UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

LEANDRO DE ANDRADES CAMPOS

A PROBABILIDADE NOS JOGOS:

Uma Alternativa de Ensino

PORTO ALEGRE

2015

LEANDRO DE ANDRADES CAMPOS

A PROBABILIDADE NOS JOGOS:

Uma Alternativa de Ensino

Trabalho de conclusão de Curso apresentado junto ao Curso de Licenciatura em Matemática do Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

PORTO ALEGRE

2015

LEANDRO DE ANDRADES CAMPOS

A PROBABILIDADE NOS JOGOS:

Uma Alternativa de Ensino

Trabalho de conclusão de Curso apresentado junto ao Curso de Licenciatura em Matemática do Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Aprovado em ________________

BANCA EXAMINADORA

____

Prof.ª Dr.ª Fernanda Wanderer

Faculdade de Educação – UFRGS

____

Prof.ª Dr.ª Marilaine de Fraga Sant'Ana

Instituto de Matemática- UFRGS

____

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Orientador- Instituto de Matemática- UFRGS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

RESUMO

O presente trabalho tem por finalidade estabelecer aproximações entre o uso de materiais concretos (os jogos) para o ensino de probabilidade e a motivação, desempenho, e interesse dos alunos por tais ambientes de aprendizagem. Para isso, tomamos como referência teórica os autores Silva e Araujo (2011), D'Ambrosio (1989), Ferreira (2011), Fiorentini e Miorim (1990), Abe e Bittar (2010), Azevedo (1979), Ole Skovsmose (2000) e Freire (1996). A pesquisa realizada com duas turmas de primeiro ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de ensino de Porto Alegre-RS levou em consideração, além dos tópicos já citados, a evolução da autonomia dos participantes na resolução dos problemas durante os trabalhos, bem como o diário de campo do pesquisador. Assim, por meio dos dados coletados concluímos serem as atividades com jogos atraentes aos alunos, motivador e facilitador na compreensão de problemas envolvendo probabilidades.

Palavras-chave: Jogos, Probabilidade, Aprendizagem de Matemática.

ABSTRACT

This study aims to establish similarities between the use of concrete materials (games) for teaching probability and motivation, performance, and student interest for such learning environments. For this, we take as a theoretical reference the authors Silva and Araujo (2011), D'Ambrosio (1989), Ferreira (2011), Fiorentini and Miorim (1990), Abe and Bittar (2010), Azevedo (1979), Ole Skovsmose (2000), Freire (1996). A survey conducted with two groups of first year of High School a state school education in Porto Alegre-RS took into account, in addition to the topics mentioned above, the evolution of the autonomy of the participants in solving problems during the work, as well as the daily researcher of the field. Thus, through the data collected be completed activities with games, appealing to students, motivator and facilitator in understanding problems involving probabilities.

Keywords: Games, Probability, Mathematics Learning.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Um dos desafios do professor atual é resgatar o desejo e o prazer nos alunos em aprender, sem que a preocupação dos mesmos seja meramente a de progredir para uma nova etapa escolar como uma obrigação imposta. Acredito que, apenas as aulas tradicionais expositivas não sejam por si só, eficientes para fazer com que o aluno se interesse pelos estudos, pois, nessas aulas, o papel do aluno freqüentemente se restringe ao de um expectador acompanhando o raciocínio do professor. A médica e educadora italiana, Maria Montessori acreditava "não haver aprendizado sem ação". Da mesma forma, Azevedo (1979, p.27) afirma que: "Nada deve ser dado ao estudante, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ele uma situação concreta que o leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração".

Sabemos que a compreensão da disciplina de matemática (em particular a probabilidade) depende do pensamento abstrato e que, o ensinamento pelas vias tradicionais depende exclusivamente disso. Ora, nem todo aluno possui maturidade intelectual suficiente para assimilar esse tipo de raciocínio e por isso mesmo, por vezes, surge um acumulo de duvidas e o desinteresse pelas aulas. Segundo Chagas (2004) esse deve ser um cuidado importante que deve ser tomado pelo professor, pois além de desmotivar o aluno gera uma resistência em relação ao que se está sendo ensinado, conforme trecho a seguir:

> Um problema grave que pode ocorrer nas salas de aula é o fato de que o ensino somente transmitido não toma muitas vezes o cuidado de verificar se realmente os alunos encontram-se preparados para enfrentar assuntos novos a serem transmitidos pelo professor. Nestes casos o acúmulo de dúvidas por parte dos alunos é quase inevitável. Este problema, por um lado, também se deve ao fato do professor utilizar metodologia tradicional de ensino. (CHAGAS, 2004, p.244)

De maneira que, segundo Chagas, o estudante desmotivado passa a se desinteressar pelo que está sendo ensinado, ao afirmar que:

> [...] dos problemas mais corriqueiros que o professor enfrenta em sala de aula, o mais difícil de solucionar seja o da falta de motivação dos alunos. Conseqüentemente, este problema produz atitudes de resistência àquilo que está sendo ensinado [...]. (CHAGAS, 2004, p.244)

.Ainda, Chagas (2004) afirma que:

> [...] avanços teóricos têm comprovado que a aprendizagem não se dá pelo treino mecânico descontextualizado, ou pela exposição exaustiva do

> professor. Pelo contrário, a aprendizagem dos conceitos ocorre pela interação dos alunos com o conhecimento [...]. (CHAGAS, 2004, p.245)

Além disso, durante minha vida estudantil fora da Universidade, pude observar que a maioria dos estudantes tem aversão ao estudo de análise combinatória e probabilidade por acharem o tema de difícil compreensão, nos quais, eu me incluía. Percebi ainda, que boa parte dos professores de escolas públicas e privadas, incluindo cursos pré-vestibulares, não dispensa o tempo e a atenção necessária que o assunto merece. E na maioria das vezes, quando os conteúdos são abordados, os métodos limitam-se a aplicações de fórmulas, sem que o aluno entenda o real significado do problema. É o que afirma Mandarino (2004, p.7) “[...] resolver problemas não é apenas aplicar uma fórmula tal para encontrar um resultado. Não é simplesmente memorizar e resolver um algoritmo, sem que se saiba muito bem por que e para que [...]”. De maneira que acreditamos também ser importante encontrar uma contextualização dos problemas matemáticos com a vida real, pois isso proporcionará um significado ao aluno em relação ao que estiver aprendendo.

Entretanto, ao cursar as disciplinas referentes ao assunto durante o curso de Licenciatura em Matemática, pude compreender que os problemas difíceis de outrora eram, na verdade, de fácil tratamento usando apenas um raciocínio simples que está ao alcance até mesmo de estudantes de ensino fundamental. Ou seja, é possível que se ensine a pensar combinatoriamente e probabilisticamente sem a necessidade de utilizar notações e definições, para as quais o aluno, por vezes, não possui maturidade matemática suficiente. Sendo motivado por isso, passei a me interessar por pesquisar formas alternativas e menos formais de ensinar probabilidade por meio da utilização de jogos nas aulas de probabilidades, que pelo seu caráter lúdico e pela riqueza de situações envolvendo o raciocínio probabilístico oferecem um excelente ambiente de aprendizagem. Sem dizer que os jogos são uma forma de entretenimento e lazer intensamente usufruídos não somente pelos jovens estudantes, mas pela sociedade como um todo.

E ainda, me motiva a idéia de trabalhar com eventos não determinísticos, ou seja, prever situações incertas. E claro que, não poderia deixar de citar as aplicações que são as mais diversas para a sociedade, como por exemplo: previsão do tempo, mortes em acidentes de trânsito, riscos corridos em determinadas regiões das grandes cidades, etc. Dessa forma acreditamos ser importante trabalhar o tema com os alunos, tanto de Ensino Fundamental quanto de Ensino Médio, a fim de que, desde cedo o indivíduo se familiarize com o assunto.

Além disso, um dos objetivos principais da pesquisa é debater sobre os efeitos que a utilização de um material lúdico como os jogos pode produzir no aprendizado dos alunos, em relação ao ensino de probabilidades. Ou seja, qual a postura deles em relação ao jogo, como por exemplo, o interesse pelas regras, participação, socialização e, é claro, se haverá aprendizado sobre probabilidades por parte deles. De modo que o material descrito tem como objetivo, construir juntamente com os alunos os conceitos principais sobre o assunto, para após isso, estabelecer as definições formais. A proposta na verdade é essa: observar como o jogo, uma situação concreta, ajuda na construção dos conceitos matemáticos envolvidos.

Ademais, o estudo sobre “A Probabilidade nos Jogos”, é uma tentativa de incentivar a utilização de materiais concretos (jogos) no ensino de probabilidades, tanto para nível fundamental e médio, haja vista que, o aprendizado de probabilidades, bem como a maioria dos conteúdos de matemática, requererem um pensamento abstrato o qual o aluno, por vezes, tem dificuldade de se apropriar. E o jogo, acredito, faz essa “ponte” entre o concreto e o abstrato, facilitando a compreensão dos alunos.

Enfim, deseja-se analisar a maior quantidade possível de jogos que possuem como peculiaridade o uso do pensamento probabilístico como estratégias de jogadas, os quais podem ser aplicados numa dinâmica de aula sobre o tema. E ainda, o objetivo da pesquisa é, como já citado, buscar formas alternativas de ensinar probabilidades de maneira divertida e que haja aprendizado de fato.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Percebe-se frequentemente por parte dos alunos um desinteresse pelo que está sendo ensinado nas aulas de matemática. Ao questionar estes sobre o porquê de tal desinteresse, as justificativas foram as mais variadas, umas delas é que eles não irão utilizar alguns conteúdos na profissão escolhida. E outra justificativa apresentada por um dos alunos numa das aulas do estágio docente que fiz durante o curso de Licenciatura em Matemática foi a seguinte, "gostava muito de matemática, mas ao ingressar no Ensino Médio parece que perdeu a graça estudar matemática". Sobre esse "desencantamento" com o aprendizado à medida que avançam na vida escolar, Sidman (1995) comenta que:

> Nos primeiros anos, a maioria deles aprende com vontade, os poucos aprendizes relutantes destacam-se dos outros. A partir dos graus intermediários e da escola secundária até a universidade, a balança muda; estudantes sem nenhuma vontade predominam (SIDMAN, 1995, p. 289).

Assim, ao que parece, aquele desafio de aprender coisas novas vai se perdendo e a encantadora tarefa de construir conhecimentos novos, passa a se tornar uma mera obrigação que tem por único objetivo progredir a uma nova etapa escolar. Certamente que são muitos os fatores que contribuem nesse processo de transformação que ocorre com os nossos alunos, incluindo psicológicos, familiares, econômicos, etc. Uma pesquisa realizada com alunos de uma escola de Ensino Fundamental, liderada pela professora Ana Cristina Ferreira, e publicada na XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (XIII CIAEM-IACEM, Recife, Brasil), cujo foco era identificar a percepção dos alunos em relação à indisciplina e desinteresse pelas aulas de matemática, indicou que o desinteresse pelas aulas está diretamente relacionado às aulas monótonas e que o comportamento de alguns deles prejudica o processo ensino e aprendizagem. E ainda, contraria o mito de que a matemática é difícil para eles, conforme citado abaixo:

> [...] ao contrário do que acreditam os professores, um número significativo de alunos afirma gostar de Matemática e não considerá-la tão difícil. Além disso, afirmam que a indisciplina relaciona-se a aulas desinteressantes e monótonas, mas também parecem perceber que o comportamento dos alunos em sala de aula influencia o processo de ensino e aprendizagem. [...] (FERREIRA, 2011, p. 1-2)

Em contrapartida, as queixas dos professores são praticamente as mesmas em diversas escolas, inclusive na escola onde foi realizada a coleta de dados. Segundo os professores que ouvimos, "os alunos são dispersos, ficam conectados nas redes sociais durante as aulas, e no momento das explicações seguidamente estão conversando sobre outros assuntos que não dizem respeito ao assunto abordado”. Tais declarações estão de acordo com a entrevista realizada durante a pesquisa citada:

> Uma das principais queixas dos professores era o desinteresse e a indisciplina dos alunos. Segundo a professora Alice: “enquanto você está muito preocupado em ensinar 100% ele está preocupado em internet, coleguinha, em Orkut... então é complicado. Aí quando chega na hora da avaliação, ele nem lembra que viu que não viu, e ele não estuda em casa, não faz dever de casa, é muito complicado. (FERREIRA, 2011, p. 2)

Contudo, desejamos lançar o olhar sobre um fator pelo qual o professor é diretamente responsável e que pode contribuir para esse processo de desencantamento em relação às atividades escolares, a saber, a aula proposta. E o que pode ser feito para, quem sabe, estimular esse desejo que outrora era tão latente no estudante.

Em primeiro lugar, podemos citar as aulas estritamente expositivas como um dos fatores que contribuem para esse desencantamento. Uma vez que esse modelo de aula, “engessado”, faz com que o aluno ocupe a posição de mero expectador na dinâmica de aula, um coadjuvante. De modo que não é possível dizer que esse aluno está fazendo descobertas novas, antes, é o professor quem descobre para ele. Sobre isso, D’Ambrosio (1989) comenta que:

> Os professores em geral mostram a matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido. Ao aluno não é dado, em nenhum momento, a oportunidade ou gerada a necessidade de criar nada, nem mesmo uma solução mais interessante. O aluno, assim, passa a acreditar que na aula de matemática o seu papel é passivo e desinteressante. (D’AMBROSIO, 1989, p.16)

E complementa dizendo que o processo de ensino e aprendizagem em matemática é carente de aulas em que o aluno possa por em ação a sua criatividade para solucionar problemas:

> Em nenhum momento no processo escolar, numa aula de matemática geram-se situações em que o aluno deva ser criativo, ou onde o aluno esteja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema. (D’AMBROSIO, 1989, p. 16)

Diante disso, é bom lembrarmos que vivemos numa época em que as pessoas interagem com tudo ao seu redor, o tempo todo. Ou seja, tem um papel ativo em sociedade. Nos programas de televisão como telenovelas, por exemplo, os expectadores podem, por vezes, decidir qual o fim de determinados personagens. Nos Reality Shows, participam de votação para escolher o participante preferido através de seus dispositivos móveis como smartphone, tabletes, ou notebook. Consultam a previsão do tempo, pagam contas, procuram endereços de comércios, pesquisam sobre os seus ídolos, etc. Sobre esse desejo de participação do indivíduo Fischer (2005, vol. 25, n. 65, p. 47) afirma que: “[...] o curioso é que em nossa sociedade alimentamos todos os dias a necessidade de sermos ouvidos e vistos no espaço público (da mídia), já que isso nos garantiria uma espécie de realidade [...]”. E essa necessidade que o indivíduo tem de ser ouvido e de participação, acreditamos, não ser apenas no campo da mídia, mas também em qualquer ambiente ou grupo social em que ele esteja inserido. Ademais, trazer os conteúdos de matemática aos alunos como algo pronto e acabado, conteúdos “inquestionáveis” por que “Deus quis assim”, lembra os regimes totalitários. Regimes esses que, segundo análise realizada por Fischer (2005, p. 45) da obra “A condição humana” de Arendt H. (2000), são responsáveis por desprezar a criatividade do indivíduo, conforme trecho a seguir,“[...] regimes totalitários foi (e é) responsável por aniquilar a individualidade humana, a espontaneidade dos sujeitos individuais e dos grupos, enfim, a criativa ação humana [...]”.

Além desses já citados, Freire (1996, p.25) afirma que: “Ensinar não é transferir conhecimentos, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção”. De modo que desejamos oportunizar essa criatividade do aluno de tal modo que ele passe de coadjuvante a protagonista da aula, respeitando o seu tempo de aprendizado. Assim, faz-se necessário criar alternativas de ensino de matemática, na qual, o aluno parta do concreto ao abstrato e, as quais, segundo análise realizada por Fiorentini e Miorim (1990, p. 2), estão de acordo com a escola Montessoriana que “[...] acreditava não haver aprendizado sem ação [...]”. Ainda, Azevedo (1979, p.27) afirma que: “Nada deve ser dado à criança, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração”. Assim, tomando como base os autores citados, o presente trabalho se propõe a oferecer aos alunos situações-problema relacionadas à probabilidade com o propósito de que possam chegar a conclusões próprias sobre o tema, construindo por si só e com a orientação do educador, o seu próprio conhecimento. De modo que, a exemplo de

Maria Montessori (1870-1952), primeira mulher a se formar em Medicina na Itália, e tornando-se referencia na psicologia e pedagogia experimental com crianças consideradas “desequilibradas” utilizando métodos que para sua época fugiam do convencional, desejamos também realizar atividades a partir de materiais concretos. Assim, tomamos como referencia a criadora do material dourado, bem como a escola montessoriana para o desenvolvimento deste trabalho. Além disso, vale citar a análise de Silva (2011, p. 2) sobre essa escola que para nós serve de referencia, segundo ele, Montessori “[...] Iniciou assim, o processo de construção de um conceito de escola, que tem como principio essencial a atividade do aluno. [...]” e que tal principio, cuja denominação é dita como “atividade real”, prioriza “[...] A experimentação do aluno; a troca de informações entre estudantes; a troca de informações entre estudantes e professor; o professor atuar como um mediador entre os conhecimentos e a ação do aluno [...]”. Porém, ressalva a importância do acompanhamento atento do educador nas atividades com o propósito de encaminhá-los na consolidação dos conhecimentos:

> O professor na escola montessoriana busca criar um contexto em que possibilite aos estudantes liberdade para a “experimentação”, para as trocas de informações, para a pesquisa. Nesse contexto, cabe ao educador ir acompanhando e aguçando o pensamento dos alunos encaminhando-os para aquisições desejadas. (SILVA, 2011, p. 2)

É sabido que esse processo de criação de situações-problema demanda tempo extraclasse para planejamento e também o aluno precisa de tempo para chegar a conclusões próprias. Resumindo, é preciso respeitar o tempo de cada um. De modo que, outro empecilho a esse processo de construção do conhecimento, no qual, o aluno passa de coadjuvante a um ser ativo e o professor um monitor que o auxilia nas descobertas, é a preocupação com a quantidade de conteúdo a ser vencido no ano letivo. Assim, segundo D’Ambrosio (1989):

> Uma das grandes preocupações dos professores é com relação à quantidade de conteúdo trabalhado. Para esses professores o conteúdo trabalhado é a prioridade de sua ação pedagógica, ao invés da aprendizagem do aluno. É difícil o professor que consegue se convencer de que seu objetivo principal do processo educacional é que os alunos tenham o maior aproveitamento possível, e que esse objetivo fica longe de ser atingido quando a meta do professor passa a ser cobrir a maior quantidade possível de matéria em aula. (D’AMBROSIO, 1989, p.16)

Dessa forma D’Ambrosio (1989) defende uma mudança de concepções em relação ao fazer matemática tanto de professores quanto de alunos, afirmando que “[...] as concepções dos alunos e professores sobre a natureza da matemática, o ato de se fazer matemática e como se aprende matemática. Essas concepções terão que ser modificadas para que se possa ter uma renovação no ensino de matemática [...]". (p. 16)

Vale lembrar que o trabalho que propomos não tem, de modo algum, a pretensão de fazer essa "renovação" do ensino de matemática, uma vez que se trata de uma tarefa um tanto complexa, assim como todo o processo de ensino e aprendizagem. Antes, o que se deseja é contribuir, observar os efeitos de práticas envolvendo jogos, e sugerir tais práticas de ensino.

Assim sendo, conforme citado anteriormente e, a exemplo da escola montessoriana, propomos as atividades com jogos por entender que eles proporcionam tais situações concretas, podendo o aluno observar padrões matemáticos que se repetem. E uma vez construídos tais conhecimentos através de situações de jogadas, poderem utilizar firmemente tais conceitos. Acreditamos que a utilização de jogos em sala de aula é uma ferramenta de auxilio ao estudante que exigirá menos da abstração deste. Porém, mais uma vez é preciso salientar que esse processo de construção do conhecimento não se dá, sem o auxilio, acompanhamento atento, e planejamento do professor. Afinal, não se deve, de modo algum, confundir liberdade ao aluno para construir conhecimentos com negligencia por parte do professor. Caso contrário, há grandes chances de tornar-se uma atividade sem objetivos claros, ou seja, o jogo pelo jogo. Sem haver aprendizado de fato.

Visto isso, desejamos antes de tudo, fazer uma breve definição dos tipos de jogos educativos, à luz da teoria dos jogos. E em qual deles a probabilidade se encaixa. Assim, após pesquisar sobre a teoria dos jogos percebemos que as definições e classificações sobre jogos variam bastante entre os estudiosos do assunto. Entretanto, ficaremos com as definições descritas e publicadas por Carvalho (2008) na revista Cocar (semestral do Programa de Pós-Graduação em Educação da UEPA). Segundo ele, os jogos se dividem em quatro categorias são elas: o Agôn (relacionada aos jogos de competição e a habilidade do jogador), a Alea (os jogadores dependem apenas da sorte), a categoria Mimicry (relacionada às artes do espetáculo, como por exemplo, as interpretações teatrais e dramáticas ou jogos de "faz de conta"), e a categoria do Ilinix (é o tipo de jogo que provoca a vertigem, e a excitação no jogador), podendo ser encontrada em esportes radicais .Dessa forma, podemos perceber facilmente que a categoria de jogos em que a probabilidade pertence é a Alea, pois é uma categoria em que cada jogador tem chances iguais de obter sucesso e a eventual habilidade dos jogadores não poderá interferir no resultado. Ou seja, depende exclusivamente da sorte. Assim, vejamos a definição segundo Carvalho (2008):

> A Alea é o oposto do agôn. Ela nega o trabalho, a habilidade, a qualificação, a inteligência, a força, a paciência, eliminando o valor profissional, a regularidade e o treinamento. É uma característica própria de jogos em que as decisões não dependem do jogador, e sim do destino, do acaso. Aqui, o jogador se entrega à sorte ou ao azar, o mérito pessoal não tem lugar, cabe ao jogador apenas aguardar o resultado. Os jogadores são colocados, num mesmo patamar de igualdade, por estarem à disposição unicamente da sorte, como é o caso dos jogos de carta, de dados, a roleta, os bingos, as loterias e outros. A Alea se apresenta, como uma desvalorização do mérito pessoal. (CARVALHO, 2008, p.102)

Além disso, é importante definirmos a palavra acaso e evento aleatório, intrínsecas ao tema probabilidade. Segundo Viali (2008, p. 144) o acaso é definido da seguinte maneira:

> O denominado “acaso” é um conjunto de forças, em geral, não determinadas ou controladas, que exercem individualmente ou coletivamente papel preponderante na ocorrência de diferentes resultados de um experimento ou fenômeno. Assim, ao lançarmos uma moeda, é senso comum que os possíveis resultados, exceto por alguma extravagância da natureza, são “cara” e “coroa”. No entanto, antes de realizada a experiência não é possível antecipar qual dos dois possíveis resultados irá ocorrer. Isso acontece porque os fatores que determinam um desses particulares resultados não podem ser identificados e caso isso ocorra não são passíveis de controle.
>
> A idéia de acaso é quase tão antiga quanto às primeiras civilizações, só que a percepção que isso é um fenômeno natural veio a ocorrer bem mais tarde. Inicialmente o acaso era percebido como fruto ou obra da divindade. (VIALI, 2008, p. 144)

Já eventos aleatórios são aqueles que são independentes da habilidade do jogador. Ou seja, qualquer pessoa poderá jogar não influenciando nos resultados. Segundo publicação de Thomas Gonzaga no site Info Escola e disponível em http://www.infoescola.com/matematica/probabilidade/, define-se eventos aleatórios da seguinte maneira:

> Evento aleatório é aquele que pode ser executado várias vezes, sempre nas mesmas condições, e se obtém resultados diferentes, que estão previstos dentro dos possíveis resultados para este experimento, isto ocorre devido ao acaso, não podemos ter a absoluta certeza do resultado de cada um destes eventos. (http://www.infoescola.com/matematica/probabilidade, acesso online em 15 de janeiro de 2015)

Ademais, é importante observarmos o que diz os Parâmetros Curriculares Nacionais sobre a introdução da Probabilidade no Ensino Fundamental. Segundo os PCNs a introdução do tema probabilidade no ensino fundamental se dá pela necessidade de fazer um bom uso das informações dispostas cotidianamente em jornais, revistas e etc. Informações essas que inicialmente são abordadas na área tratamento da informação. É o que fica claro no trecho abaixo:

> A importância e interesse alcançados pelo Tratamento da Informação nos dias de hoje, tanto nos aspectos voltados para uma cultura básica quanto para a atividade profissional, se deve à abundância de informações e às formas particulares de apresentação dos dados com que se convive cotidianamente. Assim, o estudo, nos terceiro e quarto ciclos, dos conteúdos estabelecidos no Tratamento da Informação justificam-se por possibilitar o desenvolvimento de formas particulares de pensamento e raciocínio para resolver determinadas situações-problema, as que envolvem fenômenos aleatórios, nas quais é necessário coletar, organizar e apresentar dados, interpretar amostras, interpretar e comunicar resultados por meio da linguagem estatística. (PCNS, 3º e 4º ciclos do ensino fundamental, p.134, 1998)

E complementa reforçando a importância de se trabalhar o tema de maneira experimental e manipulativa, na qual, o aluno vai percebendo características importantes sobre o espaço amostral e eventos aleatórios, enfim, probabilidades. Conforme trecho abaixo:

> Nos ciclos finais, a noção de probabilidade continua a ser explorada de maneira informal, por meio de investigações que levem os alunos a fazer algumas previsões a respeito do sucesso de um evento.
>
> Para ampliar a noção de probabilidade pode-se partir de uma situação como: em 10 lançamentos de uma moeda deu 9 vezes cara, ou seja, 90% dos lançamentos. A partir dessa afirmação é possível explorar as seguintes situações: se a moeda for lançada mais 10 vezes, é provável que essa porcentagem se repita? e se o número de lançamentos for 1.000? Ou 10.000? Qual é a porcentagem que deve dar em cada caso? As respostas dos alunos evidenciam sua intuição a respeito de algumas idéias envolvidas na probabilidade e favorecem um trabalho de familiarização com esse assunto. É importante que eles descubram, pela experimentação, que as chances de cada resultado ser igual 50% deve-se à simetria da moeda e sua homogeneidade (moeda honesta).
>
> Com esse trabalho espera-se que o aluno também perceba que ele poderia ter lançado uma moeda 15 vezes obtendo nesses lançamentos 15 caras. Mas, mesmo que isso tivesse acontecido (o que é bem difícil) no 16º lançamento, a chance de obter cara continua sendo a mesma de obter coroa e que a disparidade entre os resultados de cara e de coroa tendem a diminuir conforme se amplia o número de experimentos.
>
> Ao se realizarem experiências para calcular probabilidades, é interessante utilizar materiais manipulativos que permitam explorar a propriedade da “simetria” (dados, moedas), como também os que não possuem essa “simetria” (roletas com áreas desiguais para os números).
>
> No trabalho com probabilidade é fundamental que os alunos compreendam o significado de espaço amostral e sua construção pela contagem dos casos possíveis, utilizando-se do princípio multiplicativo e de representações como uma tabela de dupla entrada ou um diagrama de

> árvore. Desse modo, será possível indicar o sucesso de um evento utilizando-se de uma razão. (PCNS, 3º e 4º ciclos do ensino fundamental, p.137 e 138, 1998)

Sobre a introdução da probabilidade no ensino fundamental Abe e Bittar (2010, p. 2) dizem que:

> A introdução da Probabilidade no Ensino Fundamental ocorreu apenas nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática de 1998, onde foi inserida dentro do bloco Tratamento da Informação em conjunto com a Estatística e a Combinatória.
>
> Os PCN defendem sua inclusão devido à demanda social e, por isso, seu ensino não pode ser baseado apenas em definições e fórmulas determinísticas; deve ser trabalhado de modo mais amplo, interdisciplinar e principalmente fazendo conexão com a realidade, sugerindo uma abordagem frequentista. (ABE; BITTAR, 2010, p. 2)

Já sobre o PNLD, Abe e Bittar (2010, p. 2) comentam que:

> O guia de Livros Didáticos PNLD 2008, declara que o bloco de Tratamento da Informação tem sido pouco valorizado nos livros didáticos e ainda aponta problemas graves, como o uso do termo possibilidade sendo usado como sinônimo de probabilidade. Os problemas apontados pelo guia podem ser um reflexo do que vem acontecendo no ensino atual. Talvez o pouco tempo de presença da Probabilidade, Estatística e Combinatória no Ensino Fundamental ainda não tenha permitido um consenso de que conteúdos devem ser abordados e de que forma esse ensino deve ocorrer. (ABE; BITTAR, 2010, p. 2).

E ainda, é importante dizer que não queremos de modo algum, fazer o discurso da "terra arrasada", ou condenar qualquer prática de ensino adotada pelos professores, nem tampouco, dizer que esse ou aquele método é melhor. Segundo Fiorentini e Miorim:

> O professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem estar em um segundo plano. A simples introdução de jogos ou atividades no ensino da matemática não garante uma melhor aprendizagem desta disciplina. (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 3)

Também, Ole Skovsmose no texto "Cenários Para Investigação" (2000, p. 74) não descarta, de modo algum, nenhum dos ambientes de aprendizagem, mas sugere que haja um mover entre os diferentes ambientes de aprendizagem ao afirmar "[...] Sustento que a educação matemática deve mover-se entre os diferentes ambientes [...]". Além disso, reconhece a importância da realização de exercícios nos moldes das aulas tradicionais ao dizer que "[...] Particularmente, não considero a idéia de abandonar por completo os exercícios da educação matemática [...]". E

D’Ambrosio (1989) complementa dizendo que deve haver uma diversificação no processo ensino aprendizagem, conforme trecho a seguir:

> É difícil, num trabalho escolar, desenvolver a matemática de forma rica para todos os alunos se enfatizarmos apenas uma linha metodológica única. A melhoria do ensino de matemática envolve, assim, um processo de diversificação metodológica [...]. (D’AMBROSIO, 1989, p. 19)

Dessa forma, o que desejamos é refletir sobre alternativas de ensino que possam despertar o prazer do aluno em aprender. Fazendo deste, não apenas um expectador, mas um agente ativo da aula. Além é claro, de sugerir aos educadores o presente trabalho como uma ferramenta de ensino.

3. METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO

3.1 Contexto e sujeitos da pesquisa

A pesquisa ocorreu numa Escola Técnica Estadual de Porto Alegre, com alunos vindos do ensino fundamental. Estes são oriundos de escolas das mais diversas regiões de Porto Alegre e grande Porto Alegre, ou seja, um grupo bastante heterogêneo em se tratando de metodologias de ensino desenvolvida no ensino fundamental. O trabalho foi realizado com duas turmas, cada uma composta de aproximadamente trinta alunos.

3.2Coletas dos dados

A coleta de dados se deu, primeiramente, por meio de um questionário que objetivava sondar que conhecimentos os alunos possuíam sobre eventos aleatórios, determinísticos e probabilidade. Em verdade, desejávamos saber se os alunos tiveram contato com o tema probabilidade no ensino fundamental e, se houve real construção desse conhecimento.

Após realizarmos a atividade do questionário, bem como as explicações e debates necessários para seguirmos adiante, foi dado início ao segundo instrumento de coleta, a roleta de cassino. Nela, partimos dos conceitos de frações para introduzir os de probabilidade, incluindo o princípio multiplicativo. Já que, seria necessário para a compreensão das resoluções de itens da atividade em que dois eventos ocorrem simultaneamente. É importante dizer que ela foi realizada na sala de estudos, a qual tem mesas que propiciam atividades em grupos, o que era importante para a troca de idéias.

Além disso, trabalhamos com a turma o jogo dos pontos corridos, este consiste no lançamento de dois dados, bem como a observação das somas das faces superiores, as quais, conforme ocorriam anotavam-se no quadro negro o resultado. Ora, essa atividade foi de grande importância para que eles pudessem entender que a ocorrência de determinadas somas não se davam exclusivamente pela sorte, mas porque as probabilidades de alguns resultados eram maiores do que outros. Ademais, ela atende aos propósitos desse trabalho, pois oferece a oportunidade de participação dos alunos e inclusive uma discreta torcida. A exemplo da roleta de cassino, também foi proposto um questionário sobre probabilidades de determinados eventos ocorrerem.

Ainda, foi utilizado como instrumento de coleta o jogo batalha naval, uma vez que se trata de um ambiente de aprendizado rico em situações probabilísticas como eventos exclusivamente excludentes, cálculo de probabilidades condicionadas, entre outros. Naturalmente que, antes de tudo, para podermos fazer perguntas foi necessário debatemos com a turma sobre as regras do jogo.

E por fim, fizemos uso como instrumento de coleta da pesquisa, cartas de um baralho, já que oferece um "leque" rico de situações-problemas. É importante lembrar que todas essas atividades fazem parte de uma situação real, palpável. E que, por não depender da imaginação (abstração) dos alunos, acreditamos contribuir para uma melhor compreensão e maior facilidade de apropriação desse conhecimento. Ainda, se faz necessário dizer que as questões formuladas a partir dos jogos citados foram elaboradas por nós.

3.3 Descrições das atividades práticas

Antes de iniciarmos as atividades práticas sobre probabilidade faz-se necessária a discussão sobre evento aleatório, evento determinístico e espaço amostral, uma vez que, não sabemos o quanto os alunos sabem sobre o tema. Vale lembrar, que o PCN prevê a abordagem do assunto no ensino fundamental, mas sabemos que nem tudo que é previsto, é visto.

Contudo, antes de expormos aos alunos as definições dos tópicos citados, desejamos saber quais os conhecimentos sobre o assunto eles trouxeram do ensino fundamental. Para isso, foi proposto um questionário.

3.3.1 Questionário (Primeira parte)

1) Descreva o que você entende sobre evento aleatório e evento determinístico.

2) Descreva o que você sabe sobre espaço amostral

3)Descreva com suas palavras o que você já aprendeu ou ouviu, no ensino fundamental, sobre probabilidade.

Respondidas as questões pelos alunos, passemos às definições dos tópicos citados. Segundo Morettin, Luiz Gonzaga (2010):

> Os fenômenos determinísticos são aqueles em que os resultados são sempre os mesmos, qualquer que seja o número de ocorrências verificadas. Se tomarmos um determinado sólido, sabemos que a certa temperatura haverá a passagem para o estado líquido. Este exemplo caracteriza um fenômeno determinístico.
>
> Nos fenômenos aleatórios, os resultados não serão previsíveis, mesmo que haja um grande número de repetições do mesmo fenômeno. Por exemplo: se considerarmos um pomar com centenas de laranjeiras, as produções de cada planta serão diferentes e não previsíveis, mesmo que as condições de temperatura, pressão, umidade, solo, etc., sejam as mesmas para todas as árvores. (MORETTIN, 2010, p.3):

3.3.2 Questionário (Segunda Parte)

4) Determine quais situações abaixo se refere ou não a evento aleatório. Justifique sua resposta em ambas as situações.

a) Um jogador de futebol bate um pênalti

b) Um jogador de basquete arremessa a bola na cesta

c) O lançamento de uma moeda numa disputa de cara ou coroa

d) Um piloto de fórmula 1 vence uma corrida

e) O lançamento de um dado

f) Um gelo é posto no sol, num dia de calor, e derrete

g) Alguém joga um objeto para cima, ele sobe uma altura e depois cai no chão.

h) Uma pessoa recusa-se a beber água e morre.

i) Retirada de uma carta de um baralho completo de 52 cartas

3.3.3 A Roleta de Cassino

Por questões didáticas decidimos iniciar as atividades práticas com o Jogo Roleta de Cassino. Já que esse jogo traz como característica de análise inicial e fundamental para entender probabilidades, “as frações”. Sabemos que o cálculo de probabilidades de se obter sucesso em terminado evento aleatório nada mais é do que:

$$p(sucesso) = \frac{casos \quad favoráveis}{casos \quad possíveis}$$

Entretanto, o objetivo desse trabalho não é, de maneira alguma, apresentar uma fórmula matemática e dizer ao aluno “é assim que se resolve”, ou ainda, “aplicando determinada fórmula resolvemos” sem chegar à compreensão do problema. Antes, deseja-se, em primeiro momento, “fugir” das definições formais de probabilidade, a fim de entender de maneira intuitiva o problema em questão. E como vimos anteriormente calculamos probabilidades através de uma expressão fracionária. Assim, baseados na ilustração a seguir, e, para o aluno em aula, através da própria roleta propomos perguntas simples sobre frações com o intuito de fazer com que esse aluno observe padrões matemáticos nos resultados das jogadas, chegando assim, ao conceito de probabilidades. É o que passamos a fazer, a partir de agora com problemas propostos:

Figura 1– Ilustração da Roleta de Cassino

Fonte: imagens do Google

Simulação de Problemas que serão propostos aos alunos

Problema 1: Qual a fração que representa o “zero”? Acredito que o aluno que recorde as noções básicas sobre frações dirá:

Considerando que os números da roleta totalizam 37 e o número que queremos é o zero, temos então que a fração que representa o zero é $\frac{1}{37}$.

Problema 2: Qual a fração que representa os números vermelhos?

Da mesma forma, tratando-se de um total de 37 números (o todo) e os números pedidos (os vermelhos), totalizam 18, temos então que a fração que representa os vermelhos é $\frac{18}{37}$.

Problema 3: Qual a fração que representa os números pares?

Basta verificar quantos números pares totalizam 19, ou seja, a fração procurada é $\frac{19}{37}$.

Acredito que a partir dos problemas propostos acima já seja possível introduzir alguns conceitos sobre probabilidades, fazendo a seguinte pergunta:

Problema 4: Ao girar a roleta, quais as posições possíveis representadas por números que uma esfera pode ocupar?

É fácil ver que os números possíveis que a esfera pode ocupar são os 37 dispostos na roleta.

Observação: já é possível introduzir o conceito de espaço amostral como sendo,

$$Espaço \quad amostral = Casos \quad possíveis$$

Utilizando as mesmas perguntas anteriores sobre frações, podemos chegar aos cálculos de probabilidades, propriamente ditos.

Problema 5: Ao girar a roleta, quantas chances tem uma esfera para cair no número 0?

Utilizando o mesmo conhecimento de frações, a resposta é 1(uma) das 37(trinta e sete). Matematicamente descrito como:

$$p(esfera \quad cair \quad zero) = \frac{1}{37} = 0{,}0270270270$$

; que ao ser multiplicado por 100, com o propósito de escrever em forma de porcentagem, fica: p(zero) = 2,70%.

Assim definimos os $casos \ \ favoráveis$, ou seja, aqueles casos de interesse. De forma que cálculos de probabilidades nada mais são do que:

$$p(esfera \quad cair \quad no \quad zero) = \frac{1}{37} = 0{,}027027027 \quad = \frac{casos \quad favoráveis}{casos \quad possíveis}$$

A partir disso, propomos mais problemas com uma esfera:

Problema 6: Girando a roleta, qual a probabilidade de se obter um número primo?

Problema 7: Ao girar a roleta, qual a probabilidade de se obter um número menor que 4?

Problema 8: Qual a probabilidade da esfera cair em algum número?

Problema 9: Qual a probabilidade da esfera não cair em número algum?

Problema 10: Supondo que a esfera caia numa casa vermelha, qual a probabilidade desse número ser ímpar?

Problema 11: Supondo que a esfera caia num número ímpar, qual a probabilidade desse número ser preto?

Problema 12: Qual a probabilidade de se obter um número vermelho e maior que 33?

Problema 13: Em duas tentativas, qual a probabilidade de se obter um único número ímpar?

Problema 14: Em duas tentativas, qual a probabilidade de se obter o mesmo número?

Problema 15: Em três tentativas, qual a probabilidade de se obter um número ímpar em apenas uma das três tentativas?

Problema 16: Em três tentativas, qual a probabilidade de se obter um número ímpar em duas tentativas?

Observação: Agora passamos a considerar duas esferas sendo jogadas ao mesmo tempo.

Problema 17: Em uma tentativa, qual a probabilidade da soma dos números totalizarem 24?

Problema 18: Em uma tentativa, qual a probabilidade da soma dos números totalizarem 6?

Problema 19: Em uma tentativa, qual a probabilidade da soma dos números totalizarem 16?

3.3.4 O Jogo dos Pontos Corridos

Figura 2 – Ilustração dos dados

Fonte: imagens do Google

O Jogo dos Pontos Corridos é uma “brincadeira de jogar dados” cujo objetivo é o de fazer uma análise, junto aos alunos, sobre a probabilidade de ocorrência de determinadas somas dos números das faces superiores de dois dados jogados simultaneamente. Para isso, dividimos a turma em equipes as quais foram representadas por cada soma no evento lançamento de dois dados. Assim, uma equipe escolheu a soma 3, outra equipe a soma 7, e assim sucessivamente.Dessa forma, ao jogar os dados, e saindo a pontuação escolhida pelos participantes, será feita a anotação de um ponto no quadro negro em favor dele.

Assim como na prática anterior (roleta), o objetivo é fazer com que o aluno determine, através do jogo, alguns princípios importantes no cálculo de probabilidades, a começar pelo espaço amostral. E consequentemente, a probabilidade de ocorrência de um determinado resultado. De modo que desejamos, após finalizar o jogo e serem feitas as anotações, chegar a um quadro ilustrativo de dupla entrada com o propósito de facilitar a visualização do espaço amostral, bem como de todas as probabilidades de ocorrência dos possíveis resultados. Conforme o quadro ilustrativo a seguir na tabela 1, que deverá ser montado pelos alunos.

Tabela 1 – Espaço amostral do evento lançamento de dois dados

DADO 1	DADO 2					
	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Fonte: arquivo do Pesquisador

A partir do espaço amostral estabelecido na tabela, é possível comparar as probabilidades de cada soma, bem como as chances de cada participante ganhar o jogo. Além disso, responder todas as perguntas sobre probabilidades que faremos abaixo:

Problema 20: Qual a probabilidade de se obter a soma 3?

Problema 21: Qual a probabilidade de se obter a soma 4?

Problema 22: Qual a probabilidade de se obter a soma 5?

Problema 23: Qual a probabilidade de se obter a soma 6?

Problema 24: Qual a probabilidade de se obter a soma 7?

Problema 25: Qual a probabilidade de se obter a soma 8?

Problema 26: Qual a probabilidade de se obter a soma 2?

Problema 27: Qual a probabilidade de se obter a soma 17?

Problema 28: Qual a probabilidade de se obter a soma 9?

Problema 29: Qual a probabilidade de se obter a soma 10?

Problema 30: Qual a probabilidade de se obter a soma 11?

Problema 31: Qual a probabilidade de se obter a soma 12?

3.3.5 Lista de Exercícios- Probabilidade

1) Em uma urna existem bolas enumeradas de 1 a 15. Qualquer uma delas possui a mesma chance de ser retirada. Determine a probabilidade de se retirar uma bola com número nas seguintes condições:

a) par ou primo

2) Considerando todos os divisores positivos do numeral 60, determine a probabilidade de escolhermos ao acaso, um número primo.

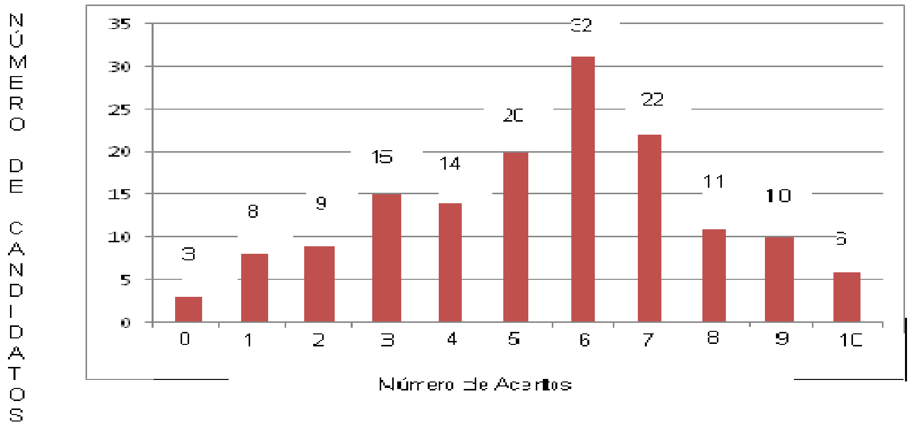
3) (UNI- RIO) As probabilidades de três jogadores marcarem um gol cobrando pênalti são, respectivamente, 1/2, 2/5, e 5/6. Se cada um bater um único pênalti, a probabilidade de todos errarem é igual a:

a) 3% b) 5% c) 17% d) 20% e) 25%

4) Sabendo-se que a probabilidade de que um animal adquira certa enfermidade, no decurso de cada mês, é igual a 30%, a probabilidade de que um animal sadio venha a contrair a doença só no 3° mês é igual a:

a) 21% b) 49% c) 6,3% d) 14,7% e) 26%

5) O gráfico a seguir apresenta o número total de candidatos do concurso A, classificados por número de acertos numa prova de Matemática que continha 10 questões:

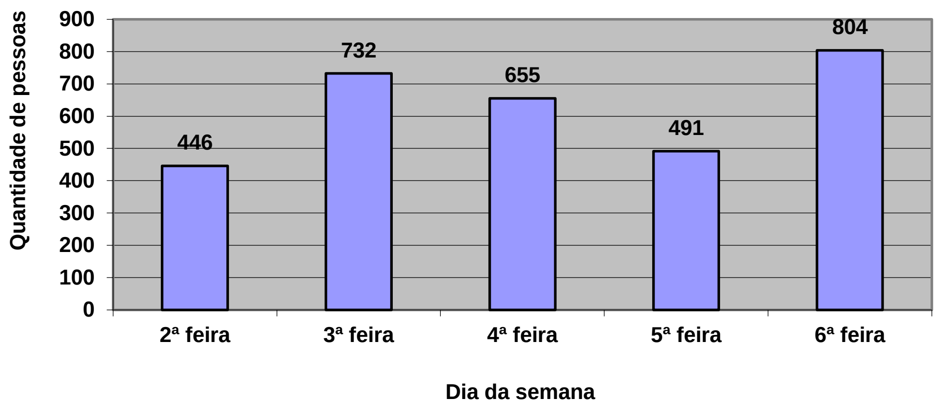


Sorteando ao acaso um candidato do Concurso A, a probabilidade de que este candidato tenha acertado mais da metade das questões da prova de Matemática é igual a:

a)46% b)54% c)58% d)67% e)77%

6) Observe o gráfico a seguir e responda:

Quantidade de pessoas que visitaram o Parque do Ibirapuera



Sorteando aleatoriamente um dos visitantes representados no gráfico, determine a probabilidade de sortearmos:

a) Um visitante da sexta-feira;

b) Um visitante que não seja da segunda-feira, nem da terça-feira.

7)Uma urna contém 10 bolas brancas, 8 vermelhas e 6 pretas, todas iguais e indistinguíveis ao tato. Retirando-se uma bola ao acaso, qual a probabilidade de ela não ser preta?

8) (UFRGS 2000) Dentre um grupo formado por dois homens e quatro mulheres, três pessoas são escolhidas ao acaso. A probabilidade de que sejam escolhidos um homem e duas mulheres é de

(A)25 % (B)30 % (C) 33 % (D) 50 % (E) 60 %

9) (UFRGS 2003) Considere dois dados, cada um deles com seis faces, numeradas de 1 a 6. Se os dados são lançados ao acaso, a probabilidade de que a soma dos números sorteados seja 5 é

(A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{2}{21}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{1}{11}$ (E) $\frac{1}{9}$

(10)(UFRGS 2006) Considere o tabuleiro de 16 casas, com 8 casas brancas e 8 casas pretas, representado na figura abaixo.

Três peças serão dispostas ao acaso sobre o tabuleiro, cada uma delas dentro de uma casa, ocupando, assim, três casas distintas .A probabilidade de que as três peças venham a ocupar três casas de mesma cor é

(A) 1/10. (B)1/5. (C)1/4. (D)1/3. (E)1/2.

3.3.6 O Jogo Batalha Naval

O jogo Batalha Naval consiste em um tabuleiro em formato de uma matriz quadrada 10x10 em que as colunas são representadas por números de 1 a 10 e as linhas por letras de A a J. Essa matriz representa um cenário de guerra no qual os jogadores (dois por partida) posicionarão seus aparatos de guerra (peças do jogo). A quantidade de peças de cada jogador e a quantidade de posições que cada uma ocupa na matriz, bem como o tabuleiro do jogo, está representada a seguir.

Figura 3 – Ilustração do Jogo Batalha Naval

Fonte: imagens do Google

Tabela 2–Peças do Jogo Batalha Naval

Aparato	Quantidade	Posições ocupadas
Encouraçado	1	4
Submarino	1	3
Destróier	1	2
Cruzador	1	3
Porta- avião	1	5

Fonte: arquivo do pesquisador

No jogo, a cada rodada, ambos os jogadores terão três tiros consecutivos com o propósito de atingir as unidades inimigas. Unidades essas, em posições desconhecidas do adversário. A cada tiro o jogador deverá informar a letra referente à linha e o número referente à coluna que deseja atingir. O adversário deverá informar a cada disparo inimigo se um dos seus aparatos foi atingido. O aparato naval só será considerado destruído se todas as coordenadas que ele estiver ocupando forem atingidas pelos disparos inimigos. Além disso, a versão utilizada foi a que não considera a linha de mar entre cada aparato e também estamos supondo que cada jogador saiba jogar e não irá efetuar dois disparos numa mesma posição, já que um disparo numa determinada posição ou irá acertar ou errar (eventos mutuamente exclusivos) O jogo termina quando um dos jogadores tiver todos os seus aparatos destruídos.

Como visto cada jogador deseja atingir as unidades inimigas. Entretanto, por eles não saberem onde estão as unidades do adversário (início do jogo), é que se dá o caráter probabilístico. De modo que é possível simular situações-problema em que o aluno deverá avaliar, através de cálculos probabilísticos, as suas possibilidades de êxito nas jogadas. Naturalmente que as situações-problema terão uma ordem crescente de nível de dificuldade.

Entretanto, antes de fazer cálculos probabilísticos, será necessário introduzir conceitos de probabilidade como, por exemplo, espaço amostral. Que nada mais é que o total de possibilidades de disparos. E uma vez que o tabuleiro constitui-se de uma matriz 10x10, temos então um total de 100 posições possíveis para disparo. Assim, o espaço amostral, será obtido pelo próprio aluno através de perguntas, para depois sim, ser formalizado como tal.

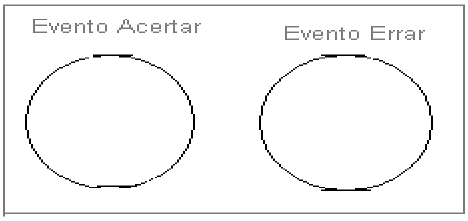
Feito isso, partimos para os casos favoráveis ao sucesso dos disparos desse jogador, ou seja, qualquer unidade inimiga. Para ilustrar isso, supomos que se queira atingir uma única unidade inimiga com um único disparo. Como as unidades inimigas dão um total de 17 posições, dessa forma temos:

$$P(acertar) = \frac{casos \quad favoráveis}{cassos \quad possíveis}$$

$$P(acertar) = \frac{17}{100} = 0{,}17$$

Também é possível resolver o problema utilizando o conceito de evento complementar, sabendo que existem apenas duas possibilidades para cada disparo, errar ou acertar. De modo que, qualquer pessoa chegará à conclusão que a soma das probabilidades de errar com as de acertar é de 100%. E ainda, que não há chances de errar e acertar num único disparo, ou seja, trata-se de um evento mutuamente exclusivo, que ilustramos na figura abaixo.

Figura 4 – Eventos Mutuamente exclusivos



Fonte: arquivo do pesquisador

P(acertar ∩ errar) =ø

Assim, tomando a quando o jogador acerta o alvo e $\bar{a}$ quando ele erra o alvo, podemos escrever: $P(a)+P(\bar{a})=1 \Rightarrow P(a)=1-P(\bar{a})$.

Ou ainda, qual a probabilidade de um único disparo acertar o alvo, em duas tentativas?

Solução:

$$P(a\bar{a})+P(\bar{a}a)=\frac{17}{100}.\frac{83}{99}+\frac{83}{100}.\frac{17}{99}=2.\frac{17}{100}.\frac{83}{99}=0{,}2850505=28{,}5\%$$

Observação: multiplicamos por dois pelo simples motivo de o 1º disparo acertar e o 2º errar e vice versa.

Dito isso, partimos para outras situações-problema com o propósito de abordarmos outras propriedades importantes, como por exemplo, probabilidade condicional. É o que mostra o exemplo abaixo:

Qual a probabilidade de em um único disparo ter acertado um destróier, visto que atingiu o inimigo?

Solução:

Vale destacar que, quando dizemos que o jogador acertou o disparo, estamos condicionando o espaço amostral para um total de 17 possibilidades. Ou ainda, reduzindo o espaço amostral. E como as posições ocupadas pelos destróieres totalizam duas unidades, temos:

$$P(\textit{destróíer} \mid \textit{acertou}) = \frac{2}{17} = 0{,}11764705 = 11{,}76\%$$

Seguindo essa linha de raciocínio, propomos mais algumas situações-problema:

1) Qual a probabilidade de um jogador acertar todos os disparos em uma rodada?

Solução:

$$p(aaa) = \frac{17}{100} \cdot \frac{16}{99} \cdot \frac{15}{98} = 0{,}0042053184 = 0{,}42\%$$

2) Qual a probabilidade de um jogador errar todos os disparos em uma rodada?

Solução:

$$p(\bar{a}\bar{a}\bar{a}) = \frac{83}{100} \cdot \frac{82}{99} \cdot \frac{81}{98} = 0{,}56821892 = 56{,}82\%$$

3) Qual a probabilidade de um jogador acertar no máximo dois alvos em uma rodada?

Solução:

Observação: Nesse caso temos que considerar a probabilidade de errar todos os disparos, acertar apenas um e as chances de acertar dois disparos

1º Caso: Probabilidade de errar todos, já calculado anteriormente.

$$p(\bar{a}\bar{a}\bar{a}) = \frac{83}{100} \cdot \frac{82}{99} \cdot \frac{81}{98} = 0{,}56821892 = 56{,}82\%$$

2º Caso: Probabilidade de acertar apenas um disparo.

$$p(\bar{a}\bar{a}a)+p(\bar{a}a\bar{a})+p(a\bar{a}\bar{a})=\frac{83}{100}\cdot\frac{82}{99}\cdot\frac{17}{98}+\frac{83}{100}\cdot\frac{17}{99}\cdot\frac{82}{98}+\frac{17}{100}\cdot\frac{83}{99}\cdot\frac{82}{98}=0{,}35776747=35{,}78\%$$

Observando as frações, notamos que elas possuem o mesmo denominador e numerador, de modo que bastava multiplicar a primeira por três e obteríamos o mesmo resultado

3º Caso: Finalmente a probabilidade de acertar exatamente dois alvos.

$$p(aa\bar{a})+p(a\bar{a}a)+p(\bar{a}aa)=\frac{17}{100}\cdot\frac{16}{99}\cdot\frac{83}{98}+\frac{17}{100}\cdot\frac{83}{99}\cdot\frac{16}{98}+\frac{83}{100}\cdot\frac{17}{99}\cdot\frac{16}{98}=0{,}0698082=6{,}98\%$$

Por fim, somamos os três casos;

$$p(acertar\leq 2)=0{,}56821892+0{,}35776747+0{,}0698082=0{,}99579459=99{,}58\%$$

Vimos acima a simulação de diversos problemas probabilísticos que podem ser explorados em aula. Entretanto, assim como desde o início deste trabalho o propósito não foi e, acreditamos, não deve ser o ofício do professor, simplesmente apresentar as soluções aos alunos. Antes, o que se deseja é construir o conhecimento juntamente com estes, através de problemas propostos. Com esse intuito, passamos a expor alguns problemas que foram propostos aos alunos:

Problema 43: Qual a probabilidade de um único disparo acertar o alvo, em duas tentativas?

Problema 44: Qual a probabilidade de em um único disparo ter acertado um destróier, visto que atingiu o inimigo?

Problema 45: Qual a probabilidade de um jogador acertar todos os disparos em uma rodada?

Problema 46: Qual a probabilidade de um jogador errar todos os disparos em uma rodada?

Problema 47: Qual a probabilidade de um jogador acertar no máximo dois alvos em uma rodada?

Problema 48: Qual a probabilidade de um jogador acertar e errar simultaneamente num único disparo?

Problema 49: Qual a probabilidade de um jogador ter acertado um porta aviões, num único disparo, visto que atingiu o inimigo?

Problema 50: Qual a probabilidade de acertar pelo menos um disparo, nas três tentativas?

Problema 51: Qual a probabilidade de acertar pelo menos dois disparos, nas três tentativas?

Problema 52: Qual a probabilidade de um jogador ter acertado pelo menos um destróier, visto que atingiu o inimigo em todos os disparos?

Problema 53: Qual a probabilidade de um jogador ter acertado um cruzador no máximo duas vezes, visto que atingiu o inimigo?

3.3.7 Jogo de Dardo

O Jogo de dardo consiste num lançamento de dardos ao alvo, no qual, o jogador que lançar o dardo mais próximo do centro do tabuleiro sairá vencedor. No entanto, o leitor mais cuidadoso poderá questionar quanto ao caráter probabilístico do jogo. Em outras palavras, será que podemos considerar as chances de se acertar o alvo como um evento aleatório, ou seja, que depende exclusivamente da sorte? Naturalmente que não, pois depende muito da habilidade do jogador. Assim, quanto mais treinado for, maiores serão as chances de acertar o alvo.

Entretanto, após termos realizados atividades com jogos de caráter puramente probabilístico, acreditamos já ser possível idealizarmos esse jogo com o propósito de simular um evento aleatório. De forma que, supomos que o dardo seja jogado aleatoriamente ou ainda que luzes se acendam no painel (alvo) de maneira aleatória.

Supondo isso, o uso do jogo em sala de aula se torna pertinente, pois, a exemplo da roleta de cassino, trabalhamos probabilidades a partir da geometria. Exemplificando, para o aluno calcular a probabilidade de acertar o dardo ou que a luz acenda em determinada região do alvo terá que, antes de tudo, determinar o espaço amostral, ou seja, o total de possibilidades de acertos, que se dá através da área total do alvo.

Figura 5 – Ilustração do Alvo

Fonte: imagens do Google

Dito isso, vejamos algumas atividades que podem ser propostas aos alunos sobre a probabilidade de acertos em determinadas áreas do alvo, supondo é claro, que o dardo seja lançado aleatoriamente. Assim, é possível começar utilizando o tabuleiro do jogo ilustrado abaixo, o qual possui um diâmetro de 45 cm. Da borda até a 1ª parte preta, o comprimento é de 4,5 cm e a partir de então, até o círculo 9, temos círculos preto e brancos alternados medindo 2,2 cm cada um(espaçamento de cores pretas e brancas). A partir disso é possível fazer perguntas sobre a probabilidade de acertos em determinadas regiões do círculo, supondo sempre a jogada aleatória e que o jogador não erre o tabuleiro.

Figura 6 – Ilustração do Alvo

Fonte: Imagens Google

Problema 54: Supondo que o dardo seja jogado aleatoriamente, qual a probabilidade de acertar no círculo 9?

Problema 55: Qual a probabilidade de acertar na faixa 8?

Problema 56: Qual a probabilidade de acertar na faixa 1?

Problema 57: Qual a probabilidade de acertar na faixa 2 ou 3?

Problema 58: Qual a probabilidade de acertar na faixa 7?

Problema 59: Qual a probabilidade de acertar na faixa 4?

Problema 60: Qual a probabilidade de acertar no alvo vermelho do tabuleiro?

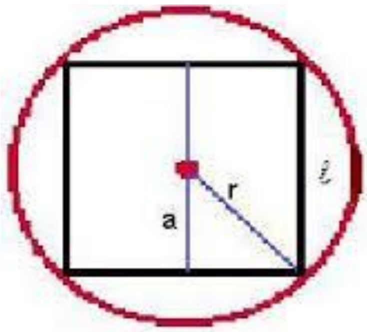
Problema 61: Qual a probabilidade de acertar entre a faixa 3 e a faixa 6, incluindo ambas?

A seguir deixamos como sugestão mais atividades envolvendo probabilidade e geometria, haja vista que na geometria existe um grande acervo de atividades envolvendo área de figuras planas que podem ser feitas de alvo.

Problema 62: Sabendo que o raio do quadrado abaixo vale 5 cm , determine o espaço amostral.

Problema 63: Ao lançar um dardo aleatoriamente, determine a probabilidade de não acertar na região interna do quadrado.

Figura 7 – Ilustração do quadrado inscrito como alvo



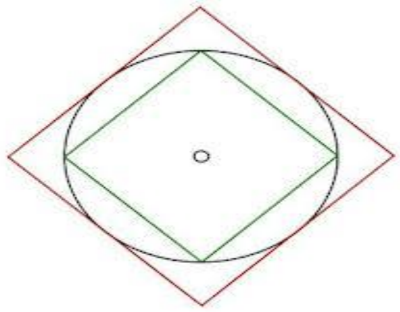
Fonte: Imagens Google

Problema 64: Sabendo que o raio da circunferência circunscrita no quadrado maior é de 4 cm. Determine o espaço amostral do alvo, representado pela figura abaixo.

Problema 65: Determine a probabilidade de o dardo atingir a região exterior à circunferência.

Problema 66: Determine a probabilidade de o dardo atingir a região exterior ao quadrado menor e dentro da circunferência.

Figura 8 – Ilustração figura geométrica como alvo



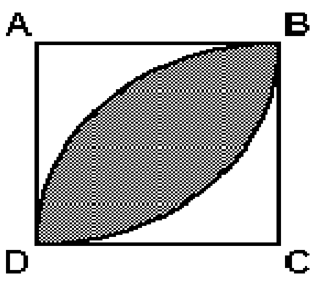
Fonte: Imagens Google

Problema 67: No alvo representado na figura 11 pelo quadrado ABCD de lado 5 cm, traçam-se dois arcos com centro nos vértices A e C e raio igual ao lado do quadrado. Determine:

a) A probabilidade de um dardo lançado aleatoriamente atingir a região sombreada.

b) A probabilidade de atingir a região não sombreada.

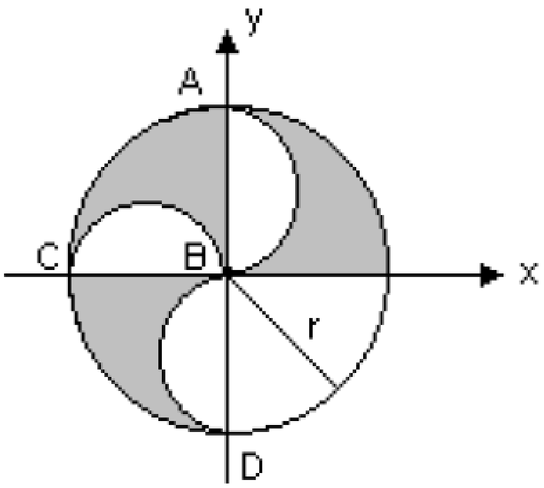
Figura 9 – Alvo no formato de figura geométrica



Fonte: Imagens Google

Problema 68: A figura 10 representa um alvo, cujo raio r da circunferência mede 8 cm. Se os arcos AB, BC e BD representam semicircunferências. Assim, se lançarmos um dardo aleatoriamente, qual a probabilidade de atingir a região sombreada?

Figura 10 – Alvo no formato de figura geométrica



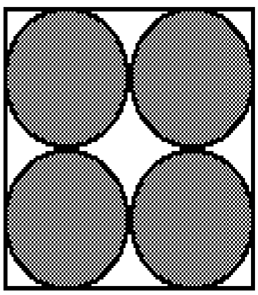
Fonte: Imagens Google

Problema 69: Tomando como alvo a chapa quadrada de papelão, na qual, estão desenhados 4 discos, conforme indicado na figura a seguir. Se a medida do diâmetro dos círculos é 10 cm, cada um. Determine:

a) Ao lançar um dardo aleatoriamente, qual a probabilidade dele atingir qualquer parte da região em negrito?

b) Semelhantemente, qual a probabilidade do dardo atingir a parte branca?

Figura 11 – Alvo no formato de figura geométrica



Fonte: Imagens Google

3.3.8 O Jogo Loto

Podemos considerar o Jogo Loto como um jogo aleatório, uma vez que depende unicamente de um sorteio de peças. Nele, cada jogador recebe uma ou mais cartelas contendo 15 números cada. Porém a quantidade de cartelas que os jogadores receberão deverá ser a mesma para todos. O jogo se dá através dos seguintes procedimentos: colocam-se todas as pedras no saco, misturando-as bem. Sorteiam-se quem será o banqueiro, limitando-se a retirar e anunciar as pedras e controlar as jogadas. O banqueiro vai sorteando as peças e as anuncia, uma por vez. Os jogadores vão marcando com grãos de feijão ou milho. O participante que preencher em primeiro lugar toda a cartela, imediatamente deverá dizer “loto”. O banqueiro pára o jogo e verifica a cartela, comparando a marcação com a da cartela-guia; estando correta, o participante será o vencedor desta rodada. Se for verificado que o participante enganou-se, o jogo continuará. Abaixo ilustramos algumas cartelas que cada jogador receberá.

Figura 12 – Ilustração do Jogo Loto

Fonte: Imagens do Google

A seguir, iremos simular algumas situações de jogo e analisar a probabilidade envolvida em cada uma delas. Primeiramente, a partir da cartela abaixo, vejamos a probabilidade de ter sucesso num primeiro sorteio. Para isso, devemos considerar que o total de números a serem sorteados são 90 e que os números de cada cartela são 15. Assim, conforme visto nos exemplos anteriores, a probabilidade de ser sorteado um número de uma cartela é:

p(número sorteado) $= \frac{15}{90} = 0{,}1666666 = 16{,}67\%$

Tabela 3 – Ilustração da cartela do Jogo Loto

		29		45		67	72	90
9	17	20		41		61		
3	13		32	43			71	

Fonte: arquivo do pesquisador

Também poderíamos calcular a probabilidade de não ser sorteado número algum da cartela acima, dessa forma teremos:

p(número não sorteado) $= \frac{75}{90} = 0{,}8333... = 83{,}33\%$

E vale lembrar que podemos obter o mesmo resultado através do complementar que é: 1-p(número sorteado)=1-0,1666666...=0,833333....=83,33%

Ou ainda, a probabilidade de dois números serem sorteados em dois primeiros sorteios consecutivos:

p(2 nºs serem sorteados consecutivamente) $= \frac{15}{90} \cdot \frac{14}{89} = 0{,}0262 = 2{,}62\%$

3.3.9 Jogo Cartas de Baralho

Para o desenvolvimento dessa atividade não realizaremos nenhuma partida de carteado, pois acreditamos não atingir o objetivo da mesma. Antes, apenas analisaremos a característica probabilística que existe na retirada aleatória de cartas do baralho. Vale lembrar que, num baralho de cartas não marcadas e onde não haja nenhum truque, existe um acervo rico de situações problema envolvendo probabilidades. Assim, desejamos explorar juntamente com a turma essas situações.

Antes de tudo, porém, cabe o debate sobre as características probabilísticas intrínsecas ao sorteio de cartas do baralho, como por exemplo: espaço amostral, probabilidades condicionadas, sorteios com reposição, sem reposição, etc.

Figura 13 – Ilustração do Jogo de Cartas

Fonte: Imagens Google

Problemas Propostos

*Observação: para todos os problemas supomos a retirada aleatória das cartas

Problema 1: Para cálculos de probabilidade, qual o espaço amostral definido num baralho de cartas?

Problema 2: Ao retirar uma carta de um baralho, qual a probabilidade de ser uma carta de ouro?

Problema 3: Retirando uma carta de um baralho, qual a probabilidade de ser um ás?

Problema 4: Retirando três cartas de um baralho, sem reposição. Qual a probabilidade de se obter uma carta de ouro apenas na terceira extração?

Problema 5: Retirando três cartas de um baralho, sem reposição. Qual a probabilidade de se obter uma carta de ouro apenas em uma das extrações?

Problema6: Retirando uma carta de um baralho, qual a probabilidade dessa carta não ser de ouro?

Problema 7: Retirando uma carta de um baralho, qual a probabilidade dessa carta ser um ás, dado que é de copas?

Problema 8: Retirando uma carta de um baralho, qual a probabilidade dessa carta ser de paus, dado que é um valete?

Problema 9: Retirando uma carta de um baralho, qual a probabilidade dessa carta ser de um ás ou uma carta de ouro?

Problema 10: Retirando duas cartas de um baralho, sem reposição. Qual a probabilidade de se obter uma carta de espada apenas em uma das retiradas?

3.3.10 O Jogo General

O jogo consiste em treze rodadas em que cada jogador, em sua vez, tem três chances de arremessar os cinco dados. Na primeira joga os cinco dados, na segunda pode jogar de um a cinco dados novamente. Na terceira, igualmente poderá jogar de um a cinco dados. Em cada uma delas poderá decidir em considerar o resultado obtido em algum dado, mantendo esse sobre a mesa. Abaixo descrevemos as regras de pontuação.

Regras de Pontuação

Jogada de 1: É marcada a soma de todos os resultados de valor um, por exemplo, (1, 1, 1, 2,3).

Jogada de 2,3,4,5,6: Correspondente à jogada de 1 para os demais números, por exemplo, (2,2,2,3,4) se for escolhido 2 teremos 6 pontos, ou ainda, (4,4,4,5,6) para a escolha da jogada de 4 teremos 12 pontos.

Trinca: Caso haja três dados de mesmo valor na jogada, marca-se 20 pontos.

Quadra: Caso haja quatro dados de mesmo valor na jogada, marca-se 30 pontos.

FullHouse: Caso haja três dados de mesmo valor e os outros dois também tenham mesmo valor, marca-se 25 pontos.

Seqüência Alta: Caso haja uma seqüência de 2,3,4,5 e 6, marca-se 30 pontos.

Seqüência Baixa: Caso haja uma seqüência 1,2,3,4,5, marca-se 40 pontos.

General: Caso os cinco dados tenha o mesmo valor são marcados 50 pontos.

Aleatória: É marcada a soma dos cinco dados, por exemplo, no resultado (1, 3, 5, 5,2) temos 16 pontos.

Ao fim das jogadas, é necessário escolher uma das três combinações para marcar a pontuação. É possível escolher 0 pontos, caso nenhuma jogada preencha o requisito de uma combinação. A seguir, ilustramos as peças do Jogo General.

Figura 14 – Ilustração das peças do Jogo General

Fonte: Imagens Google

Após descrever as regras de pontuação aos alunos, propomos aos alunos questões sobre a probabilidade de se obter determinadas pontuações. Conforme questionário abaixo.

Problema 54: Qual a probabilidade de se obter uma seqüência alta em uma das três tentativas?

Problema 55: Qual a probabilidade de se obter uma trinca em pelo menos uma das três tentativas?

Problema 56: Qual a probabilidade de se obter uma trinca em, no máximo, uma das três tentativas?

Problema 57: Qual a probabilidade de se obter uma quadra em uma das três tentativas?

Problema 58: Qual a probabilidade de se obter um fullhouse em uma das três tentativas?

Problema 59: Qual a probabilidade de se obter uma seqüência aleatória de 20 pontos, numa das três tentativas?

Problema 60: Qual a probabilidade de se obter a pontuação general numa das três tentativas?

4. ANÁLISE DOS DADOS

Como citado anteriormente nas descrições das atividades, foi dado início a elas por meio de um questionário sobre o que os alunos aprenderam ou ouviram falar sobre o tema probabilidade no ensino fundamental. O questionário é pertinente, pois os PCNS-EF (1998) recomendam que os alunos tenham um primeiro contato com o tema já nesse nível de ensino e ainda traz que a finalidade deste tópico deve ser o seguinte:

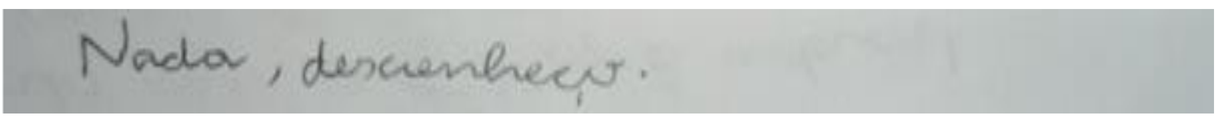
> Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (PCNS, 3º e 4º CICLOS DO ENSINO FUNDAMENTAL, p.52, 1998)

Este questionário inicia perguntando aos alunos se, em algum momento do ensino fundamental, eles ouviram falar ou aprenderam algo sobre probabilidade. Ele demonstrou que a grande maioria dos alunos não ouviu falar e tampouco aprenderam qualquer coisa sobre o assunto. Segue abaixo, algumas das respostas dos alunos.

4.1 Questionários - Respostas ao Questionário - turmas 101e 102

Antes de expormos as respostas dos alunos ao questionário ou a qualquer outra atividade é importante dizer que, por uma questão ética de não termos autorização para expormos os nomes dos alunos na pesquisa, iremos nos referir aos alunos apenas pelas letras iniciais dos seus nomes, como por exemplo: S, M, T, R, L, etc. A seguir, a resposta da aluna S à questão 3 faz eco a maioria das respostas dos alunos. Ou seja, embora os PCNs recomendem, nunca ouviram falar sobre o assunto durante o ensino fundamental.

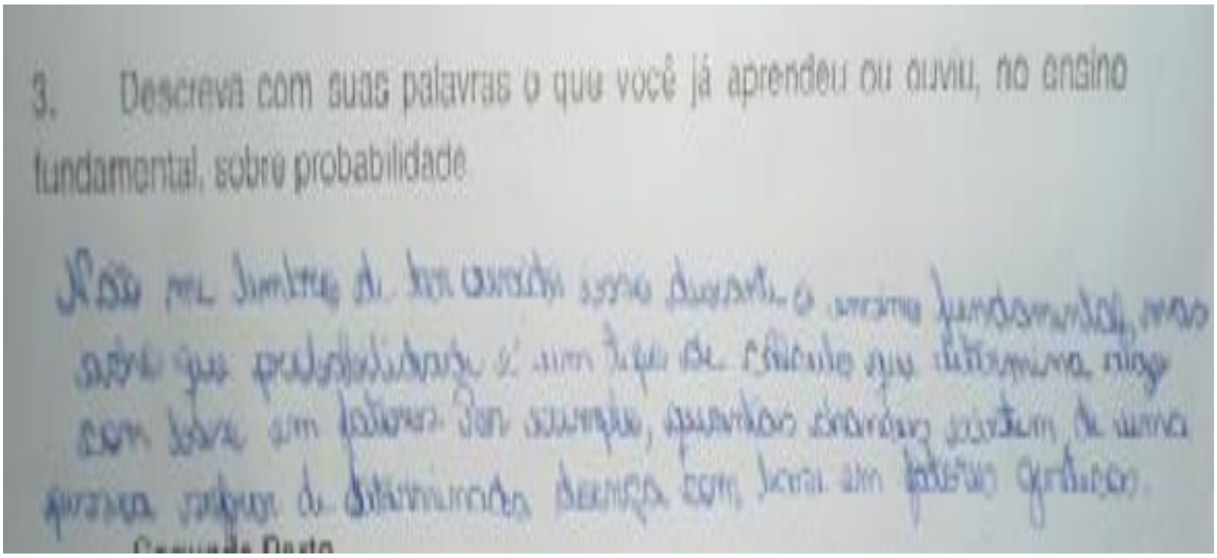
Figura 15 – Resposta ao questionário



Fonte: arquivo do pesquisador

A seguir a aluna L da turma 101, descreve na figura 16 não ter aprendido nada sobre o assunto no ensino fundamental, mas reconhece a aplicação de cálculos probabilísticos na importante área da medicina. Vale lembrar o caso de uma atriz renomada e diretora cinematográfica de Hollywood que tomou decisões importantes em relação a sua saúde. Tais decisões, baseada em cálculos probabilísticos que levam em consideração fatores genéticos e de ocorrência de doenças em sua família, causaram grande repercussão na mídia. Dessa forma é possível perceber as aplicações dessa importante área da matemática no cotidiano da sociedade e a constante veiculação pela mídia de maneira geral. Haja vista que, por vezes, mesmo que o aluno não tenha visto sobre o assunto na escola onde estudou, tem certo conhecimento pela veiculação sobre o assunto em jornais televisivos, impressos, internet, etc.

Figura 16 – Resposta ao questionário

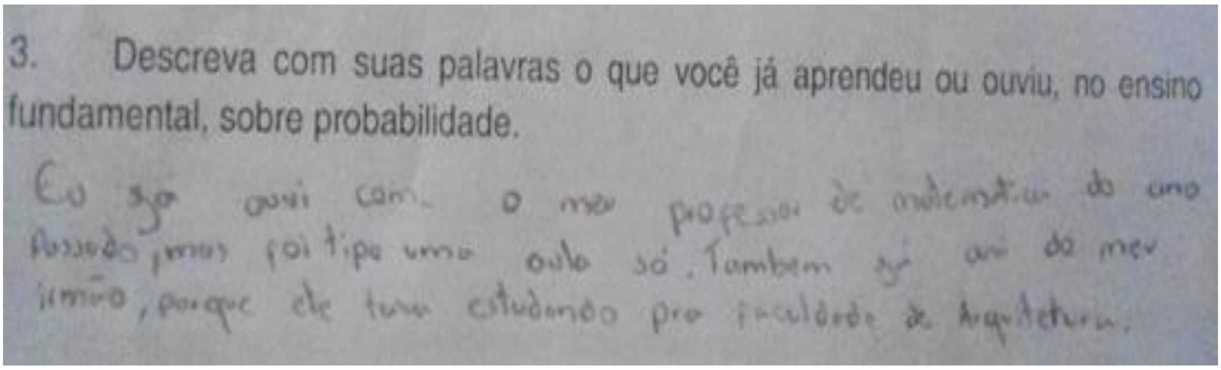

3. Descreva com suas palavras o que você já aprendeu ou ouviu, no ensino fundamental, sobre probabilidade

Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição: *Não me lembro de ter ouvido isso durante o ensino fundamental, mas acho que probabilidade é um tipo de cálculo que determina algo com base em fatores. Por exemplo, quantas chances existem de uma pessoa sofrer de determinada doença com base em fatores genéticos.*

A seguir, as palavras da aluna L da turma 102 na figura 17, refletem um problema já citado nesse texto em relação ao pouco tempo dispensado por professores ao ensino de probabilidade no ensino fundamental. Convenhamos que em uma única aula não seja possível desenvolver uma atividade consistente em relação a um tema tão amplo.

Figura 17 – Resposta ao questionário


3. Descreva com suas palavras o que você já aprendeu ou ouviu, no ensino fundamental, sobre probabilidade.

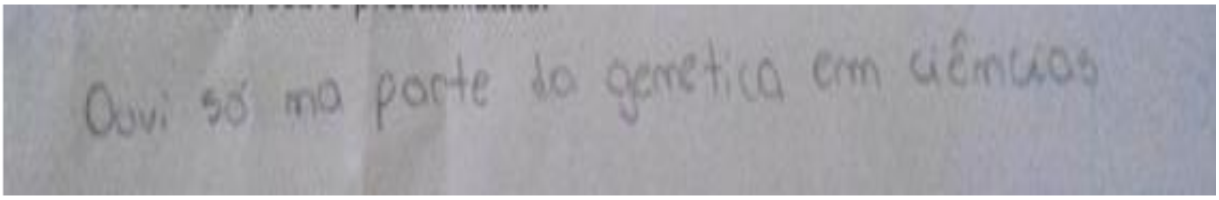
Eu já ouvi com o meu professor de matemática do ano passado, mas foi tipo uma aula só. Também já ouvi do meu irmão, porque ele tava estudando pra faculdade de Arquitetura.

Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição: *Eu já ouvi com o meu professor de matemática do ano passado, mas foi tipo uma aula só. Também já ouvi do meu irmão, porque ele tava estudando pra faculdade de Arquitetura.*

Já aluna C da turma 102, na figura 18, relata ter tido um contato com a probabilidade na aplicação a genética, só que numa aula de ciências. O que seria uma boa oportunidade para uma possível interdisciplinaridade.

Figura 18 – Resposta ao questionário

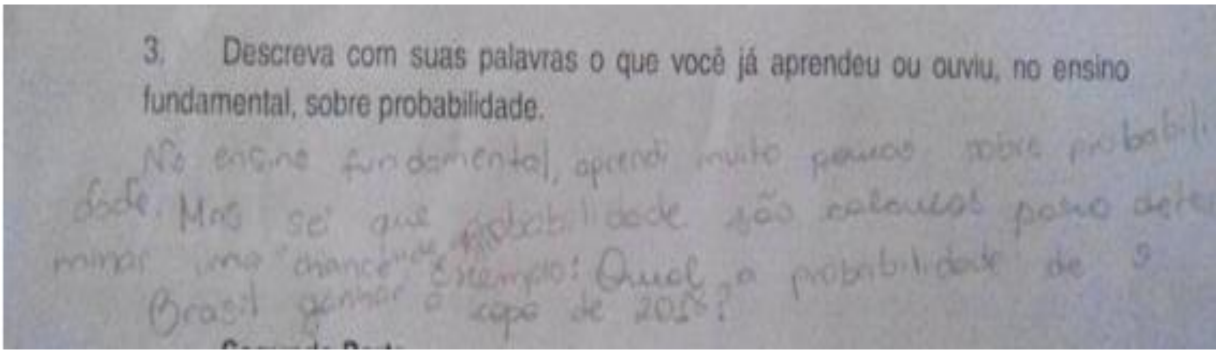

Ouvi só na parte da genetica em ciências

Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição*: Ouvi só na parte da genética em ciências*.

E a aluna L da turma 102 descreve a seguir que ouviu muito pouco sobre o assunto, e demonstra isso ao declarar que é “a chance de algo acontecer”. Também cita outra área de aplicação do cálculo de probabilidades na área de esportes que também é muito veiculado pela mídia.

Figura 19 – Resposta ao questionário

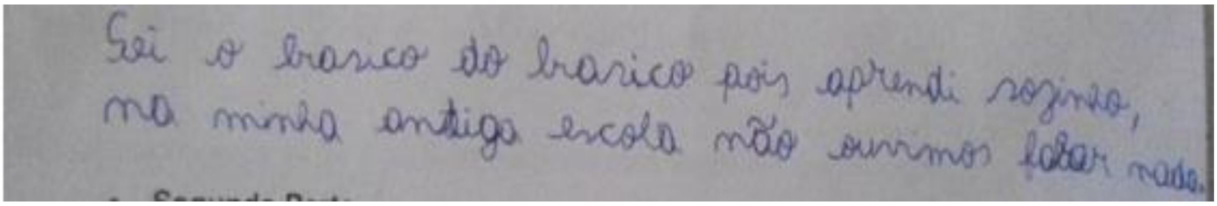


Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição: *No ensino fundamental, aprendi muito pouco sobre probabilidade. Mas sei que probabilidade são cálculos para determinar uma "chance". Exemplo: Qual a probabilidade de o Brasil ganhar a copa de 2018?*

E por fim, a declaração do aluno P da turma 102 reforça mais uma vez o pouquíssimo tempo, ou quase nada, destinado ao assunto no ensino fundamental.

Figura 20 – Resposta ao questionário



Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição: *Sei o básico do básico pois aprendi sozinho, na minha antiga escola não ouvimos falar nada.*

Estas são apenas algumas respostas à questão 3 do que questionário. Visto que os alunos não aprenderam quase nada sobre o tema probabilidade, pedimos que eles respondessem inicialmente essa. Já que, acreditamos ser mais coerente e produtivo que respondessem após um debate, no qual, introduzimos o tema espaço amostral, eventos aleatórios e determinísticos. Em verdade o tema espaço amostral só foi apresentado aos alunos após a atividade prática com a roleta de cassino, que comentaremos mais adiante. Pois ali, nas perguntas sobre situações de jogadas com a roleta, eles mesmos poderiam, intuitivamente, chegar a conclusões próprias.

Uma vez que, o queríamos fazer era exatamente o contrário do que D'Ambrosio (1989) afirma quando diz que "[...] Os professores em geral mostram a matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido. Ao aluno não é dado, em nenhum momento, a oportunidade ou gerada a necessidade de criar nada, nem mesmo uma solução mais interessante. [...]" (D'AMBROSIO, 1989, p.16)

Assim, podemos perceber pelas respostas a essa primeira pergunta que a grande maioria dos alunos nunca ouviu falar sobre probabilidade no ensino fundamental. E o que ouviu, ocorreu em uma única aula. Ou seja, muito pouco tempo dispensado para qualquer conteúdo do campo da matemática. Assim, nesse primeiro momento, podemos concordar com o que dizem ABER e BITTAR (2010, p. 2), "[...] Talvez o pouco tempo da presença de probabilidade, estatística e combinatória no ensino fundamental ainda não tenha permitido um consenso sobre que conteúdos devem ser abordados e de que forma esse ensino deve ocorrer [...]". Infelizmente, pior do que dedicar pouco tempo é não dedicar tempo algum a um tema de tamanha relevância.

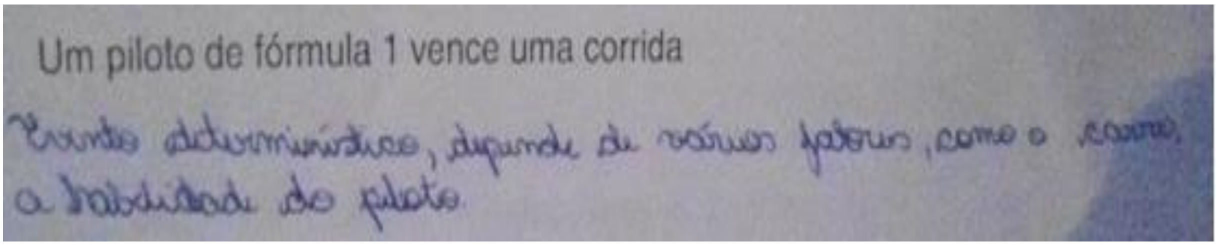
Visto isso, partimos para a segunda parte do questionário, que aconteceu após uma explicação sobre o que é evento aleatório e evento determinístico. Essa parte da atividade se mostrou muito interessante pelos debates que rendeu em relação ao tema, já que era natural que algumas perguntas deixassem eles em dúvida num primeiro momento. E como a presente pesquisa tem como uma das principais características expor ao aluno conceitos matemáticos a partir de uma situação concreta, Azevedo (1979, p.27) recomenda que "[...]Nada deve ser dado à criança, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração[...]". No caso, utilizamos os jogos com o propósito de não exigir exclusivamente da abstração dos alunos. De modo que, procuramos desde o início fazer isso abordando os eventos da maneira mais natural possível e, claro, fazendo conexões com as situações palpáveis que os jogos oportunizam.

Para isso, propomos à turma o seguinte exemplo: "Se eu e o melhor jogador de futebol do mundo competir numa disputa de pênaltis, quem terá mais chances de converter os chutes em gol?". A resposta, naturalmente, foi que o jogador teria mais chances. Em seguida perguntei: "E se eu jogasse dados com o melhor jogador de futebol do mundo, ele teria alguma habilidade que poderia deixá-lo em vantagem em relação a mim?". Dessa vez todos concordaram que nenhuma habilidade que este pudesse ter, o deixaria em vantagem. E que as chances de obter sucesso eram as mesmas pra ambos. Assim, definimos evento aleatório, ou seja, em repetidas vezes, e nas mesmas condições, as chances são iguais para todos os participantes de um determinado evento ocorrer. Já evento determinístico, definimos como sendo algo que temos certeza do resultado antes mesmo que este ocorra. Assim, por exemplo, se deixarmos de regar uma planta, temos certeza que esta morrerá. Ou ainda, se decidirmos nunca mais beber água, tem-se certeza que morreremos de desidratação. Dessa forma damos exemplos, sendo que alguns deles constam no questionário, pedindo que justificassem com suas palavras os motivos das classificações. De modo que, três itens do questionário causaram um debate interessante, foram: a, b e d, da questão número quatro.

Nessas três questões pudemos perceber certa dificuldade de parte da turma em entender que, um evento pode não ser determinístico e também não ser aleatório. Propomos a eles uma questão que não consta no questionário, mas achamos pertinente ao momento que foi à seguinte: Uma partida de Grenal seria um evento aleatório ou determinístico? Perguntamos a eles se poderia ser um evento aleatório pelo fato de não sabermos quem venceria. No entanto, a turma questionou que não poderia ser, pois se um dos times estivesse mais bem preparado tecnicamente ou com melhor entrosamento, teria maiores chances de vencer. O que achei muito boa resposta e acreditei contribuir para uma melhor compreensão. Mesmo assim, houve dúvidas, como veremos abaixo.

Aqui a aluna L da turma 101 afirma a vitória do piloto ser um evento determinístico, já que o fato do piloto ter vencido deve-se a vários fatores como ela descreve a seguir, e não somente da sorte. Vale lembrar o exemplo do lançamento de dados, o qual depende exclusivamente da sorte e por isso é um evento aleatório. Por isso acreditamos ter havido o equivoco da aluna, uma vez que a vitória do piloto depende, como ela mesma citou a seguir, de vários fatores.

Figura 21 – Dados da aluna L



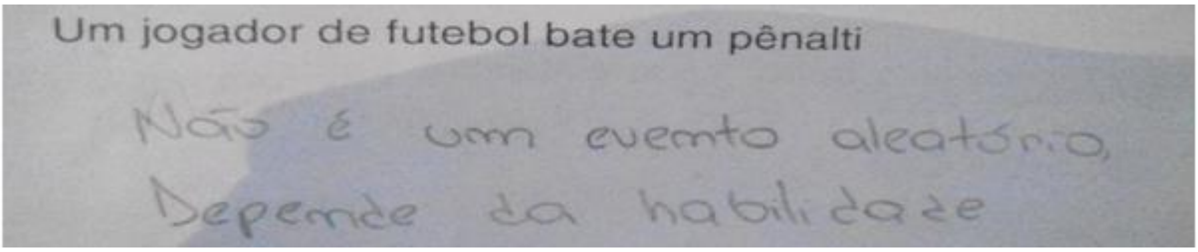
Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição: *Evento determinístico, depende de vários fatores, como o carro, a habilidade do piloto.*

Percebendo isso durante os debates com a turma, afirmamos a eles que um evento não precisa ser necessariamente aleatório ou determinístico. Ou seja, poderá não se enquadrar em nenhum dos dois.

Já a aluna C da turma 101 define e justifica de maneira correta na figura 22, já que o evento em questão traz diferentes chances de conversão em gol, conforme a habilidade de cada jogador. A resposta da aluna C faz eco à maioria das respostas dos alunos.

Figura 22 – Dados da aluna C

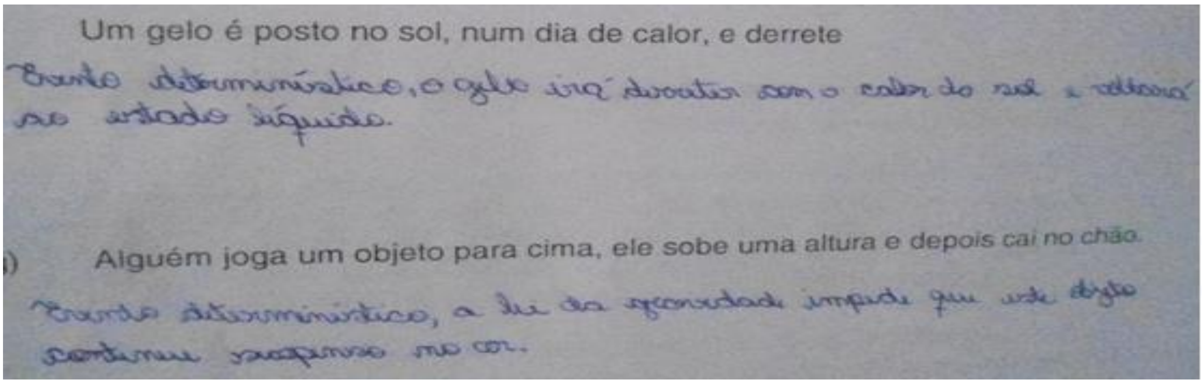


Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição: *Não é um evento aleatório, depende da habilidade.*

Na sequência do questionário, ainda sobre os eventos. A grande maioria dos alunos demonstrou que assimilaram bem o conceito de evento determinístico.

Figura 23 – Resposta ao questionário


Um gelo é posto no sol, num dia de calor, e derrete

Alguém joga um objeto para cima, ele sobe uma altura e depois cai no chão.

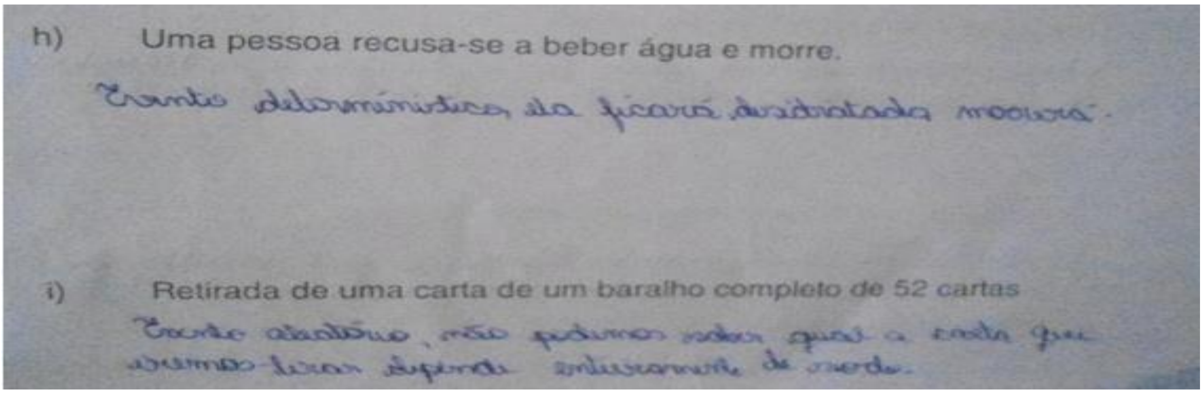
Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição da questão f: *Evento determinístico, o gelo irá derreter com o calor do sol e voltará ao estado liquido.*

Transcrição da questão g: *Evento determinístico, a lei da gravidade impede que este objeto continue suspenso no ar.*

A seguir, a aluna L da turma 101 faz uso de maneira apropriada do conceito de evento aleatório, uma vez que afirma não poder determinar o que ocorrerá no evento, e, descarta a possibilidade de uma suposta habilidade de quem estiver jogando influenciar o resultado ao afirmar que “depende inteiramente da sorte”.

Figura 24–Dados da aluna L


h) Uma pessoa recusa-se a beber água e morre.

i) Retirada de uma carta de um baralho completo de 52 cartas

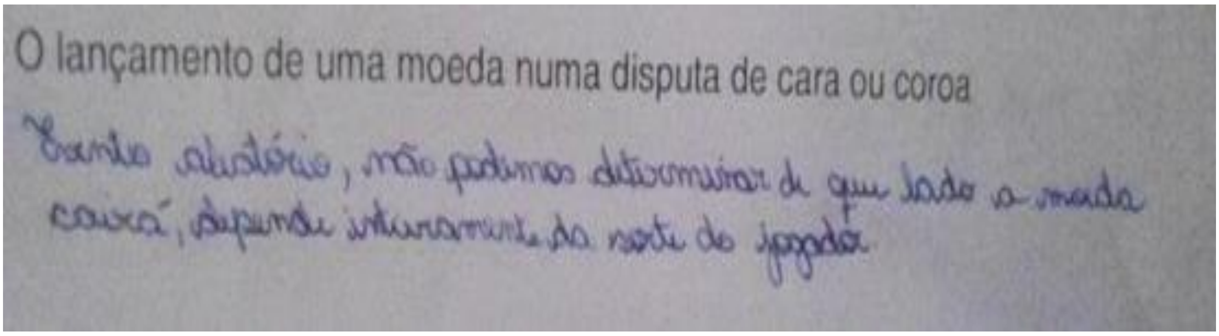
Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição da questão h: *Evento determinístico, ela ficará desidratada e morrerá.*

Transcrição da questão i: *Evento aleatório, não podemos saber qual a carta que iremos tirar, depende inteiramente da sorte.*

A exemplo da aluna L, também a aluna J da turma 102 descreve de maneira correta o evento formulado pela questão c do questionário. Conforme a figura a seguir.

Figura 25 – Dados da aluna J


O lançamento de uma moeda numa disputa de cara ou coroa

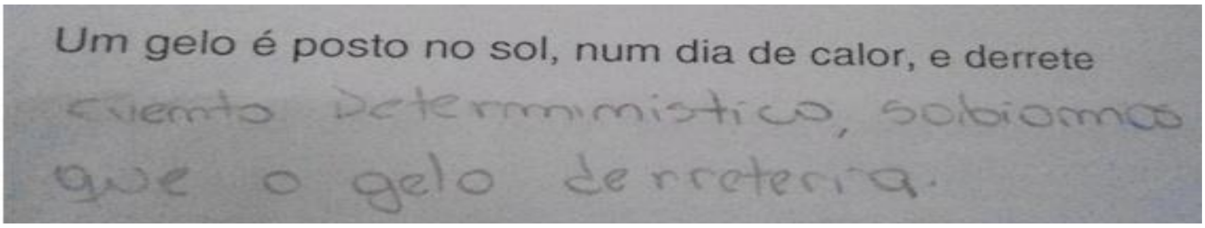
Evento aleatório, não podemos determinar de que lado a moeda cairá, depende inteiramente da sorte do jogador.

Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição: *Evento aleatório, não podemos determinar de que lado a moeda cairá, depende inteiramente da sorte do jogador.*

Da mesma forma a aluna C da turma 101 se apropria do conceito de evento determinístico ao afirmar que “sabíamos o que aconteceria antes mesmo de ocorrer”.

Figura 26 –Dados da aluna C


Um gelo é posto no sol, num dia de calor, e derrete

Evento Determinístico, sabiamos que o gelo derreteria.

Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição: *Evento determinístico, sabíamos que o gelo derreteria.*

4.2 Atividades com a Roleta de Cassino

Figura 27 – Atividade com a Roleta na sala de estudos acompanhada da projeção da Roleta de Cassino feita em Power Point

Fonte: arquivo do pesquisador

Após debater com os alunos sobre eventos determinísticos e eventos aleatórios, e esclarecer que um evento pode não ser determinístico e também não ser aleatório, foi dado início à segunda atividade prática, a Roleta de Cassino. Começamos revisando frações já que a roleta é uma circunferência dividida em 37 partes iguais, cada uma representando um número. Assim, as primeiras questões propostas pela segunda atividade (roleta), foi sobre que fração representava determinados números da roleta.

E como em toda a matemática, buscamos observar padrões numéricos que se repetem. O objetivo inicial dessas questões sobre frações era exatamente esse, que os alunos percebessem uma repetição numérica em todas as primeiras perguntas, ou seja, o denominador. Até porque nos problemas iniciais consideramos todos os números da roleta, que chamamos de casos possíveis, e mais tarde espaço amostral. Assim, obtivemos êxito com nosso primeiro objetivo da atividade da roleta, pois estávamos apenas relembrando a turma sobre conceitos de fração. E claro que com isso, introduzindo cálculo de probabilidades, pois nada mais é do que a razão entre os casos favoráveis por casos possíveis. A partir daí perguntamos aos alunos quais as chances que teríamos, ao girar a roleta, da esfera cair em um numero qualquer escolhido por eles? A resposta foi rápida, já que a roleta é dividida em trinta e sete partes iguais. Escolhido um número, as chances são uma em trinta e sete.

A seguir os alunos interagindo com a roleta, a qual se tornou para eles um cenário de investigação no qual puderam fazer estimativas, observar padrões e jogar também, porque não? Embora jogar não fosse o objetivo do trabalho não os privamos disso, mas acreditamos ter alcançado aquilo que Freire (1996, p.25) afirmou, "[...] Ensinar não é transferir conhecimentos, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção [...]". De modo que o nosso esforço se deu, todo, no sentido de criar tais possibilidades para a produção e construção desse conhecimento. Resumindo, desejávamos realizar atividades com os alunos nos moldes da "escola ativa" que, segundo análise feita por Fiorentini e Miorim (1990, p. 2), "[...] Pestalozzi (1746 - 1827) acreditava que uma educação seria verdadeiramente educativa se proviesse da atividade dos jovens [...]", e que, o ensino deveria partir das "[...] atividades dos alunos como canto, desenho, modelagem, jogos, excursões ao ar livre, manipulação de objetos onde as descrições deveriam preceder as definições; o conceito nascendo da experiência direta e das operações com as coisas [...]".

Figura 28 – Alunos interagindo com a Roleta de Cassino

Fonte: arquivo do pesquisador

Acreditamos ter atingido um dos objetivos dessa pesquisa que era o de introduzir o cálculo de probabilidades através de uma situação concreta, a roleta de cassino. Além disso, vale destacar o envolvimento e interesse dos alunos pela atividade proposta.

Figura 29 – Alunos interagindo com a Roleta de Cassino

Fonte: arquivo do pesquisador

Também é importante lembrar que foi permitido o uso de calculadora, já que perderíamos muito tempo fazendo contas de dividir. E o que queríamos avaliar era, na verdade, se os alunos haviam assimilado os conceitos de cálculo de probabilidades.

Figura 30 – Desenvolvimento da atividade com a Roleta de Cassino

Fonte: arquivo do pesquisador

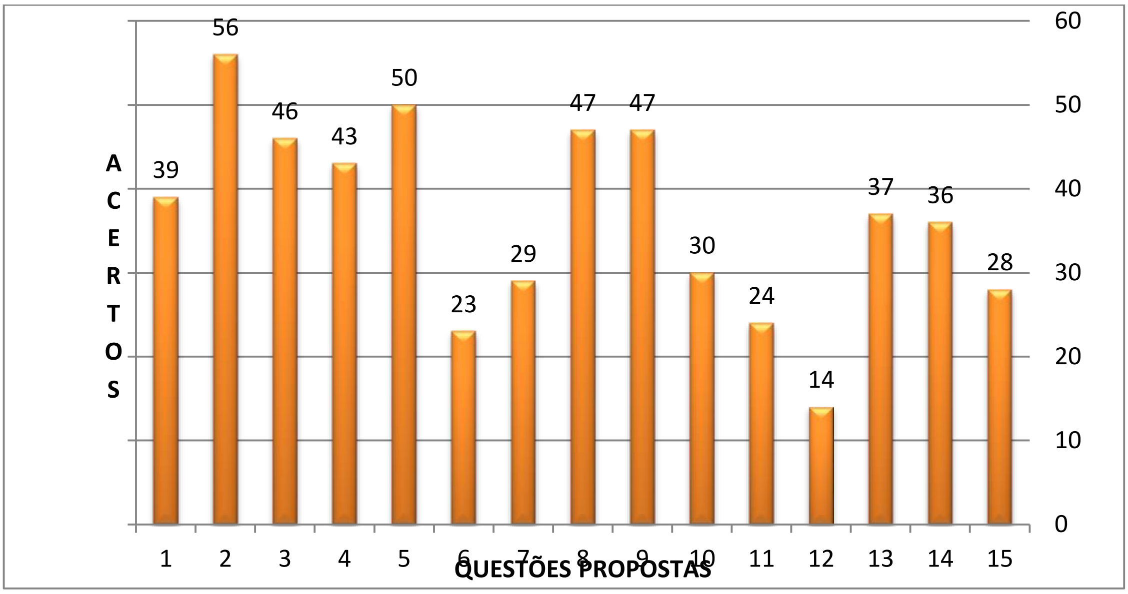
Antes de expormos as respostas dos alunos aqui, ilustraremos mais uma vez na figura 31 deste texto a roleta de cassino para facilitar um pouco mais a compreensão dos erros e dos acertos da turma. Vale lembrar que, enquanto eles respondiam as questões, havia a projeção da roleta na tela da sala de vídeo para que pudessem visualizar as cores dos números. Uma vez que a roleta foi dada a eles numa impressão em preto e branco.

Figura 31 – Ilustração da Roleta de Cassino projetada no vídeo da Sala de estudos

Fonte: Imagens do Google

Ainda, antes de analisarmos as respostas dadas nas questões que mais nos chamaram a atenção nessa primeira atividade com cálculos de probabilidade propriamente dito. Vejamos o gráfico da distribuição de acertos de cada aluno. É importante dizermos que realizaram essa tarefa 57 alunos.

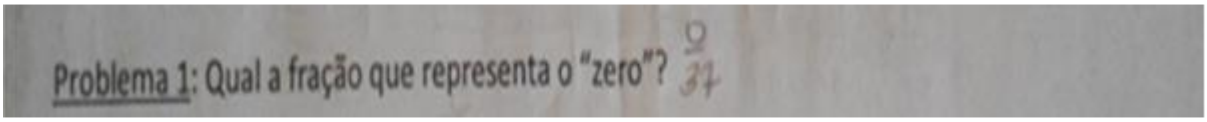
Figura 32 – Gráfico do desempenho na atividade com a Roleta



Fonte: arquivo do pesquisador

Conforme comentado anteriormente, as primeiras questões da atividade com a roleta tinham como propósito apenas revisar frações. Para depois, intuitivamente, chegarmos a cálculos de probabilidade. Na primeira questão acreditamos ter havido um problema de interpretação, ou até mesmo de formulação que pode ter influenciado nesses dezessete erros, incluindo o apresentado a seguir. Dizemos isso, pois, a questão era de simples representação em fração da casa que representa o número zero da roleta. A seguir a resposta da aluna J da turma 101.

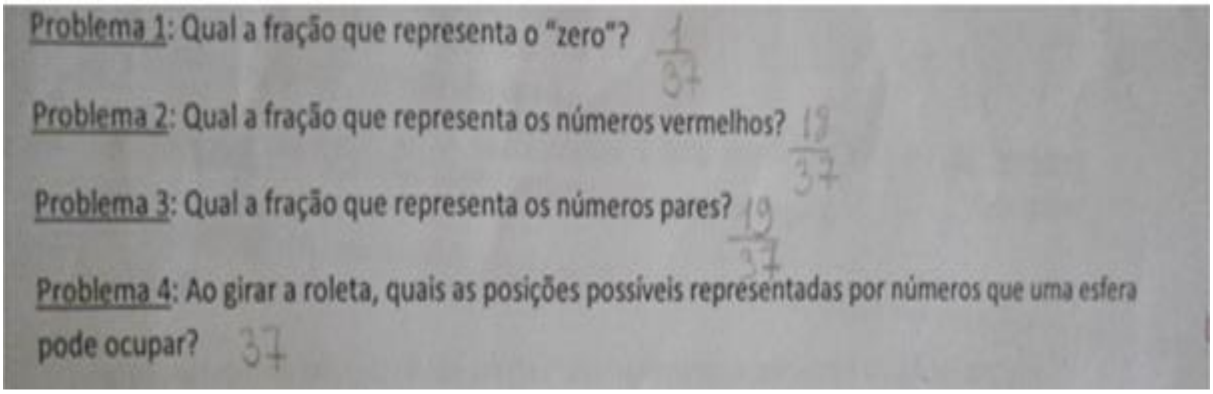
Figura 33 – Dados da aluna J



Fonte: arquivo do pesquisador

Contudo, tivemos uma quantidade de acertos, razoavelmente boa nas primeiras cinco questões. A resposta dada a seguir pelo aluno S reflete essa maioria de alunos que responderam corretamente essas cinco questões.

Figura 34 – Dados do aluno S



Problema 1: Qual a fração que representa o "zero"? $\frac{1}{37}$

Problema 2: Qual a fração que representa os números vermelhos? $\frac{19}{37}$

Problema 3: Qual a fração que representa os números pares? $\frac{19}{37}$

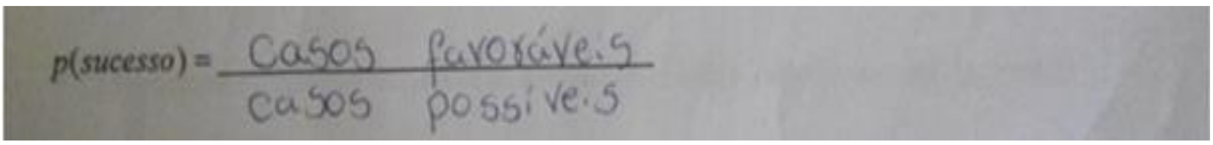
Problema 4: Ao girar a roleta, quais as posições possíveis representadas por números que uma esfera pode ocupar? 37

Fonte: arquivo do pesquisador

Mais uma vez queremos lembrar que o objetivo das primeiras questões em relação à roleta de cassino era que os alunos percebessem um padrão de repetição em todas as respostas, padrão esse que podemos notar no denominador das frações. O que chamamos de casos possíveis e mais adiante, espaço amostral. Ou seja, o trinta e sete no denominador representa todos os casos possíveis que a esfera pode ocupar numa jogada qualquer. E por fim, chegar à relação dada pela figura 35.

Dessa forma, acreditamos ter introduzido os conceitos probabilísticos conforme recomendam os PCNS ao afirmarem que "[...] As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). [...]" (PCNS, 3º e 4º ciclos do ensino fundamental, p.52, 1998). De modo que entendemos ser a roleta um desses "espaços", nos quais, o aluno pode explorar eventos probabilísticos de maneira experimental sem necessitar da abstração de eventos. Uma vez que dispõe de um objeto que fornece situações probabilísticas concretas, facilitando assim a compreensão.

Figura 35 – Razão entre casos favoráveis e casos possíveis

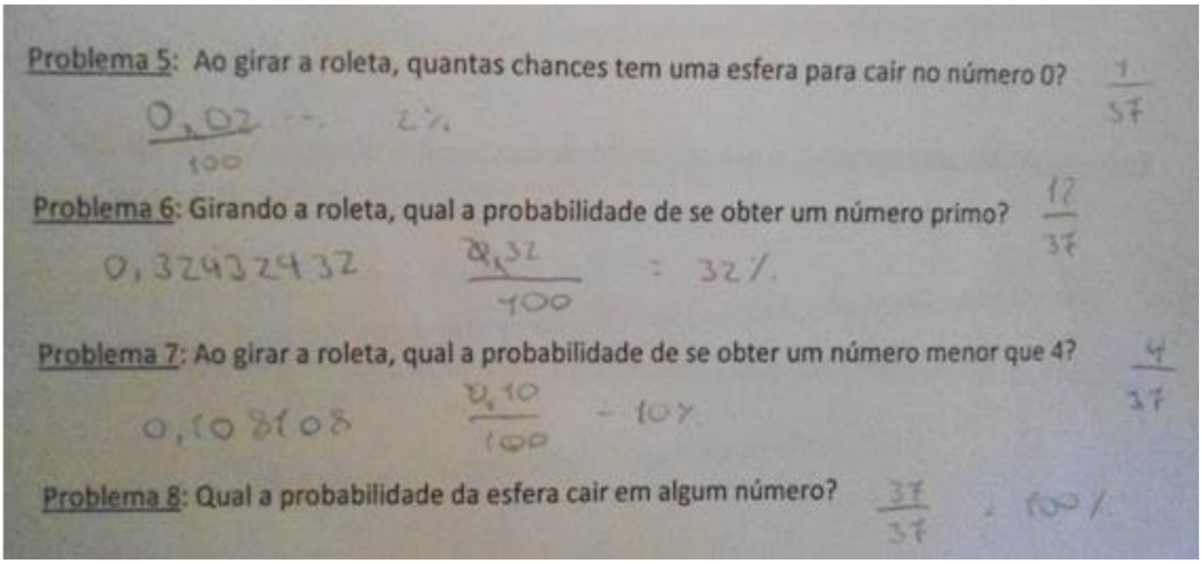


$$p(sucesso) = \frac{\text{casos favoráveis}}{\text{casos possíveis}}$$

Fonte: arquivo do pesquisador

A partir disso, introduzimos o cálculo de probabilidades em si, apenas fazendo perguntas à turma sobre as chances da esfera cair em um número qualquer, ao girarmos a roleta. A resposta dada, imediatamente, foi uma em trinta e sete. Sim, já era um cálculo probabilístico.

Figura 36 – Dados do aluno P



Problema 5: Ao girar a roleta, quantas chances tem uma esfera para cair no número 0? 1/37

0,02/100 ... 2%

Problema 6: Girando a roleta, qual a probabilidade de se obter um número primo? 12/37

0,32432432   0,32/100 = 32%

Problema 7: Ao girar a roleta, qual a probabilidade de se obter um número menor que 4? 4/37

0,108108   0,10/100 = 10%

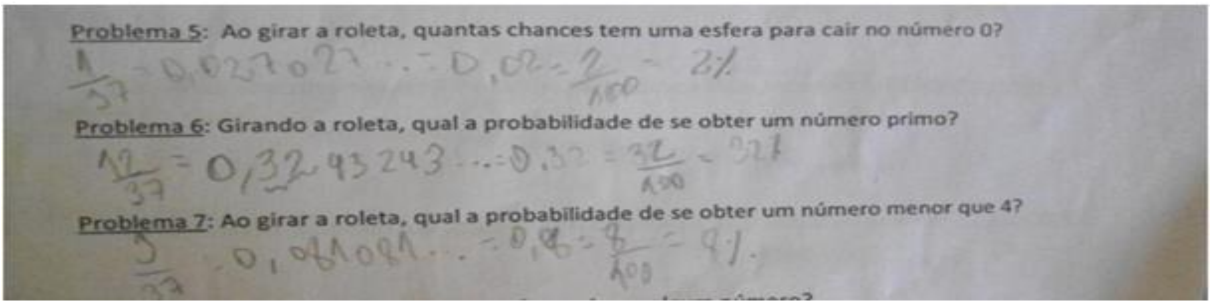
Problema 8: Qual a probabilidade da esfera cair em algum número? 37/37 = 100%

Fonte: arquivo do pesquisador

Percebemos na figura 36 que as respostas dadas em frações estão corretas, com exceção do problema número 6, o qual era necessário identificar os números primos da roleta. Vale registrar que trinta e quatro alunos cometeram esse equívoco, que acreditamos ter sido um descuido no momento da identificação dos números primos. Na questão sete, os casos favoráveis eram os números menores que quatro, ou seja, bastava contar esses números. Ao analisar os trabalhos, naqueles em que o aluno pôs o desenvolvimento, percebemos alguns números que foram incluídos nos primos como 33, 29 e 1. Além disso, percebemos, num primeiro momento, certa dificuldade da maioria da turma em transformar o número decimal em fracionário para, consequentemente, escrevê-lo em notação de porcentagem.

A seguir, a aluna M da turma 102 apresenta erros semelhantes.

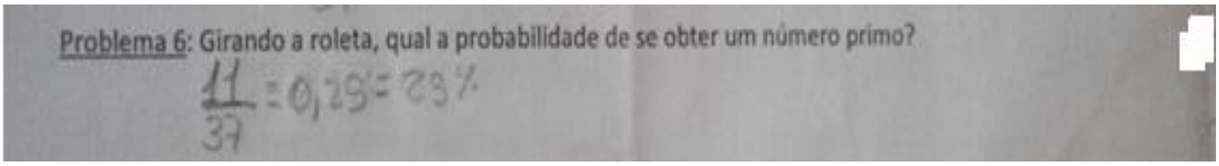
Figura 37 – Dados da aluna M



Fonte: arquivo do pesquisador

Já o aluno J resolve corretamente ao contar onze números primos na roleta, além de pôr na forma de porcentagem. Conforme a figura a seguir.

Figura 38 – Dados do aluno J



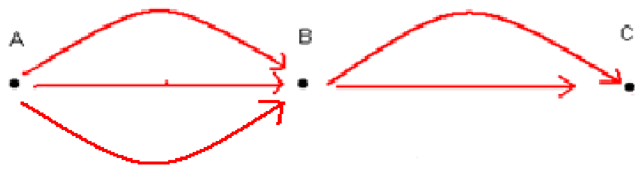
Fonte: arquivo do pesquisador

Passada a primeira parte das questões envolvendo a roleta, os alunos precisariam, naturalmente, da abordagem de alguns conceitos também não vistos no ensino fundamental. Por exemplo, o princípio multiplicativo, fundamental para seguirmos adiante com as atividades de probabilidades. Assim, a exemplo da escola montessoriana, que segundo análise realizada por SILVA (2012, p. 2), ela priorizava “[...] A troca de informações entre estudantes e professor [...]”, e que, “[...] O professor deve atuar como um mediador entre os conhecimentos e a ação do aluno [...]”.

Além disso, SILVA de maneira alguma supõe que o aluno busque por si mesmo os resultados, antes ele afirma que “[...] cabe ao educador ir acompanhando e aguçando o pensamento dos alunos encaminhando-os para aquisições desejadas [...]”. De modo que, nesse momento foi necessária a nossa mediação entre os conceitos novos (principio multiplicativo), e a turma. Com esse propósito introduzimos o exemplo a seguir.

Exemplo: Um viajante deseja sair da cidade A e chegar à cidade C, passando pela cidade B. Sendo que para ir de A à B, temos três estradas. E para ir de B à C, temos duas estradas. De quantas maneiras podemos fazer isso?

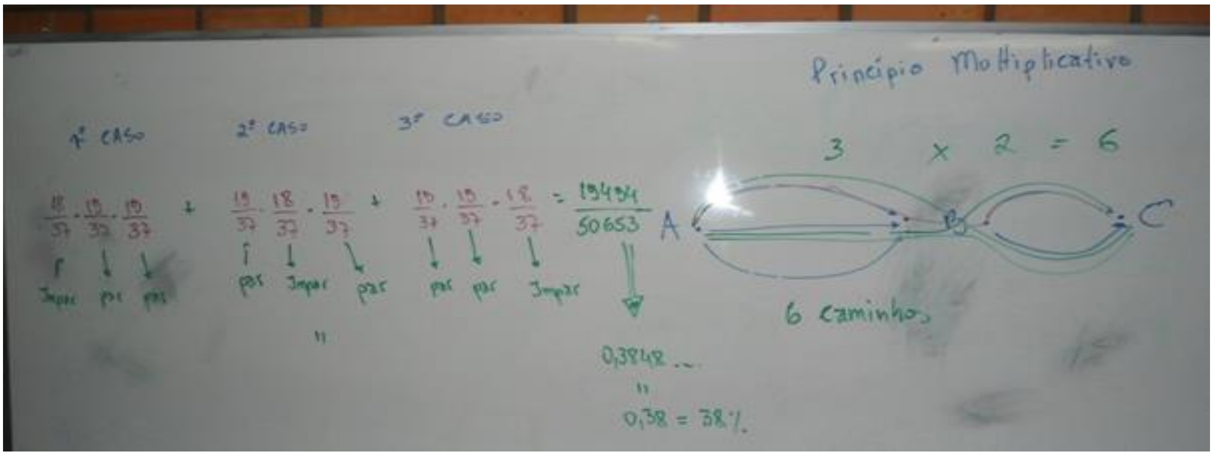
Figura 39 – Ilustração do Princípio Multiplicativo



Fonte: arquivo do pesquisador

Assim, pelo princípio multiplicativo, se há 3 maneiras de ir de A à B e, existe 2 maneiras de ir de B à C. Logo, temos 3x2 maneiras de chegar à C, por B. Da mesma maneira, quando queremos calcular as probabilidades de dois eventos ocorrerem simultaneamente, multiplicamos elas. A seguir, na figura 40, o registro e a ilustração que fizemos na referida aula.

Figura 40 – Introdução ao princípio multiplicativo



Fonte: arquivo do pesquisador

Além do exemplo citado, nessa mesma oportunidade também resolvemos com a turma o problema 15, o qual é necessário fazer uso do princípio multiplicativo para podermos resolvê-lo. Abaixo, a análise feita com a turma:

<u>Problema 15</u>: Em três tentativas, qual a probabilidade de se obter um número ímpar em apenas uma das três tentativas?

Solução: Antes de fazermos os cálculos, perguntamos aos alunos de quantas maneiras isso poderia acontecer? Ou seja, um único ímpar em três tentativas? Além disso, lembrei à turma o princípio multiplicativo afirmando que quando queremos que eventos ocorram simultaneamente, multiplicamos as probabilidades. E para o caso de ocorrer de uma maneira ou de outra, somamos. Conforme ilustração abaixo.

Evento girar a roleta três vezes

Com uma única esfera

Ímpar.par.par + par.ímpar.par+ par.par.ímpar

P(1 único ímpar em 3 tentativas) $= \frac{18}{37}.\frac{19}{37}.\frac{19}{37} + \frac{19}{37}.\frac{18}{37}.\frac{19}{37} + \frac{19}{37}.\frac{19}{37}.\frac{18}{37} = \frac{19494}{50653} =$

=0,38485= 0,38=38% (arredondamento pela terceira casa decimal)

A seguir, ilustramos mais uma vez a relação entre os conectivos e as operações matemáticas.

1ªmaneira 2ªmaneira 3ªmaneira

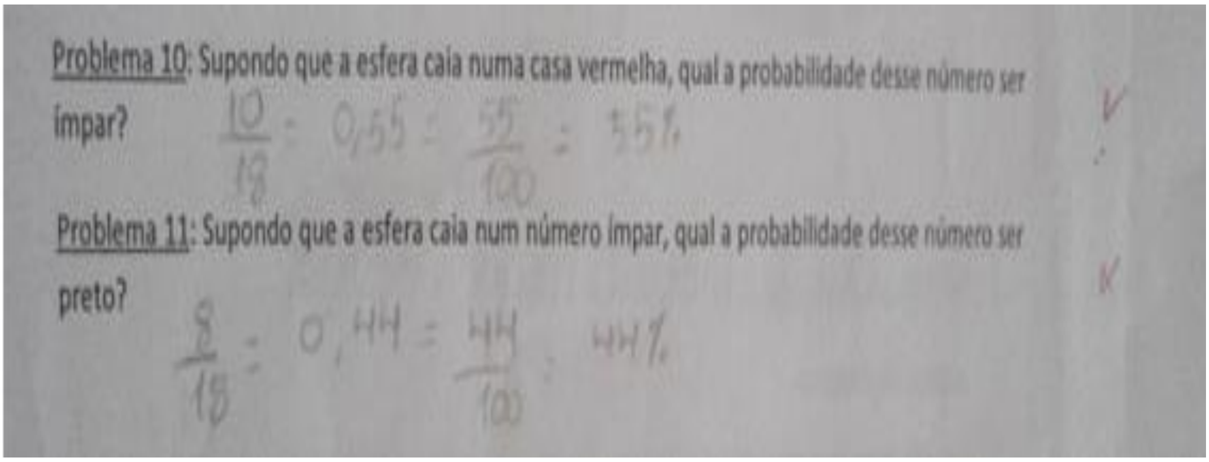
$$\overbrace{\frac{18}{37}.\frac{19}{37}.\frac{19}{37}} + \overbrace{\frac{19}{37}.\frac{18}{37}.\frac{19}{37}} + \overbrace{\frac{19}{37}.\frac{19}{37}.\frac{18}{37}}$$

e e ou e e ou e e

Além da exposição acima, também falamos sobre a probabilidade condicionada, uma vez que as questões dez e onze tratam desse quesito. Nessa oportunidade dizemos aos alunos que quando o problema está condicionado, o espaço amostral se reduz a tal condição. No caso da questão dez que condiciona a esfera a cair numa casa vermelha, o espaço amostral passa a serem apenas as casas vermelhas. Ou seja, os casos possíveis são apenas dezoito, número de casas vermelhas da roleta. É possível ver pelo gráfico de acertos que vinte e sete alunos erraram a questão dez e, trinta e três erraram a questão onze. O que é um número elevado, embora sejam esses, os primeiros momentos de todos eles com o tema. Vejamos duas respostas dadas.

A seguir o aluno M responde corretamente as questões dez e onze ao reduzir o espaço amostral para dezoito, na questão dez. E também para dezoito na questão onze, números ímpares.

Figura 41 – Dados do aluno M

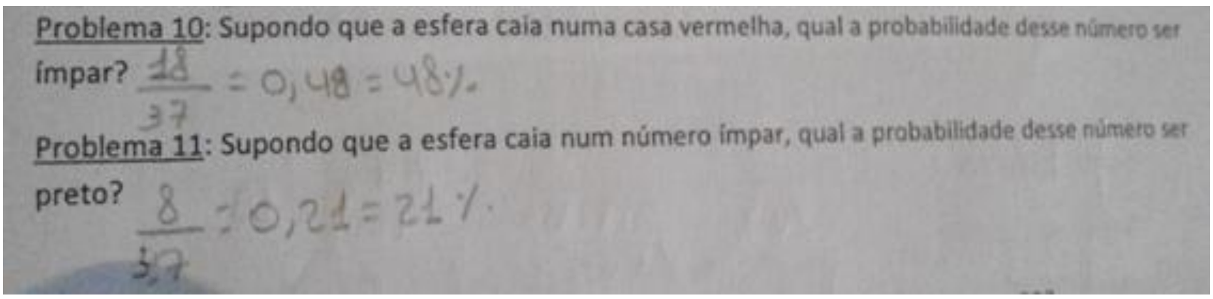

Problema 10: Supondo que a esfera caia numa casa vermelha, qual a probabilidade desse número ser ímpar? $\frac{10}{18} = 0,55 = \frac{55}{100} = 55\%$

Problema 11: Supondo que a esfera caia num número ímpar, qual a probabilidade desse número ser preto? $\frac{8}{18} = 0,44 = \frac{44}{100} = 44\%$

Fonte: arquivo do pesquisador

Já o aluno R na figura 42, pelo contrário, equivoca-se ao considerar todos os números da roleta, sendo que o problema 10 estava condicionado às casas vermelhas. E no problema 11, aos ímpares.

Figura 42 – Dados do aluno R


Problema 10: Supondo que a esfera caia numa casa vermelha, qual a probabilidade desse número ser ímpar? $\frac{18}{37} = 0,48 = 48\%$

Problema 11: Supondo que a esfera caia num número ímpar, qual a probabilidade desse número ser preto? $\frac{8}{37} = 0,21 = 21\%$

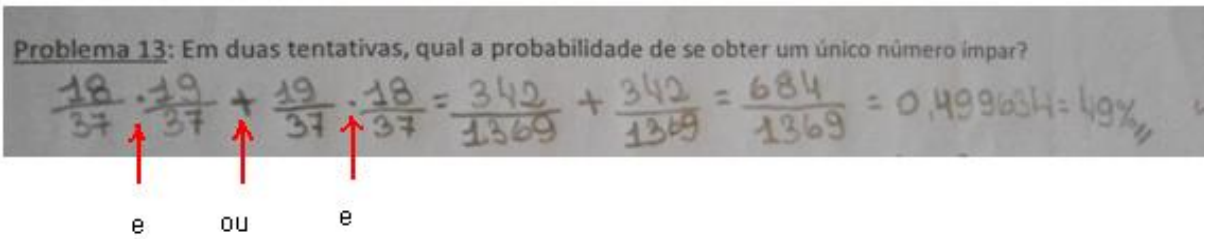
Fonte: arquivo do pesquisador

É importante dizermos que dentre esses alunos que cometeram equívocos em determinados problemas, estão aqueles que nem se dispuseram a realizar a tarefa, ainda que seja uma minoria. O que é compreensível, uma vez que não há garantia de que uma determinada atividade será atraente para todos. E o que pode ser interessante pra uns, poderá não ser para outros e vice versa. Contudo, a nossa percepção durante as atividades é a de que houve uma boa aceitação pela maioria esmagadora da turma.

A seguir, nas figuras 43, 44 e 45, chamamos a atenção para a aplicação do principio multiplicativo e o significado dos conectivos “e” e “ou”. O que desde o início fizemos questão de destacar aos alunos. Vale lembrar que 65% dos alunos resolveram corretamente o problema 13, 63% o problema 14 e, 28% o problema 15. O que acreditamos ser uma boa média para a primeira atividade. Entretanto, desde já é bom dizer que nas primeiras atividades foi necessária a nossa ajuda, o que era natural por se tratar da introdução dos conceitos de probabilidade. Essa ajuda, do início ao fim da pesquisa, foi dada na forma de novas perguntas que fazíamos a eles e jamais fazendo por eles as questões, ou fornecendo as respostas nas primeiras dificuldades encontradas por eles.

Além disso, mais uma vez desejamos destacar que as únicas relações matemáticas utilizadas pelos alunos para a resolução dos problemas 13, 14 e 15, foram a razão entre os casos favoráveis pelos casos possíveis e o conceito de princípio multiplicativo. Como facilmente percebemos na resolução da aluna S na figura a seguir.

Figura 43 – Dados da aluna S



Fonte: arquivo do pesquisador

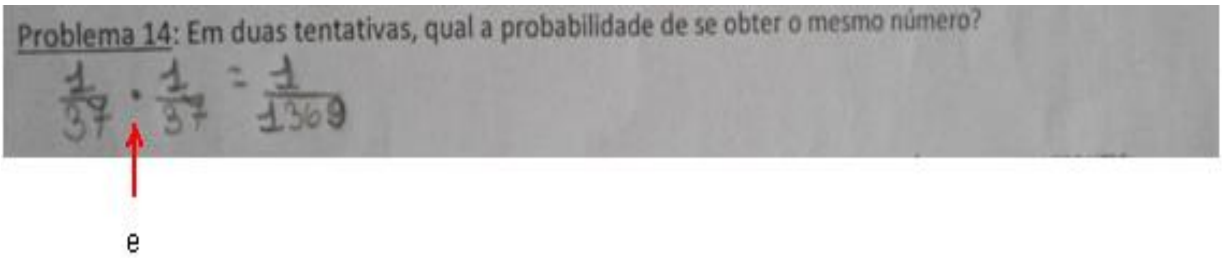
Dizemos isso, pois o intuito da pesquisa também é sugerir o ensino de probabilidades no ensino fundamental de modo lúdico em que o aluno precisa apenas entender os conceitos envolvidos e não apenas uma mera aplicação de fórmulas matemáticas. Caso contrário, teríamos para a resolução do problema 13 na figura 45 o seguinte desenvolvimento:

$$C_2^1.\frac{19}{37}.\frac{18}{37}=\frac{2!}{1!(2-1)!}.\frac{19}{37}.\frac{18}{37}=0{,}4996347\cong 50\%$$

O que seria inviável, uma vez que não introduzimos formalmente neste trabalho, nenhum conceito de análise combinatória. Até por que, entendemos ser desnecessário nesse momento, e, a simples aplicação de fórmulas não era o que desejávamos, pois o que queríamos era que os alunos compreendessem o que ocorria em cada evento.

Nesse sentido, para problemas semelhantes ao visto na figura 45 procuramos levar os estudantes a pensar “De quantas maneiras pode ocorrer um único numero impar em duas tentativas?” O que facilmente podia ser visto como, “Ímpar e par ou par e ímpar”. Ou seja, de duas maneiras. Na figura 44, é possível perceber o aluno J fazendo uso desse princípio, uma vez que existe uma única maneira de ocorrer o evento “obter o mesmo número em duas tentativas”.

Figura 44– Dados do aluno J



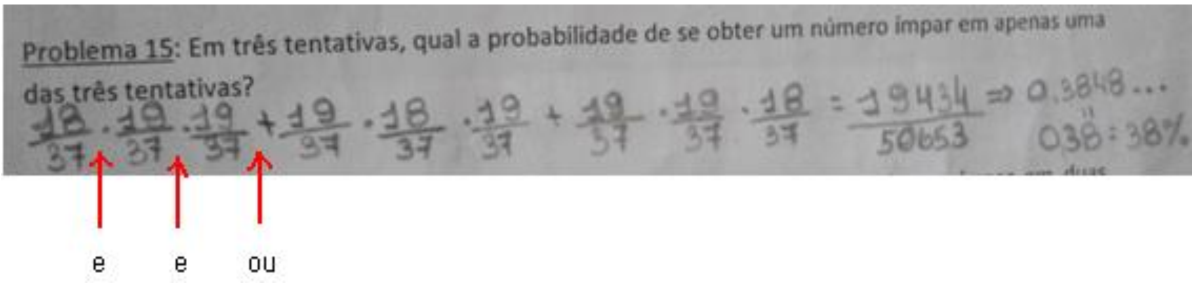
Fonte: arquivo do pesquisador

Da mesma forma, podemos perceber a resolução do problema 15 dado pela aluna S da turma 102, na figura 45. Vale destacar o não uso da aplicação de fórmulas de análise combinatória e sim, a compreensão do que ocorre no evento em questão. A saber, “obter um número ímpar em apenas uma das três tentativas”. A seguir, a ilustração da estratégia de resolução do problema.

(Impar).(par).(par) ou (par).(ímpar).(par) ou (par).(par).(impar)

Ou seja, pode ocorrer de três maneiras diferentes a ocorrência de um único número impar, em três tentativas.

Figura 45 – Dados da aluna S



Fonte: arquivo do pesquisador

Antes de comentarmos a próxima atividade proposta, é importante registrar que todas elas tiveram como característica principal sugerir ao aluno uma ação. A começar pelas primeiras questões sobre a roleta, ou seja, a percepção das frações. A partir disso, intuitivamente, os alunos chegaram à conclusão de que se a roleta fosse girada, contendo uma esfera, teríamos um evento aleatório. A saber, o evento de a esfera cair em algum número escolhido.

4.3 Atividades com Dados (Jogo dos Pontos Corridos)

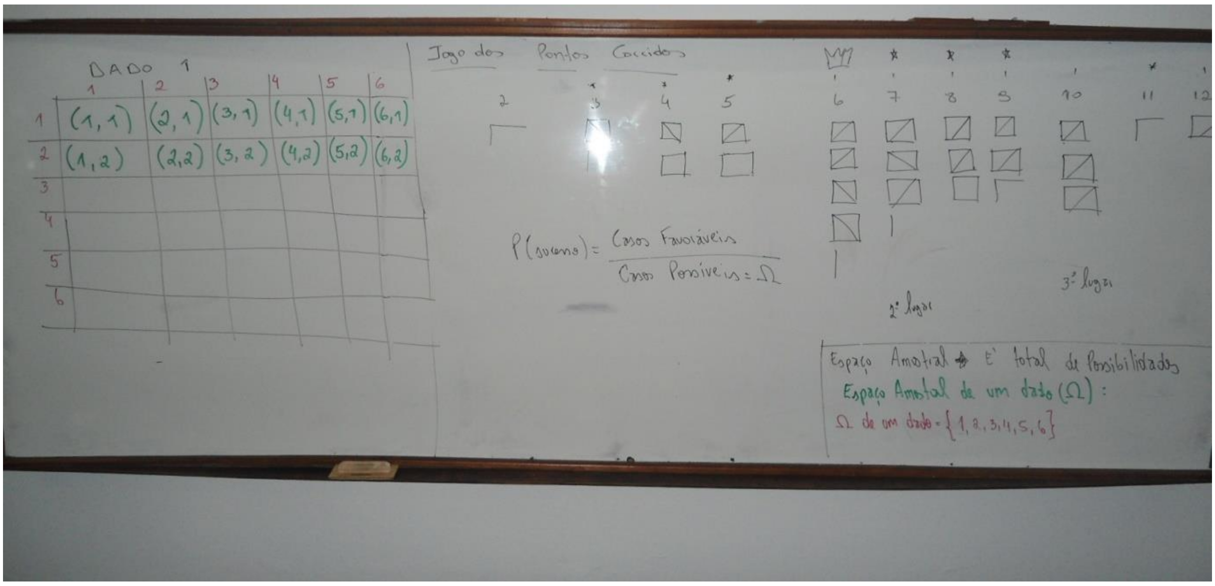
Essa atividade bem como todas as outras que realizamos com as turmas se mostrou muito interessante pelo engajamento e aceitação dos alunos em realizarem. Uma vez que a turma participou efetivamente, no lançamento de dados, anotação de pontos e, naturalmente na torcida.

Dividimos os alunos por equipe, cada equipe foi formada por dupla, ou trio. Assim, jogamos os dados e anotamos a soma dos pontos das faces superiores. A equipe que fizesse quinze pontos primeiro ganharia o jogo. Como foi realizado com dois dados, decidi que faríamos anotações a partir da soma um. Infelizmente, eles estavam atentos e ninguém quis essa soma, já que era um evento impossível, conforme eles mesmos disseram. No lançamento de dois dados é impossível obter a soma um.

Escolhidas as equipes, partimos para o jogo efetivamente. De modo que o grande vencedor foi a equipe cujos pontos das faces superiores somavam seis. Aí decidimos saber quem seria o segundo lugar, o qual, após mais alguns lançamentos, obtivemos a equipe cujos pontos das faces superiores somavam sete. Ainda, com mais alguns lançamentos, o terceiro lugar ficou para a equipe que escolheu a soma dez.

A seguir, na figura 46 está o quadro do desenvolvimento da atividade e das anotações dos pontos obtidos nos lançamentos dos dados. É importante destacar que, conforme ia sendo obtida a soma das faces superiores dos dados anotava-se um ponto para a equipe que representava aquela tal soma.

Figura 46 – desenvolvimento da aula com o Jogo dos Pontos Corridos



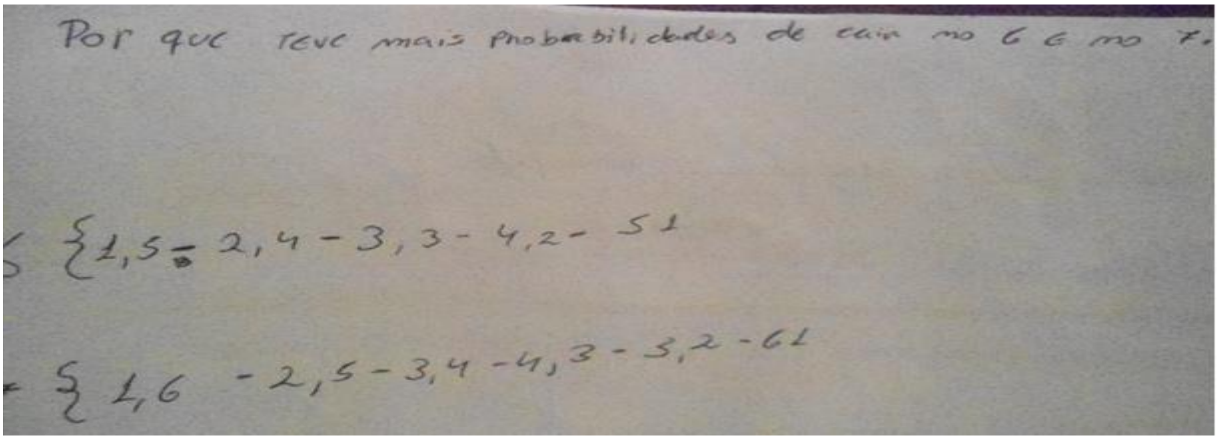
Fonte: arquivo do pesquisador

Feito isso, passamos a perguntar aos alunos se “Existia uma explicação possível para justificar o fato de essas equipes terem vencido? Seria exclusivamente da sorte? Ou há uma explicação matemática para isso?” Para responder a pergunta, pedimos que eles organizassem em uma tabela todas as possíveis combinações das faces dos dados, pois assim seria mais fácil visualizar todas as possíveis somas, incluindo os casos favoráveis. Ou seja, o que estávamos pedindo para eles, nada mais era do que a obtenção do espaço amostral, requisito fundamental para calcular probabilidades. E como eles descreveram o espaço amostral do evento lançamento de dois dados, em forma de tabela, no caderno, deixaremos apenas as resoluções de algumas questões. A ilustração da tabela de dupla entrada foi realizada nas descrições das atividades e na figura 46.

Além disso, queremos registrar as justificativas matemáticas dos alunos sobre a vitória das somas 6 e 7, em primeiro e segundo lugar respectivamente.

Na figura 47 o aluno J da turma 102 afirma que foi porque teve mais probabilidades, sem apresentar cálculos. Contudo, descreveu os “casos favoráveis” à obtenção das somas 6 e 7, de modo que acreditamos ser a justificativa para a vitória dos grupos representados por esses números.

Figura 47– Dados do aluno J



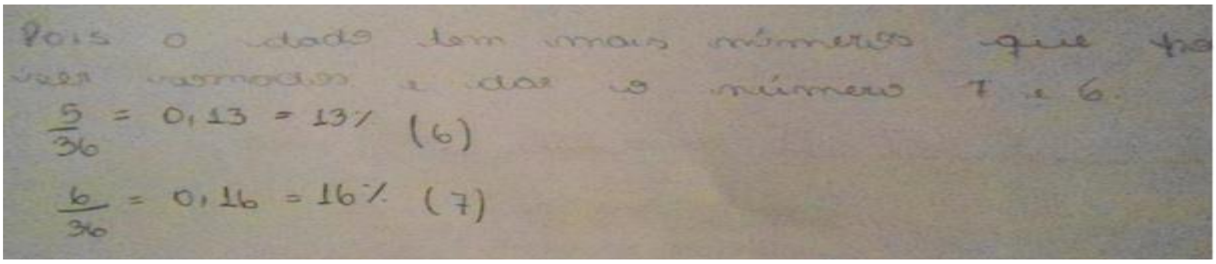
Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição: Por que teve mais probabilidades de cair no 6 e no 7.

Vale lembrar que no texto “Cenários para Investigação” de Ole Skovsmose (2000, p. 71) sugere a atividade com dados como uma grande corrida de cavalos, na qual os alunos são convidados a fazer “explorações e explicações”. Não realizamos a atividade como se fosse uma corrida de cavalos, mas foi no mesmo intuito de oportunizar um ambiente de exploração, no qual o próprio aluno poderia fazer “explicações”.

Assim, os alunos responderam positivamente ao estimulo dado pelo “Jogo dos Pontos Corridos”, batizado assim por nós. A seguir, a aluna R da turma 102 justifica de maneira adequada os motivos que contribuíram para a vitória das equipes representadas pelas somas 6 e 7. Além de apresentar a probabilidade através da razão dos casos favoráveis pelos casos possíveis.

Figura 48– Dados da aluna R

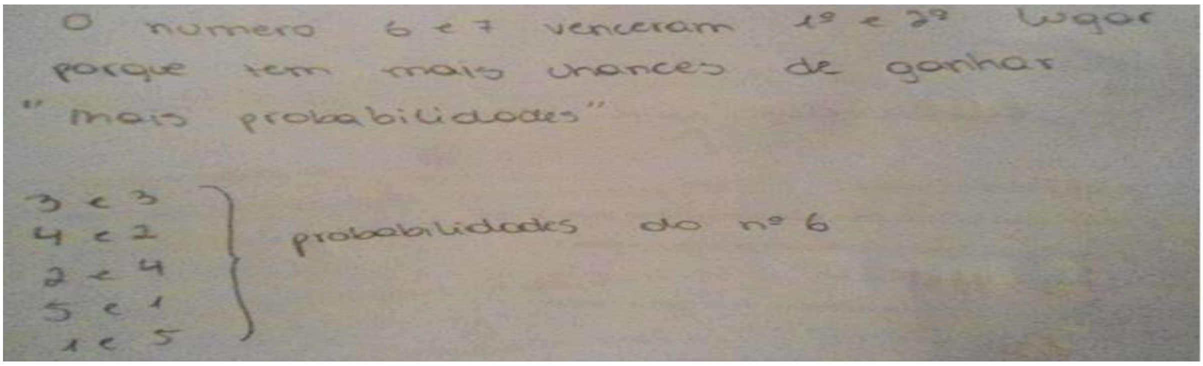


Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição: Pois o dado tem mais números que podem ser somados e dar o número 7 e 6.

Da mesma forma a aluna S da turma 102 descreve, nas figuras 49 e 50, os motivos das somas 6 e 7. Embora tenha descrito, equivocadamente, os casos favoráveis como sendo probabilidades. Acreditamos ser fundamental essa listagem tanto dos casos favoráveis quanto dos casos possíveis na solução dos problemas de probabilidades. O que fizemos questão de chamar a atenção dos alunos para esse detalhe.

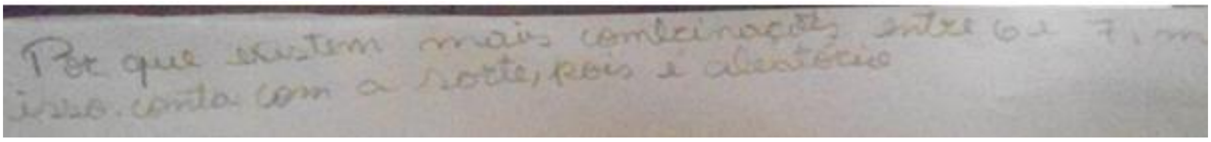
Figura 49 – Dados da aluna S



Transcrição: O número 6 e 7 venceram 1º e 2º lugar porque tem mais chances de ganhar, “mais probabilidades”.

Ainda, desejamos expor a resposta dada na figura 50 pelo aluno T da turma 101, o qual considera a sorte também como um dos fatores importantes para a vitória. Já que, embora os números 6 e 7 tenham mais probabilidades de ocorrência, é bom sempre lembrar que estamos trabalhando com eventos aleatórios, no qual, não há garantias de qualquer evento. Apenas probabilidades.

Figura 50 – Dados do aluno T



Fonte: arquivo do pesquisador

Transcrição: Por que existem mais combinações entre 6 e 7, mas conta com a sorte, pois é aleatório.

E finalmente, acreditamos que a atividade realizada com os dados foi produtiva tanto no sentido do envolvimento dos alunos quanto na facilidade com que foi realizada por eles. Pois, uma vez encontrado o espaço amostral do evento lançamento dos dois dados, a atividade se tornou muito simples, segundo relatos deles mesmos. Confirmando assim, a pesquisa realizada pela professora Ana Cristina Ferreira (XIII CIAEM-IACEM, 2011, p. 1, Recife, Brasil) ao afirmar que "[...] ao contrário do que acreditam os professores, um número significativo de alunos afirma gostar de Matemática e não a considera tão difícil [...]". E ainda, a mesma pesquisa liderada por Ferreira (2011, p. 7) aponta que em relação ao desinteresse dos alunos, "[...] O professor aparece no centro dessa questão. A maior parte das sugestões se relaciona à dinâmica da aula (mais lúdica, interessante, etc.) e à forma como o professor se relaciona com os alunos e conduz o processo educativo [...]". De modo que, acreditamos que o caráter lúdico das atividades propostas contribuiu para o envolvimento quase da totalidade dos alunos.

Figura 51 – Realização da atividade Jogo dos Pontos Corridos

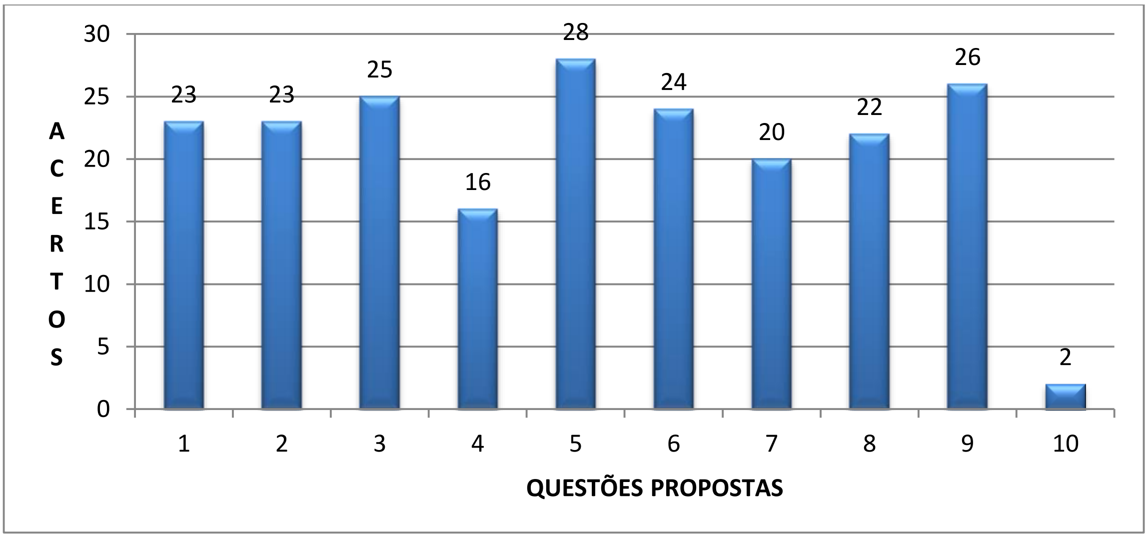
Fonte: arquivo do pesquisador

4.4 Lista de Exercícios- A Probabilidade em Vestibulares e Concursos

As listas de exercícios foram propostas com o propósito de não limitar o processo ensino aprendizagem a uma única prática educativa. Uma vez que compartilhamos das ideias de D’Ambrosio ao afirmar que “[...] A melhoria do ensino de matemática envolve, assim, um processo de diversificação metodológica [...]” (D’AMBROSIO, 1989, p. 19). Assim, com o intuito de mover-se entre os diferentes ambientes de aprendizagem, elaboramos a seguinte lista de exercícios.

A atividade foi proposta para as duas turmas, porém fizemos o levantamento de acertos de cada questão apenas para a turma 101. A qual, nessa oportunidade, estava presentes 29 alunos. A seguir, o gráfico da distribuição de acertos por questão da lista de exercícios.

Figura 52 – Gráfico do desempenho dos alunos na lista de exercícios



Fonte: arquivo do pesquisador

Além disso, com a intenção de trabalharmos as listas de exercícios com a turma, fizemos projeções de gráficos de barras e colunas, pois muitas informações são veiculadas pela mídia dessa forma, e também ser cobrado em provas de vestibular e concursos.

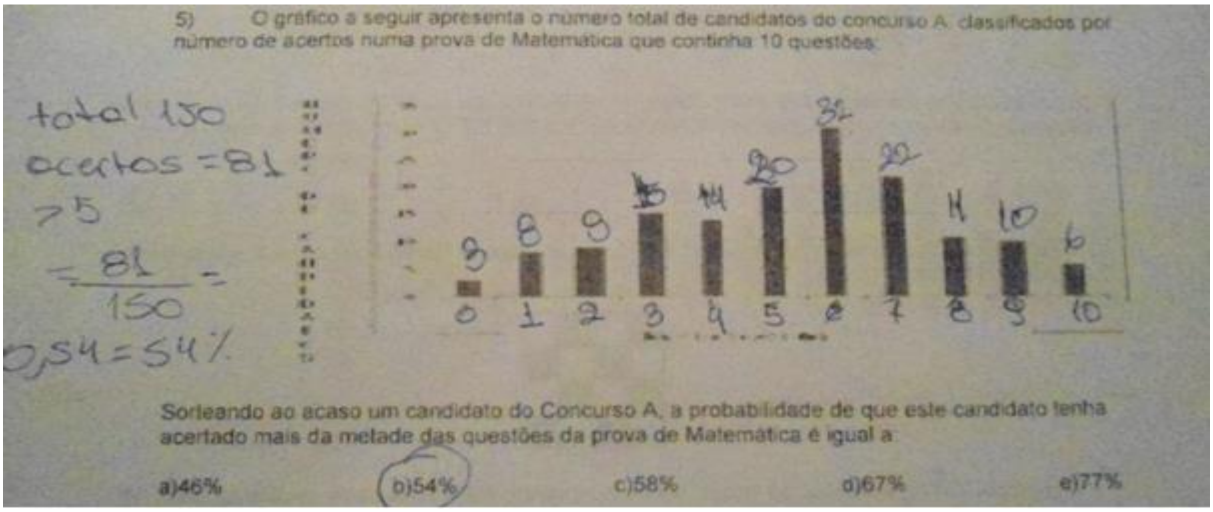
Feito o debate sobre as informações que o gráfico fornece, passamos a “mergulhar” nas listas de exercícios, as quais tiveram uma boa aceitação pelos alunos. Ou melhor, como cada atividade com jogos era acompanhada por uma lista de exercícios, os alunos se acostumaram com elas e esperavam por elas em todas as aulas. Ou seja, levamos a risca as ideias defendidas por Maria Montessori que segundo análise de Fiorentini e Miorim (1990, p. 2), “[...] Maria Montessori, acreditava não haver aprendizado sem ação [...]”. De modo que podemos afirmar que a dinâmica que adotamos se mostrou motivadora aos alunos. A seguir, a projeção de gráficos na figura 53 realizada com o fim de debatermos sobre as informações que os mesmos nos trazem.

Figura 53 – Projeção de Gráficos de Barras e Colunas

Fonte: arquivo do pesquisador

A seguir, na figura 54, uma das questões que envolvem gráfico de barras e probabilidade que foi respondida pelos alunos. Vale notar que a questão tem uma resolução relativamente simples, bastando interpretar as informações do gráfico.

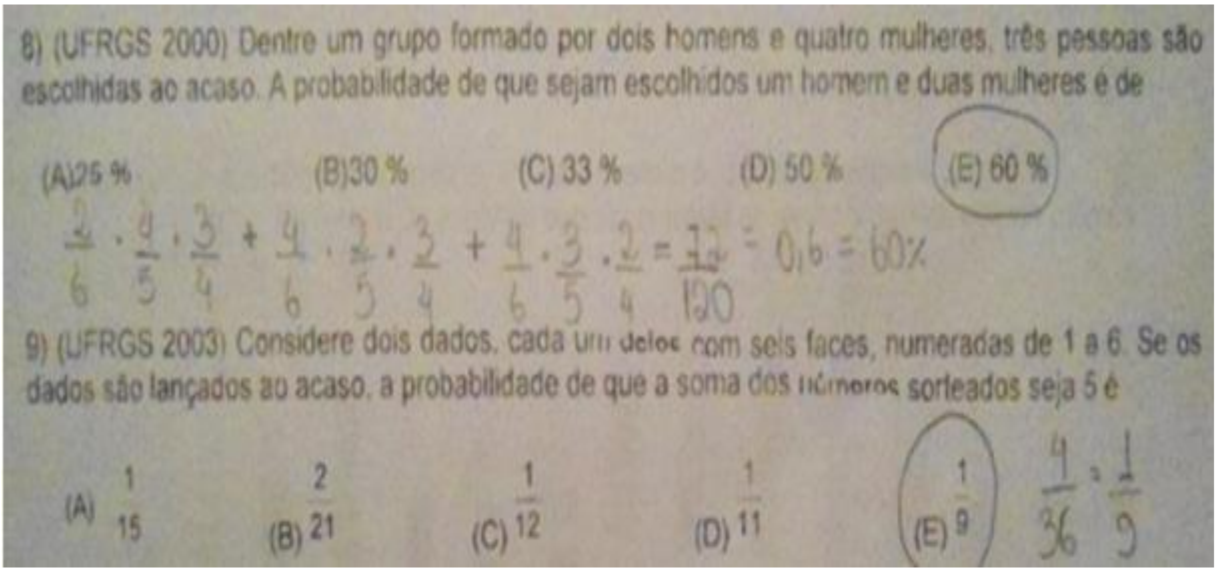
Figura 54: Desenvolvimento da questão 5 da Lista de Exercícios



Fonte: arquivo do pesquisador

Já na figura 55, podemos perceber a apropriação do conceito do principio multiplicativo aplicado na questão 8 da lista, pela aluna R da turma 102. E a obtenção do espaço amostral na questão 9, uma vez que para resolvê-la, assim como em qualquer problema envolvendo probabilidade se faz necessário encontrá-lo.

Figura 55 – Dados da aluna R



8) (UFRGS 2000) Dentre um grupo formado por dois homens e quatro mulheres, três pessoas são escolhidas ao acaso. A probabilidade de que sejam escolhidos um homem e duas mulheres é de

(A) 25 % (B) 30 % (C) 33 % (D) 50 % (E) 60 %

$\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{72}{120} = 0{,}6 = 60\%$

9) (UFRGS 2003) Considere dois dados, cada um deles com seis faces, numeradas de 1 a 6. Se os dados são lançados ao acaso, a probabilidade de que a soma dos números sorteados seja 5 é

(A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{2}{21}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{1}{11}$ (E) $\frac{1}{9}$

$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

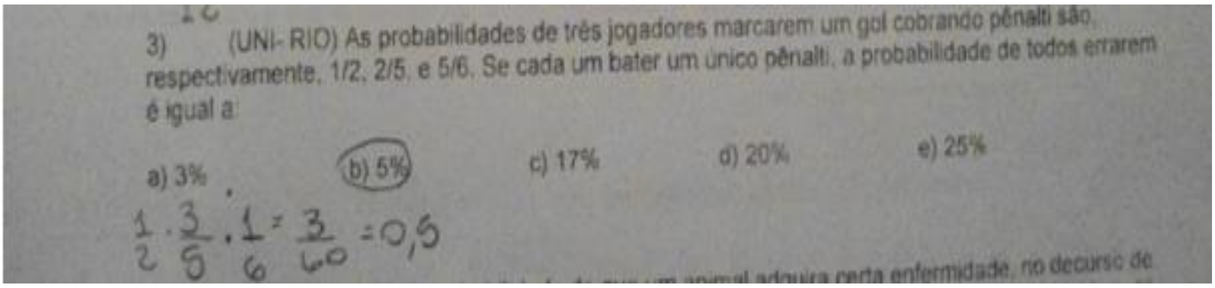
Fonte: arquivo do pesquisador

A seguir, o desenvolvimento da resolução da questão 3 pela aluna E,na figura 56, demonstra mais uma vez a apropriação de conceitos importantes da probabilidade. Dessa vez pudemos perceber a aplicação do conceito de eventos mutuamente exclusivos, pois é impossível que um jogador “marque e não marque o gol ao mesmo tempo”. E, além disso, podemos afirmar com certeza que, na tentativa de converter o chute em gol, ou ele converte, ou não. De maneira que, vale a relação:

p(fazer o gol) + p(não fazer o gol) = 1.

Dessa forma, a aluna identifica tal propriedade e se apropia de tal conhecimento ao encontrar as probabilidades de os três jogadores não fazerem o gol.

Figura 56 – Dados da aluna E



3) (UNI- RIO) As probabilidades de três jogadores marcarem um gol cobrando pênalti são, respectivamente, 1/2, 2/5 e 5/6. Se cada um bater um único pênalti, a probabilidade de todos errarem é igual a:

a) 3% b) 5% c) 17% d) 20% e) 25%

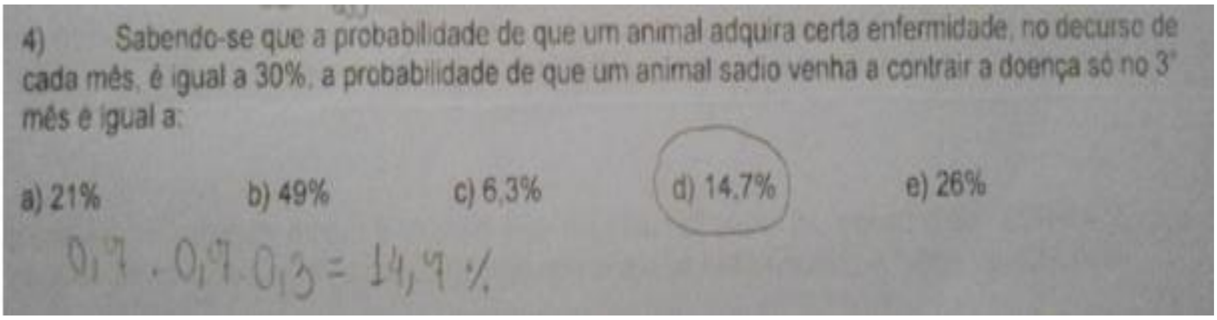
$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{60} = 0,5$

Fonte: arquivo do pesquisador

A mesma propriedade é perceptível na figura 57, ou seja:

(não adoecer). (não adoecer). (adoecer) = 0,7. 0,7. 0,3=0,147.

Figura 57–Dados aluno U



4) Sabendo-se que a probabilidade de que um animal adquira certa enfermidade, no decurso de cada mês, é igual a 30%, a probabilidade de que um animal sadio venha a contrair a doença só no 3° mês é igual a:

a) 21% b) 49% c) 6,3% d) 14,7% e) 26%

0,7 . 0,7 . 0,3 = 14,7 %

Fonte: arquivo do pesquisador

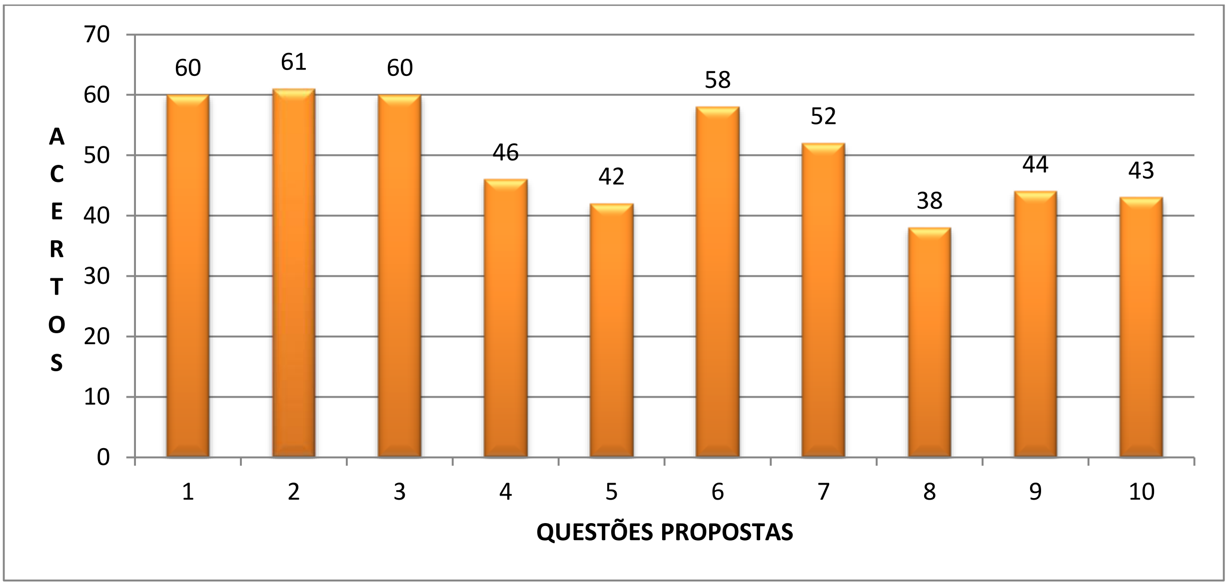
4.5 Jogo Cartas de Baralho

Assim como nas atividades anteriores com jogos, o objetivo de utilizarmos as cartas de baralho não foi de modo algum jogarmos em aula. Antes, o que desejávamos era explorar as situações probabilísticas que temos na extração aleatória de cartas com reposição ou sem reposição. E por já termos realizado a seqüência de atividades relatada neste texto, acreditávamos que a turma havia adquirido relativa maturidade em se tratando do tema probabilidade.

Contudo, o desempenho dos alunos nos surpreendeu em diversos aspectos como, por exemplo, autonomia deles na realização das questões propostas. Já que, em relação ao primeiro trabalho proposto com os jogos, eles o realizaram sem o nosso auxilio. E nas poucas vezes que em virtude de dúvidas fomos solicitados, auxiliamos em forma de novas perguntas como, por exemplo: “Qual o espaço amostral?”, “Quais os casos favoráveis que temos?”, ou ainda, “De quantas maneiras determinado evento pode ocorrer?”. E jamais fornecendo as respostas.

Além disso, pelos relatos dos alunos durante os trabalhos propostos podemos, mais uma vez, constatar aquilo que afirmou Ferreira na XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (IACEM, 2011, p. 1-2, Recife, Brasil) ao dizer que “[...] ao contrário do que acreditam os professores, um número significativo de alunos afirma gostar de Matemática e não considerá-la tão difícil [...]”.Assim, não somente os relatos dos alunos, mas as estatísticas dos acertos da atividade proposta com as cartas vêm a comprovar as afirmações dos alunos na pesquisa realizada por Ferreira. A seguir, o gráfico da distribuição de acertos dos alunos sobre as questões da prática de extração aleatória de cartas de um baralho. Participaram da atividade 62 alunos.

Figura 58– Gráfico do desempenho dos alunos na atividade de sorteio de Cartas



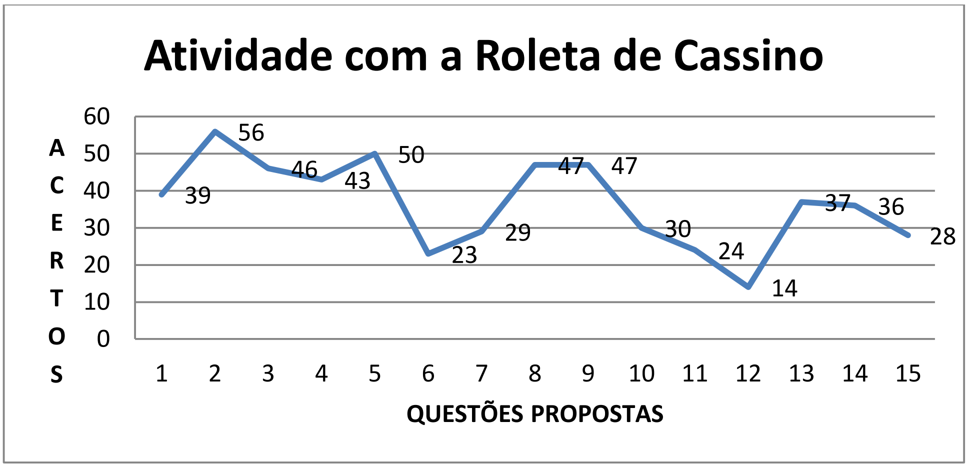
Fonte: arquivo do pesquisador

.

4.6 Análises Finais

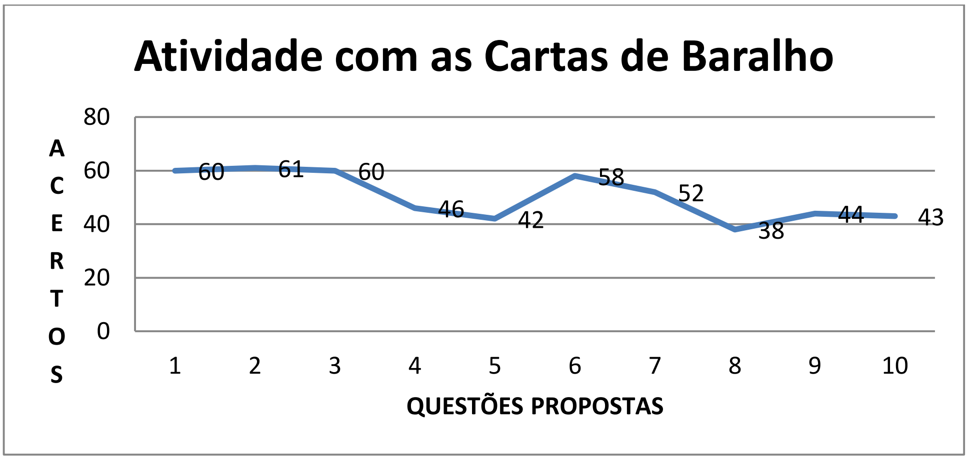
E ainda, em relação ao desempenho dos que participaram das atividades, as estatísticas dos acertos das questões propostas são animadoras. De forma que, para fazermos uma análise da evolução do desempenho dos alunos durante a pesquisa, vejamos os gráficos das estatísticas dos acertos do primeiro objeto de estudo (roleta de cassino) e do último (cartas de baralho). Vale lembrar que na atividade com a Roleta de Cassino, o número de participantes foi de 57 alunos e na que foi realizada com as Cartas participaram 62 estudantes.

Figura 59– Gráfico do desempenho na 1ª atividade (Roleta)



Fonte: arquivo do pesquisador

Figura 60– Gráfico do desempenho na última atividade (Cartas)



Fonte: arquivo do pesquisador

Assim, a partir de uma análise simples dos gráficos da distribuição dos acertos, podemos perceber que houve uma diminuição dos “picos” entre a primeira e a última atividade. Demonstrando assim, uma maior regularidade na compreensão dos conceitos envolvidos nas tarefas propostas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho procurou responder a seguinte questão central de pesquisa: “Quais os efeitos que a utilização de um material lúdico como os jogos pode produzir no aprendizado dos alunos, em relação ao ensino de probabilidades?”. Ou seja, como o jogo, um objeto de investigação concreto, pode ajudar na construção dos principais conceitos sobre o tema abordado. E ainda, se houve autonomia em relação às atividades propostas por parte deles no decorrer dos trabalhos, ou seja, procuramos observar a postura deles diante das situações-problema que os jogos proporcionaram. Além disso, ficamos atentos em relação ao interesse perante as atividades propostas, já que, frequentemente, há um questionamento sobre o engajamento dos alunos em relação aos estudos.

Em primeiro lugar, a nossa percepção sobre o interesse dos alunos pelas atividades com jogos foi, desde o princípio, as melhores possíveis. Uma vez que demonstraram isso desde o primeiro encontro em que debatemos sobre eventos aleatórios e eventos determinísticos e, no qual, houve intensa participação de todos questionando e sugerindo o que poderia ser e o que poderia não ser eventos aleatórios.

Em seguida, realizamos a atividade com a Roleta de Cassino na sala de estudos, ambiente esse que contribuiu para a troca de ideias entre os alunos, uma vez que a disposição de mesas facilita para o trabalho em grupos. E mais uma vez a participação dos estudantes foi surpreendente. Fizemos questão de salientar esses fatos, pois, contrariam o discurso que por vezes ouvimos entre professores de que os alunos são desinteressados pelos estudos e confirma a pesquisa realizada por Ferreira (2011), a qual diz que “[...] um número significativo de alunos afirma gostar de matemática [...]”. E a mesma pesquisa registra que o “[...] desinteresse está relacionado às aulas monótonas e desinteressantes [...]”. Assim, acreditamos ter sido, no mínimo, interessante a proposta de utilização de jogos nas aulas de matemática, além de ser uma boa motivação para que os participantes dessa pesquisa construíssem o seu próprio conhecimento.

Ademais, entendemos que a apresentação de um objeto de estudos, no qual os alunos puderam refletir e explorar as situações-problema apresentadas, partindo de conhecimentos prévios (as frações), contribuiu para o enfraquecimento da autoridade na sala de aula tradicional, pois conforme as teorias de Ole Skovsmose

“[...] Mover-se do paradigma do exercício em direção ao cenário para investigação pode contribuir para o enfraquecimento da autoridade da sala de aula tradicional de matemática e engajar os alunos ativamente em seus processos de aprendizagem [...]”. Nesse sentido, a nossa participação no processo do ensino e aprendizagem foi, na maioria das vezes, a de encaminhar os estudantes às suas próprias descobertas e não o de apresentar conteúdos prontos.

Em segundo lugar, é importante pontuar a crescente autonomia dos participantes no decorrer dos trabalhos, visto que nas duas últimas atividades os alunos as realizaram sem a nossa intervenção. Em contrapartida, no realizado com a Roleta de Cassino foi necessário o nosso auxílio, o que é totalmente compreensível por se tratar de um primeiro contato com o tema proposto.

Além disso, um dos objetivos deste trabalho era o de analisar a maior quantidade de jogos que trazem em si características aleatórias. Mas, por falta de tempo e de entendermos ter alcançado o objetivo de fazer com que os alunos pensassem e chegassem à compreensão dos principais conceitos sobre o tema, não foi possível realizar as atividades com os jogos: Loto, General e Jogo de Dardos.

Por fim, acreditamos fortemente que o uso de materiais concretos na sala de aula, como os jogos, facilita a compreensão de conceitos matemáticos (no caso de probabilidade) por exigir menos da abstração dos alunos. E também oferecem uma diversidade de situações-problemas, ou seja, não se limitam a uma mera repetição, pois cada jogo oferece uma situação diferente a ser investigada. Como exemplo disso, podemos citar uma das diferenças entre o jogo Batalha Naval e a Roleta de Cassino que desestabiliza a ideia de que para resolver problemas matemáticos basta aplicar determinado método e “pronto”. Na Roleta, por exemplo, por mais vezes que fizermos girar a esfera em situações de jogadas, o espaço amostral continuará o mesmo. Porém, no Jogo Batalha Naval uma vez realizado um disparo em determinada posição, o espaço amostral reduzirá. Já que, não faz sentido disparar duas vezes numa mesma posição. O mesmo acontece com as cartas, no caso de serem extrações com ou sem reposição.

Por fim, como já citamos anteriormente, este trabalho não tem a pretensão de refutar qualquer outra prática educativa, tampouco podemos afirmar que este ou aquele método de ensino é mais ou menos eficiente. Antes, o que desejamos é deixar, como o próprio título sugere, mais uma “Alternativa de Ensino”.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABE, Thatiana Sakate; BITTAR, Marilena. **O ensino de probabilidades nas visões clássica, frequentista e geométrica**. **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 10, 2010.

AZEVEDO, Edith D. M. **Apresentação do trabalho Montessoriano.** In: Ver. De Educação & Matemática no. 3, 1979 (pg. 26-27)

CARVALHO, Thomas. **Probabilidade.**

CARVALHO, Nazaré Cristina. Análise da obra "**Os Jogos e os Homens"**; semestral do Programa de Pós-Graduação em Educação da UEPA. 2008 (p. 101-104)

CHAGAS, Elza Marisa Paiva de Figueiredo. **"Educação matemática na sala de aula: problemáticas e possíveis soluções."** (2004).

D' AMBRÓSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates**. SBEM. Ano II. N2. Brasilia. 1989. P. 15-19.

FERREIRA, Ana Cristina et al. **Os alunos são realmente desinteressados quando se trata de aprender matemática.** 2011.

FIORENTINI, Dário; MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática** – Boletim da SBEM-SP-ano 4- número 7, 1990- proftina. pbworks.com.

FREIRE. Paulo. **Pedagogia da Autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 8ªed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GRANDO, Regina Célia. "**O jogo na educação: aspectos didático-metodológicos do jogo na educação matemática."** ***Unicamp***. *Disponível em: www. cempem. fae. unicamp. br/lapemmec/cursos/el654/2001/jessica_e_paula/JOGO.*(2001).

MANDARINO, Mônica Cerbella Freire; 2004. **Os professores e a arte de formular problemas contextualizados**. Disponível em: www.bienasbm.ufba.br/OF12.pdf.

PCN'S: **Parâmetros Curriculares Nacionais.** MEC – Ministério da Educação – Secretaria de Educação Fundamental – Brasília: MEC/SEF, 1998.

SILVA, Sandra Albano da; ARAUJO, João André Amorim. **Maria Montessori e a criação do material dourado como instrumento metodológico para o ensino de matemática nos anos iniciais da escolarização**. **III Simpósio de Educação Matemática de Nova Andradina**, n. 1, 2011.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema–Boletim de Educação Matemática**, v. 14, p. 66-91, 2000.

TADEU, Valter**. http://professorwlatertadeu.mat.br/GABProbabilidades2012.doc**.

VIALI, Lori. Algumas considerações sobre a origem da Teoria da Probabilidade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 8, n. 16, p. 143-153, 2008.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO – ALUNOS

Eu, ________________________, R.G. _______________, responsável pelo (a) aluno(a) _____________________________________, da turma ___________, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada A PROBABILIDADE DOS JOGOS: UMA ALTERNATIVA DE ENSINO, desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) Leandro de Andrades Campos . Fui informado (a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Professor Marcus Vinicius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone: 3308-61-86 ou e-mail: mbasso@ufrgs.br. Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa.

Fui informado (a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são: Um dos objetivos principais da pesquisa é debater sobre os efeitos que a utilização de um material lúdico como os jogos pode produzir no aprendizado dos alunos, em relação ao ensino de probabilidades. Ou seja, qual a postura deles em relação ao jogo, como por exemplo, o interesse pelas regras, participação, socialização e, é claro, se haverá aprendizado de fato sobre probabilidades por parte deles. Além disso, o trabalho com o material descrito tem como objetivo, construir juntamente com os alunos os conceitos principais sobre o assunto, para após isso, estabelecer as definições formais. A proposta na verdade é essa, observar como o jogo, uma situação concreta, ajuda na construção dos conceitos matemáticos envolvidos.

Fui também esclarecido (a) de que os usos das informações oferecidas pelo (a) aluno (a) serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do (a) aluno (a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele (ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do (a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do (a) aluno (a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado (a), poderei contatar o (a) pesquisador (a) responsável no endereço Rua Félix da Cunha nº515/telefone: 33951001/e-mail: leandroandradecampos@hotmail.com.

Fui ainda informado (a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de ________________ de _______.

Assinatura do Responsável:

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa:

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO – ESCOLA

Instituto de Matemática - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Avenida Bento Gonçalves, 9500 - Prédio 43-111 - Agronomia
Fone:(51)3308-6225/3308-6189; FAX:(51)3308-6228;email: matematica@mat.ufrgs.br

Senhora Diretora

Professora Raquel Dimer da Rocha

O acadêmico Leandro de Andrades Campos, regularmente matriculado no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, está desenvolvendo seu trabalho de conclusão de curso (TCC), intitulado A Probabilidade nos Jogos: Uma Alternativa de Ensino, como parte das exigências para graduar-se como Licenciado em Matemática.

Este trabalho poderá resultar em material de qualidade que possa ser utilizado por outros acadêmicos em formação inicial e por professores de Matemática. Neste sentido, torna-se importante testar e analisar a proposta A Probabilidade nos Jogos: Uma alternativa de Ensino, com estudantes da escolarização secundária. Assim sendo, estamos solicitando a sua autorização para que o Acadêmico possa desenvolver essa pesquisa na Instituição de Ensino sob a sua Direção. No desenvolvimento da pesquisa, além da implementação da proposta criada por Leandro, serão coletados os registros de trabalhos dos estudantes. Informamos também que em alguns momentos da pesquisa os alunos serão questionados e suas falas serão transcritas para a versão escrita do TCC, tendo como propósito coletar dados para analisar possíveis relações entre a utilização dos jogos no ensino de probabilidade e a construção e apropriação deste conhecimento pelos estudantes.

Para manifestação de seu consentimento, por favor, assine esse documento (em duas vias), sendo que uma via ficará em seu poder e a outra com o Acadêmico.

Enquanto pesquisadores reiteramos nosso compromisso ético com os sujeitos dessa pesquisa e nos colocamos à sua disposição para quaisquer esclarecimento durante a após a realização da coleta de dados. Para tanto deixamos à sua disposição os seguintes telefones de contato: (51) 930-99-696 (Leandro) e (51) 3308-61-85 (Marcus). Agradecemos a sua atenção.

Cordialmente,

Marcus Basso	Leandro de Andrades Campos	Raquel Dimer da Rocha
Professor orientador	Acadêmico da UFRGS	Direção

Raquel Dimer da Rocha
Escola Técnica Estadual
Irmão Pedro
Diretora - 2530520/01