

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**Guilherme Veber Moisés da Silva**

**ESTUDO DE DISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS EM  
LAJES NERVURADAS COM ABERTURAS ATRAVÉS DA  
ANALOGIA DE GRELHA**

Porto Alegre  
junho 2015

**GUILHERME WEBER MOISÉS DA SILVA**

**ESTUDO DE DISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS EM  
LAJES NERVURADAS COM ABERTURAS ATRAVÉS DA  
ANALOGIA DE GRELHA**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de  
Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal  
do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do  
título de Engenheiro Civil

**Orientador: Francisco de Paula Simões Lopes Gastal**  
**Coorientadora: Paulete Fridman Schwetz**

Porto Alegre  
junho 2015

**GUILHERME WEBER MOISÉS DA SILVA**

**ESTUDO DE DISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS EM  
LAJES NERVURADAS COM ABERTURAS ATRAVÉS DA  
ANALOGIA DE GRELHA**

Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pelos Coordenadores da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, junho de 2015

Prof. Francisco de Paula Simões Lopes Gastal  
PhD pela NCSU  
Orientador

Profa. Paulete Fridman Schwetz  
Dra. pelo PPGEC/UFRGS  
Coorientadora

Prof. Jean Marie Desir  
Dr. pela COPPE/UFRJ  
Coordenador

Profa. Carin Maria Schmitt  
Dra. pelo PPGA/UFRGS  
Coordenadora

**BANCA EXAMINADORA**

**Profa. Virginia Maria Rosito d'Avila Bessa**  
(UFRGS)  
Dra. pelo PPGEC/UFRGS

**Prof. Roberto Domingo Rios**  
(UFRGS)  
Dr. pelo PPGEC/UFRGS

**Prof. Francisco de Paula Simões Lopes Gastal**  
(UFRGS)  
PhD pela NCSU

**Profa. Paulete Fridman Schwetz**  
(UFRGS)  
Dra. pelo PPGEC/UFRGS

Dedico este trabalho à minha mãe Céres, ao meu pai  
Gilberto (*in memoriam*), e aos meus irmãos Gabriel,  
Wagner e William, pelo apoio incondicional e por estarem  
sempre ao meu lado.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao Prof. Francisco de Paula Simões Lopes Gastal, orientador deste trabalho, e à Profa. Paulete Fridman Schwetz, coorientadora deste trabalho, por transmitirem conhecimento, sabedoria, e pela paciência com que me conduziram durante a realização desta pesquisa.

Agradeço à Profa. Carin Maria Schmitt, por todo o esforço em aprimorar este trabalho durante a sua fase de concepção.

Agradeço à Carpeggiani Engenharia LTDA., por ter concedido o software CAD/TQS, o que viabilizou a realização deste trabalho, e aos engenheiros Éverton Fabrício Bin, Márcia Costa e José Roberto Bueno Gil, cuja experiência contribuiu diretamente para a conclusão deste estudo.

Agradeço ao Corpo Docente do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, por todos os ensinamentos transmitidos e pelo empenho dispensado na formação de profissionais capazes e competentes.

Agradeço à minha família e aos meus amigos pelo amor, paciência e compreensão que neles sempre encontrei, sobretudo durante a realização deste trabalho.

Se vi mais longe foi por estar de pé sobre ombros de  
gigantes.

*Isaac Newton*

## RESUMO

Este trabalho consiste em um estudo de distribuição de esforços em lajes nervuradas com aberturas através da analogia de grelha. Na revisão bibliográfica, são descritas as características das lajes nervuradas, e apresentadas as recomendações normativas para análise e dimensionamento estrutural. Na laje nervurada íntegra adotada como base, são inseridas aberturas em quatro posições distintas, ou seja, no centro, no canto, centralizada com o maior vão e centralizada com o menor vão, totalizando 17 estudos de caso diferentes. Os carregamentos considerados são o peso próprio da estrutura e a carga acidental uniformemente distribuída. Os esforços e deslocamentos são obtidos através do programa computacional CAD/TQS, no qual está implementado o método da analogia de grelha. Comparando o comportamento das lajes com e sem abertura, são apresentados os incrementos que ocorrem devido à abertura na laje. As análises são feitas através da comparação entre os momentos fletores e os deslocamentos verticais verificados em nervuras coincidentes das lajes com e sem abertura. Também são avaliados os aumentos da área de aço necessária nas nervuras. Os resultados obtidos indicam que a posição da abertura influencia consideravelmente a distribuição de esforços e as deformações que ocorrem na laje. Os incrementos verificados nas armaduras necessárias para resistir aos esforços de flexão mostram que, em todos os estudos de caso, é necessário reforçar as nervuras ao redor da abertura.

Palavras-chave: NBR 6118. Lajes Nervuradas com Aberturas. Analogia de Grelha.  
Esforços em regime elástico.

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Laje nervurada com nervuras bidirecionais .....  | 16 |
| Figura 2 – Representação esquemática das etapas do trabalho .....   | 20 |
| Figura 3 – Laje com nervuras aparentes .....  | 23 |
| Figura 4 – Laje com preenchimento dos vazios .....  | 23 |
| Figura 5 – Laje nervurada unidirecional .....   | 24 |
| Figura 6 – Laje nervurada bidirecional .....  | 24 |
| Figura 7 – Diagrama tensão-deformação do concreto .....   | 29 |
| Figura 8 – Características da seção T para cálculo do momento de inércia .....  | 38 |
| Figura 9 – Laje e grelha de barras equivalente .....  | 40 |
| Figura 10 – Exemplos de grelha equivalente para análise de apoios internos .....  | 41 |
| Figura 11 – Dimensões limites de aberturas em lajes sem necessidade de verificação ...  | 44 |
| Figura 12 – Disposição da armadura em lajes apoiadas em uma direção com pequenas aberturas .....  | 45 |
| Figura 13 – Faixas para disposição de armaduras de reforço em lajes apoiadas em uma direção .....   | 45 |
| Figura 14 – Exemplo de decomposição para cálculo de esforços de uma laje apoiada em duas direções com abertura .....                                  | 46 |
| Figura 15 – Aba para identificação do projeto e definição do tipo de estrutura no CAD/TQS .....   | 47 |
| Figura 16 – Aba para definição do modelo estrutural do projeto no CAD/TQS .....   | 48 |
| Figura 17 – Aba para inserção dos pavimentos no CAD/TQS .....   | 49 |
| Figura 18 – Aba para caracterização dos materiais no CAD/TQS .....  | 50 |
| Figura 19 – Aba para definição dos critérios de projeto no CAD/TQS .....  | 51 |
| Figura 20 – Geometria da laje nervurada adotada como base, com unidades em cm .....   | 52 |
| Figura 21 – Sistema de referência utilizado para representação das barras da grelha .....   | 56 |
| Figura 22 – Posição dos momentos fletores máximos na laje sem abertura .....  | 57 |
| Figura 23 – Posição da flecha máxima na laje sem abertura .....   | 57 |
| Figura 24 – Seção T das barras da grelha equivalente, com unidades em cm .....  | 58 |
| Figura 25 – Relação entre momentos fletores na nervura superior das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura ..... | 59 |
| Figura 26 – Relação entre momentos fletores na nervura inferior das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura ..... | 59 |
| Figura 27 – Relação entre momentos fletores na nervura esquerda das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura ..... | 60 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 28 – Relação entre momentos fletores na nervura direita das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura .....               | 60 |
| Figura 29 – Relação entre flechas na nervura superior das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura .....                        | 61 |
| Figura 30 – Relação entre flechas na nervura inferior das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura .....                        | 61 |
| Figura 31 – Relação entre flechas na nervura esquerda das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura .....                        | 62 |
| Figura 32 – Relação entre flechas na nervura direita das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura .....                         | 62 |
| Figura 33 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 1 .....  | 63 |
| Figura 34 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 1 .....   | 63 |
| Figura 35 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 2 .....  | 63 |
| Figura 36 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 2 .....   | 63 |
| Figura 37 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 3 .....  | 64 |
| Figura 38 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 3 .....   | 64 |
| Figura 39 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 4 .....  | 64 |
| Figura 40 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 4 .....   | 64 |
| Figura 41 – Relação entre momentos fletores nas nervuras superior e inferior das aberturas no centro da laje e nas nervuras coincidentes da laje sem abertura .... | 65 |
| Figura 42 – Relação entre momentos fletores nas nervuras esquerda e direita das aberturas no centro da laje e nas nervuras coincidentes da laje sem abertura ....  | 66 |
| Figura 43 – Relação entre flechas nas nervuras superior e inferior das aberturas no centro da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura .....       | 66 |
| Figura 44 – Relação entre flechas nas nervuras esquerda e direita das aberturas no centro da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura .....        | 67 |
| Figura 45 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 5 .....  | 67 |
| Figura 46 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 5 .....   | 67 |
| Figura 47 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 6 .....  | 68 |
| Figura 48 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 6 .....   | 68 |
| Figura 49 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 7 .....  | 68 |
| Figura 50 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 7 .....   | 68 |
| Figura 51 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 8 .....  | 69 |
| Figura 52 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 8 .....   | 69 |
| Figura 53 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 9 .....  | 69 |
| Figura 54 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 9 .....   | 69 |
| Figura 55 – Relação entre momentos fletores na nervura superior das aberturas no maior vão da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura .....       | 70 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 56 – Relação entre momentos fletores na nervura inferior das aberturas no maior vão da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura .....              | 71 |
| Figura 57 – Relação entre momentos fletores nas nervuras esquerda e direita das aberturas no maior vão da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura .....  | 71 |
| Figura 58 – Relação entre flechas na nervura superior das aberturas no maior vão da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura .....                           | 72 |
| Figura 59 – Relação entre flechas na nervura inferior das aberturas no maior vão da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura .....                           | 72 |
| Figura 60 – Relação entre flechas nas nervuras esquerda e direita das aberturas no maior vão da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura .....            | 73 |
| Figura 61 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 10 .....  | 73 |
| Figura 62 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 10 .....   | 73 |
| Figura 63 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 11 .....  | 74 |
| Figura 64 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 11 .....   | 74 |
| Figura 65 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 12 .....  | 74 |
| Figura 66 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 12 .....   | 74 |
| Figura 67 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 13 .....  | 75 |
| Figura 68 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 13 .....   | 75 |
| Figura 69 – Relação entre momentos fletores nas nervuras superior e inferior das aberturas no menor vão da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura ..... | 76 |
| Figura 70 – Relação entre momentos fletores na nervura esquerda das aberturas no menor vão da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura .....                 | 76 |
| Figura 71 – Relação entre momentos fletores na nervura direita das aberturas no menor vão da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura .....                  | 77 |
| Figura 72 – Relação entre flechas nas nervuras superior e inferior das aberturas no menor vão da laje e nas nervuras correspondente da laje sem abertura .....            | 77 |
| Figura 73 – Relação entre flechas na nervura esquerda das aberturas no menor vão da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura .....                           | 78 |
| Figura 74 – Relação entre flechas na nervura direita das aberturas no menor vão da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura .....                            | 78 |
| Figura 75 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 14 .....  | 79 |
| Figura 76 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 14 .....   | 79 |
| Figura 77 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 15 .....  | 79 |
| Figura 78 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 15 .....   | 79 |
| Figura 79 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 16 .....  | 80 |
| Figura 80 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 16 .....   | 80 |
| Figura 81 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 17 .....  | 80 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 82 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 17 .....  | 80 |
| Figura 83 – Relação entre momentos fletores na nervura superior das aberturas e na nervura correspondente da laje sem abertura ..... | 88 |
| Figura 84 – Relação entre momentos fletores na nervura inferior das aberturas e na nervura correspondente da laje sem abertura ..... | 88 |
| Figura 85 – Relação entre momentos fletores na nervura esquerda das aberturas e na nervura correspondente da laje sem abertura ..... | 89 |
| Figura 86 – Relação entre momentos fletores na nervura direita das aberturas e na nervura correspondente da laje sem abertura .....  | 89 |

## LISTA DE QUADROS

|  |    |
|--|----|
| Quadro 1 – Valores mínimos de cargas acidentais.....                           | 26 |
| Quadro 2 – Deslocamentos limites para verificação de deformações.....          | 31 |
| Quadro 3 – Coeficientes de aderência entre o aço e o concreto.....             | 33 |
| Quadro 4 – Valores limites para dispensa de controle da fissuração.....        | 33 |
| Quadro 5 – Estudos de caso de lajes nervuradas com aberturas.....              | 53 |
| Quadro 6 – Verificação de equilíbrio de esforços verticais.....                | 55 |
| Quadro 7 – Incrementos máximos nos momentos fletores, flechas e armaduras..... | 82 |
| Quadro 8 – Estudos de caso para verificação das recomendações normativas.....  | 87 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a_x$  – menor dimensão da abertura em uma laje (cm)

$a_y$  – maior dimensão da abertura em uma laje (cm)

$b_f$  – largura da face superior da seção T (cm)

$b_w$  – largura da face inferior da seção T (cm)

$d$  – altura útil da seção da laje nervurada (cm)

$D$  – rigidez à flexão da placa (kN.cm)

$E$  – módulo de elasticidade do concreto (kN/cm<sup>2</sup>)

$E_s$  – módulo de elasticidade do aço (kN/cm<sup>2</sup>)

$f_{cd}$  – resistência de cálculo à compressão do concreto (kN/cm<sup>2</sup>)

$f_{ck}$  – resistência característica à compressão do concreto (kN/cm<sup>2</sup>)

$f_{ctm}$  – resistência média à tração do concreto (kN/cm<sup>2</sup>)

$h$  – altura total da seção T (cm)

$h_{eq}$  – altura equivalente da laje maciça (cm)

$h_f$  – espessura da laje colaborante na seção T (cm)

$I$  – momento de inércia da seção T da nervura (cm<sup>4</sup>)

$l_o$  – espaçamento entre faces das nervuras (cm)

$l_x$  – maior vão da laje (cm)

$l_y$  – menor vão da laje (cm)

$n$  – expoente da parábola no diagrama tensão-deformação do concreto

$q$  – carga uniformemente distribuída na placa (kN/cm<sup>2</sup>)

$s$  – espaçamento entre eixos de nervuras (cm)

$x$  – abscissa de um ponto da laje (cm)

$w$  – deslocamento transversal de um ponto da placa (cm)

$w_k$  – valor característico da abertura de fissuras (cm)

$y$  – ordenada de um ponto da laje (cm)

$z_{cg}$  – altura do centroide da seção T, em relação à face inferior (cm)

$\varepsilon_c$  – deformação específica do concreto

$\varepsilon_o$  – deformação específica do concreto no início do patamar plástico

$\eta_1$  – coeficiente de aderência entre o aço e o concreto

$\nu$  – coeficiente de Poisson do concreto

$\rho_r$  – taxa de armadura passiva em relação à área de concreto

$\sigma_c$  – tensão de compressão no concreto (kN/cm<sup>2</sup>)

$\sigma_s$  – tensão de tração no centro da barra de aço (kN/m<sup>2</sup>)

$\phi$  – diâmetro de tubulações embutidas na laje (cm)

$\phi_s$  – diâmetro da barra de aço (cm)

# SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| <b>1 INTRODUÇÃO</b> .....   | 16 |
| <b>2 DIRETRIZES DA PESQUISA</b> .....                               | 18 |
| 2.1 QUESTÃO DE PESQUISA .....                                       | 18 |
| 2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA .....                                     | 18 |
| <b>2.2.1 Objetivo principal</b> .....                               | 18 |
| <b>2.2.2 Objetivos secundários</b> .....                            | 18 |
| 2.3 PRESSUPOSTOS .....  | 18 |
| 2.4 DELIMITAÇÕES .....  | 19 |
| 2.5 LIMITAÇÕES .....  | 19 |
| 2.6 DELINEAMENTO .....  | 19 |
| <b>3 LAJES NERVURADAS</b> .....                                     | 22 |
| 3.1 CONCEITOS BÁSICOS .....   | 22 |
| 3.2 CARACTERIZAÇÃO DAS LAJES NERVURADAS .....                       | 23 |
| 3.3 CARGAS E COMBINAÇÕES DE AÇÕES .....                             | 26 |
| 3.4 ANÁLISE ESTRUTURAL .....  | 27 |
| 3.5 DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL .....                                | 27 |
| <b>3.5.1 Estados-limites últimos</b> .....                          | 28 |
| <b>3.5.2 Estados-limites de serviço</b> .....                       | 28 |
| <b>4 ANÁLISE DE ESFORÇOS EM LAJES NERVURADAS</b> .....              | 34 |
| 4.1 NOÇÕES SOBRE PLACAS EM REGIME ELÁSTICO .....                    | 34 |
| 4.2 ANÁLISE DE LAJES NERVURADAS .....                               | 36 |
| <b>4.2.1 Laje maciça equivalente</b> .....                          | 37 |
| <b>4.2.2 Analogia de grelha</b> .....                               | 39 |
| 4.2.2.1 Descrição do método .....                                   | 39 |
| 4.2.2.2 Definição da malha .....                                    | 41 |
| 4.2.2.3 Análise de lajes nervuradas por analogia de grelha .....    | 42 |
| 4.3 ABERTURAS .....   | 42 |
| <b>4.3.1 Recomendações normativas</b> .....                         | 43 |
| <b>4.3.2 Lajes maciças com aberturas</b> .....                      | 44 |
| 4.3.2.1 Lajes maciças apoiadas em uma direção com aberturas .....   | 44 |
| 4.3.2.2 Lajes maciças apoiadas em duas direções com aberturas ..... | 46 |
| <b>5 GEOMETRIA E MODELAGEM DAS LAJES ANALISADAS</b> .....           | 47 |
| 5.1 DEFINIÇÃO DO MODELO ESTRUTURAL NO CAD/TQS .....                 | 47 |

|  |           |
|--|-----------|
| 5.2 CARACTERÍSTICAS DAS LAJES ANALISADAS .....         | 51        |
| 5.3 VERIFICAÇÃO DE EQUILÍBRIO .....                    | 55        |
| <b>6 RESULTADOS OBTIDOS .....</b>                      | <b>56</b> |
| 6.1 LAJE NERVURADA SEM ABERTURA .....                  | 57        |
| 6.2 LAJES COM ABERTURA NO CANTO .....                  | 58        |
| <b>6.2.1 Estudo de caso 1 .....</b>                    | <b>63</b> |
| <b>6.2.2 Estudo de caso 2 .....</b>                    | <b>63</b> |
| <b>6.2.3 Estudo de caso 3 .....</b>                    | <b>64</b> |
| <b>6.2.4 Estudo de caso 4 .....</b>                    | <b>64</b> |
| 6.3 LAJES COM ABERTURA NO CENTRO .....                 | 65        |
| <b>6.3.1 Estudo de caso 5 .....</b>                    | <b>67</b> |
| <b>6.3.2 Estudo de caso 6 .....</b>                    | <b>68</b> |
| <b>6.3.3 Estudo de caso 7 .....</b>                    | <b>68</b> |
| <b>6.3.4 Estudo de caso 8 .....</b>                    | <b>69</b> |
| <b>6.3.5 Estudo de caso 9 .....</b>                    | <b>69</b> |
| 6.4 LAJES COM ABERTURA CENTRALIZADA NO MAIOR VÃO ..... | 70        |
| <b>6.4.1 Estudo de caso 10 .....</b>                   | <b>73</b> |
| <b>6.4.2 Estudo de caso 11 .....</b>                   | <b>74</b> |
| <b>6.4.3 Estudo de caso 12 .....</b>                   | <b>74</b> |
| <b>6.4.4 Estudo de caso 13 .....</b>                   | <b>75</b> |
| 6.5 LAJES COM ABERTURA CENTRALIZADA NO MENOR VÃO ..... | 75        |
| <b>6.5.1 Estudo de caso 14 .....</b>                   | <b>79</b> |
| <b>6.5.2 Estudo de caso 15 .....</b>                   | <b>79</b> |
| <b>6.5.3 Estudo de caso 16 .....</b>                   | <b>80</b> |
| <b>6.5.4 Estudo de caso 17 .....</b>                   | <b>80</b> |
| <b>7 ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>                  | <b>81</b> |
| 7.1 LAJES COM ABERTURA NO CANTO .....                  | 84        |
| 7.2 LAJES COM ABERTURA NO CENTRO .....                 | 85        |
| 7.3 LAJES COM ABERTURA CENTRALIZADA NO MAIOR VÃO ..... | 85        |
| 7.4 LAJES COM ABERTURA CENTRALIZADA NO MENOR VÃO ..... | 86        |
| 7.5 VERIFICAÇÃO DAS RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS .....     | 87        |
| <b>8 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>                    | <b>91</b> |
| REFERÊNCIAS .....                                      | 93        |

## 1 INTRODUÇÃO

A execução de lajes nervuradas remonta a meados do século XIX, quando projetistas de estruturas perceberam que o concreto poderia ser subtraído da laje maciça nas zonas tracionadas, e substituído por materiais inertes e mais leves, como blocos cerâmicos, por exemplo (FUSCO, 2013, p. 267). Com isso, reduziram-se as cargas devidas ao peso próprio, possibilitando o dimensionamento mais racional dos elementos estruturais. O projeto de pavimentos com vãos cada vez maiores tornou-se economicamente viável e as técnicas de execução foram aprimoradas com o desenvolvimento de sistemas de formas e de escoramento específicos, como pode ser observado na figura 1.

Figura 1 – Laje nervurada com nervuras bidirecionais



(fonte: ATEX BRASIL, [2014])

O sistema passou a ser amplamente utilizado em diversos países, dadas as suas vantagens e versatilidade. No Brasil, observa-se que as lajes nervuradas têm sido gradativamente adotadas como solução aos desafios arquitetônicos propostos, em obras de pequeno a grande porte, como edifícios residenciais, *shopping centers* e edifícios-garagem. Portanto, é essencial ao engenheiro civil conhecer os critérios de dimensionamento desse sistema, seu comportamento estrutural e as formas como se distribuem as solicitações na estrutura.

O projeto de estruturas de concreto constitui um processo iterativo, no qual os resultados obtidos em uma etapa são utilizados para estudos em uma etapa posterior. Inserida neste contexto, a análise estrutural consiste na determinação das solicitações em função das cargas atuantes. Por meio de modelos estruturais, busca-se simular o comportamento real da edificação e estimar os esforços solicitantes, analisando-os através de métodos adequados às ferramentas computacionais e matemáticas disponíveis.

Neste trabalho, será analisada a influência de aberturas na distribuição dos esforços em lajes nervuradas através da analogia de grelha. Segundo Silva et al. (2003, p. 2), esse processo consiste em modelar uma laje utilizando faixas ortogonais, cujas dimensões estão relacionadas à geometria do elemento estrutural. Tomando-se cada faixa por uma barra coincidente ao seu eixo, obtém-se uma grelha que representa a estrutura em estudo. A partir desse modelo, é possível definir como atuam os esforços solicitantes, a fim de armar a laje para que resista às ações a que estará sujeita.

As análises se darão através do programa computacional CAD/TQS, desenvolvido pela empresa TQS Informática Ltda. Trata-se de um *software* amplamente difundido no mercado brasileiro, voltado para o projeto de estruturas em concreto armado. O programa dispõe de diferentes métodos para a análise e dimensionamento de lajes, cabendo ao engenheiro escolher como critério de projeto qual deles será considerado.

## **2 DIRETRIZES DA PESQUISA**

As diretrizes para desenvolvimento do trabalho são descritas nos próximos itens.

### **2.1 QUESTÃO DE PESQUISA**

A questão de pesquisa do trabalho é: como os esforços se distribuem em lajes nervuradas com aberturas?

### **2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA**

Os objetivos da pesquisa estão classificados em principal e secundários e são descritos a seguir.

#### **2.2.1 Objetivo principal**

O objetivo principal do trabalho é a análise de esforços em lajes nervuradas com aberturas através da analogia de grelha.

#### **2.2.2 Objetivos secundários**

O objetivo secundário do trabalho é a determinação da armadura necessária para que a estrutura resista aos esforços solicitantes nos bordos da abertura.

### **2.3 PRESSUPOSTOS**

São pressupostos do trabalho que:

- a) a técnica da analogia de grelha é aplicável à análise de esforços em lajes nervuradas;
- b) os resultados apresentados pelo programa CAD/TQS são válidos para modelos estruturais bem definidos pelo engenheiro projetista.

## 2.4 DELIMITAÇÕES

O trabalho delimita-se à análise de lajes nervuradas com aberturas que atendam aos requisitos de dimensionamento da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014).

## 2.5 LIMITAÇÕES

As limitações do trabalho são abaixo apresentadas:

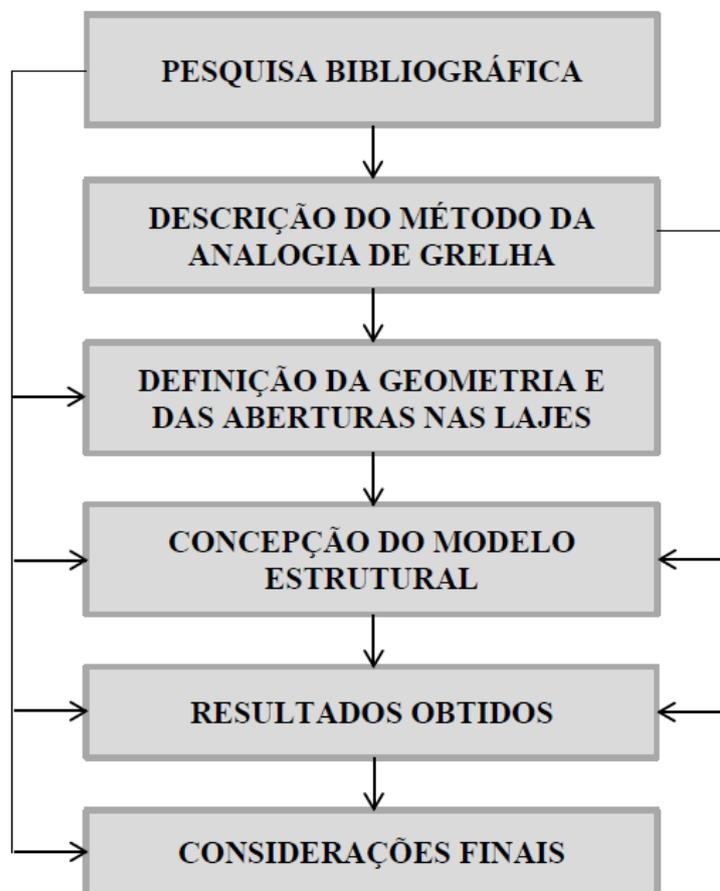
- a) as lajes nervuradas serão simplesmente apoiadas e possuem geometria retangular;
- b) a análise se dará através do método da analogia de grelha;
- c) o estudo de distribuição de esforços utilizará unicamente o programa CAD/TQS;
- d) os carregamentos são estáticos e distribuídos sobre a superfície das lajes;
- e) será considerado somente o regime elástico de deformações;
- f) serão analisados apenas esforços de flexão e deslocamentos verticais.

## 2.6 DELINEAMENTO

O trabalho será realizado através das etapas apresentadas a seguir, representadas na figura 2 e descritas nos próximos parágrafos:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) definição do método da analogia de grelha;
- c) definição da geometria e das aberturas nas lajes;
- d) concepção do modelo estrutural;
- e) resultados obtidos;
- f) considerações finais.

Figura 2 – Representação esquemática das etapas do trabalho



(fonte: elaborada pelo autor)

Uma vez definido o tema, iniciou-se a pesquisa bibliográfica, com o objetivo de aprofundar os conhecimentos na área e embasar o desenvolvimento do trabalho. Nesta etapa, foram apresentados os conceitos sobre lajes nervuradas e as características deste sistema estrutural, bem como as recomendações normativas que baseiam a análise e o dimensionamento de tais estruturas, com a descrição dos critérios estabelecidos para o cálculo da segurança aos estados-limites últimos e estados-limites de serviço. As dimensões máximas de aberturas em lajes e as considerações para verificação de tensões também foram apresentadas nesta etapa.

Em seguida, buscou-se descrever a técnica da analogia de grelha, visando ao entendimento do método para a compreensão dos resultados obtidos no CAD/TQS. Foram abordados os conceitos teóricos que envolvem a técnica, e as considerações para representação da laje por uma grelha equivalente.

Após a descrição das características e do comportamento estrutural do sistema nervurado, bem como das recomendações normativas para dimensionamento, foi definida a geometria

das lajes estudadas. Nesta etapa, as dimensões das aberturas e das lajes nervuradas foram determinadas, com base em valores adotados nas estruturas usuais de concreto armado.

Na etapa de concepção do modelo estrutural, foram apresentadas as considerações para representação das lajes com aberturas na ferramenta CAD/TQS. A inserção de dados corretos e a definição de um modelo adequado são essenciais para que as análises feitas por um programa computacional conduzam a resultados confiáveis, destacando a importância deste capítulo no desenvolvimento do trabalho. Os conceitos abordados na etapa de revisão bibliográfica foram frequentemente comentados, de modo a embasar as considerações para representação das lajes por uma grelha equivalente.

Na etapa de resultados obtidos, estudou-se a distribuição de esforços apresentada pelo *software* CAD/TQS, após a análise do modelo estrutural definido no item anterior. O programa, através do método da analogia de grelha, determina as solicitações em cada elemento da grelha equivalente, e os deslocamentos que ocorrerão nas barras da estrutura. Nesta etapa, portanto, foram apresentados e discutidos os diagramas de esforços gerados pelo CAD/TQS.

Nas considerações finais, realizou-se uma análise de como os esforços se distribuem em lajes nervuradas devido a aberturas, comparando os resultados obtidos na etapa anterior com estudos já realizados por outros autores.

### 3 LAJES NERVURADAS

Este capítulo tem como objetivo descrever as etapas que compõem o dimensionamento de lajes nervuradas, visando ao embasamento teórico para análise dos resultados obtidos através do CAD/TQS. Inicialmente, serão apresentados conceitos sobre o sistema nervurado e descritos os critérios para definição da mesa e das nervuras, elementos que constituem as lajes nervuradas. Em seguida, serão abordadas as diretrizes para o cálculo de cargas e combinações de ações que podem atuar na estrutura.

A etapa de análise estrutural consiste na determinação da resposta da estrutura em situações de serviço, e será abordada de modo detalhado no capítulo 4. Serão apresentadas também as recomendações normativas para o dimensionamento estrutural através da teoria dos estados-limites de serviço e estados-limites últimos.

#### 3.1 CONCEITOS BÁSICOS

As lajes são os elementos estruturais responsáveis por receber e transmitir as cargas de serviço às vigas, que as transferem aos pilares e estes, em seguida, às fundações. As lajes ainda podem ter como função a redistribuição de esforços horizontais e a colaboração com a resistência à compressão das vigas de seção T (MONTROYA et al., 2011, p. 403, tradução nossa).

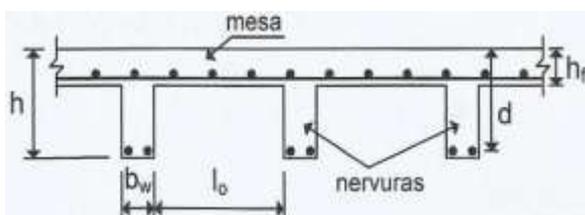
As lajes diferenciam-se entre si principalmente em razão do sistema estrutural adotado. Dentre os processos construtivos para pavimentos atualmente disponíveis, é possível citar as lajes maciças, nervuradas, lisas e cogumelo, com a possibilidade de disporem de protensão ou apenas de armadura passiva. A definição do sistema mais vantajoso deve ser norteadas pelos vãos exigidos no projeto arquitetônico, pelas cargas a que estará sujeita a edificação e pelos recursos disponíveis para a execução da estrutura.

### 3.2 CARACTERIZAÇÃO DAS LAJES NERVURADAS

O sistema nervurado surgiu na Inglaterra, em 1854, patenteado por William Boutland Wilkinson, e consistia na utilização de blocos de gesso como alternativa ao concreto em zonas tracionadas da laje. As pequenas nervuras formadas eram armadas e interligadas por uma mesa superior, que dispunha de uma malha de aço (LIMA et al., [2002?], p. 2, tradução nossa).

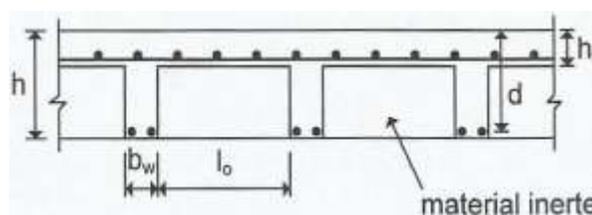
Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 97), as lajes nervuradas são aquelas que apresentam nervuras na zona de tração para momentos positivos. As nervuras podem ficar aparentes ou os vazios podem ser preenchidos com material não-estrutural de peso próprio reduzido, a fim de tornar plana a superfície inferior da laje. A figura 3 representa a situação em que as nervuras são aparentes, e a figura 4 mostra o preenchimento dos vazios com materiais inertes. Pode-se observar, nas duas figuras, a nomenclatura usual dos elementos que constituem as lajes nervuradas.

Figura 3 – Laje com nervuras aparentes



(fonte: ARAÚJO, 2014c, p. 194)

Figura 4 – Laje com preenchimento dos vazios



(fonte: ARAÚJO, 2014c, p. 193)

A altura total das lajes nervuradas geralmente é superior àquela exigida pela laje maciça com mesmas condições de carregamento e geometria. Por apresentar menor resistência à torção, devido aos vazios existentes entre as nervuras, espessuras maiores são adotadas visando ao aumento da rigidez da estrutura. Por este motivo, as edificações com sistema nervurado apresentam pavimentos com maior pé-direito, o que não implica, entretanto, em aumento no consumo de concreto. A diminuição do peso próprio, economia de material e recursos e a resistência a deslocamentos transversais apresentam-se como vantagens do sistema nervurado (OLIVEIRA et al., 2000, p. 1).

Araújo (2014b, p. 2) explica que as lajes nervuradas geralmente são utilizadas para vãos superiores a 8 m, caso em que a solução de placas maciças torna-se anti-econômica e

desvantajosa. Em função da baixa resistência à tração, considera-se que o concreto situado na porção tracionada da seção transversal não contribui com esforços resistentes à flexão. Em razão disso, a subtração do concreto tracionado ou a substituição por materiais não-estruturais mais leves ocasiona uma redução nas cargas de peso próprio, possibilitando o dimensionamento mais econômico da estrutura. Neste caso, as armaduras longitudinais de tração são dispostas nas nervuras.

As lajes nervuradas podem conter nervuras em uma direção, sendo denominadas unidirecionais, ou em duas direções, sendo denominadas bidirecionais. Em ambos os casos, as nervuras são paralelas entre si, e geralmente são equidistantes umas às outras. Carvalho e Pinheiro (2013, p. 43) indicam que quando a relação entre o maior e o menor vão for inferior a 2, deve-se utilizar o sistema nervurado nas duas direções, implicando em uma melhor distribuição das solicitações e em menores deslocamentos e esforços. Em situações comuns, as lajes nervuradas bidirecionais dispõem de nervuras ortogonais, assemelhando-se a uma grelha. As figuras 5 e 6 apresentam exemplos de lajes unidirecionais e bidirecionais, respectivamente.

Figura 5 – Laje nervurada unidirecional



(fonte: APS TECNOLOGIA, [2014])

Figura 6 – Laje nervurada bidirecional



(fonte: ATEX BRASIL, [2014])

As características geométricas da laje, como largura e espaçamento das nervuras e espessura da mesa, devem ser definidas de acordo com catálogos técnicos fornecidos por fabricantes de cubetas e sistemas de escoramento. Os mesmos catálogos geralmente apresentam as propriedades de flexão e o peso próprio estimado da laje, valores que devem ser utilizados nas etapas subsequentes de estimativa de cargas, análise estrutural e cálculo da armadura

necessária para que a estrutura atenda aos requisitos de bom desempenho e segurança à ruptura. Além dos catálogos técnicos, as recomendações normativas para a definição da mesa e das nervuras também devem ser observadas, e estão descritas a seguir.

De acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 74), o dimensionamento da mesa e das nervuras deve atender as seguintes condições:

- a) quando não houver tubulações embutidas, a mesa deve ter espessura maior ou igual a  $1/15$  da separação entre faces das nervuras. Exige-se ainda espessura mínima de 4 cm;
- b) quando houver tubulações embutidas com diâmetro  $\phi$  menor ou igual a 10 mm, a mesa deve ter no mínimo 5 cm de espessura. Caso haja tubulações com diâmetro  $\phi$  maior que 10 mm, a espessura mínima da mesa deve ser  $4\text{ cm} + \phi$ , ou  $4\text{ cm} + 2\phi$  no caso de haver sobreposição destas tubulações;
- c) a espessura das nervuras deve ser maior que 5 cm;
- d) não podem ser dimensionadas armaduras de compressão para nervuras com espessura inferior a 8 cm.

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 75) estabelece ainda condições para a consideração de flexão da mesa e cisalhamento das nervuras, conforme descrito abaixo:

- a) a verificação de flexão da mesa é desnecessária quando a distância entre os eixos das nervuras for menor que 65 cm. Neste caso, podem ser utilizados os critérios de laje para verificação de cisalhamento das nervuras;
- b) a flexão da mesa deve ser verificada para espaçamentos entre os eixos das nervuras entre 65 cm e 110 cm. Deve-se ainda verificar as nervuras ao cisalhamento como vigas, ou como lajes quando o espaçamento entre eixos for menor que 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;
- c) quando a distância entre os eixos das nervuras for maior que 110 cm, deve-se projetar a mesa considerando-a como laje maciça apoiada em uma grelha de vigas.

As cargas devidas ao peso próprio da estrutura podem ser obtidas após a definição das características geométricas da laje nervurada, como espessura da mesa e largura das nervuras. Além destas cargas, a estrutura deverá suportar cargas variáveis e outras cargas permanentes quando em serviço, cujos valores dependem da finalidade da edificação. Os procedimentos sugeridos pela norma brasileira para a determinação das cargas e combinações de ações a que estará sujeita a estrutura estão descritos a seguir.

### 3.3 CARGAS E COMBINAÇÕES DE AÇÕES

Conforme Araújo (2014a, p. 89), as ações podem ser definidas como a causa dos esforços e deformações que ocorrem nas estruturas. Segundo o mesmo autor, em função dos fatores apresentados a seguir, as ações podem ser classificadas como ações:

- a) permanentes, caracterizadas por atuarem sobre a estrutura durante praticamente toda a sua vida útil;
- b) variáveis, definidas por atuarem com valores bastante diferenciados ao longo da vida da estrutura;
- c) excepcionais, caracterizadas por uma pequena probabilidade de ocorrerem e por atuarem por pouco tempo sobre a estrutura.

Os valores das ações permanentes são determinados a partir do peso específico dos materiais que serão utilizados, os quais se encontram definidos na NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980). As ações variáveis são classificadas como diretas, constituídas pela ação da água, do vento e pelas cargas acidentais previstas para o uso da construção, e indiretas, decorrentes de variações na temperatura e de ações dinâmicas. O quadro 1 apresenta valores mínimos de cargas acidentais. Já as ações excepcionais não podem ser controladas, e devem ser estimadas a partir de valores definidos por normas específicas. Os valores característicos das ações, quando multiplicados por coeficientes de ponderação, levam à determinação dos carregamentos de cálculo (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 61-63).

Quadro 1 – Valores mínimos de cargas acidentais

| Local                      |   | Carga (kN/m <sup>2</sup> ) |
|----------------------------|---|----------------------------|
| Edifícios residenciais     | Dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro                                       | 1,5                        |
|                            | Despensa, área de serviço e lavanderia  | 2                          |
| Escolas                    | Anfiteatros, corredor e sala de aula  | 3                          |
|                            | Outras salas  | 2                          |
| Escritórios                | Salas de uso geral e banheiros  | 2                          |
| Garagens e estacionamentos | Para veículos de passageiros ou semelhantes com carga máxima de 25 kN por veículo | 3                          |
| Lojas                      |   | 4                          |

(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 3-4)

Os carregamentos são, portanto, combinações das ações que podem atuar na edificação, e devem ser determinados considerando os efeitos mais desfavoráveis das ações sobre a estrutura. Os estados-limites de serviço devem ser verificados para combinações de serviço, classificadas como quase permanentes, frequentes e raras, de acordo com o tempo de permanência na estrutura. Já os estados-limites últimos devem ser verificados em função de combinações últimas, classificadas como normais, especiais ou de construção e excepcionais. As fórmulas para o cálculo das solicitações e os coeficientes de ponderação utilizados para cada caso estão descritos na NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 66-68).

### 3.4 ANÁLISE ESTRUTURAL

A análise estrutural tem como objetivo a determinação da resposta da estrutura quando diferentes carregamentos são aplicados. Nesta etapa, estudam-se os efeitos das solicitações previamente calculadas e estima-se como as ações se distribuem nos elementos estruturais, sendo obtidos os esforços internos que baseiam o dimensionamento e as verificações de segurança pertinentes. Os resultados encontrados nesta etapa são, portanto, decisivos para o bom desempenho das estruturas.

A análise da distribuição de esforços se dá através do modelo estrutural, cabendo ao engenheiro defini-lo adequadamente. Por meio deste modelo, busca-se simular o comportamento real da estrutura quando sujeita aos carregamentos considerados no projeto. Os modelos apresentam diferentes graus de complexidade, e devem ser coerentes com as ferramentas computacionais e matemáticas disponíveis, uma vez que a análise de modelos simplificados por meio de métodos refinados, assim como o estudo de modelos complexos através de técnicas básicas, podem gerar imprecisões e erros. A análise de esforços em lajes nervuradas será abordada no capítulo 4.

### 3.5 DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL

Os esforços calculados na etapa de análise do modelo estrutural são utilizados para o dimensionamento dos elementos, a fim de que resistam às solicitações em serviço. Para tanto, deve-se distribuir a armadura nas peças estruturais da melhor maneira possível, a fim de garantir o bom desempenho da edificação. Carvalho e Pinheiro (2013, p. 35) indicam que o

cálculo da armadura longitudinal e de cisalhamento deve seguir as recomendações normativas para estados-limites últimos de flexão, e que a verificação de deformações excessivas e de abertura de fissuras deve atender às condições previstas para estados-limites de serviço, conforme descrito a seguir.

### 3.5.1 Estados-limites últimos

Os estados-limites últimos estão relacionados ao esgotamento da capacidade resistente dos elementos estruturais, e são caracterizados pela ruptura ou paralisação do uso da estrutura. A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 54-55) estabelece que a segurança das estruturas deve ser sempre verificada para os seguintes estados-limites últimos:

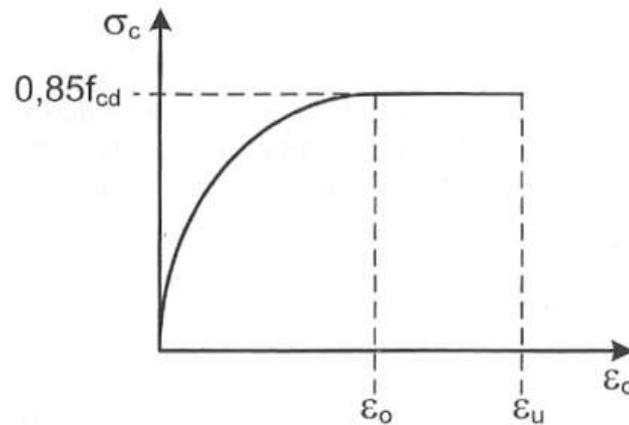
- a) estado-limite último da perda do equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- b) estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, devido às solicitações normais e tangenciais, admitindo-se a redistribuição de esforços internos, [...] e admitindo-se, em geral, as verificações separadas das solicitações normais e tangenciais [...];
- c) outros estados-limites últimos que eventualmente possam ocorrer em casos especiais.

Os esforços resistentes em lajes devem ser superiores aos esforços solicitantes de projeto obtidos na análise estrutural, e são calculados admitindo-se as seguintes hipóteses básicas, conforme a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 120-121):

- a) após a deformação, a seção transversal do elemento se mantém plana, implicando em uma distribuição linear das deformações ao longo da seção;
- b) a deformação do concreto deve ser a mesma das barras passivas envolvidas, pois admite-se aderência perfeita entre o concreto e o aço;
- c) no estado-limite último, os esforços resistentes de tração no concreto devem ser desprezados.

As tensões de compressão atuantes no concreto para efeitos de dimensionamento podem ser obtidas através do diagrama de tensão-deformação apresentado na figura 7.

Figura 7 – Diagrama tensão-deformação do concreto



(fonte: ARAÚJO, 2014a, p. 112)

Conforme Araújo (2014a, p. 112), no trecho curvo do diagrama parábola-retângulo, a tensão de compressão no concreto pode ser calculada através da fórmula 1:

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^n \right] \quad (\text{fórmula 1})$$

Onde:

$\sigma_c$  = tensão de compressão no concreto, em kN/cm<sup>2</sup>;

$f_{cd}$  = resistência à compressão de cálculo, em kN/cm<sup>2</sup>;

$\varepsilon_c$  = deformação específica do concreto, adimensional;

$\varepsilon_o$  = deformação específica do concreto no início do patamar plástico, adimensional;

$n$  = expoente da parábola, adimensional.

O expoente  $n$  é igual a 2 para concretos com resistência característica à compressão menor ou igual a 50 MPa. Caso o  $f_{ck}$  do concreto esteja entre 50 MPa e 90 MPa, o expoente  $n$  deve ser calculado através da fórmula 2 (ARAÚJO, 2014a, p. 114):

$$n = 1,4 + 23,4 \left( \frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 \quad (\text{fórmula 2})$$

Onde:

$n$  = expoente da parábola, adimensional;

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto, em MPa.

As deformações específicas no início do patamar plástico e na ruptura dependem do  $f_{ck}$  do concreto. Quando este for menor ou igual a 50 MPa,  $\varepsilon_o$  é igual a 2,0‰ e  $\varepsilon_u$  é igual a 3,5‰. Caso o concreto tenha resistência entre 50 MPa e 90 MPa, os valores de  $\varepsilon_o$  e  $\varepsilon_u$  podem ser obtidos através das fórmulas 3 e 4 (ARAÚJO, 2014a, p. 113-114):

$$\varepsilon_o = 2,0\text{‰} + 0,085 (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (\text{fórmula 3})$$

$$\varepsilon_u = 2,6\text{‰} + 35 \left( \frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 \quad (\text{fórmula 4})$$

Onde:

$\varepsilon_o$  = deformação específica do concreto no início do patamar plástico, adimensional;

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto, em MPa;

$\varepsilon_u$  = deformação específica do concreto na ruptura, adimensional.

### 3.5.2 Estados-limites de serviço

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 55) define que “Estados-limites de serviço são aqueles relacionados ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização da estrutura, seja em relação aos usuários, seja em relação às máquinas e equipamentos suportados pelas estruturas.”. Os estados-limites de serviço estão ligados ao bom desempenho dos elementos estruturais quando sujeitos a cargas de serviço, e estabelecem requisitos para a verificação de flechas, abertura de fissuras e vibrações.

O estado-limite de serviço de deformação excessiva deve ser verificado “[...] através de modelos que considerem a rigidez efetiva das seções do elemento estrutural, ou seja, que levem em consideração a presença da armadura e a existência de fissuras no concreto ao

longo dessa armadura [...].” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 125). No quadro 2, são apresentados os deslocamentos limites utilizados para a verificação das deformações do elemento estrutural, considerando-se o vão  $l$  como a distância entre o pilar externo e o pilar interno.

Quadro 2 – Deslocamentos limites para verificação de deformações

| Tipo de efeito                       | Razão da limitação                                      | Deslocamento a considerar   | Deslocamento limite                   |
|--------------------------------------|---|---|---------------------------------------|
| Aceitabilidade sensorial             | Visual  | Total   | 1/250                                 |
|                                      | Outro   | Devido a cargas acidentais  | 1/350                                 |
| Efeitos estruturais em serviço       | Pavimentos que devem permanecer planos                  | Ocorrido após a construção do piso  | 1/600                                 |
| Efeitos em elementos não-estruturais | Paredes   | Após a construção da parede   | 1/500 e 10 mm e $\theta = 0,0017$ rad |
|                                      |   | Ocorrido após a instalação da divisória   | 1/250 e 25 mm                         |
| Efeitos em elementos estruturais     | Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas | Se os deslocamentos forem relevantes, seus efeitos devem ser incorporados ao modelo estrutural. |                                       |

(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 77-78)

Já as verificações do estado-limite de serviço de fissuração visam a proteger as armaduras da corrosão, e dependem da taxa de armadura longitudinal e das posições adotadas para as barras de aço. Em função da pequena resistência à tração, é inevitável que ocorram fissuras nos elementos estruturais de concreto, as quais, quando em excesso, podem afetar a funcionalidade e a durabilidade da estrutura. Por este motivo, é necessário que seja verificada e limitada a possibilidade de abertura de fissuras.

Carvalho e Pinheiro (2013, p. 39) explicam que diversos fatores, como as condições de execução e as restrições às variações volumétricas, afetam a abertura de fissuras nos elementos de concreto, tornando difícil a avaliação do comportamento real da estrutura. Por esta razão, os critérios estabelecidos para verificação devem ser considerados como

avaliações aceitáveis do comportamento global do elemento, uma vez que não garantem a integridade em todas as seções.

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 128-129) recomenda que a abertura de fissuras seja verificada para a região em torno das barras de aço tracionadas, ou seja, dispostas abaixo da linha neutra. Para as armaduras longitudinal e de pele com diâmetro  $\phi$ , a área de concreto a ser analisada compreende um quadrado com lado  $15 \phi$ , com centro coincidente ao eixo da barra. O valor característico de abertura de fissuras deve ser tomado como o menor entre as fórmulas 5 e 6:

$$w_k = \frac{\phi_s}{12,5 \eta_1} \frac{\sigma_s}{E_s} \frac{3 \sigma_s}{f_{ctm}} \quad (\text{fórmula 5})$$

$$w_k = \frac{\phi_s}{12,5 \eta_1} \frac{\sigma_s}{E_s} \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right) \quad (\text{fórmula 6})$$

Onde:

$w_k$  = valor característico da abertura de fissuras, em cm;

$\phi_s$  = diâmetro da barra de aço, em cm;

$\eta_1$  = coeficiente de aderência entre o aço e o concreto, adimensional;

$\sigma_s$  = tensão de tração no centro da barra, em kN/cm<sup>2</sup>;

$E_s$  = módulo de elasticidade de aço, em kN/cm<sup>2</sup>;

$f_{ctm}$  = resistência média à tração do concreto, em kN/cm<sup>2</sup>;

$\rho_r$  = taxa de armadura passiva em relação à área da região de envolvimento, adimensional.

O valor de  $f_{ctm}$  para o concreto com resistência menor ou igual a 50 MPa pode ser obtido através da fórmula 7, de acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 23). Segundo a mesma norma, para o concreto com resistência entre 50 MPa e 90 MPa, a resistência média à tração deve ser calculada por meio da fórmula 8:

$$f_{ctm} = 0,3 (f_{ck})^{\frac{2}{3}} \quad (\text{fórmula 7})$$

$$f_{ctm} = 0,212 \ln (1 + 0,11 f_{ck}) \quad (\text{fórmula 8})$$

Onde:

$f_{ctm}$  = resistência média à tração do concreto, em kN/cm<sup>2</sup>;

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto, em kN/cm<sup>2</sup>.

O coeficiente de aderência entre o aço e o concreto pode ser obtido a partir do quadro 3.

Quadro 3 – Coeficientes de aderência entre o aço e o concreto

| Tipo de superfície da barra de aço | $\eta_1$ |
|------------------------------------|----------|
| Lisa                               | 1,0      |
| Entalhada                          | 1,4      |
| Nervurada                          | 2,25     |

(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 29)

A mesma norma dispensa a verificação da abertura de fissuras se forem respeitados os limites de diâmetro e espaçamento das barras apresentados no quadro 4.

Quadro 4 – Valores limites para dispensa de controle da fissuração

| Tensão na barra<br>$\sigma_s$ (MPa) | Valores máximos           |                        |
|-------------------------------------|---------------------------|------------------------|
|                                     | $\Phi_{m\acute{a}x}$ (mm) | $S_{m\acute{a}x}$ (cm) |
| 160                                 | 32                        | 30                     |
| 200                                 | 25                        | 25                     |
| 240                                 | 20                        | 20                     |
| 280                                 | 16                        | 15                     |
| 320                                 | 12,5                      | 10                     |

(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 129)

## 4 ANÁLISE DE ESFORÇOS EM LAJES NERVURADAS

Neste capítulo, serão apresentados conceitos sobre o comportamento em regime elástico das lajes. Serão descritos ainda métodos para análise estrutural de lajes nervuradas, como a analogia de grelha e o processo da laje maciça equivalente. As aberturas em lajes também serão abordadas, com a descrição de dimensões máximas segundo a norma brasileira e considerações sobre a análise de concentração de tensões.

### 4.1 NOÇÕES SOBRE PLACAS EM REGIME ELÁSTICO

Segundo Fusco (2013, p. 241), placas são estruturas limitadas por dois planos paralelos, cuja altura  $h$  é pequena em relação às outras dimensões, e nas quais atuam predominantemente solicitações perpendiculares ao seu plano médio. Nas estruturas de concreto armado, as placas são denominadas lajes.

Sob a ação de um carregamento, as placas deformam-se e seus pontos são deslocados. O estudo de placas submetidas a tais condições levou à formulação da teoria de placas, que se aplica dentro do regime elástico dos materiais, e permite determinar o valor de esforços e deslocamentos em qualquer ponto no interior da estrutura. As propriedades de flexão de uma placa são influenciadas sobretudo pela sua espessura e pela grandeza dos deslocamentos, de modo que este elemento estrutural pode ser estudado segundo a teoria de placas (TIMOSHENKO; WOINOWSKY-KRIEGER, 1959, p. 1, tradução nossa):

- a) finas sujeitas a pequenas deflexões;
- b) finas sujeitas a grandes deflexões;
- c) espessas.

Os dois últimos casos podem ser vistos detalhadamente em Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959), e não estão abordados neste trabalho. Cunha e Souza (1994, p. 56) explicam que a teoria de placas finas com pequenas deflexões pode ser aplicada assumindo-se as hipóteses descritas por Kirchhoff, e apresentadas a seguir:

- a) o material da placa é homogêneo, isotrópico e linearmente elástico;
- b) a espessura da placa é pequena em relação às outras dimensões, e as rotações da superfície média deformada são pequenas em relação à unidade;
- c) normais ao plano médio antes da deformação permanecem normais à superfície média após a flexão da placa, ou seja, deformações devidas ao esforço cortante são desprezadas;
- d) as tensões normais ao plano médio da placa podem ser desprezadas.

As hipóteses de Kirchhoff e as relações da teoria da elasticidade possibilitam a dedução da equação diferencial das placas, amplamente utilizada na análise de lajes maciças. O desenvolvimento pode ser visto em Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959).

Araújo (2014b, p. 46) explica que “A equação diferencial da placa é obtida considerando-se o equilíbrio de um elemento infinitesimal tomado em uma posição genérica no plano da placa.”. As faces do elemento considerado são submetidas a momentos fletores, torçores e esforços cortantes, atuantes nas duas direções do plano médio. O equilíbrio de momentos em torno dos eixos  $x$  e  $y$ , e o equilíbrio de forças na direção  $z$  (ortogonal à placa), levam à equação diferencial das placas, dada por:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{q}{D} \quad (\text{equação 1})$$

Onde:

$D$  = rigidez à flexão, em kN cm;

$q$  = carga uniformemente distribuída na placa, em kN/cm<sup>2</sup>;

$x, y$  = coordenadas de um ponto genérico da placa, em cm;

$w$  = deslocamento transversal de um ponto da placa, em cm.

Segundo Araújo (2014b, p. 45), a rigidez à flexão pode ser calculada através da fórmula 9:

$$D = \frac{E h^3}{12 (1 - \nu^2)} \quad (\text{fórmula 9})$$

Onde:

$D$  = rigidez à flexão, em kN cm;

$E$  = módulo de elasticidade, em kN/cm<sup>2</sup>;

$h$  = espessura da placa, em cm;

$\nu$  = coeficiente de Poisson, adimensional.

A equação diferencial das placas permite determinar os deslocamentos da laje que satisfazem simultaneamente a equação de equilíbrio e as condições de contorno, e foi solucionada em diversos trabalhos, considerando diferentes carregamentos e condições de apoio. Processos aproximados, como o de Marcus e o de Nadai, foram desenvolvidos para a resolução de lajes em regime elástico. A partir de tais processos simplificados, foram criadas tabelas que permitem a obtenção dos esforços para diferentes relações entre vãos, carregamentos e condições de apoio. A desvantagem dos processos aproximados e das tabelas deve-se à obtenção apenas dos esforços máximos que ocorrem na laje, ao contrário da teoria de placas, que possibilita o cálculo dos esforços e flechas em qualquer ponto da estrutura (CUNHA; SOUZA, 1994, p. 99).

## 4.2 ANÁLISE DE LAJES NERVURADAS

As lajes nervuradas podem ser analisadas considerando o comportamento linear ou não-linear do concreto. Segundo Schwetz (2011, p. 12, grifo do autor), “A análise estrutural linear considera que os deslocamentos são diretamente proporcionais ao carregamento aplicado, permitindo, assim, a utilização do **princípio da superposição de efeitos** para solicitações e deslocamentos.”. Neste trabalho, considerou-se que os materiais comportam-se segundo um regime elástico linear. A análise não-linear, por outro lado, considera a relação variável entre cargas e deformações. Schwetz (2011, p. 12) explica que:

Basicamente, existem dois fatores principais que geram o comportamento não-linear de uma estrutura à medida que o carregamento é aplicado: a alteração das propriedades dos materiais, designada por não-linearidade física e a alteração da geometria da estrutura, chamada de não-linearidade geométrica.

A não-linearidade geométrica se caracteriza por considerar que a deformação da estrutura altera a condição de carregamento. Desta forma, os esforços são amplificados à medida que a estrutura se deforma, através dos denominados efeitos de segunda ordem.

A não-linearidade física leva em consideração a perda de rigidez dos elementos durante o carregamento da estrutura. No caso do concreto armado, as propriedades

dos materiais envolvidos se alteram durante o carregamento, gerando uma resposta não-linear da mesma [...].

Como pode ser visto em Oliveira et al. (2000, p. 2), o cálculo de solicitações em lajes nervuradas usualmente é realizado através de métodos baseados na laje maciça equivalente ou na analogia de grelha. O primeiro método consiste na análise da laje nervurada através de uma placa maciça com igual rigidez à flexão. No segundo método, os esforços solicitantes são obtidos por processos estáticos, e as barras da grelha equivalente representam as nervuras da laje. Os métodos estão descritos a seguir.

#### 4.2.1 Laje maciça equivalente

Este método consiste em transformar a laje nervurada em uma placa maciça com rigidez à flexão equivalente, e analisar os esforços solicitantes através de tabelas baseadas na teoria da elasticidade. Conforme sugere Araújo (2014c, p. 197), “[...] as lajes nervuradas podem ser calculadas como lajes maciças, desde que sua espessura seja determinada corretamente.”. A espessura da placa maciça equivalente pode ser obtida através da fórmula 10:

$$h_{eq} = \left( \frac{12 I}{s} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{fórmula 10})$$

Onde:

$h_{eq}$  = altura equivalente da laje maciça, em cm;

$I$  = momento de inércia da seção transversal T da nervura, em  $\text{cm}^4$ ;

$s$  = espaçamento entre os eixos de nervuras, em cm.

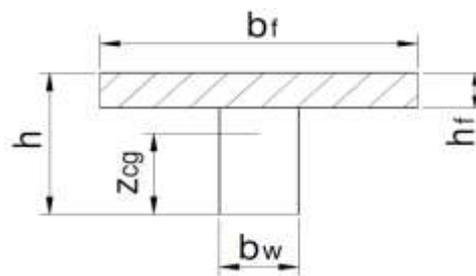
Para a definição da espessura da laje maciça equivalente, deve-se calcular o momento de inércia da seção transversal T da nervura, sendo necessário estimar a largura colaborante da mesa. Araújo (2014a, p. 182) destaca que a mesa deve estar comprimida para que a viga funcione como seção T, o que ocorre em regiões da laje com momento fletor positivo. Em trechos com momento fletor negativo, a viga deve ser tratada como seção retangular.

Conforme Dias (2003, p. 33), muitos estudos têm sido dedicados à determinação adequada da largura colaborante. O autor apresenta teorias em que a interação laje-nervura é determinada a partir das tensões de cisalhamento verificadas na região da mesa. A NBR 6118

(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 87-88) define a largura colaborante como “[...] a largura da viga acrescida de no máximo 10% da distância entre os pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que haja laje colaborante.”. É possível estimar a distância entre os pontos de momento nulo em função das condições de apoio e do vão considerado.

Uma vez determinada a largura colaborante, está caracterizada a seção T da nervura. A figura 8 apresenta esquematicamente as dimensões da seção e mostra os retângulos em que esta foi dividida para o cálculo do momento de inércia à flexão (DIAS, 2003, p. 36).

Figura 8 – Características da seção T para cálculo do momento de inércia



(fonte: DIAS, 2003, p. 36)

Segundo o mesmo autor, o momento de inércia pode ser calculado através da fórmula 11:

$$I = \frac{b_f h_f^3}{12} + b_f h_f \left( h - h_f - z_{cg} + \frac{h_f}{2} \right)^2 + \frac{b_w (h - h_f)^3}{12} + b_w (h - h_f) \left( z_{cg} - \frac{h - h_f}{2} \right)^2 \quad (\text{fórmula 11})$$

Onde:

$I$  = momento de inércia à flexão da seção T, em  $\text{cm}^4$ ;

$b_f$  = largura da face superior da seção T, em cm;

$h_f$  = espessura da mesa, em cm;

$h$  = altura total da seção T, em cm;

$z_{cg}$  = altura do centroide da seção T em relação ao face inferior, em cm;

$b_w$  = largura da face inferior da seção T, em cm.

Uma vez caracterizada a seção T das nervuras, obtém-se a laje maciça equivalente através da fórmula 10. A distribuição de esforços pode ser analisada segundo a teoria de placas ou através de processos aproximados, conforme descrito anteriormente.

## 4.2.2 Analogia de grelha

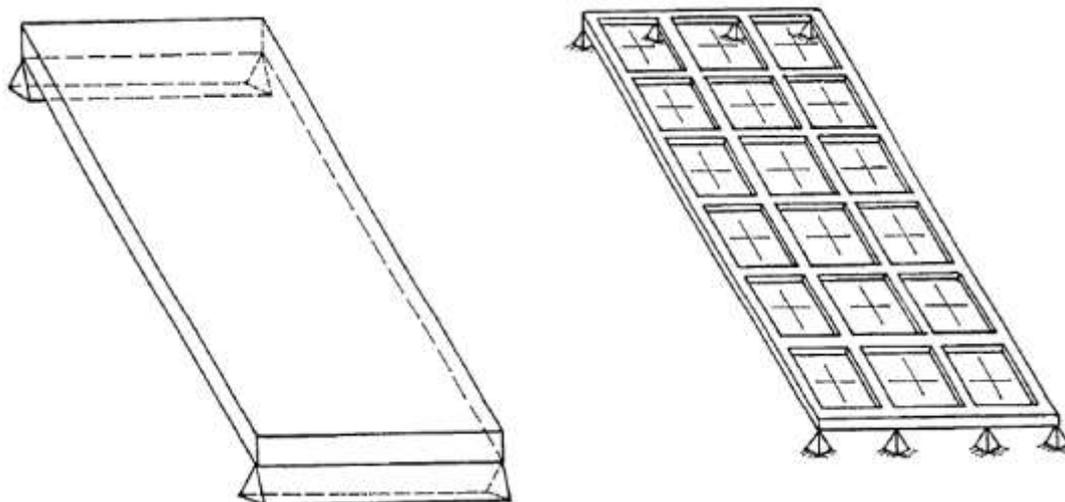
Segundo Araújo (2014b, p. 36), a analogia de grelha “É um dos métodos numéricos mais utilizados para análise de lajes de concreto armado [...]”. A técnica, utilizada neste trabalho através de recursos computacionais para o estudo de lajes nervuradas com aberturas, será descrita a seguir.

### 4.2.2.1 Descrição do método

O método da analogia de grelha está implementado em diversos programas computacionais, devido à facilidade em compreendê-lo, ao seu baixo custo computacional e a estudos que demonstraram que seus resultados são muito confiáveis para diferentes estruturas. Como pode ser visto em Hambly (1991, p. 61, tradução nossa), a técnica é indicada para o cálculo de tabuleiros de pontes. Carvalho e Pinheiro (2013, p. 132) também sugerem a analogia de grelha para o estudo de lajes lisas e cogumelo, sistema estrutural sem vigas no qual as lajes apoiam-se nos pilares. Duarte e Giongo (1997, p. 1228) estudaram a aplicabilidade desta técnica na análise de lajes esconsas, e explicam que se trata de uma ferramenta eficiente para lajes com formas retangulares.

A técnica consiste em representar a placa por uma grelha equivalente, de modo a concentrar as rigidezes à torção e à flexão da laje nas duas direções nas barras correspondentes da grelha. Segundo Hambly (1991, p. 61, tradução nossa), “[...] a rigidez das barras deve ser definida de modo que os momentos fletores, esforços cortantes e momentos torsões em qualquer barra da grelha sejam iguais à resultante de tensões na seção transversal da laje que esta barra representa.”. O mesmo autor ainda explica que a laje e a grelha equivalente, quando sujeitas ao mesmo carregamento, devem apresentar iguais deslocamentos. A figura 9 apresenta um exemplo de representação de laje por uma grelha.

Figura 9 – Laje e grelha de barras equivalente



(fonte: BARBOZA, 1992, p. 7)

A analogia de grelha considera a interação entre vigas, lajes e pilares, possibilitando uma melhor representação do comportamento real da estrutura. Levando em conta a relação entre as rigidezes dos diferentes elementos estruturais, esta técnica conduz a resultados mais adequados do que aqueles obtidos por meio de métodos aproximados.

Os carregamentos a que estará sujeita a estrutura devem ser aplicados corretamente na grelha equivalente. Carvalho e Pinheiro (2013, p. 133) explicam que as cargas concentradas que atuam na laje devem ser aplicadas nos nós. Caso não haja coincidência entre o ponto de aplicação e um nó da grelha, deve ser considerada uma carga equivalente nos nós próximos. Já as cargas distribuídas devem ser aplicadas na grelha considerando a área de influência de cada barra, e podem ser distribuídas nos elementos ou, como aproximação, concentradas nos nós.

É importante destacar que a técnica apresenta algumas limitações em sua solução. Hambly (1991, p. 62, tradução nossa) explica que, de acordo com a teoria clássica de placas, os momentos torsores em duas direções ortogonais devem ser iguais para que haja equilíbrio em um elemento da laje. Na grelha equivalente, essa hipótese apenas pode ser assegurada definindo-se uma malha suficientemente pouco espaçada, de modo que os deslocamentos constituam uma superfície lisa com torções aproximadamente iguais em direções ortogonais.

Segundo o mesmo autor, outro inconveniente refere-se ao fato de que o momento fletor em uma direção depende tanto da curvatura nesta direção quanto da curvatura na direção

ortogonal, em um elemento qualquer da laje. Por outro lado, na grelha equivalente, o momento fletor em uma barra depende apenas da curvatura na sua direção. Diversas comparações com métodos numéricos rigorosos e experimentos, entretanto, já demonstraram que os resultados obtidos através da analogia de grelha são satisfatórios.

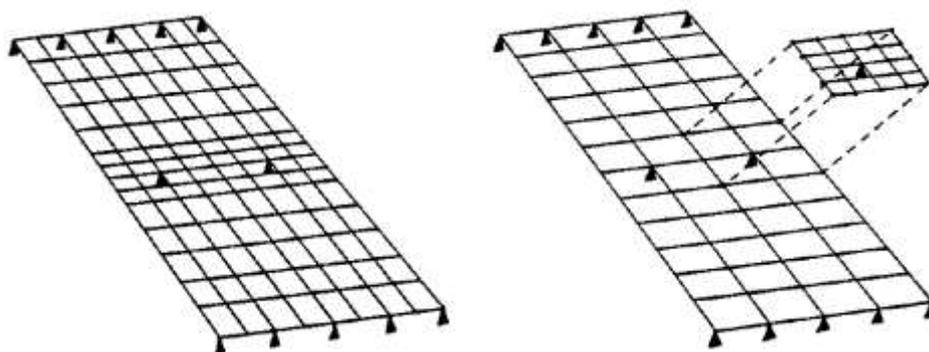
#### 4.2.2.2 Definição da malha

A precisão dos resultados obtidos através da analogia de grelha está relacionada ao número de barras utilizadas para a representação da laje. Hambly (1991, p. 63-64) explica que, devido às particularidades de cada estrutura e às variáveis envolvidas, como condições de apoio e carregamentos, é difícil estabelecer regras para a definição da malha. Desse modo, o autor recomenda os seguintes critérios para a adoção da grelha equivalente:

- a) o espaçamento entre as barras deve ser menor que  $1/4$  do vão;
- b) os espaçamentos entre os elementos transversais devem ser semelhantes aos longitudinais, permitindo distribuição estática dos carregamentos;
- c) para lajes com formas aproximadamente retangulares, as barras da grelha podem ser consideradas ortogonais;
- d) as vigas ou regiões rígidas da laje devem ser representadas como elementos da grelha.

O autor ainda sugere que, próximo a apoios internos, ou em regiões onde é necessário estudar efeitos localizados, deve-se adotar uma grelha com menor espaçamento entre os elementos. A figura 10 apresenta duas malhas distintas que exemplificam este procedimento.

Figura 10 – Exemplos de grelha equivalente para análise de apoios internos



(fonte: HAMBLY, 1991, p. 64)

Buscando verificar quantos elementos são necessários para se obter a convergência do método, Carvalho (1994, p. 36) analisou uma placa quadrada através de grelhas com diferentes espaçamentos entre barras, refinando-a e comparando as solicitações e flechas obtidas. Concluiu, a partir deste estudo, que o método converge rapidamente para incrementos iniciais no número de barras. A velocidade de convergência, entretanto, diminui à medida que se efetua o refinamento da grelha.

#### 4.2.2.3 Análise de lajes nervuradas por analogia de grelha

As nervuras presentes nas lajes nervuradas assemelham-se a um sistema de vigas, e por este motivo, para se representar a estrutura de modo adequado, as barras da grelha equivalente devem ser colocadas de forma a coincidirem com o eixo das nervuras. A seção transversal das barras deve ser definida como seção T, o que permite considerar a rigidez da largura colaborante da mesa de concreto, responsável por solidarizar as nervuras e compatibilizar os deslocamentos. Com isso, concentram-se nas barras da grelha a inércia à torção e à flexão da estrutura real.

Os esforços internos que se verificam em um elemento de grelha são o momento fletor normal ao eixo da barra, a tensão de cisalhamento perpendicular ao plano da grelha e o momento torsor axial à barra. Desse modo, ocorrem três deformações na estrutura, sendo duas rotações devidas aos momentos e o deslocamento vertical em função do esforço cortante. Toda a estrutura deve resistir aos carregamentos atuantes através de adequada transmissão de esforços, e para isso, é necessário que as nervuras em direções distintas apresentem rigidezes semelhantes, de modo que resistam a parcelas iguais da solicitação (DIAS, 2003, p.45).

### 4.3 ABERTURAS

As recomendações normativas para a análise e dimensionamento de lajes com aberturas serão abordadas a seguir. Também serão apresentados os métodos práticos descritos por Leonhardt e Mönnig (1978) para o cálculo de esforços em lajes retangulares apoiadas em uma ou em duas direções com aberturas.

### 4.3.1 Recomendações normativas

Conforme Carvalho e Pinheiro (2013, p. 23), “Os furos ou aberturas executados em qualquer elemento estrutural dão origem a concentração de tensões que podem ser prejudiciais.”. Os autores ainda diferenciam furos, caracterizados por apresentarem pequenas dimensões, de aberturas, as quais possuem dimensões consideráveis em relação ao elemento em que estão inseridas. Para o caso de aberturas em lajes, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 178) recomenda as seguintes condições:

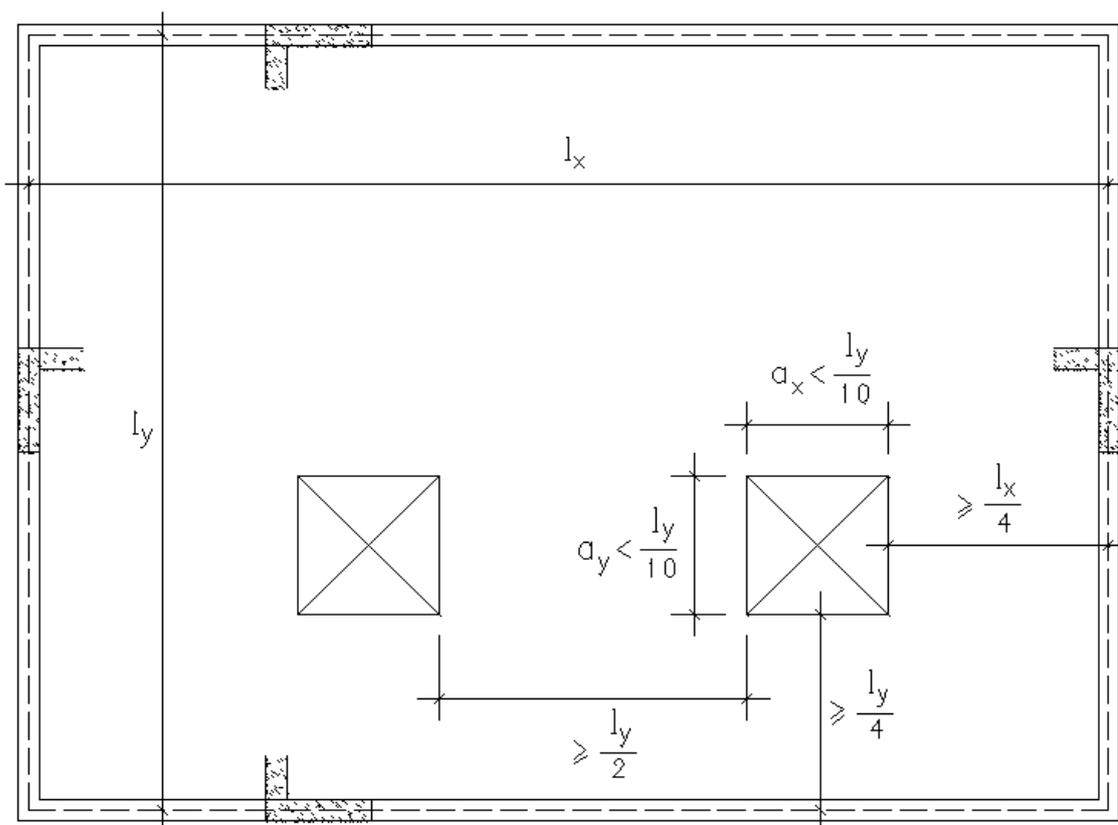
- a) os esforços calculados no estado-limite último para a laje sem aberturas devem ser resistidos pela seção remanescente do concreto, seja na parte central ou sobre os apoios da laje;
- b) devem ser projetados reforços e a ancoragem destes para as armaduras cujas seções são interrompidas devido às aberturas.

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 76), a verificação dos elementos estruturais em razão de furos e aberturas pode ser dispensada quando cumpridas simultaneamente as recomendações abaixo:

- a) as dimensões da abertura estão limitadas a  $1/10$  do vão menor;
- b) o espaçamento entre o apoio da laje e a face de uma abertura não deve ser menor que  $1/4$  do vão na direção considerada;
- c) a separação entre faces de aberturas adjacentes não deve ser inferior a  $1/2$  do menor vão.

A figura 11 apresenta esquematicamente as condições citadas para a dispensa de verificação em lajes com aberturas.

Figura 11 – Dimensões limites de aberturas em lajes sem necessidade de verificação



(fonte: elaborada pelo autor)

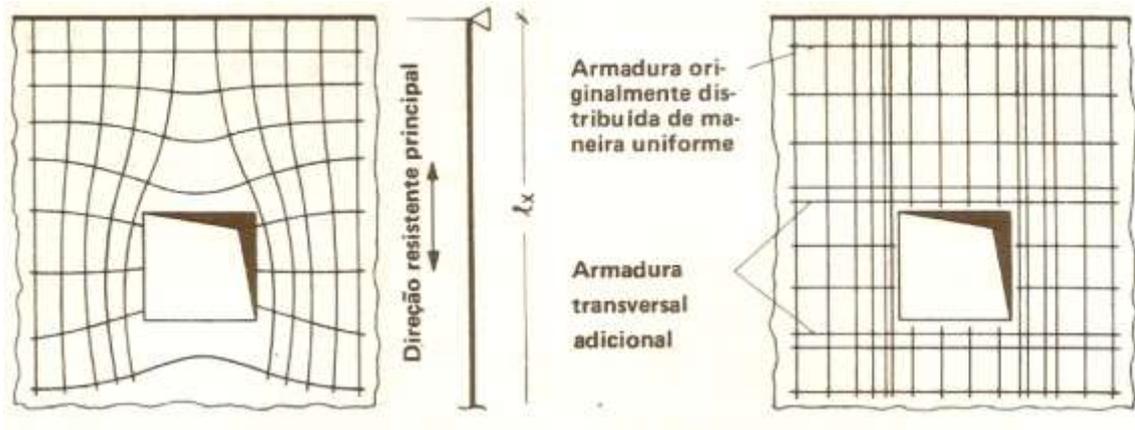
### 4.3.2 Lajes maciças com aberturas

Leonhardt e Mönig (1978, p. 106) citam a forma, o tamanho e a posição das aberturas como fatores que influenciam o comportamento resistente das lajes. Os autores apresentaram métodos práticos para o estudo de lajes retangulares com aberturas, os quais serão descritos a seguir.

#### 4.3.2.1 Lajes maciças apoiadas em uma direção com aberturas

Para aberturas com dimensões inferiores a um quinto do vão em lajes apoiadas em uma direção, os autores dispensam a verificação de esforços e sugerem que a armadura resistente que seria disposta na abertura seja concentrada nos bordos, como mostra a figura 12. Os autores ainda explicam que “Os picos de tensão que surgem nos cantos, devido ao efeito de entalhe, conduzem, geralmente, ao aparecimento de fissuras, que são mantidas com pequena abertura, por meio de uma armadura adicional na direção transversal ou, ainda, por uma armadura inclinada.” (LEONHARDT; MÖNNIG, 1978, p. 106-107).

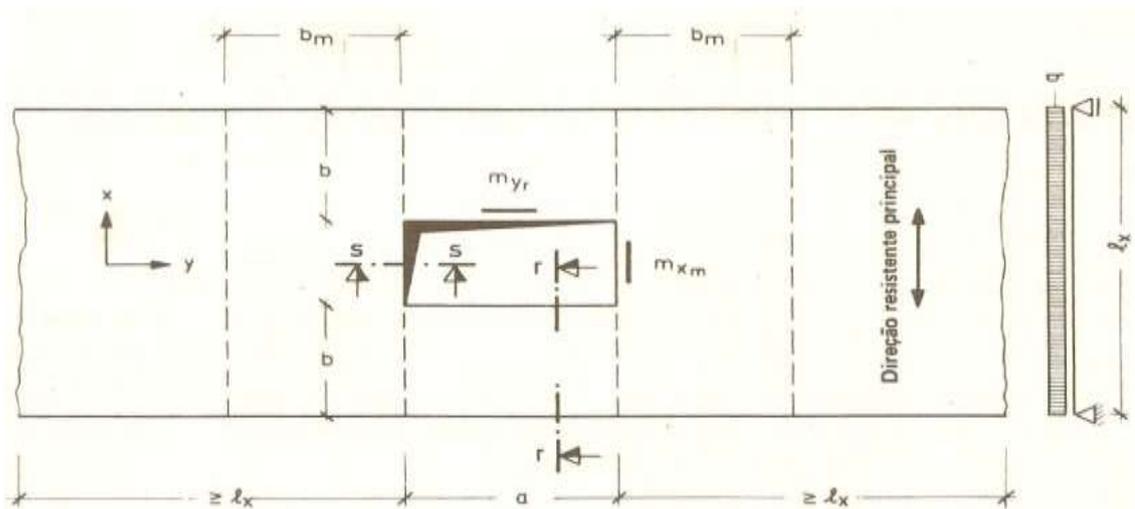
Figura 12 – Disposição da armadura em lajes apoiadas em uma direção com pequenas aberturas



(fonte: LEONHARDT; MÖNNIG, 1978, p. 107)

Para aberturas retangulares com dimensões superiores a um quinto do vão, no centro de lajes apoiadas em uma direção, Stiglat e Wippl<sup>1</sup> (1973 apud LEONHARDT; MÖNNIG, 1978, p. 108) apresentam um método prático que permite dimensionar, em torno dos bordos da abertura, faixas resistentes nas quais devem ser dispostas as armaduras de reforço. Como pode ser visto na figura 13,  $b_m$  representa a largura da faixa resistente e  $m_{xm}$  e  $m_{yr}$  correspondem aos momentos para os quais devem ser calculadas as armaduras de reforço. Em tal solução, os vãos da laje, as dimensões da abertura e a carga uniformemente distribuída são as variáveis de cálculo dos momentos e da largura resistente.

Figura 13 – Faixas para disposição de armaduras de reforço em lajes apoiadas em uma direção



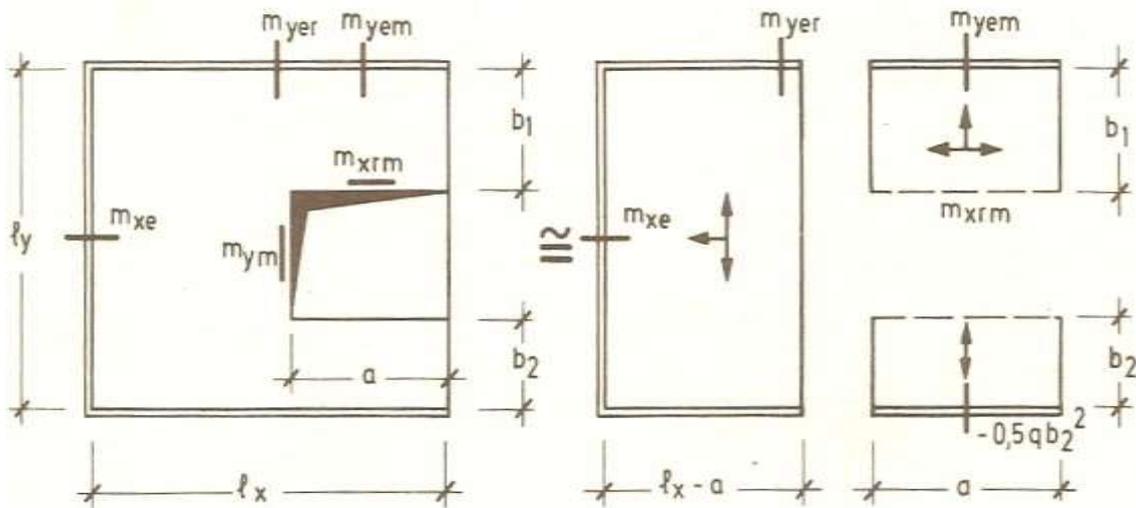
(fonte: adaptada de LEONHARDT; MÖNNIG, 1978, p. 107)

<sup>1</sup> STIGLAT, K; WIPPEL, H. Platten. 2 ed. Berlim: W. Ernst u. Sohn, 1973.

#### 4.3.2.2 Lajes maciças apoiadas em duas direções com aberturas

Segundo Leonhardt e Mönnig (1978, p. 127), uma laje com abertura apoiada em duas direções pode ser decomposta em lajes apoiadas em três lados, sendo possível estimar os esforços solicitantes com segurança desde que as condições de contorno sejam bem definidas. De acordo com os autores, tal abordagem é preferível à divisão da laje em faixas resistentes, embora os dois métodos conduzam a um comportamento resistente seguro. A figura 14 mostra um exemplo de tal decomposição. Os momentos indicados na figura são calculados através de fórmulas semelhantes àquelas utilizadas para lajes apoiadas em uma direção, e dependem da carga distribuída na laje, das dimensões da abertura e dos vãos da laje. Os autores ainda explicam que “Os bordos da abertura devem ser sempre armados longitudinalmente em cima e embaixo e ser protegidos por grampos.” (LEONHARDT; MÖNNIG, 1978, p. 127).

Figura 14 – Exemplo de decomposição para cálculo de esforços de uma laje apoiada em duas direções com abertura



(fonte: LEONHARDT; MÖNNIG, 1978, p. 127)

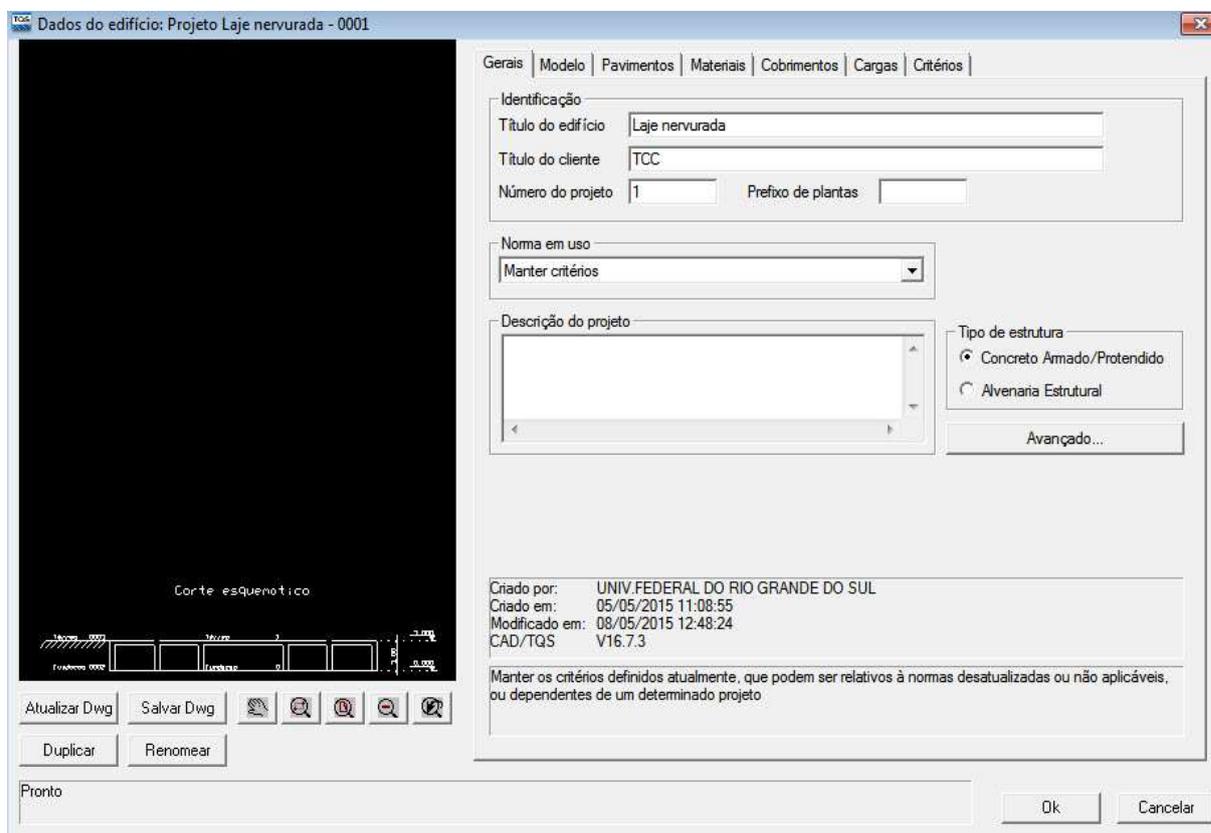
## 5 GEOMETRIA E MODELAGEM DAS LAJES ANALISADAS

Neste capítulo, serão abordados os procedimentos para modelagem de lajes no CAD/TQS e descritos os critérios de projeto adotados. As características das lajes nervuradas analisadas, como dimensões e posição das aberturas, também serão apresentadas.

### 5.1 DEFINIÇÃO DO MODELO ESTRUTURAL NO CAD/TQS

O primeiro passo para a modelagem de lajes no programa computacional CAD/TQS consiste em criar um novo edifício através de uma janela específica, que dispõe de diversas abas nas quais são informadas as características do projeto. Na aba Gerais, como mostra a figura 15, devem ser inseridos os dados de identificação do edifício e definido o tipo de estrutura. O programa permite que a estrutura seja de concreto armado ou de alvenaria.

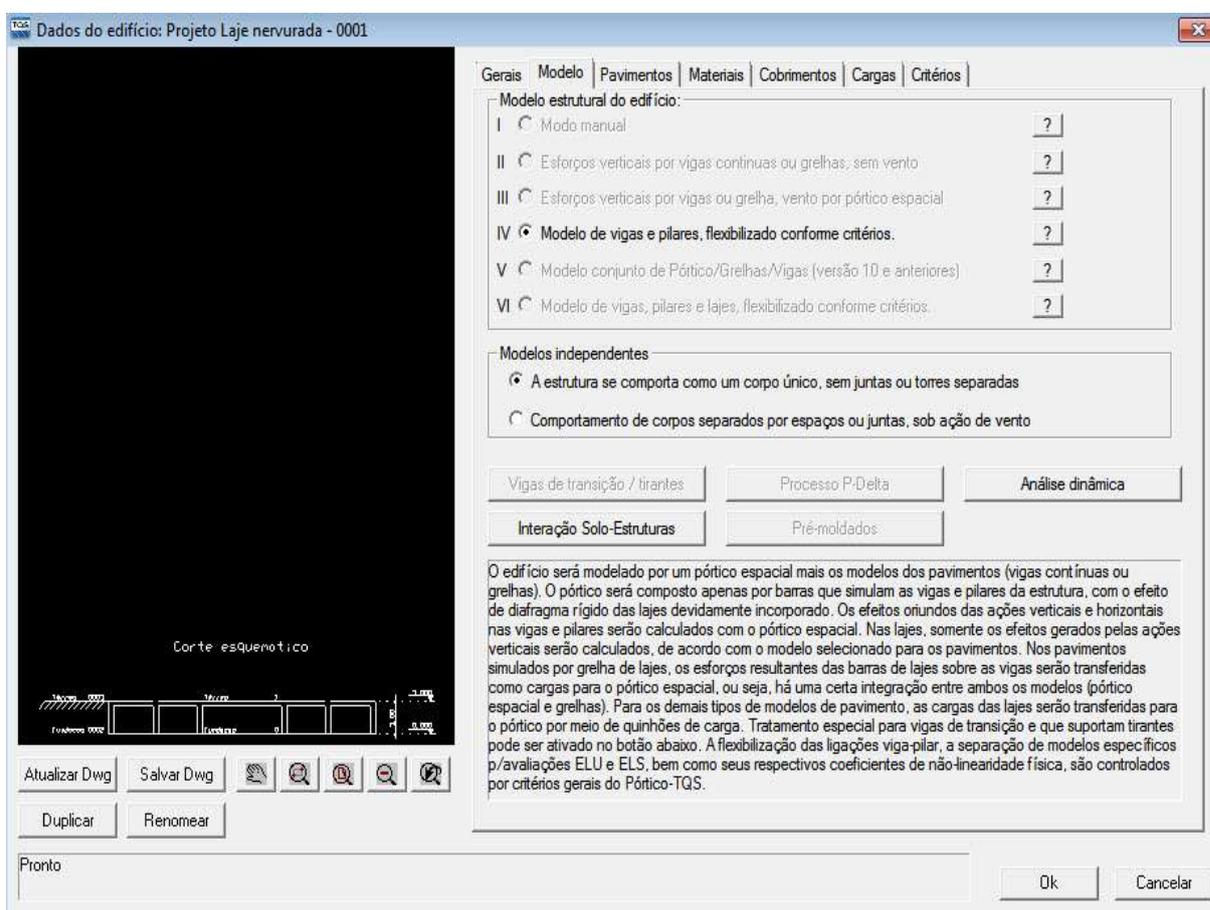
Figura 15 – Aba para identificação do projeto e definição do tipo de estrutura no CAD/TQS



(fonte: elaborada pelo autor)

Na aba Modelo, o CAD/TQS apresenta seis modelos estruturais distintos, como mostra a figura 16, cabendo ao engenheiro projetista escolher o mais adequado. No modelo IV, adotado neste trabalho, o edifício é modelado através de um pórtico espacial, cujas barras simulam apenas as vigas e os pilares. As lajes são calculadas considerando-se somente esforços verticais, e seus efeitos no pórtico espacial são determinados de acordo com o modelo selecionado para o pavimento. Portanto, é necessário definir o modelo estrutural do edifício e o modelo estrutural do pavimento. Nos pavimentos simulados por grelha, os esforços resultantes das barras são transferidos ao pórtico como cargas, enquanto nos demais modelos de pavimentos, os esforços das lajes são transferidos por quinhões de carga.

Figura 16 – Aba para definição do modelo estrutural do projeto no CAD/TQS

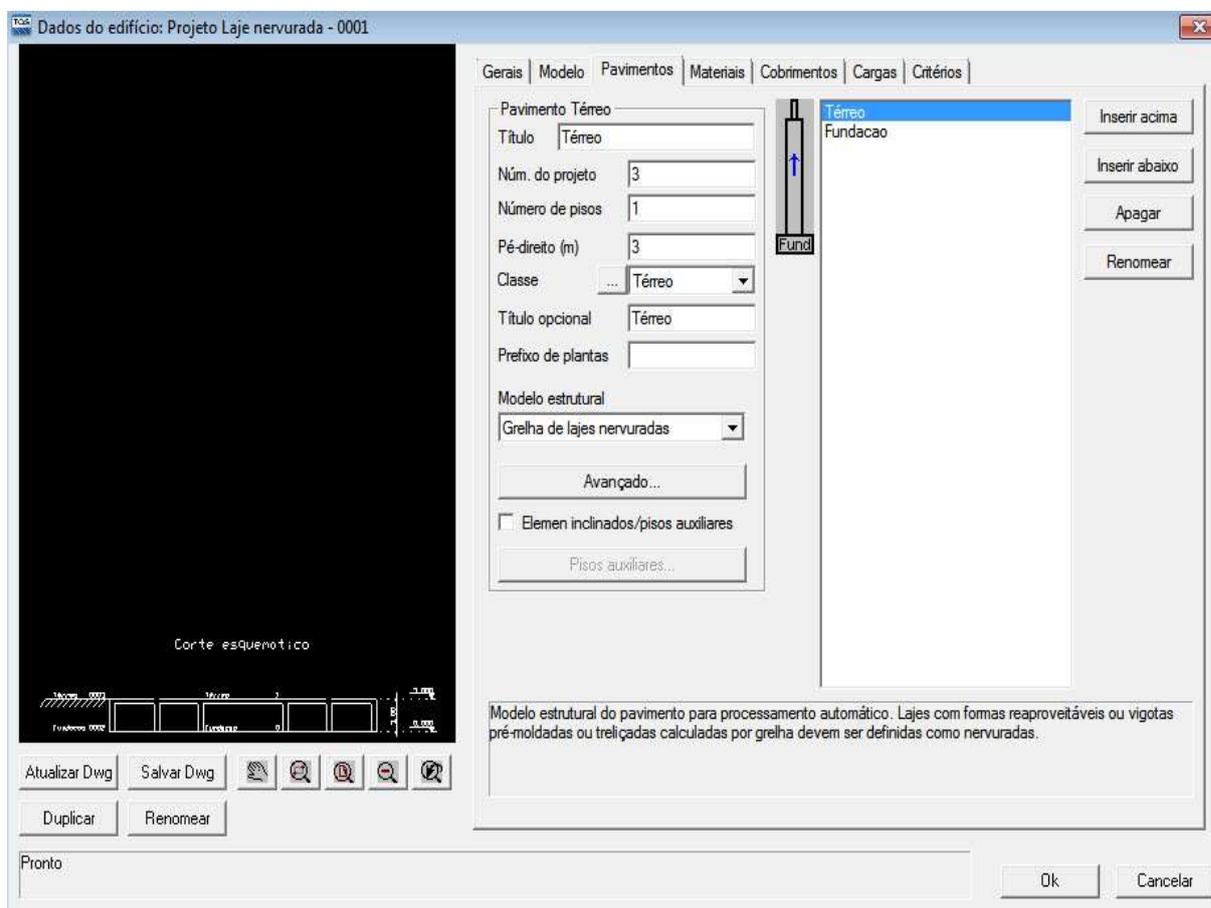


(fonte: elaborada pelo autor)

Na aba Pavimentos, são inseridas as características de cada pavimento, como pé-direito e sua posição na edificação, como indica a figura 17. O modelo estrutural de cada pavimento deve ser definido nesta aba, cabendo ao projetista a escolha de um modelo dentre as alternativas apresentadas pelo CAD/TQS. O modelo de grelha de lajes nervuradas deve ser utilizado

quando se trata de pavimentos com nervuras, e foi adotado neste trabalho para a análise das lajes nervuradas.

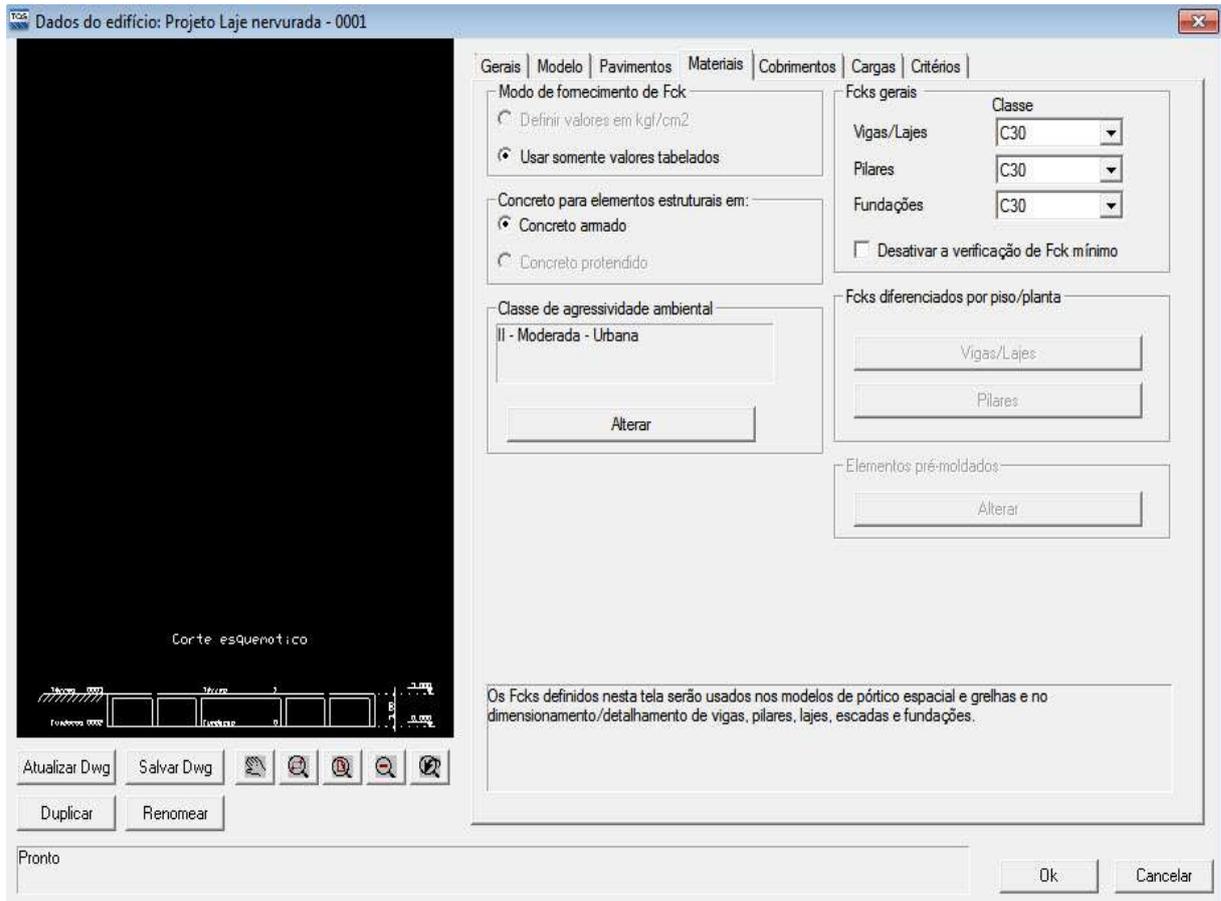
Figura 17 – Aba para inserção dos pavimentos no CAD/TQS



(fonte: elaborada pelo autor)

Na aba Materiais, como pode ser visualizado na figura 18, o CAD/TQS permite definir se os elementos estruturais de concreto armado apresentarão protensão, a classe de agressividade ambiental considerada no projeto e a resistência característica à compressão do concreto. De acordo com as recomendações normativas da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS), foi adotada a classe de agressividade ambiental II e considerou-se  $f_{ck}$  igual a 30 MPa para os elementos estruturais, por se tratar de um valor usualmente utilizado nos projetos de estruturas de concreto armado.

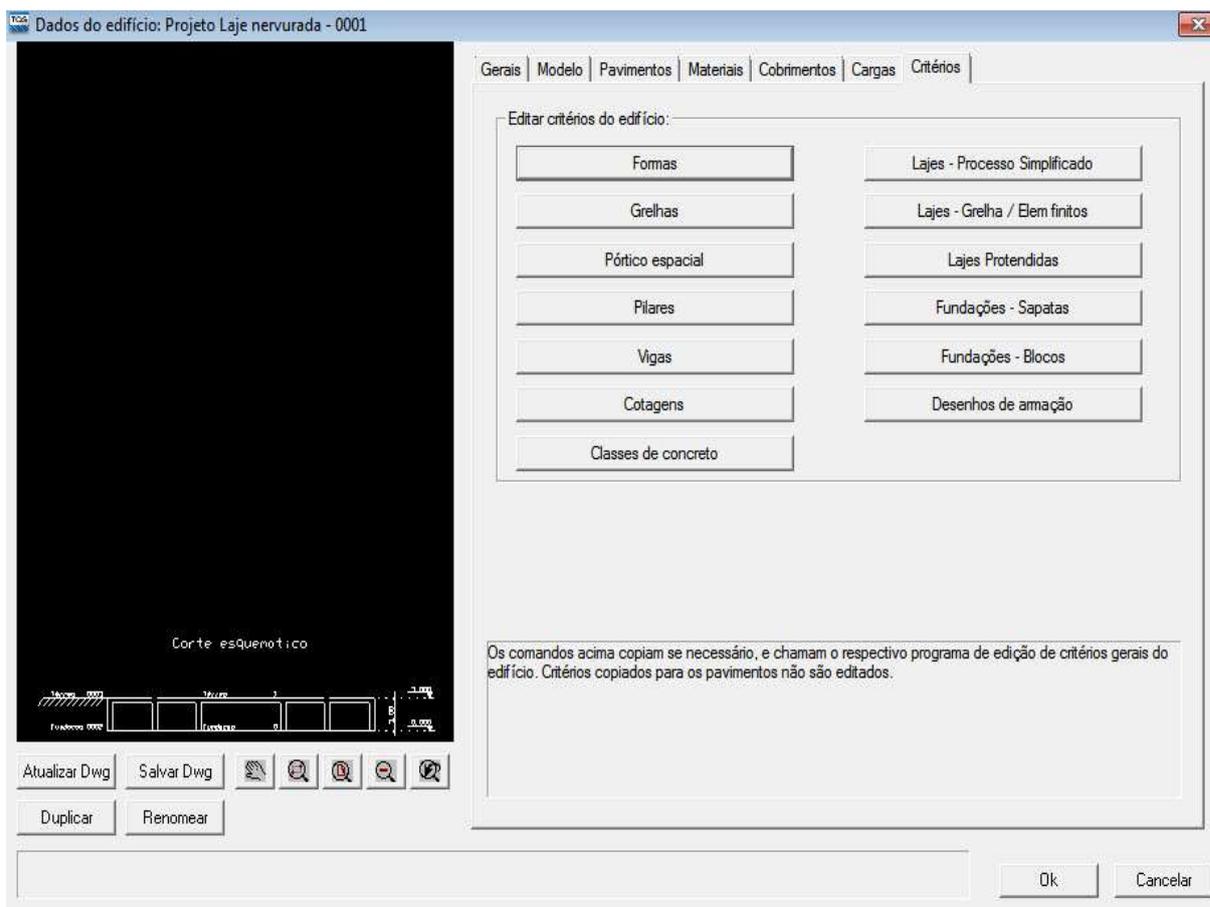
Figura 18 – Aba para caracterização dos materiais no CAD/TQS



(fonte: elaborada pelo autor)

Na aba Cobrimentos, deve-se definir o cobrimento das armaduras nos elementos estruturais de concreto armado. Neste trabalho, foram adotados os critérios da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 20), utilizados como padrão no CAD/TQS. Na aba Cargas, podem ser definidos os critérios para cálculo de vento e considerados carregamentos adicionais devidos a fatores como empuxo, retração e vibrações. Nesta aba, também podem ser editados os coeficientes de ponderação de cargas permanentes e acidentais utilizados no cálculo das combinações de ações. Na aba Critérios, como mostra a figura 19, é possível editar os critérios gerais do edifício, utilizados pelo CAD/TQS na análise estrutural, dimensionamento estrutural e detalhamento do projeto. Neste estudo, foram adotados os critérios padrão sugeridos pelo programa.

Figura 19 – Aba para definição dos critérios de projeto no CAD/TQS

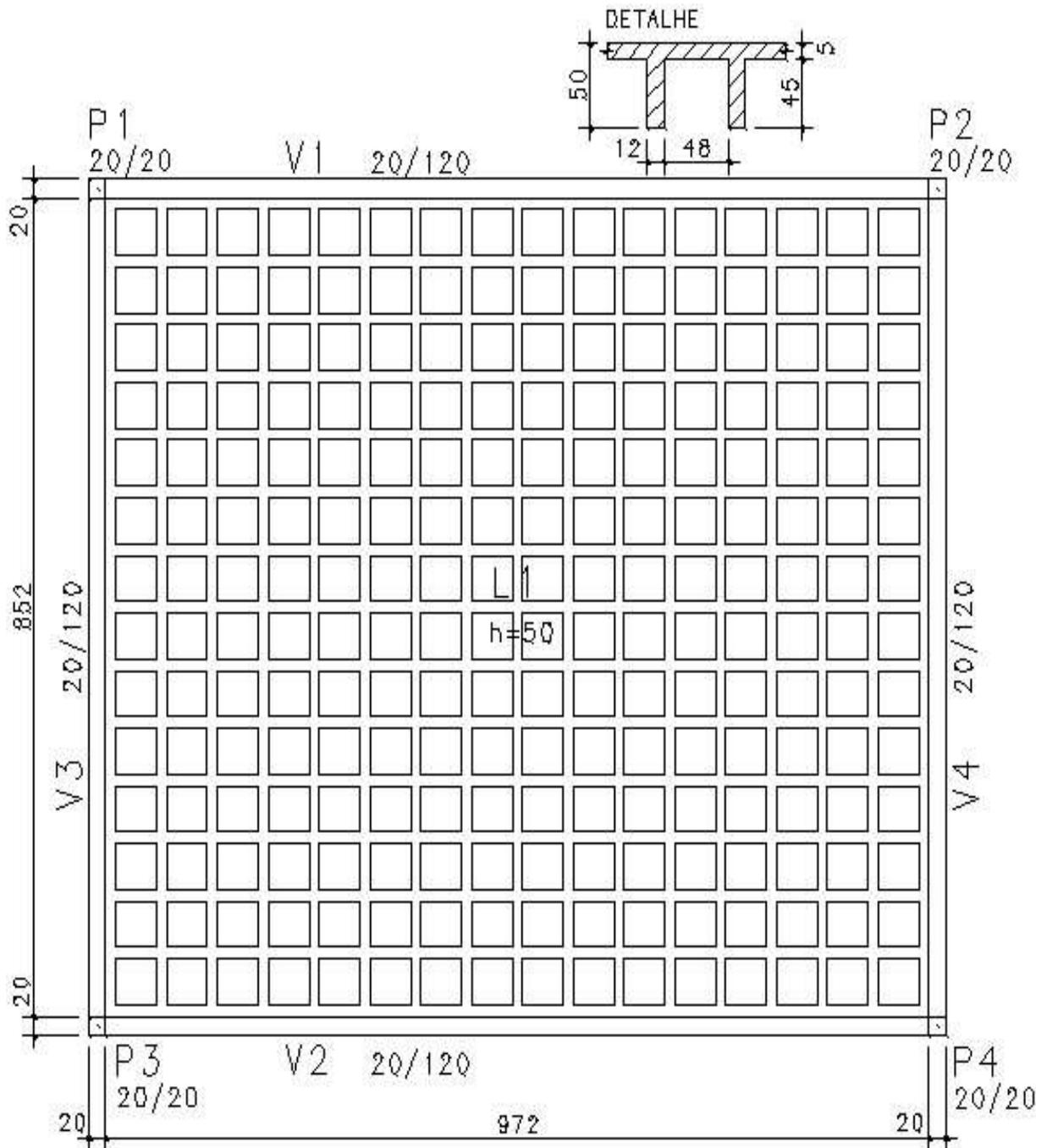


(fonte: elaborada pelo autor)

## 5.2 CARACTERÍSTICAS DAS LAJES ANALISADAS

Inicialmente, foram definidas as características geométricas da laje nervurada sem aberturas, de acordo com os valores usualmente utilizados em projetos estruturais de pavimentos com nervuras. A laje nervurada adotada como base possui vãos de 9,72 m x 8,52 m, e espaçamento entre eixos de nervuras igual a 60 cm. A altura das nervuras e a espessura da mesa são iguais a 45 cm e a 5 cm, respectivamente, de modo que a altura total da laje é 50 cm. As nervuras apresentam seção retangular, e a distância entre as faces de cada nervura é igual a 48 cm. As características descritas da laje nervurada podem ser observadas na figura 20. Além das cargas devidas ao peso próprio da estrutura, foi considerada uma carga acidental uniformemente distribuída igual a 1,50 kN/m<sup>2</sup>, valor indicado pela NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980) para edifícios residenciais.

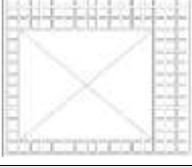
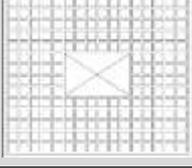
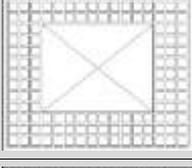
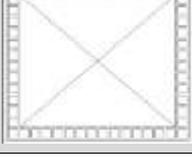
Figura 20 – Geometria da laje nervurada adotada como base, com unidades em cm



(fonte: elaborada pelo autor)

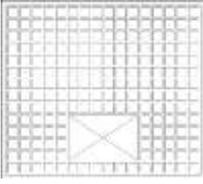
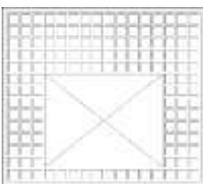
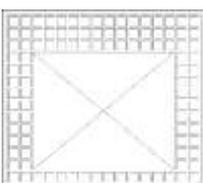
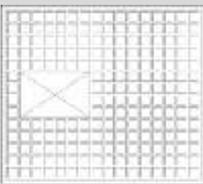
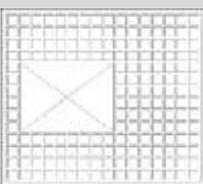
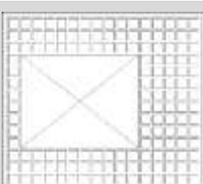
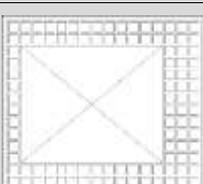
Em seguida, aberturas em posições distintas e com diferentes dimensões foram inseridas na laje nervurada adotada como base. Os casos analisados estão descritos no quadro 5. As figuras apresentadas na terceira coluna indicam esquematicamente a geometria da laje em cada estudo de caso.

Quadro 5 – Estudos de caso de lajes nervuradas com aberturas

| Estudo de caso | Posição da abertura        | Geometria da laje   | Dimensões da abertura |            |
|----------------|----------------------------|---|-----------------------|------------|
|                |                            |   | Base (m)              | Altura (m) |
| 1              | Abertura no canto da laje  |    | 3,48                  | 2,28       |
| 2              |                            |    | 4,68                  | 3,48       |
| 3              |                            |    | 5,88                  | 4,68       |
| 4              |                            |   | 7,08                  | 5,88       |
| 5              | Abertura no centro da laje |  | 3,48                  | 2,28       |
| 6              |                            |  | 4,68                  | 3,48       |
| 7              |                            |  | 5,88                  | 4,68       |
| 8              |                            |  | 7,08                  | 4,68       |
| 9              |                            |  | 8,28                  | 7,08       |

continua

continuação

| Estudo de caso | Posição da abertura                        | Geometria da laje   | Dimensões da abertura |            |
|----------------|--|---|-----------------------|------------|
|                |  |   | Base (m)              | Altura (m) |
| 10             | Abertura centralizada no maior vão da laje |    | 3,48                  | 2,28       |
| 11             |  |    | 4,68                  | 3,48       |
| 12             |  |    | 5,88                  | 4,68       |
| 13             |  |   | 7,08                  | 5,88       |
| 14             | Abertura centralizada no menor vão da laje |  | 3,48                  | 2,28       |
| 15             |  |  | 4,68                  | 3,48       |
| 16             |  |  | 5,88                  | 4,68       |
| 17             |  |  | 7,08                  | 5,88       |

(fonte: elaborado pelo autor)

As aberturas foram dimensionadas e dispostas na laje visando a sempre existir no mínimo um vazio, ou ainda, uma nervura, entre as faces internas da abertura e as vigas de apoio. De acordo com este critério, o estudo de caso 9 representa a maior abertura que se poderia projetar na laje nervurada. Por este motivo, tal caso foi apresentado no quadro 5 somente em uma situação, e caracterizado arbitrariamente como laje com abertura no centro.

### 5.3 VERIFICAÇÃO DE EQUILÍBRIO

Em um projeto estrutural, é imprescindível a verificação do equilíbrio entre carregamentos e reações. Esta análise foi realizada para a laje nervurada sem aberturas, e os resultados encontrados mostram que o somatório das reações nos apoios calculadas pelo CAD/TQS é praticamente igual ao somatório de carregamentos aplicados na estrutura. Foram considerados o peso próprio das vigas, dos pilares e da laje, e a carga acidental uniformemente distribuída. Os resultados obtidos estão indicados no quadro 6.

Quadro 6 – Verificação de equilíbrio de esforços verticais

|  |                                      |   |                     |
|--|--------------------------------------|---|---------------------|
| Peso das vigas   | Volume de concreto (m <sup>3</sup> ) | Peso próprio do concreto (kN/m <sup>3</sup> ) | F <sub>z</sub> (kN) |
|  | 8,76                                 | 25,00   | 218,88              |
| Peso da laje   | Volume de concreto (m <sup>3</sup> ) | Peso próprio do concreto (kN/m <sup>3</sup> ) | F <sub>z</sub> (kN) |
|  | 18,18                                | 25,00   | 454,57              |
| Peso dos pilares                                       | Volume de concreto (m <sup>3</sup> ) | Peso próprio do concreto (kN/m <sup>3</sup> ) | F <sub>z</sub> (kN) |
|  | 0,48                                 | 25,00   | 12,00               |
| Carga acidental  | Área da laje (m <sup>2</sup> )       | Carga acidental (kN/m <sup>2</sup> )          | F <sub>z</sub> (kN) |
|  | 82,81                                | 1,50  | 124,22              |
| Somatório dos carregamentos calculado manualmente (kN) |                                      |   | 809,67              |
| Somatório das reações fornecidas pelo programa (kN)    |                                      |   | -808,85             |

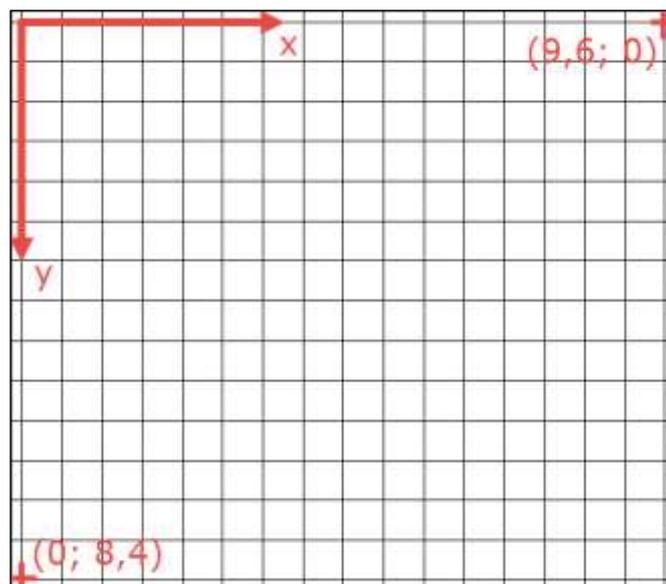
(fonte: elaborado pelo autor)

## 6 RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo, serão apresentados os resultados obtidos na análise dos casos descritos por meio do programa computacional CAD/TQS. O efeito localizado das aberturas será estudado através da comparação de momentos fletores e deslocamentos verticais nas barras da grelha ao redor da abertura. Para o estudo do efeito global da abertura na laje, será indicada a posição dos momentos máximos nas direções horizontal e vertical, e da flecha máxima em cada estudo de caso.

A figura 21 indica o sistema de referência utilizado nos diagramas de momentos fletores e de deslocamentos apresentados a seguir. Como pode ser visualizado nesta figura, as vigas de apoio foram representadas através de barras na grelha gerada pelo CAD/TQS. A distância do eixo da viga ao eixo da primeira nervura é igual a 16 cm, enquanto a distância entre os eixos das nervuras é igual a 60 cm. Por este motivo, o sistema de referência utilizado possui a origem indicada na figura 21. Os trechos das barras da grelha entre a viga e a nervura, de comprimento 16 cm, não foram representados nos diagramas de momentos fletores e deslocamentos. As barras horizontais e verticais da grelha apresentam comprimentos iguais a 9,6 m e 8,4 m, respectivamente.

Figura 21 – Sistema de referência utilizado para representação das barras da grelha

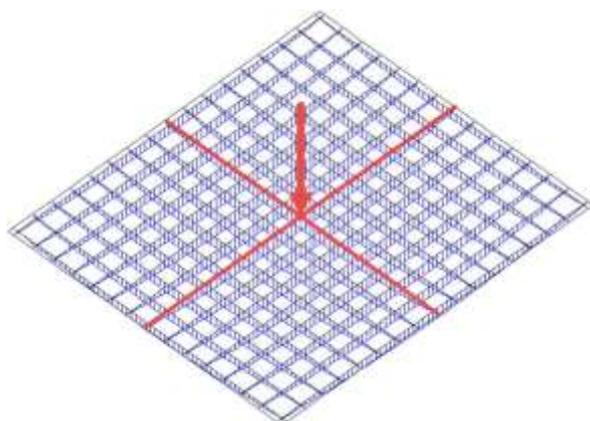


(fonte: elaborada pelo autor)

## 6.1 LAJE NERVURADA SEM ABERTURA

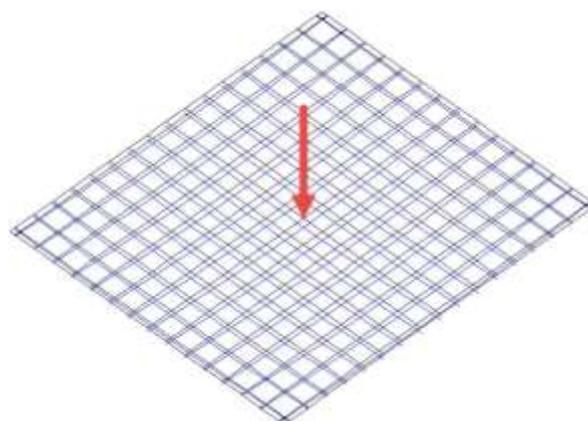
A laje nervurada adotada como base foi modelada no CAD/TQS, e através das ferramentas disponíveis no Grelha-TQS, foram extraídos os momentos fletores nas barras e os deslocamentos nos nós da grelha equivalente. Devido à simetria da laje em torno dos eixos horizontal e vertical, os momentos e o deslocamento vertical máximos ocorrem no centro geométrico da laje. Os momentos fletores máximos nas direções x e y são iguais a 23,01 kNm e 21,24 kNm, respectivamente, e a sua posição é indicada na figura 22, na qual podem ser visualizados os diagramas de momento nas barras da grelha. A flecha máxima é igual a 0,67 cm, e a sua posição está indicada na figura 23, que mostra também as barras deformadas da grelha.

Figura 22 – Posição dos momentos fletores máximos na laje sem abertura



(fonte: elaborada pelo autor)

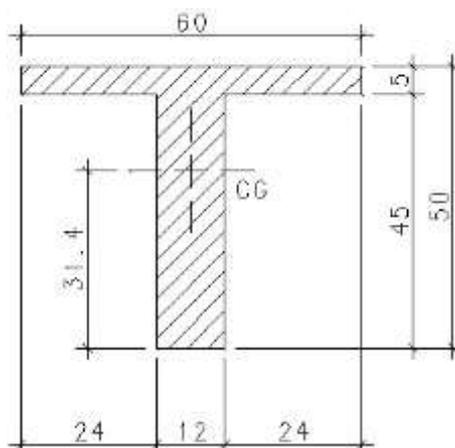
Figura 23 – Posição da flecha máxima na laje sem abertura



(fonte: elaborada pelo autor)

Visando à verificação do comportamento da estrutura segundo o regime elástico de deformações, realizou-se a análise não-linear da laje nervurada através do CAD/TQS, e os resultados indicaram que não ocorre fissuração do concreto para as condições de geometria e de carregamento consideradas. As barras da grelha equivalente gerada pelo CAD/TQS apresentam seção T, com as dimensões indicadas na figura 24. A largura colaborante da mesa corresponde à metade do espaçamento entre as nervuras. De acordo com os dados fornecidos pelo Grelha-TQS, o momento de inércia à flexão das barras é igual a 212.200 cm<sup>4</sup>. Este resultado foi verificado através da fórmula 11, e obteve-se o mesmo valor para as dimensões indicadas na figura 24.

Figura 24 – Seção T das barras da grelha equivalente, com unidades em cm



(fonte: elaborada pelo autor)

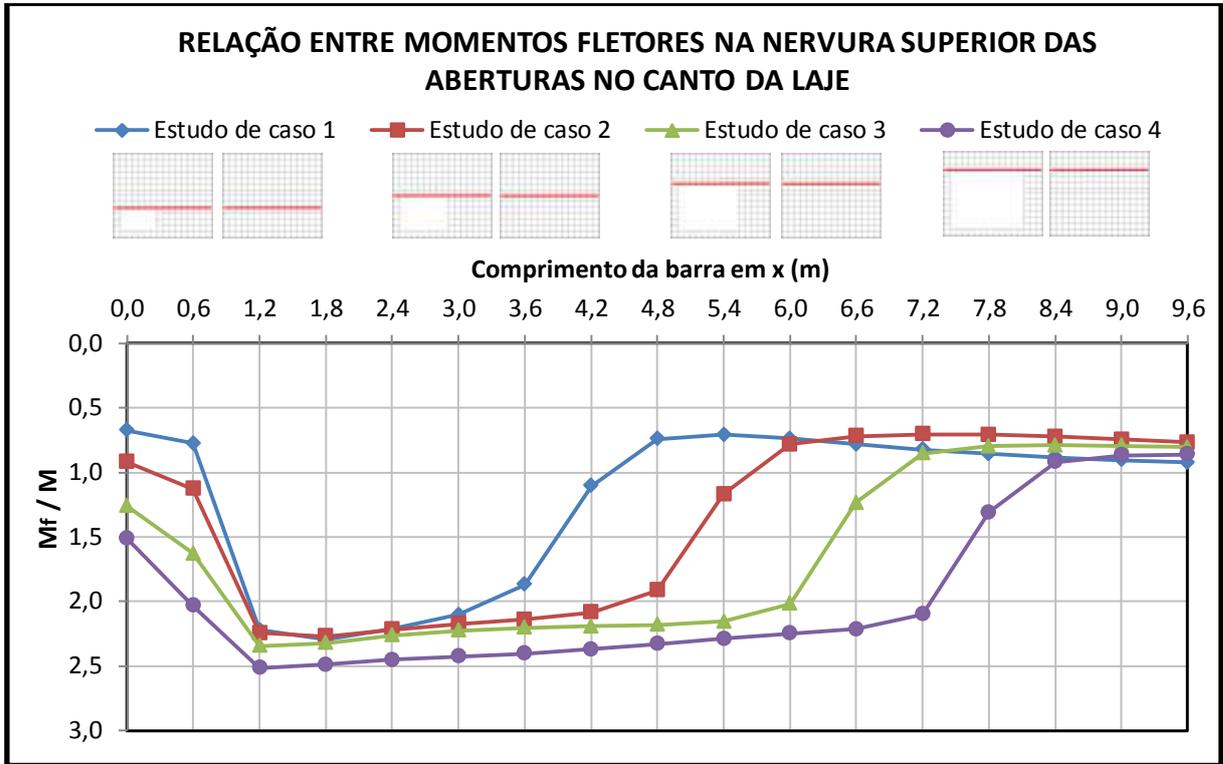
Em seguida, as lajes nervuradas com aberturas foram modeladas no CAD/TQS, e assim como na laje sem abertura, utilizaram-se as ferramentas disponíveis no Grelha-TQS para extrair os momentos fletores e os deslocamentos nas barras da grelha ao redor da abertura em cada estudo de caso. Estes valores foram divididos pelos momentos e flechas da laje sem abertura, em barras correspondentes da grelha, e foram obtidos os incrementos nos esforços e nos deslocamentos que ocorrem em função da abertura na laje nervurada. Os resultados obtidos estão descritos a seguir, de acordo com a posição da abertura na laje. Nos gráficos apresentados,  $M_f$  e  $F_f$  representam o momento e a flecha na laje com abertura, enquanto  $M$  e  $F$  são o momento e a flecha na laje sem abertura em barras coincidentes da grelha.

## 6.2 LAJES COM ABERTURA NO CANTO

As lajes com abertura no canto foram analisadas nos estudos de caso 1 a 4. As figuras 25 a 28 apresentam a relação entre os momentos fletores nas nervuras ao redor da abertura e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura. Como não existe simetria nestes estudos de caso, os incrementos nas nervuras superior, inferior, esquerda e direita são apresentados separadamente. As barras da grelha comparadas estão indicadas esquematicamente em cada figura, com o objetivo de facilitar a visualização dos resultados.

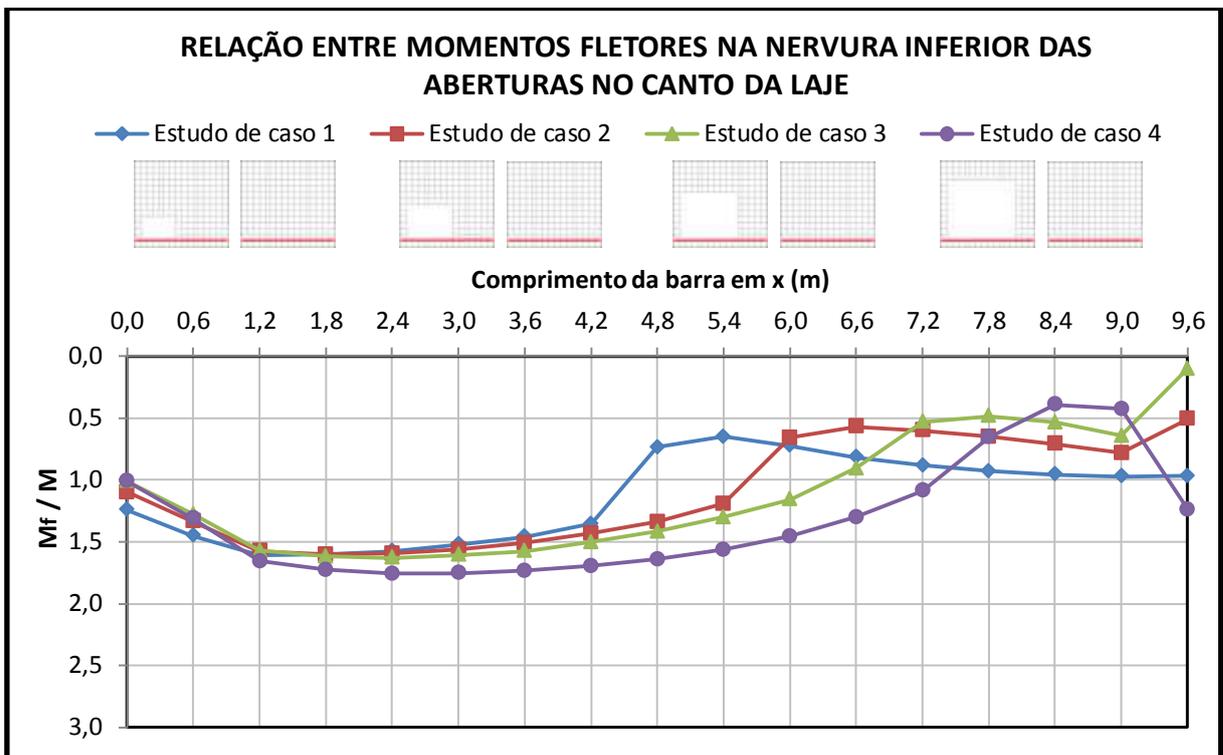
As figuras 29 a 32 apresentam a relação entre as flechas nas nervuras ao redor da abertura e nas nervuras coincidentes da laje sem abertura. Devido à falta de simetria, novamente os resultados são mostrados separadamente para as nervuras superior, inferior, esquerda e direita. As barras comparadas estão indicadas nos gráficos.

Figura 25 – Relação entre momentos fletores na nervura superior das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura



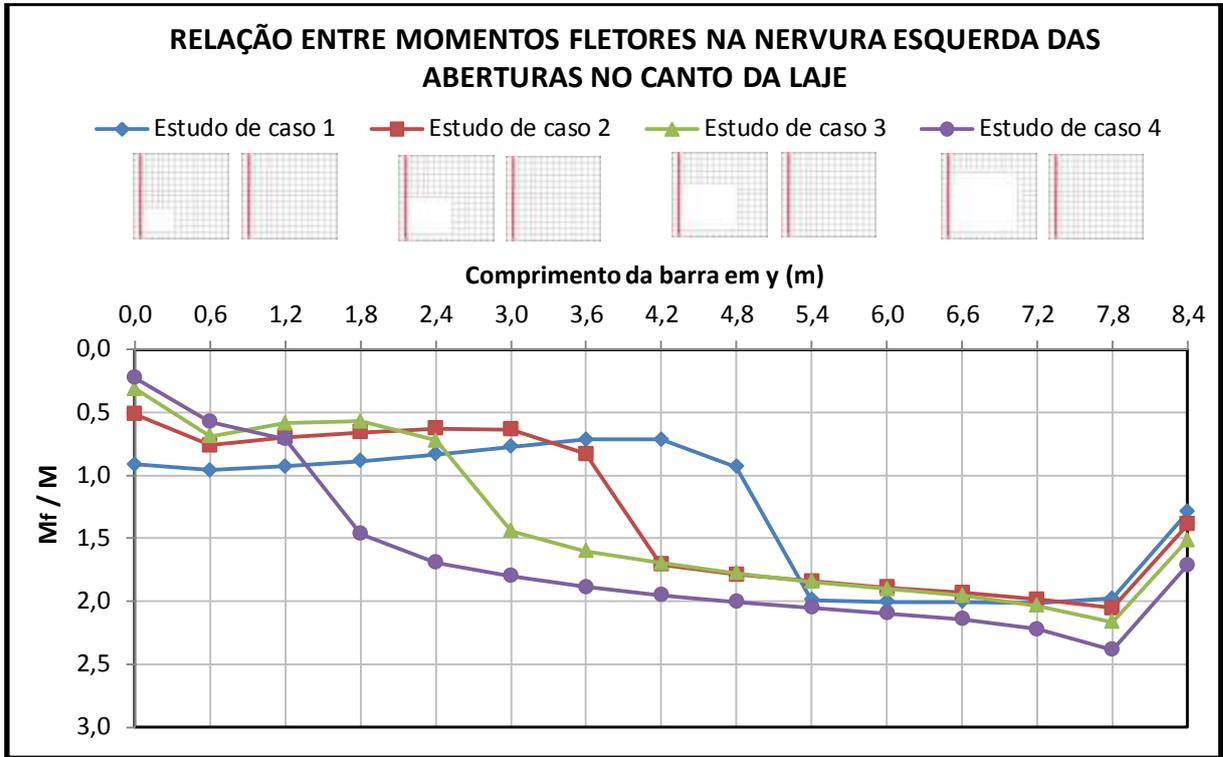
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 26 – Relação entre momentos fletores na nervura inferior das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura



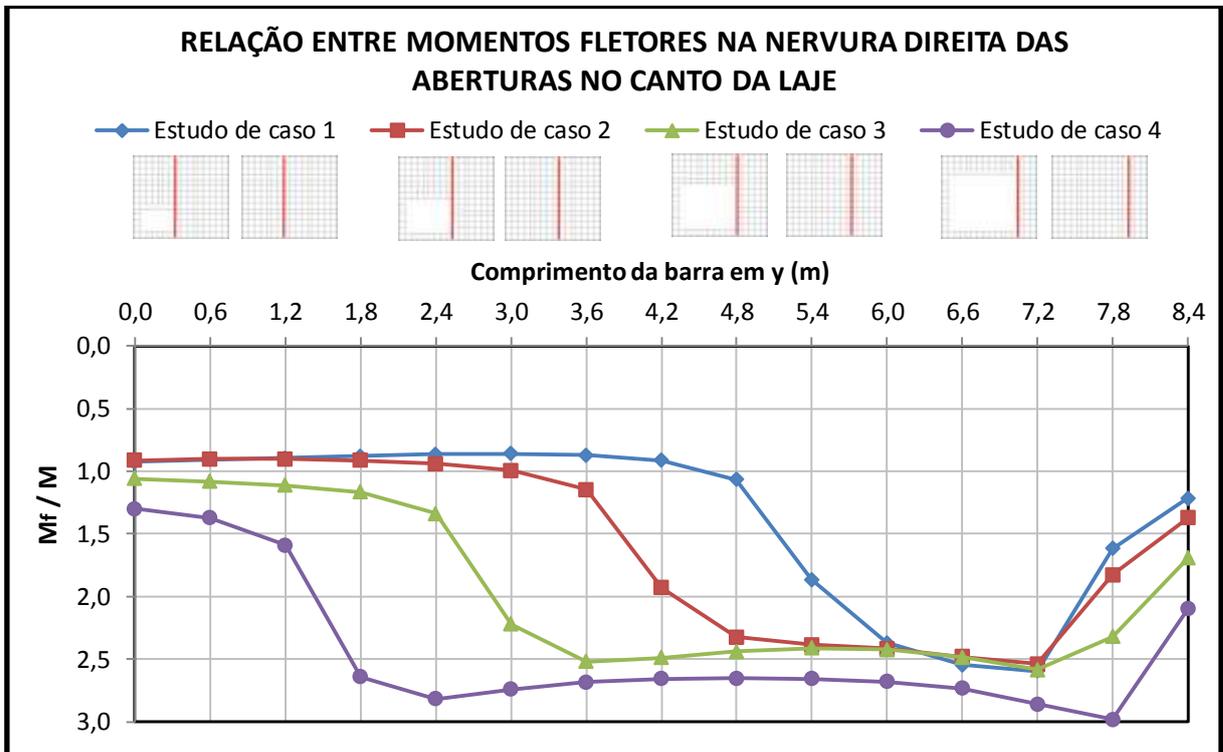
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 27 – Relação entre momentos fletores na nervura esquerda das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura



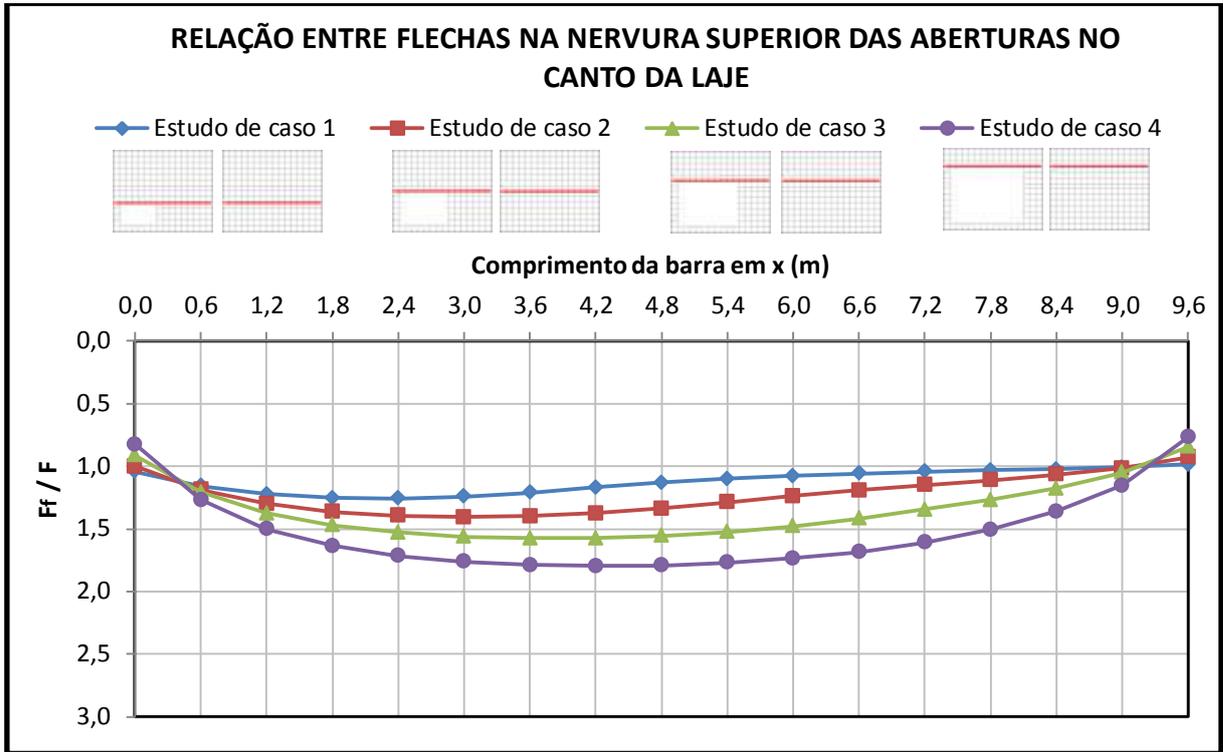
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 28 – Relação entre momentos fletores na nervura direita das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura



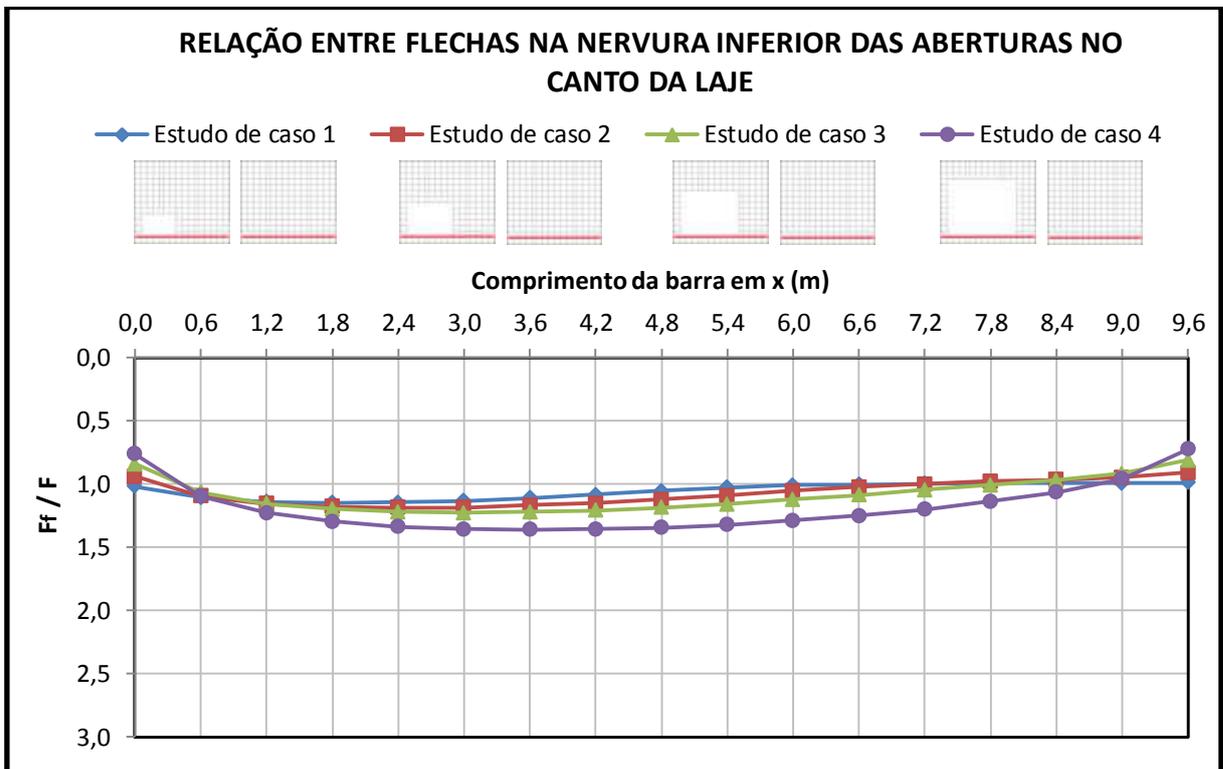
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 29 – Relação entre flechas na nervura superior das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura



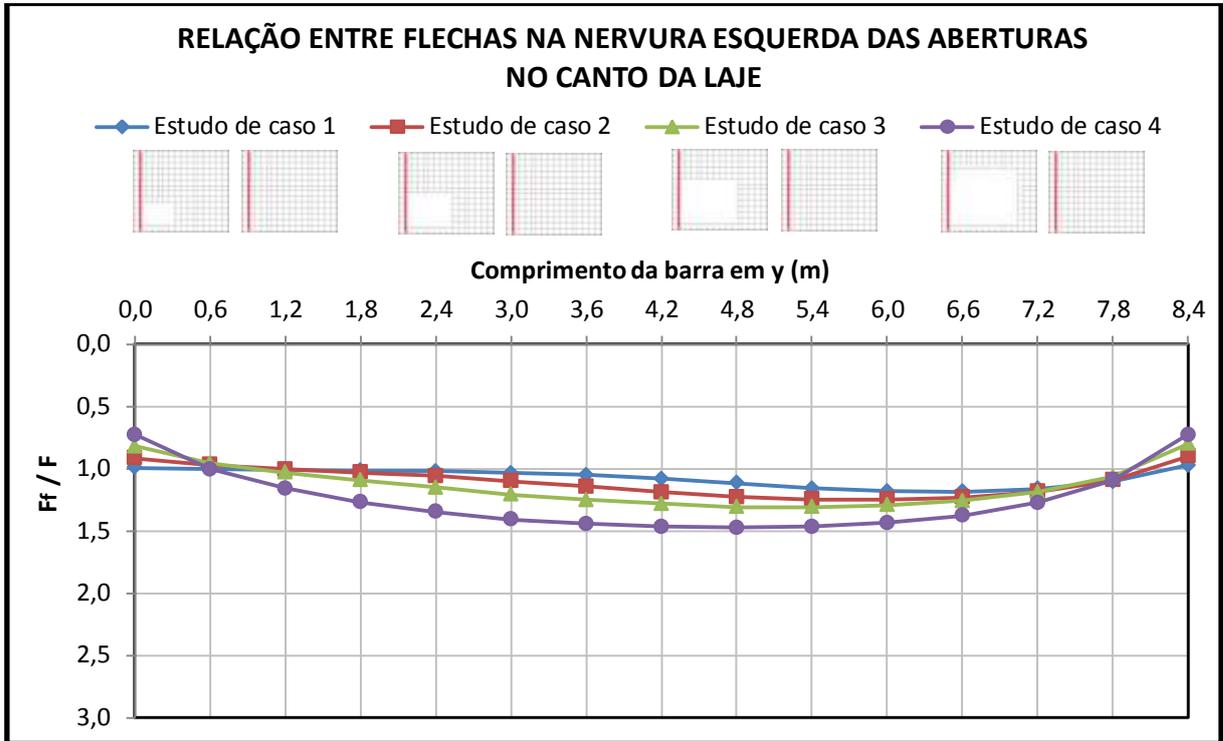
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 30 – Relação entre flechas na nervura inferior das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura



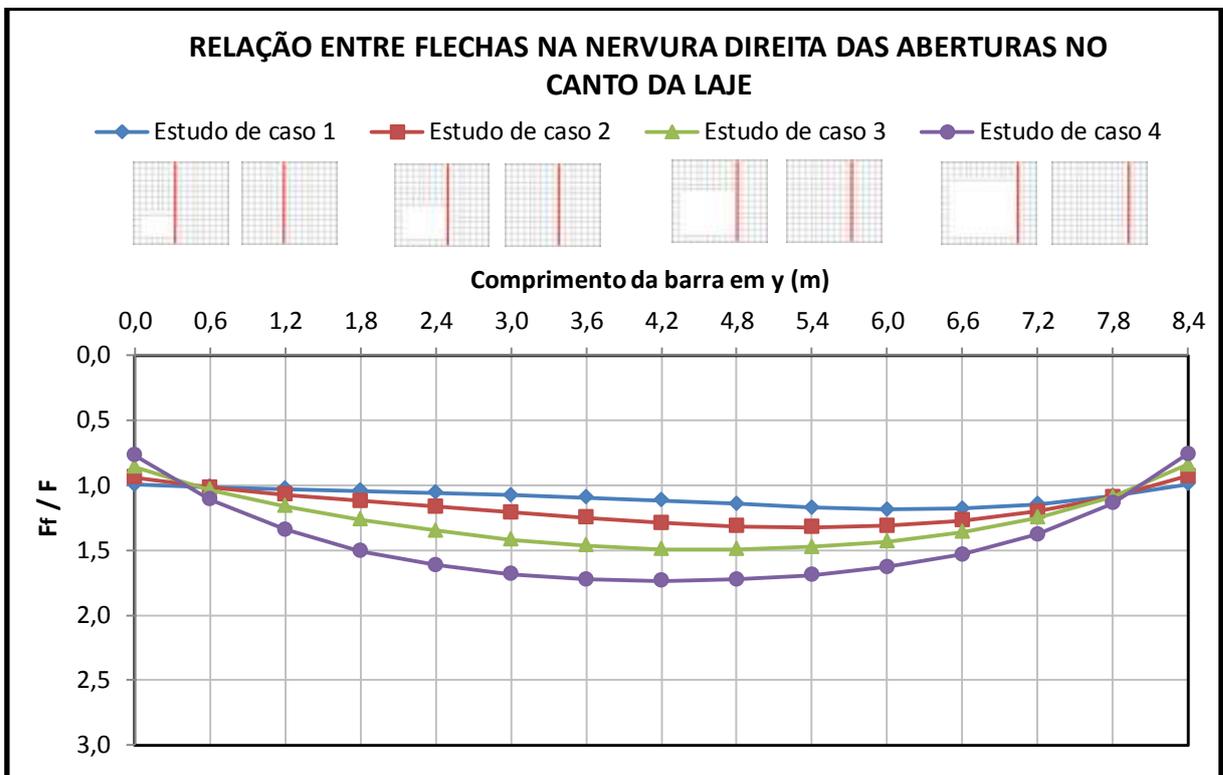
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 31 – Relação entre flechas na nervura esquerda das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 32 – Relação entre flechas na nervura direita das aberturas no canto da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura

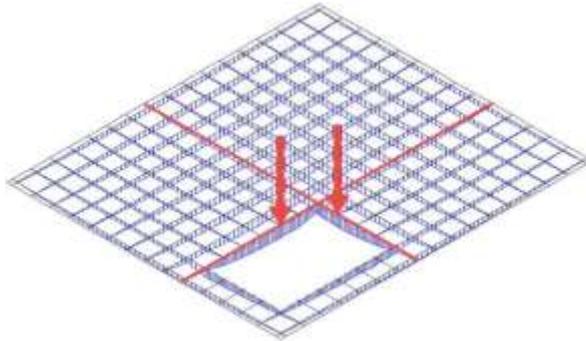


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.2.1 Estudo de caso 1

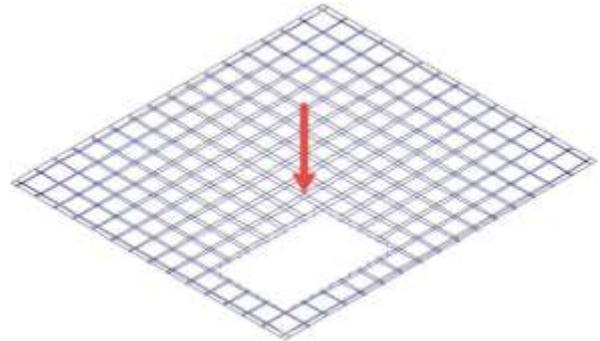
Os momentos fletores máximos nas direções x e y são iguais a 41,60 kNm e 41,70 kNm, respectivamente, e estão indicados na figura 33. A flecha máxima no estudo de caso 1 é igual a 0,74 cm, e ocorre na posição indicada na figura 34.

Figura 33 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 1



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 34 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 1

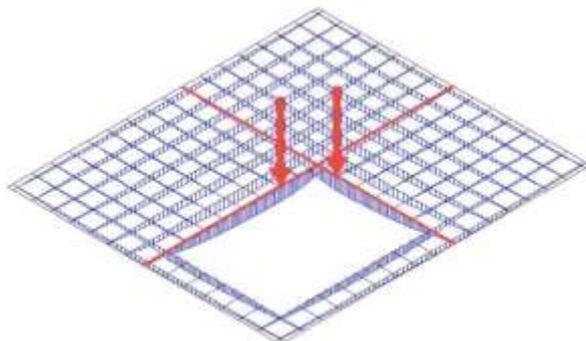


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.2.2 Estudo de caso 2

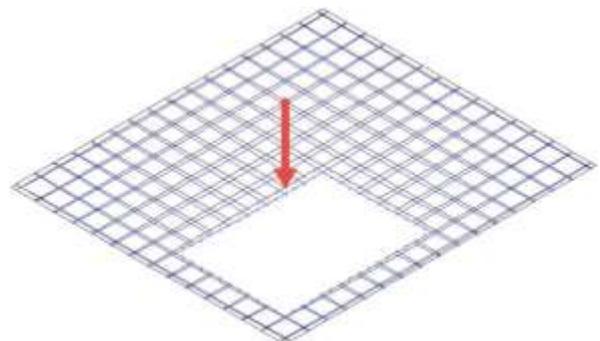
Os momentos fletores máximos nas direções x e y são iguais a 47,34 kNm e 48,18 kNm, respectivamente, e estão indicados na figura 35. A flecha máxima na laje no estudo de caso 2 é igual a 0,90 cm, e ocorre na posição indicada na figura 36.

Figura 35 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 2



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 36 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 2

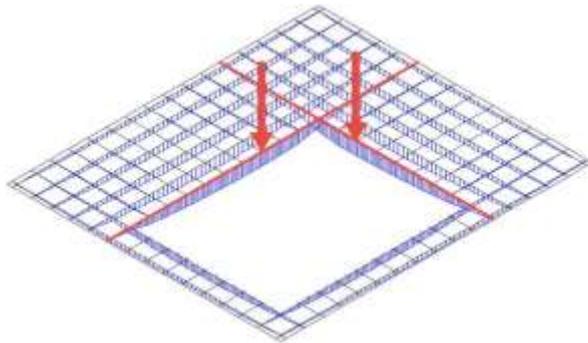


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.2.3 Estudo de caso 3

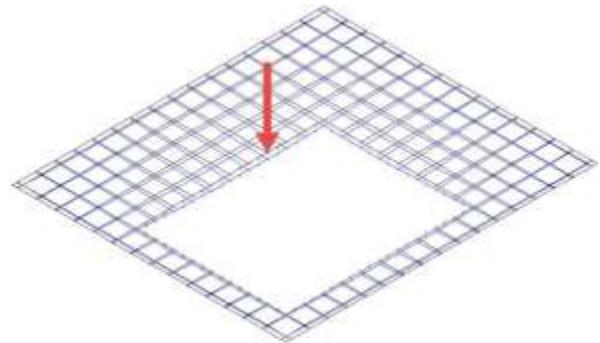
Os momentos fletores máximos nas direções x e y são iguais a 49,01 kNm e 52,56 kNm, respectivamente. A figura 37 indica onde ocorrem os maiores momentos na grelha.. A flecha máxima na laje é igual a 0,99 cm, e as barras deformadas podem ser visualizadas na figura 38.

Figura 37 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 3



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 38 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 3

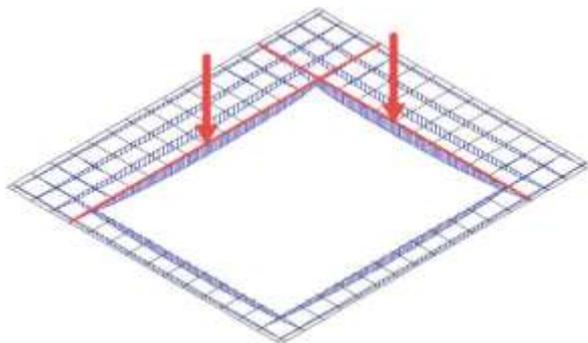


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.2.4 Estudo de caso 4

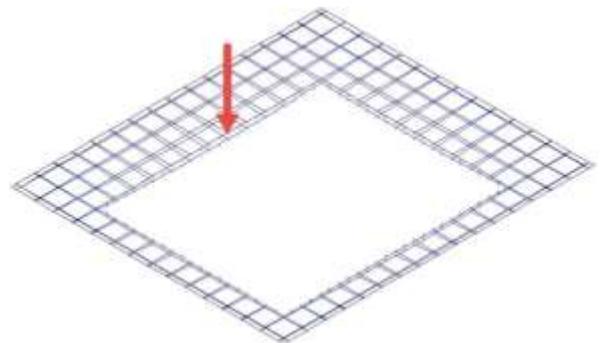
Os momentos fletores máximos nas direções x e y são iguais a 49,03 kNm e 47,81 kNm, respectivamente. A figura 39 indica onde ocorrem os maiores momentos na laje. A flecha máxima no estudo de caso 4 é igual a 1,00 cm, e ocorre na posição indicada na figura 40.

Figura 39 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 4



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 40 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 4



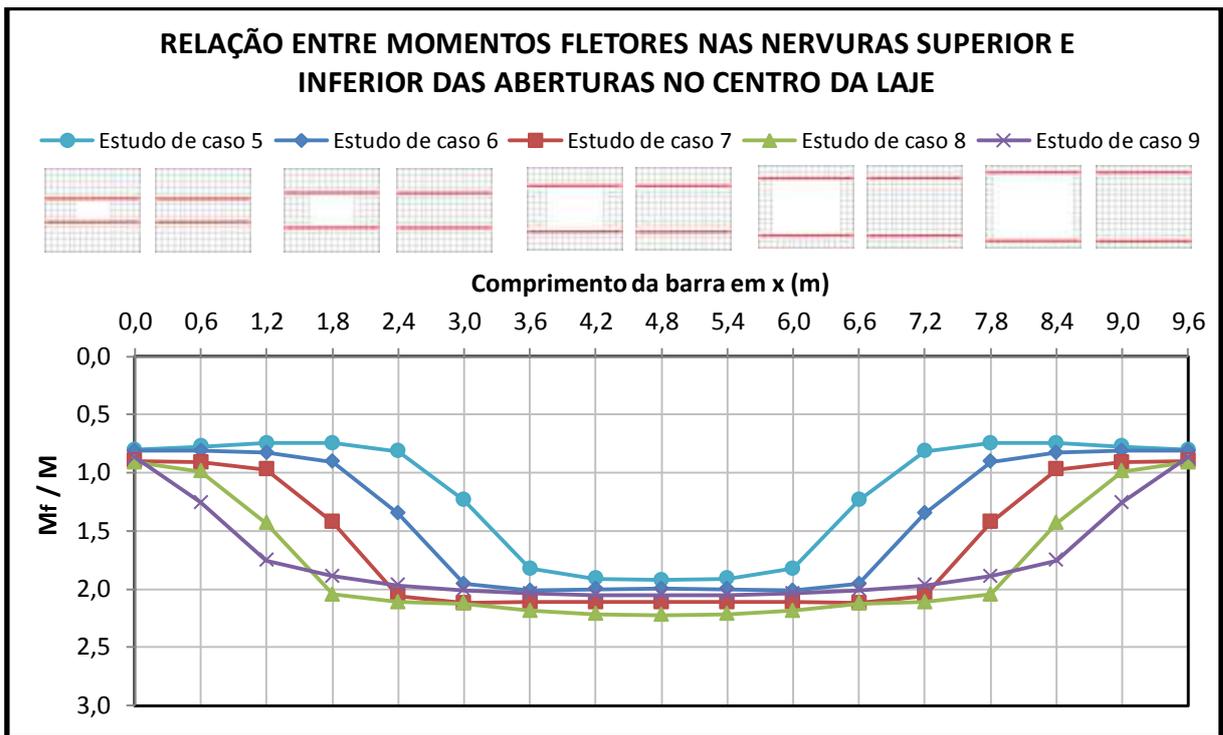
(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.3 LAJES COM ABERTURA NO CENTRO

As lajes com abertura no centro foram analisadas nos estudos de caso 5 a 9. As figuras 41 e 42 apresentam a relação entre os momentos fletores nas nervuras ao redor da abertura e nas nervuras coincidentes da laje sem abertura. Devido à simetria nas lajes com abertura, são apresentados no mesmo gráfico os incrementos nas nervuras superior e inferior, e aqueles nas nervuras esquerda e direita. As barras da grelha comparadas estão indicadas esquematicamente em cada figura, com o objetivo de facilitar a visualização dos resultados.

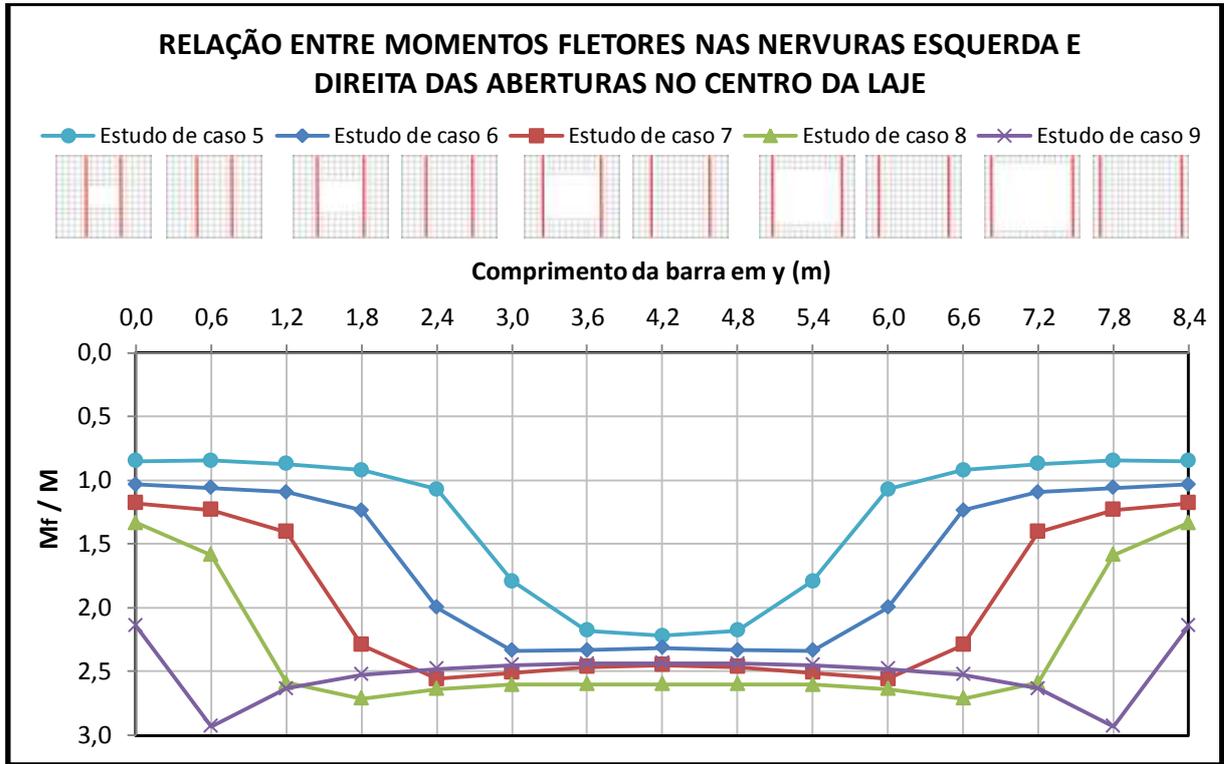
As figuras 43 e 44 apresentam a relação entre as flechas nas nervuras ao redor da abertura e nas nervuras coincidentes da laje sem abertura. As barras comparadas estão indicadas nos gráficos.

Figura 41 – Relação entre momentos fletores nas nervuras superior e inferior das aberturas no centro da laje e nas nervuras coincidentes da laje sem abertura



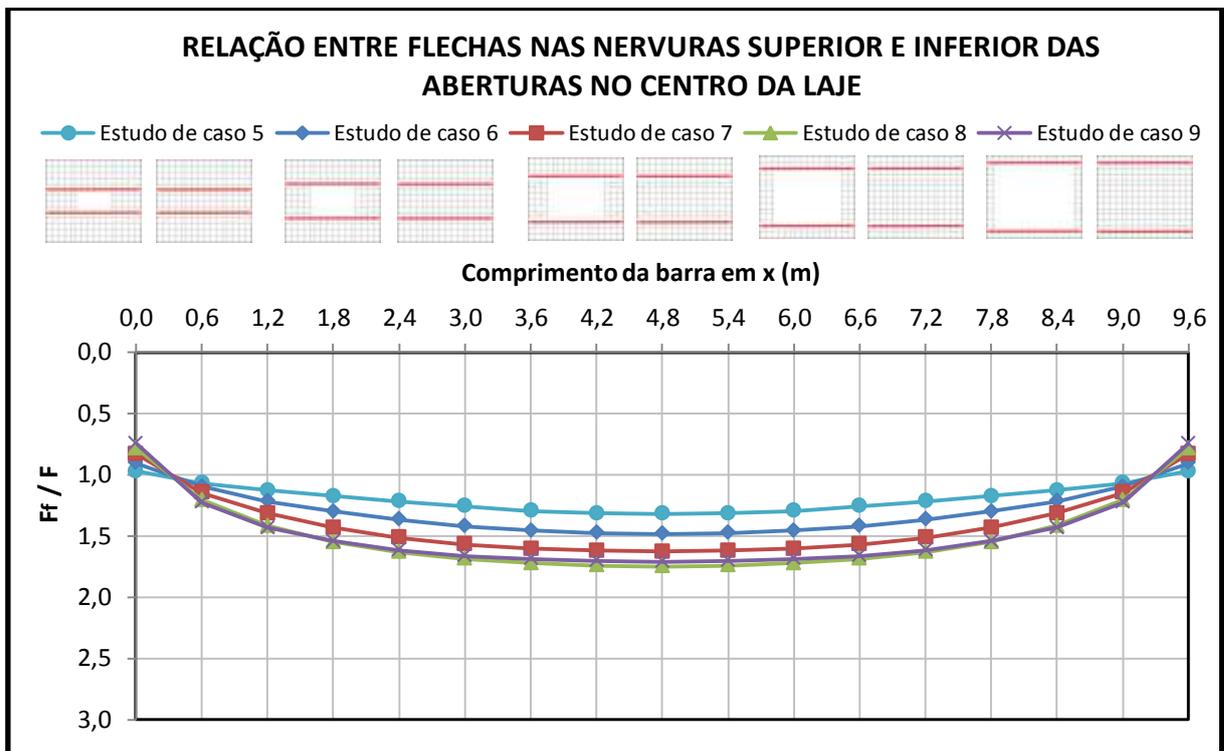
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 42 – Relação entre momentos fletores nas nervuras esquerda e direita das aberturas no centro da laje e nas nervuras coincidentes da laje sem abertura



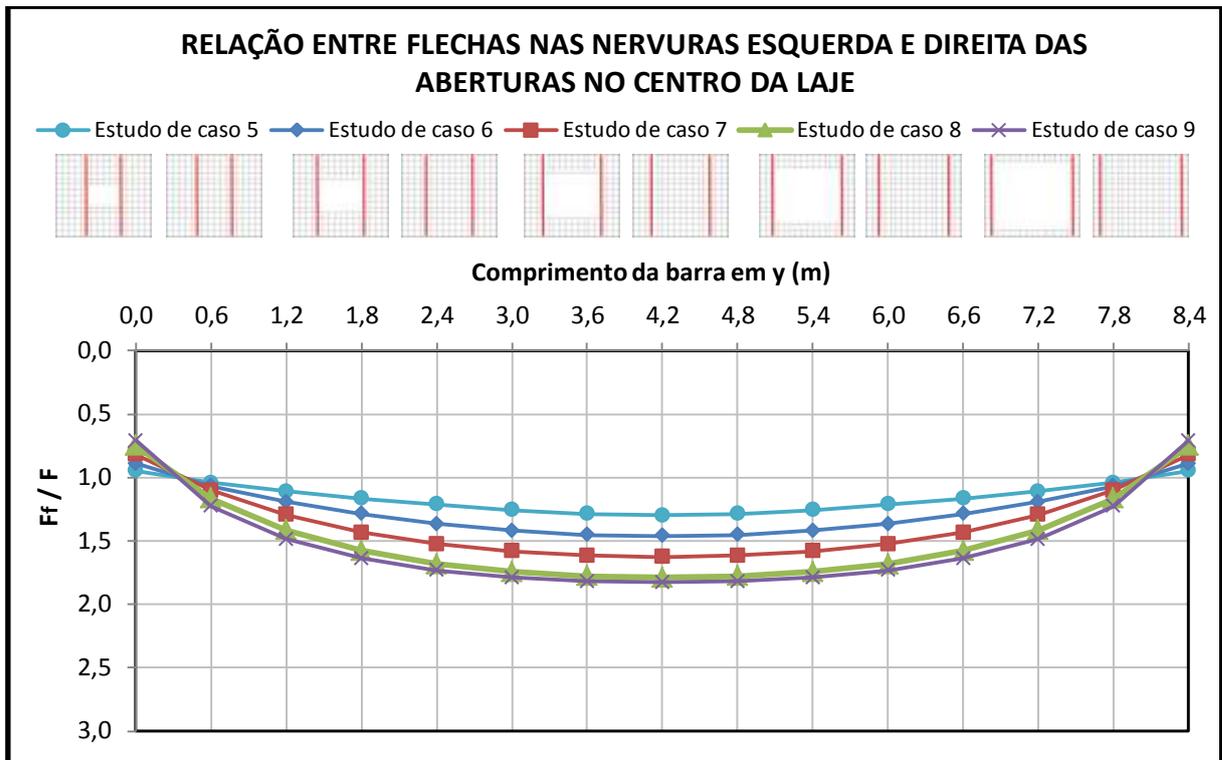
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 43 – Relação entre flechas nas nervuras superior e inferior das aberturas no centro da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 44 – Relação entre flechas nas nervuras esquerda e direita das aberturas no centro da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura

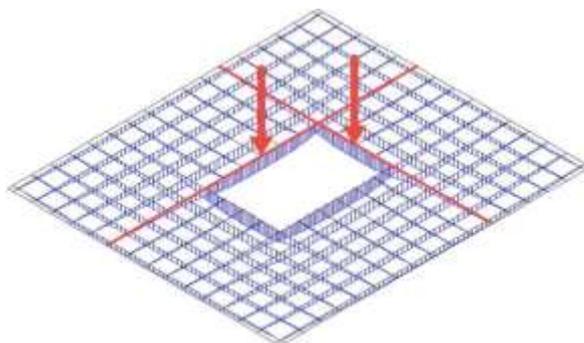


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.3.1 Estudo de caso 5

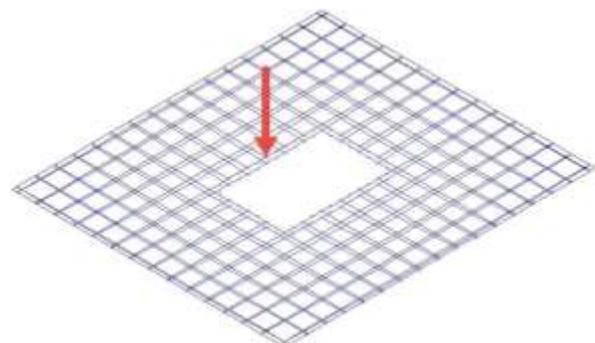
Os momentos fletores máximos nas direções x e y são iguais a 43,17 kNm e 44,45 kNm, respectivamente, e estão indicados na figura 45. A flecha máxima no estudo de caso 5 é igual a 0,84 cm, e as barras deformadas podem ser visualizadas na figura 46.

Figura 45 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 5



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 46 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 5

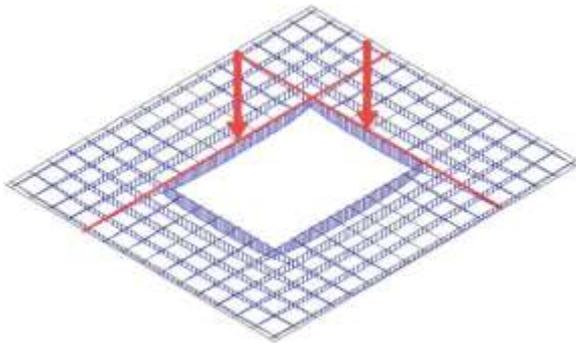


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.3.2 Estudo de caso 6

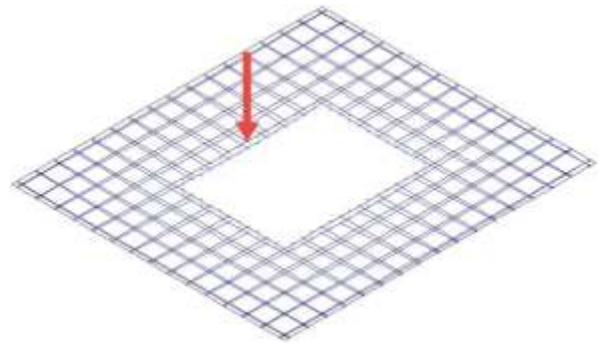
Os momentos fletores máximos nas direções x e y são iguais a 43,53 kNm e 44,22 kNm, respectivamente. A figura 47 indica onde ocorrem os maiores momentos na grelha. A flecha máxima no estudo de caso 6 é igual a 0,89 cm, e ocorre na posição indicada na figura 48.

Figura 47 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 6



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 48 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 6

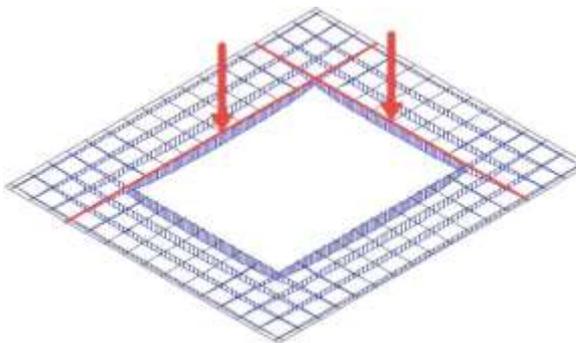


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.3.3 Estudo de caso 7

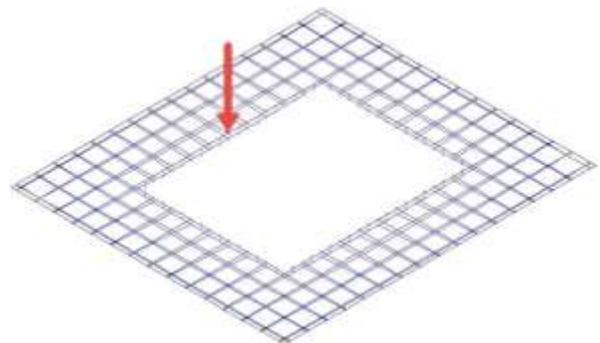
Os momentos fletores máximos nas direções x e y são iguais a 44,27 kNm e 44,03 kNm, respectivamente, e estão indicados na figura 49. A flecha máxima é igual a 0,91 cm, e ocorre na posição indicada na figura 50, na qual podem ser visualizadas as barras deformadas.

Figura 49 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 7



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 50 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 7

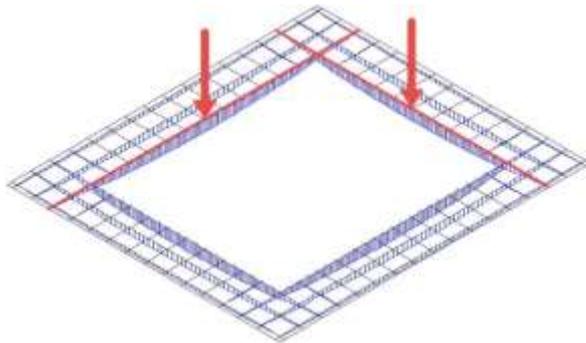


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.3.4 Estudo de caso 8

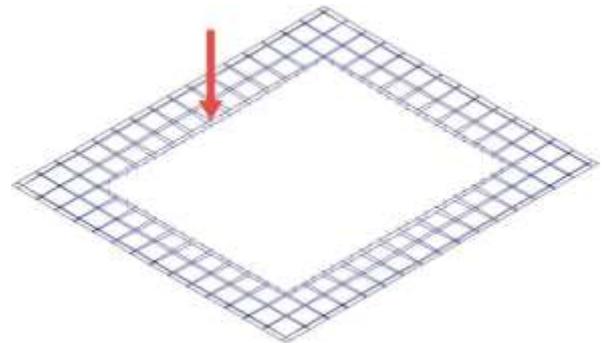
Os momentos fletores máximos nas direções x e y estão indicados na figura 51 e são iguais a 44,29 kNm e 43,42 kNm, respectivamente. A flecha máxima é igual a 0,88 cm, e ocorre na posição indicada na figura 52.

Figura 51 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 8



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 52 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 8

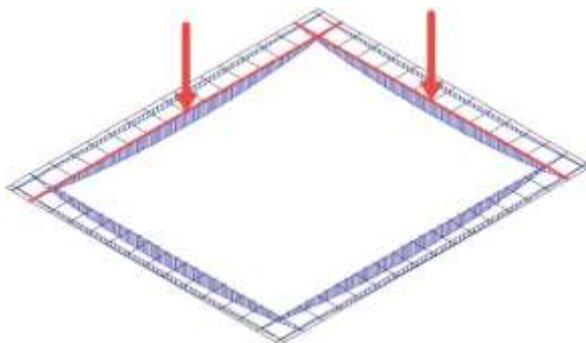


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.3.5 Estudo de caso 9

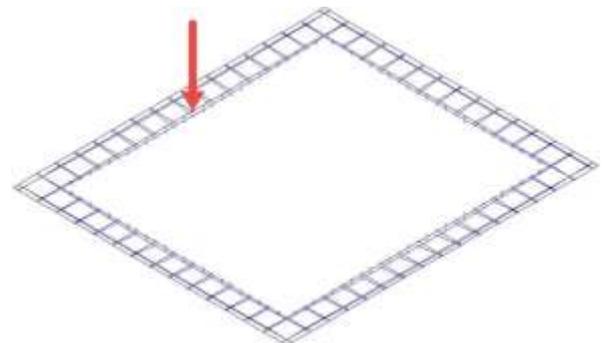
Os momentos fletores máximos nas direções x e y estão indicados na figura 53 e são iguais a 38,56 kNm e 37,28 kNm, respectivamente. A flecha máxima é igual a 0,75 cm, e ocorre na posição indicada na figura 54.

Figura 53 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 9



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 54 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 9



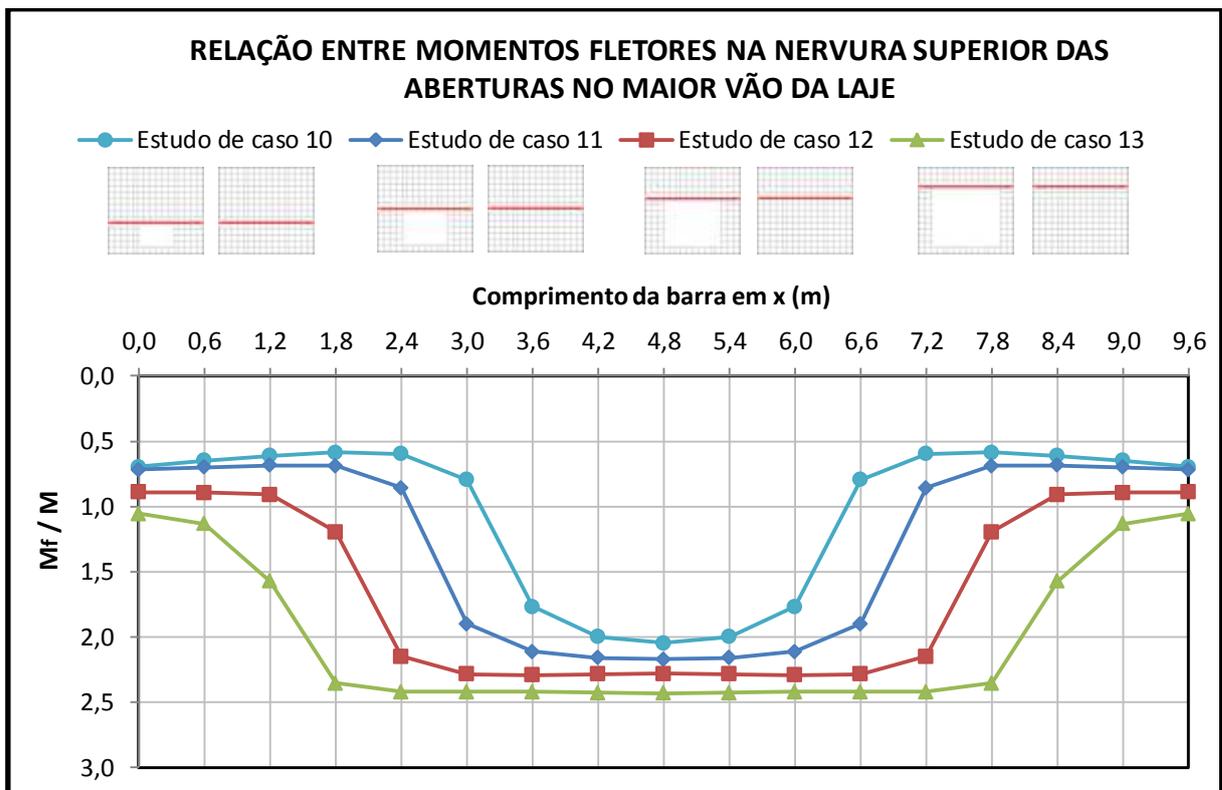
(fonte: elaborada pelo autor)

## 6.4 LAJES COM ABERTURA CENTRALIZADA NO MAIOR VÃO

As lajes com abertura centralizada no maior vão foram analisadas nos estudos de caso 10 a 13. As figuras 55 a 57 apresentam a relação entre os momentos fletores nas nervuras ao redor da abertura e nas nervuras coincidentes da laje sem abertura. Devido à simetria nas lajes, são apresentados no mesmo gráfico os incrementos nas nervuras esquerda e direita, e em gráficos distintos as relações nas nervuras superior e inferior. As barras da grelha comparadas estão indicadas esquematicamente em cada figura, com o objetivo de facilitar a visualização dos resultados.

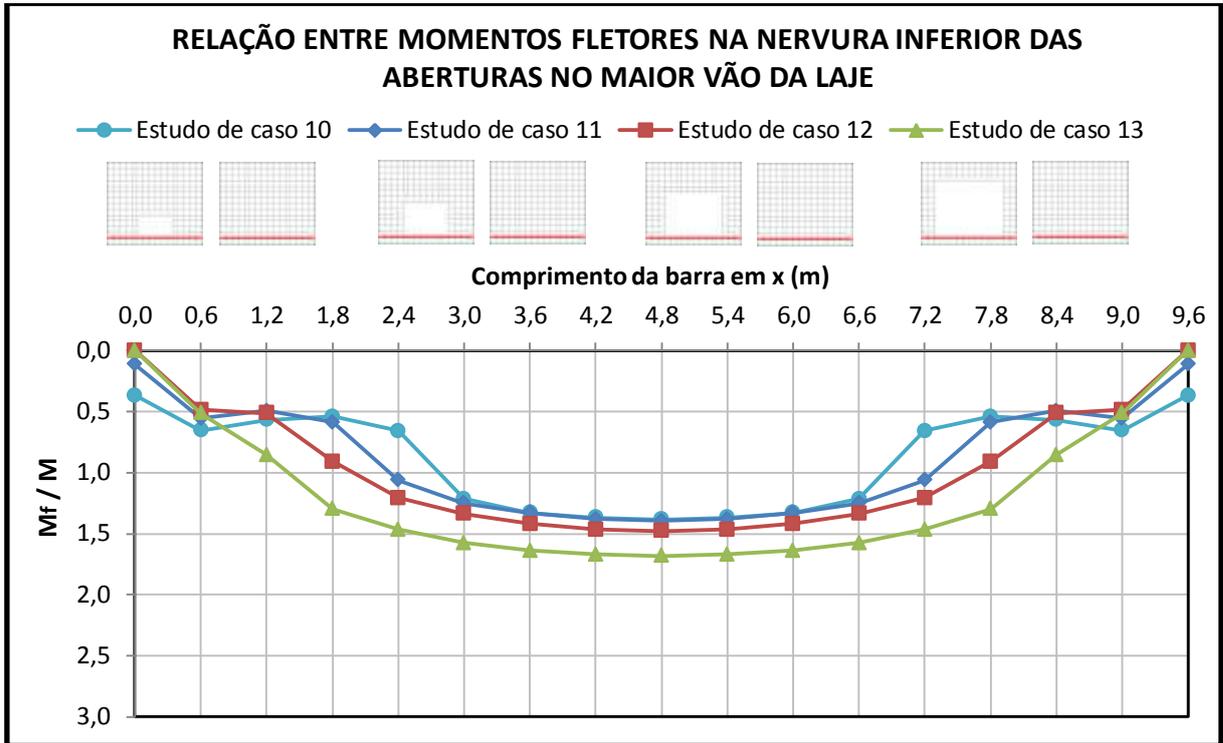
As figuras 58 a 60 apresentam a relação entre as flechas nas nervuras ao redor da abertura e nas nervuras coincidentes da laje sem abertura. As barras comparadas estão indicadas nos gráficos.

Figura 55 – Relação entre momentos fletores na nervura superior das aberturas no maior vão da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura



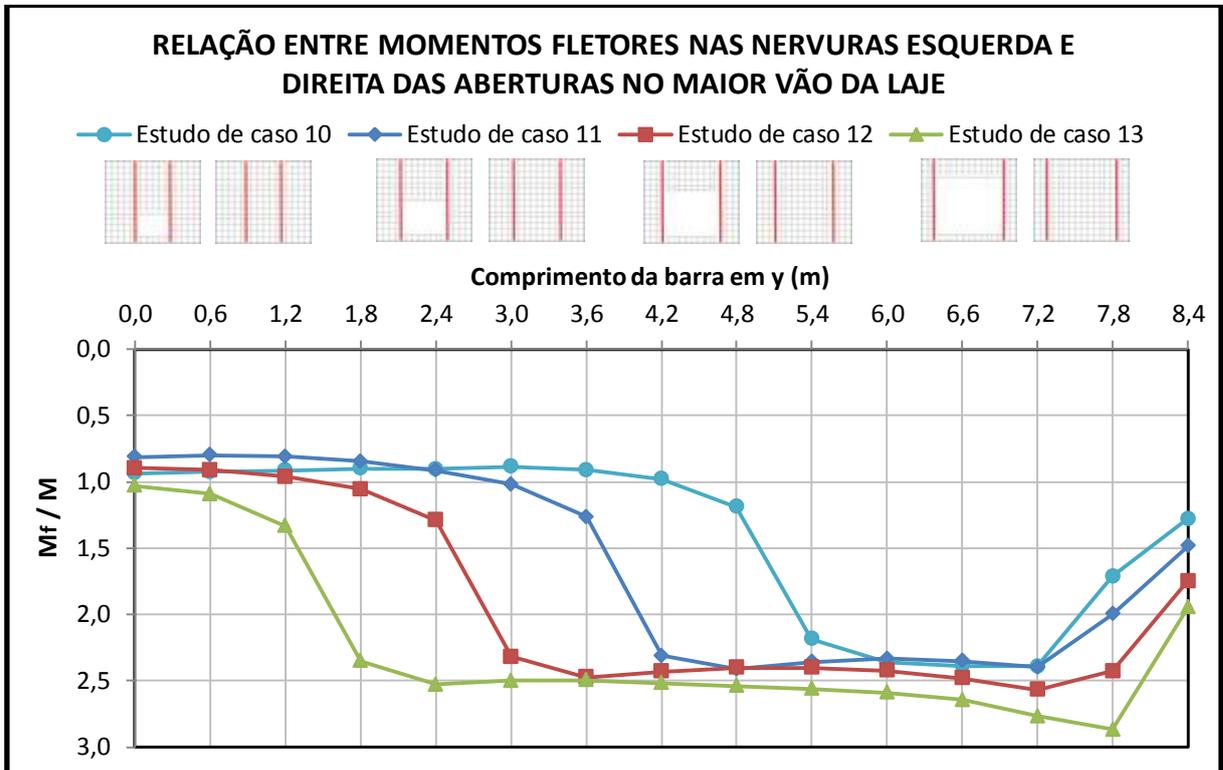
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 56 – Relação entre momentos fletores na nervura inferior das aberturas no maior vão da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura



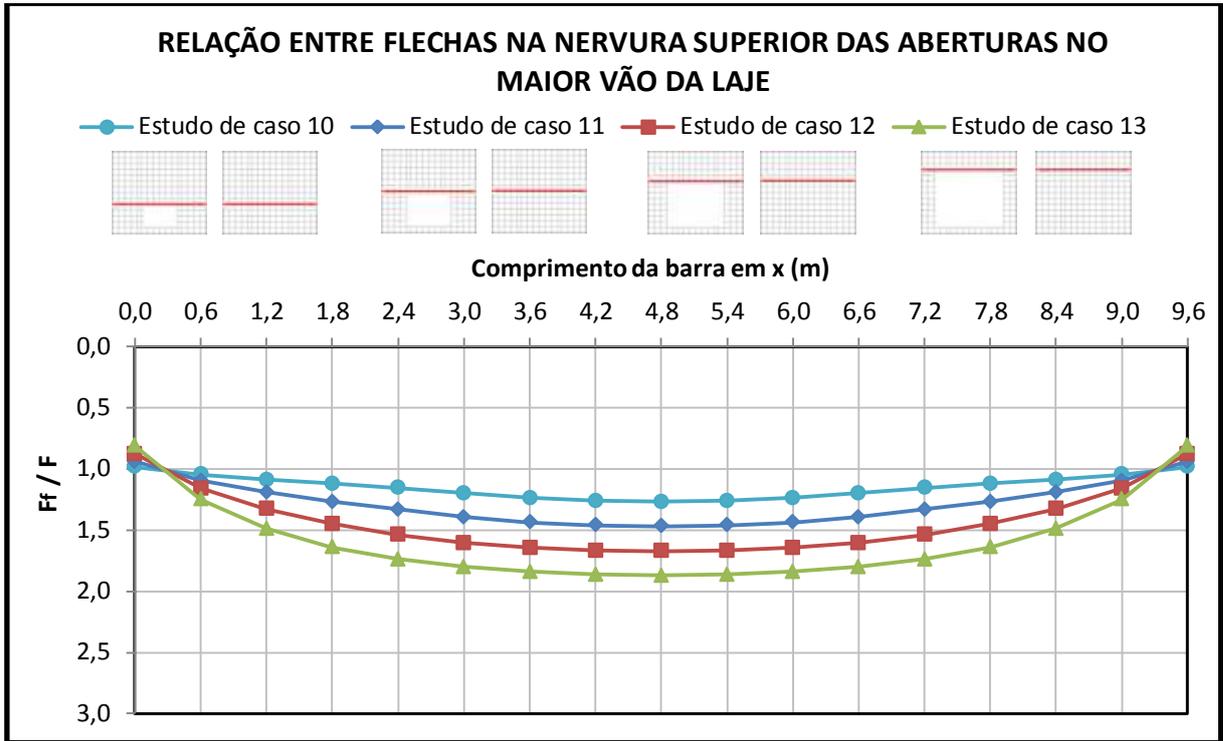
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 57 – Relação entre momentos fletores nas nervuras esquerda e direita das aberturas no maior vão da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura



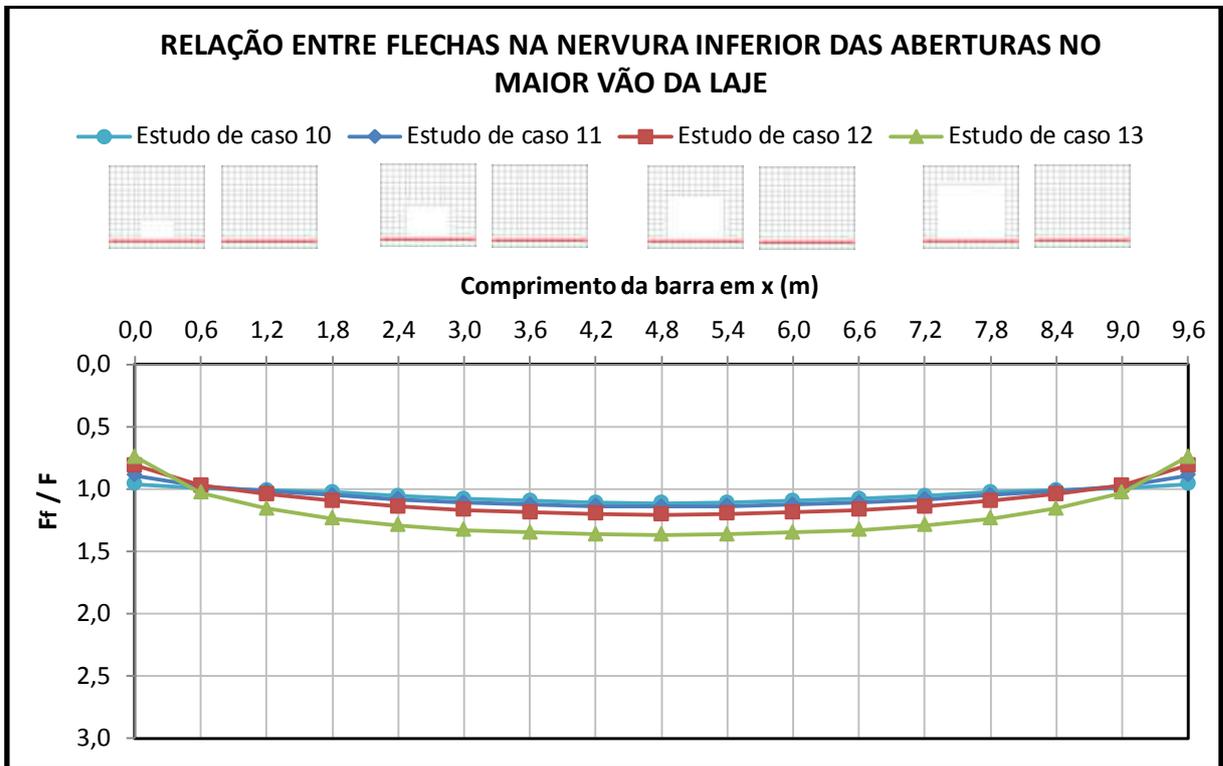
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 58 – Relação entre flechas na nervura superior das aberturas no maior vão da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura



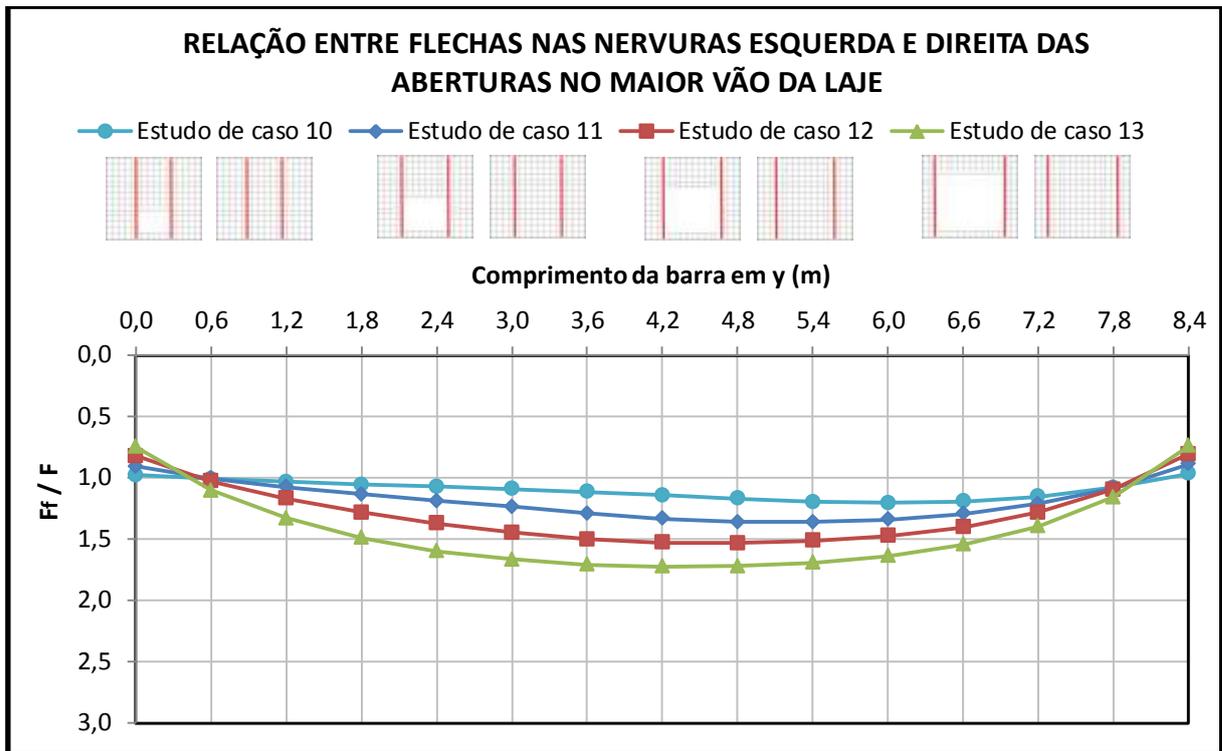
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 59 – Relação entre flechas na nervura inferior das aberturas no maior vão da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 60 – Relação entre flechas nas nervuras esquerda e direita das aberturas no maior vão da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura

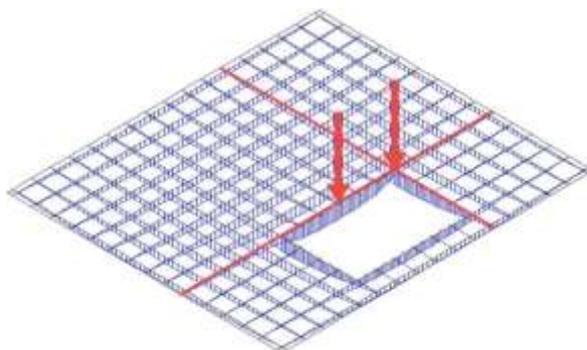


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.4.1 Estudo de caso 10

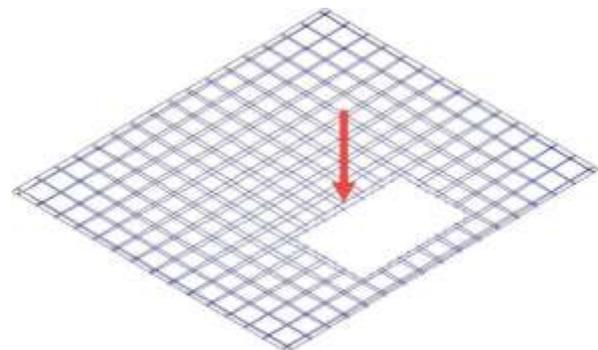
Os momentos fletores máximos nas direções x e y estão indicados na figura 61 e são iguais a 45,93 kNm e 40,55 kNm, respectivamente. A flecha máxima é igual a 0,81 cm, e ocorre na posição indicada na figura 62.

Figura 61 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 10



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 62 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 10

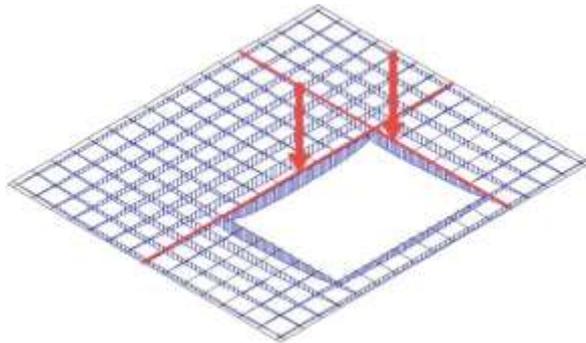


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.4.2 Estudo de caso 11

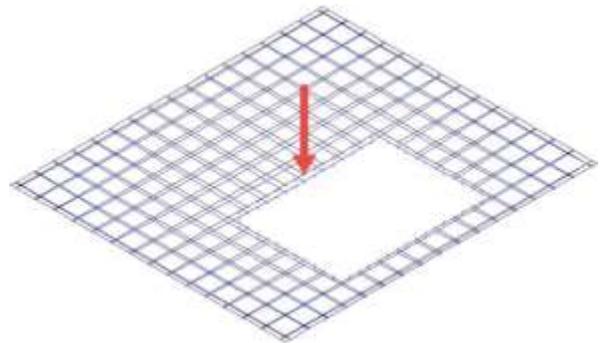
Os momentos fletores máximos nas direções x e y estão indicados na figura 63 e são iguais a 49,95 kNm e 45,24 kNm, respectivamente. A flecha máxima é igual a 0,98 cm, e ocorre na posição indicada na figura 64.

Figura 63 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 11



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 64 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 11

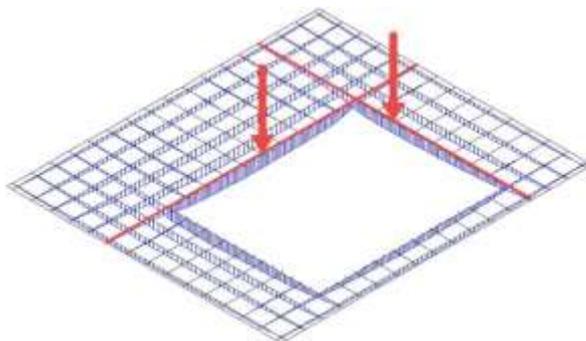


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.4.3 Estudo de caso 12

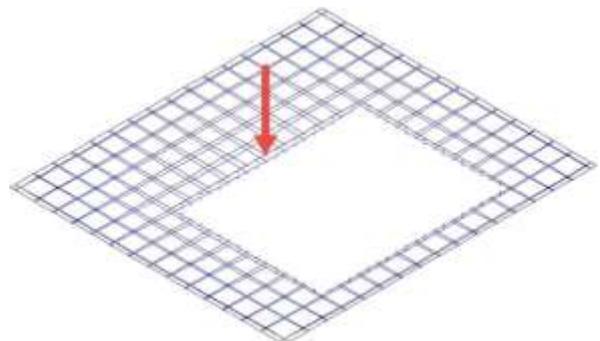
Os momentos fletores máximos nas direções x e y estão indicados na figura 65 e são iguais a 51,27 kNm e 43,72 kNm, respectivamente. A flecha máxima é igual a 1,01 cm, e ocorre na posição indicada na figura 66.

Figura 65 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 12



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 66 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 12

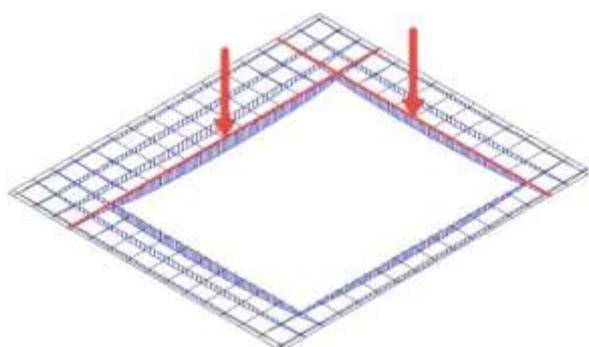


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.4.4 Estudo de caso 13

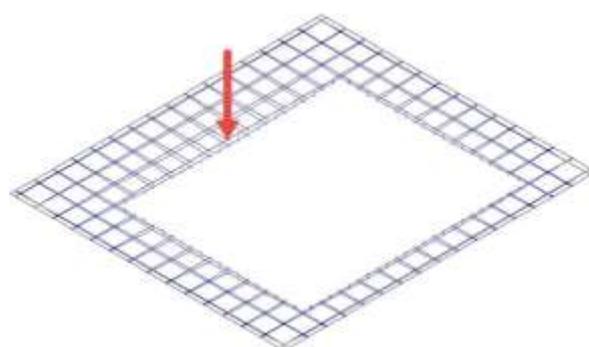
Os momentos fletores máximos nas direções x e y são iguais a 50,97 kNm e 42,03 kNm, respectivamente. A figura 67 indica onde ocorrem os momentos máximos na laje e os diagramas de esforços de flexão na grelha equivalente à laje nervurada. A flecha máxima na laje com abertura no estudo de caso 13 é igual a 1,04 cm, e ocorre na posição indicada na figura 68. Nesta figura, podem ser visualizadas as barras deformadas da grelha.

Figura 67 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 13



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 68 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 13



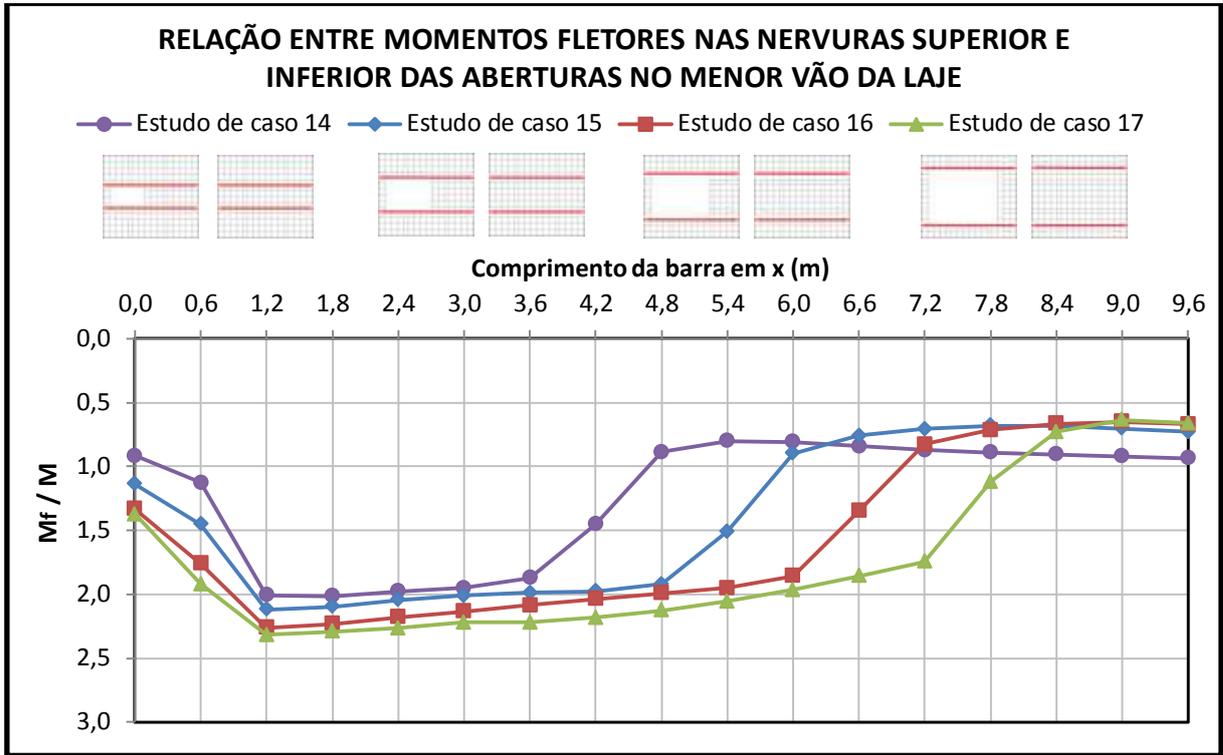
(fonte: elaborada pelo autor)

## 6.5 LAJES COM ABERTURA CENTRALIZADA NO MENOR VÃO

As lajes com abertura centralizada no menor vão foram analisadas nos estudos de caso 14 a 17. As figuras 69 a 71 apresentam a relação entre os momentos fletores nas nervuras ao redor da abertura e nas nervuras coincidentes da laje sem abertura. As barras da grelha comparadas estão indicadas esquematicamente em cada figura. Devido à simetria nas lajes, são apresentados no mesmo gráfico os incrementos nas nervuras superior e inferior, e em gráficos distintos as relações nas nervuras esquerda e direita.

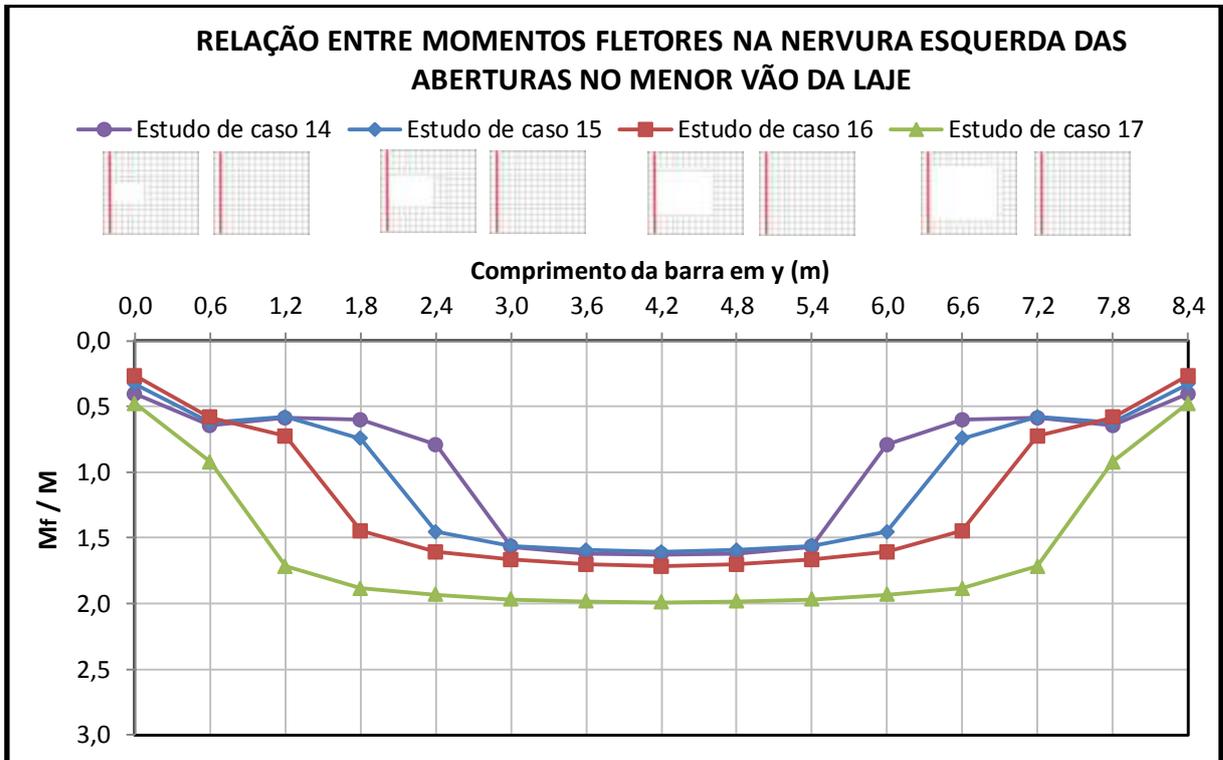
As figuras 72 a 74 apresentam a relação entre as flechas nas nervuras ao redor da abertura e nas nervuras coincidentes da laje sem abertura. As barras comparadas estão indicadas nos gráficos.

Figura 69 – Relação entre momentos fletores nas nervuras superior e inferior das aberturas no menor vão da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura



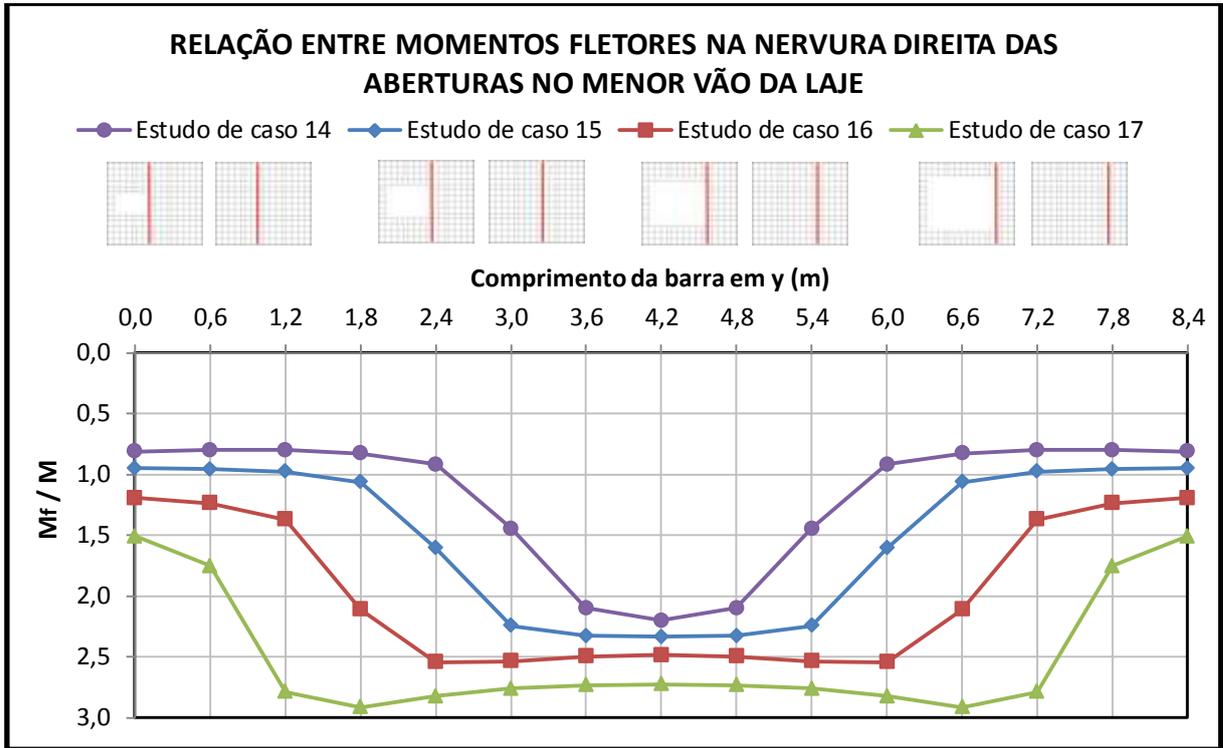
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 70 – Relação entre momentos fletores na nervura esquerda das aberturas no menor vão da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura



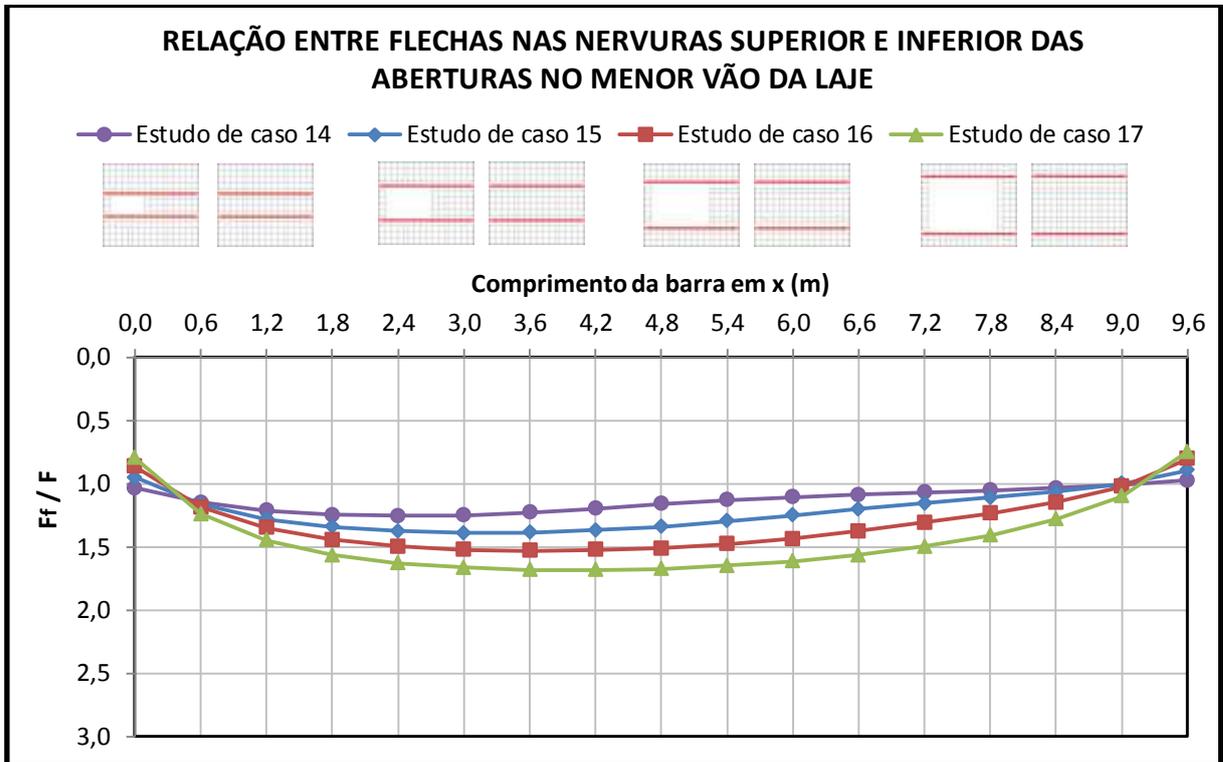
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 71 – Relação entre momentos fletores na nervura direita das aberturas no menor vão da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura



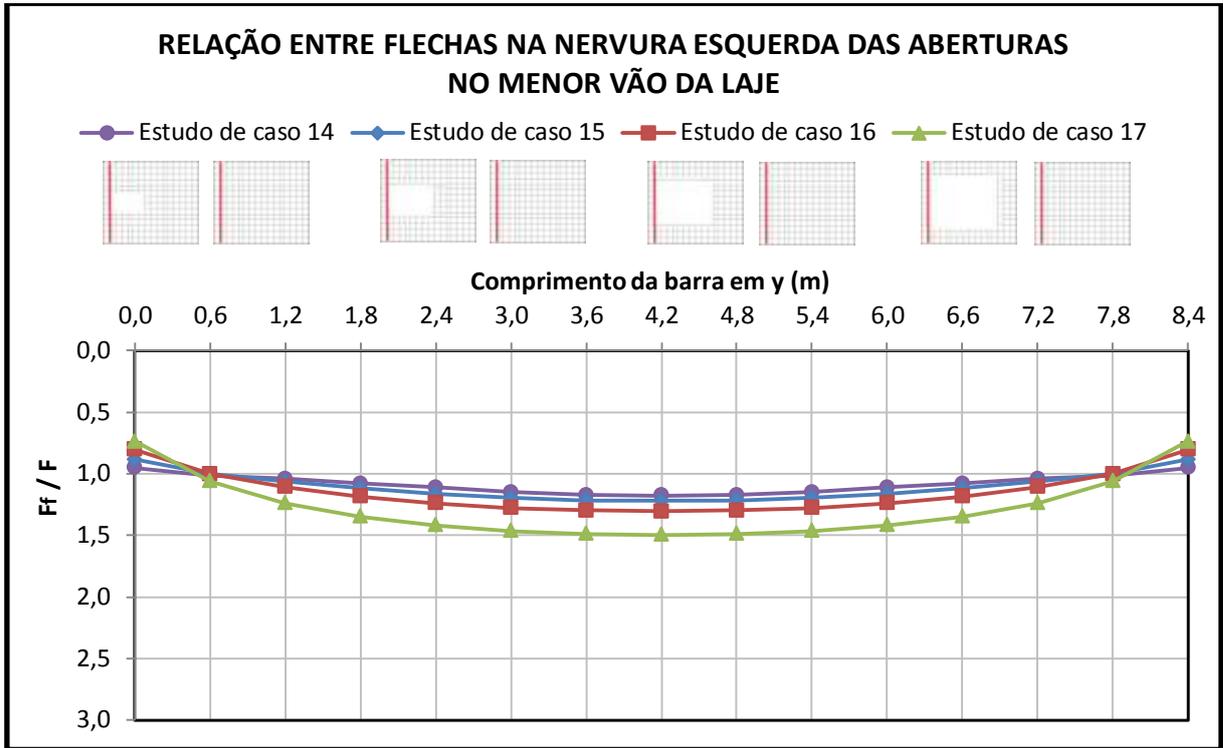
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 72 – Relação entre flechas nas nervuras superior e inferior das aberturas no menor vão da laje e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura



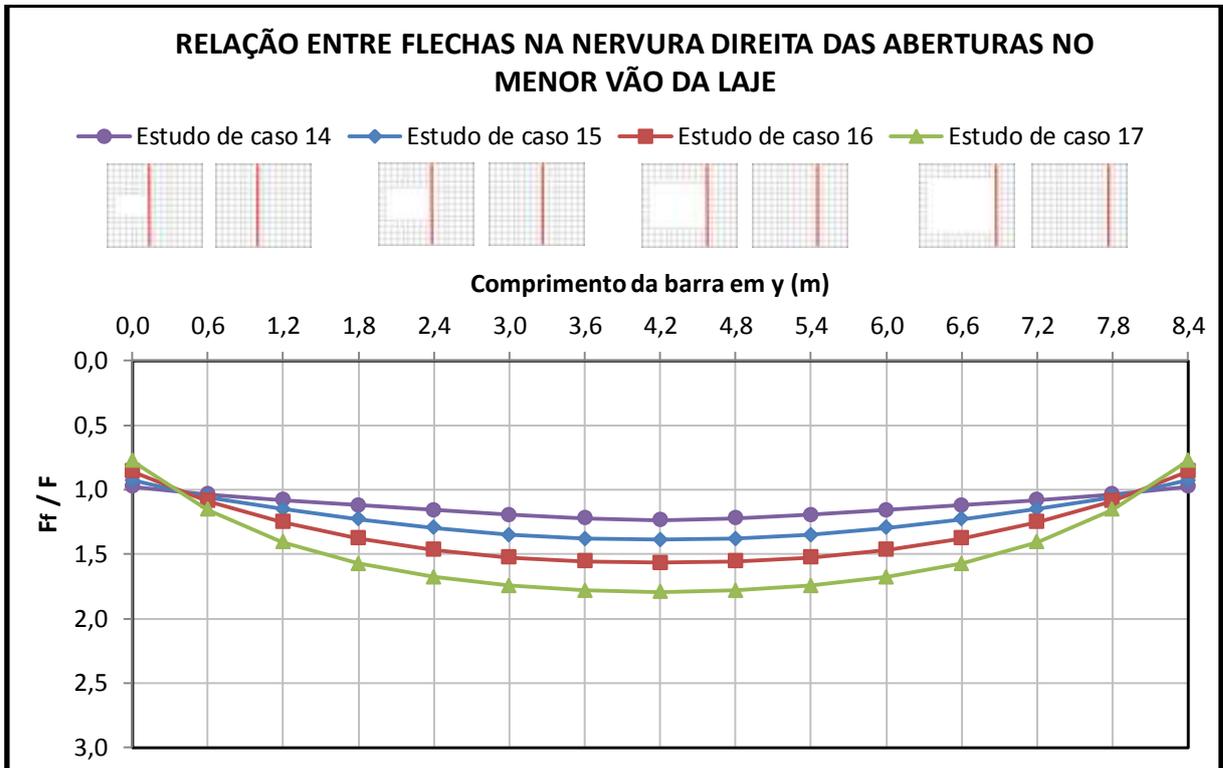
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 73 – Relação entre flechas na nervura esquerda das aberturas no menor vão da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 74 – Relação entre flechas na nervura direita das aberturas no menor vão da laje e na nervura correspondente da laje sem abertura

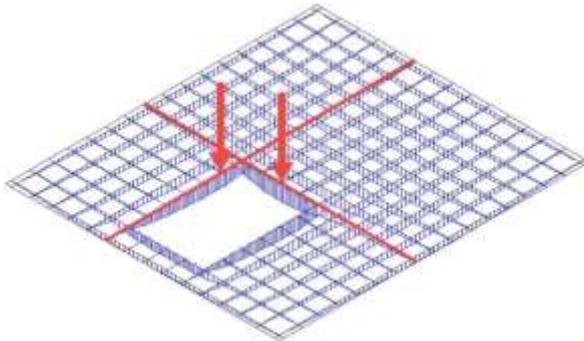


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.5.1 Estudo de caso 14

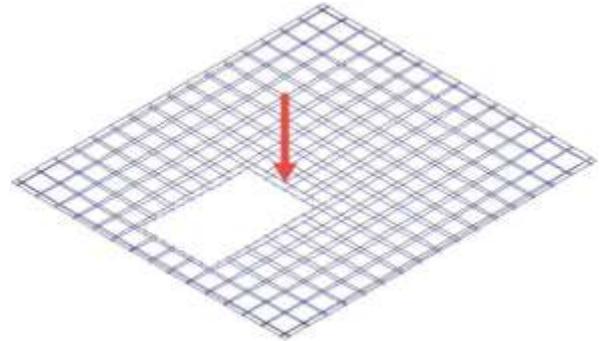
Os momentos fletores máximos nas direções x e y estão indicados na figura 75 e são iguais a 39,86 kNm e 46,44 kNm, respectivamente. A flecha máxima é igual a 0,81 cm, e ocorre na posição indicada na figura 76.

Figura 75 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 14



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 76 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 14

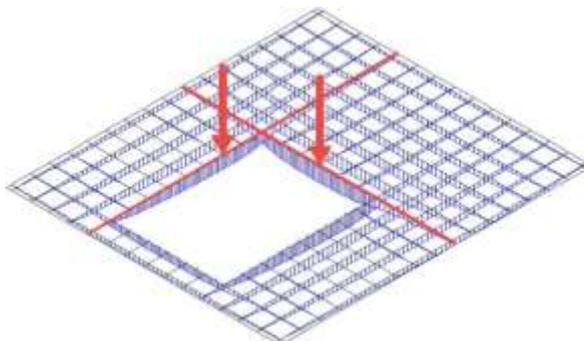


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.5.2 Estudo de caso 15

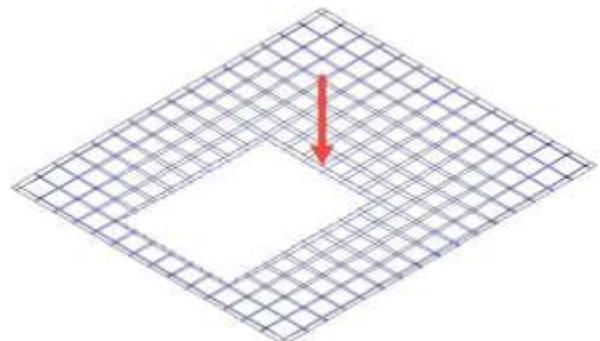
Os momentos fletores máximos nas direções x e y estão indicados na figura 77 e são iguais a 42,60 kNm e 49,28 kNm, respectivamente. A flecha máxima é igual a 0,91 cm, e ocorre na posição indicada na figura 78.

Figura 77 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 15



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 78 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 15

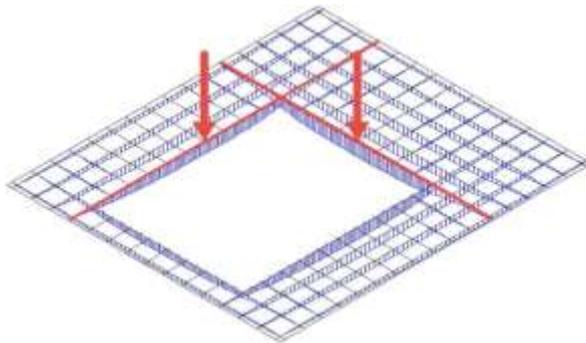


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.5.3 Estudo de caso 16

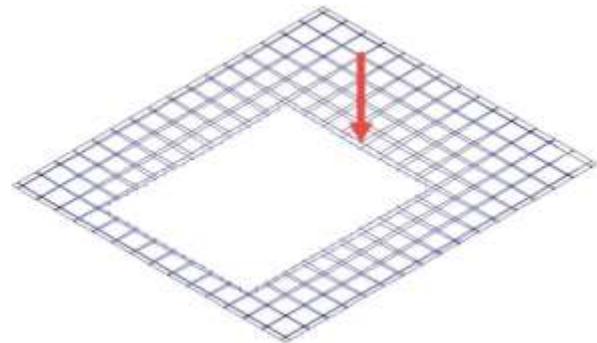
Os momentos fletores máximos nas direções x e y estão indicados na figura 79 e são iguais a 42,12 kNm e 49,75 kNm, respectivamente. A flecha máxima é igual a 0,94 cm, e ocorre na posição indicada na figura 80.

Figura 79 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 16



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 80 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 16

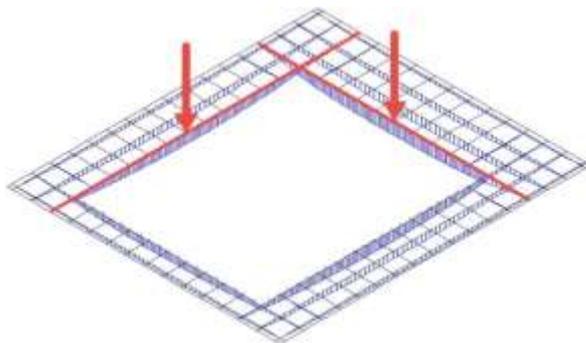


(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.5.4 Estudo de caso 17

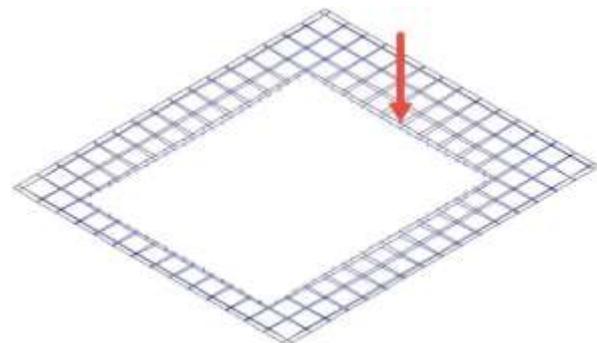
Os momentos fletores máximos nas direções x e y estão indicados na figura 81 e são iguais a 42,90 kNm e 49,03 kNm, respectivamente. A flecha máxima é igual a 0,87 cm, e ocorre na posição indicada na figura 82.

Figura 81 – Posição dos momentos fletores máximos no estudo de caso 17



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 82 – Posição da flecha máxima no estudo de caso 17



(fonte: elaborada pelo autor)

## **7 ANÁLISE DOS RESULTADOS**

Neste capítulo, serão analisados os resultados obtidos na comparação entre momentos fletores, flechas e armaduras necessárias nas lajes com e sem abertura. As análises e os comentários serão apresentados de acordo com as quatro posições da abertura na laje. Os limites recomendados pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 76) para dispensa de verificação de esforços em lajes com aberturas também serão avaliados, através do estudo de lajes com furos que atendam aos critérios para esta dispensa.

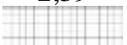
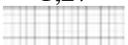
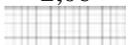
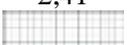
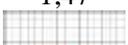
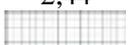
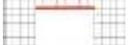
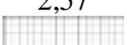
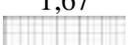
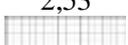
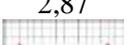
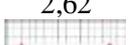
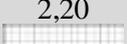
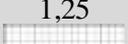
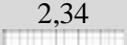
O quadro 7 apresentado a seguir indica os máximos incrementos verificados nos esforços de flexão, nos deslocamentos verticais e nas áreas de aço nos bordos da abertura. Nas figuras que representam a laje em cada estudo de caso, está indicado o bordo em que se obteve o máximo incremento. Devido à simetria nas lajes com abertura no centro, centralizada no maior vão e centralizada no menor vão, estão destacados os dois bordos em que foram verificadas as maiores relações, quando em torno do eixo de simetria.

Quadro 7 – Incrementos máximos nos momentos fletores, flechas e armaduras

| Estudo de caso | Geometria         | Momento (kNm) | Incremento máximo no momento | Flecha (cm) | Incremento máximo na flecha | Armadura (cm <sup>2</sup> /nerv) | Incremento máximo na armadura |
|----------------|-------------------|---------------|------------------------------|-------------|-----------------------------|----------------------------------|-------------------------------|
| 1              | Laje sem abertura | 11,25         | 2,60<br>                     | 0,52        | 1,26<br>                    | 1,52                             | 2,01<br>                      |
|                | Laje com abertura | 28,20         |                              | 0,66        |                             | 3,05                             |                               |
| 2              | Laje sem abertura | 11,25         | 2,54<br>                     | 0,60        | 1,41<br>                    | 1,52                             | 2,32<br>                      |
|                | Laje com abertura | 28,54         |                              | 0,84        |                             | 3,52                             |                               |
| 3              | Laje sem abertura | 10,78         | 2,58<br>                     | 0,63        | 1,57<br>                    | 1,44                             | 2,53<br>                      |
|                | Laje com abertura | 27,85         |                              | 0,99        |                             | 3,64                             |                               |
| 4              | Laje sem abertura | 6,03          | 2,98<br>                     | 0,56        | 1,79<br>                    | 1,26                             | 2,77<br>                      |
|                | Laje com abertura | 17,99         |                              | 1,00        |                             | 3,49                             |                               |
| 5              | Laje sem abertura | 20,01         | 2,22<br>                     | 0,64        | 1,32<br>                    | 1,44                             | 2,25<br>                      |
|                | Laje com abertura | 44,45         |                              | 0,84        |                             | 3,24                             |                               |
| 6              | Laje sem abertura | 17,74         | 2,34<br>                     | 0,60        | 1,48<br>                    | 1,35                             | 2,39<br>                      |
|                | Laje com abertura | 41,48         |                              | 0,89        |                             | 3,22                             |                               |
| 7              | Laje sem abertura | 15,09         | 2,56<br>                     | 0,56        | 1,63<br>                    | 1,26                             | 2,55<br>                      |
|                | Laje com abertura | 38,63         |                              | 0,91        |                             | 3,21                             |                               |
| 8              | Laje sem abertura | 11,86         | 2,71<br>                     | 0,41        | 1,79<br>                    | 1,17                             | 2,70<br>                      |
|                | Laje com abertura | 32,18         |                              | 0,74        |                             | 3,16                             |                               |
| 9              | Laje sem abertura | 4,89          | 2,93<br>                     | 0,33        | 1,83<br>                    | 1,07                             | 2,54<br>                      |
|                | Laje com abertura | 14,34         |                              | 0,61        |                             | 2,72                             |                               |

continua

continuação

| Estudo de caso | Geometria         | Momento (kNm) | Incremento máximo no momento  | Flecha (cm) | Incremento máximo na flecha  | Armadura (cm <sup>2</sup> /nerv) | Incremento máximo na armadura   |
|----------------|-------------------|---------------|---|-------------|--|----------------------------------|---|
| 10             | Laje sem abertura | 14,16         | 2,39<br>   | 0,64        | 1,27<br>   | 1,44                             | 2,06<br>   |
|                | Laje com abertura | 33,79         |            | 0,81        |            | 2,96                             |            |
| 11             | Laje sem abertura | 18,76         | 2,41<br>   | 0,67        | 1,47<br>   | 1,35                             | 2,44<br>   |
|                | Laje com abertura | 45,24         |            | 0,98        |            | 3,30                             |            |
| 12             | Laje sem abertura | 9,80          | 2,57<br>   | 0,64        | 1,67<br>   | 1,26                             | 2,53<br>   |
|                | Laje com abertura | 25,14         |            | 1,07        |            | 3,19                             |            |
| 13             | Laje sem abertura | 5,60          | 2,87<br> | 0,56        | 1,87<br> | 1,17                             | 2,62<br> |
|                | Laje com abertura | 16,04         |          | 1,04        |          | 3,07                             |          |
| 14             | Laje sem abertura | 21,09         | 2,20<br> | 0,57        | 1,25<br> | 1,52                             | 2,23<br> |
|                | Laje com abertura | 46,44         |          | 0,71        |          | 3,39                             |          |
| 15             | Laje sem abertura | 21,09         | 2,34<br> | 0,57        | 1,39<br> | 1,52                             | 2,37<br> |
|                | Laje com abertura | 49,28         |          | 0,80        |          | 3,60                             |          |
| 16             | Laje sem abertura | 18,57         | 2,54<br> | 0,60        | 1,57<br> | 1,44                             | 2,52<br> |
|                | Laje com abertura | 47,11         |          | 0,94        |          | 3,63                             |          |
| 17             | Laje sem abertura | 12,80         | 2,92<br> | 0,48        | 1,79<br> | 1,26                             | 2,84<br> |
|                | Laje com abertura | 37,33         |          | 0,87        |          | 3,58                             |          |

(fonte: elaborado pelo autor)

## 7.1 LAJES COM ABERTURA NO CANTO

Nas lajes com abertura no canto, os resultados indicam que os maiores incrementos nos esforços de flexão ocorrem nas faces da abertura. Nesta região, os momentos fletores nas nervuras superiores são aproximadamente 2,5 vezes maiores que nas nervuras coincidentes da laje sem abertura. Nas nervuras inferiores, essa razão encontra-se entre 1,5 e 1,8 vezes. Na nervura esquerda, os incrementos nos esforços estão entre 2,0 e 2,5 vezes, enquanto na nervura direita, os momentos são de 2,5 a 3,0 vezes maiores que aqueles verificados na laje sem abertura. Os diagramas também sugerem que, nas nervuras adjacentes, a razão entre os momentos fletores rapidamente converge para 1,0, indicando que a distribuição de esforços na laje com abertura aproxima-se daquela na laje íntegra à medida que as nervuras se afastam da abertura. Os resultados mostram ainda que nas regiões entre a face da abertura e o apoio, ou seja, ao redor da nervura esquerda e da nervura inferior, a razão entre os momentos fletores da laje com e sem abertura varia de 1,5 a 2,0 vezes, e portanto é necessário avaliar o efeito deste incremento, ainda que as flechas tenham se mantido semelhantes nesta zona da laje.

Em relação aos deslocamentos verticais, as análises mostram que o aumento da abertura ocasiona incrementos gradativamente maiores nas flechas. As maiores proporções são verificadas nas nervuras superior e direita no estudo de caso 4, em que as flechas são 1,8 vezes maiores que aquelas na laje sem abertura. A verificação das flechas é imprescindível nestes casos, sobretudo nas regiões da laje onde existem alvenarias, uma vez que deformações excessivas poderiam causar fissurações na mesma.

Os maiores incrementos nas áreas de aço ao redor da abertura foram verificados na nervura direita. No estudo de caso 4, por exemplo, a armadura necessária nesta nervura é 2,8 vezes maior que a área de aço calculada para a laje sem abertura. Observa-se ainda que nas nervuras próximas aos apoios, ou seja, nas nervuras esquerda e inferior, o aumento da área de aço necessária praticamente não varia com o aumento das dimensões da abertura. Na nervura esquerda, a armadura na laje com abertura é 2,0 vezes maior que aquela na laje íntegra, e na nervura inferior, esta razão é aproximadamente igual a 1,5. Por outro lado, nas nervuras superior e direita, os resultados indicam que com o aumento da abertura, maior é a armadura necessária para resistir aos esforços de flexão. Nestas nervuras, as áreas de aço são de 2,0 a 2,8 vezes superiores à armadura na laje sem abertura. Verifica-se que são necessários reforços

ao redor da abertura, sobretudo nas nervuras superior e direita, que encontram-se mais afastadas dos apoios.

## 7.2 LAJES COM ABERTURA NO CENTRO

As lajes com abertura no centro são caracterizadas pela simetria nos eixos horizontal e vertical, de modo que as nervuras superior e inferior apresentam comportamento equivalente, assim como as nervuras esquerda e direita. Os momentos fletores nas nervuras horizontais da laje com abertura no centro são 2,0 vezes maiores que aqueles na laje íntegra. Conforme os resultados obtidos, esta relação entre os esforços de flexão não depende das dimensões da abertura, ou seja, é aproximadamente igual a 2,0 vezes para todos os casos de lajes com abertura no centro. Os resultados indicam o mesmo para as nervuras verticais. Nestas nervuras, os momentos fletores são aproximadamente 2,5 vezes maiores que os esforços verificados na laje sem abertura.

Em relação às flechas, os resultados obtidos demonstram que os deslocamentos na laje apresentam comportamento semelhante nas direções horizontal e vertical. As flechas na laje com abertura são de 1,3 a 1,8 vezes maiores que os deslocamentos verificados nas nervuras coincidentes da laje sem abertura. Os resultados indicam que os incrementos nas flechas são crescentes com o aumento das dimensões da abertura.

A armadura necessária ao redor da abertura apresentou maior incremento nas nervuras verticais. No estudo de caso 8, a área de aço é 2,7 vezes maior nas nervuras esquerda e direita, sendo esta a maior diferença para as lajes com abertura no centro. Por outro lado, a armadura nas nervuras horizontais no estudo de caso 5 é 2,0 vezes superior à área de aço necessária na laje sem abertura, tratando-se do caso menos crítico.

## 7.3 LAJES COM ABERTURA CENTRALIZADA NO MAIOR VÃO

As lajes com abertura centralizada no maior vão possuem simetria em relação ao eixo y, de modo que as nervuras esquerda e direita apresentam comportamentos semelhantes. Os maiores incrementos nos esforços de flexão variam de 2,0 a 2,5 vezes, e ocorrem na nervura superior e nas nervuras verticais. Este resultado indica que as regiões da laje em torno destas

nervuras transmitem esforços gradativamente maiores com o aumento das dimensões da abertura.

A relação entre as flechas nas lajes com e sem abertura varia de 1,3 a 2,0 vezes nas nervuras superiores, enquanto nas nervuras inferiores, esta razão apresenta menor variabilidade, estando entre 1,1 e 1,4 vezes. Nas nervuras verticais, a relação entre as flechas varia de 1,1 a 1,7 vezes. Em todos os casos observa-se que os incrementos nos deslocamentos são maiores com o aumento das dimensões da abertura.

Os maiores incrementos nas armaduras ocorreram nas nervuras esquerda e direita, com áreas de aço de 2,0 a 2,5 vezes maiores em comparação com a laje sem abertura. Na nervura superior, os resultados obtidos foram semelhantes. Na nervura inferior, a área de aço é 1,5 vezes maior que aquela na laje sem abertura. A análise dos gráficos indica que é necessário reforçar as nervuras, aumentando a armadura resistente.

#### 7.4 LAJES COM ABERTURA CENTRALIZADA NO MENOR VÃO

As lajes com abertura centralizada no menor vão apresentam simetria em relação ao eixo x. Portanto, as nervuras superior e inferior apresentam os diagramas de momentos fletores e de deslocamentos iguais. Nestas nervuras, os momentos fletores são de 2,0 a 2,5 vezes maiores que na laje sem abertura, e convergem rapidamente para os momentos da laje íntegra em regiões fora da abertura. Na nervura esquerda, os esforços de flexão são de 1,5 a 2,0 vezes maiores que aqueles na laje sem abertura. Na nervura direita, ocorrem os maiores incrementos nos momentos fletores, que variam de 2,0 a 3,0 vezes.

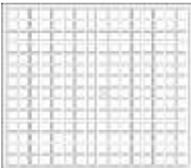
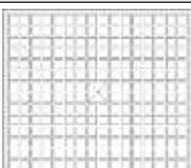
As flechas nas nervuras superior e inferior são de 1,1 a 1,7 vezes maiores que os deslocamentos na laje sem abertura. Na nervura esquerda, os incrementos nas flechas variam de 1,2 a 1,5 vezes. Na nervura direita, as flechas são de 1,2 a 1,8 vezes maiores em comparação com as flechas na laje íntegra. Em todas as nervuras verifica-se que com a ampliação das dimensões da abertura, as flechas são gradativamente maiores.

Os maiores incrementos nas áreas de aço ocorrem na nervura direita da abertura. A armadura necessária é de 2,2 a 2,8 vezes maior que na laje sem abertura. A razão entre as áreas de aço nas nervuras superior e inferior varia de 1,8 a 2,2, enquanto na nervura esquerda, o aumento varia de 1,7 a 2,1 vezes em relação à laje íntegra.

## 7.5 VERIFICAÇÃO DAS RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014, p. 76) estabelece condições, descritas no item 4.3.1 deste trabalho, para a dispensa de verificação de resistência e deformação em lajes com aberturas. As lajes nervuradas analisadas neste estudo não contemplam tais limites, ou seja, em todos os casos seria necessário realizar estas verificações. Os estudos de caso 18 a 20 visam a avaliar se as recomendações normativas para dispensa de verificação são adequadas, e estão descritos no quadro 7.

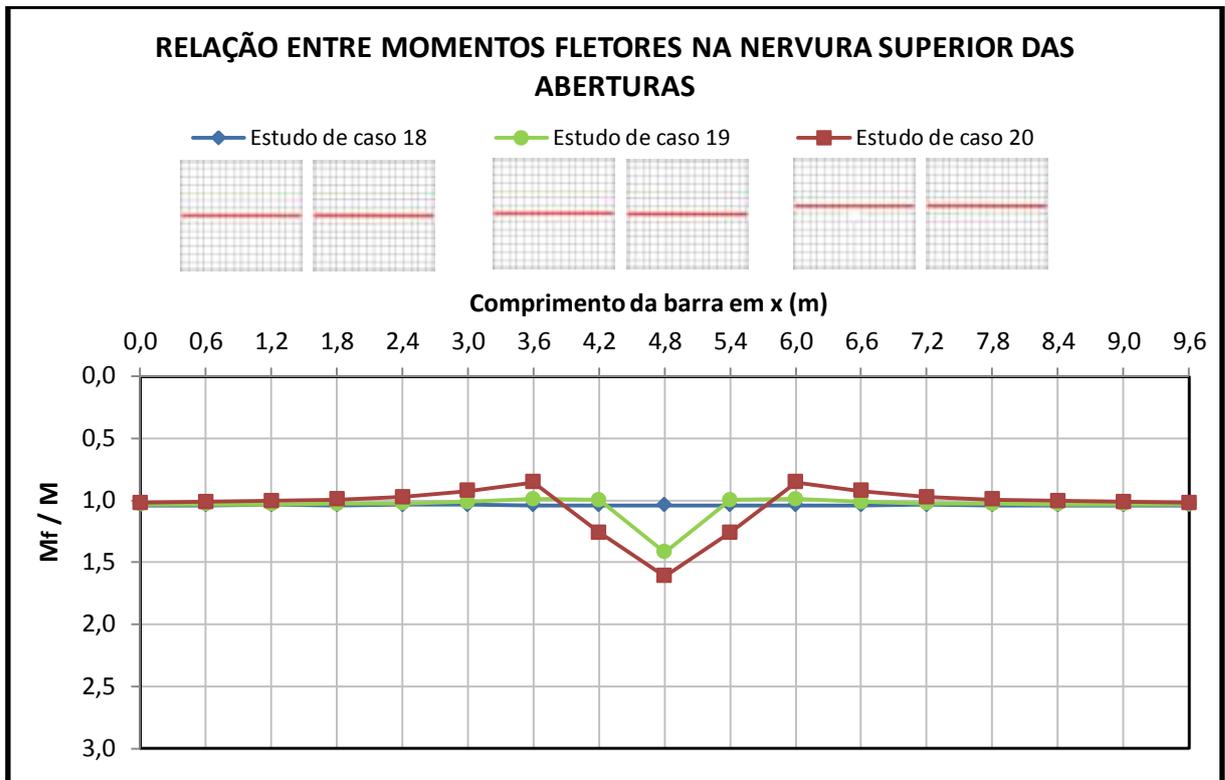
Quadro 8 – Estudos de caso para verificação das recomendações normativas

| Estudo de caso | Geometria da laje   | Dimensões da abertura |            |
|----------------|---|-----------------------|------------|
|                |   | Base (m)              | Altura (m) |
| 18             |   | 0,48                  | 0,48       |
| 19             |  | 1,08                  | 0,48       |
| 20             |  | 1,08                  | 1,08       |

(fonte: elaborado pelo autor)

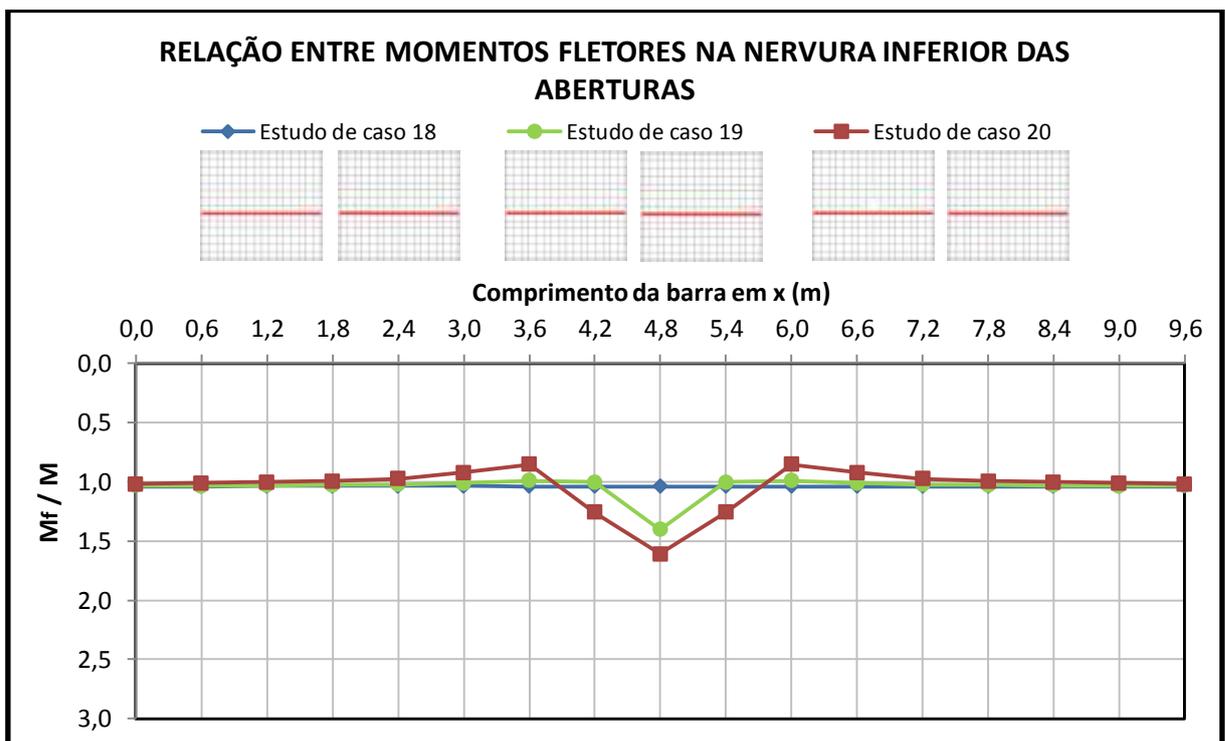
O estudo de caso 18 satisfaz os limites estabelecidos, enquanto nos estudos de caso 19 e 20 as aberturas apresentam dimensões superiores a 1/10 do vão, o que tornaria necessária a verificação de esforços e deslocamentos em tais lajes. A definição do modelo estrutural seguiu o mesmo procedimento apresentado nos estudos de caso anteriores, bem como foram considerados os mesmos carregamentos. As figuras 83 a 86 apresentam a relação entre os momentos fletores nas nervuras ao redor da abertura e nas nervuras correspondentes da laje sem abertura. As barras da grelha comparadas estão indicadas esquematicamente em cada figura. Como não há simetria no estudo de caso 18, os incrementos nas nervuras superior e inferior, e nas nervuras esquerda e direita, são apresentados em gráficos distintos.

Figura 83 – Relação entre momentos fletores na nervura superior das aberturas e na nervura correspondente da laje sem abertura



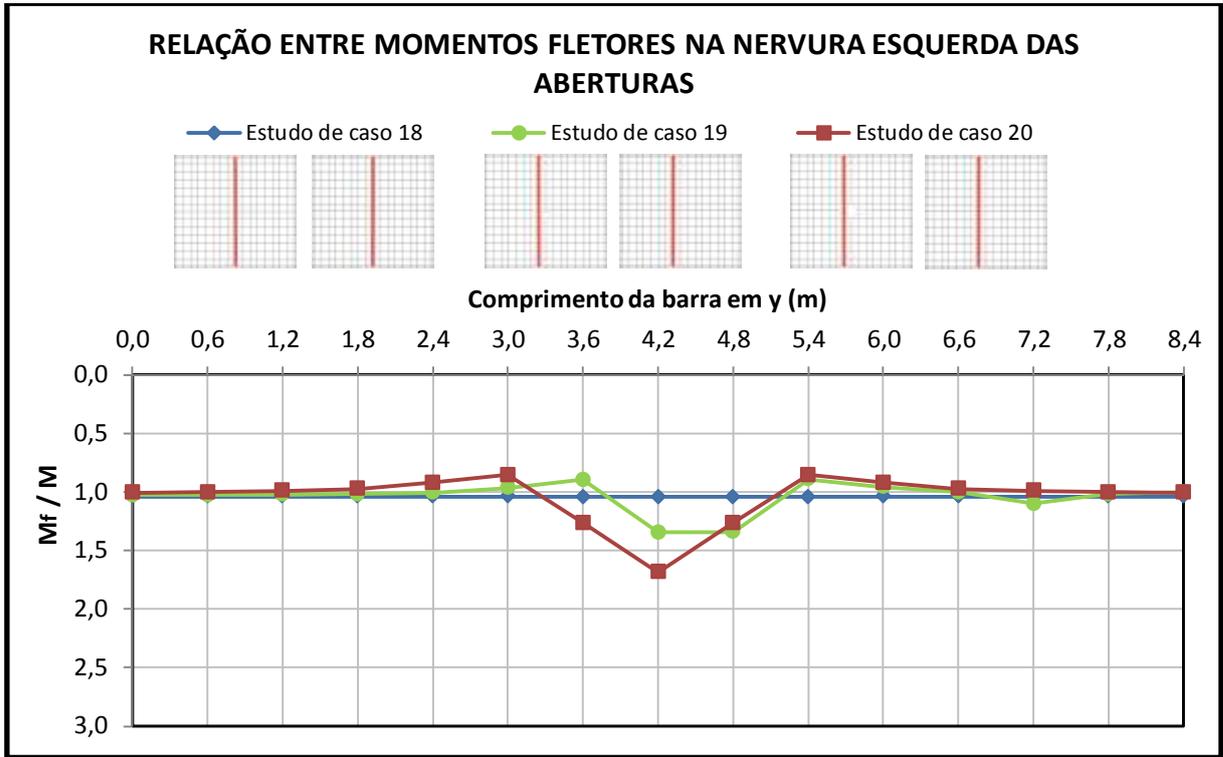
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 84 – Relação entre momentos fletores na nervura inferior das aberturas e na nervura correspondente da laje sem abertura



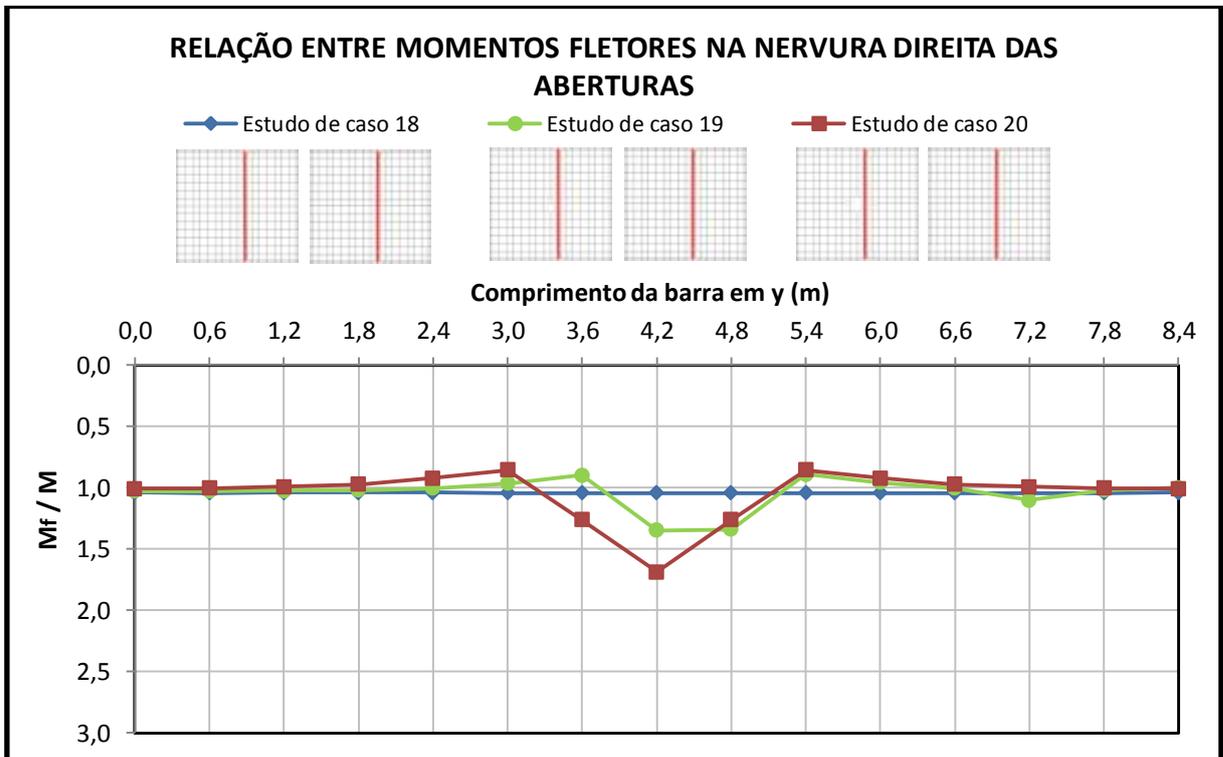
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 85 – Relação entre momentos fletores na nervura esquerda das aberturas e na nervura correspondente da laje sem abertura



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 86 – Relação entre momentos fletores na nervura direita das aberturas e na nervura correspondente da laje sem abertura



(fonte: elaborada pelo autor)

A relação entre as flechas nas nervuras ao redor da abertura e nas nervuras correspondentes da laje íntegra foi analisada, e concluiu-se que não ocorreram incrementos significativos nas deformações da laje. Nos três estudos de caso apresentados, foram obtidos deslocamentos verticais de 1,03 a 1,07 vezes maiores que aqueles verificados na laje sem abertura. No estudo de caso 18, a abertura não influencia significativamente a distribuição de esforços na laje, ao contrário do que se observa nos estudos de caso 19 e 20, nos quais foram obtidos incrementos nos esforços de flexão entre 1,3 e 1,7 vezes. Portanto, os resultados indicam que as recomendações normativas para dispensa de verificação de esforços e deformações são adequadas.

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise e verificação das solicitações em lajes com aberturas é imprescindível. Os resultados obtidos neste estudo permitem concluir que a distribuição de esforços se altera significativamente na região de entorno da abertura, com majoração dos momentos fletores e dos deslocamentos verticais da laje.

Para lajes com abertura no canto, no caso mais crítico foram obtidos momentos fletores 3,0 vezes maiores que aqueles na laje sem abertura, e flechas 1,8 vezes maiores em relação às da laje íntegra. Nas lajes com abertura no centro, os maiores incrementos nos momentos fletores e nas flechas ocorreram na direção do menor vão, com valores próximos a 2,5 e 1,8 vezes, respectivamente. Para as lajes com aberturas centralizadas no maior vão, as nervuras verticais e a nervura superior da abertura apresentaram incrementos semelhantes nos casos mais críticos, com esforços de flexão 2,5 vezes maiores que os da laje sem abertura, enquanto as flechas foram aumentadas em 2,0 vezes na nervura superior. Nas lajes com abertura centralizada no menor vão, os maiores incrementos nos momentos fletores e nos deslocamentos verticais ocorreram na nervura direita da abertura, com valores próximos a 3,0 e 1,8 vezes nos casos mais críticos. Estes resultados permitem concluir que não só o tamanho, mas também a posição da abertura influencia consideravelmente a distribuição de esforços e as deformações que ocorrem na laje.

Os incrementos verificados nas armaduras necessárias para resistir aos esforços de flexão indicaram que, em todos os estudos de caso, seria necessário reforçar as nervuras ao redor da abertura. Nas quatro posições analisadas da abertura, os resultados mostraram que a área de aço necessária é no mínimo 1,5 vezes maior que aquela nas nervuras correspondentes da laje íntegra. Os maiores aumentos calculados da armadura necessária foram iguais a 2,80 vezes, o que tornaria indispensável a execução de reforços nas nervuras ao redor da abertura.

Apesar de a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014) recomendar a dispensa de verificação de esforços para lajes com aberturas inferiores a determinados limites, é importante que o engenheiro projetista sempre avalie os efeitos da abertura na laje, sobretudo as deformações excessivas, o que levaria à fissuração de alvenarias próximas à abertura, por exemplo.

Na etapa de revisão bibliográfica, constatou-se que os casos de lajes com aberturas estudados na literatura técnica restringem-se a situações muito específicas, de modo que os resultados obtidos são aplicáveis a um número pequeno de casos. Além disso, concluiu-se que a análise de lajes nervuradas é realizada muitas vezes através de simplificações, o que justifica a realização deste estudo. As lajes nervuradas têm sido cada vez mais utilizadas como solução para pavimentos, sendo necessário ampliar a gama de conhecimento sobre este tipo de estrutura.

Em estudos futuros, sugere-se que as lajes nervuradas com aberturas sejam avaliadas através de modelos mais sofisticados, como Elementos Finitos, e que os resultados sejam comparados com aqueles obtidos através da analogia de grelha.

## REFERÊNCIAS

- AGUIAR, C. B. de. **Lajes nervuradas**: comparação de solicitações utilizando os métodos de elementos finitos e analogia de grelhas. 2013. 118 f. Trabalho de Diplomação (Graduação em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.
- ARAÚJO, J. M. de. **Curso de concreto armado**. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014a. v. 1.
- \_\_\_\_\_. **Curso de concreto armado**. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014b. v. 2.
- \_\_\_\_\_. **Curso de concreto armado**. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014c. v. 4.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.
- \_\_\_\_\_. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2014.
- ATEX BRASIL. **Laje Nervurada**. Lagoa Santa, [2014]. Disponível em: <<http://atex.net.br/LajeNervurada>>. Acesso em: 15 set. 2014.
- APS TECNOLOGIA. **Tecnologias**. Cuiabá, [2014]. Disponível em: <<http://apstecnologia.eng.br/formas.php>>. Acesso em: 16 nov 2014.
- BARBOZA, A. da S. R. **Contribuição à análise estrutural de sistemas lajes-vigas de concreto armado mediante analogia de grelha**. 1992. 130 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1992.
- CARVALHO, R. C. **Análise não-linear de pavimentos de edifícios de concreto através da analogia de grelha**. 1994. 208 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1994.
- CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 2. ed. São Paulo: Pini, 2013.
- CUNHA, A. J. P. da; SOUZA, V. C. M. de. **Lajes em concreto armado e protendido**. 1. ed. Niterói: EDUFF, 1994.
- DIAS, R. H. **Análise numérica de pavimentos de edifícios em lajes nervuradas**. 2003. 455 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.
- DUARTE, H.; GIONGO, J.S. Lajes esconsas de pavimentos de edifícios: análise comparativa entre a técnica da analogia de grelha e o método dos elementos finitos. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 28., 1997, São Carlos. **Anais...** São Carlos: Departamento de Engenharia de Estruturas – EESC – USP, 1997. p. 1227-1235.
- FUSCO, P. B. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. 2. ed. São Paulo: Pini, 2013.
- HAMBLY, E. C. **Bridge deck behaviour**. 2nd ed. London: Chapman & Hall, 1991.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto**: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado. Tradução de José de Moura Villas Boas. 1. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. v. 3.

LIMA, E. L.; BALAT, V. H.; BISSIO, J. F. Hormigón armado: notas sobre su evolución y la de su teoría. In: SEMINARIO SOBRE FUNDAMENTOS DE LA RESISTENCIA DE MATERIALES, [2002?], La Plata. **Anais...** La Plata: [s. n.], [2002?]. p. 1-26. Disponível em: <<http://www.ing.unlp.edu.ar/construcciones/hormigon/ejercicios/Sem-ha-1.pdf>>

MONTOYA, J; MESEGUER, A. G.; CABRÉ, F. M.; PORTERO, J. C. A. **Hormigón armado**. 15. ed. Barcelona: GG, 2011.

OLIVEIRA, R. S.; ARAÚJO, D. L.; RAMALHO, M. A. Avaliação da deformação de lajes nervuradas considerando a não linearidade física: comparação entre valores teóricos e experimentais. **e-Artigo ABECE**, São Paulo, ago. 2000.

SCHWETZ, P. F. **Análise numérico-experimental de lajes nervuradas sujeitas a cargas estáticas de serviço**. 2011. 214 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

SILVA, M. A. F. da; FIGUEIREDO FILHO, J. R. de; CARVALHO, R. C. A utilização da analogia de grelha para análise de pavimentos de edifícios em concreto armado. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 5., 2003, São Paulo. **Anais eletrônicos...** São Paulo, 2003, p. 2. Disponível em: <[http://coral.ufsm.br/decc/ECC1008/Downloads/Analogia\\_grelha\\_pavimentos.pdf](http://coral.ufsm.br/decc/ECC1008/Downloads/Analogia_grelha_pavimentos.pdf)>. Acesso em 15 set. 2014.

TIMOSHENKO, S. P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. **Theory of plates and shells**. 2nd ed. Auckland: McGraw-Hill, 1959.