



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO EM ENGENHARIA DE  
CONTROLE E AUTOMAÇÃO

# **Desenvolvimento de Sistema de Estimação de Posição empregando filtro de Kalman e GPS/INS**

*Autor: Felipe André Traesel*

*Orientador: Pedro Rafael Fernandes Bolognese*

Porto Alegre, dezembro de 2014

## Sumário

Sumário	2
Agradecimentos	3
Resumo	4
Abstract	5
Lista de Figuras	6
Lista de Tabelas	7
Lista de Símbolo	8
Lista de Abreviaturas e Siglas	9
1 Introdução e Motivação	10
2 Fundamentação e Revisão Bibliográfica	14
2.1 Sistemas de Navegação e Orientação	14
2.1.1 IMUs	14
2.1.2 GNSS	14
2.1.3 GPS	15
2.1.4 Protocolos NMEA	19
2.1.5 Diluição de Precisão (DOP)	20
2.2 Filtro de Kalman	23
2.3 Revisão Bibliográfica	27
3 Metodologia	28
3.1 IMU e barômetro	28
3.2 Calibração	29
3.3 GPS	30
3.3.1 Estimação do Erro de Posição	30
3.4 Leitura e interpretação	31
3.5 Implementação do filtro de Kalman	32
4 Resultados e Discussões	38
4.1 Análise dos Resultados	39
4.1.1 Ensaio número 1	39
4.1.2 Ensaio número 2	42
5 Conclusões e Futuras Pesquisas	46
6 Referências	47
Anexo 1	48
Anexo 2	51

## **Agradecimentos**

A toda a minha família, namorada e amigos, pela torcida, apoio e paciência durante todos estes anos.

*“Learn from yesterday,  
live for today, hope for tomorrow.  
The important thing is not to stop questioning.”  
– Albert Einstein (1879 – 1955).*

## Resumo

Estimadores de posição que empregam técnicas de filtro de Kalman são amplamente utilizados para solucionar o problema de localização e orientação espacial em robótica. No entanto, a estimação de posição e orientação em veículos e aeronaves se torna um desafio, visto o nível de incertezas que cercam as informações que são possíveis de serem coletadas para tal.

Neste trabalho é apresentado o desenvolvimento de uma plataforma para estimação de posição de um veículo aéreo não tripulado utilizando o filtro de Kalman para estimar a posição e orientação. O mesmo realiza esta tarefa através da aquisição de dados de um receptor GPS e de sensores inerciais como acelerômetros e giroscópios. O projeto foi executado visando a utilização de componentes de baixo custo e baixa complexidade computacional.

Para a validação e análise do conceito, testes foram realizados em um veículo terrestre, iniciando pela coleta de dados de leitura dos sensores inerciais, bem como do receptor GPS durante um percurso sobre área urbana. Em seguida, os dados coletados foram tratados com o objetivo de se remover o *bias* dos sensores. Por fim, os dados tratados foram processados de maneira *off-line* para se obter a saída do algoritmo do filtro de Kalman. Variáveis como posição, velocidade e orientação sobre o plano foram os estados deste estimador.

A vantagem da utilização da técnica de filtragem de Kalman fica evidenciada ao se comparar os resultados das técnicas de navegação via satélite e navegação inerciais em separado com o resultado da fusão das técnicas com o filtro de Kalman.

**Palavras-chave:** Estimador de Posição, Filtro de Kalman, Veículo Aéreo Não Tripulado.

## **Abstract**

Position estimators based on the Kalman filter are widely used in solving spatial position and orientation problems in robotics. However, the position and orientation estimation for land-vehicles and aircrafts becomes a challenge, seen the amount of uncertainty that surrounds the information possible to be collected.

In this work, the development of a platform for position estimator for unmanned aerial vehicles utilizing Kalman filter to estimate the position and orientation is presented. The estimation will be achieved through data acquisition of a GPS receiver and inertial sensors like accelerometers and gyroscopes. The project execution aimed on low costs components and low computational complexity.

For analysis and concept validation, tests were realized with a land-vehicle, starting with the inertial sensor's data collected, as well as the GPS receiver, through an urban path. Next, the collected data were treated aiming the removal of sensor biases. Last, all the data were processed offline. Position, velocity and orientation were the state variables of this estimator.

The advantage of using the Kalman filter techniques is evident when comparing the results of satellite navigation and inertial navigations separately against the results of Kalman filter fusion techniques.

**Key-words:** Position Estimation, Kalman Filter, Unmanned Aerial Vehicle.

## Lista de Figuras

Figura 1.1: VANT utilizado para técnicas de monitoramento de culturas agrícolas. Retirado de <a href="http://www.precisionag.com/">http://www.precisionag.com/</a> .....	11
Figura 2.1: Representação conceitual da triangulação de satélites. Retirado de (Más, Zhang, & Hansen, 2010). .....	15
Figura 2.2: Definição das coordenadas geodésicas. Retirado de (Más, Zhang, & Hansen, 2010). .....	16
Figura 2.3: Definição das coordenadas ECEF Retirado de (Más, Zhang, & Hansen, 2010). .....	17
Figura 2.4: Exemplificação do Plano Tangente Local sobre a superfície terrestre. Retirado de (Más, Zhang, & Hansen, 2010). .....	18
Figura 2.5: Especificação das mensagens GGA NMEA. Retirada de (Más, Zhang, & Hansen, 2010).....	20
Figura 2.6: Especificações das mensagens VTG NMEA. Retirada de (Más, Zhang, & Hansen, 2010).....	20
Figura 2.7: Ilustração da diluição de precisão. Retirado de (Langley, 1999).....	21
Figura 2.8: Ilustração do filtro de Kalman: (a) predição inicial. (b) a medição (em negrito) com a sua incerteza associada, (c) a predição depois de integrada a medição com a predição inicial usando o algoritmo do filtro de Kalmann, (d) predição depois da movimentação a direita (a qual introduz incertezas), (e) uma nova medição com a incerteza associada, e (f) o resultado da predição. Adaptado de (Thrun, Burgard, & Fox, 2000).....	26
Figura 3.1: Multiwii SE V2.5. ....	28
Figura 3.2: Aquisição de dados para calibração do acelerômetro. ....	29
Figura 3.3: Receptor GPS Navilock NL-402U USB. ....	30
Figura 3.4: Coleta de dados no plano latitude x longitude com o receptor parado. ....	31
Figura 3.5: Coleta de amostras para a altitude. ....	31
Figura 3.6: Porta de comunicação GPS Navilock. ....	32
Figura 3.7: Relação entre o sistema de coordenadas locais fixo e o sistema de coordenadas do LTP. Adaptado de (Más, Zhang, & Hansen, 2010). ....	32
Figura 3.8: Sistemas fixo de coordenadas no veículo. Adaptado de (Maklouf, Ghila, Abdulaa, & Yousef, 2013).....	33
Figura 4.1: Instalação da antena do receptor GPS sobre o centro do veículo. ....	38
Figura 4.2: Posição da IMU aproximadamente no centro do veículo. ....	38
Figura 4.3: Laptop responsável pelo armazenamento das informações. ....	39
Figura 4.4: Marco Geodésico estação 90557.....	40
Figura 4.5: Navegação inercial sem atualização do GPS. Fenômeno do <i>drift</i> dos sensores inerciais.....	40
Figura 4.6: Resultado do estimador para taxa de atualização de 0.5 Hz .....	41
Figura 4.7: Resultado do processamento para o Ensaio 1. ....	42

---

Figura 4.8: caminho percorrido em trecho urbano para o ensaio de validação. ....	43
Figura 4.9: Comparação entre a estimação de Kalman e o receptor GPS. ....	43
Figura 4.10: Etapa representada em azul no trajeto. (a) representa a vista lateral, longitude x altitude. (b) representa a vista superior, longitude x latitude.....	44
Figura 4.11: Vista superior, longitude x latitude, da etapa representada em vermelho no trajeto. ....	45

### **Lista de Tabelas**

Tabela 2.1: Mensagens de GPS NMEA usadas para navegação. Retirada de (Más, Zhang, & Hansen, 2010).....	19
Tabela 2.2: Fontes de erros constituintes do UERE em 1996. Retirada de (US Army Corps of Engineers, Aug 1996).....	22
Tabela 2.3: Algoritmo do filtro de Kalman para transições de estados e medições Gaussianas lineares. Retirado de (Thrun, Burgard, & Fox, 2000). ....	25

---

**Lista de Símbolo**

$\lambda$	Latitude
$\phi$	Longitude
$h$	Altitude
$\sigma$	Desvio padrão
$\omega$	Velocidade angular
$\varphi$	<i>Heading</i> / Orientação
$\varepsilon$	Erro randômico, ruído branco
$a$	Eixo maior da Terra
$b$	Eixo menor da Terra
$f$	Achatamento da elipsoide
$e$	Excentricidade
$N_0$	Grande normal
$x$	Vetor de estados
$\hat{x}$	Estimativa do vetor de estados
$\bar{x}$	Predição do vetor de estados
$\pi$	Pi
$A$	Matriz dinâmica
$B$	Matriz de relação do sistema com as entradas
$u$	Vetor de entradas
$z$	Vetor de medições
$C$	Matriz de relação do sistema com o vetor de medições
$R$	Matriz de covariância sobre as incertezas da representação dos estados
$Q$	Matriz de covariância sobre as incertezas nas medições
$P$	Matriz de covariância sobre a estimativa dos estados
$K$	Ganho de Kalman
$V$	Velocidade
$\partial t$	Instante de tempo



## Lista de Abreviaturas e Siglas

AP	Agricultura de Precisão
CEP	<i>Circular Error Probable</i>
CTP	<i>Conventional Terrestrial Pole</i>
DGPS	Sinal de satélite diferencial
DOP	<i>Dilution of Precision</i>
ECEF	<i>Earth-centered Earth-fixed</i>
EGNOS	Sinal de satélite diferencial
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i>
EPE	<i>Estimated Position Error</i>
GDOP	<i>Geometrical Dilution of Precision</i>
GGA	Formato de mensagem do protocolo NMEA 0183
GGL	Formato de mensagem do protocolo NMEA 0183
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GSA	Formato de mensagem do protocolo NMEA 0183
GSV	Formato de mensagem do protocolo NMEA 0183
HDOP	<i>Horizontal Dilution of Precision</i>
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i>
INS	<i>Inertial Navigation System</i>
LTP	<i>Local Tangent Plane</i>
MEMS	<i>Micro-Electro-Mechanical-System</i>
MSAS	Sinal de satélite diferencial
NED	<i>North-East-Down</i>
NMEA	<i>National Marine Electronics Association</i>
PDOP	<i>Position Dilution of Precision</i>
RMC	Formato de mensagem do protocolo NMEA 0183
RMS	<i>Root Mean Square</i>
RTK	<i>Real Time Kinematic</i>
SA	<i>Selective Availability</i>
TDOP	<i>Time Dilution of Precision</i>
UERE	<i>User Equivalent Range Error</i>
USA	<i>United States of America</i>
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado
VDOP	<i>Vertical Dilution of Precision</i>
VTG	Formato de mensagem do protocolo NMEA 0183
WGS	<i>World Geodetic System</i>
WAAS	Sinal de satélite diferencial

## 1 Introdução e Motivação

A população global continua em pleno crescimento, e isto se deve principalmente aos países emergentes como Índia e China. Com o número de pessoas crescendo no planeta, a demanda por alimentos cresce de igual maneira, exigindo dos agricultores e pecuaristas de todo o planeta o aumento da sua produtividade.

Atualmente, a agricultura está passando por um período de reformulação, tornando-se mais empresarial que de subsistência, adotando novos métodos administrativos e gerenciais para as tomadas de decisões. Neste cenário e em busca de maior competitividade, a agricultura de precisão (AP) tem ganhado força e representatividade frente aos grandes e médios agricultores, pois é uma técnica de gerenciamento de lavouras que leva em consideração a variabilidade dos parâmetros do solo (Menegatti & Molin, 2004). Ainda, a agricultura de precisão pode ser definida como um conjunto de técnicas que permite o gerenciamento localizado de culturas (Balastreire, 1998). Com isso, permite a utilização de recursos como fertilizantes de modo ótimo, de maneira que corrija as imperfeições de regiões de maneira isolada do solo, homogeneizando a produtividade do talhão.

O campo de pesquisa da agricultura de precisão possui muitas frentes, abrangendo etapas desde o preparo do solo até a colheita das culturas. Existem técnicas de análise de características do solo em *grid* para se obter mapas de variabilidade do solo, em que se obtém características como umidade, compactação e disponibilidade de matéria orgânica e minerais. Existem as pesquisas sobre plantio a taxas populacionais variáveis, em que se aproveitam as regiões mais produtivas com maior lotação de plantas por metro quadrado. Há também adubação a taxas variáveis, objetivando identificar e corrigir falhas nutricionais no talhão e finalmente chegando ao momento da colheita, em que é possível coletar informações sobre a produtividade de cada região do talhão, e em seguida relacionar com as características do solo apresentada nas análises anteriores.

Para todas as técnicas de agricultura de precisão atualmente em desenvolvimento, tecnologia é imprescindível, e com estas pesquisas abriram-se muitos campos para pesquisa e desenvolvimento de equipamentos eletrônicos para coleta de informações, georeferenciamento destas informações, e posteriormente o processamento desses dados para geração de números concretos para pesquisadores e agricultores, objetivando a avaliação da lavoura.

Historicamente a inspeção visual de lavouras é o principal indicativo da sanidade e grau de desenvolvimento das culturas. No entanto, com o passar dos anos, as áreas cultivadas cresceram expressivamente e com o aumento da área cultivada também evoluiu a genética das culturas, resultando em culturas com alto grau de produção de matéria orgânica, seja em densidade ou em altura das plantas, dificultando a tradicional inspeção visual do agricultor.

Consegue-se contornar este obstáculo a partir de fotografias e imagens aéreas, que com a evolução das técnicas e disponibilidade de tecnologias passou a ser denominada de sensoriamento remoto. As técnicas de sensoriamento remoto são ferramentas que possuem grande potencial para identificação de anormalidades em lavouras, pois realizam a função de extensão da visão humana, permitindo ao agricultor visualizar a sua lavoura com longo alcance, e com ótima precisão para o diagnóstico de manchas no talhão. Entre as ferramentas mais utilizadas para técnicas de sensoriamento remoto estão as imagens via satélite, mas principalmente as fotografias aéreas captadas por aviões e helicópteros.

O sensoriamento remoto apresenta uma evolução grandiosa na técnica de monitoramento de culturas, principalmente com imagens capturadas por câmeras multiespectrais. É possível realizar o processamento dessas imagens de maneira a identificar padrões, seja para identificar zonas afetadas por pragas ou doenças, como para identificar o estado nutricional

das culturas. Ainda, as fotografias aéreas são utilizadas em cadastros rurais e no mapeamento de solo.

Atualmente, órgãos como a Embrapa, por exemplo, investem em pesquisas de utilização de veículos aéreos não tripulados para aquisição de dados a partir de imagens aéreas e criação de mapas de variabilidade. Posteriormente, estes mapas de variabilidade servem como ferramentas para engenheiros agrônomos para a geração do plano e estratégia de adubação e correção do solo, a fim de corrigir as regiões do mapa que demonstrarem algum tipo de deficiência nutricional, objetivando sempre a homogeneização da área produtiva, gerando o máximo de eficiência na relação produção por custo com insumos.

Na utilização de veículos aéreos não tripulados para aquisição de imagens aéreas visando a geração de mapas, há um aspecto muito importante para garantir bons resultados no momento de combinar as imagens aéreas, que é a posição e a orientação da câmera, que por sua vez está relacionada a posição e orientação do veículo. É necessário saber-se com a melhor exatidão possível a posição do veículo, bem como a sua orientação ao captar cada imagem, para que na próxima etapa, o software responsável por montar as imagens em um mapa faça-o sem sobrepor nem mal posicionar nenhuma imagem, e criando um mapa fiel à área.



Figura 1.1: VANT utilizado para técnicas de monitoramento de culturas agrícolas. Retirado de <http://www.precisionag.com/>.

Num ambiente externo, principalmente aéreo, existem muitas incertezas acerca do posicionamento de um veículo. Não há trilhos para fornecer algumas restrições de posição e nem há sensores de presença para referenciá-lo, como veículos autônomos de carga dentro de uma indústria, por exemplo. Deste modo, é necessário realizar-se uma estimativa acerca da sua posição através das informações providas de um receptor GNSS (*Global Navigation Satellite System*). Um receptor GNSS é capaz de fornecer a localização de sua antena sobre a superfície terrestre, dentro de um intervalo de confiança variável, em que em alguns casos extremos pode ser de centenas de metros. Sendo assim, se faz de grande importância a presença de mais algum sensoriamento para a determinação de posição com menor incerteza. A INS (*Inertial Navigation System*) se utiliza de sensores inerciais como acelerômetros e giroscópios para detectar aceleração e velocidade angular, respectivamente. Com a detecção destas informações, é possível obter-se mais uma estimativa de localização de um veículo, a partir das medições e conseqüentes integrações da aceleração para obter-se velocidade e posição, e integração da velocidade angular para obter-se orientação.

Para combinar medidas de fontes sensoriais diferentes, existem muitas técnicas, entre elas o filtro de Kalman. O filtro de Kalman é uma técnica de estimação ótima de estados. Operacionalmente é composto por duas etapas, uma etapa de predição e uma etapa de atualização. Na etapa de predição, os estados do sistema, como posição e orientação são previstos para um tempo imediatamente futuro, com base em informações como a posição e orientação atuais, o modelo matemático dinâmico do sistema e dados lidos dos sensores inerciais. Assim prevê-se para um instante de tempo futuro como estarão as variáveis de estado do sistema. Após a predição, vêm o passo de atualização. No passo de atualização, o filtro de Kalman utiliza-se de informações providas de outra fonte sensorial, do receptor GNSS. Neste passo, com base na diferença entre a posição e orientação previstas no passo anterior, e a posição e orientação providas do receptor GNSS computa-se o ganho de Kalman que irá calcular a melhor estimativa dentre as duas informações, ponderando em função do nível de confiança das medidas realizadas neste período.

Com a utilização do filtro de Kalman para a fusão de diferentes fontes sensoriais, computa-se de maneira otimizada a localização e orientação do veículo, diminuindo de maneira muito significativa os erros referentes à variação no cálculo de posição pelo receptor GNSS bem como os erros de posição causados por *drift* (constante integração do erro), amplamente enfrentados por sistemas que utilizam sensores inerciais, como acelerômetros.

Sistemas de estimação de posição são praticamente inexistentes ainda neste nicho, e o valor dos equipamentos utilizados para tal pode se tornar bastante alto, inviabilizando o investimento para muitos agricultores do país. Pode-se citar como exemplo de custos altos os sistemas de posicionamento via satélite diferenciais (DGPS, WAAS ou EGNOS que requerem mensalidades, por exemplo) e com correção RTK (*Real-time Kinematic*) que possui um altíssimo custo de aquisição de antenas e bases estacionárias. Já para sistemas de navegação inercial, acelerômetros e giroscópios podem atingir valores que ultrapassam em dezenas de vezes o custo de um VANT em si.

Frente a isto, se torna necessário o desenvolvimento de sistemas de estimação de posição de baixo custo. Equipamentos de baixo custo, por outro lado, são equipamentos que apresentam níveis de performance mais modestos, e algumas vezes insatisfatórios, se fazendo necessário um algoritmo mais robusto que saiba lidar com estas imperfeições de equipamentos baratos.

Durante as operações de imageamento da superfície terrestre é necessário determinar, através do VANT, a posição e orientação geográfica. Portanto, a saída do algoritmo de Kalman deverá retornar valores de posição em coordenadas norte e leste no plano, bem como a orientação do veículo.

O filtro de Kalman é um estimador, ou seja, o seu algoritmo irá retornar uma estimativa acerca das variáveis de estado, neste caso, da posição e orientação. Isso significa que, dentre as informações que são fornecidas ao algoritmo, haverá a interpretação e a consequente estimativa de qual é o valor mais provável. Sendo assim, o algoritmo irá receber leituras dos sensores dos quais ele tem conhecimento a respeito do nível de confiança de cada sensor, e a partir disso, estimar a posição e orientação também com um grau de incerteza. Em resumo, o filtro de Kalman irá trabalhar com distribuições de probabilidade acerca da posição e da orientação real, a partir de informações (confiáveis ou não) que receber dos sensores do sistema.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma. No capítulo 2, é apresentada uma revisão bibliográfica sobre como outros pesquisadores, ao se depararem com problemas semelhantes, adotaram o filtro de Kalman para a melhor estimação de parâmetros como posição e orientação. Ainda no capítulo 2 são revisados os métodos utilizados para embasamento e ambientação com o problema da localização de veículos. Neste capítulo são introduzidos conceitos a respeito de localização via satélite, entre a interpretação das

coordenadas até os protocolos usualmente utilizados e conceitos de funcionamento dos sensores utilizados para a aplicação da técnica do filtro de Kalman. O conceito e a teoria acerca da técnica de filtro de Kalman também são abordadas no capítulo 2.

No capítulo 3 é apresentada a metodologia. O completo desenvolvimento do estimador, desde o projeto conceitual até a execução encontra-se neste capítulo. A escolha, montagem e comunicação dos sensores, a rotina de calibração dos mesmos, o processamento dos dados estão inclusos neste capítulo.

A exibição e análise dos resultados obtidos estão apresentados no capítulo 4, que contém resultados de processamento do algoritmo de Kalman para dois ensaios realizados a fim de se validar a teoria aplicada.

Por fim, o capítulo 5 traz as conclusões acerca de toda a pesquisa. Pontos fortes do sistema, sugestão de melhorias e projeção futura para seguimento da pesquisa são propostos neste último capítulo.

## 2 Fundamentação e Revisão Bibliográfica

### 2.1 Sistemas de Navegação e Orientação

Sistemas de navegação e orientação são dependentes de sensores, sendo os mais comuns os sensores inerciais. Outros mecanismos de localização, como por exemplo receptores de sistemas de navegação via satélite são igualmente utilizados para tal quando se trata de ambientes externos.

Cada tipo de sensor possui características únicas que os tornam mais ou menos adequados para uma ou outra tarefa, e as características dos sensores utilizados no sistema de estimação de posição proposto são comentados a seguir.

#### 2.1.1 IMUs

*Inertial measurement units*, ou IMUs, são elementos de mensuração inerciais, ou sensores inerciais, compostos por acelerômetros e giroscópios. Acelerômetros são dispositivos capazes de captar e medir forças de aceleração, seguindo os princípios da segunda lei de Newton, em que se calcula a aceleração a partir da mensuração da força sobre uma massa conhecida. Giroscópios por sua vez são elementos capazes de medir velocidade angular sobre o eixo de rotação no qual estão instalados. Uma IMU pode ser classificada pelo número de graus de liberdade que possui,

Segundo (Zhao, 2011), as IMUs possuem algumas vantagens para navegação, e entre elas está o fato de não dependerem de informações externas. Ainda, a navegação é muito precisa em um pequeno período de tempo. O maior problema deste tipo de navegação são os erros inerentes do tipo de construção dos sensores, o *bias* e o *drift*.

O *bias* de um sensor é o valor médio diferente de zero que o mesmo apresenta em sua saída, na ausência de alguma excitação. Para obterem-se valores referentes a posição, é necessário integrar o valor de aceleração duas vezes, bem como para obter o ângulo é necessário integrar o valor da velocidade angular. Esta integração de valores de um sensor que apresenta *bias* ocasiona em uma propagação do erro, o qual é integrado no tempo, levando em um pequeno período de tempo a posições e ângulos diferentes da realidade. Este problema enfrentado por técnicas de navegação inercial é o *drift*, e para se corrigir estes efeitos, a técnica do filtro de Kalman objetiva fundir estas informações com outras informações de fontes distintas para se obter uma estimação mais correta.

#### 2.1.2 GNSS

*Global navigation satellite systems*, também conhecidos como GNSS, são o conjunto de sistemas de localização que utilizam satélites artificiais para determinar a posição de um receptor em um sistema de coordenadas globais. O princípio no qual GNSS são baseados é da triangulação, e isto envolve a estimação de distâncias de ao menos três satélites que orbitam a Terra em trajetórias diferentes e suficientemente espaçadas. Dado que são estimadas distâncias e não ângulos, esse método de cálculo é chamado de *trilateration* por alguns autores. As distâncias entre receptores e satélites são calculadas a partir de medidas de tempo que uma onda eletromagnética leva para viajar entre o emissor do satélite e a antena do receptor. Em teoria, três satélites são o suficiente para determinar as três coordenadas que definem a posição exata de um ponto no espaço, mas na prática um quarto satélite é necessário para compensar algumas incertezas na mensuração do tempo decorrido. No entanto, é sempre recomendado que o sinal de cinco satélites ou mais sejam detectados para fins de redundância, uma vez que erros são prováveis de se acontecer devido à atmosfera. A Figura 2.1. ilustra o princípio básico da *trilateration* para localização via satélite.

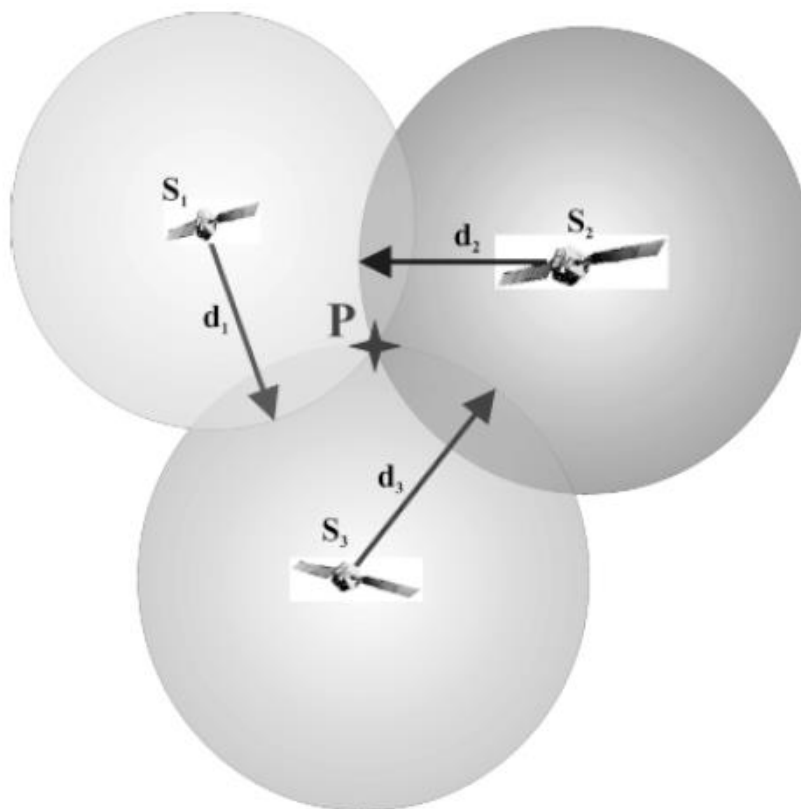


Figura 2.1: Representação conceitual da triangulação de satélites. Retirado de (Más, Zhang, & Hansen, 2010).

O termo genérico GNSS inclui todos os sistemas de posicionamento via satélite que já estão em funcionamento ou sendo desenvolvidos, como GPS (USA), Galileu (União Europeia), GLONASS (Rússia) e Beidou-Compass (China). O GPS (*Global Positioning System*) possui cobertura total de todo o planeta à exceção dos polos, através de trinta e seis satélites distribuídos em seis órbitas. Receptores GPS processam os sinais enviados por satélites para estimar o tempo e as três coordenadas geodésicas (latitude, longitude e altitude). Há ainda outros parâmetros disponíveis, como índices de precisão ou velocidades, especificados na SEÇÃO 2.1.4 a respeito do protocolo NMEA.

Um grande avanço na aplicação e utilização de navegação via satélite foi a desativação da *selective availability* (SA) em 2 de maio de 2000. A *selective availability* era uma degradação do sinal GPS proposital introduzida pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos para restringir a precisão quando o GPS era utilizado para fins civis.

O cancelamento da *selective availability* pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos em 2000 marcou o início de uma onda de produtos comerciais e projetos de pesquisa que se aproveitaram da disposição de localização de veículos em tempo real.

Dentro da área do GNSS, atualmente apenas GPS e GLONASS são totalmente operacionais, sendo assim praticamente todas as aplicações de assistência em navegação comercialmente disponíveis dependem destes sistemas.

### 2.1.3 GPS

Os receptores GPS fornecem a posição em tempo real de uma antena montada em um veículo em coordenadas geodésicas, em latitude ( $\lambda$ ), longitude ( $\phi$ ), e altitude ( $h$ ). O *World Geodetic System 1984* (WGS 84), desenvolvido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos, define uma elipsoide de revolução que modela o formato da Terra, frente a qual as coordenadas geodésicas são definidas. O WGS 84 também define o geoide, outra superfície que modela o nível médio do mar como referência para as altitudes.

O mais acurado modelo geoide atualmente disponível é o WGS 84 *geoid*.

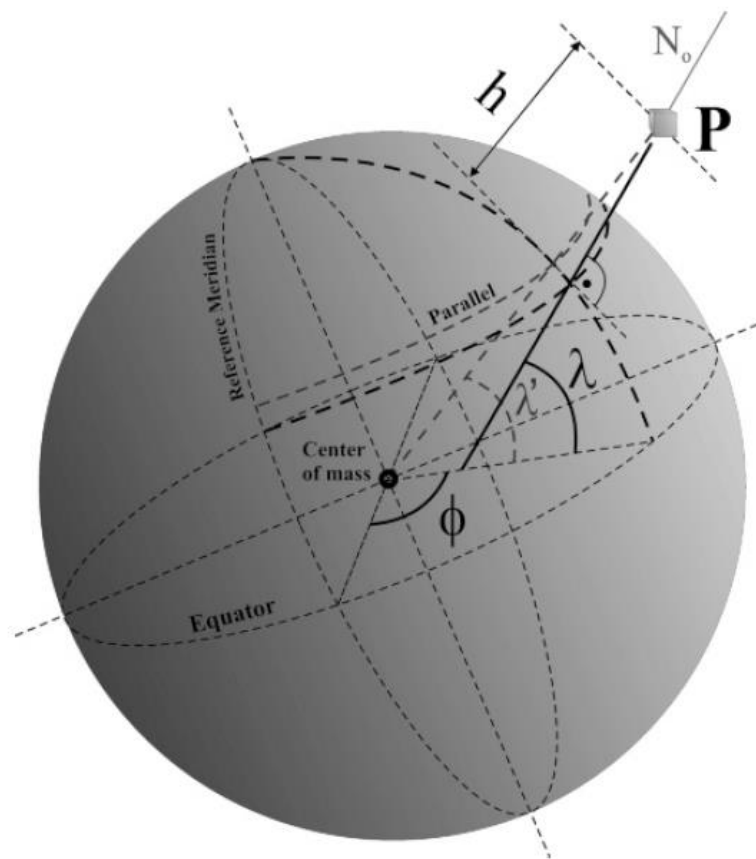


Figura 2.2: Definição das coordenadas geodésicas. Retirado de (Más, Zhang, & Hansen, 2010).

Na figura 2.2, latitude pode ser definida de acordo com o centro de massa da elipsoide (latitude geocêntrica  $\lambda'$ ) ou referenciado à linha perpendicular à elipsoide em P (latitude geodésica  $\lambda$ ), a qual não cruza o centro da Terra pois a elipsoide é ligeiramente achatada nos polos.

Além de facilitar as coordenadas geodésicas, o WGS 84 também define um sistema de coordenadas cartesiano que está fixo no centro da Terra e tem a sua origem no centro de massa do planeta. Este sistema é chamado sistema de coordenadas *Earth-centered Earth-fixed* (ECEF), e provém uma maneira alternativa para localizar um ponto na superfície da Terra com as três coordenadas Cartesianas convencionais, X, Y e Z. O eixo Z coincide com o eixo de rotação da Terra e sendo assim, cruza os polos do planeta. O eixo Z de ECEF estima uma posição média do polo de rotação da Terra, o qual é chamado de *conventional terrestrial pole* (CTP) e cruza o eixo Z por definição. O eixo X é definido pela intersecção do plano equatorial (latitude  $0^\circ$ ) com o primeiro meridiano (longitude  $0^\circ$ ). O eixo Y também está contido no plano equatorial e completa o sistema de coordenadas pela regra da mão direita. A figura 2.3 representa o sistema de coordenadas ECEF.



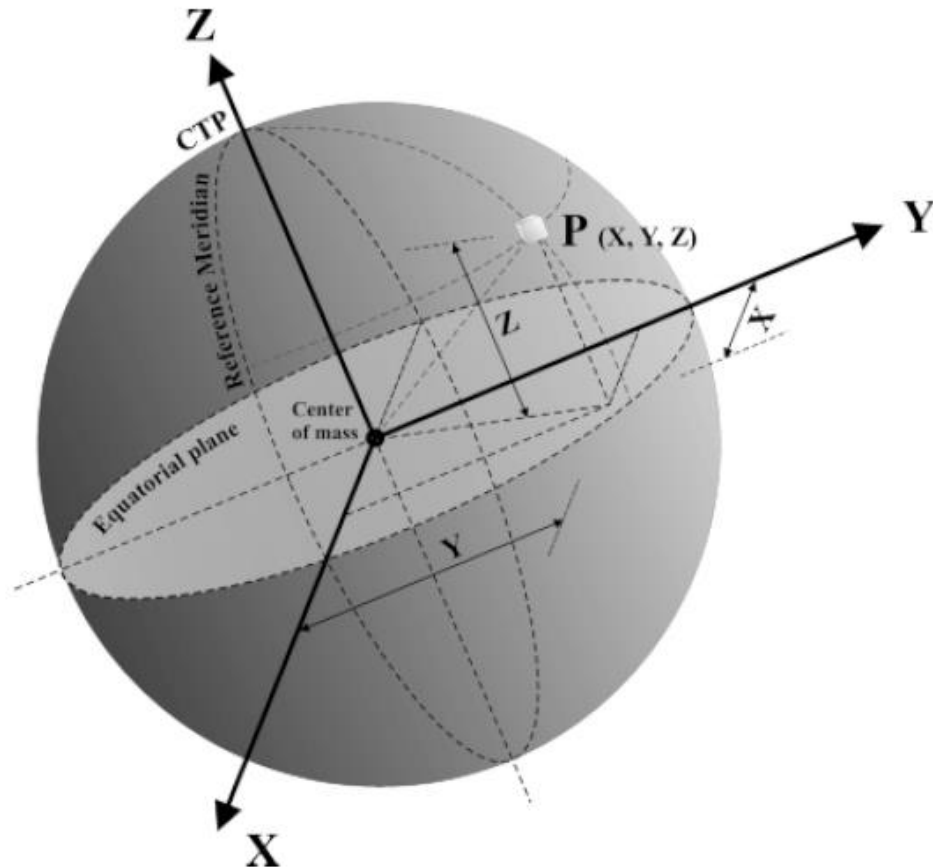


Figura 2.3: Definição das coordenadas ECEF Retirado de (Más, Zhang, & Hansen, 2010).

A maioria de aplicações desenvolvidas para veículos não requer a cobertura de grandes superfícies em um pequeno período de tempo com o mesmo veículo. Nestas circunstâncias, a curvatura da Terra tem efeito desprezível, e os campos podem ser considerados planos. Ambos sistemas de coordenadas, geodésico e ECEF são definidos em tal maneira que seus cálculos tornam-se trabalhosos, e as origens um tanto abstratas. Muito mais prático é definir um sistema de coordenadas local, onde a origem está próxima do campo em que se opera. Sendo assim, uma origem de um sistema de coordenadas local é mais intuitivo como leste ou norte simplificam a realização de tarefas práticas baseadas em GNSS. Esta necessidade foi suprida pelo desenvolvimento do sistema de coordenadas *local tangent plane* (LTP). As coordenadas do plano tangente local, também conhecidas como coordenadas NED, em que (N) representa norte, (E) representa leste, e (D) representa abaixo (*North, East e Down* respectivamente). Estas coordenadas são medidas em três eixos ortogonais em uma configuração Cartesiana gerada ao se posicionar um plano tangente à superfície terrestre em um ponto arbitrário selecionado pelo usuário e definido como a origem do LTP. Um esquema simplificado do sistema de coordenadas plano tangente local é demonstrado na Figura 2.4. Contrário do que a figura demonstra, apenas com fins ilustrativos, o plano tangente deve ser pequeno o suficiente para ser possível desconsiderar-se a curvatura da Terra.

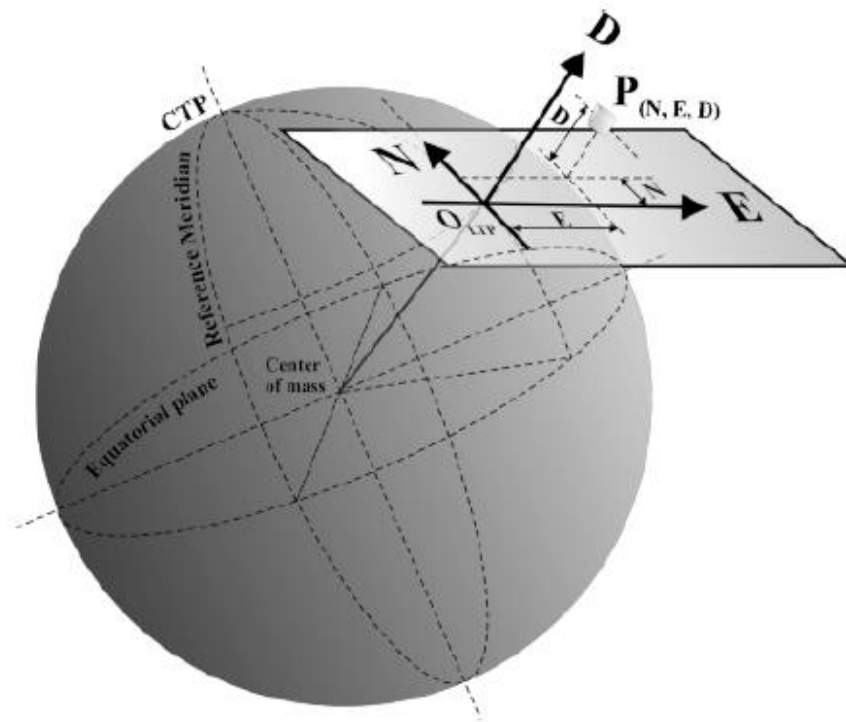


Figura 2.4: Exemplificação do Plano Tangente Local sobre a superfície terrestre. Retirado de (Más, Zhang, & Hansen, 2010).

Para aplicações práticas no campo poderia ser utilizado o LTP, mas os receptores GPS de maneira geral fornecem as coordenadas geodésicas através de mensagens no protocolo NMEA. Em outras palavras, os receptores adquirem a latitude, longitude e altitude da posição do veículo, no entanto seria muito mais conveniente conhecer-se as coordenadas NED para operações locais em tempo real. Sendo assim, se faz necessário transformar as coordenadas geodésicas para coordenadas LTP, e isso pode ser realizado utilizando-se as coordenadas ECEF. O primeiro passo no processo de transformação é selecionar uma elipsoide como modelo de referência do formato da Terra. O WGS 84 fornece excelentes informações que podem ser usadas para transformar o sistema de referência de coordenadas geodésicas para o plano tangente local. As equações 2.1 - 2.5 fornecem os parâmetros fundamentais do WGS 84. Estes parâmetros são o eixo maior ( $a$ ), o eixo menor ( $b$ ), o achatamento da elipsoide ( $f$ ), a excentricidade ( $e$ ), e o comprimento da grande normal ( $N_0$ ).

$$a = 6\,378\,137\,m \quad (2.1)$$

$$b = a * (1 - f) = 6\,356\,752.3\,m \quad (2.2)$$

$$f = \frac{a - b}{a} = 0.00335281 \quad (2.3)$$

$$e = \sqrt{f * (2 - f)} = 0.0818 \quad (2.4)$$

$$N_0(\lambda) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 * \text{sen}^2 \lambda}} \quad (2.5)$$

O comprimento da grande normal  $N_0$ , definido na equação 2.5 e ilustrada na figura 2.2 para o ponto P é a distância da superfície do elipsoide até a sua intersecção com o eixo de

rotação Z. A relação entre as coordenadas geodésicas  $(\lambda, \phi, h)$  e as ECEF  $(X, Y, Z)$  são dadas pelas equações 2.6 - 2.8.

$$X = (N_0 + h) * \cos \lambda * \cos \phi \quad (2.6)$$

$$Y = (N_0 + h) * \cos \lambda * \sin \phi \quad (2.7)$$

$$Z = [N_0 * (1 - e^2) + h] * \sin \lambda \quad (2.8)$$

A transformação de coordenadas ECEF para LTP (N, E, D) requer do usuário a seleção da origem do sistema de coordenadas do plano tangente  $(X_0, Y_0, Z_0)$ . O último passo para a transformação do sistema de coordenadas para coordenadas LTP é executado com a equação 2.9. A equação 2.9 requer as coordenadas de uma origem arbitrária do plano tangente em coordenadas ECEF. Uma vez que este ponto no campo tenha sido escolhido como origem, as suas coordenadas geodésicas são facilmente estabelecidas com o receptor GPS, mas elas necessitam ser transformadas no formato ECEF com as equações 2.6 – 2.8 antes que elas possam ser introduzidas na equação 2.9.

$$\begin{bmatrix} N \\ E \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \lambda * \cos \phi & -\sin \lambda * \sin \phi & \cos \lambda \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ -\cos \lambda * \cos \phi & -\cos \lambda * \sin \phi & -\sin \lambda \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

#### 2.1.4 Protocolos NMEA

Ao se trabalhar com sistemas de posicionamento e navegação via satélite em tempo real, o formato padrão NMEA 0183 ganhou aceitação por todo o mundo, tanto de veículos terrestres, náuticos e aéreos.

O *NMEA 0183 Interface Standard* foi criado pela US National Marine Electronics Association (NMEA), e consiste de mensagens de texto (ASCII) de GPS transmitidos através de uma interface serial. Há várias taxas de transmissão que podem ser utilizadas, mas as mensagens na sua maioria consistem de 8 bits de dados, e possuem 1 bit de parada. Este protocolo não utiliza *handshakes* e nem bits de paridade. As mensagens são iniciadas por um identificador de seis caracteres começando com o cifrão (\$) e os campos de dados são separados por vírgulas. Os próximos dois caracteres após o cifrão identificam o transmissor (GP para GPS, GL para GLONASS, por exemplo), e os três caracteres seguintes indicam o tipo de mensagem, conforme demonstrado na Tabela 2.1 (Más, Zhang, & Hansen, 2010).

Tabela 2.1: Mensagens de GPS NMEA usadas para navegação. Retirada de (Más, Zhang, & Hansen, 2010)

Identifier	Specifications
GGA	Time, position, and fix data
GSA	GPS receiver operation mode, satellite information, and DOP values
VTG	Course and speed relative to the ground
ZDA	Time and date
RMC	Time, date, position, course, and speed data provided by a GPS or Transit navigation receiver

A segunda parte do identificador, mais precisamente os últimos três caracteres, indicam o tipo de mensagem enviada pelo receptor GPS. A Tabela 2.1 exhibe as mensagens mais comuns utilizadas para automação de veículos, segundo (NMEA, 2002). Os formatos de

mensagens mais comuns utilizadas para aplicações deste gênero são GGA e VTG, cujos campos e detalhes são exibidos nas figuras 2.5 e 2.6.

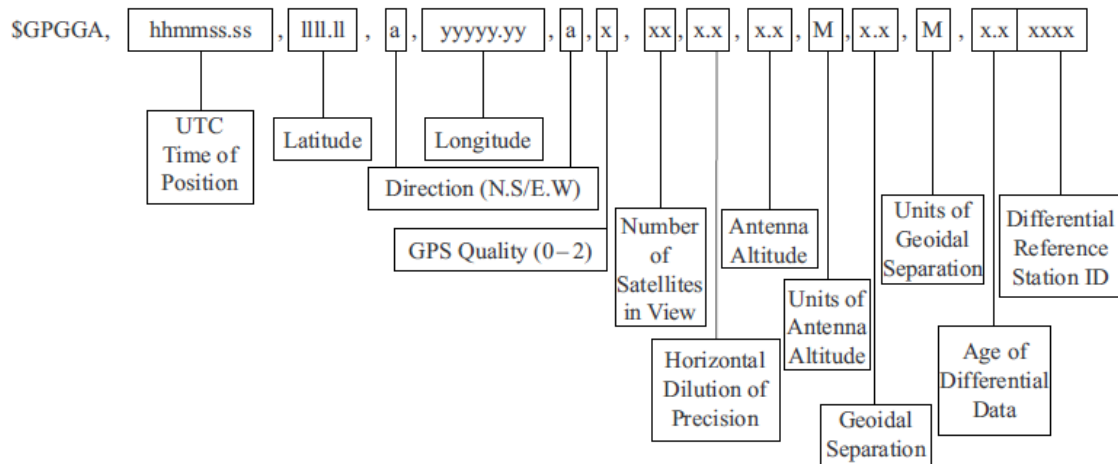


Figura 2.5: Especificação das mensagens GGA NMEA. Retirada de (Más, Zhang, & Hansen, 2010)

Se a informação em um campo não está disponível, ela será representada por bytes nulos, e assim, na *string* da mensagem aparecerão duas vírgulas adjacentes, sem nada entre elas. O caractere asterisco (\*) representa o fim do último campo de dados, e é imediatamente seguido por dois dígitos hexadecimais que desempenham o papel de *checksum*.

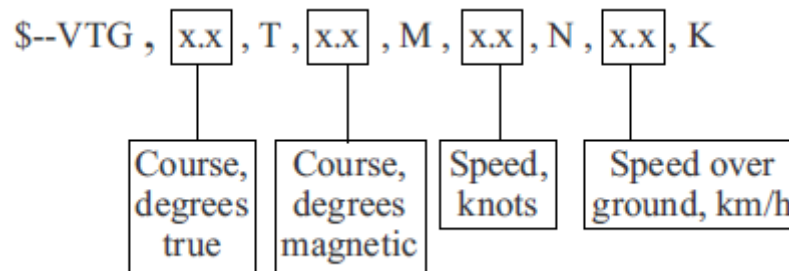


Figura 2.6: Especificações das mensagens VTG NMEA. Retirada de (Más, Zhang, & Hansen, 2010)

Os receptores GPS operam com taxas de saída de 1, 5 ou 10 Hz, o que significa que enviam mensagens deste protocolo uma, cinco ou dez vezes por segundo, respectivamente. Maiores taxas representam maior frequência de atualização de informações ao sistema de navegação, garantindo mais robustez ao funcionamento do sistema.

### 2.1.5 Diluição de Precisão (DOP)

A precisão em um sistema de posicionamento via satélite depende de vários fatores que influenciam na acurácia da informação acerca da posição de um receptor sobre a superfície da Terra. Fatores como nebulosidade, a difração atmosférica e principalmente a disposição da constelação de satélites sobre a Terra interferem diretamente na qualidade e nível de confiança da posição informada. O principal indicativo desta precisão quantitativo é a DOP (*Dilution of Precision*), amplamente utilizada por sistemas de navegação para permitir estimar o quão confiável é a informação prestada pelo sistema de posição e navegação via satélite.

A DOP, segundo (Langley, 1999), pode ser ilustrada na figura 2.7 em um simples exemplo que envolve geometria. Considerando um sistema de posicionamento via rádio, em que o receptor calcula a sua coordenada a partir de dois transmissores terrestres, o receptor

está na interseção das linhas circulares centradas nos transmissores. Há no entanto alguma incerteza na medida do receptor, e assim haverá erro na posição calculada. Este erro depende da geometria entre o receptor e os transmissores.

Na figura 2.7a, os transmissores estão espaçados e dão uma pequena margem de localização onde o receptor deve estar localizado. O transmissor 1 está posicionado em uma direção ortogonal ao transmissor 2, então as coordenadas X e Y do receptor são determinadas com igual precisão. Já na figura 2.7b, os transmissores estão mais próximos entre si, resultando em uma região de incerteza consideravelmente maior, com o nível de confiança da coordenada Y sendo menor que o da coordenada X. A este fato considera-se que a precisão, no caso (b) foi diluída em comparação com (a).

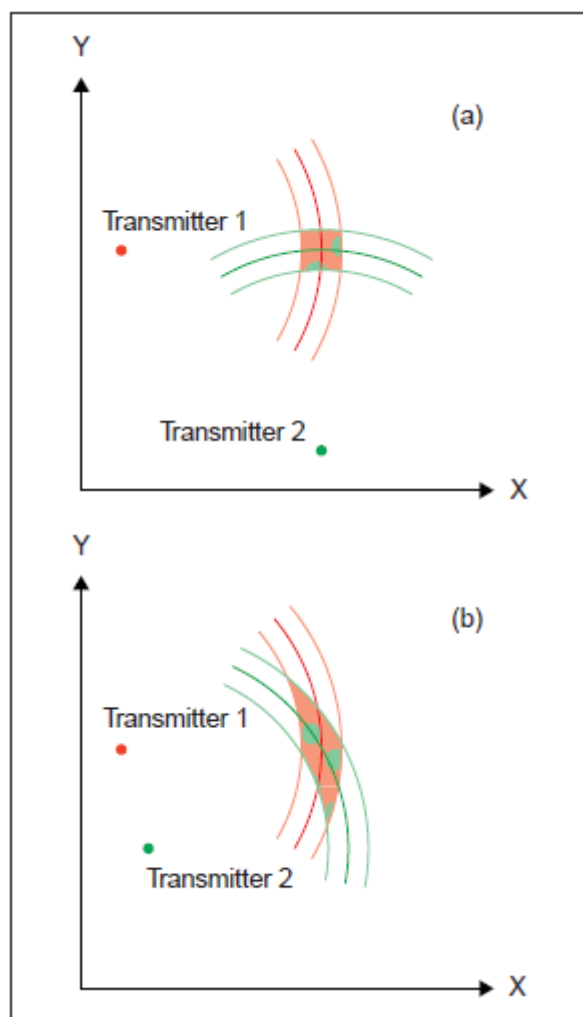


Figura 2.7: Ilustração da diluição de precisão. Retirado de (Langley, 1999)

São muitos os fatores responsáveis pelas incertezas na recepção dos sinais de satélite pelo receptor, ruídos no receptor, no clock dos satélites, ruídos devido a atmosfera, entre outros, todos expressos em unidades de comprimento. Ainda segundo (Langley, 1999), quando combinados todos os erros, que por sua vez estão todos expressos em unidades de distância, obtém-se o UERE (*user equivalent range error*) que pode ser usado como desvio padrão  $\sigma$ . (US Army Corps of Engineers, Aug 1996) citou que a precisão de posição horizontal (2D) provinda do GPS são normalmente estimadas usando uma estatística de erro radial RMS (*root mean square*). Erro RMS de  $1\text{-}\sigma$  refere-se ao raio de um círculo no qual a posição possui 63% de probabilidade de estar localizada. A tabela 2.2, extraída de (US Army Corps of Engineers, Aug 1996) demonstra a parcela de erro de cada fonte associada ao UERE, para a época em questão. Atualmente o UERE é muito menor, principalmente ao fim

da disponibilidade seletiva e avanços em *hardware* e *software* das rotinas de cálculos nos aparelhos.

Tabela 2.2: Fontes de erros constituintes do UERE em 1996. Retirada de (US Army Corps of Engineers, Aug 1996)

GPS Range Measurement Accuracy				
Segment Source	Error Source	Absolute Positioning		Differential Positioning, m (P-code)
		C/A-code Pseudo-range, m	P-code Pseudo-range, m	
Space	Clock stability	3.0	3.0	Negligible
	Orbit perturbations	1.0	1.0	Negligible
	Other	0.5	0.5	Negligible
Control	Ephemeris predictions	4.2	4.2	Negligible
	Other	0.9	0.9	Negligible
	Ionosphere	3.5	2.3	Negligible
User	Troposphere	2.0	2.0	Negligible
	Receiver noise	1.5	1.5	1.5
	Multipath	1.2	1.2	1.2
	Other	0.5	0.5	0.5
	1- $\sigma$ UERE	$\pm 12.1$	$\pm 6.5$	$\pm 2.0$

\* Without S/A.

Ainda Segundo (US Army Corps of Engineers, Aug 1996), a precisão de posição de um ponto utilizando GPS está diretamente relacionada com a configuração geométrica dos satélites observados durante a período. Erros de GPS resultantes da configuração geométrica dos satélites podem ser expressos em termos de DOP. Em termos matemáticos, DOP é um fator utilizado em expressões de razão de precisão de posicionamento. É a razão do desvio padrão de uma coordenada para a precisão da medida. A DOP representa a contribuição geométrica de um certo fator de escala para a incerteza (i.e., desvio padrão) de uma medida do GPS. Em geral, quanto mais satélites podem ser observados pelo receptor e utilizados para a solução final, melhor vai ser esta solução.

Entre as DOPs, temos a horizontal, vertical, de posição, de tempo e geométrica, respectivamente HDOP, VDOP, PDOP, TDOP e GDOP. (Langley, 1999) demonstra a relação entre elas:

$$PDOP^2 = HDOP^2 + VDOP^2 \quad (2.10)$$

$$GDOP^2 = PDOP^2 + TDOP^2 \quad (2.11)$$

O maior interesse nesta pesquisa é ter-se informação a respeito do nível de precisão de posicionamento dado pelo receptor GPS. Segundo (US Army Corps of Engineers, Aug 1996), a diluição de precisão horizontal (HDOP) é a medida de precisão no plano horizontal, 2D, definida matematicamente como na equação 2.12. A HDOP é uma informação um pouco grosseira sobre o efeito que a geometria do posicionamento dos satélites tem sobre a posição resultante

$$HDOP = \frac{\sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_N^2}}{\sigma_R} \quad (2.12)$$

em que  $\sigma_E$  representa o desvio padrão do valor leste ( $m$ ),  $\sigma_N$  o desvio padrão do valor norte ( $m$ ) e  $\sigma_R$  o desvio padrão geral de extensão ( $m$ ).

Assim, para se chegar em valores finais de precisão de posição horizontal, ou EPE (Estimated Position Error), temos para um desvio padrão, ou seja, 63% de confiança que a posição real encontra-se dentro de um círculo de raio EPE metros, em que  $\sigma$  é o desvio padrão.

$$EPE(1 - \sigma) = HDOP * UERE(1 - \sigma) \quad (2.13)$$

## 2.2 Filtro de Kalman

O filtro de Kalman é muito empregado para a tarefa de estimação de posição devido à sua característica fundamental de funcionamento, que como descrito por (Choset, et al., 2005), fornece um método recursivo de estimação de estados de um sistema dinâmico na presença de ruído. Ainda, uma característica importante do filtro de Kalman é que simultaneamente mantém a estimativa do vetor de estados ( $\hat{x}$ ) e a estimativa da matriz de covariância ( $P$ ), equivalente a dizer que a saída do filtro de Kalman é uma função Gaussiana de distribuição de probabilidades com média  $\hat{x}$  e covariância  $P$ . (Choset, et al., 2005) também afirma que no contexto de localização, a saída do filtro de Kalman é portanto uma distribuição de possíveis posições do veículo ao invés de uma única posição estimada. Assim sendo, o autor conclui afirmando que o filtro de Kalman é um exemplo da técnica conhecida como estimação probabilística.

Outros autores (Abhari, et al., 2012) comentam que em geral, um algoritmo de estimação prevê os valores de interesse através de observações inacuradas, incertas e muitas vezes indiretas e que muitos algoritmos de estimação têm sido desenvolvidos com o propósito de abstrair-se as melhores informações reais.

A teoria do filtro de Kalman foi publicada em março de 1960 por R. E. Kalman, na *Journal of Basic Engineering*, e abordava, entre outros temas, a estimação ótima de estados e o processamento de modelos dinâmicos lineares excitados por sinais randômicos (ruído branco), e a aplicação da teoria de Wiener Hopf, (Kalman, 1960).

Em estimação, valores reais são estimados baseados em informação coletada de medições e baseados no conhecimento acerca do modelo matemático. Ou seja, a função de um estimador é computar a melhor estimativa  $\hat{x}$ , para o vetor de estados do sistema  $x$ , dado o modelo matemático do sistema e o vetor de medição adquirido pela leitura de sensores.

O processo do filtro de Kalman linear inicia com uma suposição inicial para o vetor de estados  $\hat{x}_0$ . O sistema é então propagado para o intervalo de tempo seguinte para obter uma estimativa para o vetor de estados,  $\hat{x}_k$ , no novo instante  $k$ . Então, no tempo atual  $k$ , o vetor de estados atual,  $\hat{x}_k$  é atualizado para  $x_k$ . Esse passo de atualização se beneficia das medições coletadas no tempo  $k$ .

Se o modelo matemático do sistema e/ou o modelo do vetor de medições for não-linear, então tem-se um problema de estimação não-linear, e um filtro não-linear é necessário para esta estimativa. Um exemplo de algoritmo de estimação não-linear é o filtro de Kalman Estendido (EKF – extended Kalman filter).

No EKF, aproximações são feitas para converter o modelo dinâmico não-linear para um modelo dinâmico linear. O filtro de Kalman linear é então aplicado para a aproximação linear do problema. A linearização é realizada em torno de uma estimação a priori do atual vetor de estados  $\hat{x}_k$ . No entanto, o passo de linearização introduz erros de estimação no processo.

(Abhari, et al., 2012) destacou o intuito do filtro de Kalman como: “Dado um conjunto de medidas ruidosas para um sistema dinâmico, e o modelo matemático que descreve a dinâmica do sistema, com alguma incerteza, é desejado estimar os estados do sistema, em um senso ótimo.”

Segundo (Thrun, Burgard, & Fox, 2000), funções que envolvem distribuição de probabilidades Gaussianas todas dividem o princípio básico de que predições são representadas por distribuições normais multivariáveis. A definição de distribuição normal multivariável é demonstrada na equação 2.1:

$$p(x) = \det(2\pi P)^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (x - \hat{x})^T P^{-1} (x - \hat{x}) \right\} \quad (2.1)$$

Esta densidade sobre a variável  $x$  é caracterizada por dois conjuntos de parâmetros: A média  $\hat{x}$  e a covariância  $P$ . A média  $\hat{x}$  é o vetor que possui a mesma dimensão do vetor de

estados  $x$ . A covariância é uma matriz quadrada simétrica e positiva-semidefinida. A sua dimensão é  $n \times n$  em que  $n$  é a dimensão do vetor de estados. Assim, o número de elementos na matriz de covariância depende quadraticamente do número de elementos do vetor de estados.

Ainda segundo (Thrun, Burgard, & Fox, 2000), o filtro de Kalman representa predições em cada momento de representação. No tempo  $t$ , a predição é representada por uma média  $\hat{x}_t$  e pela covariância  $P_t$ . Os valores de estados posteriores serão Gaussianas se as três propriedades seguintes forem mantidas, em adição as suposições de Markov para filtros de Bayes.

Primeiro, podemos representar a probabilidade do vetor de transição de estados do sistema como  $p(x_t|u_t, x_{t-1})$  (a probabilidade do estado atual  $x_t$ , dados o estado anterior  $x_{t-1}$  e a entrada atual  $u_t$ ) devendo ser uma função linear nos seus argumentos, e a ela adicionado um ruído Gaussiano, como expresso na equação seguinte de um modelo dinâmico qualquer.

$$x_t = A_t x_{t-1} + B_t u_t + \varepsilon_{x_t} \quad (2.2)$$

Em que  $x_t$  e  $x_{t-1}$  são vetores de estado, e  $u_t$  é o vetor de entradas no tempo  $t$ .  $A_t$  é uma matriz quadrada  $n \times n$  em que  $n$  é a dimensão do vetor de estados.  $B_t$  possui dimensão  $n \times m$ , em que  $m$  é a dimensão do vetor de entradas  $u_t$ . A variável aleatória  $\varepsilon_t$  em 2.2 é um vetor Gaussiano aleatório que representa as incertezas na transição dos estados, o qual possui a mesma dimensão dos vetores de estado. A sua média é zero e a sua covariância vai ser denotada por  $R_t$ . A equação 2.3 representa a probabilidade da transição dos estados  $p(x_t|u_t, x_{t-1})$ . Esta probabilidade é obtida ao inserir a equação 2.2 na definição de distribuição normal multivariável (equação 2.1). A média do estado seguinte é dada por  $A_t x_{t-1} + B_t u_t$  e a sua covariância por  $R_t$ .

$$p(x_t|u_t, x_{t-1}) = \det(2\pi R_t)^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x_t - A_t x_{t-1} - B_t u_t)^T R_t^{-1}(x_t - A_t x_{t-1} - B_t u_t)\right\} \quad (2.3)$$

Segunda propriedade a ser mantida, a probabilidade da medição também deve ser linear em seus argumentos adicionada de um ruído Gaussiano:

$$z_t = C_t x_t + \varepsilon_{z_t} \quad (2.4)$$

Aqui a matriz  $C_t$  possui dimensão  $k \times n$ , em que  $k$  é a dimensão do vetor de medição  $z_t$ . O vetor  $\delta_t$  descreve o ruído de medição. A distribuição de  $\delta_t$  é uma Gaussiana multivariável com média zero e covariância  $Q_t$ . Assim a probabilidade da mensuração é dada pela distribuição normal multivariável que segue:

$$p(z_t|x_t) = \det(2\pi Q_t)^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(z_t - C_t x_t)^T Q_t^{-1}(z_t - C_t x_t)\right\} \quad (2.5)$$

Por final, a predição inicial  $bel(x_0)$  deve ser uma distribuição normal. Sendo  $\hat{x}_0$  a média desta predição, e  $P_0$  a covariância:

$$bel(x_0) = p(x_0) = \det(2\pi P_0)^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x_0 - \hat{x}_0)^T P_0^{-1}(x_0 - \hat{x}_0)\right\} \quad (2.6)$$

Estas três atribuições são o suficiente para assegurar que as predições posteriores  $bel(x_t)$  serão sempre Gaussianas, para qualquer ponto no tempo  $t$ .

Filtros de Kalman representam a predição  $bel(x_t)$  no tempo  $t$  pela média  $\hat{x}_t$  e pela covariância  $P_t$ . A entrada do filtro de Kalman é a predição no tempo  $t - 1$ , representado por  $\hat{x}_{t-1}$  e  $P_{t-1}$ . Para atualizar estes parâmetros, o filtro de Kalman requer a ação de controle  $u_t$  e a mensuração  $z_t$ . A saída é a predição no tempo  $t$ , representada por  $\hat{x}_t$  e  $P_t$ .



Tabela 2.3: Algoritmo do filtro de Kalman para transições de estados e medições Gaussianas lineares. Retirado de (Thrun, Burgard, & Fox, 2000).

1: Algoritmo filtro_de_Kalman( $\hat{x}_{t-1}, P_{t-1}, u_t, z_t$ ):
2: $\bar{x}_t = A_t \hat{x}_{t-1} + B_t u_t$
3: $\bar{P}_t = A_t P_{t-1} A_t^T + R_t$
4: $K_t = \bar{P}_t C_t^T (C_t \bar{P}_t C_t^T + Q_t)^{-1}$
5: $\hat{x}_t = \bar{x}_t + K_t (z_t - C_t \bar{x}_t)$
6: $P_t = (I - K_t C_t) \bar{P}_t$
7: return $\hat{x}_t, P_t$

Nas linhas 2 e 3 do algoritmo, a predição  $\bar{x}$  e  $\bar{P}$  são calculados representando a predição  $\overline{bel}(x_t)$  a uma medida de tempo mais tarde, mas antes de se incorporar a mensuração  $z_t$ . Esta predição é obtida incorporando-se o sinal de controle  $u_t$ . A média é atualizada usando a versão determinística da função de transição de estados (equação 2.2), com a média  $\hat{x}_{t-1}$  substituída pelo valor do estado  $x_{t-1}$ . A atualização da covariância considera o fato de que os estados dependem dos estados anteriores através da matriz linear  $A_t$ . Esta matriz é multiplicada duas vezes na covariância, uma vez que a covariância é uma matriz quadrática.

A predição  $\overline{bel}(x_t)$  é subsequentemente transformada na predição desejada  $bel(x_t)$  nas linhas 4 até 6, ao se incorporar a mensuração  $z_t$ . A variável  $K_t$ , computada na linha 4 é chamada de *ganho de Kalman*. Ele especifica o quanto que a mensuração será incorporada na estimativa do novo estado. A linha 5 manipula a média, ao ajustá-la em proporção ao ganho de Kalman  $K_t$  e o desvio da mensuração atual,  $z_t$ , e a predição da mensuração de acordo com a probabilidade da mensuração (equação 2.4). Finalmente, a nova covariância da predição posterior é calculada na linha 6, de acordo com informações do ganho resultantes da mensuração.

Com o objetivo de ilustrar, a Figura 2.8 ilustra o algoritmo do filtro de Kalman para um cenário simplificado de localização unidimensional. Supondo que um veículo move-se ao longo do eixo das abcissas em cada diagrama da Figura 2.8. Assumindo a priori que a localização do veículo é dada pela distribuição normal mostrada na Figura 2.8a. O veículo consulta aos seus sensores a sua localização (por exemplo, um GPS) e estes retornam a medida que está centrada no pico da Gaussiana em negrito na figura 2.8b. Esta Gaussiana em negrito ilustra esta mensuração: seu pico possui o valor predito pelos sensores, e a sua largura (variância) corresponde à incerteza na medida. Combinando a estimação anterior com a medida dos sensores, (das linhas 4 até 6 do algoritmo do filtro de Kalman, obtêm-se a Gaussiana em negrito na Figura 2.8c). Esta média da predição localiza-se entre as duas médias originais, e o seu raio de incerteza é menor que ambas Gaussianas contribuintes. O fato que a incerteza residual é inferior à das Gaussianas contribuintes pode não parecer intuitivo, mas é a característica geral de integração de informações nos filtros de Kalman.

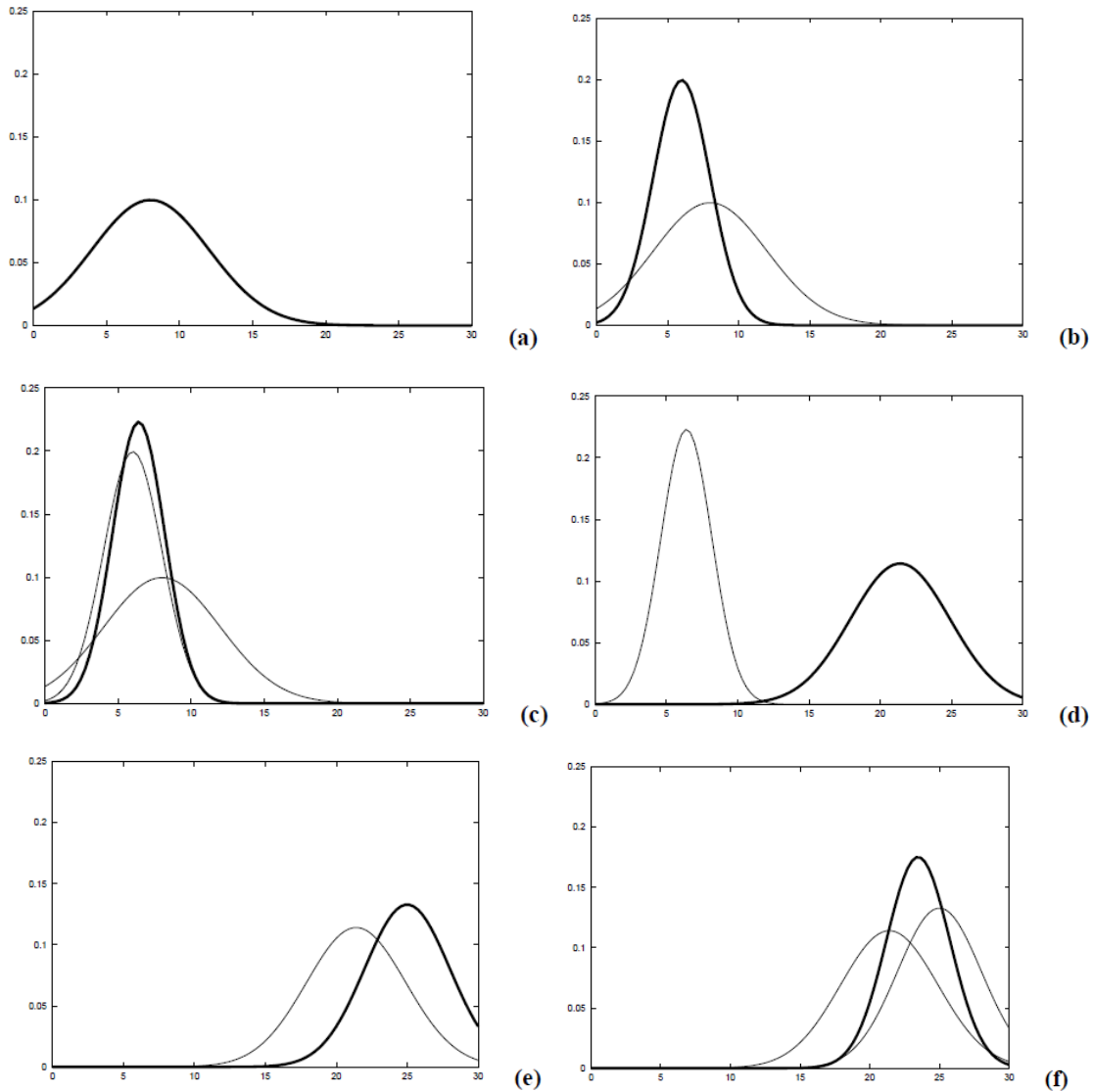


Figura 2.8: Ilustração do filtro de Kalman: (a) predição inicial. (b) a medição (em negrito) com a sua incerteza associada, (c) a predição depois de integrada a medição com a predição inicial usando o algoritmo do filtro de Kalman, (d) predição depois da movimentação a direita (a qual introduz incertezas), (e) uma nova medição com a incerteza associada, e (f) o resultado da predição. Adaptado de (Thrun, Burgard, & Fox, 2000).

Em seguida, assume-se que o veículo move-se a direita. A sua incerteza cresce devido ao fato que a transição para o próximo estado é estocástica. (Linhas 2 e 3 do algoritmo nos fornecem a Gaussiana mostrada em negrito na Figura 2.8d. Esta Gaussiana é transladada na quantidade que o veículo se moveu, e ela é também mais larga pelas razões explicadas. A seguir, o veículo recebe uma segunda mensuração ilustrada pela Gaussiana em negrito na Figura 2.8e, a qual leva ao próximo estado mostrado em negrito na Figura 2.8f.

Como este exemplo ilustrou, o filtro de Kalman alterna entre o passo de atualização de medição (Linhas 5 a 7), no qual informações de sensores são integradas à predição presente, com um passo de predição (ou passo atualização de controle), o qual modifica a predição de acordo com a ação. O passo de atualização reduz e o passo de predição acrescenta incerteza na predição da posição do veículo.

Visto isto, fica evidente a colocação de (Abhari, et al., 2012), que diz que o filtro de Kalman é o estimador ótimo no sentido de uma mínima variância. Em outras palavras, o Filtro de Kalman é o filtro ótimo que minimiza as diferenças entre os estados estimados e os

estados reais. Com estas qualidades e características, é um método de controle bastante adequado para a aplicação de estimação de posição de um veículo aéreo não-tripulado.

### 2.3 Revisão Bibliográfica

O problema da incerteza na definição de variáveis de interesse em sistemas de navegação tem sido enfrentado e estudado por muitos pesquisadores nos dias atuais. Para um sistema de navegação terrestre, (Maklouf, Ghila, Abdulaa, & Yousef, 2013) utilizaram a técnica do filtro de Kalman para realizar a integração de sinais provindos de um receptor GPS e de sensores inerciais de baixo custo.

Segundo os autores do artigo, o estudo foi motivado a partir do fato de que um receptor GPS unicamente é incapaz de fornecer um posicionamento contínuo e confiável devido à sua dependência aos sinais eletromagnéticos enviados pelo satélite. Já os sistemas de navegação inerciais possuem a característica de acumularem o erro a cada passo de integração da leitura dos seus sensores.

Outro aspecto apontado por (Maklouf, Ghila, Abdulaa, & Yousef, 2013) foi que a grande disponibilidade e acessibilidade de sensores inerciais MEMS (*Micro-Electro-Mechanical-System*) nos dias de hoje tem tornado os INs (*Inertial Navigation System*) muito mais fáceis de se projetar e baratos de se adquirir. No entanto, sensores de baixo custo entregam baixa performance e esta é a razão principal para eles incluírem GPS e a técnica do filtro de Kalman no sistema de navegação. Deste modo, desenvolveram um sistema de navegação inercial que integra GPS com IMUs capaz de entregar uma solução para navegação com nível de precisão apropriado para navegação terrestre.

Em uma frente de pesquisa muito similar, (Zhao, 2011) concentrou-se em mais arquiteturas de integração do filtro de Kalman. Baseado no modelo do sistema, apresentou a propagação dos erros de posição em diversos cenários, entre eles cenários em que o número de satélites observáveis pelo receptor GPS era inferior a 4 satélites, e mesmo assim mantendo o nível de erros em um nível aceitável.

Uma variação do filtro de Kalman, o filtro de Kalman estendido (EKF – *Extended Kalman Filter*) também foi apresentada por (Zhao, 2011). O EKF trabalha com estimação de estados de um processo de equações estocásticas não lineares, assim as funções que relacionam os estados não podem ser funções lineares e ao invés, devem ser funções diferenciáveis. O autor ainda apresentou algumas atribuições interessantes para sistemas de navegação de veículos terrestres, objetivando melhores resultados nas estimativas do filtro de Kalman. Estas atribuições dizem respeito às restrições comumente utilizadas para veículos terrestres, entre elas a restrição de que o veículo não pode mover-se livremente para os lados, e nem mover-se verticalmente apenas, entretanto essas restrições especificamente não podem ser usadas para veículos aéreos.

### 3 Metodologia

A implementação da técnica do filtro de Kalman para um estimador de posição e orientação inicia-se com um projeto de escolha e integração de sensores e sistemas de processamento dessas informações para fornecer ao usuário a melhor estimativa acerca da posição e orientação do veículo. Entre as atividades necessárias para a implantação, podem ser citadas a leitura e interpretação dos sensores inerciais e do receptor GPS, o processamento do algoritmo de Kalman e a exibição ao usuário da respectiva saída do estimador.

#### 3.1 IMU e barômetro

A captação de movimentos e mudanças de orientação são funções dos sensores inerciais, e o chip MPU-6050 é um circuito integrado o qual possui três acelerômetros montados ortogonalmente e três giroscópios, igualmente montados ortogonalmente, dispostos de maneira a possibilitar medições de aceleração e de velocidades angulares nos três eixos do veículo, possibilitando a interpretação posterior da sua orientação e posição.

A medição de altitude, por sua vez, pode ser executada por um sensor do tipo barômetro. O sensor BMP085 é um sensor de medição de pressão digital que pode ser utilizado para a função de computar a altitude. Com a medição da pressão, é possível estimar sobre a altitude do veículo, uma vez que maiores altitudes representam menor pressão atmosférica.

Já a leitura e interpretação dos sensores foi realizada por um microcontrolador ATMEGA328P de baixo custo através do protocolo I2C, protocolo compatível com os sensores inerciais e de altitude MPU-6050 e BMP085, respectivamente. Após as leituras, os dados brutos oriundos dos sensores devem ser interpretados e transformados em variáveis de interesse para o filtro de Kalman. O microcontrolador envia as informações de interesse para um computador pessoal através de uma porta de comunicação aberta para o conversor TTL-USB em que se encontra o algoritmo do filtro de Kalman, escrito e executado com o software Matlab.



Figura 3.1: Multiwii SE V2.5.

Um *hardware* muito comumente utilizado como controlador de voo tanto para aeronaves como para helicópteros ou multirotores é a Multiwii SE V2.5, demonstrado na Figura 3.1. O *hardware* compreende os sensores inerciais, barômetro e magnetômetro (sensor de campo magnético), além do microcontrolador. Possui além dos sensores descritos, interface de comunicação de seis canais para rádio controle.

A coleta de informações dos sensores inerciais deve ser feita a uma taxa que certifique que o sistema realize as leituras a medida que as acelerações e desacelerações ocorrem no veículo. Uma taxa de 20 Hz para um veículo que possui massa considerável se mostrou adequada para informações de leitura e aquisição do acelerômetro, giroscópio e para a altitude, com leitura e aquisição do barômetro digital.

### 3.2 Calibração

Quando sensores do tipo acelerômetros são instalados em alguma superfície, podem haver pequenos desalinhamentos que ocasionam valores diferentes de zero na saída do sensor, seja por efeito da inclinação da superfície ou mesmo pela característica de construção do sensor. Para trazer os valores de saída de volta ao nível esperado, realiza-se a calibração do sensor. Assim, após instalados e devidamente fixados no veículo, os acelerômetros e giroscópios devem passar pela etapa de calibração, que para o caso de se remover o *bias* inerente de uma instalação em superfícies desalinhadas consiste em coletar o valor de saída dos sensores durante um período. Após a coleta de calibração, deve ser realizado o tratamento via *software* de como o sistema vai interpretar os novos valores lidos, e isso é realizado ao se fazer uma média dos valores lidos durante a calibração e esse valor diferente de zero deverá ser removido das demais leituras. O processo de calibração é essencial para sistemas de navegação inerciais, pois a leitura de sensores inerciais descalibrados irá ocasionar a leitura e interpretação incorreta acerca do posicionamento do veículo pelo processador do sistema.

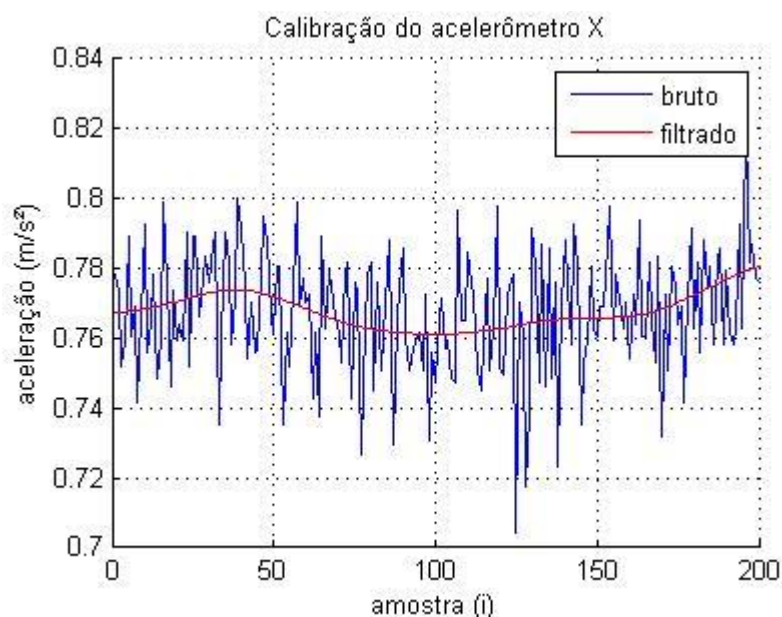


Figura 3.2: Aquisição de dados para calibração do acelerômetro.

O processo de calibração deve ser executado em condições tais como o veículo em repouso sobre um local plano. A Figura 3.2 demonstra a realização de uma coleta de dados oriundos de um eixo dos acelerômetros a fins de calibração, por um período de 10 segundos, que à taxa de leitura e transmissão de 20 Hz, representou 200 amostras.

Na Figura 3.2 em azul são apresentados dados coletados de um eixo dos acelerômetros, o qual apresenta resposta significativa às vibrações de funcionamento do veículo, que no entanto não representam movimentação.

Essas oscilações presentes na leitura, por não representarem movimentação de fato, é de interesse do estimador de posição abrandá-las. Uma maneira para reduzir as oscilações é passar as leituras por um filtro passa-baixas, cujo resultado está representado na Figura 3.2 em vermelho. Após filtrados, estes dados podem fornecer informações como o *bias* do sensor

na posição em que foi instalado. Descontam-se essas quantias posteriormente para o melhor funcionamento da navegação inercial.

Sob o mesmo aspecto, giroscópios também devem passar pela rotina de calibração e da mesma forma, terem seus pequenos desvios compensados.

### 3.3 GPS

Receber e interpretar os sinais provindos dos satélites foi atribuído ao modelo Navilock NL-402U USB, receptor GPS de muito baixo custo e desempenho satisfatório. O receptor possui *chipset* u-blox 5 SuperSense®, da fabricante u-blox, e antena interna. Entre as principais características deste modelo estão a capacidade de receber sinal de até 50 satélites, suportar sinal diferencial de satélite (DGPS, WAAS, EGNOS e MSAS) e suportar os protocolos da NMEA 0183, entre eles os tipos descritos na Tabela 2.1. Está habilitado para também receber sinal Galileo futuramente o que o tornará ainda mais versátil e robusto. Entre outras especificações, os tempos para entrar em funcionamento após captar sinal de satélite e fornecer informações acuradas, são 30 segundos para partida a frio, e 3,5 segundos para partida a quente.

A taxa de atualização para este receptor é de 1 Hz, ou seja, o mesmo irá enviar mensagens dos protocolos NMEA 0183 uma vez por segundo, através da porta de comunicação, com taxa de transmissão (BaudRate) a escolha do usuário.



Figura 3.3: Receptor GPS Navilock NL-402U USB.

#### 3.3.1 Estimação do Erro de Posição

O EPE (*Estimated Position Error*), como abordado em 2.1.5 Diluição de Precisão (DOP), representa o desvio padrão em relação à posição fornecida pelo receptor GPS, o qual é função do fator de geometria da constelação de satélites sobre o receptor e o UERE (*User Equivalent Range Error*). O UERE pode ser consultado em dados fornecidos pelo fabricante para cada aparelho receptor. Para o aparelho utilizado, o fabricante informou 2.5 m de CEP (*Circular Error Probable*). A fim de confirmar os dados, e se obter resultados mais corretos, realizou-se um ensaio em um dia de céu claro. O receptor GPS foi ligado e após passado o tempo mínimo necessário para partida a frio, iniciou-se uma coleta de dados durante uma hora, em que o receptor permaneceu parado sempre na mesma posição. O resultado é apresentado na Figura 3.4.

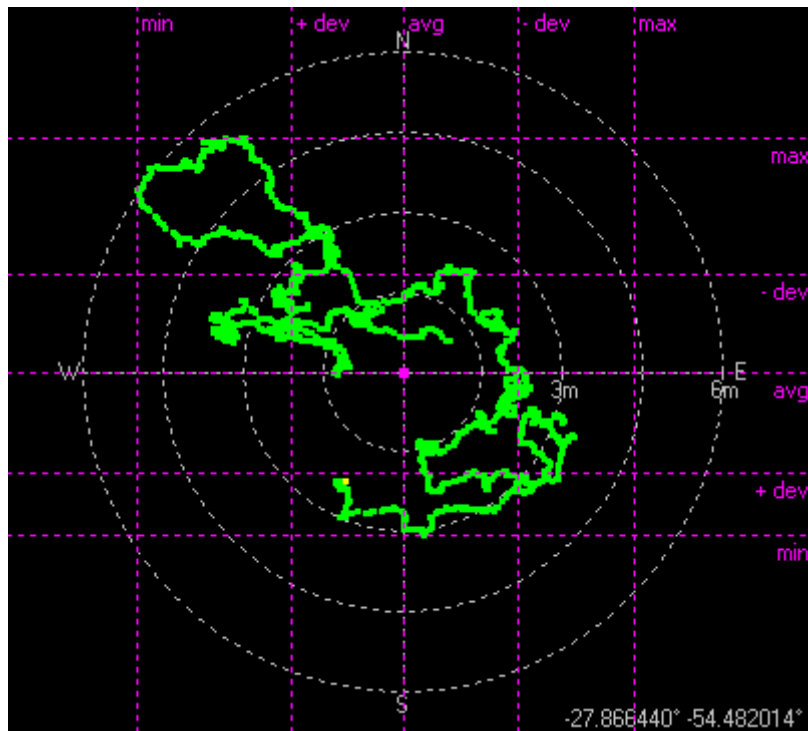


Figura 3.4: Coleta de dados no plano latitude x longitude com o receptor parado.

Após este ensaio de coleta de dados de posição com o aparelho utilizado no filtro de Kalman, foi possível extrair os dados de interesse, como os desvios padrões de posição norte e leste, com valores para  $\sigma_N \cong 1.85 \text{ m}$  e para  $\sigma_E \cong 2.2 \text{ m}$  respectivamente. A média do fator de diluição de precisão HDOP durante o ensaio de coleta foi 0.9, o que implicou, segundo a equação 2.13 em um UERE final de 2.05 m e 2.44 m respectivamente para o eixo *north* e *east*.

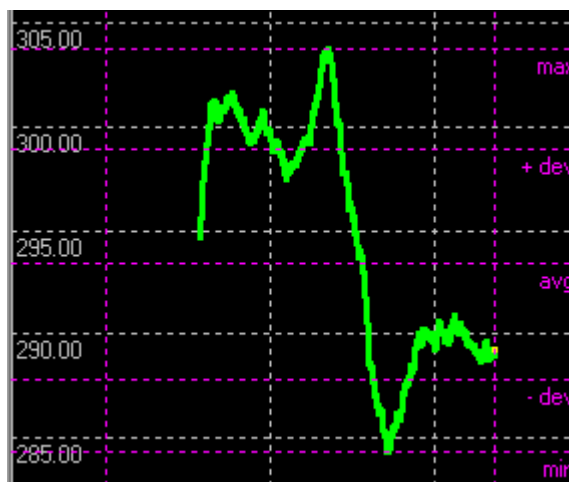


Figura 3.5: Coleta de amostras para a altitude.

Os dados coletados de altitude servem para se estimar o desvio padrão aproximado para os dados desta natureza. Na Figura 3.5 está demonstrado os dados coletados para a altitude, na qual é possível estimar  $\sigma_D \cong 5.57 \text{ m}$ , que com um PDOP de 1.4 de média, resulta em aproximadamente 4 m de UERE para a coordenada *down*.

### 3.4 Leitura e interpretação

A interface de comunicação entre o *hardware* e o computador pessoal que executa o algoritmo de Kalman é estabelecido através de uma porta de comunicação. Uma vez aberta a porta de comunicação, o receptor poderá dar início ao envio das mensagens nos protocolos

NMEA 0183. A uma taxa de 1 Hz, o receptor envia pela porta mensagens RMC, VTG, GGA, GSA, GSV e GLL, como exibido na Figura 3.6.

As mensagens do tipo VTG e GGA como descrito na seção (2.1.4 Protocolos NMEA) fornecem informações como coordenadas de localização, velocidade sobre o solo, orientação, número de satélites, diluição da precisão, entre outras. As mesmas possuem informações que são utilizadas pelo algoritmo do filtro de Kalman, e portanto devem ser coletadas e salvas.

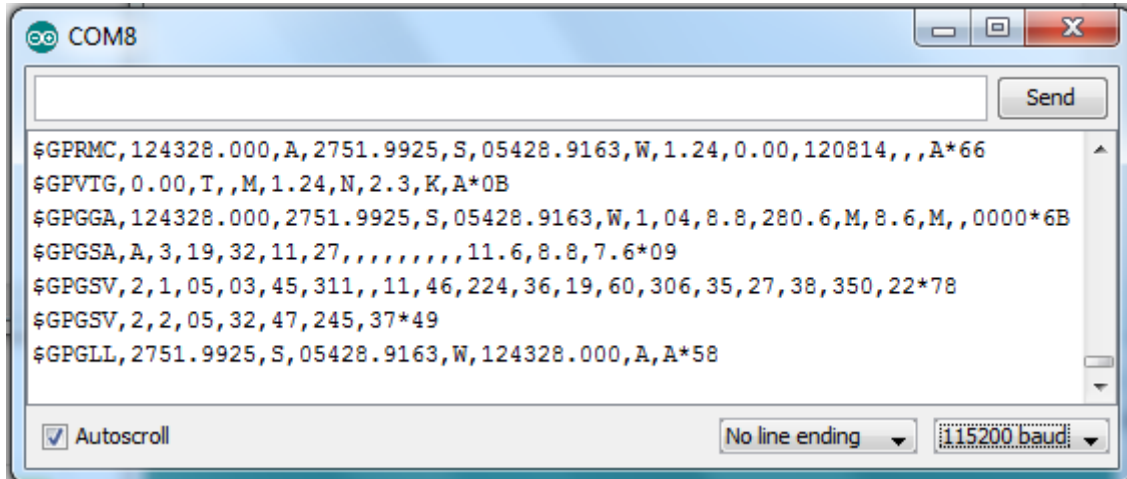


Figura 3.6: Porta de comunicação GPS Navilock.

### 3.5 Implementação do filtro de Kalman

Com o objetivo de um correto posicionamento do veículo, visando a navegação, encontra-se a necessidade de uma correta estimação de posição com relação ao plano tangente.

$$x_t = [E_{coord_t} \quad N_{coord_t} \quad D_{coord_t} \quad V_t \quad \varphi_{heading_t}]^T \quad (3.1)$$

Sendo assim, as variáveis de interesse devem estar contidas no vetor de variáveis de estados a serem estimadas pela rotina do filtro de Kalman. O vetor abrange as variáveis  $E_{coord}$ ,  $N_{coord}$  e  $D_{coord}$ , que são as coordenadas em metros, do plano tangente (LTP) *east*, *north* e *down*, respectivamente; a velocidade  $V$ ; o heading  $\varphi_{heading}$  representando o ângulo que a orientação do veículo faz com o eixo norte.

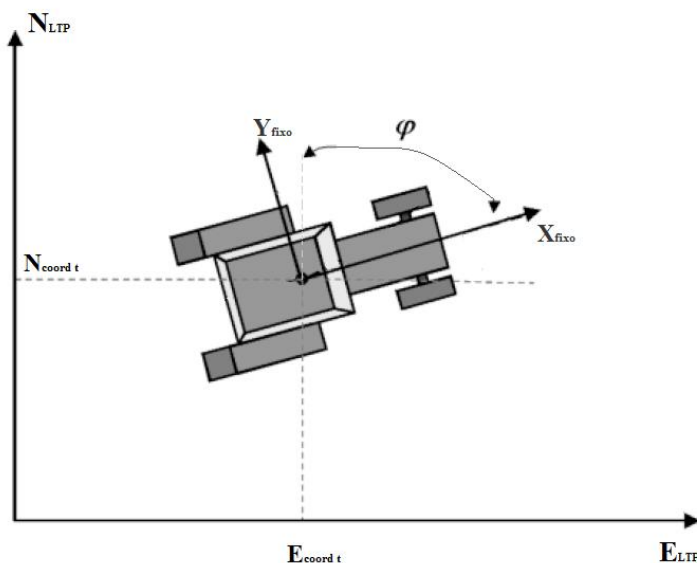


Figura 3.7: Relação entre o sistema de coordenadas locais fixo e o sistema de coordenadas do LTP. Adaptado de (Más, Zhang, & Hansen, 2010).





Figura 3.8: Sistemas fixo de coordenadas no veículo. Adaptado de (Maklouf, Ghila, Abdulaa, & Yousef, 2013).

Da IMU, extraem-se informações como a aceleração do eixo X e de giro do eixo Z, ambos do sistema de coordenadas local fixo no veículo, ilustrado na Figura 3.8, sendo a leitura do giroscópio representada por  $\omega_{gyros}$  e a leitura do acelerômetro representada por  $a_x$ . Por fim, a leitura do barômetro digital, representada por  $\delta h_{barômetro}$  como sendo a diferença em altitude.

$$u_t = [\delta h_{barômetro_t} \quad a_{x_t} \quad \omega_{gyros_t}]^T \quad (3.2)$$

A aceleração do eixo X do sistemas de coordenadas local fixo deve ser integrada a fim de obter-se a velocidade no mesmo sistema de coordenadas. Com a informação da velocidade do veículo, e a sua orientação ( $\varphi_{heading}$ ), é então possível realizar a projeção de movimento no instante de tempo futuro de onde está o veículo. Pode-se relacionar os sistemas de coordenadas como exibido na Figura 3.7.

O vetor de incertezas dos estados do sistema é representado como  $\mathcal{E}_{x_t}$ , em que  $\mathcal{E}$  simboliza as incertezas, e os sub índices representam de quais variáveis de estados são as incertezas:

$$\mathcal{E}_{x_t} = [\mathcal{E}_{E_{coord_t}} \quad \mathcal{E}_{N_{coord_t}} \quad \mathcal{E}_{D_{coord_t}} \quad \mathcal{E}_{V_t} \quad \mathcal{E}_{\varphi_{heading_t}}]^T \quad (3.3)$$

Na construção do modelo de equações dinâmicas que irão representar o comportamento do veículo para as predições do filtro de Kalman, são utilizados os princípios da cinemática e das leis de Newton para se relacionar posição com velocidade e aceleração, sobre o sistema de coordenadas exibido na Figura 3.7. Deste modo as equações 3.4 a 3.8 são as formadoras do modelo matemático do sistema.

$$E_{coord_{t+1}} = E_{coord_t} + V_t * \text{sen}(\varphi_{heading_t}) * \partial t \quad (3.4)$$

$$N_{coord_{t+1}} = N_{coord_t} + V_t * \text{cos}(\varphi_{heading_t}) * \partial t \quad (3.5)$$

$$D_{coord_{t+1}} = D_{coord_t} + \delta h_{barômetro_t} * \partial t \quad (3.6)$$

$$V_{t+1} = V_t + a_{x_t} * \partial t \quad (3.7)$$

$$\varphi_{heading_{t+1}} = \varphi_{heading_t} + \omega_{gyros_t} \quad (3.8)$$

Com o conjunto de equações do modelo matemático, é possível representá-lo na forma de um sistema de equações, e de igual forma representá-lo por sistema matricial, e deixá-lo no formato correto para a execução da rotina do algoritmo do filtro de Kalman, como exibido na equação 3.9.

$$x_{t+1} = A_t * x_t + B_t * u_t \quad (3.9)$$

Na equação 3.9, a matriz  $A_t$  é a matriz dinâmica, através do modelo matemático das equações 3.4 a 3.8.  $B_t$  é a matriz que relaciona os estados do sistema às leituras do acelerômetro, giroscópio e barômetro.

$$A_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \text{sen}(\varphi_{heading_t}) * \partial t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \text{cos}(\varphi_{heading_t}) * \partial t & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_t \quad (3.10)$$

$$B_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \partial t & 0 & 0 \\ 0 & \partial t & 0 \\ 0 & 0 & \partial t \end{bmatrix}_t \quad (3.11)$$

No passo de predição da medição, há o vetor de medição  $z(t)$ , o qual reúne variáveis que se relacionam direta ou indiretamente com as variáveis de estado do sistema. Para o estimador de posição, as informações coletadas do GPS formam o vetor de medição a fim de se corrigir a predição dos estados, e assim obter-se a melhor estimativa. Na equação 3.12 está a representação do vetor de medição com as variáveis relacionadas.

$$z_t = [E_{GPS_t} \quad N_{GPS_t} \quad D_{GPS_t} \quad V_{GPS_t} \quad \varphi_{GPS_t}]^T \quad (3.12)$$

O vetor de medição 3.12 reúne  $E_{GPS_t}$ , que representa a coordenada *east* dada pelo receptor GPS;  $N_{GPS_t}$  a coordenada *north*;  $D_{GPS_t}$  a coordenada *down*;  $V_{GPS_t}$  a velocidade; e  $\varphi_{GPS_t}$  a orientação dada pelo receptor GPS, todas variáveis representadas no instante de tempo  $t$ .

$$z_t = C_t * x_t \quad (3.13)$$

O passo de predição de medição é representado por uma matriz  $C_t$  que relaciona as variáveis medidas às variáveis dos estados do sistema. A relação entre as variáveis coletadas pelo receptor GPS e os estados do sistema são demonstrados nas relações 3.14 a 3.18.

$$E_{GPS} = E_{coord} \quad (3.14)$$

$$N_{GPS} = N_{coord} \quad (3.15)$$

$$V_{GPS} = V \quad (3.16)$$

$$\varphi_{GPS} = \varphi_{heading} \quad (3.17)$$

$$D_{GPS} = D_{coord} \quad (3.18)$$

Assim, a representação entre as variáveis medidas com os estados do sistema é relacionada através da matriz  $C_t$ , exibida na equação 5.19.

$$C_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_t \quad (3.19)$$

Diferentemente da predição do vetor de medição, o vetor de medição real, ou seja, o vetor de medição coletado pelo receptor GPS irá diferir ligeiramente do vetor predito no passo de predição da medição, da equação 3.13. Para a execução da rotina do filtro de Kalman, essa variação é representada por um vetor de incertezas  $\mathcal{E}_{z_t}$  do vetor de medição, demonstrado na equação 5.20.

$$\mathcal{E}_{z_t} = [\mathcal{E}_{E_{GPS_t}} \quad \mathcal{E}_{N_{GPS_t}} \quad \mathcal{E}_{D_{GPS_t}} \quad \mathcal{E}_{V_{GPS_t}} \quad \mathcal{E}_{\varphi_{GPS_t}}]^T \quad (3.20)$$

Para então contabilizar os efeitos das variações no modelo matemático e no vetor de medição o filtro de Kalman interpreta-os da forma de matrizes de covariância  $Q_t$  e  $R_t$ . Segundo (Más, Zhang, & Hansen, 2010), a matriz de covariância  $R_t$  relaciona os erros e incertezas do modelo do sistema  $\mathcal{E}_x$  de maneira a fornecer uma estimativa de quão confiáveis são as informações de predição baseadas no modelo do sistema. A matriz de covariância  $Q_t$  por sua vez relaciona os erros da predição de medição de maneira a mensurar o nível de confiança sobre a informação fornecida pelo receptor GPS.

Um modelo muito fiel representa baixos índices de erros e incertezas, ocasionando portanto baixo desvio padrão, que por sua vez fazem a matriz de covariância possuir valores muito pequenos, indicando um alto grau de confiança no modelo. Da mesma forma, um vetor de medição com baixa covariância representa alta confiabilidade na informação por ele prestada, e portanto o algoritmo de Kalman calcularia maiores valores o ganho de Kalman a fim de corrigir as predições dos estados realizadas no passo anterior do algoritmo.

$$R_t = \begin{bmatrix} \sigma_{E_{coord}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{N_{coord}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{D_{coord}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_V^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\varphi^2 \end{bmatrix}_t \quad (3.20)$$

$$Q_t = \begin{bmatrix} \sigma_{E_{GPS}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{N_{GPS}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{D_{GPS}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{V_{GPS}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\varphi^2 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Os estados são posição, velocidade e orientação, e as respectivas variâncias são ocasionadas por incertezas de leitura dos acelerômetros e giroscópios, portanto se faz necessária uma mudança para que a variância da IMU represente variâncias nos estados. Incertezas provindas dos acelerômetros são representadas por  $\sigma_a$  e incertezas provindas do giroscópio,  $\sigma_{\omega_{gyros}}$ , o qual representa o desvio padrão das leituras para a velocidade angular em torno do eixo Z do sistema de coordenadas fixas no veículo. As incertezas em relação à leitura do barômetro são associadas à variável  $\sigma_{\delta h_{barometro_t}}$ , a qual representa o desvio padrão para o sensor do tipo barômetro. As associações dos desvios padrões dos sensores aos estados do sistema estão demonstrados nas equações 3.22 a 3.26.

$$\sigma_{E_{coord}} = \frac{\sigma_a * \text{sen}(\varphi_{heading_t}) * \partial t^2}{2} \quad (3.22)$$

$$\sigma_{N_{coord}} = \frac{\sigma_a * \text{cos}(\varphi_{heading_t}) * \partial t^2}{2} \quad (3.23)$$

$$\sigma_V = \sigma_a * \partial t \quad (3.24)$$

$$\sigma_\varphi = \sigma_{\omega_{gyros}} * \partial t \quad (3.25)$$

$$\sigma_{D_{coord}} = \sigma_{\delta h_{barometro_t}} * \partial t \quad (3.26)$$

Os desvios padrões das medidas realizadas pelo receptor GPS sofrem alterações devido à triangulação dos satélites em vista do receptor, ou seja, um problema geométrico, como foi abordado na seção (2.1.5 Diluição de Precisão DOP). Portanto, os desvios padrões considerados para a execução da rotina do filtro de Kalman são os desvios apresentados nas equações 3.27 a 3.29.

$$\sigma_{E_{GPS}} = HDOP * \sigma_E \quad (3.27)$$

$$\sigma_{N_{GPS}} = HDOP * \sigma_N \quad (3.28)$$

$$\sigma_{D_{GPS}} = PDOP * \sigma_D \quad (3.29)$$

Para a velocidade, assume-se erros e incertezas em uma ordem de grandeza maior que os da posição por motivo de a velocidade ser a derivada da posição, e também relacionando-a com a posição em norte e em leste, encontra-se uma estimativa de desvio padrão para a informação de velocidade fornecida pelo GPS, demonstrada na equação 3.30.

$$\sigma_{V_{GPS}} \cong \left( \sqrt{\sigma_{E_{GPS}}^2 + \sigma_{N_{GPS}}^2} \right)^2 = \sigma_{E_{GPS}}^2 + \sigma_{N_{GPS}}^2 \quad (3.30)$$

De maneira semelhante, o desvio para o *heading* do veículo informado pelo GPS pode ser inferido que seja de uma ordem de grandeza superior ao desvio padrão para as posições, uma vez que a orientação é fornecida através da orientação de deslocamento de um ponto em relação ao ponto anterior de posição. Portanto, pode-se aproximar o desvio padrão para a orientação como mostrado na equação 3.31.

$$\sigma_{\varphi_{GPS}} \cong \sigma_{N_{GPS}}^2 \quad (3.31)$$

O projeto e implementação do filtro de Kalman então é definido. Nas equações 3.1 a 3.11 foram demonstrados a implementação dos passos de predição, nas equações 3.12 a 3.20 demonstrados os passos de atualização e nas demais equações demonstrados equações que atuam diretamente para o cálculo do ganho de Kalman.

A rotina do filtro de Kalman é executada a frequência de 1 Hz devido a limitação imposta pelo receptor GPS, o qual envia suas informações nesta taxa. No entanto, realizar a leitura e interpretação de um acelerômetro a esta taxa ocasionaria em grandes perdas de movimento, e consequente interpretação errônea acerca do movimento do veículo.

Deste modo a atualização dos estados  $x_t$  do modelo e da matriz de covariância  $P_t$  foi realizada a cada 50 ms utilizando-se o modelo representativo da dinâmica do veículo, descrito nas linhas 2 e 3 do algoritmo do filtro de Kalman, na Tabela 2.2.1. No instante da chegada da nova mensagem do receptor GPS, portanto a cada 1000 ms, a rotina do filtro de Kalman é executada por completo, o que significa que é computado então o ganho de Kalman e aplicado este ganho para corrigir as predições realizadas anteriormente apenas com a informação da leitura dos sensores inerciais.

---

O vetor de estados do sistema é inicializado com o primeiro ponto recebido pelo receptor GPS, e a matriz de covariância da estimação de Kalman  $P_0$  é inicializada com a matriz de covariâncias do modelo do sistema  $R_t$ .

O algoritmo da rotina de Kalman escrito em Matlab é apresentado no Anexo 1.

## 4 Resultados e Discussões

A coleta de dados para se testar o estimador de posição não pode ser realizada em um veículo aéreo não tripulado, veículo para o qual é dirigido o projeto do estimador de posição. Apesar disto, como o intuito da coleta de dados para processar no filtro de Kalman é coletar dados dos sensores inerciais e do receptor GPS de um veículo que se move, a tarefa foi realizada, sem perda de qualidade, por um veículo terrestre. A ele foram acoplados os sensores inerciais e o receptor GPS.

Instalou-se o receptor GPS centralizado no teto do veículo, para se receber coordenadas referentes a posição do centro do veículo, e instalado externamente para haver menos perdas de qualidade de captação do sinal GPS (Figura 4.1). A IMU, por sua vez, foi alocada no centro do veículo, exibido na Figura 4.2, no habitáculo dos passageiros para captar as acelerações e velocidades angulares.

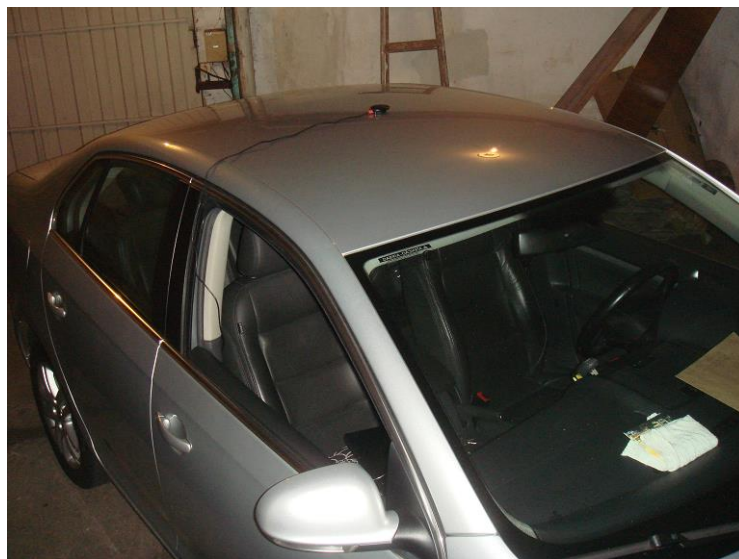


Figura 4.1: Instalação da antena do receptor GPS sobre o centro do veículo.



Figura 4.2: Posição da IMU aproximadamente no centro do veículo.

Um laptop Lenovo com Windows 8 e Matlab 2014a foi empregado para a aquisição dos dados e processamento da rotina do algoritmo do filtro de Kalman (Figura 4.3).



Figura 4.3: Laptop responsável pelo armazenamento das informações.

#### 4.1 Análise dos Resultados

Para validar a metodologia do estimador de posição e orientação, dois ensaios foram realizados em perímetro urbano, ambiente em que o sinal de GPS pode sofrer deterioração devido às construções ao redor do receptor.

No primeiro ensaio, realizou-se um pequeno trajeto circular, uma avenida que circunda uma praça circular de raio aproximadamente 25 metros, em que o ponto de chegada foi o mesmo ponto de partida. O ponto de partida foi a aproximadamente 6 metros de um marco geodésico registrado pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), cujos dados planimétricos encontram-se no Anexo 2. No segundo ensaio, percorreu-se uma trajetória maior, abrangendo situações mais diversas, como subidas e descidas, contornos de quadras a direita e a esquerda.

Posterior à este, processou-se os mesmos a fim de se obter a melhor estimativa das trajetórias percorridas. O processamento do filtro de Kalman ocorreu, portanto, de modo off-line, com dados pós-processados. No entanto, como o algoritmo trabalha com os dados ordenadamente de maneira temporal, a adaptação para que o mesmo trabalhasse de maneira on-line não modificaria o desempenho do filtro de Kalman, gerando a mesma resposta da obtida por esta abordagem.

##### 4.1.1 Ensaio número 1

Inicialmente posicionou-se o veículo sobre a avenida, próximo ao ponto do passeio em que está instalado o marco geodésico, marco construído em concreto para sinalizar uma posição cartográfica precisa, exibido na Figura 4.4. O ensaio de coleta de dados seguiu com o contorno sobre a praça no sentido anti-horário em uma velocidade média de aproximadamente 11  $km/h$ , finalizando o ensaio ao atingir novamente o ponto de partida.

Finalizada a coleta de dados, os mesmos foram armazenados e tratados para remoção do *bias* calculado na rotina de calibração.

Antes da aplicação dos dados no algoritmo de fusão de Kalman, a Figura 4.5 exibe o resultado da INS (*Inertial Navigation System*). O resultado evidencia o principal problema dos sistemas de navegação inercial, que é o *drift* sofrido pelas constantes integrações de medidas que contém erro. O resultado do sistema de navegação por satélite para a taxa de atualização de 0.5  $Hz$  por sua vez é exibido na Figura 4.6, representado pelos pontos em azul. É possível notar a dificuldade de navegação para este caso ocasionado pela baixa taxa de atualização, resultando em informações de posições discretas e bastante espaçadas.



Figura 4.4: Marco Geodésico estação 90557.

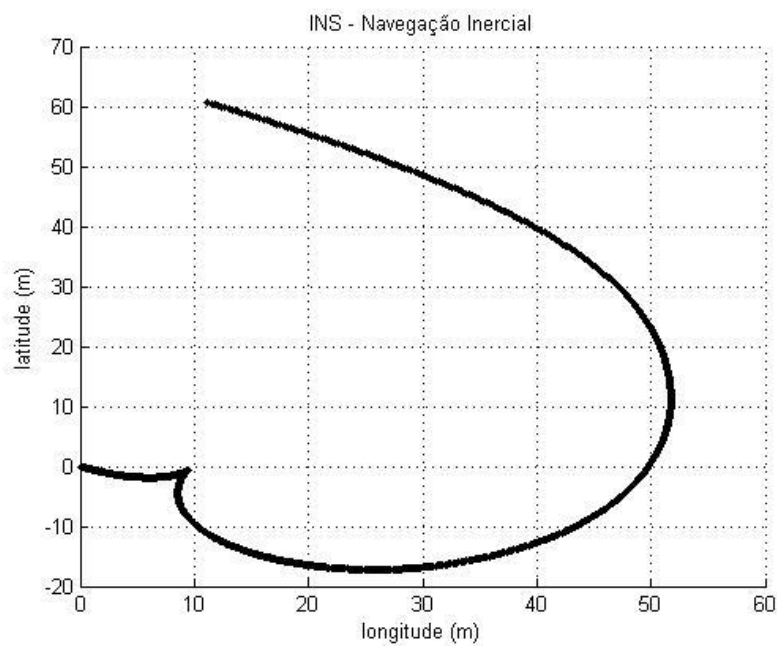


Figura 4.5: Navegação inercial sem atualização do GPS. Fenômeno do *drift* dos sensores inerciais.

Ao aplicar os dados no algoritmo do filtro de Kalman, a curva em vermelho da Figura 4.6 é obtida para a estimação de posição e orientação. Fica evidenciado então a fusão das qualidades dos dois sistemas de navegação.



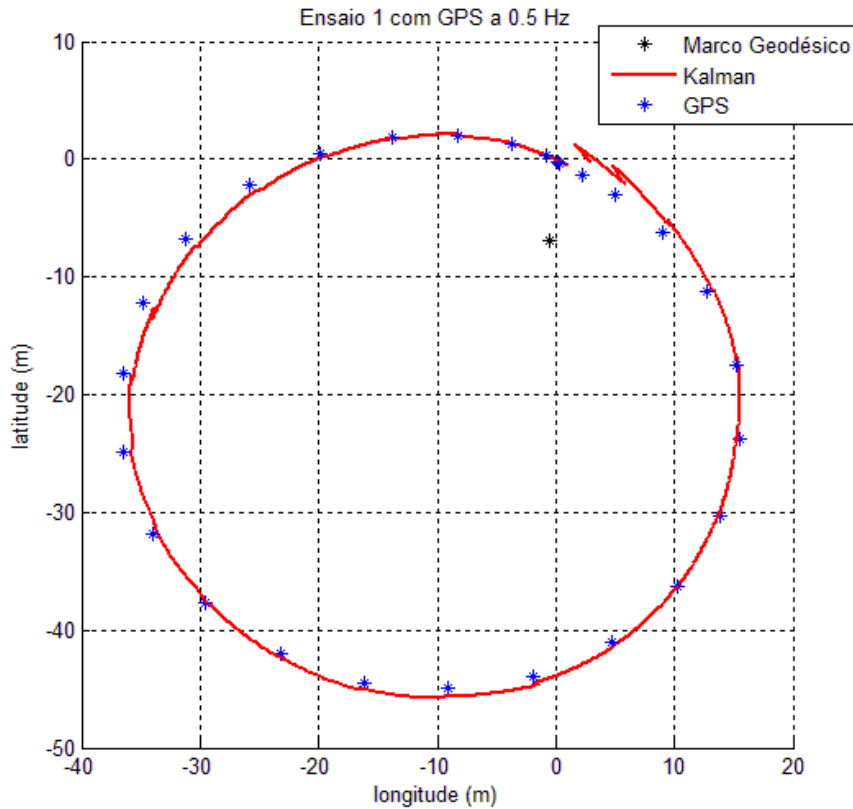


Figura 4.6: Resultado do estimador para taxa de atualização de 0.5 Hz

O ponto de partida do ensaio localiza-se a norte do marco geodésico, estando este representado pelo ponto preto no gráfico. Com a baixa taxa de atualização do receptor GPS, a estimação de Kalman fica mais dependente das informações da navegação inercial, apresentando alguns efeitos do *drift* dos sensores e levando a degradação da qualidade de estimação.

Buscando melhorar a estimativa, realizou-se o mesmo ensaio com taxa de atualização do receptor GPS a 1 Hz. O resultado para este ensaio é exibido na Figura 4.7. As informações do receptor GPS são exibidas nos pontos em azul, e a estimação de Kalman é exibida na curva em vermelho da Figura 4.7.

É possível notar, no final do ensaio, uma pequena diferença de menos de 40 cm entre o ponto de partida e o ponto de chegada. No entanto, essa diferença está dentro do intervalo de confiança previsto na seção 3.3.1 Estimação do Erro de Posição. Como abordado anteriormente, a estimação de Kalman baseia-se em distribuições de probabilidade acerca de cada variável de estado. Isto representa portanto que esses valores de posição são os mais prováveis segundo os cálculos do algoritmo, não descartando a chance do veículo estar em outro ponto em sua proximidade, apenas representando essa possibilidade com uma menor probabilidade.

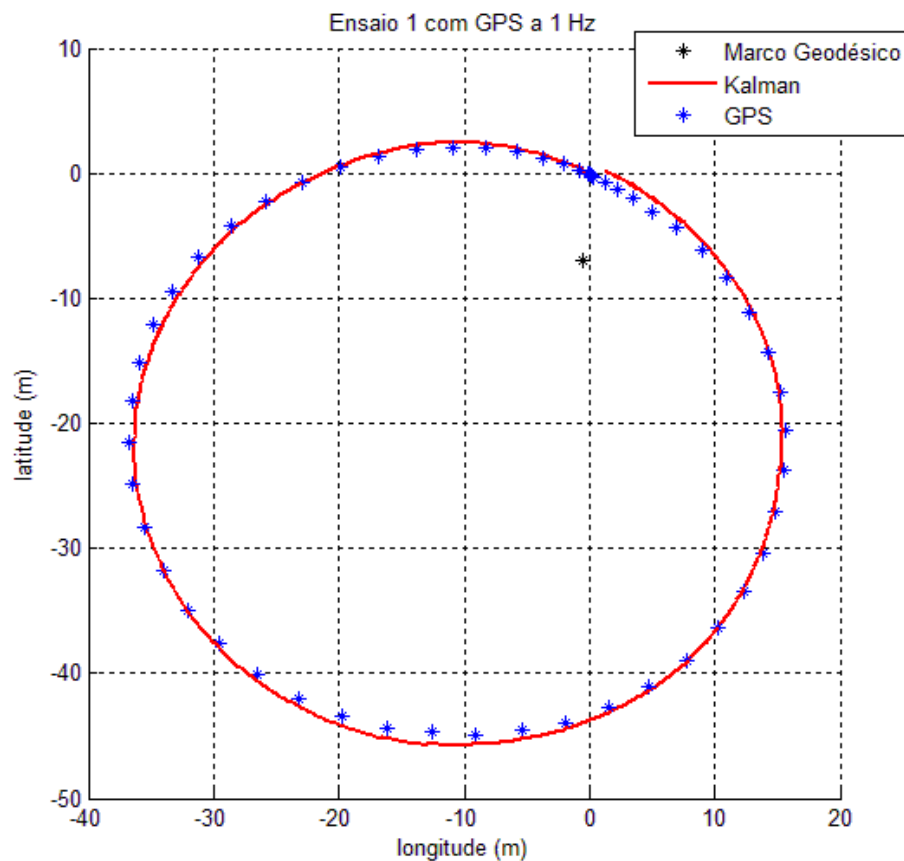


Figura 4.7: Resultado do processamento para o Ensaio 1.

Com o gráfico da Figura 4.7, fica evidenciado a vantagem da utilização do filtro de Kalman em estimação de posição, o qual alia a boa estimação de posição sobre a superfície global do GPS com as boas respostas da navegação inercial durante curtos períodos de tempo.

#### 4.1.2 Ensaio número 2

Percorreu-se um trajeto urbano no município de Santa Rosa, Rio Grande do Sul, demonstrado na Figura 4.8. Um trajeto no centro da cidade proporciona quedas nas qualidades do sinal de satélite oriundos dos prédios em redor do trajeto, que dificultam a aquisição de sinal, e ocasionam erros de *multipath*, ocasionado pela reflexão do sinal de um satélite por algum obstáculo. Este cenário mostra-se ideal para testar a funcionalidade e robustez de um sistema de estimação por filtro Kalman.



Figura 4.8: caminho percorrido em trecho urbano para o ensaio de validação.

Assim que coletados e processados, os dados do ensaio foram aplicados no algoritmo de estimação de posição com filtro de Kalman, e a saída do filtro, ou seja, a melhor estimativa encontrada pelo algoritmo é exibida na Figura 4.9. A Figura 4.9 compreende o resultado do estimador de posição em comparação com o sinal bruto do receptor GPS. Devido a todos argumentos apresentados nas seções anteriores, a posição fornecida pelo receptor GPS possui margem de erro variável conforme o número e a disposição dos satélites em vista do receptor. Nas Figuras 4.10 e 4.11 fica mais evidente a irregularidade da posição fornecida pelo receptor GPS.

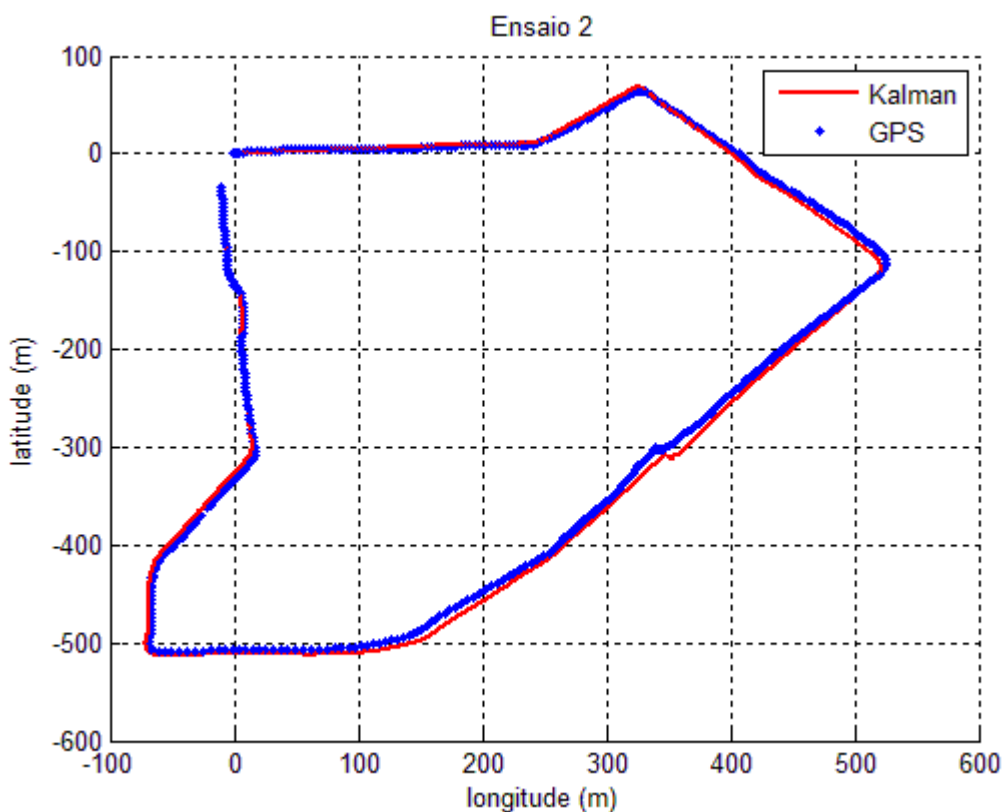


Figura 4.9: Comparação entre a estimativa de Kalman e o receptor GPS.

Do trajeto percorrido, a saída do estimador de posição para o trecho em azul da Figura 4.8 está exibido em destaque na Figura 4.10 em duas vistas. Na Figura 4.10a é demonstrado a resposta do algoritmo para o plano ED (*east – down*), ou seja, para o plano longitude x altitude. É notável a inconsistência da posição fornecida pelo sinal bruto do receptor GPS para a altitude do veículo, pois fica nítida a oscilação de altitude fornecida pelo receptor, o que não condiz com a realidade do terreno, que possui uma inclinação suave e constante. No entanto, a estimação de posição do filtro de Kalman conseguiu um resultado muito mais próximo da realidade, como demonstrado na curva em vermelho. O veículo partiu da origem do sistema de coordenadas LTP, e percorreu cerca de 230 metros de inclinação constante, até atingir uma rua mais plana, com ligeiro aclave.

Uma estimação mais precisa em altitude é igualmente importante. Na atividade de sensoriamento remoto, mantêm-se uma homogeneidade quanto a altitude da câmera, retratando com maior fidelidade a área fotografada. Ainda, em atividades como agrimensuração, erros em altitude resultariam em tamanhos de imagens diferentes, causando erros no momento dos cálculos de áreas.

Na Figura 4.10b temos a vista superior do mesmo trecho, ou seja, a exibição do plano longitude x latitude. Como comentado na seção (2.1.5. Diluição de Precisão DOP), a qualidade da posição fornecida pelo receptor GPS depende, entre outros fatores, da geometria da constelação de satélites vistos pelo receptor. No plano horizontal, a geometria da formação dos satélites é mais ampla, fornecendo mais qualidade na posição fornecida, e portanto, maior nível de confiança que o filtro de Kalman tem na informação. Por isto, a estimação do Kalman ficou muito próxima das posições fornecidas pelo receptor GPS, mas não exatamente sobre, pois o filtro de Kalman leva em consideração também as informações de navegação fornecidas pelos sensores inerciais.

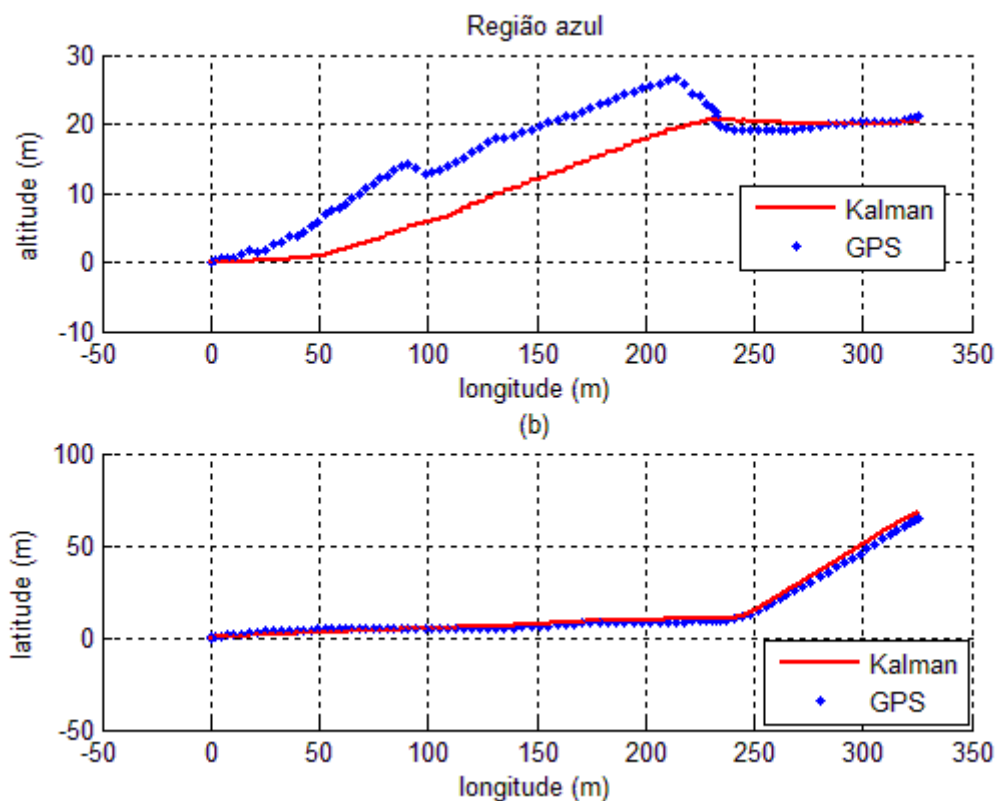


Figura 4.10: Etapa representada em azul no trajeto. (a) representa a vista lateral, longitude x altitude. (b) representa a vista superior, longitude x latitude.

Com a análise das Figuras 4.10a e 4.10b fica evidente a atuação do estimador no âmbito de utilizar apenas as informações confiáveis de cada fonte sensorial responsável pela leitura

da posição do veículo. No caso da altitude, o estimador percebeu a baixa qualidade da informação oriunda do receptor GPS, e portanto deu maior confiança e credibilidade a informação oriunda do barômetro digital, chegando assim em um resultado muito próximo da realidade.

Para o caso da longitude e latitude, como ambas possuem semelhantes desvios padrões, e são de igual forma afetadas pelo índice *HDOP*, o estimador considera a posição fornecida pelo receptor GPS e a funde com as informações ruidosas e de menor confiança oriundas dos sensores inerciais para fornecer a melhor estimativa neste plano. O resultado é uma boa aproximação das posições fornecidas pelo receptor GPS.

A outra região em destaque do trajeto, representado na Figura 4.8 na curva destacado em vermelho salienta um ponto importante da função de um estimador de posição com filtro de Kalman, que é justamente a de obter a melhor estimativa possível da posição a partir dos dados adquiridos dos seus sensores. Na Figura 4.11 ficou bastante evidente que a confiança no sinal do receptor GPS diminuiu, devido aos fatores inerentes a queda de qualidade do sinal via satélite. Neste cenário então, o estimador de Kalman acabou por dar maior credibilidade a navegação inercial, e percebe-se pela curva em vermelho da Figura 4.11 um distanciamento em relação à posição fornecida pelo GPS, bem como uma angulação de curva ligeiramente mais aberta, devido às informações fornecidas pelo giroscópio montado no eixo Z do sistema de coordenadas local fixo no veículo.

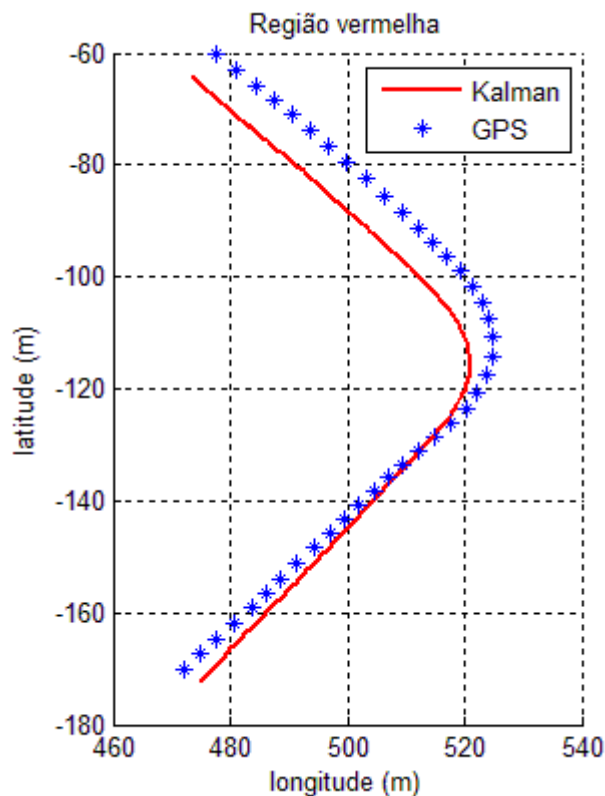


Figura 4.11: Vista superior, longitude x latitude, da etapa representada em vermelho no trajeto.

## 5 Conclusões e Futuras Pesquisas

A ascendente demanda por mais produção de alimentos no mundo todo tem fomentado inúmeras pesquisas tanto na área de desenvolvimento biológico como tecnológico. No âmbito tecnológico, uma das áreas de pesquisa é a de sensoriamento remoto das lavouras através de veículos aéreos não tripulados. A utilização de veículos aéreos não tripulados poderá revolucionar esta área de pesquisa devido a sua rapidez e disponibilidade para o produtor rural, eliminando a necessidade de contratar empresas terceirizadas para prestar este tipo de serviço, as quais podem fornecer o serviço dias ou até semanas após o prazo ideal para a detecção de pragas e deficiências nutricionais na lavoura.

Com a previsão de popularização da técnica de sensoriamento remoto por veículos aéreos não tripulados, nasce a necessidade de desenvolvimento de um sistema de estimação de posição robusto e confiável, para servir de ponto de partida para o desenvolvimento posterior de sistemas de controle de posição, visando atuar no veículo para levá-lo de uma posição a outra.

A técnica utilizada para o desenvolvimento do estimador de posição foi o filtro de Kalman. O filtro de Kalman possui a característica de fundir dados de fontes sensoriais diferentes e a partir da qualidade destas fontes calcular a melhor estimativa acerca do que se está medindo. Visando a aplicação em um veículo aéreo não tripulado, o filtro de Kalman foi utilizado para combinar o sinal provindo de um receptor GPS e de um sistema de navegação inercial, composto por acelerômetros e giroscópios.

Receptores GPS baratos e que utilizam sinal livre possuem considerável nível de erro em suas informações, e com o objetivo de desenvolver um veículo aéreo não tripulado de baixo custo, se fez necessária a elaboração de um estimador que não dependesse apenas do sinal de baixa qualidade do receptor GPS, e assim surgiu a motivação para o desenvolvimento de um estimador de posição utilizando filtro de Kalman.

Após toda a pesquisa bibliográfica e desenvolvimento do sistema, observou-se que a navegação via satélite sozinha representaria informações sobre posição muito falhas, e no outro lado a navegação inercial sozinha iria rapidamente divergir devido a constante integração do sinal dos acelerômetros. A combinação destas duas fontes com o filtro de Kalman, no entanto, gerou resultados de estimação de posição que herdaram o bom posicionamento sobre a superfície da Terra da navegação via satélite e a boa resposta em curto prazo da navegação inercial.

Em adição ao receptor de GPS de baixo custo e sinal livre, foram adquiridos apenas sensores inerciais e barométricos, e um microcontrolador, todos com valores muito baixos, visando manter o custo do sistema de estimação o mais acessível possível.

Para o futuro, este estimador de posição irá ser utilizado como entrada para outro algoritmo de planejamento de trajetória, o qual irá se beneficiar das informações de posição e orientação providas do estimador para calcular medidas de atuação que visam a direcionar o veículo aos pontos previamente estabelecidos pelo planejador de trajetória.

Sendo acessível, este conjunto estimador de posição e planejador de trajetória poderão, num futuro próximo, estarem embarcados nas aeronaves não tripuladas que sobrevoarão os campos cultivados, e auxiliarão o produtor rural a tomar as medidas corretivas ótimas, a fim de aumentar e homogeneizar a produção, ao mesmo tempo que se reduz custos e impactos ambientais.

## 6 Referências

- Abhari, R., Anderson, J., Arnold, G. W., Canavero, F., El-Hawary, M., Haemmerli, B.-M., . . . Zobrist, G. (2012). *Handbook of Position Location – Theory, Practice, and Advances*.
- Balastreire, L. A. (1998). *Histórico, definições e conceitos básicos*. Piracicaba: Agricultura de precisão p. 1-8.
- Choset, H., Lynch, K., Hutchinson, S., Kantor, G., Burgard, W., Kavraki, L., & Thrun, S. (2005). *Principles of Robot Motion - Theory, Algorithms, and Implementation*. MIT Press.
- Kalman, R. E. (March de 1960). A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*.
- Langley, R. B. (Maio de 1999). Dilution of Precision. *GPS World*.
- Maklouf, O., Ghila, A., Abdulaa, A., & Yousef, A. (2013). Low Cost IMU \ GPS Integration Using Kalman Filtering for Land Vehicle Navigation Application. *International Journal of Electrical, Robotics, Electronics and Communications Engineering*.
- Más, F. R., Zhang, Q., & Hansen, A. C. (2010). *Mechatronics and Intelligent Systems for Off-road Vehicles*. Springer-Verlag.
- Menegatti, L., & Molin, J. (2004). *A cana e a Agricultura de Precisão*. IDEA NEWS 4.
- NMEA. (2002). *NMEA 0183: Standard for interfacing marine electronic devices*. New Bern.
- Thrun, S., Burgard, W., & Fox, D. (2000). *Probabilistic Robotics*.
- US Army Corps of Engineers. (Aug 1996). NAVSTAR Global Positioning System Surveying.
- Zhao, Y. (Setembro de 2011). GPS/IMU Integrated Systems for Land Vehicle Navegation based on MEMS.

**Anexo 1**

```

%% Algoritmo do estimador de posição com filtro de Kalman
% Trabalho de conclusão de curso em Engenharia de Controle
% e Automação - UFRGS

% Copiando os dados do ensaio para as variáveis do kalman
for i=1:1:length(REAL.gyro_yaw)
    gyros_yaw(i,1) = REAL.gyro_z(i,1);
    accel_x(i,1) = REAL.accel_x_real_fill(i,1);
end
for i=1:1:length(GGA.lat_dif)
    x_gps(i,1) = GGA.longit_dif(i,1);
    y_gps(i,1) = GGA.lat_dif(i,1);
    v_gps(i,1) = VTG.vel_gps(i,1);
    phi_gps(i,1) = VTG.heading_gps(i,1);
    alt_gps(i,1) = GGA.alt_dif(i,1);
end
% Ponto do marco geodésico: -0.463312194762752,-6.94968291433049,0
marco = [-0.463312194762752,-6.94968291433049,0];

%% tempo de amostragem do ensaio
dt = 0.05;

%% definição das variáveis principais
% vetor de medição: z = [x_gps; y_gps; alt_gps; v_gps; phi_gps];
% inicialização do vetor de estados:
X = [x_gps(1,1) ;
     y_gps(1,1) ;
     alt_gps(1,1) ;
     v_gps(1,1) ;
     phi_gps(1,1)];
x_estimate = X; % x_estimate (o que está sendo atualizado)
% definição dos desvios padrões
sigma_acele_x = 10;
sigma_acele_y = 10;
sigma_alt = 5;
sigma_phi = 10;
sigma_x_gps = 2.5;
sigma_y_gps = 2.5;
sigma_alt_gps = 10;
sigma_v_gps = 10;
sigma_phi_gps = 2.5;
% Montagem da matriz de covariâncias Rt
Rt = [(sigma_acele_x^2*dt^4)/4 0 0 0 0;
      0 (sigma_acele_y^2*dt^4)/4 0 0 0;
      0 0 sigma_alt^2*dt^2 0 0 ;
      0 0 0 sigma_acele_x^2*dt^2 0 ;
      0 0 0 0 sigma_phi^2*dt^2] ;
P = Rt; % estimativa inicial da covariância da posição inicial

%% Definição das equações do modelo matemático
% matriz de transição de estados: Predição dos estados
A = [1 0 0 sin(x_estimate(5)*pi/180)*dt 0;
     0 1 0 cos(x_estimate(5)*pi/180)*dt 0;
     0 0 1 0 0;
     0 0 0 1 0;
     0 0 0 0 1];
% matriz de entradas de controle: efeito esperado das entradas nos
estados
B = [0 0 0;
     0 0 0];

```



```

dt    0    0;
0     dt   0;
0     0    dt];
% matriz de mensuração: A mensuração esperada dada a predição dos estados
C = [1  0  0  0  0;
     0  1  0  0  0;
     0  0  1  0  0;
     0  0  0  1  0;
     0  0  0  0  1];

% Rotina de filtragem de Kalman
% alocação de vetores para guardar valores para o gráfico
i=1;
xises_1 = []; xises_2 = []; xises_3 = [];
gps_1 = []; gps_2 = []; gps_3 = [];

% Loop de execução do algoritmo da quantia de dados coletados
for t = 1:(length(GGA.lat_dif)-17)*20
    % matriz de transição de estados: Predição dos estados
    A = [1  0  0  sin(x_estimate(5)*pi/180)*dt  0;
         0  1  0  cos(x_estimate(5)*pi/180)*dt  0;
         0  0  1  0  0;
         0  0  0  1  0;
         0  0  0  0  1];

    % Vetor de entradas: magnitude da aceleração, gyro e ganho de
    altitude
    u=[ganho_altitude(t,1);
       accel_x(t,1)      ;
       gyros_yaw(t,1)    ];

    % A cada 20 ciclos de 0.5s, realizar a rotina de atualização com GPS
    a

    % 1 Hz.
    if mod(t,20) == 0 %resto da divisão por 20
        % Vetor de medição (GPS)
        z = [x_gps(i,1)      ;
             y_gps(i,1)      ;
             alt_gps(i,1)    ;
             v_gps(i,1)/3.6  ;
             phi_gps(i,1)    ];

        % Variâncias desta medida:
        sigma_x_gps = GGA.hdop(i,1)*2.5;
        sigma_y_gps = GGA.hdop(i,1)*2.5;
        sigma_alt_gps = GSA.pdop(i,1)*10;
        sigma_v_gps = GGA.hdop(i,1)*12.5;%10;
        sigma_phi_gps = GGA.hdop(i,1)*5;%2.5;

        % Matriz de covariâncias
        % Qt converte o ruído de mensuração em matriz de covariância
        Qt = [sigma_x_gps^2  0  0  0  0  ;
              0  sigma_y_gps^2  0  0  0  ;
              0  0  sigma_alt_gps^2  0  0  ;
              0  0  0  sigma_v_gps^2  0  ;
              0  0  0  0  sigma_phi_gps^2];

        % Rt converte o ruído do processo em matriz de covariância
        Rt = [(sigma_ace_l_x^2*dt^4)/4  0  0  0  0;
              0  (sigma_ace_l_y^2*dt^4)/4  0  0  0;
              0  0  sigma_alt^2*dt^2  0  0  ;
              0  0  0  sigma_ace_l_x^2*dt^2  0  ;
              0  0  0  0  sigma_phi^2*dt^2]  ;

        % Predição do próximo estado baseado no último estado e no
        movimento previsto
        x_estimate = A * x_estimate + B * u;
        % Prediz a próxima covariância
        P = A * P * A' + Rt;
    end
end

```

```

% Ganho de Kalman
K = P * C' * inv(C * P * C' + Qt);
% Atualiza a estimação do estado
x_estimate = x_estimate + K * (z - C * x_estimate)
% Se o heading baixar de 0, adicionar 360°
if x_estimate(5) < 0
    x_estimate(5) = x_estimate(4) + 360;
end
% Atualiza a estimação da covariância
P = (eye(5) - K * C) * P;
% Incrementa índice do vetor de medições
i=i+1;
% Guarda para futuro gráfico
xises_1 = [xises_1 x_estimate(1)];
xises_2 = [xises_2 x_estimate(2)];
xises_3 = [xises_3 x_estimate(3)];
gps_1 = [gps_1 x_gps(i,1)];
gps_2 = [gps_2 y_gps(i,1)];
gps_3 = [gps_3 alt_gps(i,1)];
else
% No intervalo em que não há medições de GPS, apenas propaga o
% sistema com a navegação Inercial
x_estimate = A*x_estimate + B*u
P = A * P * A' + Rt;
% Se o heading baixar de 0, adicionar 360°
if x_estimate(5) < 0
    x_estimate(5) = x_estimate(5) + 360;
end
% Guarda para futuro gráfico
xises_1 = [xises_1 x_estimate(1)];
xises_2 = [xises_2 x_estimate(2)];
xises_3 = [xises_3 x_estimate(3)];
end
end

%% Geração do gráfico resultante da estimação de posição
figure(1)
title('Ensaio 1 com GPS a 1 Hz');
hold on; grid on;
% Imprime no gráfico a posição do Marco
plot3(marco(1),marco(2),marco(3), '*k');
% Imprime no gráfico as estimações de Kalman
plot3(xises_1(1,:), xises_2(1,:), xises_3(1,:), 'r-','LineWidth',2);
% Imprime no gráfico os dados do GPS
plot3(gps_1(1,:),gps_2(1,:),gps_3(1,:), 'b*');

legend('Marco Geodésico','Kalman','GPS');
xlabel('longitude (m)'); ylabel('latitude (m)'); zlabel('altitude (m)');

```

## Anexo 2



## Relatório de Estação Geodésica

Estação :	90557	Nome da Estação :	RS-03	Tipo :	Estação Planimétrica DOPPLER
Município :	SANTA ROSA			UF :	RS
Última Visita:	13/7/2009	Situação Marco Principal :	Bom		
Conexões :	RN : 9504J				

DADOS PLANIMÉTRICOS		DADOS ALTIMÉTRICOS		DADOS GRAVIMÉTRICOS	
Latitude	27 ° 51 ' 56,509 " S	Altitude Ortométrica(m)	269,2595	Gravidade(mGal)	
Longitude	54 ° 28 ' 58,960 " W	Fonte	Nivelamento Geométrico	Sigma Gravidade(mGal)	
Fonte	DOPPLER	Sigma Altitude (m)		Precisão	
Origem	Transformada	Datum	Imbituba	Datum	
8 Datum	SAD-69	Data Medição	3/5/1982	Data Medição	
A Data Medição	15/4/1982	Data Cálculo	15/6/2011	Data Cálculo	
D Data Cálculo	15/8/1983			Correção Topográfica	
8 Sigma Latitude(m)				Anomalia Bouguer	
8 Sigma Longitude(m)				Anomalia Ar-Livre	
UTM(N)	6.915.118,95			Densidade	
UTM(E)	747.825,67				
MC	-57				
Latitude	27 ° 51 ' 58,233 " S			Gravidade(mGal)	
8 Longitude	54 ° 29 ' 00,881 " W			Sigma Gravidade(mGal)	
1 Fonte	DOPPLER			Precisão	
R Origem	Transformada			Datum	
G Datum	SIRGAS2000			Data Medição	
A Data Medição	15/4/1982			Data Cálculo	
8 Data Cálculo	14/1/2005			Correção Topográfica	
2 Sigma Latitude(m)				Anomalia Bouguer	
0 Sigma Longitude(m)				Anomalia Ar-Livre	
0 UTM(N)	6.915.077,63			Densidade	
0 UTM(E)	747.771,12				
MC	-57				

- Ajustamento Altimétrico Simultâneo da Rede Altimétrica em 15/06/2011 - Relatório em <ftp://geofp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/relatorioajustamento.pdf>
- Ajustamento Planimétrico SIRGAS2000 em 23/11/2004 e 06/03/2005 - Relatório em [ftp://geofp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/rel\\_sirgas2000.pdf](ftp://geofp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/rel_sirgas2000.pdf)
- Ajustamento Planimétrico Global SAD-69 em 15/09/1998 - Relatório em [ftp://geofp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/rel\\_sad69.pdf](ftp://geofp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/rel_sad69.pdf)
- Dados Planimétricos para Fonte carta nas escalas menores ou igual a 1:250000, valores SIRGAS2000 + SAD-69

## Localização

No quadrante nordeste da Praça Berlin, Praça Alemã ou Praça dos Alemães, em Santa Rosa. O marco de azimute está a 200 m a leste do topo de uma colina, na localidade Lajeado do Ipê.

## Descrição

Tronco de pirâmide de concreto. Possui uma chapa, estampada: SAT-90557-RS-03. No segundo degrau há uma chapa cravada e estampada: RN-1913-C. O marco de azimute tem as mesmas características do marco principal e está estampado: AZIMUTE. Os marcos de referência: A, B e C, são chapas cravadas no passeio da praça e estão estampadas: Ref. A, Ref. B e Ref. C, respectivamente.

## Itinerário

Partir da fábrica de rações Prenda, situada na Rodovia RS-344, no perímetro urbano de Santa Rosa e seguir em direção a Tuparendi; com 1,8 km, seguir à direita, por uma estrada de terra; com 2 km, seguir à esquerda, por um caminho; com 2,2 km, bosque onde se inicia um terreno arado e a 200 m a sudeste deste ponto, local da estação.

## (8) Nota :

A Referência de Nível (RN) 9504J pertence a um ramal, isto é, uma linha de nivelamento geométrico que não forma circuito, cujos desníveis, portanto, não podem ser ajustados. Consequentemente, as respectivas altitudes são calculadas mediante simples transporte, sem as estimativas de desvio-padrão.

## Foto(s)

