



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO EM ENGENHARIA DE  
CONTROLE E AUTOMAÇÃO

# Implementação de uma Plataforma de Stewart

*Autor: Diogo de Almeida*

*Orientador: Rafael A. C. Laranja*

Porto Alegre, 17 de dezembro de 14

## Sumário

Sumário	ii
Agradecimentos	iv
Resumo	v
Abstract	v
Lista de Figuras	vi
Lista de Tabelas	vii
Lista de Símbolos	viii
Lista de Abreviaturas e Siglas	x
1 Introdução	1
1.1 Objetivos deste trabalho	2
1.2 Estrutura do Trabalho	2
2 Revisão Bibliográfica	3
2.1 Manipuladores Paralelos	3
2.2 Plataforma de Stewart	3
2.3 Estado da Arte	4
3 Materiais e Métodos	6
3.1 Adaptação do Modelo Padrão de Plataforma de Stewart	6
3.2 Cinemática Inversa	6
3.3 Adaptação do Modelo Cinemático Inverso	8
3.4 Materiais Utilizados	8
3.5 Definição das dimensões e estrutura do protótipo	11
3.6 Desenho da Plataforma de Stewart	14
3.7 Desenvolvimento do software em Matlab	15
4 Formulação do Problema	17
4.1 Montagem da Plataforma de Stewart	17
4.2 Calibração da Plataforma de Stewart	19
5 Resultados e discussões	21
5.1 Teste de Rotação em torno do eixo X	21
5.2 Teste de Rotação em torno do eixo Y	22
5.3 Teste de Rotação em torno do eixo Z	23
5.4 Teste de translação no eixo X	24
5.5 Teste de translação no eixo Y	25
5.6 Teste de translação no eixo Z	26
5.7 Discussões	27

6	Conclusões e Trabalhos Futuros	28
7	Referências	29
	Apêndice A	31

## **Agradecimentos**

Agradeço a minha namorada, Carolina, e os meus pais, Ubirajara e Rosane por terem estado ao meu lado ao longo de todo o desenvolvimento deste trabalho, me dando apoio e também compreendendo os momentos de ausência. Agradeço também meus colegas de trabalho, Cristian e Bruno, pelos importantes conselhos técnicos fornecidos. Agradeço ainda o meu orientador, Professor Rafael Laranja, por todo interesse, atenção e empenho demonstrados ao longo de todo o desenvolvimento deste trabalho.

## Resumo

Neste trabalho, são descritos os detalhes de projeto, implementação e automatização de uma Plataforma de Stewart. O protótipo desenvolvido possui aproximadamente 16 cm de comprimento, 16 cm de largura e 25 cm de altura e utiliza servo motores e um mecanismo biela manivela como alternativa ao uso de atuadores lineares. As juntas utilizadas para união entre base, elos e plataforma são do tipo esféricas. O dimensionamento dos elementos e da estrutura da Plataforma de Stewart foi realizado tomando como base as equações de cinemática inversa, as limitações dos processos de fabricação utilizados e dos componentes utilizados. A construção do protótipo apresentou problemas dimensionais, os quais foram resolvidos através da modificação do projeto inicial. A automatização da plataforma foi realizada utilizando um controlador específico para servo motores e a programação do modelo cinemático inverso foi realizada em Matlab. A Plataforma de Stewart implementada atende a comandos provenientes de um computador e pode se movimentar em seis graus de liberdade, sendo que a maior translação possível é de 38 mm e a maior rotação possível é de 20°.

Palavras-chave: Plataforma de Stewart, mecanismo biela-manivela.

## Abstract

In this work the details of the design, implementation and automation of a Stewart Platform are described. The developed prototype is about 16 cm long, 16 cm wide and 25 cm tall and uses servomotors and a crank and connecting rod mechanism as an alternative for the use of linear actuators. Ball joints were used to join the base, links and platform. The Stewart Platform dimensions and structure were defined based on the inverse kinematic model, limitations of the manufacturing processes used and limitations of the elements used. The prototype construction had dimensional problems that were solved by changing the initial design. The platform automation used a dedicated servo motor controller and all the inverse kinematic model coding was done in Matlab. The implemented Stewart Platform recognizes commands sent by a computer and is able to move in six degrees of freedom, with maximum translational movement of 38 mm and maximum rotational movement of 20°

Key-words: Stewart Platform, crank and connecting rod mechanism.

## Lista de Figuras

Figura 1: modelo cinemático da Plataforma de Stewart (adaptado de Do e Yang, 1988)....	1
Figura 2: Protótipo construído por Gough. (Merlet, 2006).....	4
Figura 3: geometria e sistema de coordenadas do protótipo (adaptado de Bingul e Karahan, 2012).....	6
Figura 4: exemplo de quadro de dados para envio de informações de posição. ....	11
Figura 5: configuração desejada para a junta esférica na pose inicial.....	12
Figura 6: configuração da Plataforma de Stewart para as dimensões escolhidas.....	13
Figura 7: configuração A.....	13
Figura 8: configuração B.....	13
Figura 9: desenho da plataforma móvel.....	15
Figura 10: desenho da base fixa.....	15
Figura 11: inserção de dados de posição e orientação desejadas.....	16
Figura 12: elos montados.....	17
Figura 13: processo de montagem.....	17
Figura 14: situação em que haveria choque entre elo e estrutura de suporte do motor ..	18
Figura 15: plataforma completamente montada.....	19
Figura 16: verificação da inclinação da plataforma para a pose inicial.....	20
Figura 17: medição da rotação em torno do eixo x.....	21
Figura 18: medição da rotação em torno do eixo Y.....	22
Figura 19: medição da rotação em torno do eixo Z.....	23
Figura 20: medição da translação no eixo X.....	24
Figura 21: medição da translação no eixo Y.....	25
Figura 22: medição da translação no eixo Z.....	26

## Lista de Tabelas

Tabela 1: lista de materiais necessários para a construção da Plataforma de Stewart.....	9
Tabela 2: quadro de dados do protocolo de comunicação do controlador Micro Maestro .....	10
Tabela 3: bits de comando das funções do protocolo de comunicação .....	10
Tabela 4: Parâmetros de projeto da Plataforma de Stewart .....	14
Tabela 5: resultados desejados e obtidos para rotação em torno do eixo x .....	21
Tabela 6: fins de curso para rotação em torno do eixo x.....	22
Tabela 7: resultados desejados e obtidos para rotação em torno do eixo Y .....	22
Tabela 8: fins de curso para rotação em torno do eixo Y.....	22
Tabela 9: resultados desejados e obtidos para rotação em torno do eixo Z.....	23
Tabela 10: fins de curso para rotação em torno do eixo Z.....	23
Tabela 11: resultados desejados e obtidos para translação no eixo X .....	24
Tabela 12: fins de curso para translação no eixo X .....	24
Tabela 13: resultados desejados e obtidos para translação no eixo Y.....	25
Tabela 14: fins de curso para translação no eixo Y .....	25
Tabela 15: resultados desejados e obtidos para translação no eixo Z.....	26
Tabela 16: fins de curso para translação no eixo Z .....	26

## Lista de Símbolos

$B$  – Sistema de coordenadas com origem no centro da base fixa

$P$  – Sistema de coordenadas com origem no centro da plataforma móvel

$P_i$  – Ponto onde se localiza uma junta esférica da plataforma móvel

$B_i$  – Ponto onde se localiza uma junta esférica da base fixa

$h$  – Altura da Plataforma de Stewart

$\theta_P$  – Ângulo de separação da plataforma móvel

$r_p$  – Raio da plataforma móvel

$\theta_B$  – Ângulo de separação da base fixa

$r_B$  – Raio da base fixa

$P_M$  – Matriz de localização das juntas da plataforma

$B_F$  – Matriz de localização das juntas da base

$\alpha$  – Rotação rolagem (*roll*)

$\beta$  – Rotação arfagem (*pitch*)

$\gamma$  – Rotação guinada (*yaw*)

$X$  – Eixo do sistema de coordenadas

$Y$  – Eixo do sistema de coordenadas

$Z$  – Eixo do sistema de coordenadas

$R_x$  – Matriz de rotação em torno do eixo X

$R_y$  – Matriz de rotação em torno do eixo Y

$R_z$  – Matriz de rotação em torno do eixo Z

$R$  – Matriz de rotação do sistema com referência a base

$P_D$  – Vetor cujos elementos representam a translação desejada

$P_x$  – Translação desejada em X.

$P_y$  – Translação desejada em Y

$P_z$  – Translação desejada em Z

$X_{p-o}$  – Conjunto de dados de translação e rotação desejados

$L_i$  – Vetor de coordenadas dos elos



$l_i$  – Comprimento do elo para pose desejada

$\phi$  – Ângulo da manivela

$\Delta l$  – Diferença de comprimento do elo para pose desejada e pose inicial

$l_0$  - Comprimento do elo na pose inicial

$l_m$  – Comprimento da manivela

T – Razão entre variação do comprimento do elo e comprimento da manivela

**Lista de Abreviaturas e Siglas**

CAD – Computer Aided Design

3D – Três dimensões

LAMECC – Laboratório de Mecatrônica e Controle

PWM – Pulse Width Modulation

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

stl – Stereolithography (formato de arquivo de desenho)

## 1 Introdução

Com o desenvolvimento de novas tecnologias o uso de manipuladores robóticos se tornou uma prática comum na indústria, em parques de diversões, em aplicações militares, médicas, entre outras.

Tradicionalmente, os manipuladores robóticos consistem em manipuladores seriais cuja estrutura é composta por elos interligados em série por juntas rotacionais e prismáticas e cujo movimento é controlado por atuadores conectados às juntas. Essa configuração embora seja versátil, exige que os elos tenham alta rigidez para que se obtenha precisão nos movimentos desejados, resultando em manipuladores grandes e pesados (Do e Yang, 1988).

Outra classe de manipuladores robóticos menos conhecida é a dos manipuladores paralelos, cujos elos conectam a ferramenta à base de forma paralela, resultando em uma estrutura que possui maior rigidez e precisão do que as oferecidas por manipuladores seriais com a mesma dimensão (Bingul e Karahan, 2012).

O manipulador paralelo mais popular foi proposto por Stewart em 1965 como um simulador de voo para treinamento de pilotos de helicóptero e consistia em duas plataformas interligadas por seis elos de tamanho variável (Bingul e Karahan, 2012). A plataforma inferior é fixa e a plataforma superior é móvel e possui seis graus de liberdade (Stewart, 1965). Desde então, o modelo proposto vem sendo amplamente estudado e é utilizado em diversas aplicações, tais como: simuladores de voo, plataformas estabilizadas em navios, artilharia de tanques de guerra, indústria cinematográfica, entre outros. Um modelo da plataforma de Stewart pode ser visto na Figura 1, a seguir:

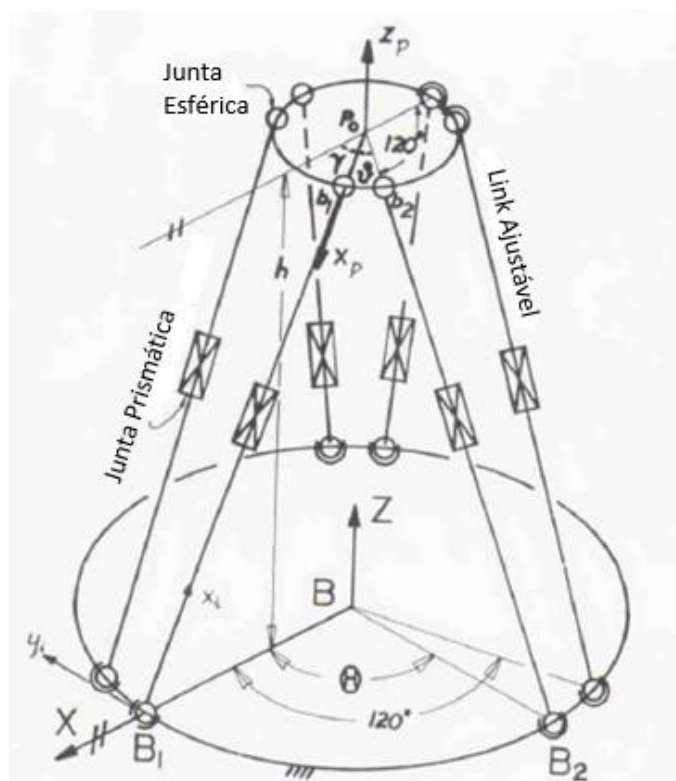


Figura 1: modelo cinemático da Plataforma de Stewart (adaptado de Do e Yang, 1988)

A obtenção do modelo cinemático e dinâmico de manipuladores paralelos é consideravelmente mais trabalhosa e complicada quando comparada a obtenção de tais modelos para manipuladores seriais. O modelo cinemático pode ser dividido em cinemática direta e cinemática inversa. Para manipuladores paralelos, a obtenção da cinemática inversa é simples enquanto a obtenção da cinemática direta é complexa devido a necessidade de resolução de diversas equações não lineares que geralmente resultam em mais de uma possibilidade de configuração dos elos para uma mesma posição e rotação da placa superior. O modelo dinâmico também pode ser dividido em modelo dinâmico direto e modelo dinâmico inverso. O modelo dinâmico inverso é de grande importância para a implementação de controle da plataforma, enquanto que o modelo dinâmico direto é utilizado para a realização de simulações (Bingul e Karahan, 2012).

## **1.1 Objetivos deste trabalho**

### **Objetivo Geral**

O objetivo geral deste trabalho é construir uma Plataforma de Stewart e automatizá-la de modo que a plataforma realize os comandos enviados através de um computador.

### **Objetivos Específicos**

- Implementação do modelo cinemático inverso
- Teste do protótipo construído
- Obtenção de resultados experimentais e sua avaliação

## **1.2 Estrutura do Trabalho**

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre manipuladores paralelos, Plataforma de Stewart e o estado da arte.

No Capítulo 3 são apresentados os materiais e métodos utilizados para a implementação da Plataforma de Stewart, incluindo informações referentes a modificação da topologia tradicional, modelo cinemático, materiais necessários para construção da plataforma, definição de dimensões, desenhos em CAD e desenvolvimento do algoritmo em Matlab.

No Capítulo 4 são descritas a montagem e a calibração da Plataforma de Stewart

No Capítulo 5 são descritos os testes realizados, os resultados obtidos e é realizada uma análise dos resultados obtidos.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões deste estudo e as propostas de trabalhos futuros.

## 2 Revisão Bibliográfica

### 2.1 Manipuladores Paralelos

Para que seja possível definir o conceito de manipulador paralelo antes deve-se apresentar conceitos mais básicos que ajudarão a distinguir as características e diferenciar os manipuladores paralelos de manipuladores seriais.

Para cada elemento do manipulador, o grau de conexão é o número de corpos rígidos ligados a este elemento por uma junta. Desta maneira, define-se que uma cadeia cinemática aberta é composta por elementos cujo grau de conexão é dois, exceto pela base e pelo efetuador, que terão grau de conexão igual a um. De forma semelhante, define-se que uma cadeia cinemática fechada possui pelo menos um elemento, exceto a base, cujo grau de conexão é igual ou superior a três (Gosselin, 1988).

Utilizando os conceitos anteriormente citados, um manipulador paralelo genérico é definido como um mecanismo com cadeia cinemática fechada cujo efetuador é ligado à base através de diversas cadeias cinemáticas independentes (Merlet, 2006).

Os manipuladores paralelos oferecem diversas vantagens quando comparados aos manipuladores seriais (Merlet, 2006) e, para salientar a sua utilização neste trabalho, cita-se algumas, são elas:

- A utilização de diversos elos conectados paralelamente entre a base e o efetuador proporciona uma melhor distribuição de carga, sendo que para determinadas topologias, como por exemplo a Plataforma de Stewart, a distribuição de carga é aproximadamente igual para todos os elos.
- A rigidez, a precisão e relação entre capacidade de carga e peso de manipuladores paralelos costumam ser muito maiores do que as de manipuladores seriais.
- A melhor distribuição da carga leva à necessidade de elos menos robustos e de atuadores de menor potência, reduzindo o custo de implementação.
- Incertezas são menos amplificadas do que em manipuladores seriais.

No entanto, existem algumas desvantagens na utilização de manipuladores paralelos, dentre elas as principais podem ser consideradas o volume de trabalho reduzido e a maior complexidade dos modelos cinemáticos e dinâmicos (Březina, 2010).

### 2.2 Plataforma de Stewart

A Plataforma de Stewart, proposta em 1965 por D. Stewart para desenvolvimento de um simulador de voo, consiste em um manipulador paralelo com seis graus de liberdade que possui uma placa superior móvel ligada à base através de seis elos independentes e de tamanho variável (Stewart, 1965).

Embora a publicação de Stewart tenha chamado atenção para os manipuladores paralelos de uma maneira que impulsionou os estudos e aplicações deste tipo de manipulador, o crédito pela invenção da estrutura proposta por Stewart é atribuído por

muitos a Gough, que em 1948 publicou um artigo no qual estabeleceu os princípios básicos de um mecanismo com cadeia cinemática fechada que permite a movimentação e orientação de uma plataforma que seria utilizada para o teste de desgaste de pneus. Gough construiu um protótipo deste mecanismo em 1955. Para a implementação do protótipo Gough utilizou seis atuadores lineares para a modificação do tamanho de cada elo e uniu os elos à plataforma superior através de juntas esféricas e à base através de juntas universais (Merlet, 2006). Versões aprimoradas do mecanismo proposto foram utilizadas pela Dunlop Tyres até o ano de 2000. A título de ilustração, o primeiro protótipo construído pode ser visto na Figura 2.

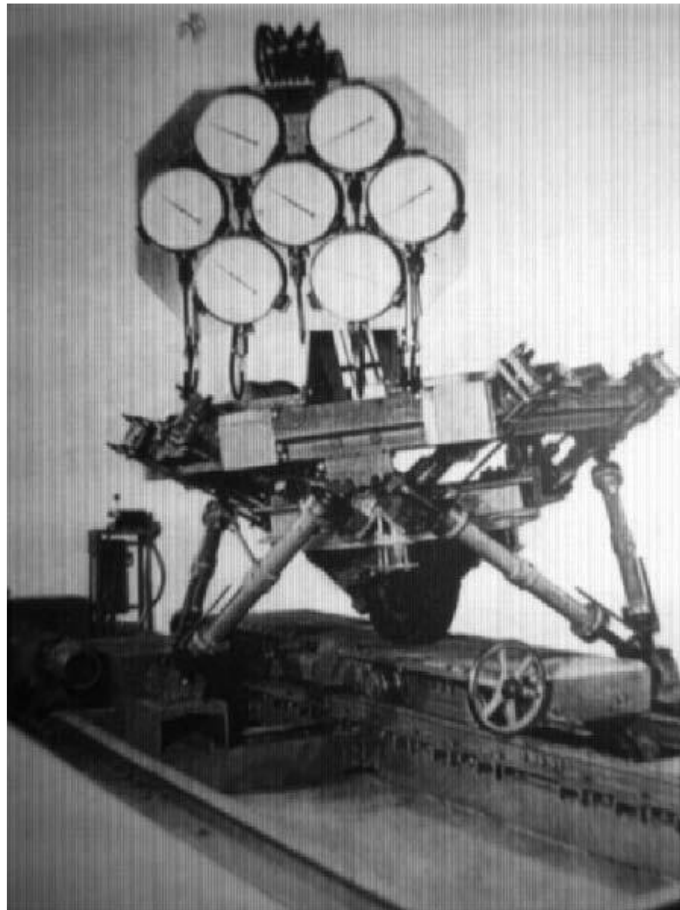


Figura 2: Protótipo construído por Gough. (Merlet, 2006)

### 2.3 Estado da Arte

Com a popularização de manipuladores paralelos as pesquisas sobre Plataformas de Stewart vêm se tornando mais numerosas. Para a aplicação de técnicas de controle, geralmente é necessário dispor de um modelo cinemático e dinâmico preciso. Considerando que a obtenção do modelo cinemático inverso é simples, a maioria dos estudos tem sido concentrados no modelo cinemático direto e nos modelos dinâmicos inverso e direto.

No modelo cinemático direto de uma Plataforma de Stewart com geometria genérica podem existir até 40 soluções, reais e complexas, para a posição da placa superior relativamente a uma determinada configuração de comprimento dos elos (Raghavan, 1993 e Rhonga e Vust, 1992). Visando reduzir o número de soluções possíveis diversas técnicas foram propostas, entre elas a utilização de algoritmos de análise de intervalos com a

possibilidade de consideração de limitações físicas resultantes da geometria específica da Plataforma de Stewart em questão (Merlet, 2004) e a utilização de sensores lineares adicionais na estrutura da plataforma (Bonev e Ryu, 2000).

A análise dinâmica de manipuladores paralelos é abordada através de diferentes métodos, entre eles: o método de Newton-Euler, a formulação de Lagrange e a teoria dos parafusos. A obtenção do modelo dinâmico através do método de Newton-Euler requer o cálculo de todas as forças e momentos entre os elos do manipulador. Através deste método Dasgupta e Mruthyunjaya (1998) obtiveram as equações dinâmicas em forma fechada para uma Plataforma de Stewart. As equações obtidas foram usadas para o modelo dinâmico direto e inverso e as simulações realizadas demonstraram que esta abordagem fornece o modelo dinâmico completo de uma Plataforma de Stewart. Outros estudos demonstraram que o método de Newton-Euler pode ser aplicado para obtenção do modelo dinâmico de manipuladores paralelos com estruturas diferentes da Plataforma de Stewart (Khalil e Ibrahim, 2007; Harib and Srinivasan, 2003).

A formulação de Lagrange permite que o modelo dinâmico seja descrito através de conceitos de trabalho e energia. Um dos importantes estudos que utilizou a formulação de Lagrange apresenta de forma completa o conjunto de equações diferenciais que descrevem a dinâmica inversa de manipuladores paralelos de seis graus de liberdade (Abdellatif e Heimann, 2009). Outros estudos apresentam o modelo dinâmico de Plataformas de Stewart em algoritmos passo a passo (Lebret et al, 1993) e também algoritmos para o cálculo eficiente do comportamento dinâmico utilizando o software MATLAB (Lin and Chen, 2008).

A teoria dos parafusos considera matrizes de seis dimensões cujos elementos são compostos pela velocidade linear e angular de cada um dos corpos rígidos do sistema em questão (Merlet, 2006). Estudos demonstram que a utilização desta abordagem pode oferecer vantagens frente às outras, como por exemplo a redução do tempo de processamento necessário para o controle de manipuladores paralelos (Gallardo et al., 2003).

Os resultados obtidos através dos diferentes métodos existentes fornecem resultados semelhantes. Portanto, o alvo das mais recentes pesquisas envolvendo manipuladores paralelos têm sido a obtenção de modelos e algoritmos que tragam maior precisão e eficácia computacional (Bingul e Karahan, 2012).

### 3 Materiais e Métodos

Neste capítulo serão apresentados todos os materiais e métodos utilizados para o desenvolvimento, implementação e automatização da Plataforma de Stewart.

#### 3.1 Adaptação do Modelo Padrão de Plataforma de Stewart

Devido à disponibilidade e ao custo elevado para a aquisição de atuadores lineares com grande precisão e pequenas dimensões, o protótipo implementado neste trabalho utilizará servo motores e um mecanismo biela manivela para a movimentação da plataforma superior. Pelos mesmos motivos, também serão utilizadas juntas esféricas em todas as extremidades dos elos, em vez de juntas esféricas na plataforma superior e juntas universais na base.

A utilização de um mecanismo biela manivela para a geração de movimento da plataforma gera diversos impactos. Primeiramente, o modelo matemático deve ser modificado uma vez que a alteração no tamanho dos elos não apresenta mais uma relação linear. Segundo, a trajetória da plataforma entre a posição e orientação inicial e a posição e orientação desejada também é afetada, podendo apresentar movimentos de translação e rotação não desejados até que a plataforma atinja a posição e orientação final. Por fim, para que os impactos citados anteriormente não assumam proporções exageradas é necessário utilizar uma manivela de pequenas dimensões, o que causa redução no espaço de trabalho da plataforma.

#### 3.2 Cinemática Inversa

Para que seja possível interpretar as informações de posição e orientação da plataforma móvel, também chamadas de pose da plataforma, e determinar qual será a configuração dos motores para que tal posição e orientação seja atingida, será necessário obter o modelo cinemático inverso do sistema. O modelo cinemático inverso descrito neste trabalho foi desenvolvido por Bingul e Karahan, 2012.

Para descrever o desenvolvimento do modelo cinemático inverso, a geometria do protótipo e o sistema de coordenadas utilizado são descritos na Figura 3 a seguir:

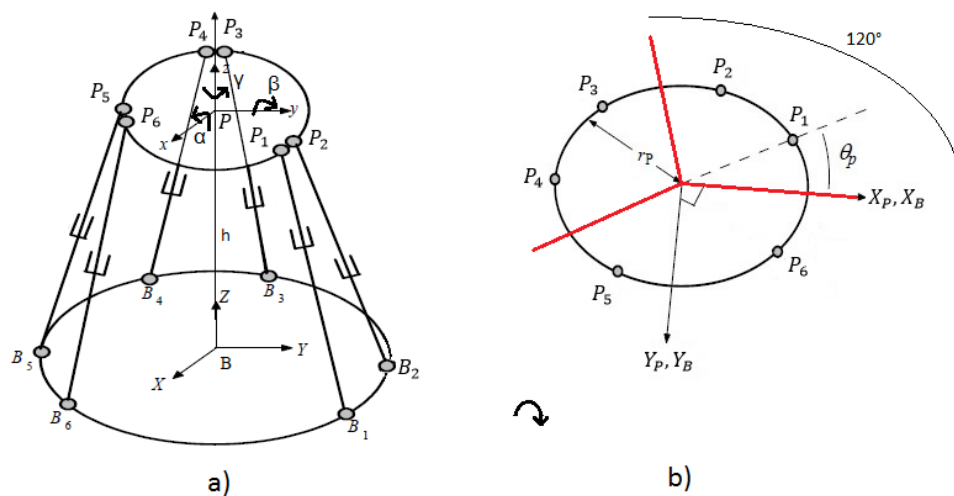


Figura 3: geometria e sistema de coordenadas do protótipo (adaptado de Bingul e Karahan, 2012)



Na Figura 3 (a), o sistema de coordenadas  $B$  possui sua origem no centro da base fixa, enquanto o sistema de coordenadas  $P$  possui sua origem no centro da plataforma móvel. Os pontos  $P_i$  e  $B_i$  representam as juntas esféricas da plataforma móvel e da base fixa, respectivamente. A altura é representada por  $h$ . Na Figura 3 (b) o ângulo  $\theta_P$  representa o ângulo de separação da plataforma móvel, isto é, o ângulo entre as juntas esféricas e os eixos de referência representados em vermelho e  $r_P$  representa o raio da plataforma móvel. De forma semelhante e utilizando o mesmo raciocínio demonstrado na Figura 3 (b), o ângulo de separação  $\theta_B$  representa o ângulo de separação da base fixa.

A partir da Figura 3, é possível definir as matrizes de localização das juntas da plataforma com relação ao centro de massa da plataforma, representada por  $P_M$ , e da base com referência à origem da base, representada por  $B_F$ , conforme pode ser visto nas equações (1) e (2) a seguir.

$$P_M = \begin{bmatrix} r_P \cos(\theta_{Pi}) \\ r_P \sin(\theta_{Pi}) \\ 0 \end{bmatrix} \text{ em que} \quad \begin{aligned} \theta_{P1} &= \theta_P \\ \theta_{P2} &= 120^\circ - \theta_P \\ \theta_{P3} &= 120^\circ + \theta_P \\ \theta_{P4} &= 240^\circ - \theta_P \\ \theta_{P5} &= 240^\circ + \theta_P \\ \theta_{P6} &= -\theta_P \end{aligned} \quad (1)$$

$$B_F = \begin{bmatrix} r_B \cos(\theta_{Bi}) \\ r_B \sin(\theta_{Bi}) \\ 0 \end{bmatrix} \text{ em que} \quad \begin{aligned} \theta_{B1} &= \theta_B \\ \theta_{B2} &= 120^\circ - \theta_B \\ \theta_{B3} &= 120^\circ + \theta_B \\ \theta_{B4} &= 240^\circ - \theta_B \\ \theta_{B5} &= 240^\circ + \theta_B \\ \theta_{B6} &= -\theta_B \end{aligned} \quad (2)$$

A pose da plataforma é descrita em termos de posições e orientações, portanto é necessário definir a matriz de rotação do sistema com referência à origem da base. A matriz de rotação é definida através dos ângulos rolagem, arfagem e guinada (*roll, pitch e yaw*), representados neste trabalho como  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , respectivamente. Para obter a matriz de rotação, realiza-se uma rotação  $\alpha$  em torno do eixo X da base ( $R_x(\alpha)$ ), seguida por uma rotação  $\beta$  em torno do eixo Y da base ( $R_y(\beta)$ ) e por último uma rotação  $\gamma$  no eixo Z da base ( $R_z(\gamma)$ ), conforme pode ser visto na Equação (3) a seguir.

$$R = R_x(\alpha)R_y(\beta)R_z(\gamma) \quad (3)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\beta)\cos(\gamma) & \cos(\gamma)\sin(\alpha)\sin(\beta) - \cos(\alpha)\sin(\gamma) & \sin(\alpha)\sin(\gamma) + \cos(\alpha)\cos(\gamma)\sin(\beta) \\ \cos(\beta)\sin(\gamma) & \cos(\alpha)\cos(\gamma) + \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) & \cos(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma) - \cos(\gamma)\sin(\alpha) \\ -\sin(\beta) & \cos(\beta)\sin(\alpha) & \cos(\alpha)\cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (4)$$

O vetor  $P_D$  pode ser definido como o vetor cujos elementos representam a translação desejada em cada um dos eixos, conforme a Equação (5).

$$P_D = [P_x \ P_y \ P_z]^T \quad (5)$$

Para um determinado conjunto de dados de translação e rotação fornecido  $X_{p-o} = [P_x \ P_y \ P_z \ \alpha \ \beta \ \gamma]$  é possível obter o comprimento de cada elo através do vetor  $L_i$ , conforme definido na Equação (6).

$$L_i = R P_M + P_D - B_F \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (6)$$

O comprimento do elo  $l_i$  é definido como o módulo do vetor  $L_i$ , conforme definido na Equação (7).

$$l_i = \sqrt{L_i^T L_i} \quad (7)$$

### 3.3 Adaptação do Modelo Cinemático Inverso

Devido à utilização de um mecanismo biela e manivela e servo motores para a geração de movimento da plataforma móvel, é necessário realizar modificações no modelo cinemático inverso. Neste trabalho, uma abordagem simplificada é adotada, considerando apenas a relação senoidal presente entre o movimento angular da manivela e o aumento no comprimento do elo.

O ângulo da manivela  $\phi$  de um determinado elo com relação ao eixo Z é determinado de acordo com a relação descrita nas equações (8), (9) e (10).

$$\Delta l = l_i - l_0 \quad (8)$$

$$T = \frac{\Delta l}{l_m} \quad \text{em que } \Delta l \leq l_m \quad (9)$$

$$\phi = \arcsen(T) \quad (10)$$

Na Equação (8),  $l_0$  representa o comprimento dos elos na pose inicial, ou seja, quando o sistema se encontra na origem,  $\Delta l$  representa a diferença entre o comprimento do elo para a pose desejada e o comprimento do elo na pose inicial. Na Equação (9),  $l_m$  representa o comprimento da manivela e nas equações (9) e (10)  $T$  representa a razão entre a variação do comprimento do elo e o comprimento da manivela.

### 3.4 Materiais Utilizados

Para a construção da Plataforma de Stewart foram utilizados os materiais listados na Tabela 1.

Tabela 1: lista de materiais necessários para a construção da Plataforma de Stewart

Material	Quantidade
Base	1
Plataforma	1
Servo motores	6
Manivelas	6
Junta esféricas	12
Elos	6
Parafusos M3	12
Parafusos M2	18
Porcas M3	6
Controlador	1

Para a fabricação da base e da plataforma, foi escolhido o processo de impressão tridimensional, também conhecido como prototipagem rápida, devido a sua capacidade de gerar formas complexas e sua precisão. A impressora utilizada é da marca é Stratasys, modelo Dimension Elite e suas dimensões de fabricação são 203 x 203 x 305 mm..

Os servo motores escolhidos são do modelo TowerPro SG90, os quais possuem curso de 180°, suficiente para a operação do sistema biela manivela, custo baixo e dimensões pequenas (22,2 x 11,8 x 31,0 mm), favoráveis para o uso em pequenos protótipos. Além disso, é fornecido junto com o motor três modelos de hastes que podem ser utilizadas como manivela para a construção da Plataforma de Stewart. Esse modelo de motor possui resolução de 10  $\mu$ s e engrenagens internas de plástico, cujas tolerâncias não são informadas pelo fabricante.

As juntas esféricas foram escolhidas buscando dimensões de 3 mm para o orifício da esfera e de 3 mm para o orifício de fixação do elo, devido a fácil obtenção de parafusos e barras cilíndricas com essas dimensões. Tais dimensões não foram encontradas, mas um modelo semelhante foi encontrado, no qual a dimensão do orifício da esfera é de 3 mm e do orifício de fixação do elo é de 3,5mm. O modelo adquirido é da marca Traxxas, modelo Trax 5525.

Para a fabricação dos elos, deseja-se que o material seja rígido e o seu diâmetro tenha o mesmo tamanho do orifício da junta esférica. Os elos utilizados foram fabricados a partir de raios de motocicleta cujo diâmetro original é de 4 mm. Para reduzir a diâmetro do raio de motocicleta, foi realizada uma rosca por meio de um coccinete de 3,5 mm.

Os parafusos M3 são utilizados para fixação das juntas esféricas superiores à plataforma móvel e das juntas esféricas inferiores às manivelas dos servo motores. Os parafusos M2 são utilizados para a fixação dos servo motores à base fixa e para fixação das manivelas aos servo motores. As porcas são utilizadas na fixação das juntas esféricas superiores à plataforma móvel.

O controlador a ser utilizado deve possuir seis saídas PWM (Pulse Width Modulation), para que seja possível controlar os seis servo motores simultaneamente. O controlador escolhido foi desenvolvido especialmente para o controle de servo motores, embora possa

ser utilizado para outras aplicações genéricas. Seu fabricante é a Pololu Robotics and Eletronics e seu modelo é o Micro Maestro. Possui seis saídas PWM, capacidade de alimentação independente dos servo motores e protocolo de comunicação próprio para o controle dos servo motores conectados. A disponibilidade de um protocolo de comunicação próprio traz simplicidade ao desenvolvimento do algoritmo de automação da plataforma, uma vez que não é necessário realizar programação no controlador para o reconhecimento das informações enviadas pelo computador, é necessário apenas enviar os dados de maneira a respeitar o protocolo de comunicação pré-estabelecido. O quadro de dados do protocolo de comunicação disponibilizado pode ser visualizado na Tabela 2.

Tabela 2: quadro de dados do protocolo de comunicação do controlador Micro Maestro

Função	N° servo motor	Bits menos representativos do valor desejado	Bits mais representativos do valor desejado
8 bits	8 bits	8 bits	8 bits

Conforme indicado na Tabela 2, o controlador identifica no primeiro byte do quadro de dados qual a função será executada após o recebimento completo do quadro de dados. Há três funções disponíveis: posição, velocidade e aceleração. Os bits de comando correspondentes a cada função podem ser vistos na Tabela 3.

Tabela 3: bits de comando das funções do protocolo de comunicação

Função	Bits
Posição	10000100
Velocidade	10000111
Aceleração	10001001

Conforme indicado na Tabela 2, o controlador identifica no segundo byte do quadro de dados qual o motor que será afetado pelas ações decorrentes do recebimento do quadro de dados. O número do servo motor pode variar entre 0 e 5, dependendo de qual o servo motor a ser configurado. O terceiro e o quarto byte do quadro de dados são utilizados para o envio dos valores de posição, velocidade ou aceleração, dependendo da função utilizada.

Caso a função posição esteja sendo utilizada, apenas os 7 bits menos representativos dos últimos dois bytes enviados são considerados, portanto os 7 bits menos representativos do penúltimo byte do frame representam os bits 0-6 da posição desejada, enquanto os 7 bits menos representativos do último byte do frame representam os bits 7-13 da posição desejada. Devido a especificação do fabricante, para o envio de dados de posição é necessário multiplicar a posição desejada por 4.

Para facilitar a compreensão da transmissão de informação de posição para o controlador, a Figura 4 traz um exemplo de quadro de dados para o envio da posição 1500  $\mu$ s para o motor 2.

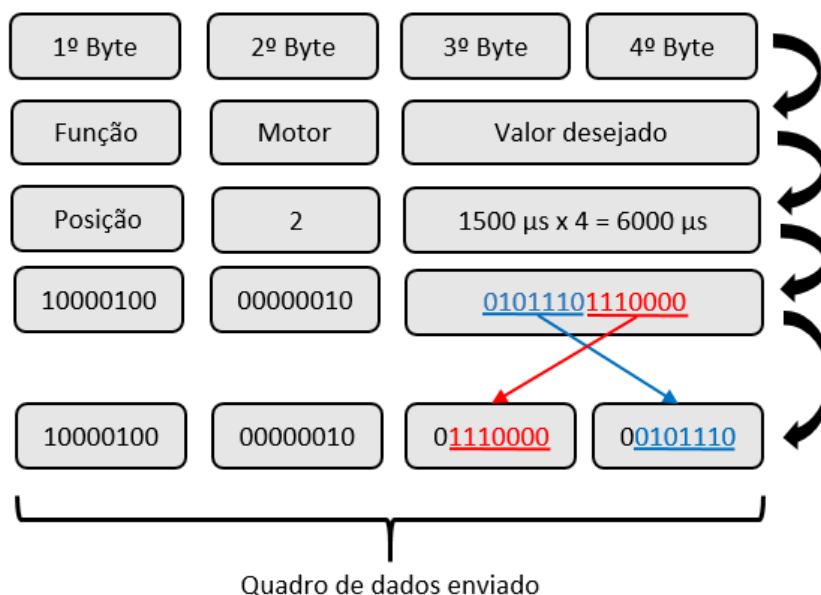


Figura 4: exemplo de quadro de dados para envio de informações de posição.

Para a realização das medições de translação e rotação foram utilizados um relógio comparador da marca Insize, modelo 2112-10 e um medidor de ângulos da marca Starrett. O relógio comparador possui imprecisão de 0,01 mm e o medidor de ângulos possui imprecisão de 0,5°.

### 3.5 Definição das dimensões e estrutura do protótipo

A definição das dimensões do protótipo a ser construído provou ser desafiadora. Existiu uma grande dificuldade em se encontrar referências bibliográficas que tratem do assunto e até o momento não foi encontrado nas bases de dados disponíveis no Portal de Periódicos da CAPES uma metodologia que preveja os impactos de cada tipo de modificação nas dimensões de uma Plataforma de Stewart. Os efeitos de mudanças no dimensionamento vão além do que pode ser previsto pelos modelos cinemáticos, uma vez que os mesmos não preveem limitações físicas tais como limite de curso de atuadores e juntas esféricas. O espaço de trabalho da plataforma sendo projetada é diretamente afetado pelas dimensões escolhidas e também permanece como um tópico ainda não esclarecido, existindo apenas análises pontuais para casos específicos, sendo que não há nenhuma abordagem genérica para este problema. Considerando as dificuldades supracitadas, a definição das dimensões teve como ponto de partida a análise do modelo cinemático inverso.

O primeiro parâmetro analisado foi o ângulo de separação das juntas esféricas da base fixa e da plataforma móvel. Este parâmetro influencia diretamente no volume de trabalho da plataforma e na sua capacidade de realizar movimentos em todos os graus de liberdade. Quanto menor for a diferença entre os ângulos de separação e da base, menor será a capacidade da plataforma de efetuar movimentos de translação em X e em Y e também movimento de rotação guinada. Para o caso extremo em que os ângulos de separação são os mesmos para a base e para a plataforma, a plataforma poderá realizar apenas movimentos de translação em Z e movimentos de rotação rolagem e arfagem. Visando a definição de ângulos de separação da base e da plataforma com a maior diferença possível e que permitam a implementação física, definiu-se o valor de 10° para o ângulo de separação da base e de 50° para o ângulo de separação da plataforma.

Posteriormente foram avaliadas as limitações do processo de fabricação a ser utilizado para a criação da base e da plataforma. O processo escolhido para a fabricação foi a impressão 3D, devido a sua capacidade de gerar superfícies complexas e a sua precisão. Considerando que a impressora 3D a ser utilizada tem capacidade de imprimir peças com até 20,3 cm de diâmetro, definiu-se que a base e a plataforma não deveriam ter mais que do 20 cm de diâmetro.

Por questões de segurança e visando desenvolver uma estrutura que proteja os servo motores adquiridos, foi definido que os servo motores permanecerão dentro do raio compreendido pela estrutura impressa. Considerando que os motores adquiridos possuem 3 cm de comprimento, o diâmetro da base foi definido como 14 cm.

A limitação de curso das juntas esféricas foi considerada em seguida. Juntas esféricas apresentam movimento em três graus de liberdade, porém o movimento é limitado em dois deles. Considerando a limitação da junta esférica a ser utilizada, foi definido que quando a plataforma móvel estiver em sua pose inicial, as juntas esféricas devem possuir curso idêntico para ambos os sentidos de rotação nos graus de liberdade que possuem limitação de curso. A Figura 5 representa a condição desejada para as juntas esféricas quando a plataforma estiver em sua pose inicial, bem como a limitação de curso para um dos graus de liberdade, representada pelas linhas brancas tracejadas.

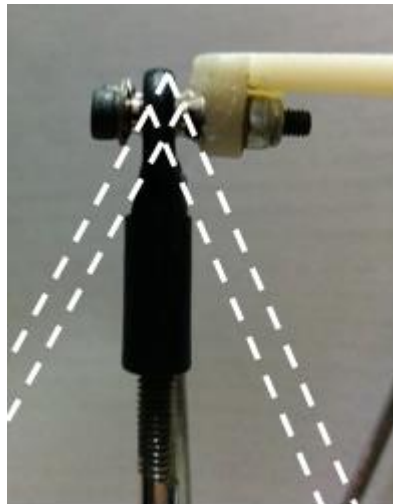


Figura 5: configuração desejada para a junta esférica na pose inicial

Para que a definição baseada na limitação de curso das juntas seja implementada, a plataforma móvel deve ser menor que a base fixa. Considerando que a dimensão da base já foi definida anteriormente, utilizou-se o software Matlab para gerar projeções do tamanho da base e da plataforma sobrepostas para diversos diâmetros de plataforma diferentes e então verificada qual a configuração que mais está adequada a limitação de curso das juntas. Para que a configuração esteja adequada a limitação de curso das juntas, é necessário que a partir da vista superior da Plataforma de Stewart as extremidades da plataforma estejam próximas as laterais da base, sendo assim a junta permanecerá em uma configuração semelhante à denotada na Figura 5. Após a análise de diversos diâmetros, definiu-se o diâmetro da plataforma móvel como 10 cm. A configuração resultante, bem como a proximidade entre a extremidade da plataforma e a lateral da base a partir da vista superior podem ser verificadas na Figura 6.

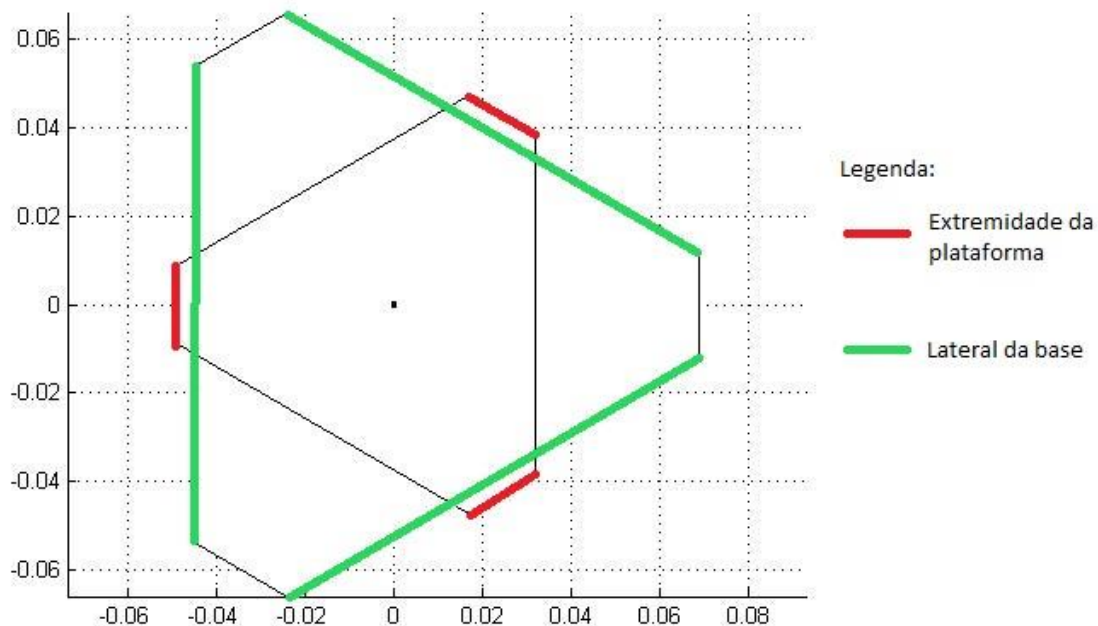


Figura 6: configuração da Plataforma de Stewart para as dimensões escolhidas

A próxima característica considerada foi o posicionamento dos motores na base fixa. Considerando que o ângulo de separação e o diâmetro da base já foram definidos como  $10^\circ$  e 14 cm, respectivamente, resta apenas definir a posição e orientação do motor. Duas opções foram consideradas:

- Configuração A: posicionar os motores em pares paralelos e próximos, voltados para o centro da base, conforme representado na Figura 7;
- Configuração B: posicionar os motores em pares paralelos e distantes, voltados para o centro da base, conforme representado na Figura 8.

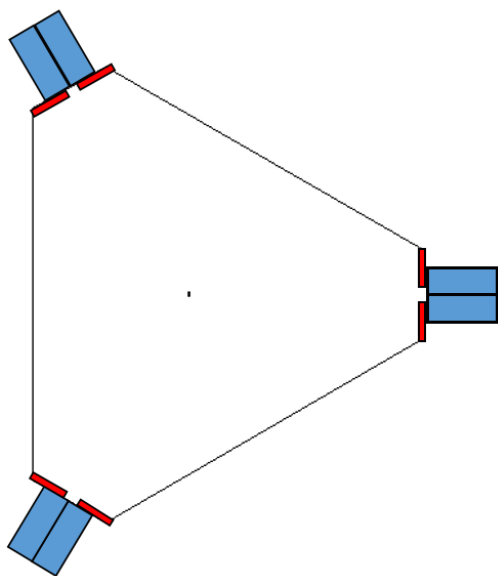


Figura 7: configuração A

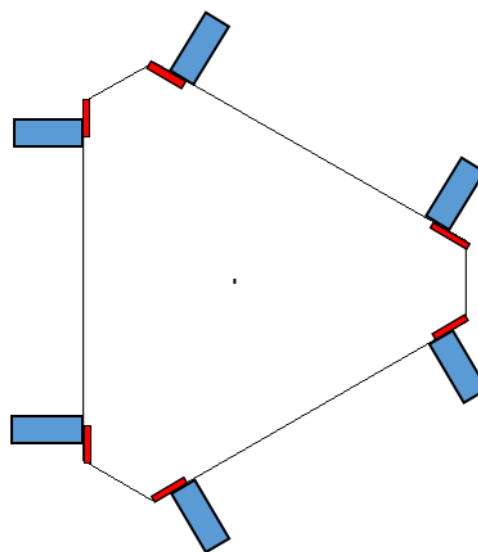


Figura 8: configuração B

A configuração representada pela Figura 8: configuração B, foi escolhida, pois favorece a característica desejada para a limitação da junta esférica na pose inicial. Configurações em que os motores estivessem voltados para o exterior da plataforma foram brevemente consideradas, mas mostraram-se inadequadas, uma vez que os motores se chocariam caso as definições anteriores fossem seguidas. A estrutura de suporte do motor foi projetada a partir das dimensões dos motores e fará parte da base. A estrutura foi dimensionada de modo a permitir que os elos sejam fixos entre as manivelas e a estrutura de suporte do motor.

A altura da plataforma foi a última variável a ser definida. Quanto mais baixa a plataforma, menor será a capacidade de executar movimentos de translação em Z e rotações rolagem e arfagem. Por outro lado, quando maior a altura, menor será a capacidade de executar translação em X e Y e rotação guinada. Observadas tais características foi definido o valor de 20 cm de altura para a plataforma, pois dadas as dimensões anteriormente estabelecidas, este valor permite o movimento da plataforma em todos os graus de liberdade.

### 3.6 Desenho da Plataforma de Stewart

Para viabilizar a fabricação da base fixa e da plataforma móvel através de impressão 3D, é necessário gerar desenhos das peças utilizando um software CAD. O desenvolvimento dos desenhos foi realizado utilizando as definições de posicionamento de motores e as medidas anteriormente definidas, resumidamente agrupadas na Tabela 4.

Tabela 4: Parâmetros de projeto da Plataforma de Stewart

Parâmetro	Valor
Ângulo de separação da base	10°
Ângulo de separação da plataforma	50°
Raio da base	7 cm
Raio da plataforma	5 cm
Altura inicial da plataforma	20 cm

O software escolhido para a realização dos desenhos foi o Solidworks, devido a sua interface de fácil utilização e a compatibilidade com diversos formatos de arquivo, inclusive o formato de arquivo suportado pela impressora 3D utilizada para a impressão da base e da plataforma deste projeto, o formato stl.

O desenho inicial proposto para a plataforma está apresentado na Figura 9.



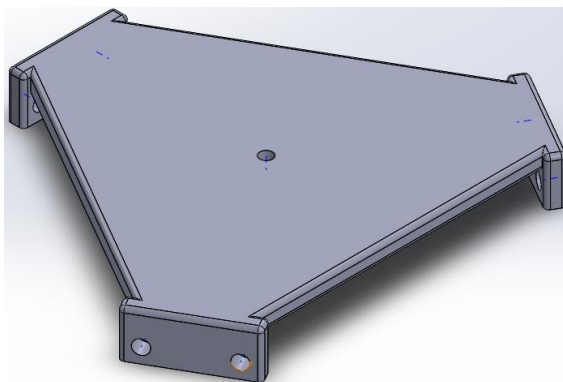


Figura 9: desenho da plataforma móvel

Posteriormente foi desenvolvido o desenho da base, conforme pode ser visto na Figura 10.

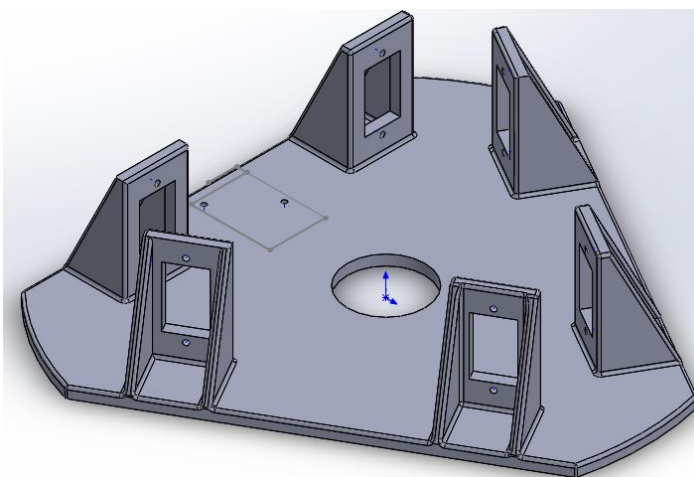


Figura 10: desenho da base fixa

Foram adicionadas nervuras entre os elementos que dão suporte aos motores e a base para aumentar a rigidez do conjunto. De maneira semelhante, foram adicionadas nervuras entre a plataforma móvel e os elementos utilizados para fixação dos elos.

### 3.7 Desenvolvimento do software em Matlab

A implementação de toda a rotina relacionada à automatização da Plataforma de Stewart foi realizada utilizando o Software Matlab. Inicialmente foi implementada a cinemática inversa adaptada, então foram adicionadas limitações de fim de curso para impedir que a plataforma tente atingir poses não permitidas por limitações de curso dos servo motores ou limitações estruturais, como por exemplo fim de curso de juntas esféricas. Posteriormente foi criada a comunicação serial com o controlador e criadas as rotinas de adaptação dos dados provenientes dos modelos matemáticos aos formatos necessários para a comunicação utilizando o protocolo próprio do controlador. Por fim, foram implementadas as rotinas necessárias para o envio dos dados de velocidade e posição de cada um dos servo motores.

Para a inserção dos dados o usuário deve modificar o valor das variáveis de posição e translação, destacadas na Figura 11.

```
%POSIÇÃO DESEJADA
X=0.0;           %Limite de 0.038 e -0.032 quando utilizado sozinho
Y=0.0;           %Limite de 0.017 e -0.037 quando utilizado sozinho
Z=0.0;           %Limite de 0.0129 e -0.0075 quando utilizado sozinho
ALFA=0;          %Limite de 0.28 e -0.15
BETA=0.0;        %Limite de 0.25 e -0.15
GAMA=-0.0;       %Limite de 0.5 e -0.38 sozinho

Z=Z+0.2;        %compensando altura inicial da plataforma
```

Figura 11: inserção de dados de posição e orientação desejadas

O código resultante calcula o movimento necessário de cada servo motor e atualiza as posições de todos os servo motores a cada vez que uma nova pose é inserida, mesmo que não haja necessidade de movimentação de todos os servo motores. O código completo encontra-se na seção Apêndice A.

## 4 Formulação do Problema

Neste capítulo é descrito o processo de montagem da plataforma, bem como os problemas encontrados durante esse processo.

### 4.1 Montagem da Plataforma de Stewart

A montagem da Plataforma de Stewart foi iniciada pela fixação das juntas esféricas aos elos rosqueando os elos no orifício de fixação. Este tipo de fixação permite o ajuste fino de comprimento de cada elo, sendo possível dar mais voltas em um determinado elo do que em outro. Os elos montados podem ser vistos na Figura 12.



Figura 12: elos montados

Posteriormente os motores foram acoplados à base e os elos acoplados à plataforma superior, conforme pode ser visto na Figura 13.

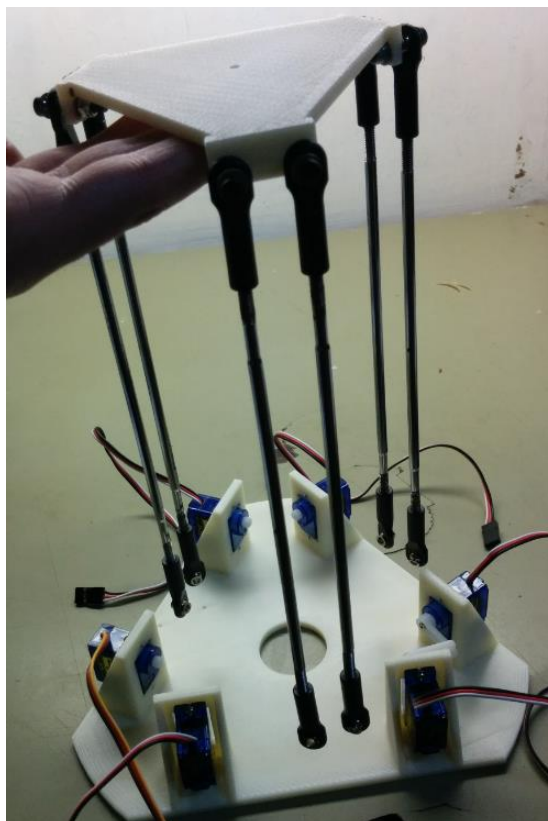


Figura 13: processo de montagem

No momento em que as manivelas foram fixadas aos motores e houve a tentativa de fixar os elos às manivelas, foi percebido um erro no planejamento das dimensões da Plataforma de Stewart. Originalmente, os elos seriam fixados entre a manivela e a estrutura do suporte do motor, no entanto foi percebido que o volume de trabalho seria muito reduzido utilizando esta configuração. Por exemplo, em um movimento de translação em X ou Y rapidamente um dos elos entraria em contato com a estrutura de suporte do motor, especialmente se essa translação em X ou Y fosse combinada com uma translação negativa em Z. Na Figura 14 está evidenciada uma situação em que rapidamente o elo entraria em contato com a estrutura de suporte do motor.

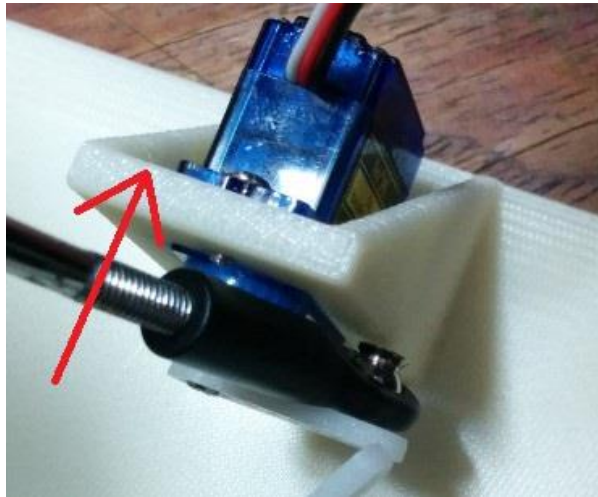


Figura 14: situação em que haveria choque entre elo e estrutura de suporte do motor

A solução ideal seria a correção do erro de dimensionamento ocorrido na etapa de definição das dimensões e estrutura do protótipo, seguido da correção do desenho da base da plataforma baseado nas novas dimensões estabelecidas e finalmente a reimpressão 3D da base. No entanto, essa solução foi descartada devido ao alto custo para a reimpressão da plataforma.

A solução encontrada para o problema foi a fixação dos elos pela parte frontal das manivelas. Essa solução aumentaria o volume de trabalho da plataforma, mas exigiria outras modificações, uma vez que na configuração de projeto original não haveria espaço suficiente para a conexão dos elos pela parte frontal das manivelas, ocorrendo choque entre os elos em determinados movimentos.

Uma solução possível para a falta de espaço para a conexão dos elos pela parte frontal das manivelas seria rotacionar as manivelas 180° com relação ao projeto inicial, no entanto, esta modificação iria aumentar drasticamente o ângulo de separação da base, levando a configuração de dimensões da plataforma quase ao limite anteriormente explicado no qual o ângulo de separação da base e da plataforma são iguais e só há movimentos em três graus de liberdade.

Para possibilitar a fixação dos elos pela parte frontal da manivela sem que ocorra choque entre os elos e a redução drástica do volume de trabalho, foi necessário afastar os motores do centro da base adicionando calços entre a estrutura de suporte dos motores e os motores. Além disso, foi necessário aparar levemente as juntas esféricas e a cabeça dos parafusos. Após as adaptações realizadas foi possível continuar a montagem da plataforma.

Antes de fixar as manivelas aos servo motores, todos os servo motores foram conectados ao controlador para movimentá-los à posição intermediária entre os fins de curso, de modo a garantir que, após fixadas as manivelas, todos os atuadores tenham capacidade de realizar movimentos de até noventa graus positivos e noventa graus negativos a partir da posição inicial. Após fixadas as manivelas os elos foram presos às manivelas e assim a plataforma foi completamente montada, conforme pode ser visto na Figura 15.

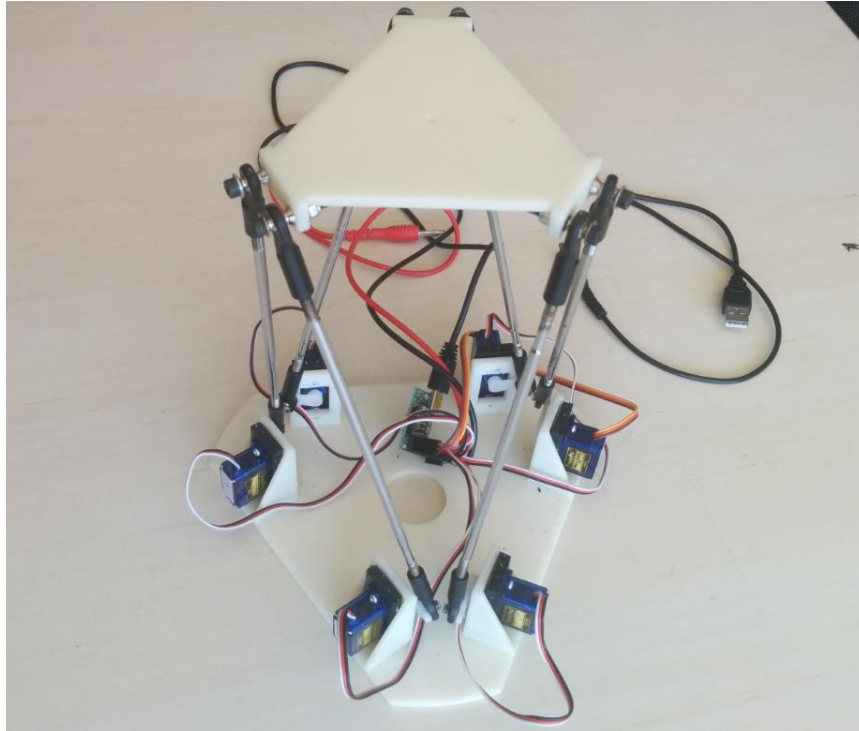


Figura 15: plataforma completamente montada

#### 4.2 Calibração da Plataforma de Stewart

A calibração da plataforma foi realizada para determinar a pose inicial que servirá de referência para os demais movimentos. Para a realização da calibração foi utilizado um medidor de ângulos com base magnética cuja incerteza é de  $\pm 0,5^\circ$ . Ao posicionar todos os servo motores na posição definida como inicial, a plataforma se encontrava com uma rotação de aproximadamente  $2^\circ$  em rolagem e  $1^\circ$  em arfagem. Essa rotação foi eliminada movimentando individualmente os servos até que a plataforma superior tivesse  $0^\circ$  em rolagem e em arfagem. Uma vez corrigidas as rotações, a configuração obtida foi considerada como a pose inicial da plataforma, pois a plataforma encontra-se paralela à base e os servo motores estão o mais próximo possível de seu ponto intermediário entre os fins de curso.

A calibração realizada modificou a posição considerada como inicial para os servo motores, sendo assim as manivelas não se encontram todas com o mesmo ângulo quando a plataforma está em sua pose inicial. A verificação da inclinação da plataforma realizada durante a calibração pode ser vista na Figura 16.



Figura 16: verificação da inclinação da plataforma para a pose inicial.

## 5 Resultados e discussões

Neste capítulo serão apresentados os testes realizados para avaliação da Plataforma de Stewart implementada, os resultados obtidos e discussões sobre os resultados obtidos. Os testes foram realizados buscando identificar os fins de curso dos movimentos em cada um dos seis graus de liberdade, quando executados independentemente e também a identificação da pose real da plataforma para comparação com a pose desejada. Os equipamentos utilizados para medição da rotação da plataforma possuem incerteza de  $\pm 0,5^\circ$  e o equipamento utilizado para medição da translação da plataforma possui incerteza de 0,01 mm.

### 5.1 Teste de Rotação em torno do eixo X

O teste de rotação em torno do eixo x foi realizado utilizando um medidor de ângulos com base magnética posicionado em cima da plataforma móvel e com sua face frontal normal ao eixo x.

Os resultados esperados e os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 5. A medição do teste para a rotação de  $16,28^\circ$  em torno de X pode ser visualizada na Figura 17. Os fins de curso obtidos para este grau de liberdade avaliados individualmente, isto é, sem a realização de movimentos em outros graus de liberdade, podem ser visualizados na Tabela 6.

Tabela 5: resultados desejados e obtidos para rotação em torno do eixo x

Desejado (rad)	Desejado(graus)	Obtido(graus)
0,28	16,28	15,00
-0,15	-8,59	-8,00

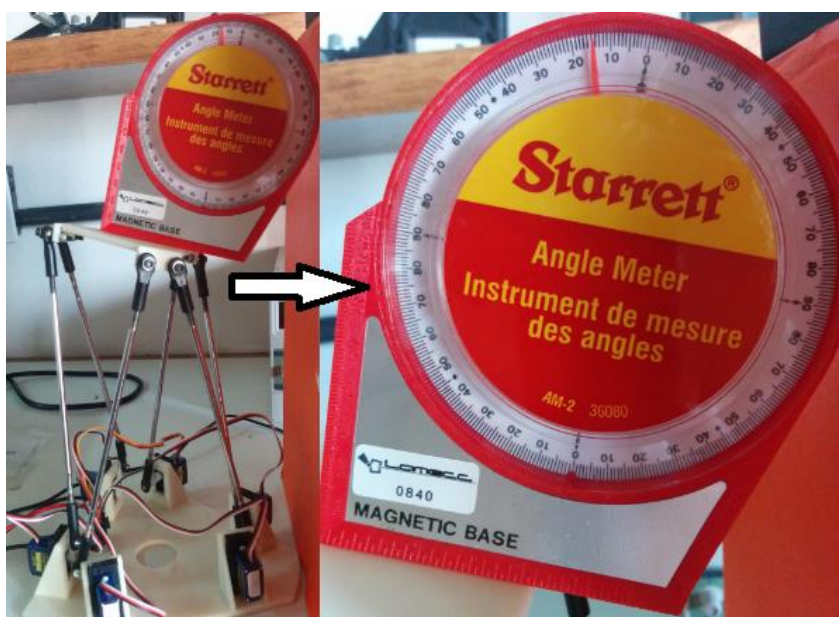


Figura 17: medição da rotação em torno do eixo x

Tabela 6: fins de curso para rotação em torno do eixo x

Fim de curso	Valor	Motivo
Sentido horário	16,28°	Fim de curso dos servo motores
Sentido anti-horário	8,59°	Choque entre manivela e elo

## 5.2 Teste de Rotação em torno do eixo Y

O teste de rotação em torno do eixo Y foi realizado utilizando as mesmas ferramentas e metodologia utilizadas para o teste de rotação em torno do eixo X, exceto pelo fato de que o medidor de ângulos foi posicionado com sua face frontal normal ao eixo Y.

Os resultados esperados e os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 7. A medição do teste para a rotação de 14,32° em torno de Y pode ser visualizada na Figura 18. Os fins de curso para este grau de liberdade quando avaliados individualmente, isto é, sem a realização de movimentos em outros graus de liberdade, podem ser visualizados na Tabela 8.

Tabela 7: resultados desejados e obtidos para rotação em torno do eixo Y

Desejado (rad)	Desejado(graus)	Obtido(graus)
0,25	14,32	14,10
-0,15	-8,59	-9,00

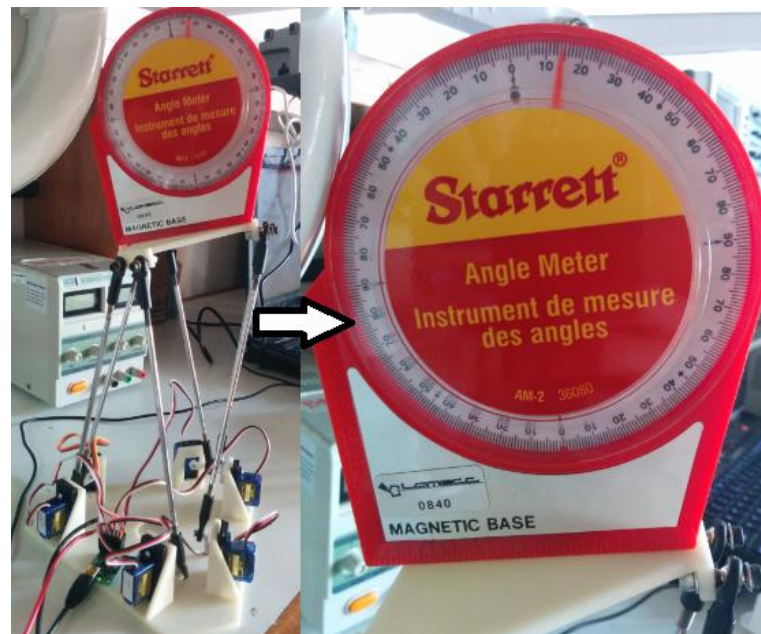


Figura 18: medição da rotação em torno do eixo Y

Tabela 8: fins de curso para rotação em torno do eixo Y

Fim de curso	Valor	Motivo
Sentido horário	14,32°	Fim de curso dos servo motores
Sentido anti-horário	8,59°	Choque entre manivela e elo



### 5.3 Teste de Rotação em torno do eixo Z

Devido à falta de um instrumento de medição mais adequado, a rotação em torno do eixo Z foi realizada utilizando um transferidor de 180° preso a uma estrutura fixa. Foi realizada uma marca na plataforma para servir como referência, então o transferidor foi suspenso sobre a plataforma de modo a deixar a marca da plataforma exatamente sobre a marcação de 90° do transferidor. Após realizados os movimentos de rotação, foi verificada a posição da marca com relação à marcação do transferidor e então obtido o valor real de rotação em torno de eixo Z.

Os resultados esperados e os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 9. A medição do teste para a rotação de 25,78° em torno de Z pode ser visualizada na Figura 19. Os fins de curso para este grau de liberdade quando avaliados individualmente, isto é, sem a realização de movimentos em outros graus de liberdade, podem ser visualizados na Tabela 10.

Tabela 9: resultados desejados e obtidos para rotação em torno do eixo Z

Desejado (rad)	Desejado(graus)	Obtido(graus)
0,45	25,78	20,00
-0,45	-25,78	-20,00



Figura 19: medição da rotação em torno do eixo Z

Tabela 10: fins de curso para rotação em torno do eixo Z

Fim de curso	Valor	Motivo
Sentido horário	25,78°	Fim de curso dos servo motores
Sentido anti-horário	25,78°	Fim de curso dos servo motores

#### 5.4 Teste de translação no eixo X

O teste de translação no eixo X foi realizado utilizando um relógio comparador da marca Insize, modelo 2112-10 como instrumento de medição. O relógio comparador foi acoplado a uma base magnética presa a uma chapa metálica de 2 kg para manter o relógio na mesma posição enquanto a plataforma realiza o movimento. Para realizar a medição, o relógio comparador foi aproximado da base e então o seu valor foi zerado, portanto o valor apresentado no relógio comparador após a finalização do movimento é a translação real da plataforma no eixo X. Para este teste, a haste do relógio comparador foi posicionada paralelamente ao eixo X.

Os resultados esperados e os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 11. A medição do teste para translação de 10 mm no eixo X pode ser visualizada na Figura 20. Os fins de curso para este grau de liberdade quando avaliados individualmente, isto é, sem a realização de movimentos em outros graus de liberdade, podem ser visualizados na Tabela 12.

Tabela 11: resultados desejados e obtidos para translação no eixo X

Desejado (mm)	Obtido (mm)
10,00	8,17
-10,00	-8,19

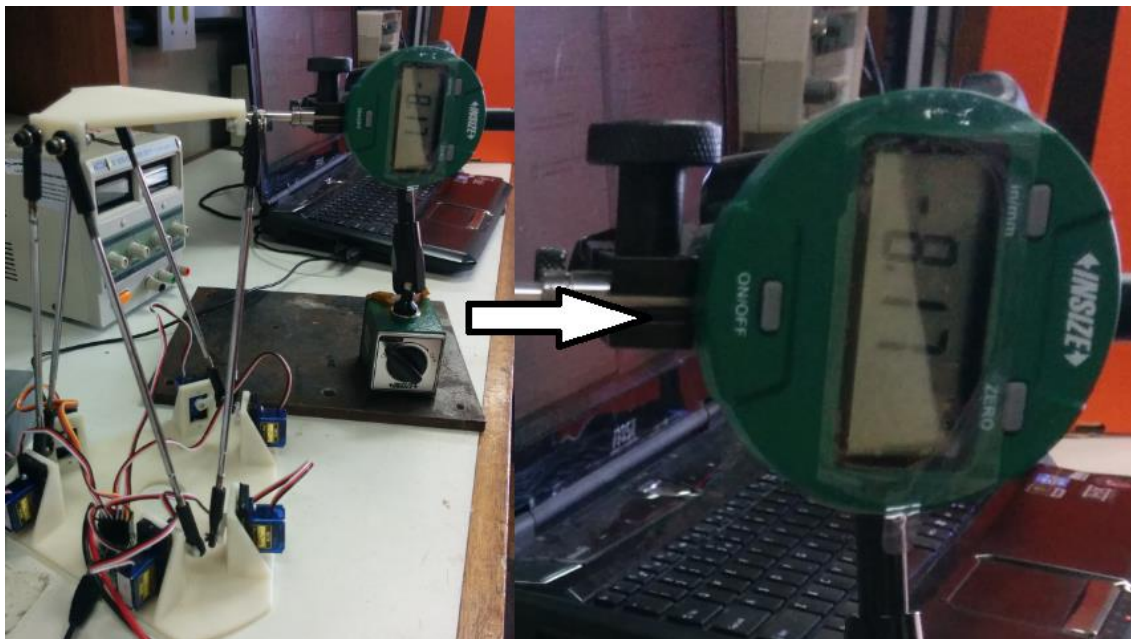


Figura 20: medição da translação no eixo X

Tabela 12: fins de curso para translação no eixo X

Fim de curso	Valor	Motivo
Superior	38,00 mm	Fim de curso dos servo motores
Inferior	-32,00 mm	Choque entre elo e estrutura da base

### 5.5 Teste de translação no eixo Y

O teste de translação no eixo Y foi realizado de maneira semelhante ao teste de translação no eixo X, utilizando os mesmos métodos e instrumentos de medição. O relógio comparador foi movimentado de modo a captar a translação no eixo Y, isto é, foi posicionado paralelamente ao eixo Y.

Os resultados esperados e os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 13. A medição do teste para translação de 10 mm no eixo Y pode ser visualizada na Figura 21. Os fins de curso para este grau de liberdade quando avaliados individualmente, isto é, sem a realização de movimentos em outros graus de liberdade, podem ser visualizados na Tabela 14.

Tabela 13: resultados desejados e obtidos para translação no eixo Y

Desejado (mm)	Obtido (mm)
10,00	8,04
-10,00	-8,14



Figura 21: medição da translação no eixo Y

Tabela 14: fins de curso para translação no eixo Y

Fim de curso	Valor	Motivo
Superior	17,00 mm	Choque entre elo e estrutura da base
Inferior	-37,00 mm	Fim de curso dos servo motores

## 5.6 Teste de translação no eixo Z

O teste de translação no eixo Z foi realizado de maneira semelhante ao teste de translação no eixo X e no eixo Y, utilizando os mesmos métodos e instrumentos de medição. O relógio comparador foi movimentado de modo a captar a translação no eixo Z, isto é, foi posicionado paralelamente ao eixo Z.

Os resultados esperados e os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 15. A medição do teste para translação de 10 mm em no eixo Z pode ser visualizada na Figura 22. Os fins de curso para este grau de liberdade quando avaliados individualmente, isto, é sem a realização de movimentos em outros graus de liberdade, podem ser visualizados na Tabela 16.

Tabela 15: resultados desejados e obtidos para translação no eixo Z

Desejado (mm)	Obtido (mm)
10,00	11,08
-7,50	-6,97

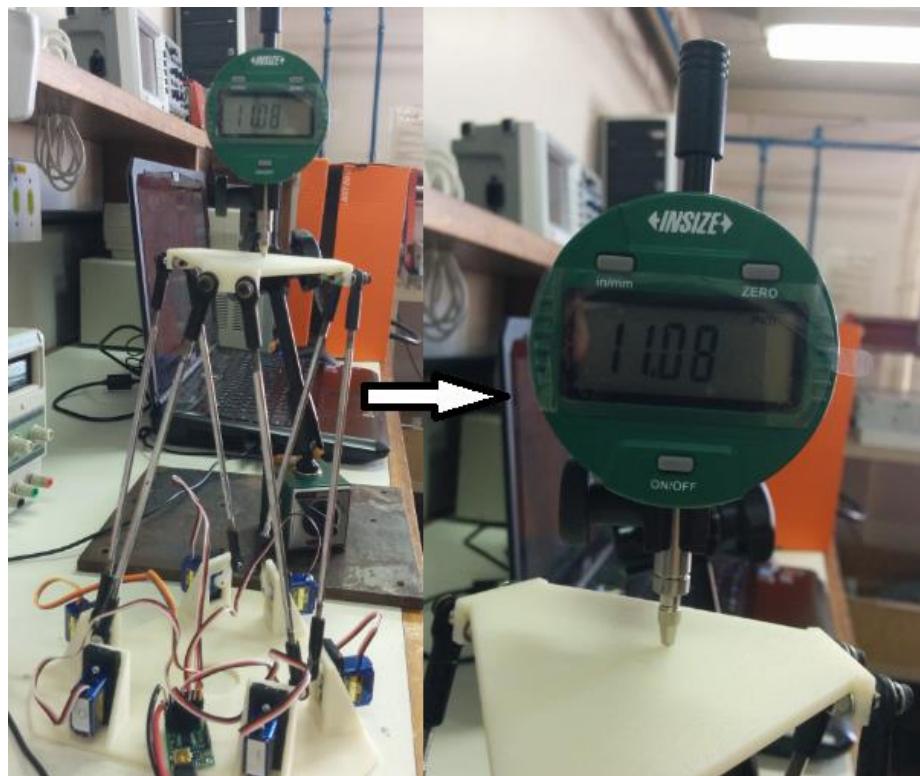


Figura 22: medição da translação no eixo Z

Tabela 16: fins de curso para translação no eixo Z

Fim de curso	Valor	Motivo
Superior	10,00 mm	Fim de curso dos servo motores
Inferior	-7,50 mm	Choque entre manivela e elo

## 5.7 Discussões

Os testes realizados demonstram que a Plataforma de Stewart desenvolvida atende aos comandos enviados pelo computador e pode realizar movimentos nos seis graus de liberdade. No entanto, os resultados obtidos nos testes demonstram que a plataforma não está atingindo a pose desejada com precisão. As diferenças entre as poses desejadas e as poses obtidas chegaram a 19,6% para movimentos de translação e 22,42% para movimentos de rotação.

Algumas hipóteses podem ser indicadas como possíveis causadoras dessa diferença, como por exemplo, montagem manual sem controle de tolerâncias dimensionais, necessidade de adaptação da configuração de fixação dos elos e manivelas após a fase de determinação de dimensões do protótipo e simplificação do modelo cinemático inverso.

Dentre as hipóteses levantadas como possíveis causadoras das diferenças entre as poses desejadas e as poses obtidas a mais provável é a simplificação do modelo cinemático inverso, cujos impactos podem levar a diferenças de magnitude semelhante ou até mesmo superiores às encontradas, caso a simplificação utilizada não seja coerente com o comportamento real. Outro fator que contribui para hipótese de que a simplificação do modelo cinemático inverso é a principal causadora das diferenças observadas é o fato de que as diferenças observadas são semelhantes para os dois sentidos de translação ou rotação em cada grau de liberdade. Por exemplo, para as translações em X e em Y a diferença entre a pose desejada e a pose obtida permaneceu em torno de 2 mm em todos os casos testados, indicando a presença de um erro sistêmico que pode ser causado pelo cálculo incorreto da posição de cada servo motor.

Os fins de curso observados para cada um dos graus de liberdade, quando avaliados individualmente, demonstram que o volume de trabalho obtido para a Plataforma de Stewart é razoável, considerando as dimensões do protótipo implementado. No entanto, demonstram ainda que há oportunidades de melhoria no design da base da plataforma, uma vez que parte dos fins de curso foram limitados por questões estruturais e não de fim de curso dos servo motores.

## 6 Conclusões e Trabalhos Futuros

A Plataforma de Stewart implementada neste trabalho foi automatizada e atende aos comandos enviados pelo computador, realizando movimentos nos seis graus de liberdade, portanto a implementação da Plataforma de Stewart pode ser considerada como bem sucedida.

A implementação do modelo cinemático inverso foi bem sucedida, no entanto a simplificação utilizada para a adaptação devido ao uso do mecanismo biela manivela se demonstrou simples demais, resultando em poses obtidas da plataforma diferentes das poses desejadas.

Foram realizados testes para a verificação dos fins de curso para cada um dos graus de liberdade, avaliados individualmente, e o volume de trabalho verificado é coerente com as dimensões do protótipo construído. Além disso, foram realizados movimentos nos seis graus de liberdade e verificadas as poses obtidas, sendo comparadas com as poses desejadas. Os resultados obtidos indicam que a plataforma não atinge as poses desejadas com precisão e indicam ainda que há oportunidades de melhoria em alguns aspectos da plataforma, como por exemplo a melhoria do modelo cinemático inverso.

A modificação do modelo cinemático deve considerar o movimento da posição das juntas esféricas da base, que é inexistente para Plataformas de Stewart que utilizam atuadores lineares. Esta consideração implica em ângulos de separação da base variáveis de acordo com o movimento a ser executado.

Como continuação deste trabalho ficam propostas a modificação do modelo cinemático inverso e o redimensionamento da base utilizando os conhecimentos sobre restrições estruturais adquiridos ao longo deste trabalho.

## 7 Referências

ABDELLATIF, H.; HEIMANN, B.; **Computational efficient inverse dynamics of 6-DOF fully parallel manipulators by using the Lagrangian formalism**. Mechanism and Machine Theory, 44, pp. (192-207), 2009.

BINGUL, Z.; KARAHAN, O.; **Dynamic Modeling and Simulation of Stewart Platform**. Serial and Parallel Robot Manipulators – Kinematics, Dynamics, Control and Optimization, InTech, 2012.

BONEV, I. A.; RYU, J. A.; **New method for solving the direct kinematics of general 6-6 Stewart platforms using three linear extra sensors**. Mechanism and Machine Theory, 35, pp. (423–436), 1992.

BŘEZINA, L.; **Optimization of a parallel mechanism design with respect to a Stewart platform control design**. Brno: Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, 2010.

DASGUPTA, B.; MRUTHYUNJAYA, T. S.; **Closed-Form Dynamic Equations Of The General Stewart Platform Through The Newton-Euler**. Mechanism and Machine Theory, 33, pp. (993-1012), 1998.

DO, W; YANG, D; **Inverse Dynamic Analysis and Simulation of a Platform Type of Robot**. Journal of Robotic Systems, Los Angeles, 1988.

GALLARDO, J. et al.; **Dynamics of parallel manipulators by means of screw theory**. Mechanism and Machine Theory, 38, pp. (1113–1131), 2003.

GOSELIN, C.; **Kinematic analysis optimization and programming of parallel robotic manipulators**. Ph.D. Thesis, McGill University, Montréal, 1988.

HARIB, K.; SRINIVASAN, K.; **Kinematic and dynamic analysis of Stewart platform-based machine tool structures**, Robotica, 21, pp. (541–554), 2003.

KHALIL W.; IBRAHIM O.; **General solution for the dynamic modelling of parallel robots**. Intell Robot Systems, 49, pp. (19-37), 2007.

LEBRET, G. et al.; **Dynamic analysis and control of a Stewart platform manipulator**. Journal of Robotic System, 10, pp. (629-655), 1993.

LIN, J.; CHEN, C. W.; **Computer-aided-symbolic dynamic modeling for Stewart platform manipulator**. Robotica, 27 (3), pp. (331-341), 2008.

MERLET, J. P.; **Parallel Robots (Solid Mechanics and its applications)**. Springer, 2nd edition, 2006.

RAGHAVAN, M.; **The Stewart platform of general geometry has 40 configurations**. ASME J. of Mechanical Design, 115(2):277–282, 1993.

RONGA F.; VUST T.; **Stewart platforms without computer?** Conf. Real Analytic and Algebraic Geometry, Trento, 1992.

STEWART, D.; **A platform with six degrees of freedom**. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, London, 1965.



## Apêndice A

```

% Parâmetros do Sistema
%clc
clear all
close all
% dimensões da plataforma
rp = 0.05;
rb = 0.07;
h = 0.0;

% Geometria em metros
phiP1 = 50; % graus
phiP = [phiP1, 120-phiP1, 120+phiP1, -120-phiP1, -120+phiP1, -phiP1];
phiB1 = 10; % graus
phiB = [phiB1, 120-phiB1, 120+phiB1, -120-phiB1, -120+phiB1, -phiB1];

% vetor fixo da plataforma
plat(1,:) = rp*cos(phiP*pi/180);
plat(2,:) = rp*sin(phiP*pi/180);
plat(3,:) = [h, h, h, h, h, h];
% vetor fixo de base
base(1,:) = rb*cos(phiB*pi/180);
base(2,:) = rb*sin(phiB*pi/180);
base(3,:) = [0, 0, 0, 0, 0, 0];

P1 = plat(:,1);P2 = plat(:,2);P3 = plat(:,3);P4 = plat(:,4);P5 =
plat(:,5);P6 = plat(:,6);
B1 = base(:,1);B2 = base(:,2);B3 = base(:,3);B4 = base(:,4);B5 =
base(:,5);B6 = base(:,6);

P0 = [0;0;0];B0 = [0;0;0];
Bi = [B1-B0;B2-B0;B3-B0;B4-B0;B5-B0;B6-B0];

%POSIÇÃO DESEJADA
X=0.0; %Limite de 0.038 e -0.032 quando utilizado sozinho
Y=0.0; %Limite de 0.017 e -0.037 quando utilizado sozinho
Z=-0.00; %Limite de 0.0129 e -0.0075 quando utilizado sozinho
ALFA=0.-0.0; %Limite de 0.28 e -0.15
BETA=0.0; %Limite de 0.25 e -0.15
GAMA=-0.0; %Limite de 0.5 e -0.38 sozinho

Z=Z+0.2; %compensando altura inicial da plataforma

%MATRIZ DE ROTAÇÃO
R(1,1)=cos(BETA)*cos(GAMA);
R(1,2)=(cos(GAMA)*sin(ALFA)*sin(BETA))-(cos(ALFA)*sin(GAMA));
R(1,3)=(sin(ALFA)*sin(GAMA))+(cos(ALFA)*cos(GAMA)*sin(BETA));
R(2,1)=cos(BETA)*sin(GAMA);
R(2,2)=(cos(ALFA)*cos(GAMA))+(sin(ALFA)*sin(BETA)*sin(GAMA));
R(2,3)=(cos(ALFA)*sin(BETA)*sin(GAMA))-(cos(GAMA)*sin(ALFA));
R(3,1)=-sin(BETA);
R(3,2)=cos(BETA)*sin(ALFA);
R(3,3)=cos(ALFA)*cos(BETA);

%Cálculo do comprimento do link
auxP1=R*(P1-P0);
auxP2=R*(P2-P0);

```

```

auxP3=R*(P3-P0);
auxP4=R*(P4-P0);
auxP5=R*(P5-P0);
auxP6=R*(P6-P0);

```

```

aux2P1=auxP1+[X;Y;Z];
aux2P2=auxP2+[X;Y;Z];
aux2P3=auxP3+[X;Y;Z];
aux2P4=auxP4+[X;Y;Z];
aux2P5=auxP5+[X;Y;Z];
aux2P6=auxP6+[X;Y;Z];

```

```

L1aux=aux2P1-[Bi(1);Bi(2);Bi(3)];
L2aux=aux2P2-[Bi(4);Bi(5);Bi(6)];
L3aux=aux2P3-[Bi(7);Bi(8);Bi(9)];
L4aux=aux2P4-[Bi(10);Bi(11);Bi(12)];
L5aux=aux2P5-[Bi(13);Bi(14);Bi(15)];
L6aux=aux2P6-[Bi(16);Bi(17);Bi(18)];

```

```

L1= sqrt((L1aux')*L1aux)
L2= sqrt((L2aux')*L2aux)
L3= sqrt((L3aux')*L3aux)
L4= sqrt((L4aux')*L4aux)
L5= sqrt((L5aux')*L5aux)
L6= sqrt((L6aux')*L6aux)

```

*%Conversão do comprimento do atuador para ângulo do servomotor*

```

L1_act=L1-0.2050;
L2_act=L2-0.2050;
L3_act=L3-0.2050;
L4_act=L4-0.2050;
L5_act=L5-0.2050;
L6_act=L6-0.2050;

```

```

L1_act2=L1_act/0.013;
L2_act2=L2_act/0.013;
L3_act2=L3_act/0.0126;
L4_act2=L4_act/0.0126;
L5_act2=L5_act/0.013;
L6_act2=L6_act/0.013;

```

```

if(L1_act2>1)
    L1_act2=1;
    display('L1 atingiu fim de curso superior')
else if(L1_act2<-1)
    L1_act2=-1;
    display('L1 atingiu fim de curso inferior')
end
end

```

```

if(L2_act2>1)
    L2_act2=1;
    display('L2 atingiu fim de curso superior')
else if(L2_act2<-1)
    L2_act2=-1;
    display('L2 atingiu fim de curso inferior')
end
end

```

```

if(L3_act2>1)
    L3_act2=1;
    display('L3 atingiu fim de curso superior')

```

```
else if(L3_act2<-1)
    L3_act2=-1;
    display('L3 atingiu fim de curso inferior')
end
end

if(L4_act2>1)
    L4_act2=1;
    display('L4 atingiu fim de curso superior')
else if(L4_act2<-1)
    L4_act2=-1;
    display('L4 atingiu fim de curso inferior')
end
end

if(L5_act2>1)
    L5_act2=1;
    display('L5 atingiu fim de curso superior')
else if(L5_act2<-1)
    L5_act2=-1;
    display('L5 atingiu fim de curso inferior')
end
end

if(L6_act2>1)
    L6_act2=1;
    display('L6 atingiu fim de curso superior')
else if(L6_act2<-1)
    L6_act2=-1;
    display('L6 atingiu fim de curso inferior')
end
end

L2_act2=-L2_act2;
L4_act2=-L4_act2;
L6_act2=-L6_act2;

L1_act3=asin(L1_act2);
L2_act3=asin(L2_act2);
L3_act3=asin(L3_act2);
L4_act3=asin(L4_act2);
L5_act3=asin(L5_act2);
L6_act3=asin(L6_act2);

L1_act4=((L1_act3/pi)*180)+90)/180;
L2_act4=((L2_act3/pi)*180)+90)/180;
L3_act4=((L3_act3/pi)*180)+90)/180;
L4_act4=((L4_act3/pi)*180)+90)/180;
L5_act4=((L5_act3/pi)*180)+90)/180;
L6_act4=((L6_act3/pi)*180)+90)/180;

L1_act5=(L1_act4*(2256-496))+496;
L2_act5=(L2_act4*(2224-496))+496;
L3_act5=(L3_act4*(2256-528))+528;
L4_act5=(L4_act4*(2208-496))+496;
L5_act5=(L5_act4*(2256-512))+512;
L6_act5=(L6_act4*(2304-544))+544;
```

## %COMUNICAÇÃO SERIAL

```
s = serial('COM5');
set(s, 'BaudRate', 9600);
fopen(s);
```

```
    %Parâmetros de velocidade dos servos (Protocolo Compact protocol:
    %0x87, channel number, speed low bits, speed high bits)
```

```
funcao_pos=132;
funcao_speed=135;
channel_0=0;
channel_1=1;
channel_2=2;
channel_3=3;
channel_4=4;
channel_5=5;
```

```
%parâmetros de velocidade para teste
```

```
lowspeed_lowb=30;          %parametros que setam a velocidade em 70us/s
lowspeed_highb=0;         %parametros que setam a velocidade em 70us/s
speed0=[funcao_speed;channel_0;lowspeed_lowb;lowspeed_highb];
speed1=[funcao_speed;channel_1;lowspeed_lowb;lowspeed_highb];
speed2=[funcao_speed;channel_2;lowspeed_lowb;lowspeed_highb];
speed3=[funcao_speed;channel_3;lowspeed_lowb;lowspeed_highb];
speed4=[funcao_speed;channel_4;lowspeed_lowb;lowspeed_highb];
speed5=[funcao_speed;channel_5;lowspeed_lowb;lowspeed_highb];
```

```
fwrite(s, speed0);
fwrite(s, speed1);
fwrite(s, speed2);
fwrite(s, speed3);
fwrite(s, speed4);
fwrite(s, speed5);
```

```
    % Manipula e escreve dados de posição dos links Compact protocol:
    0x84,
    % channel number, target low bits, target high bits
```

```
par1=(L1_act5*4)-60;
par2=(L2_act5*4)+60;
par3=(L3_act5*4)+490;
par4=(L4_act5*4)-470;
par5=(L5_act5*4)-60;
par6=(L6_act5*4)+60;
```

```
par1_bin=dec2bin(par1);
par2_bin=dec2bin(par2);
par3_bin=dec2bin(par3);
par4_bin=dec2bin(par4);
par5_bin=dec2bin(par5);
par6_bin=dec2bin(par6);
```

```
tamanho1=length(par1_bin);
tamanho2=length(par2_bin);
tamanho3=length(par3_bin);
tamanho4=length(par4_bin);
tamanho5=length(par5_bin);
tamanho6=length(par6_bin);
```

```
pronto1=par1_bin(end:-1:1);
pronto2=par2_bin(end:-1:1);
pronto3=par3_bin(end:-1:1);
pronto4=par4_bin(end:-1:1);
pronto5=par5_bin(end:-1:1);
pronto6=par6_bin(end:-1:1);

while(tamanho1<14)
    tamanho1=tamanho1+1;
    pronto1(tamanho1)='0';
end

par1_bin=pronto1(end:-1:1);
par1_parte1=par1_bin(1:7);
par1_parte2=par1_bin(8:14);

while(tamanho2<14)
    tamanho2=tamanho2+1;
    pronto2(tamanho2)='0';
end

par2_bin=pronto2(end:-1:1);
par2_parte1=par2_bin(1:7);
par2_parte2=par2_bin(8:14);

while(tamanho3<14)
    tamanho3=tamanho3+1;
    pronto3(tamanho3)='0';
end

par3_bin=pronto3(end:-1:1);
par3_parte1=par3_bin(1:7);
par3_parte2=par3_bin(8:14);

while(tamanho4<14)
    tamanho4=tamanho4+1;
    pronto4(tamanho4)='0';
end

par4_bin=pronto4(end:-1:1);
par4_parte1=par4_bin(1:7);
par4_parte2=par4_bin(8:14);

while(tamanho5<14)
    tamanho5=tamanho5+1;
    pronto5(tamanho5)='0';
end

par5_bin=pronto5(end:-1:1);
par5_parte1=par5_bin(1:7);
par5_parte2=par5_bin(8:14);

while(tamanho6<14)
    tamanho6=tamanho6+1;
    pronto6(tamanho6)='0';
end

par6_bin=pronto6(end:-1:1);
par6_parte1=par6_bin(1:7);
par6_parte2=par6_bin(8:14);
```

```

par1_parte1=par1_parte1(end:-1:1);
par1_parte1(8)='0';
par1_parte1=par1_parte1(end:-1:1)
par1_parte2=par1_parte2(end:-1:1);
par1_parte2(8)='0';
par1_parte2=par1_parte2(end:-1:1)

par2_parte1=par2_parte1(end:-1:1);
par2_parte1(8)='0';
par2_parte1=par2_parte1(end:-1:1)
par2_parte2=par2_parte2(end:-1:1);
par2_parte2(8)='0';
par2_parte2=par2_parte2(end:-1:1)

par3_parte1=par3_parte1(end:-1:1);
par3_parte1(8)='0';
par3_parte1=par3_parte1(end:-1:1)
par3_parte2=par3_parte2(end:-1:1);
par3_parte2(8)='0';
par3_parte2=par3_parte2(end:-1:1)

par4_parte1=par4_parte1(end:-1:1);
par4_parte1(8)='0';
par4_parte1=par4_parte1(end:-1:1)
par4_parte2=par4_parte2(end:-1:1);
par4_parte2(8)='0';
par4_parte2=par4_parte2(end:-1:1)

par5_parte1=par5_parte1(end:-1:1);
par5_parte1(8)='0';
par5_parte1=par5_parte1(end:-1:1)
par5_parte2=par5_parte2(end:-1:1);
par5_parte2(8)='0';
par5_parte2=par5_parte2(end:-1:1)

par6_parte1=par6_parte1(end:-1:1);
par6_parte1(8)='0';
par6_parte1=par6_parte1(end:-1:1)
par6_parte2=par6_parte2(end:-1:1);
par6_parte2(8)='0';
par6_parte2=par6_parte2(end:-1:1)

lowpos1=bin2dec(par1_parte2);
highpos1=bin2dec(par1_parte1);
lowpos2=bin2dec(par2_parte2);
highpos2=bin2dec(par2_parte1);
lowpos3=bin2dec(par3_parte2);
highpos3=bin2dec(par3_parte1);
lowpos4=bin2dec(par4_parte2);
highpos4=bin2dec(par4_parte1);
lowpos5=bin2dec(par5_parte2);
highpos5=bin2dec(par5_parte1);
lowpos6=bin2dec(par6_parte2);
highpos6=bin2dec(par6_parte1);

pos0=[funcao_pos;channel_0;lowpos1;highpos1];
pos1=[funcao_pos;channel_1;lowpos2;highpos2];
pos2=[funcao_pos;channel_2;lowpos3;highpos3];
pos3=[funcao_pos;channel_3;lowpos4;highpos4];
pos4=[funcao_pos;channel_4;lowpos5;highpos5];
pos5=[funcao_pos;channel_5;lowpos6;highpos6];

```

```
fwrite(s,pos0);  
fwrite(s,pos1);  
fwrite(s,pos2);  
fwrite(s,pos3);  
fwrite(s,pos4);  
fwrite(s,pos5);  
  
    % Encerra conexão serial  
fclose(s)  
delete(s)  
clear s
```