



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
ENG07053 - TRABALHO DE DIPLOMAÇÃO EM ENGENHARIA
QUÍMICA



Auditoria e Diagnóstico de Malhas SISO a partir da Resposta Nominal Estimada

Autor: Caetano Bevilacqua Kichel

Orientador: Prof. Dr. Jorge Otávio Trierweiler

Co-Orientadora: Viviane Rodrigues Botelho

Porto Alegre, julho de 15

Sumário

Sumário	ii
Agradecimentos	iv
Resumo	v
Lista de Figuras	vi
Lista de Tabelas	vii
Lista de Símbolos	viii
Lista de Abreviaturas e Siglas	x
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos	1
2 Revisão Bibliográfica	2
2.1 Índices de desempenho baseados na variância mínima	2
2.2 Índices de desempenho baseados na integral do erro	3
2.3 Índices determinísticos de desempenho e robustez	4
2.4 Índices de desempenho baseados em modelos de inferência	4
2.5 Índices de desempenho baseados em sistema neuro-fuzzy	5
2.6 Discussão	6
3 Metodologia	7
3.1 Fundamentos Teóricos	7
3.2 Metodologia Desenvolvida	11
4 Descrição do Estudo de Caso	17
4.1 Caso Nominal	19
4.2 Casos com erro de Ajuste de Controlador	20
4.3 Caso com Distúrbio não medido	21
5 Resultados e Discussões	23
5.1 Caso Nominal	24
5.2 Caso com Erro no Ajuste do Controlador	28
5.3 Caso com Distúrbio não Medido	30
6 Conclusões e Trabalhos Futuros	32
6.1 Principais Conclusões	32
6.2 Trabalhos Futuros	33
7 Referências	34

Anexo A A1

Apêndice A A1

Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente meu orientador Jorge Otávio Trierweiler por me proporcionar a oportunidade de trabalhar ao seu lado. Agradeço enormemente pela paciência e excelente supervisão.

Segundo, agradecer minha família pelo enorme apoio em todos os momentos difíceis. A minha mãe (Cecília) pelo amor, carinho e dedicação, sempre me auxiliando com grande otimismo. Meus avós (Sedalina e Darci) por me acolherem como um filho, dedicando seus esforços no meu bem estar. Ao meu pai (Waldacir) pelo incentivo e apoio em todos os momentos. Meus tios (Anderson, Adriana, Celso e Clair) pelos ótimos conselhos e momentos de alegria. Tudo o que sou hoje devo a vocês, muito obrigado. Vocês são a fonte da minha inspiração, o meu motivo de viver, o pilar que me sustenta.

Terceiro, agradecer à minha co-orientadora Viviane Botelho, do GIMSCOP, por me auxiliar neste trabalho em momentos de dúvida, sempre me guiando ao caminho correto com muita competência.

Por fim, agradeço aos meus amigos e colegas por todos os momentos descontraídos que surgiram durante esta jornada.

Resumo

A avaliação de desempenho de malhas de controle é um assunto que possui elevado potencial de desenvolvimento por tratar de um tópico fundamental no cenário industrial. Restam ainda muitos desafios na busca por um método eficiente e de fácil aplicação no meio industrial. Este trabalho estuda o desenvolvimento uma nova metodologia que almeja contornar algumas limitações dos métodos propostos até então. É feito um breve levantamento dos principais índices propostos na literatura e são levantadas as bases para o entendimento da metodologia desenvolvida. Ela consiste na estimativa da resposta nominal em malha fechada com base na sintonia e em dados históricos de processo visando a aplicação de um índice capaz de auditar a qualidade do desempenho. Um comparativo dos pontos positivos e negativos deste índice é feito em virtude de apontar as possíveis melhorias a serem obtidas em relação aos presentes na literatura. Estudos de caso foram elaborados com a finalidade de visualizar a aplicabilidade do método em malhas SISO e desenvolver uma opinião crítica sobre os resultados. Constatou-se que com a aplicação do método é possível se obter informações consistentes sobre a qualidade do ajuste do controlador e a presença de distúrbios, introduzindo no meio acadêmico uma forma alternativa de diagnóstico de malhas de controle.

Palavras chave: auditoria de malhas, controle feedback, avaliação de desempenho de malhas de controle, análise de correlação, índices de desempenho e robustez, controle de variância mínima.

Lista de Figuras

Figura 3.1: Diagrama esquemático de um sistema em malha fechada. (a) com discrepância no modelo de planta (b) com distúrbio não medido.	7
Figura 3.2: Comportamento esperado de um sistema afetado por: (a) desvio de modelo da planta e (b) distúrbio não medido: r (preto), y_0 (azul), y (verde) e e_0 (vermelho).....	9
Figura 3.3: Comportamento esperado da aproximação linear e elíptica de uma planta sob: (a) distúrbio não medido. (b) MPM.....	10
Figura 3.4: Fragmento da tabela IMC, correspondente aos formatos de planta E, F e N...	12
Figura 3.5: Fragmento da tabela IMC, correspondente aos formatos de planta A, B, C, D, G, H e M.	13
Figura 3.6: Fragmento da tabela IMC, correspondente aos formatos de planta I, J, K, L e O.	15
Figura 3.7: Fluxograma explicativo do procedimento necessário para realizar a avaliação do desempenho da malha de controle.	16
Figura 4.2: Perturbação realizada na carga.	18
Figura 4.3: Distúrbio não medido pseudo-randômico de amplitude variável (APRBS) aplicado na resposta y	21
Figura 4.4: Distúrbio não medido do tipo APRBS aplicado a variável de saída y após ser suavizado.	22
Figura 5.1: Gráfico do módulo de e_0 para diversos valores de τcl para o caso nominal da planta A.....	24
Figura 5.2: Respostas em malha fechada ao longo do tempo para a Planta A no caso nominal. y em vermelho e y_0 em azul.	27
Figura 5.3: Respostas em malha fechada ao longo do tempo para a Planta A no caso nominal. y_0 calculado pelo filtro S_0 em azul e y_0 gerado por simulação com G_0 em vermelho.....	27

Lista de Tabelas

Tabela 4.1: Funções de Transferência dos modelos arbitrários de Planta G.....	18
Tabela 4.3: Parâmetros errôneos de ajuste do controlador para as respectivas plantas G	20
Tabela 5.1: Comparação entre os tempos de execução para os métodos de otimização COBYLA e SLSQP.	23
Tabela 5.2: Valores de τcl e modelos de planta G_0 encontrados na otimização para o caso nominal.....	25
Tabela 5.3: Valores de τcl , β , θ , τ_1 , τ_2 e τ_3 encontrados na otimização para o caso nominal.....	25
Tabela 5.4: Resultados da aplicação da função de transferência de sensibilidade para obtenção da resposta γ_0 e os devidos índices e coeficientes utilizados na auditoria para o caso nominal.....	26
Tabela 5.5: Valores de τcl e modelos de planta G_0 encontrados na otimização para o caso com erro no ajuste do controlador.	28
Tabela 5.6: Valores de τcl , β , θ , τ_1 , τ_2 e τ_3 encontrados na otimização para o caso com erro nos ajuste do controlador.....	29
Tabela 5.7: Resultados da aplicação da função de transferência de sensibilidade para obtenção da resposta γ_0 e os devidos índices e coeficientes utilizados na auditoria para o caso com erro no ajuste do controlador.	29
Tabela 5.8: Valores de τcl e modelos de planta G_0 encontrados na otimização para o caso com distúrbio não medido.	30
Tabela 5.9: Valores de τcl , β , θ , τ_1 , τ_2 e τ_3 encontrados na otimização para o caso com distúrbio não medido.	31
Tabela 5.10: Resultados da aplicação da função de transferência de sensibilidade para obtenção da resposta γ_0 e os devidos índices e coeficientes utilizados na auditoria para o caso com distúrbio não medido.	31

Lista de Símbolos

σ^2	variância do sinal
σ_y^2	variância do sinal de saída
σ_{MV}^2	variância do controlador de variância mínima
σ_{OL}^2	variância em malha aberta
η	índice de desempenho de Harris
t	tempo
t_i	tempo inicial
t_f	tempo final
w_t	componente ruído branco do sinal y_t
f_t	porção do sinal que não removível pelo controlador devido ao tempo morto
g_t	porção do sinal removível pela ação do controlador
$C(s)$	função de transferência de um controlador genérico
$G(s)$	função de transferência de uma planta genérica
$G_0(s)$	função de transferência de um modelo de planta genérico
$S_0(s)$	função de transferência de sensibilidade do modelo de planta G_0
$r(s)$	sinal de referência (setpoint)
$u(s)$	variável manipulada
$y(s)$	variável medida
$\hat{y}(s)$	saída simulada
$\Delta G(s)$	diferença entre o modelo de planta G_0 e a planta real G
$T(s)$	função de transferência em malha fechada
$T_0(s)$	função de transferência nominal em malha fechada
y_0	resposta em malha fechada livre de distúrbios não medido e livre de erro no modelo da planta
I_{var}	indicador de desempenho proposto por Badwe et al(2010)
$e_0(s)$	erro nominal em malha fechada

K_p	ganho proporcional do controlador
τ_i	constante de tempo integral do controlador
τ_d	constante de tempo derivativo do controlador
τ_{cl}	constante de tempo em malha fechada
τ	constante de tempo associada aos polos de uma planta genérica
K	ganho proporcional de uma planta genérica
θ	tempo morto de um sistema
β	constante de tempo associada aos zeros de uma planta genérica

Lista de Abreviaturas e Siglas

SISO	sistema com uma entrada e uma saída
RVI	índice de variância relativa
PV	variável de processo
SP	setpoint
TSV	variância total do sinal
MVI	índice de variância mínima
PRIM	modelo de inferência de desempenho e robustez
FPI	índice de desempenho fuzzy
MPC	controlador preditivo baseado em modelo
MPM	discrepância de modelo da planta (<i>model-plant mismatch</i>)
ACF	função de autocorrelação
Kts	coeficiente de curtose
Skn	coeficiente de assimetria
PI	controlador proporcional e integral
PID	controlador proporcional integral e derivativo
IMC	controlador de modelo interno
IAE	integral do erro absoluto
ISE	Integral do erro quadrático
FT	função de transferência
PRBS	sequência binária pseudoaleatória
APRBS	sequência binária pseudoaleatória de amplitude variável

1 Introdução

1.1 Motivação

O diagnóstico do desempenho e robustez de malhas de controle é um tema que vem sendo estudado desde a década de 70. Apresenta uma forte influência na rentabilidade da atividade industrial associada, uma vez que sua finalidade é diminuir a variabilidade das variáveis do processo. Segundo o estudo de Bialkovski (1992), 80% dos controladores de plantas industriais operam de forma inadequada. Tal fato indicia que o assunto possui muitos desafios em termos de pesquisa e aplicação prática.

Existe uma diversidade de metodologias de avaliação de desempenho disponíveis na literatura. As mais recentes e de maior aplicabilidade, como os índices baseados na variância mínima, fazem uso do tempo morto para diagnosticar o desempenho da malha de controle ou não fornecem algum índice absoluto que possibilite a comparação direta entre as malhas. Ainda, há índices de desempenho que se baseiam em técnicas intrusivas, de difícil aplicação prática, pois requerem a inserção de perturbações no sistema. Sendo assim, existe uma necessidade não atendida no mercado, criando espaço para estudos promissores na área.

Possibilitar um diagnóstico preciso e não intrusivo de malhas de controle tem benefícios tanto no âmbito econômico como no social e ambiental, uma vez que proporcionaria uma melhoria na qualidade do produto final que chega ao consumidor e ainda diminuição de gastos com recursos, além de tornar os processos mais seguros.

1.2 Objetivos

Estudar a aplicação de uma nova metodologia de diagnóstico de desempenho do controle regulatório em malhas SISO que determina a qualidade do ajuste do controlador, de forma que ela venha a ser não intrusiva e que dependa apenas dos dados do processo, ou seja, independente do tempo morto. A obtenção de um índice de desempenho conclusivo que permita comparar diferentes cenários de plantas industriais também é um dos objetivos do presente estudo.

2 Revisão Bibliográfica

Neste capítulo são abordados os principais métodos de avaliação de desempenho de malha de controle para malhas SISO presentes na literatura científica nos últimos anos.

2.1 Índices de desempenho baseados na variância mínima

Os trabalhos pioneiros na avaliação de desempenho de controladores surgiram a partir da década de 70 após a contribuição de Karl J. Åström na publicação de seu livro *Introduction to stochastic control theory* (Åström, 1970). Nele são formuladas as bases da teoria de predição ótima de processos estacionários lineares, propondo então o controlador de variância mínima.

Houve pouca evolução na área nos anos subsequentes. No fim dos anos 80 surgem várias ferramentas que formariam um novo campo, chamado Controle Estatístico de Processos, com o objetivo de monitorar a variabilidade de processos e detectar a presença e fontes de distúrbios. Estas técnicas, no entanto, não avaliam a qualidade das saídas em função das ações de controle (Kempf, 2003).

Quando há necessidade de quantificar o desempenho de uma malha de controle é fundamental uma referência a fim de se comparar o valor obtido com o ótimo desejado. Surge então a proposta de Harris (1989), que formulou um índice comparando a mínima variância teórica possível em um controlador com a variância real da saída da malha em questão.

O Índice de Harris $\eta(d)$ ou índice de variância mínima (MVI) permitiu avaliação *on-line* de desempenho de controladores baseado apenas em dados rotineiros de processo e no tempo morto. Definido como a razão entre a variância mínima σ_{MV}^2 e a variância atual da variável controlada σ_y^2 , ou seja.

$$\eta(d) = 1 - \frac{\sigma_{MV}^2}{\sigma_y^2} \quad (2.1)$$

O Índice, varia entre 0 e 1, e representa o quão longe está o controlador do melhor desempenho possível (i.e., menor variância). Valores próximos a 1 indicam deterioração do ajuste do controlador. Este é o principal índice de um conjunto chamado índices estocásticos (Bezergianni & Georgakis, 2000), que permitem avaliação do desempenho utilizando conhecimento mínimo do processo.

Surge então a necessidade de se estimar a variância mínima do processo para avaliar o desempenho. Inicialmente Desborough & Harris (1992) propuseram uma regressão linear simples para estimá-la. Mais tarde outros pesquisadores (Huang & Shah, 1999; Kempf, 2003; Tyler & Morari, 1996) propuseram metodologias mais aperfeiçoadas para estimar a variância mínima para controladores SISO, todas elas, utilizando apenas o tempo morto e dados de operação.

Alguns autores propuseram formulações alternativas para avaliar o desempenho com a variância mínima, como o índice de variância relativa de Bezergianni & Georgakis (2000), o RVI, que faz uso da variância em malha aberta, σ_{OL}^2 , e da variância do controlador de variância mínima, σ_{MV}^2 . Entretanto o índice proposto requer conhecimento do modelo da planta e do controlador e do padrão de distúrbio.

$$RVI = \frac{(\sigma_{OL}^2 - \sigma_y^2)}{(\sigma_{OL}^2 - \sigma_{MV}^2)} \quad (2.2)$$

2.2 Índices de desempenho baseados na integral do erro

Um método comum e de fácil aplicação na avaliação de desempenho de controladores é monitorar a integral do erro, sendo ela a diferença entre a variável de processo e o seu setpoint. Apenas dados rotineiros de processo são requeridos na estimativa. Entretanto, este tipo de indicador não possui nenhuma referência absoluta, dificultando a comparação do desempenho em situações distintas. Abaixo alguns destes índices são mostrados:

Integral do modulo do erro (IAE):

$$IAE = \int_{t_i}^{t_f} |PV - SP| dt \quad (2.3)$$

Integral do erro quadrático (ISE):

$$ISE = \int_{t_i}^{t_f} (PV - SP)^2 dt \quad (2.4)$$

Uma malha de controle pode não estar operando adequadamente por motivos independentes do ajuste do controlador, como fricção (agarramento) ou mal dimensionamento de válvulas de controle. Assim, alguns autores propõem métodos para detectar oscilações nas malhas. Hägglund (1995) utiliza a integral do erro absoluto para este fim, monitorando o valor da IAE entre duas intersecções da abscissa zero no erro do controlador, o que permite a detecção de distúrbios e oscilações no processo. Entretanto, o método depende de parâmetros de difícil obtenção na prática.

2.3 Índices determinísticos de desempenho e robustez

Dentre os índices disponíveis na literatura há aqueles que dependem de testes intrusivos na planta para a sua quantificação. São os chamados índices determinísticos. Estes indicadores proporcionam um diagnóstico conclusivo sobre o desempenho e robustez da malha, porém sua aplicação *online* é pouco viável.

Na avaliação de desempenho, é possível descrever a dinâmica do sistema apenas com o cálculo dos seguintes índices, a partir de uma mudança no setpoint da variável controlada:

Tempo de subida: Tempo transcorrido entre o momento que a resposta atinge a marca de 10% do setpoint até o momento que atinge 90% do setpoint.

Tempo de assentamento: Tempo requerido entre o momento que a resposta atinge pela primeira vez 5% do setpoint até o momento em que ela permanece em uma banda com largura de 5% do setpoint.

Overshoot: A razão entre o máximo valor que a resposta ultrapassa o valor total e o valor total.

Na avaliação de robustez um conjunto de índices foi criado para avaliar o quão longe uma planta se encontra da margem de instabilidade: a margem de ganho, a reserva de fase e máxima sensibilidade. Obtidos por meio dos diagramas de Bode e Nyquist (Trierweiler, 2014).

2.4 Índices de desempenho baseados em modelos de inferência

Farenzena (2008) propõe um conjunto de índices de desempenho que surgem a partir da decomposição do sinal de saída em 3 parcelas: tempo morto, ruído branco e componente de desempenho do controlador. A decomposição é feita com a metodologia de Harris (1989), Seppala (2002) e Chatfield (1989). Os 3 índices propostos são: *nosi*, *deli* e *tuni*.

$$\text{nosi} = \frac{\sigma^2(\text{wt})}{\text{TSV}}, \quad \text{deli} = \frac{\sigma^2(\text{ft})}{\text{TSV}}, \quad \text{tuni} = \frac{\sigma^2(\text{gt})}{\text{TSV}} \quad (2.5)$$

Sendo *wt* a componente do ruído branco do sinal *yt*, *ft* a porção do sinal que não pode ser removida pelo controlador por causa do tempo morto, *gt* a porção do sinal removível pela ação do controlador e *TSV* a variância total do sinal. O objetivo foi complementar as informações obtidas com o uso de MVI e facilitar a compreensão e a tomada de decisões do engenheiro na planta.

Em seguida Farenzena (2008) propõe uma nova metodologia para obtenção de índices de desempenho e robustez nomeada PRIM (performance and robustness inferencial model). A metodologia se baseia em obter uma função não linear que consiga gerar índices determinísticos a partir de índices estocásticos, utilizando a ferramenta rede neurais. A grande vantagem dos índices propostos é evitar a necessidade de análises intrusivas na planta para se obter índices determinísticos.

Neste mesmo trabalho há a introdução do conceito de matriz de variabilidade como a matriz que quantifica o impacto que cada malha possui nas demais da planta e nas outras variáveis de controle. O objetivo é se diagnosticar os pontos chave do processo e com isso traçar estratégias de melhoria para obter benefícios econômicos.

Na mesma linha de modelos de inferência, Brand (2009) propõe um modelo de inferência de variabilidade, que consiste em uma função não linear, gerada com a rede neural, para prever a variação da variabilidade a partir da variação do desempenho do controlador. O objetivo é partir de entradas facilmente quantificáveis e obter o potencial de alteração da variabilidade da malha de controle. Com isso se estabelece uma conexão do desempenho desejado e o quanto a malha de controle terá sua variabilidade alterada quando atingir tal desempenho. Dentre as variáveis utilizadas para obter a função estão às propostas por Farenzena (2008) no método PRIM e em características da planta (tempo morto e constante de tempo).

Para maiores informações a respeito dos métodos de inferência é sugerida uma leitura aprofundada da tese de doutorado *Novel Methodologies for Assessment and Diagnostics in Control Loop Management* (Farenzena, 2008).

2.5 Índices de desempenho baseados em sistema neuro-fuzzy

Cano-Izquierdo et al. (2012) propõem um método de auditoria de desempenho baseado no modelo Neuro-Fuzzy, chamado dFasArt. Tal método, é independente do tempo morto e do modelo da planta, originando um conjunto de índices nomeados FPI (Fuzzy Performance Index). A metodologia descrita converte o sinal do erro do processo ($y_{set} - y$) em um sinal de frequência que mantém as características originais do mesmo. São definidos 3 casos onde o sinal do erro seria ideal e os respectivos sinais de frequência são obtidos de forma a se comparar futuramente com os dados do processo. Para isso uma rede neural fuzzy é utilizada.

A partir desta comparação os índices são gerados pela razão do módulo dos vetores de frequência. Os autores então comprovam, por meio de estudo de caso, a viabilidade de tal índice para avaliar desempenho. É demonstrado também, que há a possibilidade de avaliar a correlação entre os índices e verificar a influência que uma malha de controle tem em outra malha, facilitando conclusões a respeito da causa do desempenho insatisfatório.

2.6 Discussão

Embora a literatura acerca de auditoria de malhas seja bastante extensa, ainda não há uma metodologia plenamente efetiva e não intrusiva para a avaliação de desempenho e robustez. Tal fato ocorre porque a maioria das técnicas disponíveis são dependentes do conhecimento de características do sistema, as quais são de difícil obtenção quando se trata de processos industriais reais.

Uma destas características é dependência do tempo morto. Boa parte dos métodos apresentados necessita do conhecimento do tempo morto da planta para obtenção do índice de desempenho. Existem diversas formas de se estimar o tempo morto de uma malha de controle propostas na literatura, porém em muitos casos a prática é dispendiosa e fornece valores aproximados.

Outro fator relevante é a falta de um índice conclusivo e de fácil avaliação de desempenho e robustez. Os índices citados proporcionam informações valiosas sobre a malha de controle, porém elas têm caráter comparativo. Isso significa que há necessidade de uma avaliação em conjunto com o histórico do processo para obter conclusão satisfatória. Como no caso do MVI, onde um controlador com índice 0,6 pode estar operando satisfatoriamente em uma malha, e outro controlador, com mesmo índice, estar operando de forma inadequada em outra malha.

Dentre os índices listados neste capítulo apenas os gerados pelo método PRIM fornecem informações acerca da robustez da malha. Porém tal método faz uso de aproximação de primeira ordem para a planta impedindo a aplicação em outros casos. Também, no caso do MVI, há forte dependência do padrão de distúrbio e certas limitações em plantas de caráter servo.

Além das limitações já mencionadas, a maioria das técnicas existentes não é capaz de informar a causa do desempenho insatisfatório, ou seja, se ele provém do mau ajuste do controlador ou de um distúrbio no processo. A metodologia dFasArt propõe uma análise de correlação entre as variáveis para se determinar o efeito de uma malha sobre as outras do processo. Muito similar ao efeito de se avaliar as informações da matriz de variabilidade, porém nenhum destes métodos diferencia a causa exata do desempenho insatisfatório.

Sendo assim, o presente trabalho tem por objetivo o estudo de uma metodologia que busca sanar parte dos problemas descritos. Estima-se que ela viabilize uma análise mais completa e eficaz do desempenho da malha de controle, contornando as principais limitações presentes no cenário atual da auditoria de controladores.

3 Metodologia

Neste capítulo inicialmente são introduzidos os fundamentos teóricos que compõem a metodologia proposta por este estudo. Em seguida serão descritas as etapas para elaboração do novo índice de avaliação de desempenho e robustez de malhas de controle.

3.1 Fundamentos Teóricos

A fundamentação teórica que compõe o presente estudo provem dos trabalhos de Botelho et al. (2015a,b e c), nos quais o autor faz uso da resposta nominal do sistema em malha fechada, denominada função complementar de sensibilidade nominal, $S_0 = 1 - T_0$, para auditar a qualidade do modelo identificado para o processo (G_0), em controladores preditivos baseados em modelo (MPC's), conforme será descrito a seguir.

Considerando uma malha de controle livre de distúrbios ilustrada na Figura 3.1a onde $C(s)$ é o controlador, $G_0(s)$ o modelo nominal da planta (modelo identificado para o processo), $\Delta G(s)$ a discrepância de modelo da planta (*model-plant mismatch*, MPM), sendo a diferença entre $G_0(s)$ e a planta real $G(s)$, $r(s)$ o setpoint, $u(s)$ a variável manipulada, $y(s)$ a variável medida e $\hat{y}(s)$ a saída simulada.

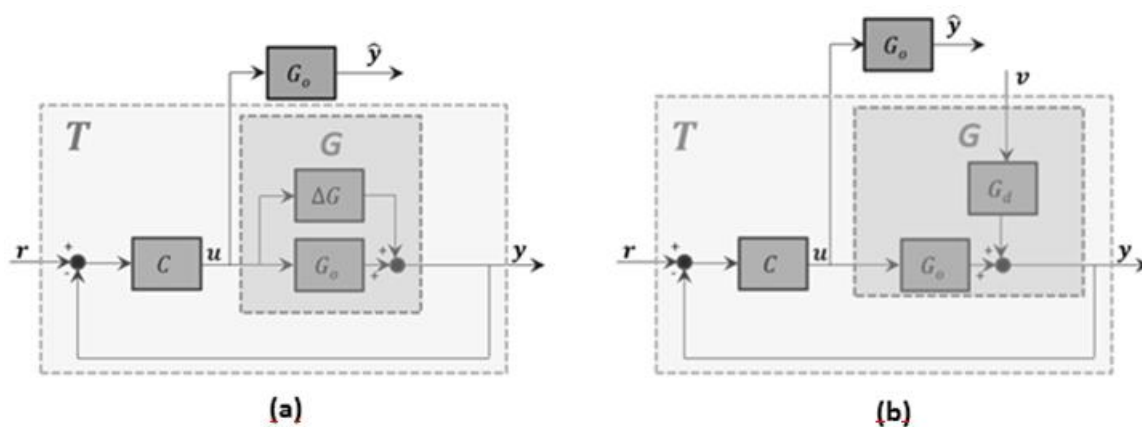


Figura 3.1: Diagrama esquemático de um sistema em malha fechada. (a) com discrepância no modelo de planta (b) com distúrbio não medido.

A variável medida pode ser calculada segundo a função de transferência em malha fechada $T(s)$, definida como:

$$T(s) = \frac{GC}{1+GC} = \frac{y(s)}{r(s)} \quad (3.1)$$

Sendo a função de transferência nominal em malha fechada, $T_0(s)$, dado por:

$$T_0(s) = \frac{G_0C}{1+G_0C} = \frac{y_0(s)}{r(s)} \quad (3.2)$$

O erro de modelagem da planta, $\Delta G(s) = G - G_0$, produz um correspondente erro em malha fechada $\Delta T(s)$, dado por:

$$\Delta T(s) = T - T_0 \quad (3.3)$$

Sendo y_0 a resposta em malha fechada livre de distúrbios não medido e livre de erro no modelo da planta ($\Delta G(s) = 0$). Botelho et al. (2015a) comprova que y_0 pode ser estimado a partir da diferença entre a saída medida e simulada e da função complementar de sensibilidade nominal (T_0), de acordo com a expressão:

$$y_0(s) = y(s) - [1 - T_0(s)][y(s) - \hat{y}(s)] \quad (3.4)$$

Botelho et al. (2015a) compara sua metodologia com o método de Badwe et al. (2010), comprovando por meio de estudos de caso a aplicabilidade do método, bem como a sua superioridade na qualidade dos resultados.

A avaliação da qualidade do modelo é realizada a partir da comparação entre a variabilidade dos dados reais e nominais, conforme o indicador sugerido por Badwe et al. (2010), definido por:

$$I_{var} = \frac{var(y-r)}{var(y_0-r)} \quad (3.5)$$

Se $I_{var} > 1$ a discrepância de modelo aumenta a variabilidade da saída, se $I_{var} < 1$ a discrepância de modelo reduz a variabilidade e se $I_{var} = 1$ não há discrepância de modelo alterando variabilidade.

Botelho et al. (2015) faz uso do indicador descrito juntamente com a função de autocorrelação (ACF) dos erros de controle, $y - r$ e $y_0 - r$, para quantificar o erro do modelo da planta. A função de correlação fornece é um indicador de correlação de uma série temporal com ela mesma. Um elevado valor de ACF indica que o valor atual do erro de controle está altamente correlacionado com erros passados. ACF elevado é um comportamento indesejável para sistemas de controle e pode ser utilizado para identificar comportamento oscilatório de malhas de controle (Kempf, 2003).

Embora a metodologia apresentada seja desenvolvida considerando um processo isento de distúrbio não medido, Botelho et al. (2015b) comprova que o método é extensível a casos onde os distúrbios estão presentes (Figura 3.1b). Além disso, o autor sugere uma alternativa para discernir se a degradação do desempenho foi causada por um erro de modelagem ($\Delta G(s) \neq 0$) ou se foi causada por um distúrbio não medido ($y_d \neq 0$). Definindo o erro nominal em malha fechada como sendo:

$$e_0(s) = y_0(s) - y(s) \quad (3.6)$$

A Figura 3.2 mostra um caso hipotético de um sistema em dois diferentes casos: (a) onde há erro de modelo e (b) onde há distúrbio não medido.

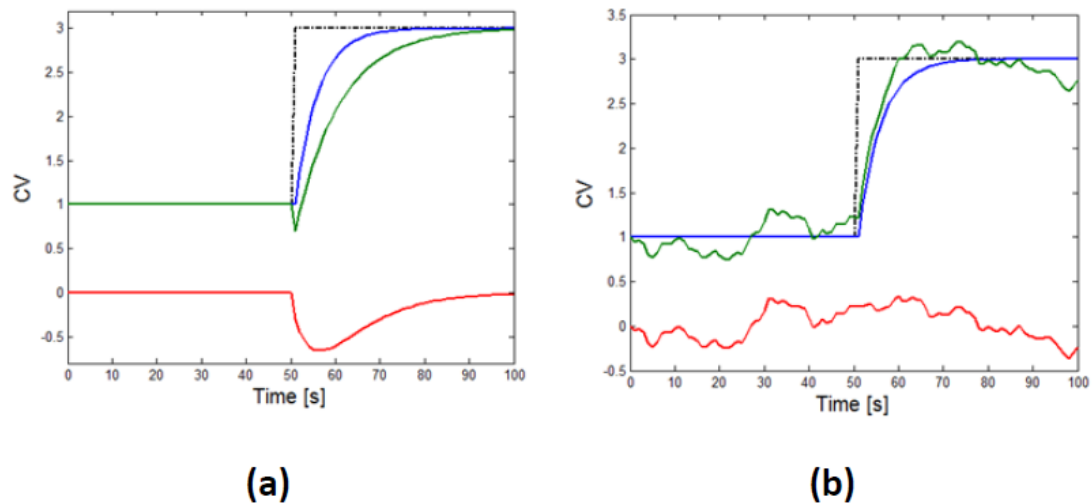


Figura 3.2: Comportamento esperado de um sistema afetado por: (a) desvio de modelo da planta e (b) distúrbio não medido: r (preto), y_0 (azul), y (verde) e e_0 (vermelho).

A Figura 3.2 sugere que se o desvio de modelo da planta (*Model-Plant Mismatch*, MPM) for o responsável pela discrepância entre o comportamento nominal e o medido, $y_0(s)$ e $e_0(s)$ irão variar em instantes similares, já que ambos são dependentes das ações de controle. Neste caso existirá forte correlação entre $y_0(s)$ e $e_0(s)$. Por outro lado quando o distúrbio não medido for o principal fator para a discrepância, $y_0(s)$ e $e_0(s)$ terão baixa correlação, pois neste caso e_0 é independente das ações de controle. Assim a análise de correlação entre $y_0(s)$ e $e_0(s)$ determinará qual dos dois prevalece (Botelho et al. 2015).

O procedimento para diagnosticar a causa do erro em malha fechada, MPM ou distúrbio não medido, consiste em uma análise de distribuição estatística de $y_0(s)$ e $e_0(s)$ ao longo de uma janela móvel. A distribuição estatística é avaliada através dos coeficientes de curtose e assimetria. As distribuições de $y_0(s)$ e $e_0(s)$ são então comparadas considerando a dispersão entre estas grandezas. O autor sugere duas formas de comparar as dispersões: a primeira consiste em uma aproximação linear da dispersão, de modo que o coeficiente angular $\cos(\alpha)$ e o seu coeficiente de determinação R^2 proporcionam um indicador de MPM. A distribuição de $y_0(s)$ e $e_0(s)$ se torna mais próxima de $\alpha = 45^\circ$ e $R^2=1$ quando o MPM prevalece. Outro procedimento similar é sugerido, a partir da determinação da elipse de confiança da dispersão. Esta elipse é construída considerando a matriz de covariância da curtose e assimetria de $y_0(s)$ e $e_0(s)$. O formato da elipse é menos circular e sua inclinação mais próxima a 45° quanto maior a similaridade entre $y_0(s)$ e $e_0(s)$, indicando presença de MPM. A Figura 3.3 mostra o comportamento esperado da aproximação linear e elíptica de uma planta sob influência de distúrbio não medido e MPM, respectivamente. Neste trabalho optou-se apenas pela investigação das elipses, já que segundo o autor, esta metodologia é estatisticamente mais completa. Uma explicação detalhada desta metodologia pode ser encontrada em Botelho et al. (2015c).

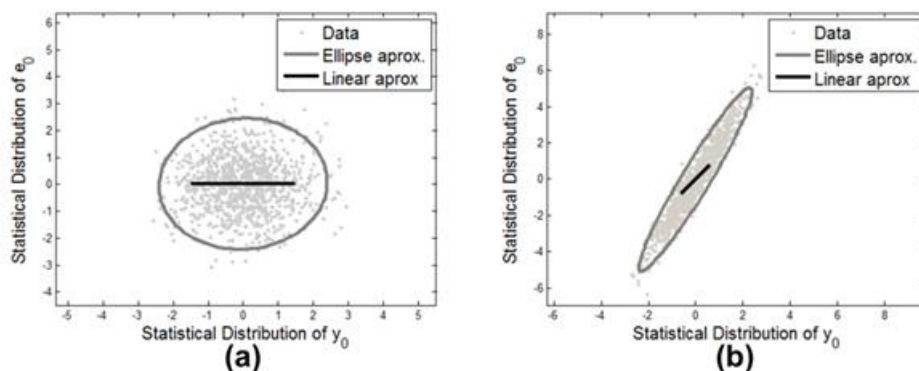


Figura 3.3: Comportamento esperado da aproximação linear e elíptica de uma planta sob: (a) distúrbio não medido. (b) MPM.

Outra forma de diferenciar a causa do erro em malha fechada, ou seja, distinguir se o erro foi causado pelo MPM ou pelo distúrbio não medido, é verificar a matriz de correlação entre $y_0(s)$ e $e_0(s)$. Porém, tal prática se mostrou menos efetiva em sistemas multivariáveis como foi demonstrado em Botelho et al.(2015c). Entretanto, a mesma será levada em conta neste trabalho, já que os sistemas abordados são SISO.

3.2 Metodologia Desenvolvida

O presente trabalho é uma extensão da metodologia descrita na seção 3.1 para sistemas SISO com controladores do tipo PID. O objetivo é, portanto, realizar a auditoria de desempenho na malha de controle, através do desempenho nominal em malha fechada, utilizando apenas dados de processo e os parâmetros do controlador, sem necessitar o tempo morto.

A proposta descrita na seção anterior foi se auditar o modelo da planta por meio da comparação da resposta estimada y_0 e da resposta real y . Um desvio de modelo planta $\Delta G(s)$ provocava uma diferença na resposta y_0 em relação a y . A proposta deste trabalho difere na definição de $\Delta G(s)$, uma vez que aqui é sugerida uma analogia para malhas PID. Neste tipo de malha o objetivo central é o ajuste do controlador, visto que são raras as situações onde há conhecimento do modelo da planta. Assim, o erro de modelo da planta $\Delta G(s)$ é traduzido como sendo um erro no ajuste do controlador PID, que por sua vez é o responsável pela discrepância entre a resposta estimada y_0 e a resposta real y .

Considere a saída y de um sistema PID. Ela pode estar associada a distúrbios não medidos e a erros no ajuste do controlador. Seguindo a metodologia sugerida na seção anterior é possível se obter, por meio da função complementar de sensibilidade nominal $(1 - T_0(s))$ atuando como filtro, uma estimativa de uma resposta y_0 . Sendo agora definido como a resposta em malha fechada livre de erro no ajuste do controlador e livre de distúrbio não medido.

Conforme já mencionado, no caso de PID's, em geral, não há o conhecimento explícito do modelo da planta, tal informação encontra-se disponível indiretamente através dos parâmetros de ajuste do controlador. Entretanto, para ser possível aplicar a função de sensibilidade como filtro para obtenção de y_0 é necessário o conhecimento do modelo da planta (G_0). Desta forma, para os controladores PID, é sugerida neste trabalho a estimação de G_0 a partir de seus parâmetros e sintonia.

A proposta deste trabalho é obter a planta G_0 que melhor se adéqua aos parâmetros do controlador informado. Assim, o erro de ajuste associado a este controlador provocaria uma diferença entre G_0 obtida e a planta real G , que por sua vez é responsável pelo erro em malha fechada e_0 .

Optou-se pelo método de ajuste IMC (*"Internal Model Control"*) para traduzir os parâmetros do controlador em parâmetros da planta. Para tanto uma tabela que informa diversos formatos de planta, denominados da letra A até O, e o respectivo equacionamento para obtenção dos parâmetros do controlador pelo método IMC foi utilizada e encontra-se no Anexo A deste trabalho.

Partindo do conhecimento apenas do ganho proporcional (K_p), constante de tempo integral (τ_i) e constante de tempo derivativo (τ_d) foi possível obter uma função de transferência que descreve a planta, independente do seu formato (segunda ou primeira ordem, com ou sem tempo morto, com ou sem zeros).

Sendo assim, o objetivo é obter o modelo de planta (G_0) e a performance nominal (constante de tempo em malha fechada, τ_{cl}) a partir da sintonia PID. Conforme a tabela IMC, quando o número de parâmetros do modelo da planta mais a performance desejada (τ_{cl}) é igual ou menor ao número de parâmetros de sintonia informados, G_0 e τ_{cl} podem ser obtidos de forma analítica ou numérica. Na Figura 3.4, segue um fragmento da tabela IMC ilustrando tais situações.

Table 12.1 IMC-Based PID Controller Settings for $G_c(s)$ (Chien and Fruehauf, 1990)

Case	Model	$K_c K$	τ_I	τ_D
E	$\frac{K}{s}$	$\frac{2}{\tau_c}$	$2\tau_c$	—
F	$\frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau}{\tau_c^2}$	$2\tau_c + \tau$	$\frac{2\tau_c \tau}{2\tau_c + \tau}$
N	$\frac{K e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^2}$	$2\tau_c + \theta$	$\frac{\tau_c \theta + \frac{\theta^2}{4}}{2\tau_c + \theta}$

Figura 3.4: Fragmento da tabela IMC, correspondente aos formatos de planta E, F e N.

Como pode ser visualizado na figura acima, a tabela possui duas ou três equações, cada uma referente a um parâmetro do controlador, ou seja, o número de equações a serem resolvidas é igual ou superior ao número de incógnitas. No caso da planta E há duas incógnitas, o ganho da planta K e o τ_{cl} , de forma que:

$$\tau_{cl} = \tau_i / 2 \quad (3.7)$$

$$K = 2 / \tau_{cl} K_p \quad (3.8)$$

A planta N possui, adicionalmente, o tempo morto e a planta F a constante de tempo τ da planta. O equacionamento detalhado dos outros casos se encontra no apêndice A deste trabalho.

Porém, em outras situações, onde o número de equações da tabela é menor que o número de incógnitas, foi necessário formular um problema de otimização para obtenção de alguns parâmetros da planta G_0 . Este problema de otimização visa à minimização do erro nominal em malha fechada e_0 , sendo definido por:

$$\begin{aligned} \min_{\text{var}}(e_0 = y - y_0) \\ h(\text{var}) = 0 \\ g(\text{var}) \leq 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

Onde var são as variáveis de decisão, sendo elas os parâmetros da planta G_0 : $K, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \theta, \beta, \tau_{cl}$. As restrições de igualdade $h(\text{var})$, que por sua vez são as equações que relacionam os parâmetros do controlador com os parâmetros da planta. As restrições de desigualdade definidas por $g(\text{var})$, são empregadas para assegurar um intervalo de validade plausível às variáveis de decisão.

Para a maior parte dos formatos de planta presentes na tabela IMC o problema de otimização foi resolvido substituindo-se as restrições de igualdade, as três equações da tabela IMC, dentro da função objetivo. Isto foi feito, pois eram facilmente resolvidas de forma analítica ou numérica, como nas plantas representadas pela letra A, B, C, D, G, H e M. Assim, o problema era resolvido por métodos de otimização que necessitavam apenas suporte para restrições do tipo *bound*. A linguagem escolhida para a resolução do problema de otimização foi o Python, bem como o pacote de otimização Scipy. As funções empregadas: Minimize e Numpy. Na Figura 3.5 é possível visualizar o fragmento da tabela IMC correspondente a estes formatos de planta.

Table 12.1 IMC-Based PID Controller Settings for $G_c(s)$ (Chien and Fruehauf, 1990)

Case	Model	$K_c K$	τ_I	τ_D
A	$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c}$	τ	—
B	$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_c}$	$\tau_1 + \tau_2$	$\frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$
C	$\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
D	$\frac{K(-\beta s + 1)}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}, \beta > 0$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c + \beta}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
G	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c + \theta}$	τ	—
H	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau + \frac{\theta}{2}}{\tau_c + \frac{\theta}{2}}$	$\tau + \frac{\theta}{2}$	$\frac{\tau \theta}{2\tau + \theta}$
M	$\frac{K e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$	$2\tau_c + \theta$	—

Figura 3.5: Fragmento da tabela IMC, correspondente aos formatos de planta A, B, C, D, G, H e M.

Em todos os casos acima, o número de equações viáveis para se obter o modelo de planta é menor que o número de incógnitas. Logo é necessário formular-se um problema de otimização onde estas equações são restrições de igualdade. Contudo, devido ao baixo grau de não linearidade destas restrições, elas foram substituídas dentro da função objetivo. Abaixo se define a função objetivo para o caso A como:

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau, \tau_{cl}} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

As restrições de igualdade $h(var)$ dadas por:

$$\tau = \tau_i \quad (3.10)$$

$$\tau/\tau_{cl} = KK_p \quad (3.11)$$

Substituindo 3.10 em 3.11 e isolando K :

$$K = \tau_i / K_p \tau_{cl} \quad (3.12)$$

Substituindo 3.12 dentro da função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau_{cl}} (e_0 = y - y_0) \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

O equacionamento completo de todos os casos segue no apêndice A deste trabalho.

Porém, em casos onde a restrição possuía alto grau de não linearidade, como nos formatos de planta representados pelas letras I, J, K, L e O, optou-se por resolver o problema de otimização combinado, ou seja, com as restrições de igualdade fora da função objetivo. Desta forma foi necessário se utilizar métodos de otimização que suportassem o uso de restrições não lineares, como o COBYLA ou o SLSQP.

Na Figura 3.6, um fragmento da tabela IMC correspondente a estes casos pode ser visualizado.

Table 12.1 IMC-Based PID Controller Settings for $G_c(s)$ (Chien and Fruehauf, 1990)

Case	Model	$K_c K$	τ_I	τ_D
I	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 - \tau_3$	$\frac{\tau_1 \tau_2 - (\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)\tau_3}{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}$
J	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$	$\frac{2\zeta\tau - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$2\zeta\tau - \tau_3$	$\frac{\tau^2 - (2\zeta\tau - \tau_3)\tau_3}{2\zeta\tau - \tau_3}$
K	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
L	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$	$\frac{2\zeta\tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$2\zeta\tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau^2}{2\zeta\tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
O	$\frac{K e^{-\theta s}}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau + \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$	$2\tau_c + \tau + \theta$	$\frac{(2\tau_c + \theta)\tau}{2\tau_c + \tau + \theta}$

Figura 3.6: Fragmento da tabela IMC, correspondente aos formatos de planta I, J, K, L e O.

Para o caso da planta I é possível definir a seguinte função objetivo:

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

$$\tau_1 + \tau_2 - \tau_3 = \tau_i \quad (3.13)$$

$$\frac{\tau_1 \tau_2 - (\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)\tau_3}{(\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)} = \tau_d \quad (3.14)$$

$$\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{\tau_{cl} + \theta} = K K_p \quad (3.15)$$

Substituindo 3.13 em 3.14:

$$\tau_1 \tau_2 - \tau_i \tau_3 = \tau_i \tau_d \quad (3.16)$$

As restrições de igualdade $h(var)$ dadas por 3.13 e 3.16.

Substituindo 3.13 em 3.15 e isolando K :

$$K = \tau_i / K_p (\tau_{cl} + \theta) \quad (3.17)$$

Substituindo 3.17 na função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

O equacionamento para os demais casos segue no apêndice A deste trabalho.

Desta forma, o modelo da planta, G_0 , que minimiza o erro em malha fechada, e_0 , foi obtido. Em seguida, é necessária a obtenção da resposta simulada em malha aberta, \hat{y} , para ser possível a estimativa de y_0 por meio do teorema. A avaliação do desempenho ocorre por meio de uma análise do índice I_{var} juntamente com a correlação entre e_0 e y_0 . Na Figura 3.7 é possível visualizar um fluxograma explicativo que descreve o procedimento para realização da avaliação de desempenho da malha de controle.

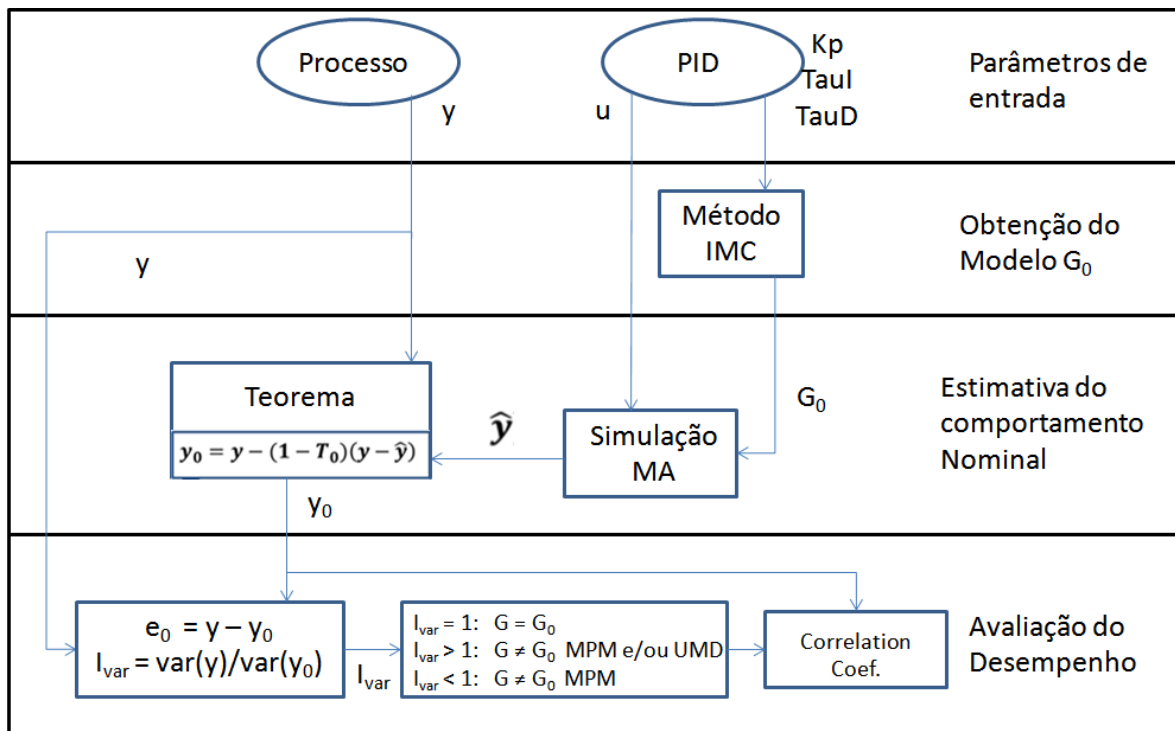


Figura 3.7: Fluxograma explicativo do procedimento necessário para realizar a avaliação do desempenho da malha de controle.

No próximo capítulo serão feitos estudos de caso com o intuito de se aplicar a metodologia descrita e comparar com os resultados teóricos previstos.

4 Descrição do Estudo de Caso

Neste capítulo a metodologia é aplicada em plantas com diversos comportamentos dinâmicos encontrados industrialmente. A Figura 4.1 ilustra a malha de controle simulada em Simulink/Matlab para gerar os sinais em malha fechada y , para uma perturbação determinística conhecida na carga.

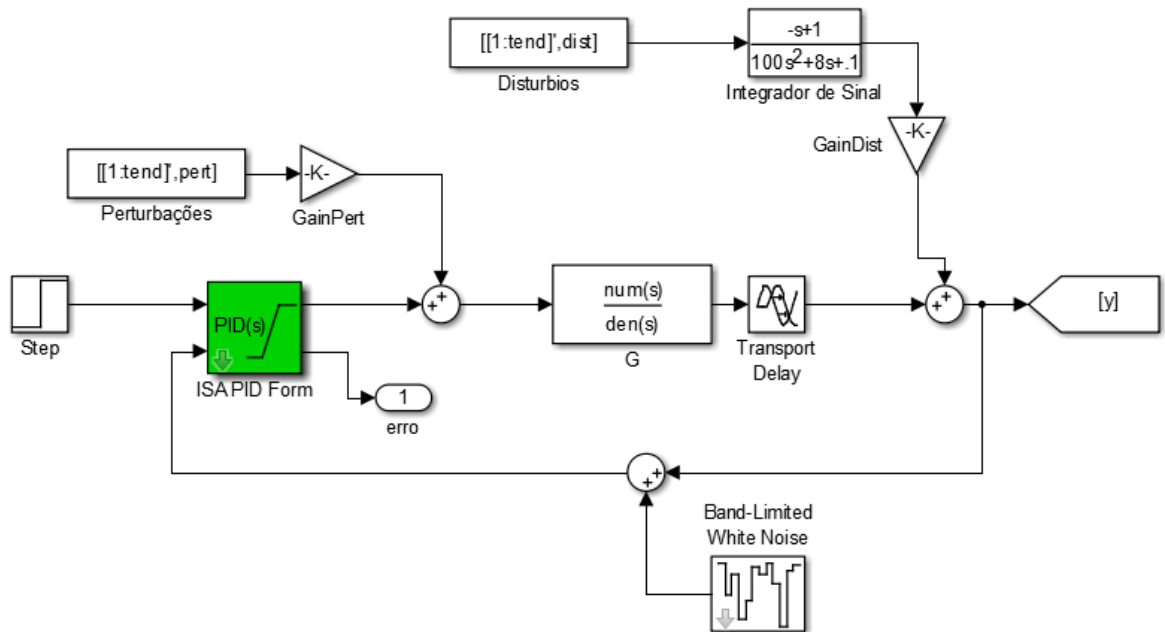


Figura 4.1: Diagrama de blocos genérico do Simulink para obtenção da resposta em malha fechada y e perturbação determinística na carga dada planta G descrita por: num, den, tempo morto.

Em todos os casos foi considerada a adição de um ruído branco de intensidade 10^{-4} que representa erros de medição. O tempo de simulação escolhido foi de 200 segundos (tend). Neste trabalho não foram avaliadas mudanças no setpoint, sendo este escolhido como o ponto zero. A Figura 4.2 apresenta a perturbação determinística empregada na carga visando diferenciar entre distúrbios não medidos e discrepância de modelo na etapa de diagnóstico, proposta na metodologia apresentada. A intensidade deste sinal, nomeado como “Perturbações” no diagrama da Figura 4.1, foi determinada por um fator constante, representado no diagrama pelo bloco por “GainPert”.

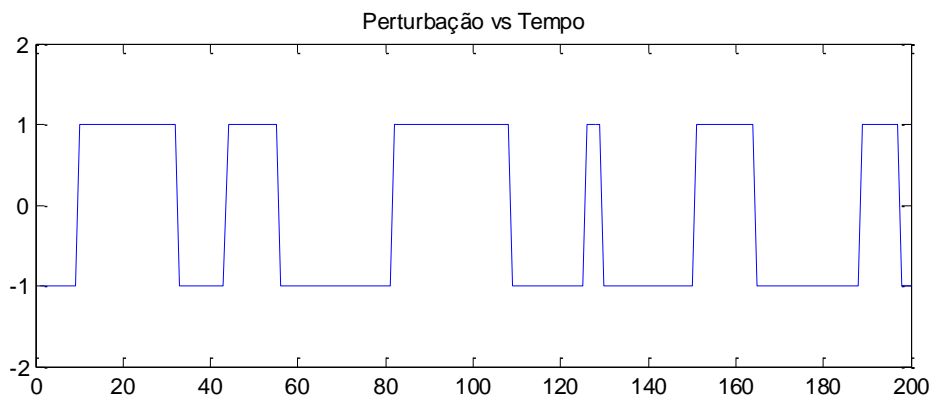


Figura 4.2: Perturbação realizada na carga.

A perturbação da Figura 4.2 possui constante de intensidade igual a 1. Em alguns casos foi necessário multiplicar a perturbação por alguma constante entre 1 e 10 para melhor visualizar o efeito na planta G .

O bloco referente ao tempo morto, na Figura 4.1, foi eliminado nos casos onde a planta G não possuía tempo morto. Da mesma forma foi feito com o bloco que representa o distúrbio não medido, representado pelo bloco “Distúrbios”, ou seja, o mesmo foi retirado nos casos onde não havia necessidade de simular a existência de distúrbios não medidos.

Na Tabela 4.1 são apresentadas as funções de transferência estudadas. Sua denominação corresponde ao mesmo padrão adotado na tabela de ajuste IMC apresentada no Anexo A.

Tabela 4.1: Funções de Transferência dos modelos arbitrários de Planta G .

Planta	FT
A	$G = \frac{1}{5s + 1}$
B	$G = \frac{1}{(5s + 1)(3s + 1)}$
C	$G = \frac{1}{25s^2 + 2(4)(5)s + 1}$
D	$G = \frac{(-3s + 1)}{25s^2 + 2(4)(5)s + 1}$
G	$G = \frac{8\exp(-5s)}{(15s + 1)}$
H	$G = \frac{\exp(-s)}{(5s + 1)}$
I	$G = \frac{2(3s + 1)\exp(-5s)}{(4s + 1)(6s + 1)}$

Para se avaliar a qualidade do ajuste do controlador serão consideradas 3 situações distintas, descritas a seguir nas seções 4.1, 4.2 e 4.3.

4.1 Caso Nominal

O caso nominal é definido como a situação onde a resposta y gerada pela simulação no simulink, com as plantas da Tabela 4.1, é isenta de erro de ajuste de controlador e livre de distúrbios não medidos, ou seja, o controlador foi perfeitamente projetado pelo método IMC e os distúrbios não medidos são inexistentes. Para se estimar y_0 primeiro é necessário se obter o modelo de planta G_0 que melhor se adequa aos parâmetros do controlador informado.

A Tabela 4.2 apresenta o ajuste dos controladores empregados, os quais foram ajustados segundo a tabela IMC, apresentada no Anexo A. O τ_{cl} de projeto escolhido foi próximo da constante de tempo da planta G .

Tabela 4.2: Parâmetros de ajuste do controlador pelo método IMC para as respectivas plantas G .

Planta	K_p	τ_i	τ_d	τ_{cl}
A	5/3	5	-	3
B	2	8	15/8	4
C	40/3	40	0.625	3
D	40/6	40	0.625	3
G	1/8	15	-	10
H	5.5/3.5	5.5	5/11	3
I	7/22	7	3/7	6

O método de auditoria proposto neste TCC depende do conhecimento dos parâmetros do controlador. Para o caso nominal, onde não há distúrbios não medidos nem erro de ajuste de controlador, o G_0 obtido pela rotina em Python deve ser exatamente igual ao G , pois o controlador C foi obtido através do método IMC. Quando os parâmetros do controlador C não são compatíveis com a planta segundo a metodologia IMC, G_0 será diferente de G , como discutido na próxima seção.

4.2 Casos com erro de Ajuste de Controlador

Nestes casos, um ajuste do controlador, que pode ser considerado não adequado, foi criado de forma a simular uma situação que iria favorecer o surgimento de um desempenho diferente para a resposta em malha fechada y , melhor ou pior que o do caso nominal. O ajuste é dito “errôneo”, pois é impossível obter um G_0 idêntico a G , com estes parâmetros de controlador, pelo método IMC. Duas situações foram consideradas, uma em que os parâmetros do controlador são maiores que os nominais e outra em que são menores. Na Tabela 4.3 é possível visualizar os ajustes escolhidos.

Tabela 4.3: Parâmetros errôneos de ajuste do controlador para as respectivas plantas G .

Planta	K_p	τ_i	τ_d
A	3.33	10.00	-
	0.50	2.50	-
B	2.50	10.00	2.34
	1.50	6.00	1.40
C	16.66	50.00	0.78
	5.00	20.00	0.15
D	8.00	50.00	1.00
	5.00	30.00	0.30
G	0.30	20.00	-
	0.075	7.00	-
H	1.96	6.87	0.57
	0.40	3.00	0.10
I	0.50	10.00	0.60
	0.20	5.00	0.30

Quanto maior for a diferença entre a planta G_0 , obtida pela metodologia proposta, e a planta real G , maior será o erro em malha fechada e_0 . A planta G_0 será tão mais distante de G , quanto maior for o erro no ajuste do controlador.

4.3 Caso com Distúrbio não medido

O caso com distúrbio não medido corresponde a uma situação onde a resposta em malha fechada y terá desempenho visivelmente prejudicado pela presença de um sinal não medido atuando na saída do sistema. O padrão de distúrbio não medido escolhido foi um sinal pseudo-randômico de amplitude variável (APRBS), representado pelo bloco “Distúrbio” na Figura 4.1. O mesmo pode ser visualizado na Figura 4.3 abaixo.

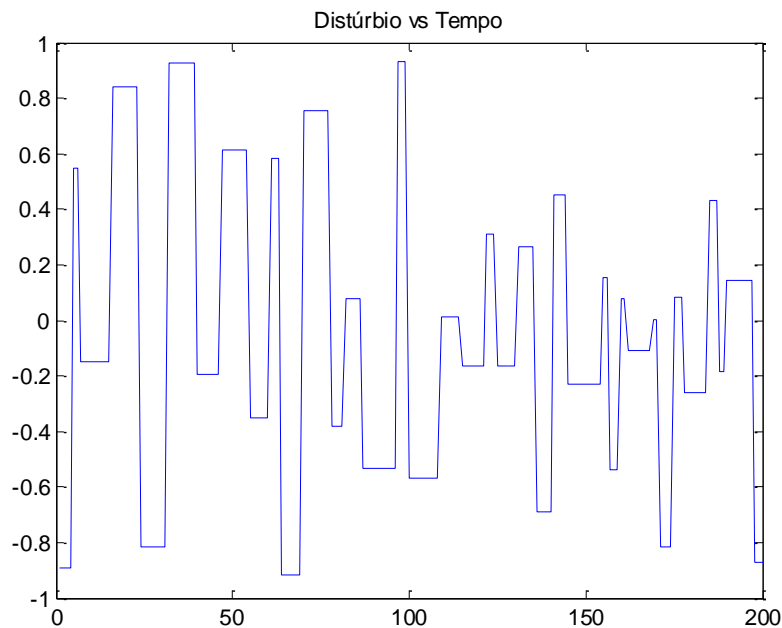


Figura 4.3: Distúrbio não medido pseudo-randômico de amplitude variável (APRBS) aplicado na resposta y .

Este distúrbio não medido foi suavizado através de uma função de transferência de segunda ordem no diagrama de blocos no Simulink, dada por:

$$\frac{-s+1}{(100s^2+8s+1)} \quad (4.1)$$

Isto foi feito com o intuito de melhor representar um distúrbio típico, mais próximo possível de uma situação real na indústria de processos. Uma constante de intensidade, escolhida entre 0 e 30 e representada pelo bloco “GainDist” na Figura 4.1, foi inserida com a finalidade de melhor ajustar o efeito do distúrbio em alguns formatos de planta. O distúrbio não medido, após ser suavizado, pode ser visualizado na Figura 4.4.

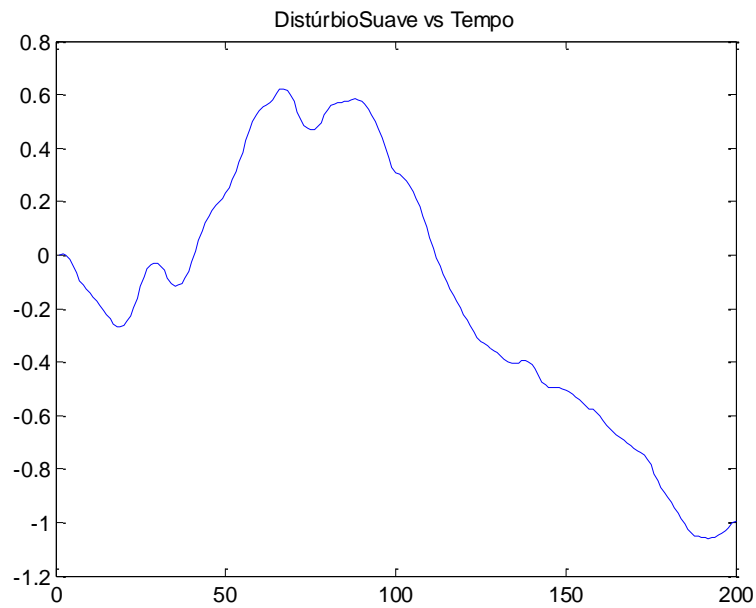


Figura 4.4: Distúrbio não medido do tipo APRBS aplicado a variável de saída y após ser suavizado.

Os parâmetros do controlador escolhidos para este caso foram os mesmos do caso nominal, isto foi feito com o objetivo de se avaliar apenas o efeito do distúrbio não medido nos resultados do método de auditoria de desempenho proposto neste trabalho. Como o controlador C foi obtido através do método IMC o modelo de planta G_0 obtido pela rotina em Python deve ser próximo da planta real G . A diferença entre G e G_0 será causada pelo distúrbio não medido e a baixa correlação entre e_0 e y_0 comprovará este fato. O capítulo seguinte trata dos resultados e discussões da aplicação da metodologia.

5 Resultados e Discussões

Para casos onde o número de parâmetros do modelo é maior que o número de parâmetros de sintonia, o modelo de planta G_0 é obtido a partir dos parâmetros do controlador por meio de uma otimização. Para tanto foi escolhido um método que suportasse o uso restrições não lineares e que fosse independente da derivada, uma vez que a função objetivo poderia vir a se tornar não suave para alguns modelos de planta. Na Tabela 5.1, segue uma comparação dos tempos de execução de dois métodos de otimização que poderiam ser utilizados neste trabalho, o COBYLA e o SLSQP, ambos do pacote minimize do Scipy/Python.

Tabela 5.1: Comparação entre os tempos de execução para os métodos de otimização COBYLA e SLSQP.

Planta	COBYLA		SLSQP	
	Tempo(s)	Convergência	Tempo	Convergência
A	1.73	True	1.80	True
B	1.75	True	1.48	True
C	1.70	True	0.96	True
D	3.58	True	2.91	True
G	5.86	True	-	False
H	1.85	True	2.36	True
I	6.90	True	1.24	True

Verifica-se que o método SLSQP possui maior velocidade de convergência que o método COBYLA, porém falhou na planta G. Ainda, o COBYLA necessitou em média um maior número de avaliações da função objetivo que o SLSQP. Contudo, neste trabalho optou-se pelo método COBYLA, já que ambos possuem tempos na ordem de segundos e o COBYLA convergiu em todos os casos.

5.1 Caso Nominal

A fim de melhor visualizar o comportamento da função objetivo descrita no capítulo 3, um gráfico em Matlab do módulo do erro em malha fechada para diversos valores de τ_{cl} foi gerado para a planta A no caso nominal, como segue na Figura 5.1.

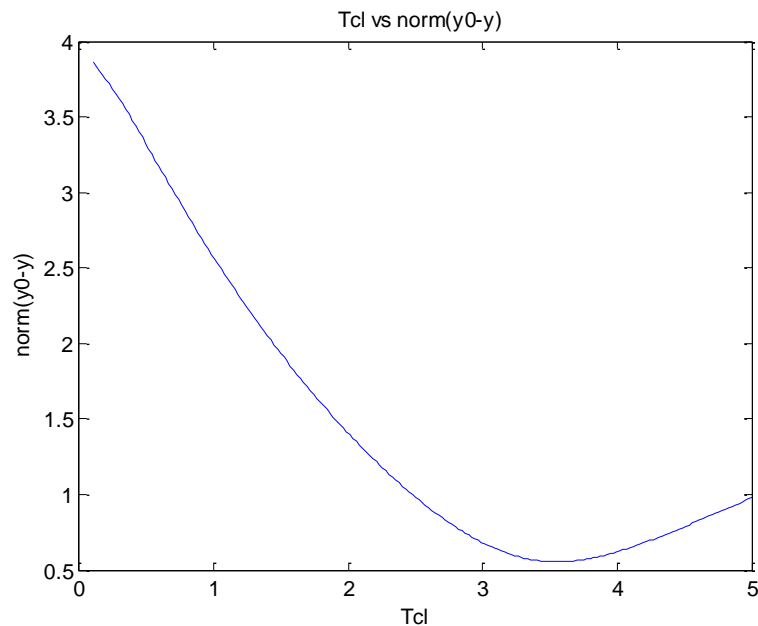


Figura 5.1: Gráfico do módulo de e_0 para diversos valores de τ_{cl} para o caso nominal da planta A.

A partir deste gráfico é possível verificar um ponto de mínimo local em um τ_{cl} em torno de 3,5, valor próximo ao utilizado no projeto do controlador ($\tau_{cl} = 3$). Tal discrepância está presente em todos os casos do estudo e é decorrente das aproximações utilizadas na otimização e da presença de ruído branco no sistema.

Para todas as plantas utilizadas no estudo de caso, o problema de otimização descrito no capítulo 3 possuía como variável de decisão o τ_{cl} . No caso das plantas D, G e I, além da constante de tempo em malha fechada, havia outras variáveis de decisão, como o β , θ , τ_1 , τ_2 e τ_3 . As Tabelas 5.2 e 5.3 abaixo mostram os valores das variáveis de decisão no ponto ótimo encontrado pela rotina criada em Python para o caso nominal.

Tabela 5.2: Valores de τ_{cl} e modelos de planta G_0 encontrados na otimização para o caso nominal.

Planta	G_0	τ_{cl}
A	$G = \frac{0.85}{5s + 1}$	3.54
B	$G = \frac{0.88}{(5s + 1)(3s + 1)}$	4.51
C	$G = \frac{0.85}{25s^2 + 2(4)(5)s + 1}$	3.53
D	$G = \frac{1.14(-1.84s + 1)}{25s^2 + 40s + 1}$	3.43
G	$G = \frac{7.81 \exp(-4.89s)}{(15s + 1)}$	10.46
H	$G = \frac{0.85 \exp(-s)}{(5s + 1)}$	3.63
I	$G = \frac{1.94(3.4s + 1) \exp(-4.87s)}{(4.72s + 1)(5.68s + 1)}$	6.45

Tabela 5.3: Valores de τ_{cl} , β , θ , τ_1 , τ_2 e τ_3 encontrados na otimização para o caso nominal.

Planta	τ_{cl}	θ	β	τ_1	τ_2	τ_3
D	3.43	-	1.84	-	-	-
G	10.46	4.89	-	-	-	-
I	6.45	4.87	-	4.72	5.68	3.40

Para todos os 7 casos foi possível encontrar um modelo de planta G_0 muito próximo da planta original G , uma vez que não há nenhum distúrbio não medido ($\text{Dist} = 0$) nem erro de ajuste de controlador. Sendo assim são esperados valores de e_0 próximos de zero, bem como um I_{var} próximo de 1. Contudo, cabe salientar que para os casos onde havia presença de tempo morto foram necessários chutes iniciais próximos do valor correto para obtenção de resultados consistentes. Os resultados da aplicação da metodologia descrita nos capítulos anteriores para o caso nominal seguem abaixo na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Resultados da aplicação da função de transferência de sensibilidade para obtenção da resposta y_0 e os devidos índices e coeficientes utilizados na auditoria para o caso nominal.

Planta	e_0	$Var(y)$	$Var(y_0)$	I_{var}	Pert.	Dist.
A	0.16	0.075	0.075	0.99	1	0
B	0.36	7.534	7.577	0.99	10	0
C	0.29	0.328	0.330	0.99	10	0
D	6.15	1.869	1.606	1.16	10	0
G	0.74	11.65	11.69	0.99	1	0
H	2.28	10.32	10.47	0.98	10	0
I	0.47	1.767	1.782	0.99	1	0

Na Tabela 5.4 é possível visualizar os valores da constante de perturbação, $Pert$, escolhidos para cada caso, assim como os respectivos valores da variância da saída, $Var(y)$, e da variância da saída filtrada, $Var(y_0)$.

A estimativa da resposta nominal y_0 , calculada através do filtro S_0 , e a resposta y foram plotadas na Figura 5.2 para a planta A com o objetivo de visualizar a qualidade da otimização, uma vez que esta visa reduzir o erro em malha fechada e_0 , ou seja, a diferença entre as duas respostas. Em seguida um gráfico da resposta y_0 , calculada através do filtro S_0 , juntamente com a resposta y_0 , obtido por simulação no Simulink com a planta G_0 , segue abaixo na Figura 5.3, com o intuito de se comparar a proximidade dos resultados.

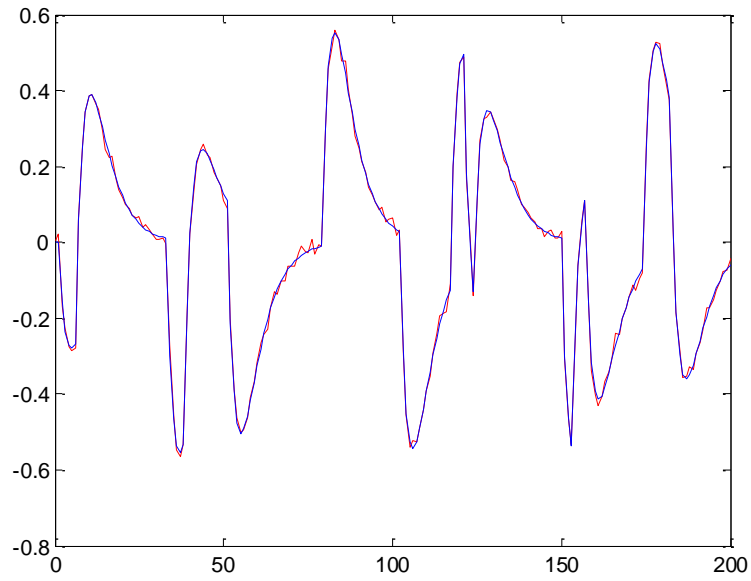


Figura 5.2: Respostas em malha fechada ao longo do tempo para a Planta A no caso nominal. y em vermelho e y_0 em azul.

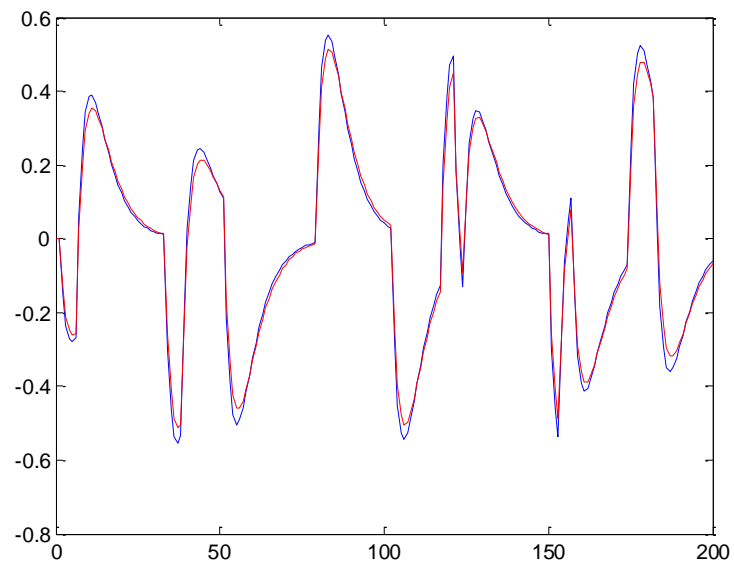


Figura 5.3: Respostas em malha fechada ao longo do tempo para a Planta A no caso nominal. y_0 calculado pelo filtro S_0 em azul e y_0 gerado por simulação com G_0 em vermelho.

Na Figura 5.2 se verifica uma grande proximidade entre as curvas indicando uma otimização bem sucedida. Porém na Figura 5.3, se verifica um pequeno desvio entre as respostas que deveriam coincidir. Tal discrepância provém do próprio método de otimização, como descrito mais acima, uma vez que um valor de τ_{cl} de projeto de 3 implica na realidade em um τ_{cl} otimizado de 3.5.

5.2 Caso com Erro no Ajuste do Controlador

Nas Tabelas 5.5 e 5.6, seguem os resultados da aplicação do método para o caso com erro no ajuste do controlador. Percebe-se uma tendência nos valores de τ_{cl} , em uma das situações o seu valor é maior que o do caso nominal e na outra ele é menor, isso porque os ajustes de controladores foram feitos de forma arbitrária, hora aumentando os valores e hora diminuindo-os.

Tabela 5.5: Valores de τ_{cl} e modelos de planta G_0 encontrados na otimização para o caso com erro no ajuste do controlador.

Planta	G_0	τ_{cl}
A	$G = \frac{1.33}{10s + 1}$	2.26
	$G = \frac{0.67}{2.5s + 1}$	7.43
B	$G = \frac{1.05}{(6.25s + 1)(3.74s + 1)}$	3.80
	$G = \frac{0.73}{(3.77s + 1)(2.22s + 1)}$	5.48
C	$G = \frac{1.02}{39s^2 + 50s + 1}$	2.93
	$G = \frac{0.49}{3s^2 + 20s + 1}$	8.13
D	$G = \frac{1.45(-1.14s + 1)}{50s^2 + 50s + 1}$	3.18
	$G = \frac{0.73(-3.05s + 1)}{9s^2 + 30s + 1}$	5.16
G	$G = \frac{9.96 \exp(-4.48s)}{(20s + 1)}$	2.21
	$G = \frac{4.95 \exp(-7.2s)}{(7s + 1)}$	11.63
H	$G = \frac{0.95 \exp(-1.25s)}{(6.25s + 1)}$	3.04
	$G = \frac{0.72 \exp(-0.2s)}{(2.89s + 1)}$	10.39
I	$G = \frac{2.37(5.10s + 1) \exp(-4s)}{(7.50s + 1)(7.60s + 1)}$	4.44
	$G = \frac{1.72(7.45s + 1) \exp(-5.80s)}{(6.18s + 1)(6.26s + 1)}$	8.75

Tabela 5.6: Valores de τ_{cl} , β , θ , τ_1 , τ_2 e τ_3 encontrados na otimização para o caso com erro no ajuste do controlador.

Planta	τ_{cl}	θ	β	τ_1	τ_2	τ_3
D	3.18	-	1.14	-	-	-
	5.16	-	3.05	-	-	-
G	2.21	4.48	-	-	-	-
	11.63	7.20	-	-	-	-
I	4.44	4.00	-	7.50	7.60	5.10
	8.75	5.80	-	6.18	6.26	7.45

Uma planta com τ_{cl} menor que o nominal possui melhor desempenho, porém com pior robustez. Um desempenho melhor corresponde a uma saída y com variância menor, como pode ser visualizado nos valores de $var(y)$ da Tabela 5.7.

No caso da planta D, mesmo na situação que houve diminuição do τ_{cl} houve aumento na variância da saída y , isto indica que ambos os ajustes de controlador prejudicam o desempenho da planta, o que confere com os valores de $var(y)$ apresentados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7: Resultados da aplicação da função de transferência de sensibilidade para obtenção da resposta y_0 e os devidos índices e coeficientes utilizados na auditoria para o caso com erro no ajuste do controlador.

Planta	e_0	Corr. Coef.	Módulo do ângulo Curtose	Módulo do ângulo Assimetria	Var(y)	Var(y_0)	I_{var}	Pert.	Dist.
A	0.37	0.67	20.3	1.2	0.036	0.043	0.84	1	0
	1.64	0.39	7.7	5.2	0.215	0.164	1.31	1	0
B	3.87	0.67	33.7	1.8	5.405	6.252	0.86	10	0
	8.07	0.53	6.5	13.4	10.96	8.84	1.24	10	0
C	0.40	0.40	10.3	4.5	0.224	0.234	0.95	10	0
	2.86	0.61	8.7	30.3	1.393	1.091	1.28	10	0
D	6.16	0.14	69.22	88.85	1.914	1.576	1.22	10	0
	2.06	0.29	45.0	78.44	2.58	2.43	1.06	10	0
G	3.96	0.47	69.58	85.41	7.667	8.346	0.92	1	0
	13.85	0.17	62.18	82.41	16.18	14.00	1.16	1	0
H	8.25	0.40	83.1	57.79	8.152	9.257	0.88	10	0
	32.14	0.32	13.7	10.8	32.79	20.83	1.57	10	0
I	2.87	0.15	67.69	79.05	1.325	1.355	0.98	1	0
	2.13	0.21	75.3	88.69	2.135	2.022	1.06	1	0

Uma melhoria no desempenho corresponde a uma diminuição dos valores das variâncias das saídas, de forma que o I_{var} obtido seja menor que 1. Este valor representa um ajuste diferente do método IMC, porém este ajuste é benéfico para o desempenho da malha fechada. Da mesma forma, quando há uma piora no desempenho o valor deste índice é maior que 1.

Tanto a variância de y quanto a variância de y_0 mudam com uma mudança no ajuste do controlador, porém a variância do segundo tende a ser menos sensível, de forma que a razão delas permita uma conclusão sobre o ajuste do controlador. Em outras palavras, quando a variância de y aumenta, a variância de y_0 também o faz, porém menos. Isso ocorre, pois a resposta y_0 provém de uma combinação planta-controlador perfeita e, desta forma, tende a ser mais estável a variações no ajuste do controlador.

Os valores dos coeficientes de correlação e ângulos de curtose e assimetria próximos de 45° , para a maioria dos casos, mostraram a presença de discrepância no ajuste. Quanto aos ângulos verifica-se que não há necessidade de ambos estarem próximos de 45° , apenas um já é suficiente para indicar correlação elevada. Apenas para o caso A, os ângulos de assimetria e curtose foram ambos próximos as 90° (diferença menor que 10°), sugerindo a presença de distúrbio. Entretanto, mesmo neste caso o coeficiente de correlação detectou a discrepância no ajuste de forma satisfatória.

Nas situações estudadas neste trabalho, coeficientes de correlação entre 0,1 e 0,6 já indicam presença de discrepância no ajuste do controlador, ou seja, não é necessário uma correlação próxima de 1, uma vez que nos casos de distúrbio não medido o coeficiente não ultrapassa o valor de 0,1, como descrito na seção seguinte.

5.3 Caso com Distúrbio não Medido

Nas Tabelas 5.8 e 5.9 estão os resultados da otimização para o caso com distúrbio não medido. Verifica-se que o valor de τ_{cl} obtido é muito próximo do caso nominal, assim como a planta G_0 muito similar à G .

Tabela 5.8: Valores de τ_{cl} e modelos de planta G_0 encontrados na otimização para o caso com distúrbio não medido.

Planta	G_0	τ_{cl}
A	$G = \frac{0.57}{5s + 1}$	5.27
B	$G = \frac{0.73}{(5s + 1)(3s + 1)}$	5.48
C	$G = \frac{0.75}{25s^2 + 40s + 1}$	4.02
D	$G = \frac{1.05(-1.88s + 1)}{25s^2 + 40s + 1}$	3.81
G	$G = \frac{8.24 \exp(-5.28s)}{(15s + 1)}$	9.29
H	$G = \frac{0.8 \exp(-s)}{(5s + 1)}$	3.85
I	$G = \frac{2.08(3.36s + 1) \exp(-5s)}{(4.61s + 1)(5.74s + 1)}$	5.55

Tabela 5.9: Valores de τ_{cl} , β , θ , τ_1 , τ_2 e τ_3 encontrados na otimização para o caso com distúrbio não medido.

Planta	τ_{cl}	θ	β	τ_1	τ_2	τ_3
D	3.81	-	1.88	-	-	-
G	9.29	5.28	-	-	-	-
I	5.55	5.00	-	4.61	5.74	3.36

A inserção de distúrbio não medido no sistema prejudica o desempenho da malha fechada de forma a aumentar a variância da saída em relação ao caso nominal, como pode ser verificado na Tabela 5.10. A função de transferência de sensibilidade possibilita a obtenção de uma resposta estimada y_0 muito próxima ao caso nominal, ou seja, ambas com variâncias próximas. Como a variância da saída y aumenta e a variância de y_0 pouco se altera, o valor de I_{var} é maior que 1.

Tabela 5.10: Resultados da aplicação da função de transferência de sensibilidade para obtenção da resposta y_0 e os devidos índices e coeficientes utilizados na auditoria para o caso com distúrbio não medido.

Planta	e_0	Corr. Coef.	Módulo do ângulo Curtose	Módulo do ângulo Assimetria	Var(y)	Var(y_0)	I_{var}	Pert.	Dist.
A	4.98	0.050	1.9	1.2	0.183	0.051	3.53	1	5
B	37.7	0.069	32.4	44.1	14.40	6.408	2.25	10	30
C	5.07	0.0008	0.6	5.8	0.433	0.305	1.42	10	5
D	13.49	0.029	74.6	88.14	2.47	1.499	1.65	10	6
G	22.86	0.13	9.9	80.12	14.59	13.50	1.08	1	6
H	42.78	0.044	9.2	6.0	19.83	9.929	1.99	10	40
I	19.29	0.041	6.1	40.5	3.78	2.097	1.80	1	6

Os valores dos coeficientes de correlação próximos de zero indicam que não há correlação entre e_0 e y_0 , apontando assim a presença de um distúrbio não medido. Da mesma forma que os ângulos das elipses de curtose e assimetria próximos de 90° e 180° , excetuando-se os casos B, D e I, onde os ângulos foram próximos a 45° . Entretanto nestes casos o formato das elipses de curtose e assimetria foi circular, indicando baixa correlação entre e_0 e y_0 e consequentemente a presença de distúrbio não medido.

6 Conclusões e Trabalhos Futuros

Ao concluir este estudo espero ter proporcionado uma visão compreensiva da aplicabilidade da metodologia proposta. Ao passo que ela tende a possuir caráter inovador em termos de auditoria de desempenho de malhas de controle. Anseio ter construído as bases e referências para o desenvolvimento de novas ideias na área.

6.1 Principais Conclusões

Como consequência dos estudos de caso propostos e da avaliação crítica de seus resultados é possível formular algumas conclusões sobre o método proposto neste trabalho, as quais seguem abaixo.

O método se mostrou eficiente para auditar o desempenho de malhas de controle uma vez que foi possível a obtenção de resultados coerentes, na maioria dos casos, apenas com os parâmetros do controlador e dados de processo informados. É independente do tempo morto e estabelece uma referência absoluta para comparação de resultados.

A auditoria de desempenho de malhas de controle é feita por meio do índice I_{var} juntamente com os coeficientes de correlação ou ângulos das elipses. Apenas com o valor numérico de I_{var} é possível concluir se a planta em questão esta operando de maneira satisfatória ou possui algum fator prejudicando seu desempenho. No caso da segunda opção bastaria então diferenciar a causa através dos valores de correlação ou elipses.

Nos estudos de casos apresentados o método foi eficaz em diferenciar a causa do aumento na variância na saída, ou seja, se ela provém de um erro no ajuste do controlador ou se do distúrbio não medido. Isso é possível através dos valores dos coeficientes de correlação ou dos ângulos das elipses curtose e assimetria.

O índice de desempenho I_{var} , com aplicação desta metodologia, adquire um caráter absoluto, ou seja, é possível comparar o desempenho de diferentes malhas apenas com o seu valor. Porém não foi possível tirar conclusões acerca da robustez da malha e controle com este índice.

A otimização se mostrou dependente do chute inicial, especialmente nos casos onde havia presença de tempo morto ou uma função objetivo com grande número de variáveis de decisão. Entretanto, tal problema pode ser resolvido com a implementação de algum método de otimização global ao invés de local. Otimização global não foi utilizada neste trabalho, para tanto seria necessário algum método que suportasse o uso de restrições não lineares, pois nos modelos de planta mais complexos há esta necessidade.

Quanto ao modelo de planta G_o , obtido por meio da otimização, há uma aplicabilidade adicional. Em muitas situações práticas na indústria de processos, há interesse em se obter uma aproximação do modelo da planta, ou seja, uma consequência do método estudado. Da mesma forma, se uma otimização global for utilizada e bem

sucedida, é possível obter uma aproximação do tempo morto da planta. Na literatura estão presentes métodos para se estimar o tempo morto, sendo assim, é possível utilizar esta estimativa como chute inicial no método proposto neste trabalho, caso venha a se utilizar otimização local, como o COBYLA e o SLSQP.

Outra vantagem do método aqui proposto é ser independente do formato da planta, ou seja, sendo ela de primeira ou segunda ordem, com ou sem tempo morto, com ou sem zeros, houve resultados coerentes.

6.2 Trabalhos Futuros

O presente estudo teve como base modelos de planta monovariável. Dando continuidade a este trabalho, seria de grande utilidade à extensão desta ideia para sistemas MIMO. Ainda há necessidade de implementar uma otimização global eliminando completamente a dependência do método à chutes iniciais e aproximações do tempo morto.

No âmbito acadêmico ainda há espaço para o desenvolvimento da metodologia aplicada aqui, visando sanar os entraves iniciais e buscar aperfeiçoamentos ou extensões da ideia. Bem como testar a aplicabilidade em estudos de caso reais da indústria de processos.

A interpretação combinada do τ_{cl} estimado com I_{var} associado ainda a análise de Autocorrelação de $(e_0 = y_0 - y)$ e $(e = y_{set} - y)$ ainda pode ser melhor explorado visando se efetuar uma melhor auditoria e diagnóstico da malha. Através desta análise, juntamente com as das ações de controle predita versus a real será possível se inferir a robustez da malha e seu desempenho.

Neste trabalho foram considerados apenas casos de discrepância paramétrica, ou seja, discrepância no ajuste dos parâmetros do controlador, sem levar em conta uma possível divergência nos modelos de planta para um determinado ajuste. Discrepâncias estruturais ainda podem e devem ser estudadas com o objetivo de melhorar a precisão do método na formulação do modelo da planta.

Outro aspecto que deverá ser explorado em trabalhos futuros é a aplicação da metodologia em dados operacionais sem perturbação externa. Essa perturbação é necessária para se diferenciar entre distúrbio não medido de discrepância de modelo, ou seja, na etapa de diagnóstico. Entretanto, para etapa de auditoria, ou seja, para se determinar se a malhas está operando adequadamente ou não, essas perturbações não são necessárias. Estudos nesta linha precisarão ser intensificados, para que possa aplicar a metodologia proposta de forma a ser menos intrusiva possível.

Por fim, as mesmas técnicas apresentadas aqui, poderão evoluir em direção ao um método de auto ajuste, neste caso os parâmetros do controlador serão as variáveis de decisão do problema de otimização e o objetivo será minimizar a discrepância de modelo planta. Nesta situação se poderá usar um valor fixo de τ_{cl} e os parâmetros do controlador serão ajustados de forma a reduzir e_0 diminuindo o coeficiente de determinação em uma otimização multiobjetivo.

7 Referências

- Åström, K. J. (1970). *Introduction to stochastic control theory*. New York, NY: Academic Press.
- Badwe, A. S., Patwardhan, R. S., Shah, S. L., Patwardhan, S. C., & Gudi, R. D. (2010). Quantifying the impact of model-plant mismatch on controller performance. *Journal of Process Control*, 20(4), 408–425. <http://doi.org/10.1016/j.jprocont.2009.12.006>
- Bezergianni, S., & Georgakis, C. (2000). Controller performance assessment based on minimum and open-loop output variance. *Control Engineering Practice*, 8(7), 791–797. [http://doi.org/10.1016/S0967-0661\(00\)00035-6](http://doi.org/10.1016/S0967-0661(00)00035-6)
- Botelho, V. R., Trierweiler, J. O., Farenzena, M., & Duraiski, R. (2015a). Assessment of Model-Plant Mismatch by the Nominal Sensitivity Function for Unconstrained MPC. In: ADCHEM 2015, 2015, Canada. International Symposium on Advanced Control of Chemical Process, 2015
- Botelho, V. R., Trierweiler, J. O., Farenzena, M., & Duraiski, R. (2015b). Model quality evaluation for MPC using the nominal output sensitivity function. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. Submetido para publicação.
- Botelho, V. R., Trierweiler, J. O., Farenzena, M., & Duraiski, R. (2015c). Diagnosis of bad performance in MPC: Unmeasured Disturbance versus Model-Plant-Mismatch. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. Submetido para publicação.
- Brand, F. R. (2009). Modelo de Inferência de Variabilidade : traduzindo o desempenho de malhas de controle em alteração de variabilidade.
- Cano-Izquierdo, J. M., Ibarrola, J., & Almonacid Kroeger, M. (2012). Control loop performance assessment with a dynamic neuro-fuzzy model (dFasArt). *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 9(2), 377–389. <http://doi.org/10.1109/TASE.2012.2187892>
- Desborough, L., & Harris, T. (1992). Performance assessment measures for univariate feedback control. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 70(6), 1186–1197. <http://doi.org/10.1002/cjce.5450700620>
- Farenzena, M. (2008). *Novel Methodologies for Assessment and Diagnostics in Control Loop Management*.
- Hägglund, T. (1995). A CONTROL-LOOP PERFORMANCE MONITOR, 3, 1543–1551.
- Harris, T. J. (1989). Assessment of Control Loop Performance. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 67(5), 856–861. <http://doi.org/10.1002/cjce.5450670519>
- Huang, B., & Shah, S. L. (1999). *Performance Assessment of Control Loops: Theory and Applications*. (S. S. & B. Media, Ed.).

Kempf, A. D. O. (2003). Avaliação de Desempenho de Malhas de Controle.

Tyler, M. L., & Morari, M. (1996). Performance monitoring of control systems using likelihood methods. *Automatica*, 32(8), 1145–1162. [http://doi.org/10.1016/0005-1098\(96\)00058-1](http://doi.org/10.1016/0005-1098(96)00058-1)

Anexo A

Fórmulas de ajuste de controladores PIs e PID's baseados no método IMC.

$$PID(s) = K_c * \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s\right) \quad \tau_{cl} = \tau_c$$

$$\tau_{dom} \geq \tau_c \geq \theta$$

Table 12.1 IMC-Based PID Controller Settings for $G_c(s)$ (Chien and Fruehauf, 1990)

Case	Model	$K_c K$	τ_I	τ_D
A	$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c}$	τ	—
B	$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_c}$	$\tau_1 + \tau_2$	$\frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$
C	$\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
D	$\frac{K(-\beta s + 1)}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}, \beta > 0$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c + \beta}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
E	$\frac{K}{s}$	$\frac{2}{\tau_c}$	$2\tau_c$	—
F	$\frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau}{\tau_c^2}$	$2\tau_c + \tau$	$\frac{2\tau_c \tau}{2\tau_c + \tau}$
G	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c + \theta}$	τ	—
H	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau + \frac{\theta}{2}}{\tau_c + \frac{\theta}{2}}$	$\tau + \frac{\theta}{2}$	$\frac{\tau \theta}{2\tau + \theta}$
I	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 - \tau_3$	$\frac{\tau_1 \tau_2 - (\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)\tau_3}{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}$
J	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$2\zeta \tau - \tau_3$	$\frac{\tau^2 - (2\zeta \tau - \tau_3)\tau_3}{2\zeta \tau - \tau_3}$
K	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
L	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau^2}{2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
M	$\frac{K e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$	$2\tau_c + \theta$	—
N	$\frac{K e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^2}$	$2\tau_c + \theta$	$\frac{\tau_c \theta + \frac{\theta^2}{4}}{2\tau_c + \theta}$
O	$\frac{K e^{-\theta s}}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau + \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$	$2\tau_c + \tau + \theta$	$\frac{(2\tau_c + \theta)\tau}{2\tau_c + \tau + \theta}$

Para maiores detalhes ver a página 218 do seguinte livro:

http://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=_PQ42kOvtfwC&oi=fnd&pg=PA1&dq=Process+Dynamics+and+Control&ots=-EwHklrLO&sig=Vj5pttOhO-H_kzvDc64EwPl-tuE#v=onepage&q&f=true



2 Resenhas

[Escrever resenha](#)

Process Dynamics and Control

Por Dale E. Seborg, Duncan A. Mellichamp, Thomas F. Edgar, Francis J. Boyle, III

Apêndice A

A.1.Sem Otimização:

Equações da tabela IMC resolvidas de forma analítica, de forma a isolar os parâmetros da planta e o parâmetro de desempenho/robustez τ_{cl} em função dos parâmetros do controlador.

A.1.1. E

$$2\tau_{cl} = \tau_i \quad (7.1)$$

$$K_p K = 2/\tau_{cl} \quad (7.2)$$

Isolando τ_{cl} em 7.1 e K em 7.2:

$$\tau_{cl} = \tau_i/2 \quad (7.3)$$

$$K = 2/\tau_{cl} K_p \quad (7.4)$$

A.1.2. F

$$2\tau_{cl} + \tau = \tau_i \quad (7.5)$$

$$2\tau_{cl}\tau/2\tau_{cl} + \tau = \tau_d \quad (7.6)$$

$$2\tau_{cl} + \tau/\tau_{cl}^2 = K K_p \quad (7.7)$$

Substituindo 7.5 em 7.6 e isolando τ :

$$\tau = \tau_d \tau_i / 2\tau_{cl} \quad (7.8)$$

Substituindo 7.8 em 7.5:

$$2\tau_{cl} + \tau_d \tau_i / 2\tau_{cl} = \tau_i \quad (7.9)$$

Resolvendo numericamente se obtém τ_{cl} , assim temos:

$$\tau = \tau_i - 2\tau_{cl} \quad (7.10)$$

$$K = \tau_i / K_p \tau_{cl}^2 \quad (7.11)$$

A.1.3. N

$$2\tau_{cl} + \theta = \tau_i \quad (7.12)$$

$$\frac{\tau_{cl}\theta + \theta^2/4}{2\tau_{cl} + \theta} = \tau_d \quad (7.13)$$

$$\frac{2\tau_{cl} + \theta}{(\tau_{cl} + \theta/2)^2} = KK_p \quad (7.14)$$

Isolando θ em 7.12:

$$\theta = \tau_i - 2\tau_{cl} \quad (7.15)$$

Substituindo 7.12 em 7.13:

$$\tau_d\tau_i = \tau_{cl}(\tau_i - 2\tau_{cl}) + \frac{(\tau_i - 2\tau_{cl})^2}{4} \quad (7.16)$$

Resolvendo numericamente se obtém τ_{cl} , assim temos:

$$\theta = \tau_i - 2\tau_{cl} \quad (7.17)$$

$$K = \frac{\tau_i/K_p}{(\tau_{cl} + \theta/2)^2} \quad (7.18)$$

A.2.Otimização com restrições dentro da função objetivo:

As equações da tabela eram resolvidas analiticamente/numericamente com o objetivo de se isolar alguma variável de decisão em função de outra (geralmente isolando K em função de τ_{cl}), para em seguida substituir a nova equação dentro da função objetivo diminuindo o seu número de variáveis de decisão.

A.2.1. A

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau, \tau_{cl}} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

As restrições de igualdade $h(var)$ dadas por:

$$\tau = \tau_i \quad (7.19)$$

$$\tau/\tau_{cl} = KK_p \quad (7.20)$$

Substituindo 7.19 em 7.20 e isolando K :

$$K = \tau_i / K_p \tau_{cl} \quad (7.21)$$

Substituindo 7.21 dentro da função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau_{cl}} (e_0 = y - y_0) \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

A.2.2. B

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau_1, \tau_2, \tau_{cl}} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

As restrições de igualdade $h(var)$ dadas por:

$$\tau_1 + \tau_2 = \tau_i \quad (7.22)$$

$$\tau_1 \tau_2 / \tau_1 + \tau_2 = \tau_d \quad (7.23)$$

$$\tau_1 + \tau_2 / \tau_{cl} = KK_p \quad (7.24)$$

Substituindo 7.22 em 7.23 e isolando τ_2 :

$$\tau_2 = \tau_d \tau_i / \tau_1 \quad (7.25)$$

Substituindo 7.25 em 7.22:

$$\tau_1 + \tau_d \tau_i / \tau_1 = \tau_i \quad (7.26)$$

Resolvendo numericamente se obtém τ_1 , assim temos:

$$\tau_2 = \tau_i - \tau_1 \quad (7.27)$$

$$K = \tau_1 + \tau_2 / K_p \tau_{cl} \quad (7.28)$$

Substituindo 7.28 dentro da função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau_{cl}} (e_0 = y - y_0) \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

A.2.3. C

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau, \xi, \tau_{cl}} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

As restrições de igualdade $h(var)$ dadas por:

$$2\xi\tau = \tau_i \quad (7.29)$$

$$\tau / 2\xi = \tau_d \quad (7.30)$$

$$2\xi\tau / \tau_{cl} = KK_p \quad (7.31)$$

Substituindo 7.29 em 7.30 e isolando τ :

$$\tau = \sqrt{\tau_i \tau_d} \quad (7.32)$$

Isolando ξ em 7.29:

$$\xi = \tau_i / 2\sqrt{\tau_i \tau_d} \quad (7.33)$$

Isolando K em 7.31:

$$K = \tau_i / K_p \tau_{cl} \quad (7.34)$$

Substituindo 7.32, 7.33 e 7.34 dentro da função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau_{cl}} (e_0 = y - y_0) \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

A.2.4. D

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau, \xi, \tau_{cl}, \beta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

As restrições de igualdade $h(var)$ dadas por:

$$2\xi\tau = \tau_i \quad (7.35)$$

$$\tau/2\xi = \tau_d \quad (7.36)$$

$$2\xi\tau/\tau_{cl} + \beta = KK_p \quad (7.37)$$

Substituindo 7.35 em 7.36 e isolando τ :

$$\tau = \sqrt{\tau_i\tau_d} \quad (7.38)$$

Isolando ξ em 7.35:

$$\xi = \tau_i / 2\sqrt{\tau_i\tau_d} \quad (7.39)$$

Isolando K em 7.37:

$$K = \tau_i / K_p(\tau_{cl} + \beta) \quad (7.40)$$

Substituindo 7.38, 7.39 e 7.40 dentro da função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau_{cl}, \beta} (e_0 = y - y_0) \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

A.2.5. G

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

As restrições de igualdade $h(var)$ dadas por:

$$\tau = \tau_i \quad (7.41)$$

$$\tau / (\tau_{cl} + \theta) = KK_p \quad (7.42)$$

Substituindo 7.41 em 7.42 e isolando K em 7.42:

$$K = \tau_i / K_p (\tau_{cl} + \theta) \quad (7.43)$$

Substituindo 7.43 dentro da função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

A.2.6. H

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

As restrições de igualdade $h(var)$ dadas por:

$$\tau + \theta/2 = \tau_i \quad (7.44)$$

$$\tau\theta/2\tau + \theta = \tau_d \quad (7.45)$$

$$\tau + \theta/2 / \tau_{cl} + \theta/2 = KK_p \quad (7.46)$$

Isolando θ em 7.44:

$$\theta = 2(\tau_i - \tau) \quad (7.47)$$

Substituindo 7.47 em 7.45:

$$2\tau(\tau_i - \tau) = \tau_d(2\tau + 2(\tau_i - \tau)) \quad (7.48)$$

Resolvendo numericamente se obtém τ . Isolando K em 7.46:

$$K = \tau_i / K_p(\tau_{cl} + \theta/2) \quad (7.49)$$

Substituindo 7.49 e 7.44 dentro da função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau_{cl}} (e_0 = y - y_0) \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

A.2.7. M

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

As restrições de igualdade $h(var)$ dadas por:

$$2\tau_{cl} + \theta = \tau_i \quad (7.50)$$

$$2\tau_{cl} + \theta / (\tau_{cl} + \theta)^2 = KK_p \quad (7.51)$$

Substituindo 7.50 em 7.51 e isolando K :

$$K = \tau_i / K_p(\tau_{cl} + \theta)^2 \quad (7.52)$$

Substituindo 7.52 dentro da função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

A.3. Otimização com restrições fora da função objetivo:

A otimização é resolvida no formato combinado onde as restrições permanecem fora da função objetivo, ou seja, a maior parte das equações da tabela IMC não são resolvidas analiticamente, são apenas utilizadas como restrições de igualdade.

A.3.1. I

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

$$\tau_1 + \tau_2 - \tau_3 = \tau_i \quad (7.53)$$

$$\frac{\tau_1 \tau_2 - (\tau_1 + \tau_2 - \tau_3) \tau_3}{(\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)} = \tau_d \quad (7.54)$$

$$\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{\tau_{cl} + \theta} = KK_p \quad (7.55)$$

Substituindo 7.53 em 7.54:

$$\tau_1 \tau_2 - \tau_i \tau_3 = \tau_i \tau_d \quad (7.56)$$

As restrições de igualdade $h(var)$ dadas por 7.53 e 7.56.

Substituindo 7.53 em 7.55 e isolando K :

$$K = \tau_i / K_p (\tau_{cl} + \theta) \quad (7.57)$$

Substituindo 7.57 dentro da função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

A.3.2. J

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau, \tau_3, \xi, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

$$2\xi\tau - \tau_3 = \tau_i \quad (7.58)$$

$$\frac{\tau^2 - (2\xi\tau - \tau_3)\tau_3}{2\xi\tau - \tau_3} = \tau_d \quad (7.59)$$

$$2\xi\tau - \tau_3 / \tau_{cl} + \theta = KK_p \quad (7.60)$$

Substituindo 7.58 em 7.59:

$$\tau^2 - \tau_i\tau_3 = \tau_i\tau_d \quad (7.61)$$

As restrições de igualdade $h(var)$ dadas por 7.58 e 7.61.

Substituindo 7.58 em 7.60 e isolando K :

$$K = \tau_i / K_p (\tau_{cl} + \theta) \quad (7.62)$$

Substituindo 7.62 dentro da função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau, \tau_3, \xi, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

A.3.3. K

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

$$\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3\theta}{\tau_{cl} + \tau_3 + \theta} = \tau_i \quad (7.63)$$

$$\frac{\tau_3\theta}{\tau_{cl} + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3\theta}{\tau_{cl} + \tau_3 + \theta}} = \tau_d \quad (7.64)$$

$$\frac{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3\theta}{\tau_{cl} + \tau_3 + \theta}}{\tau_{cl} + \tau_3 + \theta} = KK_p \quad (7.65)$$

Substituindo 7.63 em 7.64:

$$\frac{\tau_3\theta}{\tau_{cl}+\tau_3+\theta} + \frac{\tau_1\tau_2}{\tau_i} = \tau_d \quad (7.66)$$

As restrições de igualdade $h(var)$ dadas por 7.63 e 7.66.

Substituindo 7.58 em 7.60 e isolando K :

$$K = \frac{\tau_i}{K_p(\tau_{cl}+\theta+\tau_3)} \quad (7.67)$$

Substituindo 7.67 dentro da função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

A.3.4. L

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau, \tau_3, \xi, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

$$2\xi\tau + \frac{\tau_3\theta}{\tau_{cl}+\tau_3+\theta} = \tau_i \quad (7.68)$$

$$\frac{\tau_3\theta}{\tau_{cl}+\tau_3+\theta} + \frac{\tau^2}{2\xi\tau + \frac{\tau_3\theta}{\tau_{cl}+\tau_3+\theta}} = \tau_d \quad (7.69)$$

$$\frac{2\xi\tau + \frac{\tau_3\theta}{\tau_{cl}+\tau_3+\theta}}{\tau_{cl}+\tau_3+\theta} = KK_p \quad (7.70)$$

Substituindo 7.68 em 7.69:

$$\frac{\tau_3\theta}{\tau_{cl}+\tau_3+\theta} + \frac{\tau^2}{\tau_i} = \tau_d \quad (7.71)$$

As restrições de igualdade $h(var)$ dadas por 7.68 e 7.71.

Substituindo 7.68 em 7.70 e isolando K :

$$K = \frac{\tau_i}{(\tau_{cl}+\tau_3+\theta)K_p} \quad (7.72)$$

Substituindo 7.72 dentro da função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau, \tau_3, \xi, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

A.3.5. O

$$\begin{aligned} \min_{K, \tau, \tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$

$$2\tau_{cl} + \tau + \theta = \tau_i \quad (7.73)$$

$$\frac{(2\tau_{cl} + \theta)\tau}{2\tau_{cl} + \tau + \theta} = \tau_d \quad (7.74)$$

$$\frac{2\tau_{cl} + \tau + \theta}{(\tau_{cl} + \theta)^2} = KK_p \quad (7.75)$$

Isolando τ em 7.73:

$$\tau = \tau_i - \theta - 2\tau_{cl} \quad (7.76)$$

Substituindo 7.73 e 7.76 em 7.74:

$$(2\tau_{cl} + \theta)(\tau_i - \theta - 2\tau_{cl}) = \tau_d \tau_i \quad (7.77)$$

A restrição de igualdade $h(var)$ dada por 7.77.

Substituindo 7.73 em 7.75 e isolando K :

$$K = \frac{\tau_i}{K_p(\tau_{cl} + \theta)^2} \quad (7.78)$$

Substituindo 7.78 dentro da função objetivo é possível defini-la como:

$$\begin{aligned} \min_{\tau_{cl}, \theta} (e_0 = y - y_0) \\ h(var) = 0 \\ g(var) \leq 0 \end{aligned}$$