

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**  
**ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO – PPGA**  
**MESTRADO EM ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS**

**Carolina Agranonik**

**A HIPÓTESE DAS EXPECTATIVAS DA ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS:  
TESTE PARA O CASO BRASILEIRO A PARTIR DE CONTRATOS FUTUROS DE DI**

**Porto Alegre**

**2015**

**Carolina Agranonik**

**A HIPÓTESE DAS EXPECTATIVAS DA ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS:  
TESTE PARA O CASO BRASILEIRO A PARTIR DE CONTRATOS FUTUROS DE DI**

Trabalho de Dissertação submetido ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Escola de Administração da UFRGS como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Administração de Empresas - Ênfase em Contabilidade e Finanças.

Orientador: Prof. Dr. João Fróis Caldeira

Porto Alegre  
2015

**Carolina Agranonik**

**A HIPÓTESE DAS EXPECTATIVAS DA ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS:  
TESTE PARA O CASO BRASILEIRO A PARTIR DE CONTRATOS FUTUROS DE DI**

Trabalho de Dissertação submetido ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Escola de Administração da UFRGS como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Administração de Empresas - Ênfase em Contabilidade e Finanças.

Aprovado em: 3 de junho de 2015.

BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Dr. João Fróis Caldeira – Orientador  
UFRGS

---

Prof. Dr. Marcelo Scherer Perlin  
UFRGS

---

Prof. Dr. Hudson da Silva Torrent  
UFRGS

---

Prof. Dr. Flávio Augusto Ziegelmann  
UFRGS

### CIP - Catalogação na Publicação

Agranonik, Carolina

A hipótese das expectativas da estrutura a termo da taxa de juros: teste para o caso brasileiro a partir de contratos futuros de DI / Carolina Agranonik. -- 2015.

42 f.

Orientador: João Fróis Caldeira.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Administração, Programa de Pós-Graduação em Administração, Porto Alegre, BR-RS, 2015.

1. Hipótese das expectativas. 2. Curva de juros.  
I. Caldeira, João Fróis, orient. II. Título.

Aos meus pais, Leo e Marília.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus colegas do Núcleo de Contas Regionais (NCR/FEE), em especial Vinícius Fantinel, Rodrigo de Sá, Martinho Lazzari, Jéfferson Colombo, Eliana Figueredo e Roberto Rocha, pelo apoio durante essa árdua e longa jornada;

À Katrina, minha fiel companheira, sempre presente durante a elaboração deste trabalho. Às vezes, exigindo carinho nos momentos mais tensos em frente ao computador, aninhando-se em cima de uma pilha de artigos, ou apenas dormindo feliz ao meu lado;

À Rosane Lombardi por escutar minhas lamentações há tanto tempo, por acreditar em mim mais do que eu mesma e por me ajudar a crer que era possível;

Ao meu orientador pela ajuda na escolha do tema e pelo entusiasmo com o trabalho;

Aos meus colegas do PPGA/UFRGS pelos momentos e sentimentos compartilhados;

A todos os meus amigos, pela compreensão e apoio.

## RESUMO

Este trabalho testa a validade da Hipótese das Expectativas, segundo a qual as taxas de juros de longo prazo são formadas pela média das expectativas sobre as taxas de curto prazo futuras. O estudo baseia-se em dois artigos reconhecidos internacionalmente: Fama e Bliss (1987) e Cochrane e Piazzesi (2005). Os testes são realizados utilizando-se retornos em excesso e taxas *forward* mensais para títulos com prazo de vencimento entre dois e cinco anos. A base de dados consiste em observações mensais da taxa à vista de contratos futuros de DI. Os resultados apontam para a rejeição da HE para o caso brasileiro. Uma combinação linear de taxas *forward* é capaz de explicar a variação dos retornos em excesso com  $R^2$  de até 0,63 para um título com maturidade em dois anos.

**Palavras-Chaves:** Hipótese das Expectativas; curva de juros; retornos em excesso; contratos futuros de DI

## ABSTRACT

This work tests the validity of Expectations Hypothesis (EH), which posts that the long-term rates are an average of future expectations of short-term rates. The study is based on two internationally recognized papers: Fama e Bliss (1987) and Cochrane e Piazzesi (2005). The tests are performed using monthly observations on excess returns and forward rates for 2 to 5 year bonds. The data consists in monthly observations of ID future contracts yields. The results suggest rejection the EH for the Brazilian case. A linear combination of forward rates is able to explain excess returns variation with  $R^2$  up to 0.63 for 2-year bonds.

**Keywords:** Expectation Hypothesis; yield curve; excess returns; ID futures contracts

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>9</b>
1.1 OBJETIVO GERAL.....	10
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	10
1.3 JUSTIFICATIVA .....	11
<b>2. REVISÃO DA LITERATURA</b> .....	<b>12</b>
2.1 CONCEITOS BÁSICOS .....	12
2.1.1 Curva de juros .....	12
2.1.2 Retornos em excesso .....	14
2.1.3 Prêmio de risco.....	15
2.2 HIPÓTESE DAS EXPECTATIVAS.....	15
2.3 EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS .....	18
2.3.1 Testes para a hipótese das expectativas na curva de juros brasileira .....	22
<b>3. METODOLOGIA</b> .....	<b>24</b>
3.1 BASE DE DADOS.....	24
3.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	27
<b>4. RESULTADOS</b> .....	<b>30</b>
4.1 MÉDIA DOS RETORNOS EM EXCESSO.....	30
4.2 RETORNOS EM EXCESSO E A CURVA <i>FORWARD</i> .....	33
<b>5. CONCLUSÃO</b> .....	<b>39</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>40</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Um dos temas de grande relevância na literatura de macroeconomia e finanças é a relação entre as taxas de juros de curto prazo e as taxas de longo prazo. Essa relação define a estrutura a termo da taxa de juros e é importante por uma série de razões. Para indivíduos e empresas, ela influencia na tomada de decisões de investimento. Para o governo, ela exerce influência sobre a política de endividamento e sobre a política monetária. A escolha do governo quanto ao montante e a maturidade dos títulos emitidos para o financiamento dos seus gastos afeta a estrutura a termo da taxa de juros e as expectativas do mercado (Sangvinatsos, 2010).

As decisões do banco central sobre a melhor forma de conduzir a política monetária também está diretamente ligada a esse tema. De acordo com Tabak e Andrade (2003), o banco central consegue exercer influência direta sobre as taxas de curto prazo, sendo que as empresas e consumidores, entretanto, tomam decisões de investimentos (e, portanto, afetam a atividade econômica) baseados nas taxas mais longas.

A teoria mais simples – e também a mais testada – sobre a estrutura a termo da taxa de juros é a hipótese das expectativas. Segundo essa hipótese, as taxas de juros de longo prazo são formadas pela média das expectativas sobre as taxas de curto prazo futuras adicionada de um prêmio de risco que é constante ao longo do tempo. Desde o final da década de 1980, com a publicação do trabalho de Fama e Bliss (1987), inúmeros estudos sobre o tema tem sido publicados no âmbito internacional, tais como Froot (1989), Campbell e Shiller (1991), Evans e Lewis (1994), Hardouvelis (1994), Jondeau e Ricart (1999), Longstaff (2000), Bekaert e Hodrik (2001), Harris (2001), Cochrane e Piazzesi (2005), Thornton (2006), Ludvigson e Ng (2009), dentre outros. A maior parte destes estudos é aplicada a dados americanos e rejeita a hipótese das expectativas. No Brasil, contudo, poucos trabalhos abordam o tema.

Nesse contexto, será realizado um teste da hipótese das expectativas baseado no modelo desenvolvido por Cochrane e Piazzesi (2005), utilizando dados

mensais dos contratos futuros de DI negociados na BM&F. O modelo consiste em explicar os retornos em excesso a partir de uma combinação linear de taxas *forward*. A vantagem da utilização dos retornos em excesso como base do teste, ao invés do *spread* entre a taxa longa e a taxa curta, como fazem os demais trabalhos brasileiros, é, segundo Cochrane e Piazzesi, que a inflação e o nível das taxas de juros são eliminados, permitindo que se concentre mais diretamente no prêmio de risco. Apresentar evidências de que o prêmio de risco é variável ao longo tempo e pode ser previsto é uma das formas de rejeitar a validade da hipótese das expectativas.

O presente trabalho conta com mais cinco capítulos além desta introdução e está estruturado da seguinte forma: introdução, revisão da literatura, base de dados, metodologia, resultados e conclusão. Na revisão da literatura definiremos os principais conceitos empregados no trabalho, tais como curva de juros, taxa *forward* e retornos em excesso. A seguir, discutiremos a Hipótese das Expectativas e suas implicações testáveis, finalizando com dois subcapítulos sobre a literatura existente – a internacional e a nacional. Na metodologia faremos a descrição da base de dados e explicaremos como essa base foi obtida. Além disso, explicaremos os testes que serão aplicados. Em Resultados, serão apresentados e discutidos os resultados obtidos. O capítulo final concluirá o trabalho.

## 1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo do presente trabalho é testar a validade da Hipótese das Expectativas para a curva de juros brasileira.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Tendo em vista o objetivo geral do trabalho, os objetivos específicos são:

1. Descrever os principais conceitos utilizados na literatura sobre estrutura a termo da taxa de juros;

2. Explicar a Hipótese das Expectativas e as suas principais implicações testáveis;
3. Observar o comportamento dos retornos em excesso ao longo do período estudado;
4. Implementar testes da Hipótese das Expectativas utilizando taxas *forward* e retornos em excesso calculados a partir de taxas à vista de contratos futuros de DI.

### 1.3 JUSTIFICATIVA

A formação da estrutura a termo da curva de juros e, mais especificamente, a Hipótese das Expectativas é um tema frutífero no âmbito internacional, gerando uma grande quantidade de publicações.

No Brasil, a estabilidade da economia, que se deu a partir de 1994 com o Plano Real, é recente. Só a partir daí que foi possível aos agentes econômicos alongarem seus horizontes de planejamento, o que significa que até então a oferta e a demanda por títulos de longo prazo era escassa. Desse modo, uma amostra significativa de taxas de juros brasileiras que permitisse a aplicação de cálculos econométricos com relevância estatística formou-se há pouco tempo. Uma quantidade razoável de estudos sobre esse tema já foi realizada. Há, contudo, muitos aspectos que ainda podem e devem ser explorados. Dentre eles, está o comportamento dos retornos em excesso ao longo do tempo, cuja presença na curva de juros é interpretada como o prêmio pelo risco de investir em um título. Daí se depreende a relevância do presente trabalho.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 CONCEITOS BÁSICOS

A seguir, serão definidos os principais conceitos a serem utilizados neste trabalho.

#### 2.1.1 Curva de juros

A curva de juros descreve, para um determinado período no tempo, a taxa de juros em função de diferentes horizontes de tempo (maturidades). Dessa forma, ao contrário do que estamos acostumados a observar, o tempo é fixo, e o que varia são as maturidades, isto é, o tempo até o vencimento, de um título. Consideraremos neste trabalho um título zero cupom, cujo valor nominal é de uma unidade monetária. Isso significa que o portador do título receberá uma unidade monetária no seu vencimento,  $\tau$ . Um título zero cupom caracteriza-se pelo não pagamento de juros periodicamente, apresentando um único pagamento, de valor conhecido – o valor de face –, na data de vencimento do título. Seja  $P(\tau)$  o preço de um título zero cupom com vencimento no período  $\tau$ ,

$$P(\tau) = e^{-\tau y(\tau)} \quad (1)$$

onde  $y(\tau)$  é o juro composto contínuo. A taxa de juro até a maturidade, ou taxa interna de retorno do título (*yield to maturity*), pode ser definida como:

$$y(\tau) = -\frac{1}{\tau} \ln P(\tau). \quad (2)$$

O retorno logarítmico por comprar um título de maturidade  $\tau$  no tempo  $t$  e vendê-lo  $t + h$  períodos à frente como um título de maturidade  $\tau - h$  é denotado por:

$$r_{t+h}(\tau) = p_{t+h}(\tau - h) - p_t(\tau), \quad (3)$$

onde  $p$  corresponde ao logaritmo do preço,  $P$ .

Por exemplo, um título que no dia de hoje ( $t = 0$ ) tem um vencimento daqui a três anos ( $\tau = 3$ ) e será vendido daqui a dois anos ( $h = 2$ ). Quando dois anos tiverem decorrido, isto é, no tempo  $t + h = 2$ , o título terá maturidade  $\tau - h = 1$ . Dessa forma, o retorno será obtido pela equação:

$$r_{0+2}(3) = p_{0+2}(3 - 2) - p_0(3). \quad (4)$$

Isso significa que o retorno por comprar um título com horizonte de vencimento em três anos e mantê-lo por dois anos é igual ao preço, no ano  $t = 2$ , por comprar um título com maturidade em 1 ano menos o preço no ano  $t = 0$  de um título com maturidade em três anos.

É comum na literatura a utilização de taxas *forward* na construção da curva de juros ou para analisar as taxas de juros de longo prazo. A taxa *forward* é a taxa de retorno, determinada em período específico, para a compra ou venda de um título no futuro. Definimos a taxa *forward* logarítmica fixada no tempo  $t$  para um investimento entre o período  $t + \tau - 1$  e  $t + \tau$  como:

$$f_t(\tau) = p_t(\tau - 1) - p_t(\tau). \quad (5)$$

A relação entre a curva de juros e a curva *forward* é dada por:

$$y(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau f(u) du. \quad (6)$$

A taxa *forward* determinada em  $t$  para o período entre  $\tau - h$  e  $\tau$  pode ser expressa como uma função linear das taxas de maturidade  $\tau$  e  $h$ :

$$\begin{aligned} f_t(\tau - h, h) &= \frac{\tau}{\tau - h} \cdot y_t(\tau) - \frac{h}{\tau - h} \cdot y_t(h) \\ &= y_t(h) + \frac{\tau}{\tau - h} \cdot (y_t(\tau) - y_t(h)). \end{aligned} \quad (7)$$

### 2.1.2 Retornos em excesso

De maneira geral, podemos definir retornos em excesso como o retorno por manter um investimento durante um determinado período menos a taxa de juros daquele período. Os retornos em excesso (logarítmicos) por manter um título zero cupom pelo prazo de um ano, por exemplo, são os retornos por comprar no período  $t$  um título com vencimento em  $\tau$  e vendê-lo em  $t+1$  como um título de maturidade  $\tau-1$  menos a taxa de juro anual, dado por:

$$rx_{t+1}(\tau) = p_{t+1}(\tau - 1) - p_t(\tau) - y_t(1) = r_{t+1}(\tau) - y_t(1) \quad (8)$$

onde  $r_{t+1}(\tau)$  é o retorno por comprar um título de maturidade  $\tau$  no tempo  $t$  e vendê-lo como um título de maturidade  $\tau - 1$  no período  $t + 1$  e  $y_t(1)$  é a taxa interna de retorno (*yield*) de um título de maturidade 1 (um ano). O retorno em excesso para períodos mais longos é definido de forma análoga. Considerando um título de maturidade  $\tau$  mantido de  $t$  até  $t + h$ , o retorno em excesso é dado por:

$$rx_{t+h}(\tau) = p_{t+h}(\tau - h) - p_t(\tau) - h \cdot y_t(h) \quad (9)$$

onde  $y_t(h)$  é o *yield* no tempo  $t$  de um título com maturidade em  $h$ . Obtém-se elevado excesso de retorno com um título de longo prazo se o ganho de capital excede a taxa de juros de curto prazo.

Na literatura utiliza-se o conceito de retornos em excesso como uma aproximação de prêmio de risco, uma vez que este último não pode ser observado. Os retornos em excesso nada mais são do que o prêmio de risco esperado acrescido de um termo de erro de previsão:

$$rx_t(\tau) = E_t(rp_t(\tau)) + \varepsilon_t(\tau). \quad (10)$$

Dessa forma, no presente trabalho essas duas variáveis serão tratadas como sinônimo.

### 2.1.3 Prêmio de risco

O prêmio de risco tem por finalidade compensar os investidores avessos ao risco pela possibilidade de perda de capital em títulos de longo prazo, caso sejam vendidos antes da maturidade ou seu rendimento seja corroído pela inflação (Gürkaynak e Wright, 2012).

Cochrane e Piazzesi (2008) apresentam três definições de prêmio de risco a partir das “formas convencionais de capturar as relações da curva de juros”.

1) O prêmio de risco da curva de juros,  $rpy_t(\tau)$ , é igual ao juro de longo prazo menos a média das taxas de curto prazo futuras esperadas:

$$rpy_t(\tau) = y_t(\tau) - \frac{1}{\tau} E_t(y_t(1) + y_{t+1}(1) + \dots + y_{t+\tau-1}(1)). \quad (11)$$

2) O prêmio de risco *forward*,  $rpf_t(\tau)$ , é igual à taxa *forward* menos a taxa futura de curto prazo esperada:

$$rpf_t(\tau) = f_t(\tau) - E_t(y_{t+\tau-1}(1)). \quad (12)$$

3) O prêmio de retorno,  $rpr_t(\tau)$ , é igual ao retorno esperado de 1 período para os títulos de longo prazo menos o retorno esperado para os títulos de curto prazo:

$$rpr_t(\tau) = E_t(r_{t+1}(\tau)) - y_t(1). \quad (13)$$

Os autores acrescentam que: “these three statements are equivalent, in the sense that if one equation holds with zero risk premium or a risk premium that is constant over time, all the other equations hold with zero risk premium or a risk premium that is constant over time as well.” (Cochrane e Piazzesi, 2008, p. 6)

## 2.2 HIPÓTESE DAS EXPECTATIVAS

Pode-se dizer que a hipótese das expectativas (HE) é uma teoria sobre a formação da estrutura a termo da taxa de juros. Na sua forma pura, ou forte, a

hipótese das expectativas postula que as taxas de juros de longo prazo são formadas pela média das expectativas em relação às taxas de curto prazo futuras. Essa hipótese remonta a Irving Fisher (1896) e parte do pressuposto de que os agentes são neutros ao risco e que não existem oportunidades de arbitragem.

Na forma fraca, ela admite presença de um prêmio de risco que é constante ao longo do tempo, podendo variar conforme a maturidade do título. Formalmente, definindo-se a taxa longa como  $y_t(n)$ , a taxa curta como  $y_t(m)$  e  $a$  como o prêmio de risco constante, temos:

$$y_t(n) = \left(\frac{1}{k}\right) \sum_{i=0}^{k-1} E_t y_{t+mi}(m) + a, \quad (14)$$

onde  $n > m$ ,  $k = n/m$  e  $a$  é uma constante.

De acordo com Jondeau e Ricart (1999), as implicações mais estudadas da HE são:<sup>1</sup>

- a) o *spread* entre a taxa curta e a taxa longa é um preditor não viesado de futuras mudanças de curto prazo nas taxas longas,
- b) o *spread* entre a taxa curta e a taxa longa é um preditor não viesado de mudanças cumulativas nas taxas curtas e
- c) as taxas *forward* são um preditor não viesado das taxas a vista futuras.

Uma vez que existem evidências na literatura de que as taxas de juros são não estacionárias, não é possível testar diretamente a equação (14). Por isso recorreremos ao *spread*. Seja  $S_t(n, m)$  o *spread* entre a taxa  $y_t(n)$  e a taxa  $y_t(m)$ , onde  $n > m$ ,

$$S_t(n, m) = y_t(n) - y_t(m) \quad (15)$$

Segundo Campbell e Shiller (1991), “há varias formas de escrever o *spread* como uma previsão de mudanças futuras nas taxas de juros” (p. 497). Uma das formas corresponde à implicação (a) da HE. Uma mudança de curto prazo,

---

<sup>1</sup> As implicações (a) e (b) tem por base o trabalho de Campbell e Shiller (1991); a implicação (c), o trabalho de Fama e Bliss (1987).

digamos, no período  $m$ , na taxa de juros de longo prazo para um título com vencimento em  $n$ , pode ser captada através do *spread* (por simplicidade, o termo constante é desprezado):

$$s_t(n, m) \equiv \frac{m}{n-m} \cdot S_t(n, m) = E_t y_{t+m}(n-m) - y_t(n) \quad (16)$$

A variável  $s_t(n, m)$  pode ser vista como o *spread* ponderado pela razão entre as maturidades  $m$  e  $n$ , sendo  $n > m$ . Hardouvelis explica que

“according to the expectations hypothesis, a rise in the long rate relative to the short rate is due to the expectation of higher short rates in the future. Thus, if the market makes correct predictions on average, future short rates would subsequently tend to rise, generating a positive correlation of the change in short rates with the earlier spread.” (Hardouvelis, 1994, p. 256).

Em outras palavras, se os agentes econômicos tem a expectativa de que o *yield* para um título com maturidade em  $n$  vai aumentar nos próximos  $m$  períodos, os portadores do título incorrerão em perda de capital. Para equalizar os retornos sobre  $m$  períodos, o título de maturidade  $n$  precisa de um *yield* corrente maior do que o *yield* do título de maturidade  $m$  (Campbell e Shiller, 1991, p.497). É possível testar a equação (16) rodando a seguinte regressão:

$$y_{t+m}(n-m) - y_t(n) = a_0 + a_1 s_t(n, m) + u_{t+m} \quad (17)$$

Para que a HE não seja rejeitada, o coeficiente de inclinação,  $a_1$ , deve igualar-se a 1.

Outra forma de prever mudanças futuras nas taxas de juros a partir do *spread* é a utilização da implicação (b). Partindo da equação (1), o *spread* é obtido subtraindo-se  $y_t(m)$  de ambos os lados:

$$y_t(n) - y_t(m) = \left(\frac{1}{k}\right) \sum_{i=0}^{k-1} E_t y_{t+im}(m) - y_t(m) \quad (18)$$

Assim como em (16), o *spread*,  $S(n, m)$  em (18) deve ser um *spread* de previsão perfeita, isto é, ele equivale ao somatório das mudanças nas taxas de curto prazo esperadas entre  $m$  e  $n$ .

De acordo com Fama e Bliss (1987), quando o preço de um título reflete uma previsão racional dos agentes econômicos quanto aos retornos esperados, isto é,

$$p_t(\tau) = E[(r_{t+1}(\tau - 1) + r_{t+2}(\tau - 2) + \dots + r_{t+\tau-1}(1))/\Omega_t], \quad (19)$$

onde  $\Omega_t$  é o conjunto de informações disponíveis no período  $t$ , é possível escrever os retornos em excesso como uma função do *spread* entre a taxa *forward* e a taxa à vista:

$$E_t r x_{t+1}(\tau) = (f_t(\tau) - y_t(1)) - (E_t y_{t+1}(\tau - 1) - y_t(\tau - 1)). \quad (20)$$

Isso porque em um mercado sem oportunidades de arbitragem, a taxa a termo,  $f_t(\tau)$ , é vista como uma previsão racional da taxa à vista no tempo  $t$  para o período  $t + \tau$ . Entretanto, nessa diferença entre a taxa *forward* e a taxa à vista também está contida a variação esperada da taxa à vista futura, durante o período que vai de  $t$  a  $t + 1$ ,  $E_t y_{t+1}(\tau - 1) - y_t(\tau - 1)$ . Se considerarmos que as taxas à vista se comportam como um passeio aleatório, a sua variação esperada é zero. Dessa forma, os retornos em excesso esperados passam a ser:

$$E_t r x_{t+\tau}(\tau) = f_t(\tau) - y_t(1) \quad (21)$$

No presente estudo realizaremos testes que relacionam retornos em excesso com taxas *forward*, ou seja, a implicação (c).

### 2.3 EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS

A literatura acerca da HE é bastante vasta, principalmente a que emprega dados americanos. Como afirmam Campbell e Shiller (1991), “diferentes estudos empregam diferentes métodos econométricos, testam diferentes implicações da HE, e olham para diferentes maturidades das taxas de juros” (p.495). Entre os trabalhos mais citados encontram-se os de Fama e Bliss (1987), Campbell e Shiller (1991) e Cochrane e Piazzesi (2005).

Fama e Bliss (1987) utilizam títulos do tesouro americano com maturidades de um a cinco anos para testar se a taxa *forward* de mesma maturidade do título contém informação sobre os retornos em excesso, de acordo com a equação (21). A conclusão dos autores é que os retornos em excesso são diferentes de zero e variam ao longo do tempo.

Com o objetivo de identificar em quais pontos a HE falha, Campbell e Shiller (1991) realizam testes das implicações (a) e (b). Eles rodam regressões das mudanças nas taxas (*spread* de previsão perfeita) *contra* o *spread* real, de modo a verificar em que medida o último é uma previsão ótima das mudanças nas taxas de juros. Os autores apontam dois problemas que podem ocorrer na aplicação dos testes: *overlap* – a correção para o erro não funciona bem quando o grau de sobreposição é grande em relação ao tamanho da amostra; as regressões não servem para mostrar se a HE explica o formato da curva de juros. Para solucionar essas questões, eles sugerem uma abordagem alternativa, que consiste na estimação de um vetor auto regressivo (VAR), no qual o comportamento de longo prazo das taxas de juros é inferido a partir do seu comportamento de curto prazo. O VAR inclui a mudança em 1 período na taxa de juros de  $m$  períodos e o *yield spread*. A hipótese das expectativas é rejeitada para taxas longas de títulos com maturidades de até 4 anos. Para as demais, os valores de  $\beta$  resultam muito próximos a 1, validando a hipótese. Esse resultado controverso tornou-se um famoso *puzzle* na literatura relacionada ao tema

Jondeau e Ricart (1999) testam a HE para os EUA, a França, a Alemanha e o Reino Unido. Eles utilizam taxas mensais e realizam os três testes padrão mencionados acima. A partir desses testes concluem que não é possível rejeitar a HE para França e Reino Unido. Para os EUA e a Alemanha, incorrem na mesma contradição de Campbell e Shiller (1991): “*the slope parameter is close to unity when the term spread is used to predict cumulative changes in the short-run rates; but it is negative when the spread is used to predict short-run changes in the long-term rates*” (Jondeau e Ricart, 1999, p727).

Hardouvelis (1994) estuda a relação entre o *spread* e as taxas à vista futuras para os países que compõem o G7 através da metodologia de Campbell e Shiller (1991). O autor conclui que, para quatro dos sete países (Canadá, Reino

Unido, Alemanha, e Japão), no curto prazo, os desvios das taxas de longo prazo de seu valor teórico correto devem-se à presença de um ruído branco, que ocorreria por causa de erros temporários do mercado ou erros de mensuração: “*a minor white noise deviation from the expectations hypothesis would receive unduly large weight in those short-run regressions and would obscure the information in the term structure.*” (Hardouvelis, 1994, p. 281)

Longstaff (2000) testa a HE na extremidade curta da estrutura a termo, utilizando taxas repo *overnight*, semanais e mensais (até três meses). O autor conclui que o prêmio pelo risco é estatisticamente insignificante para taxas semanais e mensais. Dessa forma, para as taxas de curtíssimo prazo, a HE na forma forte não pode ser rejeitada.

Harris (2001) utiliza dados em painéis. O prêmio de risco não observável é capturado através dos efeitos fixos específicos do tempo. A implicação testada é a correspondente à letra (a), ou seja, de que o spread entre as taxas longa e curta é um preditor não viesado nas mudanças de curto prazo na taxa de longo termo. O prêmio de risco é modelado como variável ao longo do tempo. Assume-se que ele é guiado por um único fator. O prêmio é composto em dois componentes: um relativo à maturidade do título e outro ao tempo. Adicionalmente, assume-se que o prêmio é linear ao longo das maturidades, o que permite a aplicação da técnica de efeitos fixos.

Cochrane e Piazzesi (2005) estendem os resultados encontrados por Fama e Bliss e Campbell e Shiller. Utilizando os mesmos dados de Fama e Bliss, os autores rodam regressões para os retornos em excesso contra todas as taxas *forward*, isto é, para cada maturidade são incluídas as taxas para os horizontes de 1 a 5 anos. O resultado é de que a mesma combinação linear de taxas *forward* tem capacidade preditiva para os retornos em excesso de títulos de todas as maturidades. Eles denominam essa combinação linear de taxas *forward* de “fator de previsão de retorno”.

Mais recentemente tem surgido na literatura estudos que se dedicam a explicar o porquê da oscilação do prêmio de risco ao longo do tempo,

relacionando-o com os fundamentos macroeconômicos, tais como o Produto Interno Bruto, o emprego e a inflação.

Piazzesi e Swanson (2008) utilizam a taxa de crescimento do emprego para prever os retornos em excesso em contratos futuros da taxa de juros. Empregando a análise fatorial dinâmica, Ludvigson e Ng (2009) estimam fatores a partir de 132 medidas da atividade econômica. Esses fatores explicam até 26% da variação nos retornos em excesso e agregam informação não contida nas taxas *forward* e nos *yield spreads*. Huang e Shi (2011) utilizam o método *least absolute shrinkage and selection operator* (lasso) para identificar um fator macro com forte poder preditivo, associado a variáveis de emprego, índice de preços e mercado imobiliário;

Garcia e Werner (2013) estudam o papel das variáveis macroeconômicas na previsão dos retornos em excesso para a zona do euro, através do método *elastic net estimator*. Eles utilizam dados mensais de 132 indicadores macroeconômicos e financeiros para o período de setembro de 2004 a abril de 2010. Os indicadores da atividade econômica contribuíram para explicar quase 50% da variação no prêmio pelo risco antes da crise de 2008 e 85% durante e após a crise.

Peter Ireland (2014) desenvolve um modelo afim da estrutura a termo da taxa de juros no qual os *yields* são influenciados por fatores macroeconômicos observáveis e não observáveis. Há, segundo o autor, diversos canais pelos quais a política monetária, o prêmio pelo risco e a economia afetam uns aos outros. Compras de títulos em larga escala pelo banco central, por exemplo, geram mudanças no prêmio, o que, por sua vez, podem impactar o produto e a inflação através da demanda agregada.

De modo geral, os resultados encontrados apontam para um comportamento anticíclico do prêmio de risco, o que é coerente com a teoria de que o investidor exige um prêmio de risco maior em momentos de maior incerteza sobre o futuro da economia.

### 2.3.1 Testes para a hipótese das expectativas na curva de juros brasileira

No Brasil, testes para a Hipótese das Expectativas podem ser encontrados em Tabak e Andrade (2003), Lima e Issler (2003), Brito, Duarte e Guillén (2004) e Marçal e Pereira (2007), dentre outros. Tabak e Andrade utilizam dados diários de 1995 a 2000 para maturidades de 1 a 12 meses, rejeitando a hipótese das expectativas. Lima e Issler adotam a mesma abordagem de Campbell e Shiller (1987,1991) com dados das taxas de swap pré-DI mensais de janeiro de 1995 a dezembro de 2001. Foram considerados os *spreads* entre as taxas de 6 meses e 1 mês e entre as taxas de 12 meses e 1 mês. Os resultados encontrados são ambíguos, o que leva os autores a concluir que “não é possível rejeitar completamente a Hipótese das Expectativas para os dados brasileiros”.

Marçal e Pereira (2007) também utilizam uma abordagem semelhante a de Campbell e Shiller, rodando regressões nas quais a variável dependente é o *spread* entre a taxa longa e a taxa curta e as variáveis independentes são o *spread* de previsão perfeita, as defasagens da primeira diferença da taxa curta no instante  $t$  e as defasagens do *spread*. Para os *spreads* que tem como base a taxa de juros de 1 dia, os autores encontram resultados favoráveis à hipótese das expectativas, com exceção dos *spreads* para 30 e 60 dias. O mesmo resultado foi encontrado para *spreads* com base na taxa de 1 mês, com exceção do *spread* de 90 dias. Entretanto, os autores enfatizam o alto valor dos desvios padrões, indicando que o poder do teste pode ser muito baixo, o que “torna difícil uma conclusão mais definitiva”.

Guillén e Tabak (2009) estudam se o prêmio de risco varia ao longo do tempo e quais variáveis influenciam essa variação. Os autores estimam quatro modelos para o prêmio de risco: constante, estacionário, não estacionário e com mudança de regime. A hipótese de que o prêmio é constante é rejeitada. Liquidez internacional, perfil da dívida pública, inflação e taxa de câmbio constituem variáveis que exercem influência sobre a variação do prêmio de risco.

Marçal e Pereira (2011) encontram evidências de mudança estrutural na estrutura a termo da taxa de juros brasileira, bem como variação no prêmio de risco. Eles constatam a ocorrência de queda do prêmio de risco a partir de 2003,

tendendo a convergir para padrões internacionais. Utilizam modelos de cointegração.

Marinho e Marçal (2013) testam se a alteração no perfil de maturidade da dívida pública afeta os retornos em excesso e o *yield spread*. Os autores trabalham com a hipótese de segmentação do mercado (habitat definido), segundo a qual os agentes têm preferências por maturidades específicas e os prêmios são influenciados pela oferta relativa dos títulos. Eles testam o modelo de Greenwood e Vayanos (2008) no qual a emissão de títulos pelo governo é uma função dos preços de mercado. Concluem que alterações na maturidade de dívida afetam toda a estrutura a termo, sendo que os títulos de maturidade mais longa são os mais afetados.

Utilizando um modelo VAR com cointegração, Guillén e Vicente (2010) encontram evidências de que as diferenças entre dois *spreads* são estacionárias. A estacionariedade da diferença entre *spreads* seria uma forma de testar a HE, que não é rejeitada pelos autores. Eles concluem, então, que a curvatura é mais útil para explicar as taxas de juros esperadas futuras, ao invés da inclinação. Os autores empregam dados mensais de janeiro de 1995 a fevereiro de 2010.

Desse modo, não existe consenso na literatura brasileira sobre a validade ou não validade da HE. Alguns estudos aceitam, outros rejeitam e outros ainda não chegam a resultados conclusivos.

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1 BASE DE DADOS

Serão utilizados dados mensais dos preços referentes ao último dia útil de cada mês dos contratos futuros de DI, negociados na BM&F. O período da amostra estende-se de janeiro de 1998 até junho de 2012.

O Depósito Interfinanceiro (DI) é a taxa *over* negociada no mercado interbancário. Ao fecharem as posições diárias, os bancos deficitários tomam emprestado dos superavitários, emitindo Certificados de Depósitos Interfinanceiros. A taxa média diária praticada nessas operações, calculada pela Cetip é a base do contrato futuro de DI.

De acordo com Tavares e Tavares (2009), o DI futuro possui maior liquidez do que a dívida pública e menor risco que títulos privados, por ser negociado na BM&F.

“como os contratos de DI Futuro são negociados na BM&F e, portanto, têm o risco de contraparte minimizado em virtude das garantias alocadas e dos ajustes diários, o risco desses instrumentos assemelha-se ao risco de um título público que, por definição, é inferior ao de qualquer ativo privado”. (p.321)

O valor final do contrato é definido somente na maturidade, partindo-se do valor de cem mil reais, descontado pela taxa acumulada entre o dia da negociação e o dia do vencimento do contrato. São realizados, contudo, ajustes diários das posições. A cotação diária, por sua vez, é dada pela taxa efetiva anual, com base em 252 dias úteis. O vencimento se dá nos quatro primeiros meses após a realização da operação e nos meses que se caracterizam como início do semestre (janeiro, abril, julho e outubro).

O retorno do contrato negociado no tempo  $t$  e  $m$  antido até o vencimento  $\tau$  é dado por:

$$100.000 \left( \frac{\prod_{i=1}^{\zeta(t,\tau)} (1 + DI^*)^{\frac{1}{252}}}{(1 + y_i)^{\frac{\zeta(t,\tau)}{252}}} - 1 \right),$$

onde  $DI^*$  representa a taxa DI (i-1) dias após o dia da negociação,  $y_i$  é o valor do contrato, em taxa de juro, e  $\zeta(t, \tau)$  é uma função que representa o número de dias úteis entre  $t$  e  $\tau$ .

Uma vez que contratos para todas as maturidades não são observados em uma base diária, utilizamos o método de *cubic spline* para converter os dados disponíveis em maturidades fixas de 1, 2, 3, 4 e 5 anos. *Spline* é um método de interpolação polinomial não paramétrico (Pienaar e Choundhry, 2002). Caldeira (2015) explica que o procedimento metodológico consiste em ajustar a curva de juros de um título zero cupom através de uma interpolação *cubic spline*  $\hat{y}(\tau, \psi)$ , onde  $\tau$  é a maturidade do título e  $\psi$  é o vetor de coeficientes *spline*. O vetor  $\psi$  a ser escolhido será aquele que solucionar o seguinte problema de minimização:

$$\min_{\psi} \left( \sum_{i=1}^N (P_i(\tau) - \hat{P}_i(\tau))^2 + \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \lambda(\tau) \hat{y}^n(\tau, \psi)^2 d\tau \right),$$

onde:

$P_i(\tau)$ ,  $i=1, \dots, N$ , é o preço de mercado no tempo  $t$  de um título com maturidade  $\tau_i$ ,

$\hat{P}_i(\tau)$  é o preço do mesmo título computado descontando seu cupom e pagamentos principais à taxa de desconto  $\hat{y}$  e

$\tau_{max}$  e  $\tau_{min}$  são as maturidades máxima e mínima utilizadas, respectivamente.

A Figura 1 apresenta a evolução da curva de juros entre janeiro de 1998 e junho de 2012. O início do período amostral caracteriza-se por uma variabilidade maior nos *yields*, bem como valores mais elevados. A Tabela 1 exhibe as estatísticas descritivas dos *yields* para maturidades de um a cinco anos. A taxa média varia entre 0,18, para contratos com prazo de vencimento de um ano, e 0,2, para vencimentos de cinco anos. O desvio padrão é mais elevado para taxas para maturidades mais longas, ao contrário do que se observa na literatura relacionada ao tema (por exemplo, Brito, Guillén e Duarte (2004) e Caldeira (2011)).

Figura 1 – Curva de juros

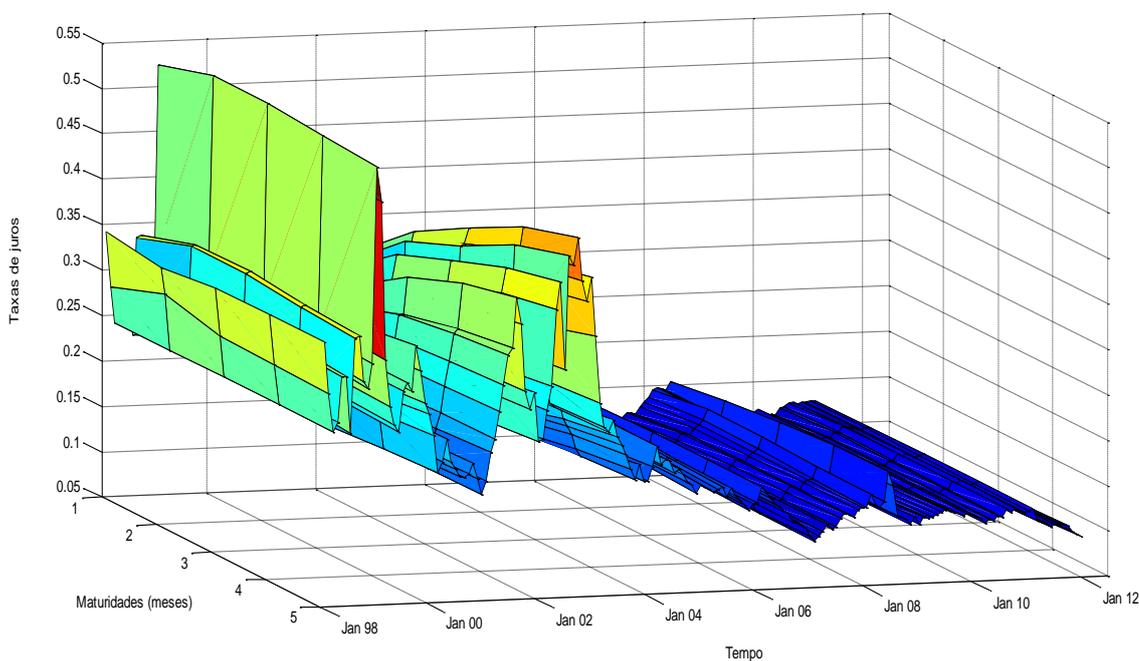


Tabela 1 – Estatísticas descritivas dos *yields* de títulos com maturidades de 1 a 5 anos para o período de janeiro de 1999 a junho de 2011

$\tau$	1	2	3	4	5
Média	0,176	0,184	0,189	0,193	0,195
Mediana	0,166	0,168	0,168	0,168	0,166
Máximo	0,524	0,542	0,542	0,535	0,532
Mínimo	0,092	0,102	0,103	0,102	0,101
Desvio padrão	0,068	0,075	0,081	0,085	0,088
Amplitude	1,812	1,714	1,585	1,502	1,467
Curtose	8,856	7,123	5,845	5,127	4,823
$\rho_1$	0,863***	0,874***	0,844***	0,892***	0,896***
$\rho_5$	0,585***	0,596***	0,609***	0,628***	0,638***
$\rho_{10}$	0,411***	0,423***	0,451***	0,481***	0,497***
Observações	150	150	150	150	150

Nota: Estatísticas descritivas dos yields de títulos com maturidades de 1 a 5 anos. Período de janeiro de 1999 a junho de 2011. Autocorrelação  $\rho$  com defasagens de 1, 5 e 10 meses. \*, \*\*, e \*\*\* denotam significância estatística aos níveis de 10%, 5% e 1% respectivamente.

### 3.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia descrita a seguir está baseada nos trabalhos de Fama e Bliss (1987) e Cochrane e Piazzesi (2005).

Uma das formas de testar a validade da hipótese das expectativas é observar se os retornos em excesso são previsíveis e variáveis ao longo do tempo, o que implicaria a presença de um prêmio de risco variável.

O primeiro teste que realizaremos é bastante simples e consiste em rodar uma regressão dos retornos em excesso para cada maturidade contra uma constante.

$$rx_{t+1}(\tau) = \alpha(\tau) + \varepsilon_{t+1}(\tau). \quad (22)$$

Esse é um teste da forma forte da HE, que afirma que não há um prêmio de risco. Devemos, portanto, observar se o coeficiente da equação (22) é estatisticamente diferente de zero. Caso seja possível rejeitar a hipótese de que o excesso de retorno é nulo, podemos passar para o passo seguinte, que é verificar se ele é ou não variável ao longo do tempo.

Fama e Bliss (1987) empregaram um teste que envolve a diferença entre a taxa *forward* e o *yield*:

$$rx_{t+1}(\tau) = \beta_0(\tau) + \beta_1 (f_t(\tau) - y_t(1)) + \varepsilon_{t+1}(\tau). \quad (23)$$

Se o coeficiente de inclinação da regressão (23),  $\beta_1$ , for estatisticamente não nulo, significa que os retornos em excesso variam ao longo do tempo. Conforme visto no Capítulo 2, o pressuposto implícito na equação (23) é de que as taxas à vista se comportam como um passeio aleatório, o que faz com que a mudança esperada nessas taxas seja zero. Dessa forma, o *forward - yield spread* captará somente os retornos em excesso.

### *Retornos em excesso e a curva forward*

Conforme já mencionado anteriormente, Cochrane e Piazzesi (2005) desenvolvem um modelo no qual os retornos em excesso para todas as maturidades podem ser descritos a partir de uma única combinação linear de taxas *forward*. Dois modelos são estimados. O primeiro modelo apresenta uma forma irrestrita, com uma equação para cada horizonte do retorno em excesso. O segundo modelo é restrito, no qual roda-se uma regressão para a média (ao longo das maturidades) para o retorno em excesso e, posteriormente, uma regressão para cada maturidade com apenas um coeficiente para cada regressão.

O modelo irrestrito tem como variável dependente os retornos em excesso,  $rx_{t+1}$ , e, como variáveis explicativas, as taxas *forward*:

$$rx_{t+1}(\tau) = \beta_0(\tau) + \beta_1(\tau)y_t(1) + \beta_2(\tau)f_t(2) + \dots + \beta_5(\tau)f_t(5) + \varepsilon_{t+1}(\tau). \quad (24)$$

O modelo restrito descreve os retornos em excesso em função de um único fator:

$$rx_{t+1}(\tau) = b_\tau(\gamma_0 + \gamma_1 y_t(1) + \gamma_2 f_t(2) + \dots + \gamma_5 f_t(5)) + \varepsilon_{t+1}(\tau). \quad (25)$$

A estimação do modelo restrito é feita em duas etapas. Na primeira etapa estimamos  $\gamma$  através de uma regressão da média dos retornos em excesso ao longo das maturidades:

$$\frac{1}{4} \sum_{n=2}^5 rx_{t+1}(\tau) = \gamma_0 + \gamma_1 y_t(1) + \gamma_2 f_t(2) + \dots + \gamma_5 f_t(5) + \bar{\varepsilon}_{t+1} \quad (26)$$

Considere que:

$$\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_0 \ \gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3 \ \gamma_4 \ \gamma_5 \ \gamma_6],$$

$$\boldsymbol{f}_t = [1 \ y_t(1) \ f_t(2) \ f_t(3) \ f_t(4) \ f_t(5)] \text{ e}$$

$$\bar{rx}_{t+1} = \frac{1}{4} \sum_{n=2}^5 rx_{t+1}(\tau).$$

Então, ficamos com a seguinte equação:

$$\bar{r}x_{t+1} = \boldsymbol{\gamma}' \mathbf{f}_t + \bar{\varepsilon}_{t+1} \quad (27)$$

Na segunda etapa estimamos  $b_\tau$  rodando uma regressão para cada maturidade:

$$rx_{t+1}(\tau) = b_\tau(\boldsymbol{\gamma}' \mathbf{f}_t) + \bar{\varepsilon}_{t+1} \quad (28)$$

Aqui, os coeficientes obtidos na equação (27) são multiplicados pela taxa *forward* correspondente, obtendo-se uma única variável explicativa para  $rx_{t+1}(\tau)$  – a combinação linear de taxas *forward*.

As regressões serão estimadas pelo método dos mínimos quadrados ordinários. Para computar erros padrão robustos a heterocedasticidade e autocorrelação no modelo restrito, utiliza-se os momentos das regressões (27) e (28):

$$\tilde{g}_T(b, \boldsymbol{\gamma}) = \begin{bmatrix} E(\bar{\varepsilon}_{t+1}(b, \boldsymbol{\gamma}) \times \mathbf{f}_t) \\ E[\varepsilon_{t+1}(b, \boldsymbol{\gamma}) \times \boldsymbol{\gamma}' \mathbf{f}_t] \end{bmatrix} = 0 \quad (29)$$

O erro padrão é dado por:

$$\text{var} \begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{\gamma}} \\ \hat{b} \end{pmatrix} = \frac{1}{T} \tilde{d}^{-1} \tilde{S} \tilde{d}^{-1\top} \quad (30)$$

onde

$$\begin{aligned} \tilde{d} &= \frac{\partial \tilde{g}_T}{\partial [\boldsymbol{\gamma}' b^\top]} = \frac{\partial}{\partial [\boldsymbol{\gamma}' b^\top]} \begin{bmatrix} E[\mathbf{f}_t(\bar{r}x_{t+1} - \mathbf{f}_t' \boldsymbol{\gamma})] \\ E[(rx_{t+1} - b\boldsymbol{\gamma}' \mathbf{f}_t)(\mathbf{f}_t' \boldsymbol{\gamma})] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -E(\mathbf{f}_t \mathbf{f}_t^\top) & \mathbf{0}_{6 \times 4} \\ E(rx_{t+1} \mathbf{f}_t^\top) - 2b\boldsymbol{\gamma}' E(\mathbf{f}_t \mathbf{f}_t^\top) & -[\boldsymbol{\gamma}' E(\mathbf{f}_t \mathbf{f}_t^\top)] \mathbf{I}_4 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (31)$$

Para calcular a matriz  $S$  na regressão (27) utilizamos a correção de Newey-West:

$$\text{cov}(\hat{\boldsymbol{\gamma}}) = E(\mathbf{f}_t \mathbf{f}_t^\top)^{-1} \left[ \sum_{j=-k}^k \frac{k-|j|}{k} E(\mathbf{f}_t \mathbf{f}_{t-j}^\top \bar{\varepsilon}_{t+1} \bar{\varepsilon}_{t+1-j}) \right] E(\mathbf{f}_t \mathbf{f}_t^\top)^{-1} \quad (32)$$

## RESULTADOS

### 4.1 MÉDIA DOS RETORNOS EM EXCESSO

A Tabela 2 apresenta as estatísticas descritivas dos retornos em excesso para os horizontes de 2 a 5 anos. Eles são, em média, positivos para todos os horizontes de vencimento, sendo que tanto a média quanto a variabilidade (desvio padrão) aumentam conforme a maturidade. A tabela 2 também contém informações sobre os coeficientes de autocorrelação  $\rho(n)$  de ordens  $n = 1, 5$  e  $10$ , indicando que os retornos em excesso possuem uma correlação serial elevada.

Tabela 2 – Estatísticas descritivas dos retornos em excesso para os horizontes de dois a cinco anos

$\tau$	2	3	4	5
Média	3,258	5,826	8,166	9,811
Mediana	1,870	3,305	4,930	6,625
Desvio padrão	6,859	14,66	23,31	31,78
Amplitude	1,866	1,616	1,362	1,122
Curtose	7,808	6,766	6,216	5,901
$\rho_1$	0,837***	0,849***	0,858***	0,857***
$\rho_5$	0,327***	0,342***	0,358***	0,366***
$\rho_{10}$	-0,133***	-0,110***	-0,088***	-0,078***
Observações	150	150	150	150

Nota: Estatísticas descritivas dos retornos em excesso mensais,  $rx_{t+h}(\tau) = p_{t+h}(\tau - h) - p_t(\tau) - h \cdot y_t(h)$ . Maturidades  $\tau = 2$  a  $5$  anos. Período de janeiro de 2000 a junho de 2012. Autocorrelação  $\rho$  com defasagens de 1, 5 e 10 meses. \*, \*\*, e \*\*\* denotam significância estatística aos níveis de 10%, 5% e 1% respectivamente.

A Figura 2 expõe o comportamento dos retornos em excesso ao longo do tempo, entre janeiro de 2000 e junho de 2012. Fazendo uma inspeção visual, é possível notar que eles oscilam bastante durante o período estudado. A partir de

abril de 2004 eles passam a apresentar valores menores em módulo, numa tendência de aproximação aos valores internacionais. Esse comportamento pode ser explicado pela maior estabilidade da política econômica, o que levou a uma maior crença dos agentes nos fundamentos macroeconômicos, bem como à diminuição dos erros de previsão. Conforme afirma Guizzo (2014), desde 2003 três fatores que contribuem com a estabilidade macroeconômica têm sido preservados: o regime de câmbio flutuante, o sistema de metas de inflação e a diminuição da proporção dívida-PIB.

Na Figura 3 é possível observar o comportamento dos retornos em excesso para a subamostra abrangendo o período de maio de 2004 a junho de 2012. Tanto os valores mínimos quanto os máximos atingidos são bastante inferiores aos do período completo da amostra.

Figura 2 – Retornos em excesso para as maturidades de 2 a 5 anos

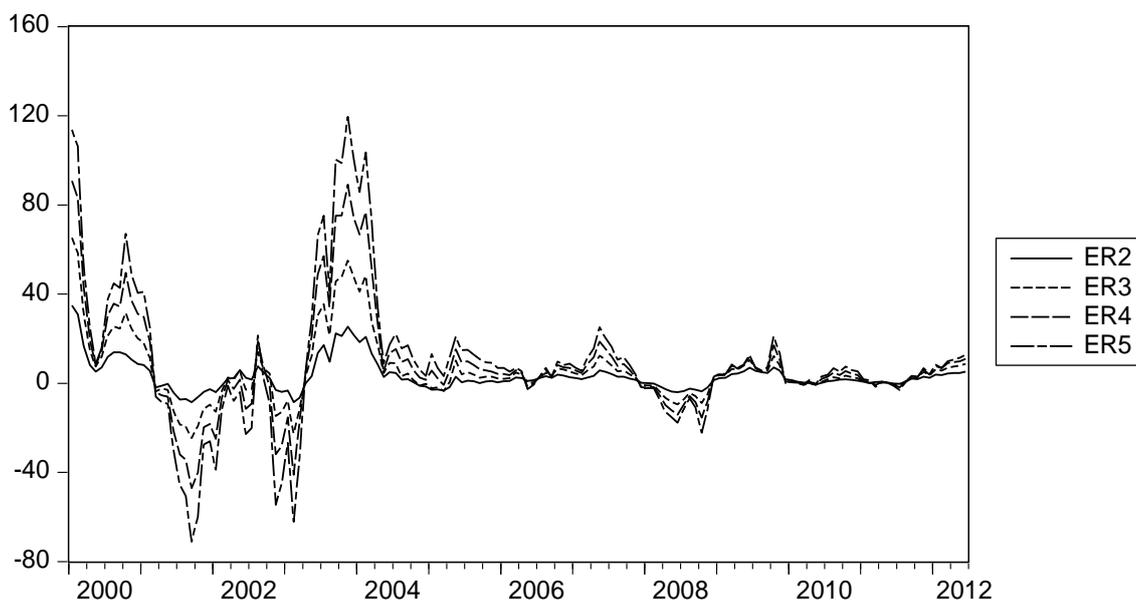
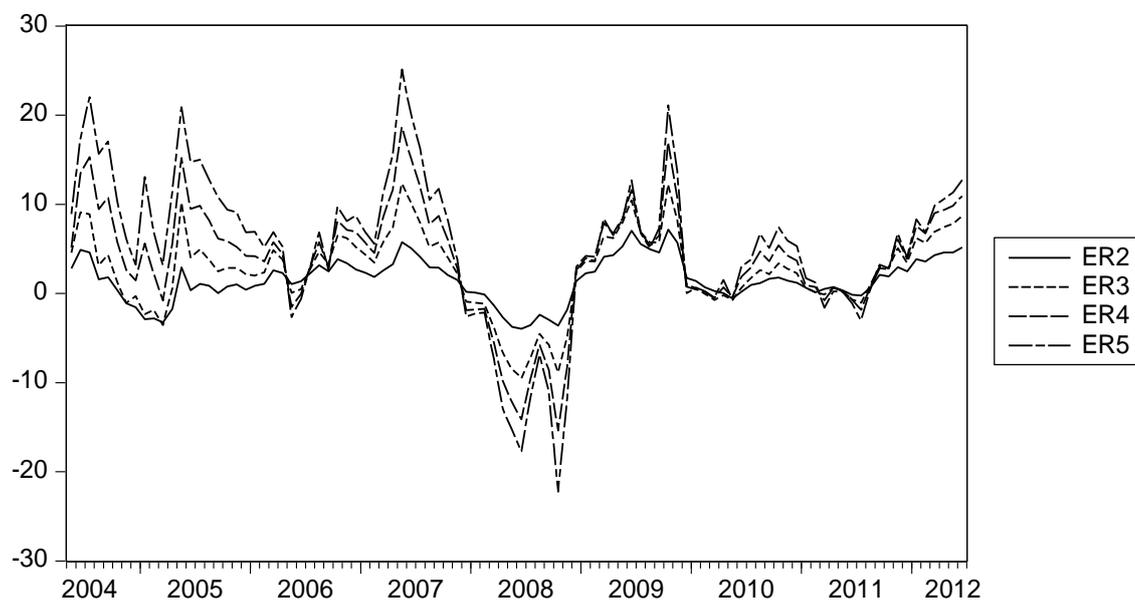


Figura 3 – Retornos em excesso para as maturidades de 2 a 5 anos – subamostra de maio de 2004 a junho de 2012



A Tabela 3 dispõe os resultados gerados pela aplicação da equação (22), cujo objetivo é verificar se os retornos em excesso são estatisticamente diferentes de zero. O teste foi aplicado tanto para o período completo considerado neste trabalho, isto é, de janeiro de 2000 a junho de 2012 (Tabela 3 – A), quanto para a subamostra abrangendo o intervalo de maio de 2004 a junho de 2012 (Tabela 3 – B). Os resultados indicam que podemos rejeitar a hipótese das expectativas na sua forma forte, isto é, que os retornos em excesso são nulos. Note que, conforme já comentado anteriormente, as médias dos retornos em excesso, dadas pelo coeficiente de cada regressão, são bastante inferiores na subamostra. Para um horizonte de vencimento  $\tau = 3$ , por exemplo, ela passa de 5,83 para 2,62 – uma queda de mais de 50%.

Tabela 3 – Retornos em excesso médios

A – Período 2000/01 - 2012/06				
$\tau$	Constante	Erro padrão	Estatística t	Prob.
2	3,26	1,08	3,02	0,00
3	5,83	2,33	2,50	0,01
4	8,17	3,73	2,19	0,03
5	9,81	5,10	1,92	0,06

B – Período 2004/01 a 2012/06				
$\tau$	Constante	Erro padrão	Estatística t	Prob.
2	1,53	0,45	3,37	0,00
3	2,62	0,79	3,29	0,00
4	3,95	1,12	3,52	0,00
5	5,29	1,51	3,51	0,00

Nota: Tabela com os resultados da regressão dos retornos em excesso contra uma constante:  $rx_{t+1}(\tau) = \alpha(\tau) + \varepsilon_{t+1}(\tau)$ . Retornos em excesso presentes em títulos com maturidades ( $\tau$ ) de 2, 3, 4 e 5 anos. O Painel A possui uma amostra de tamanho 150, abrangendo o período de janeiro de 2000 a junho de 2012. O Painel B possui uma amostra de tamanho 98, abrangendo o período de maio de 2004 a junho de 2012. Erros padrão robustos a heteroscedasticidade e autocorrelação serial Newey West.

#### 4.2 RETORNOS EM EXCESSO E A CURVA *FORWARD*

Conforme explanado no Capítulo procederemos com testes da HE que relacionam retornos em excesso com taxas *forward*. Rodaremos as regressões dos modelos restrito e irrestrito de Cochrane e Piazzesi (2005) e também de Fama e Bliss (1987). Em seguida, faremos um comparativo entre os coeficientes do modelo restrito e do *forward yield spread*, de acordo com a equação (33) abaixo:

$$rx_{t+1}(\tau) = a_{\tau} + b_{\tau}(\gamma^{\tau} f_t) + c_{\tau}(f_t(\tau) - y_t(1)) + \varepsilon_{t+1}(\tau). \quad (33)$$

Como é possível observar na Tabela 4, o conjunto de taxas *forward* possui um elevado poder explicativo da variação dos retornos em excesso, tanto para as maturidades curtas quanto para as longas. O  $R^2$  varia de 0,65 para o horizonte de dois anos, a 0,46, para o horizonte de cinco anos. A maioria das variáveis independentes se mostrou estatisticamente significativa, com exceção da taxa *forward* para o horizonte 5, que é significativa apenas para  $rx_{t+1}(2)$ , a 10%.

Na tabela 4 também estão reportados os valores de  $\chi^2$  para o teste de Wald de significância conjunta dos parâmetros. Os valores críticos para  $\chi^2(5)$  a 1% e 5% de significância são 15,1 e 11,1, respectivamente, muito abaixo dos valores obtidos no teste. As estatísticas  $\chi^2$  foram computadas com correção de Newey West com 18 *lags*.

Tabela 4 – Regressão dos retornos em excesso contra a curva *forward*

T	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> ajust	$\chi^2(5)$
2	9,09*** (1,92)	-0,61** (0,26)	2,51*** (0,57)	-1,41** (0,67)	2,37*** (1,42)	2,23*** (1,34)	0,65	0,63	329,27
3	18,69*** (3,95)	-1,21** (0,53)	4,33*** (1,32)	-2,44 (1,8)	4,67 (3,03)	-4,12 (2,79)	0,58	0,56	309,98
4	27,74*** (6,32)	-1,90** (0,91)	6,43*** (2,25)	-4,78 (3,14)	7,96* (4,76)	-5,96 (4,29)	0,52	0,50	237,50
5	35,94*** (8,81)	-2,39* (1,31)	8,36** (3,31)	-7,12 (4,64)	10,51 (6,40)	-7,15 (5,66)	0,46	0,45	180,92

Nota: Tabela com os resultados da regressão dos retornos em excesso contra as taxas *forward*:  $rx_{t+1}(\tau) = \beta_0(\tau) + \beta_1(\tau)y_t(1) + \beta_2(\tau)f_t(2) + \dots + \beta_5(\tau)f_t(5) + \varepsilon_{t+1}(\tau)$ . Retornos em excesso presentes em títulos com maturidades ( $\tau$ ) de 2, 3, 4 e 5 anos. O tamanho da amostra é 150. Período de janeiro de 1999 a junho de 2011 para as taxas *forward* e de janeiro de 2000 a junho de 2012 para os retornos em excesso. Erros padrão robustos a heteroscedasticidade e autocorrelação serial Newey West, com 18 *lags*, entre parênteses. \*, \*\*, e \*\*\* denotam significância estatística aos níveis de 10%, 5% e 1% respectivamente.

A Tabela 5 apresenta os resultados do primeiro passo do modelo restrito, que é a estimação da regressão da média ao longo das maturidades dos retornos em excesso contra as taxas *forward*, de acordo com a equação (27). O teste de Wald de significância conjunta obteve um valor  $\chi^2$  bastante elevado, de 247,3. Entretanto, apenas a constante e  $\beta_2$  são significativos a menos de 5%.

A estimação de  $b_\tau$ , denominado por Cochrane e Piazzesi (2005) de *return forecasting factor*, resultou em coeficientes de elevada significância. O R<sup>2</sup> é bastante semelhante com o obtido no modelo irrestrito, ou seja, perde-se pouca informação de um modelo para o outro. A regressão para  $\tau = 2$ , por exemplo, possui um R<sup>2</sup> de 0,62 no modelo restrito, contra 0,65 no modelo irrestrito.

Tabela 5 – Regressão da média ao longo da maturidade dos retornos em excesso contra a curva forward

	Const	y1	f2	f3	f4	f5	R <sup>2</sup>	$\chi^2(5)$
$\bar{r}x_{t+1}$	-22,86***	-1,53*	5,41***	-3,94*	6,38*	-4,87	0,52	247,3
Erro padrão	(4,81)	(0,78)	(1,85)	(2,33)	(3,75)	(3,44)		

Nota: Tabela com os resultados da regressão da média dos retornos em excesso ao longo de  $\tau$  contra as taxas *forward*:  $\bar{r}x_{t+1} = \boldsymbol{\gamma}' \mathbf{f}_t + \bar{\varepsilon}_{t+1}$ . Retornos em excesso presentes em títulos com maturidades ( $\tau$ ) de 2, 3, 4 e 5 anos. O tamanho da amostra é 150. Período de janeiro de 1999 a junho de 2011 para as taxas *forward* e de janeiro de 2000 a junho de 2012 para os retornos em excesso. Erros padrão robustos a heteroscedasticidade e auto correlação serial Newey West, com 18 *lags*, entre parênteses. \*, \*\*, e \*\*\* denotam significância estatística aos níveis de 10%, 5% e 1% respectivamente.

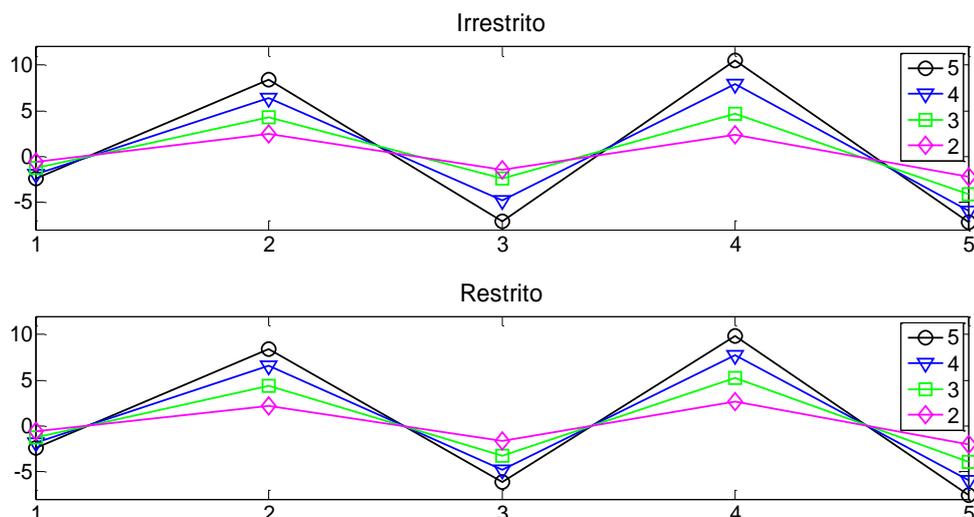
É possível compararmos os coeficientes dos modelos restrito e irrestrito observando a Figura 4. No gráfico do modelo restrito, os coeficientes correspondem a  $\beta(\tau) = b_\tau \boldsymbol{\gamma}$ . Os parâmetros são muito similares entre os dois modelos para todos os horizontes de vencimento considerados.

Tabela 6 – Modelo restrito

$\tau$	$b_\tau$	E.P.	R <sup>2</sup>
2	0,41***	0,05	0,62
3	0,82***	0,04	0,57
4	1,22***	0,02	0,52
5	1,55***	0,07	0,46

Nota: Tabela com os resultados da regressão do modelo restrito  $rx_{t+1}(\tau) = b_\tau(\boldsymbol{\gamma}' \mathbf{f}_t) + \bar{\varepsilon}_{t+1}$ . Retornos em excesso presentes em títulos com maturidades ( $\tau$ ) de 2, 3, 4 e 5 anos. O tamanho da amostra é 150. Período de janeiro de 1999 a junho de 2011 para as taxas *forward* e de janeiro de 2000 a junho de 2012 para os retornos em excesso. E.P. = erros padrão robustos a heteroscedasticidade e autocorrelação serial Newey West, com 18 *lags*. \*, \*\*, e \*\*\* denotam significância estatística aos níveis de 10%, 5% e 1% respectivamente.

Figura 4 – Comparação dos modelos restrito e irrestrito



Nota: Gráficos correspondentes aos coeficientes estimados dos modelos irrestrito e restrito. No eixo x estão as maturidades das taxas *forward* e no eixo y, o valor do coeficiente. A legenda refere-se à maturidade do título cujo retorno em excesso é previsto.

Os resultados da estimação da regressão da equação (23) estão reportados na Tabela 7. Os erros padrão, assim como nas demais regressões, são estimados com correção de Newey West, com 18 *lags*, para heteroscedasticidade e autocorrelação serial. Todos os coeficientes de inclinação,  $\beta_1$ , são estatisticamente significativos; três deles ao nível de 5%, e um a 1%. Seus valores variam de 1,45 a 2,87. Isso significa que o *forward – spot spread* – a diferença entre a taxa *forward* de maturidade  $\tau$  e a taxa à vista – possui poder explicativo para o prêmio pelo risco. Este, entretanto, é menor do que os obtidos pelos modelos restrito e irrestrito de Cochrane e Piazzesi (2005). O  $R^2$  varia de 0,29, para o horizonte de 2 anos, a 0,21, para o horizonte de 5 anos. Fama e Bliss (1987) obtiveram, para dados americanos entre janeiro de 1964 e dezembro de 1985, coeficientes de determinação entre 0,05 e 0,14. Com dados mais recentes (1964/01 a 2003/12), Cochrane e Piazzesi obtiveram  $R^2$  de até 0,18.

Tabela 7 – Regressão dos retornos em excesso contra o *forward – spot spread*

T	2	3	4	5
$\beta_0$	0,87	1,82	1,69	1,36
Erro padrão	(0,81)	(1,89)	(3,27)	(4,31)
Estatística t	1,07	0,96	0,52	0,31
Probabilidade	0,28	0,34	0,61	0,75
$\beta_1$	1,45***	1,68**	2,19**	2,87**
Erro padrão	(0,40)	(0,69)	(0,89)	(1,23)
Estatística t	3,67	2,42	2,46	2,33
Probabilidade	0,00	0,02	0,02	0,02
R <sup>2</sup>	0,29	0,22	0,22	0,21

Nota: Tabela com os resultados da regressão dos retornos em excesso contra o *spread* entre a *taxa forward* e o *yield*:  $rx_{t+1}(\tau) = \beta_0(\tau) + \beta_1(f_t(\tau) - y_t(1)) + \varepsilon_{t+1}(\tau)$ . Retornos em excesso presentes em títulos com maturidades ( $\tau$ ) de 2, 3, 4 e 5 anos. O tamanho da amostra é 150. Período de janeiro de 1999 a junho de 2011 para as taxas *forward* e de janeiro de 2000 a junho de 2012 para os retornos em excesso. Erros padrão robustos a heteroscedasticidade e autocorrelação serial Newey West entre parênteses. \*, \*\*, e \*\*\* denotam significância estatística aos níveis de 10%, 5% e 1% respectivamente.

Os resultados das regressões (24), (27), (28) e (23) – apresentados nas Tabelas 4, 5, 6 e 7, respectivamente – constituem evidências de que o prêmio pelo risco é variável ao longo do tempo e pode ser previsto. Dessa forma, é possível rejeitar a HE para o caso brasileiro.

Finalmente, testamos se o coeficiente do modelo restrito,  $c_\tau$ , segue tendo poder explicativo na presença do *forward – spot spread* (Tabela 8). Verificamos que o R<sup>2</sup> da regressão é similar ao das Tabelas 4 e 6. Somente  $c_\tau$ , contudo possui significância estatística. Isso indica que o *return forecasting factor* engloba o conteúdo informacional presente no *forward – spot spread*.

Tabela 8 – Regressão dos retornos em excesso contra o *forward – spot spread* e o *return forecasting factor*

$\tau$	$a_\tau$	$b_\tau$	$c_\tau$	R <sup>2</sup>
2	0,75 (1,11)	-0,23 (0,37)	0,43*** (0,06)	0,63
3	0,43 (2,34)	-0,05 (0,51)	0,82*** (0,07)	0,57
4	-0,28 (3,96)	0,12 (0,58)	1,20*** (0,09)	0,52
5	-1,21 (5,63)	0,27 (0,88)	1,51*** (0,13)	0,46

Nota: Tabela com os resultados da regressão dos retornos em excesso contra o *spread* entre a *taxa forward* e o *yield* e o *coeficiente do modelo restrito*:  $rx_{t+1}(\tau) = a_\tau + b_\tau(\mathbf{y}'\mathbf{f}_t) + c_\tau(f_t(\tau) - y_t(1)) + \varepsilon_{t+1}(\tau)$ . Retornos em excesso presentes em títulos com maturidades ( $\tau$ ) de 2, 3, 4 e 5 anos. O tamanho da amostra é 150. Período de janeiro de 1999 a junho de 2011 para as taxas *forward* e de janeiro de 2000 a junho de 2012 para os retornos em excesso. Erros padrão robustos a heteroscedasticidade e autocorrelação serial Newey West, com 18 *lags*, entre parênteses. \*, \*\*, e \*\*\* denotam significância estatística aos níveis de 10%, 5% e 1% respectivamente.

## 5. CONCLUSÃO

O presente trabalho dedica-se ao estudo da estrutura a termo da taxa de juros brasileira. Mais especificamente, nosso interesse era testar a validade da HE, segundo a qual as taxas de juros de longo prazo são formadas pela média das expectativas sobre as taxas de curto prazo futuras. Três testes foram realizados. O primeiro teste verificava a HE na sua forma pura, isto é, a inexistência de prêmio pelo risco. Essa hipótese foi rejeitada a 1% de significância estatística tanto para o período total da amostra quanto para a subamostra – caracterizada por retornos em excesso menores, em média, e por menor variabilidade destes. O segundo teste foi a estimação dos modelos restrito e irrestrito de Cochrane e Piazzesi (2005). Eles explicam os retornos em excesso a partir de taxas *forward* para quatro horizontes mais a taxa à vista de 1 ano. Ambos os modelos apresentaram elevado poder explicativo para a variação dos retornos em excesso, o que vai de encontro ao postulado pela HE. O terceiro teste consistiu na estimação da regressão dos retornos em excesso contra o *forward – spot spread*. Mais uma vez, foi possível rejeitar a HE.

Adicionalmente, estimamos uma equação que incorpora o modelo restrito de Cochrane e Piazzesi (2005) e o *forward – spot spread*. Enquanto coeficiente do modelo restrito,  $c_\tau$ , é significativo ao nível de 1%, o coeficiente do *forward – spot spread*,  $b_\tau$ , não apresenta significância estatística. Tal resultado indica que  $b_\tau$  não possui conteúdo informacional adicional ao contido em  $c_\tau$ .

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEKAERT, G. e R.J. HODRICK. Expectations Hypotheses Tests. *Journal of Finance*, 56, 1357-1394, 2001.

BRITO, R. D.; GUILLEN, O. T. C.; DUARTE, A. J. M. Overreaction of yield spreads and movements of Brazilian interest rate. *Revista de Econometria*, v. 24, p. 1-55, 2004.

CALDEIRA, J., MOURA, G. E SANTOS, A. Predicting the yield curve using forecast combinations. *Computational Statistics and Data Analysis*, disponível online em maio de 2014.

CALDEIRA, J. Estimação da estrutura a termo da curva de juros no brasil através de modelos paramétricos e não paramétricos. *Análise Econômica*, ano 29, n. 55, p. 95-122, 2011

CAMPBELL, J.Y., SHILLER, R. Cointegration and tests of the present value relation. *Journal of Political Economy* 95, 1062-1088, 1987.

CAMPBELL, J. Y.; ROBERT J. S. Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird's Eye View. *Review of Economic Studies* 58, pp.495-514, 1991.

COCHRANE, J. H.; PIAZZESI, M. Bond Risk Premia. *American Economic Review* 95, pp.138-160, 2005.

COCHRANE J. H.; MONIKA P. Decomposing the Yield Curve. University of Chicago working paper, 2008.

EVANS, M. D. D.; LEWIS, K.K. Do stationary risk premium explain it all? Evidence from the term structure. *Journal of Monetary Economics*, 33, 285-318, 1994.

FAMA, E.; BLISS, R. The Information in Long-Maturity Forward Rates. *American Economic Review*, 77 (4), pp.680 -92, 1987.

FISHER, I. Appreciation and Interest. *Publications of the American Economic Association*, First Series, 11(4): 1-110 [331- 442], 1896.

FROOT, K. A. New hope for the expectations hypothesis of the term structure of interest rates. *Journal of Finance*, 44, 283-305, 1989.

GARCIA, J.; WERNER, S. Bond risk premia, macroeconomic factors and financial crisis in the euro area, *The Rimini Centre for Economic Analysis*, Money and Finance Workshop, 2015

GUILLEN, O. T. de C.; TABAK, B. M. Characterising the Brazilian term structure of interest rates. *International Journal of Monetary Economics and Finance (Print)*, v. 2, p. 103, 2009.

GUILLÉN, O. T.; VICENTE, J. V. M. Characterizing the Brazilian Term Structure of Interest Rates in a Cointegrated VAR Model. In: ENCONTRO NACIONAL DE ECONOMIA, 38., 2010, Salvador. *Anais do XXXVIII Encontro Nacional de Economia*, 041, ANPEC, 2010.

GUIZZO, H. A. Testes da hipótese das expectativas racionais para o mercado de renda fixa brasileiro. Dissertação de mestrado (MPFE) - Escola de Economia de São Paulo - FGV/SP, 2014.

GÜRKAYNAK, R.; WRIGHT, J. Macroeconomics and the Term Structure. *Journal of Economic Literature*, vol. 50, pp. 331-67. Swiss National Bank Annual Report, 2011, p. 38, 2012.

HARDOUVELIS, G. The term structure spread and future changes in long and short rates in the G7 countries. *Journal of Monetary Economics*, 33, p. 255-283, 1994.

HARRIS, R. D. F. The Expectations Hypothesis of the Term Structure and Time Varying Risk Premia: A Panel Data Approach. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 63, p. 233-245, 2001.

HUANG, J.; Z. SHI. Determinants of bond risk premia. *Technical report*, Penn State University, 2011.

IRELAND, P. Monetary policy, bond risk premia, and the economy. *Working paper*, Department of Economics, Boston College, 2015.

JONDEAU, E.; RICART, R. The Expectations Hypothesis of the Term Structure: Tests on US, German, French, and UK Euro-rates. *Journal of International Money and Finance* 18, p.725-750, 1999.

LONGSTAFF, F. A. The term structure of very short term rates: new evidence for the expectations hypothesis. *Journal of Financial Economics*, 58, p. 397-415, 2000.

LUDVIGSON, S.; NG, S. Macro Factors in Bond Risk Premia. *Review of Financial Studies*, 22, p.5027-5067, 2009.

LIMA, A. M.; ISSLER, J. V. A hipótese das expectativas na estrutura a termo da taxa de juros no Brasil: uma aplicação de modelos a valor presente. *Revista Brasileira de Economia*, v. 57, 2003.

MARÇAL, E. F. e PEREIRA, P. L. V. A Estrutura a Termo das Taxas de Juros no Brasil: testando a hipótese de expectativas, *Pesquisa e Planejamento Econômico*, v. 37, n. 1, p.113-148, 2007.

MARÇAL, E. F. e PEREIRA, P. L. V. Avaliando a existência de mudança estrutural na Estrutura a Termo de Juros Brasileira: Evidência a partir de modelos de cointegração com quebra estrutural. *Série Working Paper BNDES/ANPEC*, n. 18, 2011.

MARINHO, C. R. V. E MARÇAL, E. F. A estrutura a termo da taxa de juros e a oferta de títulos públicos. In: 12<sup>o</sup> Encontro Brasileiro de Finanças, 2012, São Paulo. Anais do 12<sup>o</sup> Encontro Brasileiro de Finanças, 2012.

PIAZZESI, M.; SWANSON, E. T. Futures Prices as Risk-Adjusted Forecasts of Future Monetary Policy. *Journal of Monetary Economics*, 55, pp.677-691, 2008.

PIENAAR, R.; CHOUDHRY, M. Fitting the term structure of interest rates: the practical implementation of cubic spline methodology. In: FABOZZI, F. J. (Ed.). *Interest Rate, Term Structure, and Valuation Modeling*. Hoboken, Wiley, 2002.

SANGVINATSOS, A. The Expectations Hypothesis. *The Encyclopedia of Quantitative Finance* Cont, R. (Ed.). John Wiley & Sons Ltd. Chichester, UK. pp. 621-630, April 2010

TABAK, B. M.; ANDRADE, S. C. de. Testing the expectations hypothesis in the Brazilian term structure of interest rates. *Brazilian Review of Finance*, v. 1, n. 1, p. pp. 19-43, 2003.

TAVARES, R. G.; TAVARES, M. F. T. Títulos públicos federais e suas formas de precificação. In: Silva, A. C.; CARVALHO, L. O. de; MEDEIROS, O. L. de (Org.). *Dívida Pública: a experiência brasileira*. Brasília: Secretaria do Tesouro Nacional e Banco Mundial, 2009.

THORNTON, D.L. Tests of the Expectations Hypothesis: Resolving the Campbell-Shiller Paradox, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 38, 511-42, 2005.

VAYANOS, D.; GREENWOOD, R. Bond Supply and Excess Bond Returns, Working paper 13806, National Bureau of Economic Research, 2010.