

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

COMPARAÇÃO ENTRE ESTRATÉGIAS NUMÉRICAS PARA MODELAGEM DE BUCHAS
COM VISTAS AO CÁLCULO DE FADIGA

por

André Weijh

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, junho de 2015



Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Escola de Engenharia

Departamento de Engenharia Mecânica

COMPARAÇÃO ENTRE ESTRATÉGIAS NUMÉRICAS PARA MODELAGEM DE BUCHAS
COM VISTAS AO CÁLCULO DE FADIGA

por

André Weijh

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Alcy Rodolfo dos Santos Carrara
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Rogério José Marczak

Comissão de Avaliação:

Prof. Walter J. P. Casas

Prof. Edson H. Aseka

Prof. Jackson M. Vassoler

Porto Alegre, 29 de junho de 2015.

“Que a inspiração chegue não depende de mim. A única coisa que posso fazer é garantir que ela me encontre trabalhando”.

Pablo Picasso

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais Egon e Cristina, pelo incentivo e apoio que sempre souberam me dar, pelo exemplo, carinho, amor e dedicação.

A meu orientador Rogério Marczak, pela amizade e sabedoria ímpar, exemplo de professor e de pessoa.

À Daiane, por todos os anos de engenharia, pelo amor, companheirismo e paciência (pequena), e que certamente ficará estressada por ser citada aqui.

Aos meus amigos de longa data, que sempre estiveram ao meu lado em todas as ocasiões, sempre como diversão garantida.

Às minhas irmãs Letícia, Raquel e Luciane, que sempre me proporcionaram os melhores momentos juntos.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Exemplos de utilização de embuchamentos mecânicos. Em (a) detalhe em vermelho demonstrando o uso veicular de embuchamentos em uma barra V de um veículo de transporte de carga. Centro da barra preso ao eixo e extremidades presas às longarinas, ambas através de buchas. Em (b) diversos exemplos do uso de juntas desse tipo.....	3
Figura 3.2 – Estrutura utilizada para modelagem do problema. Em (a) tem-se a bucha de ligação entre a barra V e seu suporte fundido. Em (b) tem-se a fixação da barra V ao eixo, onde é aplicada a força $f(t)$. Em (c) tem-se o ponto crítico para o estudo da influência das diferentes modelagens de embuchamentos.....	3
Figura 3.3 – Detalhe da modelagem do embuchamento. Em (a) tem-se a definição do sistema de coordenadas para o embuchamento. Em (b) tem-se a definição do pino (em vermelho) e da parte móvel da bucha (em azul). Em (c) são geradas as ligações às quais serão atribuídos os valores de rigidez para os modelos.	4
Figura 3.4 – Malha utilizada para as simulações. Longarinas utilizando elementos de casca de 6 nós com espessura de 9,5mm e restante da estrutura utilizando elementos tetraédricos sólidos de 10 nós.	6
Figura 3.5 – Condições de contorno do problema proposto. Estrutura do chassi bi apoiada, deslocamentos restritos em todas as direções no lado esquerdo e restrito em x pelo lado direito. No centro da barra V é aplicada a força variável no tempo na direção do eixo x, representada por $f(t)$	6
Figura 3.6 – Gráfico da força (em Newton) pelo tempo (em segundos) para a análise transiente. A força é aplicada no centro da barra V e é dada pela Equação 3.1.	7
Figura 3.7 – Ponto crítico (em vermelho) para avaliação da vida em fadiga para as diferentes modelagens de embuchamento propostas.....	8
Figura 3.8 – Exemplo de contagem de ciclos pelo método <i>rainflow</i> (Adaptado de Irvine, 2011). Em (a) tem-se o exemplo de como ocorre a contagem de ciclos, e em (b) tem-se o número de ciclos para cada faixa de tensão.	9
Figura 4.1 – Gráfico de tensão de Von Mises pelo tempo no ponto crítico para as análises transientes propostas.	10
Figura 4.2 – Contagem de ciclos pelo método de <i>rainflow</i> para o caso 1, com bucha com rigidez infinita e escalonamento de carga.	11
Figura 4.3 – Contagem de ciclos pelo método de <i>rainflow</i> para o caso 2, com bucha com rigidez constante e escalonamento de carga.	11
Figura 4.4 – Contagem de ciclos pelo método de <i>rainflow</i> para o caso 3, com bucha com rigidez infinita em análise transiente.	12
Figura 4.5 – Contagem de ciclos pelo método de <i>rainflow</i> para o caso 4, com bucha com rigidez constante em análise transiente.	12
Figura 4.6 – Contagem de ciclos pelo método de <i>rainflow</i> para o caso 5, com bucha com rigidez infinita em análise transiente.	12

Figura 4.7 – Contagem de ciclos pelo método de <i>rainflow</i> para o caso 6, com bucha com rigidez infinita em análise transiente.....	12
Figura A.1 – Deflexão radial pela força para as buchas dos casos 2 e 4.....	16
Figura A.2 – Deflexão torcional pela força para as buchas dos casos 2 e 4.....	16
Figura A.3 – Deflexão cônica pela força para as buchas dos casos 2 e 4.....	17
Figura A.4 – Deflexão axial pela força para as buchas dos casos 2 e 4.....	17
Figura B.1 – Rigidez e amortecimentos lineares usados no caso 6.....	18
Figura B.2 – Rigidez e amortecimentos angulares usados no caso 6.....	18

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Condições de análise das buchas para as diferentes simulações.....	4
Tabela 3.2 – Propriedades mecânicas dos materiais inseridos na análise.	5
Tabela 3.3 – Frequências naturais dos modelos com malha de elementos sólidos e malha com elementos sólidos e de casca.....	5
Tabela 4.1 – Comparação do número de ciclos por faixa de tensão.....	13
Tabela 4.2 – Comparação do valor de dano por sobrecarga para cada modelagem de bucha.	13
Tabela A.1 – Matriz de rigidez para os casos 1 e 3	19
Tabela A.2 – Matriz de rigidez para os casos 2 e 4	19
Tabela A.3 – Matriz de rigidez para os casos 5 e 6	19
Tabela A.4 – Matriz de rigidez variável para o caso 6 utilizado na Tabela A.4.....	20
Tabela A.5 – Matriz de amortecimento para o caso 6.....	20

LISTA DE SÍMBOLOS

C	Constante do material
D	Dano acumulado
E	Módulo de elasticidade
$f(t)$	Força aplicada a estrutura
f_0	Frequência média da sollicitação
f_i	Frequência
G	Módulo de cisalhamento
m	Constante do material que dá a inclinação da curva do Wöhler
n_i	Número de ciclos de vida a uma determinada tensão
N_i	Número de ciclos que causam dano a uma determinada tensão
t	Tempo de vida
Γ	Função gama
ρ	Massa específica
σ_t	Desvio padrão da sollicitação
ν	Coefficiente de Poison

Weijh, A. **Comparação Entre Estratégias Numéricas para Modelagem de Buchas com Vistas ao Cálculo de Fadiga**. 2015. 31 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma comparação entre modelos numéricos de buchas mecânicas utilizadas tipicamente em estruturas veiculares como elementos de conexão ou transmissão de movimentos e forças. Os modelos numéricos são baseados no método de elementos finitos e são exploradas diferentes representações de embuchamento. É avaliada a vida em fadiga em um ponto crítico de um componente próximo a essa junta através de métodos tradicionais, bem como a avaliação da importância da estratégia de modelagem desse tipo de componente na análise numérica de estruturas similares. Têm-se como principais resultados a necessidade de modelamento com análise transiente dos embuchamentos mecânicos, além da impossibilidade da utilização de buchas rígidas como alternativa à modelagem desse componente.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem de buchas, fadiga, método *rainflow*, método de elementos finitos.

Weijh, A. **Comparison of Numerical Modeling Strategies for Bushing with Views to the Fatigue Calculation**. 2015. 31 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

ABSTRACT

This paper presents a comparison between different numerical models of mechanical bushings used in cargo transport vehicles as connecting element or transmitting movements and forces. The numerical models are based on the finite element method and different representations of the bushing are analyzed. Fatigue life is evaluated at a critical point of a component through traditional methods. The importance of correct modeling of these components in numerical models of similar structures is also discussed. As main results have the necessity of bushing modeling in transient analysis, besides the impossibility of utilization of rigid bushing as an alternative to modeling this component.

KEYWORDS: Bushing modeling, fatigue, *rainflow* method, finite element method.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. OBJETIVOS.....	2
3. METODOLOGIA DE ANÁLISE.....	2
3.1. Definição do problema.....	2
3.2. Modelagens de embuchamento propostas.....	3
3.3. Materiais.....	4
3.4. Malha de elementos finitos.....	5
3.5. Definição das condições de contorno.....	6
3.6. Parâmetros da análise transiente.....	7
3.7. Métodos de avaliação dos resultados.....	8
4. RESULTADOS.....	10
5. CONCLUSÕES.....	14
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	15
ANEXO A.....	16
ANEXO B.....	18
APÊNDICE A.....	19

1. INTRODUÇÃO

O uso de métodos computacionais dentro de projetos mecânicos têm se tornado mais necessário a cada dia, dentro de um contexto de globalização, aumento de concorrência e mercados externos em ascensão, como é o caso da China. A utilização de tais ferramentas de modelagem e análise entram no desenvolvimento do produto como forma de diminuir custos, reduzir prazos e otimizar produtos. Dentro da indústria automobilística, esses programas são capazes de evitar a construção de diversos protótipos, diminuir os gastos com ensaios desnecessários e ainda evitar o desperdício de material em determinados componentes cujo esforço ao qual são solicitados não justifica sua robustez.

Porém, com o uso cada vez mais comum de softwares para auxílio no desenvolvimento de produtos, incorre-se em simplificações que muitas vezes são avaliadas de forma equivocada, ou ainda cujo efeito não é de total conhecimento do projetista, podendo acarretar distorções e prejuízos à solução do problema, podendo inclusive inviabilizar o uso do produto.

Leal, 2007, considera que dentro dos procedimentos de prototipagem mais recentes, tem-se uma tendência cada vez maior de aumento na complexidade dos modelos computacionais, tornando cada vez mais representativos da realidade, dentro de uma demanda crescente nos chamados modelos de veículos completos (*full vehicle models*), sendo necessário o conhecimento da influência de simplificações em componentes largamente utilizados, como as buchas mecânicas, avaliando o nível de detalhes que deve ser levado em conta em sua análise.

Mundstock, 2004, cita que em geral a modelagem de problemas complexos podem ser distinta quando realizada por diferentes pessoas, sendo que a principal diferença está no nível de simplificação que cada uma utilizará, alertando sobre a importância de um estudo preliminar para avaliação da influência de diferentes simplificações no estudo de uma estrutura, usando em seu trabalho o exemplo de diferentes modelagens de uniões aparafusadas no suporte frontal do chassi de um veículo de transporte de carga.

Krützmann, 2011, alerta sobre a importância da simplificação de problemas complexos para possibilitar sua resolução, devido à ainda falta de capacidade de processamento dos computadores e apresenta uma comparação na análise da vida em fadiga de um componente através da simulação dinâmica utilizando-se da análise global/local e comparando com o modelo completo.

Dentre os diversos problemas de engenharia, a modelagem de um embuchamento mecânico está entre os tópicos mais discutidos dentro da indústria, por ser um componente presente em grande parte das estruturas veiculares e de máquinas em geral. Essa discussão deve-se em grande parte à complexidade do problema, envolvendo não linearidades, fins de curso, batentes, impactos e diversos outros fatores que dificultam a modelagem desse tipo de junta, tornando imprescindível o uso de modelos mais simples para sua representação. Por outro lado, na tentativa de mitigar essas dificuldades, é comum engenheiros e analistas tenderem a simplificar demasiadamente os modelos numéricos desses componentes, sem muitas vezes a compreensão de sua influência no resultado da análise.

O presente trabalho compara diferentes estratégias de modelagem numérica de uma bucha mecânica. A comparação é feita em torno do dano de componentes através da tensão em pontos críticos próximos à localização da bucha, com diferentes formulações de embuchamento, apontando a importância do uso das simplificações, as possíveis consequências das mesmas em uma análise estrutural e a necessidade da modelagem desse componente na estrutura.

As formulações utilizadas são baseadas nos três tipos de simplificações que comumente são encontrados na indústria. Dentro das diversas hipóteses simplificativas questão de simulação de juntas de embuchamento mecânico são o uso de embuchamentos como ligações rígidas entre componentes da estrutura, fenômenos transientes analisados estaticamente com escalonamento de carga, uso coeficientes de rigidez constante em buchas e desconsideração de amortecimento no problema, sendo discutidas no decorrer do trabalho.

2. OBJETIVOS

Esse trabalho visa discutir e validar simplificações, caso sejam pertinentes, e alertar sobre simplificações excessivas, que alteram em demasia ou invalidam os resultados da análise para o caso de embuchamentos mecânicos e suas diferentes estratégias de modelagem. Para tanto, será feita uma análise de dano em fadiga para os diferentes tipos de bucha analisados, usando o método *rainflow* para o cálculo de dano por desgaste e por sobrecarga, comparando as vantagens e desvantagens de cada modelagem.

Esse trabalho tem como objetivos avaliar a influência da modelagem do embuchamento como junta rígida, da desconsideração de não linearidades nos modelos de buchas e da inclusão do amortecimento no dano em fadiga no ponto crítico escolhido, avaliando os métodos de modelagem e apresentando alternativas que reduzam as discrepâncias dos resultados.

3. METODOLOGIA DE ANÁLISE

O trabalho foi realizado em software comercial, cujas análises de elementos finitos foram feitas em Ansys® Workbench [Ansys, 2014]. A metodologia pode ser dividida em partes distintas, englobando definição do problema, definição das condições de contorno, execução da análise pelo método de elementos finitos e escolha dos métodos de avaliação dos resultados.

3.1. Definição do problema

A escolha do problema a ser resolvido foi feita com base na grande utilização de buchas mecânicas dentro da indústria, cujo uso é feito de forma simplificada e sem o total conhecimento dos efeitos da simplificação sobre a estrutura como um todo.

A estrutura escolhida é um chassi de um veículo de transporte de carga, contendo embuchamentos na barra tensora, responsável por segurar o movimento de rolagem da estrutura em curvas, sendo um importante componente para estabilidade na dinâmica lateral, e doravante chamada de barra V.

O conjunto da barra V é formado por dois suportes fundidos presos às longarinas através de parafusos; pela barra V e pelas buchas de ligação entre a barra V e os suportes fundidos do chassi. Na outra extremidade, a barra é presa ao eixo através de outra bucha, transferindo os esforços provenientes da dinâmica lateral do eixo para a estrutura do chassi. Os componentes desse sistema podem ser vistos mais detalhadamente através da Figura 3.1.

Para objeto de estudo foi desenhada a estrutura do chassi; os suportes fundidos da barra V no chassi; a barra V e as buchas de ligação entre esta e seus suportes fundidos. Será aplicada a força proveniente do eixo diretamente no centro da fixação da barra V, como forma de simplificação do problema, não sendo representados demais componentes como molas, e conjunto do eixo, por exemplo.

Com isso, a estrutura escolhida tem finalidade didática para aplicação e comparação das diferentes modelagens de embuchamento na vida em fadiga de um ponto crítico próximo à junta, não sendo pretendido simular o comportamento dinâmico de um veículo rodoviário de transporte de carga propriamente dito, visto que o uso de embuchamentos é muito mais genérico do que o uso automotivo.

A influência das diferentes modelagens de embuchamento escolhidas será feita através da análise de tensões no ponto crítico na estrutura do chassi (furação introduzida no chassi), calculando parâmetros de fadiga para esse ponto, que serão descritos em seções posteriores. Por fim, a estrutura de análise pode ser vista conforme a Figura 3.2.

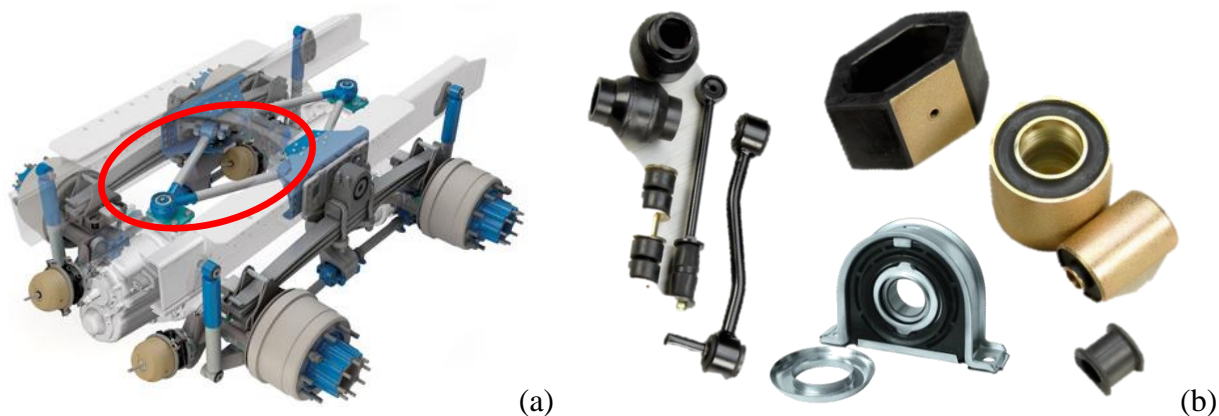


Figura 3.1 – Exemplos de utilização de embuchamentos mecânicos. Em (a) detalhe em vermelho demonstrando o uso veicular de embuchamentos em uma barra V de um veículo de transporte de carga¹. Centro da barra preso ao eixo e extremidades presas às longarinas, ambas através de buchas. Em (b) diversos exemplos do uso de juntas desse tipo².

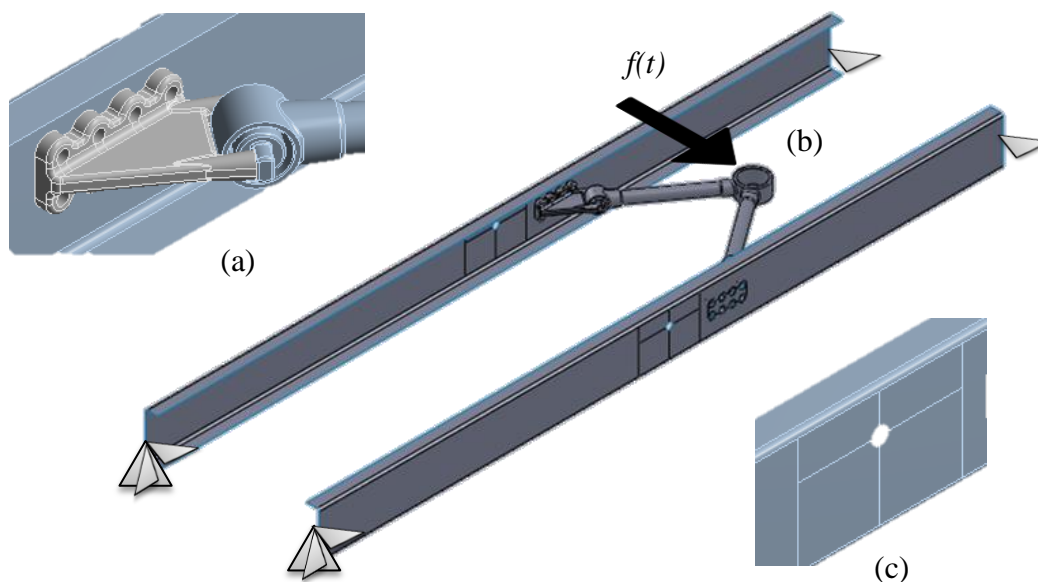


Figura 3.2 – Estrutura utilizada para modelagem do problema. Em (a) tem-se a bucha de ligação entre a barra V e seu suporte fundido. Em (b) tem-se a fixação da barra V ao eixo, onde é aplicada a força $f(t)$. Em (c) tem-se o ponto crítico para o estudo da influência das diferentes modelagens de embuchamentos.

3.2. Modelagens de embuchamento propostas

Para avaliação da influência da modelagem das buchas mecânicas no ponto crítico da estrutura têm-se propostas seis análises distintas, baseadas em três principais simplificações dentro da indústria. As duas primeiras são feitas em análise estática através de uma força unitária aplicada à estrutura, fazendo um escalonamento de carga conforme o sinal aplicado nas análises transientes, não levando em conta a parcela dinâmica do problema, desconsiderando as inércias envolvidas e suas consequências. As outras quatro análises são transientes, sendo aplicada na estrutura uma força variável no tempo e resolvendo o problema

¹ Adaptado de <<http://www.suspensys.com.br>>

² Adaptado de <<http://www.yhparts.com>>; <<http://pitstopusa.com/>>.

dinâmico. As diferentes modelagens e o tipo de análise utilizada são descritas através da Tabela 3.1. Para ambas as análises são utilizadas as mesmas malhas, propriedades mecânicas dos materiais, condições de contorno e condições iniciais do problema, diferindo unicamente nas modelagens dos embuchamentos mecânicos, podendo então ser comparada a influência desse componente no problema.

Os dados para rigidez das buchas foram fornecidos pelo fabricante de suspensões, sendo obtidos através de ensaio, medindo a deflexão da bucha com aplicação da força em um braço de alavanca ligado à mesma, cujas curvas estão dispostas no Anexo A. Para os dados de amortecimento foram considerados os dados experimentais de Leal, 2007, para uma bucha de barra estabilizadora, similar à utilizada nesse trabalho, cuja função também é segurar o movimento de rolagem do veículo. Os dados de amortecimento estão dispostos no Anexo B.

As buchas com rigidez infinita são modeladas com elementos de ligação rígida entre as estruturas. Quando modelados com coeficientes de rigidez constantes, esses elementos recebem uma rigidez associada, e quando são associados coeficientes de rigidez variável, o gradiente de força de reação na bucha varia conforme o deslocamento, tendo portanto rigidez variável com o deslocamento.

Tabela 3.1 – Condições de análise das buchas para as diferentes simulações.

Casos	Análise	Bucha
Caso 1	Estática	Ligação rígida/Rigidez infinita
Caso 2	Estática	Rigidez constante
Caso 3	Transiente	Ligação rígida/Rigidez infinita
Caso 4	Transiente	Rigidez constante
Caso 5	Transiente	Rigidez variável
Caso 6	Transiente	Rigidez variável com amortecimento

O detalhe da modelagem da bucha pode ser visto através da Figura 3.3. Os valores de rigidez e amortecimento utilizados são dispostos em matrizes fornecidas no Apêndice A.

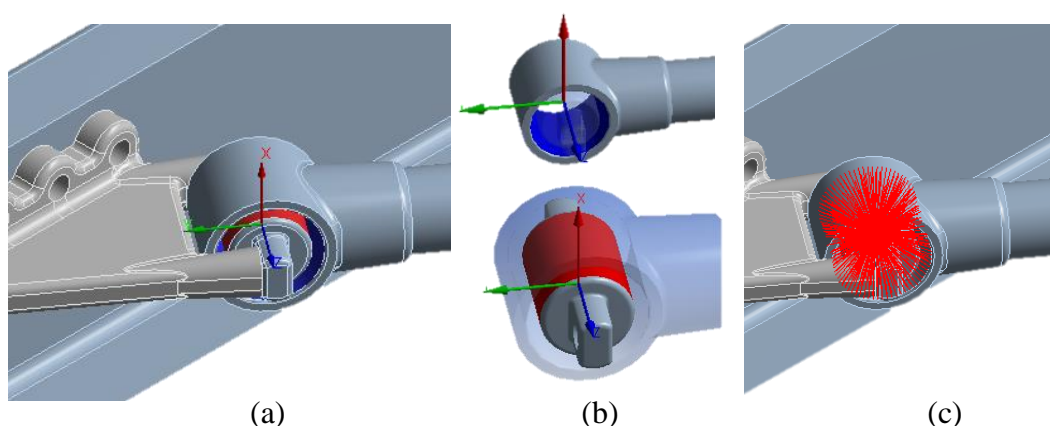


Figura 3.3 – Detalhe da modelagem do embuchamento. Em (a) tem-se a definição do sistema de coordenadas para o embuchamento. Em (b) tem-se a definição do pino (em vermelho) e da parte móvel da bucha (em azul). Em (c) são geradas as ligações às quais serão atribuídos os valores de rigidez para os modelos.

3.3. Materiais

Na definição dos materiais são utilizadas as bibliotecas do software Ansys® para fornecer as propriedades do aço para as longarinas e para a barra V e as propriedades

mecânicas do ferro fundido cinzento para os suportes da barra V na longarina, cujos dados são dispostos na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Propriedades mecânicas dos materiais inseridos na análise.

Material	Aço estrutural	Ferro Fundido Cinzento
ν	0,30	0,28
ρ [kg/m ³]	7800	7200
E [GPa]	200	110
G [GPa]	77	43

3.4. Malha de elementos finitos

Inicialmente escolheu-se trabalhar o modelo com elementos sólidos tetraédricos de 10 nós, com interpolação quadrática. Porém, pelo fato de haver análises transientes cujo tempo computacional requerido é muito grande, resolveu-se utilizar elementos de casca de triangulares de 6 nós, também com interpolação quadrática, para ambas as longarinas e elementos sólidos tetraédricos de 10 nós no restante do modelo, fazendo com que houvesse diminuição do tempo de processamento do modelo.

Como forma de validação da modificação fez-se a análise modal para ambas as malhas, comparando-se as alterações nas dez primeiras frequências naturais do sistema, conforme a Tabela 3.3. Para a malha de elementos de casca houve uma diminuição das frequências naturais, cuja diferença é inferior a 10% para as dez primeiras frequências naturais, mostrando que tanto a inércia quanto a rigidez do modelo pouco se alteram pela mudança de malha, conforme indicado pela análise modal.

O tempo de processamento passou de aproximadamente 45,8 segundos para uma análise estática com elementos sólidos para 25,6 segundos utilizando a malha mista, levando a uma economia de tempo de aproximadamente 22%.

Tabela 3.3 – Frequências naturais dos modelos com malha de elementos sólidos e malha com elementos sólidos e de casca.

Modo	Malha Elementos Sólidos [Hz]	Malha Mista (Casca + Sólidos) [Hz]	Diferença
1	12,8	12,0	6,3%
2	13,9	12,6	9,6%
3	18,2	18,0	1,2%
4	19,0	18,8	1,1%
5	25,8	23,8	8,2%
6	36,2	34,8	4,3%
7	36,9	35,4	4,3%
8	54,3	51,2	6,1%
9	57,7	55,2	4,6%
10	84,8	80,6	5,2%

Com isso, optou-se pelo modelo com representação das longarinas com elemento triangular de casca de 6 nós, cuja diminuição de tempo de processamento é significativa quando comparado ao modelo com apenas elementos sólidos, resultando em um grande ganho de tempo quando são feitas análises transientes.

Assim, malha a ser utilizada em todos os modelos é composta por 23482 elementos e 43279 nós, podendo ser vista na Figura 3.4. Para as conexões entre a estrutura da barra V com a longarina utilizou-se do contato de cola (*bonded*) disponível no software, cuja formulação é feita por penalização. A área de cola utilizada é do tamanho da área da arruela de

fixação dos parafusos utilizados na estrutura. Para um parafuso M16 o tamanho da área colada é de 477mm². Por fim utilizou-se o contato de *frictionless* nas regiões que não estavam coladas, para que não houvesse penetração de uma estrutura na outra, permitindo também a abertura de folgas entre as partes envolvidas, cuja formulação também é feita por penalização.

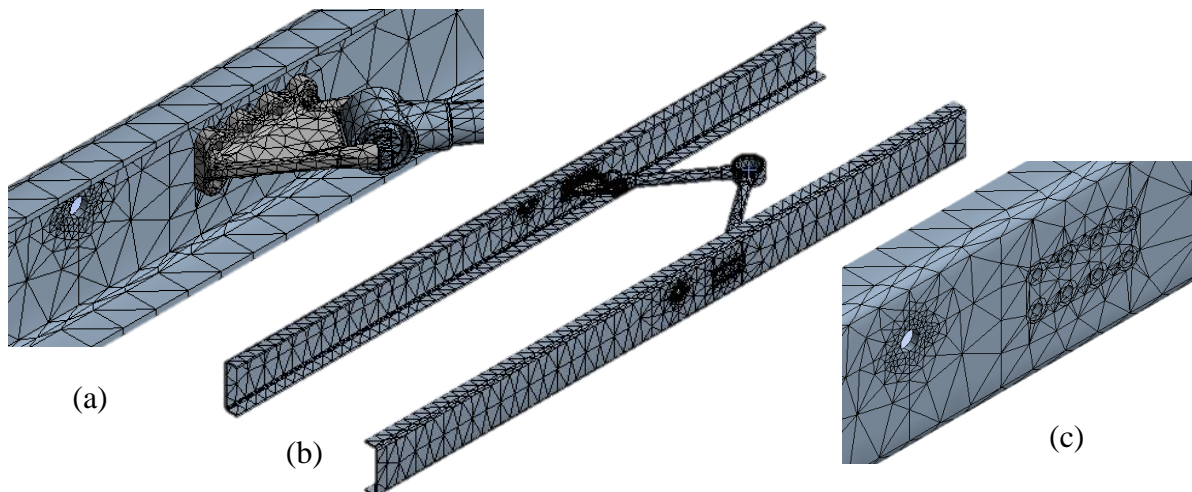


Figura 3.4 – Malha utilizada para as simulações. Longarinas utilizando elementos de casca de 6 nós com espessura de 9,5mm e restante da estrutura utilizando elementos tetraédricos sólidos de 10 nós. Em (a) detalhe da malha no suporte do embuchamento e na bucha. Em (b) malha na estrutura. Em (c) malha nas furações da longarina.

3.5. Definição das condições de contorno

Como condições de contorno têm-se os perfis das longarinas bi apoiados, com deslocamentos prescritos em 0mm nas três direções do lado esquerdo e deslocamento prescrito em 0mm na direção x no lado direito da estrutura. A força é aplicada no centro na barra V. As condições de contorno podem ser vistas através da Figura 3.5.

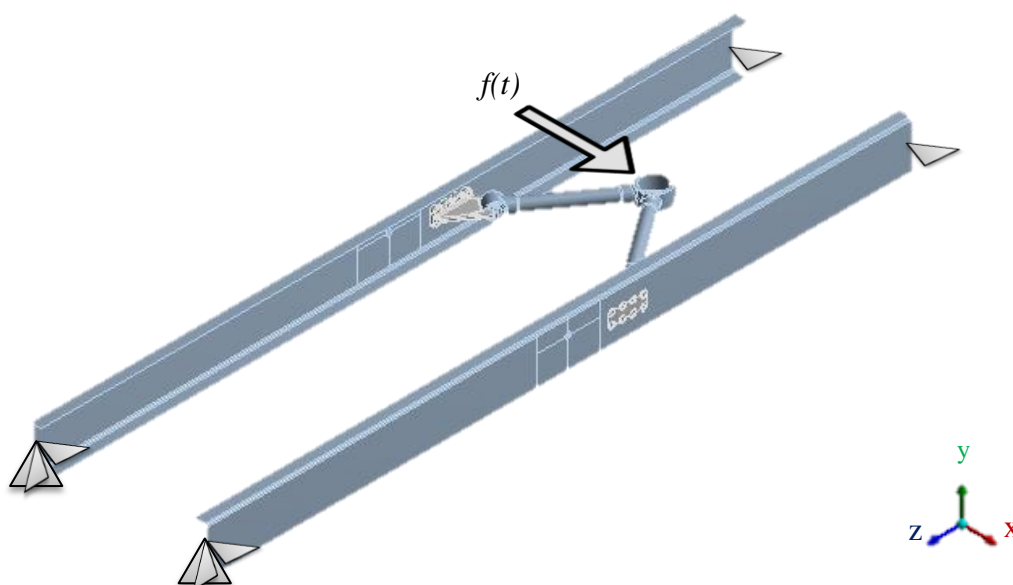


Figura 3.5 – Condições de contorno do problema proposto. Estrutura do chassis bi apoiada, deslocamentos restritos em todas as direções no lado esquerdo e restrito em x pelo lado direito. No centro da barra V é aplicada a força variável no tempo na direção do eixo x , representada por $f(t)$.

A força utilizada para a análise transiente segue o gráfico da Figura 3.6, e é composta por um somatório de senos, dado pela equação 3.1. Conforme Fui e Rahman, 2007, as excitações típicas de pista de rodagem tem valores definidos entre 0 e 100Hz, sendo a força escolhida composta por um somatório de senos dentro da faixa típica de frequência de excitação para essa estrutura.

$$\sum A_i \sin \omega_i = 2260,8(2,1 \sin 50t + 3 \sin 30t + 1,3 \sin 28,5t + 0,9 \sin 7t + 0,5 \sin 5t + 0,3 \sin t) \quad (3.1)$$

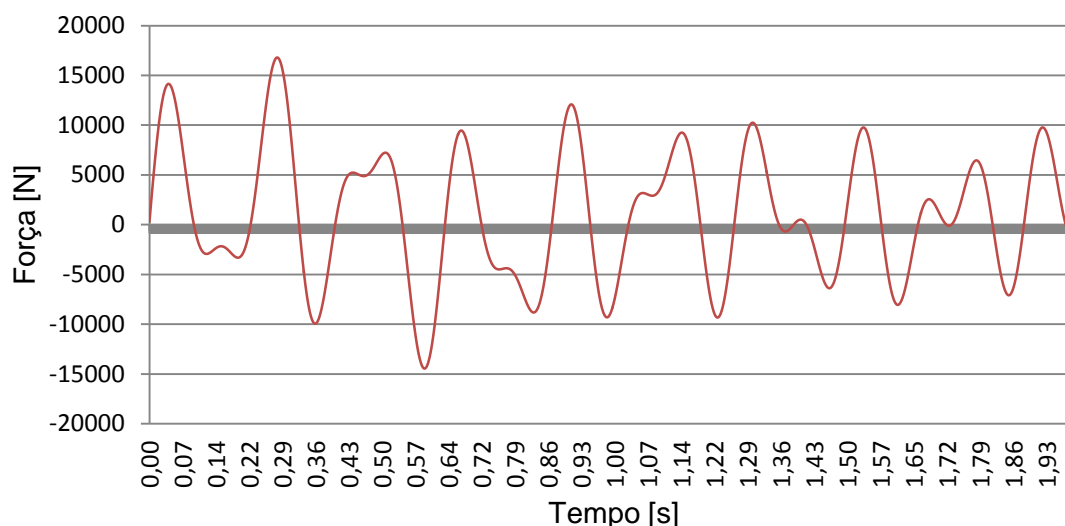


Figura 3.6 – Gráfico da força (em Newton) pelo tempo (em segundos) para a análise transiente. A força é aplicada no centro da barra V e é dada pela Equação 3.1.

Os valores de pico de aplicação da força aplicada são associados a medições efetuadas pelo fabricante de suspensões, cujos valores de pico típicos de tração na barra V ficam na faixa de 14kN. Assim, decidiu-se pela aplicação da força cujas reações se apresentassem dentro da faixa esperada de valores de pico para o embuchamento. No modelo proposto, essas reações são dadas por forças de aproximadamente 16,8kN aplicadas no centro da barra V. Com isso, tem-se forças cujas magnitudes são próximas aos esforços que são suportados pela estrutura, tendo então um balizador da amplitude da força que se pode aplicar nesse problema.

Para os modelos estáticos é feita a aplicação de uma carga unitária, onde retira-se o valor de tensão no ponto crítico, e faz-se um escalonamento de carga, proporcional à carga aplicada no modelo transiente (supondo-se a previsão do comportamento dinâmico através da análise estática com escalonamento de carga), considerando o valor absoluto da força para fazer essa proporção, retirando uma tensão de Von Mises escalonada.

Definidas as condições de contorno conforme os esforços suportados pela estrutura pode-se passar para os parâmetros da análise transiente, escolha dos métodos de avaliação dos resultados e para a seção de resultados.

3.6. Parâmetros das análises dinâmicas/transientes

Para as análises transientes, utilizou-se o método de Newmark para integração numérica, escolhido através do software. Esse método pode ser entendido como uma extensão do método da aceleração linear, e originalmente foi proposto como forma de estabilidade incondicional para o método da aceleração média constante, também conhecido como regra do trapézio [Bathe, 1993].

Para a definição do passo de tempo são feitas duas abordagens distintas, optando por um método adaptativo que utilize ambas como limites. O menor passo de tempo é dado pela análise da maior frequência que se deseja capturar na análise [Ansys ,2014], e pode ser definido pela equação:

$$\Delta t = \frac{1}{20f} \quad (3.2)$$

Onde Δt é o passo de tempo de integração e f é a maior frequência que se deseja capturar na análise. Assim, para considerarem-se os modos de maior energia, consideraram-se os primeiros dez modos de vibração, cuja frequência do décimo modo é de 80,6 Hz e o incremento de tempo para a análise é de aproximadamente 6e-4 segundos.

A segunda forma de definir o passo de tempo serve para definir o maior passo de tempo que é desejável, e pode ser dado pela equação [Researchgate, 2015]:

$$\Delta t = \frac{T_1}{50} \quad (3.3)$$

Onde T_1 é o período da menor frequência natural. Assim, tem-se que o maior passo de tempo fica em torno de 1,5e-3 segundos. Por fim, utilizou-se o algoritmo adaptativo do software para que seja setado o melhor passo de tempo possível entre os valores 6e-4 e 1,5e-3 segundos, para um tempo total de simulação de 2 segundos.

3.7. Métodos de avaliação dos resultados

Como forma de avaliação dos resultados, escolheu-se um ponto crítico na estrutura, localizado na parte superior do furo da longarina direita, como pode ser visto na Figura 3.7. A escolha do ponto crítico na longarina é feita para que não haja interferência de outros fatores da análise, como modelamento dos contatos entre as partes, na influência do embuchamento no dano em fadiga do ponto de interesse. Tendo o ponto de interesse inserido na longarina, relativamente distante do contato, tem-se a influência pura das diferentes modelagens de buchas na tensão no ponto crítico, podendo desconsiderar os parâmetros de contato entre partes nessa análise.

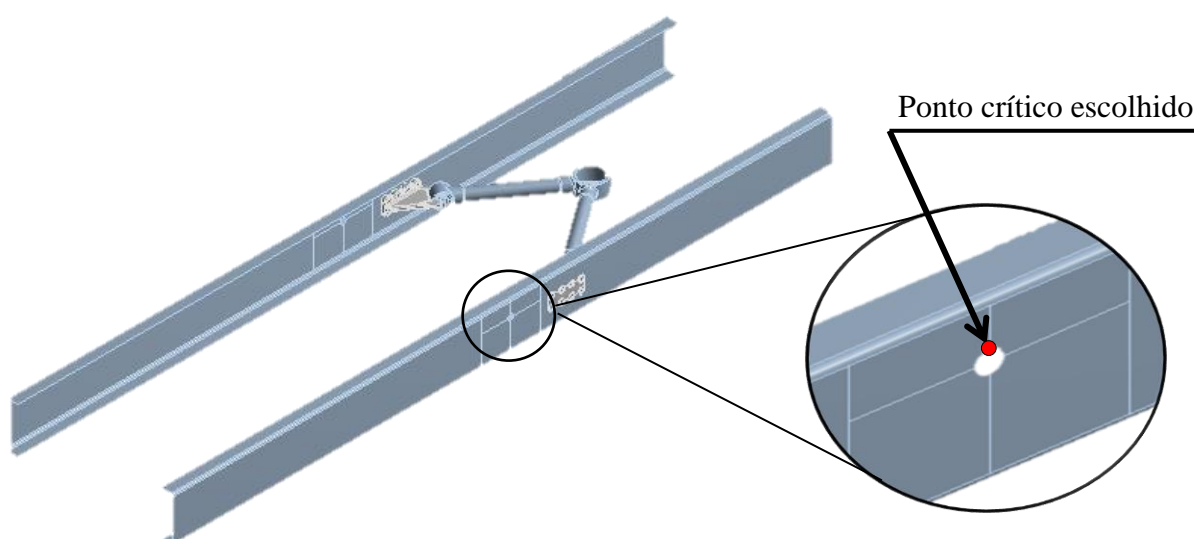


Figura 3.7 – Ponto crítico (em vermelho) para avaliação da vida em fadiga para as diferentes modelagens de embuchamento propostas.

Para avaliação das diferenças entre as modelagens de embuchamento, resolveu-se fazer uma análise de dano em fadiga, através da contagem de ciclos de tensão no ponto crítico, comparando o dano acumulado para os diferentes modelos propostos.

Para a contagem de ciclos de tensão escolheu-se o método *rainflow*, recomendado pela norma ASTM E 1049 para refletir o mecanismo de dano por fadiga de maneira mais eficiente, segundo Reckziegel et al, 2002. Um exemplo da contagem de ciclos por esse método pode ser visto pela Figura 3.8.

O parâmetro escolhido para comparar os resultados é o dano do material na análise de sua vida em fadiga. Shigley, 1984, diz que um dos métodos mais utilizados para avaliar dano é através da teoria da soma das razões de ciclos, de Palmgren-Miner.

Como principais limitações dessa teoria têm-se a independência da ordem de aplicação do carregamento e a desconsideração da interação dos danos [Castro ,2007; Silva ,2010; Shigley ,1984].

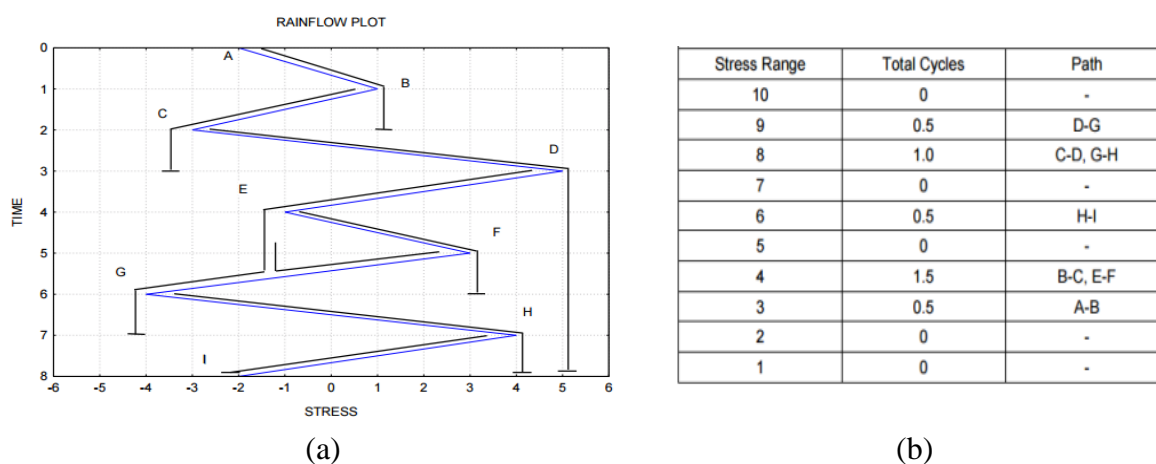


Figura 3.8 – Exemplo de contagem de ciclos pelo método *rainflow* [Irvine, 2011]. Em (a) tem-se o exemplo de como ocorre a contagem de ciclos, e em (b) tem-se o número de ciclos para cada faixa de tensão.

A análise de falha por dano acumulado é dada pelo método de Palmgren-Miner, conforme a equação [Shigley, 1984].

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i} \leq 1 \quad (3.4)$$

Onde n é o número de ciclos a uma determinada carga que causa dano, N é o número de ciclos necessário para falha do material naquela tensão e D é o dano do material.

Isso significa que a relação entre o número de ciclos em que atua um dado nível de tensão e o número de ciclos que o material resistiria sob este mesmo nível de tensão deve ser menor que ou igual à unidade para que o material resista.

Para análise de falha por desgaste, onde o carregamento é dado por um processo gaussiano de banda estreita, é possível determinar o dano médio por desgaste para uma determinada vida através da equação [Rosa, 2002]:

$$D = f_0 t \left(\sqrt{2} \frac{\sigma_t}{C} \right)^{-\frac{1}{m}} \Gamma \left(1 - \frac{1}{2m} \right) \quad (3.5)$$

Onde D é o dano médio, f_0 é a frequência média da solitação, t é o tempo de vida, σ_t é o desvio padrão da solitação, C e m são constantes do material e Γ é a função gama.

A frequência média da solicitação pode ser feita pelo cálculo da expectativa média de picos ou de forma mais simples pela contagem de picos pelo método rainflow e determinação do número de picos por unidade de tempo, escolhida por simplicidade.

A avaliação do comportamento do dano faz-se através da curva de Wöhler, que é definida pela equação 3.6 e que define as constantes características para cada material.

$$\sigma_n = C N^m \quad (3.6)$$

Onde N é o número de ciclos e σ_n é o valor de tensão para determinado número de ciclos.

Assim, pode-se determinar a falha por desgaste do componente, que é devida a uma perda gradativa das propriedades do material, e que depende dos parâmetros químicos, metalúrgicos associados ao tipo de material, à frequência de solicitação e também ao grau de agressividade do meio onde o componente irá operar [Reckziegel et al, 2002; Rosa, 2002; Rosa et al, 1993].

O material comumente usado nessas estruturas – aço A-36 – tem como coeficiente C o valor de 925 MPa e para m o valor de -0,132, equivalendo à inclinação da curva do Wöhler [Efatigue, 2015].

Assim, seguindo a metodologia pode-se comparar o nível de dano para o mesmo ponto crítico (Figura 3.7) causado pelas diferentes modelagens de embuchamento, avaliando se é possível obter resultados confiáveis para as simplificações apresentadas na Tabela 3.1.

4. RESULTADOS

Nessa seção é feita a análise dos históricos de tensão das diferentes estratégias de modelagem de embuchamento, tendo em vista a comparação do número de ciclos para cada modelo proposto.

Inicialmente, pode-se gerar um gráfico de tensão de Von Mises pelo tempo no ponto crítico escolhido para todas as modelagens propostas. Esse gráfico pode ser visto na Figura 4.1. A escolha de Von Mises é feita por conservadorismo, apesar de considerar tensões compressivas no cálculo de fadiga, tem-se uma previsão de fadiga conservadora quando comparada a previsão conforme a tensão máxima principal.

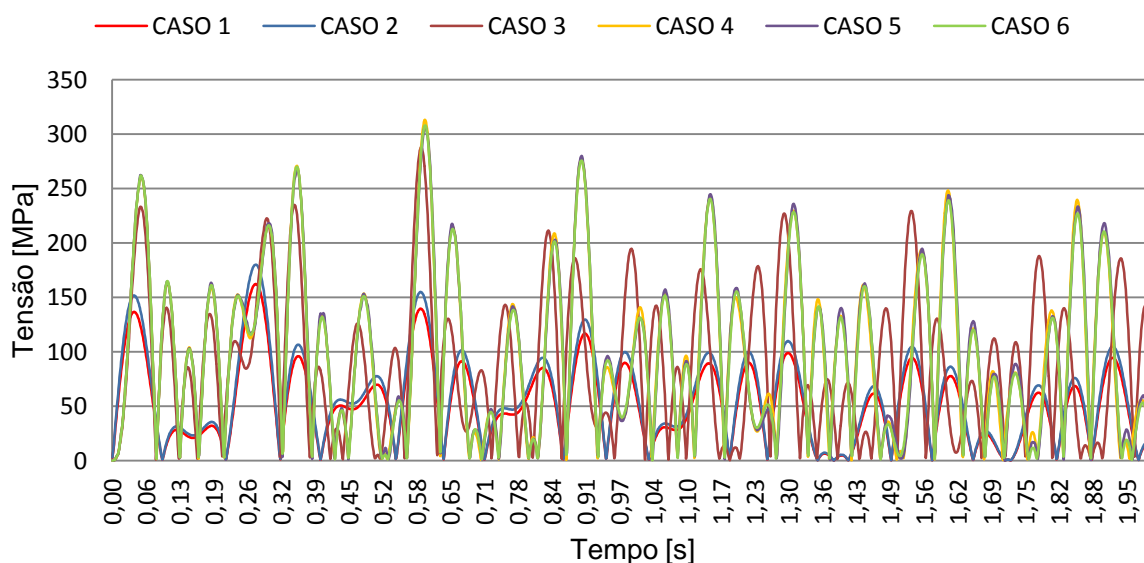


Figura 4.1 – Gráfico de tensão de Von Mises pelo tempo no ponto crítico para as análises transientes propostas.

Através da Figura 4.1 já é percebida a semelhança visual entre os modelos dos casos 1 e 2 (casos de escalonamento de carga) e entre os modelos dos casos 4, 5 e 6 (casos transientes). Já entre os casos estáticos e transientes há uma grande diferença, que também é percebida na diferença entre o caso 3 (ligação rígida) e todos os outros casos propostos. No entanto, análises visuais podem induzir a conclusões errôneas, e o cálculo de fadiga deve ser empregado para gerar valores numéricos comparativos entre cada caso.

No caso do embuchamento com rigidez variável (caso 6) e amortecimento não houve uma defasagem significativa na análise visual do gráfico, pois a força aplicada tem frequências muito grandes, não dando tempo suficiente para o amortecimento agir sobre a estrutura.

Mesmo sendo percebida visualmente a diferença entre os modelos propostos, para uma análise mais profunda das diferenças entre as modelagens deve-se analisar estatisticamente o sinal de saída. Essa análise é feita através de contagem de ciclos por *rainflow*, passando posteriormente pela análise de dano por desgaste e sobrecarga. Nessa análise os sinais são discretizados em faixas de amplitudes de tensão, onde são contados o número de ciclos para cada faixa, podendo ser comparadas através das Figura 4.2, Figura 4.3, Figura 4.4, Figura 4.5, Figura 4.6 e Figura 4.7, que correspondem à contagem de ciclos para os casos 1 ao 6 respectivamente.

No gráfico das Figura 4.2 e Figura 4.3 pode-se perceber que os resultados para ambas as análises estáticas com escalonamento de carga (casos 1 e 2) divergem muito do resultado de todas as análises transientes, não conseguindo representar a severidade do problema, sendo inviável o uso desse tipo de simplificação, pelo fato de desconsiderarem os fatores dinâmicos de inércia do problema.

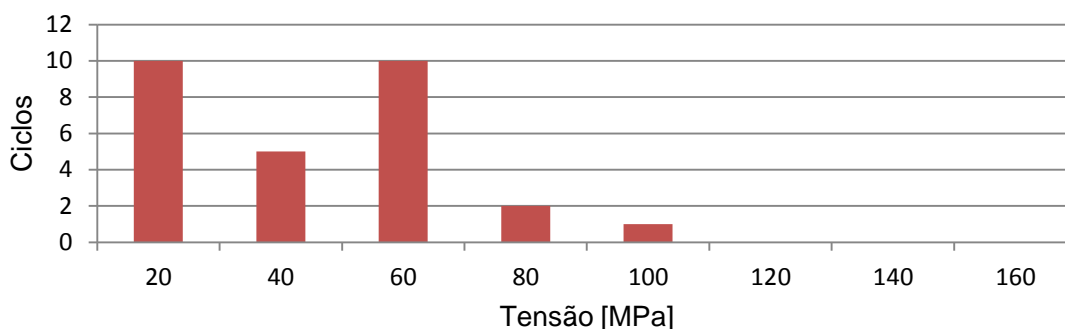


Figura 4.2 – Contagem de ciclos pelo método de *rainflow* para o caso 1, com bucha com rigidez infinita e escalonamento de carga.

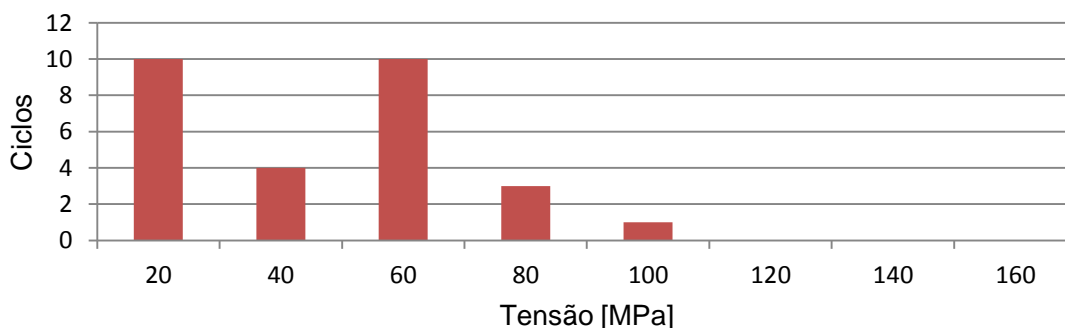


Figura 4.3 – Contagem de ciclos pelo método de *rainflow* para o caso 2, com bucha com rigidez constante e escalonamento de carga.

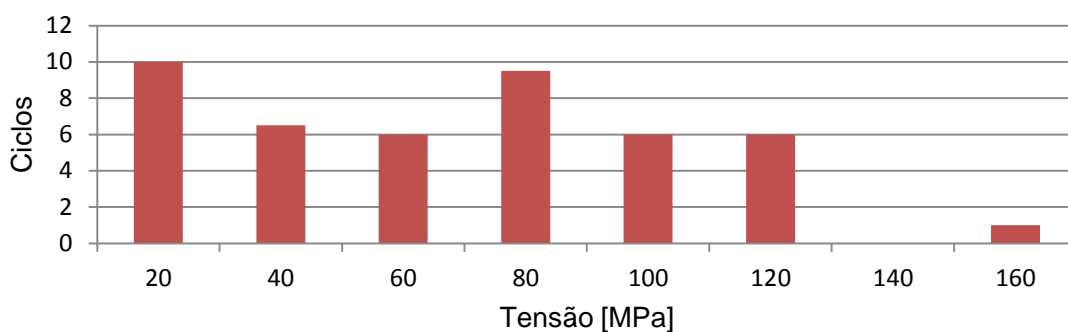


Figura 4.4 – Contagem de ciclos pelo método de *rainflow* para o caso 3, com bucha com rigidez infinita em análise transiente.

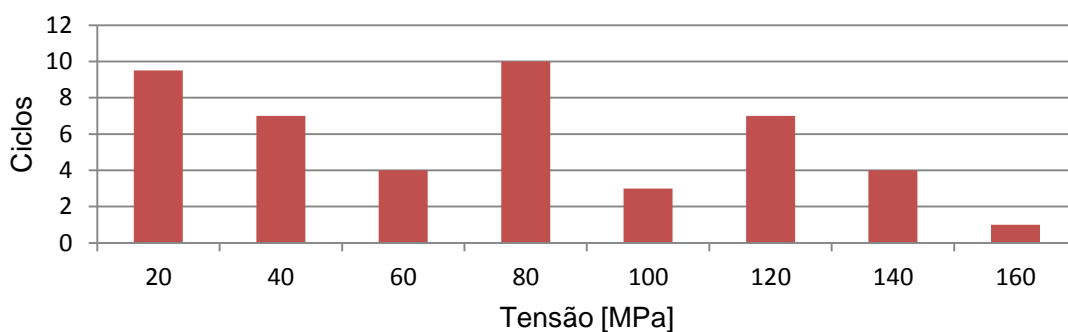


Figura 4.5 – Contagem de ciclos pelo método de *rainflow* para o caso 4, com bucha com rigidez constante em análise transiente.

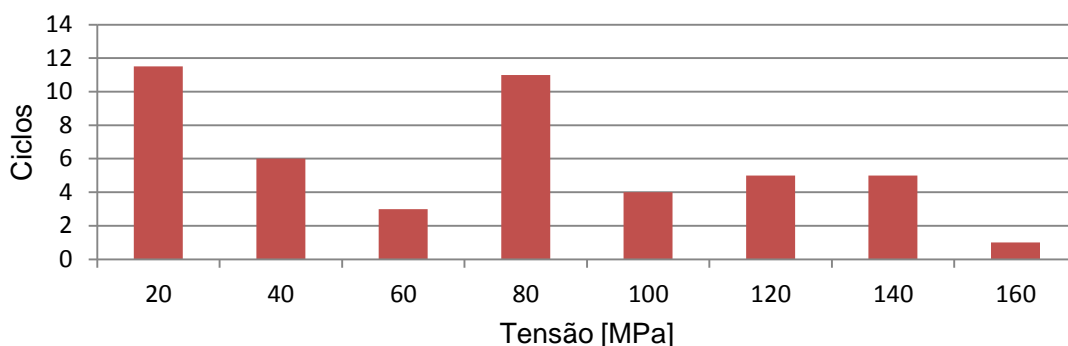


Figura 4.6 – Contagem de ciclos pelo método de *rainflow* para o caso 5, com bucha com rigidez infinita em análise transiente.

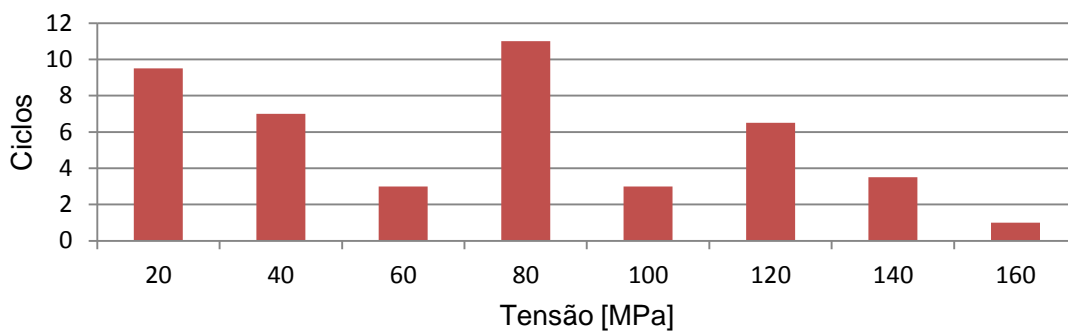


Figura 4.7 – Contagem de ciclos pelo método de *rainflow* para o caso 6, com bucha com rigidez infinita em análise transiente.

Nas análises transientes, percebe-se que o embuchamento do caso 3 não registrou ciclos de tensão dentro da faixa até 140MPa, enquanto as outras modelagens tem-se 4 ciclos para o caso 4, 5 ciclos para a bucha do caso 5 e 3,5 ciclos para a bucha do caso 6. Na faixa de 140 a 160MPa, todas as modelagens transientes registraram um ciclo. Essa igualdade se deve à discretização em faixas largas de tensão, sendo que os valores registrados não são necessariamente os mesmos, mas acabam sendo contabilizados na mesma região.

No caso 3 tem-se uma ciclagem com tensões abaixo dos modelos mais completos, enquanto a bucha com coeficiente variável (caso 5) é a formulação mais conservadora, visto que apresenta o maior número de ciclos para as tensões mais altas em comparação com as outras modelagens. Ainda assim, as modelagens com coeficientes constante de rigidez (caso 4) e com amortecimento (caso 6) apresentam resultados muito próximos dos obtidos através da bucha com coeficiente variável (caso 5), levando a um dimensionamento muito próximo independentemente da formulação escolhida.

Na Tabela 4.1 pode-se ver a comparação entre o número de ciclos e as faixas de tensão para o sinal.

Tabela 4.1 – Comparação do número de ciclos por faixa de tensão.

Faixa de tensão [MPa]	80 - 100	100 -120	120 -140	140 - 160
Caso 1 [ciclos]	1	0	0	0
Caso 2 [ciclos]	1	0	0	0
Caso 3 [ciclos]	6	6	0	1
Caso 4 [ciclos]	3	7	4	1
Caso 5 [ciclos]	4	5	5	1
Caso 6 [ciclos]	3	6,5	3,5	1

Através da Tabela 4.1 pode-se calcular o dano para cada um dos embuchamentos propostos, sendo demonstrado através da Tabela 4.2, e calculado pela equação de acumulo de dano de Miner (equação 3.5).

Tabela 4.2 – Comparação do valor de dano por sobrecarga para cada modelagem de bucha.

	Análise	Dano
Caso 1	Estática	0
Caso 2	Estática	0
Caso 3	Transiente	1,68697e-06
Caso 4	Transiente	4,14075e-06
Caso 5	Transiente	4,75419e-06
Caso 6	Transiente	3,83403e-06

Através da equação 3.6 calcula-se o dano por desgaste, dado pela Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Comparação do valor de dano por desgaste para cada modelagem de bucha.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6
f_o	14,000	14,000	22,500	22,750	23,250	22,250
t	2	2	2	2	2	2
média	34,35	38,14	60,60	66,32	63,37	64,88
σ_t	25,21	27,98	39,76	45,88	45,87	45,10
C	925,00	925,00	925,00	925,00	925,00	925,00
m	-0,1320	-0,1320	-0,1320	-0,1320	-0,1320	-0,1320
(1-1/2m)	5	5	5	5	5	5
Γ	24	24	24	24	24	24
D	1,301E-08	2,871E-08	6,601E-07	1,975E-06	2,016E-06	1,698E-06

Conforme o cálculo de dano tanto por desgaste (Tabela 4.3) quanto por sobrecarga (Tabela 4.2) pode-se perceber que os casos 1 e 2 divergem dos demais inclusive na grandeza do dano calculado. O caso 3 subestima o valor de dano significativamente, enquanto os modelos 4, 5 e 6 têm valores muito próximos uns dos outros, sendo o valor da modelagem mais completa o menor dano calculado dentre os três, tendo os outros dois modelos abordagens conservativas em relação ao caso mais completo e distanciando-se aproximadamente 15% no valor de dano do caso 6 para o dano por desgaste, e aproximadamente 24% para o dano por sobrecarga.

Cabe salientar que mesmo com maiores diferenças entre os cálculos de dano, esses são independentes entre si, e ambos no mesmo comportamento para as diferentes modelagens de embuchamentos, confirmando a influência dessas modelagens na vida em fadiga do ponto crítico e a ordem de criticidade dessas modelagens.

5. CONCLUSÕES

Através do cálculo de dano no ponto crítico para os diferentes modelos de embuchamento, tem-se uma diferença significativa no dano calculado para todos os casos.

As análises estáticas produziram resultados muito díspares dos demais casos analisados, demonstrando ser uma simplificação equivocada, pois não produzem efeitos de fadiga significativos. Isto se deve à ausência dos efeitos dinâmicos na estrutura, e constitui uma crítica a métodos que conjugam de escalonamento de aceleração e análise estática, tão comuns na indústria.

Já as análises transientes geraram resultados bastante comparáveis, onde a modelagem com embuchamento de rigidez variável com amortecimento apresenta menor dano que as modelagens com embuchamento variável sem amortecimento e que o modelo com rigidez constante. Sendo assim, ambas as abordagens são válidas em projeto, visto que os resultados extraídos das outras análises são conservadores em relação à modelagem mais completa.

No caso de rigidez infinita e análise transiente tem-se que as solicitações no ponto crítico são menores do que nas outras análises transientes, gerando menor dano comparado aos casos mais completos, contrariando o resultado esperado, onde se mensurava que esse seria um caso de superdimensionamento.

Portanto, a metodologia aqui empregada é interessante para elucidar as diferenças entre as modelagens propostas, e responde a perguntas comuns no ambiente industrial. Pode-se afirmar que a modelagem da bucha como ligação rígida, ao contrário do que se imaginava, não é uma hipótese conservadora, podendo acarretar em menores valores de tensão em locais próximos ao embuchamento. Já as modelagens com rigidez constante e variável podem ser utilizadas com certa segurança, visto que essas apresentam valores de tensão maiores que a abordagem mais completa, tornando-se hipóteses conservadoras.

Portanto, como principal conclusão do presente trabalho, a modelagem de embuchamentos para casos de análise de fadiga deve ser realizada sem simplificações exageradas – considerando a respectiva rigidez, tendo o projetista a possibilidade de desconsiderar o amortecimento para ganho de tempo na simulação, fazendo um estudo prévio da influência desse fator na análise. Dependendo do caso, o uso de rigidezes lineares ajuda a simplificar um pouco o problema, isto é, desde que esses tenham uma faixa de operação sem grandes não linearidades e não sofram deflexões excessivas além dessa faixa.

Para trabalhos futuros sugere-se o estudo com modelos mais completos de veículos de transporte de carga, combinando carregamentos e fazendo uso de dados reais de solicitação de pavimentos. Outro estudo sugerido é o efeito da desconsideração do amortecimento em bandas mais largas de frequência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ansys, “ **Ansys User’s Guide**”, Ansys® Mechanical™, 2014.
- Bathe, K. J. “**Finite Element Procedures**”, Prentice-Hall, 1996.
- Castro, C. A. C.; Bacarense, A. Q. “**Estudo do Comportamento à Fadiga de Metais Dentro e Fora da Água na Presença de Pressão Hidrostática**”. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2007.
- Da Silva, T. F. F.; Galgou, N. S. “**Análise de Fadiga de Plataformas Metálicas Fixas**”. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.
- Fui, T. H.; Rahman, R. A. “**Statics and Dynamisc Structural Analysis of a 4.5 ton Truck Chassis**”. Jurnal Mekanikal, pp 56-67, Dezembro 2007.
- Irvine, T. “**Rainflow Cycle Counting in Fatigue Analysis**”, 2011.
- Krutzmann, M. H.; Marckzak, R. J. “**Uma Análise de Históricos de Resposta Dinâmica de Modelos Estruturais Simulados Através de Metodologia Global/Local, com Vistas ao Cálculo de Fadiga**”. UFRGS, Porto Alegre, 2011.
- Leal, M. D. F.; Borges, J. A. F. “**Desenvolvimento de uma Metodologia Moderna de Projeto de Veículos**”. Universidade Federal do Uberlândia. Uberlândia, 2007.
- Mundstock, D. C.; Marczak, R. J. “**Uma Comparação Entre Modelos Numéricos para Análise de Uniões Aparafusadas em Chassis de Veículos de Carga**”. UFRGS, Porto Alegre, 2004.
- Reckziegel, G.; Schmidt, M. A.; Marczak, R. J. “**Uma Metodologia para Análise de Vida para um Semi-reboque para Transporte de Automóveis**”. UFRGS. Porto Alegre, 2002.
- Researchgate, “**How to calculate time step size in ANSYS transient structural**”, http://www.researchgate.net/post/How_do_calculate_time_step_size_in_ANSYS_transient_structural. Acessado em 13/05/15.
- Rosa, E. “**Análise de Resistência Mecânica**”, Apostila da disciplina de Mecânica da Fratura e Fadiga, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Grante, 2002.
- Rosa, E. Marczak, R.J. Luersen, M.A. “**Método para Análise de Resistência de Peças Submetidas a Solicitações Aleatórias**”, Anais do VII SIMEA, São Paulo, 333-342, 1993.
- Shigley, J. E. “**Elementos de Máquinas**”. Tradução de Edival Ponciano Carvalho. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora LTDA, Volume 1, 1984.
- Efatigue, “**Materials**”, <https://www.efatigue.com/constantamplitude/stresslife/#materials>. Acessado em 12/05/2015.
- Pitstopusa, “**Rubber bushing**”, <http://pitstopusa.com/i-5060832-howe-rubber-bushing-3-4-16-lh-straight.html>. Acessado em 28/05/2015.
- Suspensys, “**Suspensão modular veículo trator 6x4 e 8x4**”, <http://www.suspensys.com.br/pt/produtos/caminhoes/suspensao-mecanica/suspensao-modular-veiculo-trator-6x4-e-8x4>. Acessado em 19/04/2014.
- Yhparts, “**Products**”, <http://www.yhparts.com/en/products4.asp?ID=7>. Acessado em 26/05/2015.

ANEXO A

Curvas de rigidez para as buchas do caso 2 e caso 4 fornecida pelo fabricante de suspensões.

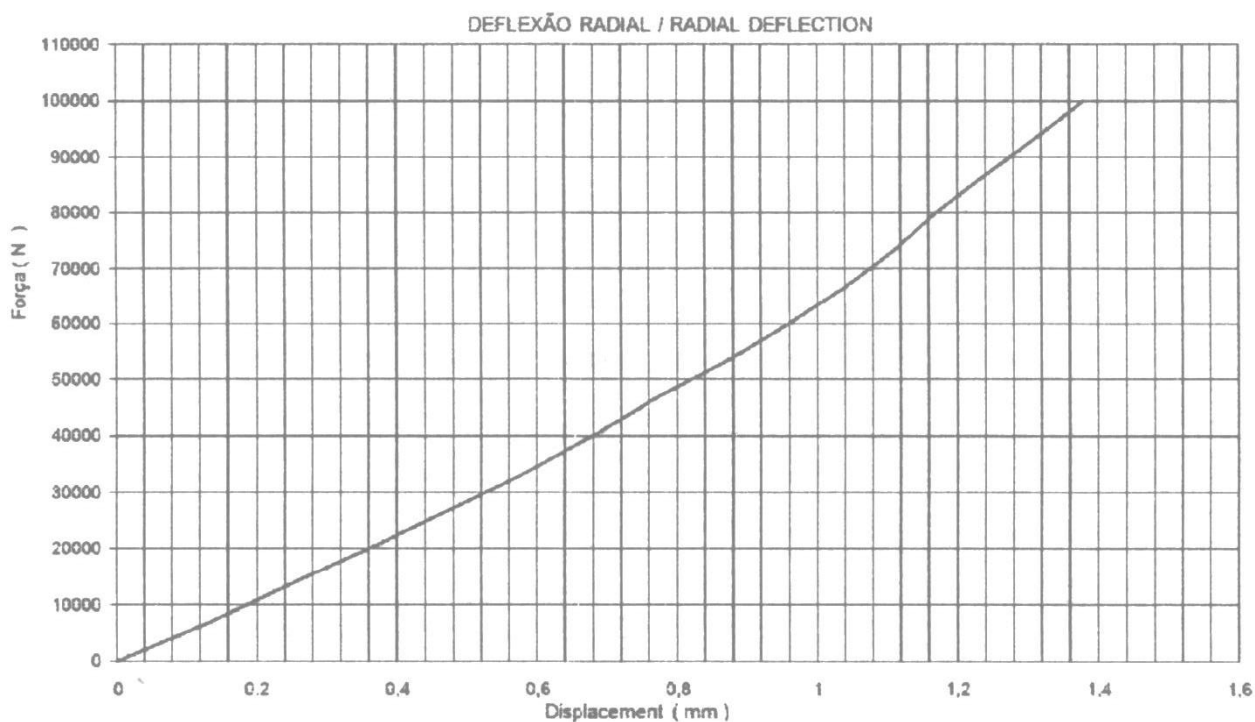


Figura A.1 – Deflexão radial pela força para as buchas dos casos 2 e 4.

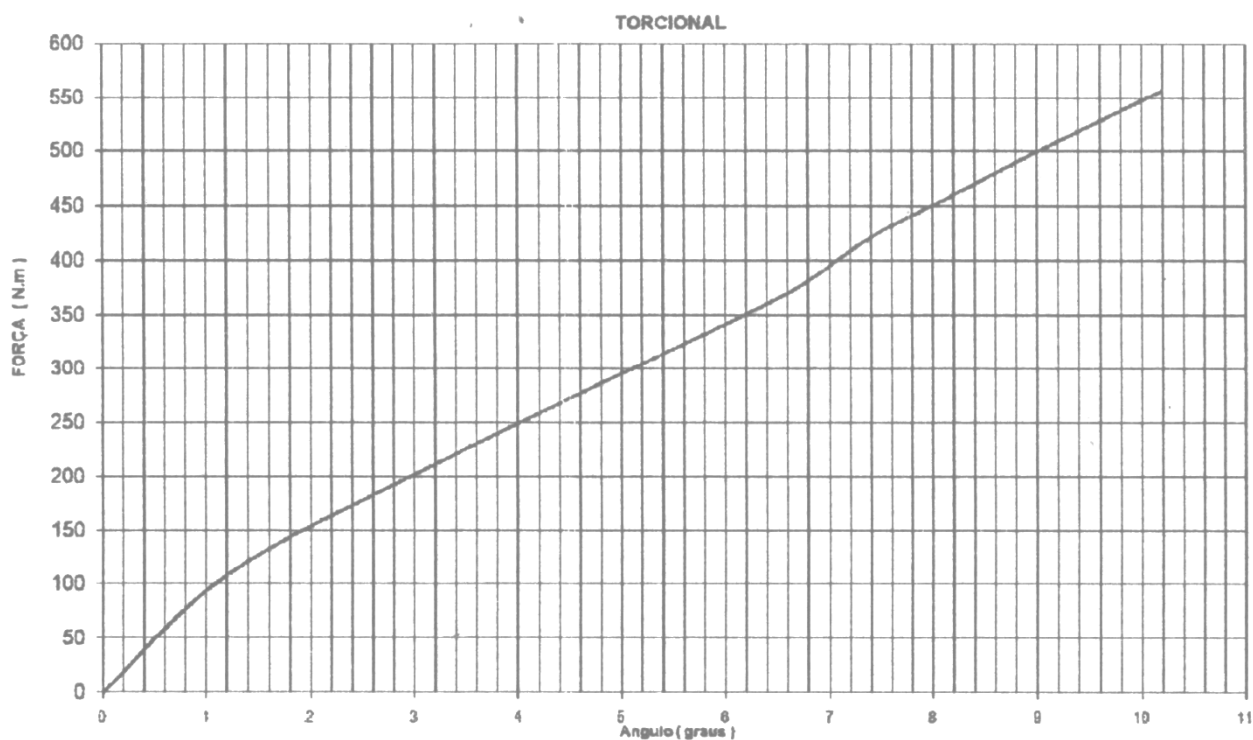


Figura A.2 – Deflexão torcional pela força para as buchas dos casos 2 e 4.

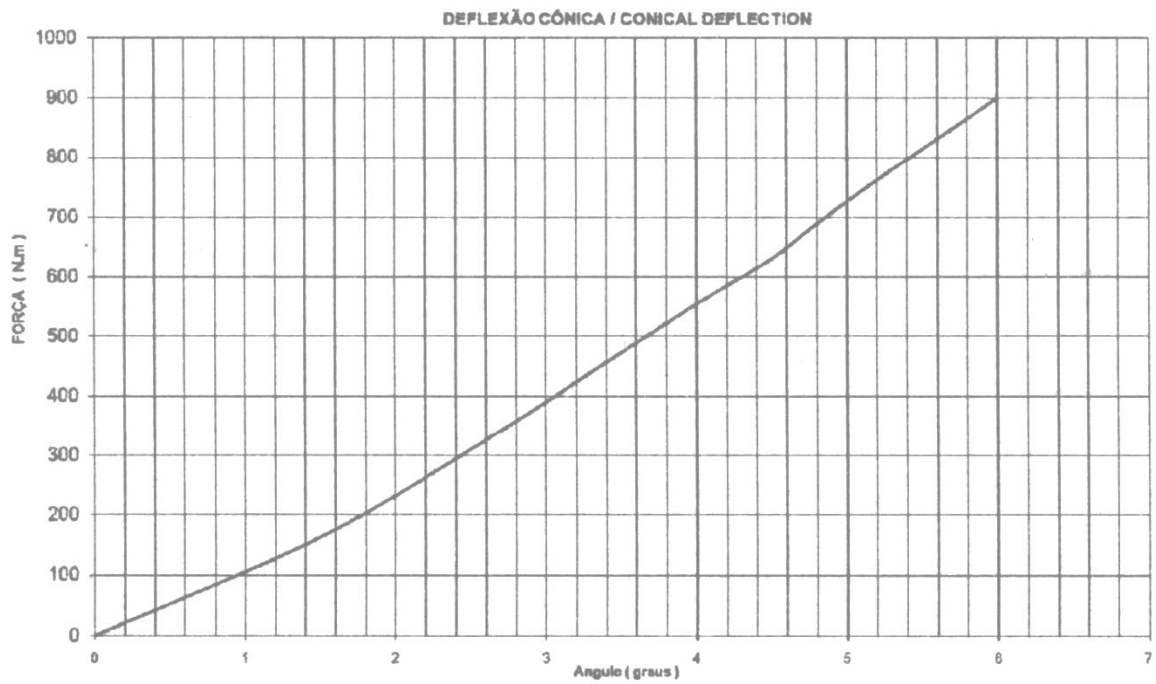


Figura A.3 – Deflexão cônica pela força para as buchas dos casos 2 e 4.

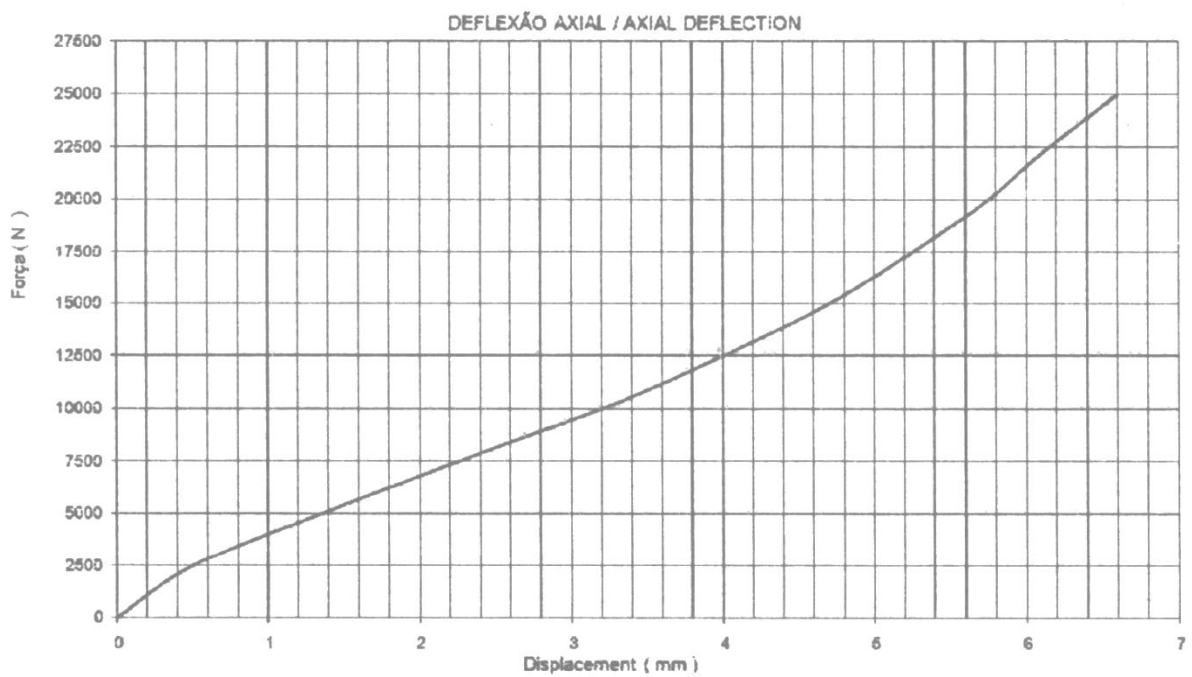


Figura A.4 – Deflexão axial pela força para as buchas dos casos 2 e 4.

ANEXO B

Valores de amortecimento para o caso 6

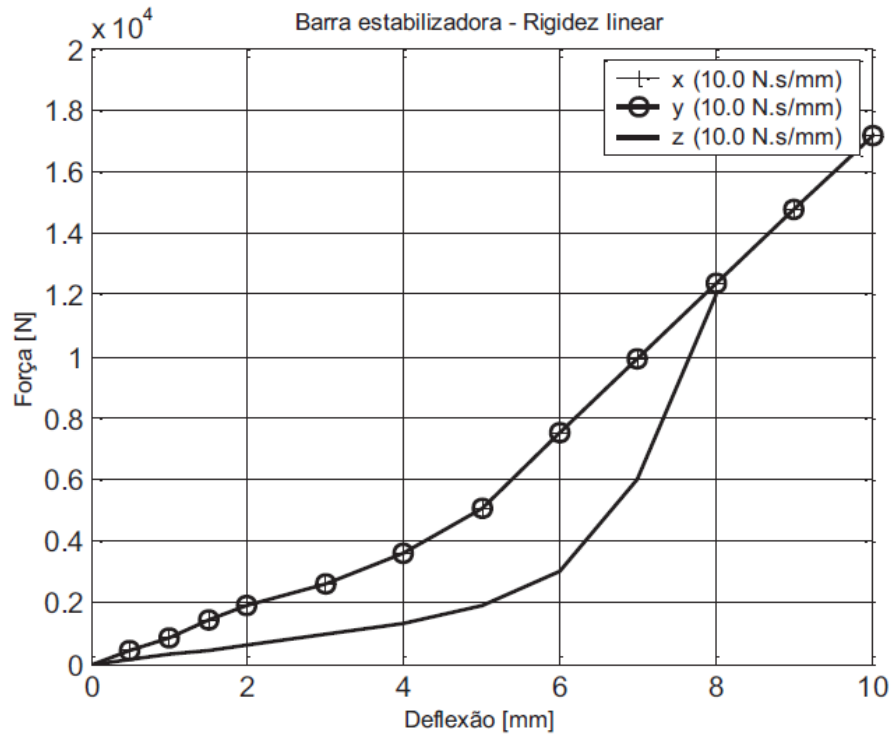


Figura B.1 – Rigidez e amortecimentos lineares usados no caso 6.

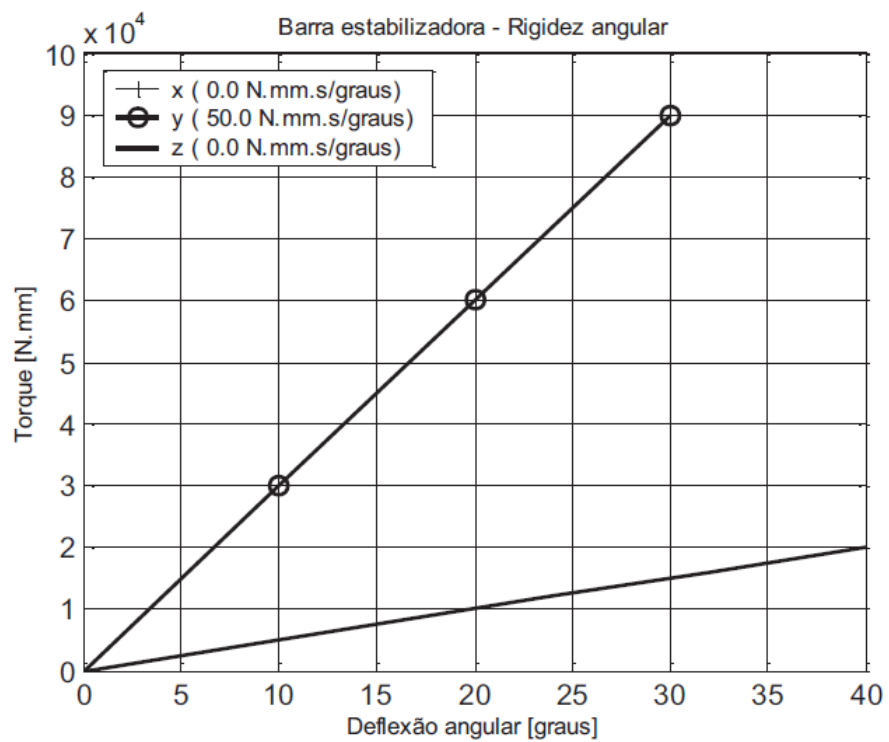


Figura B.2 – Rigidez e amortecimentos angulares usados no caso 6.

APÊNDICE A

Esse apêndice contém as informações de rigidez e amortecimento usadas no software em cada caso analisado.

Tabela A.1 – Matriz de rigidez para os casos 1 e 3.

Stiffness	Per unit X [mm]	Per unit Y [mm]	Per unit Z [mm]	Per unit θ_x [°]	Per unit θ_y [°]	Per unit θ_z [°]
Δ Force X [N]	inf	0	0	0	0	0
Δ Force Y [N]	0	inf	0	0	0	0
Δ Force Z [N]	0	0	inf	0	0	0
Δ Moment X [N.mm]	0	0	0	inf	0	0
Δ Moment Y [N.mm]	0	0	0	0	inf	0
Δ Moment Z [N.mm]	0	0	0	0	0	inf

Tabela A.2 – Matriz de rigidez para os casos 2 e 4.

Stiffness	Per unit X [mm]	Per unit Y [mm]	Per unit Z [mm]	Per unit θ_x [°]	Per unit θ_y [°]	Per unit θ_z [°]
Δ Force X [N]	72500	0	0	0	0	0
Δ Force Y [N]	0	72500	0	0	0	0
Δ Force Z [N]	0	0	3800	0	0	0
Δ Moment X [N.mm]	0	0	0	60000	0	0
Δ Moment Y [N.mm]	0	0	0	0	60000	0
Δ Moment Z [N.mm]	0	0	0	0	0	1,50E+05

Tabela A.3 – Matriz de rigidez para os casos 5 e 6.

Stiffness	Per unit X [mm]	Per unit Y [mm]	Per unit Z [mm]	Per unit θ_x [°]	Per unit θ_y [°]	Per unit θ_z [°]
Δ Force X [N]	Tab 1	0	0	0	0	0
Δ Force Y [N]	0	Tab 1	0	0	0	0
Δ Force Z [N]	0	0	Tab 2	0	0	0
Δ Moment X [N.mm]	0	0	0	Tab 3	0	0
Δ Moment Y [N.mm]	0	0	0	0	Tab 3	0
Δ Moment Z [N.mm]	0	0	0	0	0	Tab 4

Tabela A.4 – Matriz de rigidez variável para o caso 6 utilizado na Tabela A.4.

Tab 1		Tab 2		Tab 3		Tab 4	
Deslocamento [mm]	Força [N]	Deslocamento [mm]	Força [N]	Deslocamento [mm]	Força [N]	Deslocamento [mm]	Força [N]
-5	-9,06E+06	-5	-4,75E+05	-5	-7,50E+06	-5	-1,88E+07
-4,5	-6,61E+06	-4,5	-3,46E+05	-4,5	-5,47E+06	-4,5	-1,37E+07
-4	-4,64E+06	-4	-2,43E+05	-4	-3,84E+06	-4	-9,60E+06
-3,5	-3,11E+06	-3,5	-1,63E+05	-3,5	-2,57E+06	-3,5	-6,43E+06
-3	-1,96E+06	-3	-1,03E+05	-3	-1,62E+06	-3	-4,05E+06
-2,5	-1,13E+06	-2,5	-59375	-2,5	-9,38E+05	-2,5	-2,34E+06
-2	-5,80E+05	-2	-30400	-2	-4,80E+05	-2	-1,20E+06
-1,5	-2,45E+05	-1,5	-12825	-1,5	-2,03E+05	-1,5	-5,06E+05
-1	-72500	-1	-3800	-1	-60000	-1	-1,50E+05
-0,5	-9062,5	-0,5	-475	-0,5	-7500	-0,5	-18750
0	100	0	100	0	100	0	100
0,5	9062,5	0,5	475	0,5	7500	0,5	18750
1	72500	1	3800	1	60000	1	1,50E+05
1,5	2,45E+05	1,5	12825	1,5	2,03E+05	1,5	5,06E+05
2	5,80E+05	2	30400	2	4,80E+05	2	1,20E+06
2,5	1,13E+06	2,5	59375	2,5	9,38E+05	2,5	2,34E+06
3	1,96E+06	3	1,03E+05	3	1,62E+06	3	4,05E+06
3,5	3,11E+06	3,5	1,63E+05	3,5	2,57E+06	3,5	6,43E+06
4	4,64E+06	4	2,43E+05	4	3,84E+06	4	9,60E+06
4,5	6,61E+06	4,5	3,46E+05	4,5	5,47E+06	4,5	1,37E+07
5	9,06E+06	5	4,75E+05	5	7,50E+06	5	1,88E+07

Tabela A.5 – Matriz de amortecimento para o caso 6.

Damping	Per unit X [mm]	Per unit Y [mm]	Per unit Z [mm]	Per unit θ_x [°]	Per unit θ_y [°]	Per unit θ_z [°]
Δ Force*Time X [N]	10	0	0	0	0	0
Δ Force*Time Y [N]	0	10	0	0	0	0
Δ Force*Time Z [N]	0	0	10	0	0	0
Δ Moment*Time X [N.mm]	0	0	0	0	0	0
Δ Moment*Time Y [N.mm]	0	0	0	0	50	0
Δ Moment*Time Z [N.mm]	0	0	0	0	0	0