

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Escola de Engenharia

Programa de Pós-graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais  
(PPGE3M)

**USO DE DADOS VOLUMÉTRICOS PARA A MELHORIA DA ESTIMATIVA DE  
TEORES EM MINERAÇÃO SUBTERRÂNEA**

Marcel Antonio Arcari Bassani

Dissertação para obtenção do título de Mestre em Engenharia

Porto Alegre, RS

2014

Marcel Antonio Arcari Bassani  
Engenheiro de Minas

**USO DE DADOS VOLUMÉTRICOS PARA A MELHORIA DA ESTIMATIVA DE  
TEORES EM MINERAÇÃO SUBTERRÂNEA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Minas,  
Metalúrgica e Materiais (PPGE3M) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia

Orientador: Prof. PhD. João Felipe Coimbra Leite Costa

Porto Alegre, RS  
2014

Marcel Antonio Arcari Bassani

USO DE DADOS VOLUMÉTRICOS PARA A MELHORIA DA ESTIMATIVA DE  
TEORES EM MINERAÇÃO SUBTERRÂNEA

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, na área de Tecnologia Mineral e Metalurgia Extrativa e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e Materiais (PPGE3M) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul

---

João Felipe Coimbra Leite Costa  
PhD. pela University of Queensland  
Orientador

---

Prof. Dr. Telmo Roberto Strohaecker  
Dr. pela Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Coordenador do PPGE3M

Aprovado em: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

BANCA EXAMINADORA

PhD. Amílcar de Oliveira Soares – IST \_\_\_\_\_

Dr. Jorge Gavronski – UFRGS \_\_\_\_\_

Dra. Vanessa Cerqueira Koppe – UFRGS \_\_\_\_\_

Aos meus pais.

## AGRADECIMENTOS

Ao professor PhD. João Felipe Coimbra Leite Costa pela orientação, ajuda, confiança e amizade durante meus estudos. João é realmente um excelente orientador, estando sempre disposto a discutir questões geostatísticas.

Aos colegas e amigos do LPM por fazerem um ambiente de trabalho amigável, em especial Roberto, Pablo, Anuar, Henrique, Ricardo H., Ricardo R., Rafael e Cristina.

Ao colega Péricles Lopes Machado pelos ensinamentos sobre a linguagem de programação C++, sobre a compilação de códigos e sobre boas práticas de programação.

Ao professor PhD. Alexandre Boucher pelo incentivo e ensinamentos sobre o SGeMS, especialmente sobre a incorporação de *plug-ins*.

A Capes pela bolsa concedida.

À minha família pelo incentivo, em especial meus pais Ernídio e Vânia e meus irmãos Rafael, Ismael e Ernídio.

À minha namorada Waleska, pelo carinho, paciência e compreensão.

“Success is peace of mind which is a direct result of self-satisfaction in knowing you did your best to become the best you are capable of becoming.”

John Wooden

## RESUMO

Todos os dados disponíveis devem ser usados para construir um modelo geostatístico. Em mineração subterrânea, os dados possuem diferentes suportes: dados de furos de sondagem são definidos em um suporte quase pontual, enquanto que dados de produção representam toneladas de minério lavradas durante um período de tempo. Devido à diferença de suporte, os dados de produção são frequentemente ignorados para atualizar o modelo de blocos de teores. Nesta dissertação, a abordagem de krigagem de blocos é proposta para combinar essas duas fontes de informação (dados em suporte pontuais e volumétricos). Um cenário sintético de mineração subterrânea é apresentado. Dois cenários de estimativa são analisados: o primeiro considera apenas dados de furos de sondagem, enquanto que o segundo considera dados de sondagem e de produção. Os resultados mostram que o uso de dados de produção melhora a estimativa de teores. A melhoria é mais pronunciada onde as amostras de sondagem estão localizadas esparsamente.

## ABSTRACT

All available data should be used to build a geostatistical model. In underground mining, data have different support volumes: drillhole data are defined at a quasi-point support, while production data represent tonnes of ore mined during a period of time. Due to the support difference, production data is frequently ignored to update the block grade model. In this dissertation, the block kriging approach is proposed to combine these two sources of information (point and volumetric support data). A synthetic underground mining case is presented. Two estimation scenarios are evaluated: the first considers only drillhole data, while the second considers both drillhole and production data. Results show that the use of production data improves grade estimation. The improvement is more pronounced where diamond drillholes are sparsely located.

## Lista de Figuras

Figura 1: Situação típica com dados de teores dos <i>stopes</i> primários, secundários e dados de sondagens que poderiam ser usados na estimativa dos demais <i>stopes</i> ...	17
Figura 2: Comparativo entre dados volumétricos em petróleo (a) e mineração (b e c). Na área de petróleo (a) os dados volumétricos são provenientes de células de forma regular dispostas em um grid (grid de baixa resolução, veja o canto superior esquerdo da figura). Em mineração subterrânea os dados de suporte volumétrico são provenientes de <i>stopes</i> lavrados (área cinza em b). De maneira similar, em lavra a céu aberto, os dados de suporte volumétrico são provenientes de volumes já lavrados (área cinza em c).	18
Figura 3: Bloco V com 4 pontos discretizantes ( $u'1-u'4$ ).	27
Figura 4: Krigagem de um bloco V com amostra em suporte de ponto ( $P_u$ ) e de bloco ( $v$ ).	29
Figura 5: Cálculo das covariâncias ponto-a-bloco (a) e bloco-a-bloco (b).	31
Figura 6: Exemplo de grid com a propriedade Block ID.	34
Figura 7: Exemplo de arquivo texto com a informação dos blocos.	34
Figura 8: Posicionamento da vizinhança de busca quando o nó do grid não pertence a uma amostra de bloco (a) e quando o nó do grid pertence a uma amostra de bloco (b).	35
Figura 9: Vizinhança de busca restrita na estimativa para estimativa do nó de grid 1 (a) e do nó de grid 2 (b).	36
Figura 10: Interface do plug-in Block Kriging.	38

Figura 11: Mapa de localização das amostras (pontuais e de bloco) e do grid de estimativa.....	40
Figura 12: Mapa de localização dos blocos estimados (a) e histograma das estimativas (b).....	41
Figura 13: Comparação entre estimativas feitas pelo plug-in desenvolvido e por outro software.....	41
Figura 14: Modelo de blocos, DDHs e seções verticais dos stopes.....	44
Figura 15: Modelo de teores de referência em suporte de ponto (a) e de bloco (b)..	45
Figura 16: Mapa de localização das amostras de DDH. ....	46
Figura 17: Histograma das amostras de DDH.....	47
Figura 18: Configuração dos stopes (a) e mapa de localização das amostras (b). ...	48
Figura 19: Histograma das amostras de stope.....	48
Figura 20: Correlogramas experimentais em 4 direções do plano da mineralização (linhas coloridas) e modelo variográfico (linha preta). ....	49
Figura 21: Correlogramas experimentais (pontos vermelhos) e modelo variográfico (linha preta) na direção de maior continuidade espacial (a) e menor continuidade espacial (b).....	50
Figura 22: Tempo de estimativa em função do número de amostras volumétricas retidas na vizinhança de busca. ....	52
Figura 23: Diagrama de dispersão entre os teores reais e estimados dos stopes para o caso 1 (a) e caso 2 (b). Todos os stopes a serem minerados foram considerados. ....	55

Figura 24: Diagrama de dispersão entre os teores reais e estimados dos stopes para o caso 1 (a) e caso 2 (b). Apenas os stopes a serem minerados localizados na área densamente amostrada foram considerados. ....56

Figura 25: Diagrama de dispersão entre os teores estimados e reais dos stopes para o caso 1 (a) e caso 2 (b). Apenas os stopes a serem minerados localizados na área com amostragem escassa de DDH foram considerados. ....57

Figura 26: Diferença absoluta entre a quantidade de metal estimada e prevista para cada stope. Índices dos stopes 1-20 se referem aos stopes localizados na área densamente amostrada com DDH. Índices dos stopes 21-36 se referem aos stopes localizados na área mal amostrada com DDH. ....59

## Lista de Tabelas

Tabela 1: Banco de dados das amostras em suporte de ponto. ....	39
Tabela 2: Amostra em suporte de bloco.....	39
Tabela 3: Sumário estatístico dos modelos de teores de referência em suporte de ponto e bloco.....	45
Tabela 4: Estratégia de busca utilizada para as amostras em suporte pontual.....	51
Tabela 5: Estratégia de busca utilizada para as amostras em suporte volumétrico. .	51
Tabela 6: Sumário estatístico das estimativas e dos valores reais dos stopes a serem minerados.....	54
Tabela 7: Média e desvio padrão do erro de estimativa considerando todos os stopes a serem minerados.....	58
Tabela 8: Média e desvio padrão do erro de estimativa considerando os stopes a serem minerados localizados na área densamente amostrada. ....	58
Tabela 9: Média e desvio padrão do erro de estimativa considerando os stopes a serem minerados localizados na área com amostragem escassa de DDH. ....	58
Tabela 10: Comparação entre a quantidade de ouro obtida e prevista nos dois casos.....	59
Tabela 11: Comparação entre a receita obtida e prevista nos dois casos. ....	60

## Sumário

<b>1. Introdução.....</b>	<b>16</b>
1.1 Meta e objetivos específicos .....	19
1.2 Revisão bibliográfica .....	19
1.2.1 Covariâncias médias .....	19
1.2.2 Estudos de caso de integração de dados de diferentes suportes .....	20
1.2.3 <i>Softwares</i> desenvolvidos para integração de dados de diferente suporte .....	24
1.3 Metodologia .....	25
1.4 Estrutura da dissertação .....	25
<b>2. Teoria.....</b>	<b>27</b>
2.1 Krigagem de blocos .....	27
2.2 Krigagem com amostras em suporte de bloco .....	29
<b>3. Implementação da krigagem com amostras em suporte de bloco .....</b>	<b>33</b>
3.1 Amostras em suporte de bloco .....	33
3.2 Algoritmo.....	34
3.3 Descrição de parâmetros .....	37
3.4 Exemplo ilustrativo .....	39
3.4.1 Banco de dados.....	39

3.4.2 Estimativas .....	40
3.4.3 Resultados.....	40
<b>4. Estudo de caso.....</b>	<b>43</b>
4.1 Domínio geostatístico .....	43
4.2 Modelo de teores de referência .....	44
4.3 Banco de dados .....	45
4.4 Amostras de furo de sondagem.....	45
4.5 Amostras de <i>stope</i> .....	47
4.6 Análise da continuidade espacial.....	49
4.7 Estimativas.....	50
4.8 Comparação com o modelo de referência .....	52
4.9 Impacto na previsão da produção.....	53
4.10 Resultados .....	54
4.10.1 Estatística Univariada.....	54
4.10.2 Diagramas de dispersão.....	55
4.10.3 Erro de estimativa.....	57
4.10.4 Previsão da produção.....	58
<b>5. Conclusões e recomendações.....</b>	<b>61</b>

5.1 Conclusões .....	61
5.2 Recomendações .....	61
<b>Referências .....</b>	<b>64</b>

## 1. Introdução

Na indústria de mineração, é comum haver dados de diferentes formatos e com suportes (tamanhos) distintos: enquanto as amostras obtidas de furos de sondagem (*diamond drill hole* – DDH) estão definidas em um suporte quase pontual, dados de produção representam toneladas de minério já lavrados. No caso de lavra subterrânea, os dados de produção são provenientes de *stopes* lavrados e, no caso de lavra a céu aberto, de volumes incluídos em poliedros de escavação. Os dois tipos de informação são importantes, abundantes e podem ser usadas no processo de estimativa. Entretanto, a diferença de suporte entre essas informações e os testemunhos de sondagem precisa ser considerada. Em geral, os dados de produção são desprezados para atualizar o modelo de teores de longo ou de curto prazo na indústria de mineração.

O estudo de caso apresentado no capítulo 4 imita uma mina subterrânea que é lavrada em subníveis com *stopes* primários e secundários (Hartman, 1992). Nessa situação, o *stope* que já foi minerado (e possui teor conhecido) está adjacente ao *stope* que será minerado (figura 1). Na prática atual, os teores conhecidos dos *stopes* já minerados são desprezados para as estimativas. A proposta aqui investigada seria utilizar essas amostras volumétricas, combinadas com os demais dados de pesquisa, para estimar os *stopes* que serão minerados futuramente.

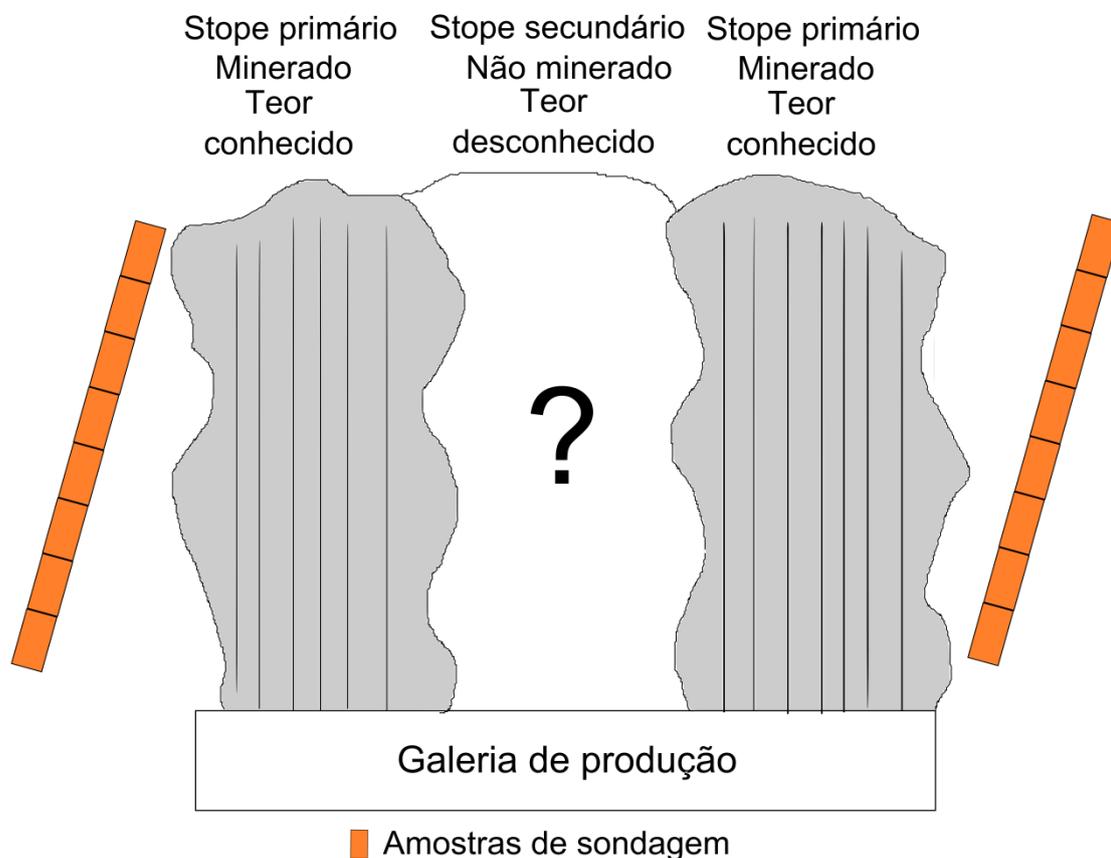


Figura 1: Situação típica com dados de teores dos stopes primários, secundários e dados de sondagens que poderiam ser usados na estimativa dos demais stopes.

O uso de informação definida em suporte volumétrico é comum na geostatística aplicada a petróleo e ao sensoriamento remoto. No entanto, nesses casos, as amostras volumétricas possuem duas características importantes: (1) elas cobrem toda a área de estudo e (2) elas possuem todas o mesmo tamanho. Nesses casos, a informação de maior suporte está em um *grid* com blocos maiores (*grid* de baixa resolução) do que o *grid* que será modelado (*grid* de alta resolução). Se a média dos blocos menores dentro do bloco maior é igual ao valor do bloco maior, a construção do modelo de alta resolução é chamada de *downscaling* (figura 2a).

Esse cenário não ocorre na mineração, porque as amostras de suporte maior cobrem parcialmente a área de estudo e possuem formas irregulares (figura 2b e figura 2c). Dentro desse contexto, a maioria dos *softwares* geostatísticos que utilizam informação de suporte volumétrico na indústria de petróleo não pode ser usada diretamente na indústria de mineração. Esta dissertação aborda o problema

da integração de amostras volumétricas com formas irregulares no processo de estimativa, desenvolvendo uma solução para seu uso. Além disso, o impacto na qualidade das estimativas devido à incorporação dessas informações é avaliado.

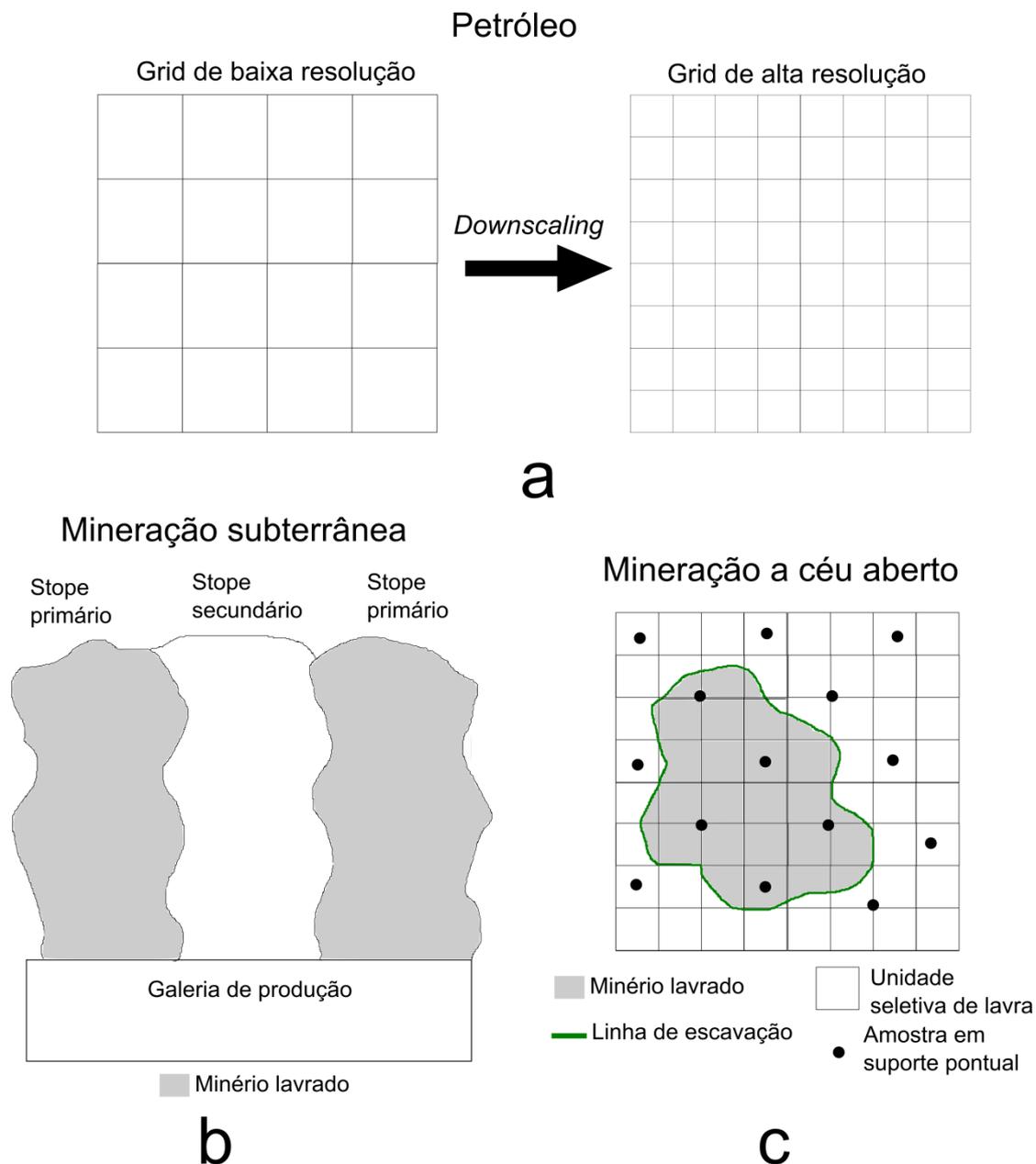


Figura 2: Comparativo entre dados volumétricos em petróleo (a) e mineração (b e c). Na área de petróleo (a) os dados volumétricos são provenientes de células de forma regular dispostas em um grid (grid de baixa resolução, veja o canto superior esquerdo da figura). Em mineração subterrânea os dados de suporte volumétrico são provenientes de *stopes* lavrados (área cinza em b). De maneira similar, em lavra a céu aberto, os dados de suporte volumétrico são provenientes de volumes já lavrados (área cinza em c).

## 1.1 Meta e objetivos específicos

A meta da dissertação é investigar os benefícios de utilizar dados de produção na estimativa de teores em um cenário de mineração subterrânea.

Para atingir a meta, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- i) desenvolver uma ferramenta computacional que permita a estimativa com dados de suporte volumétrico com formas irregulares;
- ii) investigar o ganho de precisão e acurácia nas estimativas devido à incorporação das amostras de suporte volumétrico.

## 1.2 Revisão bibliográfica

A incorporação de amostras de diferentes suportes é relatada em diversos estudos de caso na geostatística de petróleo e de sensoriamento remoto. A vasta maioria desses estudos utiliza covariâncias médias para integrar essas informações de diferente suporte. Dentro desse contexto, a revisão bibliográfica está dividida em três seções: (1) a seção 1.2.1 faz uma breve introdução a respeito de covariâncias médias, (2) a seção 1.2.2 aborda diversos exemplos que utilizam esse conceito e (3) a seção 1.2.3 mostra os *softwares* já desenvolvidos para a integração de dados de diferentes suportes.

### 1.2.1 Covariâncias médias

A krigagem de blocos (Journel e Huijbregts, 1978; Isaaks e Srivastava, 1989 e Goovaerts, 1997) utiliza covariâncias para relacionar amostras de suporte pontual com locais onde se deseja estimar definidos sobre um volume, que é chamado de bloco. A relação entre os dados de diferentes suportes é definida pelas covariâncias ponto-a-bloco e bloco-a-bloco. As covariâncias ponto-a-bloco e bloco-a-bloco são obtidas através de covariâncias ponto-a-ponto médias. A estimativa utilizando covariância ponto-a-bloco é igual à média das estimativas pontuais dentro do bloco (Journel e Huijbregts, 1978; Isaaks e Srivastava, 1989 e Goovaerts, 1997). Assim, o uso de covariâncias médias preserva a relação linear de uma variável aditiva definida em dois suportes distintos. Na literatura, é comum se referir ao uso de

covariâncias médias como abordagem de krigagem de blocos (traduzido pelo autor da dissertação do termo original *block kriging approach*).

David (1977) comenta que o custo computacional de calcular covariâncias bloco-a-bloco era proibitivo na época. Então, ele propõe um método para incorporar informações de diferente suporte que consiste na combinação linear de duas estimativas. A primeira estimativa é utilizada apenas as amostras em suporte pontual enquanto que a segunda estimativa utiliza apenas as amostras em suporte volumétrico. Cada uma das estimativas possui sua respectiva variância de krigagem. A estimativa final é uma combinação linear dessas duas estimativas, em que o peso é inversamente proporcional à variância de krigagem de cada estimativa. O aumento de eficiência computacional possibilitou o cálculo das covariâncias bloco-a-bloco e; conseqüentemente, não há relatos de estudos de casos recentes nos quais essa técnica tenha sido empregada.

### 1.2.2 Estudos de caso de integração de dados de diferentes suportes

Os estudos de caso que integram informações de suportes distintos foram divididos em três seções de acordo com a área de aplicação: (1) seção 1.2.2.1 mostra aplicações na área de petróleo, (2) seção 1.2.2.2 mostra aplicações na área de sensoriamento remoto e (3) seção 1.2.2.3 mostra aplicações na área de ciências médicas e do solo.

#### 1.2.2.1 Petróleo

A indústria de petróleo utiliza a sísmica em grande escala para mapear a geologia em grandes profundidades. Essa informação geofísica é representativa do valor de uma propriedade petrofísica em um volume (não um ponto) em cada *datum*. Em outras palavras, possui um suporte maior do que as amostras de poço, e são usadas como informação secundária.

A informação sísmica possui um suporte maior do que as amostras de poços: enquanto as amostras de poço possuem comprimento de 30 cm, a informação de sísmica possui resolução vertical maior do que 10 m. Deutsch *et al.* (1996) argumentam que a imprecisão e a escala da informação sísmica devem ser considerados como distintas das informações primárias (poços). Dentro desse

contexto, a cokrigagem de blocos é a abordagem geostatística mais rigorosa para incorporar esses dois tipos de dados (Deutsch *et al.*, 1996). Nesta dissertação, não foi considerado a imprecisão das informações de maior suporte e a krigagem de blocos foi utilizada. A krigagem de blocos só considera a diferença de suporte entre as amostras (Deutsch *et al.*, 1996). Com a krigagem de blocos, assume-se que a amostra de suporte volumétrico tem seu valor igual a média dos valores pontuais dentro daquele volume.

Deutsch *et al.* (1996) mostraram um exemplo em que a informação secundária de sísmica foi utilizada para modelar a porosidade através de simulação sequencial gaussiana. O método de cokrigagem colocada foi utilizado e a diferença de escala entre os dados de sísmica e de poços foi desprezada. As simulações resultantes exibiram maior coeficiente de correlação com o atributo sísmico do que os dados. O método proposto por Deutsch *et al.* (1996) incorpora o coeficiente de correlação entre os dados de diferentes suportes na função objetivo para realizar simulação *annealing*. As simulações geradas por esse método reproduziram a correlação da porosidade com os atributos sísmicos.

Behrens *et al.* (1998) propuseram a simulação sequencial gaussiana com a krigagem de blocos para incorporar a informação de sísmica. Mapas da variável primária (obtidos a partir da sísmica) foram considerados como a média vertical da variável primária na escala do atributo sísmico. Posteriormente, a krigagem de blocos foi utilizada para incorporar essa média vertical, levando em consideração a diferença de escala. O problema dessa abordagem é que a transformação gaussiana não preserva a relação linear entre as variáveis.

Deutsch (2002) argumenta que é preferível evitar transformar as variáveis para variáveis gaussianas quando se trabalha com dados de diferentes suportes. Dentro desse contexto, a simulação sequencial direta (Journel, 1994) é preferível, pois permite trabalhar com as variáveis originais e a relação linear entre amostras de diferentes suportes é preservada.

Tran *et al.* (2001) argumentam que a simulação sequencial direta pode incorporar informação de maior suporte utilizando a abordagem de krigagem de blocos. Como a simulação sequencial direta não utiliza transformações não lineares, a relação linear entre as amostras de diferente suporte é mantida. O exemplo demonstrado integra informação obtida de poços, de sísmica e de testes de produção. Os três tipos de dados possuem suporte diferente. A sísmica foi

primeiramente utilizada para criar um *grid* de baixa resolução de porosidade. Esse *grid* de baixa resolução da porosidade foi usado para condicionar a simulação sequencial direta no *grid* de alta resolução. Além disso, o valor de permeabilidade obtido dos testes de produção, que estava em um *grid* também de baixa resolução, foi utilizado para condicionar a simulação sequencial direta da permeabilidade em um *grid* de alta resolução. A incorporação das informações de maior suporte na simulação sequencial direta foi feita através da cokrigagem de blocos.

Yao e Journel (2000) utilizaram a simulação sequencial direta para gerar modelos da variável porosidade em um reservatório. A informação secundária foi incorporada na simulação sequencial direta através da cokrigagem de blocos. A informação secundária era a porosidade obtida a partir da sísmica. As simulações de porosidade resultantes reproduziram o coeficiente de correlação com os atributos sísmicos.

Yao e Chopra (2000) utilizaram a abordagem de cokrigagem de blocos para incorporar a proporção de litologias (obtida por sísmica) na simulação de proporção de litologias em um reservatório de petróleo. No estudo de caso apresentado, Yao e Chopra compararam três formas de simulação sequencial dos indicadores: (1) utilizando a sísmica como informação secundária na escala correta, (2) ignorando a informação da sísmica e (3) utilizando a informação de sísmica para inferir a média local das proporções. As três alternativas não reproduziram o coeficiente de correlação das amostras entre a proporção das litologias obtidas pela sísmica e pelas amostras de poço. Isso ocorreu porque a simulação sequencial dos indicadores é bastante sensível ao número de nós previamente simulados utilizados na vizinhança de busca (Yao e Chopra, 2000). Dentro desse contexto, Yao e Chopra (2000) propuseram a simulação *p-field* (Srivastava, 1992) com o uso de cokrigagem de blocos para incorporar a informação de sísmica. A metodologia proposta reproduziu o coeficiente de correlação das amostras entre a proporção de litologias obtida pela sísmica e pelas amostras de poço.

#### 1.2.2.2 Sensoriamento remoto

Gotway e Young (2007) utilizaram a krigagem de blocos para realizar estimativa de unidades geográficas menores do que a unidade geográfica dos dados (*downscaling*). Dois estudos de caso foram apresentados. Gotway e Young (2007)

enfatizaram as seguintes propriedades da krigagem de blocos: possibilidade de ter uma medida de incerteza das estimativas, possibilidade de lidar com amostras sobrepostas e a consistências das estimativas com as amostras em suporte maior (a média das estimativas dentro da amostra de maior suporte é igual ao teor dessa amostra de suporte maior).

Pardo-Igúzquiza *et al.* (2006) utilizaram cokrigagem de blocos para aumentar a resolução de uma imagem de satélite (*downscaling*). A imagem de satélite era composta por bandas multiespectrais de menor resolução (maior pixel) e de uma banda pancromática de maior resolução (menor pixel). A cokrigagem de blocos foi utilizada para fazer o *downscaling* das bandas espectrais de menor resolução.

Poggio e Gimona (2013) utilizaram o algoritmo BSSIM (Liu e Journel, 2009; Remy *et al.*, 2008) para fazer *downscaling* de uma imagem de baixa resolução para uma imagem de alta resolução.

### 1.2.2.3 Ciências do solo e médicas

Goovaerts (2009) apresentou dois estudos de caso nos quais a krigagem de blocos foi utilizada para incorporar amostras de suporte pontual e areal. No primeiro estudo de caso, relacionado às ciências do solo, Goovaerts (2009) estimou a concentração de cromo. As amostras em suporte areal representavam o teor médio de cromo para cada unidade geológica. No segundo estudo de caso, relacionado às ciências médicas, a informação areal representava incidência de câncer de mama em regiões censitárias. Nos dois estudos apresentados, a krigagem de blocos foi comparada com krigagem ordinária (feita apenas com as amostras pontuais) e krigagem do resíduo. A krigagem de blocos obteve estimativas mais acuradas do que as outras duas alternativas.

Horta *et al.* (2014) utilizaram o *software* BSSIM (Liu e Journel, 2009) para integrar amostras de porosidade de solo com comprimentos diferentes. Nesse estudo, as amostras tinham comprimentos que variavam de 15 cm até 45 cm. As amostras de 15 cm foram consideradas de suporte pontual enquanto que as amostras maiores eram discretizadas por 1, 2 ou 3 pontos discretizantes. Essa abordagem dispensa que as amostras sejam compositadas, pois a diferença de suporte é levada em consideração para calcular as covariâncias. Compositar significa combinar amostras de suporte menor para formar amostras de suporte

maior (Sinclair e Blackwell, 2002). O problema de compositar as amostras é que as amostras não ficam todas no mesmo comprimento. Em geral, as amostras que não atingem um comprimento mínimo (50% do comprimento desejado em geral) são descartadas, resultando em perda de informação.

### 1.2.3 Softwares desenvolvidos para integração de dados de diferente suporte

Deutsch (2006) desenvolveu o aplicativo *BlockSIS* que permite fazer simulação sequencial dos indicadores em que a variável secundária possui suporte maior do que a primária. Tanto a krigagem de blocos (indicada quando a variável de maior suporte não possui erros de precisão), quanto a cokrigagem de blocos (indicado quando a variável de maior suporte é imprecisa) foram implementadas. Esse aplicativo foi desenvolvido no formato GSLIB (Deutsch e Journel, 1998) e requer que a informação de maior suporte cubra todo o grid de simulação.

Ren (2007) desenvolveu os softwares EDSK e EDDSS que usa dados volumétricos para fazer *downscaling*. Entretanto, esses softwares podem ser utilizados quando os dados de maior suporte possuem formas regulares e cobrem toda a área de estudo.

Hansen e Moosegard (2008) desenvolveram o software VISIM, que foi escrito no estilo GSLIB, para fazer simulação sequencial direta ou gaussiana utilizando dados com suportes volumétricos. O aplicativo permite a utilização de dados volumétricos com formas irregulares. A limitação do software é que não há uma interface amigável para o usuário utilizar modelo de blocos limitados pela geologia. Em mineração, os blocos que irão receber a estimativa são carimbados de acordo com a geologia. Embora seja possível fazer a estimativa em um *grid* retangular e, posteriormente, filtrar os blocos estimados retendo os incluídos em um dado domínio geológico, é preferível estimar apenas os blocos de interesse. O uso de *grids* retangulares resulta em um conjunto de locais onde as estimativas não serão utilizadas. Esse adicional de locais com estimativas resulta em maior tempo de processamento e maior consumo de memória do computador.

Liu e Journel (2009) publicaram um conjunto de *softwares* (*Bgeostats*) para integração de dados de diferentes suportes que permite o uso de blocos irregulares. Esse pacote foi implementado como uma série de *plug-ins* do software SGeMS

(Remy *et al.*, 2008). O *plug-in BKRIG* faz estimativa com krigagem simples e ordinária e o *plug-in BSSIM* faz simulação sequencial direta.

### 1.3 Metodologia

A metodologia é composta das seguintes etapas:

i) Construir um modelo geológico e configuração de *stopes* que representa uma mina subterrânea.

ii) Gerar uma distribuição de teores através de simulação geostatística não condicional em um *grid* denso, dentro do modelo geológico estabelecido previamente. Essa distribuição de teores representa os teores reais.

iii) Simular a obtenção de amostras de DDH. Nesse caso, os teores simulados são retidos em um arranjo espacial que imita uma malha de sondagem.

iv) Simular a obtenção de amostras em suporte de *stope*. O *stope* com teor conhecido foi lavrado previamente. O teor da amostra de *stope* é a média dos teores simulados dentro da geometria do *stope* lavrado.

v) Estimar os *stopes* que serão lavrados futuramente duas vezes: (1) utilizando apenas as amostras de DDH e (2) utilizando as amostras de DDH e de *stope*.

vi) Comparar as duas estimativas (feitas no passo v) dos *stopes* a serem lavrados com os seus respectivos teores reais. O teor real é a média dos teores simulados dentro da geometria do *stope* a ser lavrado.

### 1.4 Estrutura da dissertação

O capítulo 1 contextualiza o problema e apresenta os objetivos da dissertação. Além disso, uma revisão bibliográfica sobre o uso de amostras de diferentes suportes é apresentada. O conceito de covariâncias médias é apresentado. Em seguida estudos de caso que utilizam amostras de suporte volumétrico na geostatística aplicada às áreas de petróleo, sensoriamento remoto, ciências do solo e ciências médicas são referenciados. Por último, os *softwares* já desenvolvidos por outros pesquisadores são apresentados.

O capítulo 2 começa revisando a teoria sobre a krigagem de blocos e como incorporar amostras de diferentes suportes no sistema de krigagem. Posteriormente,

o capítulo 2 mostra o cálculo das covariâncias ponto-a-bloco e bloco-a-bloco. O capítulo 2 termina enfatizando o aumento da demanda computacional devido à incorporação das covariâncias ponto-a-bloco e bloco-a-bloco no sistema de krigagem.

O capítulo 3 apresenta a implementação da krigagem com amostras de diferente suporte através do software *Block Kriging*. Alguns aspectos do algoritmo como a entrada da informação de suporte volumétrico e a estratégia de busca são descritos. Os parâmetros necessários para a utilização do software são explicados. O capítulo 3 conclui com um teste do software *Block Kriging* em um ambiente controlado e comparação com um software de *downscaling*.

O capítulo 4 mostra o estudo de caso da dissertação com os resultados e discussões. O estudo de caso representa uma mina subterrânea. Duas estimativas são realizadas. A primeira utiliza apenas os dados de DDH e a segunda utiliza tanto as amostras de DDH quanto as amostras de *stope*. As estimativas dos *stopes* que serão lavrados são comparadas contra os respectivos valores reais. A diminuição do erro de estimativa e maior coeficiente de correlação com os valores reais devido à incorporação de informação volumétrica é demonstrada.

O capítulo 5 mostra as conclusões e sugestões para trabalhos futuros. As limitações do estudo de caso e as possíveis avenidas de pesquisa são apresentadas nesse capítulo.

## 2. Teoria

A incorporação de amostras com diferentes suportes foi feita através da krigagem de blocos. Esse capítulo revisa a teoria sobre a krigagem de blocos e a incorporação de amostras de suporte volumétrico no sistema de krigagem.

### 2.1 Krigagem de blocos

Krigagem de blocos se refere à estimativa de valores médios sobre uma superfície, segmento ou volume (Journel e Huijbregts, 1978; Isaaks e Srivastava, 1989 e Goovaerts, 1997). Contanto que a média seja linear, o valor da estimativa do bloco  $Z_V^*(u)$  pode ser calculado como a média de  $N$  estimativas pontuais  $Z^*(u)$ . As estimativas pontuais ocorrem nos  $N$  pontos que discretizam o bloco  $V$  (figura 3).

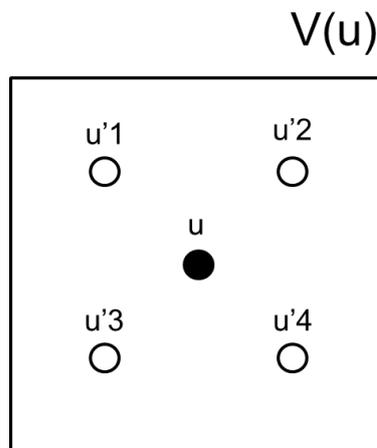


Figura 3: Bloco  $V$  com 4 pontos discretizantes ( $u'1$ - $u'4$ ).

A expressão (1) define a estimativa do bloco  $Z_V^*(u)$ :

$$Z_V^*(u) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N Z^*(u'_i) \quad (1)$$

onde  $Z_V^*(u)$  define a estimativa do atributo  $Z$  sobre o bloco  $V$  na localização  $u$ ,  $Z^*(u'_i)$  define a estimativa do atributo  $Z$  no ponto  $u'_i$ ,  $V$  é o bloco a ser estimado e  $N$  é o número de pontos que discretizam o bloco  $V$ .

Essa abordagem demanda a resolução de N sistemas de equações lineares para obtenção do valor de cada bloco. Entretanto, é preferível estimar o valor de um bloco com a solução de um único sistema de equações lineares com um estimador conforme expressão (2):

$$Z_V^*(u) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}(u) \cdot Z(u_{\alpha}) \quad (2)$$

onde  $\lambda_{\alpha}$  se refere ao peso associado ao dado na localização  $u_{\alpha}$  e  $Z(u_{\alpha})$  se refere ao dado na localização  $u_{\alpha}$ .

A dedução completa das equações de krigagem está em Goovaerts (1997). Esse capítulo revisita alguns conceitos para melhorar o entendimento do algoritmo de krigagem de blocos. A krigagem pontual é definida por três matrizes: (1) a matriz do lado esquerdo (*Left hand side* - LHS), que calcula a covariância entre as amostras; (2) a matriz dos pesos; e (3) a matriz do lado direito (*Right hand side* - RHS), que calcula a covariância entre as amostras e o ponto a ser estimado. A expressão (3) define o sistema de krigagem simples pontual:

$$\begin{bmatrix} C_{PP} & C_{PP} \\ C_{PP} & C_{PP} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_P \\ \lambda_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{PPu} \\ C_{PPu} \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde  $C_{PP}$  é a covariância ponto-a-ponto entre as amostras,  $C_{PPu}$  é a covariância ponto-a-ponto entre a amostra em suporte pontual e o ponto  $Pu$  a ser estimado e  $\lambda_P$  se refere ao peso de krigagem para a amostra em suporte pontual.

Se o objetivo for estimar um bloco  $V$ , modifica-se a matriz RHS. Nesse caso, a covariância ponto-a-ponto  $C_{PPu}$  é substituída pela covariância ponto-a-bloco  $\bar{C}_{PV}$ . A expressão (4) define o sistema de krigagem simples de blocos:

$$\begin{bmatrix} C_{PP} & C_{PP} \\ C_{PP} & C_{PP} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_P \\ \lambda_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{PV} \\ \bar{C}_{PV} \end{bmatrix} \quad (4)$$

A covariância ponto-a-bloco  $\bar{C}_{PV}$  é uma média linear de covariâncias ponto-a-ponto (expressão (5)):

$$\bar{C}_{PV} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_{PP'} \quad (5)$$

onde  $C_{PP'}$  é a covariância ponto-a-ponto entre a amostra e o ponto discretizante  $P'$  no bloco  $V$  e  $N$  é o número de pontos discretizantes do bloco  $V$ .

Se as mesmas amostras são utilizadas para estimar todos os  $N$  pontos discretizantes, a krigagem de blocos é igual a média das estimativas pontuais dos  $N$  pontos discretizantes (Journel e Huijbregts, 1978).

## 2.2 Krigagem com amostras em suporte de bloco

Considerando que os dados são definidos em diferentes suportes, o sistema de krigagem pode ser adaptado para incorporar essas diferenças de suportes amostrais. A figura 4 mostra esquematicamente a estimativa de um bloco  $V$  condicionado a duas amostras: uma em suporte pontual  $P$  e uma em suporte de bloco  $v$  (note que, a amostra em suporte de bloco pode possuir qualquer forma geométrica).

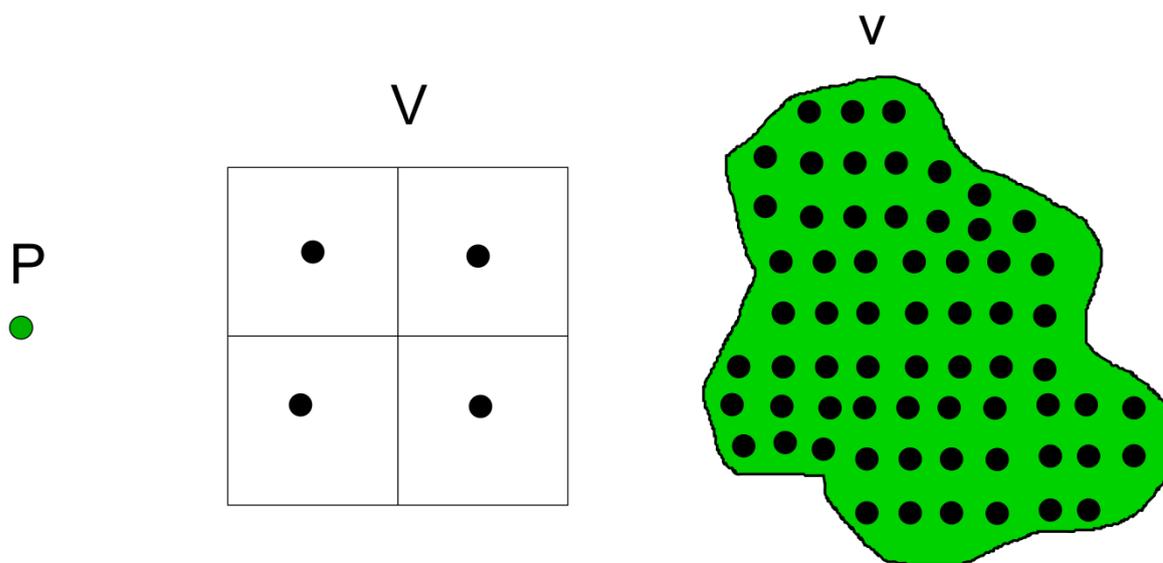


Figura 4: Krigagem de um bloco  $V$  com amostra em suporte de ponto ( $P_u$ ) e de bloco ( $v$ ).

Como as amostras estão em suportes distintos, a modificação na expressão (4) ocorre na matriz LHS. Em vez de ser constituída apenas de covariâncias ponto-a-ponto, a matriz LHS possui agora covariâncias ponto-a-bloco e bloco-a-bloco. A expressão (6) define o sistema de krigagem simples de blocos com amostras em suporte de bloco:

$$\begin{bmatrix} C_{PP} & \bar{C}_{Pv} \\ \bar{C}_{Pv} & \bar{C}_{vv} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_P \\ \lambda_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{PV} \\ \bar{C}_{vV} \end{bmatrix} \quad (6)$$

onde  $\bar{C}_{Pv}$  é covariância ponto-a-bloco entre as amostras pontuais e as amostras de bloco v,  $\bar{C}_{vv}$  é a covariância bloco-a-bloco entre as amostras em suporte de bloco,  $\bar{C}_{vV}$  é covariância bloco-a-bloco da amostra de bloco v e o bloco V a ser estimado,  $\lambda_P$  é o peso de krigagem para a amostra pontual e  $\lambda_v$  é o peso de krigagem para a amostra de bloco.

A expressão (7) define a covariância bloco-a-bloco:

$$\bar{C}_{vV} = \frac{1}{N \cdot N'} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N'} C_{PiP'j} \quad (7)$$

onde  $P_i$  é um dos N pontos que discretizam o bloco v e  $P'_j$  é um dos  $N'$  pontos que discretizam o bloco V. A figura 5 esquematiza o cálculo da covariância ponto-a-bloco e bloco-a-bloco. As linhas pretas na figura 5 representam as covariâncias ponto-a-ponto necessárias para o cálculo das covariâncias ponto-a-bloco e bloco-a-bloco.

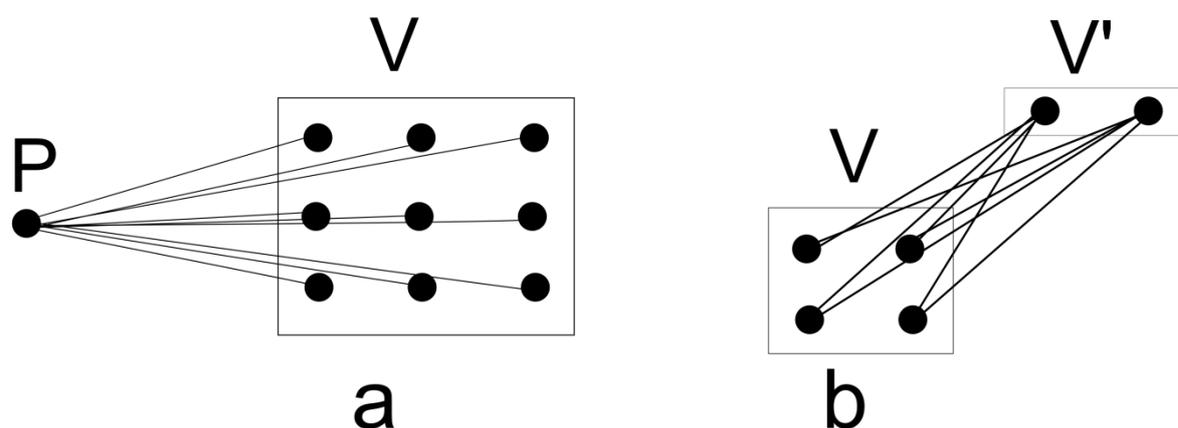


Figura 5: Cálculo das covariâncias ponto-a-bloco (a) e bloco-a-bloco (b).

Em termos computacionais, as matrizes que utilizam covariâncias ponto-a-bloco e bloco-a-bloco demandam muito mais tempo de processamento do que as matrizes de krigagem construídas apenas com covariâncias ponto-a-ponto. Por exemplo, uma matriz LHS com 24 amostras pontuais demanda o cálculo de 576 covariâncias ponto-a-ponto. No caso de haver um bloco com 25 pontos discretizantes, o total de covariâncias ponto-a-ponto é 2401. Dessas 2401 covariâncias, 1200 são devido às 48 covariâncias ponto-a-bloco e 625 são devido à covariância bloco-a-bloco. Diversas abordagens existem para reduzir o tempo de cálculo das covariâncias bloco-a-bloco e ponto-a-bloco. Hansen *et al.* (2008) melhoraram a eficiência do algoritmo VISIM através de uma *covariance lookup table* (utilizada primeiramente no GSLIB - Deutsch e Journel, 1998) para as covariâncias ponto-a-bloco. Nessa abordagem, as covariâncias ponto-a-bloco são calculadas uma vez só e armazenadas na memória para serem utilizadas posteriormente. Nowak *et al.* (2003); Kyriakidis *et al.* (2005) e Liu e Journel (2009) utilizaram *fast fourier transform* (FFT) para calcular as covariâncias ponto-a-bloco e bloco-a-bloco. A melhoria da eficiência do cálculo das covariâncias ponto-a-bloco e bloco-a-bloco está além do escopo dessa dissertação.

Como a krigagem de blocos com dados volumétricos é um interpolador exato, as estimativas precisam honrar tanto os dados pontuais quanto os dados volumétricos. Nesse sentido, a média dos pontos estimados dentro da amostra de bloco precisa ser igual ao valor da amostra de bloco. Essa propriedade é mantida se as mesmas amostras (de blocos e pontuais) forem utilizadas para estimar todos os pontos discretizantes de um mesmo bloco (Journel, 1999).

A krigagem ordinária de blocos é bastante similar à krigagem simples de blocos (expressão (6)). A diferença em relação à krigagem simples é que as matrizes do sistema são maiores para adicionar a condição de não-tendenciosidade. A expressão (8) define o sistema de krigagem ordinária de blocos:

$$\begin{bmatrix} C_{PP} & \bar{C}_{Pv} & 1 \\ \bar{C}_{Pv} & \bar{C}_{vv} & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_P \\ \lambda_v \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{PV} \\ \bar{C}_{vV} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

onde  $\mu$  é o parâmetro de Lagrange.

O capítulo 2 revisou a teoria sobre a krigagem de blocos. O capítulo 3 mostra como a krigagem de blocos foi implementada.

### 3. Implementação da krigagem com amostras em suporte de bloco

A krigagem com amostras em suporte de bloco foi implementada no *plug-in*<sup>1</sup> *Block Kriging* do software SGeMS (Remy *et al.*, 2008) . Esse capítulo explica o funcionamento do *plug-in* e os parâmetros requeridos para sua utilização. Detalhes como a entrada da informação e a estratégia de busca para as amostras em suporte de bloco são descritos. A utilização do *plug-in* é demonstrada com um exemplo em um ambiente controlado.

#### 3.1 Amostras em suporte de bloco

As amostras em suporte de bloco, nesse *plug-in*, são representadas por um conjunto de pontos, e esses blocos podem ter qualquer forma geométrica. A informação sobre os blocos é definida no *grid* de estimativa por duas propriedades: *Block ID* e *Block Value*. *Block ID* é um algarismo inteiro que identifica a qual bloco o nó do *grid* pertence. *Block Value* é o teor médio da amostra de bloco. Pontos com o mesmo *Block ID* devem ter o mesmo *Block Value*. Os pontos que não pertencem a nenhuma amostra de bloco possuem *Block ID* menor ou igual a 0.

A figura 6 mostra esquematicamente um *grid* com a propriedade *Block ID*. Os algarismos 1 e 2 são os pontos que formam os blocos 1 (bloco vermelho) e 2 (bloco azul) respectivamente. Os algarismos 0 são pontos que serão estimados, mas não pertencem a nenhuma amostra de bloco.

---

<sup>1</sup> O termo *plug-in* se refere a um *software* acessório que é executado em conjunto com outro *software* já existente para fornecer funções adicionais.

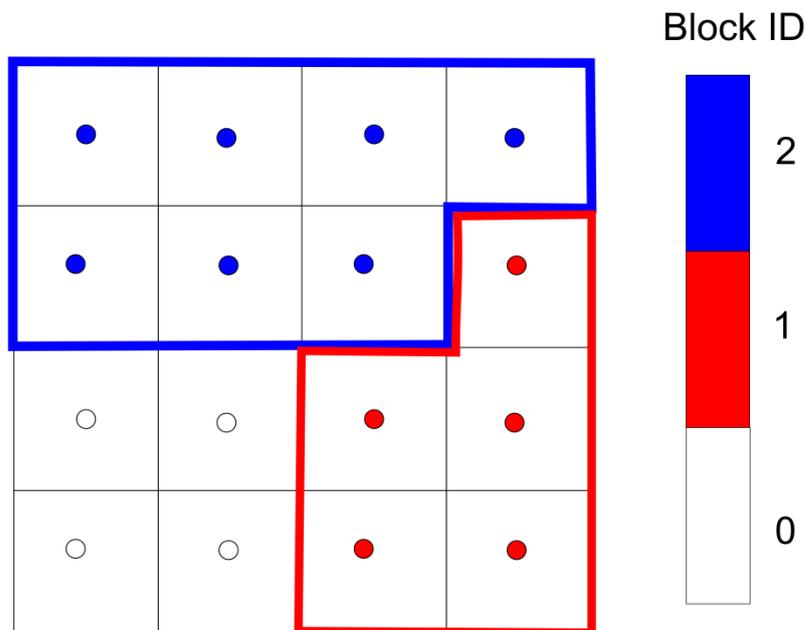


Figura 6: Exemplo de grid com a propriedade Block ID.

A figura 7 mostra um exemplo de arquivo texto que pode ser carregado no SGeMS e contém a informação das amostras de bloco. Ele contém a localização (X, Y e Z) dos nós do *grid* e as propriedades *Block ID* e *Block Value*. Note que pontos com o mesmo *Block ID* possuem o mesmo *Block Value*.

```

Example Estimation Grid
5
X
Y
Z
Block ID
Block Value
0      0      0      1      10.45
0      1      0      1      10.45
1      0      0      1      10.45
1      1      0      2      9.25
2      0      0      2      9.25
2      1      0      0      0

```

Figura 7: Exemplo de arquivo texto com a informação dos blocos.

### 3.2 Algoritmo

A estimativa ocorre em suporte pontual e é feita em duas etapas:

i. Primeiro, os pontos do grid que não estão incluídos em um bloco amostra (amostra de bloco) são estimados. Nesse caso, as duas vizinhanças de busca (uma

para as amostras pontuais e outra para as amostras de bloco) são centradas no ponto a ser estimado (nó do grid de número 1 na figura 8a). Então as amostras pontuais e de bloco mais próximas são retidas e o sistema de krigagem é resolvido (figura 8a).

ii. Segundo, os pontos que pertencem a uma amostra de bloco são estimados. Nesse caso, as duas vizinhanças de busca são centradas no centróide da amostra de bloco e as amostras pontuais e de bloco mais próximas são retidas. Então, todos os pontos pertencentes àquela amostra de bloco são estimados- com as amostras retidas previamente (veja a figura 8b, os nós 2, 3, 4 e 5, que pertencem ao bloco vermelho, são estimados com as mesmas amostras). Isso é necessário para que a média das estimativas dentro da geometria da amostra de bloco seja igual ao teor da amostra de bloco. Dentro desse contexto, o *plug-in* funciona como um algoritmo de *downscaling*.

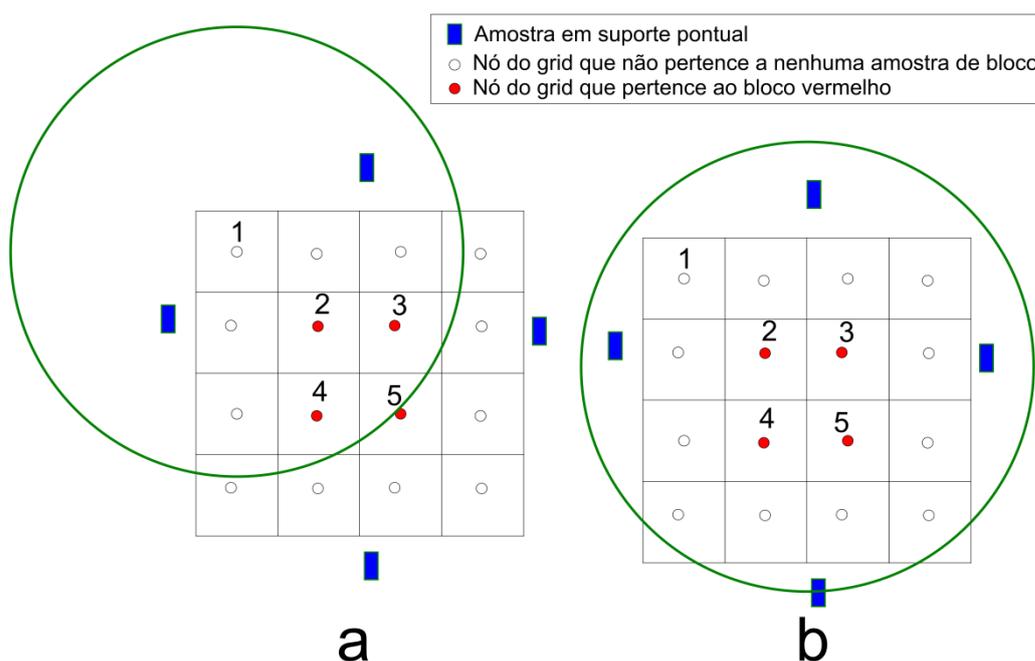


Figura 8: Posicionamento da vizinhança de busca quando o nó do grid não pertence a uma amostra de bloco (a) e quando o nó do grid pertence a uma amostra de bloco (b).

O uso de vizinhanças de busca restritas pode gerar descontinuidade nas estimativas. Isso ocorre porque nós de *grid* próximos são estimados com configurações amostrais distintas. Por exemplo, na figura 9a as amostras I e II são usadas para estimar o nó 1. Por outro lado, o nó 2, que está adjacente ao nó 1, é

estimado com as amostras I, III e IV (figura 9b). Nessa situação, é possível que ocorra uma descontinuidade nas estimativas dos nós 1 e 2. Além disso, as amostras III e IV, que estão mais próximas do nó 1 do que a amostra II, não são utilizadas na estimativa (figura 9a).

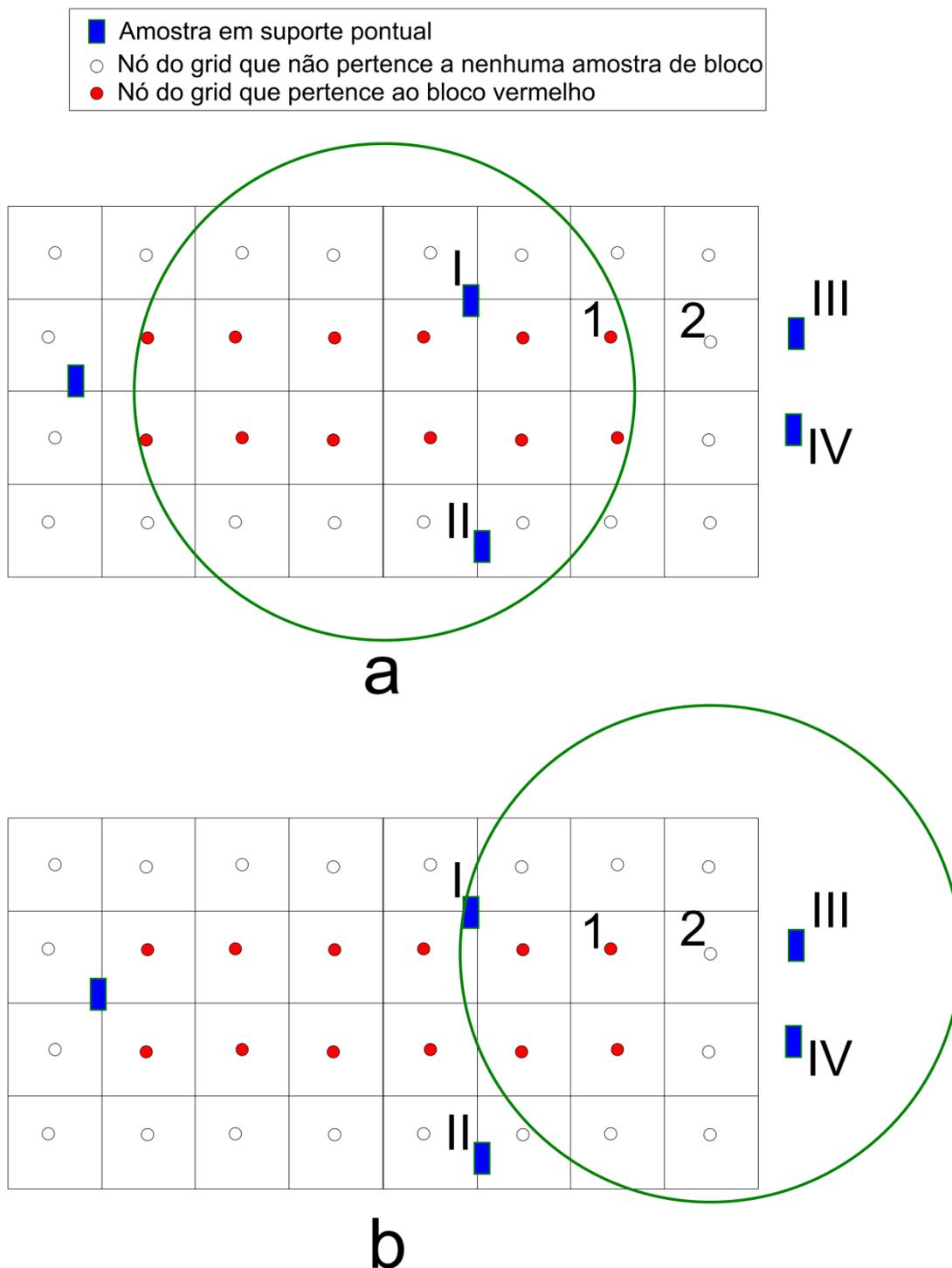


Figura 9: Vizinhança de busca restrita na estimativa para estimativa do nó de grid 1 (a) e do nó de grid 2 (b).

### 3.3 Descrição de parâmetros

Os parâmetros de entrada do *plug-in Block Kriging* estão divididos em 4 abas: (1) *General and Data* (figura 10a), (2) *Point Search* (figura 10b), (3) *Block Search* (figura 10c) e (4) *Variogram* (figura 10d). Os números na figura 10 representam o seguinte:

1. Objeto que contém as amostras em suporte pontual.
2. Propriedade das amostras em suporte pontual.
3. Objeto que contém as amostras em suporte de bloco. Esse objeto é também o *grid* de estimativa.
4. Propriedade que informa o valor do bloco (*Block Value*).
5. Propriedade que contém o número inteiro identificador da amostra em suporte de bloco (*Block ID*).
6. Nome da propriedade que irá receber as estimativas.
7. Opção de krigagem. Krigagem simples e Krigagem ordinária estão disponíveis.
8. Média para uso na krigagem simples, caso krigagem simples seja selecionada.
9. Mínimo de amostras condicionantes em suporte pontual.
10. Máximo de amostras condicionantes em suporte pontual.
11. Elipsóide de busca para as amostras pontuais.
12. Opção para mostrar opções de busca avançadas.
13. Máximo de amostras condicionantes em suporte de bloco.
14. Elipsóide de busca para as amostras em suporte de bloco. A vizinhança de busca para as amostras de bloco encontra os blocos cujos centróides estão mais próximos do ponto a ser estimado.

A aba “Variogram” é a mesma utilizada para outros algoritmos do SGeMS e, portanto, não será detalhada.

General and Data | Point Search | Block Search | Variogram

Point Samples  
 <- None -> (1)   
 (2)

Block Sample  
 <- None -> (3)

Block Values  
 (4)

Block ID  
 (5)

New Property Name  
 (6)

Kriging Option  
 Simple Kriging (7)

Simple Kriging Mean  
 0.00 (8)

(a) Aba “General and Data”.

General and Data | Point Search | Block Search | Variogram

Max of Blocks  
 4 (13)

	Max	Med	Min
Ranges			

(14)

	Azimuth	Dip	Rake
Angles			

(d) Aba “Block Search”.

General and Data | Point Search | Block Search | Variogram

Conditioning data (9) (10)  
 Min  0  Max  12

	Max	Med	Min
Ranges			

(11)

	Azimuth	Dip	Rake
Angles			

(12)  
 Advanced search options

(b) Aba “Point Search”.

General and Data | Point Search | Block Search | Variogram

Nugget Effect

Nb of Structures  1

Structure 1

Contribution

Type  Spherical

	Max	Med	Min
Ranges			

	Azimuth	Dip	Rake
Angles			

(e) Aba “Variogram”.

Figura 10: Interface do plug-in Block Kriging.

### 3.4 Exemplo ilustrativo

O exemplo ilustrativo foi adaptado do livro “*Solved Problems in Geostatistics*” (Leuangthong *et al.*, 2008). O objetivo desse exemplo é testar o *plug-in* em um ambiente controlado.

#### 3.4.1 Banco de dados

O banco de dados consiste de 4 amostras em suporte pontual (Tabela 1) e uma amostra de bloco (Tabela 2). A amostra de bloco abrange uma área de 10 x 10 m nas direções X e Y. A amostra de bloco representa o valor médio sobre essa área. Realizou-se a krigagem simples assumindo que a média da variável é zero.

Tabela 1: Banco de dados das amostras em suporte de ponto.

ID	X	Y	Valor
1	22.5	43.5	-0.1877
2	9.5	24.5	-0.974
3	24.5	6.5	-0.1876
4	47.5	20.5	1.215

Tabela 2: Amostra em suporte de bloco.

ID	X centróide	Y centróide	Tamanho em X (m)	Tamanho em Y (m)	Valor
Block	30	30	10	10	0.10

A figura 11 mostra o mapa de localização das amostras e o *grid* de estimativa. Os blocos verdes menores representam os blocos que serão estimados. A amostra de bloco é o conjunto de blocos verdes menores.

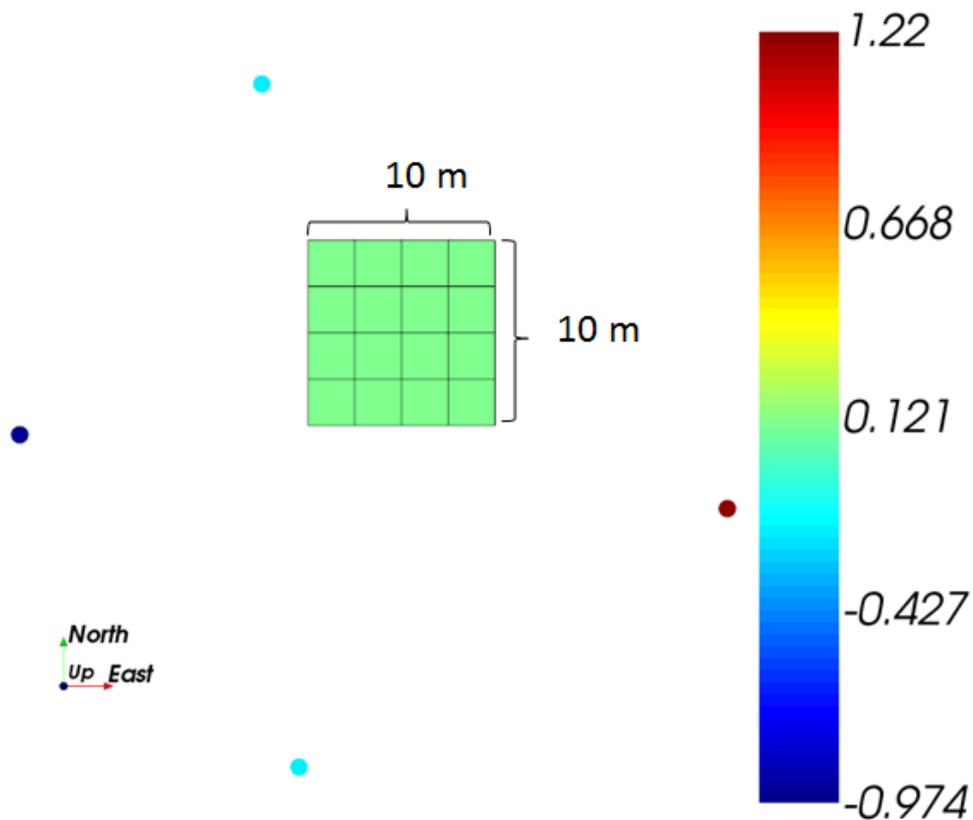


Figura 11: Mapa de localização das amostras (pontuais e de bloco) e do grid de estimativa.

### 3.4.2 Estimativas

A amostra de bloco foi dividida em 16 blocos de 2.5 x 2.5 m em X e Y. As estimativas ocorreram nos centróides desses 16 blocos. A krigagem simples foi feita com a expressão (9) definindo o modelo variográfico utilizado:

$$\gamma(h) = 1 \cdot Sph\left(\frac{h}{60m}\right) \quad (9)$$

### 3.4.3 Resultados

A figura 12 mostra o mapa de localização (figura 12a) e o histograma das estimativas com sumário estatístico (figura 12b). A média das estimativas é igual ao valor da amostra de bloco, como esperado. Como a amostra de bloco está mais próxima dos pontos estimados do que as amostras pontuais, o bloco teve maior peso de krigagem nas estimativas. Como consequência, as estimativas estão próximas ao valor do bloco.

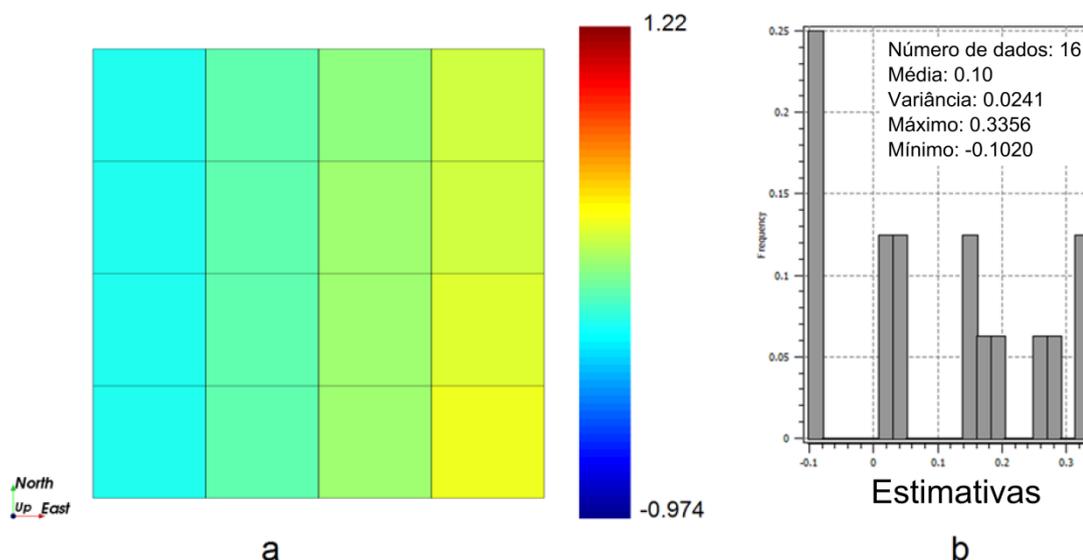


Figura 12: Mapa de localização dos blocos estimados (a) e histograma das estimativas (b).

No exemplo ilustrativo, a amostra em suporte volumétrico cobre toda a área de estudo e possui uma forma regular. Essas condições permitem que os resultados obtidos com o *plug-in* fossem comparados com algum software de *downscaling*. A figura 13 mostra um gráfico de dispersão entre as estimativas do *plug-in* e as estimativas geradas por um algoritmo de *downscaling* com krigagem implementado em uma versão do SGeMS. As estimativas feitas pelos dois *softwares* são praticamente idênticas.

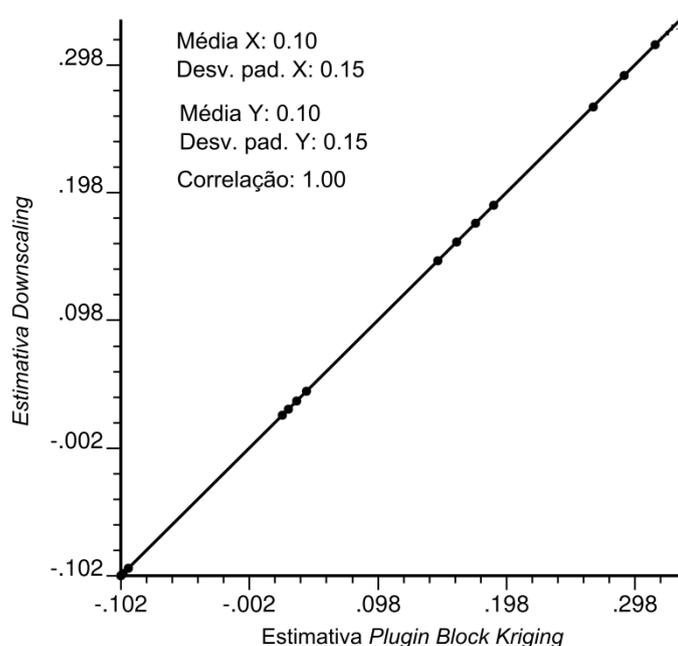


Figura 13: Comparação entre estimativas feitas pelo *plug-in* desenvolvido e por outro software.

Após a validação do *plug-in* em um ambiente controlado, o *plug-in* foi utilizado no estudo de caso da dissertação, que é apresentado no capítulo 4.

## 4. Estudo de caso

O capítulo 4 mostra a aplicação do *plug-in Block Kriging* em um estudo de caso simulando um cenário de uma mina subterrânea. As amostras de suporte volumétrico consistem dos teores em *stopes* já minerados. Além disso, foram realizadas estimativas ignorando as amostras de suporte volumétrico – prática que é feita tradicionalmente. As duas estimativas foram comparadas com um modelo de teores de referência.

### 4.1 Domínio geostatístico

O banco de dados *Walker Lake* (Isaaks e Srivastava, 1989) foi modificado para emular os teores em uma mina subterrânea. Primeiro, as coordenadas foram modificadas: as coordenadas Y se transformaram em coordenadas Z. Então as regiões de alto teor e as seções verticais dos *stopes* foram delimitadas com um software de desenho assistido por computador (*computer aided design* - CAD). Os limites foram expandidos na direção Y (Norte) para se tornarem sólidos em 3 dimensões. Um modelo de blocos de 5 x 5 x 5 m foi criado. Os blocos dentro do sólido de minério foram carimbados como minério e representam nosso domínio geostatístico. Os blocos cinza na figura 14 representam as seções verticais dos *stopes*. Assume-se que esse cenário sintético caracteriza uma mina de ouro, assim a variável V representa o teor de ouro (Au) em  $g \times t^{-1}$  e a produção de ouro é medida em gramas (g).

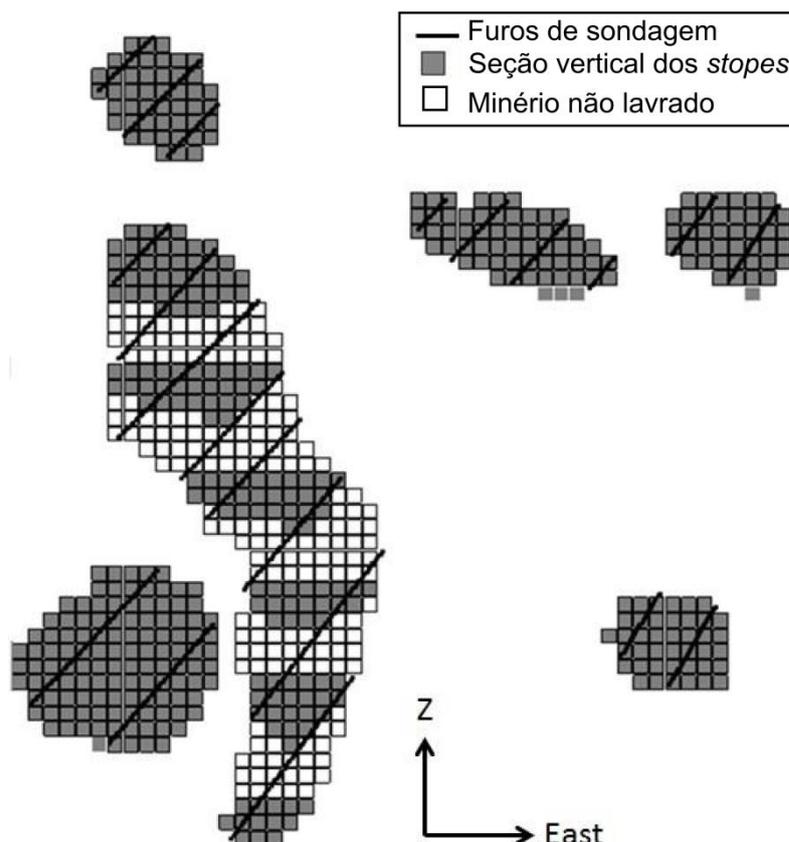


Figura 14: Modelo de blocos, DDHs e seções verticais dos stopes.

#### 4.2 Modelo de teores de referência

Primeiro, as amostras da variável  $V$ , obtidas do Walker Lake exaustivo, dentro da região de alto teor foram retidas. Esses pontos forneceram uma função densidade de probabilidade (pdf) para condicionar a simulação sequencial gaussiana (Isaaks, 1990). Segundo, os blocos de  $5 \times 5 \times 5$  m foram discretizados em um *grid* pontos espaçado em  $1 \times 1 \times 1$  metros. Então foi feita uma simulação sequencial gaussiana da variável  $V$  nesse *grid* denso. Essa simulação foi considerada o modelo de referência para os teores em suporte de ponto (figura 15a). Por último, a simulação foi reblocada para os blocos de  $5 \times 5 \times 5$  m para obter o modelo de teores de referência em suporte de bloco (figura 15b). Considera-se que o modelo de referência emula o teor verdadeiro de cada bloco. A tabela 3 mostra o sumário estatístico dos modelos de teores em suporte de ponto e suporte de bloco. Os dois modelos possuem a mesma média, mas a variabilidade dos valores no modelo em suporte de ponto é maior, como esperado.

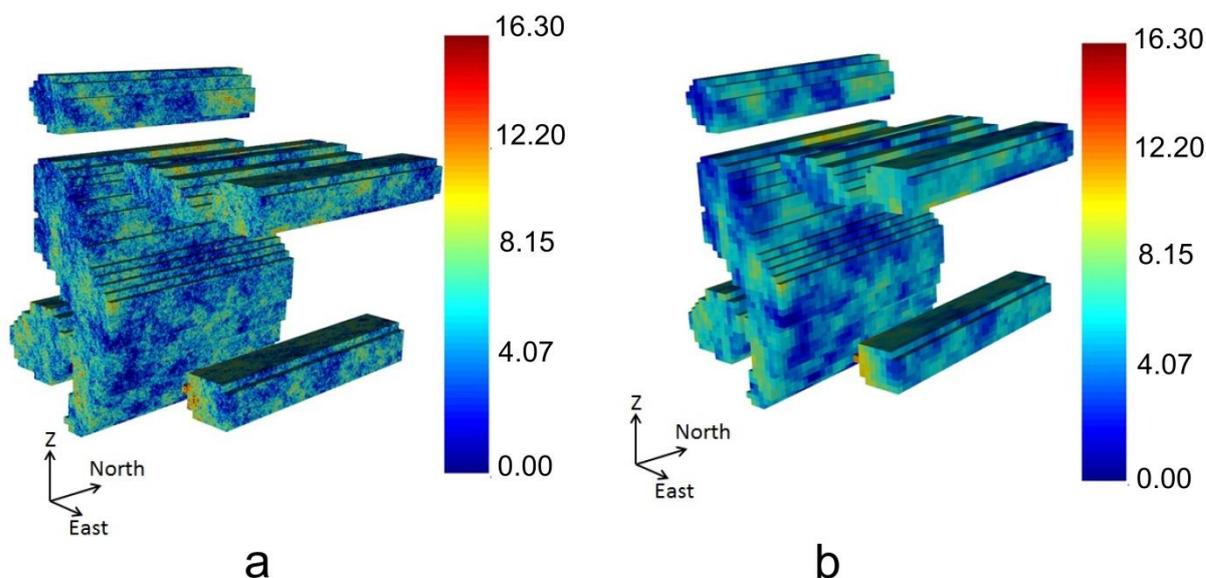


Figura 15: Modelo de teores de referência em suporte de ponto (a) e de bloco (b).

Tabela 3: Sumário estatístico dos modelos de teores de referência em suporte de ponto e bloco.

Modelo de teores de referência	Nº	Mínimo (g t <sup>-1</sup> )	Máximo (g t <sup>-1</sup> )	Média (g t <sup>-1</sup> )	Desv. Pad. (g t <sup>-1</sup> )
Bloco 1 x 1 x 1 m	3 180 000	0.00	16.32	5.64	2.47
Bloco 5 x 5 x 5 m	25 440	0.72	13.14	5.64	1.67

#### 4.3 Banco de dados

As amostras do banco de dados possuem dois suportes distintos: (1) as amostras de furos de sondagem (DDH) são definidas em um suporte quase pontual enquanto que (2) as amostras de *stope* representam blocos (volumes) de minério lavrados. Diluição e perda de minério não foram consideradas nesse estudo. As seções 4.4 e 4.5 explicam como foram obtidas as amostras de DDH e de *stope*, respectivamente.

#### 4.4 Amostras de furo de sondagem

Os furos de sondagem (DDHs) têm direção EW e mergulho de aproximadamente 45° (veja as linhas pretas na figura 14). As amostras de DDH possuem comprimento de 1 m e foram extraídas do modelo de teores de referência (*grid* de pontos espaçados de 1 x 1 x 1 m). Nas elevações (Z) maiores, o corpo de

minério está densamente amostrado com sondagens enquanto que nas elevações menores, a amostragem com DDHs é escassa (figura 16).

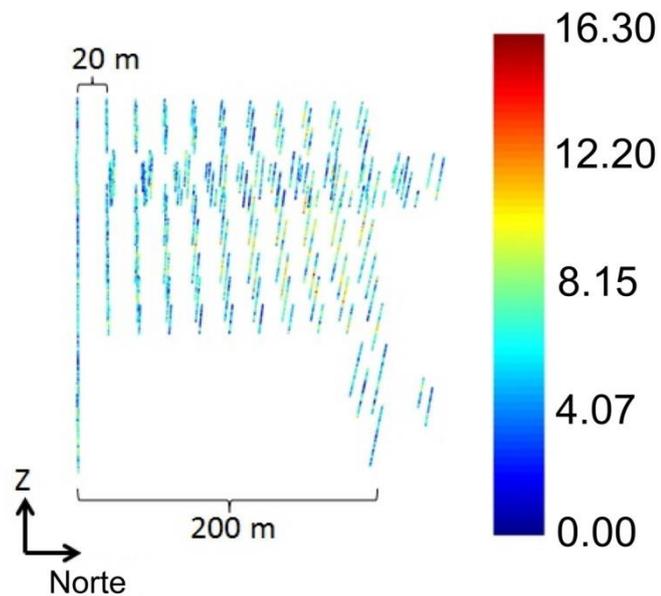


Figura 16: Mapa de localização das amostras de DDH.

A figura 17 mostra o histograma e sumário estatístico das amostras de sondagem. A diferença entre a média do modelo de referência e a média das amostras de sondagem é explicada pela escassez de informação na parte inferior do corpo de minério, privilegiando as amostras nas cotas mais elevadas.

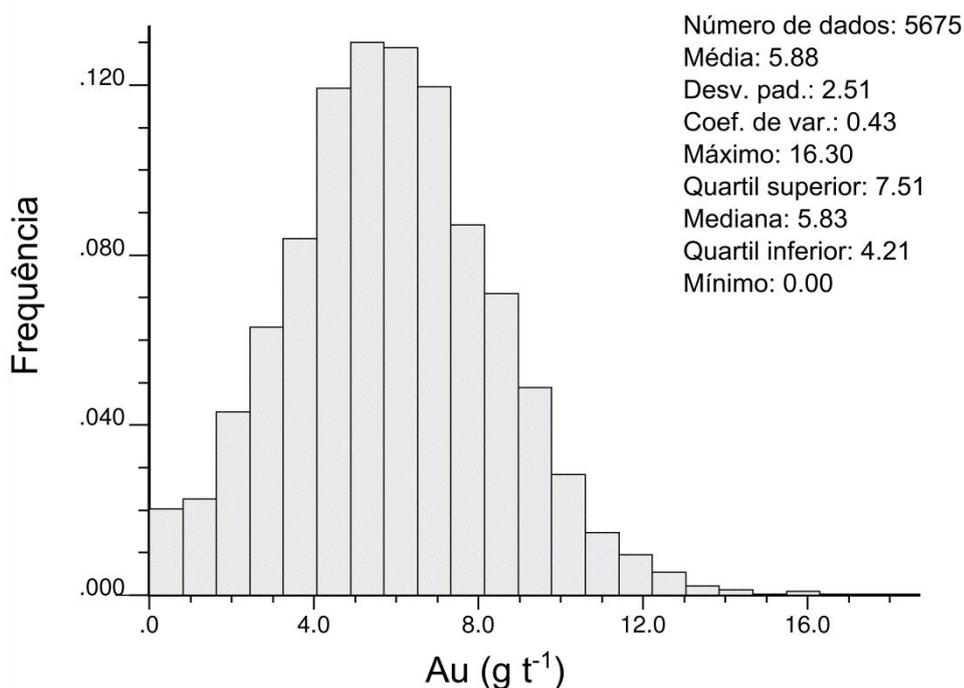


Figura 17: Histograma das amostras de DDH.

#### 4.5 Amostras de *stope*

As seções verticais dos *stopes* foram expandidas (veja blocos cinza na figura 14) na direção NS para criar um sólido em três dimensões. Então, o sólido resultante foi dividido em sólidos com 30 m de comprimento ao longo da direção NS. Os blocos de minério dentro de cada um desses sólidos representam os teores de um *stope*. O cenário considera 2 tipos de *stopes*: (1) *stope* já minerado, cujo teor é conhecido e representa as amostras de *stope*, e (2) *stope* a ser minerado, cujo teor é desconhecido e será estimado. Ao longo da direção NS, um *stope* já minerado é seguido por um *stope* a ser minerado (figura 18a). Essa situação se assemelha a mineração subterrânea com lavra em subníveis e recuperação de pilares secundários (Hartman, 1992). Os *stopes* já minerados representam os *stopes* primários, que foram minerados e preenchidos com *backfill*, e os *stopes* a serem minerados representam os *stopes* secundários, que serão lavrados. O teor do *stope* é o teor médio dos blocos (obtidos do modelo de teores de referência) dentro da geometria do *stope*. O banco de dados completo consiste em amostras de sondagem e em amostras de *stope* (figura 18b).

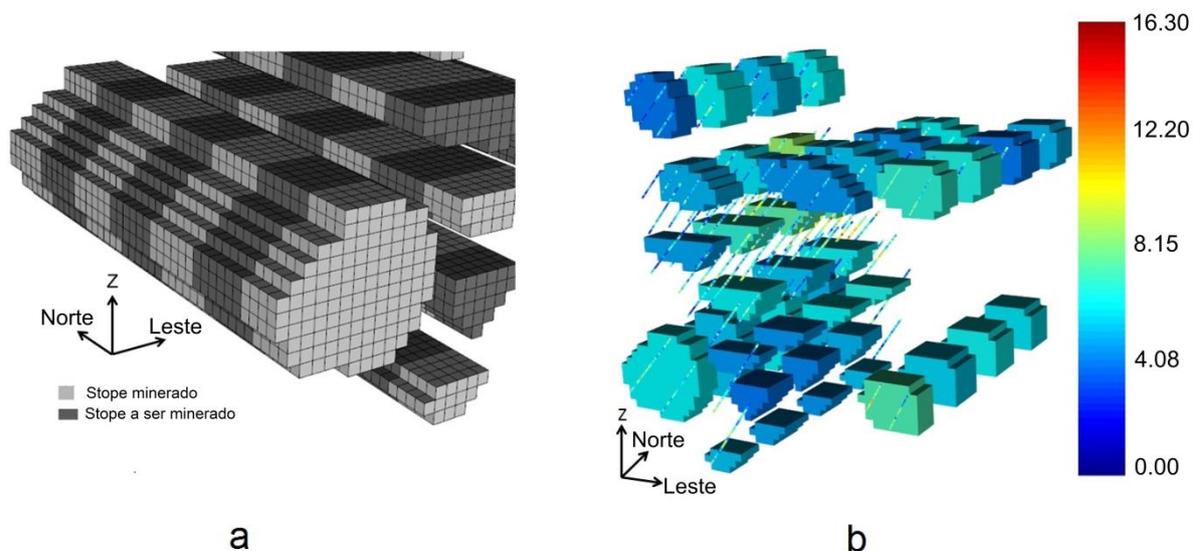


Figura 18: Configuração dos stopes (a) e mapa de localização das amostras (b).

A figura 19 mostra o histograma das amostras de *stope*. A média dos *stopes* está próxima à média do modelo de blocos de referência. Isso era esperado porque as amostras de *stope* possuem uma boa abrangência do corpo de minério. A variância das amostras de *stope* é bem menor do que a variância das amostras de DDH, como esperado, pois seu suporte é maior.

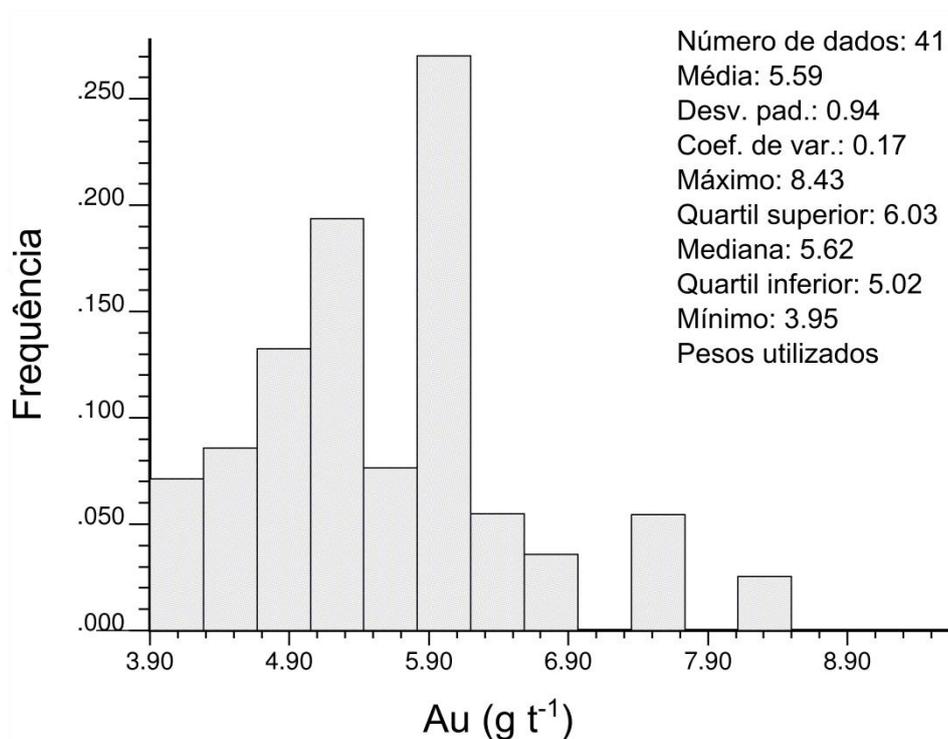


Figura 19: Histograma das amostras de *stope*. Os pesos utilizados para a construção do histograma correspondem às massas dos *stopes*.

#### 4.6 Análise da continuidade espacial

Como os variogramas experimentais ficaram ruidosos, a continuidade espacial foi analisada através dos correlogramas experimentais. Nas figuras 20 e 21, os correlogramas experimentais foram plotados na forma  $1-\rho$ , assim o gráfico se assemelha a um variograma tradicional. O plano da mineralização possui direção de mergulho N90°E e mergulho de -67.5°. A figura 20 mostra os correlogramas experimentais em quatro direções do plano da mineralização e o modelo variográfico ajustado. Essas quatro direções correspondem aos valores de *rake* (ângulo entre a direção correspondente e a direção do *strike* – que é a linha de interseção do plano da mineralização com a horizontal) de 0°, 45°, 90° e 135°. Não houve anisotropia geométrica clara no plano da mineralização e, portanto, foi modelado o correlograma experimental omnidirecional nesse plano (figura 21a). A figura 20 mostra um bom ajuste do modelo variográfico com os correlogramas experimentais direcionais no plano da mineralização.

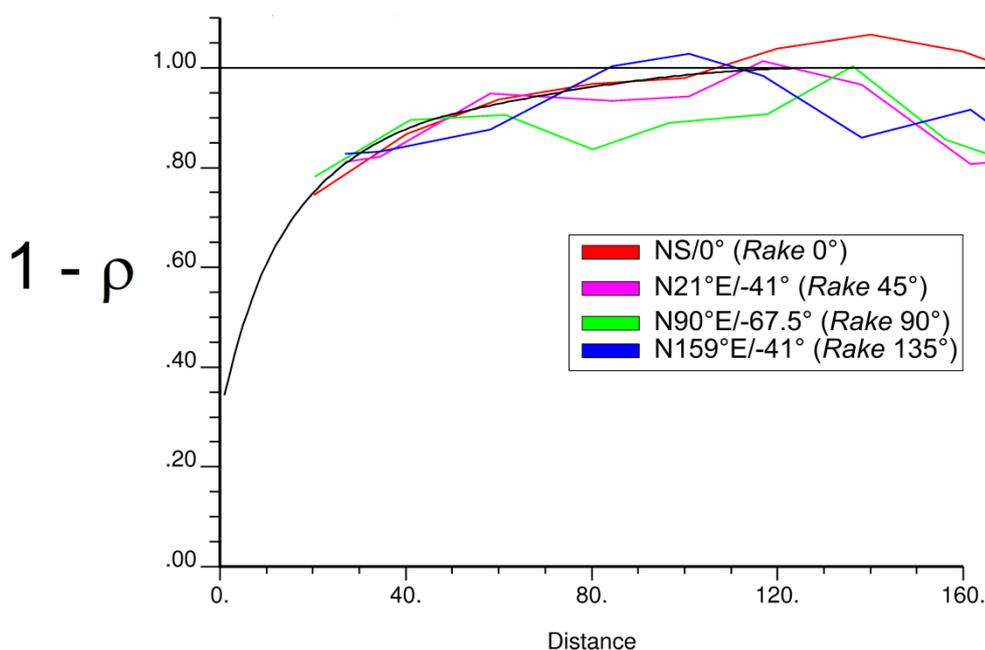


Figura 20: Correlogramas experimentais em 4 direções do plano da mineralização (linhas coloridas) e modelo variográfico (linha preta).

A direção de menor continuidade é perpendicular ao plano da mineralização (N90°W/-22.5°). A figura 21 mostra o correlograma experimental e o modelo

variográfico na direção de maior (figura 21a) e menor continuidade espacial (figura 21b).

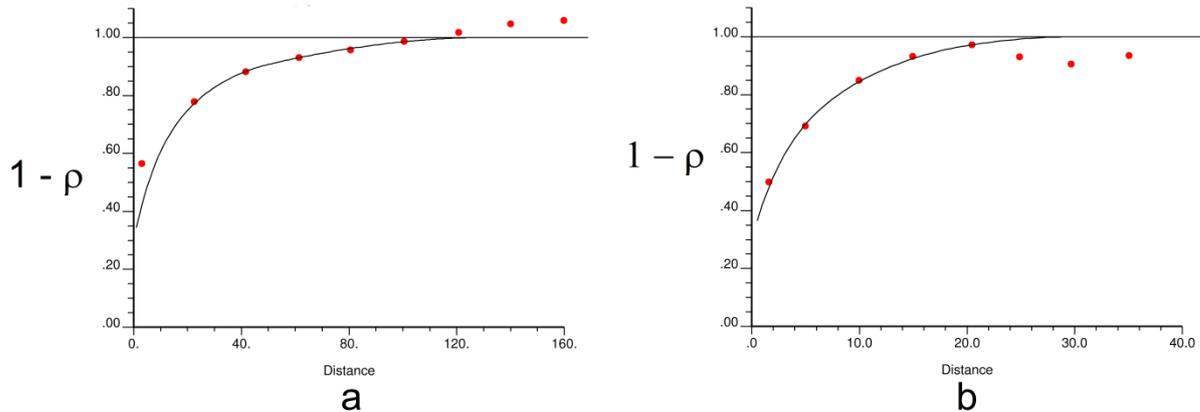


Figura 21: Correlogramas experimentais (pontos vermelhos) e modelo variográfico (linha preta) na direção de maior continuidade espacial (a) e menor continuidade espacial (b).

A expressão (9) define o modelo ajustado ao correlograma:

$$\begin{aligned} \rho(h) = & 0.30 + 0.4Exp\left(\frac{h1}{30m}, \frac{h2}{30m}, \frac{h3}{10m}\right) + 0.10Sph\left(\frac{h1}{50m}, \frac{h2}{50m}, \frac{h3}{20m}\right) \\ & + 0.20Sph\left(\frac{h1}{130m}, \frac{h2}{130m}, \frac{h3}{30m}\right) \end{aligned} \quad (9)$$

onde  $h1$  é a distância na direção de maior continuidade espacial ( $N90^\circ E/-67.5^\circ$ ),  $h2$  é a distância na direção de continuidade espacial intermediária ( $N0^\circ E/0^\circ$ ) e  $h3$  é a distância na direção de menor continuidade espacial ( $N90^\circ W/-22.5^\circ$ ).

#### 4.7 Estimativas

A estimativa foi feita com a krigagem ordinária. Dois cenários foram considerados: o caso 1 considera apenas as amostras de sondagem; enquanto que, caso 2 considera tanto as amostras de sondagem quanto as amostras com os teores médios de *stopes* minerados. A tabela 4 define a estratégia de busca para as amostras de DDH, que foi utilizada no caso 1 e no caso 2.

Tabela 4: Estratégia de busca utilizada para as amostras em suporte pontual.

Mín. de amostras	Máx. de amostras	Nº. de setores angulares	Máx de amostras por setor	Eixo 1 N90°E/- 67.5° (m)	Eixo 2 N0°E/0° (m)	Eixo 3 N90°W/- 22.5° (m)
4	24	8	3	150	150	30

A tabela 5 mostra os parâmetros da estratégia de busca para as amostras de *stope*, que foi utilizada apenas no caso 2. O *plug-in* não permite dividir o elipsóide de busca para as amostras volumétricas em setores angulares.

Tabela 5: Estratégia de busca utilizada para as amostras em suporte volumétrico.

Máx. de amostras	Eixo 1 N90°E/- 67.5° (m)	Eixo 2 N0°E/0° (m)	Eixo 3 N90°W/- 22.5° (m)
4	40	40	20

A estratégia de busca utilizada para as amostras de *stope* é restrita (no máximo quatro *stopes* são retidos) para diminuir o aparecimento de pesos negativos e para reduzir o tempo de processamento. Em relação aos pesos negativos, geralmente restringe-se o número de amostras por setor angular para atenuar sua ocorrência. Essa opção não está disponível na busca para as amostras volumétricas no *plug-in Block Kriging* e; portanto, utilizou-se uma estratégia de busca restrita para evitar a ocorrência de pesos negativos. Em relação ao tempo de processamento, a figura 22 mostra o tempo de processamento em função do número de amostras volumétricas retidas na vizinhança de busca para um modelo de blocos reduzido. O tempo de processamento cresce exponencialmente com o número de amostras em suporte de bloco (figura 22). As estimativas feitas com o *plug-in Block Kriging* no estudo de caso tiveram um tempo total superior a 96 horas.

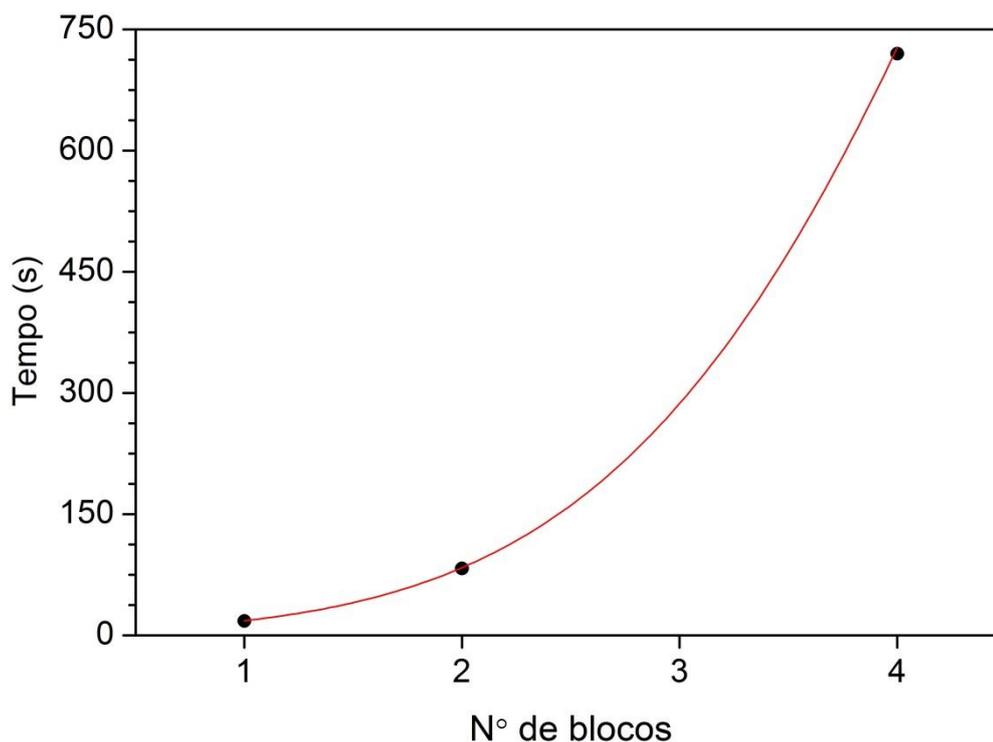


Figura 22: Tempo de estimativa em função do número de amostras volumétricas retidas na vizinhança de busca.

Como o *plug-in Block Kriging* realiza a estimativa em suporte pontual, os blocos de 5 x 5 x 5 m foram discretizados em 2 x 2 x 2 pontos em X, Y e Z. A estimativa do bloco é a média dos seus 8 pontos discretizantes. Alguns testes provaram que uma maior discretização aumentou significativamente o tempo de processamento e não melhorou as estimativas finais dos blocos. Por último, o teor dos *stopes* foi obtido através teor médio dos blocos dentro da geometria do *stope*.

#### 4.8 Comparação com o modelo de referência

Embora o teor médio das estimativas dentro da geometria da amostra de *stope* é igual ao teor da amostra de *stope* no caso 2, isso é irrelevante para o nosso estudo. Essa reprodução de média dos blocos dentro do *stope* versus o teor do *stope* é relevante para fins teóricos, demonstrando a consistência do *plug-in Block Kriging* quando fazendo o *downscaling* (*stope* para blocos). A ênfase do trabalho é analisar o impacto na previsão da produção futura devido ao aumento de informação com adição dos dados de teores dos *stopes* lavrados. Como a produção futura se encontra nos blocos inclusos nos *stopes* a serem minerados, as seções 4.10.2-5 comparam especificamente as estimativas desses *stopes* com os seus teores

verdadeiros. Há um total de 36 *stopes* a serem minerados. Especificamente, 20 *stopes* estão na região densamente amostrada com DDHs e 16 *stopes* estão na área pobremente amostrada em termos de DDHs.

As estimativas dos *stopes* foram comparadas com o seu teor verdadeiro através de diagramas de dispersão. Nesses diagramas, foi calculado o coeficiente de correlação entre estimados e os valores reais e o coeficiente angular da reta de regressão linear  $y = ax$ . Além disso, o erro de estimativa foi medido. A expressão (10) mostra o cálculo do erro de estimativa:

$$Erro = x^* - x \quad (10)$$

onde  $x^*$  é o valor estimado e  $x$  é o valor real. Primeiro, as comparações foram feitas considerando todos os *stopes* a serem minerados. Posteriormente, as comparações foram feitas para as áreas densamente e mal amostradas com DDHs, respectivamente.

#### 4.9 Impacto na previsão da produção

Para cada *stope*, a quantidade de metal prevista foi comparada com a quantidade de metal obtida. A expressão (11) define a quantidade de metal (QAu) em gramas:

$$QAu = Au \times Vol \times Dens \times \frac{Rec}{100} \quad (11)$$

onde Au é o teor de ouro ( $g t^{-1}$ ), Vol é o volume do *stope* ( $m^3$ ), Dens é a densidade ( $t m^{-3}$ ) e Rec é a recuperação metalúrgica (%). A recuperação metalúrgica (Rec) e a densidade (Dens) foram consideradas constantes de 90% e  $2.60 t m^{-3}$ , respectivamente.

## 4.10 Resultados

### 4.10.1 Estatística Univariada

A tabela 6 mostra o sumário estatístico das estimativas (casos 1 e 2) e dos valores reais. Além disso, a tabela mostra a erro relativo médio (*mean relative error - MRE*) em termos percentuais. A expressão (12) define o erro relativo (*relative error - RE*):

$$RE (\%) = \left( \frac{x^* - x}{x} \right) \cdot 100 \quad (12)$$

onde  $x^*$  é o valor estimado e  $x$  é o valor real. A expressão (13) define o erro relativo médio (*mean relative error - MRE*):

$$MRE (\%) = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \cdot RE_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad (13)$$

onde  $w$  é a massa do *stope*. Como os *stopes* possuem massas diferentes, o erro relativo médio é calculado através da média ponderada. Os pesos da média ponderada correspondem às massas dos *stopes*. De maneira similar, a média das estimativas foi calculada através da média ponderada.

Tabela 6: Sumário estatístico das estimativas e dos valores reais dos *stopes* a serem minerados.

Dados	Nº	Média (g t <sup>-1</sup> )	Desv. pad. (g t <sup>-1</sup> )	MRE (%)
Estimativa caso 1 (DDH)	36	5.88	0.84	3.70
Estimativa caso 2 (DDH + Stopes)	36	5.78	0.85	1.94
Real	36	5.67	1.00	...

A utilização das amostras de *stope* diminuiu o MRE de 3.70% (caso 1) para 1.94% (caso 2). A maior parte das amostras de DDH está localizada nas cotas superiores, que possui média ligeiramente superior à média do depósito (a média

das amostras de DDH é  $5.88 \text{ g t}^{-1}$  de Au - veja a figura 17 - e a média do depósito é  $5.64 \text{ g t}^{-1}$  de Au - veja a tabela 3). Em vista disso, a utilização dessas amostras de DDH das cotas superiores para a estimativa das cotas inferiores resultou em uma superestimativa do teor médio do depósito. Por outro lado, as amostras de *stope* abrangem tanto as cotas superiores quanto inferiores. Conseqüentemente, a média das amostras de *stope* ( $5.64 \text{ g t}^{-1}$  de Au, veja a figura 19) é mais próxima do teor real do depósito do que a média das amostras de DDH. Como as amostras de *stope* nas cotas inferiores representam melhor essa região do depósito, a utilização dessas amostras resultou em uma melhor estimativa da porção inferior do depósito e reduziu o MRE.

#### 4.10.2 Diagramas de dispersão

Considerando todos os *stopes* a serem minerados, caso 2 teve coeficiente angular e coeficiente de correlação mais próximo de 1 (Figura 23b). A melhoria é devido à maior quantidade de informação utilizada na estimativa obtida com as amostras de *stope*.

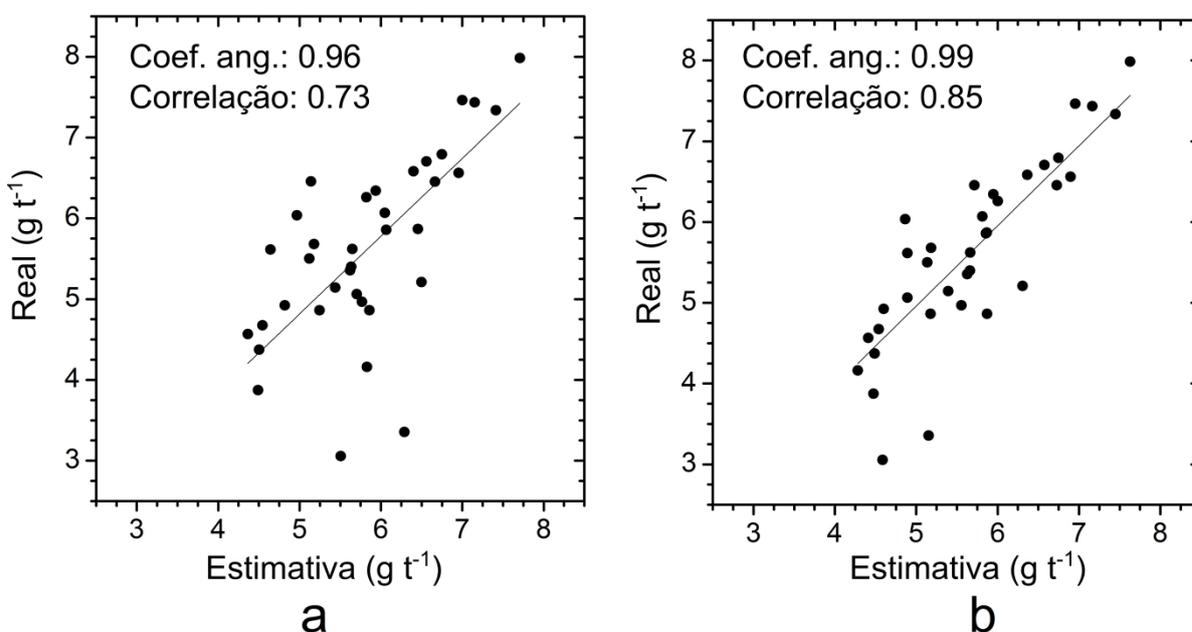


Figura 23: Diagrama de dispersão entre os teores reais e estimados dos stopes para o caso 1 (a) e caso 2 (b). Todos os stopes a serem minerados foram considerados.

Na área densamente amostrada com DDH (Figura 24), caso 1 e caso 2 tiveram igual coeficiente angular e coeficiente de correlação com o modelo de

referência. Os pesos de krigagem são maiores para as amostras mais correlacionadas com o ponto a ser estimado. Essa correlação é mais baixa para amostras mais distantes do ponto a ser estimada. Na área densamente amostrada com DDH, as amostras de *stope* estão mais distantes do ponto a ser estimado do que as amostras de DDH e receberam peso de krigagem pequeno (ao longo da direção NS, os DDHs tem espaçamento de 20 m enquanto que os centróides dos *stopes* possuem espaçamento de 60 m). Como consequência, as amostras de *stope* afetaram pouco as estimativas na área densamente amostrada com DDH.

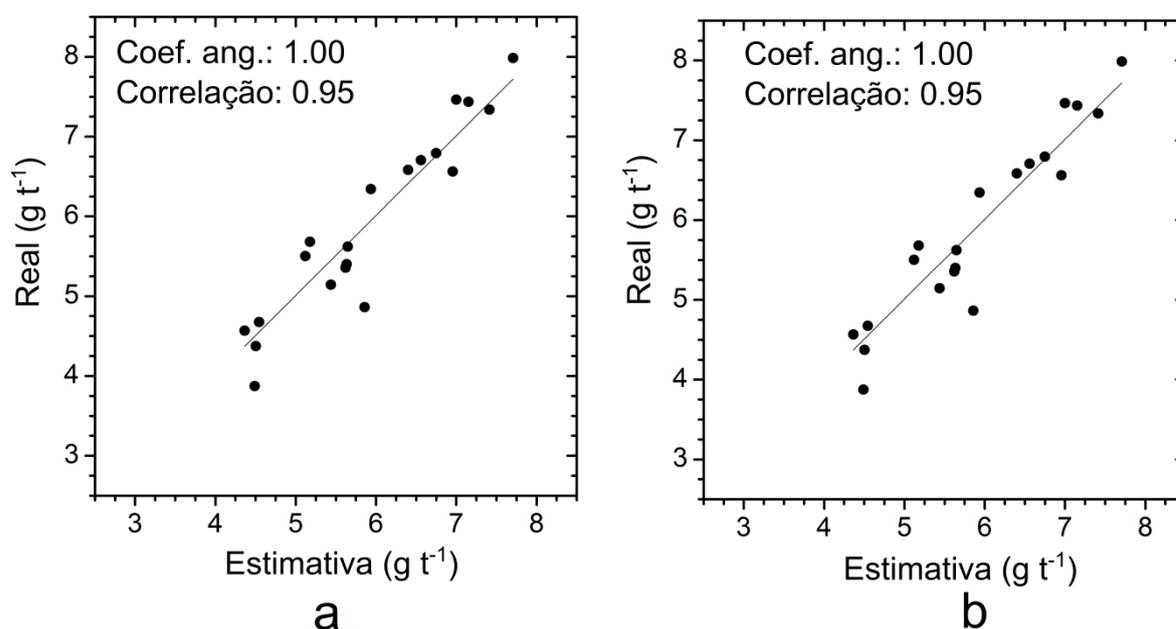


Figura 24: Diagrama de dispersão entre os teores reais e estimados dos stopes para o caso 1 (a) e caso 2 (b). Apenas os stopes a serem minerados localizados na área densamente amostrada foram considerados.

Na região com amostragem escassa de DDH, o caso 2 teve coeficiente angular e coeficiente de correlação muito mais próximo de 1 do que o caso 1 (Figura 25b). O pequeno coeficiente de correlação para os dois casos é parcialmente explicado pela pequena quantidade de *stopes* (há apenas 16 pontos no gráfico das figuras 25a e 25b). Nessa região, as amostras de *stope* são mais correlacionadas com os pontos estimados do que as amostras de DDH e receberam maiores pesos de krigagem. Como as amostras de *stope* são mais correlacionadas com os pontos estimados, o uso de amostras de *stope* melhorou as estimativas.

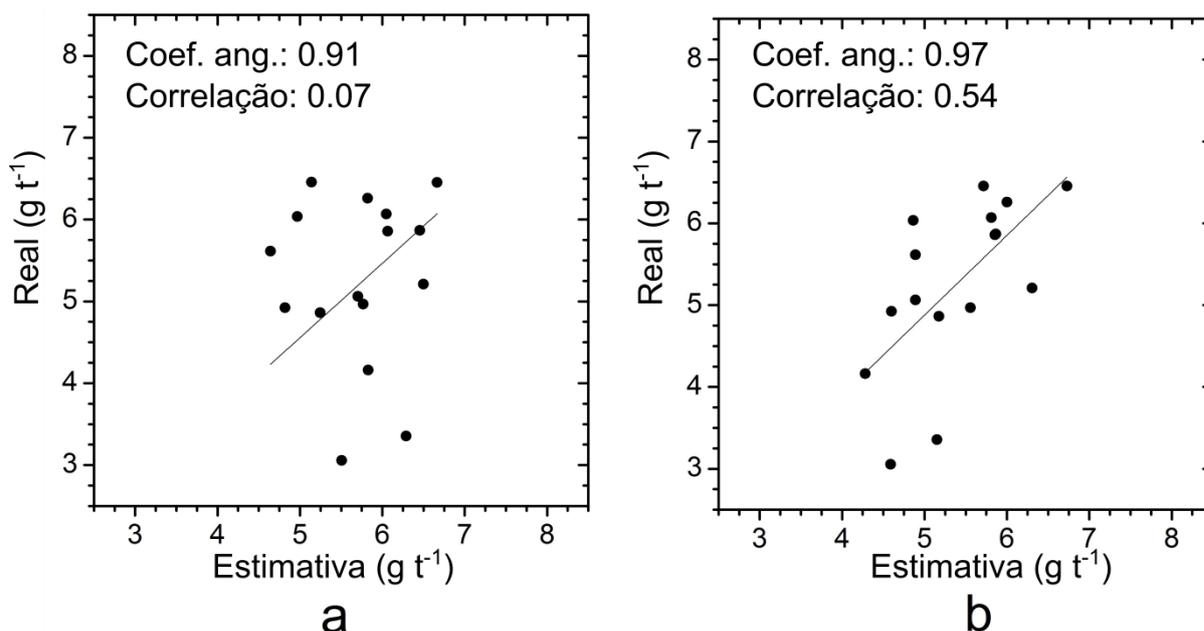


Figura 25: Diagrama de dispersão entre os teores estimados e reais dos stopes para o caso 1 (a) e caso 2 (b). Apenas os stopes a serem minerados localizados na área com amostragem escassa de DDH foram considerados.

#### 4.10.3 Erro de estimativa

Considerando todos os *stopes* a serem minerados (tabela 7), a média e desvio padrão do erro de estimativa foram menores para o caso 2 (a média e desvio padrão foram calculados utilizando a massa dos *stopes* como pesos ponderadores, porque os *stopes* possuem massas distintas). Na área densamente amostrada, a média e desvio padrão do erro absoluto foram baixos para os dois casos (tabela 8). Na área com amostragem escassa de DDH, a média e o desvio padrão do erro de estimativa foram significativamente mais baixos no caso 2 (tabela 9). As amostras de *stope* melhoraram as estimativas quando elas estavam mais correlacionadas com o ponto a ser estimado do que as outras amostras (na área com amostragem escassa de DDH). A adição de informação com as amostras de *stope* resultou em estimativas mais precisas (menor desvio padrão do erro absoluto) e mais acuradas (erro médio mais próximo de 0).

Tabela 7: Média e desvio padrão do erro de estimativa considerando todos os stopes a serem minerados.

Amostras usadas	Nº	Média (g t <sup>-1</sup> )	Desv. pad. (g t <sup>-1</sup> )
DDH (caso 1)	36	0.21	0.69
DDH + Stopes (caso 2)	36	0.11	0.53

Tabela 8: Média e desvio padrão do erro de estimativa considerando os stopes a serem minerados localizados na área densamente amostrada.

Amostradas usadas	Nº	Média (g t <sup>-1</sup> )	Desv. pad. (g t <sup>-1</sup> )
DDH (caso 1)	20	0.00	0.36
DDH + Stopes (caso 2)	20	0.00	0.36

Tabela 9: Média e desvio padrão do erro de estimativa considerando os stopes a serem minerados localizados na área com amostragem escassa de DDH.

Amostras usadas	Nº	Média (g t <sup>-1</sup> )	Desv. Pad.(g t <sup>-1</sup> )
DDH (caso 1)	16	0.46	0.89
DDH + Stopes (caso 2)	16	0.24	0.66

#### 4.10.4 Previsão da produção

A figura 26 mostra a diferença absoluta entre a quantidade de metal verdadeira e prevista para cada *stope*. Na área densamente amostrada (índice dos *stopes* 1 – 20 na figura 26), os dois casos estão igualmente distantes da ordenada zero. Por outro lado, na área mal amostrada com DDH (índice dos *stopes* 21 a 36 na figura 26), caso 2 está mais próximo da ordenada zero do que caso 1. Exceção ocorre no *stope* com índice 31.

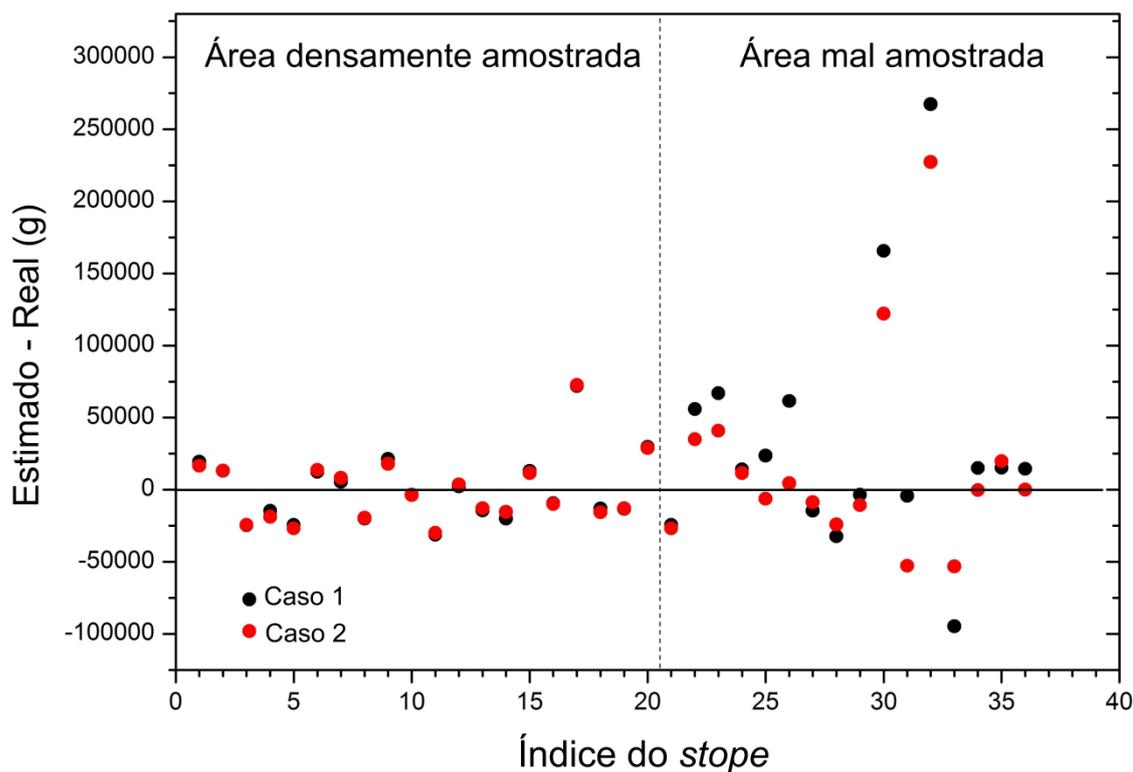


Figura 26: Diferença absoluta entre a quantidade de metal estimada e prevista para cada stope. Índices dos stopes 1-20 se referem aos stopes localizados na área densamente amostrada com DDH. Índices dos stopes 21-36 se referem aos stopes localizados na área mal amostrada com DDH.

A tabela 10 compara o total de gramas produzido com o total de gramas previsto nos dois casos. No caso 1, o modelo de teores superestima em 3.70% a quantidade de metal enquanto que no caso 2, essa diferença cai para 1.94%.

Tabela 10: Comparação entre a quantidade de ouro obtida e prevista nos dois casos.

Previsto - Caso 1 (g)	Previsto – Caso 2 (g)	Verdadeiro (g)
14 711 815.10	14 460 837.95	14 185 528.89

A tabela 11 compara a receita obtida com a receita prevista nos dois casos considerando o preço do ouro de 32.15 US\$ g<sup>-1</sup> (desde setembro de 2009 o preço de ouro tem se mantido superior a 32.15 US\$ g<sup>-1</sup> – *goldprice.org*). Caso 1 superestima a receita em 16.92 MUS\$ enquanto caso 2 superestima a receita em 8.85 MUS\$.

Tabela 11: Comparação entre a receita obtida e prevista nos dois casos.

Previsto - Caso 1 (US\$)	Previsto – Caso 2 (US\$)	Verdadeiro (US\$)
473 048 717.04	464 978 712.22	456 126 330.87

O uso dos teores de *stopes* já lavrados nas estimativas aumentou a precisão e acurácia das estimativas. Essa melhoria fez com que a previsão da quantidade de metal e da receita, provenientes dos *stopes* a serem minerados, ficasse mais próxima da quantidade de metal e receita obtida.

## 5. Conclusões e recomendações

O capítulo 5 está dividido em duas seções: a seção 5.1 apresenta as principais conclusões obtidas com o trabalho e a seção 5.2 mostra avenidas para pesquisas futuras.

### 5.1 Conclusões

Essa dissertação mostra que o aumento de informação devido ao uso das amostras definidas em suporte volumétrico aumentou a precisão e acurácia das estimativas. A melhoria foi evidente quando as amostras de suporte volumétrico eram mais correlacionadas com os pontos a serem estimados do que as outras amostras (DDHs). A dissertação mostra, também, que a abordagem de krigagem de blocos para incorporar amostras de diferentes suportes é aplicável em mineração.

Embora na mineração os dados de produção sejam frequentemente ignorados para fins de estimativa dos modelos de teores de curto prazo, esse estudo mostra que eles carregam informação valiosa e, portanto, devem ser utilizados nas estimativas. Além disso, os dados de produção são mais baratos do que os furos de sondagem.

A dissertação apresenta o *plug-in Block Kriging* do software SGeMS como uma solução computacional para fazer estimativa com dados de diferentes suportes. O *plug-in* possui uma interface amigável ao usuário e permite utilizar amostras volumétricas com formas irregulares.

### 5.2 Recomendações

As recomendações para trabalhos futuros são as seguintes:

i) Repetir o estudo para um banco de dados obtido de uma grande operação de mina. Uma das limitações do estudo de caso apresentado no capítulo 4 é que o modelo de teores possui um número pequeno de *stopes*. O potencial da técnica pode ser testado mais rigorosamente se o estudo de caso for repetido para uma grande operação de mina. A mina pode trabalhar com o método de lavra de cava a céu a aberto. Nesse caso, as amostras suporte volumétrico seriam obtidas de linhas

de escavação, em vez de *stopes*. As informações de suporte volumétrico seriam obtidas dos estudos de reconciliação.

ii) Adaptar o *plug-in* para incorporar erro nas amostras volumétricas. O estudo de caso apresentado no capítulo 4 considera que não há erro nas amostras volumétricas. Na prática, é difícil obter uma medida confiável para dados de produção. Nesse sentido, o *plug-in* pode ser adaptado para realizar uma cokrigagem de blocos, em vez de krigagem de blocos.

iii) Expandir as funcionalidades do *plug-in* para considerar amostras de diferentes comprimentos. Dentro desse contexto, a krigagem de blocos poderia ser utilizada em vez de compositar as amostras. Essa abordagem foi demonstrada por Horta *et al.* (2014) para a área de hidrologia. No estudo de caso de Horta *et al.*, o banco de dados possuía um pequeno número de amostras. Embora esse detalhe prático não tenha sido abordado no artigo, o autor dessa dissertação acredita que Horta *et al.* discretizaram as amostras de maior comprimento manualmente. Essa prática é inviável para estudos em mineração, cujos bancos de dados possuem um número grande de amostras. Para que a metodologia apresentada seja aplicada em mineração, é necessário um *software* que discretize as amostras de maior comprimento automaticamente.

iii) Aprimorar o *plug-in Block Kriging* para ser mais rápido. A maior limitação do *plug-in* desenvolvido é o tempo necessário quando as amostras em suporte volumétrico são grandes. Esse tempo pode ser reduzido substancialmente através do uso de *covariance lookup table* e FFT para o cálculo das covariâncias ponto-a-bloco e bloco-a-bloco.

iv) Investigar o uso de amostras de diferentes suportes para variáveis não aditivas. A abordagem de krigagem de blocos é adequada quando o valor da variável sobre um volume é a média linear dos valores pontuais dentro desse volume. Essa abordagem não se aplica para a maioria das variáveis geometalúrgicas (*work index* e recuperação metalúrgica, por exemplo).

v) Construir um novo *plug-in* do SGeMS para realizar simulação sequencial direta que utiliza amostras definidas em diferentes suportes. O *plug-in Block Kriging* constrói um único mapa suavizado que não reproduz o histograma e variograma dos dados. Para construir cenários equiprováveis com reprodução do histograma e variograma, é necessário utilizar simulação em vez de estimativa. Como a simulação

sequencial gaussiana não preserva a relação linear entre amostras de diferentes suportes, a simulação sequencial direta é mais indicada.

## Referências

- Behrens, R.A., Macleod, M.K., Tran, T.T. e Alimi, A.O. 1998. *Incorporating Seismic Attribute Maps in 3D Reservoir Models*. SPE Reservoir Evaluation & Engineering, April.
- Davi, M. 1977. *Geostatistical ore reserve estimation*. New York, Elsevier Scientific Publishing Co.
- Deutsch, C.V., Srinivasan, S. e Mo, Y. 1996. *Geostatistical reservoir modeling accounting for precision and scale of seismic data*. SPE 36497 presented at the 1996 SPE Annual Technical conference and Exhibition, October.
- Deutsch, C.V. 2002. *Geostatistical Reservoir Modeling*. New York, Oxford University Press.
- Deutsch, C.V. 2006. *A sequential indicator simulation program for categorical variables with point and block data: BlockSIS*. Computers & Geosciences, Volume 32, Issue 10.
- Goovaerts, P. 1997. *Geostatistics for natural resource evaluation*. Oxford, Oxford University Press.
- Goovaerts, P. 2010. *Combining Areal and Point Data in Geostatistical Interpolation: Applications to Soil Science and Medical Geography*. Mathematical Geoscience, Volume 42, Issue 5.
- Gotway C.A., Young L.J. 2007. *A geostatistical approach to linking geographically-aggregated data from different sources*. Journal of Computational and Graphical Statistics, Volume 16, Issue 1.
- Hansen, T.M. e Mosegaard, K., 2008. *Visim: sequential simulation for linear inverse problems*. Computers & Geosciences, Volume 34, Issue 1.

Hartman H.L. 1992. *SME Mining Engineering Handbook*. Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc., Littleton, Colorado.

Horta, A., Pereira, M. J., Gonçalves, M., Ramos, T. e Soares, A. 2014. *Spatial modelling of soil hydraulic properties integrating different supports*. Journal of Hydrology, Volume 511.

Isaaks, H. E. e Srivastava, M. R. 1989. *An introduction to applied geostatistics*. Oxford, Oxford University Press.

Journel, A. G. e Huijbregts, C. J. 1978. *Mining geostatistics*. New York, Academic Press.

Journel, A. G., 1994, *Modeling uncertainty: some conceptual thoughts*. Geostatistics for the Next Century. Kluwer Academic Pub., Dordrecht, The Netherlands.

Journel, A. 1999. *Conditioning geostatistical operations to non-linear volume averages*. Mathematical Geology, Volume 31, Issue 8.

Leuangthong, O., Khan D., Deutsch C. 2008. *Solved Problems in Geostatistics*. Wiley, Hoboken, New Jersey.

Liu, Y. e Journel, A. 2009. *A package for geostatistical integration of coarse and fine scale data*. Computer & Geosciences, Volume 35, Issue 3.

Nowak, W., Tenkleve, S., Cirpka, O.A., 2003. *Efficient computation of linearized cross-covariance and auto-covariance matrices of inter- dependent quantities*. Mathematical Geology, Volume 35, Issue1.

Pardo-Igúzquiza, E., Chica-Olmo, M. and Atkinson, P. M. 2006. *Downscaling cokriging for image sharpening*. Remote Sensing of Environment, Volume 102, Issues 1–2.

Poggio, L. and Gimona, A. 2013. *Modelling high resolution RS data with the aid of coarse resolution data and ancillary data*. International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation, Volume 23.

Remy, N., Boucher, A. e Wu, J. 2008. *Applied Geostatistics with SGeMS: A Users Guide*. Cambridge University Press, New York.

Ren, W. 2007. *Exact Downscaling in Reservoir Modeling*. PhD Thesis, University of Alberta, Edmonton, Canada.

Sinclair, A.J. e Blackwell, G.H. 2002. *Applied mineral inventory estimation*. Cambridge, Cambridge University Press.

Srivastava, M. R. 1992. *Reservoir characterization with probability field simulation*. SPE Paper 24753, Presented at the 1992 SPE Annual Conference and Exhibition, Washington, DC (1992).

Tran, T. T., Deutsch, C. C. e Xie, Y. 2001. *Direct Geostatistical Simulation With Multiscale Well, Seismic, and Production Data*. SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in New Orleans, Louisiana, 30 September–3 October.

Yao, T. e Journel, A. G. 2000. *Integrating seismic attribute maps and well logs for porosity modeling in a west Texas carbonate reservoir: addressing the scale and precision problem*. Journal of Petroleum Science and Engineering, Volume 28, Issues 1–2.

Yao, T. e Chopra, A. 2000. *Integration of seismic attribute map into 3D facies modeling*. Journal of Petroleum Science and Engineering Volume 27, Issues 1–2, July 2000.

