

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

ANDREI LUFT DINIZ

**O TEMA FUTEBOL COMO BASE PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM
DE TÓPICOS DE MATEMÁTICA**

Porto Alegre

2015

ANDREI LUFT DINIZ

**O TEMA FUTEBOL COMO BASE PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM
DE TÓPICOS DE MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado junto ao Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a Dr^a Marilaine de Fraga Sant'Ana

Porto Alegre

2015

ANDREI LUFT DINIZ

**O TEMA FUTEBOL COMO BASE PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM
DE TÓPICOS DE MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado junto ao
Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade
Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial
para a obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof^a Dr^a Marilaine de Fraga Sant'Ana

COMISSÃO EXAMINADORA:

.....
Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana
Instituto de Matemática – UFRGS

.....
Prof. Dr. Francisco Egger Moellwald
Faculdade de Educação – UFRGS

.....
Prof^a. Dr^a. Marilaine de Fraga Sant'Ana – Orientadora
Instituto de Matemática – UFRGS

Porto Alegre, 26 de junho de 2015

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todas as pessoas que me apoiaram diretamente ou indiretamente durante todo o processo de construção deste trabalho de conclusão de curso e durante a caminhada para a obtenção da graduação de Licenciatura em Matemática.

Agradeço aos meus familiares: Ronaldo Evangelista Diniz, Liane Ferreira Luft e Gabriel Luft Diniz. Aos meus pais pelo apoio emocional, psicológico, moral e financeiro, durante todo o período na licenciatura. Ao meu irmão que soube ser amigo e leal durante várias fases deste processo.

Agradeço a todos os professores que contribuíram de alguma forma no meu processo de formação acadêmica, desde a Escola Básica, passando pelo Ensino Fundamental e Ensino Médio e chegando, finalmente, ao Ensino Superior (impossível listar tantos professores excelentes que tive no decorrer de toda a minha vida).

Agradeço à professora orientadora deste trabalho Marilaine de Fraga Sant'Ana que prontamente aceitou me orientar neste trabalho e soube me conduzir de uma maneira fantástica, de modo que eu não ficasse perdido em nenhum momento durante a realização da monografia.

Agradeço às coordenações pedagógicas das escolas em que trabalhei durante a faculdade, que me aceitaram de braços abertos em seu espaço escolar, sempre sendo coniventes com a aplicação da minha didática em sala de aula.

Agradeço a todos meus amigos, que souberam me auxiliar e me entender durante todo o processo, seja para uma dica, um abraço amigo ou um momento de descontração. Dentre tantos: Ellen Storck, Erica Copetti, Giovani Vasconcellos, Lucas Portela, Lucas Turcati, Luciano Kampf, Marcelo dos Santos, Mariana Spies, Matheus Oliveira, Pedro Araújo, Renan Gewehr e Thanise Dias.

Agradeço aos professores Alvino Sant'Ana e Francisco Egger pela contribuição e pelo aceite do convite como banca examinadora do trabalho e à professora Andreia Dalcin, que me incentivou a transformar as ideias em aula em ideias para a monografia.

Por fim, agradeço principalmente ao meu filho Lorenzo Storck Diniz, que mesmo pela pouca idade, soube me alegrar e estar presente em minha vida, fazendo com que cada dia na sua companhia se transformasse em experiências fantásticas.

RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso trata de um estudo relativo ao Ensino-Aprendizagem de diferentes maneiras de se utilizar o futebol em sala de aula para abordar tópicos de matemática, de modo a tornar o ambiente de ensino mais prazeroso para o professor e para o aluno. Para isso, foram estudadas metodologias diferentes do Modelo Tradicional de Ensino fundamentando as experiências com as teorias de Barbosa (2001), Skovsmose (2000) e Onuchic e Allevato (2004 e 2011). Foram realizadas duas experiências em sala de aula em turmas de Ensino Fundamental e uma experiência na rede superior de ensino. Utilizando a metodologia de Resolução de Problemas, utilizo o futebol para abordar os conteúdos de aritmética básica, identificação de matrizes, adição e subtração de matrizes, análise de dados e tabelas, geometria plana e matemática básica. Utilizo Fiorentini e Lorenzato (2006) para elaborar uma pesquisa baseada em um planejamento das aulas, diário de campo, relatos e observações dos diálogos em sala, estudo do ambiente ao qual o aluno está inserido e análise dos resultados obtidos. A partir da Modelagem Matemática, discorro sobre um trabalho realizado no quinto semestre da graduação de Licenciatura em Matemática, cujo conteúdo é a análise combinatória, para responder: “de quantas formas as seleções de diferentes países poderiam se classificar para a Copa do Mundo de 2014?”. Assim, foi feito um estudo com base nos regulamentos de cada continente para poder responder esse questionamento inicial.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem; Futebol; Modelagem Matemática; Resolução de Problemas.

ABSTRACT

This course conclusion work is a study concerning the teaching-learning different ways to use football in the classroom to address math topics in order to make a more pleasant learning environment for the teacher and for the students. For this, were studied different methods of Teaching Traditional Model, basing the experiences with the theories of Barbosa (2001), Skovsmose (2000) and Onuchic and Allevato (2004 and 2011). Two experiments were realized in the classroom in elementary school classes and an experience in teaching in higher education. Using the methodology of Problem Solving, i use the football to address the basic arithmetic of content identification matrices, addition and subtraction of matrices, data analysis and tables, plane geometry and basic math. To develop a research based on a schedule of classes, field diary, reports and observations of the dialogues in the classroom, environmental study to which student is entered and analysis of results I used Fiorentini and Lorenzato's theory (2006). From the Mathematical Modeling, I go over a project done in the fifth semester of the mathematics undergraduate course, which the topic is the combinatory, to answer "how many ways the National Teams from different countries could qualify for the World Cup in 2014?". Thus a study was done based on regulations from each continent in order to answer this initial question.

Keywords: Teaching and Learning; Football; Mathematical Modeling; Problem Solving.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – As fases do Ensino de Matemática.....	15
Quadro 2 – Ambientes de Aprendizagem.....	18
Quadro 3 – O aluno e o professor nos casos de Modelagem Matemática.....	20

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Seleções que compõem a Conmebol (Confederacion Sudamericana de Futbol).....	90
Tabela 2 – Fase 1 das eliminatórias da CAF (Confederation of African Football).....	91
Tabela 3 – Fase 2 das Eliminatórias da CAF (Confederation of African Football).....	92
Tabela 4 – Grupos da fase 2 das eliminatórias da Concacaf (Confederation of North, Central American and Caribbean Association Football).....	94
Tabela 5 – Grupos da fase 3 das eliminatórias da Concacaf (Confederation of North, Central American and Caribbean AssociationFootball).....	94
Tabela 6 – Grupos da fase 2 da eliminatórias da OFC (Oceania Football Confederation).....	96
Tabela 7 – Grupos da fase 4 da eliminatórias da AFC (AsianFotball Confederation).....	97

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Entrada Principal da Escola de Ensino Público.....	25
Figura 2 – Carga horária semanal das disciplinas nas turmas de Ensino Fundamental II.....	26
Figura 3 – Tabela final de Classificação do Grupo A da Copa do Mundo de 2010.....	27
Figura 4 – Jogos do Grupo G da Copa do Mundo de 2010.....	28
Figura 5 – Tabela final de Classificação do Grupo G da Copa do Mundo de 2010.....	28
Figura 6 – Alunos A e B sentados no centro da sala.....	31
Figura 7 – Quadro negro com a classificação do grupo G.....	31
Figura 8 – Lado esquerdo do professor.....	32
Figura 9 – Questão 1 da lista 1.....	34
Figura 10 – Aluno coloca vinte, esquecendo-se do número de colunas.....	35
Figura 11 – Aluno respondendo os itens a e b corretamente.	35
Figura 12 – Dados extraídos da Sétima coluna de todos os times.	35
Figura 13 – Gols Contra.	35
Figura 14 – Aluna responde Gols Contra e em seguida coloca os dados do Vitória.....	36
Figura 15 – Aluno começa reproduzir os dados de uma coluna e a partir de dado ponto copia os dados da coluna anterior.....	36
Figura 16 – Resposta do produto de 8 e 5 referente ao $T_{8 \times 5}$	36
Figura 17 – Questão 2 da lista 1.....	37
Figura 18 – Tabela de classificação da Décima Sétima rodada.....	38
Figura 19 – Tabela dos times que figuram as últimas colocações.....	38
Figura 20 – Questão 3 da lista 1.....	39
Figura 21 – Santos.....	40
Figura 22 – Cruzeiro.....	40
Figura 23 – Grêmio.....	40
Figura 24 – 34 pontos.....	40
Figura 25 – Aumentou 2 pontos.....	40
Figura 26 – Resposta do item f.....	41
Figura 27 – Comparação do Grêmio e do Inter.....	41
Figura 28 – Questão 1 da lista 2.....	46
Figura 29 – Confusão dos empates e das derrotas.....	47
Figura 30 – Resposta com as palavras “Gols contra”. Grupo B.....	47
Figura 31 – Dados observados do grupo G.....	47
Figura 32 – Grupo F se confunde com o número 4.....	48
Figura 33 – Grupo D se confunde com os produtos.....	48
Figura 34 – Tabela do grupo E faltando algumas informações.....	48
Figura 35 – Troca de duas linhas no grupo F.....	49
Figura 36 – Tabela do grupo G feita da maneira que eu esperava.....	49
Figura 37 – Grade horária do professor B e sua divisão por turmas.....	51
Figura 38 – Trechos do filme: Matemática no Futebol.....	55
Figura 39 – Início da Apresentação de <i>slides</i>	56
Figura 40 – Slides 2, 3 e 4.....	57
Figura 41 – Slides 5, 6, 7 e 8.....	58
Figura 42 – Questão 1 da lista 3.....	60

Figura 43 – Respostas da aluna F referente a questão 1 da lista 3.....	60
Figura 44 – Alunas realizando a atividade.....	61
Figura 45 – Questão 2 da lista 3.....	62
Figura 46 – Respostas apresentadas pela aluna H da questão 2 da lista 3.....	62
Figura 47 – Questão 3 da lista 3.....	63
Figura 48 – Aluna F completa a tabela da maneira que eu esperava.....	63
Figura 49 – Questão 4 da lista 3.....	64
Figura 50 – Aluna G responde a questão 4 da lista 3.....	64
Figura 51 – Aluna H responde a questão 4 da lista 3.....	65
Figura 52 – Alunos presentes na segunda aula do projeto de pesquisa.....	67
Figura 53 – Lousa com as atividades planejadas.....	68
Figura 54 – Questão 1 da lista 2 reproduzida em outra turma.....	70
Figura 55 – Questão 1 da lista 2 resolvida pela aluna G.....	71
Figura 56 – Questão 1 da lista 2 resolvida pela aluna E.....	71
Figura 57 – Confusão em relação ao número de termos no grupo E.....	71
Figura 58 – Aluna E diminui uma unidade de cada termo presente na tabela do grupo D.....	72
Figura 59 – Tabela de classificação do grupo B com alguns dados equivocados.....	72
Figura 60 – Figuras Geométricas.....	74
Figura 61 – Exercícios propostos.....	74
Figura 62 – Trenas.....	78
Figura 63 – Aluno I refazendo as medições.....	79
Figura 64 – Questões 1, 2 e 3 da lista 4.....	81
Figura 65 – Aluna E e aluno I respondem a questão 1 da lista 4.....	81
Figura 66 – Aluna G responde a questão 1 da lista 4.....	81
Figura 67 – Aluna F responde a questão 2 da lista 4.....	82
Figura 68 – Aluno I comete um equívoco no cálculo da área.....	82
Figura 69 – Aluna G se esquece de somar as medidas somadas do comprimento e da largura.....	82
Figura 70 – Questões 4 e 5 da lista 4.....	83
Figura 71 – Questão 4 da lista 4 respondida pela aluna F.....	83
Figura 72 – Aluna H responde a questão 4 da lista 4.....	84
Figura 73 – Questão 5 respondida pela aluna H.....	84
Figura 74 – Aluno I responde a questão 4.....	85

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	12
2. CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS.....	14
3. DUAS EXPERIÊNCIAS NO ENSINO FUNDAMENTAL: ATIVIDADES COM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	22
3.1. INTERVENÇÃO DIDÁTICA EM UMA TURMA DE SÉTIMA SÉRIE DE ESCOLA PÚBLICA.....	24
3.1.1. Aula I.....	26
3.1.1.1. <i>Relato da aula I.....</i>	29
3.1.1.2. <i>Análise da aula I.....</i>	33
3.1.2. Aula II.....	42
3.1.2.1. <i>Relato da aula II.....</i>	43
3.1.2.2. <i>Análise da aula II.....</i>	45
3.2. INTERVENÇÃO DIDÁTICA EM TURMAS DE SEXTA SÉRIE, SÉTIMA SÉRIE E OITAVA SÉRIE DE ESCOLA PARTICULAR DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS.....	51
3.2.1. Aula I.....	53
3.2.1.1. <i>Relato da aula I.....</i>	54
3.2.1.2. <i>Análise da aula I.....</i>	59
3.2.2. Aula II.....	66
3.2.2.1. <i>Relato da aula II.....</i>	66
3.2.2.2. <i>Análise da aula II.....</i>	69
3.2.3. Aula III.....	73
3.2.3.1. <i>Relato da aula III.....</i>	75
3.2.3.2. <i>Análise da aula III.....</i>	80
4. UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO SUPERIOR UTILIZANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA.....	86
4.1. CARACTERIZAÇÃO DA TURMA.....	87
4.2. A ESCOLHA DA PERGUNTA NORTEADORA.....	87
4.3. DE QUANTAS FORMAS AS SELEÇÕES DE DIFERENTES PAÍSES PODERIAM SE CLASSIFICAR PARA A COPA DO MUNDO DE 2014?.....	89
4.4. REFLEXÕES SOBRE A EXPERIÊNCIA VIVIDA.....	99
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	100
6. REFERÊNCIAS.....	102
APÊNDICE A – Lista 1.....	105
APÊNDICE B – Lista 2.....	108
APÊNDICE C – Lista 3.....	116
APÊNDICE D – Lista 4.....	118
APÊNDICE E – Perguntas de Análise Combinatória.....	119
ANEXO A – Plano de Ensino da disciplina de Estágio em Educação Matemática I.....	123
ANEXO B – Plano de Ensino da disciplina de Estágio em Educação Matemática II.....	127

1. INTRODUÇÃO

Tendo em vista o estudo de diversos autores de metodologias diferenciadas ao chamado “método tradicional” de ensino em educação matemática, faz-se cada vez mais necessária uma abordagem alternativa dos conteúdos presentes nos currículos escolares. Neste trabalho, são analisadas formas de trabalhar tópicos de matemática por meio do tema futebol. Será relatada a aplicação de sequências didáticas, com esta temática, em duas turmas de Ensino Fundamental. Além disso, exploro a construção de um processo de Modelagem Matemática, em que o assunto principal foi a Copa do Mundo de 2014, realizado no Ensino Superior, que resulta em um artigo.

Durante o segundo semestre de 2013, os alunos da disciplina de Estágio em Educação Matemática I foram às escolas para realizar observações, reforços, monitorias, oficinas e projetos de pesquisa, entre outras atividades. A escola escolhida pelo meu grupo foi uma escola estadual de ensino fundamental, situada na Zona Sul de Porto Alegre. Optei por elaborar uma oficina em que a temática fosse o futebol com o intuito de que o assunto fosse me ajudar no ensino de tópicos de matemática e facilitar o processo de aprendizagem dos alunos em relação ao conteúdo estudado. Essa foi a minha primeira experiência utilizando esse esporte para explicar assuntos em sala de aula.

Utilizando a Resolução de Problemas, na perspectiva de Onuchic e Allevato (2004 e 2011), a oficina foi composta por duas aulas. Na primeira, foi feita uma conversa com os alunos e uma introdução ao tema. No segundo encontro, os estudantes realizaram uma lista de exercício em grupo que retomava os conteúdos vistos na aula anterior.

Quando elaborei um Ensaio para a conclusão da disciplina de Estágio em Educação Matemática I, conversei com a professora que a ministrava relatando o interesse em escrever sobre a oficina. Ela me encorajou em avançar na pesquisa dessa área e, assim, elaborar um trabalho contendo a temática do futebol. Desse modo, optei por realizar um projeto de pesquisa na disciplina de Estágio em Educação Matemática II, durante o primeiro semestre de 2014, englobando um pouco mais dos assuntos tratados no Ensino Fundamental, tendo como tema principal o futebol. São eles: análise de dados e tabelas, matrizes, aritmética e geometria plana.

O projeto de pesquisa foi dividido em três aulas para turmas do Ensino Fundamental de uma escola da rede particular de ensino da modalidade da Educação de Jovens e Adultos de

Porto Alegre. A primeira aula tinha dois períodos, enquanto as outras duas eram compostas por três. A metodologia abordada também foi Resolução de Problemas.

Por fim, em conversa com a orientadora do trabalho, optamos por escrever um capítulo contendo o processo de construção de um artigo apresentado no VIII CNMEM (Oitava Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática), que utiliza a Modelagem Matemática para responder de quantas maneiras distintas as seleções poderiam se classificar para a copa do mundo de 2014. Então, o capítulo 4 relata o produto decorrente deste trabalho, na perspectiva de Barbosa (2001), constituído a partir da pergunta norteadora que colocou uma diretriz em toda a pesquisa.

Em síntese, este Trabalho de Conclusão de Curso possui o intuito de encorajar futuros professores em dar razão às suas ideias a serem aplicadas em sala de aula, de modo a tornar o ambiente escolar mais prazeroso para o professor, uma vez que ele esteja construindo seu próprio material, e para o aluno, que verá diferentes aplicações da matemática em situações do cotidiano. Relato aqui diferentes aplicações da matemática presente no futebol, tendo como base situações vivenciadas por mim em três momentos distintos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (Estágio em Educação Matemática I, Estágio em Educação Matemática II e Combinatória I). Esses momentos foram de suma importância para pensar nas maneiras de trabalhar em sala de aula, fazendo com que eu utilizasse uma metodologia adequada para abordar os conteúdos matemáticos presentes no currículo escolar e desenvolvesse pesquisas para responder as diversas inquietações que eu possuía.

2. CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

O Trabalho de Conclusão de Curso foi desenvolvido utilizando a temática futebol. Durante a minha trajetória acadêmica houve três experiências – na disciplina de Estágio em Educação Matemática I e Estágio em Educação Matemática II (papel de professor) e em Combinatória I (papel de aluno) – em que eu trabalhei com esse tema para abordar diferentes tópicos da matemática. Foi necessário, além de elaborar uma metodologia de ensino adequada em cada situação, buscar os referenciais teóricos adequados para desenvolver a pesquisa.

As aulas, ferramentas centrais na execução deste projeto, foram desenvolvidas por meio da Resolução de Problemas. Podemos pensar em problemas aqui como alguma situação que nos motiva a encontrar uma solução para resolvê-la. Assim, os alunos dispuseram de tabelas de classificação de grupos de diferentes campeonatos, de análises dos dados e de operações com as mesmas para apresentar uma resposta a um questionamento inicial. Bello afirma que “a vida diária refere-se, entre outras coisas, à resolução de problemas, ao conhecimento necessário para a mesma, aos instrumentos e recursos para o trabalho, ao esforço humano a ser utilizado nesse trabalho” (2001, p. 5).

Segundo Rabelo (2002), um problema é configurado a partir de três características base: é uma situação estabelecida sobre certas condições, existe um desejo para alterar o estado do mesmo e não existe uma maneira óbvia e imediata de resolver esse problema. Para pensar sobre resolução de problemas na Educação Matemática, na perspectiva de Onuchic e Allevato (2004 e 2011), trago aqui a noção de resolução de problemas, iniciada com uma situação-problema e realizado um exemplo, utilizando alguma técnica específica.

Segundo Onuchic e Allevato (2011), o Ensino de Matemática passou por seis fases. O quadro 1 descreve cada uma dessas fases, seu principal teórico, o foco principal e como são atingidos os focos principais.

Quadro 1 – As fases do Ensino de Matemática.

Fases	Principais Teóricos e Teorias	Foco	Como atingir
Exercícios e prática (aprox. 1920 – 1930)	Coneccionismo e Associacionismo (Thorndike)	Facilidade com cálculo.	-Rotinas, memorização dos fatos e algoritmos. -Quebrar todo o trabalho em séries de pequenos passos.
Aritmética significativa (aprox. 1930 – 1950s)	Teoria da Gestalt (Brownell, Wertheimer, van Engen, Fehr)	Compreensão de ideias e habilidades aritméticas. Aplicação da matemática em problemas do mundo real.	-Ênfase nas relações matemáticas. -Aprendizagem incidental. -Abordagem da atividade orientada.
Matemática Moderna (aprox. 1960 – 1970s)	Psicologia do desenvolvimento, teoria sociocultural (ex: Brunner, Piaget, Dienes)	Compreensão da estrutura da disciplina.	-Estudo das estruturas matemáticas. -Currículo em espiral. -Aprendizagem por descoberta.
Volta às bases (aprox. 1970s)	(Retorno ao) coneccionismo	(Retorno à) preocupação com o desenvolvimento do conhecimento e das habilidades.	-(Retorno à) aprendizagem de fatos por exercício e prática.
Resolução de Problemas (aprox. 1980s)	Construtivismo, psicologia cognitiva e teoria sociocultural (Vygotski)	Resolução de problemas e processos de pensamento matemático.	-Retorno à aprendizagem por descoberta. -Aprendizagem através da resolução de problemas.
Padrões, avaliação, responsabilidade (aprox. 1990 até o presente)	Psicologia cognitiva, teoria sociocultural VS renovada ênfase na psicologia experimental (NCBL)	Guerras matemáticas: preocupação com a alfabetização matemática dos indivíduos VS preocupação com a gestão dos sistemas educacionais.	NSF – desenvolvimento de currículos baseados em padrões e orientados ao estudante VS foco na preparação para os testes com expectativas específicas.

Fonte: ONUCHIC, Lourdes; ALLEVATO, Norma. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema. Rio Claro – SP, 2011.

De acordo com o quadro acima, o principal teórico da fase de Resolução de Problemas foi Vigotsky, baseando-se no construtivismo e na teoria sociocultural. Onuchic e Allevato afirmam que “nessa fase, muitos recursos foram desenvolvidos na forma de coleção de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho do aluno nessa área, sempre visando ao trabalho em sala de aula” (2011, p. 78).

Assim, se faz necessário um planejamento de aula, escolhendo problemas apropriados ao conceito que se pretende construir em cada aluno. Onuchic e Allevato (2004) destacam algumas considerações acerca da resolução de problemas: coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o dar sentido; desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos; desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido e a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam; professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional e sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a

compreensão por seus próprios raciocínios; e a formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos.

Ainda em seu trabalho, Onuchic e Alevatto (2011) trazem um roteiro de atividades para os professores começarem a abordar o conteúdo em sala de aula. Nesse roteiro, a resolução de problemas é vista essencialmente “a partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula” (ONUCHIC e ALEVATTO, 2011, p. 83). Durante a resolução do problema, em grupos pelos alunos, cabe ao professor observar e incentivar:

Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles. O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho. (ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p. 84).

Para realizar uma análise de aula, se faz necessário um registro o mais completo possível das experiências vividas em sala de aula. Por isso, utilizo Fiorentini e Lorenzato (2006) que discorrem sobre o projeto de pesquisa, tendo como base certo objeto de estudo e que consiste na construção e no desenvolvimento de modos de investigar esse objeto. Diante desses processos de pesquisa, em que são elencadas diversas técnicas para coletar as informações e desenvolver seu projeto, cabe ao autor optar pelas melhores para ajudar na construção de todo o trabalho. São elas: pesquisa bibliográfica ou histórico-bibliográfica, pesquisas experimentais, quase-experimentais ou de laboratório, pesquisa naturalista ou de campo, entre outras.

Frente a isso, são feitas coletas “no campo” (aqui retratado como a sala de aula), para uma análise e um estudo completo sobre a pesquisa que se pretende realizar. Dentre os registros elaborados para a pesquisa estão incluídos o diário de campo e as observações. Como recursos são indicados uma máquina fotográfica, anotações e listas de exercícios.

Durante a realização das atividades de ensino nas disciplinas de Estágio em Educação Matemática I e Estágio em Educação Matemática II, foram feitas observações em sala de aula, sendo estas obrigatórias para a aprovação e o cumprimento da carga-horária na parte prática do ensino. No processo de observação, foi importante salientar o contato direto com a turma, em que seria feita a pesquisa inicial, ressaltando aqui o envolvimento do pesquisador com a turma estudada. Alguns aspectos levantados nesse processo são citados nas seções posteriores, tais como “descrição dos locais, dos sujeitos, dos acontecimentos mais importantes e das atividades, além da reconstrução dos diálogos e do comportamento do observador” (FIORENTINI e LORENZATO, 2006, p. 108).

Para realizar a pesquisa, na perspectiva de Fiorentini e Lorenzato (2006), foram selecionados alunos voluntários de turmas de Ensino Fundamental de uma escola da rede particular de ensino, que opera na modalidade de Educação de Jovens e Adultos (sexta, sétima e oitava série), de modo a verificar a possibilidade de estudar o futebol em turmas do Ensino Fundamental. Pelo fato das análises dos materiais obtidos serem completas, dentro daquele contexto em que os alunos estavam inseridos, o estudo seguiu uma abordagem qualitativa. Esta “é recomendável para a construção de hipóteses, para a confirmação ou reformulação do problema e, sobretudo, quando se quer estudar algo singular, que tenha um valor em si mesmo” (FIORENTINI e LORENZATO, 2006, p. 110). Entretanto, houve descrição nas análises das aulas.

Nos diários de campo são registrados diálogos dos alunos, detalhes da turma e da escola durante a observação, descrição de experiências, observações pertinentes, dia e hora, local, comentários e reflexões. Assim, os diários continham análises descritivas e interpretativas, que me ajudaram durante o estudo do projeto. Além disso, foram tiradas fotos dos alunos durante as aulas, de modo a ilustrar o espaço vivenciado durante o processo. Por fim, as listas continham exercícios, fundamentados na resolução de problemas, condizentes com o que foi visto durante as aulas e importantes para uma descrição e quantificação do caso.

Para convidar os alunos a se envolverem nesse processo, se fez necessário transitar pelos cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000). Assim, houve um estudo baseado nos seis tipos de ambientes de aprendizagem, descrito por esse autor, resultantes de referências à matemática pura, à semirrealidade e à realidade. A ideia central é de que a abordagem da investigação (ambiente que oferece recursos para investigações) se sobressaia ao paradigma do exercício (aula tradicional).

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. O convite é simbolizado pelo “O que acontece se ... T” do professor. O aceite dos alunos ao convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se ... T”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto ... ?” do professor representa um desafio e os “Sim, por que isto ... T” dos alunos indica que eles estão encarando o desafio e que estão procurando explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo. (SKOVSMOSE, 2000, p. 6).

As práticas em sala de aula na perspectiva da investigação, segundo Skovsmose (2000), diferem das aulas baseadas somente em exercícios, auxiliando o aluno a produzir significados para conceitos e atividades matemáticas. Assim, como referência, é importante estar ciente das características das ações, dos motivos das ações e do contexto para localizar o objetivo de uma ação.

Para explicar os diferentes tipos de Ambientes de Aprendizagem podemos observar o quadro 2 que gera uma matriz em que as linhas são as referências aos tipos de matemática (ambientes referentes à matemática pura, à semirrealidade e à realidade) e as colunas são as práticas utilizadas em sala de aula (exercícios e cenários para investigação). A intersecção das linhas com as colunas geram 6 diferentes tipos de Ambientes de Aprendizagem.

Quadro 2 – Ambientes de Aprendizagem.

	Exercícios	Cenário para Investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à semirrealidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**. No. 14, p. 66 – 91. Rio Claro: 2000.

Segundo Skovsmose (2000), as questões e atividades matemáticas podem se referir à matemática e somente à ela. Podem se referir a uma semi-realidade (uma realidade construída pelo autor para abordar algum conteúdo). E também podem ter referências com situações da vida real. Assim, observamos os seis diferentes tipos de ambientes de aprendizagem, combinando os três tipos de referência com os dois paradigmas de sala de aula. Mesmo caracterizando cada ambiente, é muito importante transitar pelos diversos cenários em sala de aula, já que alguns exercícios provocam atividades de resolução de problemas, transformando-se em investigações matemáticas. Propor um problema, resulta em um passo em direção a um cenário de investigação.

Skovsmose (2000) ainda sugere que alunos e professores achem juntos os seus percursos entre os ambientes de aprendizagem, sendo que a educação matemática deve se mover constantemente entre os seis cenários. Por fim, observa que, ao criar um cenário, o professor não consegue prever quais questões surgirão, portanto, deve estar ciente de que pode haver um trânsito entre uma *zona de conforto* e uma *zona de risco*. Assim, a construção de cenários se torna um desafio não só para o estudante, mas para o docente, que deve se adaptar em adquirir habilidades para trafegar de um ambiente a outro.

Nas aulas dadas, foi trabalhado o conteúdo de operações com matrizes (adição, subtração, nomenclaturas e definições), matemática básica e geometria com os estudantes, sendo que a temática da aula apresentava vínculos com o futebol que “é a paixão nacional” (BIGODE e ZAMPOL, 2012, Vídeo). Devido à abordagem que a mídia fornece a esse esporte, pressupõe-se que seja um tema que a maioria das pessoas entende, já que o convívio social reserva um espaço cada vez maior para esse assunto. Há vários conteúdos que podem ser explorados abordando o tema futebol: proporção, funções, probabilidade, estatística, análise combinatória (BIGODE e ZAMPOL, 2012). Além disso, poderia ser feita uma análise de cunho social, cultural e político com toda a turma, caso fosse desprendido mais tempo de trabalho em sala de aula problematizando: casos de corrupção no futebol, elitização dos espectadores (política de exclusão), diferença salarial entre jogadores e funcionários do clube, superfaturamento de obras.

Na seção 4, tratou-se de utilizar a Modelagem Matemática como campo conceitual necessário para responder a uma pergunta formulada. Barbosa e Santos (2007) consideram a prática de Modelagem Matemática dos alunos como as ações que desenvolvem no ambiente desencadeado pelo professor para abordar uma situação pertencente ao dia-a-dia ou a outras áreas do conhecimento.

Segundo Barbosa (2001), a Modelagem Matemática no Brasil está muitas vezes ligada à noção de projetos. Trata-se de dividir os alunos em pequenos grupos, os quais serão instigados a pesquisar um determinado tema de interesse, oriundo de outras áreas da realidade, por meio da matemática, sempre com o acompanhamento do professor responsável. Assim, o aluno acabará desenvolvendo um conhecimento reflexivo acerca do assunto pesquisado.

Modelagem pode ser entendida em termos mais específicos. Do nosso ponto de vista, trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de um encaminhamento. Os conceitos e idéias matemáticas explorados dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade. (BARBOSA, 2001, p.5)

Em um ambiente de aprendizagem investigativa, na perspectiva de Skovsmose (2000), os alunos são estimulados a desenvolver determinadas atividades, por meio da indagação. A partir da indagação é desenvolvida a investigação: busca, seleção, organização e manipulação de informações. Com as análises dos caminhos desenvolvidos durante o processo de resolução é que surgem modelos matemáticos, contudo podem existir encaminhamentos desprovidos de um modelo propriamente dito. Por isso, o papel do professor é fundamental para garantir a sua existência.

Observando o quadro 3, classificamos os casos de Modelagem Matemática em três casos distintos.

Quadro 3 – O aluno e o professor nos casos de Modelagem Matemática.

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
<i>Elaboração da situação-problema</i>	Professor	Professor	Professor/Aluno
<i>Simplificação</i>	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
<i>Dados qualitativos e quantitativos</i>	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
<i>Resolução</i>	Professor/Aluno	Professor/Aluno	Professor/Aluno

Fonte: BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o Debate Teórico. In: **Reunião Anual da ANPED**, 24. Anais... Rio de Janeiro: ANPED, 2001, 1 CD-ROM.

No caso 1, o professor apresenta determinado problema fornecendo as informações necessárias para resolvê-lo e depende do aluno desenvolver os processos de resolução. No caso 2, o professor traz uma situação com referência a outras áreas da realidade e cabe aos alunos coletar as informações necessárias para a resolução do problema. Por fim, no caso 3, os alunos formulam e resolvem problemas a partir de temas não-matemáticos, além de coletarem as informações necessárias e simplificarem a situação-problema por meio de pesquisas. “Em todos os casos, o professor é concebido como “co-partícipe” na investigação dos alunos, dialogando com eles acerca de seus processos” (BARBOSA, 2001, p. 9).

Em Sant’Ana e Sant’Ana (2011) é destacada a urgência da abordagem da Modelagem Matemática nos cursos de Licenciatura, diante da necessidade de preparar professores para atuarem neste tipo de metodologia de ensino. Ao partir de um tema de interesse de um grupo de estudantes, estes foram instigados a formular perguntas sobre o tema, inicialmente sem pensar nas respostas ou na complexidade da Matemática necessária para respondê-las. Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) apontam a necessidade de atender situações sem perguntas matemáticas, de modo a conectar a realidade dos estudantes com o “universo matemático abstrato”. Para isso, tem-se que definir problemas reais com os alunos, sejam estes de ordem crítica, como o aumento da passagem de ônibus ou a construção de uma estrada, ou não tão “relevantes” do ponto de vista do professor, mas importantes para os estudantes, como situações oriundas do esporte, tratadas neste trabalho.

Um obstáculo a ser considerado na Modelagem Matemática é a linguagem. Em diversas situações, na Licenciatura em Matemática, os estudantes desejam utilizar técnicas e conteúdos que julgam mais importantes ou difíceis, que nem sempre são as mais convenientes para a situação. Almeida, Tortolla e Merli (2012) enfatizam que diferentes linguagens são usadas em todos os níveis da Modelagem Matemática, seja na escola básica ou em nível universitário. Muitas vezes, o que diferencia os modelos é a linguagem utilizada na sua representação. O futebol, como vai ser relatado ao longo deste trabalho, traz características próprias e códigos novos, desconhecidos por alguns alunos.

Voltando a tocar nos diversos temas que podem nortear o ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática, observamos que a escolha de um tema de interesse para os alunos é fundamental não só para o aceite ao convite, mas também para a persistência durante o desenvolvimento do ambiente.

3. DUAS EXPERIÊNCIAS NO ENSINO FUNDAMENTAL: ATIVIDADES COM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Durante o curso de Licenciatura em Matemática, os alunos passam por diversas atividades de ensino ao longo de todo o currículo acadêmico, divididas em algumas categorias, dentre as quais estão a matemática, a educação, os estágios e o Trabalho de Conclusão de Curso.

Desde 1993, os currículos dos cursos de Licenciatura estão embasados em projeto pedagógico próprio. Em 2005, os currículos sofreram nova alteração, motivada pela Resolução CNE/CP nº 1/2002, que estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, pela Resolução CNE/CP nº 2/2002, que institui a duração e carga horária dos cursos, e pela Resolução nº 4/2004 do CEPE, que estabelece as Diretrizes para o Plano Pedagógico das Licenciaturas da UFRGS. Foram ampliadas as horas de estágio e das disciplinas práticas e diversificadas as disciplinas oferecidas pela Faculdade de Educação, foi instituído o Trabalho de Conclusão e as atividades complementares, como nos demais cursos de Licenciatura; foram também alteradas súmulas e cargas horárias de várias disciplinas de formação matemática e da área de Educação Matemática. (COMGRAD MATEMÁTICA, 2009)

Neste capítulo do Trabalho de Conclusão de Curso (monografia) pretendo compartilhar duas experiências vivenciadas com turmas de Ensino Fundamental – uma no Ensino Básico e a outra numa escola da modalidade EJA (Educação de Jovens e Adultos) – na cidade de Porto Alegre. Estas intervenções pedagógicas foram possíveis nas atividades de ensino de Estágio em Educação Matemática I (planos de ensino no anexo A) e Estágio em Educação Matemática II (planos de ensino no anexo B).

Em Estágio I, os alunos elaboravam oficinas para aplicar determinados conteúdos do currículo escolar, além de serem introduzidos no ambiente pedagógico por meio de análise do plano-político-pedagógico (PPP) da escola, observações em aula, monitorias, reforços, entre outras práticas. Os discentes escolhiam as turmas da escola selecionada, sob a orientação de um professor local (denominado de professor A) e da ministrante da disciplina na faculdade da UFRGS. Em Estágio II, houve observação de turmas (14 horas-aula), elaboração de planos de aula, relatórios e projetos de ensino. Os discentes deveriam ministrar aulas em uma determinada turma, com uma carga horária de 35 horas-aula, sob a orientação de um professor regente da escola (denominado de professor B) e do ministrante da disciplina de Estágio II, com a finalidade de concluir a parte prática desta disciplina em sala de aula. Caso não fosse possível completar a totalidade de aulas ministradas, o aluno deveria fazer um projeto de Ensino de modo a contemplar o horário mínimo do curso.

Na atividade de ensino de Estágio I, o meu grupo optou por realizar a prática pedagógica em uma Escola Estadual de Ensino Fundamental, situada na zona sul de Porto Alegre. O

grupo foi formado por 4 alunos, divididos em duas duplas por concordância de horários – a minha dupla era uma colega que denominei de colega A. Trabalhamos em uma turma de sétima série do Ensino Fundamental, sendo que ambos elaboramos oficinas, contudo o enfoque de cada um dos projetos era diferente. O meu objetivo seria trabalhar com tópicos de matrizes no Ensino Fundamental, de modo a facilitar a análise de dados e tabelas de futebol, utilizando os conteúdos explicados durante as aulas.

A oficina se dividiu em duas aulas de 100 minutos cada. Na primeira aula, trouxe alguns dados da Copa do Mundo de 2010 para introduzir conceitos que serão detalhados nos capítulos posteriores, além de uma lista de exercícios com a tabela do Campeonato Brasileiro de 2013 para fixar os conteúdos. Na segunda aula, os exercícios foram corrigidos e após foi entregue uma nova lista com os conteúdos trabalhados em sala de aula, tendo como suporte a *UEFA Champions League* (Campeonato Europeu) da temporada 2012/2013.

Na atividade de ensino de Estágio em Educação Matemática II foi elaborado um projeto de Ensino com a duração de 8 horas-aula, de modo a contemplar a carga horária obrigatória em sala de aula. Como tive uma experiência positiva na primeira oficina, me aventurei em explorar outros tópicos da matemática que poderiam vir a ser relacionados com o futebol. Assim, apliquei a minha prática em uma Escola Particular do Ensino de Jovens e Adultos (EJA) também situada na Zona Sul de Porto Alegre. Como se tratou de um projeto, acordou-se com a escola que os alunos voluntários poderiam estar cursando as turmas de sexta série à oitava série do Ensino Fundamental.

Esse projeto tinha um total de 8 períodos de 50 minutos cada. Na primeira aula (dois períodos) procurei situar os alunos no tema e me apresentar para os mesmos, trazendo um vídeo, um *slide show* e uma lista de exercícios com alguns conceitos básicos do futebol. Na segunda aula (três períodos), utilizei o plano da oficina anterior. Não obstante, por ter menos períodos e ser um projeto de ensino, compactei as duas aulas da oficina anterior em uma única com três períodos não utilizando os dados do Campeonato Brasileiro. Trabalhei apenas com a Copa do Mundo de 2010 e com a *UEFA Champions League* 2012/2013. Por fim, na última aula (3 períodos) abordei conteúdos da Geometria Plana com os estudantes, apresentando conceitos de área e perímetro dentro de um campo de futebol e atividades práticas de medições e cálculos.

Para realizar as duas etapas foram elaborados planos de aula contemplando data e duração das aulas, objetivos, conteúdos, as metodologias (procedimentos), avaliação e referencial

teórico. Quanto aos recursos didáticos, utilizei diversos meios para cumprir com a minha atividade proposta, dentre os quais estão: quadro negro, listas de exercícios, trenas e *slide show*. Os alunos dispunham das tabelas de classificações dos times – que foram extraídas da internet – e resolveram as questões com lápis, borracha e papel, baseando-se na Resolução de Problemas, na perspectiva de Onuchic e Allevato (2011).

Durante as aulas, foram feitas anotações em um caderno de campo. Este caderno contém fotos que foram tiradas durante as aulas, registros de comentários, pequenas anotações do ambiente em que a turma estava inserida, métodos de resolução dos problemas por parte dos alunos, diálogos e outros dados importantes, de grande valia para a pesquisa e a análise, na perspectiva de Fiorentini e Lorenzato (2006).

Nas aulas, é de suma importância caracterizar a turma. Assim, foi descrita a quantidade de alunos, a diferença entre os do sexo masculino e os do feminino, como estavam sentados, se estavam trabalhando sozinhos, em duplas ou em trios. Ainda foi descrita a turma, o ambiente escolar e todas as condições de ensino.

Além disso, foram analisadas as listas de exercícios realizadas. Nas listas, foram analisados o processo de aprendizagem e os resultados obtidos. O porquê do erro, também foi percebido e relatado no caderno de campo.

3.1. INTERVENÇÃO DIDÁTICA EM UMA TURMA DE SÉTIMA SÉRIE DE ESCOLA PÚBLICA

Nesta seção e na seção 3.2 descrevo cada aula dada. Comento sobre o planejamento inicial e relato como ocorreu o mesmo. Por fim, faço uma análise, tendo como base a aula dada, as relações professor/aluno, os diálogos e as resoluções da lista de exercício, de cada uma das aulas realizadas, importantes para se desenvolver um projeto de pesquisa por meio do estudo da arte, na perspectiva de Fiorentini e Lorenzato (2006). Tendo como base Skovsmose (2000), relatando a importância de contextualizar a turma e o ambiente em que o aluno está inserido, e Onuchic e Allevato (2011), utilizando a resolução de problemas, fundamento a análise das aulas aplicadas nessas turmas de Ensino Fundamental.

Situada em uma das principais avenidas da Zona Sul de Porto Alegre, a escola escolhida para a prática da disciplina de Estágio I pode ser caracterizada como sendo uma escola de

passagem (onde os pais deixam os filhos na escola e vão trabalhar e na volta os buscam). Ela atende do primeiro ano do ensino fundamental até o sétimo ano (ou sexta série), além de possuir turmas de sétima série e oitava série, uma vez que ainda não há turmas de oitavo ano ou nono ano, devido à precocidade da última reforma do Ensino Fundamental. Suas aulas ocorrem no turno da manhã e no turno da tarde.

Figura 1: Entrada Principal da Escola de Ensino Público.



Fonte: Arquivos do autor.

Os alunos do Ensino Fundamental II possuem as disciplinas de Matemática (ministrada pelo professor A), Ciências, Educação Física, Geografia, História, Língua Portuguesa, Educação Artística, Inglês e Ensino Religioso. Um fato interessante é que, ao invés de os professores se deslocarem até os alunos, os alunos se deslocam até a sala em que o professor se encontra.

Além de projetos políticos, como o *mais educação*, a escola dispõe de turno integral para que os alunos possam praticar esportes (futebol, vôlei, judô), além de possuir laboratório de português, matemática, informática, biblioteca e sala de vídeo. Mesmo com o mau estado de conservação de algumas estruturas e as pichações pela escola, o espaço é agradável para poder exercer a profissão docente.

Figura 2: Carga horária semanal das disciplinas nas turmas de Ensino Fundamental II.

MATRIZ CURRICULAR / 2013 Anos /Séries Finais				
DISCIPLINA	6º ANO	7º ANO	7ª Série	8ª Série
Língua Portuguesa	05	05	04	04
Matemática	04	04	04	04
Geografia	02	02	03	03
História	02	02	02	02
Ciências	04	04	04	04
Educação Artística	02	02	02	02
Educação Física	03	03	03	03
Língua Estrangeira	02	02	02	02
Ensino Religioso	01	01	01	01

* A duração dos períodos de aula é de 50 minutos

Fonte: Arquivos do autor.

A primeira etapa foi dividida em duas aulas de 100 minutos cada, começando às 16:20 e terminando às 18:00. Na primeira aula, foi feita uma conversa com os alunos e uma introdução ao tema. No segundo encontro, realizado no mesmo horário, os alunos resolveram uma lista de exercícios em grupo.

3.1.1. AULA I

Na primeira aula, que foi intitulada de: “O que o futebol e a Matemática têm em comum? – Parte I” eram minhas metas que os alunos percebessem elementos matemáticos presentes no futebol, analisassem dados e tabelas de classificação, extraindo informações relevantes e realizassem operações básicas com matrizes. Assim, os conteúdos trabalhados foram: identificação de matrizes, adição e subtração de matrizes, análise de dados e matemática básica. Como recurso didático, utilizei tabelas de classificação e regulamentos de campeonatos anteriores de futebol, quadro negro, giz, lápis, papel, borracha, cartolina, canetas coloridas.

O meu planeamento se realizou da seguinte maneira:

Os primeiros minutos da aula foram destinados à minha apresentação para os alunos. Conteí um pouco da minha trajetória académica e o que me levou a fazer matemática. Instiguei os alunos a pensarem para que serve a matemática, onde ela é aplicada e se ela tem alguma utilidade prática, trazendo alguns exemplos do cotidiano: culinária, música, construção civil, contabilidade.

Esperei chegar ao assunto futebol por meio de uma conversa informal com os alunos, para que nos próximos minutos eu os conduzisse a uma discussão sobre a matemática e o futebol. Depois, transcrevi no quadro negro a tabela final de classificação do grupo A (Uruguai, México, África do sul e França) da Copa do Mundo de 2010 e comecei uma análise da mesma, introduzindo alguns conceitos de matrizes, tais como: nomenclatura de linha, coluna, termo, adição e subtração, sempre me apoiando na tabela para a melhor visualização dos alunos e fazendo perguntas sobre o conteúdo.

Figura 3: Tabela final de Classificação do Grupo A da Copa do Mundo de 2010.

Grupo A								
SELEÇÕES	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG
1  Uruguai	7	3	2	1	0	4	0	4
2  México	4	3	1	1	1	3	2	1
3  África do Sul	4	3	1	1	1	3	5	-2
4  França	1	3	0	1	2	1	4	-3

PG pontos ganhos | J jogos | V vitórias | E empates | D derrotas | GP gols pró | GC gols contra | SG saldo de gols

Fonte <http://copadomundo.uol.com.br/2010/tabela-da-copa/>. Acesso em: 25 de setembro de 2013.

Feito isso, observando os jogos do Grupo G (Brasil, Portugal, Costa do Marfim e Coreia do Norte), pedi para que os alunos me ajudassem a montar uma matriz 4x9 (sem citar esse nome) na lousa, no modelo da classificação anterior.

Figura 4: Jogos do Grupo G da Copa do Mundo de 2010.

DATA	HORA *	JOGOS			
15/06	11h00	Costa do Marfim	 0 x 0	 Portugal	
15/06	15h30	Brasil	 2 x 1	 Coreia do Norte	
20/06	15h30	Brasil	 3 x 1	 Costa do Marfim	
21/06	08h30	Portugal	 7 x 0	 Coreia do Norte	
25/06	11h00	Portugal	 0 x 0	 Brasil	
25/06	11h00	Coreia do Norte	 0 x 3	 Costa do Marfim	

Fonte: <http://copadomundo.uol.com.br/2010/tabela-da-copa/>. Acesso em: 25 de setembro de 2013

A resposta seria semelhante a seguinte matriz:

Figura 5: Tabela final de Classificação do Grupo G da Copa do Mundo de 2010.

Grupo G									
SELEÇÕES		PG	J	V	E	D	GP	GC	SG
1	 Brasil	7	3	2	1	0	5	2	3
2	 Portugal	5	3	1	2	0	7	0	7
3	 Costa do Marfim	4	3	1	1	1	4	3	1
4	 Coreia do Norte	0	3	0	0	3	1	12	-11

PG pontos ganhos | J jogos | V vitórias | E empates | D derrotas | GP gols pró | GC gols contra | SG saldo de gols

Fonte: <http://copadomundo.uol.com.br/2010/tabela-da-copa/>. Acesso em: 25 de setembro de 2013.

Foi importante salientar para os alunos que quando estamos operando com as tabelas de futebol devemos partir dos dados que nos são apresentados, ou seja, como partimos dos jogos, sabemos que no início todas as colunas (da coluna 2 até a coluna 9) são preenchidas com zero, pois os times ainda não jogaram nenhuma partida. Depois de concluídas as operações com as matrizes é que eles poderiam ordenar as seleções.

Nos últimos minutos, distribuí uma lista de perguntas e respostas sobre o campeonato Brasileiro de 2013 com dados extraídos até a data da aula. Assim, os alunos realizaram a lista em grupo e sempre que necessário, contando com o meu auxílio na resolução da mesma. A lista encontra-se no apêndice A.

3.1.1.1. RELATO DA AULA I

A primeira aula começou com cerca de 10 minutos de atraso: como a sala é exclusiva para a matemática, os alunos se locomovem até o local de aprendizagem. Conforme chegavam, eles iam sentando ao lado dos colegas com que possuíam mais afinidades. No centro da sala, havia apenas dois alunos. Do lado direito as meninas sentaram e do lado esquerdo a maior parte era de meninos. A colega A e o professor A sentaram mais no fundo para observarem.

O total era de 17 alunos (sendo 10 meninos e 7 meninas). Estavam bastante agitados e foram se acalmando, conforme chegavam e conversavam com os colegas. Notei uma distinção de gênero na sala, uma vez que 5 meninas sentaram do lado direito do professor e 8 meninos do lado esquerdo, 2 meninas do lado esquerdo e 2 meninos no centro da sala.

Comecei me apresentando e conhecendo um pouco a turma. Falei que era estagiário, que havia cursado Engenharia Civil e que o desejo de dar aula e a paixão pela Matemática me levou ao curso de Licenciatura em Matemática. Mesmo assim, o início foi bastante difícil.

Como a turma estava agitada, optei por não falar da história do futebol em um primeiro momento; comecei questionando se eles gostavam de matemática. Alguns levantaram as mãos. Ouvi respostas do tipo: *“Não gosto porque faz a gente pensar muito”, “Eu só me ferro”, “Não gosto porque nunca tive uma aula boa”*. Esta última colocação me fez pensar por um momento, uma vez que o professor regente da turma estava presente na sala e, nem assim, eles se sentiram intimidados em dar uma resposta deste tipo. Contudo, percebi que são diversos os fatores que levam os alunos a não gostarem de matemática, seja pelas aulas apresentadas até o momento ou pela dificuldade sentida.

E quando questionei para que servia a matemática, ouvi algo do tipo: *“Serve pra ralar com o pobre, sor”, “A Matemática serve para tudo, desde as pequenas coisas e os grandes cálculos. Tudo na vida se utiliza a matemática”*. Esta última resposta me deixou radiante frente à turma. Percebi que poderia aplicar o conteúdo programado àqueles alunos.

Perguntei sobre o que eles gostavam de fazer no tempo livre. Surgiram as seguintes frases: *“Gosto de pegar mulher”, “Jogo videogame, computador”, “Celular, funk”, “Assisto futebol”*.

Após isso, perguntei: *“Ah, então assistem futebol? Legal, vocês pararam para pensar o que a matemática e o futebol têm em comum?”* E eles: *“Muita coisa, o campo são figuras*

matemáticas, a bola, tudo que tem de um lado tem de outro, tudo.”. Concluí: “*Então tá, hoje vamos explorar um pouco do futebol e da matemática, topam?*”. E assim, comecei. Skovsmose (2000) ressalta a importância em fazer com que o aluno aceite o tema por meio de convites e de abordagens em sala de aula, baseado em assuntos do cotidiano. O aceite ao convite veio logo após que eu trouxe exercícios da Copa do Mundo de 2010.

Eram cerca de 16:40 quando lembrei com os alunos a Copa do Mundo de 2010 e como funcionava a tabela de classificação da fase de grupos. Quando toquei nesse assunto a turma fez silêncio. Pude notar grande interesse “nascendo” em parte dos alunos que antes estavam conversando e bagunçando. Após isso, coloquei a tabela de classificação do grupo A, mostrada anteriormente.

Comecei explicando o que era uma linha (muitos sabiam, pois haviam trabalhado com linhas em artes) e depois falei das colunas (eles tiveram mais dificuldade, porém fiz a analogia com colunas de concreto que eles encontram na rua e que é nomeada assim pelo fato de também se encontrar na vertical). Toda a turma parou para ouvir a explicação. Os alunos compreendiam com exemplos: “Na terceira coluna encontramos os dados que dizem quantas vitórias cada time possui (por causa do V que está na terceira coluna)”.

Onuchic e Allevato (2004) ressaltam a importância de exemplificar o conteúdo dado de modo a resolvê-lo com alguma técnica específica. Além disso, discorrem sobre colocar o foco da atenção dos alunos nas ideias matemáticas, dando sentido a conteúdos do cotidiano. Trabalhando com exercícios do cotidiano, faço referência ao tipo 5 de ambientes de aprendizagem de Skovsmose (2000), trazendo exemplos da realidade.

Dentre todos os alunos, havia um menino que não demonstrou interesse no conteúdo e estava tumultuando a sala de aula, trazendo alunos que focavam na explicação para a bagunça. Então o professor A pediu que ele saísse da sala. Após, foi tratei de uma nomenclatura para achar o termo de uma tabela (matriz). A primeira escrita seria a linha e a segunda uma coluna (separados por um x) Ex: Qual o número que corresponde ao T_{3x1} ? É o quatro, pois a terceira linha é da África do Sul e a primeira coluna são correspondente aos pontos ganhos.

No segundo exemplo, a partir dos jogos foi montada a tabela de classificação do grupo.

Os alunos demonstraram interesse e dois deles, que irei chamar de Aluno A e Aluno B, demonstraram total interesse pelo conteúdo, respondendo todas as perguntas. Coincidentemente, os dois alunos eram aqueles que sentavam no centro da sala.

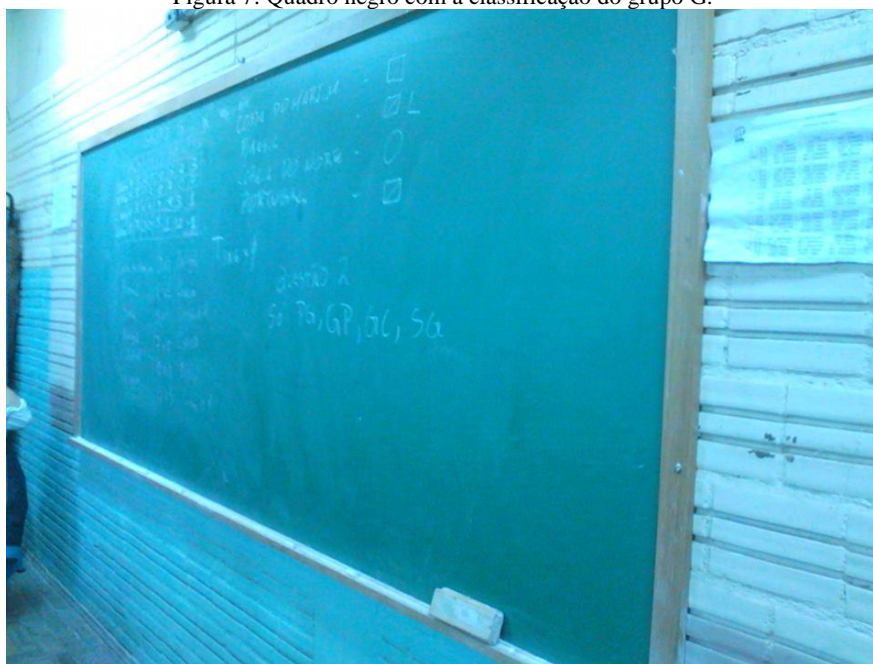
Figura 6: Alunos A e B sentados no centro da sala.



Fonte: Arquivos do autor.

No fundo da sala alguns discutiam futebol. A maioria dos estudantes copiou as tabelas, os jogos e as resoluções do quadro.

Figura 7: Quadro negro com a classificação do grupo G.



Fonte: Arquivos do autor.

Por volta das 17:10, foi entregue a lista 1 (apêndice A). A colega A auxiliou os alunos na resolução, assim como eu. À exceção de duas meninas (uma das meninas chamada de aluna C) sentadas à direita do professor, todos tentaram resolver os exercícios.

A primeira questão foi resolvida sem maiores dificuldades. Alguns confundiram linha com coluna (no item *c*).

Como a segunda questão era muito trabalhosa (por ser composta de 20 times), pedi que eles apenas colocassem os pontos ganhos (PG), gols pró (GP), gols contra (GC) e saldo de gols (SG), e assim montassem a tabela sem ordená-la. Nessa, quem não tinha conhecimento anterior de futebol (pontuação) teve dificuldade: *“Professor, se um time faz 4 gols, ele tem 4 pontos?”* Respondi: *“Não, os pontos se dão pela vitória. Assim se um time ganhar de 1x0 ou de 40x0, ele vai sempre somar 3 pontos. O que muda é o saldo de gols, que é um critério de desempate, caso os times possuam o mesmo número de pontos”*. Pude notar que havia duas meninas que estavam focadas em conhecer como era essa linguagem nova (a linguagem da pontuação do futebol), visto que as mesmas não possuíam conhecimentos anteriores sobre este assunto.

Figura 8: Lado esquerdo do professor.



Fonte: Arquivos do autor.

A aula terminou por volta das 17:50, pois o professor A precisava sair mais cedo.

3.1.1.2. ANÁLISE DA AULA I

Para fazer uma análise da primeira oficina realizada nesta turma de sétima série é importante explorar quatro aspectos básicos: atuação do professor, atuação dos alunos, diálogos e conteúdo. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006) são recursos importantes para o pesquisador elaborar uma análise detalhada: caderno de campo, resolução das listas, fotos, conversa com alunos e professores e análises de documentos da escola. Nas seções de análise das aulas, trago os exercícios realizados pelos alunos e descrevo algumas resoluções que me chamaram a atenção.

Durante as observações de aula (necessárias para a conclusão da disciplina de Estágio I, segundo o plano de Ensino), foram constatadas algumas informações relevantes da turma. Isso ajudou no meu processo de ensino, já que, como eu estava inserido naquele espaço, o conhecimento da turma fez com que a relação professor-aluno se desse de uma maneira mais facilitada, situação análoga ao relatado na pesquisa de Fiorentini e Lorenzato (2006).

Com aulas expositivas e tradicionais, o professor A tentava conduzir a turma. Contudo, os alunos eram muito agitados e eu notei certa dificuldade do professor em abordar o conteúdo proposto. Assim, por meio da resolução de problemas, na perspectiva de Onuchic e Allevato (2004 e 2011), elaborei uma metodologia diferenciada.

Neste ambiente, tentei me familiarizar com os alunos. O planejamento de aula me ajudou a abordar o conteúdo escolhido. Alguns aspectos me chamaram a atenção, tais como: existir alunos que não conheciam a linguagem do futebol, as conversas presente naquela sala de aula e muitos alunos empenhados em realizar a atividade. Quando convidei os alunos a participarem da aula planejada, ação importante no sentido de Skovsmose (2000), durante as resoluções das listas, pude perceber as dificuldades apresentadas após a explicação dos exemplos trazidos da Copa do Mundo de 2010.

Analisando as questões da lista, constatei que alguns alunos ainda trocavam linha por coluna nas matrizes. Também tinham dificuldades de interpretação, não lendo alguns dados importantes para resolver as questões. Na questão 3, item *a*, por exemplo, eles trocaram o time que mais subiu posições com o time chegou ao primeiro lugar (Santos com o Cruzeiro). Quando perguntado quantos gols o Grêmio marcou a mais, uma pequena parte respondeu 1 (que é em comparação com o Inter e não com a 15^a rodada, como pedido no exercício). Houve pequenos erros de aritmética e a resolução de praticamente todo o exercício 3 não se

deu em função da décima quinta rodada. Observamos que os alunos utilizaram diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, em concordância com os achados de Onuchic e Allevato (2004).

A lista trazia exercícios que se enquadram no tipo 5 de Ambientes de Aprendizagem de Skovsmose (2000), ou seja, com referência à realidade do aluno, de modo a tornar a matemática compreensível e dar sentido à ela em atividades relacionadas ao cotidiano dos alunos.

A questão 1 tratava de uma análise da tabela do Campeonato Brasileiro de 2013. Nela, eu esperava que os alunos dissessem quantas linhas e quantas colunas possuía a tabela, além de identificar times que ocupavam determinadas linhas e dados que ocupavam determinadas colunas. Também deveriam identificar elementos que ocupavam determinada linha e coluna simultaneamente (T_{ij}). Foi combinado com os alunos que os times e as informações (P, J, V, ..., A) não ocupariam colunas e linhas, respectivamente, fazendo parte da matriz apenas os dados numéricos.

Figura 9: Questão 1 da lista 1.

1) Analise a tabela do Campeonato Brasileiro na 15ª rodada e responda o que se pede:

	P	J	V	E	D	GP	GC	S	A
Botafogo	29	15	8	5	2	27	17	10	64.4
Cruzeiro	28	15	8	4	3	31	14	17	62.2
Grêmio	25	15	7	4	4	21	15	6	55.6
Corinthians	25	15	6	7	2	14	6	8	55.6
Atlético-PR	24	15	6	6	3	26	22	4	53.3
Coritiba	24	15	6	6	3	19	15	4	53.3
Vitória	22	15	6	4	5	21	21	0	48.9
Internacional	22	14	5	7	2	24	21	3	52.4
Goiás	21	15	5	6	4	14	18	-4	46.7
Bahia	20	15	5	5	5	13	16	-3	44.4
Vasco	19	15	5	4	6	22	26	-4	42.2
Flamengo	19	15	4	7	4	17	16	1	42.2
Fluminense	18	15	5	3	7	18	20	-2	40
Atlético-MG	16	14	4	4	6	13	18	-5	38.1
Santos	16	13	3	7	3	14	12	2	41
Ponte Preta	15	14	4	3	7	18	22	-4	35.7
Criciúma	14	15	4	2	9	19	27	-8	31.1
Portuguesa	13	15	2	7	6	17	24	-7	28.9
São Paulo	11	14	2	5	7	13	17	-4	26.2
Náutico	8	13	2	2	9	8	22	-14	20.5

a) De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?

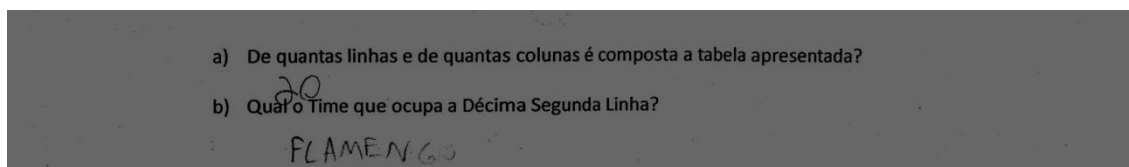
b) Qual o Time que ocupa a Décima Segunda Linha?

c) Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna

d) Qual é o $T_{8 \times 5}$?

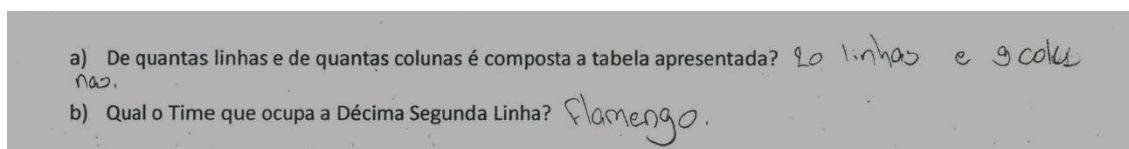
O item *a* (número de linhas e colunas) e o item *b* (time que ocupa a décima segunda linha) todos responderam da maneira que eu esperava (um aluno colocou o número 20 no item *a*, esquecendo-se assim do número de colunas).

Figura 10: Aluno coloca vinte, esquecendo-se do número de colunas.



Fonte: Arquivos do autor.

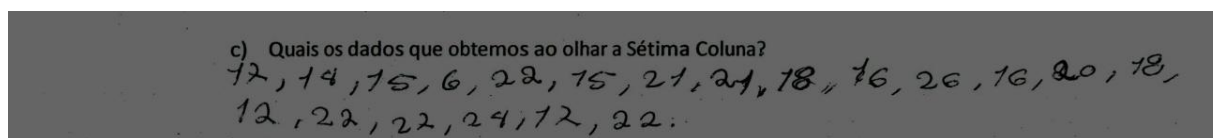
Figura 11: Aluno respondendo os itens a e b corretamente.



Fonte: Arquivos do autor.

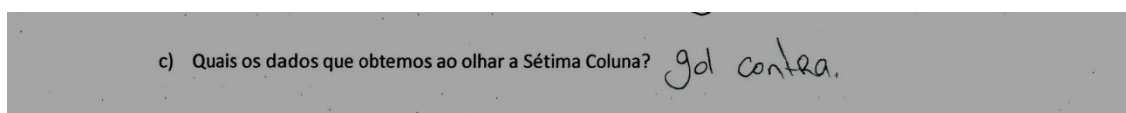
Já o item *c* (dados obtidos ao olhar a sétima coluna) gerou confusão em alguns estudantes. Alguns colocaram os números correspondentes aos 20 times, enquanto outros colocaram apenas as palavras: “gols contra”, o que foi considerada uma resposta correta. Como a questão proposta tratava de interpretação de tabelas, não pensei que os números avulsos fizessem sentido. Todavia, para a identificação em uma matriz, ela foi considerada como sendo uma resposta válida. Houve ainda estudantes que colocaram gols contra e em seguida os números de que ela dispunha, reproduzindo toda coluna do exercício. Assim, notei que os alunos aumentam a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos, utilizando diferentes estratégias de resolução de problemas (Onuchic e Allevato, 2004).

Figura 12: Dados extraídos da Sétima coluna de todos os times.



Fonte: Arquivos do autor.

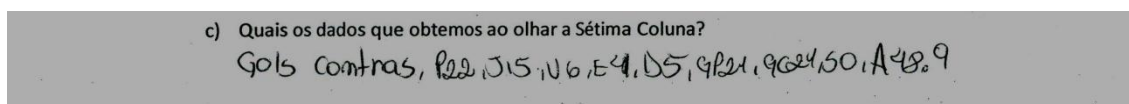
Figura 13: Gols Contra.



Fonte: Arquivos do autor.

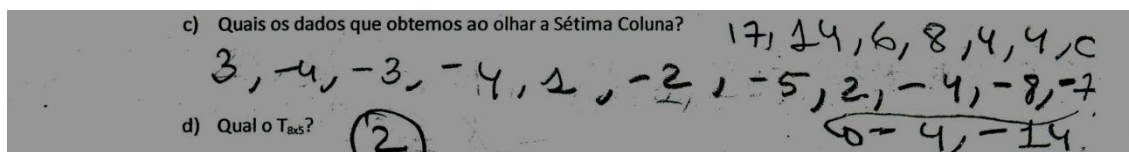
As respostas que eu não esperava encontrar foram de uma aluna que colocou os dados da oitava coluna (contando errado); dois alunos que colocaram os dados “gols contra” corretamente e em seguida colocaram os dados que obtemos ao olhar a sétima linha (ou seja, os dados do Vitória), trocando assim linha por coluna; um aluno colocou os dados da sétima linha e depois riscou colocando os dados da sétima coluna (percebendo o seu erro), outros dois confundiram linha com coluna, anotando os dados do Coritiba (que está, na verdade, na oitava linha). Ainda teve um menino que começou copiando os dados da coluna certa, mas após alguns números pulou para a próxima coluna (oitava).

Figura 14: Aluna responde Gols Contra e em seguida coloca os dados do Vitória.



Fonte: Arquivos do autor.

Figura 15: Aluno começa reproduzir os dados de uma coluna e a partir de dado ponto copia os dados da coluna anterior.



Fonte: Arquivos do autor.

O item *d* (identificar o $T_{8 \times 5}$) a maioria respondeu da maneira que eu planejava. O único aluno que respondeu diferentemente do que eu havia imaginado a questão, colocou 40 que é a resposta do produto de 8 e 5 ($8 \times 5 = 40$). Ao olhar o x entre dois números, o aluno fez referência à matemática pura, operando a multiplicação dos números, o que provavelmente ocorreu devido às aulas tradicionais frequentadas pelo mesmo até o presente momento.

Figura 16: Resposta do produto de 8 e 5 referente ao $T_{8 \times 5}$.











































Fonte: Arquivos do autor.

A questão 2 solicitava a confecção da tabela do campeonato brasileiro após a décima sétima rodada, sabendo os jogos da décima sexta e da décima sétima rodada. Seis alunos fizeram essa questão e os demais a omitiram e foram para a questão 3, pois o tempo de aula se aproximara do fim.

Das seis tabelas feitas: 2 alunos montaram a tabela da maneira esperada, 3 alunos divergiram em alguns dados da tabela (creio que eles se confundiram com os nomes dos times e talvez tenham colocado os dados relativos a outro time), 1 aluna montou a tabela dos times que figuravam nas últimas colocações do Campeonato.

Figura 17: Questão 2 da lista 1.

2) Monte a tabela de classificação após a Décima Sétima (não preencher a coluna 3 nem a coluna 10) rodada sabendo que os resultados dos jogos foram:

RODADA 16				RODADA 17					
FLA		0 × 1		GRE		1 × 0		PON	
Sab 24/08/2013 - 18:30 Mané Garrincha				Sab 31/08/2013 - 18:30 Arena do Grêmio					
PON		0 × 2		CRU	GOI		0 × 0		CAM
Sab 24/08/2013 - 18:30 Moisés Lucarelli				Sab 31/08/2013 - 18:30 Serra Dourada					
SAN		2 × 0		VIT	NAU		1 × 4		CAP
Sab 24/08/2013 - 18:30 Vila Belmiro				Sab 31/08/2013 - 18:30 Arena Pernambuco					
CRI		2 × 1		CFC	POR		4 × 2		BAH
Sab 24/08/2013 - 21:00 Heriberto Hülse				Sab 31/08/2013 - 18:30 Canindé					
VAS		1 × 1		COR	FLU		0 × 2		SAN
Dom 25/08/2013 - 16:00 Mané Garrincha				Sab 31/08/2013 - 21:00 Maracanã					
SAO		2 × 1		FLU	BOT		0 × 0		SAO
Dom 25/08/2013 - 16:00 Morumbi				Dom 01/09/2013 - 16:00 Maracanã					
BAH		2 × 0		NAU	COR		4 × 0		FLA
Dom 25/08/2013 - 16:00 Fonte Nova				Dom 01/09/2013 - 16:00 Pacaembu					
CAM		2 × 1		POR	VIT		0 × 1		CRI
Dom 25/08/2013 - 16:00 Independência				Dom 01/09/2013 - 16:00 Barradão					
INT		3 × 3		GOI	CFC		0 × 0		INT
Dom 25/08/2013 - 18:30 Estádio do Vale				Dom 01/09/2013 - 16:00 Couto Pereira					
CAP		2 × 0		BOT	CRU		5 × 3		VAS
Dom 25/08/2013 - 18:30 Durrval de Brito				Dom 01/09/2013 - 18:30 Mineirão					

Fonte: globoesporte.com. Acesso em: 26 de setembro de 2013.

Figura 18: Tabela de classificação da Décima Sétima rodada.

Time	V	P	GP
Fla	0	10	17
Poh	0	15	18
Gsc	1	31	23
Cru	1	34	38
Sdh	1	22	18
Vit	0	22	21
Cxi	1	20	20
Cfc	0	25	19
Vas	0	20	2
Cox	1	29	1
Sao	1	14	1
Flu	0	18	1
Bah	1	23	1
Nac	0	8	
Csh	1	20	
Por	1	16	
Iht	0	24	
Go	0	23	
Cor	1	30	
Bot	0	20	

Fonte: Arquivos do autor.

Figura 19: Tabela dos times que figuram as últimas colocações.

2) Monte a tabela de classificação após a Décima Sétima (não preencher a coluna 3 nem a coluna 10) rodando sabendo que os resultados dos jogos foram:

Time	P	GP	GC	SG
Grêmio	20	25	30	11
Portuguesa	16	20	20	10
São Paulo	13	17	16	2
Náutico	11		8	14

Fonte: Arquivos do autor.

Por fim, a questão 3 pedia para os alunos compararem a classificação dos times na vigésima terceira rodada em relação a décima quinta.

Figura 20: Questão 3 da lista 1.

3) Sabendo que a Classificação do campeonato brasileiro, ao final de 23 rodadas é essa:

CLASSIFICAÇÃO		P	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	
1	Cruzeiro	0 ^o	50	23	15	5	3	48	19	29	72.5
2	Botafogo	0 ^o	42	23	12	6	5	36	27	9	60.9
3	Atlético-PR	1 ⁺	41	23	11	8	4	40	28	12	59.4
4	Grêmio	1 ⁺	39	23	11	6	6	29	21	8	56.5
5	Internacional	0 ^o	34	23	8	10	5	35	32	3	49.3
6	Goiás	3 ⁺	33	23	8	9	6	25	27	-2	47.8
7	Santos	4 ⁺	32	22	8	8	6	27	21	6	48.5
8	Atlético-MG	4 ⁺	31	22	8	7	7	24	24	0	47.0
9	Vitória	3 ⁺	31	23	8	7	8	29	31	-2	44.9
10	Bahia	3 ⁺	31	23	8	7	8	26	29	-3	44.9
11	Corinthians	4 ⁺	31	23	7	10	6	20	13	7	44.9
12	Coritiba	4 ⁺	31	23	7	10	6	28	28	0	44.9
13	Fluminense	3 ⁺	30	23	8	6	9	28	30	-2	43.5
14	Portuguesa	2 ⁺	28	23	7	7	9	33	34	-1	40.6
15	São Paulo	1 ⁺	27	23	7	6	10	21	23	-2	39.1
16	Flamengo	1 ⁺	27	23	6	9	8	24	29	-5	39.1
17	Criciúma	0 ^o	24	23	7	3	13	29	38	-9	34.8
18	Vasco	0 ^o	24	23	6	6	11	31	40	-9	34.8
19	Ponte Preta	0 ^o	19	22	5	4	13	23	33	-10	28.8
20	Náutico	0 ^o	10	22	2	4	16	10	39	-29	15.2

Determine: (Em comparação com a décima quinta rodada)

- Qual o time que mais subiu posições?
- Quantos gols o grêmio marcou a mais?
- Quantos pontos o Inter fez nesse período?
- Calcule como foi a soma feita na linha do Corinthians. (23^a rodada – 15^a rodada).
- No decorrer destas 8 rodadas, quanto aumentou o $T_{20 \times 2}$?
- Qual o time que mais melhorou o saldo de gols? Quantos gols ele fez? E quantos gols ele tomou?
- Monte a coluna do Grêmio e do Internacional e compare as duas equipes

O item *a* pedia para eles identificarem o time que mais subiu nas posições. Apenas dois alunos responderam a questão da maneira que eu esperava: Santos. Os demais colocaram como sendo o Cruzeiro, que era o primeiro na vigésima terceira, porém havia subido apenas uma posição (era o segundo na décima quinta). Assim subiu menos posições que o Santos. Além disso, uma aluna colocou Grêmio, creio que por eu ser gremista, ela pensou que o Grêmio seria o time que mais subiu posições.

Figura 21: Santos.

Determine: (Em comparação com a décima quinta rodada)
a) Qual o time que mais subiu posições? Santos

Fonte: Arquivos do autor.

Figura 22: Cruzeiro.

Determine: (Em comparação com a décima quinta rodada)
a) Qual o time que mais subiu posições? Cruzeiro

Fonte: Arquivos do autor.

Figura 23: Grêmio.

Determine: (Em comparação com a décima quinta rodada)
a) Qual o time que mais subiu posições? Grêmio
b) Quantos gols o grêmio marcou a mais?

Fonte: Arquivos do autor.

O itens *b* e *c* pediam para que os alunos dissessem quantos gols o Grêmio marcou e quantos pontos o Inter fez nesse período. A maioria dos alunos respondeu do jeito que eu imaginei: 8 gols e 12 pontos. Alguns alunos responderam que o Inter fizera 34 pontos, que não seria a comparação no período e sim a pontuação naquele momento.

Figura 24: 34 pontos.

c) Quantos pontos o Inter fez nesse período? 34 P

Fonte: Arquivos do autor.

Os alunos não responderam o item *d* e no item *e* eles colocaram o $T_{20 \times 2}$ e não o quanto aumentou o $T_{20 \times 2}$. Por isso a maioria respondeu 22. Houve aqueles que responderam 2 pontos, que foi quantos pontos o Náutico aumentou nesse período. Como esse exercício era de interpretação, creio que a resposta 2 foi válida.

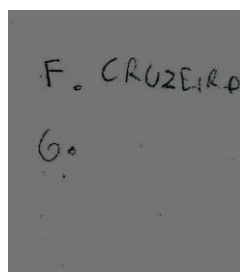
Figura 25: Aumentou 2 pontos.

e) No decorrer destas 8 rodadas, quanto aumentou o $T_{20 \times 2}$? Aumento 2 pontos

Fonte: Arquivos do autor.

Todos responderam o item *f* de maneira satisfatória, que perguntava qual o time que mais aumentou o saldo de gols, quantos gols marcou (GP) e quantos gols sofreu (GC).

Figura 26: Resposta do item *f*.



Fonte: Arquivos do autor.

Por fim, o item *g* pedia que os alunos montassem as colunas do Grêmio e do Internacional, além de comparar os dois clubes. A pergunta gerou muitas dúvidas e a maioria copiou os dados da tabela na vigésima terceira rodada ao invés de comparar a vigésima terceira com a décima quinta. Curioso que poucos alunos compararam as duas agremiações, se limitando apenas em responder como estavam os clubes.

Figura 27: Comparação do Grêmio e do Inter.

A photograph of a handwritten table comparing statistics for Grêmio and Internacional. The table has two rows and ten columns. The columns are labeled with abbreviations: P, J, V, E, D, GP, GC, SA, and A. The rows are labeled 'Gremio' and 'Inter'. The data is as follows:

	P	J	V	E	D	GP	GC	SA	A
Gremio	39	23	11	6	6	29	21	8	
Inter	34	23	8	10	5	35	32	3	

Fonte: Arquivos do autor.

3.1.2. AULA II

Esta aula foi intitulada de: “O que o futebol e a Matemática têm em comum? – Parte II” e os objetivos desta aula foram os mesmo da aula anterior, entretanto nesta data foi distribuída uma lista de exercícios, que se enquadra no tipo 5 de Ambientes de Aprendizagem, para que os alunos resolvessem e a entregassem ao final do período. Utilizei a abordagem referente à realidade dos alunos, com o convite já feito e aceito pelos alunos na aula passada. Os exercícios foram compostos de atividades sobre as tabelas de classificação da liga dos campeões da Europa, *UEFA Champions League 2012/2013*. Como recursos, utilizei tabelas de classificação da liga dos campeões da Europa de 2012/2013, regulamento da liga dos campeões da Europa de 2012/2013, quadro negro, giz, lápis, papel, borracha. A metodologia utilizada foi a resolução de problemas, na perspectiva de Onuchic e Allevato (2011).

A lista possuía questões de matrizes (tabelas de futebol) que dizem respeito à tabela de classificação da liga dos campeões da Europa de 2012/2013. Os alunos foram divididos em duplas ou trios e responderam às questões com base no que foi abordado na aula anterior e retomado neste dia. Como a fase classificatória da liga dos campeões possui 8 grupos distintos com 4 clubes em cada grupo, cada dupla ou trio ficou responsável por trabalhar com um grupo e responder questões sobre o mesmo. Ao final, as tabelas foram recolhidas.

Os primeiros 10 minutos da aula foram destinados à organização dos alunos e a uma pequena conversa sobre o que os alunos lembravam da última aula. Devolvi a lista do Campeonato Brasileiro de 2013 para que eles a pudessem corrigir.

Após essa pequena conversa e a devolução das listas, eu resolveria a mesma na lousa. Questionaria e tentaria entender o porquê de cada resposta diferente do esperado. Assim transcorreriam os próximos 30 minutos de aula.

Por fim, entreguei uma nova lista (apêndice B) para ser resolvida em sala de aula. Ela diz respeito às tabelas de classificações ao final da primeira fase da liga dos campeões da Europa de 2012/2013. Como existem 8 grupos nesta fase, houve 8 tipos de listas diferentes, cada uma referente a um grupo, com questões semelhantes. Creio que a turma ficaria em torno de 20 alunos, portanto eles se reuniram em duplas ou trios para realizar as questões.

Antes de eles começarem, expliquei como funciona a fase de grupos da liga dos campeões da Europa para ajudar na resolução. Enquanto eles resolveriam as questões, circulei em sala de aula para ajudá-los. Ao final, a lista foi recolhida e devolvida na próxima semana.

3.1.2.1. RELATO DA AULA II

Na segunda aula 23 alunos estavam presentes. Conforme foram chegando, eles sentavam em duplas ou trios para aguardar o início da aula. Até todos estarem em seus devidos locais e organizados, já havia se passado quinze minutos. A colega A e o professor A sentaram mais ao fundo e eu me posicionei na frente da sala para poder começar a parte dois da minha oficina: “O que a matemática e o futebol têm em comum? – Parte II”.

Logo comecei uma conversa com eles dizendo que iria resolver a lista de exercícios feita na aula passada. Por meio dos exemplos resolvidos na lousa, formalizei alguns conceitos de termos, linhas e colunas.

Cerca de 7 alunos solicitaram a lista, pois não tinham vindo na aula anterior. Pedi que eles acompanhassem a resolução e perguntassem em caso de dúvida em alguma questão. Os alunos que sentaram ao fundo da classe demoraram até focarem na resolução. Enquanto eu resolvia os exercícios, houve momentos de extremo silêncio e compenetração, intercalados com alguns momentos de distração. Durante a resolução dos exercícios no quadro negro, 4 alunos acompanhavam e respondiam tudo efusivamente, mostrando interesse pelo conteúdo. Treze alunos copiavam as respostas e os outros seis nem tiraram o material da mochila. Contudo, um desses seis procurava responder em voz baixa sempre que eu o questionava.

Até terminar de resolver a lista, era aproximadamente 17:10. Uma pequena parte dos alunos conversava, outros estavam dispersos e os demais respondiam ainda tudo que eu questionava. Pedi que eles se organizassem em duplas ou trios para começarem a fazer a tarefa seguinte.

Após distribuir uma lista de exercícios (apêndice B), expliquei como queria que eles resolvessem. Falei que a Liga dos Campeões da Europa era um torneio continental Europeu em que o campeão tem o direito de disputar o campeonato mundial de clubes e fiz a comparação dessa competição com a Taça Libertadores da América (que é o torneio continental da América do Sul).

O aluno A me questionou: “*Ah, professor, é aquele que tem o Barcelona, o Real Madrid e o Chelsea, né?*”. Eu respondi: “*É esse mesmo*”.

Completei dizendo que o torneio era composto de oito grupos, cada grupo contendo 4 clubes que jogam entre si em turno e retorno, ou seja, cada time joga no seu estádio e no

estádio do adversário, totalizando assim 6 jogos por clube. Eu havia imprimido oito folhas: cada folha correspondia à classificação final de um grupo da Liga dos Campeões da Europa de 2012. As duplas ou trios ficaram responsáveis por um grupo (A, B, C, D, E, F, G ou H).

Enquanto estudavam a lista, eu e a colega A circulávamos pela sala para ajudá-los na resolução das questões. A maioria dos alunos resolviam as questões. Notei que a aluna C havia ficado sozinha e questionei o porquê. Alguns falaram: “*Ela é emo.*”, “*Ela é chata.*” e eu falei para o professor A que me respondeu: “*ela nunca faz nada*”. Incomodado com aquela situação, sentei do lado dela e me dediquei uns 10 minutos na explicação do exercício para ela e ainda disse que eu seria a dupla dela. Ela ficou feliz e fez os exercícios sem dificuldades. Não obstante, quando eu me retirei do lado dela, ela parou de fazer e voltou a escrever anotações no caderno dela. Volto a atenção para o papel fundamental que o professor tem em incentivar e observar o aluno durante o processo, aspectos considerados importantes na metodologia de Resolução de Problemas.

Houve um diálogo com uma menina (denominada aluna D): “*O professor, eu não vou fazer*”, “*Por que não?*” eu questionei. “*Por que eu não sei nada de futebol, sor*”, ela me disse. E por fim eu disse: “*Que engraçado! Na aula passada tu fez tudo e ainda acertou*”. Após isso, ela não respondeu mais e fez a lista, conseguindo responder a maioria das questões.

Por volta das 17:45 o primeiro grupo terminou. O segundo e o terceiro terminaram cerca de 17:50. Antes das 18:00 mais dois grupos me entregaram a lista. Quando acabou a aula, a aluna C me entregou e os outros dois grupos restantes ficaram até depois da aula para terminar os exercícios. O trio de meninos que acabou primeiro a lista ficou para ajudar um trio de meninas.

Saímos da aula aproximadamente às 18:05 e combinei com o professor A que eu iria dar um retorno da atividade realizada naquela turma. As análises dos resultados estão dispostas na seção seguinte.

3.1.2.2. ANÁLISE DA AULA II

Como já havia realizado a primeira oficina, a aula desta data transcorreu de uma maneira mais tranquila. Além disso, havia outros alunos que não estavam presentes na aula anterior, com isso, foi dada maior atenção para que eles conseguissem acompanhar a aula. Durante todo este processo cognitivo de aprendizagem, eles demonstraram avanços significativos, seja na apreciação da linguagem de futebol, na interpretação de tabelas (matrizes) ou na resolução de problemas. Assim, esta metodologia se mostrou eficaz durante a realização do projeto que me propus a aplicar. Ainda saliento que Onuchic e Allevato (2011) observam que os alunos são capazes de fazer matemática, que a Matemática faz sentido, sendo que a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam. Ainda corroboro a tese de que professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional e sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.

A lista era composta de uma questão subdividida em 7 itens, em que os alunos deveriam responder sobre a tabela de um determinado grupo da fase classificatória da liga dos campeões da Europa 2012/2013. Faço referência ao tipo 5 dos Ambientes de Aprendizagem no sentido de Skovsmose (2000) e trago como exemplo a questão do Grupo B:

Figura 28: Questão 1 da lista 2.

1) Analise o grupo B da Liga dos Campeões da Europa de 2012 e responda o que se pede:

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Schalke 04		6	3	3	0	10		4
2 Arsenal	10	6	3		2	10	8	2
3 Olympiacos	9	6	3	0			9	0
4 Montpellier	2	6	0			6	12	

a) Complete a tabela com os dados que faltam.

b) De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?

c) Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna?

d) Qual o time ocupa a terceira linha?

e) Qual o $T_{3 \times 7}$?

f) Qual o $T_{1 \times 2}$?

g) Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

Fonte: globoesporte.com. Acesso em: 2 de outubro de 2013.

O item *a* pedia que os alunos completassem a tabela ao final das 6 rodadas. Apenas dois grupos a preencheram alguns dados divergentes da resposta que eu esperava. Um dos grupos que respondeu de maneira diferente só preencheu o número de pontos e colocou zero e um nos demais quadros, enquanto que a outra dupla se confundiu colocando 3 empates e 3 derrotas (o correto seria 2 empates e 4 derrotas).

Figura 29: Confusão dos empates e das derrotas.

1) Analise o grupo B da Liga dos Campeões da Europa de 2012 e responda o que se pede:

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Schalke 04	7	6	3	3	0	10	6	4
2 Arsenal	10	6	3	1	2	10	8	2
3 Olympiacos	9	6	3	0	3	9	9	0
4 Montpellier	2	6	0	3	3	6	12	-6

a) Complete a tabela com os dados que faltam.

Fonte: globoesporte.com. Acesso em: 2 de outubro de 2013.

O item *b* perguntava quantas linhas e quantas colunas tinham na tabela. Todos responderam da maneira que eu esperava: 4 linhas e 8 colunas.

O item *c* pedia para os alunos dizerem quais dados obtemos ao olhar a sétima coluna. Alguns colocaram os números correspondentes à sétima coluna e os demais apenas as palavras “gols contra”, assim como foi feito na primeira aula. As duas estratégias de resolução foram consideradas válidas. Apenas um grupo não respondeu essa questão.

Figura 30: Resposta com as palavras “Gols contra”. Grupo B.

c) Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna? GOLS CONTRA

Fonte: Arquivos do autor.

Figura 31: Dados observados do grupo G.

c) Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna? 5,8,5,14

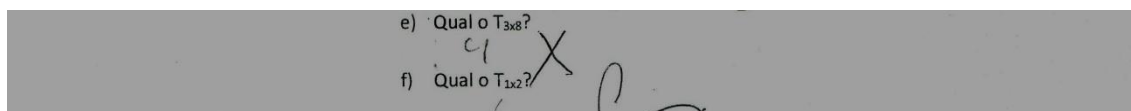
Fonte: Arquivos do autor.

Já o item *d*, pedia para que eles respondessem qual time ocupava a terceira linha. Todos conseguiram efetuar essa questão com êxito.

Os itens *e* e *f* pediam que os alunos identificassem determinados termos na tabela fornecida ($T_{3 \times 7}$ e $T_{1 \times 2}$), por exemplo. Um grupo se equivocou nos dois termos (colocando 2 no $T_{1 \times 2}$, que seria o produto de 1 e 2 e 21 na outra, produto de 3 e 7), erro recorrente já verificado na oficina anterior. Notei que um dos componentes do grupo fora o aluno que cometeu esse mesmo equívoco na aula passada, persistindo com a ideia de que o sinal x representaria a

multiplicação dos dois números, talvez devido à continuidade em relacionar a atividade com a matemática pura, no sentido de Skovsmose (2000). Os alunos do grupo C colocaram 6 no $T_{3 \times 7}$, sendo que o 6 é na verdade o $T_{3 \times 6}$, confundindo-se entre duas colunas. Ainda um trio de meninas colocou 4 no $T_{3 \times 8}$, sendo que o 4 é o $T_{3 \times 5}$ (olhou um dado equivocado na tabela). Os outros 5 grupos responderam os dois itens com êxito.

Figura 32: Grupo F se confunde com o número 4.



Fonte: Arquivos do autor.

Figura 33: Grupo D se confunde com os produtos.



Fonte: Arquivos do autor.

Por fim, o item g) pedia que eles montassem a tabela na quinta rodada. Esse item gerou as maiores dificuldades. Três grupos não montaram a tabela e outros três a confeccionaram pela metade (talvez por falta de tempo). Dois grupos preencheram toda a tabela: um foi da maneira que eu esperava quando elaborei o exercício e o outro inverteu dois times (duas linhas), inserindo os dados do BATE no Valência e do Valência no BATE.

Figura 34: Tabela do grupo E faltando algumas informações.

g) Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

5ª rodada

Sha 0 x 1 Juv

Che 6 x 1 Nod

Juventus = 9

Chimichê = 10

Creisca = 7

Nordvinsland = 1

GP GC

Por que continuar

	V	E	
7	2	3	
5	3		
5			
3	0	1	
5			

ell

Fonte: globoesporte.com. Acesso em: 2 de outubro de 2013.

Figura 35: Troca de duas linhas no grupo F.

g) Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

6

6ª rodada

Qua 05/12/2012 - 17h45 Lille Metropole

LIL 0 x 1 VAL

Qua 05/12/2012 - 17h45 Allianz Arena

BAY 4 x 1 BAT

	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
Bay = 10	5	3	5	5	5	11	6	5
Par = 6	5	X	5	5	X	X	X	X
Val = 10	5	X	0	0	X	X	X	X
W = 8	5	5	5	0	4	4	12	-8
	e	e		e				e

Fonte: globoesporte.com. Acesso em: 2 de outubro de 2013.

Figura 36: Tabela do grupo G feita da maneira que eu esperava.

g) Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

PARABÉNS!!

6ª rodada

Qua 05/12/2012 - 17h45 Camp Nou

BAR 0 x 0 BEN

Qua 05/12/2012 - 17h45 Celtic Park

CEL 2 x 1 SPA

Classificação	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Barcelona	12	3	4	0	1	11	5	6
2 Celtic	7	3	2	1	1	7	7	0
3 Benfica	7	3	2	1	2	5	5	0
4 Sporting M	3	3	1	0	4	6	12	-6

eeeeee

Fonte: globoesporte.com. Acesso em: 2 de outubro de 2013.

Assim, com a metodologia de Resolução de Problemas, no sentido de Onuchic e Allevato (2004 e 2011), e nas referências aos diferentes Ambientes de Aprendizagem, segundo Skovsmose (2000), trouxe diferentes exercícios que envolvem o futebol, assuntos da realidade dos alunos, para abordar conteúdos matemáticos. Deste modo, consegui trabalhar com identificação de matrizes, adição e subtração de matrizes, análise de dados e matemática básica.

Como a lista de exercícios possuía o mesmo modelo de questão para os diferentes grupos, pude compará-los e identificar a situação em que a resposta que o aluno escreveu divergia da resposta que eu esperava encontrar. Excluindo as omissões, o maior índice de erro foi devido à falta de atenção (olhar errado na tabela). Notei erros de interpretação e também erros de confusões com conteúdos vistos anteriormente: quando o aluno efetuou uma multiplicação ao invés de localizar o termo pedido na matriz dada naquele exercício.

Onuchic e Allevato (2011) dizem que professores que ensinam pela metodologia de Resolução de Problemas se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios. Assim, na próxima sessão, será analisada a segunda experiência que utiliza a temática do futebol para abordar tópicos de matemática utilizando a Resolução de Problemas.

3.2.INTERVENÇÃO DIDÁTICA EM TURMAS DE SEXTA SÉRIE, SÉTIMA SÉRIE E OITAVA SÉRIE DE UMA ESCOLA PARTICULAR DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

Como na escola anterior, essa também estava localizada na Zona Sul de Porto Alegre. Ela é próxima a uma das principais avenidas da cidade: a terceira perimetral, uma transversal que liga a Zona Sul à Zona Norte da cidade. Assim como o ambiente de prática de Estágio I, esta escola também é caracterizada como de passagem. A diferença é que a Escola atende a modalidade EJA e os seus alunos possuem as mais variadas idades, entre 15 e 65 anos. Têm turmas de quinta série à oitava série do Ensino Fundamental, além do primeiro, segundo e terceiro anos do Ensino Médio.

As turmas desta escola de EJA são divididas da seguinte forma: as séries de Ensino Fundamental possuem apenas uma única turma – todos os alunos frequentam o mesmo ambiente, independentemente da idade. E o Ensino Médio é distribuído por faixa etária – o primeiro ano e o segundo ano possuem três turmas divididas por idades: a turma dos alunos mais novos, a turma dos mais antigos e a turma dos alunos recém-ingressos na escola, juntamente com os repetentes – e o terceiro possui duas turmas: alunos mais novos e aprovados e os mais antigos e repetentes. No Ensino Fundamental, os alunos possuem três períodos de matemática, enquanto que no Ensino Médio, apenas dois.

Figura 37: Grade horária do professor B e sua divisão por turmas.

Hor	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex
19:00	821	-----	931	932	931
19:50	823	-----	713	823	712
20:55	711	-----	932	821	822
21:45	713	-----	712	711	822

Fonte: Arquivos do autor.

As salas de aula possuem ventiladores e algumas até ar condicionado. Além disso, os quadros são brancos, podendo ser escritos com pincéis atômicos. Os ambientes são amplos e há cerca de 40 alunos por turma. Também possuem recursos multimídia com interação digital entre o professor e o aluno.

A maioria dos alunos trabalha antes do horário escolar e muitos deles não conseguem conciliar o estudo com o trabalho, resultando em alto índice de evasão. Em conversas com pedagogas da escola e lendo artigos que tratam sobre a EJA, descobri que este fator é uma das maiores barreiras no ensino da escola.

A evasão na EJA é tema debatido por pesquisadores da área há bastante tempo. Segundo Tinoco “os alunos precisam permanecer nesse espaço mesmo que ele não atenda as suas necessidades” (2012, p. 42). São elencados diversos fatores que acarretam na evasão dos alunos oriundos da Educação de Jovens e Adultos. Para ilustrar alguns deles, a autora recolhe depoimentos de alguns professores deste nível de ensino. Entre os fatores mais citados pelos depoentes entrevistados estão: a idade avançada dos alunos; os gastos em relação ao estudo (dinheiro investido em transporte, alimentação, material,...), a maioria dos alunos possuem baixa renda familiar e necessidade de sustentar o(s) filho(s); alguns possuem carga horária de trabalho desgastante e chegam cansados, não rendendo o esperado em sala; dificuldade de relacionar o conteúdo estudado com a vida prática, ou seja, os conteúdos não atraem os alunos; estímulos externos: *facebook*, mídia; desmotivação em relação ao ensino; problemas com violência, drogadição e gravidez precoce.

De acordo com as diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos, a EJA tem três funções, quais sejam: a reparadora, na medida em que possibilita de forma concreta, o acesso de jovens e adultos à escolarização; a equalizadora, considerando que visa reestabelecer a trajetória escolar do jovem e adulto; e a função qualificadora, cujo propósito é o de atualização de conhecimentos por toda a vida. (MEDEIROS, 2012, p. 72).

O projeto de ensino foi implementado em três turmas de Ensino Fundamental, contendo 8 períodos de 50 minutos cada divididos em três aulas (2 períodos na primeira aula e 3 períodos nas outras duas), de modo a contemplar a carga-horária necessária para a aprovação na atividade de ensino de Estágio II. Por ocorrer fora do horário escolar, o número mais frequente de alunos na oficina foi 6. Houve três alunas (aluna E, aluna F e aluna G) que foram em todas as aulas do projeto. Podemos acarretar o baixo índice de alunos aos fatores elencados por Tinoco (2012). Não obstante, os alunos que compareceram ao projeto vieram empenhados e compenetrados em aprender um pouco mais da matemática presente nesse tema do nosso cotidiano. Assim como na seção anterior, as turmas são detalhadas em cada

subitem e a metodologia de ensino continua sendo a Resolução de problemas na perspectiva de Onuchic e Allevato (2004 e 2011).

Na primeira aula, realizada das 17:00 às 18:40, houve um primeiro contato dos alunos com a linguagem do futebol, e como recursos didáticos, eu utilizei: vídeo, *slide show* e lista de exercícios com exercícios de matemática básica. Na segunda aula, das 9:00 às 11:30, trabalhei com o plano relatado nas oficinas, compactando as duas aulas relatadas nas seções anteriores em uma única com três períodos. Na última aula, realizada das 9:00 às 11:30, abordei conteúdos da Geometria Plana com os estudantes, trazendo conceitos de área e perímetro dentro de um campo de futebol e atividades práticas de medições e cálculos.

3.2.1. AULA I

Comecei esta aula, intitulada de: “O que tem de Matemática no Futebol?”, traçando alguns objetivos. Esperava que os alunos: percebessem elementos matemáticos presentes no futebol; relacionassem a matemática aos assuntos do cotidiano; despertassem o interesse para o assunto futebol; realizassem operações básicas da aritmética, envolvendo a temática do futebol. Os conteúdos eram: as quatro operações da aritmética, matemática básica, análise de dados e tabelas. Como recursos didáticos, utilizei o *slide show*, listas de exercícios e um vídeo sobre o futebol e a matemática.

Para iniciar a aula, me apresentei, já que a maioria dos alunos não me conhecia, pelo fato de eu ter trabalhado somente com a sétima série. Falei da minha trajetória acadêmica e o que me levou a estudar matemática.

Depois, instiguei os alunos a pensarem para que servia a matemática e quais as suas aplicações no dia-a-dia. Através disso, cheguei ao assunto “futebol”, por meio de um convite ao tema (Skovsmose, 2000), esperando aceitação pela turma.

Após essa conversa inicial, coloquei o vídeo: "Matemática no Futebol", do professor Bigode e da professora Zampol, um vídeo de cerca de 26 minutos. Iniciei um debate com eles sobre o filme e ressalté aspectos importantes presentes no futebol. Em seguida, perguntei se os assuntos abordados no vídeo são todos envolvendo a matemática que o futebol pode

apresentar. Depois de terminada a reflexão sobre o vídeo comecei a minha apresentação no *Power Point*¹.

Finalizei a apresentação de *slides* com a resolução de uma questão no quadro e distribuí uma lista de exercícios sobre o conteúdo abordado durante a aula, para os alunos responderem. Esta lista se encontra no apêndice C e contém exercícios referentes à realidade (tipo 5) e à semirrealidade (tipo 3) do aluno, correspondente aos Ambientes de Aprendizagem de Skovsmose (2000).

3.2.1.1.RELATO DA AULA I

A primeira aula começou com aproximadamente 15 minutos de atraso. Antes das 17:10 só haviam chegado três alunas para o projeto de ensino. Quando o relógio apontava 17:15 comecei minha conversa inicial com as alunas que ali estavam. Conforme chegavam iam sentando mais próximo do projetor, enquanto eu abria o *pen drive* para executar os arquivos a serem utilizados em sala de aula.

Finalmente, quando comecei a conversar com elas, havia 6 alunas na sala de aula. A faixa etária variou bastante, desde os 15 anos (a aluna E) até os 50 anos (a aluna F). O grupo continha uma menina da sexta série, duas da sétima série e três da oitava (uma menina da oitava série chamada de aluna G e outra de aluna H), todas da Educação de Jovens e Adultos do colégio em que apliquei o projeto de ensino.

As 17:15 comecei perguntando para as meninas o porquê de virem à oficina. A aluna E me disse que adorava futebol e a aluna F falou que gostava de Matemática. Como o grupo era pequeno, pude direcionar a fala a cada aluna e, com isso, a aula se desenvolveu de uma maneira informal, com voz e vez para cada menina. Falamos dos interesses profissionais delas e sobre a aplicação da matemática no nosso dia-a-dia.

Nessa etapa da aula, a conversa se desenvolveu de uma maneira muito agradável, sendo que pude incluir o futebol do jeito como eu planejei, através de um debate casual. Notei que o convite ao tema, no sentido de Skovsmose (2000), já havia sido implicitamente aceito pelas estudantes presentes. Algumas frases que me chamaram a atenção foram: “*É possível fazer matemática, sem gostar de matemática?*”, me interrogou a aluna E, “*Eu sou cozinheira de um*

¹ Software presente no pacote do Windows Office que possui a finalidade de elaborar apresentações por meio de *slides*.

restaurante... *Precisa de matemática pra tudo, até mesmo para fazer um simples bolo*”, falava a aluna H. *“Acho que prá Direito não precisa de matemática, né sor?”*, questionou a aluna E. *“Eu quero fazer Jornalismo por que nunca me dei bem nas Exatas”*, a aluna G falou e, concluiu dizendo: *“Acho que no futebol deve ter muita matemática, as figuras do campo são figuras da Matemática, as tabelas e os gráficos... Não sei se há muita coisa a mais que isso”*.

Instigui as alunas a elaborarem suas próprias respostas, sem dar um contra-argumento, diretamente. Disse que muita gente costuma fazer algo que não gosta, porém é ideal que nos sintamos bem em praticar a nossa profissão. Falei que, para calcular a comissão recebida de determinado advogado, se utiliza cálculo percentual, bem como para administrar análises de causas trabalhistas e de aposentados é necessário um bom entendimento de Matemática. Falei que as aplicações da matemática no futebol são: dados estatísticos, funções, probabilidade, geometria, entre outras...

Como a conversa foi bastante produtiva e empolgante, não parei para olhar o horário, e quando passei o vídeo planejado: “Matemática no Futebol – Bigode e Zampol” (2012), já eram por volta de 17:35. Durante a exibição do filme as alunas apenas observaram.

Figura 38: Trechos do filme: Matemática no Futebol.



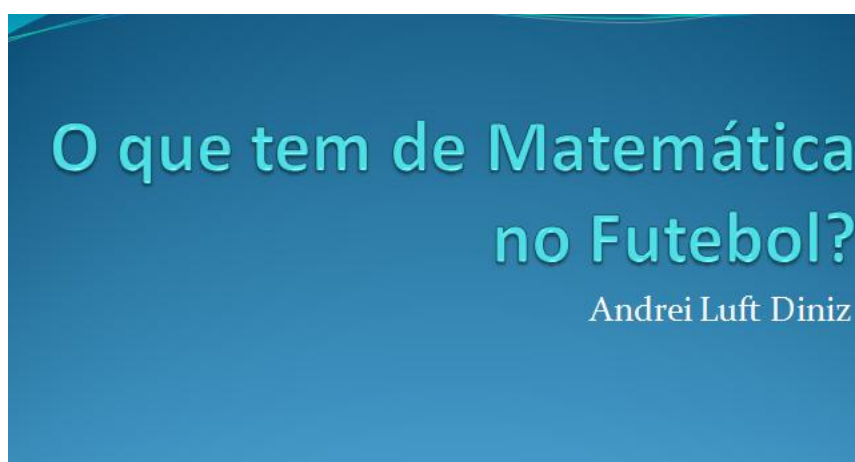
Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=WUV06dhQYXI>. Acesso em: 23 de maio de 2014.

Após a apresentação do vídeo conversamos um pouco sobre o que foi tratado. As alunas ficaram bastante entusiasmadas com o nome técnico da bola de futebol – icosatruncado – e com o fato de em um par-ou-ímpar a chance de uma pessoa que escolhe par é maior de vencer

do que uma que escolhe ímpar. Além disso, eu salientei que no vídeo não foram tratados todos os assuntos possíveis de serem abordados na temática do futebol e que, através de pesquisa e dedicação, podemos extrair a matemática em diversos campos do nosso cotidiano, desde uma partida de futebol até um curso de direito.

Por volta de 18:05 comecei rapidamente a apresentação de *slides*. Como a aula havia atrasado, eu estava receoso de que as alunas não conseguissem fazer todos os exercícios da lista.

Figura 39: Início da Apresentação de *slides*.



Fonte: Arquivos do autor.

Comecei apresentando os dois primeiros *slides*, ressaltando a quantidade de assuntos que envolvem a matemática no futebol. Utilizei o terceiro e o quarto para focar nas figuras geométricas e introduzir um pouco de geometria plana para quem não a conhecia.

Figura 40: Slides 2, 3 e 4.

Mas afinal quais assuntos posso tratar na Matemática utilizando o Futebol?

- Adição e Subtração
- Multiplicação
- Geometria
- Porcentagem
- Probabilidade
- Análise de Tabelas
- Estatísticas
- Funções

• São Muitos, não?

2

Vamos começar olhando para o campo...



• O que são essas figuras marcadas em branco?

3

E quando o atacante fica de frente para o Goleiro?



• Este é o ângulo de visão do atacante.

4

Fonte: <http://matematicaemacao7.blogspot.com.br/2010/05/matematica-no-futebol.html>. Acesso em: 23 de maio de 2014.

Por fim, fiz uma análise da tabela do Campeonato Mineiro, trazendo exercícios da realidade, tipo 5 de Ambientes de Aprendizagem no de Skovsmose (2000), explicando o sistema de pontuação e as nomenclaturas das siglas presentes na tabela. Depois, passei os exercícios do *slide* para elas tentarem resolver. Não houve dificuldades na resolução. Uma menina confundiu-se com as pontuações: trocou o número de gols marcados pelos pontos. A aluna E questionou: “*Eu sempre quis saber por que fazer gols fora vale mais?*”. Então eu disse que em determinadas competições esse critério é utilizado como desempate, principalmente quando um time joga contra o outro em fases eliminatórias, porém, nas fases classificatórias esse dado em geral não faz diferença. Outra resposta obtida, foi calcular o número de pontos multiplicando por 3 o número de vitórias e esquecer de somar 1 ponto atribuído aos empates.

Figura 41: Slides 5, 6, 7 e 8.

Ao olharmos para uma tabela, será que é possível responder algumas questões?

Classificação	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	Classificação	
1	Cruzeiro	11	29	11	9	2	34	4	29	87,8	
2	Atlético-MG	11	23	11	7	2	20	9	12	88,7	
3	América-MG	11	18	11	5	2	18	12	2	84,8	
4	Boa Esporte	11	16	11	5	1	5	12	14	-2	80,0
5	Tupi-MG	11	15	11	4	3	4	11	11	0	80,0
6	Vila Nova-MG	11	15	11	4	3	4	15	17	-2	80,0
7	Tombense	11	14	11	3	5	3	11	11	0	82,4
8	Caldense	11	13	11	3	4	4	10	9	1	78,4
9	URT	11	12	11	4	0	7	3	10	-10	78,4
10	Guarani-MG	11	11	11	3	2	8	11	14	-2	73,3
11	Nacional-MG	11	10	11	3	1	7	10	17	-7	70,3
12	Minas Futebol	11	8	11	2	2	7	10	21	-11	64,2

5

- Como é possível cada clube ter 11 jogos se há 12 times?
- Qual o melhor time da fase de classificação?
- Qual time fez mais gols? E qual time sofreu mais?
- O que significa a sigla SG na tabela? Como obtemos esses números?
- E o símbolo "%"? Será que tem alguma influência na classificação?

6

E se pensarmos um pouco nas regras do futebol...

- Cada vitória dá 3 pontos ao time, empate, 1 ponto, e a derrota vale zero ponto.
- Então um time que em 4 jogos ganhou 2, empatou 1 e perdeu 1 terá quantos pontos?

7

Agora é a sua vez...

- Determine quantos pontos fez o Grêmio e quantos pontos fez o Inter no Campeonato Brasileiro de 2013, além de determinar seus SalDOS de Gols.

	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG
Grêmio	65	38	18	11	9	42	35	7
Internacional	48	38	11	15	12	51	52	-1

8

Fonte: globoesporte.com e www.pe.superesportes.com.br/campeonatos/2013/brasileiro/serie-a/classificacao_297/. Acesso em: 23 de maio de 2014.

A apresentação terminou às 18:15. Após, foi entregue uma lista de exercícios (apêndice C). Todas as alunas ficaram até às 18:50, sendo assim, elas tiveram cerca de 35 minutos para resolver as questões. Quando marcou o horário do término da aula, elas queriam ficar mais, contudo tive que liberá-las, uma vez que tinham outro período às 19 horas.

3.2.1.2. ANÁLISE DA AULA I

Para uma primeira análise de aula, é importante salientar que essa experiência ocorreu com um número reduzido de alunas, facilitando o processo de Ensino-Aprendizagem. Diante de todas as estudantes que estavam inseridas naquele espaço, eu conhecia apenas duas (aluna E e aluna F), pois havia trabalhado com elas em sala de aula durante a parte prática da atividade de ensino de Estágio II. O fato de ter poucos componentes no ambiente se mostrou muito importante, já que a voz e a vez para cada era maior, seja para esclarecer dúvidas ou buscar informações.

Outro fator importante foi o controle que exerci sobre a aula planejada. Com a apresentação de *slides* preparada em *Power Point*, pude conduzir todo o tempo a aula para o modo que eu achava mais conveniente. Onuchic e Alevatto (2004) explicam que é importante o professor ter domínio dos exercícios que escolhe, no emprego da metodologia da Resolução de Problemas. Não obstante, as conversas iniciais, relatadas na seção anterior, culminaram em acarretar um tempo menor para a resolução da lista. Assim algumas alunas não realizaram os exercícios na totalidade.

Referentemente aos diálogos, em relação ao número de alunas, eu pude relatar um pouco mais sobre a minha trajetória acadêmica e as minhas experiências anteriores. Isso ajudou algumas das presentes a falarem também sobre suas vidas e o que achavam da matemática, fato que poderia não ter ocorrido em caso de um grupo grande de alunos, seja por medo ou insegurança.

Preparei uma lista com quatro exercícios condizentes com o que foi visto em aula. Além dos conteúdos abordados, trouxe um pouco de conteúdo sobre a matemática básica: operações de aritmética básica e cálculo de média. Cada um dos exercícios da lista estudava um tipo de habilidade diferente, como interpretação, verdadeiro ou falso, verificação de dados em uma tabela e análise de dados. Além disso, trazia aspectos da realidade (tipo 5) e da semirrealidade (tipo 3), correspondente aos Ambientes de Aprendizagem de Skovsmose (2000).

A questão 1 trazia informações referentes às seleções que disputaram a Copa do mundo de 2014 (tipo 5 dos ambientes de aprendizagem) e o modo como eram distribuídas na fase de classificação. Além de introduzir as alunas no “mundo do futebol”, elas começariam a entender um pouco mais sobre como funciona o sistema de pontuação ao responderem o primeiro exercício.

Figura 42: Questão 1 da lista 3.

- 1) A Copa do Mundo FIFA de 2014 será disputada por 32 seleções. Sabe-se que as seleções são distribuídas em 8 grupos distintos (de A a H).
- Quantas seleções há por grupo?
 - Sabendo que dentro dos grupos, cada seleção joga contra todos os outros integrantes do seu grupo, qual o total de jogos por grupo?
 - Determine a pontuação máxima que um time pode fazer dentro do seu grupo.

Fonte: Arquivos do autor.

As alunas tiveram maiores dificuldades na questão 1, item *b*: em listar o número total de jogos por grupo. Quando sugeri que elas listassem as seleções antes de responderem, as meninas conseguiram êxito enumerando todos os jogos, o que não era tão complicado, já que o número de jogos é 6.

Figura 43: Respostas da aluna F referente a questão 1 da lista 3.

1) A Copa do Mundo FIFA de 2014 será disputada por 32 seleções. Sabe-se que as seleções são distribuídas em 8 grupos distintos (de A a H).

a) Quantas seleções há por grupo? 4

b) Sabendo que dentro dos grupos, cada seleção joga contra todos os outros integrantes do seu grupo, qual o total de jogos por grupo?

Tim 1: 3
Tim 2: 2
Tim 3: 1
Tim 4: 1

$\frac{3}{2} + 1 = 6$

c) Determine a pontuação máxima que um time pode fazer dentro do seu grupo.

$3 \times 3 = 9$

Fonte: Arquivos do autor.

Notei que, para realizar o item *b* da referida questão, a aluna F listou quatro times hipotéticos e, após isso, ela contou o número de jogos por times. O número 3, representa o número de jogos do time 1, o número 2 representa o número de jogos do time 2 e o número 1 é o jogo restante entre os dois outros times que ela listou. Depois, ela somou os jogos,

totalizando a resposta esperada (6). Esse processo é importante para começar a trabalhar com os princípios de contagem. Cabe ao aluno interpretar, com a ajuda do professor, o exercício proposto e, assim, elaborar a estratégia de resolução da maneira mais adequada, como sugerem Onuchic e Alevatto (2006).

Figura 44: Alunas realizando a atividade.



Fonte: Arquivos do autor.

Na questão 2, algumas confundiram quadrado com retângulo, fato normal, já que a maioria delas ainda não teve contato com Geometria. Todas as assertivas foram vistas nos *slides* mostrados em sala de aula ou no vídeo do professor Bigode e da professora Zampol, sendo uma questão de interpretação do vídeo mostrado. A maioria das alunas marcou a resposta de acordo com o esperado.

Figura 45: Questão 2 da lista 3.

2) Analise as afirmativas abaixo e marque um V, caso a alternativa seja verdadeira, e um F, caso seja falsa:

() A forma ideal de um estádio de futebol é quadrangular.

() Um campo de futebol possui forma de um quadrado.

() O campo de futebol é simétrico do lado direito e do lado esquerdo(aparência exata), ao ser cortado por uma linha vertical na metade do campo.

() As formas do campo são: Um retângulo grande, dois retângulos que possuem metade do tamanho deste retângulo maior, 4 retângulos menores que limitam as áreas, uma circunferência no meio e 2 arcos de circunferência que próximo às áreas.

() A bola tem a forma de um cone.

() Para começar um jogo, um integrante de cada time vai até o árbitro para tirar par-ou-ímpar.

() Podemos determinar o ângulo de visão de um jogador que está na frente da goleira.

Fonte: Arquivos do autor.

Figura 46: Respostas apresentadas pela aluna H da questão 2 da lista 3.

2) Analise as afirmativas abaixo e marque um V, caso a alternativa seja verdadeira, e um F, caso seja falsa:

(F) A forma ideal de um estádio de futebol é quadrangular. ✓

(V) Um campo de futebol possui forma de um quadrado. ✗

(V) O campo de futebol é simétrico do lado direito e do lado esquerdo(aparência exata), ao ser cortado por uma linha vertical na metade do campo. ✓

(F) As formas do campo são: Um retângulo grande, dois retângulos que possuem metade do tamanho deste retângulo maior, 4 retângulos menores que limitam as áreas, uma circunferência no meio e 2 arcos de circunferência que próximo às áreas. ✗

(F) A bola tem a forma de um cone. ✓

(F) Para começar um jogo, um integrante de cada time vai até o árbitro para tirar par-ou-ímpar. ✓

(V) Podemos determinar o ângulo de visão de um jogador que está na frente da goleira. ✓

3) Na tabela abaixo, um rapaz apagou os pontos ganhos e os saldos de gols de alguns times. Complete a tabela para que as outras pessoas possam obter total acesso à informação.

Fonte: Arquivos do autor.

A questão 3 apresentava uma tabela do Hexagonal do rebaixamento do Campeonato Catarinense de 2014, em que eram apagados alguns dados (pontos e saldos de gols). As alunas deveriam completar a tabela com os itens faltantes. Durante a aula e no vídeo foi explicado como eram calculados os pontos e os saldos de gols. Todas as alunas que fizeram a questão 3 responderam aos questionamentos da maneira que eu esperava.

Figura 47: Questão 3 da lista 3.

3) Na tabela abaixo, um rapaz apagou os pontos ganhos e os saldos de gols de alguns times. Complete a tabela para que as outras pessoas possam obter total acesso à informação.

CLASSIFICAÇÃO		P	J	V	E	D	GP	GC	SG	
1	Chapecoense	1+		10	6	2	2	15	7	8
2	Avai	1+	17	10	5	2	3	19	13	
3	Marcílio Dias	0=		10	4	3	3	18	12	6
4	Atlético Ibirama	0=	12	10	4	0	6	10	15	
5	Brusque	0=		10	3	3	4	10	14	-4
6	Juventus-SC	0=	8	10	2	2	6	10	21	

Fonte: <http://globoesporte.globo.com/sc/futebol/campeonato-catarinense/#/segunda-fase-catarinense-2014>. Acesso em: 23 de maio de 2014.

Figura 48: Aluna F completa a tabela da maneira que eu esperava

CLASSIFICAÇÃO		P	J	V	E	D	GP	GC	SG		
1	Chapecoense	1+	20	10	6	2	2	15	7	8	✓
2	Avai	1+	17	10	5	2	3	19	13	6	✓
3	Marcílio Dias	0=	15	10	4	3	3	18	12	6	✓
4	Atlético Ibirama	0=	12	10	4	0	6	10	15	-5	✓
5	Brusque	0=	12	10	3	3	4	10	14	-4	✓
6	Juventus-SC	0=	8	10	2	2	6	10	21	-11	✓

Tabela 1: Hexagonal do Rebaixamento do Campeonato Catarinense de 2014. Extraído de:
<http://globoesporte.globo.com/sc/futebol/campeonato-catarinense/#/segunda-fase-catarinense-2014>.
 Acesso em 27 de maio de 2014.

Fonte: <http://globoesporte.globo.com/sc/futebol/campeonato-catarinense/#/segunda-fase-catarinense-2014>. Acesso em: 23 de maio de 2014.

Por fim, a questão 4 apresentava um exercício da semirrealidade, tipo 3 de Ambiente de Aprendizagem de Skovsmose (2000), e trazia uma sequência de jogos entre quatro times hipotéticos. As alunas deveriam responder: o total de gols marcados, a média de gols por jogo e montar a tabela de classificação.

Figura 49: Questão 4 da lista 3.

4) Observe os dados de cada jogo e depois responda o que se pede:

JOGO I: Time A 1 x 0 Time B
 JOGO II: Time A 2 x 1 Time C
 JOGO III: Time C 4 x 2 Time D
 JOGO IV: Time B 1 x 1 Time D
 JOGO V: Time D 3 x 1 Time A
 JOGO VI: Time B 0 x 2 Time C

a) O total de gols marcados.
 b) A média de gols por jogo.
 c) Monte a tabela de classificação dos times A, B, C e D.

Fonte: Arquivos do autor.

Analisando as respostas, observei que muitas meninas não detinham o conceito de média. Apenas 3 montaram a tabela, sendo que a aluna G não conseguiu responder o número de total de Gols contra, a aluna H se equivocou na pontuação (ela acertou a pontuação na questão 3) e a aluna F aparentou ter “chutado”.

Figura 50: Aluna G responde a questão 4 da lista 3.

4) Observe os dados de cada jogo e depois responda o que se pede:

JOGO I: Time A¹ 1 x 0 Time B
 JOGO II: Time A² 2 x 1 Time C
 JOGO III: Time C⁴ 4 x 2 Time D
 JOGO IV: Time B¹ 1 x 1 Time D
 JOGO V: Time D³ 3 x 1 Time A
 JOGO VI: Time B⁰ 0 x 2 Time C

a) O total de gols marcados.
 18 GOLS

b) A média de gols por jogo.
 4,5

c) Monte a tabela de classificação dos times A, B, C e D.

	P	3	V	E	D	GP	GC	SG
1 A	6	3	2	0	1	4	2	2
2 B	1	3	0	1	2	1	3	-2
3 C	6	3	2	0	1	7	7	0
4 D	4	3	1	1	1	6	4	2

OK/1
 F. Raven

Fonte: Arquivos do autor.

Figura 51: Aluna H responde a questão 4 da lista 3.

4) Observe os dados de cada jogo e depois responda o que se pede:

JOGO I: Time A 1 x 0 Time B
 JOGO II: Time A 2 x 1 Time C
 JOGO III: Time C 4 x 2 Time D
 JOGO IV: Time B 1 x 1 Time D
 JOGO V: Time D 3 x 1 Time A
 JOGO VI: Time B 0 x 2 Time C

a) O total de gols marcados.
 18

b) A média de gols por jogo.

c) Monte a tabela de classificação dos times A, B, C e D.

	P	J	V	E	D
TIME A	11	3 ^v	2 ^v	0	1 ^v
TIME B	8	3 ^v	0 ^v	1 ^v	1 ^v
TIME C	8	2 ^x	1 ^x	1 ^x	2 ^x
TIME D	11	3 ^v	1 ^v	1 ^v	2 ^v

OK

Retor

Fonte: Arquivos do autor.

Não houve tempo de concluir toda a lista, apenas duas realizaram todas as questões. As demais alunas entregaram a lista como estava. Avisei que, caso elas viessem na segunda aula do projeto, eu forneceria tempo extra para a resolução destes primeiros exercícios.

Ao analisar os exercícios trazidos da realidade do aluno, noto que podemos transitar entre os diferentes ambientes de aprendizagem, no sentido de Skovsmose (2000), em sala de aula, caso haja mais tempo para trabalhar. Além disso, um ambiente de aprendizagem desenvolvido sob o paradigma do exercício pode se transformar em um ambiente de aprendizagem segundo os cenários para investigação, como é o caso do exercício 4: “E se o resultado do primeiro jogo fosse outro?”, “Qual time seria o primeiro colocado?”, “A média de gols diminuiria ou aumentaria?”... Todos esses debates em sala ajudam o aluno na maneira de pensar matematicamente e podem ser estudados em turmas com mais tempo de planejamento.

3.2.2. AULA II

O planejamento da segunda parte do projeto de ensino foi semelhante ao da primeira e da segunda oficinas, assim, intitulei essa aula de: “Conhecendo um pouco sobre o sistema de pontuação no futebol”. Não obstante, como eu dispus de três períodos para a aula e de quatro na oficina, esta parte do projeto foi mais compacta que a anterior. Assim, não trabalhei com a tabela do Brasileirão. Os conteúdos, objetivos e recursos didáticos utilizados foram os mesmos apresentados na intervenção didática na escola de ensino público.

Utilizei a metodologia inicial de apresentação e, após isso, comecei a trabalhar com a introdução dos termos matriciais aos alunos, tendo como base a tabela da Copa do Mundo de 2010. Após isso, expliquei como funciona o regulamento da Liga dos Campeões da Europa e distribuí a lista de exercícios que se encontra no apêndice B.

3.2.2.1. RELATO DA AULA II

Na segunda aula, cheguei à escola por volta das 8:40. Naquele dia, houve reunião de pais e professores em função da entrega das notas do primeiro bimestre. Quando fui pegar a chave, me disseram que não havia sala reservada para a aula e, como a maioria das salas estava sendo ocupada para a reunião, tive que utilizar uma sala de aula improvisada com a ajuda da coordenação da escola.

Eram 9:20 quando os alunos chegaram. Nessa data foram 5 alunas – todas mulheres (três da sétima série, uma da oitava série e uma da sexta série). Entretanto, a aluna F trouxe seu filho de 18 anos junto para a oficina. Brinquei dizendo: “*O que tu andou aprontando para sua mãe te trazer para ter aula de Matemática em pleno sábado de manhã?*” e como resposta obtive a seguinte: “*Conhecimento nunca é demais professor. Trouxe por que gostei da sua aula, além de que ele adora futebol*”. Fiquei bastante feliz com a resposta. Portanto, tive um total de 5 alunas e 1 aluno presentes na oficina deste sábado. Ainda me deparei com a situação de ter duas irmãs na sala, uma da sexta série e uma da sétima série. As alunas E, F e G, que haviam participado da Aula 1, se mostraram presentes novamente em sala.

Figura 52: Alunos presentes na segunda aula do projeto de pesquisa.



Fonte: Arquivos do autor.

Retomei a aula perguntando o que havia sido estudado na última oficina, já que três das seis presentes em aula compareceram na anterior. Após falarem do futebol, falei sobre a Copa do Mundo no Brasil, convidando, no sentido de Skovsmose (2000), os alunos a participarem desta segunda parte do projeto.

Quando terminamos de falar sobre a cidade, o futebol, a infraestrutura, os jogos da copa em Porto Alegre (benefícios e prejuízos), a política e outros assuntos que surgiram, expliquei o regulamento da Copa do Mundo – como funciona a fase classificatória (os jogos, a pontuação e quem passa de fase) e a fase eliminatória (quem joga contra quem e a seleção que avança até chegar a final). Dos 6 presentes, 2 revelaram que já sabiam como funcionava, mas que não lembravam como era feito o chaveamento da fase eliminatória.

As 9:40 copiei a tabela do Grupo A da fase de classificação da Copa do Mundo de 2010 no quadro. Perguntei se alguém sabia onde havia sido a Copa e a menina que disse que sabia sobre o sistema de pontuação respondeu que havia sido na África. Após esperar os alunos copiarem, introduzi alguns conceitos, como foi mostrado na aula 1 da oficina (seção 3.1.1).

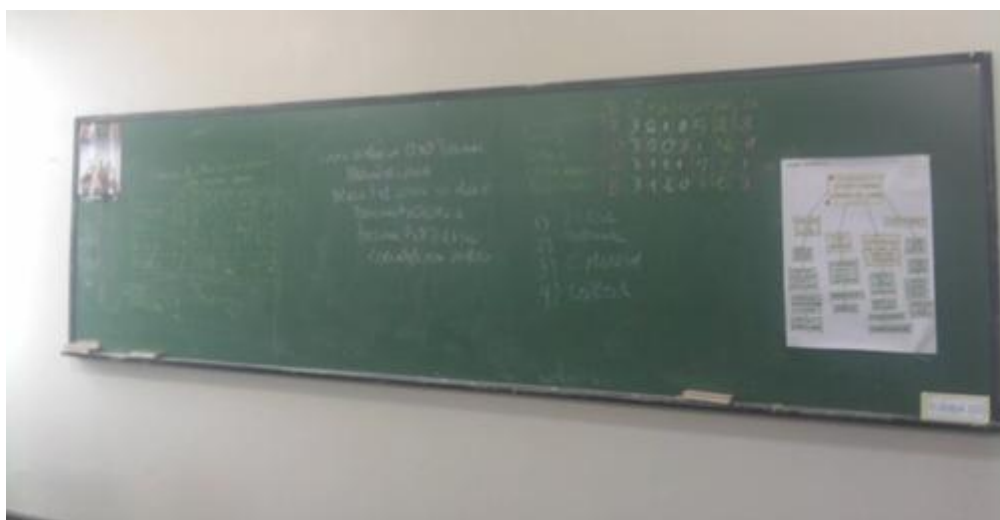
Ouvi o comentário das duas irmãs: *“Olha a França não se classificou esse ano”*. E também do menino falando para a aluna F: *“México de novo no grupo A, mãe”*.

Introduzi conceitos de linha e coluna sem dificuldades. Quando perguntei quantas linhas e quantas colunas havia na tabela, uma menina se adiantou e falou: *“4 linhas e 8 colunas”*. Todos concordaram.

Falei do termo como sendo T_{ij} , sendo i o número de linhas e j o de colunas. Tudo ficou claro quando dei um exemplo: “Qual o $T_{3 \times 4}$? É o 1, pois é o número de empates que a África do Sul teve”. “E o $T_{1 \times 7}$? É o zero, pois observamos que o Uruguai não sofreu gol nessa fase de classificação”, como ilustrou a figura 3.

Às 10 horas, montamos juntos a tabela de classificação do Grupo G da Copa do mundo de 2010 (o grupo do Brasil) a partir dos resultados dos jogos. A menina mais avançada pediu para eles tentarem fazer primeiro, mas optei por fazer junto com eles em função de 4 alunas aparentarem dificuldades nos exercícios. Assim, elas acompanharam a resolução comigo.

Figura 53: Lousa com as atividades planejadas.



Fonte: Arquivos do autor.

Notei que as duas irmãs falavam bastante entre elas e com frequência utilizavam o celular para redigir um texto. Não chamei a atenção delas, entretanto dava voz a elas ao perguntar algo diretamente, com o intuito de recuperarem o foco na oficina daquele sábado.

Quando terminei a atividade, já eram 10:15. Então distribuí a lista de exercícios proposta para aquele dia. Como foram seis alunos, os Grupos da *UEFA Champions League* de 2012/2013 ficaram entre o A e o F, sendo que cada aluno ficou com um grupo.

3.2.2.2. ANÁLISE DA AULA II

Como o número de alunos continuava reduzido (6 alunos), a aula transcorreu da mesma maneira que a anterior: com voz e vez para todos, questionamentos diretos aos alunos e apreciação maior das dúvidas dos presentes. Um fator fundamental para o bom andamento da aula foi a presença do filho da aluna F, que mostrou ter amplo domínio da linguagem do futebol, bem como compreensão das regras das competições. Outros fatores positivos foram: o interesse dos alunos em falar da Copa do Mundo de futebol, debates sociais sobre alguns assuntos que a copa poderia trazer para toda a população (muitos relacionados diretamente com a matemática), avanço cognitivo em relação à aula anterior e interesse no futebol por parte da maioria dos alunos presentes.

Não obstante, houve alguns empecilhos durante nesse encontro. As irmãs que estavam no projeto de ensino não se mostraram focadas na aula apresentada, agindo com desinteresse em grande parte do período, utilizavam o celular com frequência, começavam conversas paralelas e ao serem questionadas, não respondiam o solicitado. Assim, esse comportamento delas causou a impressão de que o convite para a aula não fora aceito por essas estudantes, que ficaram dispersas a maior parte do tempo. O fato de não haver sala de aula inicialmente acarretou em um atraso no início do projeto. As reuniões de pais e professores também deixou o ambiente escolar mais tumultuado naquela data. Procurei manter o planejamento e questioná-las sobre o conteúdo algumas vezes.

Quanto ao planejamento, fui beneficiado por já ter ministrado essa aula anteriormente. Contudo, desta vez foi para um número menor de estudantes. Por isso, pude olhar cada dúvida dos alunos de maneira individual, demonstrando uma observação e incentivo maior durante a resolução dos problemas (Onuchic e Allevato, 2011), e entender melhor as dificuldades dos mesmos em resolver as questões da lista de exercícios.

A questão trabalhada nessa aula foi a mesma da oficina realizada na Escola de Ensino Fundamental. Ela trazia dados dos grupos da fase de classificação da *UEFA Champions League* de 2012/2013. Como nesse dia havia seis alunos, distribuí as tabelas do Grupo A ao Grupo F para eles trabalharem individualmente. Abaixo segue o Grupo D da fase de classificação, como modelo das questões, extraído da lista 2 (apêndice B), aplicada na aula.

Figura 54: Questão 1 da lista 2 reproduzida em outra turma.

1) Analise o grupo D da Liga dos Campeões da Europa de 2012 e responda o que se pede:

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Borussia Dortmund		6	4	2	0	11		6
2 Real Madrid	11	6	3		1	15	9	6
3 Ajax	4	6	1	1			16	-8
4 Manchester City	3	6	0			7	11	

- Complete a tabela com os dados que faltam.
- De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?
- Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna?
- Qual o time ocupa a terceira linha?
- Qual o $T_{3 \times 7}$?
- Qual o $T_{1 \times 2}$?
- Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

6ª rodada	
Ter 04/12/2012 - 17h45 Westfalenstadion	
 BRD 1 × 0 MAC 	
Ter 04/12/2012 - 17h45 Santiago Bernabéu	
 MAD 4 × 1 AJA 	

Fonte: globoesporte.com. Acesso em: 2 de outubro de 2013.

Em relação ao item *a*, não houve muitas dificuldades. Apenas as irmãs não preencheram a tabela da maneira que eu esperava, creio que por falta de tempo ou talvez pela conversa excessiva durante as explicações e à negação do convite à aula.

O item *b* perguntava quantas linhas e quantas colunas tinham na tabela. Todos responderam a questão da maneira que eu esperava: 4 linhas e 8 colunas.

O item *c* pedia os dados obtidos ao olhar a sétima coluna (apenas uma das duas irmãs omitiu a resolução da questão). Fato curioso foi que ao analisar essas resoluções, os 5 alunos que responderam a questão com êxito escreveram Gols Contra (ou GC), ou seja, nenhum reproduziu os números dispostos naquela coluna, demonstrando um entendimento real do que estava sendo ilustrado na tabela, diferentemente do que foi visto na oficina anterior. Talvez se dado pelo fato de haver menos alunos em aula, podendo exemplificar e ajudar cada aluno diretamente com suas dúvidas.

O item *d* era para determinar o time que ocupava a terceira linha. Todos os alunos responderam da maneira correta.

Figura 55: Questão 1 da lista 2 resolvida pela aluna G.

1) Analise o grupo A da Liga dos Campeões da Europa de 2012 e responda o que se pede:

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Paris Saint-Germain	15	6	5	0	1	14	3	11
2 Porto	13	6	4	1	1	10	4	6
3 Dínamo de Kiev	5	6	1	2	3	6	10	-4
4 Dínamo Zagreb	1	6	0	1	5	1	14	-13

a) Complete a tabela com os dados que faltam.

b) De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?
4 LINHAS 8 COLUNAS

c) Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna?
GC

d) Qual o time ocupa a terceira linha?
Dínamo de Kiev

Fonte: globoesporte.com. Acesso em: 2 de outubro de 2013.

Figura 56: Questão 1 da lista 2 resolvida pela aluna E.

1) Analise o grupo D da Liga dos Campeões da Europa de 2012 e responda o que se pede:

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Borussia Dortmund	14	6	4	2	0	11	5	6
2 Real Madrid	11	6	3	2	1	15	9	6
3 Ajax	4	6	1	1	4	8	16	-8
4 Manchester City	3	6	0	3	3	7	11	-4

a) Complete a tabela com os dados que faltam.

b) De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?
É composta de 4 linhas e 8 colunas

c) Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna?
OS GOLS CONTRA

d) Qual o time ocupa a terceira linha?
Ajax

Fonte: globoesporte.com. Acesso em: 2 de outubro de 2013.

O item *e* e o item *f* pediam que eles identificassem determinados termos na tabela ($T_{3 \times 8}$ e $T_{1 \times 2}$), por exemplo. Não houve dificuldades, sendo que a resolução se desenvolveu de maneira correta por toda a turma, à exceção de uma das irmãs, responsável pelo grupo E da fase de classificação, que respondeu 1 (a resposta esperada era 6).

Figura 57: Confusão em relação ao número de termos no grupo E.

e) Qual o $T_{3 \times 8}$? 6

f) Qual o $T_{1 \times 2}$? 1



Fonte: Arquivos do autor.



O item que denotava maior atenção era o item g – montar a tabela de classificação na quinta rodada, sabendo os resultados da sexta. Apenas dois alunos montaram a tabela da maneira que eu esperava. As irmãs não tentaram resolver a questão. A aluna E diminuiu uma unidade de todos os termos da tabela da sexta rodada para determinar a quinta e a aluna F tentou fazer, porém alguns termos estavam apresentados de maneira equivocada.

Figura 58: Aluna E diminui uma unidade de cada termo presente na tabela do grupo D.


g) Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

< 6ª rodada >

Ter 04/12/2012 - 17h45 Westfalenstadion
 BRD 1 x 0 MAC 

Ter 04/12/2012 - 17h45 Santiago Bernabéu
 MAD 4 x 1 AJA 

	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
BRD	1	5	3	1	0	10	4	5
MAC	1	5	2	1	0	14	8	5
MAD	8	5	0	0	3	7	15	-7
AJA	2	5	0	2	2	6	10	-3







Fonte: globoesporte.com. Acesso em: 2 de outubro de 2013.

Figura 59: Tabela de classificação do grupo B com alguns dados equivocados.

g) Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

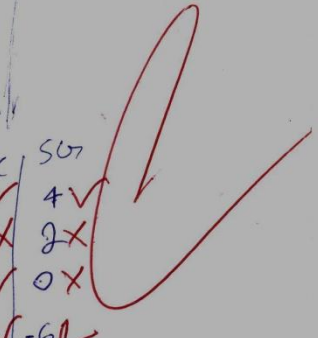
< 6ª rodada >

Ter 04/12/2012 - 17h45 La Mosson
 MNT 1 x 1 SCH 

Ter 04/12/2012 - 17h45 Georgios Karaiskakis
 OLY 2 x 1 ARS 

SCHALKE

	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
SCHALKE	0	1	1	1	1	2	0	5
ARSENAL	1	1	1	1	1	1	1	2
OLYMPIACOS	1	1	1	1	1	0	0	8
MONTPELLIER	1	1	1	1	1	1	0	5



Fonte: globoesporte.com. Acesso em: 2 de outubro de 2013.

Encerrei a aula às 11:30, quando a aluna G terminou de fazer toda a lista de exercícios.

Como a lista de exercícios realizada nesta data foi a mesma da seção 3.1.2, tive material para poder comparar as duas aulas. Os erros foram semelhantes: desatenção, omissão e interpretação (como vistos nas descrições anteriores). Com a turma reduzida o diálogo foi facilitado e, observando os paradigmas apresentados, transitamos pelos ambientes de aprendizagem de Skovsmose (2000): tipo 5 e tipo 6. Outro fator analisado foi o fato de ter um estudante que soubesse as regras do futebol e o sistema de pontuação. Como a metodologia de ensino foi a Resolução de Problemas (ONUChIC e ALLEVATO, 2011), o aluno não teve dificuldades em trabalhar com a matemática presente nas questões, facilitando o processo de Ensino-Aprendizagem ao utilizar essa sequência didática abordando essa temática.

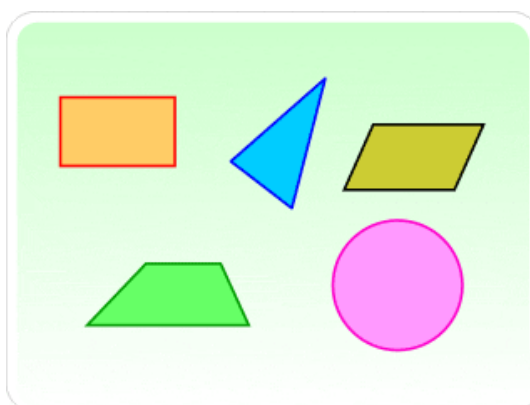
3.2.3. AULA III

Os principais objetivos dessa aula foram que os alunos: percebessem elementos matemáticos presentes no futebol, despertassem interesse para o assunto futebol, analisassem figuras geométricas presentes em um campo de futebol e utilizassem a trena como recurso para medir objetos. Para isso, o principal conteúdo trabalhado foi a geometria plana (focada na identificação de figuras geométricas e cálculo de área e perímetro). Como recursos, utilizei quadro negro, giz, régua, lápis, lista de exercícios e trenas. Nesta aula, transitei claramente entre os diversos tipos de Ambientes de Aprendizagem, no sentido de Skovsmose (2000), utilizando a metodologia de Resolução de Problemas, na perspectiva de Onuchic e Allevato (2004 e 2011).

Comecei perguntando quem frequentara as últimas duas aulas. Continuei com a temática do futebol após obter a resposta dos alunos que compareceram nas aulas do projeto de ensino anteriores.

O título desta última parte do projeto é: “A Geometria e o Futebol”; e a temática principal foi a Geometria plana presente em um campo no futebol. Perguntei aos alunos se eles sabiam o que é geometria, para que ela serve e se eles sabiam o que são figuras geométricas. Depois, desenhei no quadro figuras geométricas planas e reconhecemos juntos triângulo, quadrado, retângulo, círculo e trapézio, considerando assim o tipo 1 do Ambiente de Aprendizagem de Skovsmose (2000).

Figura 60: Figuras Geométricas.



Fonte: <http://www.webquestfacil.com.br/webquest.php?wq=1602>. Acesso em: 10 de junho de 2014.

Feito isso, coloquei a definição dos conceitos de perímetro e de área no quadro negro.

Perímetro: é a medida do comprimento de um contorno, ou o comprimento da linha que delimita uma figura plana. Pode ser expresso, por exemplo, em metros (m), decímetros (dm) ou quilômetros (km)...

Área: é a medida da quantidade de espaço de uma superfície delimitada. Pode ser medida, por exemplo, em m^2 , km^2 , dm^2 ...

Depois, pedi a um aluno para desenhar um campo de futebol no quadro. Juntos, o exploramos, exaltando suas figuras geométricas e definindo alguns conceitos. Aqui, trabalhamos com o tipo 4 de Ambientes de Aprendizagem de Skovsmose (2000), supondo um campo hipotético e investigando o mesmo.

Calculamos área e perímetro de um campo de futebol qualquer, voltando ao tipo 3 de Ambientes de Aprendizagem de Skovsmose (2000), semirrealidade, com base em exercícios:

Figura 61: Exercícios propostos.

<p>Perímetro</p> <p>O que é perímetro? Perímetro é a medida do comprimento de um contorno.</p> <p>Observe um campo de futebol, o perímetro dele é o seu contorno que está de vermelho.</p>  <p>Pra fazemos o cálculo do perímetro devemos somar todos os seus lados: $P = 100 + 70 + 100 + 70$ $P = 340 \text{ m}$</p>	<p>Área</p> <p>O que é Área? Área é a medida de uma superfície.</p> <p>A área do campo de futebol é a medida de sua superfície (gramado).</p> <p>Pra fazermos o cálculo da área devemos multiplicar sua base e a altura:</p> <p>$A = 70 \cdot 100$ $A = 7000 \text{ m}^2$</p>
---	--

Fonte: <http://pt.slideshare.net/cristinajn/area-e-perimetro-17765916>. Acesso em: 10 de junho de 2014.

Por fim, distribuí uma atividade (apêndice D) para os alunos realizarem. Além de exercícios, os alunos também desceriam à quadra do colégio para medir o campo, calcular sua área e seu perímetro e esboçá-lo, munidos de uma trena. Segundo Skovsmose (2000), notamos um processo investigativo com base na realidade matemática, se enquadrando no tipo 6 de Ambiente de Aprendizagem, como veremos nas análises da aula. Ainda há exercícios baseados nas semirrealidade, finalizando com o tipo 3 de Ambientes de Aprendizagem de Skovsmose (2000).

3.2.3.1. RELATO DA AULA III

A terceira aula foi realizada em um sábado chuvoso. Além desse empecilho, a escola estava realizando a Festa Junina do Colégio. Mesmo assim, entrei na sala às 8:50 e fiquei esperando enquanto os alunos chegavam. Comecei a aula por volta de 9:20, quando a quarta aluna chegou na sala.

Nessa data havia 5 estudantes, quatro alunas e um aluno. Três das alunas presentes compareceram em todas as minhas aulas (alunas E, F e G). A outra veio na primeira, apenas (aluna H). O rapaz era da oitava série (aluno I) e compareceu na oficina na referida data pela primeira vez – além de uma série mais avançada, já tinha conhecimentos de Geometria, não tendo dificuldade nenhuma na realização das tarefas propostas.

Antes da aula, conversamos bastante sobre a Copa do Mundo e os jogos em Porto Alegre. Quando disse que iria a dois jogos, uma aluna E disse: *“Rico!”* Respondi: *“Paguei 30 reais em cada ingresso, totalizando 60 reais. O setor mais barato custa 60 reais e obtive desconto de 50% por ser estudante.”*. Logo ela disse: *“Ai, sor. Se eu soubesse disso iria em todos os jogos”*. Falamos sobre os benefícios e prejuízos da copa (novamente) e expliquei detalhadamente como era o chaveamento da Copa do Mundo de 2014 e os possíveis adversários do Brasil.

Quando passava das 9:35 comecei a aula. Perguntei se sabiam o que era Geometria e a definição de figuras geométricas. Obtive a seguinte resposta do aluno da oitava: *“Círculo, quadrado, retângulo, trapézio...”*. A aluna F me falou: *“Quando fui comprar minha casa vi que a área dela era de 68 alguma coisa, acho que tem algo com Geometria”*. Disse a ela: *“Hoje tu vais aprender da onde surgiu esse número”*.

Pra que serve a Geometria? – perguntei, convidando os alunos a aceitarem a aula proposta. A aluna F me disse: *“Acho que pra muita coisa, desde saber a área de algo, até calcular algumas partes de uma figura. Acho muito importante sabermos e estudarmos a Geometria”*.

Então comecei o estudo de algumas figuras geométricas. Desenhei no quadro: um círculo, um quadrado, um retângulo, um triângulo e um trapézio, nessa ordem. Após nomeei cada figura e apresentei aos alunos algumas propriedades das mesmas, para eles conseguirem uma melhor identificação. Como o aluno I respondia todas, pedi pra ele esperar um pouco para deixar seus colegas pensarem também. Perguntei o quais eram as figuras que tinham na sala.

“O que é a mesa de vocês?”, *“Um retângulo”*, me responderam.

“E aquela mesa maior no fundo?”, *“um círculo”*.

“E os armários ao fundo?”, *“Retângulos”*.

“E o chão da sala?”, *“É um quadrado”*. Logo falei: *“Na verdade a gente não tem como precisar se o chão é um quadrado ou retângulo, pois não sabemos se todos os lados tem o mesmo comprimento. Só saberíamos desse dado pegando uma trena e medindo cada lado da sala de aula”*.

A aluna F me perguntou: *“E o icosatruncado?”*, fazendo referência à bola de futebol vista no vídeo da primeira aula. Respondi: *“Bem lembrado, mas essa figura faz parte da Geometria Espacial, que é a Geometria nas 3 dimensões e aqui estamos estudando figuras planas, ou seja, que podem ser representada em um plano, como o quadro”*. Fiz analogia com os filmes em terceira dimensão. Depois desenhei mais duas figuras no quadro: o pentágono e o hexágono, que são presentes na bola de futebol.

Eram 10h quando escrevi a definição de Perímetro e de Área no quadro (p. 74). Nisso, a aluna G, que chegou atrasada, se sentara e começara a copiar.

Expliquei como o perímetro é calculado e como é calculada a área de um quadrado e de um retângulo, me apoiando no vídeo do professor Bigode e da professora Zampol (2012). Nele, Bigode estimou a capacidade do estádio do Pacaembu, através de figuras geométricas na arquibancada, para explicar o porquê de multiplicar a base pela altura.

Após, falei: “*Como a nossa colega falou em terreno de uma casa, vamos calcular a área de dado terreno*”. Desenhei a planta baixa de uma casa com sala, cozinha, banheiro e dois dormitórios. Calculamos juntos a área da casa e a área do pátio. Essa parte da aula foi executada de uma maneira bem interessante, uma vez que ela tinha os dados reais da casa em uma pasta e, vi que todos os presentes focaram na explicação, transitando para o tipo 6 de ambiente de aprendizagem de Skovsmose (2000). Após os cálculos, vimos que a área da casa da aluna F era de 67,2 m².

Depois, utilizei o campo de futebol. Pedi para o aluno I desenhar o campo, que prontamente foi ao quadro, e supus que o comprimento fosse de 100 metros e a largura de 70 metros. Os alunos calcularam a área e o perímetro do campo e depois corrigimos juntos a atividade no quadro.

Como o reprotógrafo estava fechado, passei os exercícios propostos da lista na lousa.

Eram 10:45 quando me deparei com a seguinte situação: uma moça da coordenação entrou na sala com sanduíches e sucos – 6 sanduíches enrolados em plástico e 6 sucos em caixinhas. Ela disse que ficou imensamente feliz por eu planejar as atividades com tanto empenho e que os alunos que vieram naquele sábado chuvoso mereciam um lanche. Fiz uma pausa de 15 minutos para comermos e conversarmos um pouco antes de começar a atividade. Ouvíamos as músicas da Festa Junina, nada que pudesse atrapalhar a aula ou tirar a concentração dos alunos. Esse momento fez eu me sentir bem acolhido na escola e fez valer a pena estar inserido naquele ambiente naquele horário.

Como eu tinha apenas duas trenas, sugeri que eles formassem uma dupla e um trio. Então, descemos ao pátio para responder às questões 1 e 2.

Figura 62: Trenas.

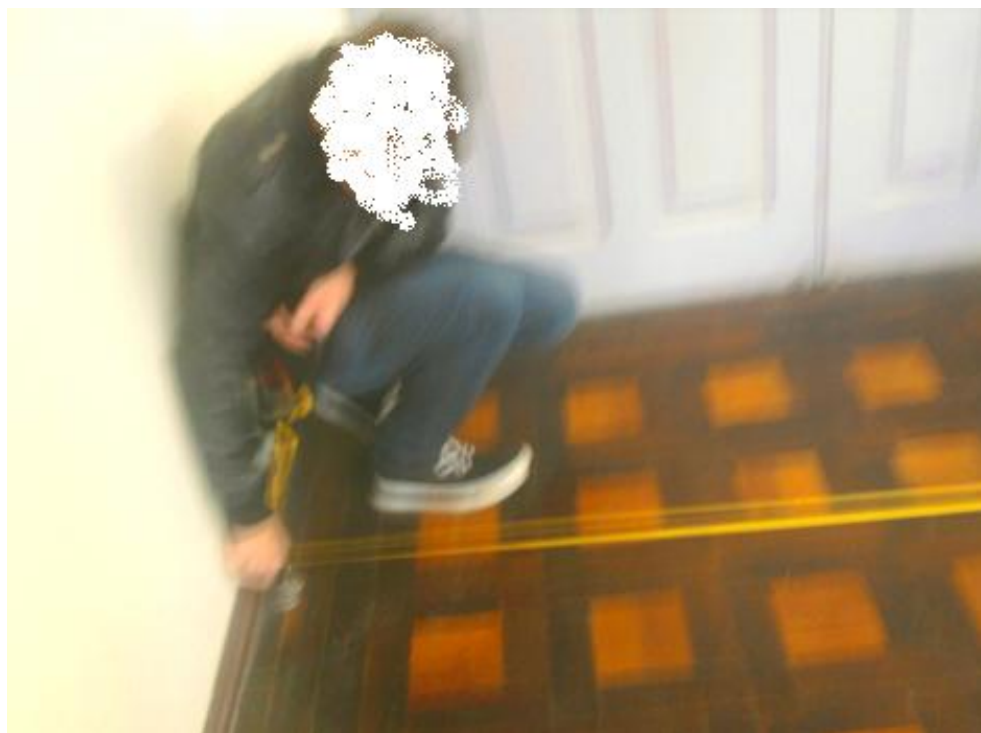


Fonte: Arquivos do autor.

Os campos externos estavam molhados e o ginásio estava sendo utilizado para a festa Junina, impossibilitando assim que a medição dos campos de futebol da escola pudesse ser realizada. Então mudei as atividades 1, 2 e 3. Ao invés de “Campo de Futebol”, trocamos para “o chão da sala de aula”. Voltamos para aula às 11:15 para fazer as medições na sala de aula.

No comprimento, um grupo mediu 7,53m e o outro 7,55m. Na largura, o trio mediu 7,8m e a dupla 7m. Falei que a diferença era grande e pedi que a dupla medisse novamente. O rapaz havia olhado errado, a marcação era de 7m, porém indicava 80 centímetros, totalizando 7,8m, contudo o aluno I ignorou os centímetros (só olhando os metros). Esse fato pode ser atribuído à ausência de contato ou prática com aquele aparelho de medição. A presença do professor foi fundamental para a correção do exercício, como ressalta Onuchic e Allevato (2004).

Figura 63: Aluno I refazendo as medições



Fonte: Arquivos do autor.

Quando o relógio apontou 11:50 os alunos foram embora, encerrando assim minha aula. Na saída dei 3 chocolates para cada um dos estudantes presentes naquele dia e disse que fiquei muito feliz com quem compareceu no projeto de Ensino. Disse que assim que corrigisse todas as tarefas iria entregá-las ao professor B para ele devolver em sala de aula.

Eles me agradeceram pelas aulas e a aluna E me perguntou se eu voltaria algum dia. Disse que adorou as aulas e que esperava que eu pudesse dar de novo aulas para ela em outra oportunidade. Falei que meu próximo estágio seria de Ensino Médio, entretanto, que o mundo dá muitas voltas e não podemos prever o futuro. “*Quem sabe?*”, terminei. Por fim, disse que também havia adorado a turma e que sabia de todas as dificuldades enfrentadas por aqueles alunos para estarem presente em horários extracurriculares, seja por conciliar com trabalho, por dinheiro para passagens, ou até mesmo pelo tempo despendido para resolver outras atividades, remuneradas ou não.

3.2.3.2. ANÁLISE DA AULA III

Como última aula do projeto de ensino durante a disciplina de Estágio II naquele ambiente escolar, creio que as experiências obtidas foram bastante satisfatórias. Foi muito gratificante poder ministrar todo o projeto para as alunas E, F e G e observar que elas ficaram empolgadas com as aulas e com as possibilidades de acrescentar matemática em diversos temas do nosso cotidiano. Eu me senti acolhido pela direção pedagógica da escola, que sempre esteve presente em todas as situações em que me deparei durante aquele período letivo, inclusive estando nesta última parte do projeto apresentado, como citado na seção anterior. Onuchic e Allevato (2011) ressaltam a importância de o professor trabalhar utilizando a resolução de problemas, já que professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional e sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.

Não obstante, tive dificuldade em função do mau tempo nas datas escolhidas e me deparei com um baixo número de alunos que frequentaram o projeto de ensino, seja por dificuldades financeiras, motivação ou trabalho. Mesmo assim, a maioria dos presentes se mostrou interessada e motivada durante toda a aula, tornando o ambiente de ensino mais prazeroso.

Analisando a aula dada, pude perceber alguns aspectos. O primeiro é que existe uma importância fundamental do professor contar com um plano B, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006). Devido às atividades na escola e ao tempo chuvoso, não pude fazer a atividade de medição do campo de futebol, conforme o planejado. Assim, eu tive que realizar a prática em sala de aula medindo o chão e as dimensões da mesma. Vi que o objetivo foi atingido, pois os dados obtidos pelos diferentes grupos divergiram e, então, a dupla mediu novamente para achar a resposta esperada. O segundo ponto percebido se refere à importância do intervalo durante a aula. Após o lanche fornecido pela instituição, os alunos voltaram mais motivados para terminar as tarefas.

Em relação à lista de exercícios, notei alguns equívocos nas respostas apresentadas. Os alunos dividiram a resolução da parte prática, relativo ao tipo 6 de Skovsmose (2000) – medição com as trenas – em uma dupla e um trio, entretanto as respostas dos exercícios se deram de maneira individual. As questões 1, 2 e 3 diziam respeito ao campo de futebol e suas

dimensões, entretanto, como citado anteriormente, eu mudei o exercício, para atividades em sala de aula.

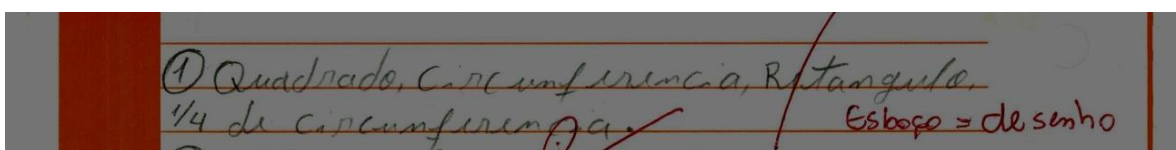
Figura 64: Questões 1, 2 e 3 da lista 4.

- 1) Esboce a sala de aula da sua escola e diga quais são as figuras geométricas presentes na mesma.
- 2) Com o uso da trena, identifique as medidas dos contornos da sua sala de aula.
- 3) Calcule a área e o perímetro da sala de aula em questão.

Fonte: Arquivos do autor.

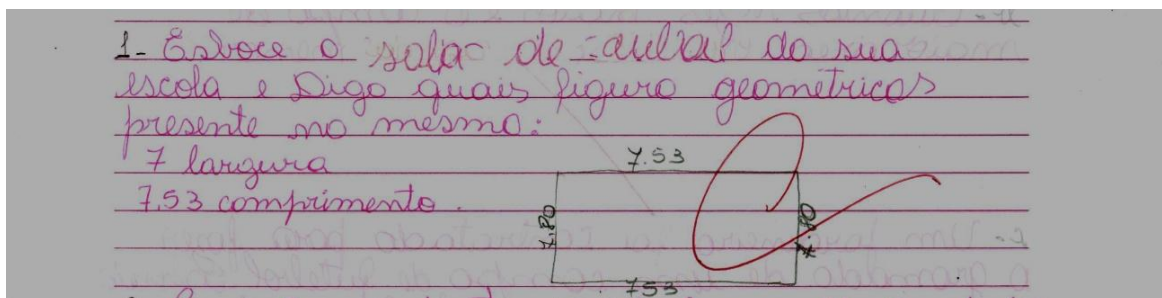
O aluno I respondeu: “Quadrado, circunferência, retângulos, $\frac{1}{4}$ de circunferência”, fazendo alusão às figuras Geométricas presentes no campo de futebol, não respondendo da maneira esperada, já que eu havia mudado a questão. Além disso, não esboçou a sala de aula, como solicitava o exercício, fato que pode ter acontecido por uma leitura da questão de maneira rápida ou por falta de atenção quando mudei o exercício. Os outros alunos conseguiram fazer a questão 1 da maneira que eu previ.

Figura 65: Aluna E e aluno I respondem a questão 1 da lista 4.



Fonte: Arquivos do autor.

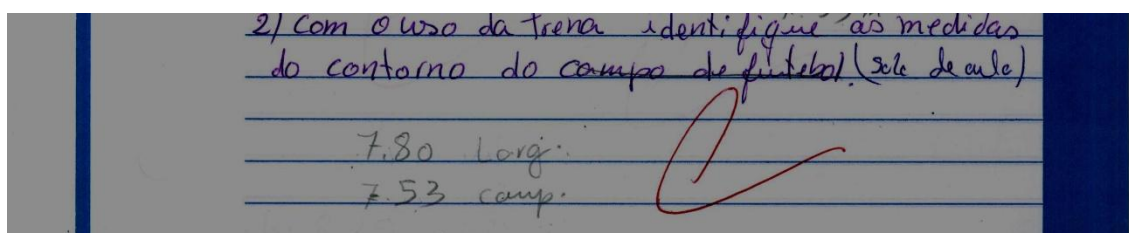
Figura 66: Aluna G responde a questão 1 da lista 4.



Fonte: Arquivos do autor.

Na questão 2 era para indicar as dimensões da sala. Ninguém se equivocou, uma vez que todos realizaram as medições juntos. Contudo, pude notar que a unidade de medida não se mostrou presente nos exercícios. O aluno I foi o único que colocou unidade de medida no exercício, fato justificado pelo aluno ser da oitava série e já ter tido contato com a Geometria, previamente. Como alguns alunos da turma não estudaram Geometria no ambiente escolar, eu considerei as respostas apresentadas satisfatórias, entretanto, os avisei sobre a importância em definir uma unidade de medida.

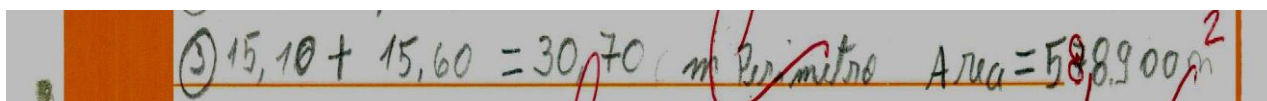
Figura 67: Aluna F responde a questão 2 da lista 4.



Fonte: Arquivos do autor.

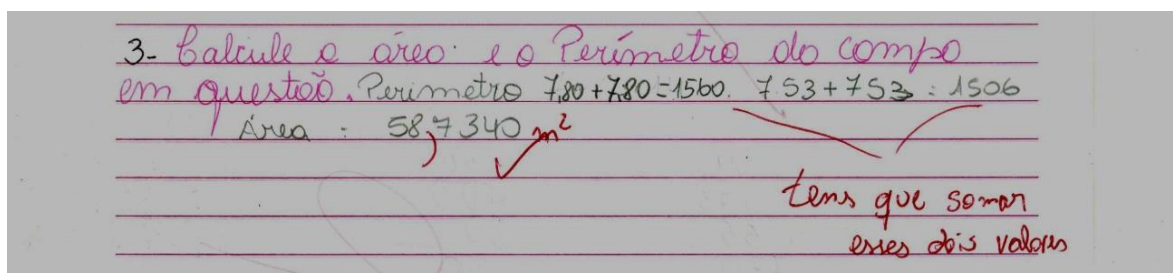
A terceira questão pedia para calcular a área e o perímetro da sala. A aluna E e o aluno I responderam da maneira que eu imaginava para o perímetro, porém o aluno I se equivocou no local da vírgula na área e não indicou a unidade (m^2). As outras alunas responderam o valor da área como eu esperava, contudo não indicaram a unidade (m^2). A aluna G e a aluna H, ao responderem o valor do perímetro, não somaram as medidas da largura com as medidas do comprimento, as deixando indicado, como ilustrado na figura 69. Nas correções, indiquei aos alunos onde estava a divergência.

Figura 68: Aluno I comete um equívoco no cálculo da área.



Fonte: Arquivos do autor.

Figura 69: Aluna G se esquece de somar as medidas somadas do comprimento e da largura.



Fonte: Arquivos do autor.

Já as questões 4 e 5 tratavam das medidas oficiais de um campo de futebol oficial. Elas traziam informações sobre as dimensões máximas e mínimas de um campo e faziam questionamentos sobre os dados fornecidos. Todos os alunos responderam de maneira individual.

Figura 70: Questões 4 e 5 da lista 4.

- 4) Responda o que se pede:
- a) Sabendo que as medidas oficiais de um campo de futebol são: de 100m a 110m, o comprimento, e de 64m a 75m de largura, determine a área máxima e mínima de um campo oficial.
- b) Quantas vezes maior é o campo de maior área em relação ao de menor área?
- 5) Um jardineiro foi contratado pra fazer o gramado de um campo de futebol. Sabendo que a grama é cortada em trechos verticais de 5m de comprimento, determine quantos trechos de grama haverá no menor campo. E no maior?

Fonte: Arquivos do autor.

Como já era mais de 11:40, eu sugeri que quem quisesse entregar a tarefa poderia fazê-lo. As alunas E e F e o aluno I responderam os itens *a* e *b* da questão 4 com êxito. Quanto às alunas G e H, as respostas foram divergentes: a primeira conseguiu calcular a menor área do campo de futebol de maneira esperada, entretanto não calculou a do maior. A segunda respondeu de maneira esperada o item *a*, entretanto não conseguiu respostas compatíveis com as minhas no outro item.

Figura 71: Questão 4 da lista 4 respondida pela aluna F.

Handwritten work for question 4a:

a) 100 110
 x 64 x 75
 6400 8250

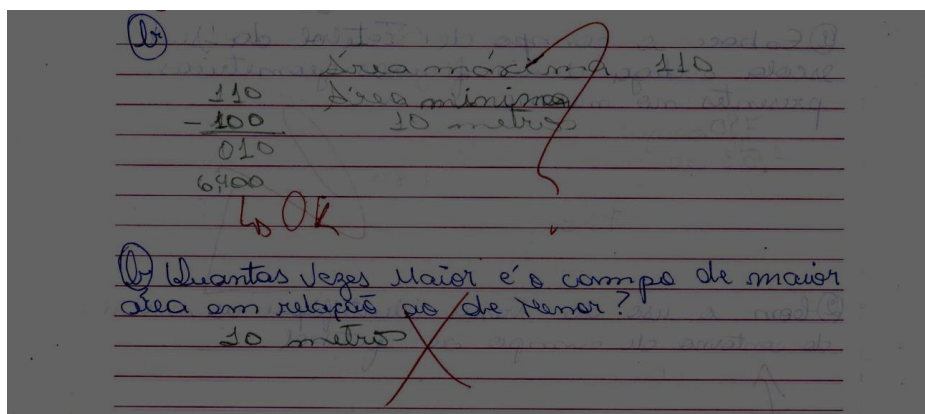
R. 1

$\frac{8250}{6400} = 1,28125$

$\frac{8250}{5} = 1650$

Fonte: Arquivos do autor.

Figura 72: Aluna H responde a questão 4 da lista 4.

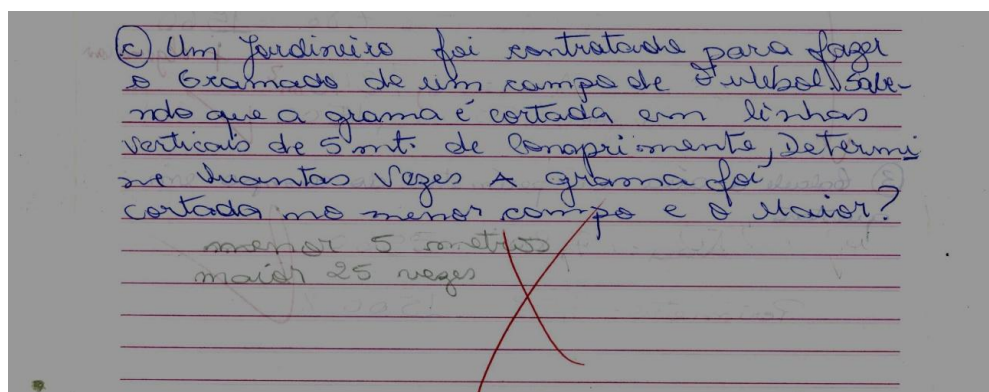


Fonte: Arquivos do autor.

Notamos que a resposta da aluna H, para estabelecer uma relação de tamanho entre os dois campos, é a subtração de 110 por 100 (que são as medidas do comprimento mínimo e máximo que um campo pode ter), resultando no valor 10. Ela não utilizou as áreas para responder quantas vezes o campo maior é em relação ao menor. Entretanto, a aluna calculou a área do campo menor de maneira adequada, mas sem acrescentar as unidades de medida. A estratégia utilizada passou por conceitos formulados anteriormente.

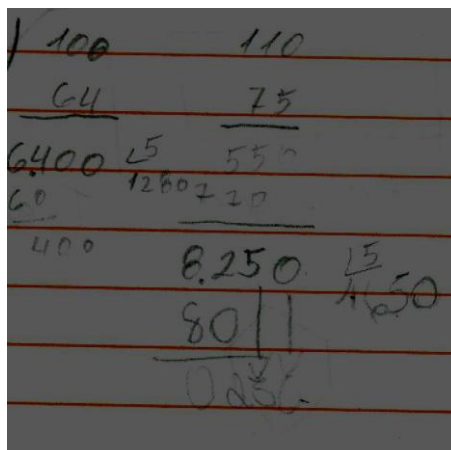
A questão 5 só foi respondida pelos alunos H e I. A aluna H apresentou uma resposta próximo do esperado: disse que no menor era 5 metros e no maior 25 vezes – acredito que ela tenha se confundido ao responder 25 vezes cortando de 5 em 5 metros no maior campo (a resposta esperada era 22 vezes). Já o aluno I dividiu as áreas dos campos por 5 (a maior área e a menor) para determinar quantas vezes os gramados foram cortados, obtendo as respostas 1280 e 1650. Essa resposta seria esperada caso as gramas fossem cortadas em quadrados de área 5 m^2 , não em linhas verticais de comprimento 5 m.

Figura 73: Questão 5 respondida pela aluna H.



Fonte: Arquivos do autor.

Figura 74: Aluno I responde a questão 4.



Fonte: Arquivos do autor.

Observando as sequências didáticas trabalhadas com as turmas de Ensino Fundamental, podemos perceber que todo o processo de Ensino-Aprendizagem se mostrou facilitado ao abordar exercícios trazidos da realidade do aluno. Segundo Skovsmose (2000), ao trabalhar concomitantemente com os paradigmas dos exercícios e com os cenários para investigação com os alunos, foi de importância fundamental transitar entre os diferentes Ambientes de Aprendizagem, engajando os alunos em desenvolverem os seus processos de aprendizagem.

Com a Resolução de Problemas, podemos analisar individualmente os erros dos alunos e deduzir o porquê de uma resposta apresentada se evidenciar da maneira que eu esperava ou não. Além disso, pude dar sentido à matemática formalizada nos livros didáticos ao trazer exercícios oriundos do cotidiano dos estudantes. Onuchic e Allevato (2011) ainda analisam que esta metodologia de ensino desenvolve o poder matemático nos alunos, ou seja, estimula a capacidade de pensar matematicamente, utilizando diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos, aumentando a confiança e autoestima dos estudantes. Assim, trabalhando com essa metodologia, podemos concluir que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a matemática vista em sala de aula faz sentido.

Em suma, notamos que com um planejamento adequado, estudo e empenho podemos trazer metodologias mais interessantes do que o “método tradicional” de ensino em Educação Matemática. Ao abordar temas oriundos da realidade, podemos tornar o ambiente em que o aluno está inserido mais prazeroso e dar sentido aos conteúdos matemáticos presentes nos currículos escolares. Relacionar a matemática escolar ao cotidiano do estudante nos motiva a

realizar determinada tarefa de uma maneira convicta e também responde a pergunta que permeia as cabeças dos alunos: “Pra que serve a matemática?”.

4. UMA EXPERIÊNCIA NO ENSINO SUPERIOR UTILIZANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesta seção, discorrerei um pouco sobre como foi o planejamento para a construção de um artigo que envolve a matemática e o futebol, elaborado por um grupo de alunos, no qual eu estava inserido, durante a disciplina de Combinatória I. A disciplina é ministrada para estudantes do quarto semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Nesta disciplina, em geral trabalha-se fortemente com a resolução de problemas, como propulsora da formulação, validação e institucionalização dos saberes (PAES, 2005).

Esta experiência se deu no segundo semestre de 2012. Nessa disciplina, durante um mês, entre novembro e dezembro, os estudantes, divididos em grupos, foram convidados a escolher um tema de seu interesse, formular perguntas sobre o assunto e investigar a Matemática necessária para respondê-las, o que se enquadra no Caso 3 de Modelagem Matemática de acordo com Barbosa (2001).

Com muita discussão optamos pelo tema “esporte”. Deveríamos fazer perguntas, cujas respostas não conhecêssemos, sendo que a única restrição é que os questionamentos deveriam ter algo em comum com a Análise Combinatória, conteúdo trabalhado na disciplina. As perguntas estão no apêndice E.

Em Sant’Ana (2009) destacamos a urgência da abordagem da Modelagem Matemática nos cursos de Licenciatura diante da necessidade de preparar professores para atuarem nesse tipo de ambiente de aprendizagem. Também observamos que a abordagem da Modelagem Matemática nesses cursos deve ser diferenciada, uma vez que os estudantes se veem em dois papéis, como “alunos” e como “futuros professores”. Aqui tratamos de uma experiência em uma disciplina específica de Matemática, na qual os estudantes se colocaram como sujeitos no processo, no papel de “alunos”, mas com uma reflexão diferenciada acerca de sua atuação, fruto de sua vivência como “futuros professores”.

4.1. CARACTERIZAÇÃO DA TURMA

A turma do semestre era pequena, composta por 12 alunos, que formaram três grupos. Os temas escolhidos foram: “*fast-food*”, no qual os estudantes investigaram quantas são as possibilidades de montarem seus lanches em uma rede de lanchonetes conhecida e por eles frequentada, procurando analisar se as informações contidas nas divulgações da rede eram verdadeiras; “organização de festa”, no qual o grupo procurou prever as possibilidades de alimentação em diferentes tipos de festa e “Copa do Mundo”, trabalho que aqui relatamos.

Tratamos de um grupo formado por quatro alunos, três do sexo masculino e um do sexo feminino. O tema de interesse comum era o futebol e utilizava os princípios da Análise Combinatória com o sistema de seletivas nos continentes, buscando descobrir de quantas formas diferentes as seleções poderiam se classificar para a Copa do Mundo de 2014.

Assim como meus colegas de grupo, esse foi o meu primeiro contato com Modelagem Matemática ao participar deste ambiente na referida disciplina. A partir desta primeira experiência foi elaborado um relato e, posteriormente, um artigo (presente nas referências deste trabalho) publicado e apresentado na VIII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática.

4.2. A ESCOLHA DA PERGUNTA NORTEADORA

Existem diversos temas que podem nortear o ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática. Observamos que escolher um tema de interesse é fundamental não só para o aceite ao convite, mas também para a persistência durante o desenvolvimento do ambiente. Neste sentido, a Copa do Mundo tem grandes vantagens, pois é um evento que volta as atenções de todo o planeta para si. Paixão em muitos países, o futebol detém a atenção da mídia e dos torcedores. Muitos desses torcedores não sabem, mas a chance de seu país se classificar para a Copa do Mundo nem sempre é empolgante. Por outro lado, analisando sob o olhar da Análise Combinatória, podemos observar as diferentes possibilidades de classificação dos países para a Copa do Mundo e, praticamente, ter como garantida a presença de algumas seleções, bem como a ausência de outras neste evento.

O papel das perguntas na Modelagem Matemática é discutido em Sant’Ana e Sant’Ana (2011), em um experimento no qual foi possível detectar a dificuldade dos estudantes ao realizarem uma atividade com a elaboração de perguntas neste ambiente. Percebemos que

muitas das perguntas formuladas tinham respostas previamente conhecidas. Este pode ser um indício de insegurança ou desejo de permanecer na “zona de conforto” (PENTEADO e BORBA, 2000), advindo de poucas, ou nenhuma, experiências anteriores de exercício da autonomia.

Iniciado o desenvolvimento do ambiente de aprendizagem, o professor acompanha o processo, observando e procurando mediar de modo a ponderar sua influência sobre o grupo, para não determinar demais os rumos da modelagem, mas também não deixar os estudantes “perdidos”. Neste processo, o compartilhamento de papéis na simplificação e “tradução” da situação não matemática para a Matemática é crucial. Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) destacam a simplificação como um processo importante. Muitas vezes, ao pensar na pergunta, o estudante não percebe a complexidade dos dados a serem coletados ou dos conteúdos matemáticos envolvidos. É importante que o professor trate tais situações de modo a induzir a simplificação sem desanimá-lo em relação ao questionamento.

Os dados também podem ser um obstáculo a ser vencido pelo estudante, seja pela complexidade intrínseca do tema abordado, pela diversidade de fontes ou mesmo pela falta de fontes fidedignas. Por isso, foi importante uma busca em *sites* vinculados ao futebol e até mesmo em livros e *sites* oficiais da FIFA.

Então, após 21 perguntas formuladas (apêndice E), alteramos o tema para “Futebol” e a dificuldade foi escolher uma pergunta norteadora. Como estávamos próximos à Copa do Mundo de 2014 e com as Eliminatórias da copa acontecendo, o grupo escolheu a seguinte pergunta norteadora: *de quantas formas as seleções de diferentes países poderiam se classificar para a Copa do Mundo de 2014?*

4.3. DE QUANTAS FORMAS AS SELEÇÕES DE DIFERENTES PAÍSES PODERIAM SE CLASSIFICAR PARA A COPA DO MUNDO DE 2014?

Em princípio, a pergunta nos remete a uma resposta simples: uma combinação, na qual dentre todas as nações possíveis (210 seleções registradas pela FIFA – entidade máxima do futebol), escolhemos o número de times suficiente para ocupar todas as vagas disponíveis (32 vagas). Pois bem, por um simples motivo, essa conta torna-se muito mais engenhosa: cada continente tem um processo seletivo diferente, além de dispor de um número de classificados diferentes, podendo até ser zero, como no caso da Oceania.

Utilizando princípios da Análise Combinatória e o sistema de seletivas nos continentes, buscaremos descobrir de quantas possibilidades diferentes as seleções podem se classificar para a Copa do Mundo de 2014. Para tornar o cálculo viável, tomamos as seguintes idealizações:

- Cada seleção, do mundo inteiro, tem exatamente a mesma chance de classificação para a competição, ou seja, desconsideraremos aqui aspectos históricos que praticamente anulam a possibilidade de alguns países se classificarem, seja por falta de popularidade no esporte ou falta de experiência;
- Os regulamentos de classificação de cada continente serão seguidos exatamente como estão descritos atualmente.
- Desconsideraremos as etapas que já ocorreram.

Observamos que a formulação dessas hipóteses não é fruto de desconhecimento acerca de suas limitações, mas de uma intenção condizente com a perspectiva educacional que, de acordo com Kaiser e Siriraman (2006), tem a intenção de conciliar as situações abordadas por meio da Modelagem Matemática com o desenvolvimento da teoria. Nesta perspectiva a representação das situações por meio da Matemática tem papel importante, bem como os conteúdos necessários para este processo.

Para chegar a essa resposta, o grupo optou por realizar dez estudos. Dentre eles, estão as análises: do regulamento presente em cada confederação, das repescagens (jogos eliminatórios que dão a possibilidade de uma seleção eliminada voltar a disputar a competição), do país sede (país onde será disputada a competição) e do princípio

multiplicativo utilizado para resolver o problema. A seguir, será descrito cada um dos processos estudados.

Primeira Análise: De quantas formas diferentes os times da América do Sul poderiam se classificar para a Copa Do Mundo de 2014?

A tabela 1 apresenta as nove seleções dos países da América do Sul, que representam a *CONMEBOL* (*Confederación Sudamericana de Fútbol*), que disputariam quatro vagas para a Copa do Mundo de 2014 em fase única, além de uma vaga para a repescagem. Essas nove seleções disputariam um campeonato de ida e volta com pontos corridos. Destas, as quatro primeiras colocadas se classificariam para a Copa do Mundo de 2014 e a quinta colocada participaria de uma repescagem com uma seleção asiática.

Tabela 1 – Seleções que compõem a *Conmebol* (*Confederación Sudamericana de Fútbol*)

	Seleções Conmebol
1	Argentina
2	Bolívia
3	Chile
4	Colômbia
5	Equador
6	Paraguai
7	Peru
8	Uruguai
9	Venezuela

Fonte: <http://globoesporte.globo.com/futebol/copa-do-mundo/index.html>. Acesso em 27 de novembro de 2012

Com base no sistema de eliminatórias e, por enquanto, não considerando o quinto colocado (repescagem), temos uma simples combinação dentre os 9 países, isto é C_9^4 maneiras de compor as seleções classificadas nessa seletiva.

Observamos que este é um grupo muito concorrido, com várias seleções competitivas, que têm tradição no futebol. Certamente seleções não classificadas dentre as deste grupo teriam maior potencial de sucesso na Copa do Mundo que outras classificadas de grupos mais “fáceis”.

Segunda Análise: De quantas formas diferentes os diferentes times da África poderiam se classificar para a Copa do Mundo de 2014?

Na África, tem-se um total de 52 seleções para 5 vagas. As seletivas da *CAF*, *Confederation of African Football*, ocorrem em três fases.

Na primeira fase, disputada entre 11 e 15 de novembro de 2011, os 24 times africanos piores colocados no ranking da FIFA em julho de 2011 disputaram 12 jogos em sistema “mata-mata”, com ida e volta, isto é, dois times disputaram duas partidas por uma vaga. Na tabela 2 apresentamos as 12 disputas desta fase.

Tabela 2 – Fase 1 das eliminatórias da *CAF* (*Confederation of African Football*)

Fase 1: Confronto direto			
1	Ilhas Seicheles	X	Quênia
2	Guine Bissau	X	Togo
3	Djbuti	X	Namíbia
4	Ilhas Maurício	X	Liberia
5	Comores	X	Moçambique
6	Guine Equatorial	X	Madagascar
7	Somália	X	Etiópia
8	Lesoto	X	Burundi
9	Eritreia	X	Ruanda
10	Suazilândia	X	R. D. Congo
11	São Tomé e Príncipe	X	Congo
12	Chade	X	Tanzânia

Fonte: <http://globoesporte.globo.com/futebol/copa-do-mundo/index.html> Acesso em 27 de novembro de 2012.

Na segunda fase, disputada entre 1º de junho de 2012 e 10 de setembro de 2013, as doze seleções vencedoras da primeira fase e as demais vinte e oito seleções formam 10 grupos e os primeiros colocados de cada grupo passam para a terceira fase. Na tabela 3 apresentamos os dez grupos.

Tabela 3 – Fase 2 das Eliminatórias da CAF (*Confederation of African Football*)

Fase 2: Grupos	
Grupo A	África do Sul
	Botsuana
	República CentroAfricana
	Etiópia
Grupo B	Tunísia
	Cabo Verde
	Serra Leoa
	Guine Equatorial
Grupo C	Costa do Marfim
	Marrocos
	Gâmbia
	Tanzânia
Grupo D	Gana
	Zâmbia
	Sudão
	Lesoto
Grupo E	Burquina Faso
	Gabão
	Níger
	Congo
Grupo F	Nigéria
	Malawi
	Quênia
	Namíbia
Grupo G	Egito
	Guiné
	Zimbábue
	Moçambique
Grupo H	Argélia
	Mali
	Benin
	Ruanda
Grupo I	Camarões
	Líbia
	Togo
	R. D. Congo
Grupo J	Senegal
	Angola
	Uganda
	Libéria

<http://globoesporte.globo.com/futebol/copa-do-mundo/index.html> Acesso em 27 de novembro de 2012.

Baseados no sistema de eliminatórias a partir da segunda fase, ou seja, supondo que as seleções já estavam organizadas em dez grupos de quatro seleções cada, temos uma combinação na qual dentre quatro times, um é escolhido em cada um dos dez grupos. Estes dez passariam para a terceira fase, na qual tem de disputar cinco jogos no sistema “mata-mata”, entre 11 de outubro e 19 de novembro de 2013, e as cinco seleções vencedoras disputariam a Copa do Mundo de 2014.

Então, partindo da segunda fase, temos: $(C_4^1)^{10} \times C_{10}^5$ diferentes possibilidades de composição das seleções do continente Africano a disputarem a Copa do Mundo de 2014.

Terceira Análise: De quantas formas diferentes os times da América do Norte e América Central poderiam se classificar para a Copa do Mundo de 2014?

Na América do Norte e na América Central tem-se trinta e cinco seleções, organizadas na *CONCACAF, Confederation of North, Central American and Caribbean Association Football*, que disputam três vagas, e mais uma vaga para a repescagem contra uma seleção da Oceania, em uma seletiva mais complexa, composta por quatro fases.

Na primeira fase, já encerrada quando este projeto foi realizado, dez seleções disputaram cinco vagas na segunda fase. Essas cinco seleções classificadas se juntaram às próximas dezenove seleções do ranking da FIFA de março de 2011 e foram organizadas em seis grupos, descritos na tabela 4, que disputaram a segunda fase entre 2 de setembro e 15 de novembro de 2011.

Tabela 4 – Grupos da fase 2 das eliminatórias da *CONCACAF*
(*Confederation of North, Central American and Caribbean Association Football*).

Fase 2: Grupos	
Grupo A	El Salvador
	Suriname
	Ilhas Caimã
	República Dominicana
Grupo B	Trinidad e Tobago
	Guiana
	Barbados
	Bermudas
Grupo C	Panamá
	Dominica
	Nicarágua
Grupo D	Canadá
	St Kitis e Neves
	Porto Rico
	Santa Lúcia
Grupo E	Granada
	Guatemala
	São Vicente e Granadinas
	Belize
Grupo F	Haiti
	Antigua e Barbuda
	Curaçau
	Ilhas Virgens

Fonte: <http://globoesporte.globo.com/futebol/copa-do-mundo/index.html>. Acesso em 27 de novembro de 2012.

As seis seleções, primeiras colocadas em cada um dos grupos, avançam para a terceira fase, na qual se juntam às outras seis seleções restantes, formando três grupos, que disputaram a terceira fase de 8 de junho a 16 de outubro de 2012. Os três grupos são descritos na tabela 5.

Tabela 5 – Grupos da fase 3 das eliminatórias da *CONCACAF*
(*Confederation of North, Central American and Caribbean Association Football*).

Fase 3: Grupos	
Grupo 1	Estados Unidos
	Jamaica
	Guatemala
	Antigua e Barbuda
Grupo 2	México
	Costa Rica
	El Salvador
	Guiana
Grupo 3	Honduras
	Cuba
	Panamá
	Canadá

Fonte: <http://globoesporte.globo.com/futebol/copa-do-mundo/index.html>. Acesso em 27 de novembro de 2012.

Os três primeiros colocados e os três segundos colocados na terceira fase avançam para a quarta fase, disputada entre 6 de fevereiro e 15 de outubro de 2013. Na quarta fase essas seis seleções formam um grupo com jogos de ida e volta, e os três primeiros

colocados se classificam diretamente para a Copa do Mundo de 2014 enquanto o quarto colocado vai para a repescagem contra uma seleção da Oceania.

Aqui, os estudantes também desconsideraram os grandes grupos de jogos que englobem as 35 seleções, adotando como hipótese simplificadora já terem o número reduzido para as seis seleções da quarta fase. Sem a repescagem, dentre as seis seleções que concorreram à vaga, três foram classificadas diretamente, obtendo, em linguagem matemática, C_6^3 maneiras diferentes de compor as seleções da *CONCACAF* na Copa do Mundo de 2014.

Quarta análise: De quantas formas os países da Europa poderiam se classificar para a Copa do Mundo de 2014?

Na Europa, as seleções confederadas da *UEFA (Union of European Football Associations)* disputam a seletiva para a Copa do Mundo em duas fases, entre 7 de setembro de 2012 e 15 de outubro de 2013. Essa é mais uma seletiva com muitas seleções tradicionais, assim como na América do Sul.

Na primeira fase, 53 seleções são divididas em nove grupos com jogos de ida e volta. Os vencedores de cada grupo e os oito melhores segundos colocados se classificam para a segunda fase.

A segunda fase ocorreu entre 15 e 19 de novembro de 2013. Nessa, as oito seleções se enfrentam em jogos de ida e volta em sistema de “mata-mata” e as quatro vencedoras foram classificadas para a Copa do Mundo.

Inicialmente, os estudantes, para saberem os classificados diretos (sem segunda fase), calcularam quantas são as “escolhas” de uma seleção em cada grupo. Como temos 8 grupos de 6 e um grupo de 5 seleções, são 8 as combinações de “dentre 6 escolher 1” e uma combinação de “dentre 5 escolher 1”. As primeiras classificadas, então, tiveram vagas para a Copa do Mundo de 2014, o que ocorre de $(C_6^1)^8 \times C_5^1$ maneiras.

Os melhores segundos colocados, conjunto que pode ser composto de $(C_5^1)^8$ maneiras distintas, fizeram um mata-mata, sendo que o vencedor de cada confronto foi para a Copa do Mundo, ou seja, dentre essas oito seleções, quatro foram classificadas, isto é, temos (C_8^4) maneiras de obter as últimas quatro seleções classificadas a partir dos

segundos lugares. Ao final, tem-se 13 vagas para o velho continente, a serem preenchidas por um número de maneiras igual a $(C_6^1)^8 \times C_5^1 \times (C_5^1)^8 \times C_8^4$.

Quinta Análise: De quantas formas os países da Oceania poderiam se classificara para a Copa do Mundo de 2014?

Na Oceania, 11 seleções organizadas pela *OFC, Oceania Football Confederation*, disputam uma vaga para a repescagem com a *CONCACAF*. A seletiva para esta vaga ocorre em três fases. Observamos que a Austrália não está entre essas seleções, pois participa da seletiva junto às seleções da Ásia.

A primeira fase ocorreu entre 21 e 26 de novembro de 2011. Nesta, as quatro piores equipes pelo ranking da FIFA de junho de 2011 disputaram uma vaga para a segunda fase, para se juntar com as sete seleções restantes em dois grupos.

A segunda fase foi então disputada pelos dois grupos expressos na tabela 6, em jogos de turno e retorno, entre os dias 1º e 12 de junho de 2012. As quatro melhores colocadas (primeiros e segundos colocados de cada grupo) avançaram para a terceira fase.

Tabela 6 – Grupos da fase 2 da eliminatórias da *OFC (Oceania Football Confederation)*.

Fase 2: Grupos	
Grupo 1	Vanuatu
	Nova Caledônia
	Samoa
	Taiti
Grupo 2	Ilhas Fiji
	Nova Zelândia
	Ilhas Salomão
	Papua-Nova Guine

Fonte: <http://globoesporte.globo.com/futebol/copa-do-mundo/index.html>. Acesso em 27 de novembro de 2012.

Na terceira fase, as quatro seleções formaram um grupo e disputaram jogos de ida e volta, de modo que uma só ficou com a vaga para a repescagem contra uma seleção da *CONCACAF*, ou seja, havia a possibilidade de não haver nenhum representante deste continente na Copa do Mundo. Então, partindo da fase 2, houve 8 possibilidades (combinação de 8 times, um a um, isto é, C_8^1) de um classificado para repescagem com a *CONCACAF*.

Sexta Análise: De quantas formas os países da Ásia poderiam se classificar para a Copa do Mundo de 2014?

Na Ásia, quarenta e três seleções da *AFC*, *AsianFootball Confederation*, disputam quatro vagas para a Copa do Mundo e uma vaga para a repescagem em uma seletiva de cinco fases. Além de seleções asiáticas, a *AFC* conta com a participação da Austrália.

Quinze seleções são selecionadas nas duas primeiras fases e se juntam às cinco melhores do *ranking* da *AFC* para comporem os cinco grupos da terceira fase, que foi disputada entre 2 de setembro de 2011 e 29 de fevereiro de 2012.

As cinco seleções primeiras classificadas e as cinco segundas colocadas em cada grupo da terceira fase passaram para a quarta fase, na qual formaram dois grupos, expressos na tabela 7.

Tabela 7 – Grupos da fase 4 da eliminatórias da *AFC* (*AsianFootball Confederation*).

Fase 4: Grupos	
Grupo A	Coréia do Sul
	Irã
	Uzbequistão
	Qatar
	Líbano
Grupo B	Austrália
	Iraque
	Japão
	Jordânia
	Omã

Fonte: <http://globoesporte.globo.com/futebol/copa-do-mundo/index.html> Acesso em 27 de novembro de 2012.

A quarta fase da seletiva da *AFC* foi disputada entre 3 de junho de 2012 e 18 de junho de 2013. Os dois primeiros colocados na quarta fase e os dois vices se classificaram para a Copa do Mundo de 2014, enquanto os dois terceiros colocados foram para a quinta fase. Essa, por sua vez, foi disputada entre 6 e 10 de setembro de 2013, em dois jogos, e o vencedor foi para a repescagem contra a seleção sul americana.

Partindo da fase 4, e deixando de lado, por enquanto, a questão da repescagem, na qual as seleções estão divididos em 2 grupos de 5 times, temos duas simples combinações dentre o total de seleções, ou seja, $(C_5^2)^2$ maneiras diferentes de classificação.

Sétima Análise: Repescagem entre América do Sul e Ásia.

Dentre as possibilidades de seleções que disputam essa repescagem, temos 9 da América do Sul (combinação de 9 times 1 é “escolhido”) e 2 da Ásia (o terceiro colocado de cada um dos dois grupos). Então, temos 11 possibilidades de seleções para uma vaga, ou seja: C_{11}^1 .

Oitava Análise: Repescagem entre Oceania e América do Norte e Central.

Como já foi visto anteriormente, a seleção quarta colocada da *CONCACAF*, jogou contra a campeã das eliminatórias da Oceania. Portanto, foram três seleções da *CONCACAF* e quatro seleções da Oceania concorrendo por uma vaga para a Copa do Mundo de 2014, ou seja: C_7^1 possibilidades de composição dessa vaga.

Observemos que são muito pequenas as chances de alguma seleção da Oceania se classificar para a Copa do Mundo, excetuando-se a Austrália que disputa as seletivas da *AFC*.

Nona análise: E o Brasil?

Até então, dentre todas as análises feitas das seletivas continentais tivemos 31 times classificados dos 32 que disputaram o título da Copa 2014. A outra seleção classificada foi a brasileira, que foi para a Copa do Mundo de 2014 de maneira automática, já que, por determinação da FIFA, o país sede sempre tem vaga direta e é cabeça-de-chave do Grupo A. Logo, o trigésimo segundo representante foi o Brasil.

Observamos que, em outras Copas do Mundo disputadas em outros países, o grupo de seletivas da *CONMEBOL* foi ainda mais competitivo, pois contava com a participação da seleção brasileira.

Décima análise: Afinal, de quantas formas as seleções poderiam se classificar para a Copa do mundo de 2014?

Como a sequência de eventos é simultânea, utilizamos o Princípio Multiplicativo da Análise Combinatória, ou seja, multiplicamos todas as possibilidades de classificação de cada continente e repescagens.

Teremos então $C_9^4 \times (C_4^1)^{10} \times C_{10}^5 \times C_6^3 \times (C_6^1)^8 \times C_5^1 \times (C_5^1)^8 \times C_8^4 \times (C_5^2)^2 \times C_{11}^1 \times C_7^1$ maneiras diferentes de compor as seleções que disputaram a Copa do Mundo de 2014,

levando em considerações as limitações impostas e as hipóteses simplificadoras feitas. Este número é imenso, mais precisamente, 235.483.128.938.889.216.000.000.000.000.

4.4. REFLEXÕES SOBRE A EXPERIÊNCIA VIVIDA

Diante do trabalho desenvolvido, posso tirar algumas conclusões sobre todo o processo de Modelagem Matemática vivido pelo meu grupo durante a resolução da pergunta norteadora desencadeada ao longo da construção investigativa. Aqui, como citado anteriormente, vivenciamos um processo de alunos/professores – alunos de curso superior com uma visão de futuros professores.

De acordo com Skovsmose (2000), é fundamental que a turma aceite o convite. Neste trabalho investigativo, o professor tratou de utilizar a Modelagem para tratar de um problema trazido da realidade, se enquadrando assim no tipo 6 do Ambiente de Aprendizagem. Quanto à classificação de Barbosa (2001), notamos que a turma buscou junto com o professor elaborar uma situação problema, baseada em um tema qualquer (o futebol, no nosso caso). Após, foram feitas perguntas – sem ter o conhecimento da resposta em si –, de modo a obtermos uma simplificação necessária. Utilizamos dados reais para poder resolver a questão, sempre com a ajuda do professor, se enquadrando no caso 3 de Modelagem Matemática.

Os conteúdos formalizados em sala de aula foram utilizados para poder responder a um questionamento inicial: “De quantas formas as seleções de diferentes países poderiam se classificar para a Copa do Mundo de 2014?”. Realizando algumas restrições, conseguimos chegar a um número expressivo, de certo modo até assustador, que foi originado a partir do princípio multiplicativo de toda a contagem que o grupo analisou.

Em suma, destaco aqui a importância em aplicar métodos alternativos ao Modelo Tradicional de Ensino. Este trabalho, fruto de uma pesquisa, resultou em um artigo apresentado na VIII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (DINIZ, AGUIAR e SANT’ANA, 2014) e se mostrou uma ferramenta importante de aprendizagem para o grupo, já que conseguimos responder ao questionamento inicial por meio de métodos investigativos. Essa metodologia beneficiou o aluno, por este chegar à resposta por meio de pesquisa, e ao professor, por ser peça fundamental no processo de construção dos caminhos seguidos pelos alunos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após realizar este trabalho, considero que é possível trabalhar com tópicos de matemática em turmas do Ensino Fundamental, tendo como base a temática do futebol. Partindo de assuntos trazidos do cotidiano, podemos construir o conhecimento de modo concomitante com os alunos.

O processo de construção do Trabalho de Conclusão de Curso fez com que eu refizesse a minha trajetória acadêmica, lembrando de experiências, que possuíam relação direta com o tema relatado. Três atividades de ensino foram marcantes durante o curso de Licenciatura em Matemática: Estágio em Educação Matemática I, Estágio em Educação Matemática II e Combinatória I. Além disso, considero importante manter relatórios, trabalhos, relatos de campo e documentos sempre registrados, para uma melhor apropriação do que se quer escrever.

A escolha do tema me deixou confortável e confiante, já que sempre fui adorador do futebol. Creio que muitos alunos já tinham conhecimentos prévios de futebol e do sistema de pontuação do mesmo. E os que não tinham foram ajudados por seus colegas e procuraram utilizar o espaço escolar para conhecer um pouco mais sobre esse assunto, trabalhando com a matemática presente no mesmo.

Analisando os itens individualmente, concluí que muitos erros ocorreram por desatenção. Todos os alunos que realizaram os exercícios mostraram conhecimento do conteúdo abordado em aula, demonstrando, assim, através de dados empíricos, o quão importante é utilizar a metodologia de Resolução de Problemas. Conteúdos de difícil abordagem (matrizes, geometria) se mostraram eficientes com planejamento, estudo e empenho, bem como todo o processo de Ensino-Aprendizagem.

Creio que, com mais tempo em sala de aula, novos planos podem ser abordados com essa temática, como o estudo de funções, proporção, probabilidade, porcentagem, estatística, entre outros. Além destes, outros debates podem ser promovidos em sala de aula, conectando o futebol aos aspectos políticos, culturais, sociais, antropológicos e financeiros, tratando de infraestrutura do clube, movimentações milionárias no futebol, escândalos de corrupção no esporte, política de exclusão (elitização do futebol), ganho salarial do quadro de funcionários do clube, entre outros assuntos importantes.

Assim, surgem alguns questionamentos em relação ao processo de Ensino-Aprendizagem: “Por que muitos professores não abdicam do Modelo Tradicional de Ensino?”, “Esta sequência teria o mesmo resultado caso os alunos não fossem voluntários?”, “Assim como no futebol, quais outros temas poderiam ser abordados para explicar esses tópicos?” e “É interesse uma discussão política e qual o melhor rumo a tomar, caso ela aconteça, em sala de aula?” Ainda espero responder a algumas dessas inquietações durante a minha carreira profissional.

Foi essencial buscar referenciais para fundamentar a minha ideia inicial. Autores como Skovsmose (2000), Barbosa (2001), Fiorentini e Lorenzato (2006), Onuchic e Allevato (2004 e 2011) foram de grande valia para a conclusão do meu trabalho, bem como o vídeo do professor Bigode e da professora Zampol (2012).

Tendo a Copa do Mundo como referência, refutei a ideia de que muitos estudantes teriam de dizer que o número de maneiras distintas de participação nela seria uma simples combinação de C_{210}^{32} , já que são 210 as seleções cadastradas na FIFA para 32 vagas. Vimos que cada entidade continental tem suas vagas delimitadas e seus regulamentos próprios para classificar os times para a Copa do Mundo, baseados em fatores históricos e campanha nas copas, entre outros.

Vimos aqui uma metodologia de ensino que me motivou a continuar trabalhando de maneiras alternativas em sala de aula. Outras táticas e estratégias também poderiam ser utilizadas para responder questionamentos. Por isso que é sempre importante planejar a aula com antecedência e elaborar uma sequência didática condizente com o que se quer abordar.

Em síntese, concluo que, ao abordar temas provenientes da realidade, damos mais sentido aos conteúdos matemáticos presentes nos currículos escolares. Relacionar a matemática escolar ao cotidiano do estudante nos motiva para realizar determinada tarefa de uma maneira mais agradável, facilitando todo o processo de Ensino-Aprendizagem e “fugindo” do “método tradicional” de ensino em Educação Matemática.

6. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; TORTOLLA, Emerson; MERLI, Renato Francisco. Modelagem Matemática – Com o que Estamos Lidando: Modelos Diferentes ou Linguagens Diferentes? **Acta Scientiae**. v 14, n. 2, p. 215-239. Canoas: 2012.

BAGGIO, Luiz Fernando. **Copas do Mundo: histórias e estatísticas**. Rio de Janeiro: Axel Books do Brasil Editora, 2005, 887 p.

BARBOSA, Jonei Cerqueira; SANTOS, Marluce Alves dos. Modelagem matemática, Perspectivas e Discussões. **Encontro Nacional de Educação Matemática**, 9, Belo Horizonte, Anais. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007, 1 CDROM.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o Debate Teórico. In: **Reunião Anual da ANPED**, 24. Anais. Rio de Janeiro: ANPED, 2001, 1 CD-ROM.

BELLO, Samuel. Etnomatemática: Dimensões sociais e políticas na pedagogia da Matemática. Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas. UNIOESTE/Cascavel. 2001.

BIGODE, Antônio; ZAMPOL, Luciana. Vídeo: Matemática no Futebol. Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=WUV06dhQYXI>. 2012.

DINIZ, Andrei; AGUIAR, Mariana; SANT'ANA, Marilaine. Análise Combinatória na Copa do Mundo de 2014. **Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática**. Anais... Santa Maria – RS: 2013, CD-ROM.

DRESCH, Nelton L.; FISS, Dóris Maria L.; GODINHO, Ana Claudia F. e SOUZA, Denis Nicola F. Entre imagens e palavras: práticas e pesquisas na EJA. Editora Panorama Crítico: Porto Alegre. 2012.

FIorentini, Dário; LOrenzato Sergio. Investigação em Educação Matemática. Editora: Autores Associados LTDA. Campinas, São Paulo. 2006.

KAISER, Gabriele.; SRIRAMAN, Bharath. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

MEDEIROS, Gerson; NUNES, Ana C.; RODRIGUES, Sandra. et. Al.. Evasão na EJA: Ressignificando práticas para a permanência. p. 72-85. In: DRESCH, N. et. al.. Entre imagens e palavras: práticas e pesquisas na EJA. Editora Panorama Crítico: Porto Alegre. 2012.

MELILLO, Célio; BEAN, Dale. Modelagem Matemática na Atribuição de Probabilidades em Jogos do Campeonato Brasileiro de Futebol. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni. **Práticas da Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Londrina: Eduel, 2011. p. 83-103

MEYER, João Frederico da Costa de A.; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2011.

ONUCHIC, Lourdes; ALLEVATO, Norma. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através de resolução de problemas. São Paulo. Cortez, 2004.

ONUCHIC, Lourdes; ALLEVATO, Norma. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**. Rio Claro, São Paulo. 2011.

PAES, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: Uma análise da influência francesa**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2005.

PANCIERA, Letícia; FERREIRA, Márcio. A Modelagem Matemática no Ensino de Matrizes e Sistemas Lineares. *Jornal da Educação*: 2006.

PENTEADO, M. G. & BORBA, C. M. (Org.) **A Informática em Ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Editora Olho d'água, 2000.

RABELO, E.H. **Textos matemáticos: produção, interpretação e resolução de problemas**. 3.edição revisada e ampliada. Petrópolis-RJ: Vozes, 2002.

SANT'ANA, Marilaine de Fraga. Modelagem Matemática em Ambientes de Formação de Professores. In: **VII Conferência Nacional de Modelagem em Educação Matemática**. Anais. Londrina: UEL, 2009. 1 CD ROM.

SANT'ANA, A.S; SANT'ANA, M.F. Uma experiência com a elaboração de perguntas em Modelagem Matemática. In: **VI Conferência Nacional de Modelagem em Educação Matemática**. Anais...Belém: 2011. 1 CD ROM.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**. No. 14, p. 66 – 91. Rio Claro: 2000.

TINOCO, Maria; FRAGA Joaber; JESUS, Jorge; PEREIRA, Luciane; CALVET, Cecília. Evasão na Eja. p. 42-57. In: DRESCH, N. et. al.. Entre imagens e palavras: práticas e pesquisas na EJA. Editora Panorama Crítico: Porto Alegre. 2012.

<<http://copadomundo.uol.com.br/2010/tabela-da-copa/>>. Acesso em: 30 de março de 2013.

<<http://globoesporte.globo.com/futebol/copa-do-mundo/index.html>>. Acesso em: 27 de novembro de 2012.

< <http://inep.gov.br/web/guest/home>>. Acesso em: 15 de maio de 2013.

< [http:// pt.fifa.com/worldcup](http://pt.fifa.com/worldcup)>. Acesso em: 27 de novembro de 2012.

< <http://www.mat.ufrgs.br/~comgradmat/>>. Acesso em: 28 de abril de 2015.









































APÊNDICE A – LISTA 1

1) Analise a tabela do Campeonato Brasileiro na 15ª rodada e responda o que se pede:

	P	J	V	E	D	GP	GC	S	A
Botafogo	29	15	8	5	2	27	17	10	64.4
Cruzeiro	28	15	8	4	3	31	14	17	62.2
Grêmio	25	15	7	4	4	21	15	6	55.6
Corinthians	25	15	6	7	2	14	6	8	55.6
Atlético-PR	24	15	6	6	3	26	22	4	53.3
Coritiba	24	15	6	6	3	19	15	4	53.3
Vitória	22	15	6	4	5	21	21	0	48.9
Internacional	22	14	5	7	2	24	21	3	52.4
Goiás	21	15	5	6	4	14	18	-4	46.7
Bahia	20	15	5	5	5	13	16	-3	44.4
Vasco	19	15	5	4	6	22	26	-4	42.2
Flamengo	19	15	4	7	4	17	16	1	42.2
Fluminense	18	15	5	3	7	18	20	-2	40
Atlético-MG	16	14	4	4	6	13	18	-5	38.1
Santos	16	13	3	7	3	14	12	2	41
Ponte Preta	15	14	4	3	7	18	22	-4	35.7
Criciúma	14	15	4	2	9	19	27	-8	31.1
Portuguesa	13	15	2	7	6	17	24	-7	28.9
São Paulo	11	14	2	5	7	13	17	-4	26.2
Náutico	8	13	2	2	9	8	22	-14	20.5

- De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?
- Qual o Time que ocupa a Décima Segunda Linha?
- Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna?
- Qual é o $T_{8 \times 5}$?

- 2) Monte a tabela de classificação após a Décima Sétima (não preencher a coluna 3 nem a coluna 10) rodada sabendo que os resultados dos jogos foram:

RODADA 16		RODADA 17	
FLA  0 x 1  GRE <small>Sab 24/08/2013 - 18:30 Mané Garrincha</small>		GRE  1 x 0  PON <small>Sab 31/08/2013 - 18:30 Arena do Grêmio</small>	
PON  0 x 2  CRU <small>Sab 24/08/2013 - 18:30 Moleśes Lucarelli</small>		GOI  0 x 0  CAM <small>Sab 31/08/2013 - 18:30 Serra Dourada</small>	
SAN  2 x 0  VIT <small>Sab 24/08/2013 - 18:30 Vila Belmiro</small>		NAU  1 x 4  CAP <small>Sab 31/08/2013 - 18:30 Arena Pernambuco</small>	
CRI  2 x 1  CFC <small>Sab 24/08/2013 - 21:00 Heriberto Hilse</small>		POR  4 x 2  BAH <small>Sab 31/08/2013 - 18:30 Canoinhă</small>	
VAS  1 x 1  COR <small>Dom 25/08/2013 - 16:00 Mané Garrincha</small>		FLU  0 x 2  SAN <small>Sab 31/08/2013 - 21:00 Maracanã</small>	
SAO  2 x 1  FLU <small>Dom 25/08/2013 - 16:00 Morumbi</small>		BOT  0 x 0  SAO <small>Dom 01/09/2013 - 16:00 Maracanã</small>	
BAH  2 x 0  NAU <small>Dom 25/08/2013 - 16:00 Fonte Nova</small>		COR  4 x 0  FLA <small>Dom 01/09/2013 - 16:00 Pacaembu</small>	
CAM  2 x 1  POR <small>Dom 25/08/2013 - 16:00 Independência</small>		VIT  0 x 1  CRI <small>Dom 01/09/2013 - 16:00 Barradão</small>	
INT  3 x 3  GOI <small>Dom 25/08/2013 - 18:30 Estádio do Vale</small>		CFC  0 x 0  INT <small>Dom 01/09/2013 - 16:00 Couto Pereira</small>	
CAP  2 x 0  BOT <small>Dom 25/08/2013 - 18:30 Durrkai de Brito</small>		CRU  5 x 3  VAS <small>Dom 01/09/2013 - 18:30 Mineirão</small>	

- 3) Sabendo que a Classificação do campeonato brasileiro, ao final de 23 rodadas é essa:

CLASSIFICAÇÃO		P	J	V	E	D	GP	GC	SG	%	
1	Cruzeiro	0 ^o	50	23	15	5	3	48	19	29	72.5
2	Botafogo	0 ^o	42	23	12	6	5	36	27	9	60.9
3	Atlético-PR	1 ⁺	41	23	11	8	4	40	28	12	59.4
4	Grêmio	1 ⁺	39	23	11	6	6	29	21	8	56.5
5	Internacional	0 ^o	34	23	8	10	5	35	32	3	49.3
6	Goiás	3 ⁺	33	23	8	9	6	25	27	-2	47.8
7	Santos	4 ⁺	32	22	8	8	6	27	21	6	48.5
8	Atlético-MG	4 ⁺	31	22	8	7	7	24	24	0	47.0
9	Vitória	3 ⁺	31	23	8	7	8	29	31	-2	44.9
10	Bahia	3 ⁺	31	23	8	7	8	26	29	-3	44.9
11	Corinthians	4 ⁺	31	23	7	10	6	20	13	7	44.9
12	Coritiba	4 ⁺	31	23	7	10	6	28	28	0	44.9
13	Fluminense	3 ⁺	30	23	8	6	9	28	30	-2	43.5
14	Portuguesa	2 ⁺	28	23	7	7	9	33	34	-1	40.8
15	São Paulo	1 ⁺	27	23	7	6	10	21	23	-2	39.1
16	Flamengo	1 ⁺	27	23	6	9	8	24	29	-5	39.1
17	Criciúma	0 ^o	24	23	7	3	13	29	38	-9	34.8
18	Vasco	0 ^o	24	23	6	6	11	31	40	-9	34.8
19	Ponte Preta	0 ^o	19	22	5	4	13	23	33	-10	28.8
20	Náutico	0 ^o	10	22	2	4	16	10	39	-29	15.2

Determine: (Em comparação com a décima quinta rodada)

- a) Qual o time que mais subiu posições?
- b) Quantos gols o grêmio marcou a mais?
- c) Quantos pontos o Inter fez nesse período?
- d) Calcule como foi a soma feita na linha do Corinthians. (23^a rodada – 15^a rodada).
- e) No decorrer destas 8 rodadas, quanto aumentou o $T_{20 \times 2}$?
- f) Qual o time que mais melhorou o saldo de gols? Quantos gols ele fez? E quantos gols ele tomou?
- g) Monte a coluna do Grêmio e do Internacional e compare as duas equipes.

APÊNDICE B – LISTA 2

- 1) Analise o grupo A da Liga dos Campeões da Europa de 2012 e responda o que se pede:

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Paris Saint-Germain		6	5	0	1	14		11
2 Porto	13	6	4		1	10	4	6
3 Dínamo de Kiev	5	6	1	2			10	-4
4 Dínamo Zagreb	1	6			5	1	14	

- Complete a tabela com os dados que faltam.
- De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?
- Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna?
- Qual o time ocupa a terceira linha?
- Qual o $T_{3 \times 7}$?
- Qual o $T_{1 \times 2}$?
- Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

<		6ª rodada		>	
Ter 04/12/2012 - 17h45 Maksimir					
	ZAG	1 × 1	KIE		
Ter 04/12/2012 - 17h45 Parc des Princes					
	PSG	2 × 1	POR		

1) Analise o grupo B da Liga dos Campeões da Europa de 2012 e responda o que se pede:

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Schalke 04		6	3	3	0	10		4
2 Arsenal	10	6	3		2	10	8	2
3 Olympiacos	9	6	3	0			9	0
4 Montpellier	2	6	0			6	12	

- Complete a tabela com os dados que faltam.
- De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?
- Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna?
- Qual o time ocupa a terceira linha?
- Qual o $T_{3 \times 7}$?
- Qual o $T_{1 \times 2}$?
- Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

<		6ª rodada		>	
Ter 04/12/2012 - 17h45 La Mosson					
	MNT	1 × 1	SCH		
Ter 04/12/2012 - 17h45 Georgios Karaiskakis					
	OLY	2 × 1	ARS		

- 1) Analise o grupo C da Liga dos Campeões da Europa de 2012 e responda o que se pede:

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Málaga		6	3	3	0	12	5	
2 Milan	8	6	2		2	7	6	1
3 Zenit	7	6	2	1			9	-3
4 Anderlecht	5	6	1			4		-5

- a) Complete a tabela com os dados que faltam.
- b) De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?
- c) Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna?
- d) Qual o time ocupa a terceira linha?
- e) Qual o $T_{3 \times 7}$?
- f) Qual o $T_{1 \times 2}$?
- g) Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

<		6ª rodada		>	
Ter 04/12/2012 - 17h45 La Rosaleda					
	MLG	2 × 2	AND		
Ter 04/12/2012 - 17h45 Giuseppe Meazza (San Siro)					
	MIL	0 × 1	ZEN		

- 1) Analise o grupo D da Liga dos Campeões da Europa de 2012 e responda o que se pede:

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Borussia Dortmund		6	4	2	0	11		6
2 Real Madrid	11	6	3		1	15	9	6
3 Ajax	4	6	1	1			16	-8
4 Manchester City	3	6	0			7	11	

- Complete a tabela com os dados que faltam.
- De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?
- Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna?
- Qual o time ocupa a terceira linha?
- Qual o $T_{3 \times 7}$?
- Qual o $T_{1 \times 2}$?
- Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

<		6ª rodada		>	
Ter 04/12/2012 - 17h45 Westfalenstadion					
	BRD	1 × 0	MAC		
Ter 04/12/2012 - 17h45 Santiago Bernabéu					
	MAD	4 × 1	AJA		

- 1) Analise o grupo E da Liga dos Campeões da Europa de 2012 e responda o que se pede:

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Juventus		6	3	3	0		4	8
2 Shakhtar Donetsk	10	6		1	2	12	8	4
3 Chelsea	10	6	3		2	16		6
4 Nordsjaelland	1	6	0			4	22	

- Complete a tabela com os dados que faltam.
- De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?
- Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna?
- Qual o time ocupa a terceira linha?
- Qual o $T_{3 \times 8}$?
- Qual o $T_{1 \times 2}$?
- Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

<		6ª rodada		>	
Qua 05/12/2012 - 17h45 Donbass Arena					
	SHA	0 × 1	JUV		
Qua 05/12/2012 - 17h45 Stamford Bridge					
	CHE	6 × 1	NOD		

1) Analise o grupo F da Liga dos Campeões da Europa de 2012 e responda o que se pede:

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Bayern de Munique		6	4	1	1		7	8
2 Valencia	13	6		1	1	12	5	7
3 BATE Borisov	6	6	2		4	9		-6
4 Lille	3	6			5	4	13	

- Complete a tabela com os dados que faltam.
- De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?
- Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna?
- Qual o time ocupa a terceira linha?
- Qual o $T_{3 \times 8}$?
- Qual o $T_{1 \times 2}$?
- Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

		6ª rodada			
Qua 05/12/2012 - 17h45 Lille Metropole					
	LIL	0 × 1	VAL		
Qua 05/12/2012 - 17h45 Allianz Arena					
	BAY	4 × 1	BAT		

- 1) Analise o grupo G da Liga dos Campeões da Europa de 2012 e responda o que se pede:

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Barcelona		6	4	1	1	11	5	
2 Celtic	10	6		1	2	9		1
3 Benfica	8	6	2	2	2	5	5	
4 Spartak Moscou	3	6	1				14	-7

- Complete a tabela com os dados que faltam.
- De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?
- Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna?
- Qual o time ocupa a terceira linha?
- Qual o $T_{3 \times 7}$?
- Qual o $T_{1 \times 2}$?
- Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

<		6ª rodada		>	
Qua 05/12/2012 - 17h45 Camp Nou					
	BAR	0 × 0	BEN		
Qua 05/12/2012 - 17h45 Celtic Park					
	CEL	2 × 1	SPA		

1) Analise o grupo H da Liga dos Campeões da Europa de 2012 e responda o que se pede:

CLASSIFICAÇÃO	P	J	V	E	D	GP	GC	SG
1 Manchester United		6	4	0	2	9		3
2 Galatasaray	10	6	3		2	7	6	1
3 Cluj	10	6	3	1			7	2
4 Braga	3	6			5	7	13	

- Complete a tabela com os dados que faltam.
- De quantas linhas e de quantas colunas é composta a tabela apresentada?
- Quais os dados que obtemos ao olhar a Sétima Coluna?
- Qual o time ocupa a terceira linha?
- Qual o $T_{3 \times 7}$?
- Qual o $T_{1 \times 2}$?
- Como era a tabela na Quinta rodada sabendo que os resultados da Sexta Rodada foram:

<		6ª rodada		>	
Qua 05/12/2012 - 17h45 Old Trafford					
	MAN	0 × 1	CLU		
Qua 05/12/2012 - 17h45 Municipal de Braga					
	BRG	1 × 2	GAL		

APÊNDICE C – LISTA 3**“O que tem de Matemática no Futebol?”**

Professore: Andrei Diniz

- 1) A Copa do Mundo FIFA de 2014 será disputada por 32 seleções. Sabe-se que as seleções são distribuídas em 8 grupos distintos (de A a H).
 - a) Quantas seleções há por grupo?
 - b) Sabendo que dentro dos grupos, cada seleção joga contra todos os outros integrantes do seu grupo, qual o total de jogos por grupo?
 - c) Determine a pontuação máxima que um time pode fazer dentro do seu grupo.

- 2) Analise as afirmativas abaixo e marque um V, caso a alternativa seja verdadeira, e um F, caso seja falsa:
 - () A forma ideal de um estádio de futebol é quadrangular.
 - () Um campo de futebol possui forma de um quadrado.
 - () O campo de futebol é simétrico do lado direito e do lado esquerdo(aparência exata), ao ser cortado por uma linha vertical na metade do campo.
 - () As formas do campo são: Um retângulo grande, dois retângulos que possuem metade do tamanho deste retângulo maior, 4 retângulos menores que limitam as áreas, uma circunferência no meio e 2 arcos de circunferência que próximo às áreas.
 - () A bola tem a forma de um cone.
 - () Para começar um jogo, um integrante de cada time vai até o árbitro para tirar par-ou-ímpar.
 - () Podemos determinar o ângulo de visão de um jogador que está na frente da goleira.

- 3) Na tabela abaixo, um rapaz apagou os pontos ganhos e os saldos de gols de alguns times. Complete a tabela para que as outras pessoas possam obter total acesso à informação.

CLASSIFICAÇÃO		P	J	V	E	D	GP	GC	SG	
1	Chapecoense	1 ↑	<input type="text"/>	10	6	2	2	15	7	8
2	Avai	1 ↑	17	10	5	2	3	19	13	
3	Marcílio Dias	0 =	<input type="text"/>	10	4	3	3	18	12	6
4	Atlético Ibirama	0 =	12	10	4	0	6	10	15	
5	Brusque	0 =	<input type="text"/>	10	3	3	4	10	14	-4
6	Juventus-SC	0 =	8	10	2	2	6	10	21	

Tabela 1: Hexagonal do Rebaixamento do Campeonato Catarinense de 2014. Extraído de: <http://globoesporte.globo.com/sc/futebol/campeonato-catarinense/#/segunda-fase-catarinense-2014>. Acesso em 27 de maio de 2014.

- 4) Observe os dados de cada jogo e depois responda o que se pede:

JOGO I: Time A 1 x 0 Time B

JOGO II: Time A 2 x 1 Time C

JOGO III: Time C 4 x 2 Time D

JOGO IV: Time B 1 x 1 Time D

JOGO V: Time D 3 x 1 Time A

JOGO VI: Time B 0 x 2 Time C

- O total de gols marcados.
- A média de gols por jogo.
- Monte a tabela de classificação dos times A, B, C e D.

APÊNDICE D – LISTA 4**“A Geometria e o Futebol.”**

Professor: Andrei Diniz

- 1) Esboce o campo de futebol da sua escola e diga quais são as figuras geométricas presentes no mesmo:

- 2) Com o uso da trena, identifique as medidas dos contornos do campo do futebol e das figuras geométricas presentes no mesmo.

- 3) Calcule a área e o perímetro do Campo em questão.

- 4) Responda o que se pede:
 - a) Sabendo que as medidas oficiais de um campo de futebol são: de 100m a 110m, o comprimento, e de 64m a 75m de largura, determine a área máxima e mínima de um campo oficial.

 - b) Quantas vezes maior é o campo de maior área em relação ao de menor área?

- 5) Um jardineiro foi contratado pra fazer o gramado de um campo de futebol. Sabendo que a grama é cortada em trechos verticais de 5m de comprimento, determine quantos trechos de grama haverá no menor campo. E no maior?

APÊNDICE E – PERGUNTAS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA**Combinatória i – Esportes**

- 1) O técnico Vanderlei Luxemburgo, do Grêmio, pretende escalar seu time para o próximo confronto do Campeonato Brasileiro. Para isso, ele dispõe de um elenco de 3 goleiros, 6 zagueiros, 7 laterais, 13 meias e 4 atacantes (totalizando 33 jogadores). De quantas maneiras Luxemburgo pode escalar o time (11 jogadores) do Grêmio se:
 - a) Ele quer usar a formação 4-4-2 (1 goleiro, 2 laterais, 2 zagueiros, 4 meias e 2 atacantes)
 - b) Ele quer usar a formação 3-5-2 (1 goleiro, 2 laterais, 3 zagueiros, 3 meias e 2 atacantes)
 - c) Ele quer usar o 4-4-2 e sabe que Marcelo Grohe (goleiro), Gilberto Silva (zagueiro), Pará (lateral), Elano, Souza e Zé Roberto (meias) e Marcelo Moreno (atacante) serão titulares.
 - d) Ele quer usar o 3-5-2, mas não irá escalar Kléber (atacante), Fábio Aurélio e Gabriel (laterais) e Matheus (goleiro).

- 2) O campeonato brasileiro é um campeonato onde 20 clubes se enfrentam em turno e retorno e ao final das 38 rodadas, o time de maior pontuação é campeão, os 4 melhores pontuados vão para a libertadores e os 4 piores colocados são rebaixados para a segunda divisão. Sendo assim determine de quantas maneiras diferentes:
 - a) Os times podem ser rebaixados para a segunda divisão
 - b) Um time pode ser campeão
 - c) Os 4 melhores podem ir para à Libertadores
 - d) Os times serão rebaixados, sabendo que Atlético-GO e Figueirense serão os piores colocados, respectivamente.
 - e) Os times podem ir para a libertadores sabendo que Fluminense, Corinthians e Palmeiras já estão classificados e Atlético-GO, Figueirense e Internacional não irão.
 - f) De quantas maneiras a CBF (Confederação Brasileira de Futebol) pode sortear os jogos do Brasileirão na primeira rodada.

- 3) A copa sul-americana é uma competição realizada no sistema mata-mata (um time joga contra o outro em casa e fora e quem perder está eliminado). Na edição de 2012, as oitavas de final era composta por: Palmeiras x Millionários, Barcelona x Grêmio, Deportivo Quito x Tigre, Cólón x Cerro, LDU da Loja x São Paulo, Universidad do Chile x Emelec, Independiente x Liverpool e Universidad Católica x Atlético-GO, em que as chaves eram dispostas nessa ordem, respectivamente. Calcule de quantas maneiras poderá ser realizada a final sabendo que:
 - a) Dois brasileiros se enfrentam na final.
 - b) Nenhum brasileiro vai para a final.
 - c) Apenas um brasileiro vai para a final.
 - d) Não há restrições.

- 4) Em um Campeonato de Futebol, os times participantes são divididos em oito grupos com n times. Se em cada grupo os times se enfrentam uma única vez, então qual o número de jogos realizados, em função de n ?
- 5) Nas Olimpíadas, o campeonato masculino de Futebol é disputado por equipes divididas em 3 grupos de 4 seleções. Quantas maneiras distintas poderão ser distribuídas as medalhas (ouro, prata e bronze) entre as 12 seleções?
- 6) Um jogador de futebol tem dois tipos de chuteiras, uma para grama seca e uma para grama molhada. Na data da partida, os jornais dizem que o tempo iria estar nublado, com possibilidade de chuva para o segundo tempo. No armário do jogador, há 3 chuteiras de grama seca e 5 de grama molhada. De quantas maneiras distintas o jogador pode calçar suas chuteiras, sabendo que no segundo tempo irá chover.
- 7) Um campeonato de futebol é disputado em turno e returno. Sabendo que o total de partidas é 306, quantos clubes disputam o campeonato?
- 8) Para ser o maior goleador do Campeonato Brasileiro, um jogador precisa superar o Washington (que tem 34 gols), fazendo 35 gols. Como ele não poderá jogar 5 partidas no decorrer do Campeonato (estará na Seleção de seu país) e supondo que ele não se lesione, de quantas maneiras ele poderá superar essa marca, sabendo que ele não fará mais do que 5 gols em único jogo.
- 9) O roupeiro do Palmeiras levou 3 tipos de uniformes para o jogo contra o Guarani (camisas Verdes, brancas e amarelas, calções verdes, brancos e amarelos, meias brancas, verdes e amarelos). Sabendo que o Guarani terá a escolha da camisa e jogará de verde, de quantas maneiras o Palmeiras pode escolher os uniformes?
- 10) (UFRGS-2012 modificada) Uma empresa com 200 funcionários adquiriu ingressos para a Copa do Mundo de 2014 (32 seleções divididas em 8 grupos de 4 seleções cada, se enfrentando em jogo único, em que as duas melhores seleções de cada grupo avança para as oitavas de final). Sabendo que 2 ingressos serão sorteados entre seus funcionários e que os ingressos serão para o mesmo grupo, determine
 - a) De quantas maneiras podem ser realizados o sorteio?
 - b) Quantos jogos há por grupo?
 - c) De quantas maneiras os ingressos sorteados envolverão uma mesma seleção?
- 11) (UFRGS- 2008 modificada) No dia 18 de fevereiro de 1971 o Grêmio ganhou do Aimoré por um placar de 5x3. O placar dessa partida evoluiu do 0a0 até o 5x3 de uma determinada forma, como por exemplo: Grêmio marcou 5 gols e depois tomou 3 gols ou Grêmio fez 2 gols, tomou 1 gol, fez mais 2 gols, tomou 2 gols, depois fez 1 gol. Quantas outras maneiras de evolução existem para o placar chegar no 5x3?
- 12) Os jogadores gremistas foram posar para a foto que é tirada antes do jogo. Os 11 jogadores se posicionam para a foto ficando 6 em pé e 5 agachados. O preparador

físico se junta aos 11 jogadores e fica agachado em uma das pontas. O Marcelo Grohe fica em pé, o Kléber agachado e o Pará na ponta. De quantas maneiras distintas as fotos podem ser tiradas antes do jogo.

- 13) Participaram de um torneio de futebol 20 times distribuídos em 4 chaves, de 5 times cada. Na 1ª fase do torneio, os times jogam entre si uma única vez (um único turno), todos contra todos em cada chave, sendo que os dois melhores de cada chave passam para a 2ª fase. Na 2ª fase, os jogos são eliminatórios; depois de cada partida, apenas o vencedor permanece no torneio. Logo, o número de jogos necessários até que se apure o campeão do torneio é?
- 14) Nos primeiros 10 jogos do Campeonato Regional de Futebol, o Limoeiro Futebol Clube havia marcado 19 gols. De quantas maneiras diferentes, o Limoeiro pode ter marcado esses gols, sabendo que o máximo de gols que o clube fez em um só jogo foi 4 gols, que no segundo e no terceiro jogos eles fizeram 1 gol e que na nona rodada eles perderam de 2 a 0.
- 15) Nas Eliminatórias Asiáticas da Copa do Mundo de 2014, quando chegam à quarta fase, as 10 seleções remanescentes são divididas em 2 grupos (o grupo A é composto por Coreia, Irã, Uzbequistão, Líbano e Catar e o B por Japão, Austrália, Omã, Jordânia e Iraque) de 5 componentes cada e jogam em turno e retorno para definir 4 seleções (duas de cada grupo) que irão à Copa e os terceiros colocados disputam uma repescagem entre eles para definir outra seleção que disputará uma vaga na Copa. Sendo assim, diga:
- De quantas maneiras as seleções do grupo A podem se classificar numa vaga direta para a copa?
 - De quantas maneiras distintas as 10 seleções podem ir numa vaga direta para a Copa?
 - Se a Coreia ficar em primeiro do grupo A e o Japão em segundo do grupo B, de quantas maneiras as de mais seleções irão para a copa?
 - De quantas maneiras distintas Irã e Uzbequistão podem ir juntos para a Copa, sabendo que o Líbano não vai.
- 16) Sabendo que no voleibol as posições da quadra são divididas as seguinte forma:

REDE		
4	3	2
5	6	1

Sabendo ainda que quando um time joga na rotação 4-2, os atacantes de ponta, os atacantes centrais e os levantadores devem estar em posições diagonais (a posição 1 é diagonal da posição 4, a posição 2 é diagonal da posição 5 e a posição 3 é diagonal da posição 6), determine:

- a) De quantas maneiras diferentes podemos distribuir um time completo na quadra.
 - b) De quantas maneiras diferentes podemos distribuir um time na quadra, de modo que os 2 atacantes centrais ocupem as posições centrais (3 e 6)?
- 17) Temos 12 pessoas disponíveis para um técnico de vôlei, sendo 3 levantadores, 5 atacantes de ponta e 4 atacantes centrais. Sabendo que, para compor um time, ele precisa de 2 representantes de cada tipo de jogador, de quantas formas diferentes ele pode montar um time com os 12 jogadores disponíveis?
- 18) Sabendo que, quando o adversário saca, os 3 jogadores de trás podem recepcionar, um dos dois levantadores deve levantar e um dos 4 atacantes deve atacar a bola para outra quadra, quantas jogadas são possíveis em uma organização em quadra?
- 19) Dado um time organizado inicialmente, quando o técnico troca 1 jogador, quantas organizações em quadra diferentes ele pode obter?
- 20) Outra rotação que pode ser feita em quadra chama-se 6-6, em que os jogadores não realizam funções específicas e realizam todas dependendo do lugar onde estão, portanto, não há restrições quanto às posições diagonais como na rotação 4-2. Sendo assim, quantas formas temos para organizar 6 pessoas em quadra?
- 21) Um time de Vôlei com 12 meninas quer se organizar para uma foto. Determine de quantas maneiras diferentes elas podem se posicionar, sabendo que:
- a) Ficam 6 agachadas e 6 em pé.
 - b) Ficam 6 agachadas e 6 em pé, mas as jogadoras de maior altura devem ficar em pé.

ANEXO A – PLANO DE ENSINO DA DISCIPLINA DE ESTÁGIO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA I



PLANO DE ENSINO

Data de Emissão: 28/04/2015

Faculdade de Educação Departamento de Ensino e Currículo

Dados de Identificação	
Disciplina: ESTÁGIO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA I	
Período Letivo: 2013/2	Período de Início de Validade: 2013/2
Professor Responsável pelo Plano de Ensino: ANDRÉIA DALCIN	
Sigla: EDU02X13	Créditos: 8
Carga Horária: 120	

Símula
Estudo teórico-analítico das diferentes práticas e saberes que constituem espaços educativos. Inserção nesses espaços com foco na problematização dessas práticas e saberes, na organização curricular do trabalho docente e na realização de ações pedagógicas.

Currículos			
	Currículos	Etapa Aconselhada	Natureza
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA		5	Obrigatória
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - NOTURNO		7	Obrigatória

Objetivos
<ul style="list-style-type: none"> - Inserir-se em espaços educativos, buscando conhecer aspectos gerais de estrutura e organização do trabalho docente. - Problematizar práticas sócio-político-culturais que constituem espaços educacionais. - Conhecer e participar do cotidiano, das rotinas, da estrutura e da organização do espaço escolar e de outros espaços educativos. - Movimentar-se em práticas de leitura, escrita e pesquisa. - Contribuir via relatos, observações e críticas nas conversações do grupo, objetivando refletir em torno das diferentes práticas que constituem a Educação e a Educação Matemática em diferentes espaços educativos. - Vivenciar realidades educacionais e práticas propostas pela Universidade com postura ética.

Conteúdo Programático
<p>Semana: 1 a 7</p> <p>Título: • Projeto político-pedagógico institucional: perspectivas de análise</p> <p>Conteúdo: • Projeto político-pedagógico institucional: perspectivas de análise</p>
<p>Semana: 1 a 7</p> <p>Título: •Relações étnico-raciais; relações de gênero e sexualidade; práticas de disciplinamento e de inclusão/exclusão escolar: implicações curriculares</p> <p>Conteúdo: • Relações étnico-raciais; relações de gênero e sexualidade; práticas de disciplinamento e de inclusão/exclusão escolar: implicações curriculares</p>
<p>Semana: 14 a 17</p> <p>Título: • Planejamento, elaboração de objetivos, seleção de temas/conteúdos, escolha de metodologias e recursos, produção de práticas avaliativas</p> <p>Conteúdo: • Planejamento, elaboração de objetivos, seleção de temas/conteúdos, escolha de metodologias e recursos, produção de práticas avaliativas</p>

Metodologia
A disciplina desenvolver-se-á em 3 Etapas:
Etapa 1 (7 semanas) -
<ul style="list-style-type: none"> • Aulas expositivas e seminários • Leituras individuais ou em grupos de textos selecionados • Inserção em espaço(s) educativo(s) específico(s) • Preparação e apresentação de um Plano de Trabalho

Considerando os objetivos contidos neste Plano de Ensino, poderão ser organizadas atividades relacionadas:

- ao serviço de orientação educacional da escola;
- à supervisão escolar;
- ao grêmio estudantil;
- à monitoria ou co-participação em sala de aula de Matemática;
- à organização de propostas e atividades de ensino;
- à participação em conselhos de classe, em reuniões do corpo docente da escola, em grupos de estudos e atividades diversas propostas pela instituição campo de estágio.

Etapa 2 (7 semanas)

- Inserção em espaço(s) educativo(s) específico(s): operacionalização do Plano de Trabalho.
- Produção escrita sobre o estágio docente. O objetivo dessa produção é realizar um exercício analítico sobre o estágio, utilizando as referências estudadas em aula e as indicadas nas seções de orientação. As análises devem ser aprofundadas teoricamente, acompanhadas de referências que ajudem a desenvolver as idéias e os pensamentos apresentados na referida produção, evidenciando elaboração teórica.

Etapa 3 (3 semanas)

- Orientações finais
- Entrega das versões finais das produções escritas.
- Recuperação
- Entrega de conceitos

Carga Horária

Teórica: 48

Prática: 72

Experiências de Aprendizagem

- Aulas expositivas e seminários
- Leituras individuais ou em grupos de textos selecionados
- Inserção em espaço(s) educativo(s) específico(s)
- Preparação e apresentação de um Plano de Trabalho
- Inserção em espaço(s) educativo(s) específico(s): operacionalização do Plano de Trabalho.
- Produção escrita sobre o estágio docente. O objetivo dessa produção é realizar um exercício analítico sobre o estágio, utilizando as referências estudadas em aula e as indicadas nas seções de orientação. As análises devem ser aprofundadas teoricamente, acompanhadas de referências que ajudem a desenvolver as idéias e os pensamentos apresentados na referida produção, evidenciando elaboração teórica.

Crêterios de avaliação

A avaliação será realizada por meio das seguintes práticas avaliativas:

1. apresentação de um seminário (peso 3);
2. plano de trabalho (peso 3.5);
3. produção escrita sobre o estágio docente (peso 3.5).

Constituirá a nota final da disciplina a média ponderada das notas obtidas (de 0 a 10) em cada uma dessas práticas avaliativas. O conceito final da disciplina consiste da transformação dessa nota de acordo com as seguintes correspondências: os conceitos A, B,

C e D correspondem, respectivamente, aos intervalos [9,0; 10], [7,5; 9,0], [6,0; 7,5) e [0; 6,0).

Observação: em consonância com as seções "ORIENTAÇÕES AO ESTAGIÁRIO" E "OBJETIVOS", a aprovação na disciplina dependerá da realização de no mínimo 75% das atividades previstas para a prática avaliativa 1, independentemente do aproveitamento obtido nas práticas avaliativas 2 e 3.

RECUPERAÇÃO

- A nota da prática avaliativa 1 poderá ser recuperada no final do semestre por meio de uma produção textual que engloba os conceitos tratados em aula durante o semestre. Para tanto, o aluno deverá ter frequência mínima de 75% nas atividades referentes a essa prática.
- A elaboração da Produção Escrita e do Plano de trabalho será acompanhada pela professora orientadora durante o período destinado às orientações individuais para que se possa revisá-la, discutir outras possibilidades, realizar sugestões e reformulá-la. Desta forma, a recuperação referente às práticas avaliativas 2 e 3 consiste de tais reformulações. Portanto, não haverá possibilidade de refazê-las após a entrega da versão final.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

Prática avaliativa 1

- Organização, adequação, coerência e clareza na apresentação
- Autonomia e criatividade na preparação e seleção de recursos
- Evidência de elaboração teórica e rigor conceitual
- Conexões estabelecidas entre o tema tratado, o objetivo, as leituras e as práticas utilizadas na apresentação
- Apresentar algo do seu pensamento e demonstrar problematização do assunto que está sendo tratado

Prática avaliativa 2

- Organização, adequação, coerência, clareza na elaboração do projeto
- Consistência teórica dos conteúdos utilizados na elaboração das atividades que constituem o projeto
- Frequência, comprometimento e pontualidade às atividades relacionadas ao projeto
- autonomia e criatividade na elaboração das atividades que constituem o projeto

Prática avaliativa 3

- Capacidade de problematizar e de pensar analiticamente, incorporando experiências e tramando-as com elementos teóricos devidamente referenciados
- Rigor na argumentação
- Conexões estabelecidas entre o tema tratado, o objetivo, as leituras e as práticas utilizadas na sua elaboração
- Pertinência das conexões estabelecidas na produção do texto
- Observância da escrita em termos de clareza, encadeamento e argumentação
- Apresentar algo do seu pensamento e demonstrar problematização do assunto que está sendo tratado
- Frequência, comprometimento e pontualidade às atividades relacionadas à produção do texto

Atividades de Recuperação Previstas

- I) A nota da produção escrita individual poderá ser recuperada no final do semestre.
- II) A elaboração do relatório será acompanhada pela professora orientadora ao longo do período de orientações, por meio de eventuais revisões, sugestões, etc. Portanto, a recuperação relativa a essa prática estará sendo realizada durante esse período.

Bibliografia

Básica Essencial

Silva, Tomaz Tadeu da - *Documentos de identidade :uma introdução às teorias do currículo* - Editora Autêntica(ISBN: 9788586583445).

Básica

ÁLVARES-URÍA, Fernando - *Microfísica da escola* .

BAMPI, Lisete - *Ordenando poder-saber: produção de identidades e hierarquização de diferenças* .

Fillpouski, Ana Mariza Ribeiro; Marchi, Diana Maria; Schäffer, Neiva Otero - *Teorias e fazeres na escola em mudança* - Editora Editora da Universidade/UFRGS(ISBN: 8570258089).

LOPES, Maura; VEIGA-NETO, Alfredo - *Inclusão e governamentalidade* .

Philip J. Davis; Reuben Hersh - *A Experiência Matemática* - Editora Francisco Alves(ISBN: 510.1).

Silva, Tomaz Tadeu da - *O sujeito da educação :estudos foucaultianos* - Editora Vozes(ISBN: 8532613179).

WALKERDINE, Valerie - *O raciocínio em tempos pós-modernos* .

Complementar

Sem bibliografias acrescentadas

Outras Referências

Não existem outras referências para este plano de ensino.

Observações

Orientações ao estagiário

- Os trabalhos que forem solicitados pelo orientador devem ser entregues nas datas solicitadas, preferencialmente digitados. Recomenda-se a adoção das normas da ABNT, de fonte 12 e espaço 1,5 entre linhas.
- A organização e a execução do plano de trabalho são de inteira responsabilidade do/s estagiário/s.
- O plano de trabalho deve ser aprovado pela orientadora, e após deverá ser encaminhado pelo/s estagiário/s à instituição educativa na qual será operacionalizado. A instituição será co-responsável pelo desenvolvimento das atividades propostas nesse plano, devendo emitir comprovação pertinente a cada uma das atividades realizadas pelo estagiário.
- Qualquer alteração no plano de trabalho deverá ser comunicada à professora orientadora, com uma antecedência de no mínimo 48 horas antes de sua execução.
- A supervisão in loco das atividades dos estagiários pela professora orientadora será realizada durante o semestre.
- São vedadas atividades que possam caracterizar-se como regência de classe.
- Orientações serão realizadas de forma coletiva ou individual, conforme necessário e a critério da professora orientadora de Estágio, em datas e horários previamente agendados.
- A frequência mínima para as atividades referentes às leituras e aos seminários é de 75%, conforme regimento interno da Universidade. A frequência para as atividades referentes ao plano de trabalho é de 100%, sob pena de suspensão do estágio.
- Demais critérios de organização do estágio e orientações específicas da disciplina serão discutidos e definidos com os estudantes ao longo do semestre.
- Situações não previstas devem ser comunicadas e tratadas com a professora orientadora. O contato poderá ser feito por e-mail ou pessoalmente, em horário a ser combinado.

ANEXO B – PLANO DE ENSINO DA DISCIPLINA DE ESTÁGIO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA II.



PLANO DE ENSINO

Data de Emissão: 28/04/2015

Faculdade de Educação			
Departamento de Ensino e Currículo			
Dados de Identificação			
Disciplina: ESTÁGIO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA II			
Período Letivo: 2014/1		Período de Início de Validade: 2014/1	
Professor Responsável pelo Plano de Ensino: LISETE REGINA BAMPI			
Sigla: EDU02X14	Créditos: 10	Carga Horária: 150	
Símula			
Estudo teórico-analítico das diferentes práticas que constituem o campo de estágio. Planejamento, operacionalização e avaliação de diferentes práticas educacionais em espaços educativos, voltados ao Ensino Fundamental. Desenvolvimento de projeto de ensino, envolvendo realidades educativas e as práticas propostas na universidade.			
Curriculos			
	Curriculos	Etapa Aconselhada	Natureza
	LICENCIATURA EM MATEMÁTICA	7	Obrigatória
	LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - NOTURNO	8	Obrigatória
Objetivos			
<ul style="list-style-type: none"> • Experimentar exercícios de pensamento possibilitados pelas práticas propostas na disciplina. • Atualizar conhecimentos sobre as teorias educacionais contemporâneas e suas implicações para o estágio docente e o currículo. • Fazer uso dos conteúdos/temas trabalhados nas disciplinas que constam como Pré-requisito para a disciplina de Estágio II, objetivando articulá-los e reatualizá-los na elaboração dos planos de aula e do Projeto de Ensino. • Planejar e executar práticas docentes na disciplina de Matemática em uma das séries do Ensino Fundamental. • Conhecer e participar do cotidiano, das rotinas, da estrutura e da organização de uma escola pública ou privada, bem como de outros espaços educativos. • Repensar a avaliação como técnica de ensino e aprendizagem, bem como produtora de relações de saberes, poderes, verdades e subjetividades. • Contribuir com relatos, observações e críticas nas conversações do grupo, objetivando pensar analiticamente as diferentes práticas de ensino e aprendizagem que constituem a Educação Matemática. • Vivenciar as realidades escolares e as práticas propostas na Universidade com postura ética. 			
Conteúdo Programático			
Semana: 1 a 12			
Título: - Organização curricular dirigida à preparação de Projeto de Ensino e Estágio de Docência: planejamento, elaboração de objetivos, seleção			
Conteúdo: - Organização curricular dirigida à preparação de Projeto de Ensino e Estágio de Docência: planejamento, elaboração de objetivos, seleção de temas/conteúdos, escolha de metodologias e recursos, produção de práticas avaliativas.			
Semana: 4 a 19			
Título: - Leitura e escrita: implicações para o estágio docente e a pesquisa.			
Conteúdo: - Leitura e escrita: implicações para o estágio docente e a pesquisa.			
Semana: 13 a 18			
Título: Teorias educacionais contemporâneas e Educação Matemática: perspectivas de análise.			
Conteúdo: - Teorias educacionais contemporâneas e Educação Matemática: perspectivas de análise.			
- Organização curricular dirigida à preparação de Projeto de Ensino e Estágio de Docência: planejamento, elaboração de objetivos, seleção de temas/conteúdos, escolha de metodologias e recursos, produção de práticas avaliativas.			
- Leitura e escrita: implicações para o estágio docente e a pesquisa.			
Metodologia			
Metodologia			
A disciplina desenvolver-se-á em 2 etapas:			
Etapa 1 (12 semanas)			

1.1 Orientações para a realização do estágio.

1.2 Apresentação de um cronograma: elaborar uma lista com as datas de realização do estágio, organizando uma distribuição provisória do conteúdo/tema a ser desenvolvido (a ser entregue no primeiro dia de orientação individual).

1.3 Elaboração de planos de aula, nos quais devem constar: a) dados de identificação da escola; b) objetivos; c) conteúdos/temas; d) metodologias/procedimentos – descrever detalhadamente as atividades a serem desenvolvidas, a organização da sala, os recursos a serem utilizados e o acompanhamento docente; e) avaliação – indicar as práticas e os critérios de avaliação a serem adotados; f) referências, conforme normas da ABNT.

Observação 1: a seção referências deve incluir fontes de naturezas distintas do livro didático como, por exemplo, produções elaboradas nas disciplinas Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática, textos paradidáticos, e mídias diversas.

• Período de observações nas escolas (no mínimo 14 horas-aula) na disciplina de Matemática. Se possível, complementar esse período com a observação da mesma turma em aulas de outras disciplinas;

• Orientações dos professores da disciplina, individuais ou em grupo, para a elaboração, revisão e reformulação dos planos de aula, para a eventual execução do projeto de ensino e para a produção escrita, planejamento e supervisão nas escolas;

Observação 2: quando houver coincidências nos horários de supervisão nas escolas e de orientações na Universidade, ou em casos excepcionais, estas serão realizadas à distância.

• Práticas docentes em sala de aula e no contexto escolar em geral. Tais práticas caracterizam-se por meio de 35 horas-aula de regência em classe, desenvolvida com estudantes do ensino médio, e por atividades que envolvam interações entre docente e discentes e discentes entre si. Essas atividades devem ser orientadas, registradas formalmente e avaliadas.

• Práticas docentes na Universidade, caracterizadas por meio de 15h na preparação de atividades, tais como seminários, elaboração de textos, recursos didáticos, em geral, etc.

Observação 3: o aluno poderá optar por realizar até 10h de sua prática docente na escola por meio da operacionalização de um Projeto de Ensino. Este projeto deve estruturar-se de acordo com o item 1.3. Além disso, deve incluir uma previsão do tempo de duração e a explicitação da atuação de cada integrante, no caso de ser constituído por mais de um colega. O projeto de ensino deverá estar contextualizado de acordo com uma proposta curricular, podendo constituir uma proposta da escola escolhida, considerados os objetivos contidos neste Plano de Ensino.

Etapa 2 (7 semanas)

2.1 Estudo teórico-analítico das diferentes práticas que constituem o campo de estágio:

- Aulas expositivas ou seminários;
- Leituras individuais ou em grupos de textos selecionados.

2.2 Produção escrita, enfatizando o estágio docente e a teorização curricular. O objetivo desta produção é realizar um exercício analítico, utilizando as referências estudadas em aula e nos seminários, e as indicadas nas seções de orientação. As análises devem ser aprofundadas teoricamente, acompanhadas de referências que ajudem a desenvolver as idéias/os pensamentos apresentados nesta produção, evidenciando elaboração teórica.

2.3 Proposta que consiste na escrita de uma página sobre um ou dois conceitos/ideias propostos na disciplina. Tal escrita funcionará como um disparador para as versões parcial e final da produção escrita.

Observação 4: não serão avaliados textos que se restrinjam à revisão bibliográfica ou a relatos de experiência.

2.4 Entrega das produções escritas.

2.5 Orientações para a recuperação.

2.6 Recuperação

Carga Horária

Teórica: 90

Prática: 60

<p>Experiências de Aprendizagem</p> <p>Elaboração, reformulação e execução de planos de aula para o estágio de docência;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elaboração e execução de um projeto de ensino; • Produção escrita, enfatizando o estágio docente e/ou o projeto de ensino, e a teorização curricular. • Produção escrita ou oral em classe. • Leituras individuais ou em grupos de textos selecionados. • Preparação de atividades, tais como seminários, elaboração de textos, recursos didáticos, em geral, etc.
<p>Critérios de avaliação</p> <p>Avaliação</p> <p>A avaliação será realizada por meio das seguintes práticas avaliativas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Planos de aula, suas reformulações e operacionalização (peso x, $3 \leq x \leq 6$); 2) Entrega de um projeto de ensino e apresentação dos planos das atividades desenvolvidas (peso y, $x+y=6$); 3) Preparação de seminários e apresentações orais em classe (peso 1.5); 4) Produção escrita relacionada ao estágio docente/projeto de ensino e suas versões parciais (peso 2.5). <p>Observação 5: no caso de realização de um projeto de ensino, serão atribuídos pesos proporcionais a ambas as práticas, de acordo com o número de horas-aula utilizadas no desenvolvimento do projeto, e calculada a média ponderada dessas práticas.</p> <p>As práticas avaliativas, antes mencionadas, serão examinadas a partir dos seguintes critérios:</p> <p>Prática avaliativa 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Consistência teórica dos conteúdos de matemática para o Ensino Médio. • Organização, adequação, coerência e clareza na elaboração dos planos das aulas. Esses planos devem ser apresentados conforme explicitado no item 1.3 da seção Metodologia deste Plano de Ensino. • Reapresentação de planos ou outras atividades, nos casos em que forem solicitadas alterações, correções, aprofundamentos, reformulações. • Freqüência, comprometimento e pontualidade às aulas na escola campo de estágio e às atividades relacionadas à elaboração dos planos das aulas. • Autonomia e criatividade na elaboração dos planos das aulas e seleção de recursos. <p>Prática avaliativa 2</p> <ul style="list-style-type: none"> • Evidência de elaboração teórica e rigor conceitual. • Organização, adequação, coerência e clareza na elaboração do projeto de ensino. Os projetos de ensino devem ser apresentados conforme explicitado na Observação 3, incluída na seção Metodologia deste Plano. • Pontualidade na entrega do projeto de ensino. <p>Práticas avaliativas 3 e 4</p> <ul style="list-style-type: none"> • Consistência teórica dos conteúdos tratados em aula. • Capacidade de problematizar e de pensar analiticamente, incorporando experiências e tramando-as com elementos teóricos devidamente referenciados. • Rigor na argumentação. • Capacidade de operar analiticamente com conceitos. • Conexões estabelecidas entre o tema tratado, o objetivo, as leituras e as práticas utilizadas na sua elaboração. • Pertinência das conexões estabelecidas na produção do texto. • Observância da expressão em termos de clareza, encadeamento e argumentação. • Freqüência, comprometimento e pontualidade às atividades propostas na disciplina.

- Presença de algo do seu pensamento e problematização do assunto que está sendo tratado.

Observação 6: no que se refere às apresentações orais em grupo, o conceito será atribuído individualmente, considerados os critérios acima explicitados.

A nota final da disciplina será atribuída através da média ponderada das notas obtidas de zero a dez (0 a 10) em cada uma das práticas avaliativas acima descritas. O conceito final da disciplina consiste da transformação desta nota de acordo com as seguintes correspondências: os conceitos A, B, C e D correspondem, respectivamente, aos intervalos [9,0; 10,0], [7,5; 9,0), [6,0; 7,5) e [0,0; 6,0).

Atividades de Recuperação Previstas

Recuperação

- 1) Prática avaliativa 1 – A elaboração dos planos de aula e suas eventuais reformulações ocorrerão no período destinado ao estágio docente. Desta forma, a recuperação referente a essa prática avaliativa consiste de tais reformulações.
- 2) Prática avaliativa 2 – A realização do projeto e dos planos das atividades desenvolvidas, bem como as suas eventuais reformulações, ocorrerá durante o período destinado à elaboração e execução dos mesmos. Desta forma, a recuperação referente a essa prática avaliativa consiste de tais reformulações.
- 3) Prática avaliativa 3 – Essa prática poderá ser recuperada no final do semestre por meio de uma produção textual ou oral que engloba os conceitos tratados em aula durante o semestre.
- 4) Prática avaliativa 4 – A produção dessa prática DEVERÁ ser acompanhada dos professores durante o período destinado às orientações individuais para que se possa revisá-la, discutir outras possibilidades, realizar sugestões e reformulá-la. Desta forma, a recuperação referente a essa prática avaliativa consiste de tais reformulações. Portanto, não haverá possibilidade de refazê-la após a entrega da versão final.

Bibliografia

Básica Essencial

Jorge Larossa - *Pedagogia profana: danças, pluvetas e mascaradas*. - Editora Autêntica (ISBN: 8586583367).

RANCIERE, Jacques - *O mestre ignorante: cinco lições sobre a emancipação intelectual* - Editora Autêntica (ISBN: 8575260456).

Walter Kohan - *Filosofia: o paradoxo de aprender e ensinar* - Editora Autêntica (ISBN: 9788575263945).

Básica

GALLO, Sílvia - GALLO, Sílvia. *O problema e a experiência do pensamento: implicações para o ensino da filosofia*. In: KOHAN, W; BORBA, S.

(Orgs.). *Filosofia, aprendizagem e experiência*. Belo Horizonte: Autêntica. 2008. .

Larrosa, Jorge. - *LARROSA, Jorge. Notas sobre a experiência e o saber de experiência*. *Revista Brasileira de Educação*. N. 19 (Jan/Fev/Mar/Abr), 2002. p. 20-28. .

Complementar

CORAZZA, Sandra Mara - *CORAZZA, Sandra Mara. Para pensar, pesquisar e articular em educação: sem ensaio não há inspiração*. Educação (São Paulo), 2007. .

SILVA, Tomaz Tadeu - SILVA, Tomaz Tadeu. *Mapeando a [complexa] produção teórica educacional*. *Curriculo sem fronteiras*, v.2,n.1, 2002. p.5-14. .

Outras Referências

Não existem outras referências para este plano de ensino.

Observações

Orientações ao estagiário

- Os atendimentos individuais ou em grupos com os professores da disciplina, no período destinado às observações e à docência, objetivam a apresentação SEMPRE ANTECIPADA dos planos das aulas para que se possa revisá-los, reformulá-los, discutir outras possibilidades, realizar sugestões, etc. Mas, a iniciativa de planejar a aula é do estagiário, sendo preciso ter o plano de aula já elaborado e escrito NO MÍNIMO uma semana antes de sua execução. As orientações serão realizadas na FACED. As datas e horários desses atendimentos serão combinados com os alunos;
- Não é permitida ao estagiário a docência em classe no período de observações e, posteriormente, no período de docência sem ter

disculdo o plano de aula com seu orientador e o mesmo ter sido aprovado, sob pena de suspensão do estágio;

- A frequência mínima para as atividades propostas na disciplina é de 75%. A frequência para as atividades referentes ao estágio docente é de 100%, sob pena de suspensão do estágio;

- Os planos de aula e o eventual projeto de ensino devem ser preferencialmente digitados. Recomenda-se utilizar tamanho de fonte 11 ou 12 e espaço simples entre parágrafos. Quando não for possível digitá-los, deve-se justificar e os mesmos devem estar escritos de forma legível;

- Os planos das aulas e o projeto de ensino, após terem sido aprovados pelo orientador, deverão ser apresentados para o professor regente da disciplina na escola campo de estágio. Os planos deverão ser rubricados pelo professor regente ou coordenador pedagógico;

- Situações não previstas devem ser discutidas com os professores orientadores. O contato poderá ser feito pessoalmente ou por e-mail. Ao final do estágio, a escola deverá comprovar as horas referentes ao período de observação e à docência do(a) estagiário(a) por meio de um dispositivo como o livro ponto.

- A chamada será realizada no início de cada período.