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, 29, 31–56, 1994.

HULL, J.; WHITE, A. The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities. **Journal of Finance**, 42, 281–300, 1987.

JIANG, George J.; TIAN, Yisong S. The Model-Free Implied Volatility and Its Information Content. **The Review of Financial Studies**, vol 18 #4, Winter, 2005.

JIANG, George J.; TIAN, Yisong S. Extracting Model-Free Volatility from Option Prices: An Examination of the Vix Index. **Journal of Derivatives**, Vol. 14, No. 3, 2007.

JORION, P. Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market. **Journal of Finance**, 50, 507-528, 1995.

KENMOE, S.; TAFOU; Carine D. The Implied Volatility Analysis: The South African Experience. **eprint arXiv:1403.5965**, 2014. Disponível em: <http://arxiv.org/abs/1403.5965>

KIM, C.; MORLEY, J.; NELSON, C. Is there a positive relationship between stock market volatility and the equity premium? **Journal of Money, Credit and Banking**, Vol. 36, No.3, pp. 339-360. 2004.

KOLB, R.; OVERDAHL, J. **Futures, Options & Swaps**. Blackwell Publishing, 5th Edition, 2007.

KUMAR, A. Vinay; JAISWAL, Shikha. The Information Content of Alternate Implied Volatility Models: Case of Indian Markets. **Journal of Emerging Market Finance**, 12, issue 3, p. 293-321, 2013.

LEVY YEYATI, Eduardo; WILLIAMS, Tomas. Emerging economies in the 2000s: Real decoupling and financial recoupling. **Journal of International Money and Finance**, Elsevier, vol. 31(8), pages 2102-2126, 2012.

LAMOUREUX, C.G. LASTRAPES, W.D. Forecasting Stock-Return Variance: Toward an Understanding of Stochastic Implied Volatilities. **Review of Financial Studies**, 6, 293-326, 1993.

LATANE, H. A.; RENDLEMAN, R. J. Standard deviations of stock price ratios implied in option prices. **Journal of Finance**, 31, 369–381, 1976.

MALZ, A. M. Do implied volatilities provide early warning of market stress? **RiskMetrics Journal**, v.1, 2000.

MELLO, Arthur Ribeiro de Aquino Figueiredo. **Volatilidade Implícita das Opções de Ações: Uma Análise Sobre a Capacidade de Previsão do Mercado sobre a Volatilidade Futura**. Dissertação (Mestrado em Finanças e Economia) - Escola Economia de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2009.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**. 2 ed. São Paulo: Blucher, 2006.

MOURA, Gustavo Torres Cursino de; Barbedo, Claudio Henrique da Silveira (Orientador). **A importância de um índice de volatilidade para o mercado brasileiro**. Rio de Janeiro, 2011. Dissertação de Mestrado em Finanças e Economia Empresarial - Escola de Pós Graduação em Economia, Fundação Getúlio Vargas.

MÜLLER, U. Size and power of tests for stationarity in highly autocorrelated time series. **Journal of Econometrics**, 128, 195-213, 2005.

OLIVEIRA, Gustavo Aleixo; Silva, Marcos Eugênio (Orientador). **Informação implícita em prêmios de opções**. São Paulo, 2000. Dissertação de Mestrado em Economia - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo.

PERLIN, Marcelo. Os Efeitos da Introdução de Agentes de Liquidez no Mercado Acionário Brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**. 11, p. 281-304, 2013.

ROUAH, Fabrice Douglas; VAINBERG, Gregory. **Option Pricing Models and Volatility Using Excel-VBA**. Wiley Finance Series, 2007.

RUBBANIY, G.; ASMERON, Robel; RIZVI, Syed Kumail Abbas; NAQVI, Bushra. Do fear indices help predict stock returns? **Quantitative Finance**, 14, issue 5, p. 831-847, 2014.

SCHWERT, G.W. Why does stock market volatility change over time?, **Journal of Finance**, Vol. 44, No. 5, pp. 1115-1153, 1989.

SHAIKH, I.; PADHI, P. The forecasting performance of implied volatility index: evidence from India VIX, **Economic Change and Restructuring**, Vol. 47 No. 4, pp. 251-27, 2014.

SIRIOPOULOS, Costas; FASSAS, Athanasios. Implied Volatility Indices – A Review. June 15, 2009. Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=1421202> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1421202>

SKIADOPOULOS, George. The Greek implied volatility index: construction and properties. **Applied Financial Economics**. Taylor & Francis Journals, vol. 14(16), pages 1187-1196, 2004.

STANESCU, Silvia; TUNARU, Radu. Investment Strategies with VIX and VSTOXX Futures. November 7, 2013. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=2351427> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2351427>

VASICEK, O. An equilibrium characterization of the term structure. **Journal of Financial Economics**, 5, 1977.

VERGARA, Sylvia C. **Projetos e Relatórios de Pesquisa em Administração**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 2004.

XIN, Mao. **The VIX Volatility Index**. Project Report, Department of Mathematics, Uppsala University, Sweden, 2011.

XU, X.; TAYLOR, S. J. The term structure of volatility implied by foreign exchange options. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, 29, 57-74, 1994.

WHALEY, Robert E. Understanding the VIX. **The Journal of Portfolio Management**. N. 35, Spring, 2009.

WU, G. The determinants of asymmetric volatility. **Review of Financial Studies**, Vol. 14, pp. 837-859, 2001.

YANG, J.; HEO, J.; YEO, I.; LEE, S. Does the Implied Volatility Index Have Signaling Power? Evidence from Mexico. **Modern Economy**, 5, 869-877, 2014.

ZHENG, J.; XIE, D. Stochastic Modeling and Estimation of Market Volatilities with Applications in Financial Forecasting. **International Journal of Statistics and Probability**, Vol 1, N. 1, 2012.

ZIVOT, Eric. Practical Issues in the Analysis of Univariate GARCH Models, No UWEC-2008-03-FC, **Working Papers**, University of Washington, Department of Economics, <http://EconPapers.repec.org/RePEc:udb:wpaper:uwec-2008-03-fc>. (2008).

APÊNDICE A: PRAZO MÉDIO DAS OPÇÕES SOBRE O IBOVESPA

Ano-Semestre	Prazo Médio
2005-01	55
2005-02	47
2006-01	49
2006-02	52
2007-01	47
2007-02	43
2008-01	52
2008-02	66
2009-01	85
2009-02	65
2010-01	78
2010-02	88
2011-01	95
2011-02	74
2012-01	86
2012-02	74
2013-01	90
2013-02	70

APÊNDICE B: TESTES DE ROBUSTEZ PARA IMPACTO DA LIQUIDEZ NA VOLATILIDADE IMPLÍCITA

	AR(1)GARCH-X(1,1)	AR(2)GARCH-X(1,1)	AR(3)GARCH-X(1,1)	AR(4)GARCH-X(1,1)	AR(5)GARCH-X(1,1) Liq(t) (não defasada)	AR(5)GARCH(1,1)	AR(6)GARCH-X(1,1)
μ	0.028***	0.025***	0.020**	0.013***	0.013***	0.014***	0.013***
α_1	0.896***	0.579***	0.517***	0.387***	0.376***	0.371***	0.368***
α_2	-	0.336***	0.229***	0.243***	0.233***	0.235***	0.224***
α_3	-	-	0.185***	0.165***	0.151***	0.152***	0.133***
α_4	-	-	-	0.156***	0.135***	0.136***	0.118***
α_5	-	-	-	-	0.055***	0.055***	0.020
α_6	-	-	-	-	-	-	0.088***
β_0	0.000***	0.002***	0.002***	0.000***	0.000***	0.000***	0.000***
β_1	0.279***	0.150***	0.150***	0.276***	0.277***	0.276***	0.283***
β_2	0.677***	0.600***	0.600***	0.712***	0.710***	0.714***	0.710***
β_3	-15.500***	-133.000***	-123.000***	-8.120***	-9.560***	-	-8.050***
AIC	-3.657	-3.068	-3.112	-3.864	-3.866	-3.863	-3.872
BIC	-3.641	-3.050	-3.091	-3.841	-3.841	-3.840	-3.844
R ² Ajust	0.759	0.787	0.794	0.799	0.800	0.800	0.802
---p-valores para teste de Autocorrelação dos Resíduos – Teste Ljung-Box---							
1 lag	0.000#	0.000#	0.019#	0.865	0.855	0.771	0.761
2 lags	0.000#	0.000#	0.010#	0.447	0.745	0.618	0.888
3 lags	0.000#	0.000#	0.000#	0.130	0.492	0.471	0.924
4 lags	0.000#	0.000#	0.000#	0.003#	0.152	0.136	0.779
5 lags	0.000#	0.000#	0.000#	0.005#	0.061	0.060	0.880
10 lags	0.000#	0.000#	0.000#	0.050#	0.280	0.260	0.888
15 lags	0.000#	0.000#	0.000#	0.019#	0.113	0.119	0.433
20 lags	0.000#	0.000#	0.000#	0.034#	0.154	0.173	0.511

***, ** e * indicam significância a 1%, 5% e 10%, respectivamente

indica ocorrência de autocorrelação dos resíduos com 5% de significância

O modelo base desta tabela é: $IV_t = \mu + \alpha_1 IV_{t-1} + \dots + \alpha_5 IV_{t-5} + \eta_t$

$$\eta_t = \sigma_{IV,t} \varepsilon_t$$

$$\sigma_{IV,t}^2 = \beta_0 + \beta_1 IV_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{IV,t-1}^2 + \beta_3 Liq_{t-1}$$

APÊNDICE C: TESTES DE ROBUSTEZ PARA DIFERENTES VARIÁVEIS DE VOLATILIDADE IMPLÍCITA E DE LIQUIDEZ

Variável VI	IVNTRADES	IVVOLTOT	IVTQUANT	IVTQUANT
Variável Liquidez	NTRADES	VOLTOT	NTRADES	VOLTOT
μ	0.008***	0.026**	0.026**	0.015
α_1	0.457***	0.306***	0.306***	0.465***
α_2	0.240***	0.191***	0.191***	0.177***
α_3	0.118***	0.069	0.069	0.069
α_4	0.156***	0.267***	0.267***	0.164***
α_5	0.001	0.080	0.080	0.073
β_0	0.001***	0.004***	0.004***	0.002***
β_1	0.306***	0.150***	0.150***	0.150***
β_2	0.713***	0.600***	0.600***	0.600***
β_3	-6.35×10^{-08} ***	-1.90×10^{-11} ***	-1.47×10^{-6} ***	-9.05×10^{-12} ***
AIC	-4.236	-2.323	-2.323	-3.136
BIC	-4.210	-2.297	-2.297	-3.111
R ² Ajust	0.839	0.650	0.650	0.803
<i>### p-valores para teste de Autocorrelação dos Resíduos – Teste Ljung-Box ####</i>				
1 lag	0.800	0.420	0.420	0.735
2 lags	0.488	0.442	0.442	0.943
3 lags	0.568	0.590	0.590	0.960
4 lags	0.046#	0.152	0.152	0.628
5 lags	0.072	0.084	0.084	0.138
10 lags	0.040#	0.019#	0.019#	0.295
15 lags	0.024#	0.018#	0.018#	0.078
20 lags	0.086	0.038#	0.038#	0.079

***, ** e * indicam significância a 1%, 5% e 10%, respectivamente

indica ocorrência de autocorrelação dos resíduos com 5% de significância

O modelo base desta tabela é: $IV_t = \mu + \alpha_1 IV_{t-1} + \dots + \alpha_5 IV_{t-5} + \eta_t$

$$\eta_t = \sigma_{IV,t} \varepsilon_t$$

$$\sigma_{IV,t}^2 = \beta_0 + \beta_1 IV_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{IV,t-1}^2 + \beta_3 Liq_{t-1}$$

APÊNDICE D: Volatilidade Futura Realizada e Índices de Volatilidade - Variável Dependente: Volatilidade Realizada em 5 dias

		c	β_1	β_2	R ² Ajust	Durbin- Watson	Wald
IVTQUANT	coef	-0.043	1.000 ^c		0.458	0.489	97.228 ^c
	t-stat	-1.552	9.860				
	coef	0.019 ^c		0.928 ^c	0.860	2.088	3403.938 ^c
	t-stat	5.187		58.343			
	coef	0.001	0.100 ^c	0.881 ^c	0.862	2.040	1819.490
	t-stat	0.101	3.916	48.701			
IVNTRADES	coef	-0.039 ^a	0.991 ^c		0.482	0.495	129.570 ^c
	t-stat	-1.671	11.383				
	coef	0.003	0.093 ^c	0.881 ^c	0.862	2.046	1897.096 ^c
	t-stat	0.490	3.799	44.027			
IVVOLTOT	coef	0.014	0.810 ^c		0.387	0.603	81.072 ^c
	t-stat	0.570	9.004				
	coef	0.008 ^a	0.062 ^c	0.897 ^c	0.861	2.067	1929.730 ^c
	t-stat	1.855	3.772	48.162			

^a, ^b e ^c denotam significância a 10%, 5% e 1%, respectivamente. O modelo desta tabela é $RV_t = c + \beta_1 VI_{t-1} + \beta_2 RV_{t-1} + e_t$, sendo RV a volatilidade realizada e VI os índices de volatilidade implícita IVTQUANTLN, IVNTRADESLN e IVVOLTOTLN. Para evitar redundância, o resultado da regressão sem a variável de volatilidade implícita é apresentado apenas no primeiro painel. Em alguns painéis, β_1 e β_2 foram restritos a zero. Os parâmetros foram estimados através do método Newey-West.

APÊNDICE E: Volatilidade Futura Realizada e Índices de Volatilidade - Variável Dependente: Volatilidade Realizada em 44 dias

		c	β_1	β_2	R² Ajust	Durbin- Watson	Wald
IVTQUANT	coef	0.052 ^c	0.731 ^c		0.363	0.159	102.707 ^c
	t-stat	2.695	10.134				
	coef	0.001		0.998 ^c	0.996	1.815	42556.940 ^c
	t-stat	0.398		206.293			
	coef	0.004 ^c	-0.020 ^c	1.008 ^c	0.996	1.915	37511.930 ^c
	t-stat	3.809	-4.976	215.256			
IVNTRADES	coef	0.055 ^c	0.724 ^c		0.381	0.145	126.220 ^c
	t-stat	3.218	11.235				
	coef	0.004 ^c	-0.022 ^c	1.010 ^c	0.996	1.920	39761.570
	t-stat	3.944	-5.355	220.518			
IVVOLTOT	coef	0.093 ^c	0.592 ^c		0.306	0.253	83.989 ^c
	t-stat	5.471	9.165				
	coef	0.003 ^c	-0.016 ^c	1.006 ^c	0.996	1.899	33851.320 ^c
	t-stat	2.993	-4.567	217.134			

^a, ^b e ^c denotam significância a 10%, 5% e 1%, respectivamente. O modelo desta tabela é $RV_t = c + \beta_1 VI_{t-1} + \beta_2 RV_{t-1} + e_t$, sendo RV a volatilidade realizada e VI os índices de volatilidade implícita IVTQUANT, IVNTRADES e IVVOLTOT. Para evitar redundância, o resultado da regressão sem a variável de volatilidade implícita é apresentado apenas no primeiro painel. Em alguns painéis, β_1 e β_2 foram restritos a zero. Os parâmetros foram estimados através do método Newey-West.