

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

DIMENSIONAMENTO DE UM EIXO EM COMPÓSITO DE FIBRA DE CARBONO E RESINA
EPÓXI PARA TRANSMISSÃO DE POTÊNCIA APLICADO A SEMIEIXOS HOMOCINÉTICOS

por

Caymo José da Silva Júnior

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, junho de 2015.



Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Escola de Engenharia

Departamento de Engenharia Mecânica

DIMENSIONAMENTO DE UM EIXO EM COMPÓSITO DE FIBRA DE CARBONO E RESINA
EPÓXI PARA TRANSMISSÃO DE POTÊNCIA APLICADO A SEMIEIXOS HOMOCINÉTICOS

por

Caymo José da Silva Júnior

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Alcy Rodolfo dos Santos Carrara
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Dr. Jun Sérgio Ono Fonseca

Comissão de Avaliação:

Prof. Jackson M. Vassoler

Prof. Herbert Martins Gomes

Prof. Walter Jesus Paucar Casas

Porto Alegre, 22 de junho de 2015.

EPÍGRAFE

“A mente que se abre para alguma coisa nova,
nunca mais será a mesma.”
Albert Einstein

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho a todos os bons brasileiros que contribuíram com seus impostos para, de certa forma, suportarem a minha formação nessa universidade, uma das melhores do Brasil.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus e ao meu pai Bará Agelú, que me mostra a cada dia que a fé move montanhas e que nunca devo desistir, por mais difícil que seja o caminho a ser trilhado.

Meus agradecimentos aos meus pais que se preocuparam em me dar uma formação de qualidade.

À minha vó Maria que, além de muito carinho, me ajudou muito durante essa trajetória.

À minha linda esposa Rosana que me suporta, me ajuda, me cuida, me trata muito bem e me proporciona momentos inesquecíveis.

O meu muito obrigado aos meus colegas da GKN do Brasil que me ensinaram o real significado prático de Engenharia e me proporcionaram experiências ímpares. Certamente fizeram a diferença durante toda essa jornada!

Ao professor Jun Fonseca, por ter me ajudado no desenvolvimento desse trabalho. Além de dono de um conhecimento gigante, é uma referência na área da Mecânica dos Sólidos e um exemplo de superação a ser seguido.

Silva, Jr. C. J., **DIMENSIONAMENTO DE UM EIXO EM COMPÓSITO DE FIBRA DE CARBONO E RESINA EPÓXI PARA TRANSMISSÃO DE POTÊNCIA APLICADA A SEMIEIXOS HOMOCINÉTICOS**. 2015. 20. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

RESUMO

Este trabalho apresenta o dimensionamento de um eixo tubular em material composto por fibra de carbono e matriz de resina epóxi para aplicação em semieixos homocinéticos de um projeto fictício. Com o objetivo de reduzir a massa do sistema e, conseqüentemente, o consumo de combustível e a emissão de gases poluentes na atmosfera, projetou-se um cilindro de compósito com fibras orientadas que beneficiam a transmissão de potência por torque. Foram utilizados dados teóricos para a predição das propriedades do material. Um experimento piloto foi realizado para a verificação da resistência e do modo de falha do componente. Conclui-se que, diante das simplificações e hipóteses para materiais ortotrópicos, um tubo produzido com dez camadas reforçadas a $\pm 45^\circ$, alternadamente, satisfazem as especificações do projeto, bem como atendem às expectativas de frequência natural do conjunto, viabilizando a aplicação do componente projetado.

PALAVRAS-CHAVE: eixo composto, semieixo homocinético, dimensionamento, material compósito.

Silva, Jr. C. J., **SIZING OF A CARBON FIBER AND EPOXI RESIN COMPOSITE SHAFT FOR POWER TRANSMISSION APPLIED TO CONSTANT VELOCITY HALFSHAFTS**. 2015. 20. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

ABSTRACT

This study presents the sizing of a composite material tubular shaft of carbon fibers into epoxy resin matrix for constant velocity halfshafts application to a typical project. In order to reduce the system weight and, hence, the fuel consumption and the pollutant gases emission to the atmosphere, a composite cylinder with oriented fibers has been designed to benefit the power transmission by torque. Theoretical parameters have been considered to predict the material properties. A pilot experiment has been done in order to check the component resistance and its failure mode. It is possible to conclude that, regarding the assumptions and anisotropic material hypothesis done, a tube produced with ten reinforced layers with ± 45 degrees, alternately, meets the project specifications, as well as the requirements of natural bending frequency, enabling the application of the designed component.

KEYWORDS: composite shaft, constant velocity halfshafts, shaft sizing, composite material.

ÍNDICE

	Pág.
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	1
2.1 Solicitações mecânicas em semieixos homocinéticos	2
2.2 Materiais compostos.....	2
2.2.1 Matriz.....	3
2.2.2 Fibras de Carbono.....	3
2.2.3 Métodos Construtivos	3
2.2.4 Caracterização Mecânica.....	4
2.2.4.1 Análise macromecânica de uma camada	4
2.2.4.2 Análise micromecânica de uma camada.....	6
2.2.4.3 Cálculo das propriedades do compósito por Halpin-Tsai.....	7
2.2.4.4 Teoria Clássica da Laminação.....	8
2.2.4.5 Hipótese cinemática adotada.....	9
2.2.4.6 Hipótese constitutiva assumida	10
2.2.4.7 Critério de falha por Tsai-Hill.....	10
3. METODOLOGIA.....	12
3.1 Especificações básicas de projeto	12
3.2 Dimensionamento	12
3.3 Análise da frequência natural de vibração transversal.....	13
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	14
5. CONCLUSÕES	14
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	15
APÊNDICE I – EXPERIMENTO PILOTO: TESTE DE TORÇÃO.....	16
APÊNDICE II – TABELA DE CÁLCULO DO NÚMERO DE CAMADAS	17
ANEXO I – DADOS FORNECIDOS PELO FABRICANTE.....	18

1. INTRODUÇÃO

A história da junta homocinética começou em 1929, quando Alfred Rzeppa patenteou uma junta com seis esferas, a qual era composta por uma ponta-de-eixo, um anel interno e uma gaiola. Tal arranjo desses componentes através da rolagem das esferas nas pistas da ponta-de-eixo e do anel interno possibilitou a transmissão de potência com velocidade constante com angulação de junta de até 45°.

A sua história no mercado brasileiro tem início com o lançamento do projeto Volkswagen Passat 1974. A partir desse ano, a utilização das juntas homocinéticas para automóveis de passeio com tração dianteira se fez importante devido à substituição das juntas cardânicas visto a necessidade da redução de vibração e de ruído nos veículos e, também, da transmissão de potência proveniente do conjunto motor/caixa de câmbio para as rodas de uma forma que envolvesse menores perdas.



Figura 1.1 – Semieixo homocinético (Fonte: www.gkn.com)

Com o passar dos anos e diante do crescente tecnológico aplicado aos meios de transporte, sejam eles aeronáuticos, navais ou automobilísticos, outros materiais passaram a ser estudados com o intuito de aumentar a relação potência/peso aliado à resistência estrutural dos componentes mecânicos. Assim, os critérios de seleção de materiais tornaram-se uma tarefa de grande relevância nos projetos de engenharia, pois visa à melhoria do desempenho das aplicações. De acordo com Callister, 1999, uma das tarefas mais importantes, para cuja execução um engenheiro possa ser chamado, é a da seleção de materiais em relação ao projeto de componentes. Tendo isso em vista, a aplicação de materiais metálicos aos poucos dá espaço aos compósitos, os quais podem alcançar níveis satisfatórios de resistência mecânica e resultar em baixo peso do mecanismo projetado. De tal modo, tem-se a redução do consumo de energia e conseqüentemente a diminuição da emissão de poluentes na atmosfera. Aplicado ao projeto de eixos de transmissão de potência, “um projeto seguro exige que o eixo seja capaz de sustentar um dado momento de torção sem que haja a ocorrência de uma fratura” [Callister, 1999]. Assim, parte-se para o objetivo desse trabalho, o qual consiste em determinar a espessura da parede do cilindro, através do número de camadas de compósito conferindo a resistência mecânica que satisfaz à especificação estrutural do projeto.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Primeiramente, a análise do componente aqui projetado será feita considerando as teorias convencionais para materiais com relações constitutivas lineares elásticas. Como na maior parte das aplicações de engenharia, os materiais são solicitados apenas no regime elástico. Seguindo Fonseca e Cardoso, 2003, “uma das etapas mais difíceis do estudo dos materiais compostos é a determinação de suas propriedades elásticas. Algumas hipóteses são feitas para as propriedades de materiais compostos. Entre elas, a matriz é considerada isotrópica, elástica, linear e homogênea, assim como as fibras ou inclusões. No caso das fibras, assumimos que estas são perfeitamente alinhadas e espaçadas. Ainda, defeitos na interface das fibras ou inclusões com a matriz não são considerados”. Assim, os conceitos de mecânica dos sólidos são plenamente cabíveis ao desenvolvimento desse trabalho e grande parte da teoria se baseia no que é apresentado em Jones, 1999.

2.1 Solicitações mecânicas em semieixos homocinéticos

Como já mencionado por Beer e Johnston, 1989, “peças submetidas à torção são encontradas em muitas aplicações. O caso mais comum de aplicação é o de eixos de transmissão, utilizados para transmitir potência de um ponto a outro”. Essa é a principal função do semieixo homocinético: transmissão de potência proveniente do conjunto motor/caixa de câmbio para as rodas mediante esforços torcionais.



Figura 2.1 – Semieixo homocinético instalado em veículo (www.gkn.com)

O efeito do torque é uma preocupação primária em projetos de eixos de acionamento utilizados em veículos e estruturas diversas. Além de considerar a utilização de materiais compostos, mais leves e tão resistentes quanto os aços convencionais, projetar-se-á um tubo de seção circular. A carga torcional é definida através de cálculos de engenharia com base no projeto da transmissão do sistema do veículo, sendo fornecida pelo departamento de engenharia da montadora de veículos.

2.2 Materiais compostos

De acordo com Jones, 1999, a palavra “compósito”, em termos de material composto, significa que dois ou mais materiais foram combinados em escala macroscópica para formar um terceiro material em que seus componentes possam ser identificados a olho nu.

Çivgin, 2005, diz que a grande vantagem dos compósitos é que, se bem projetados, apresentam as melhores qualidades dos seus constituintes e algumas características especiais que seus componentes não possuem.

Ashby e Jones, 2011, dizem que “nem todas as propriedades de compósitos são uma exata combinação das dos componentes. Sua grande atratividade é o fato de que, frequentemente, se ganha alguma coisa extra”. A tenacidade é um bom exemplo.

Algumas propriedades podem ser melhoradas através da construção de um material composto, entre elas estão resistência mecânica, resistência à corrosão, resistência ao desgaste, rigidez torcional, vida em fadiga, condutividade térmica, isolamentos térmico e acústico, peso, entre outros. Obviamente, nem todas essas propriedades são melhoradas simultaneamente e tampouco há especificações que solicitem que se faça. De fato, algumas propriedades são conflitantes, como por exemplo, isolamento térmico e condutividade térmica. O objetivo é meramente desenvolver um material que possua boas propriedades para atender às solicitações de projeto.

Compósitos utilizando matrizes reforçadas por fibras criaram uma revolução em estruturas de alto desempenho nos tempos recentes. Materiais compósitos avançados oferecem vantagens significantes relativas à resistência e rigidez associadas ao baixo peso, em comparação aos materiais metálicos convencionais. Compósitos modernos têm sido descritos como revolucionários no sentido de que o material pode ser projetado do mesmo modo que a estrutura à qual serão aplicados.

Há dois conjuntos principais que constituem um material composto. Um deles é chamado de fase de reforço e o outro no qual esse é imerso é chamado de matriz. O material da fase de reforço pode ser na forma de fibras, partículas, flocos e espumados. O material da

fase matriz é geralmente contínuo (resina). A título de exemplo, temos concreto armado, epóxi reforçado por fibra de carbono, etc. [Kaw, 2006].

2.2.1 Matriz

De acordo com o arranjo do material, a matriz envolve o reforço fibroso para transferir cargas não só para as fibras e entre elas, mas também para protegê-las de danos mecânicos ou ambientais. Outros tipos de matrizes podem ser utilizados para reforços: termorrígidas, polímeros termoplásticos e metais [Sampert, 2012]. Como o próprio nome diz, as resinas termorrígidas endurecem e se tornam infundíveis depois de submetidas à cura. Dentre os seis tipos de resinas termorrígidas utilizadas com reforços de alto desempenho, a mais utilizada é a epóxi, muito atrativa devido à alta resistência mecânica, baixo peso, alta resistência a elevadas temperaturas, baixa contração na cura e custo razoável. Estes fatores tornam as resinas epoxídicas a principal matriz termorrígida para um em compósitos estruturais [Almeida, 2014]. Os outros tipos são poliéster, estervinílicas, fenólicas, poliamidas e bismaleídas. Entretanto, não fazem parte do escopo desse trabalho.

2.2.2 Fibras de Carbono

As fibras de carbono são reforços estruturais amplamente empregados devido às suas propriedades, tais como resistência mecânica e rigidez elevadas, estabilidade dimensional, baixo coeficiente de expansão térmica, baixo custo quando comparadas a fibras mais nobres, como boro e aramida [Wazir, 2009]. São produzidas pela pirólise controlada de precursores orgânicos em forma de fibras, entre eles tem-se: poliacrilonitrila (ou PAN, aplicada nesse trabalho), rayon, e piche. Via de regra, precursores de poliacrilonitrila fornecem fibras de carbono com resistência à tração mais elevadas [Hollaway, 2001].

2.2.3 Métodos Construtivos

Dentre os processos construtivos disponíveis no mercado para a fabricação de tubos e vasos de pressão em material composto, por disponibilidade e custo de fabricação, sugere-se o método de enrolamento de filamentos, ou *filament winding*. Esse processo é descrito como uma técnica na qual um feixe de fibras impregnadas por resina é enrolado sobre um mandril cilíndrico sobre o qual os filamentos são bobinados. É possível controlar o ângulo de enrolamento, a tração nas fibras e a espessura da parede da peça. Feito esse processo de bobinamento, o produto sofre o processo de cura antes mesmo de ser desmoldado do mandril para aplicação final. Além de ser o método mais versátil e de maior precisão para a fabricação de tubos e vasos de pressão, pode-se encontrar algumas facilidades utilizando-o, como estabelecer um projeto modulado para futuras aplicações, controle das tensões nas fibras, componentes controlados por computador e capacidade de produzir formas geométricas com determinadas fibras e resinas.



Figure 2.2 - Técnica de *filament winding*.

2.2.4 Caracterização Mecânica

A análise mecânica de materiais compostos difere-se da análise de materiais convencionais, como os metais, devido ao fato de ter em sua composição dois ou mais materiais. O estudo começa por determinar as propriedades de uma camada a partir das propriedades de seus constituintes - análise da micromecânica. Tal estudo do comportamento do compósito se dá devido à interação dos constituintes, examinando-a a nível microscópico e detalhado. Para essa etapa, duas abordagens devem ser consideradas: a mecânica dos materiais e a elasticidade. A abordagem feita pela mecânica dos materiais leva em consideração várias suposições simplificadoras tendo em vista o comportamento hipotético de um sistema mecânico. Já a abordagem feita pela elasticidade é mais rigorosa em termos das leis físicas (equilíbrio, continuidade da deformação e compatibilidade, e relações tensão-deformação). Feito isso, extrapolam-se as propriedades dos materiais compostos para diferentes frações volumétricas de fibras. O segundo passo é determinar as relações constitutivas e os critérios de falha de uma camada. Parte-se, então, para o estudo da macromecânica. Esse estudo assume a homogeneidade do material, usando-se as propriedades aparentes médias já definidas pela micromecânica, ainda que o material seja anisotrópico [Jones, 1999].

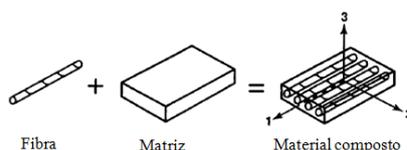


Figura 2.3 – Micromecânica e sistema de referência adotado [adaptado de Jones, 1999].

As lâminas aqui estudadas exibem comportamento homogêneo e transversalmente isotrópico, caso particular de um material ortotrópico, macroscopicamente falando, por apresentarem um plano no qual as propriedades mecânicas são as mesmas em todas as direções (plano de isotropia 2-3). Ou seja, considerando o espaço tridimensional acima e as fibras do laminado perfeitamente contínuas e espaçadas, e paralelas ao eixo 1, as propriedades longitudinais são diferentes (e melhores) das propriedades nas duas direções transversais, 2 e 3, semelhantes entre si. Como uma estrutura de compósito é, em geral, um aglomerado de várias camadas, sabendo-se a macromecânica de uma camada, é possível desenvolver a macromecânica do laminado. A falha do laminado é baseada nas tensões e nos critérios de falha para cada camada. Esse conhecimento permite o desenvolvimento das estruturas em materiais compostos.

2.2.4.1 Análise macromecânica de uma camada

Uma lâmina é um arranjo plano de fibras de reforço (nesse caso, unidirecionais) em uma matriz. Jones, 1999, diz que “o conhecimento do comportamento mecânico de uma lâmina é essencial para o entendimento de estruturas laminadas reforçadas por fibras”. A restrição básica para a análise macromecânica é o comportamento linear elástico da lâmina. Além disso, devido à aplicação, efeitos higroscópicos serão desconsiderados, bem como efeitos térmicos, o qual pode ser justificado pelo fato de o semieixo homocinético não estar submetido a altas temperaturas quando em operação, visto o escoamento de ar sob o veículo.

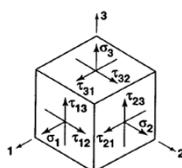


Figura 2.4 – Tensões agindo sobre um elemento representativo [adaptado de Jones, 1999].

A lei de Hooke relacionando tensão-deformação pode ser escrita através de:

$$\sigma_i = Q_{ij}\varepsilon_j \quad i, j = 1, \dots, 6 \quad (2.1)$$

onde σ_i são as componentes das tensões em um cubo tridimensional de acordo com a figura 2.4, Q_{ij} é a matriz constitutiva e ε_j , as componentes da deformação. Como a determinação das propriedades constitutivas para materiais ortotrópicos tridimensionais é muito complexa, e baseando-se no fato de se utilizar fibras unidirecionais justamente para obtenção de melhores propriedades longitudinais, parte-se para a análise de relações em estado plano de tensões.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

A matriz Q é a relação constitutiva reduzida para um estado plano de tensões, na qual os termos Q_{ij} são definidos pelas equações das constantes de engenharia. Os termos que caracterizam o material são determinados pelas equações:

$$Q_{11} = \frac{E_x}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} \quad Q_{12} = \frac{\nu_{xy}E_x}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} \quad Q_{22} = \frac{E_y}{1-\nu_{xy}\nu_{yx}} \quad Q_{66} = G_{xy} \quad (2.3)$$

Embora feitas as definições das tensões e deformações nas coordenadas principais do compósito, as direções das lâminas nem sempre coincidem com as principais, devido às propriedades que se busca com arranjo do laminado. Assim, é necessário transformar as relações tensão-deformação de um sistema de coordenadas para outro de referência.

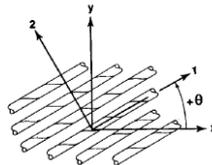


Figura 2.5 – Rotação dos eixos principais do laminado [Rangaswamy, 2005].

Em outro sistema de coordenadas qualquer no plano da lâmina, desprezando a variação das propriedades do material devido à temperatura, determinam-se as tensões por:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^* & Q_{12}^* & Q_{16}^* \\ Q_{12}^* & Q_{22}^* & Q_{26}^* \\ Q_{16}^* & Q_{26}^* & Q_{66}^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

onde os termos Q_{ij}^* são dados em termos dos coeficientes nas direções principais e do ângulo θ formado entre o sistema de coordenada adotado e o plano de referência x-y global:

$$\begin{aligned} Q_{11}^* &= Q_{11}\cos^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\sin^4\theta \\ Q_{12}^* &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{12}(\sin^4\theta + \cos^4\theta) \\ Q_{22}^* &= Q_{11}\sin^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\cos^4\theta \\ Q_{16}^* &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta \\ Q_{26}^* &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\sin^3\theta\cos\theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})\sin\theta\cos^3\theta \\ Q_{66}^* &= (Q_{11} + Q_{12} - 2Q_{66})\sin^2\theta\cos^2\theta + Q_{66}(\sin^4\theta + \cos^4\theta) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Devido ao esforço a que o eixo projetado será submetido, puramente torção, recorre-se a lâminas direcionadas a $\pm 45^\circ$ para obtenção de melhor resistência mecânica do material. Sabe-se que nessa configuração e pelo esforço torcional positivo sofrido pelo corpo, as lâminas

orientadas a -45° sofrem esforços trativos, enquanto que as lâminas orientadas a $+45^\circ$ sofrem esforços compressivos, por exemplo. Antes dos cálculos da quantidade de camadas necessárias ao componente para que sejam satisfeitas as exigências de projeto hipotético, estudar-se-á a micromecânica de uma camada para a determinação das propriedades do compósito.

2.2.4.2 Análise micromecânica de uma camada

As propriedades de um material composto devem ser calculadas pelas frações volumétricas de seus constituintes e suas características individuais. Para isso, foi escolhido o compósito da empresa TCR Composites, constituído por fibras de carbono Toray T700SC-12K-50C pré-impregnadas em resina epóxi UF3369. O volume de fibras na estrutura é denominado por V_f e o volume de resina é dado por V_m , desprezando-se o teor de vazios do material.

$$V_f + V_m = 1, \quad (2.6)$$

Para prosseguir com o desenvolvimento da teoria para determinação das propriedades do material, são adotadas hipóteses de aderência perfeita entre as fibras e a matriz; Módulo de Young, diâmetros e espaçamentos entre as fibras uniformes; as fibras contínuas e alinhadas; as fibras e a matriz seguem a Lei de Hooke; as fibras possuem resistência uniforme e o compósito não possui vazios. Assim, quando um carregamento atua na direção do reforço (σ_1), as deformações do compósito, das fibras e da matriz são iguais, e as tensões suportadas nas fibras e na matriz são proporcionais às suas respectivas frações volumétricas. Se aplicada a mesma deformação aos constituintes, a fibra chega à falha primeiramente, pois atinge primeiro a sua tensão de ruptura. Isso permite dizer que a fibra é o elemento de sacrifício no sistema. Além disso, as tensões suportadas se relacionam por:

$$\sigma_c = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m, \quad (2.7)$$

sendo σ_c a tensão suportada pelo compósito, σ_f a tensão suportada pelas fibras e σ_m a tensão suportada pela matriz. Ainda, considerando o desenvolvimento para a direção do reforço e aplicando a Lei de Hooke, a qual apresenta que tensão aplicada é igual à deformação do corpo multiplicado pelo Módulo de Elasticidade (Young),

$$\sigma = E \varepsilon, \quad (2.8)$$

$$(E_c \varepsilon_c) = (E_f \varepsilon_f) V_f + (E_m \varepsilon_m) V_m. \quad (2.9)$$

Lembrando que as deformações são iguais, a equação (2.9) fica:

$$E_c = E_f V_f + E_m V_m. \quad (2.10)$$

Portanto, se os Módulos de Young dos componentes da estrutura (fibras e resina) forem conhecidos, é plenamente possível determinar a propriedade do compósito E_c . Conhecendo-se V_f é possível prever a tensão de ruptura do compósito, σ_c^{rup} , se as curvas tensão-deformação da fibra e da matriz forem conhecidas. Uma vez que

$$\varepsilon_f^{rup} = \sigma_f^{rup} / E_f \quad \varepsilon_m^{rup} = \sigma_m^{rup} / E_m \quad (2.11)$$

onde σ_f^{rup} é a tensão de ruptura das fibras e σ_m^{rup} é a tensão de ruptura da matriz, e visto que as fibras suportam a maioria do carregamento em compósitos devido a sua fração volumétrica na estrutura, diz-se que o corpo inteiro falha quando as fibras falham.

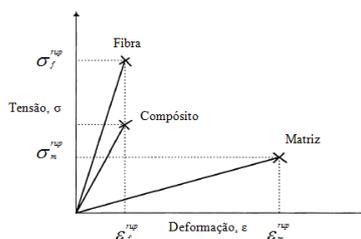


Figura 2.6 – Curva tensão-deformação para um compósito hipotético unidirecional [adaptado de Kaw, 2006].

2.2.4.3 Cálculo das propriedades do compósito por Halpin-Tsai

Concentrar-se-á o estudo das propriedades micromecânicas do compósito nas equações de Halpin-Tsai. Entretanto, independentemente da abordagem adotada, algumas considerações relevantes devem ser expostas [Jones, 1999]:

- A lâmina é linearmente elástica, macroscopicamente ortotrópica e homogênea.
- As fibras são homogêneas, linearmente elásticas, regularmente espaçadas, perfeitamente alinhadas e envolvidas pela matriz (coladas).
- A matriz é homogênea, linearmente elástica, isotrópica e livre de falhas.

Assim, para melhor direcionar o estudo, expõe-se as propriedades básicas da lâmina e suas suposições para o caso de material transversalmente isotrópico:

- E_x, E_y : Módulos de Young nas direções principais da lâmina ($E_y = E_z$).
- $\nu_{xy}, \nu_{yx}, \nu_{yz}$: Coeficientes de Poisson ($\nu_{xy} = \nu_{xz}, \nu_{yx} = \nu_{zx}$ e $\nu_{yz} = \nu_{zy}$).
- G_{xy}, G_{yz} : Módulos de Cisalhamento ($G_{zy} = G_{yz} = G_{xz} = G_{zx}$ e $G_{yz} = G_{zy}$).

De acordo com os dados divulgados pelo fabricante do material, o volume de fibras na estrutura é de aproximadamente 70%. O método de Halpin-Tsai, baseado na solução das equações da elasticidade, juntamente com a verificação de dados experimentais, permite obter valores muito bons, principalmente se levarmos em consideração a simplicidade das equações [Fonseca e Cardoso, 2003]. É um modelo semiempírico útil em uma larga faixa de propriedades elásticas e V_f . As equações para o método, referentes à determinação dos módulos de elasticidade, são dadas por $E_x = E_c$, equação (2.10), e por:

$$E_y/G_m = (1 + \xi\eta V_f)/(1 - \eta V_f) \quad \eta = ((E_f/E_m) - 1)/((E_f/E_m) + \xi). \quad (2.12)$$

O parâmetro ξ é um coeficiente de ajuste (fator de reforço) que depende da geometria da fibra, do empacotamento e do carregamento. Geralmente o valor de ξ é válido para uma faixa de V_f e se concentra no intervalo $[0, \infty)$. De acordo com a literatura, erros se tornam inaceitáveis quando V_f se aproxima de 1. Já, η é um fator de correção para o cálculo das propriedades. Considerar-se-á o arranjo hexagonal pois mais se aproxima da real distribuição das fibras no composto, embora essas não tenham um arranjo bem definido (randômico). Esse arranjo hexagonal impõe que o material seja transversalmente isotrópico.

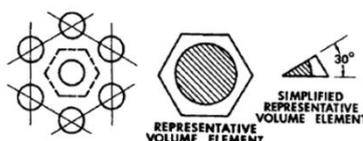


Figura 2.7 – Fibras de seção circular em arranjo hexagonal [adaptado de Jones, 1999].

Como estamos trabalhando com $V_f=70\%$, recorre-se à equação de Hewitt-Malherbe:

$$\xi = 1 + 40V_f^{10} = 2,1299 \quad (2.13)$$

Já, para a determinação dos Coeficientes de Poisson, utiliza-se:

$$\nu_{xy} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad \nu_{yx} = \nu_{xy} E_y / E_x. \quad (2.14)$$

Finalmente, para o cálculo do Módulo de Cisalhamento, sabe-se que a matriz é isotrópica, e embora a fibra não sendo, considera-se isotrópica da mesma forma. Para efeitos de cálculo do módulo de cisalhamento de cada fase, aplica-se:

$$G_f = E_f / (2(1 + \nu_f)) \quad G_m = E_m / (2(1 + \nu_m)) \quad (2.15a)$$

$$\eta = ((G_f / G_m) - 1) / ((G_f / G_m) + \xi) \quad G_{xy} / G_m = (1 + \xi \eta V_f) / (1 - \eta V_f) \quad (2.15b)$$

Por fim, apresenta-se na tabela abaixo as propriedades calculadas para o compósito estudado.

Tabela 2.1: Propriedades calculadas para o compósito

Dados		Módulo de Elasticidade		Coeficiente de Poisson		Módulo de Cisalhamento	
		Propriedade	Valor	Propriedade	Valor	Propriedade	Valor
V_f	0,70*	E_f (GPa)	234,0*	ν_f	0,28**	G_f (GPa)	68,82
		E_m (GPa)	3,1*	ν_m	0,34**	G_m (GPa)	1,192
V_m	0,30*	E_x (GPa)	164,73	ν_{xy}	0,298	G_{xy} (GPa)	8,544
		$E_y = E_z$ (GPa)	22,96				
ξ	2,1299	η	0,9596	ν_{yx}	0,04153	η	0,9477

* Valor informado pelo fabricante. **Valor obtido de literatura para material similar/referência.

Assim, considerando os dados apresentados pelo fabricante e as demais suposições adotadas, conclui-se que a tensão de ruptura à tração do compósito é:

$$\sigma_c^{rup} = \sigma_f^{rup} V_f + \varepsilon_f^{rup} E_m (1 - V_f) = 3,555 GPa \quad (2.16)$$

Diante dos resultados apresentados acima, é possível concluir que, embora desconsiderado o teor de vazios no material, os valores obtidos são satisfatórios e próximos aos apresentados na literatura referentes aos ensaios mecânicos com materiais similares.

2.2.4.4 Teoria Clássica da Laminação

Os laminados compostos são frequentemente construídos por camadas reforçadas por fibras unidirecionais. A resistência e a rigidez na direção das fibras (longitudinais) são bastante elevadas. No entanto, as propriedades transversais e cisalhantes são modestas, na maioria das vezes, determinadas pelo material da matriz. A fim de reduzir o efeito anisotrópico do material, camadas em diferentes orientações são dispostas para a formação do laminado. As relações tensão-deformação para um material qualquer que não seja linear elástico e isotrópico são mais complicadas que as equações já conhecidas em mecânica dos sólidos. De acordo com Kaw, 2006, assumir o comportamento linear e elástico para um compósito é aceitável. Entretanto, assumi-lo como isotrópico é geralmente inaceitável. Contudo, a relação tensão-deformação segue a Lei de Hooke, mas as constantes que relacionam tensão e deformação são diferentes das típicas conhecidas. Segundo Jones, 1999, a teoria clássica da laminação consiste em um conjunto de hipóteses acerca da mecânica de materiais considerando suas deformações e suas tensões. Mediante o uso dessa teoria, pode-se partir para a construção de um laminado estrutural iniciando pelo estudo do comportamento de uma lâmina. Como já foi apresentado no capítulo 2.2.4.1, parte-se para a análise da variação da tensão e da deformação em um laminado.

2.2.4.5 Hipótese cinemática adotada

Para o cálculo das tensões e deformações do eixo cilíndrico composto, faz-se uma hipótese cinemática. Supõe-se que a espessura t do cilindro é pequena e que o raio r do componente é muito maior que t ($r \gg t$). Ainda, assume-se que a seção só gira e não deforma. Feito isso, deve-se fazer a modificação do sistema de coordenadas XYZ para coordenadas cilíndricas. Inicialmente, determina-se a posição inicial de um ponto P qualquer da seção.

$$\{x' = r \cos \alpha, y' = r \sin \alpha, z'\} \quad (2.17)$$

Já para a posição final, considerando o giro de θ graus, tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} x'_f = r \cos(\alpha + \theta) = r(\cos \alpha \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta) \\ y'_f = r \sin(\alpha + \theta) = r(\sin \alpha \cos \theta + \cos \alpha \sin \theta) \\ z'_f = z' \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} x'_f = x \cos \theta - y \sin \theta \\ y'_f = x \sin \theta + y \cos \theta \\ z'_f = z' \end{array} \right\} \quad (2.18)$$

Considera-se que para pequenos deslocamentos angulares, onde $\theta=f(z)$, $\cos \theta \approx 1$ e $\sin \theta \approx \theta$.

$$\{x'_f = x' - y'\theta, y'_f = x'\theta + y', z' = z'\} \quad (2.19)$$

Feito isso, calcula-se o deslocamento do ponto P pela diferença entre a posição final e a inicial.

$$u = \{-y'\theta, x'\theta, 0\} \quad (2.20)$$

Sabe-se que a deformação infinitesimal de cada ponto é dada por:

$$\varepsilon_{cil} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{y}{2} \frac{d\theta}{dz} \\ 0 & 0 & \frac{x}{2} \frac{d\theta}{dz} \\ -\frac{y}{2} \frac{d\theta}{dz} & \frac{x}{2} \frac{d\theta}{dz} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

e que em coordenadas cilíndricas (r, θ, z) é representada por:

$$\varepsilon_{cil} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r}{2} \frac{d\theta}{dz} \\ 0 & \frac{r}{2} \frac{d\theta}{dz} & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Para a determinação da tensão σ , utiliza-se a equação (2.2). Para fins de simplificação, considera-se que $d\theta/dz$ seja constante. Dessa forma, o único componente de deformação que se faz válido para essa hipótese cinemática, em coordenadas cilíndricas, é:

$$\varepsilon_{\theta z_{cil}} = (r/2)(d\theta/dz). \quad (2.23)$$

Para o caso da laminação, tem-se $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{z''z''} = \varepsilon_{\theta z_{cil}}$, $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{\theta''\theta''} \approx 0$ e $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{\theta''z''} = 0$.

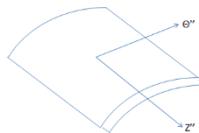


Figura 2.8 – Lâminas e os eixos de coordenadas considerados.

2.2.4.6 Hipótese constitutiva assumida

Prosseguindo com as análises do projeto, trabalha-se com uma hipótese constitutiva para a determinação das tensões atuantes no laminado e no eixo. A transformação da tensão deve ser feita para que o direcionamento do material coincida com o sistema escolhido. Para isso, utiliza-se:

$$\begin{aligned}\sigma_{z_{cil}} &= \sigma_{z_{comp}} \cos^2\theta + 2\sigma_{\theta z_{comp}} \cos\theta \sin\theta + \sigma_{\theta_{comp}} \sin^2\theta \\ \sigma_{\theta_{cil}} &= \sigma_{z_{comp}} \sin^2\theta - 2\sigma_{\theta z_{comp}} \cos\theta \sin\theta + \sigma_{\theta_{comp}} \cos^2\theta \\ \sigma_{\theta z_{cil}} &= (\sigma_{\theta_{comp}} - \sigma_{z_{comp}}) \cos\theta \sin\theta + \sigma_{\theta z_{comp}} (\cos^2\theta - \sin^2\theta)\end{aligned}\quad (2.24)$$

As tensões $\sigma_{z_{cil}}$ e $\sigma_{\theta_{cil}}$ serão desconsideradas, pois supõe-se que o eixo projetado não sofrerá esforços axiais e transversais. A única tensão presente no componente será $\sigma_{\theta z_{cil}}$ devido ao esforço torcional. Já, as tensões $\sigma_{\theta_{comp}}$ e $\sigma_{\theta z_{comp}}$ também serão desprezadas, pois se considera que as lâminas orientadas a -45° estarão sofrendo tração ($\sigma_{z_{comp}}$) e as lâminas $+45^\circ$ estarão sofrendo compressão, quando aplicado esforço torcional positivo. A matriz compacta, em coordenadas cilíndricas do laminado rotacionado fica representada conforme abaixo:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{z_{cil}} \\ \sigma_{\theta_{cil}} \\ \sigma_{\theta z_{cil}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^* & Q_{12}^* & Q_{16}^* \\ Q_{12}^* & Q_{22}^* & Q_{26}^* \\ Q_{16}^* & Q_{26}^* & Q_{66}^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\varepsilon_{\theta z_{cil}} \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

onde, considerando fibras a $\pm 45^\circ$, as tensões são determinadas por:

$$Q_{\pm 45^\circ}^* = \begin{bmatrix} 59,52 & 42,43 & \pm 35,89 \\ 42,43 & 59,52 & \pm 35,89 \\ \pm 35,89 & \pm 35,89 & 44,05 \end{bmatrix} GPa \quad (2.26)$$

e

$$\sigma_{\theta z_{cil}} = 44,05r(d\theta/dz). \quad (2.27)$$

Por definição, para o cálculo das forças e momentos atuantes na face frontal do cilindro, deve-se integrar duplamente, ao longo do raio r e do ângulo θ , a força de superfície, dada pelo produto da matriz constitutiva rotacionada pelo vetor normal. Esse cálculo resulta em três forças aproximadamente nulas, aqui desconsideradas, bem como três momentos, sendo dois nulos (de flexão). O único momento resultante não nulo é o torçor, comprovando a hipótese cinemática adotada. Ainda, considera-se $\sigma_{\theta_{cil}} = t_\theta$ o conjunto de forças cortantes atuando na seção transversal do componente ao longo da espessura quando aplicado um torque. Tal esforço é determinado pela equação descrita abaixo:

$$M_T = \int_{r_i}^{r_e} \int_0^{2\pi} r t_\theta (r d\theta) dr = Q_{66}^* \left(\frac{2\varepsilon_{\theta z_{cil}}}{r} \right) \left(\frac{\pi(r_e^4 - r_i^4)}{2} \right). \quad (2.28)$$

Como se sabe dos conceitos da mecânica dos sólidos, a camada mais externa é que sofrerá maior esforço, uma vez que a deformação é função do raio do eixo. Assim, através da equação acima, define-se os parâmetros de cálculo para encontrar o valor de camadas que satisfaçam o valor de M_T especificado em projeto.

2.2.4.7 Critério de falha por Tsai-Hill

Materiais compostos podem falhar de diversas maneiras, sendo a análise de sua falha mais complexa que a de materiais isotrópicos. Para o material em questão, devemos analisar a possível falha de cada constituinte e suas iterações, o que torna o problema bastante

complexo. Para avaliar se o material falha com determinado carregamento, utiliza-se um critério de falha, o qual prediz a falha em uma situação de esforços combinados. Como alternativa, pode-se utilizar modelos polinomiais para representar um critério de falha. É importante salientar que, mesmo sendo ajustes para dados experimentais, os critérios de falha são consistentes com os conceitos da mecânica do contínuo.

Para o caso de um compósito reforçado por fibras de carbono em apenas uma direção, é possível constatar que as resistências mecânicas longitudinais à tração e à compressão possuem valores diferentes. Ainda, existe uma resistência ao cisalhamento, resultando um total de ao menos cinco parâmetros distintos. Para melhor compreensão, adotando a referência do sistema da lâmina, consideremos a X como resistência à tração na direção x, Y como resistência à tração na direção y, X* como resistência à compressão na direção x, Y* como resistência à compressão na direção y e S como resistência ao cisalhamento. Ressalta-se que, devido às características dos materiais compostos, consideramos o escoamento muito próximo do ponto de ruptura (comportamento frágil).

Além disso, podem ser obtidas as seguintes falhas num composto laminado fibroso, entre elas ruptura das fibras por tração ou por flambagem; ruptura da matriz no sentido transversal ou paralelo às fibras; perda de aderência entre as fibras e a matriz; ou delaminação. A análise da falha de um material composto pode ser feita macro ou microscopicamente. Análises microscópicas são mais complexas. Já as macroscópicas, seguindo a teoria da homogeneização, são mais simples e têm se tornado mais comuns. Uma característica interessante é que mesmo após a falha de uma lâmina, o laminado ainda é capaz de sustentar o carregamento aplicado. O que altera é a rigidez do laminado. Dessa forma, comumente refere-se a falhas progressivas de um laminado. Seguindo o que foi anteriormente apresentado sobre a utilização de polinômios para representação de um critério de falha, para uma lâmina ortotrópica com estado plano de tensões em 1-2, pode-se expressar a relação da seguinte forma:

$$A\sigma_1^2 + B\sigma_2^2 - C\sigma_1\sigma_2 + 2D\tau_{12}^2 = 1. \quad (2.29)$$

O critério de Hill é uma extensão do critério de Von Mises, que por sua vez pode ser relacionado à quantidade de energia usada para distorcer um corpo isotrópico em vez de mudar o seu volume. Entretanto, distorção não pode ser separada da dilatação em materiais ortotrópicos. Dessa forma, a equação (2.29) não está relacionada à energia de distorção. Os parâmetros A, B, C e D foram relacionados às tensões usuais de falha X, Y e S para uma lâmina por Tsai. Segundo o critério de Tsai-Hill [Tsai, 2008], leva-se em conta diferentes valores das resistências à tração X e à compressão X* (na direção longitudinal), bem como as resistências à tração Y e à compressão Y* (na direção transversal). Apenas considera-se que os módulos de elasticidade longitudinal, seja para tração ou para compressão, são iguais; o mesmo para os módulos de elasticidade transversais. Assim, a equação (2.29) pode ser reescrita pela relação entre a carga aplicada em uma direção com a máxima suportada pelo material nessa direção:

$$\left(\frac{\sigma_1^2}{X^2}\right) - \left(\frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2}\right) + \left(\frac{\sigma_2^2}{Y^2}\right) + \left(\frac{\tau_{12}^2}{S^2}\right) = 1, \quad (2.30)$$

considerando as propriedades alinhadas à lâmina e que X pode variar entre X e X* devido à diferença de resistência mecânica à torção e compressão do composto. A resistência ao cisalhamento do compósito não será considerada, pois devido ao direcionamento das camadas, essas não sofrem esse tipo de esforço mecânico. Assim, $\tau_{12} = 0$. Entretanto, devido ao direcionamento das fibras e do tipo de carregamento, algumas fibras sofrem tração enquanto outras sofrem compressão. Já, apresenta-se a equação (2.30) da seguinte forma:

$$\left(\frac{E_1^2}{X^2}\right) + \left(\frac{E_1E_2}{X^2}\right) + \left(\frac{E_2^2}{Y^2}\right) = \left(\frac{1}{\varepsilon_{\theta zc}^2}\right). \quad (2.31)$$

Feito isso, e com o embasamento teórico e matemático necessário para o desenvolvimento do dimensionamento, parte-se para o cálculo da espessura da parede do cilindro.

3. METODOLOGIA

3.1 Especificações básicas de projeto

Para o projeto de um veículo fictício, admite-se que o torque proveniente do conjunto de transmissão seja de 800Nm. Além da resistência estrutural, a preocupação com a frequência natural de vibração do semieixo homocinético é bastante grande, devido ao fenômeno de ressonância. De acordo com Kniest, 1994, a faixa de excitação de um semieixo quando em operação, devido a sua rotação, é de 100Hz a 200Hz. Ressalta-se que o eixo não será todo construído por material composto. A proposta desse estudo é ter ponteiras de aço já dimensionadas nas extremidades, coladas ao eixo composto, que funcionaria como um fusível mecânico para o componente. Também, assume-se que o eixo com comprimento $L = 40cm$.

3.2 Dimensionamento

Parte-se agora para o cálculo de dimensionamento do eixo de material composto com base na teoria e em valores apresentados nos capítulos anteriores. Inicialmente, calcula-se o valor de $\varepsilon_{\theta Z_{cil}}$. Vale ressaltar que se faz necessária a avaliação para os dois casos: tração e compressão, a fim de saber qual é a direção da fibra que possui comportamento crítico. Para a avaliação da deformação à tração: $E_1=164,73GPa$ e $E_2=22,96GPa$, apresentados na tabela 2.1; $X=3,555GPa$, calculado pela equação (2.12); e $Y=69MPa$, retirado dos dados fornecidos pelo fabricante devido à ausência de dados experimentais para o material avaliado. Resultando em $\varepsilon_{\theta Z_{cil}}=0,002980$. Para compressão, foram considerados os mesmos módulos de elasticidade e resistência à tração transversal para compressão transversal ($Y^*=Y$), resultando em $\varepsilon_{\theta Z_{cil}}=0,002868$. Ou seja, com base nas hipóteses feitas e simplificações, pode-se concluir que, para uma mesma tensão cisalhante aplicada ao eixo, as fibras que estão comprimindo falham primeiramente. Dessa forma, considera-se a deformação à compressão como a crítica para o dimensionamento do eixo. Dando prosseguimento à análise, considerando a equação (2.28), leva-se em conta: $Q^*_{66}=44,05GPa$, onde $t=0,325mm$ (valor médio de medições experimentais dados na literatura) e r_i sendo determinado pela camada que se está avaliando. O cálculo de M_T deve ser feito de maneira iterativa através dos valores de r_e e r_i para cada camada e por se tratar de uma equação de quarta ordem, considerando deformação de compressão das fibras. A título de exemplo, faz-se os cálculos para o primeiro par de camadas do eixo laminado. Considera-se que a primeira camada do laminado esteja orientada a $+45^\circ$ e a segunda, a -45° . Como já foi verificada anteriormente, a deformação de ambas será determinada pela compressão das fibras. Para a primeira lâmina, tem-se, $r_i=12,5mm$, valor determinado como ponto de partida para o projeto, e $r_e=12,825mm$. Diante disso, obtém-se o valor de $M_T=81,71Nm$. Já, para a segunda camada tem-se como resultado, $M_T=167,69Nm$. Caso a laminação seja feita com a primeira camada a -45° e a segunda a $+45^\circ$, justamente o contrário da situação proposta acima, é possível verificar que a resistência mecânica do componente fica inalterada. Continuando as análises para as camadas mais externas, conforme apresentado na tabela AII.1 (Apêndice II) chega-se ao resultado de $M_T=1022,52Nm$ para um eixo laminado com cinco pares de camadas alternadas ($r_e=15,75mm$), atendendo à especificação estrutural do projeto. Ainda, atinge-se um valor de coeficiente de segurança de $CS=1,28$.

3.3 Análise da frequência natural de vibração transversal

Diante da necessidade de evitar o fenômeno da ressonância em semieixos homocinéticos, avalia-se o componente do ponto de vista de vibrações. De acordo com Miguel, 2006, tem-se que, para a determinação das frequências naturais de vibração transversal de vigas engastada em uma das extremidades e apoiada na outra liberdade para movimento axial,

$$f_n = ((\beta_n L)^2 / 2\pi) \sqrt{EI / \rho AL^4}, \quad (3.1)$$

onde E é módulo de elasticidade transversal da viga; I , o momento de inércia da viga; ρ , o peso específico do material; A , a área da seção transversal; L , o comprimento do componentes e o termo $\beta_n L$ assume valores tabelados de acordo com a ordem da sua frequência natural. A equação (3.1), deduzida considerando material isotrópico, será aplicada para o compósito anisotrópico mediante a suposição do módulo de elasticidade equivalente. Para tanto,

$$E_{xx} = E_{yy} = G((3\lambda + 2G) / (\lambda + G)) \quad (3.2)$$

Ainda, sabe-se que a matriz constitutiva de um material isotrópico pode ser representada por:

$$Q_{\text{médio}} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & 0 \\ 0 & 0 & G_{iso} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Devido à concepção construtiva do eixo composto, têm-se duas matrizes constitutivas, uma estando a $+45^\circ$ e outra a -45° , conforme apresentado na equação (2.26). Para a vibração por flexão do eixo, tira-se a média da soma dos valores de ambas as matrizes e compara-se com a matriz final da equação (3.3). Assim,

$$Q_{\text{médio}} = \begin{bmatrix} 59,52 & 42,43 & 0 \\ 49,43 & 59,52 & 0 \\ 0 & 0 & 44,05 \end{bmatrix} GPa. \quad (3.4)$$

onde pode-se achar um material isotrópico equivalente com $\lambda + 2G = 59,52 GPa$, $\lambda = 42,43 GPa$. Entretanto, considera-se $G = 8,544 GPa$ como isotrópico para a estrutura. Assim, $E_{\text{equiv}} = 24,2 GPa$ é obtido como sendo o módulo de elasticidade isotrópico equivalente. Para o cálculo do momento de inércia, aplica-se a equação:

$$I = \pi(r_e^4 - r_i^4) / 4. \quad (3.5)$$

Considerando a configuração que atende às especificações de projeto: $M_T = 1022,53 Nm$, $r_e = 15,75 mm$ e $r_i = 12,5 mm$, resultando em um valor de $I = 2,915 E - 8 m^4$. Já o peso específico, ρ , será determinado através da equação (3.6), a relação da fração volumétrica dos constituintes do composto com as suas densidades individuais fornecidas pelos fabricantes.

$$\rho_c = V_f \rho_f + V_m \rho_m = 1621 \text{ kg} / m^3. \quad (3.6)$$

A área da seção transversal é obtida por:

$$A = \pi(r_e^2 - r_i^2) = 0,000288 m^2. \quad (3.7)$$

Na tabela 3.1, apresenta-se as quatro frequências naturais de vibração do eixo estudado.

Tabela 3.1: Resultados dos cálculos das frequências naturais de vibração.

n	1	2	3	4
$\beta_n L$	3,926602	7,068583	10,210176	13,351768
f_n (Hz)	596,17	1931,98	4030,93	6893,13

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Dentro das considerações apresentadas ao longo do trabalho, utilizando as propriedades teóricas calculadas para o compósito da empresa TCR Composites, constituído por fibras de carbono Toray T700SC-12K-50C pré-impregnadas com resina epóxi UF3369, um eixo laminado com dez camadas a $\pm 45^\circ$ satisfaz as especificações de projeto estrutural, bem como os requisitos de frequência natural de vibração do sistema. Esse componente suportará, em teoria, carga torcional de aproximadamente 1022Nm, tendo um diâmetro externo de 31,5mm, e um coeficiente de segurança de 1,28. Ainda, apresentará a menor frequência natural de vibração transversal de 596,17Hz. Conforme já esperado, e de acordo com o experimento piloto descrito no apêndice 1, a falha do material se dá de maneira frágil através do mecanismo de falha progressiva. Sabe-se, também, que a produção do perfil entalhado no eixo de material composto é inviável. Para isso, sugere-se que as extremidades de aço sejam mantidas com os perfis entalhados e que somente a parte central do eixo seja substituída para redução de massa. Propõe-se a utilização de colas de alta resistência ao cisalhamento para a interface metal/compósito, com processo robusto de cura.



Figura 4.1 – Proposta para o eixo interconector utilizando centro de compósito e extremidades metálicas com perfis entalhados para engrenamento.

Em relação à massa do componente proposto, evidencia-se uma redução de aproximadamente 40%. Entretanto, o volume ocupado é maior por ser tubular, quando comparado a um eixo totalmente maciço de aço e com mesma resistência. A frequência natural calculada é bem maior do que a especificação de projeto, sendo esse ponto mais um benefício da aplicação desse projeto em semieixos homocinéticos. A análise de frequência natural torcional não é necessária, uma vez que o eixo é rígido para torção. Outro ponto importante a ser considerado é o prazo de validade do compósito, estando diretamente ligado ao prazo de cura da resina epóxi da matriz. Ensaios comparativos para a determinação da influência desse prazo de validade se faz necessário, embora não tenha feito parte do escopo desse trabalho.

5. CONCLUSÕES

Conclui-se, através das teorias assumidas e hipóteses adotadas ao longo desse estudo, que é possível dimensionar um eixo para transmissão de potência constituído por material composto determinando o número de camadas necessárias à estrutura para que atenda às especificações de projeto. Os resultados obtidos, embora sejam puramente teóricos, se mostram satisfatórios, quando comparados com o valor obtido pelo experimento piloto sendo passível de confirmação com a execução de ensaios adicionais. Embora a malha resultando do processo de fabricação do eixo seja trançada, a teoria confirma que a disposição é feita com a sobreposição do laminado, não interferindo nos resultados obtidos. Para melhor precisão dos parâmetros utilizados, é necessária a obtenção das propriedades do material através de ensaios mecânicos específicos. Além disso, testes de torção para validação do projeto são imprescindíveis. Por fim, devido à aplicação dos compósitos, confirmado por esse trabalho, evidencia-se a redução de massa dos componentes mecânicos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almeida, Jr. J. H. S., Staudigel, C., Caetano, G. L. P., Amico, S. C. “**Engineering properties of carbon/epoxy filament wound unidirectional composites**”, 2014.

Ashby, M. F., Jones, D. R. H. “**Engineering Materials 1 - An Introduction to Properties, Applications and Design**”, Butterworth-Heinemann, 4th edition, 2011.

Beer, E. F. P., Johnston, Jr. R. “**Resistência dos Materiais**”, McGraw-Hill, 2^a edição, 1989.

Callister, Jr. W. D. “**Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução**”, LTC, 5^a edição, 1999.

Çivgin, F. “**Analysis of Composite Bars in Torsion**”, 2005. Dissertação de mestrado da Universidade de Dokuz Eylül, Turquia 2005.

Fonseca, J. S. O., Cardoso, E.L., “**Mecânica dos Sólidos III**”, apostila da UFRGS 2003.

GKN, “Sideshaft Solutions”, www.gkn.com. Acessado em 21/04/2015.

Hibbeler, R.C. “**Estática: Mecânica para Engenharia**”, Prentice Hall, 10^a edição, 2005.

Hollaway, L., Head, P. “**Chapter 2 – Advanced polymer composite materials and their components**”, *Advanced Polymer Composites and Polymers in the Civil Infrastructure*, pp. 7-35, 2001.

Jones, R. M. “**Mechanics of Composite Materials**”, Taylor & Francis, 2nd edition, 1999.

Kaw, A. K. “**Mechanics of Composite Materials**”, Taylor & Francis, 2nd edition, 2006.

Kniest, R. R. “**Estudo do Comportamento Dinâmico de um Semieixo Homocinético com o Uso de Análise Modal**”, Dissertação de Mestrado UFRGS, 1994.

Miguel, L. F. F. “**Introdução ao Estudo de Vibrações**”, apostila da UFRGS 2006.

Rangaswamy, T., Vijayarangan, S. “**Optimal Sizing and Stacking Sequence of Composite Drive Shafts**”, 2005.

Renault, “**Transmissão Cardans**”, www.renaultpt.com. Acessado em 21/04/2015.

Sampert, F. “**Análise de uma longarina de avião acrobático em material compósito**”, trabalho de conclusão de curso 2012.

Tsai, S. W. “**Strenght and Life of Composites**”, Stanford University, 2008.

TCR composites, “**Prepreg Tow**”, www.tcrcomposites.com. Acessado em 12/05/2015.

Toray, “**Carbon Fiber Composite Materials**”, www.toray.com. Acessado em 21/04/2015.

Wazir, L. K. A. H. “**Preparation and characterization of pitch-based carbono fibers**”, *New Carbon Materials*, vol. 24, pp. 83-88, 2009.

APÊNDICE I – EXPERIMENTO PILOTO: TESTE DE TORÇÃO

A fim de verificar o desempenho do componente projetado, a título de um experimento piloto, foi executado um ensaio de torção de um eixo composto de 10 camadas alternadas ($\pm 45^\circ$), produzido com o mesmo material anteriormente mencionado. A proposta desse trabalho é manter as ponteiras de aço com o perfil entalhado devido à impossibilidade de produção desse perfil no compósito – vide figura 4.1. Para tanto, utilizou-se a cola Araldite AW106 para fazer a interface metal/compósito cujo processo de cura foi feito seguindo as instruções do fabricante. A máquina utilizada para o ensaio é do fabricante alemão GIM, produzida no ano de 1999.



Figura AI.1 – Máquina utilizada para a realização do teste de torção.

Para a realização do ensaio, o eixo proposto foi montado a modelo de um semieixo homocinético. Dispositivos de teste para acoplamento do semieixo à máquina também foram aplicados. A fim de diminuir a probabilidade de falha da cola por cisalhamento, foi aplicada a taxa de carga de $30^\circ/\text{min}$.



Figura AI.2 – Peça montada à máquina antes do ensaio.

Feito todo o preparo do equipamento, a peça foi submetida a um torque crescente até que atingisse a ruptura com 820Nm, de acordo com gráfico a seguir, considerando o parâmetro “Torque In”, que se refere ao torque aplicado ao sistema.

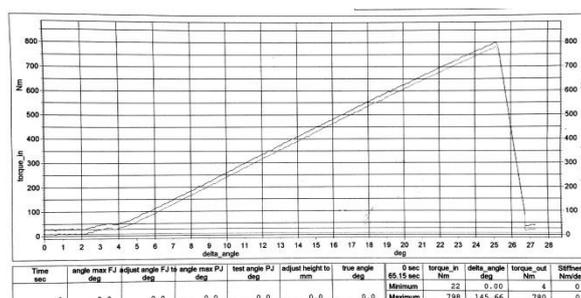


Figura AI.3 – Gráfico torque vs. ângulo da peça testada.

Um detalhe relevante da execução do ensaio foi que pequenos estalos eram percebidos de acordo com o aumento da carga, evidenciando o mecanismo de falha progressiva. Entretanto, a evidência desse detalhe não pode ser feito pelo gráfico acima. Embora consideradas as pequenas deformações do cilindro, obteve-se aproximadamente 20° de rotação do corpo durante o ensaio. Analisando a peça testada, é possível ver fratura frágil, conforme esperado para esse material.



Figura A1.4 – Ruptura de maneira frágil do eixo de material composto.

Por fim, embora esse ensaio se mostre inconclusivo devido ao número de amostras testadas, serve para avaliar preliminarmente o dimensionamento desenvolvido nesse trabalho. Comparando-se os resultados, encontra-se 820Nm para a peça testada e 1022Nm para a peça dimensionada teoricamente, havendo divergência de aproximadamente 25%. A fim de justificá-la, menciona-se que o experimento foi desenvolvido com um eixo composto fabricado com material fora do prazo de validade para a cura da resina, exatamente por ser um ensaio piloto. Embora o prazo de validade do compósito não faça parte do escopo desse trabalho, pode ter contribuído para diminuir a eficiência do compósito, além de que as propriedades do material consideradas tenham sido puramente teóricas.

Ainda, uma grande preocupação que se tinha com esse ensaio era de que a cola não suportasse a carga aplicada. Essa, por sua vez, se mostrou resistente e possibilitou a conclusão do ensaio com sucesso.

APÊNDICE II – TABELA DE CÁLCULO DO NÚMERO DE CAMADAS

Tabela AII.1: Resultados dos cálculos do número de camadas do eixo.

R_e (mm)	R_i (mm)	Camadas	M_T (Nm)	Par de camadas	Subtotal	Total
0,012825	0,0125	1	81,71			
0,013150	0,012825	2	85,98	1	167,69	167,69
0,013475	0,013150	3	90,37			
0,013800	0,013475	4	94,86	2	185,23	352,92
0,014125	0,013800	5	99,46			
0,014450	0,014125	6	104,17	3	203,63	556,55
0,014775	0,014450	7	108,99			
0,015100	0,014775	8	113,92	4	222,91	779,46
0,015425	0,015100	9	118,96			
0,015750	0,015425	10	124,10	5	243,06	1022,52
0,016075	0,015750	11	129,36			
0,016400	0,016075	12	134,73	6	264,09	1286,61

ANEXO I – DADOS FORNECIDOS PELO FABRICANTE

TECHNICAL DATA SHEET No. CR-005		TORAYCA® T700S DATA SHEET		
Highest strength, standard modulus fiber available with excellent processing characteristics for filament winding and prepreg. This never twisted fiber is used in high tensile applications like pressure vessels, recreational, and industrial.				
FIBER PROPERTIES				
	English	Metric	Test Method	
Tensile Strength	711 ksi	4,900 MPa	TY-030B-01	
Tensile Modulus	33.4 Msi	230 GPa	TY-030B-01	
Strain	2.1 %	2.1 %	TY-030B-01	
Density	0.065 lbs/in ³	1.80 g/cm ³	TY-030B-02	
Filament Diameter	2.8E-04 in.	7 µm		
Yield	6K	3,724 ft/lbs	400 g/1000m	TY-030B-03
	12K	1,862 ft/lbs	800 g/1000m	TY-030B-03
	24K	903 ft/lbs	1,650 g/1000m	TY-030B-03
Sizing Type & Amount	50C	1.0 %	TY-030B-05	
	60E	0.3 %	TY-030B-05	
	FOE	0.7 %	TY-030B-05	
Twist	Never twisted			
FUNCTIONAL PROPERTIES				
CTE		-0.38 α10 ⁻⁶ /°C		
Specific Heat		0.18 Cal/g·°C		
Thermal Conductivity		0.0224 Cal/cm·°C		
Electric Resistivity		1.5 × 10 ⁻¹³ Ω·cm		
Chemical Composition: Carbon		93 %		
Na + K		<50 ppm		
COMPOSITE PROPERTIES*				
Tensile Strength	370 ksi	2,550 MPa	ASTM D-3039	
Tensile Modulus	20.0 Msi	135 GPa	ASTM D-3039	
Tensile Strain	1.7 %	1.7 %	ASTM D-3039	
Compressive Strength	215 ksi	1,470 MPa	ASTM D-695	
Flexural Strength	245 ksi	1,670 MPa	ASTM D-790	
Flexural Modulus	17.5 Msi	120 GPa	ASTM D-790	
ILSS	13 ksi	9 kgf/mm ²	ASTM D-2344	
90° Tensile Strength	10.0 ksi	69 MPa	ASTM D-3039	

* Toray 250° Epoxy Resin. Normalized to 60% fiber volume.

Figura Anexol.1 - Dados fornecidos pelo fabricante da fibra de carbono utilizada.



PREPREG RESIN SELECTOR GUIDE

TCR Composites offers a unique **thermosetting** epoxy matrix resin system featuring either a **1 year, 16-month, or 3-month shelf life without refrigeration**. These resins are currently used for tow/roving, unimpregnated, fabric and braid and are available for carbon, glass, aramid, and other fibers. Ask us about custom resin formulations for unique prepreg applications.

Neat Resin Properties and Applications

Formulation	Density (g/cc)	Tg (DMA) (°F/°C)	Tensile Modulus (ksi/GPa)	Tensile Strength (ksi/MPa)	Elongation at Break (%)	Tg After 24-hr Water-Boil (°F/°C)	Water Absorption (%)	Typical Use & Carrier
UF3323*	1.21	240 / 116	410 / 2.8	9.5 / 65.5	5.0	199 / 93	2.5	Rocket motor cases, large structures – Tow
UF3325*	1.21	255 / 124	410 / 2.8	11.5 / 79.0	4.5	169 / 76	3.9	Sporting goods, rocket motor cases, high pressure cylinders, commercial applications – All Carriers
UF3330*	1.19	248 / 120	328 / 2.3	8.7 / 60.0	3.4	160 / 70	4.4	Braidable, very low tack – Tow
UF3339*	1.20	226 / 108	400 / 2.8	10.0 / 69.0	4.1	154 / 68	4.3	Cryogenic, commercial applications – All Carriers
UF3350†	1.25	376 / 191	550 / 3.8	6.0 / 41.4	1.2	267 / 131	2.9	High-temp applications – Unimpregnated/Fabric
UF3352*	1.23	270 / 132	440 / 3.0	10.7 / 73.8	4.0	169 / 76	3.9	Sporting goods, rocket motor cases, commercial applications – Unimpregnated/Fabric
UF3357†	1.24	356 / 180	500 / 3.4	6.0 / 41.0	1.4	266 / 130	2.7	High-temp applications – Tow
UF3360†	1.20	331 / 166	460 / 3.2	10.0 / 69.0	3.5	237 / 114	3.3	Moderately high-temp commercial applications – All Carriers
UF3362†	1.21	324 / 162	460 / 3.2	7.2 / 50.0	1.7	244 / 118	2.6	Moderately high-temp applications – Unimpregnated/Fabric
UF3369†	1.18	243 / 117	445 / 3.1	13.4 / 92.4	3.6	153 / 67	5.0	High pressure cylinders, low-temp cure recreational and commercial applications – Tow
UF3376‡	1.18	275 / 135	450 / 3.1	14.0 / 96.5	4.0	172 / 78	4.0	Low-temp cure recreational and large structure applications – Tow/Fabric/Unimpregnated
TR1102†	1.24	375 / 190	490 / 3.4	9.8 / 67.6	2.0	280 / 138	2.9	High-temp, semi-toughened – Tow/Fabric
TR1103*	1.25	250 / 121	374 / 2.6	8.1 / 55.8	2.3	181 / 83	3.9	Electrically Conductive resin – Fabric
TR1109†	1.21	264 / 129	450 / 3.1	10.5 / 73.0	2.4	174 / 79	3.5	Low tack, moderately low-temp applications – Unimpregnated/Fabric
TR1110†	1.36	297 / 147	664 / 4.6	9.4 / 62.0	1.4	235 / 113	2.2	Flame-retardant resin – Tow/Fabric
TR1111‡	1.17	232 / 111	390 / 2.7	11.3 / 77.9	2.9	160 / 71	4.5	Toughened, low-temp applications – Tow/Unimpregnated/Fabric
TF7035† Adhesive Film	Meets Federal Specification MMM-A-132 Type 1 Class 2 and exceeds requirements of MIL-A-25463					Available with or without carrier Weight: 0.00-0.00 lb/ft ² Thickness: 0.06-0.14 in	Composite, honeycomb, metal and other applications requiring enhanced bond and shear strength	
TR8600† Hot Melt	Flame Retardant Epoxy Thermoset resin with high-strength mechanical properties					Available as single-side coating on a variety of fabric types	Composite laminate and sandwich applications – Carbon, Glass and Aramid Fabric	

Figura Anexol.2 - Dados fornecidos pelo fabricante do composto pré-impregnado (pre-preg).



TCR COMPOSITES

219 North 530 West | Ogden, UT 84404 USA
 phone: 801.622.2600 | fax: 801.622.2600 | email: tarsain@tcrcomposites.com

CERTIFICATE OF CONFORMANCE

Customer: Universidade Federal do Rio Grande do Sul
 Customer Purchase Order: 62514U-RGS
 Sales Order / Item Number: 8381-1
 Work Order I.D.: NCT70315
 Item ID: 10650
 Product Description: T700SC-12K-50C Fiber - With UF3369-100 Resin
 Customer Specification: N/A
 Date of Issue: 10/16/2014

Prepreg Lot Number Spools/Rolls	D.O.M.	Reinforcement Lot Number	Quantity (Kg)
T41410-01 See Ship Record	10/07/2014	A1114F3	48.60
<i>Order Total:</i>			48.60

PREPREG PROPERTIES:

Property	Requirement		Lot Test Results (Min. - Max.)
	Minimum	Maximum	
Resin Content (%)	28.00	32.00	29.08 - 31.50
Weight (Kg)	1.81	5.99	1.84 - 4.17

Figura Anexol.3 - Dados fornecidos pelo fabricante do composto pré-impregnado (pre-preg).

TORAYToray Carbon Fibers America, Inc.
2000 Highway 20 Decatur,
AL, 35601, USA

A-TC-14-1198

CERTIFICATE
TORAYCA CARBON FIBER

CUSTOMER : TCR COMPOSITES, INC.

CFA REFERENCE NO. : 18273

CUSTOMER ORDER NO. : 14PN051

PRODUCT : T700S C-12000-50C 600KAB A

TWIST : No Twist

SIZING : Type "S"

DATE OF ISSUE : 10-Sep-14

THE AVERAGE PROPERTIES OF THE LOTS ARE LISTED BELOW:

LOT NO.	TENSILE STRENGTH kg/mm ²	TENSILE MODULUS 10 ³ kg/mm ²	ELONGATION %	DENSITY g/cm ³	YIELD g/10 ³ m	SIZE AMOUNT %
A1114F3	515 [732 KSI]	23.9 [34.0 MSI]	2.2	1.81	802	0.9

QUANTITY : 5,866.00 kg

CASE NO. : 3960909 - 3961040 3961329 - 3961359

LOT NO.	QUANTITY (KG)
A1114F3	5866.00

This material was manufactured in June 2014.


NANCY VANCIL
Manager, Quality Assurance
Decatur, Toray Carbon Fibers
America

Figura Anexol.4 - Dados fornecidos pelo fabricante do composto pré-impregnado (pre-preg).