

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA
Programa de Pós-Graduação em Física

Matéria Escura como uma Extensão Higgs-Stueckelberg do Modelo Padrão *

Alexander Lunkes dos Santos

Tese realizada sob orientação do Professor Dr. Dimiter Hadjimichef (IF-UFRGS) e apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Porto Alegre
Setembro de 2015.

* Trabalho financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Dedico este trabalho a

Deus,
minha esposa
e à minha família.

Agradecimentos

Ao meu orientador, o professor doutor Dimiter Hadjimichef, pela paciência, amizade e companheirismo e sem o qual este trabalho não teria sido realizado.

Ao professor doutor Magno Valério Trindade Machado, pelas contribuições sempre pertinentes no desenvolvimento do trabalho de doutorado.

À minha colega e amiga Mirian que me acompanha desde o início da faculdade, quando passávamos horas gastando telefone comparando resultados de questões, pelas conversas e por sempre estar disposta a ajudar e apoiar.

À minha irmã Caroline por estar sempre presente na minha vida e ajudando da melhor forma possível nesta caminhada.

Aos meus pais Isair (*In Memoriam*) e Noemi, pelo amor com o qual fui criado, pelo apoio e incentivo durante a minha caminhada de estudante e por nunca deixarem faltar o necessário para o meu crescimento.

À minha esposa Juliana pela paciência, amor e compreensão, por estar ao meu lado em todos os momentos, difíceis e felizes, sempre dando o apoio e o suporte necessários.

Resumo

Partículas massivas fracamente interagentes (WIMPs) são um dos mais atrativos candidatos para a matéria escura. Tais partículas são também muito promissoras em termos de detecção direta e indireta, pois elas devem possuir alguma conexão com as partículas do Modelo Padrão. Nesse contexto, extensões do Modelo Padrão podem introduzir candidatos para essas partículas de matéria escura. Propomos um modelo de extensão dupla para descrever as WIMPs, também chamadas de partículas escuras. Essa extensão é feita adicionando dois grupos de simetrias de calibre $U(1)$ ao Modelo Padrão, um via mecanismo de Stueckelberg e o outro via mecanismo de Higgs. O mecanismo de Stueckelberg é um dos caminhos para garantir a invariância de calibre em bósons vetoriais massivos. Então, obtemos dois novos bósons de calibre, um chamado Z' que é massivo e o outro γ' (fóton escuro), que não possui massa e não interage com partículas do Modelo Padrão. A densidade de relíquia obtida experimentalmente pelas sondas espaciais WMAP e Planck auxilia na obtenção do valor mais provável para a massa do WIMP e, assim, podemos fixar outros parâmetros importantes para o modelo. Fazemos uma estimativa do impacto da presença de matéria escura e, principalmente, da emissão de fótons escuros no resfriamento de anãs brancas e de estrelas de nêutrons. Alguns resultados e perspectivas são apresentados.

Abstract

Weakly interacting massive particles (WIMPs) are one of the most attractive candidates for dark matter. Such particles also are very promising in terms of direct and indirect detection, because they must have some connection to Standard Model (SM) particles. In this context, extensions of the SM can introduce candidates for these dark matter particles. In this sense, we propose a double extension model to describe the weakly interacting massive particles (WIMPs) or sometimes called dark particles. This extension is done by adding two extra $U(1)$ gauge groups to the Standard Model, one via Stueckelberg mechanism and the other via Higgs mechanism. The Stueckelberg mechanism is one of the ways to ensure gauge invariance. Then we get two new gauge bosons, one called Z' which is massive and the other γ' (dark photon), which is massless and does not interact with the Standard Model particles. The relic density experimentally obtained by the WMAP and Planck spacecrafts will help in getting the most likely value for the mass of the WIMP and we can thus set other important parameters for the model. We estimate the impact of the presence of dark matter, and especially dark photon emission, in the cooling of white dwarfs and neutron stars. Some results and perspectives are presented.

Conteúdo

Introdução	1
1. Matéria Escura	4
1.1 Uma breve história	4
1.2 Candidatos	7
1.2.1 WIMPs	8
1.2.2 Áxions	11
1.2.3 Neutrinos	12
1.2.4 Neutralinos	12
1.2.5 Neutrinos estéreis	13
1.3 Experimentos de detecção direta	13
1.3.1 DAMA/LIBRA	13
1.3.2 CoGeNT	14
1.3.3 CRESST	16
1.3.4 CDMS	19
1.3.5 LUX	20
1.3.6 XENON	20
1.3.7 ZEPLIN	21
1.3.8 Edelweiss	22
1.4 Experimentos de detecção indireta	22
1.4.1 INTEGRAL	23
1.4.2 PAMELA	23
1.4.3 AMS-02	25
1.4.4 Fermi-LAT	26
2. Cosmologia	27
2.1 Expansão do Universo	27
2.2 Mapeamento da radiação cósmica de fundo	31

2.3	Medidas da radiação cósmica de fundo	32
2.3.1	COBE	32
2.3.2	WMAP	33
2.3.3	Planck	34
2.4	Modelo Λ CDM	35
3.	Modelo Padrão e os mecanismos de geração de massa	38
3.1	Partículas do Modelo Padrão	38
3.1.1	Férmions	39
3.1.2	Bósons	40
3.2	Simetrias e a Construção do Lagrangiano da QED	41
3.3	Quebra Espontânea de Simetria e o Mecanismo de Higgs	44
3.4	Mecanismo de Stueckelberg	48
4.	Extensão Higgs-Stueckelberg do Modelo Padrão	51
4.1	Lagrangiano Geral do Modelo	51
4.2	Matriz de Massa	53
4.3	A Matriz de Transformação e a Diagonalização da Matriz de Massa	55
4.4	Determinação das Cargas dos Bósons	57
5.	Aniquilação e Densidade de Relíquia	64
5.1	Parametrização	64
5.2	Taxa de decaimento	69
5.3	Processo de Aniquilação Fermiônica e a Densidade de Relíquia	70
6.	Cenário Astrofísico	76
6.1	Anãs Brancas	76
6.2	Perda de energia Estelar	77
6.2.1	Restrições Astrofísicas	80
	Conclusão e Perspectivas	85
A.	Traços	88
B.	Amplitude de Aniquilação	91
C.	Lagrangiano de interação	100
C.1	Taxa de Decaimento	104

Referências 108

Introdução

As evidências da existência da matéria escura [1]-[16] vêm trazendo um novo campo de estudos para a Física de Partículas. As primeiras evidências obtidas na discrepância da velocidade de rotação das galáxias, bem como os modernos observatórios WMAP e Planck que, em órbita da Terra, mediram com precisão as anisotropias do universo primordial, fornecem as mais fortes evidências da existência e da abundância desse tipo de matéria no universo. Surge, então, a necessidade de entender as características e como esse novo tipo de matéria interage com a matéria usual. Até então sabemos que sua interação é somente gravitacional. Desse modo, necessita-se de um novo caminho, visto que o Modelo Padrão conhecido não compreende tal tipo de matéria. Portanto, é assim que surge a necessidade de uma nova teoria que possa criar luz sobre este problema.

Existe uma vasta literatura sobre os candidatos à matéria escura [17, 18, 20, 21, 22, 23]. Um dos candidatos mais promissores à matéria escura é conhecido pela sigla WIMP, que significa partícula massiva fracamente interagente. Em geral, eles são apresentados em teorias de extensão do Modelo Padrão e fornecem o valor correto para a abundância da densidade de relíquia. Cálculos mostram que os WIMPs poderiam permanecer desde os momentos iniciais do universo em um número suficiente para apresentar uma fração significativa da densidade de relíquia da matéria escura. Desse fato, surge a esperança de detectar WIMPs diretamente observando seus espalhamentos elásticos em alvos, como, por exemplo, núcleos de átomos.

Alternativamente, muitos tipos de modelos que exploram a Física além do Modelo Padrão têm em comum a presença de um novo bóson vetorial $U(1)$ [24]. Esses novos bósons são introduzidos basicamente de duas maneiras: (i) acoplamento mínimo; (ii) Mecanismo de Stueckelberg[25, 26]. Um novo bóson vetorial de calibre seria sem massa se a nova simetria $U(1)$ permanecesse sem ser quebrada. Isso implicaria em uma força de longo alcance se interagisse com a matéria ordinária, a não ser que o acoplamento fosse muito pequeno. Como mostrado por Dobrescu, [27, 28] esse caso seria permitido se o acoplamento primário fosse a um setor escondido e conectado somente por operadores de dimensão mais alta ou por uma mistura cinética alternativa com o fóton. No caso de uma mistura cinética, esse cenário induziria uma pequena fração da carga elétrica para o setor de partículas escondido [29]. Numerosos modelos descrevendo a Física além do Modelo Padrão predizem a existência de

ressonâncias com massas na escala de TeV's. Resultados para a procura de $Z' \rightarrow l^+l^-$ em colisão pp têm sido apresentados pelas colaborações ATLAS [30] e CMS [31].

Em nosso trabalho propomos um novo modelo que possa ajudar a entender esse novo setor escondido através de uma extensão do Modelo Padrão. Utilizamos um tipo de extensão ao Modelo Padrão que é baseado em um mecanismo que garante a invariância de calibre em bósons vetoriais massivos, chamado de mecanismo de Stueckelberg [25, 26]. Esse mecanismo foi usado em um modelo que foi primeiramente proposto por Kors e Nath [32] e aplicado em [33]-[36]. O mecanismo de Stueckelberg é um modelo alternativo ao mecanismo de Higgs para grupos abelianos. Nosso modelo faz um extensão ao modelo de Kors e Nath, adicionando um campo via mecanismo de Higgs e um segundo via Stueckelberg. Dessa forma, adicionamos dois grupos de simetria $U(1)$ e obtemos dois novos bósons de calibre. Após a determinação das massas desses bósons, verificamos que um é massivo e o outro é sem massa e serão chamados de bóson Z' e fóton escuro γ' , respectivamente. Eles nos dirão como será a interação das partículas que a partir de agora chamaremos de escuras, e a matéria usual. Com esses novos campos criamos um novo setor, que chamaremos de setor escuro.

Fazemos uma parametrização de modo a obtermos os valores numéricos para as constantes que surgem na teoria. Usamos dados conhecidos do Modelo Padrão [37] variando alguns parâmetros dentro da barra de erro desses dados, o que é comumente chamado de corredor de erro. Usamos também os valores atuais para a densidade de relíquia medidos pelos experimentos WMAP[2] e Planck[3] para parametrizarmos a massa para um férmion de matéria escura e os acoplamentos do novo modelo. Fazemos uma aplicação do modelo para o decaimento do novo bóson Z' .

Um estudo interessante que fazemos neste trabalho é o cálculo da perda de energia por parte de estrelas. Algumas delas possuem problemas no fechamento da quantidade de energia produzida e emitida, necessitando de um mecanismo extra para explicar uma certa parcela da energia que é perdida. Aqui entram os fótons escuros como forma de escape de energia para certos tipos de estrelas. É uma forma alternativa aos modelos que invocam a existência do axion [38]-[41].

Esse trabalho está dividido da seguinte forma: no primeiro capítulo analisamos o contexto histórico e as evidências para a matéria escura. No segundo fazemos uma revisão sobre cosmologia apresentando como é feito o mapeamento do universo com as sondas COBE, WMAP e Planck. Além disso, apresentamos um resumo do modelo Λ CDM. No terceiro capítulo mostramos uma revisão sobre simetrias e os mecanismos de geração de massa. No quarto apresentamos o nosso modelo de extensão do Modelo Padrão. No quinto parametrizamos o modelo com base na massa do bóson Z e a partir do valor da densidade de relíquia. No sexto calculamos a perda de energia por parte de estrelas por meio de fótons

escuros. A seguir concluímos mostrando as perspectivas para o futuro do trabalho.

Capítulo 1

Matéria Escura

1.1 Uma breve história

A matéria escura tem chamado a atenção dos astrônomos desde o início do século XX. Em 1933, o astrônomo suíço Fritz Zwicky observou pela primeira vez evidências [5] de que a massa de matéria luminosa no aglomerado da cabeleira (*Coma Cluster*), que consiste de um aglomerado com uma quantidade em torno de mil galáxias, era muito menor que sua massa total necessária para imprimir o movimento observado por ele. Tal movimento era medido pela simples aplicação das leis de Newton. Estas observações foram confirmadas por S. Smith [6]. Também na década de 30, Horace W. Babcock [7] verificou uma discrepância na massa da galáxia de Andrômeda. A velocidade angular desenvolvida por ela exigia uma massa maior do que era visível para nós.

Nos anos 70, a existência de matéria escura começou a ser considerada seriamente. Sua presença em galáxias espirais foi a explicação mais plausível para as curvas de rotação anômalas destas galáxias. Para calcular a velocidade de rotação de estrelas ou nuvens de hidrogênio localizadas em regiões bastante afastadas dos centros das galáxias necessitamos apenas extrapolar as leis de Newton, que funcionam relativamente bem em fenômenos astronômicos próximos, para distâncias galácticas. Portanto, a velocidade de rotação de um elemento pertencente a uma galáxia é

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad (1.1)$$

onde $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ é a constante da gravitação de Newton, $M(r) = 4\pi \int \rho(r)r^2 dr$ e ρ é o perfil de densidade de massa. Entretanto, as curvas de rotação observadas possuem altas velocidades em grandes distâncias, até mesmo fora do disco visível. A Fig. (1.1) apresenta um exemplo típico. O fato de que a velocidade se torna aproximadamente constante implica a existência de um halo com $M(r) \propto r$. Esta observação sugere que a massa das galáxias continua crescendo mesmo quando não há luminosidade indicando

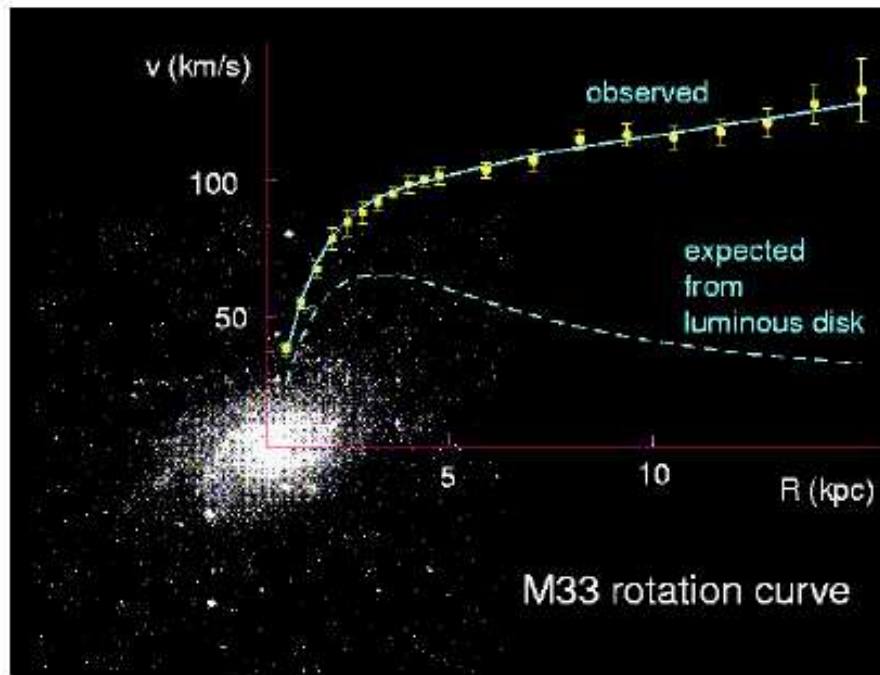


Fig. 1.1: Curva de rotação da vizinhança da galáxia M33 [9].

tal quantidade de massa.

Os Telescópios COBE [42], WMAP[2] e Planck [3] foram desenvolvidos para realizar o mapeamento completo da radiação cósmica de fundo do universo (RCF). Os resultados foram surpreendentes e trouxeram vários avanços no campo da cosmologia e da astrofísica. A informação mais importante para nosso trabalho é quantidade de massa que conhecemos constitui apenas 4,9% do universo, enquanto a matéria escura (ME) constitui outros 26,8% e os 68,3% restantes são compostos por uma energia responsável pela aceleração do universo, chamada de energia escura. Estes dados estão representados na Fig. (1.2).

Outro telescópio importante no estudo da matéria escura foi lançado ao espaço no dia 23 de junho de 1999 e é chamado de Chandra em homenagem ao astrofísico e prêmio Nobel Subrahmanyan Chandrasekhar. Este telescópio é um observatório de raios X desenvolvido para captar emissões na faixa dos raios X de regiões muito quentes do universo, como explosões de estrelas, aglomerados de galáxias e matéria ao redor de buracos negros. Com o Chandra foi observado um fenômeno importante em um aglomerado de galáxias chamado de Bullet Cluster. Neste aglomerado foi observada uma colisão entre duas galáxias. Devido ao freamento sofrido pela matéria, o Chandra mostrou que grande parte da massa visível estava presente no centro da colisão. Porém, com auxílio de um efeito chamado de lentes gravitacionais foi determinado que a maior parte da massa não foi freada pela colisão,

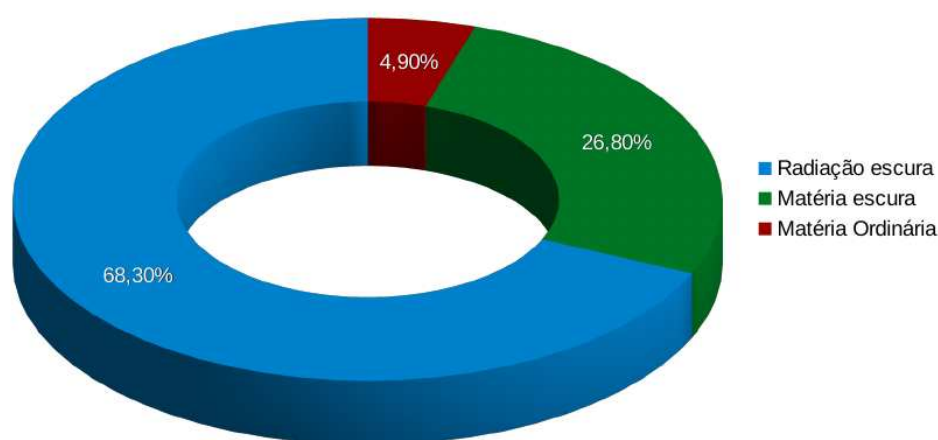


Fig. 1.2: Diagrama que mostra toda a constituição do universo determinada pelo observatório Planck [4].

passando a concentrar-se nos seus extremos. Portanto, havia um tipo de matéria que não interagia com a matéria usual, afetando fortemente o campo gravitacional do aglomerado [8]. Um fenômeno semelhante foi observado pelo mesmo telescópio no aglomerado MACS J0025.4-122[10].

Com as observações feitas em relação às anomalias na massa dos aglomerados e das galáxias, surgiram algumas teorias alternativas à matéria escura. Uma delas, chamada de MOND (Modified Newtonian Dynamics) [43], propõe que a segunda lei de Newton seja modificada. Entretanto, esta abordagem, segundo [8] e [13], tornou-se obsoleta devido às fortes evidências da existência da matéria escura obtidas pelos telescópios Chandra, WMAP e, mais recentemente, o Planck.

Vários modelos foram propostos com intenção de descrever os fenômenos observados. Boa parte destes modelos propõem que esta matéria percebida nos experimentos astrofísicos não interage apenas gravitacionalmente com a matéria usual; eles propõem que ela tenha um outro tipo de interação, mesmo que muito fraca, com a matéria ordinária. Este tipo de matéria escura ganha o nome de WIMP (weakly interacting massive particles), ou seja, partículas massivas fracamente interagentes. Candidatos para este tipo de partículas são as partículas supersimétricas [44]-[47], os áxions [48], fótons escuros massivos [11][29], e alguns outros tipos de bósons pesados [24][32]. Alguns destes candidatos serão estudados na seção 1.2.

Vários experimentos estão em operação a procura dos WIMPs. A grande maioria deles funciona com a interação do WIMP com os átomos que compõem o detector. A ideia básica é que o WIMP percorra o detector e em um dado momento interaja fracamente com os átomos, gerando um recuo no átomo e que este recuo possa ser medido. Na seção 1.3 será

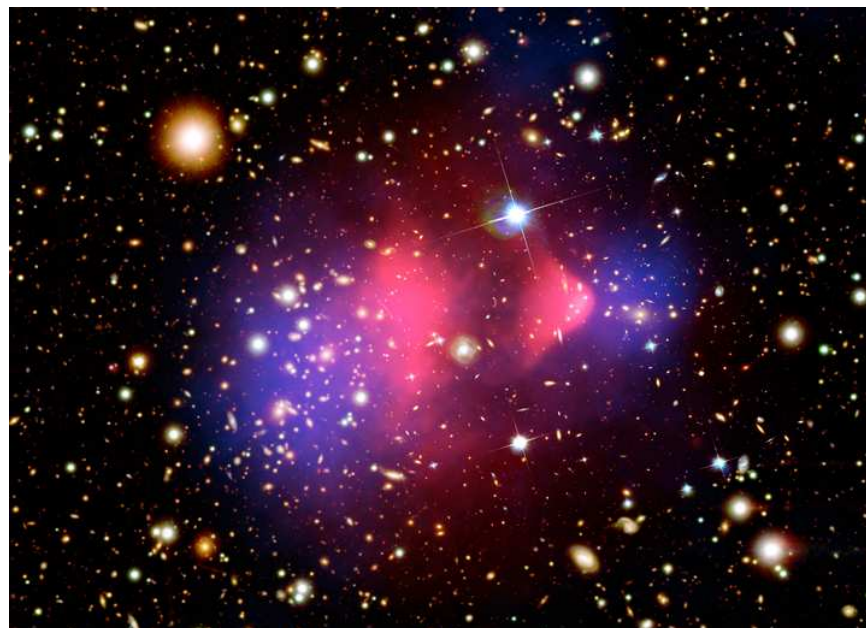


Fig. 1.3: *Bullet Cluster: imagem do telescópio espacial Hubble com camadas adicionais. Emissões de raios X do gás quente observadas pelo telescópio espacial Chandra são mostradas em vermelho. A distribuição de massa reconstruída por lentes gravitacionais fracas é mostrada em azul [8].*

feita uma revisão de alguns dos experimentos mais importantes e veremos os resultados obtidos até o momento.

1.2 Candidatos

Há uma classificação conveniente para os candidatos à matéria escura. Eles podem ser classificados em matéria escura quente, morna ou fria. Esses nomes refletem suas típicas velocidades no começo do universo, mais precisamente na época da recombinação¹, ou seja, quanto maior a velocidade mais "quente" seria a matéria. Neutrinos leves são os melhores candidatos à matéria escura quente e são os únicos candidatos que têm existência comprovada até agora. Partículas supersimétricas [18, 19] ou áxions [21] surgem como possíveis candidatos à matéria escura fria. Neutrinos estéreis [22, 23] são candidatos à matéria escura morna.

Porém, com as informações a respeito da formação das galáxias, se a matéria escura fosse quente, os primeiros objetos formados seriam do tamanho de superaglomerados de galáxias, que, depois, fragmentariam-se de alguma forma em galáxias. Entretanto, observações da radiação cósmica de fundo mostram que as galáxias formaram-se primeiro, com os aglome-

¹ Época em que elétrons e prótons passaram formar os primeiros átomos de Hidrogênio.

rados e superaglomerados formando-se depois [49, 50]. Então, qualquer modelo dominado por matéria escura quente está em conflito com essas observações.

1.2.1 WIMPs

Uma importante classe de candidatos à matéria escura fria é formada por partículas massivas fracamente interagentes, ou WIMPs. A grande vantagem dessa abordagem vem do fato de que WIMPs em equilíbrio químico no começo do universo possuem naturalmente a abundância correta para ser matéria escura fria [51], que será verificado na sequência.

Além disso, essas mesmas interações possibilitam sua detecção, tornando a hipótese possível de ser testada. Assume-se que WIMPs eram produzidos em colisões entre partículas do plasma térmico durante a era da radiação. As reações mais importantes eram a produção e aniquilação de pares de WIMPs em colisões partícula-antipartícula como

$$\chi\bar{\chi} \rightarrow e^+e^-, \mu^+\mu^-, q\bar{q}, W^+W^-, ZZ, HH, \dots \quad (1.2)$$

Para temperaturas muito maiores do que a massa do WIMP, $T \gg m_\chi$, os pares partícula-antipartícula que colidiam tinham energia suficiente para criar pares de WIMPs de maneira eficiente. As reações de aniquilação de WIMPs em partículas do Modelo Padrão estavam inicialmente em equilíbrio com as reações de produção de WIMPs, com taxa dada por

$$\Gamma_{ann} = \langle \sigma_{ann} v \rangle n_{eq} \quad (1.3)$$

onde σ_{ann} é a seção de choque de aniquilação dos WIMPs, v é a velocidade relativa dos WIMPs na aniquilação, n_{eq} é a densidade do número de WIMPs em equilíbrio químico e é feita uma média sobre a distribuição térmica dos WIMPs. Com a expansão do universo, a temperatura do plasma se torna menor do que a massa do WIMP. Enquanto as reações de produção e aniquilação estavam em equilíbrio, o número de WIMPs produzidos caía exponencialmente com $e^{-m_\chi/T}$ (fator de Boltzmann), já que apenas colisões partícula-antipartícula com energia cinética na cauda da distribuição de Boltzmann tinham energia suficiente para produzir pares de WIMPs. Ao mesmo tempo, a expansão do universo diminuía a densidade do número de partículas n_{eq} , com isso, também as taxas de produção e aniquilação, que são proporcionais a n ficavam menores. Quando a taxa de aniquilação de WIMPs, Γ_{ann} , ficou menor que a taxa de expansão do universo, H , a produção de WIMPs cessou. Desde então, o número de WIMPs em um volume comóvel² é aproximadamente constante.

² É o volume em que a densidade do número de objetos que não evoluiu na expansão de Hubble é constante em relação ao desvio para o vermelho.

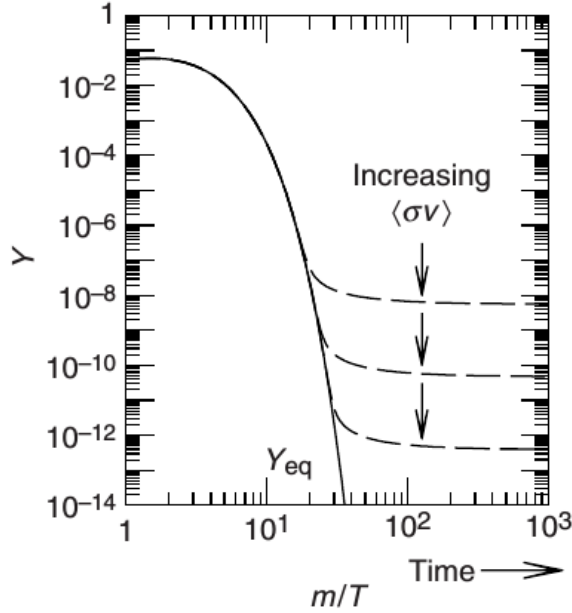


Fig. 1.4: *Típica evolução da densidade do número de WIMPs no começo do universo durante a época do desacoplamento químico ou freeze-out. Gráfico retirado de [52].*

Em muitas teorias, os WIMPs são suas próprias antipartículas (WIMPs de Majorana). Assim, a densidade de WIMPs é necessariamente igual a de antiWIMPs. Nesta seção, vamos considerar esse caso. A densidade de WIMPs pode ser calculada através da equação de Boltzmann e da lei de conservação de entropia, que podem ser rescritas como [51]:

$$\frac{dn}{dt} = -3Hn - \langle\sigma_{ann}v\rangle(n^2 - n_{eq}^2), \quad (1.4)$$

$$\frac{ds}{dt} = -3Hs. \quad (1.5)$$

Nessas equações, t é o tempo, s é a densidade de entropia, H é o parâmetro de Hubble, n_{eq} é a densidade do número de WIMPs no equilíbrio e $\langle\sigma_{ann}v\rangle$ é a média térmica da seção de choque de aniquilação total. Combinamos as equações (1.4) e (1.5) em uma só definindo $Y \equiv n/s$ e $x \equiv m/T$, sendo T a temperatura dos fótons, como variável independente em vez do tempo, obtemos,

$$\frac{dY}{dx} = \frac{1}{3H} \frac{ds}{dx} \langle\sigma_{ann}v\rangle (Y^2 - Y_{eq}^2). \quad (1.6)$$

De acordo com a equação de Friedmann, o parâmetro de Hubble é determinado pela

densidade de massa e energia ρ por[51]

$$H^2 = \frac{8\pi}{3M_p^2}\rho, \quad (1.7)$$

onde $M_P = 1,22 \times 10^{19}$ GeV é a massa de Planck. As densidades de energia e entropia estão relacionadas à temperatura dos fótons através de

$$\rho = \frac{\pi^2}{30}g_{eff}(T)T^4 \quad (1.8)$$

e

$$s = \frac{2\pi^2}{45}h_{eff}(T)T^3, \quad (1.9)$$

onde $g_{eff}(T)$ e $h_{eff}(T)$ são os graus de liberdade efetivos. Definindo o parâmetro *graus de liberdade*, $g_*^{1/2}$, como

$$g_*^{1/2} = \frac{h_{eff}}{g_{eff}^{1/2}} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{T}{h_{eff}} \frac{dh_{eff}}{dT} \right), \quad (1.10)$$

podemos escrever a equação (1.6) da seguinte maneira:

$$\frac{dY}{dx} = - \left(\frac{45}{\pi M_P^2} \right)^{-1/2} \frac{g_*^{1/2} m}{x^2} \langle \sigma_{ann} v \rangle (Y^2 - Y_{eq}^2). \quad (1.11)$$

De (1.11), a densidade de relíquia pode ser computada com uma aproximação

$$\Omega_\chi h^2 = \frac{\rho_\chi h^2}{\rho_c} = \frac{m_\chi n_\chi}{\rho_c} \approx \frac{3 \times 10^{-27} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}}{\langle \sigma_{ann} v \rangle}, \quad (1.12)$$

onde ρ_c é a densidade crítica e h é a constante de Hubble $h = 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Com seções de choque pequenas, (1.12) fornece a ordem de magnitude correta para a densidade de matéria escura.

A equação (1.11) é resolvida numericamente com as condições iniciais $Y = Y_{eq}$ em $x \cong 1$ e o resultado é mostrado na Fig. (1.4). Essa solução numérica de (1.11) mostra que, em altas temperaturas, a densidade Y fica próxima do seu valor de equilíbrio Y_{eq} . Enquanto a temperatura diminui, Y_{eq} é exponencialmente suprimida e Y se afasta cada vez mais do seu valor de equilíbrio. Uma propriedade importante que a Fig. (1.4) ilustra é que quanto menor a seção de choque de aniquilação maior a densidade de relíquia. Isso pode ser entendido pelo fato de que os WIMPs com interações mais fortes permanecem em equilíbrio térmico por um tempo maior e, portanto, desacoplam quando o universo é mais frio, dessa forma suas

densidades são suprimidas ainda mais pelo fator de Boltzmann menor. Isso leva à relação inversa entre $\Omega_\chi h^2$ e $\langle \sigma_{ann} v \rangle$ na Eq. (1.12).

1.2.2 Áxions

O áxion é uma partícula hipotética que pode ser muito importante na física de partículas, astrofísica e cosmologia. Áxions são pseudo-escalares que resultam da solução de Peccei-Quinn para o problema de violação CP [53] em interações fortes. Áxions de massas pequenas poderiam ter sido produzidos no começo do universo em quantidades suficientes para representar o que hoje se observa nos halos galáticos. Esses áxions de matéria escura possuem acoplamentos bastante fracos com a matéria usual e a radiação, mas podem ser convertidos em fótons detectáveis usando o efeito Primakoff³ inverso.

O lagrangiano da QCD pode ser escrito como

$$\mathcal{L}'_{QCD} = \mathcal{L}_{QCD} + \theta \frac{g^2}{32\pi^2} G\tilde{G}, \quad (1.13)$$

onde o primeiro termo é o lagrangiano responsável pelo numeroso sucesso fenomenológico da QCD. Entretanto, o segundo termo (onde G é um tensor do campo de glúon e \tilde{G} é o seu campo dual), que é uma consequência dos efeitos não perturbativos, viola a simetria CP. Todavia, sabemos que experimentalmente a simetria CP não é violada nas interações fortes. Do momento de dipólo elétrico do nêutron sabemos que $d_n \lesssim 10^{-25}$ cm, e com isto obtem-se que $\theta \lesssim 10^{-10}$. Um θ tão pequeno é o problema da violação CP forte.

Para implementar o mecanismo PQ (Peccei e Quinn)[53], uma simetria global, $U(1)_{PQ}$, é introduzida. Esta simetria possui uma cor anômala e é quebrada espontaneamente. O áxion é o bóson de Goldstone resultante desta quebra e o seu campo, a , pode ser redefinido para absorver o parâmetro θ . Como o áxion fica inicialmente sem massa, os efeitos não perturbativos, que fazem a QCD depender de θ , também resultam em um potencial para o áxion. Este potencial faz com que o áxion adquira massa e restaure a simetria CP, resolvendo o problema violação CP forte.

Buscas em laboratórios, esfriamento estelar, dinâmica da supernova 1987A e argumentos cosmológicos limitam a massa dos áxions a $10^{-6} \text{ eV} < m_a < 3 \times 10^{-3} \text{ eV}$ [20, 54]. Espera-se que a interação dos áxions com partículas ordinárias seja extremamente fraca, implicando que eles não estavam em equilíbrio térmico no começo do universo. Portanto, os áxions são bons candidatos à matéria escura fria, apesar da baixa massa.

³ Processo onde um fóton é convertido em um áxion pela troca de um outro fóton com um elétron.

1.2.3 Neutrinos

O único candidato a matéria escura que tem existência comprovada é o neutrino. Foi proposto por Wolfgang Pauli em 1930 para explicar uma determinada energia perdida no decaimento beta. Eles são léptons, partículas que não participam da interação forte, com carga elétrica zero e spin $1/2$. O Modelo Padrão possui três famílias ou sabores de neutrinos de mão esquerda ν_L , cada um é associado à um lépton tipo elétron, portanto, existem o neutrino do elétron, o neutrino do múon e o neutrino do tau. Estes neutrinos do Modelo Padrão deveriam ser estritamente sem massa, porque não há neutrinos de mão direita ν_R que possa combinar com ν_L para formar um termo de massa de Dirac através da interação com o dubleto de Higgs⁴.

Neutrinos podem trocar de sabor, ou seja, durante seu trajeto um neutrino do elétron produzido no decaimento beta pode chegar em um detector como um neutrino do múon ou do tau. Esta mudança no sabor do neutrino é chamado de oscilação e acontece pois os neutrinos possuem massa e essa massa difere para cada tipo de neutrino. Experimentalmente essas massas devem ser muito pequenas, ou seja, $m_\nu = 92\Omega_\nu h^2$ eV, onde $\Omega_\nu h^2$ é a densidade de relíquia dos neutrinos, determinada pelos experimentos de medida da radiação cósmica de fundo, COBE, WMAP e Planck.

Desta forma, como já foi afirmado anteriormente, os neutrinos seriam candidatos à matéria escura quente. Portanto, os dados do WMAP determinam que o limite superior para a densidade de relíquia dos neutrinos é $\Omega_\nu h^2 < 0,0076$ [2], ou seja, eles não são abundantes o bastante para ser a componente dominante da matéria escura.

1.2.4 Neutralinos

O neutralino[19] é uma partícula hipotética postulada pela supersimetria. A supersimetria propõe que para cada partícula conhecida existe um parceiro supersimétrico cujo spin difere por $1/2$. Tais partículas, até então hipotéticas, surgiriam da quebra espontânea da supersimetria. Tal quebra deve acontecer na faixa dos poucos TeV. Se a escala da supersimetria for da ordem de poucos TeV, poderemos ver os parceiros supersimétricos das partículas conhecidas sendo detectados no LHC. Existem, teoricamente, quatro neutralinos, eles são todos férmions e eletricamente neutros. Acredita-se que o mais leve dos quatro (\tilde{N}_0^1) seja estável. Eles são misturas dos gauginos (wino, zino e fotino) e do higgsino, ou seja, os parceiros supersimétricos dos bósons de calibre (gauge) e do bóson de Higgs. Como os neutralinos são férmions de Majorana, cada um deles é idêntico à sua antipartícula.

⁴ Isto será discutido a partir do Capítulo 3.

1.2.5 Neutrinos estéreis

Estas partículas hipotéticas são similares aos neutrinos do Modelo Padrão, mas sem a interação fraca. Eles foram propostos como candidatos à matéria escura em 1993 por Dodelson e Widrow[22].

Como foi mencionado na seção 1.2.3, não foram detectados até hoje neutrinos cuja quiralidade seja de mão direita. Todos os férmions elementares, exceto o neutrino, surgem em pares de quiralidade oposta, ou seja, são observados com quiralidade de mão esquerda e de mão direita. Por razões desconhecidas, as interações do Modelo Padrão são tais que ambos podem ser combinados em spinores de Dirac. Neutrinos, entretanto, são observados apenas como partículas de mão esquerda. Uma possível explicação é que os neutrinos de mão direita ainda não foram vistos, porque sua interação com as outras partículas é muito fraca. É conhecido que os neutrinos, por não terem cargas de cor ou elétrica, participam apenas da força fraca, que não acopla com partículas de mão direita. Isso sugere que os parceiros de mão esquerda dos neutrinos são singletos sob todas as interações de calibre. Tais partículas são chamadas de neutrinos estéreis. Por serem fracamente interagentes com a matéria usual, eles são bons candidatos à matéria escura.

1.3 Experimentos de detecção direta

Passamos agora a um resumo das características dos principais experimentos de detecção direta de matéria escura.

1.3.1 DAMA/LIBRA

É um um experimento de detecção de matéria escura localizado no interior da montanha de Gran Sasso, na Itália. O experimento é constituído de um cristal de Iodeto de Sódio (NaI) dopado com Tálcio (Ti) distribuído em uma matriz 5 por 5, como pode ser visto na Fig. (1.5). Cada um dos cristais está acoplado a um foto-multiplicador. Na primeira geração do experimento, DAMA/NaI, o detector era dotado de uma quantidade de $\approx 100\text{kg}$ de NaI. Já na segunda geração, DAMA/LIBRA, está sendo usada uma quantidade de $\approx 250\text{kg}$ de NaI.

Foi o primeiro experimento a detectar diretamente sinais de matéria escura na Terra. Observou uma oscilação anual [56], que pode ser devido à interação com a matéria escura que permeia o espaço ao redor do sistema solar, chamada de halo galáctico. Na Fig. (1.6) vemos a rotação da Terra em torno do Sol que se movimenta em torno de nossa galáxia. Supõe-se que o Sol esteja viajando dentro do halo galáctico de matéria escura. Conforme o Sol se desloca dentro deste halo, a Terra, que o acompanha, possui durante uma época do ano uma componente da velocidade no mesmo sentido do movimento do Sol, enquanto

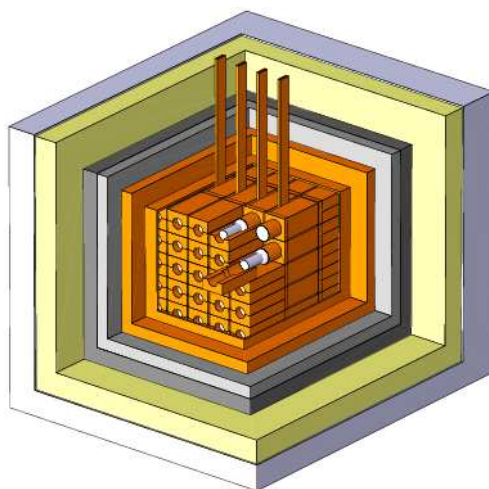


Fig. 1.5: *Aparato experimental apresentando a estrutura interna do experimento DAMA/LIBRA [55].*

em outra época possui uma componente da velocidade no sentido contrário ao movimento do Sol. Os resultados apresentados na Fig. (1.7) mostram essa sazonalidade na medida. Quando a Terra está no mesmo sentido do movimento do Sol, há um pico na detecção, e quando a Terra está com o seu movimento no sentido oposto ao do Sol, há uma diminuição na detecção de sinais de matéria escura. Esses resultados estão comparados com os outros experimentos na Fig. (1.12) apresentados como a região laranja e no gráfico da Fig. (1.14) estão delimitados pela linha vermelha sólida.

1.3.2 CoGeNT

O Experimento CoGeNT (*Coherent Germanium Neutrino Technology*) procura diretamente por sinais de interação entre partículas de matéria escura com um detector de germânio. Ele está localizado em um laboratório subterrâneo chamado Soudan Underground Laboratory em Soudan, Minnesota, EUA. O detector encontra-se numa profundidade de aproximadamente 713,5 m e funciona como um escudo contra raios cósmicos e radiação de fundo. Além disso, o detector está localizado dentro de uma espécie de cofre feito de chumbo e, dentro deste cofre, ainda está envolto por um cilindro de cobre. Esse aparato é mostrado na Fig. (1.8).

O detector é constituído de um cristal de germânio de 440 g de elevada pureza, resfriado em temperaturas abaixo de 77,2 K. Ele percebe apenas a ionização criada pelo recuo nuclear após a colisão com o WIMP e é capaz de distinguir e rejeitar eventos de fundo vindos da superfície através de uma medição de tempo dos sinais do detector. O CoGeNT tem uma vantagem de medir níveis energéticos muito baixos de aproximadamente 0,5 keV, o que

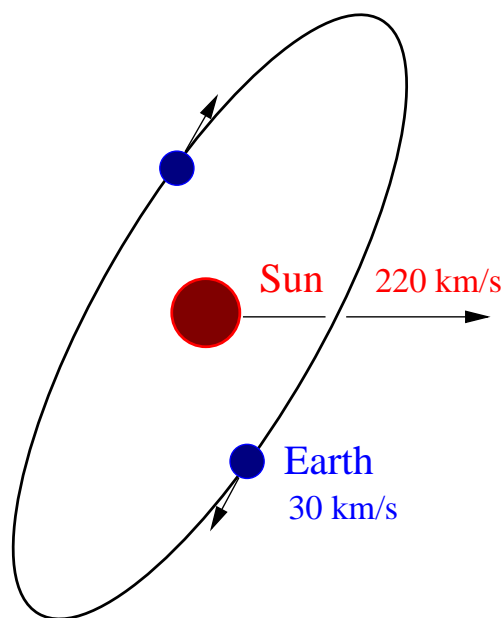


Fig. 1.6: Movimento da Terra em torno do Sol.

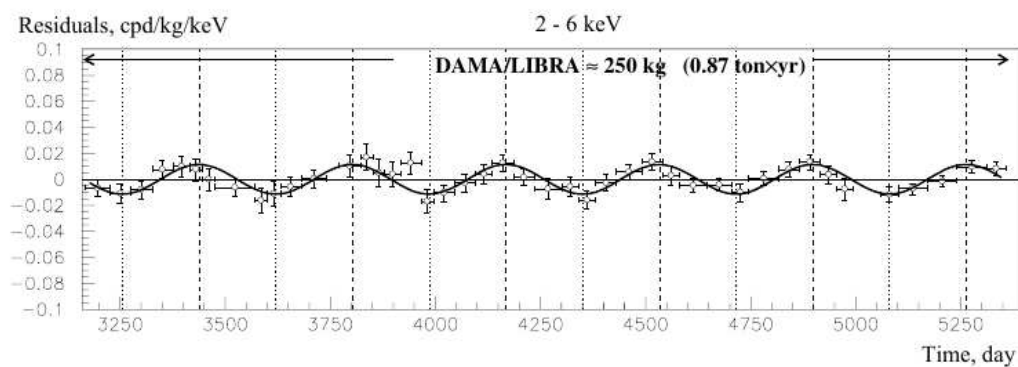


Fig. 1.7: Gráfico apresentando o resultado da modulação obtida pelo experimento DAMA/LIBRA durante 5250 dias [57].

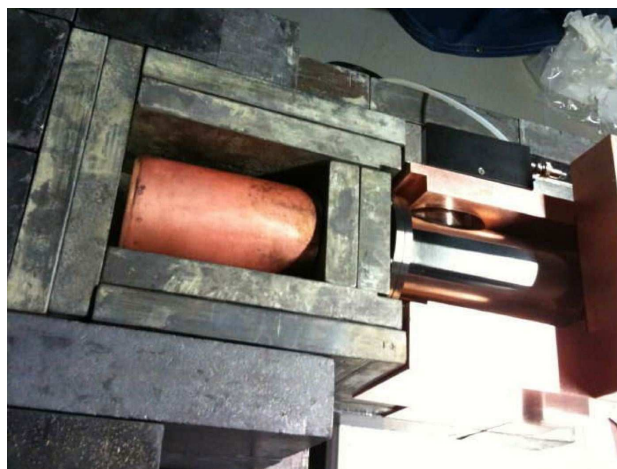


Fig. 1.8: *Aparato de proteção do cristal de germânio, que encontra-se dentro do cilindro de cobre presente na fotografia[59].*

permite a procura por eventos de recuo nuclear devido a partícula de matéria escura de massas relativamente baixas, ou seja, de $5\text{GeV}/c^2$.

Dados recentes obtidos apresentam um excesso de eventos que podem ser compatíveis com os WIMPs na região de massa de 7-11 GeV[58]. O que pode ajudar no entendimento da detecção feita pelo grupo DAMA/LIBRA. Tais resultados mostram uma modulação de sinais, que pode ser devido à matéria escura. Na Fig. (1.9) apresentamos um gráfico com o resultado obtido durante um período de 548 dias de medidas. A modulação vem da mesma hipótese da existência de um meio permeado por matéria escura apresentada na seção (1.3.1). No gráfico da Fig. (1.12) o resultado obtido pelo CoGeNT está sendo comparado com os outros experimentos de detecção direta. O CoGeNT está apresentado como a região amarela.

1.3.3 CRESST

O experimento CRESST (*Cryogenic Rare Event Search with Superconducting Thermometers*) procura por WIMPs de matéria escura através de um recuo atômico em detector constituído de um cristal composto de tungstato de cálcio (CaWO_4). O experimento está na fase 2, que iniciou em julho de 2013 e é composto de 18 módulos de detectores instalados em um tipo de carrossel, como pode ser visto na Fig. (1.10). Os detectores foram desenvolvidos de modo a medir sinais absorvidos pelo cristal de CaWO_4 , Fig. (1.11). Cada módulo possui um detector de fônons, constituído do cristal de CaWO_4 e um detector de luz, cada um conectado a um termômetro para a medida da energia de entrada da partícula incidente, bem como para a medida do aquecimento gerado pela luz absorvida pelo detector de luz.

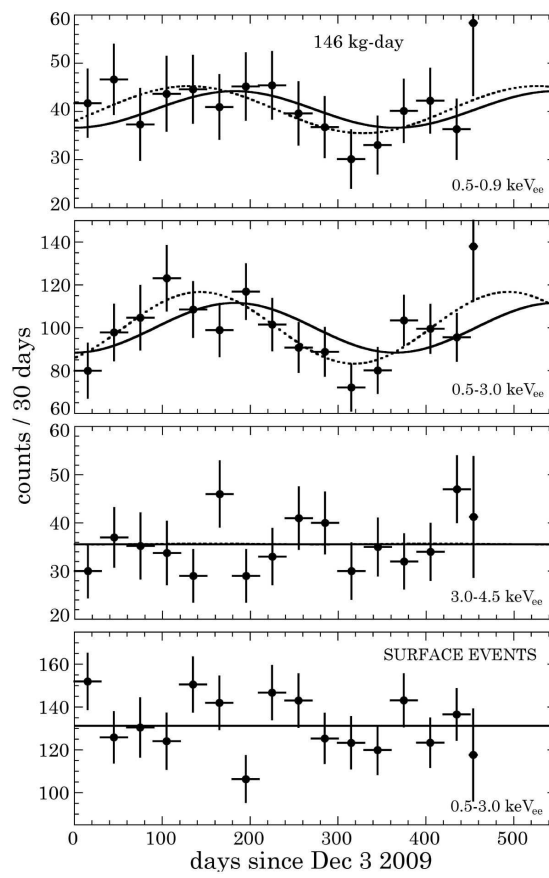


Fig. 1.9: Gráfico apresentando o resultado da modulação obtida pelo experimento CoGeNT durante 548 dias[58].

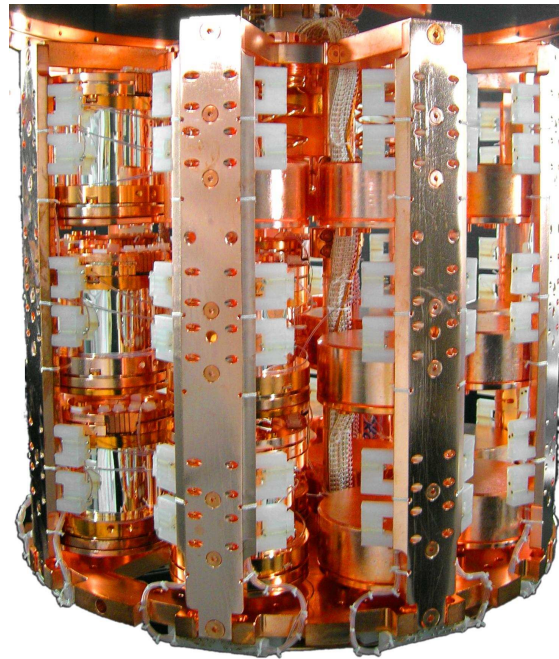


Fig. 1.10: *Aparato experimental CRESST. Aqui vemos o carrocel constituído de 18 módulos que carregam, cada um, um detector de cristal de CaWO_4 . Foto retirada do site: <http://www.cresst.de/material.html>.*



Fig. 1.11: *Detector de cristal de CaWO_4 . Foto retirada do site: <http://www.cresst.de/material.html>.*

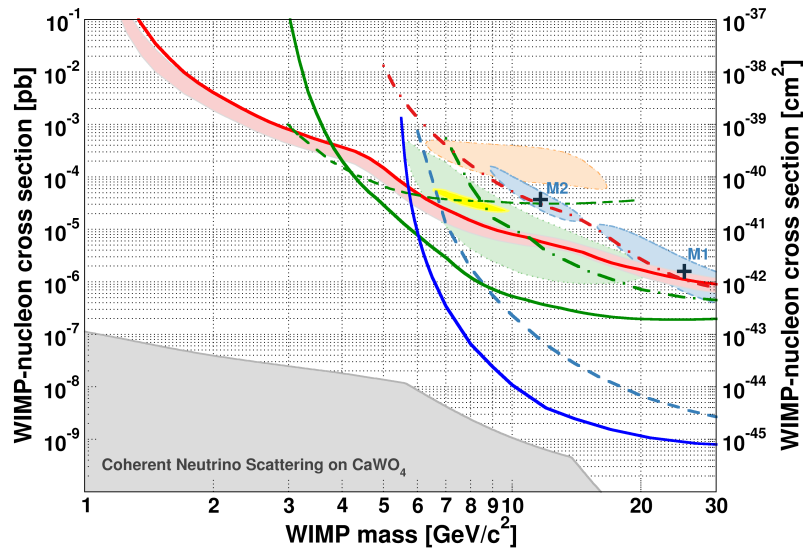


Fig. 1.12: A linha vermelho sólido apresenta o resultado de CRESST-II limitando os possíveis valores de seção de choque WIMP-nucleon e a massa do WIMP [61].

Foram medidos 67 eventos que não poderiam ser explicados pela radiação de fundo originária dos materiais e outros tipos de partículas que podem interferir com o experimento [60]. Tais medidas podem ser vistas como as regiões sombreadas M1 e M2 no gráfico da Fig. (1.12). Porém, na fase atual do experimento com um refinamento maior dos dados, tais eventos não foram mais medidos. Os resultados apenas definem um limiar de possibilidades para a medida dos WIMPs [61]. A Fig. (1.12) apresenta os limites de medida de alguns dos experimentos de detecção direta.

1.3.4 CDMS

O experimento CDMS (*Cryogenic Dark Matter Search*) consiste de cristais de germânio e de cristais de silício medindo a ionização e os fônons gerados pela interação com WIMPs. Essas duas medidas determinam a energia depositada em cada interação e dão a informações a respeito da partícula que causou o evento. O detectores do CDMS são discos de germânio ou silício resfriados até temperaturas da ordem de ≈ 10 mK. A temperatura extremamente baixa é necessária para limitar o ruído térmico que pode esconder os sinais de fônons da interação dos WIMPs. Atualmente a colaboração SuperCDMS (SCDMS) é o sucessor do experimento CDMS II, segunda fase do experimento, e do CDMS-I, que era localizado na mina em Soudan Minnesota, EUA. Após um breve período de teste em Soudan, o SCDMS planeja instalar-se em SNOLAB, em Sudbury, Canadá, um local muito mais profundo. Isto é importante, pois o solo em volta fornece um escudo natural contra as radiações e partículas indesejadas e assim reduz a interferência de partículas já conhecidas.

Os detectores do SuperCDMS são projetados com a primeira função de detectar sinais de fônons e a ionização gerados dentro do detector de cristal pelas colisões elásticas entre os núcleos dos átomos do detector e os WIMPs.

Os resultados foram publicados pela colaboração CDMS-I [62], CDMS-II [63]-[66], CDMS-lite [67](uma modificação no aparato experimental) e o atual SuperCDMS [68]. Na Fig. (1.12), podemos verificar tais resultados. A região verde clara apresenta o resultado medido pelo detector de Silício do CDMS-II [65].

1.3.5 LUX

O experimento LUX (*Large Underground Xenon*) está localizado no laboratório Sanford, em Lead, Dakota do Sul. Situado 4300 m abaixo da superfície, o detector encontra-se dentro de um tanque cilíndrico de 7,6 m de diâmetro e 6,1 m de altura, completo com água funcionando como um escudo para o detector. O detector é constituído de um alvo de 368 kg de xenônio altamente puro, com 250 kg em duas fases (líquido-gás), sendo monitorados em uma câmara de 48 cm. Tal monitoramento é realizado por dois conjuntos de tubos foto-multiplicadores, chamados de PMT's. Um dos conjuntos fica em cima da região com xenônio em estado gasoso, enquanto o outro conjunto fica embaixo do xenônio líquido. As interações que acontecem no interior do xenônio criam uma quantidade de luz proporcional à quantidade de energia depositada pela partícula detectada. No processo, dois sinais luminosos são detectados, um pelo conjunto de PMT's abaixo do xenônio líquido, chamado de (S1), e o outro sinal pelo conjunto de PMT's sobre o xenônio gasoso, chamado de (S2). O primeiro sinal S1 surge da colisão entre o WIMP e o nucleon. Nessa colisão, o átomo de xenônio fica excitado e emite um elétron que percorre o xenônio líquido e, ao chegar na região gasosa, emite o segundo sinal S2. A diferença de tempo entre os dois sinais nos dá a localização da colisão e nos ajuda a inferir a energia de recuo do núcleo do átomo de xenônio.

Os primeiros resultados obtidos pelo experimento LUX foram disponibilizados no fim de 2013. Em 2015 devem ser liberados mais resultados. Até então, não foram detectados sinais de WIMPs pelo experimento LUX. Um limite superior foi definido com 90% de limite de confiança para a seção de choque WIMP-Nucleon independente de spin com $\sigma = 7,6 \times 10^{-46}$ cm² para um WIMP de massa $m_\chi = 33$ GeV[69].

1.3.6 XENON

O experimento XENON está localizado em um complexo dentro da montanha de Gran Sasso no centro da Itália. O detector possui um isolamento para radiações e partículas de modo que se tenha apenas WIMPs entrando em contato com o detector. Ele é composto atualmente por 100 kg de xenônio, com uma redução de 100 vezes no ruído fundo, comparado



Fig. 1.13: *Visão superior do aparato experimental do XENON100. Podemos ver as células fotosensíveis que formam o sistema S2 de detecção de sinais. Foto retirada do site: <http://xenon.astro.columbia.edu>.*

ao experimento XENON10. O xenônio encontra-se dentro de um cilindro isolado em duas fases: gás e líquido. Possui células fotosensíveis no topo e no fundo do cilindro. A estrutura e o funcionamento são basicamente iguais aos do LUX.

O XENON100 ainda não detectou sinal de matéria escura. Porém, definiu uma faixa confiável de possíveis massas excluídas para as partículas de matéria escura [70]. Os dados obtidos pelo experimento XENON100 em um período de 225 dias fornecem um limite superior bastante restrito para massas $m_\chi > 8$ GeV com um mínimo de $\sigma = 2 \times 10^{-45}$ cm² para um WIMP de massa $m_\chi = 55$ GeV no processo de espalhamento WIMP-núcleon independente de spin.

Na Fig. (1.14) observamos a comparação entre todos os resultados de matéria escura obtidos até o momento. Vemos os resultados mais recentes obtidos pelo experimento LUX, delimitando a curva mais restrigente para a seção de choque de espalhamento independente de spin WIMP-núcleon.

1.3.7 ZEPLIN

O experimento ZEPLIN III é um detector de duas fases (líquido e gás) de xenônio que procura por WIMPs no laboratório subterrâneo Boulby no Reino Unido, em uma profundidade de 1100 m. Nessa profundidade, os raios cósmicos são reduzidos por um fator de um milhão. O alvo dos WIMP consiste em 12 kg de xenônio líquido e frio coberto por uma fina camada de vapor de xenônio. Ele possui 31 fotomultiplicadores imersos no líquido. O detector opera com campos elétricos maiores que o seu predecessor, ZEPLIN-II, e fornece maior precisão na reconstrução do ponto de interação. Os resultados do experimento ZEPLIN indicam que os possíveis WIMPs devem possuir seções de choque menores que $\sigma = 3,9 \times 10^{-40}$ cm² para

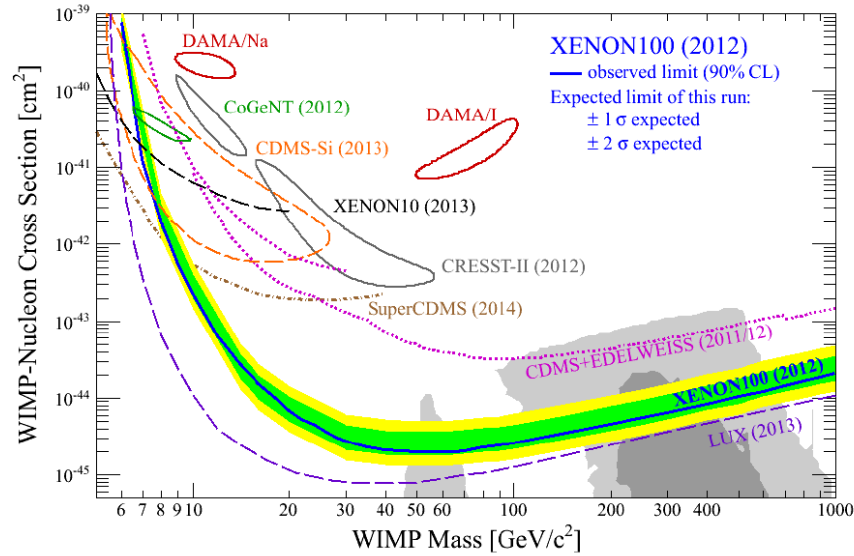


Fig. 1.14: Comparação entre as medidas dos experimentos de detecção direta[71].

um processo de espalhamento WIMP-núcleon com um WIMP de massa $m_\chi = 50 \text{ GeV}$ [72].

O programa ZEPLIN foi concluído em 2012. A maior parte do grupo juntou-se aos colegas do experimento LUX. Juntos estão planejando o experimento da próxima geração LUX-ZEPLIN (LZ).

1.3.8 Edelweiss

A colaboração EDELWEISS-II completou a procura direta por WIMPs. Uma seção de choque de $4,4 \times 10^{-8} \text{ pb}$ está excluída com 90%CL para WIMPs de massa $m_\chi = 85 \text{ GeV}$ [73]. Composto de um conjunto de 10 detectores criogênicos de 400 g de germânio em operação no laboratório subterrâneo de Modane na França. A próxima fase do experimento, EDELWEISS-III, objetiva testar regiões de espalhamento WIMP-núcleon de 10^{-9} pb . Os dados são esperados para este ano.

Boa parte do conhecimento e dos equipamentos do EDELWEISS estarão em aplicação em um novo experimento em conjunto com o superCDMS no experimento intitulado EURECA [74]. Ele terá como objetivo atingir uma região de $3 \times 10^{-10} \text{ pb} = 3 \times 10^{-46} \text{ cm}^2$ e será constituído de um cristal de germânio com um cristal de tungstato de cálcio (CaWO_4).

1.4 Experimentos de detecção indireta

Além dos experimentos que objetivam a medida direta de matéria escura, alguns experimentos pretendem medir algumas outras grandezas, porém indiretamente acabaram confir-

mando a necessidade da existência de matéria escura para que seus resultados tenham uma interpretação significativa.

1.4.1 INTEGRAL

O INTEGRAL (*International Gamma-Ray Astrophysics Laboratory*) é o laboratório internacional de astrofísica de raios gama da Agência Espacial Européia. Ele observa o universo nas faixas de frequência de raios-X e frequências baixas de raios gama. Foi colocado em órbita em 17 de outubro de 2002 e, em 2007, foi publicado um artigo [14] onde apresentam uma linha de 511 keV que resulta de um excesso de pósitrons. Tal resultado pode ser explicado quando é introduzida uma componente de matéria escura no cálculo.

1.4.2 PAMELA

A missão PAMELA usa um espectrômetro magnético permanente com uma variedade de detectores especializados para identificar partículas e, assim, determinar e medir a abundância e o espectro de energia de raios cósmicos, elétrons, pósitrons, antiprótons e núcleos leves em um regime de energia bastante vasto de 5 MeV até algumas centenas de GeV, dependendo da espécie.

O PAMELA foi colocado em órbita elíptica em uma altitude entre 350 e 610 km, a bordo do satélite russo Resurs-DK1 pelo foguete Soyuz, em 15 de junho de 2006. Em setembro de 2010, a órbita foi mudada para uma circular de altitude de 570 km e permanece assim desde então.

O objetivo primário da missão PAMELA é estudar as componentes de antimatéria da radiação cósmica de modo a procurar por evidências da aniquilação de partículas de matéria escura por meio da medida do espectro de energia de antiprótons e pósitrons. Além disso, procurar por anti-núcleos, em particular pelo anti-hélio. Por fim, pretende testar os modelos de propagação de raios cósmicos através de medidas precisas do espectro de energia das antipartículas e de estudos precisos de núcleos leves e seus isótopos.

Em nosso estudo estamos interessados em sua busca pela aniquilação de partículas de matéria escura em pósitrons. Os dados obtidos até o momento [15, 16] apresentam um resultado para o fluxo de pósitrons que até o momento não pode ser explicado com os modelos de geração primários e secundários, ou ambos em conjunto. A geração primária se dá na aceleração dos pósitrons em explosões cósmicas como em uma supernova, enquanto, a geração secundária se dá na interação dos raios cósmicos com um gás qualquer, produzindo os pósitrons.

Na Fig. (1.15) temos os dados medidos pelo PAMELA para o espectro de energia dos pósitrons e algumas previsões teóricas [75, 76]. Como pode ser visto, a única previsão

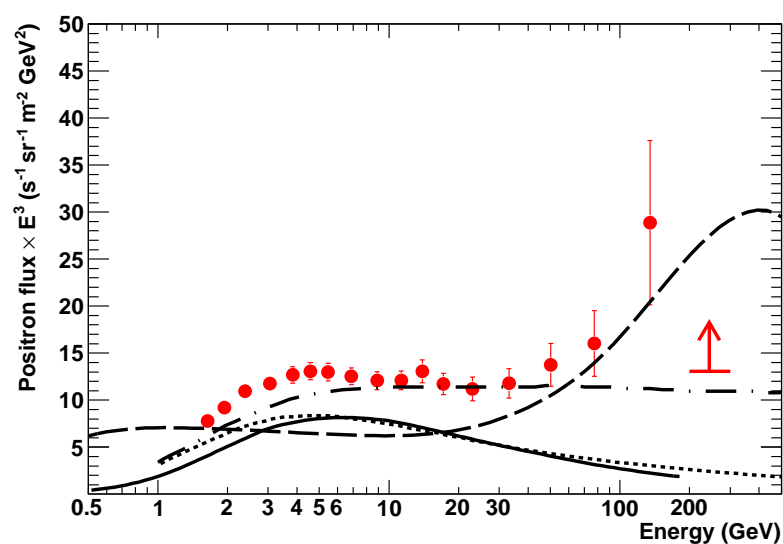


Fig. 1.15: *Dados do espectro de energia de pósitrons medidos pelo PAMELA e os cálculos teóricos. A linha sólida mostra o cálculo original de GALPROP [75] para a produção puramente secundária de pósitrons durante a propagação dos raios cósmicos na galáxia. As linhas pontilhada e traço-pontilhada mostram os cálculos recentes [76] para pósitrons secundários e pósitrons secundários mais primários, respectivamente. A linha tracejada mostra um cálculo para pósitrons secundários mais os primários vindos da aniquilação de matéria escura [77]. Gráfico retirado de [16].*

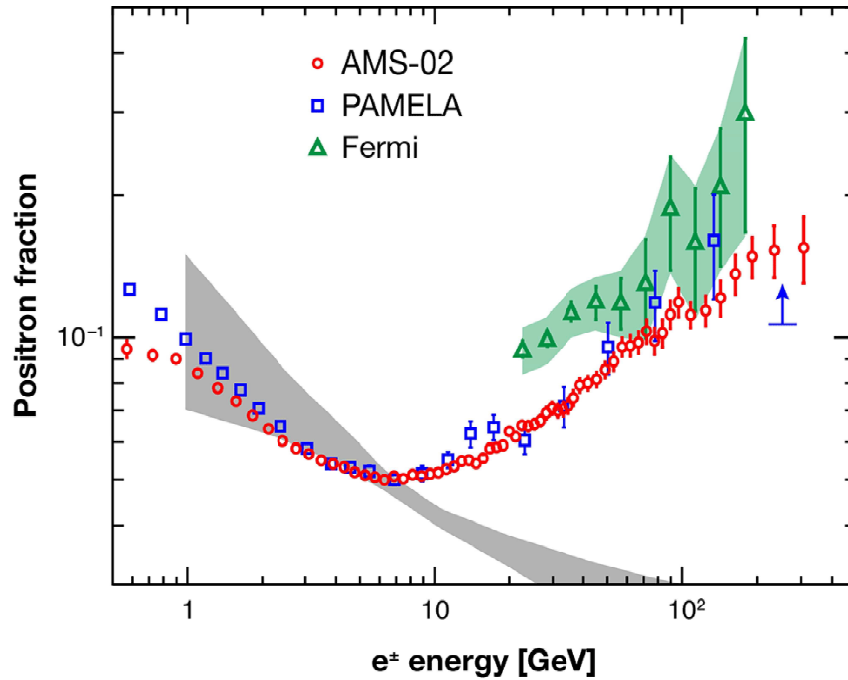


Fig. 1.16: A fração de pósitrons comparada com as mais recentes medidas de PAMELA [16] e Fermi-LAT [79]. Gráfico retirado de [78].

teórica que se aproxima dos dados é a que inclui a aniquilação de matéria escura gerando pósitrons [77]. Enquanto as outras previsões apresentam uma queda do fluxo de pósitrons para energias maiores, os dados de PAMELA e a referência [77] apresentam um crescimento na mesma região.

1.4.3 AMS-02

O espectrômetro magnético Alpha (AMS-02) é um detector designado para operar como um módulo externo na Estação Espacial Internacional. Tem por objetivo procurar por antimatéria e matéria escura enquanto mede com precisão o fluxo e a composição dos raios cósmicos. Orbitando a Terra a bordo da Estação Espacial Internacional a uma altitude de 300 km, o AMS-02 consiste de um espectrômetro magnético para medir o sinal da carga de cada partícula que passa pelo instrumento.

O experimento realizou a medida da fração de pósitrons primários nos raios cósmicos no regime de energia de 0,5 até 350 GeV obtendo $6,8 \times 10^6$ eventos de pósitrons e elétrons. Na Fig. (1.16) temos a fração de pósitrons medida pelo AMS-02 [78], comparada com as medidas de Fermi-LAT [79] e PAMELA [16]. Observamos uma grande quantidade de dados medidos pelo AMS-02. Além disso, vemos o crescimento do fluxo com o aumento da energia na região de 20 até 250 GeV, da mesma forma que acontece nos outros experimentos, o que

poderia apontar para a necessidade de uma nova física para explicar este resultado, ou seja, é necessário que se introduza a aniquilação de partículas de matéria escura resultando em pósitrons.

1.4.4 Fermi-LAT

O LAT (*Large Area Telescope*) é o principal instrumento do telescópio espacial de raios cósmicos Fermi. Originalmente chamado de GLAST (*Gamma-ray Large Area Space Telescope*) foi posteriormente renomeado em homenagem ao físico Enrico Fermi. Ele foi colocado em órbita em 11 de junho de 2008. O LAT é um telescópio de imagens de altas energias de raios cósmicos cobrindo energias de 20 MeV até mais de 300 GeV. O campo de visão do LAT cobre em torno de 20% do céu todo o tempo, e varre continuamente todo o céu a cada três horas.

Os resultados obtidos pelo Fermi-LAT estão em [79] e podem ser vistos na Fig. (1.16). Também apresenta um crescimento do fluxo para energias maiores, sendo que esse resultado também poderia sinalizar a necessidade da inclusão da matéria escura na interpretação de tais dados.

Capítulo 2

Cosmologia

Em 1929, Edwin Hubble publicou um trabalho[80] em que apresenta as medidas do deslocamento de algumas nebulosas. Ele notou que, vista da Terra, a luz de todas elas apresentavam um desvio para o vermelho, indicando um afastamento, cujo módulo da velocidade é proporcional a distância entre as nebulosas e a Terra. Essa foi a primeira evidência da expansão do universo. Neste capítulo, vamos ver como é construído o modelo cosmológico padrão e o que é necessário para que o universo esteja em expansão.

2.1 Expansão do Universo

Para construirmos um modelo cosmológico necessitamos de alguns ingredientes fundamentais: as equações de Einstein, relacionando a geometria do universo com a matéria e a energia nele contidos; uma métrica, descrevendo a geometria do problema; e as equações de estado, especificando as propriedades físicas dos constituintes de matéria e energia.

As equações de Einstein para a relatividade geral são dadas por

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = -8\pi GT_{\mu\nu} \quad (2.1)$$

com

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R, \quad (2.2)$$

onde $G_{\mu\nu}$ é o tensor de Einstein, $R_{\mu\nu}$ e R são o tensor e o escalar de Ricci, $g_{\mu\nu}$ é o tensor métrico, G é a constante gravitacional, $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momentum e Λ é a constante cosmológica. O termo com a constante cosmológica foi introduzido por Einstein para obter um universo estacionário. Ele voltou atrás nessa tentativa quando Hubble apresentou seus resultados a respeito da expansão do universo. Hoje sabemos que ela está associada à energia escura.

Tais equações fornecem uma importante ferramenta no estudo da cosmologia. Nelas, o

lado esquerdo da eq. (2.1), ou seja, o lado do tensor de Einstein, fornece toda informação a respeito da geometria do espaço-tempo. Já no lado direito, temos toda informação a respeito da matéria e da energia que constituem o universo. Dessa forma, as equações de Einstein relacionam geometria e matéria, ou seja, nos mostram como a matéria e a energia afetam a geometria do espaço-tempo.

A definição da métrica depende das propriedades do espaço-tempo. O universo em sua imensidão nos parece um grande vazio com seus constituintes, gases, planetas, estrelas, galáxias, buracos negros etc, distribuídos aleatoriamente no espaço. Suas propriedades físicas também parecem ser aleatórias. Porém, o que se observa é que, para grandes distâncias, ele parece oferecer as mesmas condições, ao mesmo tempo, em todas as direções, ou seja, ele parece ser isotrópico. Essa isotropia é verificada também na radiação cósmica de fundo medida pelo WMAP[2]. Entretanto, essa isotropia não será verificada por um observador viajando com a metade da velocidade da luz. Para ele, as luzes vindas de estrelas e a radiação cósmica de fundo parecerão estar vindo mais depressa da direção para onde está indo do que qualquer outra direção. Portanto, quando falarmos em isotropia estaremos trabalhando com observadores com velocidades típicas de galáxias na sua vizinhança. Além disso, o universo parece ser homogêneo para grandes distâncias e essa condição tem grande relevância para o que chamamos de modelo cosmológico padrão. Ao assumirmos que o universo é isotrópico e homogêneo significa que estamos utilizando o chamado princípio cosmológico, nos leva a utilizar um sistema de coordenadas do espaço-tempo tal que a métrica assumira a forma simples da métrica de Friedmann-Robertson-Walker (FRW). Com isso, o elemento de linha deve ter a seguinte forma,

$$ds^2 = dt^2 - a^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right), \quad (2.3)$$

cuja métrica $g_{\mu\nu}$ é da forma

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{a^2(t)}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a^2(t)r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a^2(t)r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Em (2.3), a é o fator de escala que depende do tempo e a constante k pode assumir os valores $k = -1, 0, 1$, dependendo se a geometria é, respectivamente, aberta, plana, ou fechada. Para entendermos a geometria do universo precisamos analisar as equações de Einstein. O tensor

de Ricci é uma contração do tensor de Riemann, ou seja,

$$R_{\mu\nu} = g^{\lambda\alpha} R_{\lambda\mu\alpha\nu} = R_{\mu\lambda\nu}^{\lambda}, \quad (2.5)$$

que é escrito na forma

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\lambda\nu}^{\lambda} = \frac{\partial\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}}{\partial x^{\lambda}} - \frac{\partial\Gamma_{\mu\lambda}^{\nu}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma_{\alpha\lambda}^{\lambda}\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} - \Gamma_{\mu\lambda}^{\alpha}\Gamma_{\nu\alpha}^{\lambda} \quad (2.6)$$

onde $\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}$ é a conexão afim dada por,

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}g^{\lambda\sigma} \left[\frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial g_{\sigma\mu}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\sigma}} \right]. \quad (2.7)$$

Assim, obtemos que os termos não nulos do tensor de Einstein são:

$$G_0^0 = -3 \left(\frac{\dot{a}^2 + k}{a^2} \right), \quad (2.8)$$

$$G_1^1 = G_2^2 = G_3^3 = - \left[\frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2 + k}{a^2} \right]. \quad (2.9)$$

A informação quanto à matéria e energia, ou seja, as densidades e os fluxos de energia e momentum gerados pelas fontes presentes e que determinarão a geometria do espaço-tempo, vêm do tensor energia-momentum presente no lado direito das equações de Einstein. As componentes do tensor energia-momentum de um fluido perfeito num sistema qualquer de coordenadas são dadas por

$$T^{\mu\nu} = (p + \rho)u^{\mu}u^{\nu} - pg^{\mu\nu}, \quad (2.10)$$

onde u^{μ} é a quadrivelocidade do fluido e p e ρ a pressão e a densidade de energia medidas por um observador em repouso em relação ao fluido, como é o caso em estudo.

A quadrivelocidade é dada por

$$u^{\mu} = (1,0,0,0). \quad (2.11)$$

As únicas componetes não nulas do tensor são

$$T_0^0 = \rho, \quad (2.12)$$

$$T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -p. \quad (2.13)$$

Com isto e com as eq. (2.8) e (2.9) encontramos as equações de Friedmann:

$$\left[\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right]^2 + \frac{k}{a^2(t)} = \frac{8\pi G}{3} \rho_{tot} \quad (2.14)$$

$$2 \frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = - \left[\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right]^2 - \frac{k}{a^2(t)} - 8\pi G p, \quad (2.15)$$

onde ρ_{tot} é a densidade de energia total do universo, tendo contribuições de matéria, radiação e energia escura, ou seja, $\rho_{tot} = \rho_m + \rho_r + \rho_\Lambda$.

O parâmetro de Hubble, que depende do tempo, é definido como

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (2.16)$$

e governa a expansão local de acordo com a lei de Hubble, $v = Hd$, onde v é a velocidade de recessão e d é a distância. Podemos reescrever a eq. (2.14) utilizando o parâmetro de Hubble, ou seja,

$$\rho_{tot} = \frac{3H^2}{8\pi G} + \frac{3k}{8\pi G a^2}. \quad (2.17)$$

Teremos o universo plano ($k = 0$) quando a densidade de energia for igual à densidade crítica ρ_c , dada por

$$\rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (2.18)$$

Agora, definiremos a quantidade Ω_i de uma substância i , como

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_c}, \quad (2.19)$$

que nos fornece a informação a respeito da quantidade de determinada espécie de matéria ou energia em relação à densidade crítica. O índice i pode ser matéria ordinária, matéria escura, radiação ou energia escura. Dessa forma, Ω_i está relacionado com a densidade total da seguinte forma

$$\Omega = \sum_i \Omega_i \equiv \sum_i \frac{\rho_i}{\rho_c} = \frac{\rho_{tot}}{\rho_c}. \quad (2.20)$$

Assim, substituindo (2.16), (2.18) e (2.20) em (2.14), obtemos

$$\Omega - 1 = \frac{k}{H^2 a^2}. \quad (2.21)$$

Observando a eq. (2.21), verificamos que há uma relação entre a densidade e a curvatura do espaço-tempo. Assim,

$$\rho_{tot} = \rho_c \rightarrow \Omega = 1 \rightarrow k = 0, \quad (2.22)$$

$$\rho_{tot} > \rho_c \rightarrow \Omega > 1 \rightarrow k > 0, \quad (2.23)$$

$$\rho_{tot} < \rho_c \rightarrow \Omega < 1 \rightarrow k < 0. \quad (2.24)$$

Como já havíamos antecipado, o valor de k nos informa qual a geometria do universo, ou seja, $k = -1, 0, 1$, dependendo se a geometria é, respectivamente, aberta, plana, ou fechada. Portanto, a partir das equações de Einstein verificamos a relação íntima entre a densidade de matéria e energia presentes no universo e sua geometria.

2.2 Mapeamento da radiação cósmica de fundo

A radiação cósmica de fundo (RCF) é o que restou de informação a respeito do início do universo. Quando o universo nasceu, há aproximadamente 14 bilhões de anos atrás, ele era preenchido por um plasma denso e quente de partículas, prótons, neutrões, elétrons, em sua maioria, e fótons. Em particular, nos primeiros 380 mil anos, os fótons estavam constantemente interagindo com os elétrons livres, não podendo viajar por longas distâncias. Isso significa que o universo era opaco, como em um dia de neblina. Entretanto, o universo estava expandindo e, conforme ocorria tal expansão, ele tornava-se cada vez mais frio. Quando o universo estava com a energia e temperatura suficientes, elétrons e prótons se uniram para formar átomos neutros. Nesse momento, os átomos não podem mais absorver a radiação, que agora está livre para se propagar. A partir de então, o universo se torna transparente. A fase de formação dos átomos neutros ganhou o nome de recombinação, e a fase dos fótons livres para viajar pelo espaço é chamada de desacoplamento de fótons. Tais fótons viajam livremente desde então e foram perdendo energia devido à expansão do universo, que fez com que seus comprimentos de onda aumentassem ($\lambda = \frac{c}{\nu}$). Portanto, a temperatura efetiva desta radiação está muito próxima do zero absoluto, aproximadamente 2,7 K.

A existência RCF foi postulada teoricamente no final dos anos 40 por George Gamow, Ralph Alpher e Robert Herman [81], que estudaram as consequências da nucleosíntese dos elementos leves, como hidrogênio, hélio e lítio, no princípio do universo. Eles descobriram que para sintetizar os núcleos desses elementos, o universo primordial precisaria estar extremamente quente, e a radiação liberada neste processo deveria permear todo o universo, sendo detectável ainda hoje. Eles estimaram a temperatura desta radiação em aproximadamente 5 K. Tal radiação só foi descoberta anos depois, em 1964, por Arno Penzias e Robert

Wilson[82] e, por esta razão, foram premiados com o Nobel de Física em 1978.

Hoje, a análise das anisotropias permite testar os modelos cosmológicos e definir os seus parâmetros. O processo de determinação dos parâmetros cosmológicos através da análise das pequenas perturbações de temperatura por todo o céu foge do escopo deste trabalho. Tais determinações podem ser encontradas em alguns artigos [83, 84, 85, 86]. Vamos agora apresentar os experimentos dedicados especialmente para a verificação das anisotropias na RCF.

2.3 Medidas da radiação cósmica de fundo

2.3.1 COBE

O COBE (Cosmic Background Explorer) era um satélite dedicado a medidas cosmológicas. Ele foi lançado em 18 de novembro de 1989 e carregava três instrumentos de medida: DIRBE, DMR e FIRAS. O DIRBE (*Diffuse Infrared Background Experiment*) mapeava o céu através da medida da radiação infravermelha de fundo nas faixas de comprimento de onda de 1,25 até 240 μm . A medida da radiação infravermelha de fundo feita pelo COBE ajudou no ajuste de modelos da história cosmológica de formação de estrelas, o acúmulo ao longo do tempo da poeira e elementos mais pesados que o hidrogênio. Tal poeira tem desempenhado um importante papel na formação de estrelas durante a maior parte da história. O DMR (*Differential Microwave Radiometer*) mapeava a radiação cósmica sensivelmente, procurando por pequenas variações de temperatura entre diferentes partes do céu. O instrumento consiste de seis radiômetros de microondas, dois canais quase independentes que operavam em três frequências distintas: 31,5, 53, and 90 GHz. Essas frequências foram escolhidas para minimizar a contaminação da emissão galáctica. O FIRAS (*Far Infrared Absolute Spectrophotometer*) comparava o espectro da RCF com a radiação do corpo negro. Ele forneceu evidências que dão suporte à teoria do Big Bang: mostrou que a RCF é quase o espectro perfeito do corpo negro e que tal radiação possuía leves anisotropias, o que pode ser visto na Fig. (2.1). O FIRAS mediu o espectro em 34 pontos igualmente espaçados ao longo da curva do corpo negro. Na figura, a barra de erro dos pontos experimentais não pode ser vista, pois é menor que a espessura da linha do corpo negro. As anisotropias surgem como flutuações na temperatura e a medida obtida pelo COBE fornece [42]:

$$\frac{\delta T}{T} = 1,1 \times 10^{-5}. \quad (2.25)$$

Além disso, dois dos principais cientistas envolvidos com o satélite, George Smoot e John Mather, ganharam o prêmio Nobel de Física em 2006 pelo trabalho no projeto COBE.

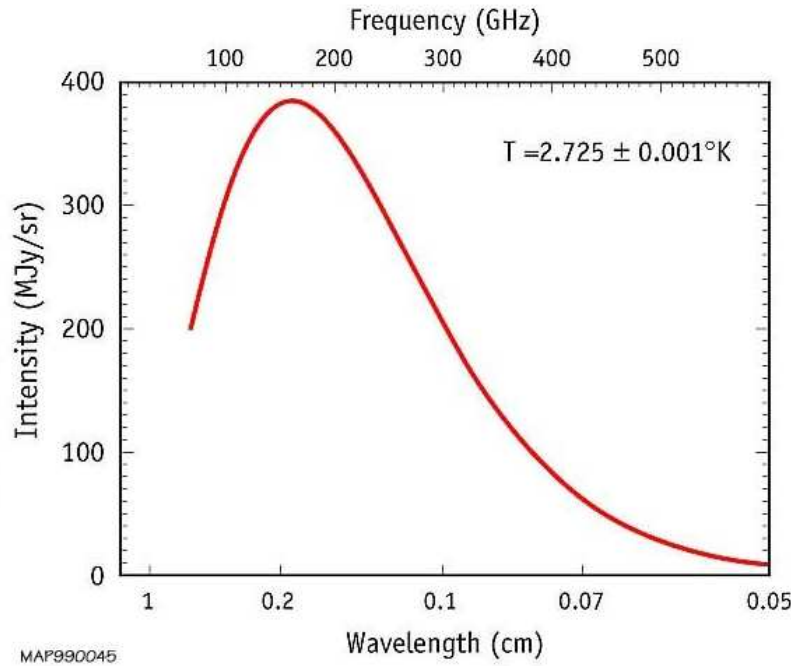


Fig. 2.1: A figura mostra a predição teórica da RCF comparada com a medida de FIRAS/COBE. http://map.gsfc.nasa.gov/universe/bb_tests_cmb.html.

2.3.2 WMAP

Originalmente chamado de MAP, que em uma tradução simples significa sonda de anisotropia de microondas, passou a ser chamado de WMAP em homenagem a um de seus colaboradores, o cosmólogo David Todd Wilkinson, que faleceu em 2002 durante a operação da sonda. O projeto WMAP[1, 2] substituiu o satélite COBE no estudo da RCF com instrumentos 45 vezes mais precisos e com uma resolução angular 33 vezes maior que seu predecessor. O WMAP consiste de um conjunto de radiômetros de microondas resfriados passivamente.

As medidas realizadas pelo WMAP tiveram papel fundamental no estabelecimento do atual modelo padrão da cosmologia, o modelo Λ -CDM. Daremos uma atenção especial para este modelo na próxima seção. Os dados de WMAP descrevem muito bem um universo dominado por energia escura na forma da constante cosmológica Λ . Outros resultados importantes foram estabelecidos pelo WMAP. A idade do universo é $13,772 \pm 0,059$ bilhões de anos. A taxa de expansão do universo é $69,32 \pm 0,80 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$. O conteúdo total do universo se divide em $4,628\% \pm 0,093\%$ de matéria ordinária, $24,02\%_{-0,87\%}^{+0,88\%}$ de matéria escura fria que não emitem nem absorvem luz, e $71,3\%_{-0,96\%}^{+0,95\%}$ de energia escura na forma da constante cosmológica que acelera a expansão do universo. O fator de curvatura é $\Omega_k = -0,0027_{-0,0038}^{+0,0039}$, determinando que a curvatura do universo é plana com um erro de

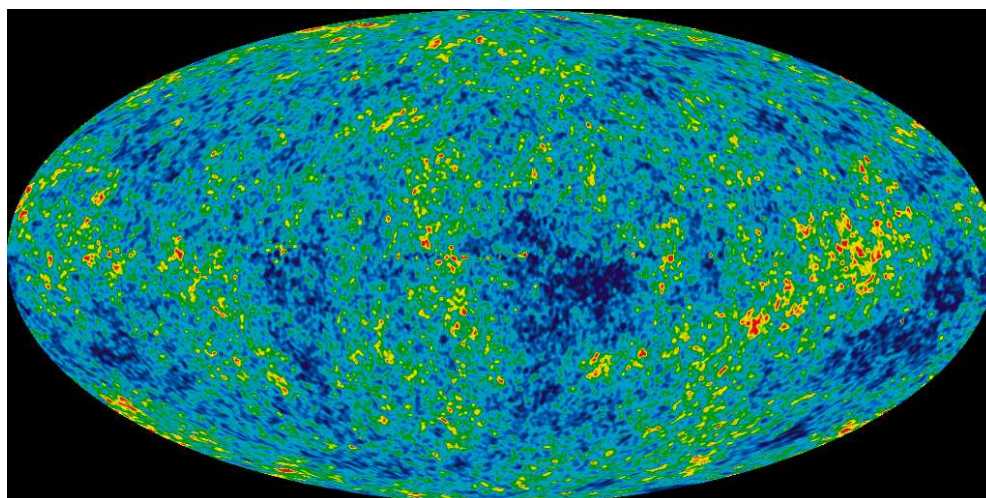


Fig. 2.2: Mapa da temperatura do universo primordial. Figura retirada do site <http://map.gsfc.nasa.gov/media/121238/index.html>.

0,4%.

A Fig.(2.2) mostra o mapa de todo o céu do universo jovem obtido através de nove anos de dados do WMAP [2]. A imagem revela flutuações na temperatura de 13,77 bilhões de anos (mostradas com cores diferentes) que correspondem às sementes que criaram as primeiras galáxias. O sinal de nossa galáxia foi subtraído usando dados de multi-frequência. Essa imagem mostra um regime de temperatura de $\pm 200 \mu\text{K}$.

2.3.3 Planck

O Planck foi uma sonda espacial criada pela Agência Espacial Européia que observou o universo em comprimentos de onda entre 0,3 mm e 11,1 mm, cobrindo amplamente o infravermelho, microondas e radio-frequências. Ele foi posto em órbita em maio de 2009 e tirado de operação em outubro de 2013. O principal objetivo era estudar a RCF por todo o céu com sensibilidade e resolução maiores que dos seus predecessores. Ele conseguia um alcance de observação em 9 bandas de frequências, diferentemente do WMAP, que só conseguia 5 bandas.

A Fig. (2.3) apresenta a resolução da medida por cada umas das sondas COBE, WMAP e Planck. Fica evidente, portanto, a evolução na resolução e na sensibilidade dos instrumentos de medida da RCF. Os resultados [3, 4] obtidos indicam que o universo está expandindo a uma taxa pouco mais lenta do que se pensava, $H_0 = 67,74 \pm 0,46 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. O universo é mais velho do que os dados do WMAP indicavam e, após a análise dos dados obtidos pelo Planck determinou-se que o universo tem $13,82 \times 10^9$ anos, aproximadamente 120 milhões de anos a mais do que WMAP havia medido. Outro resultado importante determinado é

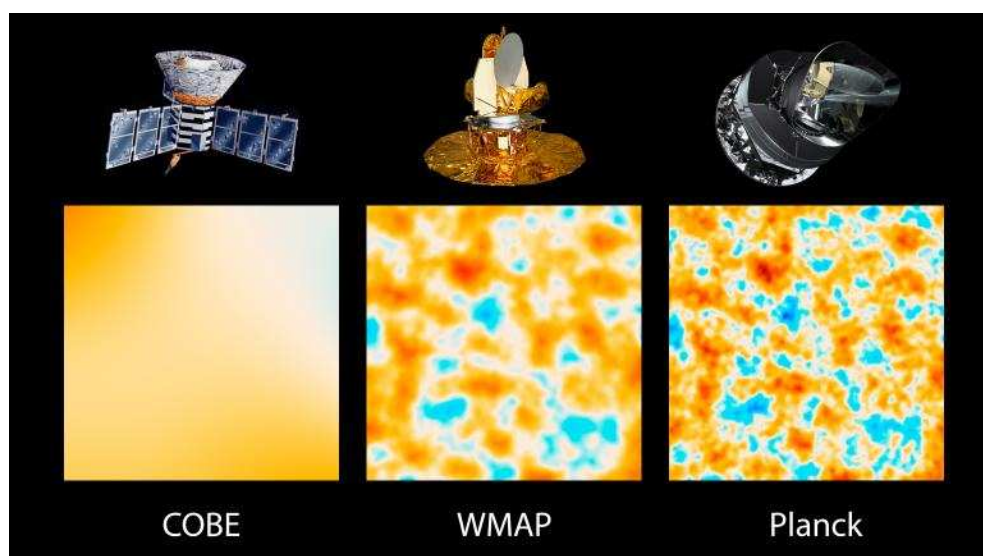


Fig. 2.3: *Radiação cósmica de fundo medido pelas 3 mais importantes sondas, COBE, WMAP e Planck. As cores destacam as regiões mais frias (azul) e as regiões mais quentes (amarelo e vermelho). Figura retirada do site <http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA16874>.*

que há uma diferença nas distribuições de matéria e energia. A Fig. (2.4) nos apresenta a relação dos dados obtidos pelo WMAP[2], disco da esquerda, com os dados obtidos pelo Planck, disco da direita. Vemos um acréscimo na quantidade de matéria escura, que agora constitui 26,8% do universo, e um acréscimo na quantidade de matéria ordinária, que agora constitui 4,9% do universo. A energia escura contempla os 68,3% restantes, diferentemente dos 72,3% medidos pelo WMAP.

2.4 Modelo Λ CDM

O atual modelo padrão da cosmologia, o Lambda(Λ)-CDM, engloba todas as informações obtidas até o momento a respeito do universo e suas propriedades. Ele assume que o universo está expandindo de acordo com o termo geométrico Λ , que representa a constante cosmológica da relatividade geral de Einstein. Λ tem uma forte relação com a energia escura, uma forma de energia desconhecida que governa a expansão acelerada do espaço-tempo.

A matéria escura fria é descrita como sendo fria, pois sua velocidade era não relativística na época da igualdade radiação-matéria. Também pode ser não bariônica (consistindo de outro tipo de matéria diferente de prótons e nêutrons). Essa componente de matéria está estimada nos dias de hoje como sendo aproximadamente 27% da densidade de massa-energia do universo. Os 5% restantes da densidade total do universo compreendem toda a matéria e radiação observadas como as partículas conhecidas, elementos químicos, fótons e objetos

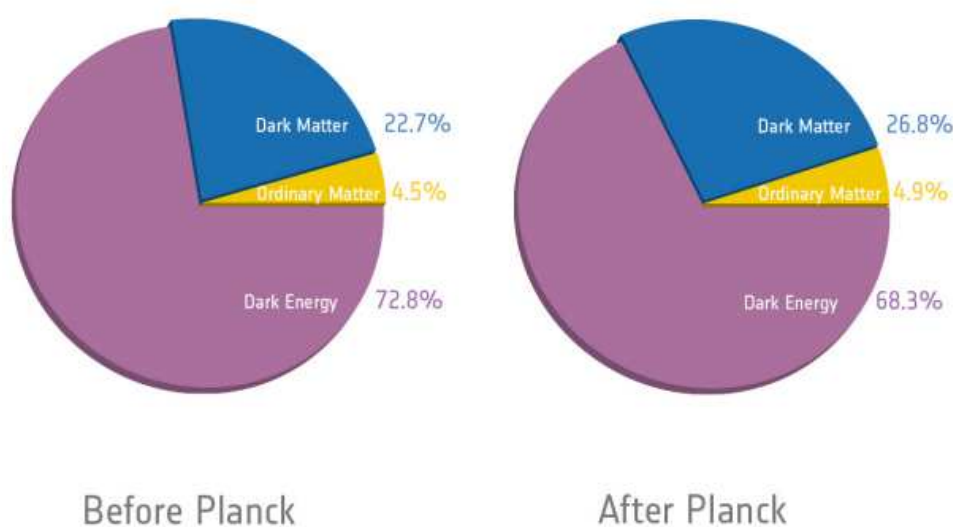


Fig. 2.4: *Constituição de matéria e energia do universo comparando os dados anteriores ao Planck (disco esquerdo) com os dados obtidos pelo Planck (disco direito). Figura retirada do site <http://sci.esa.int/planck/51557-planck-new-cosmic-recipe/>.*

visíveis, como estrelas, planetas e galáxias.

Todos os modelos cosmológicos são baseados no princípio cosmológico de isotropia e homogeneidade, ou seja, o universo apresenta as mesmas propriedades em qualquer ponto visto de qualquer ponto no universo. Dessa forma, a parte do universo que conseguimos observar diretamente é uma amostra suficientemente representativa do resto do universo.

O modelo Λ CDM inclui a métrica de expansão do espaço-tempo já apresentada no princípio deste capítulo, que é evidenciada pela observação do desvio para o vermelho das galáxias observada por Hubble, sendo que o modelo assume a geometria espacial plana para o universo.

O modelo aceita como início do universo um evento único chamado de Big Bang ou singularidade original, que não foi uma explosão, mas uma expansão abrupta do espaço-tempo contendo radiação a temperaturas em torno de 10^{15} K. Ele é baseado em seis parâmetros: a idade do universo, densidade bariônica, densidade de matéria, a amplitude das flutuações iniciais, a dependência de escala desta amplitude e a época de formação das primeiras estrelas. Esses parâmetros ajustam todos os dados cosmológicos conhecidos. Tais parâmetros foram determinados e fixados pelos experimentos de análise da RCF, COBE, WMAP e Planck. Abaixo vemos uma tabela com os parâmetros que definem o modelo obtidos pelos últimos resultados do experimento Planck[4].

Parâmetro	Valor	Descrição
$\Omega_b h^2$	$0,02230 \pm 0,00014$	Densidade bariônica
$\Omega_c h^2$	$0,1188 \pm 0,0010$	Densidade de Matéria escura
t_0	$13,813 \pm 0,047 \times 10^9$ anos	Idade do universo
n_s	$0,9667 \pm 0,0040$	Índice espectral escalar
Δ_R^2	$2,445 \pm 0,096 \times 10^{-9}$, $k_0 = 0,002 \text{ Mpc}^{-1}$	Amplitude da curvatura de flutuação
τ	$0,066 \pm 0,012$	Profundidade óptica de reionização

Tab. 2.1: *Parâmetros do modelo Λ CDM.*

Capítulo 3

Modelo Padrão e os mecanismos de geração de massa

3.1 Partículas do Modelo Padrão

O Modelo Padrão contempla todas as partículas conhecidas e suas interações, exceto a interação gravitacional. Tal modelo passou a ser chamado assim nos anos 70, com o avanço da teoria quântica de campos. O primeiro passo em direção ao Modelo Padrão foi dado por Sheldon Glashow, quando descobriu uma maneira de unificar as interações fraca e eletromagnética [87]. Em 1967, Weinberg [88] e Salam [89] incorporaram o mecanismo de Higgs na teoria eletro-fraca de Glashow e assim definiram a sua forma moderna.

A teoria forte ou cromodinâmica quântica, que descreve as interações fortes, foi introduzida nos anos 70 quando foi comprovada experimentalmente a estrutura hadrônica, ou seja, que os hádrons eram compostos por partículas menores com cargas fracionárias. Porém, o Modelo Padrão pode ter seu início entendido a partir da descoberta do elétron, a primeira partícula fundamental a ser “observada”, e seu fechamento a partir da descoberta do bóson de Higgs em 2012. Assim, o Modelo Padrão está completo para as partículas elementares e suas interações.

As partículas do Modelo Padrão podem ser classificadas conforme os seus números quânticos. A primeira e maior sub-divisão diz respeito à separação pelo spin das partículas. As partículas de spin semi-inteiro são agrupadas pelo nome de férmions e as partículas de spin inteiro são chamadas de bósons. Toda matéria em nossa volta é constituída de partículas elementares, os férmions, e elas interagem através da troca dos mediadores da interação, os bósons. Por exemplo, um elétron interage com um outro elétron através da troca de um fóton, o mediador da interação eletromagnética. Vamos apresentá-los em maiores detalhes nas seções seguintes.

Partícula	Massa (MeV)	carga elétrica	Spin	Geração
e	0,511	-1	1/2	1º
μ	105,65	-1	1/2	2º
τ	1776,82	-1	1/2	3º
ν_e	≈ 0	0	1/2	1º
ν_μ	≈ 0	0	1/2	2º
ν_τ	≈ 0	0	1/2	3º
u	2,3	2/3	1/2	1º
d	4,8	-1/3	1/2	1º
c	1776,82	2/3	1/2	2º
s	95	-1/3	1/2	2º
t	173210	2/3	1/2	3º
b	4810	-1/3	1/2	3º

Tab. 3.1: *Férmions fundamentais do Modelo Padrão.*

3.1.1 Férmions

Eles são apresentados em dois tipos básicos: quarks e léptons. Os férmions são partículas que possuem spin $1/2$ e por este motivo participam do princípio de exclusão de Pauli e da estatística de Fermi-Dirac, de onde vem o nome férmions. Portanto, dois férmions não podem estar no mesmo estado quântico ao mesmo tempo. Compreendem 12 partículas básicas e suas respectivas 12 anti-partículas, sendo que, a partir delas, se constrói toda matéria visível do universo. Os férmions se classificam ainda quanto à forma como interagem, ou seja, pelo tipo de carga que carregam. Os quarks são partículas de carga fracionária, portanto, interagem via força eletromagnética, possuem carga de cor e, assim, participam da interação forte e também participam da força fraca. Os léptons participam de todas as interações, exceto a interação forte, pois não carregam carga de cor, e os neutrinos, por não possuírem carga elétrica, não interagem via força eletromagnética.

Os quarks e os léptons são divididos em gerações. A primeira geração diz respeito aos quarks up (u) e down (d) e os léptons, elétron e neutrino do elétron. Essas quatro partículas representam praticamente toda a matéria visível do universo. A segunda geração contempla os quarks charm (c) e strange (s) e o muon (μ) e o seu respectivo neutrino. A terceira geração é composta pelos quarks bottom ou beauty (b) e top (t) e os léptons tau (τ) e seu respectivo neutrino. Quarks e léptons e seus números quânticos são apresentados na tabela 3.1.

Os quarks são partículas cuja existência é verificada indiretamente, ou seja, não é possível medir um quark livremente. Isto acontece devido a uma peculiaridade da força forte, que aumenta com o aumento da distância. Portanto, os quarks estão livres quando formam partículas com estrutura, os hádrons, e não conseguem sair pois a força forte impede que se separem, essa propriedade é chamada de confinamento. Eles são agrupados em 3 quarks,

Partícula	Massa (MeV)	carga elétrica	Spin
γ	0	0	1
g	0	0	1
Z	91187,6	0	1
W^+	80385	+1	1
W^-	80385	-1	1
h	125700	0	0

Tab. 3.2: *Bósons do Modelo Padrão.*

Força	Bóson	Intensidade
Eletromagnética	γ	$\alpha \approx \frac{1}{137}$
Forte	g	$\alpha_s \approx 1$
Fraca	Z, W^+, W^-	$G_{\text{Fermi}} = 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$

Tab. 3.3: *Tabela com os bósons do Modelo Padrão.*

formando bárions, ou em quark e anti-quark formando os mésons. Os bárions são partículas de spin semi-inteiro, portanto, também são férmions. Já os mésons são partículas de spin inteiro e, portanto, são bósons.

3.1.2 Bósons

Partículas de calibre (*gauge*), ou seja, partículas de troca em uma interação. Na interação eletromagnética, por exemplo, o fóton é a partícula de troca. São partículas de spin inteiro, descritos pela estatística de Bose-Einstein. Os bósons conhecidos são o fóton (γ), os bósons da teoria eletrofraca (Z) e (W^\pm), glúon (g). Na tabela 3.2 temos alguns números quânticos para os bósons. Os bósons W^+ e W^- são os únicos a carregarem carga elétrica. Eles são responsáveis pelo decaimento beta. O fóton está presente no nosso cotidiano, mais precisamente, nas interações eletromagnéticas, por exemplo, na transmissão de uma rádio, no aquecimento de alimentos em um microondas e etc. O glúon carrega carga de cor e, por isso, existem 8 glúons diferentes. É o glúon que mantém os quarks unidos dentro de um hádron.

Na teoria eletrofraca, após a quebra espontânea de simetria, o mecanismo de Higgs garante que o fóton fica sem massa enquanto os outros bósons, Z e W^\pm , ficam massivos. O bóson de Higgs é o único escalar do Modelo Padrão, ou seja, seu spin é nulo. Ele é o responsável pela geração de massa de todas as outras partículas fundamentais.

A Fig. (3.1) é um resumo das partículas do Modelo Padrão, onde agrupamos os 12 férmions, 6 quarks e 6 léptons, e os 6 bósons, sendo que o bóson de Higgs é o responsável por dar massa às outras partículas.

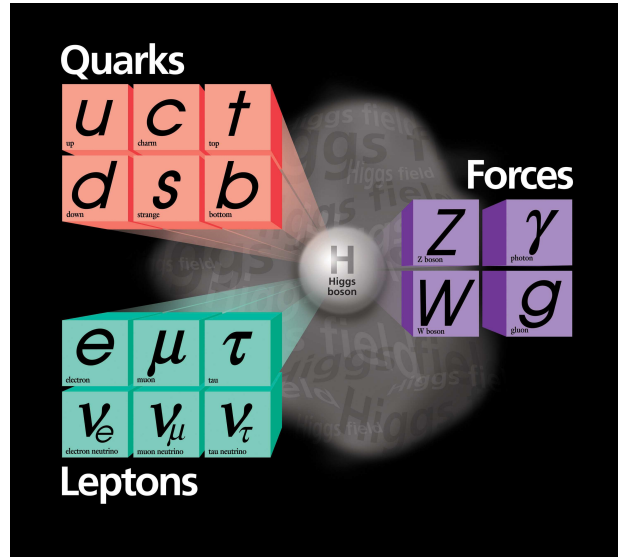


Fig. 3.1: Os férmions e bósons do Modelo Padrão.

3.2 Simetrias e a Construção do Lagrangiano da QED

Uma importante relação na Física teórica faz a ligação entre interações e princípios de simetrias[90][91][92]. Dessa forma, todas as interações entre partículas são ditadas pelas simetrias locais de calibre. Uma simetria de um sistema físico é uma característica física do sistema que é preservada ou permanece inalterada sob alguma transformação. Matematicamente, uma simetria é um tipo de variação aos campos ou ao lagrangiano que mantém a equação de movimento inalterada.

Por exemplo, um elétron é descrito por um campo complexo cuja densidade lagrangiana é[90]

$$\mathcal{L} = i\bar{\Psi}\gamma_{\mu}\partial^{\mu}\Psi - m\bar{\Psi}\Psi \quad (3.1)$$

que é o lagrangiano de Dirac e m é o termo de massa associado a função de onda do elétron. Usando uma transformação do tipo

$$\Psi(x) \rightarrow e^{i\alpha}\Psi(x) \quad (3.2)$$

$$\bar{\Psi}(x) \rightarrow \bar{\Psi}(x)e^{-i\alpha}, \quad (3.3)$$

onde α é uma constante real e analisando os termos decorrentes de (3.2), temos

$$\partial^{\mu}\Psi(x) \rightarrow e^{i\alpha}\partial^{\mu}\Psi(x). \quad (3.4)$$

É fácil observar que o lagrangiano (3.1) permanece inalterado perante a transformação (3.2) e, portanto, é dito invariante perante essa transformação. A família de transformações de fase $U(\alpha) = e^{i\alpha}$, onde um simples parâmetro α pode assumir qualquer valor real, forma um grupo abeliano unitário conhecido como grupo $U(1)$. O grupo ser abeliano significa que os geradores de transformação comutam entre si.

Do ponto de vista físico, a existência de uma simetria implica que alguma quantidade não pode ser medida. Por exemplo, no caso da invariância de translação, significa que não podemos determinar uma posição absoluta no espaço. Assim, na transformação (3.2), a quantidade α não pode ser medida e não possui significado físico algum. Portanto, α pode ser escolhido arbitrariamente, mas, uma vez escolhido, este valor vale para todo o espaço e tempo. Essa é a definição de invariância de calibre global. Se tornarmos a constante α uma função de x , ou seja, $\alpha = \alpha(x)$, fazemos com que surja uma invariância local de calibre que depende das coordenadas espaço-temporais de onde está sendo medido o campo.

Agora, aplicamos no lagrangiano (3.1) a transformação de calibre local

$$\Psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)} \Psi(x) \quad (3.5)$$

e queremos também obter a invariância do lagrangiano perante essa transformação. Porém, quando realizamos a transformação, vemos que a invariância não é obtida, pois temos

$$\partial_\mu \Psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)} \partial_\mu \Psi(x) + ie^{i\alpha(x)} \Psi(x) \partial_\mu \alpha(x), \quad (3.6)$$

onde o segundo termo não será eliminado na substituição no lagrangiano. Esse segundo termo surge da dependência de α com x .

Então, um meio de manter a forma do lagrangiano invariante é modificarmos a derivada covariante de modo a eliminar o segundo termo de (3.6). Portanto, queremos uma nova derivada covariante que se transforme localmente da seguinte forma

$$D_\mu \Psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)} D_\mu \Psi(x). \quad (3.7)$$

Com isto, devemos introduzir um campo vetorial do tipo A_μ para construirmos D_μ . Assim, se D_μ for escrito na forma

$$D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu \quad (3.8)$$

o campo A_μ deve ser transformado do seguinte modo

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha. \quad (3.9)$$

Assim, podemos verificar que a transformação sobre $D_\mu \Psi(x)$ fica

$$\begin{aligned} D'_\mu \Psi'(x) &= \left[\partial_\mu - ie \left(A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha \right) \right] e^{i\alpha(x)} \Psi(x) \\ &= \left[i \partial_\mu \alpha e^{i\alpha(x)} \Psi(x) + e^{i\alpha(x)} \partial_\mu \Psi(x) - ie A_\mu e^{i\alpha(x)} \Psi(x) - i \partial_\mu \alpha e^{i\alpha(x)} \Psi(x) \right] \\ &= e^{i\alpha(x)} [\partial_\mu - ie A_\mu] \Psi(x), \end{aligned} \quad (3.10)$$

ou seja,

$$D'_\mu \Psi'(x) = e^{i\alpha(x)} D_\mu \Psi(x). \quad (3.11)$$

Consequentemente, as formas para a derivada (3.8) e para o campo A_μ (3.9) resultam na transformação almejada em (3.7). Então, o lagrangiano escrito na forma

$$\mathcal{L} = i \bar{\Psi}(x) \gamma^\mu D_\mu \Psi(x) - m \bar{\Psi}(x) \Psi(x) \quad (3.12)$$

é invariante perante uma transformação de calibre local. Entretanto, é importante ressaltar que a forma do lagrangiano ficou inalterada, porém, a necessidade de garantir a invariância fez com que adicionássemos um termo que tem um papel fundamental no lagrangiano. Esse novo termo é responsável pela interação entre as partículas na teoria. Em outras palavras, a imposição da invariância local de calibre forçou a introdução de um campo vetorial A_μ , chamado de campo de calibre, que se acopla às partículas de carga ($-e$) da mesma forma que o campo de fóton. Reescrevendo o lagrangiano na forma

$$\mathcal{L} = i \bar{\Psi} (\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi(x) + e \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi A_\mu, \quad (3.13)$$

o termo de interação em (3.13) pode ser escrito como $-j^\mu A_\mu$, onde j^μ é a densidade de corrente de Dirac. Agora, se considerarmos que A_μ é realmente o campo de fóton devemos adicionar a esse lagrangiano um termo correspondente à energia cinética do fóton. Como esse termo cinético deve ser invariante, ele pode conter apenas o tensor invariante de calibre

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (3.14)$$

Deste modo, obtemos o lagrangiano da eletrodinâmica quântica (QED, em inglês)

$$\mathcal{L} = i\bar{\Psi} (\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi(x) + e\bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi A_\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (3.15)$$

É importante ressaltar que não podemos adicionar um termo de massa para o campo A_μ , pois isto quebraria a invariância de calibre. No caso do campo de fóton, a massa do bóson de calibre, ou fóton, é nula, como veremos na próxima seção.

3.3 Quebra Espontânea de Simetria e o Mecanismo de Higgs

Vamos, neste momento, utilizar um lagrangiano que é invariante perante a transformação de calibre do tipo $\varphi \rightarrow -\varphi$. Esse lagrangiano é conhecido como teoria φ^4 e está escrito abaixo[90][91][92]

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \frac{1}{2} \mu^2 \varphi^2 - \frac{1}{4} \lambda \varphi^4 \quad (3.16)$$

onde φ é um campo escalar e m e λ são parâmetros, com $\lambda > 0$. Reescrevendo-o, separando a parte cinética da potencial, temos

$$\mathcal{L} = T - V = \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \left(\frac{1}{2} \mu^2 \varphi^2 + \frac{1}{4} \lambda \varphi^4 \right). \quad (3.17)$$

A partir do potencial

$$V = \frac{1}{2} \mu^2 \varphi^2 + \frac{1}{4} \lambda \varphi^4 \quad (3.18)$$

vamos calcular o seu mínimo usando

$$\frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0, \quad (3.19)$$

ou seja,

$$\frac{\partial V}{\partial \varphi} = \varphi (\mu^2 + \lambda \varphi^2). \quad (3.20)$$

Podemos notar que esse resultado possui dois possíveis cenários. Primeiramente, no caso de $\mu^2 > 0$, ou seja, onde o mínimo é o resultado de $\varphi = 0$, temos o caso trivial que corresponde a

um lagrangiano do tipo Klein-Gordon e o termo com φ^4 mostra a existência de um vértice de 4 partículas com acoplamento λ . Já no caso de $\mu^2 < 0$, voltamos a olhar para o lagrangiano (3.16) e notamos que o termo de massa associado ao campo φ , ou seja, $-\frac{1}{2}\mu^2\varphi^2$, ficará com sinal trocado¹. Para solucionarmos isso tomaremos a segunda possibilidade de $\frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0$, ou seja,

$$\mu^2 + \lambda\varphi^2 = 0 \quad (3.21)$$

e portanto

$$\varphi = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} = \pm v. \quad (3.22)$$

Nesse caso $\varphi = 0$ não é o mínimo do potencial, mas sim um ponto instável. Temos então dois mínimos possíveis, $\varphi = +v$ e $\varphi = -v$. Devemos agora fazer uma expansão em torno de um desses valores. Desse modo, a escolha de um ou outro valor faz com que a simetria seja quebrada. A expansão em torno de um dos estados fundamentais do potencial fica

$$\varphi(x) = v + \eta(x) \quad (3.23)$$

onde $\eta(x)$ representa uma flutuação quântica em torno do mínimo. Substituindo essa expansão no lagrangiano (3.16), temos

$$\mathcal{L}' = \frac{1}{2}\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta - \lambda v^2\eta^2 - \lambda v\eta^3 - \frac{1}{4}\lambda\eta^4 + \frac{1}{4}\lambda v^4 \quad (3.24)$$

e podemos observar que o campo η possui um termo de massa com sinal correto como desejávamos. Assim, comparando com (3.1) podemos afirmar que a massa associada ao campo φ é

$$m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2}. \quad (3.25)$$

Além disso, os lagrangianos \mathcal{L} e \mathcal{L}' são totalmente equivalentes, pois a transformação de calibre não pode alterar a Física do problema. Se pudéssemos resolver os dois lagrangianos exatamente, obteríamos o mesmo resultado físico.

Neste ponto é importante salientar como se dá a quebra espontânea de simetria. A simetria apresenta dois pontos de mínimo para a teoria. A princípio, antes da simetria ser quebrada, para o caso de $\mu^2 < 0$, não temos informação alguma a respeito da massa.

¹ Para esclarecer essa questão, é importante olharmos para o lagrangiano de Dirac (3.1). Lá o segundo termo que é de ordem 2 no campo, possui um parâmetro que representa a massa e o sinal é negativo.

Então, a massa surgirá após a simetria ser quebrada, ou seja, após um dos valores $\varphi = -v$ ou $\varphi = +v$ ser adotado. A partir deste ponto teremos a definição da massa associada ao campo. Este foi um exemplo com o campo escalar real φ . A seguir, usaremos o caso de um campo escalar complexo.

Vamos, então, reescrever o lagrangiano (3.16) para o campo escalar complexo $\phi = (\phi_1 + i\phi_2)/\sqrt{2}$,

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda \phi^* \phi, \quad (3.26)$$

sendo que ele é invariante frente à transformação de calibre do tipo $\phi \rightarrow e^{i\alpha} \phi$. Em outras palavras, o lagrangiano possui uma simetria de calibre global $U(1)$.

Aqui também iremos considerar o caso de $\lambda > 0$ e $\mu^2 < 0$. O lagrangiano, em termos de ϕ_1 e ϕ_2 , é

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_1)^2 (\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2} \mu^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4} \lambda (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2, \quad (3.27)$$

onde facilmente conseguimos verificar que, ao invés de termos apenas dois mínimos, temos um círculo de valores de mínimos do potencial $V(x)$ no plano ϕ_1 e ϕ_2 . A solução é uma equação de um círculo de raio v ,

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}. \quad (3.28)$$

Novamente, vamos expandir em torno de um dos mínimos, que agora escolhemos $\phi_1 = v$ e $\phi_2 = 0$. Dessa forma, temos

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} [v + \eta(x) + i\xi(x)] \quad (3.29)$$

que ao substituírmos no lagrangiano (3.26) fica

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \xi)^2 - \lambda v^2 \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda \eta^4 \\ &\quad - \frac{1}{2} \lambda \eta^2 \xi^2 - \lambda \eta \xi^2 - \frac{1}{4} \lambda \xi^4 + \frac{1}{4} \lambda v^4. \end{aligned} \quad (3.30)$$

O terceiro termo tem a forma de um termo de massa para o campo η . Assim a massa associada ao campo η é $m_\eta = \sqrt{-2\mu^2}$, da mesma forma que havíamos obtido no caso do campo escalar real. Os dois primeiros termos são termos cinéticos, porém, não temos um termo de massa para o campo ξ . Isso implica no surgimento de um escalar sem massa na

teoria, que também é chamado de bóson de Goldstone. Portanto, sempre que uma simetria global contínua é quebrada espontaneamente, surge um escalar sem massa. Dessa forma, temos um problema a resolver. Esse bóson escalar sem massa não é observado.

O mecanismo de Higgs corrige o problema do bóson de Goldstone de uma forma simples. Começamos com uma simetria de calibre local $U(1)$, ou seja, $\phi \rightarrow e^{i\alpha(x)}\phi$. Assim como fizemos no caso do campo escalar real com uma simetria de calibre local, vamos exigir que o lagrangiano seja invariante perante essa transformação de calibre. Assim, como já havíamos feito antes, para que o lagrangiano (3.26) seja invariante, devemos ter (3.8) e (3.9). Portanto, o lagrangiano fica

$$\mathcal{L} = (\partial^\mu + i e A_\mu) \phi^* (\partial_\mu - i e A^\mu) \phi - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (3.31)$$

Com $\mu^2 > 0$ obteremos o lagrangiano da QED para uma partícula escalar carregada. Para férmions já havíamos obtido em (3.15). Usaremos $\mu^2 < 0$ para obtermos as massas associadas aos campos, que serão geradas por meio da quebra espontânea de simetria. Como já foi feito e usando (3.29) obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta)^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \xi)^2 - \lambda v^2 \eta^2 + \frac{1}{2} e^2 v^2 A_\mu A^\mu \\ &- e v A_\mu \partial^\mu \xi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \text{termos de interação}. \end{aligned} \quad (3.32)$$

O lagrangiano \mathcal{L}' possui um bóson de Goldstone ξ , um escalar massivo η e, ainda mais importante, um bóson massivo vetorial A_μ , que aparece no termo $\frac{1}{2} e^2 v^2 A_\mu A^\mu$. Assim, as massas são

$$m_\xi = 0, \quad m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} \quad \text{e} \quad m_A = e v. \quad (3.33)$$

Geramos a massa para o bóson de calibre, mas ainda temos o bóson de Goldstone. Entretanto, temos no lagrangiano um termo de mistura do tipo $e v A_\mu \partial^\mu \xi$. Portanto, vamos tentar definir um outro calibre. Então, usaremos

$$\phi \rightarrow \sqrt{\frac{1}{2}} [v + h(x)] e^{\frac{i\theta(x)}{v}} \quad (3.34)$$

e

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e v} \partial_\mu \theta \quad (3.35)$$

em mais baixa ordem de $\theta(x)$, onde h é real e a teoria torna-se independente de θ . Finalmente

obtemos,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= \frac{1}{2}(\partial_\mu h)^2 - \lambda v^2 h^2 + \frac{1}{2}e^2 v^2 A_\mu^2 - \lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4 \\ &+ \frac{1}{2}e^2 A_\mu^2 h^2 + v e^2 A_\mu^2 h - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

O bóson de Goldstone desapareceu da teoria. Portanto, o lagrangiano descreve apenas duas partículas massivas interagindo, o bóson vetorial de calibre A_μ e o escalar massivo h , também chamado de bóson de Higgs. Esse, então, é o mecanismo que Higgs utilizou para corrigir o problema de geração de massa no Modelo Padrão.

Neste ponto vale lembrar que, por enquanto, utilizamos apenas uma simetria de calibre do tipo $U(1)$. Veremos mais adiante neste trabalho, que o fato de a teoria eletrofraca, cujo grupo de simetria é $SU(2) \otimes U(1)$, possuir quatro bósons de calibre, o fóton e os bósons Z_0 e W^\pm , acarretará em apenas um deles não possuir massa. O mecanismo funciona também para férmions, mas este não é o objetivo do trabalho.

3.4 Mecanismo de Stueckelberg

Da mesma forma que o mecanismo de Higgs, o mecanismo de Stueckelberg [?, ?] gera massa a bósons vetoriais abelianos sem a quebra de invariância do lagrangiano, assim, fornecendo um procedimento alternativo ao mecanismo de Higgs. O termo de massa, adicionado no lagrangiano inicial, é feito invariante de calibre pelo acoplamento de um bóson sem massa com um campo pseudo-escalar real que se transforma não-linearmente, e no calibre unitário é absorvido como o modo longitudinal do bóson vetorial massivo.

Imaginemos que, no caso de Proca², exigíssemos que o lagrangiano fosse invariante de calibre, ou seja, que

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}A_\mu A^\mu, \quad (3.37)$$

fosse invariante perante a transformação

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \eta. \quad (3.38)$$

Então teríamos que $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ é invariante, pois

$$F'_{\mu\nu} = \partial_\mu(A_\nu + \partial_\nu \eta) - \partial_\nu(A_\mu + \partial_\mu \eta) = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = F_{\mu\nu}, \quad (3.39)$$

² lagrangiano que dá massa para o campo vetorial A_μ .

mas teríamos também que $A_\mu A^\mu$ não é invariante, pois

$$A'_\mu A'^\mu = (A_\mu + \partial_\mu \eta)(A^\mu + \partial^\mu \eta) \neq A_\mu A^\mu. \quad (3.40)$$

Stueckelberg sugere uma forma para o lagrangiano onde existe um termo de massa, mas isso não quebra a invariância de calibre. O caso mais simples a ser trabalhado é o de um bóson vetorial A_μ acoplado a um campo pseudo-escalar σ . O lagrangiano de Stueckelberg é

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \Lambda_\mu \Lambda^\mu \quad (3.41)$$

onde

$$\Lambda_\mu = (mA_\mu + \partial_\mu \sigma) \quad (3.42)$$

e é invariante se σ é transformado junto com A_μ da seguinte forma

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \epsilon \quad (3.43)$$

$$\sigma \rightarrow \sigma - m\epsilon. \quad (3.44)$$

Assim, conseguimos ver que

$$F'_{\mu\nu} = \partial_\mu (A_\nu + \partial_\nu \epsilon) - \partial_\nu (A_\mu + \partial_\mu \epsilon) = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = F_{\mu\nu} \quad (3.45)$$

e

$$\begin{aligned} \Lambda'_\mu \Lambda'^\mu &= [(mA_\mu + \partial_\mu \epsilon) + (\partial_\mu \sigma - m\epsilon)][(mA_\mu + \partial_\mu \epsilon) + (\partial_\mu \sigma - m\epsilon)] \\ &= \Lambda_\mu \Lambda^\mu, \end{aligned} \quad (3.46)$$

e, portanto, o lagrangiano é invariante. Para determinarmos efetivamente a massa associada ao campo A_μ devemos quebrar a invariância fixando o calibre. Assim, adicionamos o seguinte termo ao lagrangiano

$$\mathcal{L}_{fc} = -\frac{1}{2\xi} (\partial_\mu A^\mu + \xi m\sigma)^2, \quad (3.47)$$

onde ξ é um parâmetro real. Desse modo, obtemos o seguinte lagrangiano total para o sistema

$$\mathcal{L}_{tot} = \mathcal{L} + \mathcal{L}_{fc} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}A_\mu A^\mu - \frac{1}{2\xi}(\partial_\mu A^\mu)^2 - \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - \xi\frac{m^2}{2}\sigma^2 \quad (3.48)$$

onde tomamos $\xi \rightarrow \infty$. Vemos que o campo σ está completamente desacoplado de A_μ .

A interação pode facilmente ser incluída como $\mathcal{L}_{int} = gA_\mu J^\mu$ com $\partial_\mu J^\mu = 0$. Portanto, o lagrangiano final total é

$$\mathcal{L}_{tot} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}A_\mu A^\mu + gA_\mu J^\mu. \quad (3.49)$$

Como os termos contendo σ estão completamente desacoplados, eles tornam-se sem importância para a teoria.

Para a obtenção das massas dos campos não-abelianos no Modelo Padrão deve ser usado o mecanismo de Higgs. A determinação das massas dos campos da teoria eletrofraca, como Z, W^\pm e γ será feita no próximo capítulo, juntamente com as massas provenientes da extensão de Stueckelberg usados no modelo proposto neste trabalho.

Capítulo 4

Extensão Higgs-Stueckelberg do Modelo Padrão

4.1 Lagrangiano Geral do Modelo

Neste capítulo vamos iniciar a parte inédita do trabalho desta tese com a definição do lagrangiano da extensão do Modelo Padrão, que chamaremos de Extensão Higgs-Stueckelberg do Modelo Padrão.

Tendo em vista a necessidade de haver uma teoria que compreenda também a matéria escura, mais precisamente os WIMPs, propomos um modelo que é uma extensão ao conhecido Modelo Padrão. Tomamos o cuidado para que o modelo não modifique a teoria já existente e bem estabelecida. Portanto, a presença dos novos campos que introduziremos não pode afetar o MP de modo que modifique a Física dos processos conhecidos. Isso quer dizer que, devemos sempre recuperar o MP tomando um determinado limite onde a ligação entre os setores é desfeita.

Inicialmente, lembramos que o grupo de simetria da teoria eletrofraca é composto por dois grupos unitários, $SU(2) \times U(1)_Y$, um não-abeliano e um abeliano. O lagrangiano dessa teoria é dado por [90]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{EF} = & -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} + D_\mu\Phi^\dagger D^\mu\Phi - V(\Phi^\dagger\Phi) \\ & + i\bar{\Psi}_f\gamma^\mu D_\mu\Psi_f \end{aligned} \quad (4.1)$$

com a derivada D_μ sendo definida como

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_2\frac{\hat{\tau}^a}{2}W_\mu^a + ig_Y\frac{\hat{Y}_1}{2}B_\mu, \quad (4.2)$$

onde $\hat{\tau}^a$ e \hat{Y} são os operadores de carga das respectivas simetrias; g_2 e g_Y são os acoplamentos

dos campos.

O modelo que estamos propondo é construído pela introdução de dois novos grupos de simetria $U(1)$ à teoria eletrofraca, como uma possível extensão ao Modelo Padrão. Cada grupo está associado a um campo específico, como por exemplo, a simetria $U(1)_Y$ está associada ao campo B_μ , devido a necessidade de garantir a invariância de calibre. Propomos um novo setor acoplado ao Modelo Padrão, cujo grupo de simetria é $\mathcal{G} = U(1)_C \times U(1)_X$. Assim, teremos dois novos campos neste setor escuro, os campos C^μ e X^μ . A introdução desses novos campos é feita de forma diferente para cada grupo de simetria. O campo C^μ é adicionado, através do mecanismo de Higgs, como parte ainda não observada do Modelo Padrão. Como é necessário que seja garantida a invariância de calibre, a derivada covariante da teoria eletrofraca fica modificada da seguinte forma [24]

$$D'_\mu = \partial_\mu + ig_2 \frac{\hat{\tau}^a}{2} W_\mu^a + ig_Y \frac{\hat{Y}_1}{2} B_\mu + ig_C \frac{\hat{Y}_2}{2} C_\mu. \quad (4.3)$$

Esse acoplamento entre o campo C^μ e o Modelo Padrão deve ser muito pequeno, de modo que não seja observado em energias conhecidas até hoje. Isto pode ser garantido se a massa associada ao bóson ligado ao campo C^μ for muito grande. O lagrangiano livre para esse novo campo é

$$\mathcal{L}_C = -\frac{1}{4} C_{\mu\nu} C^{\mu\nu}, \quad (4.4)$$

onde definimos que $C_{\mu\nu} = \partial_\mu C_\nu - \partial_\nu C_\mu$ é o tensor associado ao campo C_μ .

O segundo campo X^μ a ser introduzido garante a existência de uma espécie de QED escura. Para isso é utilizado o mecanismo de Stueckelberg, que tem o papel de acoplar os dois campos novos e, assim, gerar o novo setor. O lagrangiano deste novo setor (dQED) é

$$\mathcal{L}_{dQED} = -\frac{1}{4} X_{\mu\nu} X^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \Lambda_\mu \Lambda^\mu + i \sum_k \bar{\chi}_k (\gamma^\mu D_\mu^X - m_{\chi_k}) \chi_k, \quad (4.5)$$

onde

$$D_\mu^X = \partial_\mu + ig_x \frac{\hat{Y}_3}{2} X_\mu \quad (4.6)$$

é a derivada covariante do setor escuro que garante a invariância de calibre e o tensor de campo é definido como $X_{\mu\nu} = \partial_\mu X_\nu - \partial_\nu X_\mu$. O segundo termo em (4.5) é o termo de mistura de Stueckelberg entre os dois campos de bósons C_μ and X_μ por meio de um campo

pseudo-escalar σ dado por

$$\Lambda_\mu = \partial_\mu \sigma - m_1 C_\mu - m_2 X_\mu, \quad (4.7)$$

onde os termos m_1 e m_2 são parâmetros livres da teoria. O campo σ é não-físico e desacopla de todos os campos após a fixação de calibre. O último termo em (4.5) é um termo singlete de férmions do setor escuro e o somatório na massa nos informa que podemos ter mais de um férmion no setor escuro. Esse tipo de modelo foi proposto inicialmente por [32], mas com apenas um campo escuro, e foi aplicado também em [34]. Escolhemos a seguinte fixação de calibre para a teoria

$$\mathcal{L}_{fc} = -\frac{1}{2\xi} [(\partial_\mu C^\mu + \xi m_1 \sigma)^2 + (\partial_\mu X^\mu + \xi m_2 \sigma)^2], \quad (4.8)$$

onde ξ é um parâmetro auxiliar para facilitar o desacoplamento do campo σ .

Portanto, o lagrangiano geral com teoria eletrofraca e a extensão que estamos propondo fica

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{EF_{mod}} + \mathcal{L}_{dQED} + \mathcal{L}_{fc} + \mathcal{L}_C, \quad (4.9)$$

onde $\mathcal{L}_{EF_{mod}}$ é a equação (4.1), porém substituindo a derivada covariante (4.3).

A partir deste lagrangiano podemos proceder o cálculo da matriz de massa dos bósons que surgem da teoria. Cada campo está associado a um bóson. Esta matriz será peça chave, que indicará que tipo de interação teremos no setor escuro.

4.2 Matriz de Massa

Como vimos no capítulo anterior, a quebra espontânea de simetria em conjunto com o mecanismo de Higgs ou de Stueckelberg são responsáveis pela geração de massa das partículas. Vamos então calcular a matriz de massa, que após ser diagonalizada, será responsável por informar as massas dos bósons da teoria. Portanto, sabemos que a matriz provém de um termo do tipo $\frac{1}{2} V_{a\mu} M_{ab}^2 V_b^\mu$, onde usamos $V_{a\mu}^T = (X_\mu, C_\mu, B_\mu, W_\mu^a)$.

Trabalharemos agora com os termos que contribuem para a obtenção de M^2 . Iniciando com um termo retirado do lagrangiano (4.1)

$$D'_\mu \Phi^\dagger D'^\mu \Phi = \left| \left(-ig_2 \frac{\hat{\tau}^a}{2} W_\mu^a - ig_Y \frac{\hat{Y}_1}{2} B_\mu - ig_C \frac{\hat{Y}_2}{2} C_\mu \right) \Phi \right|^2 \quad (4.10)$$

onde o campo Φ é o campo de Higgs. Expandindo este termo temos

$$D'_\mu \Phi^\dagger D'^\mu \Phi = \frac{1}{8} v^2 g_2^2 [(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2]^2 + \frac{1}{8} v^2 (g_Y B_\mu - g_2 W_\mu^3 + g_C C_\mu)(g_Y B_\mu - g_2 W_\mu^3 + g_C C_\mu), \quad (4.11)$$

onde o primeiro termo leva diretamente às massas de W^+ e W^- , ou seja,

$$W^\pm = \frac{W^1 \mp iW^2}{\sqrt{2}}, \quad (4.12)$$

que são iguais e de valor

$$M_W^+ = M_W^- = M_W = \frac{1}{2} v g_2. \quad (4.13)$$

Agora, trabalharemos com os termos de massa do lagrangiano de Stueckelberg, ou seja,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ext} = & -\frac{1}{2} [(\partial_\mu \sigma + m_1 C_\mu + m_2 X_\mu)(\partial^\mu \sigma + m_1 C^\mu + m_2 X^\mu)] \\ & -\frac{1}{2\xi} [(\partial_\mu C^\mu + \xi m_1 \sigma)(\partial^\mu C_\mu + \xi m_1 \sigma) \\ & + (\partial_\mu X^\mu + \xi m_2 \sigma)(\partial^\mu X_\mu + \xi m_2 \sigma)], \end{aligned} \quad (4.14)$$

onde $\mathcal{L}_{ext} = \mathcal{L}_{dQED} + \mathcal{L}_C + \mathcal{L}_{fc}$, porém, apenas contendo os termos de massa. Utilizando integração por partes e tomando $\xi \rightarrow \infty$ obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ext} = & \dots - \frac{1}{2} [m_1 C^2 + m_2 X^2 + m_1 m_2 (C_\mu X^\mu + X_\mu C^\mu)] \\ & + \text{termos de } \sigma. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Unindo o segundo termo de (4.11) e (4.15), obtemos

$$\mathcal{L}' = \dots \frac{1}{2} (X^\mu, C^\mu, B^\mu, W^{3\mu}) M^2 \begin{pmatrix} X_\mu \\ C_\mu \\ B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad (4.16)$$

onde

$$M^2 = \begin{pmatrix} m_2^2 & m_1 m_2 & 0 & 0 \\ m_1 m_2 & m_1^2 + \frac{g_C^2 v^2}{4} & \frac{1}{4} g_C g_Y v^2 & -\frac{1}{4} g_2 g_C v^2 \\ 0 & \frac{1}{4} g_C g_Y v^2 & \frac{g_Y^2 v^2}{4} & -\frac{1}{4} g_2 g_Y v^2 \\ 0 & -\frac{1}{4} g_2 g_C v^2 & -\frac{1}{4} g_2 g_Y v^2 & \frac{g_2^2 v^2}{4} \end{pmatrix}. \quad (4.17)$$

Essa matriz contém toda a informação das massas dos bósons de calibre da teoria. É importante ressaltar também que, assim como havíamos mencionado no início deste capítulo, devemos sempre recuperar o MP. Desse modo, se anularmos g_C , que é o acoplamento entre o campo C^μ e o MP, obteremos dois setores distintos dentro da matriz, como vemos na matriz abaixo

$$M^2 = \begin{pmatrix} m_2^2 & m_1 m_2 & 0 & 0 \\ m_1 m_2 & m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{g_Y^2 v^2}{4} & -\frac{1}{4} g_2 g_Y v^2 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{4} g_2 g_Y v^2 & \frac{g_2^2 v^2}{4} \end{pmatrix}. \quad (4.18)$$

Na matriz acima, o Modelo Padrão está definido como os quatro elementos do canto inferior direito¹ e o setor escuro está definido como os quatro elementos do canto superior esquerdo. Ambos os setores estarão sem ligação, pois a única ligação entre eles foi desligada, quando fizemos $g_C \rightarrow 0$.

4.3 A Matriz de Transformação e a Diagonalização da Matriz de Massa

A matriz de massa M^2 deve ser diagonalizada e os elementos da diagonal, ou seja, os autovalores da matriz, serão as massas dos bósons associados aos campos físicos. Essa diagonalização é feita através da construção de uma matriz de transformação O . Essa matriz deve ser ortogonal, ou seja, $O^T = O^{-1}$. A matriz diagonal será obtida com $O^T M^2 O = M_{diag}^2$.

Para a montagem da matriz O devemos encontrar quais são os autovetores associados à matriz M^2 , normalizá-los a 1 e garantir que todos sejam ortonormais entre si. Esses autovetores formarão as colunas da matriz O . Utilizando a matriz O obtemos 4 autovalores, sendo dois nulos. Os autovalores são as respectivas massas dos bósons que são escritas como

$$m_{Z',Z}^2 = \frac{1}{8} [v^2 (g_2^2 + g_C^2 + g_Y^2) + 4m_1^2 + 4m_2^2 \pm \Delta] \quad (4.19)$$

¹ Como pode ser verificado no capítulo 14 de [90].

onde

$$\Delta = \sqrt{8m_1^2 [4m_2^2 - v^2 (g_2^2 - g_C^2 + g_Y^2)] + [v^2 (g_2^2 + g_C^2 + g_Y^2) - 4m_2^2]^2 + 16m_1^4} \quad (4.20)$$

e as duas massas nulas são

$$m_\gamma = m_{\gamma'} = 0. \quad (4.21)$$

Obtemos dois bósons massivos, o bóson Z e um mais pesado, o bóson Z' . Esse novo bóson massivo nos garante a impossibilidade de acesso fácil ao setor escuro. Além deles, ainda obtemos um bóson sem massa a mais, ou seja, além do fóton conhecido no MP, nossa teoria obtém um fóton no setor escuro.

A matriz O é a matriz de transformação que leva dos campos auxiliares para os campos reais como está descrito a seguir,

$$\begin{pmatrix} X_\mu \\ C_\mu \\ B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} = O \begin{pmatrix} A'_\mu \\ Z'_\mu \\ Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

onde os campos A'_μ é o campo do fóton escuro, Z'_μ é o campo do novo bóson pesado do setor escuro e Z_μ e A_μ são os campos conhecidos pertencentes ao MP. São também chamados de campos reais. Com a dificuldade de apresentarmos a matriz ortogonal O , por possuir elementos muito extensos, utilizaremos o artifício de escrever tais elementos em termos de ângulos na forma de senos e cossenos. Assim definimos

$$\tan \phi = \frac{m_1}{m_2} = \delta, \quad (4.23)$$

$$\tan \eta = \frac{g_C}{g_Y} \cos \phi, \quad (4.24)$$

$$\tan \theta = \frac{1}{g_2} \sqrt{g_Y^2 + g_C^2 \cos^2 \phi} = \frac{g_Y}{g_2} \sec \eta, \quad (4.25)$$

e

$$\tan \psi = \frac{m_W^2 \sin \eta \tan \phi \sin \theta}{m_W^2 - m_{Z'}^2 \cos^2 \theta}. \quad (4.26)$$

Desta forma podemos escrever a matriz O em termos de senos e cossenos, portanto, temos

$$O = \begin{pmatrix} c_\eta s_\phi & c_\phi c_\psi + s_\eta s_\phi s_\psi s_\theta & c_\phi s_\psi - c_\psi s_\eta s_\phi s_\theta & -c_\theta s_\eta s_\phi \\ -c_\eta c_\phi & c_\psi s_\phi - c_\phi s_\eta s_\psi s_\theta & s_\phi s_\psi + c_\phi c_\psi s_\eta s_\theta & c_\phi c_\theta s_\eta \\ s_\eta & -c_\eta s_\psi s_\theta & c_\eta c_\psi s_\theta & c_\eta c_\theta \\ 0 & c_\theta s_\psi & -c_\psi c_\theta & s_\theta \end{pmatrix}, \quad (4.27)$$

onde definimos $c_\theta = \cos \theta$ e $s_\theta = \sin \theta$.

Como fizemos para a matriz de massa M^2 , podemos também tomar o limite do Modelo Padrão fazendo com que $g_C \rightarrow 0$. Este limite faz com que $\tan \eta \approx \sin \eta \rightarrow 0$ e por consequência $\tan \psi \rightarrow 0$ e $\cos \psi \rightarrow \cos \eta \rightarrow 1$. Portanto, a matriz fica

$$\lim_{g_C \rightarrow 0} O = \begin{pmatrix} s_\phi & c_\phi & 0 & 0 \\ -c_\phi & s_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_\theta & c_\theta \\ 0 & 0 & -c_\theta & s_\theta \end{pmatrix}, \quad (4.28)$$

onde podemos perceber que os quatro elementos do canto inferior direito são exatamente os elementos da matriz 4×4 de transformação do Modelo Padrão².

4.4 Determinação das Cargas dos Bósons

Inicialmente escreveremos os campos auxiliares em função dos campos reais, pois isto facilitará a determinação das interações entre os férmions e os bósons da teoria. Assim, tomamos (4.22) e substituindo (4.27), obtemos

$$\begin{aligned} X_\mu &= c_\eta s_\phi A'_\mu + (c_\phi c_\psi + s_\eta s_\phi s_\psi s_\theta) Z'_\mu \\ &+ (c_\phi s_\psi - c_\psi s_\eta s_\phi s_\theta) Z_\mu - c_\theta s_\eta s_\phi A_\mu \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} C_\mu &= -c_\eta c_\phi A'_\mu + (c_\psi s_\phi - c_\phi s_\eta s_\psi s_\theta) Z'_\mu \\ &+ (s_\phi s_\psi + c_\phi c_\psi s_\eta s_\theta) Z_\mu + c_\phi c_\theta s_\eta A_\mu \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$B_\mu = s_\eta A'_\mu - c_\eta s_\psi s_\theta Z'_\mu + c_\eta c_\psi s_\theta Z_\mu + c_\eta c_\theta A_\mu \quad (4.31)$$

² Conferir no capítulo 10 de [92].

$$W_\mu^3 = c_\theta s_\psi Z'_\mu - c_\psi c_\theta Z_\mu + s_\theta A_\mu. \quad (4.32)$$

Vamos escrever o lagrangiano de interação em função desses campos. Sabendo que derivada em termos dos campos físicos fica

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{i}{2} (\hat{\alpha}_1 A'_\mu + \hat{\alpha}_2 A_\mu + \hat{\alpha}_3 Z'_\mu + \hat{\alpha}_4 Z_\mu) \quad (4.33)$$

onde

$$\hat{\alpha}_1 = g_C c_\phi c_\eta [\hat{Y}_1 - \hat{Y}_2] \quad (4.34)$$

$$\hat{\alpha}_2 = g_2 s_\theta \hat{\tau}^3 + g_Y c_\eta c_\theta \hat{Y}_1 + g_C c_\phi s_\eta c_\theta \hat{Y}_2 \quad (4.35)$$

$$\hat{\alpha}_3 = g_2 s_\psi c_\theta \hat{\tau}^3 - g_Y c_\eta s_\psi s_\theta \hat{Y}_1 \quad (4.36)$$

$$+ g_C (s_\phi c_\psi - c_\phi s_\psi s_\eta s_\theta) \hat{Y}_2 \quad (4.37)$$

$$\hat{\alpha}_4 = -g_2 c_\psi c_\theta \hat{\tau}^3 + g_Y c_\eta c_\psi s_\theta \hat{Y}_1 \quad (4.38)$$

$$+ g_C (s_\phi s_\psi + c_\phi c_\psi s_\eta s_\theta) \hat{Y}_2 \quad (4.39)$$

e a derivada do setor escuro

$$D_\mu^X = \partial_\mu + \frac{i}{2} (\hat{\alpha}_5 A'_\mu + \hat{\alpha}_6 A_\mu + \hat{\alpha}_7 Z'_\mu + \hat{\alpha}_8 Z_\mu) \quad (4.40)$$

onde

$$\hat{\alpha}_5 = g_X c_\eta s_\phi \hat{Y}_3$$

$$\hat{\alpha}_6 = -g_X c_\theta s_\eta s_\phi \hat{Y}_3$$

$$\hat{\alpha}_7 = g_X (c_\phi c_\psi + s_\eta s_\phi s_\psi s_\theta) \hat{Y}_3$$

$$\hat{\alpha}_8 = g_X (c_\phi s_\psi - c_\psi s_\eta s_\phi s_\theta) \hat{Y}_3, \quad (4.41)$$

podemos escrever o lagrangiano de interação dos férmions com a corrente neutra dos bósons de calibre na forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}^{CN} &= \bar{\Psi} \frac{i}{2} \gamma^\mu (\hat{\alpha}_1 A'_\mu + \hat{\alpha}_2 A_\mu + \hat{\alpha}_3 Z'_\mu + \hat{\alpha}_4 Z_\mu) \Psi \\ &+ \bar{\chi} \frac{i}{2} \gamma^\mu (\hat{\alpha}_5 A'_\mu + \hat{\alpha}_6 A_\mu + \hat{\alpha}_7 Z'_\mu + \hat{\alpha}_8 Z_\mu) \chi. \end{aligned} \quad (4.42)$$

Desse lagrangiano iremos retirar as informações sobre os acoplamentos dos campos com as correntes de férmions, tanto de férmions usuais como de férmions escuros e, assim, de-

terminaremos as cargas associadas aos campos. Para iniciarmos, tomaremos o coeficiente associado ao campo A_μ , portanto, a interação entre o campo A_μ e uma corrente fermiônica $j^\mu = \bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi$ é dada por

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{int}^{A\leftrightarrow f} &= \frac{i}{2}\hat{\alpha}_2 A_\mu j^\mu \\ &= \frac{i}{2} \left[g_2 s_\theta \hat{\tau}^3 + g_Y c_\eta c_\theta \hat{Y}_1 + g_C c_\phi s_\eta c_\theta \hat{Y}_2 \right] A_\mu j^\mu.\end{aligned}\quad (4.43)$$

Utilizando as definições de ângulos dadas em (4.23), (4.24), (4.25) e (4.26), e considerando que

$$g'_Y = \sqrt{g_Y^2 + g_C^2 \cos^2 \phi}, \quad (4.44)$$

chegamos, após alguns passos, em

$$\mathcal{L}_{int}^{A\leftrightarrow f} = i g'_Y c_\theta \left[\frac{\hat{\tau}^3}{2} + \frac{\hat{Y}_1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{g_C c_\phi}{g'_Y} \right)^2 (\hat{Y}_1 - \hat{Y}_2) \right] A_\mu j^\mu. \quad (4.45)$$

Sabemos do MP que o operador de carga \hat{Q}_{em} é definido por

$$\hat{Q}_{em} \equiv \frac{\hat{\tau}^3}{2} + \frac{\hat{Y}_1}{2} \quad (4.46)$$

daí

$$\mathcal{L}_{int}^{A\leftrightarrow f} = i g'_Y c_\theta \left[\hat{Q}_{em} - \frac{1}{2} \left(\frac{g_C c_\phi}{g'_Y} \right)^2 (\hat{Y}_1 - \hat{Y}_2) \right] A_\mu j^\mu. \quad (4.47)$$

Usando (4.25) e (4.44) chegamos em

$$c_\theta = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + (g'_Y)^2}}. \quad (4.48)$$

Assim

$$\mathcal{L}_{int}^{A\leftrightarrow f} = i e \hat{Q} A_\mu j^\mu \quad (4.49)$$

onde

$$e = \frac{g'_Y g_2}{\sqrt{g_2^2 + (g'_Y)^2}} \quad (4.50)$$

é a carga elétrica do Modelo Padrão que estávamos procurando e

$$\hat{Q} = \hat{Q}_{em} - \frac{1}{2} \left(\frac{g_C c_\phi}{g'_Y} \right)^2 (\hat{Y}_1 - \hat{Y}_2) \quad (4.51)$$

é o novo operador de carga elétrica do fóton. A expressão obtida para a carga é um pouco diferente da expressão obtida no Modelo Padrão. Esse fato exige que exista uma compensação no valor do acoplamento g_2 para manter o valor da carga elétrica inalterada.

Antes de avançarmos, vamos definir os autovalores dos operadores $\hat{\tau}^3, \hat{Y}_1$ e \hat{Q}_{em} . Se $|l^-\rangle_L$ e $|\nu_l\rangle_L$ são estados de partícula única do MP que contém, por exemplo, um lépton de mão-esquerda l^- e um neutrino de mão esquerda ν_l , os operadores $\hat{\tau}^3, \hat{Y}_1$ e \hat{Q}_{em} têm os seguintes autovalores nestes estados

$$\hat{\tau}^3 |l^-\rangle_L = -|l^-\rangle_L ; \quad \hat{\tau}^3 |\nu_l\rangle_L = |\nu_l\rangle_L, \quad (4.52)$$

$$\hat{Y}_1 |l^-\rangle_L = -|l^-\rangle_L ; \quad \hat{Y}_1 |\nu_l\rangle_L = -|\nu_l\rangle_L, \quad (4.53)$$

$$\hat{Q}_{em} |l^-\rangle_L = -|l^-\rangle_L ; \quad \hat{Q}_{em} |\nu_l\rangle_L = 0, \quad (4.54)$$

onde \hat{Y}_1 é o operador usual de hipercarga do MP. No caso do setor escuro, temos que

$$\frac{\hat{Y}_3}{2} |\chi\rangle = |\chi\rangle. \quad (4.55)$$

Queremos determinar qual o autovalor do novo operador de hipercarga \hat{Y}_2 . Deste modo,

$$\hat{Q} |e^-\rangle_L = \left\{ \hat{Q}_{em} - \frac{1}{2} \left(\frac{g_C c_\phi}{g'_Y} \right)^2 (\hat{Y}_1 - \hat{Y}_2) \right\} |e^-\rangle_L \quad (4.56)$$

e usando (4.54), podemos verificar que, para que o MP não seja alterado, ou seja, para que

$$\hat{Q} |e^-\rangle_L = \hat{Q}_{em} |e^-\rangle_L = -|e^-\rangle_L \quad (4.57)$$

devemos ter

$$(\hat{Y}_1 - \hat{Y}_2) |e^-\rangle_L = 0. \quad (4.58)$$

Desta forma \hat{Y}_1 e \hat{Y}_2 possuem os mesmos autovalores.

A partir do resultado obtido em (4.58) podemos notar que o operador (4.34) aplicado a um estado fermiônico tem autovalor nulo, ou seja,

$$\hat{\alpha}_1 |f\rangle_{L,R} = g_C c_\phi c_\eta \left[\hat{Y}_1 - \hat{Y}_2 \right] |f\rangle_{L,R} = 0, \quad (4.59)$$

onde f representa um férmion qualquer do MP. Este é um resultado muito importante, visto que nos diz que a interação dos férmions do MP com o campo A'_μ , ou seja, com o fóton escuro, é nula. Portanto, obtemos que o fóton escuro não interage com os férmions do MP.

Abaixo apresentamos uma tabela com os autovalores dos operadores sobre os estados de partículas fermiônicas.

Lépton	$\frac{\hat{\tau}^3}{2}$	\hat{Q}_{em}	$\frac{\hat{Y}}{2}$		Quark	$\frac{\hat{\tau}^3}{2}$	\hat{Q}_{em}	$\frac{\hat{Y}}{2}$
$ \nu_e\rangle_L$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$		$(u\rangle, c\rangle, t\rangle)_L$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$
$ e^-\rangle_L$	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$		$(d\rangle, s\rangle, b\rangle)_L$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
$ e^-\rangle_R$	0	-1	-1		$(u\rangle, c\rangle, t\rangle)_R$	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
-	-	-	-		$(d\rangle, s\rangle, b\rangle)_R$	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$

Tab. 4.1: Autovalores dos operadores de carga.

Para obtermos as outras cargas da teoria devemos tomar os operadores $\hat{\alpha}_3$, $\hat{\alpha}_4$, $\hat{\alpha}_5$, $\hat{\alpha}_6$, $\hat{\alpha}_7$ e $\hat{\alpha}_8$, e reescrevê-los nas seguintes formas

$$\frac{\hat{\alpha}_3}{2} = \hat{e}_{z'}^{fL,R} = \frac{g_2 s_\psi}{c_\theta} \left[\frac{\hat{\tau}^3}{2} - \hat{Q}_{em} s_\theta^2 + \frac{s_\theta s_\eta t_\phi}{t_\psi} \left(\hat{Q}_{em} - \frac{\hat{\tau}^3}{2} \right) \right], \quad (4.60)$$

$$\frac{\hat{\alpha}_4}{2} = \hat{e}_z^{fL,R} = -\frac{g_2 c_\psi}{c_\theta} \left[\frac{\hat{\tau}^3}{2} - \hat{Q}_{em} s_\theta^2 - s_\theta s_\eta t_\phi t_\psi \left(\hat{Q}_{em} - \frac{\hat{\tau}^3}{2} \right) \right], \quad (4.61)$$

$$\hat{\alpha}_5 = \hat{e}_X = g_X \frac{g_Y}{g'_Y} \sin \phi \frac{\hat{Y}_3}{2}, \quad (4.62)$$

$$\hat{\alpha}_6 = \hat{e}_\chi = -g_X \frac{g_C g_2 \cos \phi}{g'_Y \sqrt{g^2 + g'^2_Y}} \sin \phi \frac{\hat{Y}_3}{2}, \quad (4.63)$$

$$\hat{\alpha}_7 = \hat{e}_{z'}^\chi = (c_\phi c_\psi + s_\eta s_\phi s_\psi s_\theta) \frac{\hat{Y}_3}{2}, \quad (4.64)$$

$$\hat{\alpha}_8 = \hat{e}_z^\chi = (c_\phi s_\psi - c_\psi s_\eta s_\phi s_\theta) \frac{\hat{Y}_3}{2}. \quad (4.65)$$

Então, a partir dos valores da tabela (??), obtemos os autovalores dos operadores de carga,

$$\epsilon_{z'}^{eL} = -\frac{g_2 s_\psi}{2c_\theta} \left[1 - 2s_\theta^2 + \frac{s_\theta s_\eta t_\phi}{t_\psi} \right] \quad (4.66)$$

$$\epsilon_{z'}^{eR} = -\frac{g_2 s_\psi}{c_\theta} \left[s_\theta^2 - \frac{s_\theta s_\eta t_\phi}{t_\psi} \right] \quad (4.67)$$

$$\epsilon_z^{eL} = \frac{g_2 c_\psi}{2c_\theta} [1 - 2s_\theta^2 - s_\theta s_\eta t_\phi t_\psi] \quad (4.68)$$

$$\epsilon_z^{eR} = -\frac{g_2 c_\psi}{c_\theta} [s_\theta^2 + s_\theta s_\eta t_\phi t_\psi] \quad (4.69)$$

$$e_X = g_X \frac{g_Y}{g'_Y} \sin \phi \quad (4.70)$$

$$e_\chi = -g_X \frac{g_C g_2 \cos \phi}{g'_Y \sqrt{g^2 + g'^2_Y}} \sin \phi \quad (4.71)$$

$$\epsilon_{z'}^\chi = (c_\phi c_\psi + s_\eta s_\phi s_\psi s_\theta) \quad (4.72)$$

$$\epsilon_z^\chi = (c_\phi s_\psi - c_\psi s_\eta s_\phi s_\theta). \quad (4.73)$$

Esses autovalores obtidos são justamente as cargas associadas aos campos que procurávamos. Portanto, encontramos todas as cargas de interação referente aos bósons e os férmions do modelo. Munidos desses resultados estamos aptos a calcular processos físicos com o modelo. No próximo capítulo, apresentaremos a parametrização obtida a partir do cálculo da densidade de relíquia.

Capítulo 5

Aniquilação e Densidade de Relíquia

5.1 Parametrização

Vamos retomar a discussão sobre a determinação das massas dos bósons. Principalmente, daremos uma certa atenção às expressões (4.19). Elas podem ser escritas como, M_+ para a massa de Z' e M_- para Z , ou seja,

$$\begin{aligned} M_{\pm}^2 &= \frac{1}{8} [v^2 (g_2^2 + g_C^2 + g_Y^2) + 4m_1^2 + 4m_2^2 \pm \Delta] \\ m_{\gamma}^2 &= 0 \quad ; \quad m_{\gamma'}^2 = 0. \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde

$$\Delta = \sqrt{8m_1^2 (4m_2^2 - v^2 [g_2^2 - g_C^2 + g_Y^2]) + (v^2 [g_2^2 + g_C^2 + g_Y^2] - 4m_2^2)^2 + 16m_1^4}.$$

Vamos usar as seguintes definições

$$m_W = \frac{vg_2}{2} \quad ; \quad m_C = \frac{vg_C}{2} \quad ; \quad m_Y = \frac{vg_Y}{2}, \quad ; \quad m_Z^2 = m_W^2 + m_Y^2. \quad (5.2)$$

Usando também

$$m_{Z'}^2 = m_1^2 + m_2^2 \quad \text{e} \quad \tan \phi = \frac{m_1}{m_2} \quad (5.3)$$

que resultam em

$$m_{Z'}^2 = \frac{m_2^2}{\cos^2 \phi}. \quad (5.4)$$

Desta forma, a equação para Δ fica, após algumas simplificações,

$$\Delta = \sqrt{m_C^4 + 2m_C^2 (m_Z^2 - m_{Z'}^2 \cos 2\phi) + (m_Z^2 - m_{Z'}^2)^2}.$$

Assim, resumindo, as massas quadradas de Z e Z' ficam

$$M_{\pm}^2 = \frac{1}{2} [m_Z^2 + m_{Z'}^2 + m_C^2] \pm \frac{1}{2} \Delta. \quad (5.5)$$

Expandindo (5.5) até a segunda ordem em m_C , temos

$$\begin{aligned} M_+^2 &\approx m_{Z'}^2 + m_C^2 \frac{m_{Z'}^2}{m_{Z'}^2 - m_Z^2} \sin^2 \phi \\ M_-^2 &\approx m_Z^2 + m_C^2 \frac{m_{Z'}^2 \cos^2 \phi - m_Z^2}{m_{Z'}^2 - m_Z^2}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Agora, analisando M_-^2

$$M_- \approx \sqrt{m_Z^2 + \delta m_Z^2} \approx m_Z + \frac{\delta m_Z^2}{2 m_Z} \quad (5.7)$$

daí

$$M_- \approx m_Z + \frac{m_C^2}{2 m_Z} \left(\frac{m_{Z'}^2 \cos^2 \phi - m_Z^2}{m_{Z'}^2 - m_Z^2} \right) = m_Z + \frac{m_C^2}{2 m_Z} \left(\frac{\cos^2 \phi - \frac{m_Z^2}{m_{Z'}^2}}{1 - \frac{m_Z^2}{m_{Z'}^2}} \right), \quad (5.8)$$

ou seja,

$$M_- \approx m_Z + \frac{m_C^2}{2 m_Z} \mathcal{F}(\phi, \varepsilon), \quad (5.9)$$

onde

$$\mathcal{F}(\phi, \varepsilon) = \left(\frac{\cos^2 \phi - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2} \right) \quad \text{e} \quad \varepsilon = \frac{m_Z}{m_{Z'}}. \quad (5.10)$$

Analisando ε , vemos que só pode assumir valores no intervalo

$$0 \leq \varepsilon \leq 1, \quad (5.11)$$

pois $m_{Z'}$ é, no mínimo, igual a m_Z ou maior. Da mesma forma para M_+ temos

$$\begin{aligned} M_+^2 &\approx m_{Z'}^2 + m_C^2 \frac{m_{Z'}^2}{m_{Z'}^2 - m_Z^2} \sin^2 \phi = m_{Z'}^2 + m_C^2 \frac{\sin^2 \phi}{1 - \varepsilon^2} \\ &= m_{Z'}^2 + m_C^2 \mathcal{G}(\phi, \varepsilon), \end{aligned} \quad (5.12)$$

com m_C pequeno fica

$$M_+ \approx m_{Z'} + \frac{m_C^2}{2m_{Z'}} \mathcal{G}(\phi, \varepsilon) \quad (5.13)$$

onde

$$\mathcal{G}(\phi, \varepsilon) = \frac{\sin^2 \phi}{1 - \varepsilon^2}. \quad (5.14)$$

O valor experimental para a massa do bóson Z é [37]

$$\bar{m}_Z = m_Z \pm \delta m_Z = 91.1876 \pm 0.0021 \text{ (GeV)}, \quad (5.15)$$

assim, vemos que a barra de erro na massa do Z é de 4 MeV (± 2 MeV), portanto,

$$-2 \leq \frac{m_C^2}{2 m_Z} \mathcal{F}(\phi, \varepsilon) \leq 2. \quad (5.16)$$

Essa análise acima requer que os efeitos da extensão do Modelo Padrão na massa do bóson Z devem estar no que é chamado corredor de erro (*error corridor*) da predição do Modelo Padrão [32, 34, 93].

Podemos estudar as consequências da eq. (5.16) no caso simples de $\phi = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(0, \varepsilon) = 1$. Esse caso implica que $\tan \phi = 0$, o que corresponde a tomar $m_1 = 0$, ou seja, desacoplar a QED escura do MP estendido. Assim, no máximo $m_C^2/2 m_Z$ pode assumir o valor de

$$\frac{m_C^2}{2 m_Z} = 2 \text{ MeV}. \quad (5.17)$$

Para a massa do bóson Z ficar dentro do corredor de erro da predição do MP, teremos

$$m_C = 603,98 \text{ MeV}. \quad (5.18)$$

Como $v = 246$ GeV e de (5.2) tiramos um valor máximo para a constante de acoplamento g_C , no caso de $\phi = 0$:

$$g_C = \frac{2 m_C}{v} \approx 5 \times 10^{-3}. \quad (5.19)$$

Agora, o resultado (5.19) corresponde ao caso $\phi = 0$, onde o Modelo Padrão estendido não interage com a QED escura. Nessa situação, é importante observar que as correções nas

massas do m_Z e $m_{Z'}$ são independentes, isto é

$$\mathcal{G}(0,\varepsilon) = 0 \quad ; \quad \mathcal{F}(0,\varepsilon) = 1 \quad (5.20)$$

e, conseqüentemente,

$$M_+ \approx m_{Z'} \quad \text{e} \quad M_- \approx m_Z + \frac{m_C^2}{2 m_Z}. \quad (5.21)$$

Para “ligar” a QED escura e fazê-la interagir com o MP estendido, devemos ter $\phi \neq 0$, nesse caso,

$$-1 \leq \mathcal{F}(\phi,\varepsilon) \leq 1. \quad (5.22)$$

Com um cálculo numérico simples, que garante a condição (5.22), obtemos os valores possíveis para a massa do Z' , em três valores de ângulos $\phi = \pi/2, \pi/4, \pi/8$ mostrado na Fig. (5.2). Vemos que há um valor mínimo de massa para o bóson Z' , que corresponde ao ponto onde as curvas de massa cortam o valor -1 . Podemos resolver analiticamente a equação

$$\mathcal{F}(\phi,\varepsilon) = -1 \quad (5.23)$$

para determinar este ponto, obtendo a massa mínima para o bóson Z'

$$m_{Z'}^{\min} = m_Z \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \phi + 1}}. \quad (5.24)$$

Assim,

$$\begin{aligned} \phi = 0 & \Rightarrow m_{Z'}^{\min} = m_Z \\ \phi = \frac{\pi}{8} & \Rightarrow m_{Z'}^{\min} = 94.73 \text{ (GeV)} \\ \phi = \frac{\pi}{4} & \Rightarrow m_{Z'}^{\min} = 105.31 \text{ (GeV)} \\ \phi = \frac{\pi}{2} & \Rightarrow m_{Z'}^{\min} = 128.97 \text{ (GeV)}. \end{aligned} \quad (5.25)$$

A Fig. (5.1) mostra o gráfico desses valores, onde é possível verificar o comportamento cíclico para o valor mínimo da massa de $m_{Z'}$. Uma análise semelhante foi feita em um trabalho apresentado no V International Workshop on Astronomy and Relativistic Astrophysics (IWARA 2011) [94].

Precisamos definir alguns outros parâmetros. Portanto, é importante fazer uma análise em torno dos valores obtidos para a carga elétrica escura e a carga elétrica portada pelo

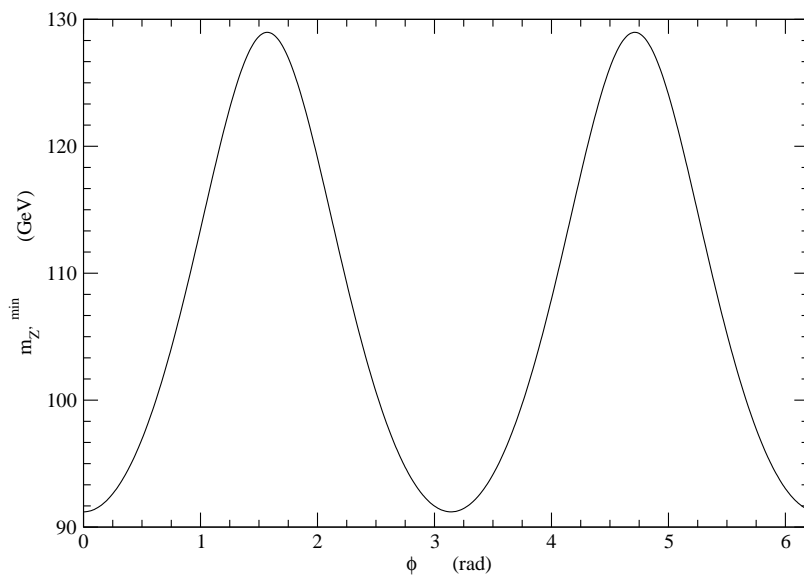


Fig. 5.1: Valor mínimo para $m_{Z'}$.

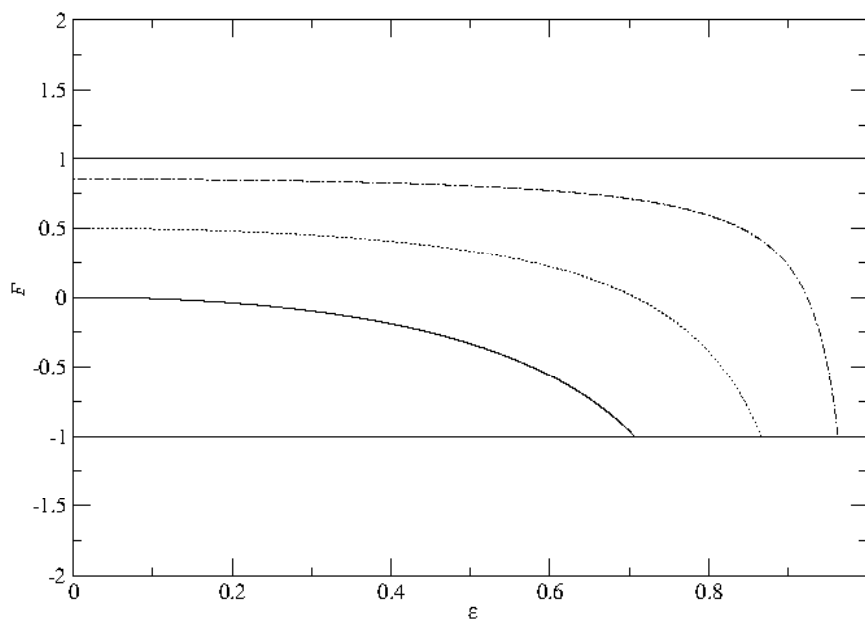


Fig. 5.2: Possíveis valores para $\epsilon = m_Z/m_{Z'}$ com $\phi = \pi/8$ (linha tracejada-pontuada), $\phi = \pi/4$ (linha tracejada) e $\phi = \pi/2$ (linha sólida).

férmion escuro. O acoplamento do fóton com o férmion χ do setor escuro resulta em uma carga escura e_X já obtida em (4.70), mas aqui escrita na forma

$$e_X = g_X c_\eta s_\phi = \xi e \quad (5.26)$$

onde

$$\xi = \frac{g_X g_Y}{g_2} \sin \phi \frac{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2 + g_C^2 \cos^2 \phi}}{g_Y^2 + g_C^2 \cos^2 \phi}. \quad (5.27)$$

Para garantir a conservação de carga, o fóton escuro tem o mesmo acoplamento com o férmion χ que o fóton ordinário. A carga escura é dependente do grau de mistura do MP com a QED escura. No caso de $\phi = \pi/2$ temos $g_{Y'} = g_Y$, usando os valores conhecidos $g_2 \simeq 0,65$ e $g_Y \simeq 0,35$, a Eq. (5.27) é simplificada

$$\xi = g_X \frac{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2}}{g_Y g_2} \simeq 3.2 g_X. \quad (5.28)$$

Se o acoplamento g_X é pequeno, por exemplo, da mesma ordem que g_C , então a carga elétrica escura é uma fração da carga, $e_X \sim 10^{-3} e$. Apresentamos no evento XI HADRON PHYSICS um cálculo semelhante, onde analisamos o comportamento do parâmetro $\delta = \tan \phi$ em função do acoplamento escuro g_X , a partir do valor da mili-carga ξ [95]. Historicamente, o contexto da matéria escura com mili-carga foi discutida primeiramente por Holdom [29], Goldberg e Hall [96], nos recentes estudos [11][32][33][34][35][36][38][39][40][41][93]. Em resumo, estes estudos tem mostrado que as partículas com mili-carga, com frações da carga elétrica variando entre 10^{-6} até 10^{-1} da unidade de carga são permitidas.

5.2 Taxa de decaimento

Conforme o apêndice (C), a taxa de decaimento para um bóson de calibre Z' pode ser escrita

$$\Gamma = \frac{m_{Z'}}{24\pi} \left[(g_L^{Z'})^2 + (g_R^{Z'})^2 \right], \quad (5.29)$$

onde $g_R^{Z'} = g_L^{Z'}$ e

$$g_R^{Z'} = \frac{g_2 s_\psi}{c_\theta} \left[\frac{\tau^3}{2} - Q_{em} s_\theta^2 + \frac{s_\theta s_\eta t_\phi}{t_\psi} \left(Q_{em} - \frac{\tau^3}{2} \right) \right]. \quad (5.30)$$

Queremos obter as taxas de decaimento Γ para os canais usuais dos bósons de calibre massivos, nesse caso, para o novo bóson massivo Z' . Nas tabelas abaixo, apresentamos as

taxas de decaimento para um Z' de massa $m_{Z'} = 5,1$ TeV e $m_{Z'} = 9$ TeV. O valor de $m_{Z'} = 5,1$ TeV é o limite inferior estabelecido pelo experimento CMS e foi apresentado em [97]. Se usarmos massas de Z' maiores, as taxas de decaimento aumentam também. O parâmetro ϕ , como já foi visto, está relacionado com a mistura entre o setor escuro e o Modelo Padrão.

Isto mostra que Z' pode decair em férmions comuns do Modelo Padrão e as taxas de decaimento são menores que as conhecidas para o bóson Z . Os decaimentos, nas tabelas, estão em keV.

ϕ	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/2$
$\Gamma(Z' \rightarrow f\bar{f})$	(keV)	(keV)	(keV)
e^+e^-	12,38	42,27	84,54
$c\bar{c}$	14,03	47,90	95,81
$t\bar{t}$	14,04	47,96	95,92
$s\bar{s}$	4,12	14,09	28,18
$b\bar{b}$	4,12	14,08	28,17

Tab. 5.1: Taxas de decaimento para $m_{Z'} = 5,1$ TeV.

5.3 Processo de Aniquilação Fermiônica e a Densidade de Relíquia

Na parametrização de um determinado modelo, é necessário utilizar algum valor experimental como padrão e, então, fixar ou determinar um espaço de valores possíveis para os parâmetros, como foi feito na seção anterior. Dessa forma, utilizaremos a determinação da densidade de relíquia de modo a determinar alguns parâmetros ainda indeterminados no modelo. Para isso, nosso modelo pode ser aplicado para verificar a produção de férmions do MP a partir da aniquilação de férmions do setor escuro. Queremos, especificamente,

ϕ	$\pi/8$	$\pi/4$	$\pi/2$
$\Gamma(Z' \rightarrow f\bar{f})$	(keV)	(keV)	(keV)
e^+e^-	21,85	74,60	149,20
$c\bar{c}$	24,76	84,54	169,09
$t\bar{t}$	24,77	84,58	169,16
$s\bar{s}$	7,28	24,86	49,73
$b\bar{b}$	7,28	24,86	49,72

Tab. 5.2: Taxas de decaimento para $m_{Z'} = 9 \text{ TeV}$.

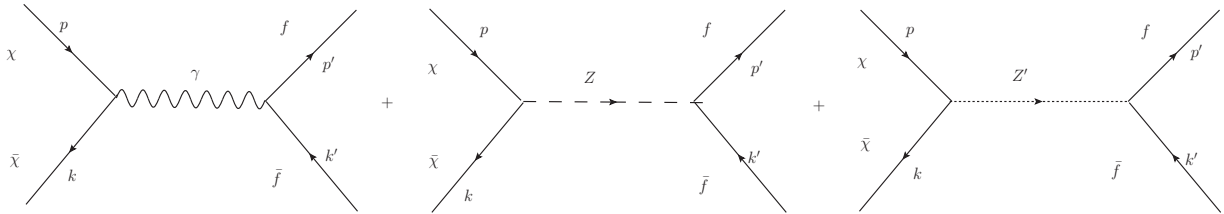


Fig. 5.3: Processo de aniquilação de dois férmions do setor escuro resultando em dois férmions do Modelo Padrão.

calcular o seguinte processo,

$$\chi\bar{\chi} \rightarrow Z', Z, \gamma \rightarrow f\bar{f}, \quad (5.31)$$

ou seja, a aniquilação entre um par de férmions escuros, mediado por três contribuições de estados de bósons produzindo dois estados de férmions usuais. A Fig.(5.3) representa o diagrama de Feynman do processo. Escrevemos a amplitude do processo da seguinte forma

$$\mathcal{M} = [\bar{u}_f(p')\gamma_\mu\Pi v_f(k')] [\bar{u}_\chi(p)\gamma^\mu v_\chi(k)] \quad (5.32)$$

onde $\Pi = \lambda_L P_L + \lambda_R P_R$ and $P_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma^5)$, com

$$\lambda_{L,R} = \frac{\xi e^2}{s} + \frac{\epsilon_Z^\chi \epsilon_Z^{fL,R}}{s - m_Z^2} + \frac{\epsilon_{Z'}^\chi \epsilon_{Z'}^{fL,R}}{s - m_{Z'}^2}. \quad (5.33)$$

Os parâmetros ξ , $\epsilon_{Z,Z'}^{fL,R}$ e $\epsilon_{Z,Z'}^\chi$ são os acoplamentos entre os bósons e os férmions (definidos na seção 4.4), s é o quadrado da energia de centro de massa e e é a carga elétrica.

Após calcularmos os traços da amplitude de aniquilação, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} |\mathcal{M}|^2 &= 4 (\lambda_L^2 + \lambda_R^2) \{ [(k \cdot k') (p \cdot p') + (k' \cdot p) (k \cdot p') + m_\chi^2 (k' \cdot p')] \} \\ &+ 8 \lambda_R \lambda_L m_e^2 [(k \cdot p) + 2m_\chi^2] \end{aligned} \quad (5.34)$$

onde já foi realizada a média sobre os estados de spin de entrada e a soma sobre todos os possíveis estados de spin de saída. No apêndice (B) apresentamos o cálculo detalhado da amplitude de aniquilação.

Para obtermos a seção de choque partimos de

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{p}'|}{|\vec{p}|} |\mathcal{M}|^2, \quad (5.35)$$

que é a definição de seção de choque [90], com p e p' sendo definidos no diagrama (5.3).

Trabalhando um pouco com a cinemática, temos

$$k \cdot p = k_0 p^0 - \vec{k} \cdot \vec{p}, \quad (5.36)$$

e no caso de estarmos no referencial do centro de massa, temos $E_p = E_k = E_\chi$ e $|\vec{k}| = |\vec{p}|$, desta forma,

$$k \cdot p = E_f^2 + |\vec{p}|^2. \quad (5.37)$$

Como $|\vec{p}|^2 = E_\chi^2 - m_\chi^2$ e $k \cdot p = 2|\vec{p}|^2 + m_\chi^2$, obtemos

$$|\vec{p}| = \frac{1}{2} \sqrt{s} \left(1 - 4 \frac{m_\chi^2}{s} \right)^{1/2} \quad (5.38)$$

e

$$|\vec{p}'| = \frac{1}{2} \sqrt{s} \left(1 - 4 \frac{m_f^2}{s} \right)^{1/2}. \quad (5.39)$$

Portanto, tomando (5.34), (5.38), (5.39) e aplicando em (5.35) obtemos

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{\beta_\chi}{\beta_f} \{ (\lambda_L^2 + \lambda_R^2) \times \\ &\times \left[(t - m_f^2 - m_\chi^2)^2 + (u - m_f^2 - m_\chi^2)^2 + m_\chi^2 (s - 2m_f^2) \right] \\ &+ 4\lambda_R \lambda_L m_e^2 (s + 2m_\chi^2) \} \end{aligned} \quad (5.40)$$

onde

$$\beta_f = \left(1 - 4 \frac{m_f^2}{s} \right)^{1/2} \quad \text{e} \quad (5.41)$$

$$\beta_\chi = \left(1 - 4 \frac{m_\chi^2}{s} \right)^{1/2}. \quad (5.42)$$

A seção de choque diferencial após a integração no ângulo ϕ do elemento de ângulo sólido $d\Omega$ é

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d \cos \theta} &= \frac{1}{32\pi s} \frac{\beta_f}{\beta_\chi} \{ (\lambda_L^2 + \lambda_R^2) \times \\ &\times \left[\frac{1}{4} s^2 (1 - \beta_f \beta_\chi \cos \theta)^2 + \frac{1}{4} s^2 (1 + \beta_f \beta_\chi \cos \theta)^2 + 2m_\chi^2 (s - 2m_f^2) \right] \\ &+ 4\lambda_R \lambda_L m_f^2 (s + 2m_\chi^2) \}. \end{aligned} \quad (5.43)$$

Porém, as variáveis de Mandelstam u e t são de valor ainda indeterminado. Para isso, tomando a cinemática do problema, obtemos

$$t - m_f^2 - m_\chi^2 = -\frac{1}{2} s (1 - \beta_f \beta_\chi \cos \theta). \quad (5.44)$$

e

$$u - m_f^2 - m_\chi^2 = -\frac{1}{2} s (1 + \beta_f \beta_\chi \cos \theta). \quad (5.45)$$

Finalmente, escrevendo a seção de choque em função dessas expressões, temos

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d \cos \theta} &= \frac{1}{32\pi s} \frac{\beta_\chi}{\beta_f} \{ (\lambda_L^2 + \lambda_R^2) \times \\ &\times \left[\frac{1}{4} s^2 (1 - \beta_f \beta_\chi \cos \theta)^2 + \frac{1}{4} s^2 (1 + \beta_f \beta_\chi \cos \theta)^2 + m_\chi^2 (s - 2m_f^2) \right] \\ &+ 4\lambda_R \lambda_L m_f^2 (s + 2m_\chi^2) \}. \end{aligned} \quad (5.46)$$

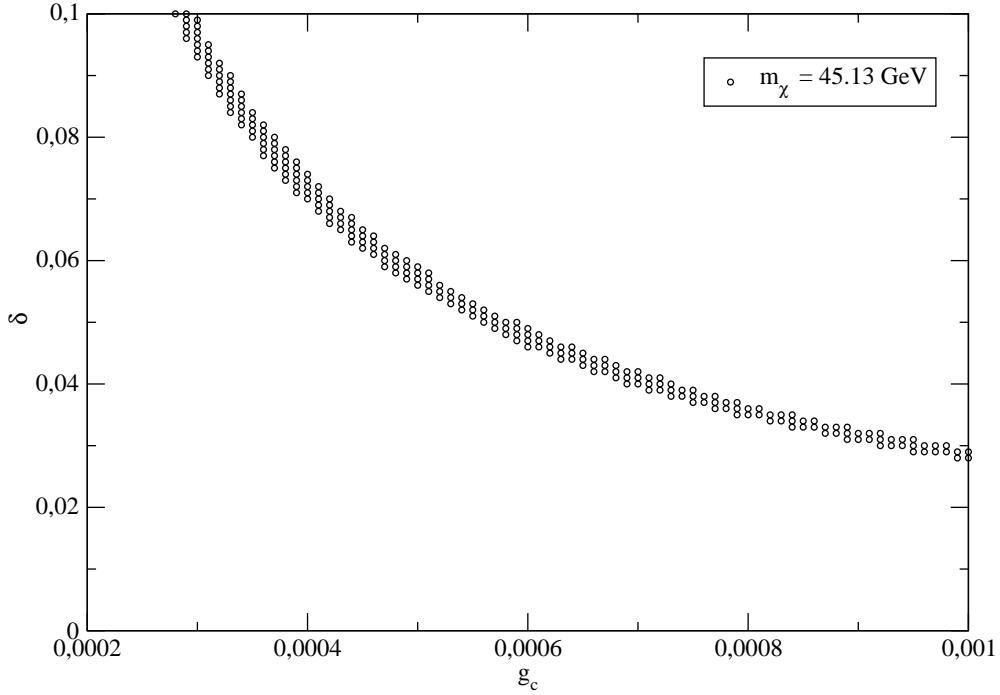


Fig. 5.4: Possíveis valores dos parâmetros g_c e δ com a massa do WIMP fixada em $m_\chi = 45,13 \text{ GeV}$.

Após a integração de (5.46), obtemos a seção de choque de aniquilação. Esse resultado será importante na determinação da densidade de relíquia dos férmions de matéria escura.

Para estimar a densidade de relíquia de nosso WIMP, usamos a seguinte expressão

$$\Omega_\chi h^2 = \frac{0,1 \text{ pb}}{\langle \sigma v \rangle}, \quad (5.47)$$

onde $\langle \sigma v \rangle$ é a média térmica da seção de choque de aniquilação.

A média térmica da seção de choque de aniquilação, em função do quadrado da energia de centro de massa, é dado por [51]

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{1}{8m_\chi^4 T K_2^2(m_\chi/T)} \int_{4m_\chi^2}^{\infty} ds (s - 4m_\chi^2) \sqrt{s} \sigma_{ann} K_1\left(\frac{\sqrt{s}}{T}\right). \quad (5.48)$$

Mostramos na Fig. (5.4) um conjunto de possíveis valores que g_c e $\delta = \tan \phi$. Apresentamos o contorno de $\sigma v = 0,84 \pm 0,06 \text{ pb}$ no plano (g_c, δ) . Para este gráfico, usamos $m_\chi = 45,13 \text{ GeV}$. Esse é um dos possíveis para m_χ . Incluímos na aniquilação ($\chi\bar{\chi} \rightarrow f\bar{f}$) todos os férmions possíveis do Modelo Padrão $f = e^-, \mu^-, \tau^-, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau, u, d, s, c, b$ e t . Na Fig. (5.5) temos a média térmica, $\langle \sigma v \rangle$ em função de m_χ . Usamos $g_c = 0,001$ e $\delta = 0,029$. As linhas tracejadas indicam os valores mínimo $\langle \sigma v \rangle = 0,78 \text{ pb}$ e máximo $\langle \sigma v \rangle = 0,90 \text{ pb}$

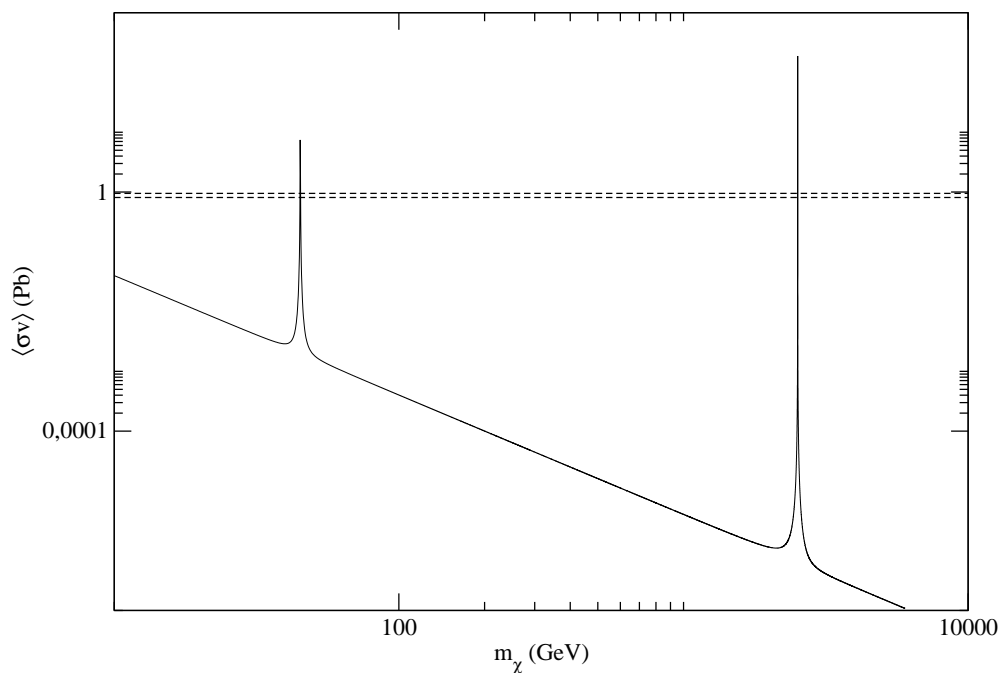


Fig. 5.5: Média térmica em pb em função de m_χ . As linhas tracejadas delimitam os valores dentro da barra de erro da média térmica $0,78 \leq \langle\sigma v\rangle \leq 0,90$ pb.

para a média térmica determinada com os dados de Planck. Então, é possível escolher algum dos valores de m_χ para obtermos o valor correto de $\langle\sigma v\rangle$ e o valor correto da densidade de matéria escura. Os resultados desta seção, bem com da seção anterior, foram aceitos e serão publicados em um artigo [98].

Capítulo 6

Cenário Astrofísico

6.1 Anãs Brancas

As estrelas, durante praticamente toda sua existência, convertem elementos químicos leves em outros mais pesados e isso se dá por meio de fusão nuclear, quando dois núcleos leves se unem para formar um outro núcleo mais pesado. Porém, chega um estágio na evolução estelar que o combustível acaba, ou seja, a abundância de elementos leves para realizar fusão diminui muito e, assim, a pressão exercida pela fusão também diminui. Como as estrelas são objetos extremamente massivos, elas possuem uma grande aceleração da gravidade. Dessa forma, por muito tempo a pressão da fusão equilibrava a gravidade, evitando que as camadas mais externas colapsassem sobre o núcleo da estrela. Esse equilíbrio, com a diminuição dos elementos leves, acaba sendo prejudicado. Ocorre, então, um colapso e as camadas externas são ejetadas. Esse evento de ejeção das camadas mais externas da estrela pode ocorrer de formas diferentes, dependendo da massa total da estrela. Se ela possuir uma massa inferior 10 vezes a massa do nosso Sol ($10M_{\odot}$), passará por uma fase chamada de nebulosa planetária. Porém, se sua massa for superior a este limite de massa, a estrela sofrerá uma explosão chamada de supernova.

Vamos nos ater em um dos objetos resultantes desses colapsos. No caso da nebulosa planetária, o que resta é um núcleo quente com um raio, em geral, pouco maior que o da Terra e com uma massa próxima à do Sol. A esse ente dá-se o nome de anã branca. Na anã branca não há mais fusão e, portanto, o que evita um colapso total da estrela é a pressão exercida pela degenerescência eletrônica. Essa pressão é também conhecida como pressão de Fermi. A maior massa para uma anã branca, a qual ela ainda consegue resistir ao colapso gravitacional, é de $1,4M_{\odot}$.

Anãs brancas pulsantes DA, com uma atmosfera rica em hidrogênio, são também chamadas de ZZ Ceti. A anã branca G117-B15A faz parte dessa classe e é uma das estrelas mais estudadas do ramo. Elas possuem períodos de oscilação P de 215,2 s, 270,46 s e 304,05 s. Tais períodos sofrem leves variações no decorrer do tempo.

Acredita-se que a estrela G117-B15A tenha estabelecido sua taxa de variação do período em $\dot{\Pi} = 4 \times 10^{-15} \text{ s s}^{-1}$, o que tornou possível comparar o resultado medido experimentalmente e o resultado teórico. Em alguns trabalhos [54, 99] verificou-se uma discrepância entre o experimento e a previsão teórica. Essa discrepância indica que existe um mecanismo extra de resfriamento desse tipo de estrela. Alguns modelos propõem a emissão de áxions como possível responsável por esse fenômeno.

6.2 Perda de energia Estelar

Observações astrofísicas tornaram-se uma ferramenta bem conhecida para obter restrições empíricas para novas partículas. Qualquer partícula leve, em princípio, tem potencial para desempenhar um papel importante na perda de energia estelar. Tal partícula removeria energia do banho térmico estelar por um mecanismo direto. Se a matéria estelar tem a quantidade de matéria escura suficiente, um processo importante para ser considerado é a emissão de γ' dos estados térmicos. Isto é relevante para a determinação da abundância de relíquias cosmológica, mas é também fonte de vínculos importantes surgindo do novo mecanismo de perda de energia nas estrelas. Para obter uma estimativa do impacto no resfriamento estelar, iremos focar no processo tipo Compton $\chi + \gamma \rightarrow \chi + \gamma'$ apresentado no diagrama na Fig. (6.1), onde χ é um férmion escuro. A perda de energia é dada por $Q_{\gamma'}$ [38]-[41]

$$Q_{\gamma'} = \frac{1}{\rho} \int \frac{d^3 q_\gamma}{(2\pi)^3} \frac{2}{e^{\omega\beta} - 1} \int \frac{d^3 q_\chi}{(2\pi)^3} \frac{2}{e^{E_\chi\beta} + 1} \sigma_c E_f \quad (6.1)$$

onde ω é a energia do fóton no banho térmico; E_χ é a energia dos férmions do setor escuro; E_f é a parcela de energia dos fótons usuais adquirida pelos fótons escuros e σ_c é a seção de choque de Compton dos processos. A seção de choque total para a produção de fótons escuros do espalhamento Compton é [90]

$$\sigma_c = \pi \frac{(\xi^2 \alpha)^2}{m_\chi} \left[\frac{4m_\chi}{\omega^2} + 2 \frac{(m_\chi + \omega)}{(m_\chi + 2\omega)^2} - \frac{1}{\omega^3} (2m_\chi^2 + 2m_\chi\omega - \omega^2) \ln \left(1 + \frac{2\omega}{m_\chi} \right) \right]. \quad (6.2)$$

Para calcular $Q_{\gamma'}$ em (6.1), podemos usar o seguinte: $E_f \approx \omega$, $d^3 q_\gamma = dk |\vec{k}|^2 d\Omega$, $d^3 q_\chi = dp |\vec{p}|^2 d\Omega$, $dk = d\omega$, $dp = (E_\chi/|\vec{p}|) dE_\chi$, $\omega^2 = |\vec{k}|^2$ and $|\vec{p}|^2 = E_\chi^2 - m_\chi^2$. A perda de energia torna-se

$$Q_{\gamma'} = \frac{1}{\rho} \frac{1}{(2\pi)^6} \int_0^\infty (8\pi) d\omega \frac{\omega^3}{e^{\omega\beta} - 1} \int_{m_\chi}^\infty (8\pi) dE_\chi \sqrt{E_\chi^2 - m_\chi^2} \frac{E_\chi}{e^{E_\chi\beta} + 1} \sigma_c. \quad (6.3)$$

Aproximamos σ_c como uma constante quando comparada com a integral de E_χ , que resulta

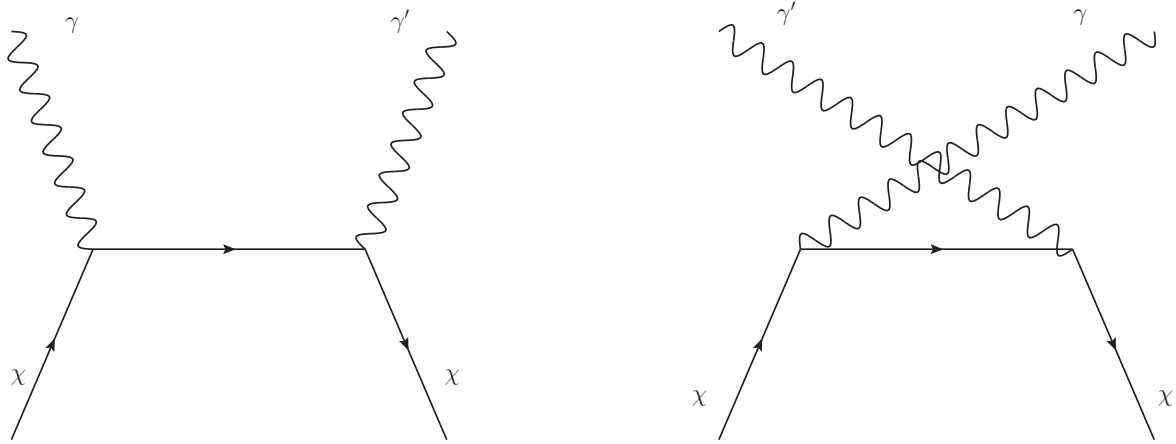


Fig. 6.1: Diagramas de Feynman para os espalhamentos Compton de fótons usuais e fótons escuros.

em

$$Q_{\gamma'} = \frac{m_\chi^5 (\xi^2 \alpha)^2}{\rho \pi^3} I_1 I_2 \quad (6.4)$$

onde

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^\infty \frac{dx}{e^{\beta m_\chi x} - 1} f(x) \\ I_2 &= \int_1^\infty dx \sqrt{x^2 - 1} \frac{x}{e^{\beta m_\chi x} + 1} \end{aligned} \quad (6.5)$$

com

$$f(x) = 4x + \frac{2x^3(1+x)}{(1+2x)^2} - (2+2x-x^2) \ln(1+2x).$$

De modo a estabelecer uma comparação dos nossos resultados com outros mecanismos de resfriamento estelar, devemos considerar dois casos: áxions em anãs brancas e neutrinos em protoestrelas de neutrôns.

O áxion foi originalmente introduzido como um candidato a matéria escura muito leve, onde a dinâmica da supernova 1987A e pesquisas de laboratório têm determinado sua massa em valores $\lesssim 0,01$ eV. O processo principal para a emissão dos áxions são o espalhamento tipo Compton, o processo Primakoff¹ e o processo de aniquilação [38]-[41]. A comparação com o cálculo aqui realizado (6.4) é estabelecido considerando um processo Compton com $e + \gamma \rightarrow e + a$, extraído de [38]

¹ Processo onde um fóton é convertido em um áxion pela troca de um outro fóton com um elétron.

$$Q_a = 5.29 \times 10^4 \frac{1}{\mu_e} T_8^6 I(T_8, \rho) \left(\frac{m_a}{\text{eV}} \right)^2, \quad (6.6)$$

com (6.6) em ergs/g sec; T_8 a temperatura em unidades de 10^8 K; m_a a massa do áxion. O fator I é tabelado no apêndice A de [38], onde $I = 1$ é o limite não-relativístico e não-degenerado. Como discutido em [38], se um áxion com massa m_a de 1 eV existe, a geração de energia nuclear deveria ser mais de 100 vezes maior e, então, a escala de evolução temporal torna-se menor por este fator. Este efeito deve perturbar a distribuição da estrela no ramo horizontal, portanto, este valor de massa pode ser considerado como um limite superior. Desta forma, o valor de 1 eV é usado com uma das massas de referência no cálculo da perda de energia por meio de axions.

As assinaturas características da matéria escura são potencialmente detectáveis com a análise das oscilações estelares. A astrosismologia está mostrando sua importância em determinar com grande precisão não só as propriedades globais das estrelas, como também suas estruturas internas. Recentemente, A. H. Córscico *et al.* usou o modelo astrosismológico [54] para estudar a taxa de resfriamento anômalo da anã branca pulsante G117-B15A. Desta medida eles inferiram a massa do áxion devido a este mecanismo de resfriamento extra e obtiveram o valor de $m_a \cos^2 \beta = 17,4_{-2,7}^{+2,3}$ meV, onde $\cos^2 \beta$ é um parâmetro independente de modelo que, é usualmente tomado como 1 [99].

A perda de energia é uma quantidade dependente da densidade, portanto, um cálculo de Q envolve uma estimativa da densidade de matéria estelar ordinária, que está muito bem estabelecida para áxions ou neutrinos, ambos acoplados a campos do Modelo Padrão. Devido à restrição imposta pela Eq. (4.58) ($\alpha_1 = 0$) nas interações diretas dos fótons escuros com as partículas do Modelo Padrão carregadas, uma conversão $\gamma \leftrightarrow \gamma'$ deve sempre envolver um férmion escuro χ . Um cálculo de Q neste cenário implica em uma estimativa grosseira da densidade de matéria escura. Em escalas de distância do tamanho de galáxias e aglomerados de galáxias, evidências de matéria escura são convincentes, mas as observações ainda não permitem determinar a quantidade total de matéria escura no universo. Informações têm sido obtidas da análise da RCF. Em particular, restrições rigorosas da abundância de bárions e da matéria do universo têm sido obtidas pelos dados de WMAP e, recentemente, por uma detecção de alta resolução da intensidade total e da polarização das anisotropias primordiais da RCF pelo Planck[4]. Simulações de N -corpos sugerem a existência de um perfil universal de matéria escura para densidades de halo, onde alguns dos modelos de perfis mais usados são Kravtsov *et al.* [100], Navarro, Frenk e White [101], Moore *et al.* [102] e os perfis de isothermas modificadas [103]. Portanto, se a matéria escura pode ser considerada como um constituinte do interior das estrelas, em uma primeira aproximação, uma escolha conservadora para a

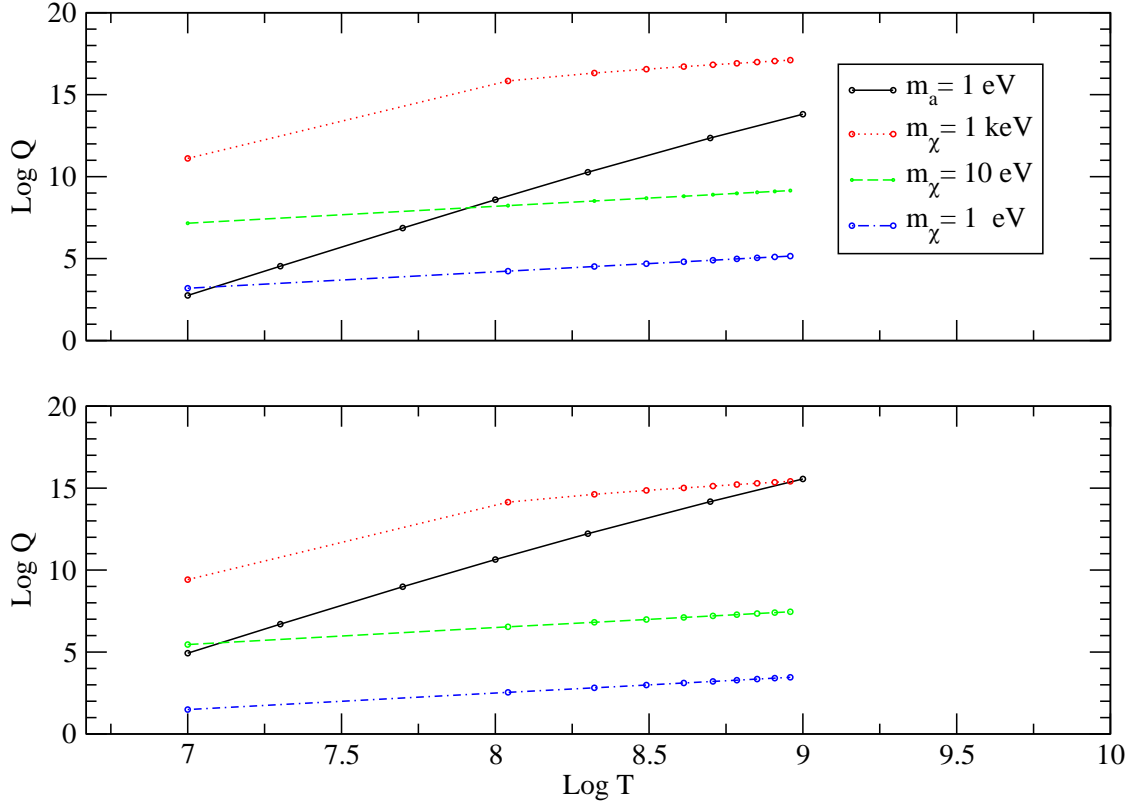


Fig. 6.2: Comparação da perda de energia para um áxion de massa $m_a = 1 \text{ eV}$ e um férmion singlete χ : $\rho \sim 10^4 \text{ g/cm}^3$ (superior), $\rho \sim 10^6 \text{ g/cm}^3$ (inferior). Q em ergs/g.sec e T em K .

densidade estelar desconhecida é assumir que ela é igual a densidade de matéria ordinária da estrela. Isto é consistente com os recentes estudos onde a matéria ordinária é misturada com matéria escura que não se auto aniquila [104, 105]. Foi encontrado que uma estrela mais compacta resulta do fato de nela existir um núcleo de matéria escura. Perfis de densidade de matéria escura são apresentados com núcleos estelares com alta densidade de matéria escura. Como será mostrado, isto é suficiente para o mecanismo de fóton escuro ser comparado com outros mecanismos de resfriamento.

6.2.1 Restrições Astrofísicas

A densidade estelar, adotada como sendo feita de hidrogênio puro, varia de $10^2 \lesssim \rho \lesssim 10^4 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, que são os valores limites típicos para uma estrela como o Sol (limite inferior) até o valor de uma gigante vermelha (limite superior). Estrelas compactas como anãs brancas têm densidades de matéria maiores, da ordem $10^6 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ e temperaturas de 10^7 K . No regime de temperaturas em torno de 10^8 K , o processo tipo Compton (6.6) é dominante [38]-[41].

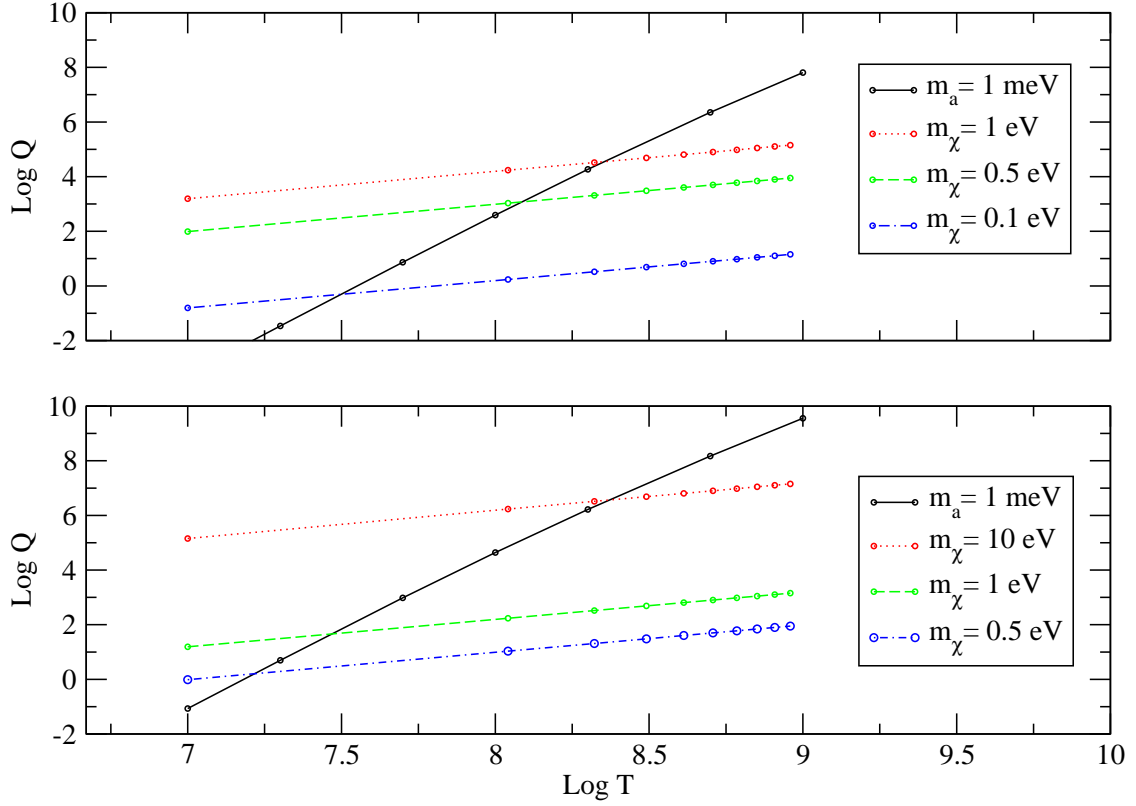


Fig. 6.3: Comparação da perda de energia para um áxion de massa $m_a = 1 \text{ meV}$ e um férmion singlete χ : $\rho \sim 10^4 \text{ g/cm}^3$ (superior), $\rho \sim 10^6 \text{ g/cm}^3$ (inferior). Q em ergs/g.sec e T em K .

Os parâmetros de entrada para a perda de energia são dados pelas duas densidades iniciais $\rho \sim 10^4 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ (típica de gigante vermelha) e $\rho \sim 10^6 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ (típica de anã branca). A milicarga está fixada em $\xi = 10^{-3}$ e $\alpha = 1/137$. As duas massas de referência dos áxions m_a são 1 eV e 1 meV. Para o primeiro caso, como pode ser visto na Fig. (6.2) para ambas as densidades, o espalhamento Compton dos fótons escuros com um férmion singlete resulta em $Q_{\gamma'}$ comparável com Q_a do áxion para massas m_χ de 1 eV, 10 eV e 1 keV. Em particular, para a zona de temperatura típica de anãs brancas ($T \sim 10^7 \text{ K}$), a perda de energia por espalhamento Compton de áxions é comparável com um fóton escuro espalhando em um férmion singlete de $m_\chi = 10 \text{ eV}$. No segundo caso, o áxion extremamente leve produz, para ambas as densidades, curvas de baixo Q_a , que implica que para um $Q_{\gamma'}$ comparável, como é visto na Fig. (6.3), as massas do férmion singlete m_χ devem ser menores. Novamente para a zona de temperatura típica de anãs brancas o férmion deve ter uma massa de 0,5 eV.

No nosso modelo podemos testar a sensibilidade do mecanismo de perda de energia com a milicarga e as massas dos férmions escuros para anãs brancas. A Fig. (6.4), onde define-se $\eta = \log \xi$, mostra que em uma região consistente com as temperaturas de 10^7 K to 10^8 K , típicas de anãs brancas, a perda de energia mais significativa para um singlete de massa

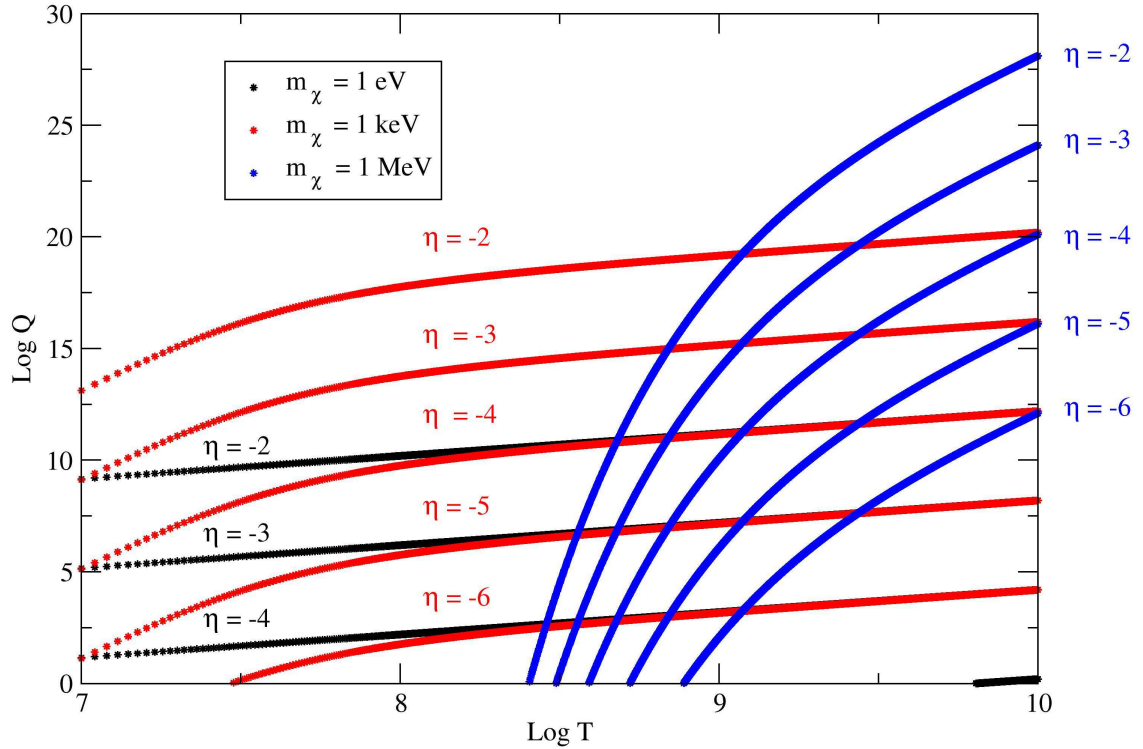


Fig. 6.4: Perda de energia para férmions singletos χ de massas e milicargas diferentes: $\rho \sim 10^6 \text{ g/cm}^3$. Q em ergs/g.sec , T em K e $\eta = \log \xi$.

pequena de 1 eV é para $\xi = 10^{-3}$ até $\xi = 10^{-2}$. Na mesma região existe uma sobreposição com um férmion mais pesado de 1 keV, onde um novo intervalo de milicargas menores é aceito de $\xi = 10^{-5}$ até $\xi = 10^{-4}$. Para esta massa de 1 keV a contribuição mais importante para uma possível perda de energia ocorre próximo ao limite da janela de carga em $\xi = 10^{-2}$. Um férmion mais pesado de 1 MeV está fora dos valores típicos de temperatura de anãs brancas e nenhum efeito seria esperado.

Efeitos de fótons escuros em zonas de altas densidades e altas temperaturas podem também ser testadas em supernovas, onde densidades típicas são da ordem de $\rho \sim 10^{14} \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ e temperaturas, dentro de uma recém criada estrela de nêutrons, são $T \sim 10^{12} \text{ K}$. A detecção de neutrinos de SN 1987A confirmou que quase $3 \times 10^{53} \text{ ergs}$ da energia gravitacional obtida pelo colapso do núcleo são emitidos como radiação de neutrinos em escalas de tempo de dezenas de segundos, durante os quais a protoestrela de nêutron central resfria, depletoniza e contrai [106, 107]. Nesse modelo, uma estimativa muito crua da

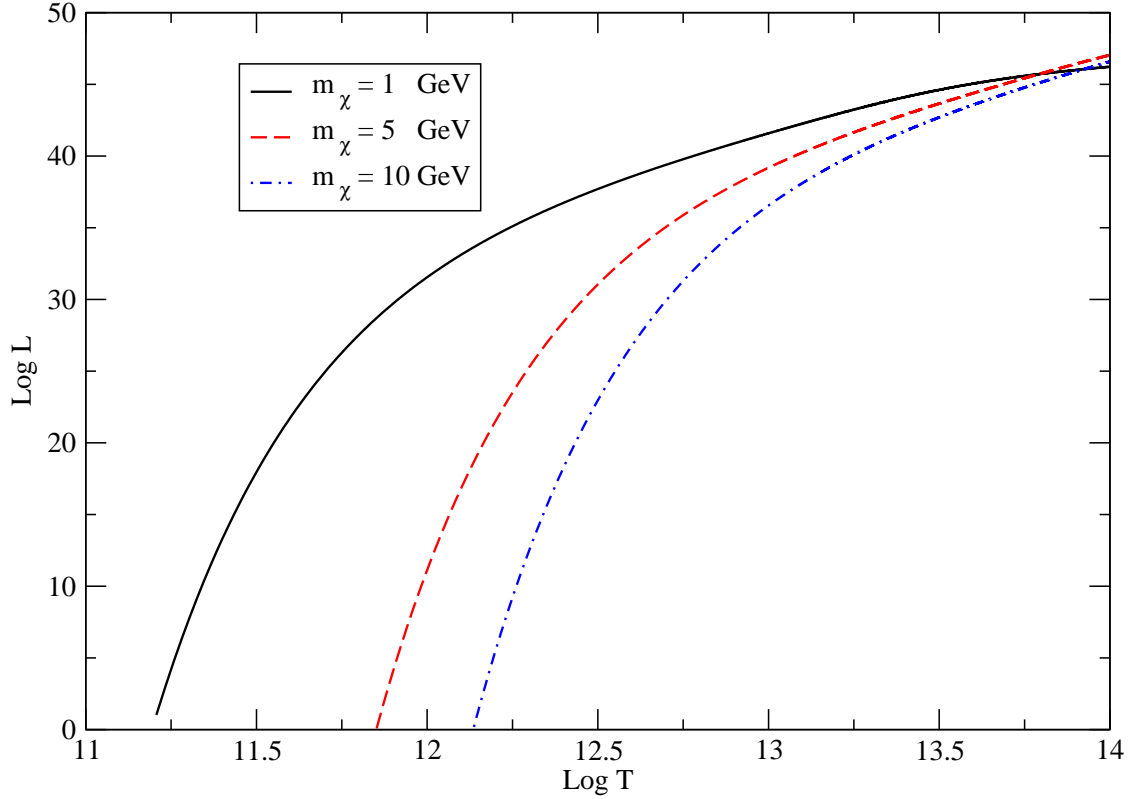


Fig. 6.5: *Luminosidade média de matéria escura para o férmion singlete, com massas $m_\chi = 1, 5, 10$ GeV e $\rho \sim 10^{14}$ g/cm³. L em ergs/sec e T em K.*

luminosidade pode ser feita considerando uma estrela progenitora homogênea de $15 M_\odot$ [107, 108]. Como é mostrado na Eq. (4.59), não há acoplamento direto entre o fóton escuro e as partículas do MP, resultando que a matéria estelar ordinária é transparente para fótons escuros. Fótons escuros, novamente, podem ser um mecanismo alternativo de resfriamento para matéria densa no regime de estrelas de nêutrons. No problema de anãs brancas, o regime de massa para m_χ é muito restrito e implica em uma opção extremamente leve para o WIMP. Para matéria em densidades de estrelas de nêutrons, nosso modelo admite um WIMP mais pesado, como visto na Fig. (6.5), que é consistente com a massa dos candidatos para matéria escura observados por DAMA/LIBRA [57] e CoGeNT [58].

Um problema desafiador é encontrar um cenário que unifique ambos, WIMPs de anãs brancas e WIMPs de supernovas, e que possam coexistir com um conjunto consistente de parâmetros. Como pode ser visto nas Figs. (6.2), (6.3) e (6.5), existe claramente uma temperatura inicial, um *limiar de Q*, que é fortemente dependente da massa de m_χ . Se um χ muito leve ($m_\chi \approx 10$ keV) está presente em uma supernova, ele terá um limiar de Q em temperaturas de $T \sim 10^6$ K, que é muitas ordens abaixo do valor usual de temperaturas de protoestrelas de neutrões. Para ser significativo no mecanismo de perda de energia, implica que χ tem uma grande massa, como pode ser visto na Fig. (6.5). Uma exclusão similar

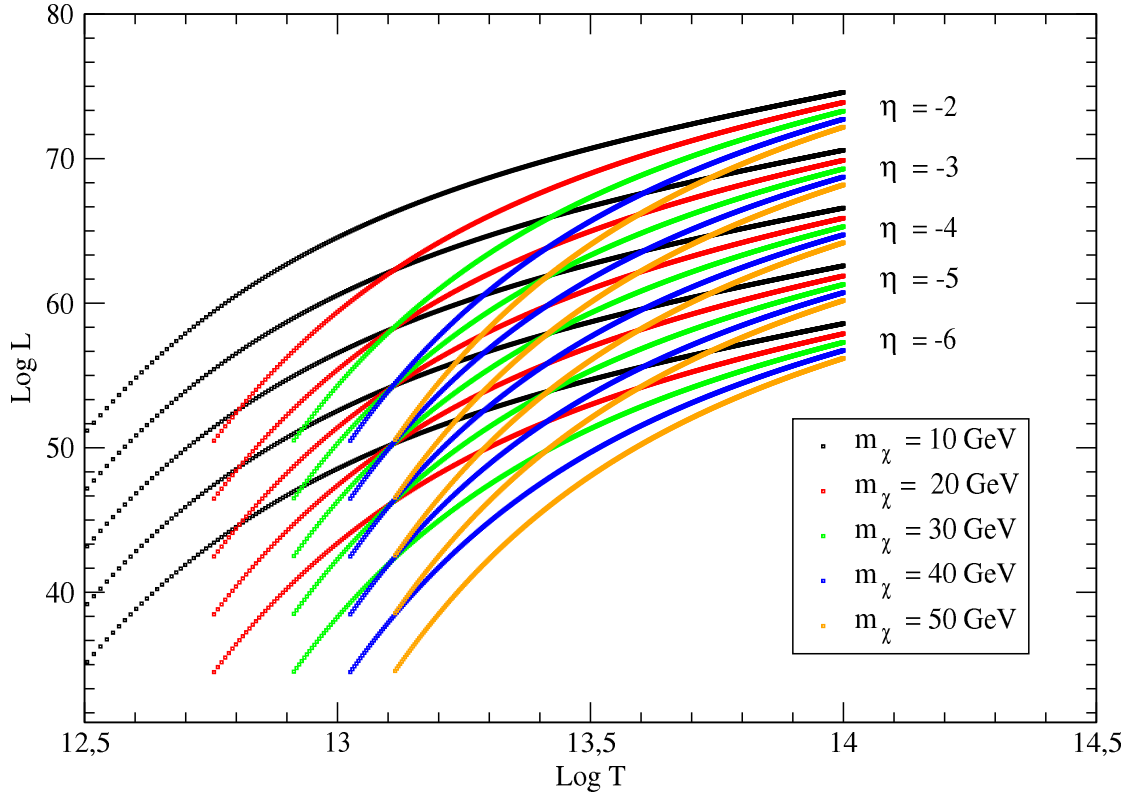


Fig. 6.6: *Luminosidade média de matéria escura para o férmion singlete, com massas $m_\chi = 10, 20, 30, 40$ e 50 GeV e $\rho \sim 10^{14}$ g/cm³. L em ergs/sec e T em K.*

ocorre para um χ pesado ($m_\chi \approx 10$ GeV) em uma anã branca. O limiar de Q ocorrerá em temperaturas de $T \sim 10^{12}$ K, novamente muitas ordens acima das temperaturas usuais para anãs brancas. Portanto, por esta simples análise a unificação dos cenários pode ser obtida se introduzirmos duas espécies de férmions χ_1 e χ_2 em (4.5) com massas $m_{\chi_1} \ll m_{\chi_2}$. Outro problema a ser enfrentado é a unificação das partículas de matéria escura obtidas no capítulo (5) e os valores de massa definidos neste capítulo. A Fig. (6.6) apresenta uma comparação da luminosidade para valores de m_χ da ordem do valor obtido na determinação da densidade de relíquia. Vemos que um WIMP de massa $m_\chi \approx 40$ GeV pode também estar presente no contexto do resfriamento de estrelas de nêutrons. Analisando as Fig. (1.4) e (5.5) podemos afirmar que os WIMPs de anãs brancas apresentam uma média térmica grande e, portanto, demoraram mais para desacoplar no início do universo e não contam para a densidade de relíquia da matéria escura fria. Já os WIMPs de estrelas de nêutros possuem uma média térmica menor e, portanto, desacoplaram mais cedo e contam para a densidade de relíquia da matéria escura fria. Os resultados deste capítulo e a apresentação do modelo proposto nesta tese foram publicados em [109].

Conclusão e Perspectivas

Estudamos algumas consequências da extensão do Modelo Padrão em um cenário híbrido onde dois novos bósons vetoriais $U(1)$ foram introduzidos. O primeiro C_μ acopla ao Modelo Padrão pelo acoplamento mínimo usual, produzindo um setor de calibre do Modelo Padrão aumentado, adquirindo massa pelo mecanismo de Higgs, e um segundo bóson X_μ misturado com C_μ via acoplamento de Stueckelberg. Após a quebra de simetria, quatro bósons físicos foram apresentados, sendo dois massivos: Z , Z' , e dois sem massa: γ e γ' (fóton escuro). Existe uma extensa literatura de bósons de calibre extras $U(1)$ [110]-[114]. As assinaturas mais limpas para um novo bóson Z' seriam da produção ressonante de um pico de massa na colisão e^+e^- . Como reportado recentemente pela colaboração CMS, foi realizada uma pesquisa em busca de ressonâncias no espectro de massa de dimuons e dielétrons correspondendo a uma luminosidade de 20.6 fb^{-1} para dimuons e de 19.6 fb^{-1} para dielétrons ($\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$) [115]. O espectro que foi encontrado era consistente com o esperado pelo Modelo Padrão, fixando os limites do bóson de calibre neutro usando o espectro medido do dilépton. Neste sentido, um Z' com acoplamentos do tipo do Modelo Padrão foi excluído para massas abaixo de 2960 GeV e nos inspirados em supercordas, para massas abaixo de 2600 GeV. Estes resultados não estão em contradição com o presente modelo, por exemplo a eq. (5.24) define um mínimo valor para a massa de Z' . Em particular para $\phi = \pi/2$ (maior valor mínimo), a massa de Z' deve satisfazer $m_{Z'} > 128,97 \text{ GeV}$.

Detecção direta de fótons escuros é impossível devido ao fato de $\hat{\alpha}_1 = 0$ em (4.33). Um possível cenário no qual o fóton escuro poderia ser importante seria no resfriamento estelar. Um diagrama do tipo Compton foi apresentado em nosso modelo onde convertemos $\gamma \leftrightarrow \gamma'$, similar ao que é feito em modelos de axions onde $\gamma \leftrightarrow a$, e poderia ser usado para estimar o impacto de um mecanismo alternativo de resfriamento. A comparação de $Q_{\gamma'}$ e Q_a , para anãs brancas revelaram que para um WIMP extremamente leve uma zona de sobreposição é possível onde os dois mecanismos são da mesma ordem e, a princípio, ambos poderiam contribuir para a perda de energia estelar. Existem indícios da existência de WIMPs com massas da ordem de alguns GeV's. Através de uma modulação anual, os experimentos CoGeNT [58, 59] e Dama-Libra [56] perceberam uma oscilação de sinais de matéria escura. Porém, na direção oposta, experimentos como CDMS, XENON e LUX têm mostrado limites para existência de tais partículas acima do que já foi medido pelos outros.

Um limite mínimo para a seção de choque de $7,6 \times 10^{-46} \text{ cm}^2$ na massa do WIMP de 33 GeV é apresentado [69].

A massa de nosso WIMP da anã branca está bem longe dos valores medidos ou limites definidos pelos experimentos. De fato, para o mecanismo de perda de energia existir, o férmion de matéria escura deve ser mais leve que um elétron ($m_\chi \ll m_e$). Em um espalhamento típico Bhabha, por exemplo, deve existir energia suficiente no diagrama de aniquilação para produzir, no estado final, e^+e^- e $\bar{\chi}\chi$. Por meio desse argumento, os férmions escuros deveriam ser extremamente abundantes. Porém, uma simples comparação da seção de choque $e^+e^- \rightarrow \bar{\chi}\chi$ com a seção de choque de aniquilação $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ no limite $\sqrt{s} \gg 2m_e$ obtemos

$$\frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow \bar{\chi}\chi}}{\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-}^{ann}} \simeq \xi^2, \quad (6.7)$$

mostrando uma grande supressão na produção de χ .

Além disso, mostramos que um WIMP de supernova tem uma massa de poucos GeV's, consistente com os candidatos à matéria escura já dados como descobertos pelos experimentos de detecção direta, e eles resultam na perda de energia da ordem do resfriamento do neutrino. Este pode ser um caminho para futuros cálculos. Um cenário onde as restrições de estrelas de nêutrons e anãs brancas são unificados implica em duas espécies de férmions χ_1 e χ_2 em \mathcal{L}_{dQED} com massas $m_{\chi_1} \ll m_{\chi_2}$.

Através do cálculo da seção de choque de aniquilação de dois férmions escuros em férmions do Modelo Padrão, é possível determinar a densidade de relíquia da matéria escura. Tal densidade é uma assinatura presente na radiação cósmica de fundo deixada após a fase do desacoplamento dos fótons, pouco tempo depois do Big Bang. A densidade de relíquia para matéria escura medida por WMAP e Planck nos indica que a quantidade de matéria escura presente no universo perfaz 26,8% da densidade total do universo. Conforme os dados do Planck $\Omega_\chi h^2 = 0,118$ [3]. Com a média térmica da seção de choque de aniquilação podemos verificar quais valores os parâmetros do modelo podem assumir, de modo que a densidade de relíquia esteja de acordo com o valor medido pelo Planck.

Alguns pontos a serem tratados em futuros estudos estão elencados a seguir:

- Calcularemos o fluxo de pósitrons e elétrons para comparação com os resultados obtidos por PAMELA [15] e INTEGRAL [14].
- Aplicaremos o modelo ao processo de espalhamento da matéria escura por um núcleo rígido de um átomo. Isso será feito de modo a comparar com os resultados tanto positivos quanto negativos, dos experimentos de detecção direta, como DAMA, XENON, CDMS e etc.

- A busca pelo decaimento partículas massivas em WW , WZ , ou ZZ nos dados de colisões de pp com $\sqrt{s} = 8$ TeV obtidos pela colaboração ATLAS no LHC em 2012, revela uma discrepância significativa com o modelo contendo apenas o “fundo”. A discrepância ocorre em torno de 2 TeV no canal WZ com um significado local de 3.4σ , podendo indicar a presença do W' [116]. Uma forma de realizar um cálculo semelhante no nosso modelo, consiste em construir um novo grupo de simetria:

$$[SU(2) \times U(1)_Y] \times U(1)_C \times U(1)_X \rightarrow [SU(2) \times U(1)_Y] \times U(1)_C \times [SU(2)_X \times U(1)_X].$$

Apêndice A

Traços

Neste apêndice, mostraremos algumas propriedades dos traços das matrizes de Dirac [90, 91, 92] e alguns cálculos necessários para a tese.

$$(\gamma^5)^2 = \mathcal{I} \tag{A.1}$$

$$\gamma^\mu \gamma^5 + \gamma^5 \gamma^\mu = 0 \tag{A.2}$$

$$(P_{L,R})^2 = P_{L,R} \tag{A.3}$$

$$\gamma^\mu P_L = P_R \gamma^\mu \tag{A.4}$$

$$\text{Tr} [\gamma^\mu P_L] = \text{Tr} [\gamma^\mu P_R] = 0 \tag{A.5}$$

$$\text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\nu P_L] = \text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\nu P_R] = 2g^{\mu\nu} \tag{A.6}$$

$$\text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\alpha P_L] = \text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\alpha P_R] = 0 \tag{A.7}$$

$$Tr [\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\alpha \gamma^\beta P_{L,R}] = 2 (g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} - g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} + g^{\mu\beta} g^{\nu\alpha}) \pm 2i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} Tr [(\not{k} + m) \gamma^\mu P_L (\not{p} - m) \gamma^\nu P_L] &= k_\alpha p_\beta Tr [\gamma^\alpha \gamma^\mu P_L \gamma^\beta \gamma^\nu P_L] \\ &\quad - m k_\alpha Tr [\gamma^\alpha \gamma^\mu P_L \gamma^\nu P_L] + m p_\beta Tr [\gamma^\mu P_L \gamma^\beta \gamma^\nu P_L] \\ &\quad - m^2 Tr [\gamma^\mu P_L \gamma^\nu P_L] \\ &= k_\alpha p_\beta Tr [\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\nu P_L] \\ &\quad - m k_\alpha \underbrace{Tr [\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\nu P_R P_L]}_{=0} + m p_\beta \underbrace{Tr [\gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\nu P_L]}_{=0} \\ &\quad - m^2 \underbrace{Tr [\gamma^\mu \gamma^\nu P_R P_L]}_{=0} \\ &= k_\alpha p_\beta Tr [\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\nu P_L] \\ &= 2k_\alpha p_\beta (g^{\alpha\mu} g^{\beta\nu} - g^{\alpha\beta} g^{\mu\nu} + g^{\alpha\nu} g^{\mu\beta}) + 2ik_\alpha p_\beta \epsilon^{\alpha\mu\beta\nu} \\ &= 2(k^\mu p^\nu - k \cdot p g^{\mu\nu} + k^\nu p^\mu) + 2ik_\alpha p_\beta \epsilon^{\alpha\mu\beta\nu} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} Tr [(\not{k} + m) \gamma^\mu P_R (\not{p} - m) \gamma^\nu P_R] &= k_\alpha p_\beta Tr [\gamma^\alpha \gamma^\mu P_R \gamma^\beta \gamma^\nu P_R] \\ &\quad - m k_\alpha Tr [\gamma^\alpha \gamma^\mu P_R \gamma^\nu P_R] + m p_\beta Tr [\gamma^\mu P_R \gamma^\beta \gamma^\nu P_R] \\ &\quad - m^2 Tr [\gamma^\mu P_R \gamma^\nu P_R] \\ &= k_\alpha p_\beta Tr [\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\nu P_R] \\ &\quad - m k_\alpha \underbrace{Tr [\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\nu P_L P_R]}_{=0} + m p_\beta \underbrace{Tr [\gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\nu P_R]}_{=0} \\ &\quad - m^2 \underbrace{Tr [\gamma^\mu \gamma^\nu P_L P_R]}_{=0} \\ &= k_\alpha p_\beta Tr [\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\nu P_R] \\ &= 2k_\alpha p_\beta (g^{\alpha\mu} g^{\beta\nu} - g^{\alpha\beta} g^{\mu\nu} + g^{\alpha\nu} g^{\mu\beta}) - 2ik_\alpha p_\beta \epsilon^{\alpha\mu\beta\nu} \\ &= 2(k^\mu p^\nu - k \cdot p g^{\mu\nu} + k^\nu p^\mu) - 2ik_\alpha p_\beta \epsilon^{\alpha\mu\beta\nu} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} Tr [(\not{k} + m) \gamma^\mu P_R (\not{p} - m) \gamma^\nu P_L] &= k_\alpha p_\beta Tr [\gamma^\alpha \gamma^\mu P_R \gamma^\beta \gamma^\nu P_L] \\ &\quad - m k_\alpha Tr [\gamma^\alpha \gamma^\mu P_R \gamma^\nu P_L] + m p_\beta Tr [\gamma^\mu P_R \gamma^\beta \gamma^\nu P_L] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -m^2 \text{Tr} [\gamma^\mu P_R \gamma^\nu P_L] \\
 & = k_\alpha p_\beta \underbrace{\text{Tr} [\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\nu P_R P_L]}_{=0} \\
 & -mk_\alpha \underbrace{\text{Tr} [\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\nu P_L]}_{=0} + mp_\beta \underbrace{\text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\nu P_R P_L]}_{=0} \\
 & -m^2 \text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\nu P_L] \\
 & = -2m^2 g^{\mu\nu}
 \end{aligned} \tag{A.11}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Tr} [(k + m) \gamma^\mu P_L (\not{p} - m) \gamma^\nu P_R] & = k_\alpha p_\beta \text{Tr} [\gamma^\alpha \gamma^\mu P_L \gamma^\beta \gamma^\nu P_R] \\
 & -mk_\alpha \text{Tr} [\gamma^\alpha \gamma^\mu P_L \gamma^\nu P_R] + mp_\beta \text{Tr} [\gamma^\mu P_L \gamma^\beta \gamma^\nu P_R] \\
 & -m^2 \text{Tr} [\gamma^\mu P_L \gamma^\nu P_R] \\
 & = k_\alpha p_\beta \underbrace{\text{Tr} [\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\nu P_L P_R]}_{=0} \\
 & -mk_\alpha \underbrace{\text{Tr} [\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\nu P_R]}_{=0} + mp_\beta \underbrace{\text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\nu P_L P_R]}_{=0} \\
 & -m^2 \text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^\nu P_R] \\
 & = -2m^2 g^{\mu\nu}
 \end{aligned} \tag{A.12}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Tr} [(k' - m) \gamma_\mu (\not{p}' + m) \gamma_\nu] & = \text{Tr} [k'_\mu \gamma_\mu \not{p}' \gamma_\nu] - m^2 \text{Tr} [\gamma_\mu \gamma_\nu] \\
 & = 4 (k'_\mu p'_\nu - k' \cdot p' g_{\mu\nu} + k'_\nu p'_\mu) - 4m^2 g_{\mu\nu}
 \end{aligned} \tag{A.13}$$

Apêndice B

Amplitude de Aniquilação

Neste apêndice apresentamos explicitamente o cálculo da seção de choque de aniquilação de dois férmions escuros produzindo férmions do Modelo Padrão.

A amplitude, como mostra a Fig. (B.1), é

$$\mathcal{M} = [\bar{u}_f(p')\gamma_\mu\Omega v_f(k')] [\bar{u}_\chi(p)\gamma^\mu v_\chi(k)] \quad (\text{B.1})$$

onde

$$\Omega = \lambda_L P_L + \lambda_R P_R, \quad (\text{B.2})$$

Com

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5), \quad (\text{B.3})$$

$$P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \quad (\text{B.4})$$

e

$$\lambda_{L,R} = \frac{\epsilon e^2}{s} + \frac{\epsilon_z^\chi \epsilon_z^{fL,R}}{s - m_z^2} + \frac{\epsilon_{z'}^\chi \epsilon_{z'}^{fL,R}}{s - m_{z'}^2}. \quad (\text{B.5})$$

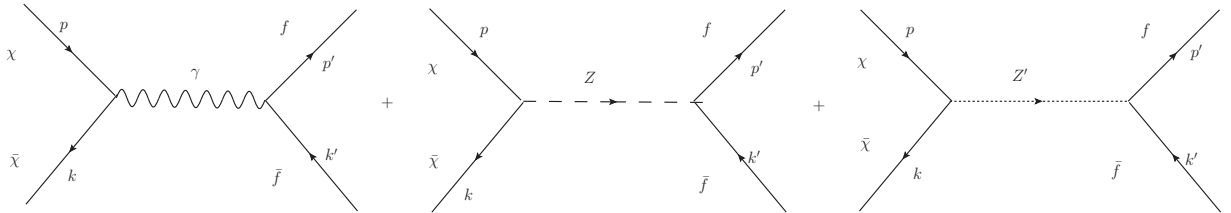


Fig. B.1: Processo de aniquilação de dois férmions do setor escuro resultando em dois férmions do Modelo Padrão.

Podemos escrever a amplitude como

$$\mathcal{M} = (J_f^L)_\mu (J_\chi)^\mu + (J_f^R)_\mu (J_\chi)^\mu, \quad (\text{B.6})$$

onde

$$(J_\chi)^\mu = \bar{u}_\chi(p) \gamma^\mu v_\chi(k) \quad (\text{B.7})$$

e

$$(J_f^{L,R})_\mu = \bar{u}_f(p') \gamma_\mu P_{L,R} \lambda_{L,R} v_f(k'). \quad (\text{B.8})$$

Agora, tomando o módulo quadrado da amplitude, temos

$$|\mathcal{M}|^2 = \underbrace{[(J_f^L)_\mu (J_\chi)^\mu]^\dagger [(J_f^L)_\mu (J_\chi)^\mu]}_A + \underbrace{[(J_f^R)_\mu (J_\chi)^\mu]^\dagger [(J_f^R)_\mu (J_\chi)^\mu]}_B \quad (\text{B.9})$$

$$+ \underbrace{[(J_f^L)_\mu (J_\chi)^\mu]^\dagger [(J_f^R)_\mu (J_\chi)^\mu]}_C + \underbrace{[(J_f^R)_\mu (J_\chi)^\mu]^\dagger [(J_f^L)_\mu (J_\chi)^\mu]}_D. \quad (\text{B.10})$$

Tomando primeiramente o termo A , temos

$$\begin{aligned} A &= |(J_f^L)_\mu (J_\chi)^\mu|^2 \\ &= [(J_f^L)_\nu (J_\chi)^\nu]^\dagger [(J_f^L)_\mu (J_\chi)^\mu] \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

$$= ([\bar{u}_f(p') \gamma_\nu P_L \lambda_L v_f(k')] [\bar{u}_\chi(p) \gamma^\nu v_\chi(k)])^\dagger \quad (\text{B.12})$$

$$\times [\bar{u}_f(p') \gamma_\mu P_L \lambda_L v_f(k')] [\bar{u}_\chi(p) \gamma^\mu v_\chi(k)] \quad (\text{B.13})$$

e determinando o termo hermitiano conjugado

$$([\bar{u}_f(p') \gamma_\nu P_L \lambda_L v_f(k')] [\bar{u}_\chi(p) \gamma^\nu v_\chi(k)])^\dagger = \quad (\text{B.14})$$

$$= [\bar{u}_\chi(p) \gamma^\nu v_\chi(k)]^\dagger [\bar{u}_f(p') \gamma_\nu P_L \lambda_L v_f(k')]^\dagger \quad (\text{B.15})$$

$$= [\bar{v}_f(k') \gamma_\nu P_L \lambda_L u_f(p')] [\bar{v}_\chi(k) \gamma^\nu u_\chi(p)], \quad (\text{B.16})$$

ficamos com

$$A = [\bar{v}_f(k') \gamma_\nu P_L \lambda_L u_f(p')] [\bar{v}_\chi(k) \gamma^\nu u_\chi(p)] \quad (\text{B.17})$$

$$\times [\bar{u}_\chi(p) \gamma^\mu v_\chi(k)] [\bar{u}_f(p') \gamma_\mu P_L \lambda_L v_f(k')]. \quad (\text{B.18})$$

Agora faremos a média sobre os estados de spin, assim

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} A &= \frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} [\bar{v}_{\chi a}^r(k) \gamma_{ab}^{\nu} u_{\chi b}^s(p)] [\bar{u}_{\chi c}^s(p) \gamma_{cd}^{\mu} v_{\chi d}^r(k)] \\ &\times \left[\bar{u}_{ea}^{s'}(p') \gamma_{\mu ab} P_L \lambda_L v_{eb}^{r'}(k') \right] \left[\bar{v}_{ec}^{r'}(k') \gamma_{\nu cd} P_L \lambda_L u_{ed}^{r'}(p') \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

Usando

$$\sum_r u_a^r(p) \bar{u}_b^r(p) = (\not{p} + m)_{ab} \quad (\text{B.20})$$

e

$$\sum_r v_a^r(p) \bar{v}_b^r(p) = (\not{p} - m)_{ab}, \quad (\text{B.21})$$

obtemos

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} A = \frac{\lambda_L^2}{4} (\not{k} - m_{\chi})_{da} \gamma_{ab}^{\nu} (\not{p} + m_{\chi})_{bc} \gamma_{cd}^{\mu} \quad (\text{B.22})$$

$$\times (\not{p}' + m_f)_{da} (\gamma_{\mu} P_L)_{ab} (\not{k}' - m_f)_{bc} (\gamma_{\nu} P_L)_{cd} \quad (\text{B.23})$$

$$= \frac{\lambda_L^2}{4} \text{Tr} [(\not{k} - m_{\chi}) \gamma^{\nu} (\not{p} + m_{\chi}) \gamma^{\mu}] \quad (\text{B.24})$$

$$\times \text{Tr} [(\not{p}' + m_f) \gamma_{\mu} P_L (\not{k}' - m_f) \gamma_{\nu} P_L]. \quad (\text{B.25})$$

Usando as propriedades (A.1-A.13)

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} A = \frac{\lambda_L^2}{4} [4 (k'_{\nu} p'_{\mu} - k' \cdot p' g_{\nu\mu} + k'_{\mu} p'_{\nu}) - 4m_{\chi}^2 g_{\nu\mu}] \quad (\text{B.26})$$

$$\times [2 (k^{\mu} p^{\nu} - k \cdot p g^{\mu\nu} + k^{\nu} p^{\mu}) + 2i k_{\alpha} p_{\beta} \epsilon^{\alpha\mu\beta\nu}] \quad (\text{B.27})$$

$$= 4\lambda_L^2 \{ (k \cdot k') (p \cdot p') + (k \cdot p') (p \cdot k') + m_{\chi}^2 (k' \cdot p') \} \quad (\text{B.28})$$

$$- 2im_{\chi}^2 p'^{\alpha} k'^{\beta} g^{\nu\mu} \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} + ik^{\nu} p^{\mu} p'^{\alpha} k'^{\beta} \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} + ik^{\mu} p^{\nu} p'^{\alpha} k'^{\beta} \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} \quad (\text{B.29})$$

$$- i (k \cdot p) p'^{\alpha} k'^{\beta} g^{\nu\mu} \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} \}. \quad (\text{B.30})$$

Usando que $\epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} g^{\mu\nu} = 0$ e que $\epsilon_{\alpha\mu\beta\nu}$ é anti-simétrico, temos

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} A = 4\lambda_L^2 \{ [(k \cdot k') (p \cdot p') + (k' \cdot p) (k \cdot p') + m_{\chi}^2 (k' \cdot p')] \} \quad (\text{B.31})$$

O mesmo procedimento será feito para os termos B , C e D , assim

$$\begin{aligned} B &= [(J_f^R)_\mu (J_\chi)^\mu]^\dagger [(J_f^R)_\mu (J_\chi)^\mu] \\ &= [\bar{v}_f(k') \gamma_\nu P_R \lambda_R u_f(p')] [\bar{v}_\chi(k) \gamma^\nu u_\chi(p)] \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

$$\times [\bar{u}_\chi(p) \gamma^\mu v_\chi(k)] [\bar{u}_f(p') \gamma_\mu P_R \lambda_R v_f(k')], \quad (\text{B.33})$$

onde a média sobre os estados de spin fica

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} B = \frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} [\bar{v}_{\chi a}^r(k) \gamma_{ab}^\nu u_{\chi b}^s(p)] [\bar{u}_{\chi c}^s(p) \gamma_{cd}^\mu v_{\chi d}^r(k)] \quad (\text{B.34})$$

$$\times [\bar{u}_{ea}(p') \gamma_{\mu ab} P_R \lambda_R v_{eb}(k')] [\bar{v}_{ec}(k') \gamma_{\nu cd} P_R \lambda_R u_{ed}(p')] \quad (\text{B.35})$$

ou ainda

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} B = \frac{\lambda_R^2}{4} (\not{k} - m_\chi)_{da} \gamma_{ab}^\nu (\not{p} + m_\chi)_{bc} \gamma_{cd}^\mu \quad (\text{B.36})$$

$$\times (\not{p}' + m_f)_{da} (\gamma_\mu P_R)_{ab} (\not{k}' - m_f)_{bc} (\gamma_\nu P_R)_{cd} \quad (\text{B.37})$$

$$= \frac{\lambda_R^2}{4} \text{Tr} [(\not{k} - m_\chi) \gamma^\nu (\not{p} + m_\chi) \gamma^\mu] \quad (\text{B.38})$$

$$\times \text{Tr} [(\not{p}' + m_f) \gamma_\mu P_R (\not{k}' - m_f) \gamma_\nu P_R]. \quad (\text{B.39})$$

Novamente usando as propriedades (A.1-A.13)

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} B = \frac{\lambda_R^2}{4} [4 (k'_\mu p'_\nu - k' \cdot p' g_{\mu\nu} + k'_\nu p'_\mu) - 4m_\chi^2 g_{\mu\nu}] \quad (\text{B.40})$$

$$+ [4 (k'_\nu p'_\mu - k' \cdot p' g_{\nu\mu} + k'_\mu p'_\nu) - 4m_\chi^2 g_{\nu\mu}] \quad (\text{B.41})$$

$$\times [2 (k^\mu p^\nu - k \cdot p g^{\mu\nu} + k^\nu p^\mu) + 2ik_\alpha p_\beta \epsilon^{\alpha\mu\beta\nu}] \quad (\text{B.42})$$

$$= 4\lambda_R^2 \{ (k \cdot k') (p \cdot p') + (k \cdot p') (p \cdot k') + m_\chi^2 (k' \cdot p') \} \quad (\text{B.43})$$

$$- 2im_\chi^2 p'^{\alpha} k'^{\beta} g^{\nu\mu} \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} + ik^\nu p^\mu p'^{\alpha} k'^{\beta} \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} + ik^\mu p^\nu p'^{\alpha} k'^{\beta} \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} \quad (\text{B.44})$$

$$- i (k \cdot p) p'^{\alpha} k'^{\beta} g^{\nu\mu} \epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} \}. \quad (\text{B.45})$$

Usando que $\epsilon_{\alpha\mu\beta\nu} g^{\mu\nu} = 0$ e que $\epsilon_{\alpha\mu\beta\nu}$ é anti-simétrico, temos

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} B = 4\lambda_R^2 \{ [(k \cdot k') (p \cdot p') + (k' \cdot p) (k \cdot p') + m_\chi^2 (k' \cdot p')] \} \quad (\text{B.46})$$

Agora tomando o termo C ,

$$C = [(J_f^L)_\nu (J_\chi)^\nu]^\dagger [(J_f^R)_\mu (J_\chi)^\mu] \quad (\text{B.47})$$

$$\begin{aligned} &= [\bar{v}_f(k') \gamma_\nu P_L \lambda_L u_f(p')] [\bar{v}_\chi(k) \gamma^\nu u_\chi(p)] \\ &\times [\bar{u}_\chi(p) \gamma^\mu v_\chi(k)] [\bar{u}_f(p') \gamma_\mu P_R \lambda_R v_f(k')] \end{aligned} \quad (\text{B.48})$$

onde a média sobre os estados de spin fica

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} C = \frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} [\bar{v}_{\chi a}^r(k) \gamma_{ab}^\nu u_{\chi b}^s(p)] [\bar{u}_{\chi c}^s(p) \gamma_{cd}^\mu v_{\chi d}^r(k)] \quad (\text{B.49})$$

$$\times [\bar{u}_{ea}(p') \gamma_{\mu ab} P_R \lambda_R v_{eb}(k')] [\bar{v}_{ec}(k') \gamma_{\nu cd} P_L \lambda_L u_{ed}(p')], \quad (\text{B.50})$$

ou

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} C = \frac{\lambda_R \lambda_L}{4} (\not{k} - m_\chi)_{da} \gamma_{ab}^\nu (\not{p}' + m_\chi)_{bc} \gamma_{cd}^\mu \quad (\text{B.51})$$

$$\times (\not{p}' + m_f)_{da} (\gamma_\mu P_R)_{ab} (\not{k}' - m_f)_{bc} (\gamma_\nu P_L)_{cd} \quad (\text{B.52})$$

$$= \frac{\lambda_R \lambda_L}{4} \text{Tr} [(\not{k} - m_\chi) \gamma^\nu (\not{p}' + m_\chi) \gamma^\mu] \quad (\text{B.53})$$

$$\times \text{Tr} [(\not{p}' + m_f) \gamma_\mu P_R (\not{k}' - m_f) \gamma_\nu P_L]. \quad (\text{B.54})$$

Novamente usando as propriedades (A.1-A.13)

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} C = \frac{\lambda_R \lambda_L}{4} [4(k_\nu p_\mu - k \cdot p g_{\nu\mu} + k_\mu p_\nu) - 4m_\chi^2 g_{\nu\mu}] \quad (\text{B.55})$$

$$\times [-2m_f^2 g^{\mu\nu}] \quad (\text{B.56})$$

$$= 2\lambda_R \lambda_L [-m_f^2 (k \cdot p) + 4m_f^2 (k \cdot p) - m_f^2 (k \cdot p) + 4m_f^2 m_\chi^2]$$

$$= 2\lambda_R \lambda_L [2m_f^2 (k \cdot p) + 4m_f^2 m_\chi^2]. \quad (\text{B.57})$$

Assim ficamos com

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} C = 4\lambda_R \lambda_L m_f^2 [(k \cdot p) + 2m_\chi^2]. \quad (\text{B.58})$$

Finalmente para o termo D ,

$$D = [(J_f^R)_\nu (J_\chi)^\nu]^\dagger [(J_f^L)_\mu (J_\chi)^\mu] \quad (\text{B.59})$$

$$= [\bar{v}_f(p') \gamma^\nu P_R \lambda_R u_f(k')] [\bar{v}_\chi(k) \gamma_\nu u_\chi(p)]$$

$$\times [\bar{u}_\chi(p)\gamma_\mu v_\chi(k)] [\bar{u}_f(k')\gamma^\mu P_L \lambda_L v_f(p')], \quad (\text{B.60})$$

onde a média sobre os estados de spin fica

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} D = \frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} [\bar{v}_{\chi a}^r(k)\gamma_{\nu ab} u_{\chi b}^s(p)] [\bar{u}_{\chi c}^s(p)\gamma_{\mu cd} v_{\chi d}^r(k)] \quad (\text{B.61})$$

$$\times [\bar{u}_{ea}^{r'}(k')\gamma_{ab}^\mu P_L \lambda_L v_{eb}^{s'}(p')] [\bar{v}_{ec}^{s'}(p')\gamma_{cd}^\nu P_R \lambda_R u_{ed}^{r'}(k')] \quad (\text{B.62})$$

ou

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} D = \frac{\lambda_L \lambda_R}{4} (\not{k} - m_\chi)_{da} \gamma_{\nu ab} (\not{p} + m_\chi)_{bc} \gamma_{\mu cd} \quad (\text{B.63})$$

$$\times (\not{k}' + m_f)_{da} (\gamma^\mu P_L)_{ab} (\not{p}' - m_f)_{bc} (\gamma^\nu P_R)_{cd} \quad (\text{B.64})$$

$$= \frac{\lambda_L \lambda_R}{4} \text{Tr} [(\not{k} - m_\chi) \gamma_\nu (\not{p} + m_\chi) \gamma_\mu] \quad (\text{B.65})$$

$$\times \text{Tr} [(\not{k}' + m_f) \gamma^\mu P_L (\not{p}' - m_f) \gamma^\nu P_R]. \quad (\text{B.66})$$

Novamente usando as propriedades (A.1-A.13)

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} D = \frac{\lambda_L \lambda_R}{4} [4(k_\nu p_\mu - k \cdot p g_{\mu\nu} + k_\nu p_\mu) - 4m_\chi^2 g_{\nu\mu}] \quad (\text{B.67})$$

$$\times [-2m_f^2 g^{\mu\nu}] \quad (\text{B.68})$$

$$= 2\lambda_L \lambda_R [-m_f^2 (k \cdot p) + 4m_f^2 (k \cdot p) - m_f^2 (k \cdot p) + 4m_f^2 m_\chi^2] \quad (\text{B.69})$$

$$= 2\lambda_L \lambda_R [2m_f^2 (k \cdot p) + 4m_f^2 m_\chi^2].$$

Assim ficamos com

$$\frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} D = 4\lambda_L \lambda_R m_f^2 [(k \cdot p) + 2m_\chi^2]. \quad (\text{B.70})$$

Portanto, temos

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} |\mathcal{M}|^2 &= 4\lambda_L^2 \{ [(k \cdot k') (p \cdot p') + (k' \cdot p) (k \cdot p') + m_\chi^2 (k' \cdot p')] \} \\ &+ 4\lambda_R^2 \{ [(k \cdot k') (p \cdot p') + (k' \cdot p) (k \cdot p') + m_\chi^2 (k' \cdot p')] \} \\ &+ 4\lambda_R \lambda_L m_f^2 [(k \cdot p) + 2m_\chi^2] + 4\lambda_R \lambda_L m_f^2 [(k \cdot p) + 2m_\chi^2], \end{aligned}$$

que fica

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} |\mathcal{M}|^2 &= 4 (\lambda_L^2 + \lambda_R^2) \{ [(k \cdot k') (p \cdot p') + (k' \cdot p) (k \cdot p') + m_\chi^2 (k' \cdot p')] \} \\ &+ 8 \lambda_R \lambda_L m_f^2 [(k \cdot p) + 2m_\chi^2]. \end{aligned} \quad (\text{B.71})$$

A partir da definição das variáveis de Mandelstam[90, 91, 92]

$$s = (p + k)^2 = 2m_\chi^2 + 2(p \cdot k) = 2m_f^2 + 2(p' \cdot k') \quad (\text{B.72})$$

$$t = (k + k')^2 = m_f^2 + 2(k \cdot k') + m_\chi^2 = m_f^2 + 2(p \cdot p') + m_\chi^2 \quad (\text{B.73})$$

$$u = (k + p')^2 = m_f^2 + 2(k \cdot p') + m_\chi^2 = m_f^2 + 2(p \cdot k') + m_\chi^2. \quad (\text{B.74})$$

Assim,

$$(p \cdot k) = \frac{1}{2} (s - 2m_\chi^2) \quad (\text{B.75})$$

$$(p' \cdot k') = \frac{1}{2} (s - 2m_f^2) \quad (\text{B.76})$$

$$(k \cdot k') = -\frac{1}{2} (t - m_f^2 - m_\chi^2) = (p \cdot p') \quad (\text{B.77})$$

$$(k \cdot p') = -\frac{1}{2} (u - m_f^2 - m_\chi^2) = (p \cdot k') \quad (\text{B.78})$$

$$(\text{B.79})$$

finalmente temos

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{r,r',s,s'} |\mathcal{M}|^2 &= (\lambda_L^2 + \lambda_R^2) \left[(t - m_f^2 - m_\chi^2)^2 + (u - m_f^2 - m_\chi^2)^2 + 2m_\chi^2 (s - 2m_f^2) \right] \\ &+ 4 \lambda_R \lambda_L m_f^2 (s + 2m_\chi^2). \end{aligned} \quad (\text{B.80})$$

Para obtermos a seção de choque partimos de

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{p}'|}{|\vec{p}|} |\mathcal{M}|^2, \quad (\text{B.81})$$

que é a definição de seção de choque, com p e p' sendo definidos no diagrama (5.3).

Sabemos que

$$d\Omega = d\phi \sin \theta d\theta \quad (\text{B.82})$$

como

$$d \cos \theta = -\sin \theta d\theta, \quad (\text{B.83})$$

mas

$$\int_0^\pi \sin \theta d\theta = -\int_1^{-1} d \cos \theta = \int_{-1}^1 d \cos \theta. \quad (\text{B.84})$$

Trabalhando um pouco com a cinemática, temos

$$k \cdot p = k_0 p^0 - \vec{k} \cdot \vec{p}, \quad (\text{B.85})$$

e no caso de estarmos no referencial do centro de massa, temos $E_p = E_k = E_\chi$ e $|\vec{k}| = |\vec{p}|$, desta forma,

$$k \cdot p = E_\chi^2 + |\vec{p}|^2. \quad (\text{B.86})$$

Como $|\vec{p}|^2 = E_\chi^2 - m_\chi^2$ e $k \cdot p = 2|\vec{p}|^2 + m_\chi^2$, obtemos

$$|\vec{p}| = \frac{1}{2} \sqrt{s} \left(1 - 4 \frac{m_\chi^2}{s}\right)^{1/2} \quad (\text{B.87})$$

e

$$|\vec{p}'| = \frac{1}{2} \sqrt{s} \left(1 - 4 \frac{m_f^2}{s}\right)^{1/2}. \quad (\text{B.88})$$

Portanto, juntando (B.80), (B.87), (B.88) e aplicando em (B.81) obtemos

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{\beta_f}{\beta_\chi} \{ (\lambda_L^2 + \lambda_R^2) \times \\ &\times \left[(t - m_f^2 - m_\chi^2)^2 + (u - m_f^2 - m_\chi^2)^2 + 2m_\chi^2 (s - 2m_f^2) \right] \\ &+ 4\lambda_R \lambda_L m_f^2 (s + 2m_\chi^2) \} \end{aligned} \quad (\text{B.89})$$

onde

$$\beta_f = \left(1 - 4 \frac{m_f^2}{s}\right)^{1/2} \text{ e} \quad (\text{B.90})$$

$$\beta_\chi = \left(1 - 4\frac{m_\chi^2}{s}\right)^{1/2}. \quad (\text{B.91})$$

A seção de choque diferencial após a integração no ângulo ϕ do elemento de ângulo sólido $d\Omega$ é

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\cos\theta} &= \frac{1}{32\pi s} \frac{\beta_f}{\beta_\chi} \{(\lambda_L^2 + \lambda_R^2) \times \\ &\times \left[(t - m_f^2 - m_\chi^2)^2 + (u - m_f^2 - m_\chi^2)^2 + 2m_\chi^2 (s - 2m_f^2) \right] \\ &+ 4\lambda_R\lambda_L m_f^2 (s + 2m_\chi^2)\}. \end{aligned} \quad (\text{B.92})$$

Porém, as variáveis u e t são de valor ainda indeterminado. Para isto, tomando a cinemática do problema, obtemos

$$t - m_f^2 - m_\chi^2 = -\frac{1}{2}s(1 - \beta_f\beta_\chi \cos\theta). \quad (\text{B.93})$$

e

$$u - m_f^2 - m_\chi^2 = -\frac{1}{2}s(1 + \beta_f\beta_\chi \cos\theta). \quad (\text{B.94})$$

Finalmente, escrevendo a seção de choque em função destas expressões, temos

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\cos\theta} &= \frac{1}{32\pi s} \frac{\beta_f}{\beta_\chi} \{(\lambda_L^2 + \lambda_R^2) \times \\ &\times \left[\frac{1}{4}s^2 (1 - \beta_f\beta_\chi \cos\theta)^2 + \frac{1}{4}s^2 (1 + \beta_f\beta_\chi \cos\theta)^2 + 2m_\chi^2 (s - 2m_f^2) \right] \\ &+ 4\lambda_R\lambda_L m_f^2 (s + 2m_\chi^2)\}. \end{aligned} \quad (\text{B.95})$$

Apêndice C

Lagrangiano de interação

Vamos agora isolar apenas os termos ligados ao campo A'_μ

$$\mathcal{L}_{A'}^{CN} = [g_Y s_\eta J_Y^\mu - g_C c_\eta c_\phi J_C^\mu] A'_\mu. \quad (\text{C.1})$$

Abrindo as correntes, temos

$$\mathcal{L}_{A'}^{CN} = \bar{\Psi} \left[g_Y s_\eta \frac{Y}{2} - g_C c_\eta c_\phi \frac{K}{2} \right] \gamma^\mu A'_\mu \Psi. \quad (\text{C.2})$$

Agora, analisando esse termo, percebemos que se ele é diferente de zero, deveríamos já ter observado o fóton escuro no Modelo Padrão. Portanto, esse termo deve ser nulo, de modo que o fóton escuro não interaja com as partículas do Modelo Padrão. Assim

$$g_Y s_\eta \frac{Y}{2} - g_C c_\eta c_\phi \frac{K}{2} = 0, \quad (\text{C.3})$$

expandindo os termos acima

$$g_Y \left(\frac{g_C \cos \phi}{\sqrt{g_Y^2 + g_C^2 \cos^2 \phi}} \right) \frac{Y}{2} - g_C \left(\frac{g_Y \cos \phi}{\sqrt{g_Y^2 + g_C^2 \cos^2 \phi}} \right) \frac{K}{2} = 0 \quad (\text{C.4})$$

para que esta igualdade seja satisfeita devemos ter $Y = K$.

Agora vamos analisar o termo correspondente ao campo eletromagnético, ou seja os termos associados ao campo A_μ , assim,

$$\mathcal{L}_A^{CN} = [g_2 s_\theta J_2^\mu + g_Y c_\eta c_\theta J_Y^\mu + g_C c_\phi c_\theta s_\eta J_C^\mu] A_\mu. \quad (\text{C.5})$$

Novamente, expandindo as correntes e usando que $Y = K$, obtemos

$$\mathcal{L}_A^{CN} = \bar{\Psi} \left[g_2 s_\theta \frac{\tau^3}{2} + g_Y c_\eta c_\theta \frac{Y}{2} + g_C c_\phi c_\theta s_\eta \frac{Y}{2} \right] \gamma^\mu A_\mu \Psi. \quad (\text{C.6})$$

Mas também sabemos do Modelo Padrão que esta parte da densidade lagrangeana deve ser

$$\mathcal{L}_A^{CN} = eQ_{em}\bar{\Psi}\gamma^\mu A_\mu\Psi, \quad (\text{C.7})$$

desta forma

$$\left(g_2 s_\theta \frac{\tau^3}{2} + g_Y c_\eta c_\theta \frac{Y}{2} + g_C c_\phi c_\theta s_\eta \frac{Y}{2}\right) A_\mu = eQ_{em} A_\mu, \quad (\text{C.8})$$

e, assim, determinamos que a carga elétrica é escrita

$$e = \frac{g_2 \sqrt{g_Y^2 + g_C^2 \cos^2(\phi)}}{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2 + g_C^2 \cos^2(\phi)}}, \quad (\text{C.9})$$

onde temos também

$$Q_{em} = \left(\frac{\tau^3}{2} + \frac{Y}{2}\right). \quad (\text{C.10})$$

Olhando atentamente para este resultado obtido para a carga, vemos que podemos reescrevê-lo da seguinte forma

$$e = \frac{g_2 g'_Y}{\sqrt{g_2^2 + g_Y'^2}} \quad (\text{C.11})$$

onde g'_Y é o acoplamento g_Y corrigido, dado por

$$g'_Y = \sqrt{g_Y^2 + g_C^2 \cos^2(\phi)}. \quad (\text{C.12})$$

Porém, esta correção não afetará o valor da carga elétrica, pois ela pode ser compensada pela incerteza no valor do acoplamento g_2 , que é definido a partir do valor da massa do bóson W .

Vamos agora partir para o lagrangeano escuro, onde, primeiramente, analisaremos o termo associado ao campo A'_μ

$$\mathcal{L}_X^{A'} = g_X c_\eta s_\phi J_X^\mu A'_\mu, \quad (\text{C.13})$$

como

$$J_X^\mu = \bar{\chi}\gamma^\mu Q_X \chi, \quad (\text{C.14})$$

assim,

$$\mathcal{L}_X^{A'} = \bar{\chi} g_X c_\eta s_\phi \gamma^\mu Q_X \chi A'_\mu, \quad (\text{C.15})$$

e usando o mesmo argumento que foi feito para o Modelo Padrão

$$\mathcal{L}_X^{A'} = e_X Q_X \bar{\chi} \gamma^\mu A'_\mu \chi, \quad (\text{C.16})$$

podemos, então, determinar qual é a carga elétrica escura

$$e_X = g_X c_\eta s_\phi = \frac{g_X g_Y \sin(\phi)}{\sqrt{g_Y^2 + g_C^2 \cos^2(\phi)}}, \quad (\text{C.17})$$

ou em função da carga do Modelo Padrão

$$e_X = \xi e, \quad (\text{C.18})$$

onde

$$\xi = \frac{g_X g_Y}{g_2} \sin \phi \frac{\sqrt{g_2^2 + g_Y^2 + g_C^2 \cos^2 \phi}}{g_Y^2 + g_C^2 \cos^2 \phi}. \quad (\text{C.19})$$

Agora, tomando o termo associado ao campo A_μ do lagrangeano escuro, temos

$$\mathcal{L}_X^A = -g_X c_\theta s_\eta s_\phi A_\mu J_X^\mu, \quad (\text{C.20})$$

ou

$$\mathcal{L}_X^A = -g_X c_\theta s_\eta s_\phi Q_X \bar{\chi} \gamma^\mu A_\mu \chi. \quad (\text{C.21})$$

Podemos aqui identificar que o fator a frente deste termo é a carga com que o fóton do Modelo Padrão interage com os férmions do setor escuro. Portanto,

$$e_\chi = g_X c_\theta s_\eta s_\phi = \frac{g_C g_X \sin \phi \cos \phi \cos \theta}{\sqrt{g_Y^2 + g_C^2 \cos^2 \phi}} \quad (\text{C.22})$$

em função da carga elétrica fica

$$e_\chi = \epsilon e \quad (\text{C.23})$$

onde

$$\epsilon = \frac{g_C g_X \sin \phi \cos \phi}{g_Y^2 + g_C^2 \cos^2 \phi}. \quad (\text{C.24})$$

Vamos agora separar o lagrangeano da parte do Modelo Padrão para os outros campos

$$\mathcal{L}_{z'}^{CN} = [g_2 c_\theta s_\psi J_2^\mu - g_Y c_\eta s_\psi s_\theta J_Y^\mu + g_C (c_\psi s_\phi - c_\phi s_\eta s_\psi s_\theta) J_Y^\mu] Z'_\mu \quad (\text{C.25})$$

e

$$\mathcal{L}_z^{CN} = [-g_2 c_\psi c_\theta J_2^\mu + g_Y c_\eta c_\psi s_\theta J_Y^\mu + g_C (s_\phi s_\psi + c_\phi c_\psi s_\eta s_\theta) J_Y^\mu] Z_\mu. \quad (\text{C.26})$$

Tomando (C.25) podemos reescrevê-lo usando (4.23), (4.24), (4.25) e (4.26)

$$\mathcal{L}_{z'}^{CN} = \frac{g_2}{c_\theta} [c_\theta^2 s_\psi J_2^\mu - s_\psi s_\theta^2 c_\eta^2 J_Y^\mu - s_\psi s_\theta^2 s_\eta^2 J_Y^\mu + c_\psi s_\theta s_\eta t_\phi J_Y^\mu] Z'_\mu, \quad (\text{C.27})$$

$$\mathcal{L}_{z'}^{CN} = \frac{g_2}{c_\theta} [s_\psi J_2^\mu - s_\psi s_\theta^2 J_2^\mu - s_\psi s_\theta^2 J_Y^\mu + c_\psi s_\theta s_\eta t_\phi J_Y^\mu] Z'_\mu \quad (\text{C.28})$$

ou

$$\mathcal{L}_{z'}^{CN} = \frac{g_2 s_\psi}{c_\theta} \left[J_2^\mu - s_\theta^2 (J_2^\mu + J_Y^\mu) + \frac{s_\theta s_\eta t_\phi}{t_\psi} J_Y^\mu \right] Z'_\mu. \quad (\text{C.29})$$

Sabendo que $J_{em}^\mu = J_2^\mu + J_Y^\mu$, podemos isolar J_Y^μ e substituir na eq. acima

$$\mathcal{L}_{z'}^{CN} = \frac{g_2 s_\psi}{c_\theta} \left[J_2^\mu - s_\theta^2 J_{em}^\mu + \frac{s_\theta s_\eta t_\phi}{t_\psi} (J_{em}^\mu - J_2^\mu) \right] Z'_\mu. \quad (\text{C.30})$$

Podemos fazer da mesma forma para Z_μ , ou seja,

$$\mathcal{L}_z^{CN} = -\frac{g_2 c_\psi}{c_\theta} [c_\theta^2 J_2^\mu - s_\theta^2 c_\eta^2 J_Y^\mu - s_\theta^2 s_\eta^2 J_Y^\mu - s_\theta s_\eta t_\phi t_\psi J_Y^\mu] Z_\mu \quad (\text{C.31})$$

$$\mathcal{L}_z^{CN} = -\frac{g_2 c_\psi}{c_\theta} [J_2^\mu - s_\theta^2 J_2^\mu - s_\theta^2 (c_\eta^2 + s_\eta^2) J_Y^\mu - s_\theta s_\eta t_\phi t_\psi J_Y^\mu] Z_\mu \quad (\text{C.32})$$

$$\mathcal{L}_z^{CN} = -\frac{g_2 c_\psi}{c_\theta} [J_2^\mu - s_\theta^2 (J_2^\mu + J_Y^\mu) - s_\theta s_\eta t_\phi t_\psi J_Y^\mu] Z_\mu \quad (\text{C.33})$$

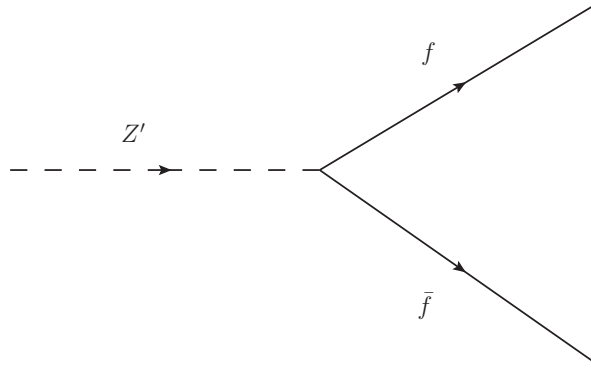


Fig. C.1: *Vértice do decaimento de um bóson Z' em dois férmions do Modelo Padrão.*

$$\mathcal{L}_z^{CN} = -\frac{g_2 c_\psi}{c_\theta} [J_2^\mu - s_\theta^2 J_{em}^\mu - s_\theta s_\eta t_\phi t_\psi (J_{em}^\mu - J_2^\mu)] Z_\mu. \quad (\text{C.34})$$

Assim podemos reescrever os lagrangeanos de interação da seguinte forma

$$\mathcal{L}_{z'}^{CN} = \left[g_L^{z'} \bar{\Psi} \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) \Psi + g_R^{z'} \bar{\Psi} \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) \Psi \right] Z'_\mu \quad (\text{C.35})$$

onde

$$g_R^{z'} = g_L^{z'} = \frac{g_2 s_\psi}{c_\theta} \left[\frac{\tau^3}{2} - Q s_\theta^2 + \frac{s_\theta s_\eta t_\phi}{t_\psi} \left(Q - \frac{\tau^3}{2} \right) \right] \quad (\text{C.36})$$

e

$$\mathcal{L}_z^{CN} = \left[g_L^z \bar{\Psi} \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) \Psi + g_R^z \bar{\Psi} \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) \Psi \right] Z_\mu \quad (\text{C.37})$$

onde

$$g_L^z = g_R^z = -\frac{g_2 c_\psi}{c_\theta} \left[\frac{\tau^3}{2} - Q s_\theta^2 - s_\theta s_\eta t_\phi t_\psi \left(Q - \frac{\tau^3}{2} \right) \right]. \quad (\text{C.38})$$

C.1 Taxa de Decaimento

Nesta seção apresentamos o desenvolvimento do vértice de decaimento de um bóson em dois férmions. Neste caso usaremos $Z' \rightarrow f\bar{f}$, cujo diagrama é dado pela Fig. (C.1).

Tal vértice pode ser escrito como

$$-ig_x \gamma^\mu \frac{1}{2} (c_V - c_A \gamma^5) \quad (\text{C.39})$$

onde c_V e c_A são os acoplamentos vetor e axial-vetor.

A amplitude de decaimento pode então ser escrita como

$$\mathcal{M} = \epsilon_\mu \bar{u}(k) \left[-ig_x \gamma^\mu \frac{1}{2} (c_V - c_A \gamma^5) \right] v(k') \quad (\text{C.40})$$

e somando sobre os estados de spin, temos

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{\lambda, s, s'} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{1}{3} \sum_{\lambda, s, s'} \left\{ \epsilon_\mu^\lambda \bar{u}_s(k) \left[-ig_x \gamma^\mu \frac{1}{2} (c_V - c_A \gamma^5) \right] v_{s'}(k') \right\} \\ &\times \left\{ \bar{v}_{s'}(k') \left[ig_x \frac{1}{2} (c_V + c_A \gamma^5) \right] \gamma^\nu u_s(k) \epsilon_\nu^{\lambda*} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.41})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{\lambda, s, s'} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{1}{3} \sum_{\lambda, s, s'} \frac{g_x^2}{4} \left\{ \epsilon_\mu^\lambda \bar{u}^s(k) [\gamma^\mu (c_V - c_A \gamma^5)] v^{s'}(k') \right\} \\ &\times \left\{ \bar{v}^{s'}(k') [(c_V + c_A \gamma^5)] \gamma^\nu u^s(k) \epsilon_\nu^{\lambda*} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.42})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \sum_{\lambda, s, s'} \frac{g_x^2}{4} \left\{ \epsilon_\mu^\lambda \bar{u}_a^s(k) [\gamma_{ab}^\mu (c_V - c_A \gamma^5)] v_b^{s'}(k') \right\} \\ &\times \left\{ \bar{v}_c^{s'}(k') [(c_V + c_A \gamma^5)] \gamma_{cd}^\nu u_d^s(k) \epsilon_\nu^{\lambda*} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.43})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \sum_{\lambda, s} \frac{g_x^2}{4} \left\{ \epsilon_\mu^\lambda \bar{u}_a^s(k) [\gamma_{ab}^\mu (c_V - c_A \gamma^5)] \sum_{s'} v_b^{s'}(k') \bar{v}_c^{s'}(k') \right\} \\ &\times \left\{ [(c_V + c_A \gamma^5)] \gamma_{cd}^\nu u_d^s(k) \epsilon_\nu^{\lambda*} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.44})$$

usando as identidades (B.20) e (B.21) obtemos

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{\lambda, s, s'} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{1}{3} \sum_{\lambda, s} \frac{g_x^2}{4} \left\{ \epsilon_\mu^\lambda \bar{u}_a^s(k) [\gamma_{ab}^\mu (c_V - c_A \gamma^5)] (\not{k}' - m_f)_{bc} \right\} \\ &\times \left\{ [(c_V + c_A \gamma^5)] \gamma_{cd}^\nu u_d^s(k) \epsilon_\nu^{\lambda*} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.45})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \sum_{\lambda} \frac{g_x^2}{4} \left\{ \epsilon_\mu^\lambda \sum_s u_d^s(k) \bar{u}_a^s(k) [\gamma_{ab}^\mu (c_V - c_A \gamma^5)] (\not{k}' - m_f)_{bc} \right\} \\ &\times \left\{ [(c_V + c_A \gamma^5)] \gamma_{cd}^\nu \epsilon_\nu^{\lambda*} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.46})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \sum_{\lambda} \frac{g_x^2}{4} \left\{ \epsilon_\mu^\lambda (\not{k} + m_f)_{da} [\gamma_{ab}^\mu (c_V - c_A \gamma^5)] (\not{k}' - m_f)_{bc} \right\} \\ &\times \left\{ [(c_V + c_A \gamma^5)] \gamma_{cd}^\nu \epsilon_\nu^{\lambda*} \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.47})$$

$$= \frac{1}{3} \sum_{\lambda} \frac{g_x^2}{4} [\epsilon_\mu^\lambda (c_V - c_A \gamma^5) (c_V + c_A \gamma^5)]$$

$$\times (\not{k} + m_f)_{da} \gamma_{ab}^\mu (\not{k}' - m_f)_{bc} \gamma_{cd}^\nu \epsilon_\nu^{\lambda*} \quad (\text{C.48})$$

Realizando o produto dos coeficientes c_V e c_A e verificando que $(\not{k} + m_f)_{da} \gamma_{ab}^\mu (\not{k}' - m_f)_{bc} \gamma_{cd}^\nu$ é na realidade o traço da matriz resultante deste produto, assim

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{\lambda, s, s'} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{1}{3} \sum_{\lambda} \frac{g_x^2}{4} [\epsilon_\mu^\lambda (c_V^2 + c_A^2 - c_V c_A \gamma^5) \\ &\times \text{Tr} \{ (\not{k} + m_f) \gamma^\mu (\not{k}' - m_f) \gamma^\nu \} \epsilon_\nu^{\lambda*}] \end{aligned} \quad (\text{C.49})$$

e assumindo que a massa dos férmions é desprezível frente a massa do bóson, temos

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{\lambda, s, s'} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{1}{3} \sum_{\lambda} \frac{g_x^2}{4} [\epsilon_\mu^\lambda (c_V^2 + c_A^2) \text{Tr} \{ \not{k} \gamma^\mu \not{k}' \gamma^\nu \} \epsilon_\nu^{\lambda*} \\ &- c_V c_A \text{Tr} \{ \gamma^5 \not{k} \gamma^\mu \not{k}' \gamma^\nu \} \epsilon_\nu^{\lambda*}] \end{aligned} \quad (\text{C.50})$$

ou

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{\lambda, s, s'} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{g_x^2}{4} \left[\frac{1}{3} \sum_{\lambda} \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda*} \right] \left[(c_V^2 + c_A^2) \underbrace{\text{Tr} \{ \not{k} \gamma^\mu \not{k}' \gamma^\nu \}}_{\text{Tr}_1} \right. \\ &\left. - c_V c_A \underbrace{\text{Tr} \{ \gamma^5 \not{k} \gamma^\mu \not{k}' \gamma^\nu \}}_{\text{Tr}_2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{C.51})$$

Usando que

$$\text{Tr}_1^{\mu\nu} = 4(k^\nu k'^\mu + k^\mu k'^\nu - g^{\mu\nu} k \cdot k'), \quad (\text{C.52})$$

$$\text{Tr}_2^{\mu\nu} = 0 \quad (\text{C.53})$$

e

$$\sum_{\lambda} \epsilon_\mu^\lambda \epsilon_\nu^{\lambda*} = -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m_{Z'}^2}, \quad (\text{C.54})$$

obtemos

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{\lambda, s, s'} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{g_x^2}{4} \left[-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m_{Z'}^2} \right] (c_V^2 + c_A^2) \text{Tr}_1^{\mu\nu} \\ &= \frac{g_x^2}{4} \frac{1}{3} \left[-g_{\mu\nu} \text{Tr}_1^{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{m_{Z'}^2} \text{Tr}_1^{\mu\nu} \right] (c_V^2 + c_A^2). \end{aligned} \quad (\text{C.55})$$

Além disso, $q = (m_{Z'}, 0, 0, 0)$, $k = \frac{1}{2}m_{Z'}(1, 0, 0, 1)$ e $k' = \frac{1}{2}m_{Z'}(1, 0, 0, -1)$, ficamos com

$$-g_{\mu\nu}Tr_1^{\mu\nu} = 4m_{Z'}^2 \quad (\text{C.56})$$

e

$$\frac{q_\mu q_\nu}{m_{Z'}^2}Tr_1^{\mu\nu} = 0, \quad (\text{C.57})$$

portanto,

$$\frac{1}{3} \sum_{\lambda, s, s'} |\mathcal{M}|^2 = \frac{g_x^2}{3} m_{Z'}^2 (c_V^2 + c_A^2). \quad (\text{C.58})$$

Sabendo que a taxa de decaimento pode ser escrita como

$$\Gamma(Z' \rightarrow f + \bar{f}) = \frac{p_f}{32\pi^2 m_{Z'}^2} \int |\mathcal{M}|^2 d\Omega, \quad (\text{C.59})$$

usando que $p_f = |k| = |k'| = \frac{1}{2}m_{Z'}$ e a amplitude (C.58) temos

$$\Gamma(Z' \rightarrow f + \bar{f}) = \frac{1}{64\pi^2 m_{Z'}} \int \frac{g_x^2}{3} m_{Z'}^2 (c_V^2 + c_A^2) d\Omega \quad (\text{C.60})$$

$$= \frac{g_x^2}{3} \frac{m_{Z'}}{64\pi^2} (c_V^2 + c_A^2) \int d\Omega \quad (\text{C.61})$$

$$= \frac{g_x^2}{3} \frac{m_{Z'}}{64\pi^2} (c_V^2 + c_A^2) 4\pi \quad (\text{C.62})$$

e assim obtemos o resultado

$$\Gamma(Z' \rightarrow f + \bar{f}) = \frac{g_x^2}{48\pi} (c_V^2 + c_A^2) m_{Z'}. \quad (\text{C.63})$$

Podemos relacionar os acoplamentos c_V e c_A com os acoplamentos (C.38) de tal modo que

$$c_A = g_L + g_R \quad (\text{C.64})$$

$$c_V = g_L - g_R \quad (\text{C.65})$$

portanto, a taxa de decaimento fica escrita

$$\Gamma = \frac{m_{Z'}}{24\pi} \left[(g_L^{Z'})^2 + (g_R^{Z'})^2 \right] + \mathcal{O}(m_f/m_{Z'}). \quad (\text{C.66})$$

Bibliografia

- [1] HINSHAW, G.F., *et.al.* Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmology Results, *ApJS.*, 208, 19H, 2013.
- [2] BENNETT, C. L.; *et. al.* Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results, *ApJS.*, 208, 20B, 2013.
- [3] ADE, P. A. R.; *et al*, Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results, *A&A*, v. 571, p. A1, out. 2014.
- [4] ADAM. R;*et al*, Planck 2015 results. I. Overview of products and scientific results, *arXiv*: 1502.01582, 2015.
- [5] ZWICKY, F. Spectral displacement of extra galactic nebulae, *Helv. Phys. Acta*, v. 6, n. 2, p. 110-127, 1933.
- [6] SMITH, S. The Mass of the Virgo Cluster, *ApJ*, v. 83, n. , p. 23, 1936.
- [7] BABCOCK, H. W. The Rotation of the Andromeda Nebula, *Lick Obs. Bull.* v. 498, n. , p. 41, 1939.
- [8] CLOWE, D.; BRADAC, M.; GONZALEZ, A. H.; MARKEVITCH, M.; RANDALL, S.W.; *et al.* A direct empirical proof of the existence of dark matter, *ApJ*, v. 648, n. 2, p. L109-L114 , set. 2006.
- [9] ROY, D. P.; Basic Constituents of the Visible and Invisible Matter — A Microscopic View of the Universe, *arXiv*:0007025, 2000.
- [10] BRADAC, M.; *et al.* Revealing the Properties of Dark Matter in the Merging Cluster MACS J0025.4–1222, *ApJ* v. 687, n. 2, p. 959-967, nov. 2008.
- [11] ARKANI-HAMED, N.; FINKBEINER, D. P.; SLATYER, T. R.; WEINER, N.A theory of dark matter, *Phys. Rev. D*, v. 79, n. , p. 015014-1-16, jan. 2009.
- [12] BERTONE, G.; HOOPER, D.; SILK, J. Particle dark matter: evidence, candidates and constraints, *Phys. Rep.*, v. 405, p. 279, nov. 2004.

-
- [13] ANGUS, G.W.; SHAN, H.; ZHAO, H.; FAMAHEY, B. On the law of gravity, the mass of neutrinos and the proof of dark matter, *ApJ*, v. 654, n. 1, L13-L16, jan. 2007.
- [14] FINKBEINER, D. P.; WEINER, N. Exciting dark matter and the INTEGRAL/SPI 511 keV signal, *Phys. Rev. D*, v. 76, n. 8, p. 083519-1-9, out. 2007.
- [15] ADRIANI, O.; *et. al.* An anomalous positron abundance in cosmic rays with energies 1.5–100 GeV, *Nature*, v. 458, n. 7238, p. 607-609, abr. 2009.
- [16] ADRIANI, O.; *et. al.* Cosmic-Ray Positron Energy Spectrum Measured by PAMELA, *Phys. Rev. Lett.*, v. 111, n. 8, p. 081102, ago. 2013.
- [17] BOND, J. H.; EFSTATHIOU, G.; SILK, J. Massive Neutrinos and the Large-Scale Structure of the Universe, *Phys. Rev. Lett.*, v. 45, n. 24, p. 1980, jul. 1980.
- [18] ELLIS, J.; HAGELIN, J. S.; NANOPOULOS, D. V.; OLIVE, K.; SREDNICKI, M. Supersymmetric Relics From The Big Bang, *Nuc. Phys. B*, v. 238, n. 2, p. 453, jun. 1984.
- [19] ELLIS, J.; OLIVE, K. A. Supersymmetric Dark Matter Candidates, *ArXiv:1309.3259*.
- [20] SIKIVIE, P. Dark Matter Axions, *Int. Jour. of Mod. Phys. A*, v. 25, n. 02, p. 554, jan. 2010.
- [21] PRESKILL, J.; WISE, M. B.; WILCZEK, F. Cosmology Of The Invisible Axions, *Phys. Lett. B*, v. 120, n. 1, p. 127, jan. 1983.
- [22] DODELSON, S.; WIDROW, L. M. Sterile Neutrinos as Dark Matter, *Phys. Rev. Lett.*, v.72, n. 1, p. 17, jan. 1994.
- [23] SHAPOSHNIKOV, M. Sterile neutrinos in cosmology and how to find them in the lab, *JPCS*, v. 136, n. 2, p. 022045, mai. 2008.
- [24] LANGACKER, P. The physics of heavy Z' gauge bosons, *Rev. of Mod. Phys.*, v. 81, n. 3, p. 1199-1228, jun.-set. 2009.
- [25] STUECKELBERG, E. C. G. Interaction energy in electrodynamics and in the field theory of nuclear forces, *Helv. Phys. Acta*, v. 11, n. 3, p. 225, set. 1938.
- [26] RUEGG, H.; RUIZ-ALTABA, M. The Stueckelberg Field, *Int. Jour. of Mod. Phys. A*, v. 19, n.20, p. 3265-3347, 2004.
- [27] DOBRESCU, B. A. B - L mediated supersymmetry breaking, *Phys. Lett. B*, v. 403, n. 3, p. 285-290, jun. 1997.

-
- [28] DOBRESCU, B. A. Massless Gauge Bosons other than the Photon, *Phys. Rev. Lett.*, v. 94, n. 15, p. 151802-1-4, abr. 2005.
- [29] HOLDOM, B. Searching for ϵ charges and a new $U(1)$, *Phys. Lett. B*, v. 178, n. 1, p. 65-70, set. 1986.
- [30] AAD, G.; *et al.* Search for high-mass resonances decaying to dilepton final states in pp collisions at a center-of-mass energy of 7 TeV with the ATLAS detector, *JHEP*, v. 11, p. 138, nov. 2012.
- [31] CHATRCHYAN, S.; *et al.* Search for heavy narrow dilepton resonances in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV and $\sqrt{s} = 8$ TeV CMS Collaboration, *Phys. Lett. B*, v. 720, n. 1, p. 63, mar. 2013.
- [32] KÖRS, B.; NATH, P. A Stueckelberg extension of the Standard Model, *Phys. Lett. B*, v. 586, n. 4, p. 366-372, abr. 2004.
- [33] KÖRS, B.; NATH, P. Aspects of the Stueckelberg extension, *JHEP*, v. 7, n. 1, p. 69-1-39, jul. 2005.
- [34] CHEUNG, K.; YUAN, T. C. Hidden fermion as mili-charged dark matter in Stueckelberg Z' model, *JHEP*, v. 3, n. 1, p. 120-1-19, mar. 2007.
- [35] ZHANG, Y.; WANG, S.; WANG, Q. Stueckelberg mechanism and chiral Lagrangian for Z' boson, *JHEP* v. 3, n. 1, p. 47-1-21, mar. 2008.
- [36] FELDMAN, D.; LIU, Z.; NATH, P.; PEIM, G. Multicomponent dark matter in supersymmetric hidden sector extensions, *Phys. Rev. D*, v. 81, n. 9, p. 095017-1-14, mai. 2010.
- [37] BERINGER, J.; *et al.* Review of Particle Physics, *Phys. Rev. D*, v. 86, n. 1, p. 010001-1-1528, jul. 2012.
- [38] FUKUGITA, M.; WATAMURA, S.; YOSHIMURA, Astrophysical constraints on a new light axion and other weakly interacting particles, *Phys. Rev. D*, v. 26, n. 8, p. 1840-1853, out. 1982.
- [39] DICUS, D. A.; KOLB, E. W.; TEPLITZ, V. L.; WAGONER, R. V. Astrophysical bounds on very-low-mass axions, *Phys. Rev. D*, v. 22, n. 4, p. 839-845, ago. 1980.
- [40] GRIFOLS, J. A.; MASSO, E. Constraints on finite-range baryonic and leptonic forces from stellar evolution, *Phys Lett. B*, v. 173, n. 3, p. 237-240, jun. 1986.

-
- [41] RAFFLET, G.; WEISS, A. Red giant bound on the axion-electron coupling reexamined, Phys. Rev. D, v. 51, n. 4, p. 1495-1498, fev. 1995.
- [42] SMOOT, G. F. ; *et. al.* Structure in te COBE Diferential Microwave Radiometer First-Year Maps, APJ, v. 396, p. L1, 1992.
- [43] MILGROM, M.; BEKENSTEIN, J. The modified Newtonian dynamics as an alternative to hidden matter, in Dark Matter in the Universe (IAU Symposium n. 117), Eds. KORMENDY, J.; KNAPP, G.R., p. 319-330, Dordrecht, 1987.
- [44] FALK, T.; OLIVE, K. A.; SREDNICKI, M. Heavy sneutrinos as dark matter, Phys. Lett. B, v. 339, n. 3, p. 248-251, nov. 1994.
- [45] GOLDBERG, H. Constraint on the photino mass from cosmology, Phys. Rev. Lett., v. 50, n. 1, p. 1419-1422, 1983.
- [46] BLUMENTHAL, G.R.; FABER, S.M.; PRIMACK, J.R.; REES, M.J. Formation of galaxies and large-scale structure with cold dark matter, Nature, v. 311, n. 5986, p. 517-525, out. 1984.
- [47] JUNGMAN, G.; KAMIONKOWSKI, M.; GRIEST, K. Supersymmetric dark matter, Phys. Rept., v. 267, v. 5, p. 195-373, mar. 1996.
- [48] ROSEMBERG, L. J.; VAN BIBBER, K. A. Searches for invisible axions, Phys. Rept., v. 325, n. 1, p. 1-39, 2000.
- [49] BOND, J. R.; SZALAY, A. S. The Collisionless Damping of Density Fluctuations in an Expanding Universe, Astrophys. J., v. 274, p. 443, 1983.
- [50] PEEBLES, P. J. E. The Origin of Galaxies and Clusters of Galaxies. Science, v. 224, p. 1385, 1984.
- [51] GONDOLO, P.; GELMINI, G. Cosmic abundances of Stable Particles: Improved Analysis, Nuc. Phys., v. 360, p. 145, jan. 1991.
- [52] GELMINI, G.; GONDOLO, P.; DM Production mechanisms. In:BERTONE, G.; Particle Dark Matter: Observations, Models and Searches. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 121-141.
- [53] PECCEI, R. D.; QUINN, H. R. CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles, Phys. Rev. Lett., v. 38, n. 25, p. 1440, jun. 1977.

-
- [54] CÓRSICO, A. H.; BENVENUTO, O. G.; ALTHAUS, L. G.; ISERN, J.; GARCÍA-BERRO, E. The potential of the variable DA white dwarf G117–B15A as a tool for fundamental physics, *New Astro.* v. 6, n. 4, p. 197-213, jun. 2001.
- [55] BERNABEI, R.; *et al.* The DAMA/LIBRA apparatus, *Nuc. Ins. and Meth. in Phys. Res. S. A*, v. 592, n. 3, p. 297, jul. 2008.
- [56] BERNABEI, R.; *et al.* Results on dark matter by DAMA/LIBRA at Gran Sasso, *Nucl.Phys. and Atom. Energy*, v. 12, n. 1, p. 40-48, 2011.
- [57] BERNABEI, R.; *et al.*, New results from DAMA/LIBRA, *Eur. Phys. J. C*, v. 67, p. 39, n. 1, mai. 2010.
- [58] AALSETH, C.E.; *et al.* Search for an Annual Modulation in a P-type Point Contact Germanium Dark Matter Detector, *Phys. Rev. Lett.*, v. 107, n. 14, p. 141301, set. 2011.
- [59] AALSETH, C.E.; *et al.* CoGeNT: A search for low-mass dark matter using p-type point contact germanium detectors, *Phys. Rev. D*, v. 88, n. , p. 012002, 2013.
- [60] ANGLOHER, G.; *et al.* Results from 730 kg days of the CRESST-II Dark Matter search, *Eur. Phys. J. C*, v. 72, n. , p. 1971, abr. 2012.
- [61] ANGLOHER, G.; *et al.* Results on low mass WIMPs using an upgraded CRESST-II detector, *Eur. Phys. J. C*, v. 74, n. , p. 3184, dez. 2014.
- [62] AKERIB, D. S.; *el al.* First Results from the Cryogenic Dark Matter Search in the Soudan Underground Laboratory, v. 93, n. 21, p. 21, nov. 2004.
- [63] AHMED, Z.; *el al.* Search for Weakly Interacting Massive Particles with the First Five-Tower Data from the Cryogenic Dark Matter Search at the Soudan Underground Laboratory, *Phys. Rev. Lett.*, v. 102, n. 1, p. 011301, jan. 2009.
- [64] AHMED, Z.; *el al.* Dark Matter Search Results from the CDMS II Experiment, *Science* v. 327, n. 5973, p. 1619-1621, mar. 2010.
- [65] AGNESE, R.; *el al.* Silicon Detector Dark Matter Results from the Final Exposure of CDMS II, *Phys. Rev. Lett.*, v. 111, p.251301, mai. 2013.
- [66] AGNESE, R.; *el al.* Maximum likelihood analysis of low energy CDMS II germanium data, *Phys. Rev. D*, v. 91, p. 052021, mar. 2015.
- [67] AGNESE, R.; *el al.* Search for Low-Mass WIMPs using Voltage-Assisted Calorimetric Ionization Detection in the SuperCDMS Experiment, *Phys. Rev. Lett.*, v. 112, p. 041302, jan. 2014. ArXiv:1309.3259.

-
- [68] AGNESE, R.; *et al.* Search for Low-Mass Weakly Interacting Massive Particles with SuperCDMS, Phys. Rev. Lett., v. 112, p. 241302, jun. 2014.
- [69] AKERIB, D. S.; *et al.* First Results from the LUX Dark Matter Experiment at the Sanford Underground Research Facility, Phys. Rev. Lett., v. 112, p. 091303, mar. 2014.
- [70] APRILE, E.; *et al.* (XENON100 Collaboration) Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data, Phys. Rev. Lett., v. 109, n. 18, p. 181301-1-6, nov. 2012.
- [71] ORRIGO, S. E. A.; Direct Dark Matter Search with XENON100, *arXiv:1501.03492*, 2015.
- [72] AKIMOV, D. Y.; *et al.* WIMP-nucleon cross-section results from the second science run of ZEPLIN-III, Phys. Lett. B, v. 709, n. 1, p. 14, mar. 2012.
- [73] ARMENGAUD, E.; *et al.* Final results of the EDELWEISS-II WIMP search using a 4-kg array of cryogenic germanium detectors with interleaved electrodes, Phys. Lett. B, v. 702, n. 5, p. 14, ago. 2011.
- [74] ANGLOHER, G.; *et al.* EURECA Conceptual Design Report, Phys. of the dark Uni., v. 3, p. 41, abr. 2014.
- [75] MOSKALENKO, I. V.; STRONG, A. W. Production and Propagation of Cosmic-Ray Positrons and Electrons, ApJ, v. 493, n. 2, p. 694, jan. 1998.
- [76] DELAHAYE, T.; LAVALLE, J.; LINEROS, R.; DONATO, F.; FORNENGO, N. Galactic electrons and positrons at the Earth: new estimate of the primary and secondary fluxes, A & A, v. 524, p. A51, nov. 2010.
- [77] FINKBEINER, D. P.; GOODENOUGH, L.; SLATYER, T. R.; VOGELSBERRGER, M.; WEINER, N. Consistent scenarios for cosmic-ray excesses from Sommerfeld-enhanced dark matter annihilation, JCAP, v. 2011, n. 05, p. 002, mai. 2011.
- [78] AGUILAR, M.; *et al.* First Result from the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station: Precision Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5-350 GeV, Phys. Rev. Lett., v. 110, n. 14, p. 141102, abr. 2013.
- [79] ACKERMANN, M.; *et al.* Measurement of separate cosmic-ray electron and positron spectra with the Fermi Large Area Telescope, Phys. Rev. Lett., v. 108, n. 01, p. 011103, jan. 2012.
- [80] HUBBLE, E. P. A RELATION BETWEEN DISTANCE AND RADIAL VELOCITY AMONG EXTRA-GALACTIC NEBULAE, PNAS, v. 15, p. 168, jan. 1929.

-
- [81] ALPHER, R. A.; HERMAN, R. C.; GAMOW, G. A. On the Origin of the Elements, Phys. Rev., v. 75, p. 332, jan. 1949.
- [82] PENZIAS, A. A.; WILSON, R. W., A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s, Astro. Jour., v. 142, p. 419, JUL. 1965.
- [83] HU, W.; DODELSON, S. Cosmic Microwave Background Anisotropies, Annu. Rev. Astron. and Astrophys. v.40, p.171, 2002.
- [84] WHITE, M. Anisotropies in the CMB, *arXiv*: 9903232, 1999.
- [85] FIXSEN, D. J. The Temperature of the Cosmic Microwave Background, ApJ, v. 707, n2., p. 916, nov. 2009.
- [86] ZALDARRIAGA, M. ; SELJAK, U. All-sky analysis of polarization in the microwave background, Phys. Rev. D, v. 55, n. 4, p. 1830, 1997.
- [87] GLASHOW, S. L. Partial-Symetries of Weak Interactions, Nucl. Phys., v. 20, p. 579, jan. 1961.
- [88] WEINBERG, S. A Model of Leptons, Phys. Rev. Lett. V. 19, P. 1264, nov. 1967.
- [89] SALAM, A. On Symmetries in Elementary Particle Interactions, Nucl. Phys., v. 3, p. 446, 1957.
- [90] HALZEN, F.; MARTIN, A. D. Quarks and Leptons: An introductory Course in Modern Particle Physics, John Wiley and Sons, 1984.
- [91] PESKIN, M. E.; SCHROEDER, D. V. An Introduction to Quantum Field theory, Perseus Books Publishing, 1995.
- [92] McMAHON, D. Quantum field theory Demystified, McGraw-Hill, 2008.
- [93] FELDMAN, D.; LIU, Z.; NATH, P. Probing a Very Narrow Z' Boson with CDF and D0 Data, Phys. Rev. Lett., v. 97, n. 2, p. 021801-1-4, jul. 2006.
- [94] DOS SANTOS, A. L.; HADJIMICHEF, D. Searching for a dark matter coupling to the standard model with a Stueckelberg extension, Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser., v 18, n. 1, p. 10-12, 2012.
- [95] DOS SANTOS, A. L.; HADJIMICHEF, D. A light in the dark sector with a Stueckelberg extension of the Standard Model, AIP, v. 1520, n. 1, p. 466-468, 2013.

- [96] GOLDBERG, H.; HALL, L. J. A new candidate for dark matter, *Phys. Lett. B*, v. 174, n. 2, p. 151-155, jul. 1986.
- [97] CMS Collaboration, Search for Narrow Resonances using the Dijet Mass Spectrum with 19.6fb^{-1} of pp Collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV, CMS Physics Analysis Summary, **CMS-PAS-EXO-12-059**, 2013.
- [98] DOS SANTOS, A. L.; HADJIMICHEF, D.; VASCONCELLOS, C. A. Z.; RUFFINI, R.; RUEDA, J. A. Z' decay and dark matter relic density in a Stueckelberg extension of the Standard Model. Artigo aceito para publicação na revista *Astronomische Nachrichten*, 2015.
- [99] CÓRSICO, A. H., ALTHAUS, L. G.; BERTOLAMI, M. M.; ROMERO, A. D., GARCÍA-BERRO, E., ISERN, J.; KEPLER, S. O.; *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, v. 424, n. 1, p. 2792, 2012.
- [100] KRAVTSOV, A. V.; KLYPIN, A. A.; BULLOCK, J. S.; PRIMACK, J. R. The Cores of Dark Matter Dominated Galaxies: theory vs. observations, *Astrophys. J.*, v. 502, n. 1, p. 48, 1998.
- [101] NAVARRO, J. F.; FRENK, C. S.; WHITE, S. D.; The Structure of Cold Dark Matter Halos, *Astrophys. J.*, v. 462, p. 563, mai. 1996.
- [102] MOORE, B.; QUINN, T.; GOVERNATO, F.; SATADEL, J.; LAKE, G. Cold collapse and the core catastrophe, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, v. 310, p. 1147, dez. 1999.
- [103] BERGSTROM, L.; EDSJO, J.; ULLIO, P. Possible indications of a clumpy dark matter halo, *Phys. Rev. D*, v. 58, p. 083507, set. 1998.
- [104] LEUNG, S.-C.; CHU, M.-C.; LIN, L.-M. Equilibrium structure and radial oscillations of dark matter admixed neutron stars, *Phys. Rev. D*, v. 85, p. 103528, mai. 2012.
- [105] LEUNG, S.-C.; CHU, M.-C.; LIN, L.-M.; WONG, K.-W. Dark-matter admixed white dwarfs, *Phys. Rev. D*, v. 87, p. 123506, jun. 2013.
- [106] WOOSLEY, S. E.; HEGER, A.; WEAVER, T. A. The evolution and explosion of massive stars, *Rev. Mod. Phys.*, v. 74, p. 1015, nov. 2002.
- [107] MARTINEZ-PINEDO, G.; FISCHER, T.; LOHS, A.; HUTHEER, L. Charged-Current Weak Interaction Processes in Hot and Dense Matter and its Impact on the Spectra of Neutrinos Emitted from Protoneutron Star Cooling, *Phys. Rev. Lett.*, v. 109, p. 251104, dez. 2012.

-
- [108] VYSOTSSKII, M. I.; ZEL'DOVICH, Ya. B.; KHOLPOV, M. Y.; CHECHETKIN, V. M. Some Astrophysical Limitations on the Axion Mass, *JETP Lett.*, v. 27, n. 9, p. 533, mai. 1978.
- [109] DOS SANTOS, A. L.; HADJIMICHEF, D. Astrophysical aspects of milli-charged dark matter in a Higgs–Stueckelberg model, *Mod. Phys. Lett. A*, v. 30, n. 18, p. 1550089, jun. 2015.
- [110] HEWETT, J. L.; RIZZO, T.G. Low-energy phenomenology of superstring-inspired E6 models, *Phys. Rep.*, v. 183, p. 193, nov. 1989.
- [111] CVETIC, M.; LANGACKER, P. Implications of Abelian extended gauge structures from string models, *Phys. Rev. D*, v. 54, p. 3570, set. 1996.
- [112] BARGER, V. D.; CHEUNG, K. M.; LANGACKER, P. Baryonic Z' connection of LEP $R_{b,c}$ data with Tevatron (W, Z, γ) $b\bar{b}$ events, *Phys. Lett. B*, v. 381, n. 1, p. 226, jul. 1996.
- [113] FELDMAN, D.; KÖRS, B.; NATH, P. Extra-weakly Interacting Dark Matter, *Phys. Rev. D*, v. 75, p. 023503, jan. 2007.
- [114] FELDMAN, D.; LIU, Z., NATH, P.; PEIM, G. Multicomponent dark matter in supersymmetric hidden sector extensions, *Phys. Rev. D*, v. 81, p. 095017, mai. 2010.
- [115] CMS Collaboration, Search for Resonances in the Dilepton Mass Distribution in pp Collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV CMS Physics Analysis Summary, **CMS-PAS-EXO-12-061**, 2013.
- [116] AAD, G. *et al.* Search for high-mass diboson resonances with boson-tagged jets in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS detector, *arXiv:1506.00962*, 2015.