

624.04-192(093)  
S 237Δ

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**  
**ESCOLA DE ENGENHARIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**SOBRE A CONFIABILIDADE NA FLEXÃO DE VIGAS**  
**SEGUNDO AS NORMAS DE ESTRUTURAS METÁLICAS**

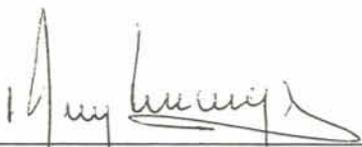
*Leandro Lorensi dos Santos*

Dissertação apresentada ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Área de concentração: Estruturas

Porto Alegre  
Setembro de 2000

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pelo Programa de Pós-Graduação.



---

Prof. Ruy Carlos Ramos de Menezes  
Orientador

---

Prof. Francisco de Paula Simões Lopes Gastal  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Civil

Prof. Ruy Carlos Ramos de Menezes (Orientador)  
Dr.techn. pela Universität Innsbruck

Prof. Marcelo Maia Rocha (Co-orientador)  
Dr.techn. pela Universität Innsbruck

#### BANCA EXAMINADORA

Prof. Edison da Rosa  
Dr. pela Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Jorge Daniel Riera  
Ph.D. pela University of Princeton, USA

Prof. Ignácio Iturrioz  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Ao meu pai,  
meu primeiro e grande professor.

## AGRADECIMENTOS

Ao professor Ruy Carlos Ramos de Menezes pela orientação fornecida durante a elaboração deste trabalho.

Ao professor Marcelo Maia Rocha pelo auxílio prestado na condução deste trabalho.

Aos meus pais e irmãos pelo apoio e incentivo.

Aos colegas do curso de mestrado, Andriei Beber, Branca Freitas, Jodoé Menger, Luciana Azevedo, Giuliana Furtado, Horácio e Ranier Barbieri, pela amizade e cooperação.

Aos amigos, Alessandra Uchôa Dantas, Fabiana Camargo, Herbert Gomes, José Luis Aymone, Fernando Mántaras, Júlio Montardo, Carlos Bortoli, Rodnny Mendoza, Valdenir de Souza, André Rosa, Márcio Vendruscolo, pela amizade e atenção.

Aos professores e funcionários da Escola de Engenharia e do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, pela convivência e auxílio prestado.

À CAPES – Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro a este trabalho

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>viii</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>xii</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS.....</b>	<b>xiii</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....</b>	<b>xvii</b>
<b>LISTA DE MODOS DE FALHAS ANALISADOS.....</b>	<b>xviii</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>xix</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>xx</b>
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 GENERALIDADES.....	1
1.2 OBJETIVO DO TRABALHO.....	4
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	4
<b>2 ABORDAGEM DO TEMA.....</b>	<b>7</b>
2.1 ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE ESTRUTURAS.....	7
2.1.1 Generalidades.....	7
2.1.2 Formulação.....	8
2.1.3 Simulação de Monte Carlo.....	17
2.1.3.1 Introdução.....	17
2.1.3.2 Formulação.....	17
2.1.4 Simulação de Monte Carlo com Amostragem por Importância.....	19
2.1.5 Simulação de Monte Carlo com Amostragem por Importância Adaptativa.....	22
2.2 SEGURANÇA SOB O ENFOQUE DE NORMAS.....	24

2.2.1	<b>Histórico</b> .....	24
2.2.2	<b>Informação estatística básica</b> .....	26
	2.2.2.1 Resistência.....	26
	2.2.2.2 Ações.....	30
2.2.3	<b>Confiabilidade resultante pelo método das tensões admissíveis</b> .....	31
2.2.4	<b>Coefficientes parciais pelo método dos estados limites</b> .....	33
	2.2.4.1 Critérios de carregamento baseados em probabilidade.....	35
	2.2.4.2 Coeficientes de resistência.....	41
2.2.5	<b>Comentários</b> .....	44
<b>3</b>	<b>ÍNDICE DE CONFIABILIDADE PARA O ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FLEXÃO SEGUNDO A NBR 8800</b> .....	<b>45</b>
3.1	INTRODUÇÃO.....	45
3.2	DADOS ESTATÍSTICOS.....	46
3.3	FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE.....	49
3.4	AVALIAÇÃO DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE.....	53
	3.4.1 Primeiro caso.....	53
	3.4.2 Segundo caso.....	55
	3.4.3 Terceiro caso.....	56
	3.4.4 Quarto caso.....	57
	3.4.5 Quinto caso.....	58
3.5	COMENTÁRIOS.....	61
<b>4</b>	<b>COEFICIENTES DE SEGURANÇA A PARTIR DO VALOR ESPERADO DAS COORDENADAS DO PONTO IFM</b> .....	<b>62</b>
4.1	INTRODUÇÃO.....	62
4.2	COSENOS DIRETORES.....	63
4.3	CRITÉRIO DE CÁLCULO.....	65
	4.3.1 Aplicação.....	68
4.4	VALIDAÇÃO DO USO DO VALOR ESPERADO DO DOMÍNIO DE FALHA...	72
4.5	VALORES DOS COEFICIENTES DE RESISTÊNCIA.....	74
	4.5.1 Exemplo de aplicação.....	79
	4.5.2 Valores dos cossenos diretores.....	82

<b>5 COMENTÁRIOS FINAIS E SUGESTÕES.....</b>	<b>85</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>88</b>
<b>ANEXO A - GRÁFICOS DOS COSSENOS DIRETORES SEPARADOS POR MODO DE FALHA.....</b>	<b>93</b>
A.1. MODO DE FALHA 1.....	94
A.2. MODO DE FALHA 2.....	99
A.3. MODO DE FALHA 3.....	104
A.4. MODO DE FALHA 4.....	109
A.5. MODO DE FALHA 6.....	114
<b>ANEXO B - GRÁFICOS DA VARIAÇÃO DO COEFICIENTE DE RESISTÊNCIA</b>	<b>119</b>
B.1. Índice de Confiabilidade alvo $\beta' = 2,0$ .....	120
B.2. Índice de Confiabilidade alvo $\beta' = 3,0$ .....	124
<b>ANEXO C - TABELA GEOMÉTRICA DE PERFIS I VS.....</b>	<b>128</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 2.1</b>	Domínio seguro e de falha na espaço gaussiano padrão, num espaço bi-dimensional	13
<b>Figura 2.2</b>	Exemplo de função de estado limite e domínio de falha, num espaço bi-dimensional	14
<b>Figura 2.3</b>	Coordenadas no ponto de projeto no espaço original – caso de duas variáveis aleatórias	16
<b>Figura 2.3a</b>	Coordenadas no ponto de projeto no espaço gaussiano padrão	17
<b>Figura 2.4</b>	Função de amostragem ideal para uma variável aleatória	21
<b>Figura 2.5</b>	Coordenadas do IFM <sub>point</sub> no espaço original	23
<b>Figura 2.6</b>	Índices de confiabilidade para vigas de aço calculadas em tensões admissíveis. Tendo $\bar{R}/R_n = 1,07$ e $V_R = 0,13$ , para as combinações (D + S) e (D + L)...	32
<b>Figura 2.7</b>	Índice de confiabilidade para elementos de aço – ação gravitacional mais ação do vento – para vigas de aço com $\bar{R}/R_n = 1,502$ e $V_R = 0,13$ ...	33
<b>Figura 2.8</b>	Coefficientes de ponderação das ações e de resistência para vigas de aço, (D+L)	36
<b>Figura 2.9</b>	Coefficientes de ponderação das ações e de resistência para vigas de aço, (D+S)	36
<b>Figura 2.10</b>	Seleção dos coeficientes de resistência $\phi$ para a relação $L_n/D_n = 1,00$ ...	42
<b>Figura 2.11</b>	Seleção dos coeficientes de resistência $\phi$ para a relação $L_n/D_n = 2,00$ ...	42
<b>Figura 3.1</b>	Esquema seção transversal do perfil I soldado	48
<b>Figura 3.2</b>	Fluxograma do programa para a obtenção de $\beta_0$	52
<b>Figura 3.3</b>	Variação do índice de confiabilidade do perfil I VS 500x73 com COV das dimensões da seção de 0,05	54
<b>Figura 3.4</b>	Variação do índice de confiabilidade do perfil I VS 500x73 com COV das dimensões da seção de 0,02	55
<b>Figura 3.5</b>	Variação do índice de confiabilidade do perfil I VS 500x73 com COV das dimensões da seção de 0,02 e $f_t$ determinístico.	56

<b>Figura 3.6</b>	Variação do índice de confiabilidade de 91 perfis I tipo VS.....	57
<b>Figura 3.7</b>	Variação do índice de confiabilidade de 91 perfis I VS – Modo de Falha 1.....	58
<b>Figura 3.8</b>	Variação do índice de confiabilidade de 91 perfis I VS – Modo de Falha 2.....	59
<b>Figura 3.9</b>	Variação do índice de confiabilidade de 91 perfis I VS – Modo de Falha 3.....	59
<b>Figura 3.10</b>	Variação do índice de confiabilidade de 91 perfis I VS – Modo de Falha 4.....	60
<b>Figura 3.11</b>	Variação do índice de confiabilidade de 91 perfis I VS – Modo de Falha 6.....	60
<b>Figura 4.1</b>	Variação do cosseno diretor das V.A. ....	64
<b>Figura 4.2</b>	Fluxograma para obtenção de $\Phi_{global}$ em função de $\beta'$ .....	67
<b>Figura 4.3</b>	Fluxograma do método da bisseção para $\beta'$ .....	73
<b>Figura 4.4</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta$ alvo de 2,0.....	74
<b>Figura 4.5</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta$ alvo de 2,5.....	75
<b>Figura 4.6</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta$ alvo de 3,0.....	75
<b>Figura 4.7</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta' = 2,5$ – Modo de Falha 1..	76
<b>Figura 4.8</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta' = 2,5$ – Modo de Falha 2..	77
<b>Figura 4.9</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta' = 2,5$ – Modo de Falha 3..	77
<b>Figura 4.10</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta' = 2,5$ – Modo de Falha 4..	78
<b>Figura 4.11</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta' = 2,5$ – Modo de Falha 6..	78
<b>Figura 4.12</b>	Fluxograma do programa para a determinação do erro coma utilização dos cossenos diretores simplificados.....	84
<b>Figura A.1.1</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [d] - Modo de Falha 1.....	95
<b>Figura A.1.2</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [f <sub>r</sub> ] - Modo de Falha 1.....	95
<b>Figura A.1.3</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [f <sub>y</sub> ] - Modo de Falha 1.....	96
<b>Figura A.1.4</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [b <sub>r</sub> ] - Modo de Falha 1.....	96
<b>Figura A.1.5</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [E] - Modo de Falha 1.....	97
<b>Figura A.1.6</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [t <sub>r</sub> ] - Modo de Falha 1.....	97
<b>Figura A.1.7</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [t <sub>w</sub> ] - Modo de Falha 1.....	98
<b>Figura A.2.1</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [d] - Modo de Falha 2.....	100
<b>Figura A.2.2</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [f <sub>r</sub> ] - Modo de Falha 2.....	100
<b>Figura A.2.3</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [f <sub>y</sub> ] - Modo de Falha 2.....	101
<b>Figura A.2.4</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [b <sub>r</sub> ] - Modo de Falha 2.....	101

<b>Figura A.2.5</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [E] - Modo de Falha 2.....	102
<b>Figura A.2.6</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [t <sub>r</sub> ] - Modo de Falha 2.....	102
<b>Figura A.2.7</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [t <sub>w</sub> ] - Modo de Falha 2.....	103
<b>Figura A.3.1</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [d] - Modo de Falha 3.....	105
<b>Figura A.3.2</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [f <sub>r</sub> ] - Modo de Falha 3.....	105
<b>Figura A.3.3</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [f <sub>y</sub> ] - Modo de Falha 3.....	106
<b>Figura A.3.4</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [b <sub>f</sub> ] - Modo de Falha 3.....	106
<b>Figura A.3.5</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [E] - Modo de Falha 3.....	107
<b>Figura A.3.6</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [t <sub>r</sub> ] - Modo de Falha 3.....	107
<b>Figura A.3.7</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [t <sub>w</sub> ] - Modo de Falha 3.....	108
<b>Figura A.4.1</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [d] - Modo de Falha 4.....	110
<b>Figura A.4.2</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [f <sub>r</sub> ] - Modo de Falha 4.....	110
<b>Figura A.4.3</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [f <sub>y</sub> ] - Modo de Falha 4.....	111
<b>Figura A.4.4</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [b <sub>f</sub> ] - Modo de Falha 4.....	111
<b>Figura A.4.5</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [E] - Modo de Falha 4.....	112
<b>Figura A.4.6</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [t <sub>r</sub> ] - Modo de Falha 4.....	112
<b>Figura A.4.7</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [t <sub>w</sub> ] - Modo de Falha 4.....	113
<b>Figura A.5.1</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [d] - Modo de Falha 6.....	115
<b>Figura A.5.2</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [f <sub>r</sub> ] - Modo de Falha 6.....	115
<b>Figura A.5.3</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [f <sub>y</sub> ] - Modo de Falha 6.....	116
<b>Figura A.5.4</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [b <sub>f</sub> ] - Modo de Falha 6.....	116
<b>Figura A.5.5</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [E] - Modo de Falha 6.....	117
<b>Figura A.5.6</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [t <sub>r</sub> ] - Modo de Falha 6.....	117
<b>Figura A.5.7</b>	Cosseno Diretor da variável aleatória [t <sub>w</sub> ] - Modo de Falha 6.....	118
<b>Figura B.1.1</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta' = 2,0$ - Modo de Falha 1... 121	121
<b>Figura B.1.2</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta' = 2,0$ - Modo de Falha 2... 121	121
<b>Figura B.1.3</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta' = 2,0$ - Modo de Falha 3... 122	122
<b>Figura B.1.4</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta' = 2,0$ - Modo de Falha 4... 122	122
<b>Figura B.1.5</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta' = 2,0$ - Modo de Falha 6... 123	123
<b>Figura B.2.1</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta' = 3,0$ - Modo de Falha 1... 125	125
<b>Figura B.2.2</b>	Variação do coeficiente de resistência $\Phi_{global}$ para $\beta' = 3,0$ - Modo de Falha 2... 125	125

<b>Figura B.2.3</b>	Varição do coeficiente de resistência $\Phi_{\text{global}}$ para $\beta' = 3,0$ - Modo de Falha 3...	126
<b>Figura B.2.4</b>	Varição do coeficiente de resistência $\Phi_{\text{global}}$ para $\beta' = 3,0$ - Modo de Falha 4...	126
<b>Figura B.2.5</b>	Varição do coeficiente de resistência $\Phi_{\text{global}}$ para $\beta' = 3,0$ - Modo de Falha 6...	127

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 2.1</b>	Resumo dos dados estatísticos de resistência [Galambos, (1982)].....	27
<b>Tabela 2.2</b>	Sumário das propriedades estatísticas do material para o aço laminado.....	28
<b>Tabela 2.3</b>	Parâmetros estatístico do modelo matemático adotado para elementos de aço....	29
<b>Tabela 2.4</b>	Resumo de dados estatísticos das ações [Galambos e outros, (1982)].....	30
<b>Tabela 2.5</b>	Coefficientes de ponderação das ações requeridos – uma ação atuando.....	38
<b>Tabela 2.6</b>	Pesos para combinações das ações (D + L) e (D + S).....	39
<b>Tabela 2.7</b>	Valores ótimos para os coeficientes de ponderação das ações e de resistência para ações gravitacionais.....	40
<b>Tabela 2.8</b>	Coefficientes de ponderação das ações e de resistência para ações gravitacionais atuando com ação do vento.....	41
<b>Tabela 2.9</b>	Variações de $\beta$ para valores típicos de $\phi$ ( $\bar{R}/R_n = 1,10$ e $V_R = 0,15$ ).....	43
<b>Tabela 2.10</b>	Valores de $\beta$ para um dado $\phi$ , $\bar{R}/R_n$ , $V_R$ e $L/D$ , segundo Galambos e outros, (1982).....	43
<b>Tabela 3.1</b>	Coefficientes de variação resultante da variabilidade das dimensões do perfil.....	49
<b>Tabela 3.2</b>	Resumo do anexo D da NBR 8800.....	51
<b>Tabela 4.1</b>	Índice de confiabilidade alvo e o alcançado após nova simulação de verificação	71
<b>Tabela 4.2</b>	Coefficientes de resistência para três níveis de confiabilidade alvo.....	79
<b>Tabela 4.3</b>	Valores sugeridos para os Cossenos Diretores.....	83
<b>Tabela 4.4</b>	Valores dos Cossenos Diretores Normalizados.....	83

## LISTA DE SÍMBOLOS

### I – LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

$A_g$	área da seção transversal
$C_b$	coeficiente de majoração do $M_{cr}$
$C_z$	matriz dos coeficientes de correlação
$C_f$	covariância dos pontos no domínio de falha
$D_f$	domínio de falha
$D_s$	domínio de segurança
$\bar{D}_z^*$	operador
$D_n$	carga permanente
$E$	módulo de elasticidade transversal do aço
$E(X)$	esperança matemática de $X$
$E_n$	carga de terremoto
$F$	variação das propriedades da seção transversal
$I_t$	momento de inércia a torção
$I(\bar{x})$	função indicadora do vetor $\bar{x}$
$I_w(\bar{x})$	função indicadora da função de amostragem do vetor $\bar{x}$
$L_b$	distância entre contenção lateral.
$L_n$	sobrecarga
$L_z$	matriz triangular inferior de Choleski
$M$	variação do material
$M_n(\bar{X}_k)$	momento resistente nominal do vetor $\bar{X}_k$
$M(\bar{X})$	momento resistente do vetor de variáveis aleatórias do vetor $\bar{X}$

$M_d(\bar{X}_k)$	momento resistente de cálculo do vetor $\bar{X}_k$
$M_{cr}$	momento limite da região elástica
$M_{pl}$	momento plástico
$N_a$	área da seção líquida
$P$	variação do modelo.
$P_x$	função de probabilidade acumulada
$P_f$	probabilidade de falha
$\hat{P}_f$	estimador da probabilidade de falha
$Q_n$	efeito da ação nominal
$R_n$	resistência nominal
$\bar{R}$	resistência média
$S$	combinação dos efeitos das ações
$S_n$	cargas de neve
$T$	período de referência.
$V_R$	coeficiente de variação da resistência
$V_x$	coeficiente de variação do efeito da ação
$W$	módulo elástico da seção
$W_n$	cargas de vento
$W_x$	módulo resistente elástico no eixo x
$\bar{X}$	média do efeito da ação
$X_n$	valor nominal do efeito da ação
$X$	vetor das variáveis aleatórias no espaço original
$\bar{X}_k$	vetor dos valores nominais das variáveis
$Z$	vetor das variáveis aleatórias no espaço gaussiano padrão
$Z_x$	módulo plástico no eixo x

## II – LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

$b_f$	largura da mesa
$d$	altura do perfil
$f_r$	tensão residual do aço
$f_u$	tensão última do aço
$f_y$	tensão de escoamento do aço
$p_j$	peso relativo
$p_w(\bar{x})$	função de amostragem de densidade de probabilidade
$p_x(\bar{x})$	função conjunta de densidade de probabilidade da variável $x$
$r_y$	raio de giração no eixo $y$
$t_f$	espessura da mesa
$t_w$	espessura da alma
$x$	valor particular assumido por $X$
$x^*$	ponto de projeto no espaço original
$\bar{x}^*$	coordenadas do ponto de projeto associado ao $\beta'$ no espaço original
$z$	valor particular assumido por $Z$
$z^*$	ponto de projeto no espaço gaussiano padrão
$\bar{z}^*$	coordenadas do ponto de projeto associado ao $\beta'$ no espaço gaussiano padrão
$\bar{z}^*_{IFM}$	vetor do valor esperado do domínio de falha no espaço gaussiano padrão

## III – LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

$\Phi$	função de probabilidade acumulada normal padrão
$\Sigma$	somatório

#### IV – LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

$\bar{\alpha}$	vetor dos cossenos diretores
$\beta$	índice de confiabilidade
$\beta'$	índice de confiabilidade alvo
$\beta_1, \beta_2$	parâmetro para o cálculo do $M_{cr}$ na FLT, conforme NBR8800
$\gamma$	coeficiente de ponderação das ações
$\gamma_D$	coeficientes de ponderação da ação permanente
$\gamma_E$	coeficientes de ponderação da ação de terremoto
$\gamma_L$	coeficientes de ponderação da ação variável
$\gamma_S$	coeficientes de ponderação da ação de neve
$\gamma_W$	coeficientes de ponderação da ação da vento
$\delta_{Pf}$	coeficiente de variação da probabilidade de falha
$\hat{\delta}_{Pf}$	estimador do coeficiente de variação da probabilidade de falha
$\lambda$	parâmetro de esbeltez
$\mu_f$	média dos pontos no domínio de falha
$\lambda_p$	limite de esbeltez para a região plástica
$\lambda_r$	limite de esbeltez para a região elástica
$\phi$	coeficiente de resistência
$\phi'_{global}$	coeficiente de resistência associado ao $\beta'$
$\Psi$	fator de probabilidade de combinação

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

nva	número de variáveis aleatórias
n <sub>si</sub>	número de simulações
f <sub>el</sub>	função de estado limite
COV	Coefficiente de Variação
FDP	Função de Densidade de Probabilidade
FPA	Função de Probabilidade Acumulada
FORM	First Order Reliability Method
FLT	Flambagem Lateral por Torção
FLM	Flambagem Local da Mesa
FLA	Flambagem Local da Alma
FS	Fator de Segurança.
IFM	Iterative Fast Monte Carlo
LRFD	Load and Resistance Factor Design
NBR	Norma Brasileira Registrada
SORM	Second Order Reliability Method
VA	Variável Aleatória

## LISTA DE MODOS DE FALHAS ANALISADOS

- Modo de Falha 1 - Colapso plástico
- Modo de Falha 2 - Flambagem Lateral por Torção  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$
- Modo de Falha 3 - Flambagem Lateral por Torção  $\lambda > \lambda_r$
- Modo de Falha 4 - Flambagem Local da Alma  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$
- Modo de Falha 5 - Flambagem Local da Alma  $\lambda > \lambda_r$
- Modo de Falha 6 - Flambagem Local da Mesa  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$
- Modo de Falha 7 - Flambagem Local da Mesa  $\lambda > \lambda_r$

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia para uniformizar a confiabilidade, no domínio de um estado limite, através da adoção de procedimentos de correção dos conhecidos coeficientes de resistência. São apresentados os métodos de confiabilidade estrutural. O método de simulação numérica de Monte Carlo com amostragem por importância adaptativa é apresentado em detalhe. Como introdução teórica aos problema da confiabilidade em normas, é apresentada uma revisão da metodologia vigente para a determinação dos coeficientes de segurança atualmente utilizados. É mostrada uma análise da variabilidade da confiabilidade para um mesmo estado limite. É apresentada a variação da confiabilidade para o estado limite de flexão, para perfis “I” soldado, segundo a Norma Brasileira de Estruturas Metálicas, NBR 8800.

## **ABSTRACT**

This study presents a methodology towards a uniform reliability in a limit state domain by adopting correction procedures for the strength factors. Structural reliability methods are presented. Monte Carlo numerical simulation method with adaptive importance sampling is also detailed. Current methodology to determine safety factors is reviewed in order to provide a theoretical basis on reliability problems. The variation on the reliability for the same limit state is analysed. This variation on the reliability is presented for “I” cross sections in a flexure limit state, according to the brazilian code for steel structures (NBR 8800).

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 - GENERALIDADES

A maioria dos projetos e cálculos dos sistemas de engenharia estrutural podem ser bem sucedidos sem o conhecimento completo das informações; conseqüentemente, a garantia de desempenho raramente é perfeita. Além disso, muitas decisões requeridas durante o processo de projeto e cálculo são tomadas, invariavelmente, sob condições de incertezas. Portanto, há sempre alguma probabilidade de falha ou mau desempenho associado às suas conseqüências adversas; assim o risco será sempre inevitável. Sob tais condições, não é viável, (prática ou economicamente), garantir segurança total ou desempenho absoluto das estruturas de engenharia. [Freudenthal, (1947)].

O critério de dimensionamento estrutural que dominou a maioria do século vinte foi o das tensões admissíveis. Segundo análise de Freudenthal, (1947), este critério teve origem na metade do século anterior, quando os princípios de métodos viáveis de análise elástica-linear foram formulados, o que levou convenientemente ao cálculo de tensões.

No critério das tensões admissíveis a estrutura é investigada sob ações de trabalho (nominais), impondo-se que a tensão admissível não seja excedida. As ações de trabalho são as máximas ações esperadas para o tempo de vida útil da estrutura. As tensões resultantes são calculadas admitindo-se um comportamento elástico-linear. A tensão admissível é uma fração de alguma tensão limitante, tal como a tensão de escoamento ou a tensão crítica de flambagem.

Considera-se que o método em tensões admissíveis dá pouca informação sobre a capacidade real da estrutura. Para diferentes tipos de estruturas, a relação da ação limitante baseada em tensões admissíveis para a resistência última é variável. Isto é especialmente

verdade para estruturas indeterminadas estaticamente. Para muitas estruturas (por exemplo, estruturas de concreto armado), a suposição de linearidade entre tensões e deformações, esforços e ações, não é muito realista até mesmo sob níveis de ações de trabalho, [Castro, (1997)]. Ficou evidente para os pesquisadores que o método das tensões admissíveis não foi uma ferramenta de cálculo muito econômica. Pesquisadores começaram então a perceber a possibilidade de quantificar as incertezas, que são a base dos fatores de segurança, usando a teoria de probabilidade e estatística.

A idéia de que as variáveis ação e resistência são quantidades aleatórias tem sido aceita pelos engenheiros estruturais, e é a base para a aceitação do conceito de fatores de segurança. Com isso, resulta que a segurança vem expressa por coeficientes parciais de segurança que atuam sobre cada variável aleatória.

É importante ressaltar ainda que o método dos coeficientes parciais é a ferramenta utilizada para a aplicação do princípio dos estados limites. Neste procedimento, os estados limites de cada projeto específico são verificados com a aplicação de coeficientes de cálculo individuais a cada variável do problema (coeficientes parciais).

A maiorias das normas vigentes atualmente estão baseadas no método dos estados limites e os conceitos fundamentais, suposições e metodologias básicas das normas, segundo Galambos e outros, (1982), podem ser sumarizados como a seguir:

1. O formato do critério de cálculo é:

$$\phi_i R_{ni} \geq \sum \gamma_j Q_{nj} \quad (1.1)$$

para  $i$  estados limites e para  $j$  combinações de carga

onde:

$\phi$  é o coeficiente de resistência

$R_n$  é a resistência nominal

$\gamma$  é o coeficiente de ponderação das ações

$Q_n$  é o efeito da ação nominal

A capacidade última  $R_n$  é reduzida pelo coeficiente de resistência  $\phi$ , enquanto que os efeitos das ações especificadas em norma são amplificadas pelos coeficientes de ponderação  $\gamma$ .

2. As especificações em estados limites reconhecem que as ações, bem como seus efeitos, e as resistências são todas quantidades aleatórias cujos valores reais são conhecidos somente através da distribuição de probabilidade das quantidades aleatórias individuais em que consistem suas partes componentes. É usado métodos de confiabilidade de primeira ordem ou métodos de confiabilidade de segunda ordem, onde estes forem apropriados, para desenvolver os coeficientes de resistência  $\phi$ , dando confiabilidades aproximadamente uniformes em todo o domínio de cálculo.
3. O objetivo central é que os índices de confiabilidade resultem aproximadamente iguais àqueles das especificações anteriores em tensões admissíveis.
4. Para evitar excessivas complicações no cálculo, o número de coeficientes de resistência é conservado relativamente pequeno.
5. Os coeficientes de ponderação das ações, as ações propriamente ditas e suas combinações, devem ser indicadas em norma de ações e segurança para serem utilizadas nos cálculos com as novas normas em estados limites.
6. Os critérios de projeto são baseados nos estados limites alcançados pelos elementos estruturais (uma viga, pilar, solda individual, parafuso, metal base ou ligação), ligações (parafusos ou soldas) geralmente têm um maior índice de confiabilidade do que as barras, para forçar a falha nos elementos (caráter dúctil) e não na ligação (caráter frágil).
7. Não é feita distinção quanto às conseqüências de falha. Não há qualquer consideração explícita dada à estrutura como um todo.

Os coeficientes de ponderação das ações foram desenvolvidos por calibração, usando métodos analíticos para o cálculo da confiabilidade, [Ellingwood e outros, (1982)], para casos

padrões de estruturas determinadas estaticamente, calculadas pelas então correntes especificações estruturais para aço, concreto armado e protendido, madeira, alumínio e estruturas de alvenaria, buscando um produto final com aproximadamente a mesma confiabilidade. Os coeficientes de cálculo foram desenvolvidos para um tempo de vida útil de 50 anos.

Um dos objetivos anunciados do cálculo probabilístico é a igualdade da confiabilidade de todas as estruturas e elementos. Este objetivo não tem sido completamente alcançado. [Ellingwood e outros, (1982)], observam que o índice de confiabilidade de elementos fletidos pode variar de 2,5 a 3,5, que é a ordem de magnitude de variação na probabilidade de exceder um estado limite. A razão para esta variação é um único valor do coeficiente de resistência (por exemplo  $\phi = 0,90$  para a maioria das normas) que é usado para todos os elementos sob flexão, independentes do tipo de estado limite.

## 1.2 - OBJETIVO DO TRABALHO

Este trabalho tem por objetivo abordar o tema de confiabilidade estrutural, fazendo uma análise qualitativa da variabilidade da confiabilidade para um mesmo critério de dimensionamento (função de estado limite). Também é objetivo do trabalho apresentar uma metodologia prática para a uniformização da confiabilidade, permitindo o cálculo do coeficiente de resistência  $\phi$  em função de um índice de confiabilidade preestabelecido, sendo para isso utilizadas técnicas de simulação numérica.

## 1.3 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em 5 capítulos, dos quais esta introdução é o primeiro.

O **capítulo 2** está dividido em duas partes. Na primeira é dada uma visão sobre os métodos de confiabilidade estrutural empregadas neste trabalho, assim como o esquema proposto para a abordagem do problema. O método de simulação numérica de Monte Carlo

com Amostragem por Importância Adaptativa é descrito a fim de fornecer uma base teórica, método esse utilizado nesse trabalho para a análise da confiabilidade. Na segunda parte desse capítulo é apresentado uma introdução teórica ao problema, com uma revisão da metodologia vigente para a determinação dos coeficientes de segurança atualmente utilizados, mostrando-se que tais coeficientes são meramente calibrados pelo método das tensões admissíveis, não levando-se em conta um peso diferente para cada variável aleatória em função de sua importância no dimensionamento .

No **capítulo 3** são apresentados os resultados de estudos realizados com o objetivo de verificar os níveis de confiabilidade associados a uma particular função de estado limite. Estudou-se neste trabalho o estado limite último de flexão para vigas metálicas, segundo a Norma Brasileira NBR8800 "Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios". Os resultados são apresentados através de gráficos das variações do índice de confiabilidade ( $\beta$ ) em função do índice de esbeltes ( $L_b/r_y$ ), para um conjunto de perfis de aço tipo viga soldada (VS), levando-se em conta a distância entre contenções transversais. Com isso, abrangem-se todas as situações possíveis na determinação do momento resistente à flexão. A estimativa do índice de confiabilidade, em cada caso, foi obtida por meio do método de Monte Carlo com Amostragem por Importância Adaptativa.

No **capítulo 4** é proposto o uso de valores que expressem a importância relativa de cada variáveis envolvida no dimensionamento, impondo um peso diferenciado a cada uma, em função de sua importância no projeto, visando alcançar a uniformidade da confiabilidade para uma mesma função de estado limite. Os resultados são apresentados através de gráficos com os valores que deveria assumir o coeficiente de minoração da resistência  $\phi$  para manter a uniformidade em três níveis distintos de confiabilidade. É mostrada também a variação de importância de cada variável aleatória no dimensionamento, para diversos valores do índice de esbeltes, e para cada modo de falha existente na flexão. Por fim é proposta uma tabela, onde condensam-se os diferentes pesos de cada variável aleatória para todo o conjunto de perfis analisados, apresentando um alternativa para a determinação do coeficiente de resistência  $\phi$  para qualquer nível de confiabilidade preestabelecido, utilizando a metodologia apresentada.

O **capítulo 5** apresenta os comentários finais deste trabalho, bem como sugestões para continuação desse estudo.

No **anexo A** são mostrados gráficos dos valores da medida de sensibilidade de cada variável aleatória, separados pelos modos de falha existentes no estado limite último de flexão.

No **anexo B** estão apresentados os resultados das simulações mostrando a variação do coeficiente de resistência para os índices de confiabilidade 2,0 e 3,0 respectivamente.

Finalmente no **anexo C** é apresentada uma tabela das propriedades geométricas dos perfis I soldados VS, utilizados nesse trabalho.

## **2 ABORDAGEM DO TEMA**

Este capítulo está dividido em duas partes. Na primeira é dada uma revisão sobre os métodos de confiabilidade estrutural empregado neste trabalho, assim como o esquema proposto para a abordagem do problema. Na segunda parte é apresentada uma introdução teórica ao problema, com uma revisão da metodologia vigente para a determinação dos coeficientes de segurança atualmente utilizados.

### **2.1 ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE ESTRUTURAS**

#### **2.1.1 Generalidades**

No projeto estrutural, o principal objetivo está no dimensionamento de estruturas que atendam ao mesmo tempo requisitos de segurança e de economia. Muitas vezes, os requisitos de segurança não são quantificados convenientemente, diferentemente dos requisitos de economia, não sendo raro encontrarem-se estruturas econômicas, mas pouco seguras, assim como estruturas muito seguras, mas pouco econômicas.

O termo confiabilidade estrutural é geralmente empregado para designar a medida de segurança de determinado sistema estrutural frente a um determinado desempenho esperado. Alternativamente, a confiabilidade pode ser entendida como a propensão de determinado sistema em não violar um estado limite, quer seja por falha ou por não atender a seu desempenho esperado. Obviamente, a confiabilidade estrutural está relacionada com as variáveis que descrevem o sistema estrutural, e mais precisamente com a variabilidade das mesmas. Particularmente, esta variabilidade está presente nos sistemas estruturais sob a forma

de incertezas. Estas incertezas podem ser divididas nos seguintes tipos, segundo Melchers, (1989).

- **Incertezas físicas:** geralmente presentes nas avaliações de dimensões, valores de ações, valores de propriedades de materiais, etc;
- **Incertezas estatísticas:** provenientes da limitação das descrições estatísticas das variáveis baseadas em interferências sobre amostras finitas da população;
- **Incertezas devido a fatores humanos:** provenientes de ação do homem, quer seja intencional ou não;
- **Incertezas fenomenológicas:** provenientes da existência de eventos não previsíveis ou levados em consideração; [Riera e Rocha, (1996)].
- **Incertezas de modelo:** provenientes das simplificações e limitações da previsão do comportamento estrutural através de modelos matemáticos; [De Menezes, (1992)].

É certo que nem todas as incertezas levantadas anteriormente podem ser levadas em conta prontamente numa análise, de forma que fala-se em confiabilidade “formal”, ou seja, uma confiabilidade condicionada à quantidade de incertezas adotada. Portanto, esta confiabilidade “formal” não é “exata”, fazendo apenas sentido comparações entre confiabilidades de sistemas sujeitas aos mesmos tipos de incertezas. Desta forma, a avaliação da confiabilidade estrutural surge como ferramenta de comparação entre procedimentos existentes de projeto estrutural, servindo também para a avaliação da validade de regras de projeto estabelecidas em códigos.

### 2.1.2 Formulação

Nos métodos de avaliação de confiabilidade, a falha é representada matematicamente por meio de funções de estado limite ( $f_d$ ) envolvendo um vetor de parâmetros de projeto

$X = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ . Tal vetor contém os parâmetros das variáveis aleatórias que definem

ações, propriedades dos material, dimensões das seções, etc. Um ponto no espaço amostral n-dimensional de variáveis básicas ou variáveis de projeto correspondente a  $\mathbf{X}$  (maiúsculo) é denominado  $\mathbf{x}$  (minúsculo), e é caracterizada pelos vários estados que pode assumir. Sendo a variável aleatória, a ocorrência de um estado particular desta não pode ser previsto. No entanto, pode-se afirmar que um estado particular desta variável pode ocorrer em uma determinada proporção em relação aos demais estados possíveis, ou que um estado particular pode ocorrer com uma determinada probabilidade.

Um modo de falha é definido como um modelo físico que descreve uma falha estrutural, atribuída a uma causa mecânica definida de maneira única. Cada modo de falha i pode ser representado - analiticamente ou na forma de um algoritmo - por sua própria  $f_{ei}$ , definindo hiper-superfícies no espaço de projeto, denominadas superfícies de falha. Para se calcular a probabilidade de falha deve-se formular uma função de estado limite  $f_{ei}(\bar{\mathbf{X}})$ , e tal que:

$$f_{ei}(\bar{\mathbf{X}}) > 0 \quad (2.1)$$

implique em não-falha.

Uma função de estado limite como  $f_{ei}(\bar{\mathbf{X}})$  separa o espaço amostral em duas regiões: uma de *segurança* ( $D_s$ ) e outra de *falha* ( $D_f$ ). Se  $f_{ei}(\bar{\mathbf{X}}) \geq 0$ , isto corresponde a um ponto da região de segurança, e se  $f_{ei}(\bar{\mathbf{X}}) < 0$ , isto corresponde a um ponto da região de falha.

O problema básico da análise de confiabilidade pode então ser formulado como a estimativa de uma propensão à falha,  $P_f$ , tal que:

$$P_f = \text{Prob} \{D_f\} = \text{Prob} \{f_{ei}(\bar{\mathbf{X}}) \leq 0\} \quad (2.2)$$

onde  $D_f$  é definido como domínio de falha, isto é, o conjunto de todos os valores que as variáveis de projeto podem assumir e que levam a falha da estrutura.

O problema pode ser resolvido uma vez que estejam disponíveis as propriedades de todas as variáveis de projeto. Esta informação estatística é condensada em uma função conjunta de densidade de probabilidade, assim:

$$P_f = \int_{D_f} p_X(\bar{x}) d\bar{x} \quad (2.3)$$

Considerando um problema resistência-solicitação, a probabilidade de falha pode ser formulada em termos de margem de segurança,  $M = R - S$ . Onde R e S são variáveis aleatórias correspondente a resistência e a solicitação respectivamente, assim M também é uma variável aleatória com correspondente função de densidade probabilidade  $p_M(\bar{m})$ . Neste caso, a falha é o evento ( $M < 0$ ), e assim a probabilidade de falha é:

$$P_f = \int_{D_f} p_M(\bar{m}) d\bar{m} \quad (2.4)$$

Considerando que as variáveis aleatórias da resistência R e da solicitação S sejam normais,  $N(\mu_R; \sigma_R)$  e  $N(\mu_S; \sigma_S)$ , a distribuição de probabilidade da margem de segurança  $M = R - S$  é também normal  $N(\mu_M; \sigma_M)$ , em que:

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (2.5)$$

e, para R e S estatisticamente independentes,

$$\sigma_M = \sigma^2_R - \sigma^2_S \quad (2.6)$$

onde  $\sigma_M$ ,  $\sigma_R$  e  $\sigma_S$  são os desvios padrão da margem de segurança, resistência e solicitação, respectivamente. Além disso,  $(M - \mu_M) / \sigma_M$  é  $N(0;1)$ . Então a equação 2.3 resulta:

$$P_f = f_M(0) = \Phi\left(\frac{-\mu_M}{\sigma_M}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \quad (2.7)$$

Pode-se representar que a confiabilidade é uma função da relação  $\mu_M/\sigma_M$ , que é a margem de segurança expressa em termos de  $\sigma_M$  e pode ser chamado de índice de confiabilidade ou índice de segurança e denominado  $\beta$ . Para o presente exemplo, tem-se:

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 - \sigma_S^2}} \quad (2.8)$$

logo a probabilidade de falha é:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (2.9)$$

onde  $\Phi$  é a função de probabilidade acumulada normal padrão. Este índice proporciona uma alternativa adicional a  $P_f$  como medida da segurança do sistema, e é inclusive mais conveniente, pois enquanto  $P_f$  varia entre  $10^{-1}$  e  $10^{-9}$  na maioria dos problemas estruturais,  $\beta$  varia entre 1 e 6.

O produto de  $p_x(\bar{x})dx$  fornece a probabilidade de que o valor da variável aleatória contínua  $X$  esteja entre dois valores  $x$  e  $x + dx$ . A probabilidade de que  $X$  assuma um valor particular de  $x$  é nula. A função de densidade de probabilidade, FDP, descreve a distribuição de  $X$  ao longo de todos os valores que  $X$  pode assumir:

$$P(x \leq X \leq x + dx) = \int_x^{x+dx} p_x(x)dx \quad (2.10)$$

Já a função de probabilidade acumulada, FPA, é uma função  $P_x(\bar{x})$  que fornece a probabilidade de que o valor da variável  $X$  seja menor ou igual a um determinado valor  $x$ .

$$P(X \leq x) = P_x(x) = \int_{-\infty}^x p_x(x)dx \quad (2.11)$$

Na década passada foram desenvolvidos muitos métodos de cálculo para solucionar a integral multidimensional dada na equação 2.3 [Schueller and Stix, 1987]. Contudo não é

conhecida até o presente solução geral alguma em forma fechada, o que se deve principalmente à complexidade do domínio de integração.

Freqüentemente as informações dos dados disponíveis podem ser suficientes apenas para estimar os primeiros e segundos momentos, isto é, os valores médios e as variâncias das respectivas variáveis aleatórias e, talvez as covariâncias entre pares de variáveis. Medidas práticas de segurança e confiabilidade, portanto, devem ser limitadas a funções destes primeiros momentos. Sob esta condição, a implementação de conceitos de confiabilidade deve, necessariamente, ser limitada à formulação baseada nos primeiros e segundos momentos das variáveis aleatórias, ou seja, restrita à formulação de segundo momento, [Cornell, (1969)] e [Ang e Cornell, (1974)]. Pode ser enfatizado que a aproximação de segundo momento é consistente também com a representação normal equivalente de distribuição não normais.

Com a aproximação de segundo momento, a confiabilidade pode ser inteiramente medida com uma função dos primeiros e segundos momentos das variáveis de cálculo, isto é, o índice de confiabilidade,  $\beta$ , quando não houver informações das distribuições de probabilidade.

Como solução aproximada surge o método de confiabilidade de primeira ordem (First Order Reliability Method – FORM), [Ang e Tang, (1975)], que consiste em linearizar a função de estado limite em torno de um ponto adequado, obtendo uma aproximação para a equação 2.3. O ponto mais adequado para a linearização é o próprio ponto de projeto ou ponto com maior probabilidade de falha, em torno do qual está o maior conteúdo de probabilidades da função de densidade conjunto, no domínio de falha. O método calcula o ponto  $x^*$  tal que  $f_{ei}(\bar{X}^*)=0$  e cuja distância à origem do espaço n-dimensional seja mínimo, para cada problema em particular. O ponto  $x^*$  contém os valores de projeto no limite das regiões de segurança e de falha.

Introduzindo-se o conjunto de variáveis reduzidas não correlacionadas, isto é, o espaço gaussiano padrão, [Freudenthal, (1956)]:

$$Z_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (2.12)$$

logo, o domínio seguro e o domínio de falha podem ser interpretados no espaço reduzido das variáveis acima, separados pela equação estado limite apropriada. No caso de duas variáveis, esta deverá ser como mostrado na Fig. 2.1.

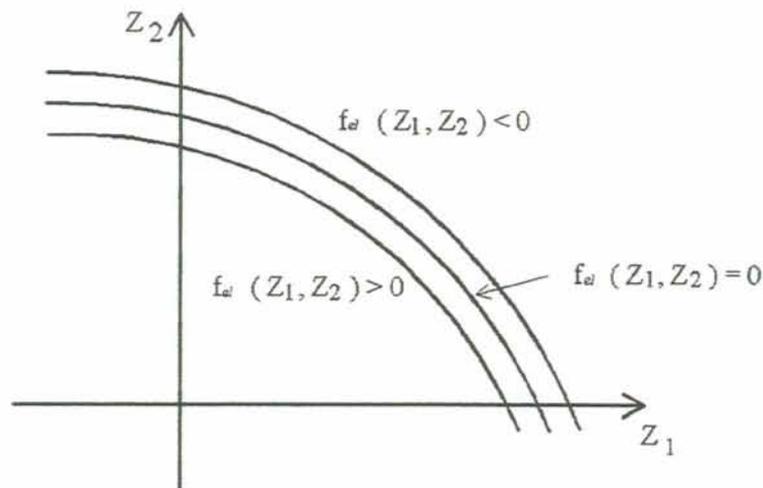


FIGURA 2.1 – Domínio seguro e de falha na espaço gaussiano padrão, num espaço bi-dimensional

Pode-se observar na Fig. 2.1 que quando a superfície estado limite  $f_{el}(\bar{Z}) = 0$ , se afasta ou se aproxima da origem, a região segura,  $f_{el}(\bar{Z}) > 0$ , aumenta ou diminui. Portanto, a posição da superfície de falha em relação à origem das variáveis reduzidas, determinará a segurança ou a confiabilidade do sistema. A posição da superfície de falha pode ser representada pela distância mínima da superfície de falha,  $f_{el}(\bar{Z}) = 0$ , à origem das variáveis reduzidas, [Hasofer e Lind, (1974)] e [Ditlevsen, (1979)]. De fato Shinozuka, (1983), mostrou que o ponto na superfície de falha (ou estado limite), no espaço gaussiano padrão, com mínima distância da origem é o ponto mais provável de falha, ilustrado na Fig. 2.2. Assim, com algum sentido aproximado, esta distância ( $\beta$ ) pode ser usada como medida de

confiabilidade. A distância mínima requerida pode ser determinada com segue. A distância de um ponto  $\vec{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ , na superfície de falha  $f_{cl}(\vec{z}) = 0$  à origem é:

$$\beta = (\vec{z}^T \vec{z})^{1/2} \quad (2.13)$$

O ponto na superfície de falha,  $\vec{z} = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ , tendo a mínima distância da origem pode ser determinado pela minimização da expressão 2.14, sujeita à limitação  $f_{cl}(\vec{z}) = 0$ . Assim, matematicamente, o problema fica expresso como:

$$\begin{aligned} &\text{Minimiza } \beta \\ &\text{Sujeito a } f_{cl}(\vec{z}) = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

A mínima distância da origem é o ponto de máxima verossimilhança, denominado ponto de projeto, ou ponto mais provável de falha,  $\vec{z}^*$ , considerando que as variáveis são gaussianas e não correlacionadas. Shinozuka, (1983) mostra que tal ponto pode ser dado pela expressão 2.15, onde define-se  $\beta_0$  como a mínima distância da origem a superfície de falha, como mostra a Fig 2.2 para um problema envolvendo duas variáveis aleatórias.

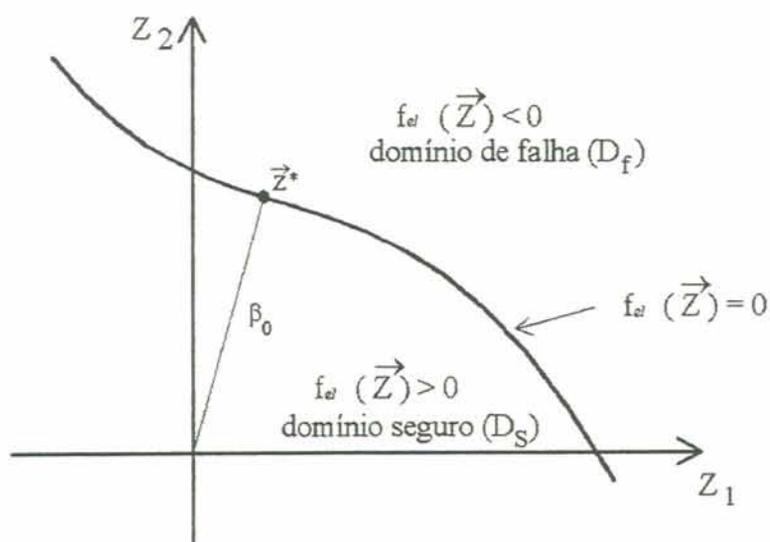


FIGURA 2.2 – Exemplo de função de estado limite e domínio de falha e não-falha, num espaço bi-dimensional.

O ponto mais provável de falha,  $\bar{z}^*$  pode ser expresso pela equação 2.15:

$$\bar{z}^* = \beta_0 \bar{\alpha} \quad (2.15)$$

em que  $\bar{\alpha}$  é o vetor dos cossenos diretores ao longo de  $\bar{z}^*$ .

$$\bar{\alpha} = \frac{-\bar{D}_z^*}{(\bar{D}_z^{*\top} \cdot \bar{D}_z^*)^{1/2}} \quad (2.16)$$

onde o operador  $\bar{D}_z^*$  é dado por:

$$\bar{D}_z^* = \frac{\partial f_{el}(\bar{z}^*)}{\partial \bar{z}} \quad (2.17)$$

A representação de que o ponto  $\bar{x}^*$  é o ponto de máxima probabilidade, isto é, o ponto onde a função de estado limite é minimizada, é derivada das considerações de que as componentes do vetor  $\bar{x}^*$  sejam independentes um das outras e com distribuição de probabilidade gaussiana. Entretanto, algumas ou todas as componentes de  $\bar{x}^*$  são não-gaussianas e correlacionadas. Assim pode ser feita as transformações das coordenadas do ponto  $\bar{x}^*$  para o espaço das variáveis reduzidas ou espaço gaussiano padrão  $\bar{z}^*$  através das expressões 2.18 e 2.19.

$$z_i^* = L_z^{-1} \cdot z_i' \quad i=1, \dots, nva \quad (2.18)$$

onde:

$$z_i' = \Phi^{-1}[P_{x_i}(x_i^*)] \quad i=1, \dots, nva \quad (2.19)$$

sendo:

$$C_z = L_z \cdot L_z^T \quad (2.20)$$

onde:

nva : número de variáveis aleatórias

$C_z$  : matriz dos coeficientes de correlação

$P_x$  : função de probabilidade acumulada

$L_z$  : matriz triangular inferior de Choleski

$z^*$  : vetor das coordenadas do ponto de projeto no espaço gaussiano padrão

Consequentemente, a rotação do vetor do ponto de projeto  $\bar{z}^*$  para o espaço original das variáveis é dado pelas expressões 2.21 e 2.22.

$$x_i^* = P_{x_i}^{-1}[\Phi(z_i^*)] \quad (2.21)$$

onde:

$$z_i^* = L_z \cdot z_i \quad (2.22)$$

O ponto de projeto no espaço original pode ser visualizado na Fig. 2.3 para o caso onde tem-se duas variáveis aleatórias, e na Fig 2.3(a) é mostrado o ponto de projeto no espaço gaussiano padrão.

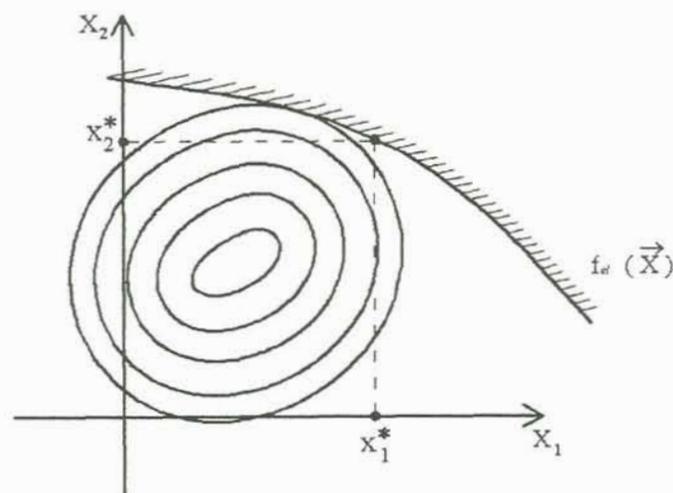


FIGURA 2.3 – Coordenadas no ponto de projeto no espaço original – caso de duas variáveis aleatórias.

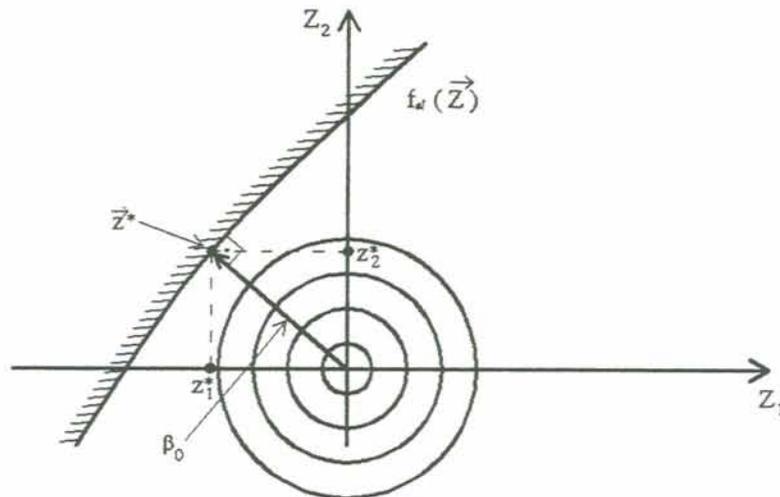


FIGURA 2.3 (a) – Coordenadas no ponto de projeto no espaço gaussiano padrão

### 2.1.3 Simulação de Monte Carlo

#### 2.1.3.1 Introdução

Na década passada os métodos de confiabilidade de primeira e segunda ordem (FORM / SORM) foram desenvolvidos para estimar a confiabilidade de sistemas estruturais. Esses métodos são usualmente eficientes, mas não são aplicáveis a todos os problemas. Eles necessitam que o usuário defina uma função de estado limite (positiva se e somente se a estrutura é segura) que é diferenciável. Eles trabalham somente com variáveis aleatórias contínuas. Já os métodos de simulação são usualmente menos eficientes, mas eles podem ser usados para quase todos os problemas e para qualquer nível desejável de precisão. Denominou-se Simulação de Monte Carlo a geração e o uso de números aleatórios, sendo que a precisão dos resultados depende da qualidade da variável aleatória gerada.

#### 2.1.3.2 Formulação

A técnica de simulação de Monte Carlo é desenvolvida através da simulação e observação de um grande número de experimentos gerados artificialmente. O método consiste na geração de números aleatórios, com distribuição uniforme, nos limites de  $[0,1]$  e na utilização da forma inversa da função de distribuição acumulada da variável de projeto. Assim

no processo de simulação há a geração de diversas amostras aleatórias das variáveis envolvidas no experimento e a correspondente avaliação da função de estado limite. Os resultados dependem da amostra utilizada, ou seja, da qualidade dos números aleatórios utilizados na simulação [Bourgund e Bucher (1986)]. A geração de números aleatórios com uma distribuição e correlação prescritas constitui-se numa parte importante do processo da simulação.

Métodos de Monte Carlo, como já mencionado, são métodos de simulação que fazem uso de números aleatórios. Sua aplicação na solução da equação 2.3 é possível através da definição de uma função indicadora  $I(\bar{x})$  como:

$$I(\bar{x}) = \begin{cases} 0, & f_{el}(\bar{X}) \leq 0 \\ 1, & f_{el}(\bar{X}) > 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

Consequentemente:

$$P_f = \int_{\text{todo } X} I(\bar{x}) p_x(\bar{x}) dx = E\{I(\bar{x})\} \quad (2.24)$$

onde  $E\{\}$  é o operador do valor esperado.

A técnica convencional de Monte Carlo fornece um estimador  $\hat{P}_f$  a partir de  $n_{si}$  simulações  $\bar{x}_i$  do vetor de parâmetros de projeto, com os quais se calculam amostras da função indicadora,  $I_i = I(\bar{x}_i)$ , e logo:

$$\hat{P}_f = \frac{1}{n_{si}} \sum_{i=1}^{n_{si}} I_i \quad (2.25)$$

sendo  $n_{si}$  = número de simulações.

De maneira semelhante, o coeficiente de variação de  $P_f$  pode ser estimado através de:

$$\hat{\delta}_{P_f} = \frac{1}{n_{si} \hat{P}_f} \sqrt{n_{si} (\hat{P}_f - \hat{P}_f^2)} \quad (2.26)$$

Assim, de forma geral, a simulação de Monte Carlo consiste em:

1. gerar  $n_{si}$  amostras de  $\bar{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{n_{si}}]$  a partir de  $p_x(\bar{x})$ ;
2. verificar a ocorrência de falha ou não para cada amostra, através de  $I(\bar{x})$ ;
3. estimar a probabilidade de falha através de 2.25.
4. verificar o erro estatístico de  $P_f$  com 2.26.

Os problemas estruturais usualmente são caracterizados por uma baixa probabilidade de falha. Isto significa que um número muito grande de simulações tem que ser realizado para se gerem alguns pontos no domínio de falha, o que leva a uma grande variância do resultado e um maior custo na avaliação da  $f_{ei}$ . A redução do número de simulações necessárias para se obter precisão nos resultados pode ser conseguida utilizando as diferentes técnicas desenvolvidas nas últimas décadas, entre elas a amostragem por importância, variáveis antitéticas, partição do hiper-espaço entre outras.

#### 2.1.4 Simulação de Monte Carlo com Amostragem por Importância

Como uma poderosa ferramenta para a redução da variância do resultado da simulação, surge a técnica de amostragem por importância. A idéia básica do método consiste em concentrar a distribuição dos pontos da amostra no domínio de interesse, ou seja, no domínio de falha  $D_f$ .

As técnicas de amostragem por importância têm sido objeto de estudo nos últimos anos, tais como os estudos de Bourgund e Bucher, (1986). Tais técnicas estão entre as mais importantes e eficientes para diminuir o número de simulações e/ou reduzir a variância dos resultados. Para isso faz-se uso de uma função de densidade de probabilidade auxiliar  $p_w(\bar{x})$ ,

critériosamente escolhida e denominada *função de amostragem*. A equação 2.3 pode ser rescrita como:

$$P_f = \int_{\text{todo } X} I_w(\bar{x}) p_w(\bar{x}) dx \quad (2.27)$$

onde:

$$I_w(\bar{x}) = \frac{p_x(\bar{x})}{p_w(\bar{x})} I(\bar{x}) \quad (2.28)$$

em que  $X$  corresponde agora à densidade  $p_w(\bar{x})$ . Essa nova função indicadora é ponderada conforme a importância do ponto de amostragem.

A maior contribuição para a integral da equação 2.27 provêm da região de vizinhança do ponto de projeto, de forma que se pode aplicar uma função de penalização para os pontos mais distantes de tal ponto, reduzindo grandemente o esforço para o cálculo da integral. A função de amostragem por importância pode ser uma função de densidade de probabilidade multi-normal, com parâmetros convenientemente tomados. Mostrou-se que, para poucas variáveis aleatórias, o tipo de distribuição desta função não afeta o cálculo da probabilidade de falha. Entretanto para quantidades maiores de variáveis ( $\geq 6$ ), uma boa escolha do tipo de função de amostragem é importante. O objetivo da função de amostragem, conforme discutido, é concentrar a simulação na região mais importante para o cálculo da integral.

A probabilidade de falha pode então ser estimada a partir de amostras da função indicadora,  $I_{wi}(x_i)$ , como:

$$\hat{P}_f = \frac{1}{n_{si}} \sum_{i=1}^{n_{si}} I_{wi} \quad (2.29)$$

e o coeficiente de variação correspondente é:

$$\hat{\delta}_{Pf} = \frac{1}{n_{si} \hat{P}_f} \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n I_{wi}^2 \right) - n_{si} \hat{P}_f^2} \quad (2.30)$$

Desta forma, a simulação de Monte Carlo com amostragem por importância consiste em:

1. gerar  $n$  amostras de  $\bar{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{nsi}]$  a partir de  $p_w(\bar{x})$ ;
2. verificar a ocorrência de falha ou não para cada amostra, através de  $I_w(\bar{x})$ ;
3. calcular o peso de cada ponto simulado como :  $\frac{p_x(\bar{x})}{p_w(\bar{x})}$
4. estimar a probabilidade de falha através de 2.29.
5. verificar o erro estatístico de  $P_f$  com 2.30.

O problema de amostragem por importância se resume na escolha da forma e dos parâmetros de  $p_w(\bar{x})$ . Percebe-se que se  $p_w(\bar{x})$  é escolhida de maneira que:

$$p_w(\bar{x}) = I_w \frac{p_x(\bar{x})}{P_f} \quad (2.31)$$

então o erro cometido em 2.29 em relação a 2.25 é nulo, e apenas uma simulação seria necessária. Essa função de amostragem ideal é esboçada na Fig. 2.4 para o caso de uma variável aleatória.

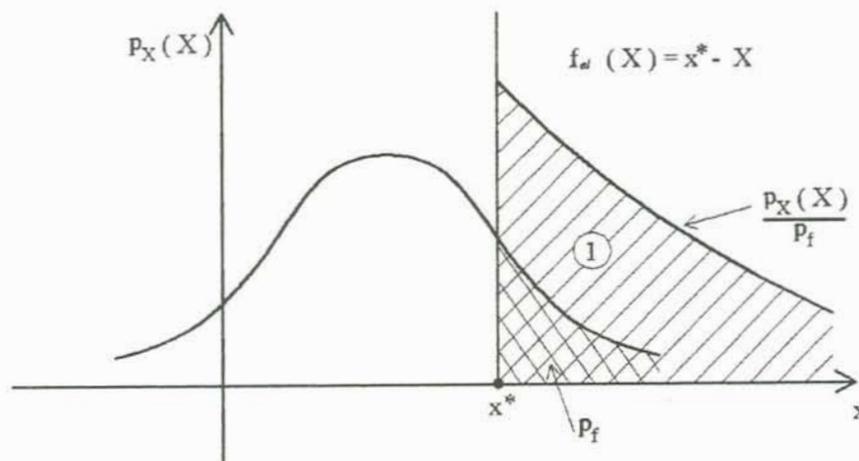


FIGURA 2.4 – Função de amostragem ideal para uma variável aleatória

Esta função de amostragem ideal não tem utilidade prática, pois faz uso da própria  $P_f$  que está sendo calculada. No entanto ela mostra que  $p_w(\bar{x})$  deve ser escolhida de forma a ser proporcional a expressão 2.31, ou ainda, de forma parecida com a FDP original  $p_X(\bar{x})$ .

Uma técnica que se mostra bastante interessante para se determinar a função de amostragem  $p_w(\bar{x})$  é a da amostragem por importância adaptativa.

### 2.1.5 Simulação de Monte Carlo com Amostragem por Importância Adaptativa

A amostragem por importância adaptativa (*Adaptive Importance Sampling*) é baseado na idéia que inicialmente se tem pouco conhecimento do domínio de falha e na medida que vai se simulando esse conhecimento vai aumentando. Se a função de densidade de amostragem refleti esse aumento do estado de conhecimento do domínio de falha, pode-se desenvolver uma boa função de densidade de amostragem e simultaneamente estimar a probabilidade de falha eficientemente, [Bourgund e Bucher, (1986)].

Relaxando-se a forma e preservando os dois primeiros momentos da função de amostragem ideal, dado pela expressão 2.31, obtêm-se o valor esperado e a matriz de covariância dos pontos no domínio de falha. O valor esperado e a matriz de covariância são dados pelas expressões 2.32 e 2.33 respectivamente.

$$\mu_f = E\{\bar{x}_f\} = \int_{D_f} \bar{x} p_X(\bar{x}) d\bar{x} \quad (2.32)$$

$$C_f = E\{(\bar{x} - \bar{\mu}_f)(\bar{x} - \bar{\mu}_f)^T\} = \int_{D_f} (\bar{x} - \bar{\mu}_f)(\bar{x} - \bar{\mu}_f)^T p_X(\bar{x}) d\bar{x} \quad (2.33)$$

Através de simulações iniciais, pode-se calcular  $E\{\bar{x}_f\}$  e  $E\{(\bar{x} - \bar{\mu}_f)(\bar{x} - \bar{\mu}_f)^T\}$  e a partir desses valores construir uma função de amostragem multi-normal. Ao invés de iniciar a simulação a partir do ponto médio, pode-se melhorar bastante a convergência da amostragem por importância adaptativa se o ponto inicial da simulação for deslocado para perto do domínio de falha. O ponto de projeto é um ponto adequado para isso. O ponto de máxima

verossimilhança do domínio de falha é denominado ponto IFM (*Iterative Fast Monte Carlo*) e é ilustrado na Fig. 2.5.

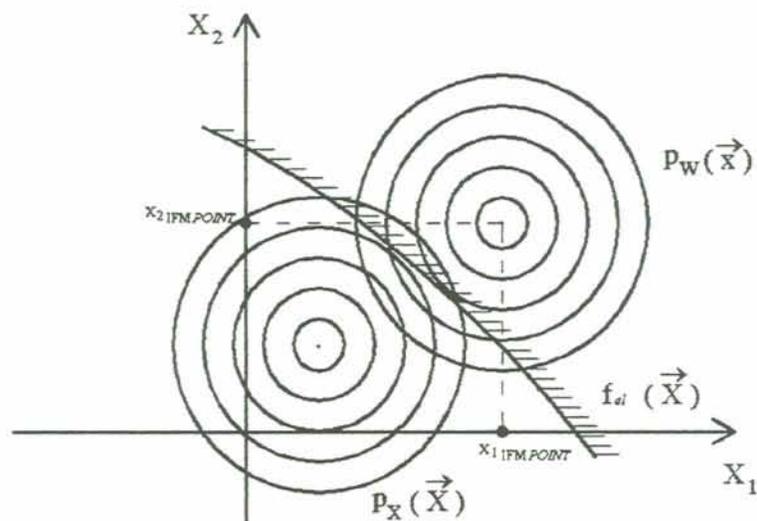


FIGURA 2.5 – Coordenadas do ponto IFM no espaço original.

## 2.2 SEGURANÇA SOB O ENFOQUE DE NORMAS

### 2.2.1 Histórico

É mostrado nessa seção uma revisão simplificada de como os coeficientes de segurança adotados nas normas e especificações em estados limites foram obtidos.

A tendência contemporânea em desenvolvimento de normas é a utilização de conceitos probabilísticos como a base dos critérios de cálculo, [Galambos e Ravindra (1978)]. É sabido que a previsão do desempenho do sistema ou produto de cálculo de engenharia está sujeita a incertezas, logo o desempenho é previsível somente em termos de probabilidade. Nesse enfoque, a segurança, função do nível de incerteza das variáveis de projeto e da importância da estrutura, é buscada através do uso de coeficientes de segurança, utilizando a experiência em projetos anteriores. Assim análises probabilísticas foram usadas para o desenvolvimento de tais cálculos baseados em probabilidade.

A utilização de coeficientes de resistência, onde as ações nominais são majoradas pelos coeficientes de ponderação apropriados, e as resistências nominais são minoradas pelos correspondentes coeficientes de resistência, é a forma corrente para a adoção dessa filosofia.

Foi necessário o desenvolvimento de coeficientes de ponderação e regras de combinação das ações que estivessem incluídas em normas. Tal fato foi necessário em função do diferente tratamento dado para as ações em cada especificação (norma de cálculo) e quando era utilizado mais de um material para a mesma estrutura.

Foram utilizados métodos de análise de confiabilidade, tais os métodos analíticos de primeira ordem, FORM, ou de segunda ordem, SORM, como ferramenta para a análise em termos de probabilidade. Foi adotado o índice de confiabilidade  $\beta$  como medida da confiabilidade estrutural. O índice de confiabilidade é então calculado através da distribuição de probabilidade e os parâmetros estatísticos de resistência, das cargas e dos efeitos do carregamento.

Um resumo do procedimento, dado por Ellingwood e outros, (1980), e adotado para o desenvolvimento de normas em estados limites, é mostrado abaixo e um esclarecimento mais detalhado faz parte do corpo desse trabalho.

**Passo 1:** Estima-se o nível de confiabilidade implícito no uso de várias especificações e normas, (normas em tensões admissíveis, por exemplo), para vários tipos de elementos estruturais comuns, tais como vigas, colunas, paredes, viga-coluna, etc), usando-se:

- um método único para o cálculo da confiabilidade, como FORM, por exemplo;
- as melhores estimativas das funções de distribuição de probabilidade e dos parâmetros estatísticos;
- o índice de confiabilidade,  $\beta$ , como medida de segurança para comparação.

**Passo 2:** Observa-se a variação dos níveis de  $\beta$  para diferentes materiais, estados limites, razão entre cargas nominais, tais como, permanente/acidental, vento/permanente, neve/permanente, combinações de carregamentos e localização geográfica.

**Observação:**

Dos passos 1 e 2, Ellingwood e outros, (1980), acharam que o índice de confiabilidade  $\beta$  de 3,0 é consistente, na média, com a prática corrente nos Estados Unidos, para combinações de carga envolvendo carga permanente mais carga acidental.

**Passo 3:** Baseado nos níveis de confiabilidade observados, determinam-se fatores de cargas consistentes com o nível de segurança implícito e seleciona-se formatos para combinação das cargas. Os formatos para combinação das cargas e os fatores de segurança para combinação desenvolvidos na norma ANSI A58.1, (1972), estão listados abaixo:

- $1,4D_n$
- $1,2D_n + 1,6L_n$
- $1,2D_n + 1,6S_n + (0,5L_n \text{ ou } 0,8W_n)$
- $1,2D_n + 1,3W_n + 0,5L_n$
- $1,2D_n + 1,5E_n + (0,5L_n \text{ ou } 0,2S_n)$
- $0,9D_n - (1,3W_n \text{ ou } 1,5E_n)$

onde  $D_n$  é a carga permanente,  $L_n$  é a carga acidental,  $W_n$  e  $S_n$  são as cargas variáveis de vento e neve, respectivamente, estimadas para um período de recorrência de 50 anos e  $E_n$  é a carga de terremoto.

**Passo 4:** Estabelece-se assim as relações entre os índices de confiabilidade,  $\beta$ , e os valores de  $\phi$  para diferentes materiais e estados limites. Estes índices são estimados para diversos coeficientes de carregamento e cargas nominais, conforme as propriedades estatísticas dos parâmetros que descrevem a resistência, (média e coeficientes de variação).

### 2.2.2 Informação estatística básica

Para o desenvolvimento dos critérios de cálculo baseados em probabilidade são requeridos dados das variáveis que descrevem o efeito das ações e resistência estrutural. A informação básica requerida é o modelo da distribuição de probabilidade de cada variável e estimativas de suas médias e desvios padrão. Enquanto freqüentemente há dados suficientes para obter uma estimativa razoável da distribuição de probabilidade, em muitos outros casos, esta pode ser adotada com base em argumentos físicos ou por conveniência, [Galambos e outros, (1982)].

No contexto da aproximação pelos métodos de primeira ordem para confiabilidade, baseados nos dois primeiros momentos, FORM, o conceito de incerteza, exemplificado pela variabilidade ou dispersão de uma variável, é exprimido através da variância ou do coeficiente de variação.

A seguir são apresentados alguns dados básicos dos parâmetros de projeto, coletados da bibliografia.

#### 2.2.2.1 Resistência

Os Valores médios, coeficientes de variação e distribuição de probabilidade para a resistência estrutural têm sido determinado através de dados de ensaios de resistência dos materiais, de teste de laboratórios de elementos em escala real sob condições de solicitação idealizadas, e em alguns casos, onde o modelo analítico definido existe claramente, através da simulação de Monte Carlo.

Uma amostra representativa destes dados apresentada na Tab. 2.1, segundo Galambos e outros, (1982), resume resultados de numerosos programas de pesquisa conduzidos durante vários anos.

O fator  $P$  é a razão de testes de capacidade, entre a performance da estrutura real in-situ e o modelo matemático adotado.  $M$  define a variação do material e  $F$  a variação das propriedades da seção transversal, definindo a razão entre os valores reais e os nominais.

A resistência pode ser expressa pela expressão 2.34.

$$R = R_n (PMF) \quad (2.34)$$

onde  $R_n$  é a resistência nominal baseada no modelo analítico aceito pelos engenheiros estruturais para o projeto de um elemento particular considerando as propriedades nominais dos materiais e da geometria.

TABELA 2.1: Resumo dos dados estatísticos de resistência, [Galambos e outros, (1982)].

Descrição	$\bar{R}/R_n$	$V_R$	Distribuição de probabilidade
<b>Concreto armado, flexão</b>			
Grau 60 ( $f_y = 41 \text{ kN/cm}^2$ )	1,05	0,11	Normal
Grau 40 ( $f_y = 27 \text{ kN/cm}^2$ )	1,14	0,14	Normal
<b>Vigas de concreto arm., cisalhamento</b>	1,00	0,19	Normal
<b>Aço estrutural</b>			
Elementos tracionados, escoamento	1,05	0,11	Log-Normal
Viga compacta (cálculo plástico)	1,07	0,13	Log-Normal
Viga-coluna (cálculo plástico)	1,07	0,15	Log-Normal
Flexão de placas	1,08	0,12	Log-Normal
Colunas carregadas axialmente	1,08	0,14	Log-Normal
<b>Aço conformado a frio</b>			
Vigas travadas lateralmente	1,17	0,17	Log-Normal
$\bar{R}$ = resistência média			
$R_n$ = resistência nominal			
$V_R$ = coeficiente de variação da resistência			

Assim a resistência média é expressa como sendo:

$$\bar{R} = R_n \overline{PMF} \quad (\text{aproximação de 1º ordem}) \quad (2.35)$$

e o coeficiente de variação da resistência é dado por :

$$V_R = \sqrt{V_P^2 + V_M^2 + V_F^2} \quad (2.36)$$

Para estruturas de aço laminado, conforme Ellingwood e outros, (1982), as propriedades estatísticas das características geométricas da seção é expressa por:

$$\bar{F} = 1,00 \quad \text{e} \quad V_F = 0,05$$

Algumas propriedades estatísticas do material estão listadas na Tab. 2.2.

TABELA 2.2 - Sumário das propriedades estatísticas do material para o aço laminado, [Galambos e outros, (1982)].

Propriedade	Média	$\bar{M}$	$V_M$	Distribuição de Probabilidade
Tensão de escoamento de aço – mesa	$1,05f_y$	1,05	0,10	Log-Normal
Tensão de escoamento de aço – alma	$1,10f_y$	1,10	0,11	Log-Normal
Módulo de Elasticidade	E ou G	1,00	0,06	Log-Normal
Tensão última do aço	$1,10f_u$	1,10	0,11	Log-Normal
Coefficiente de Poisson	0,3	1,00	0,03	Log-Normal

Na Tab. 2.3. estão listados os parâmetros estatísticos do modelo adotado para tração em elementos, vigas, placas e vigas colunas. O modelo analítico adotado para vigas compactas é o do momento plástico, para vigas contínuas é o do mecanismo plástico, para vigas sem contenção lateral é a carga de flambagem elástica ou inelástica. A resistência última de placas é baseada na teoria de Basler.

TABELA 2.3 - Parâmetros estatísticos do modelo matemático adotado para elementos de aço, [Galambos e outros, (1982)].

Tipo de elemento	Modelo	$\bar{P}$	$V_P$
Tração	$A_g f_y$ ou $N_a f_u$	1,00	0,00
Vigas compactas	$M_{pl}$	1,02	0,06
Momento uniforme			
Contínua	Mecanismo	1,06	0,07
FLT – Elástica	$W(f_y - f_r)$	1,03	0,09
FLT – Inelástica		1,06	0,09
Viga – coluna		1,02	0,10

onde:

$A_g$  = Área da seção bruta

$N_a$  = Área da seção líquida

$W$  = módulo elástico da seção

$f_y$  = tensão de escoamento do aço

$f_r$  = tensão residual do aço

$f_u$  = tensão última do aço

Como exemplo, para vigas de aço compacta (cálculo plástico), tem-se:

$$\bar{P} = \frac{(M_p)_{teste}}{Z_x f_y}$$

$$\bar{M} = \frac{\bar{f}_y}{f_y}$$

$$\bar{F} = \frac{\bar{Z}_x}{Z_x}$$

onde  $(M_p)_{teste}$  é a média do momento plástico obtido por testes. De acordo com as Tab. 2.2 e 2.3 tem-se:

$$\bar{P} = 1,02 \text{ e } V_P = 0,06$$

$$\bar{M} = 1,05 \text{ e } V_M = 0,10$$

$$\bar{F} = 1,00 \text{ e } V_F = 0,05$$

logo tem-se:

$$\bar{R} = f_y Z_y (1,02 \cdot 1,05 \cdot 1,00) = 1,07 f_y Z_x$$

$$V_R = \sqrt{0,06^2 + 0,10^2 + 0,05^2} = 0,13$$

conforme apresentado na Tab. 2.1.

#### 2.2.2.2 Ações

Na Tab. 2.4 estão resumidos os valores médios, coeficientes de variação e distribuição de probabilidade para efeitos das máximas ações em 50 anos. Estes estudos estatísticos são um resumo de valores relatados em vários estudos anteriores de ações e modelos de ações estruturais, comportamento de elementos estruturais e cálculo baseados em confiabilidade, [Galambos e outros, (1982)].

Além da variabilidade básica da ação, incertezas surgem do modelo que transforma a ação real variável tanto no tempo quanto no espaço, em uma ação estatística equivalente distribuída uniformemente que será usada no cálculo. Incertezas também surgem na análise que transforma a ação uniformemente distribuída em efeito desta ação, incluindo idealização bidimensional de estruturas tridimensionais, idealização de apoios, entre outras. Estas incertezas são incluídas nos coeficientes de variação listados na Tab. 2.4.

TABELA 2.4 - Resumo de dados estatísticos das ações, [Galambos e outros, (1982)].

Ação	$\bar{X}/X_n$	$V_x$	Distribuição de probabilidade
D (ação permanente)	1,05	0,10	Normal
L (carga acidental de utilização)	1,00	0,25	Extremo tipo I
W (ação do vento)	0,78	0,37	Extremo tipo I
S (ação da neve)	0,82	0,26	Extremo tipo II

### 2.2.3 Confiabilidade Resultante pelo Método das Tensões Admissíveis

Confiabilidade alvos a serem utilizadas nos novos métodos, foram estabelecidas através da revisão de níveis de confiabilidade pertencentes às normas já existentes e que conduziram a resultados satisfatórios. A confiabilidade encontrada nas normas pode admitir inconsistência e certas características indesejáveis, porém foram úteis como guias para a seleção de confiabilidades alvos no critério baseado em probabilidade.

A combinação entre ação permanente com a máxima ação variável de ocupação em pisos são particularmente importantes pois dominam muitas situações práticas de projeto. É apresentada abaixo a determinação do nível de confiabilidade, dada pelas especificações em tensão admissível, tal como a AISC/78, para as combinações de ações envolvendo ações gravitacionais.

Nas especificações em tensões admissíveis tinha-se:

$$\frac{R_n}{FS} = D_n + L_n \quad (2.37)$$

sendo FS o fator de segurança.

O índice de confiabilidade associado ao cálculo de vigas de aço submetidas a ações permanente e variável é mostrado na Fig. 2.6 como função da relação  $L_n/D_n$ , numa análise feita por Galambos e outros, (1982), para a relação  $\bar{R}/R_n = 1,07$  e  $V_R = 0,13$ . Como mostrado, valores representativos para  $\beta$  são em torno de 2,5 para vigas de aço.

Percebe-se que  $\beta$  tende a decrescer quando a relação  $L_n/D_n$  aumenta. É lembrado que vigas de aço têm intervalo prático para  $L_n/D_n$  de 1 a 2.

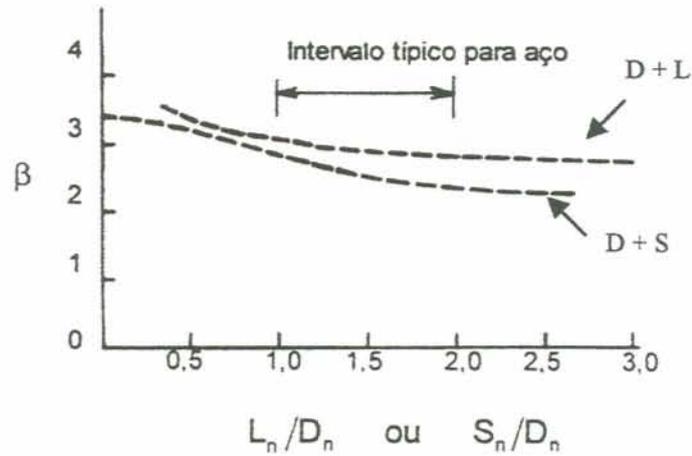


FIGURA 2.6 - Índices de confiabilidade para vigas de aço calculadas em tensões admissíveis.

Tendo  $\bar{R}/R_n = 1,07$  e  $V_R = 0,13$ , para as combinações (D + S) e (D + L).

Analisando agora quando atuam também as ações ambientais, tem-se que as principais combinações são formadas por ação permanente, variável de ocupação e vento (D + L + W).

A variação de  $\beta$  com várias relações  $L_n/D_n$  e  $W_n/D_n$  é mostrada na Fig. 2.7 para vigas e pilares de aço. Na análise feita por Galambos e outros, (1982), a relação com  $\bar{R}/R_n$  é de 1,502 e  $V_R = 0,13$  e  $R_n$  é determinado de acordo com a situação de cálculo em tensões admissíveis dado pela expressão 2.38.

$$1,33 \frac{R_n}{FS} = D_n + L_n + W_n \quad (2.38)$$

Em todos os casos  $R_n$  não pode ser menor do que aquela requerida pela combinação D+L.

Na Fig. 2.7 é mostrado que  $\beta$  decresce quando  $W_n/D_n$  cresce. As curvas são de análises de vigas, mas segundo Galambos e outros, (1982), os resultados são semelhantes para outros tipos de elementos para as quais as estatísticas de resistência são semelhantes. O valor

de  $\beta$  se aproxima de 2 quando a ação do vento constitui a maior componente de ação. Com a predominância da ação permanente e variável, o valor cresce e tende para o caso de carregamento D + L. O aumento de 33% na tensão admissível, como mostra a equação 2.38, era permitido na maioria das normas correntes para combinações que envolvessem ação do vento.

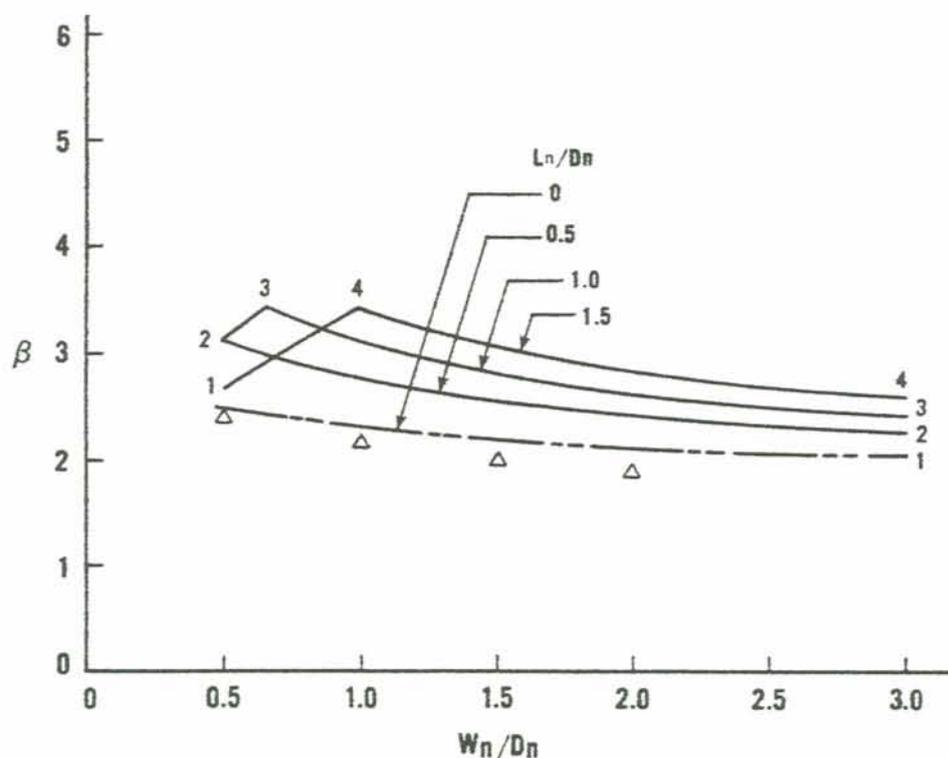


FIGURA 2.7 - Índice de confiabilidade para elementos de aço – ação gravitacional mais ação do vento – para vigas de aço com  $\bar{R}/R_n = 1,502$  e  $V_R = 0,13$ .

#### 2.2.4 Coeficientes Parciais pelo Método dos Estados Limites

Cálculos em estados limites baseados em probabilidade tem a forma geral descrita abaixo:

$$\text{Resistência fatorada} \geq \text{efeitos das ações fatoradas} \quad (2.39)$$

onde as ações ou efeitos de ações são multiplicados pelos coeficientes de ponderação das ações e resistências multiplicadas pelos coeficientes de resistência.

A maioria das ações varia com o tempo. Se o elemento estrutural estiver submetido a efeito de somente uma ação variável, além da ação permanente, a confiabilidade pode ser determinada considerando a combinação da ação permanente com a máxima ação variável esperada durante algum período de referência, considerado apropriado para o projeto. Frequentemente, entretanto, mais de uma ação variável atua em uma estrutura. Quando isso ocorre é pequena a probabilidade que cada ação alcance seu valor máximo ao mesmo tempo.

A aproximação mais simples para tratar combinações de ações é assumir que a máxima combinação das ações ocorrerá quando uma das ações estiver com o seu valor máximo, enquanto as outras ações assumem seus valores instantâneos ou arbitrados em um certo tempo.

Galambos e outros, (1982), sugere a equação 2.40 como um boa aproximação para muitos casos práticos. A equação mostra a máxima combinação  $S$  de uma soma de várias ações  $X_i$ , durante o período de referência  $T$ .

$$S = \max_i \left[ \max_T X_i + \sum_{j \neq i} X_j \right] \quad (2.40)$$

Vários formatos de equações de verificação de segurança são possíveis. A seleção do formato deverá ser guiada pela necessidade de simplicidade e continuidade em relação a formatos existentes, bem como pelas considerações teóricas. O formato utilizado pela Norma Brasileira de Ações e Segurança nas Estruturas – NBR 8681 é mostrado na equação 2.41.

$$S = \gamma_D D_n + \gamma_Q \left( Q_{ni} + \sum \psi_{oj} Q_{nj} \right) \quad (2.41)$$

onde  $D_n$  corresponde a ação permanente, (na NBR 8681 é utilizado o  $G_n$  ao invés de  $D_n$ ),  $Q_{ni}$  é a ação variável principal e  $\psi_{oj} Q_{nj}$  são os valores frequentes das demais ações variáveis, com  $\psi_{oj} < 1$ , sendo  $\psi$  o fator de probabilidade de combinação, calculado para refletir a pequena probabilidade de duas ou mais ações atingirem seus valores máximos de cálculo simultaneamente, e  $\gamma_D$  e  $\gamma_Q$  são os coeficientes de ponderação das ações.

O método mais comum para expressão da resistência fatorada é o uso do coeficiente de resistência aplicado à resistência nominal ou característica. A resistência fatorada é definida como o produto,  $\phi.R_n$ , sendo  $R_n$  a resistência nominal calculada e  $\phi$  o coeficiente de resistência.

#### 2.2.4.1 Critérios de carregamento baseados em probabilidade

Confiabilidades alvos para selecionar coeficientes de ações e de resistência foram determinados com base em análises das confiabilidades dos cálculos anteriores. Galambos e outros,(1982), estabeleceu confiabilidades alvos para determinadas situações de carregamento e para 50 anos de vida útil da estrutura. Para elementos na flexão, o índice de confiabilidade permanece no intervalo de 2,5 a 3,0. Assim, foram escolhidas confiabilidades alvos unicamente com o propósito de permitir que os coeficientes de ponderação das ações possam ser calculados racionalmente, podendo assim desenvolver critérios de resistência para alcançar projetos que são semelhantes aqueles obtidos usando a prática anterior. O índice de confiabilidade alvo proposto para as combinações (D + L) e (D + S) é de 3,0; para (D + L + W),  $\beta_0 = 2,5$  e para a combinação (D + L + E),  $\beta_0 = 1,75$ .

O critério de cálculo prático foi selecionar um conjunto de coeficientes de ponderação das ações para serem aplicados em todas as situações de cálculo, examinando como os coeficientes de ponderação das ações e de resistência variam para diferentes estados limites e combinações de ações. Este exame torna possível uma melhor apreciação de algumas das considerações que guiaram a seleção do critério de cálculo dos coeficientes.

Exemplos de coeficientes de resistência e coeficientes de ponderação de ações permanentes, variáveis de ocupação e de neve são mostrados nas Fig. 2.8 e 2.9. Estes coeficientes foram calculados utilizando os métodos de confiabilidades (FORM ou SORM), para  $\beta_0 = 3,0$  com a combinação de ação permanente mais carga acidental máxima em vigas metálicas, (D + L) e (D + S). Resultados semelhantes foram obtidos para outras combinações e para outros materiais de construção. [Galambos e outros, (1982)].

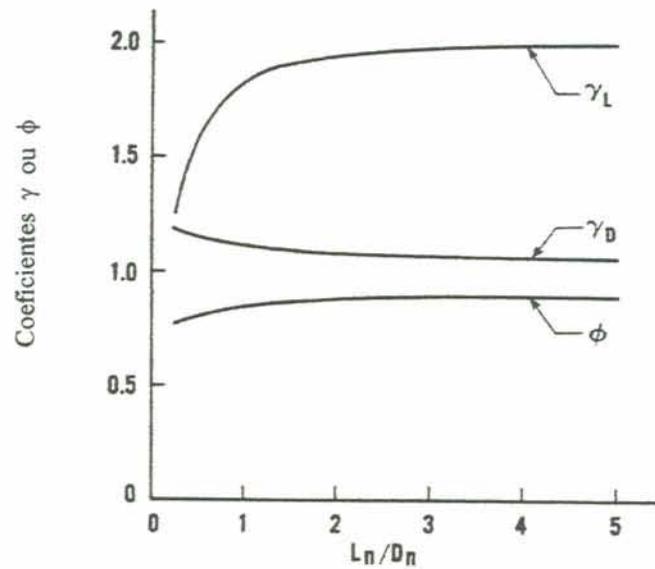


FIGURA 2.8 - Coeficientes de ponderação das ações e de resistência para vigas de aço, (D+L).

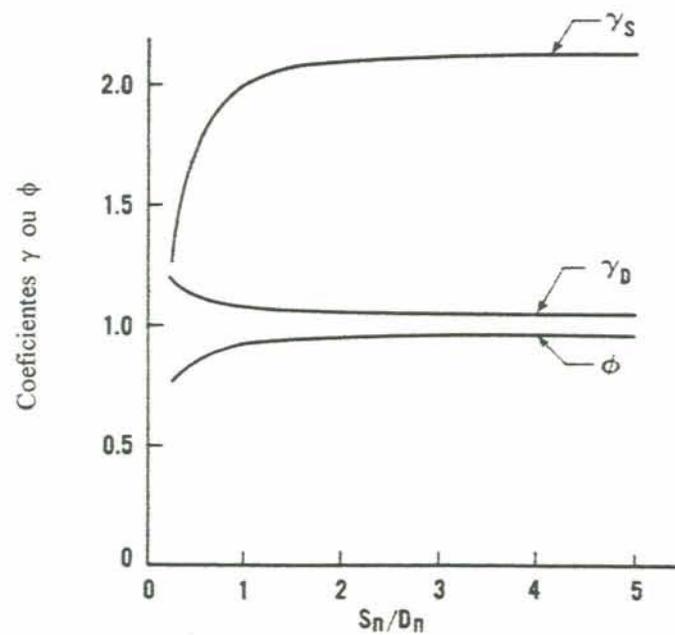


FIGURA 2.9 - Coeficientes de ponderação das ações e de resistência para vigas de aço, (D+S).

Galambos e outros, (1982), observam que o coeficiente de resistência é relativamente indiferente à carga acidental na combinação. Similarmente, os coeficientes de ponderação das

ações não se apresentam sensíveis às estatísticas da resistência. O coeficiente de ponderação da ação permanente é muito menor do que os valores usualmente recomendados pelas normas. Isto porque a variabilidade de  $D$  é muito pequena comparada com a variabilidade das outras ações. A magnitude de  $\gamma_D$  aparece independente da magnitude das cargas acidentais, exceto para relações  $L_n/D_n$  muito pequenas.

Essas observações indicam que escolher  $\gamma_D$  e  $\phi$  constantes e separar especificações de coeficientes de ponderação das ações e de resistência não causa significativos desvios de  $\beta_0$ . Por outro lado, o coeficiente de ponderação da ação variável na combinação, aumenta quando a importância desta ação na combinação aumenta, por causa de sua maior variabilidade. Se os coeficientes de ponderação para as ações variáveis são especificados como constantes, haverá algum desvio da confiabilidade alvo  $\beta_0$  para certas situações de carregamento. Assim há a necessidade de selecionar um conjunto de coeficientes de ponderação das ações e combinações que minimize a extensão deste desvio de  $\beta_0$  sobre todas as situações possíveis de projeto.

O processo para selecionar este conjunto de combinações de ações e coeficientes constantes não é único. Um método poderia ser determinar os coeficientes de ponderação das ações de forma que a probabilidade dos efeitos das ações majoradas serem excedidas seja a mesma, em média, para todas as situações possíveis de carregamento. Entretanto, esta aproximação ignora no problema o aspecto resistência e não dá garantia de que seja possível selecionar critérios de resistência viável compatíveis com os critérios das ações.

Ellingwood, (1982), comenta que a seleção de coeficientes de ponderação das ações não pode ser feita independente do lado da resistência. Ele afirma que os coeficientes de resistência para elementos fletidos de concreto armado e aço deverão estar no intervalo de 0,80 e 0,90. Quando  $\phi$  é maior do que 0,90 para tais elementos, há pequena margem para ajustes adicionais para refletir melhoramentos na fabricação ou controle de qualidade que tenderiam a reduzir a variabilidade.

Considerou-se primeiramente o caso simples onde somente uma ação esteja atuando. Isto representa o caso onde o efeito de uma ação domina a combinação das ações. Fixando-se

$\phi = 0,80$  ou  $0,85$ , o  $\gamma_D$  requerido para alcançar  $\beta_0$  prescrito são mostrados na Tab. 2.5. Esta análise simples sugere valores razoáveis para coeficientes de ponderação das ações, que poderiam ser aproximadamente  $\gamma_D = 1,2$  a  $1,3$ ;  $\gamma_S, \gamma_L = 1,6$  a  $1,7$ ;  $\gamma_E = 1,4$  a  $1,5$ ;  $\gamma_W = 1,3$  a  $1,4$ .

TABELA 2.5 - Coeficientes de ponderação das ações requeridos – uma ação atuando, ,  
[Ellingwood, (1982)].

Elemento	$\phi$	AÇÕES						
		D		L		S	W	E
		$\beta=2,5$	$\beta=3,0$	$\beta=2,5$	$\beta=3,0$	$\beta=3,0$	$\beta=2,5$	$\beta=2,0$
Viga de aço (perfil laminado)	0,80	1,18	1,28	1,52	1,78	1,78	1,30	1,44
	0,85	1,25	1,35	1,61	1,89	1,89	1,38	1,52
Viga de conc. Arm. Aço grau 40	0,80	1,18	1,33	1,44	1,70	1,66	1,28	1,39
	0,85	1,26	1,41	1,53	1,81	1,77	1,36	1,48
Viga de conc. Arm. Aço grau 60	0,80	1,18	1,29	1,52	1,77	1,79	1,36	1,51
	0,85	1,26	1,37	1,61	1,88	1,90	1,45	1,61

Nota: grau 40 ( $f_y = 47 \text{ kN/cm}^2$ ); grau 60 ( $f_y = 41 \text{ kN/cm}^2$ )

Galambos e outros,(1982), consideram o caso onde a ação permanente D é combinada com uma ação variável. Ao contrário do caso anterior, tem-se que determinar como distribuir os fatores de segurança para as ações individuais. Um conjunto ótimo de coeficientes pode ser selecionado, para isto define-se alguma função que meça a proximidade entre o nível de confiabilidade  $\beta_0$  e a confiabilidade associada ao conjunto de coeficientes de resistência e de ponderação das ações proposto. Em seguida deve-se selecionar os coeficientes de ponderação que minimizem esta função. Pareceu apropriado para um critério de confiabilidade de primeira ordem usar uma função simples.

Pode-se observar que associado a um  $\beta_0$  e a um conjunto de ações nominais, há uma resistência nominal correspondente,  $R_n(\beta_0)$ , que poderia ser calculada. Por outro lado, uma equação de verificação que inclui um conjunto simples de coeficientes de ponderação constantes, também levará a uma resistência nominal, denominada  $R_n'$ . Foi utilizado como

critério de combinações dos efeitos das ações o da equação 2.40 e para o lado da resistência a expressão  $\phi R_n$ .

Um conjunto de coeficientes de resistência e de ponderação das ações pode ser selecionado de tal forma que minimize a diferença quadrada ponderada entre duas resistências nominais, ou sobre um conjunto pré-definido de ações permanentes, vento, neve e terremoto, onde  $p_j$  = peso relativo fixado para a  $j$ -ésima situação. Neste procedimento, desvios conservadores e desvios não conservadores do nível de confiabilidade são penalizados.

$$I(\phi, \gamma_i) = \sum_j [R_{nj}(\beta_0) - R_{nj}'] p_j \quad (2.42)$$

Os pesos  $p_j$  fixados na Tab. 2.6 para as combinações D + L e D + S, representam as melhores estimativas, segundo Ellingwood, (1982), para a probabilidade de diferentes situações de ações.

TABELA 2.6 - Pesos para combinações das ações (D + L) e (D + S), [Ellingwood,(1982)].

Material (1)	Combinação (2)	$L_n/D_n, S_n/D_n$						
		0,25 (3)	0,50 (4)	1,0 (5)	1,5 (6)	2,0 (7)	3,0 (8)	5,0 (9)
Aço	D+L, D+S	0,00	0,10	0,20	0,25	0,35	0,07	0,03
Concreto armado	D+L	0,10	0,45	0,30	0,10	0,05	0,00	0,00
	D+S	0,30	0,40	0,20	0,05	0,05	0,00	0,00
Alumínio	D+L, D+S	0,00	0,00	0,06	0,17	0,22	0,33	0,22
Madeira colada	D+L	0,00	0,05	0,26	0,26	0,26	0,12	0,05
	D+S	0,00	0,02	0,16	0,32	0,32	0,178	0,00
Alvenaria	D+L, D+S	0,36	0,36	0,20	0,06	0,02	0,00	0,00

Usando a análise de confiabilidade descrita anteriormente,  $R_n$  pode então ser determinada para uma confiabilidade alvo inicial  $\beta_0 = 3,0$ , por exemplo, para combinações de ações gravitacionais (permanente e carga acidental ou neve) e  $\gamma_s, \gamma_L$  e  $\phi$  ótimos são determinados minimizando a equação 2.42 com o valor de  $\gamma_D$  fixado por exemplo em 1,2. A Tab. 2.7 mostra os coeficientes ótimos encontrados por Galambos e outros, (1982), em sua proposta para os coeficientes de ponderação das ações.

O valores dos coeficientes  $\gamma_L$  e  $\gamma_S$  deveram ser próximo tanto quanto possível dos coeficientes de ponderação das ações listados na coluna 4 da Tab. 2.7, e ao mesmo tempo  $\phi$  deverá estar dentro do intervalo 0,8 a 0,9 para flexão em vigas de concreto e aço, como considerado anteriormente. Usando a Tab. 2.7 como referência, podem então ser selecionados coeficientes  $\gamma_L$  e  $\gamma_S$  que satisfaçam estes requerimentos. O  $\phi$  ótimo correspondente a  $\gamma_L = 1,2$  e  $\gamma_S = 1,6$  é mostrado na coluna 5 da Tab. 2.7.

Esta análise pode ser feita para qualquer outra combinação utilizando o mesmo procedimento e buscando os índices de confiabilidade alvos para cada situação de carregamento.

Galambos e outros, (1982), verificou que fazendo  $\gamma_L = 1,6$  ;  $\gamma_{L1} = 0,5$  ;  $\gamma_w = 1,3$  e  $\gamma_{w1} = 0,1$ , os coeficientes  $\phi$  ótimos ficaram próximos do intervalo desejado. Os coeficientes  $\gamma_{L1}$  e  $\gamma_{w1}$  representam a ocorrência de quando outra ação permanente ou de vento respectivamente, atua na combinação. Este estudo é apresentado na Tab. 2.8.

TABELA 2.7 - Valores ótimos para os coeficientes de ponderação das ações e de resistência para ações gravitacionais,[ Galambos e outros, (1982)].

Material (1)	Combinação (2)	Valores ótimos ( $\gamma_D=1,2$ )		$\phi$ ótimo para $\gamma_D = 1,2$ , $\gamma_L = 1,6$ (5)
		$\phi$ (3)	$\gamma_D, \gamma_S$ (4)	
Viga de aço ( $\beta_0=3$ )	D + L	0,96	2,10	0,78
	D + S	1,05	2,32	0,79
Viga de concreto arm. Grau 60 ( $\beta_0=3$ )	D + L	0,87	1,83	0,81
	D + S	0,93	1,93	0,84
Viga de concreto arm. Grau 40 ( $\beta_0=3$ )	D + L	0,82	1,61	0,81
	D + S	0,85	1,56	0,86
Alvenaria estrutural de tijolo ( $\beta_0=5$ )	D + L	0,52	2,45	0,41
Alvenaria estrutural de concreto ( $\beta_0=5$ )	D + L	0,49	2,38	0,40

TABELA 2.8 - Coeficientes de ponderação das ações e de resistência para ações gravitacionais atuando com ação do vento, [ Galambos e outros, (1982)].

Material (1)	Valores ótimos ( $\gamma_D = 1,2$ )			$\phi$ ótimo quando $\gamma_D = 1,3$		
	$\phi$ (2)	$\gamma_L$ (3)	$\gamma_w$ (4)	$\gamma_{L1}$ (5)	$\gamma_{L1}$ (6)	$\gamma_{L1}$ (7)
Vigas de aço	1,11	0,61	1,71	0,85	0,87	0,89
	0,93	1,97	0,08	---	0,81	---
Vigas de concreto armado	1,06	0,49	1,76	0,82	0,83	0,84
	0,86	1,63	0,14	---	0,81	---

#### 2.2.4.2 Coeficientes de resistência

Com os coeficientes de ponderação das ações fixados, a confiabilidade  $\beta$  pode ser ajustada variando o coeficiente de resistência  $\phi$  e a especificação da resistência nominal para diferentes materiais e estados limites. A escolha de  $\beta$  para selecionar o coeficiente de resistência  $\phi$  deverá considerar, entre outros fatores, a ductilidade associada a cada modo de resistência, a frequência relativa de ocorrência de diferentes situações de projeto e a consequência de falha. Para um determinado estado limite e material, o coeficiente  $\phi$  não deverá depender da combinação das ações.

Assumiui-se que a combinação de maior interesse é a da carga permanente com a carga acidental (D+L). Essa combinação governa os projetos na maioria dos casos práticos. São mostradas nas Fig. 2.10 e 2.11 curvas relacionando coeficiente de resistência  $\phi$ , variando entre 0,6 a 0,9 e o índice de confiabilidade  $\beta$  para varias relações  $\bar{R}/R_n$  e  $V_r$ , para a seguinte combinação de carregamento:

$$\phi R_n \geq 1,2D_n + 1,6L_n \quad (2.43)$$

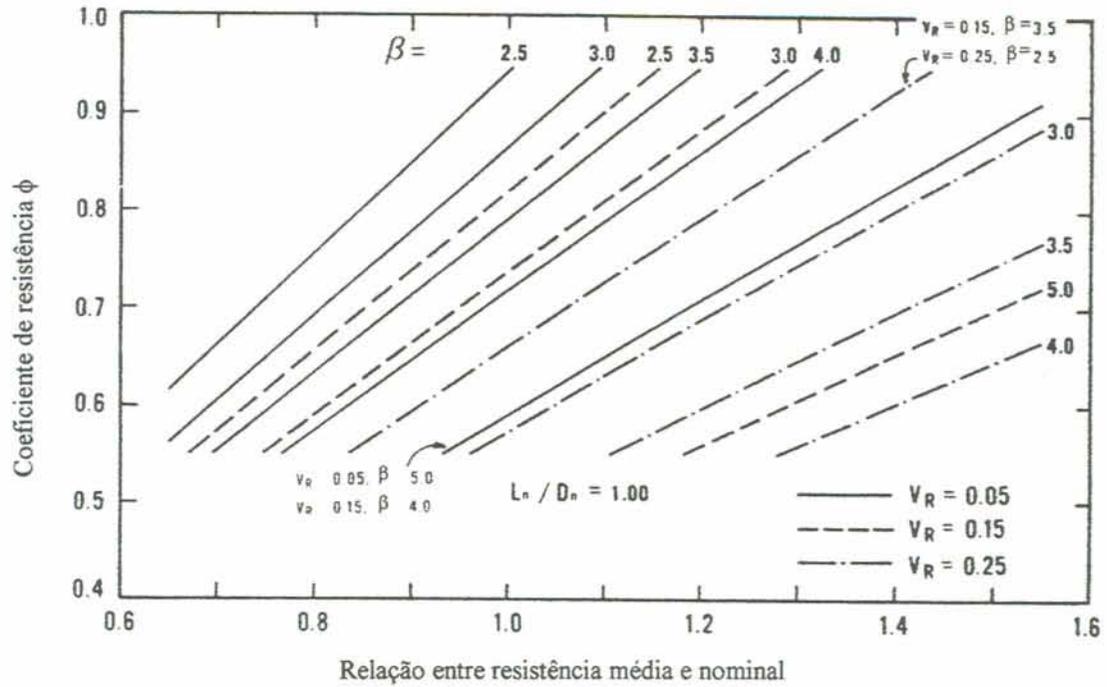


FIGURA 2.10 - Seleção dos coeficientes de resistência  $\phi$  para a relação  $L_n / D_n = 1,00$ .

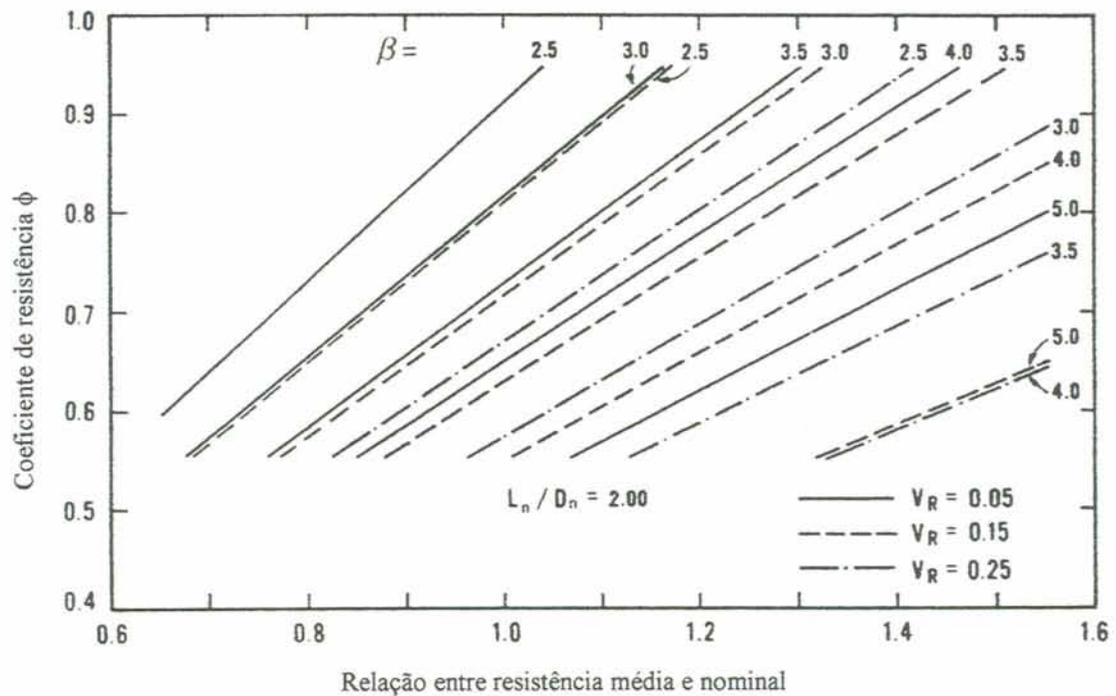


FIGURA 2.11 - Seleção dos coeficientes de resistência  $\phi$  para a relação  $L_n / D_n = 2,00$ .

Como exemplo, tomando-se um caso bastante comum de estado limite, onde a capacidade é descrita por  $\bar{R}/R_n = 1,10$  e  $V_R = 0,15$ . O valor de  $\phi$  para os intervalos de  $\beta$  correspondentes para relações  $L_n/D_n$  variando de 0,5 a 5 é mostrada na Tab. 2.9.

TABELA 2.9 - Variações de  $\beta$  para valores típicos de  $\phi$  ( $\bar{R}/R_n = 1,10$  e  $V_R = 0,15$ ).

$\phi$	0,70	0,75	0,80	0,85
$\beta$	3,3 – 3,8	3,0 – 3,4	2,8 – 3,1	2,6 – 2,8

Como ilustração do exemplo acima é mostrado na Tab. 2.10 os valores de  $\beta$  para um dado  $\phi$ ,  $\bar{R}/R_n$ ,  $V_R$  e  $L_n/D_n$ .

TABELA 2.10 - Valores de  $\beta$  para um dado  $\phi$ ,  $\bar{R}/R_n$ ,  $V_R$  e  $L_n/D_n$ , segundo Galambos e outros, (1982).

$L_n/D_n$	$\phi$	$\beta$
1	0,80	3,1
1	0,85	2,8
1	0,90	2,5
2	0,80	3,0
2	0,85	2,7
2	0,90	2,5

Para vigas de aço, adotou-se o coeficiente  $\phi$  de 0,90 que corresponde a um índice de confiabilidade de aproximadamente 2,5, considerado adequado com a prática corrente.

### 2.2.5 Comentários

Esse resumo descrito, mostra as recomendações que foram usadas para o desenvolvimento da norma em estados limites da *American National Standard A58, Building Code Requirements for Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures*. Tal método também foi usado para o desenvolvimento na norma canadense em estados limites para estruturas de aço para edificações, para a norma de pontes de Ontário e para o LRFD, *Load and Resistance Factor Design*, (1986), para estruturas de aço nos Estados Unidos.

Como pode ser observado, os atuais coeficientes de segurança adotados pelas normas em estados limites, foram obtidos através de uma mera calibração dos índices de confiabilidades encontrados com o uso das especificações antigas em tensões admissíveis. Há então uma certa carência de uma análise probabilística mais realista, levando-se em conta a natureza estatísticas das variáveis e a probabilidade de falha de cada modo de falha.

Para estruturas de aço laminado, a especificação das propriedades estatísticas das características geométricas da seção é constante e vale:

$$\bar{F} = 1,00 \quad e \quad V_F = 0,05$$

Tal propriedade não assume valor diferenciado quando trata-se da região plástica, onde a variável é somente o módulo plástico  $Z_x$  e quando a região analisada é, por exemplo, a elástica onde várias propriedades geométricas influenciam no dimensionamento, tais como o momento de inércia a torção, raio de giração, entre outros. Observa-se que é mais lógico considerar-se a variabilidade das dimensões do perfil e a partir delas calcular a variabilidade das propriedades geométricas, do que considerar um valor único, como o proposto pela bibliografia.

### **3 CONFIABILIDADE PARA O ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FLEXÃO SEGUNDO A NBR 8800**

#### **3.1 - INTRODUÇÃO**

Apresenta-se neste capítulo uma análise cujo objetivo é fazer uma análise qualitativa da variabilidade da confiabilidade para um mesmo estado limite. São mostrados as variações de confiabilidade encontradas para o estado limite último de flexão, conforme os procedimentos atualmente adotados no Brasil. É analisado um conjunto formado por 91 seções distintas de perfil I soldado, que estão apresentados nas tabelas do Manual Brasileiro para o Cálculo de Estruturas Metálicas, (1986).

Escolheu-se para este estudo o estado limite último de flexão, pois este sendo bastante abrangente em termos de funções para a determinação da resistência, facilita qualquer analogia dos resultados para outros estados limites menos complexos, tal como o estado limite de tração.

Foi utilizada para a determinação do índice de confiabilidade  $\beta$ , a técnica de simulação numérica de Monte Carlo com Amostragem por Importância Adaptativa. Desenvolveu-se um programa computacional que utiliza as bibliotecas CPE (Confiabilidade em Projetos de Engenharia), [Rocha, (1998)], para a simulação de Monte Carlo. Tais rotinas foram desenvolvidas no LDEC (Laboratório de Dinâmica Estrutural e Confiabilidade) da UFRGS, utilizando o Fortran 90. As estimativas foram feitas com precisão de 1% sobre a probabilidade de falha associada a cada índice de confiabilidade calculado.

Considerou-se nesse trabalho que somente as variáveis envolvidas no cálculo da resistência são aleatórias, enquanto que as variáveis associadas ao efeito das ações foram tomadas como determinísticas, de modo a tornar a análise e seus resultados mais claros e assumindo o valor do momento resistente determinado com os valores característicos das variáveis e minorado pelo coeficiente de resistência  $\phi = 0,90$ . Analisou-se a variação da confiabilidade inerente as variações das propriedades físicas do aço e da seção transversal do perfil, segundo todos os estados limites pertinentes a flexão.

### 3.2 – DADOS ESTATÍSTICOS

As propriedades estatísticas utilizadas nesse trabalho seguem basicamente as indicadas nos trabalhos de Ellingwood e outros, (1980) e Galambos e Ravindra, (1978). É apontado pela bibliografia a razão entre valor médio e nominal (ou característico), o coeficiente de variação, (COV = relação entre o desvio padrão e valor médio), e o tipo de distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias. A partir desses dados é determinado o percentil correspondente ao valor nominal de cada variável.

As variáveis aleatórias, V.A., para o cálculo da resistência referentes as propriedades físicas do aço, são:

- $f_y$  : tensão de escoamento do aço
- $f_r$  : tensão residual do aço
- E : módulo de elasticidade do aço

Assim, têm-se:

a) *Tensão de Escoamento do Aço:*

- $\frac{\bar{f}_y}{f_y} = 1,10$
- COV = 0,11
- FDP = Log-Normal
- Percentil = 20,9%

b) *Tensão Residual do Aço:*

- $\frac{\bar{f}_r}{f_r} = 0,95$
- COV = 0,50
- FDP = Log-Normal
- Percentil = 63,7%

c) *Módulo de Elasticidade:*

- $\frac{\bar{E}}{E} = 1,00$
- COV = 0,06
- FDP = Log-Normal
- Percentil = 51,4%

Foi considerado nesse trabalho que os valores nominais da tensão de escoamento,  $f_y$ , é de 25 kN/cm<sup>2</sup>, tensão residual,  $f_r$ , é de 11,5 kN/cm<sup>2</sup> e do módulo de elasticidade do aço,  $E$ , é de 20.500 kN/cm<sup>2</sup>.

Ellingwood e outros, (1980), descrevem a razão entre o valor médio e o nominal das propriedades geométricas da seção é 1,00, com função de densidade de probabilidade Log-Normal, e que o coeficiente de variação é constante e vale 0,05. Não é levando em conta o grau de influência de cada V.A. no dimensionamento. Por exemplo, caso o momento resistente à flexão seja definido pelo momento plástico, o valor que representa o coeficiente de variação das propriedades geométricas é 0,05, referente ao  $Z_x$ , e no caso onde, o momento resistente seja determinado pelo o momento elástico, onde há a influência de varias propriedades geométricas, tais como o  $W_x$ ,  $I_t$ ,  $A_g$  entre outros, é considerando o mesmo coeficiente de variação de 0,05 representando a variação global das propriedades geométricas da seção.

Essa especificação apontada por Ellingwood e outros, (1980), para as propriedades estatísticas das características geométricas da seção do perfil não é muito razoável, pois é considerado um valor único para a relação entre valor médio e valor nominal e também para o coeficiente de variação, não levando-se em conta a importância de cada uma para cada modo

de falha. Assim, procurando fazer um tratamento mais racional das variáveis, adotaram-se como variáveis aleatórias as dimensões do perfil e a partir delas determina-se as propriedades geométricas que interessam no dimensionamento.

É apresentado na tabela 3.1 o coeficiente de variação das propriedades geométricas determinado em função do coeficiente de variação das dimensões do perfil. São avaliados as propriedades geométricas que interessam no dimensionamento a flexão, tais como a altura da alma,  $h$ , a área da seção transversal,  $A_g$ , o momento de inércia a torção,  $I_t$ , o módulo resistente,  $W_x$ , o módulo plástico,  $Z_x$ , e o raio de giração,  $r_y$ .

As dimensões do perfil estão ilustradas na Fig. 3.1, e são:

- $b_f$  : largura da mesa
- $t_f$  : espessura da mesa
- $t_w$  : espessura da alma
- $d$  : altura do perfil

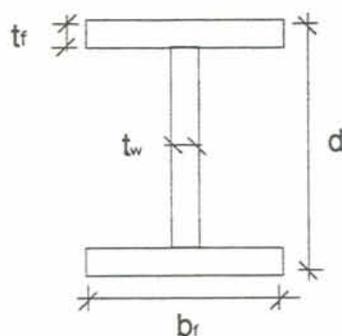


FIGURA 3.1 - Esquema seção transversal do perfil I soldado.

TABELA 3.1 – Coeficiente de variação resultante da variabilidade das dimensões do perfil.

Propriedades Geométricas	COEFICIENTES DE VARIAÇÃO DAS DIMENSÕES DO PERFIL (d, b <sub>f</sub> , t <sub>f</sub> e t <sub>w</sub> ).			
	COV = 0,05	COV = 0,03	COV = 0,02	COV = 0,01
	(1)	(2)	(3)	(4)
h	0,05	0,03	0,02	0,01
A <sub>g</sub>	0,05	0,03	0,02	0,01
W <sub>x</sub>	0,08	0,05	0,03	0,02
Z <sub>x</sub>	0,08	0,05	0,03	0,02
r <sub>y</sub>	0,06	0,04	0,02	0,01
I <sub>t</sub>	0,14	0,08	0,06	0,03

### 3.3 – FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE

A seguir é apresentada a função de estado limite estudada nesse trabalho, seguindo o descrito no anexo D da NBR 8800 para a determinação do momento resistente a flexão. Sendo aplicado a vigas não-esbeltas, sujeitas à flexão normal simples, de seção I com dois eixos de simetria. Logo a função estudada é:

$$f_{el}(\vec{X}) = M(\vec{X}) - M_d(\vec{X}_k) = 0 \quad (3.1)$$

onde:

$\vec{X}$ : vetor que contém as variáveis aleatórias (b<sub>f</sub>, d, t<sub>w</sub>, t<sub>f</sub>, E, f<sub>y</sub> e f<sub>r</sub>).

$\vec{X}_k$ : vetor dos valores nominais das variáveis.

$M(\vec{X})$ : valor do momento resistente, calculado pelos critérios da Norma Brasileira para flexão, utilizando as variáveis aleatórias geradas pelo programa a partir do conhecimento do tipo de distribuição de probabilidade e seus dois primeiros

momentos (média e variância), sem o coeficiente de minoração de resistência  $\phi$  (igual a 0,90 pela NBR8800).

$M_d(\bar{X}_k)$ : valor do momento resistente calculado com os valores nominais das variáveis multiplicado pelo coeficiente de segurança  $\phi$ . Logo tem-se que:

$$M_d(\bar{X}_k) = 0,90M_n(\bar{X}_k) \quad (3.2)$$

O momento resistente, segundo o anexo D da NBR 8800, é determinado em função do tipo de instabilidade que causará a falha do elemento, sendo dividido em FLT (Flambagem Lateral por torção), FLM (Flambagem Local da Mesa) e FLA (Flambagem Local da Alma), podendo separar-se em 7 os modos em que pode ocorrer a falha, como a seguir é detalhado. O valor do momento resistente  $M_n$  é então o menor dos três valores considerando-se os estados limites de FLT, FLA, FLM. Para cada um desses estados limites, tem-se que:

- a)  $M_n = M_{pl}$ , para  $\lambda \leq \lambda_p$
- b)  $M_n = M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}$ , para  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$
- c)  $M_n = M_{cr}$ , para  $\lambda > \lambda_r$

onde :

$$M_{pl} = f_y Z_x \quad (\text{Momento Plástico})$$

$\lambda$  = parâmetro de esbeltez definido para cada caso.

Para perfis de seção I com dois eixos de simetria no plano médio da alma, fletidos em torno do eixo de maior inércia, tem-se as definições indicadas na Tabela 3.2.

O máximo valor que a resistência nominal  $M_n$  ao momento fletor é limitado em  $1,25Wf_y$ , sendo  $W$  o módulo resistente elástico mínimo da seção.

TABELA 3.2 – Resumo do anexo D da NBR 8800.

Estados limites aplicáveis	$M_r$	$M_{cr}$	Parâmetro de esbeltes ( $\lambda$ )	$\lambda_p$	$\lambda_r$
FLT	$(f_y - f_r)W$	$\frac{C_b \beta_1}{\lambda} \sqrt{1 + \frac{\beta_2}{\lambda^2}}$	$\frac{L_b}{r_y}$	$1,75 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Nota (a)
FLM	$(f_y - f_r)W$	$\frac{0,67E}{\lambda^2} W$	$\frac{b_f}{2t_f}$	$0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$0,82 \sqrt{\frac{EW}{M_r}}$
FLA	$f_y W$	—	$\frac{h}{t_w}$	$3,50 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$5,6 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

Nota (a):

$$\lambda_r = \frac{0,707 C_b \beta_1}{M_r} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{4\beta_2}{C_b^2 \beta_1^2} M_r^2}} \quad (3.3)$$

onde,

$$\beta_1 = \pi \sqrt{GE} \sqrt{I_T A_g} \quad (3.4)$$

$$\beta_2 = 6,415 \frac{A_g (d - t_f)^2}{I_x} \quad (3.5)$$

sendo:

$C_b$  = coeficiente de majoração do  $M_{cr}$  definido no item 5.4.5.3 da NBR 8800.

$L_b$  = distância entre contenção lateral.

Assim, pode-se separar em 7 as regiões de falhas, (ou modos de falha), para o cálculo do momento resistente, sendo:

**Modo de falha 1** : Quando  $M_n = M_{pl}$ , isto é, quando  $\lambda \leq \lambda_p$  tanto para  $M_{FLT}$ ,  $M_{FLA}$  e  $M_{FLM}$

**Modo de falha 2** : Quando  $M_n = M_{FLT}$  e  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$

**Modo de falha 3** : Quando  $M_n = M_{FLT}$  e  $\lambda > \lambda_r$

**Modo de falha 4** : Quando  $M_n = M_{FLA}$  e  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$

**Modo de falha 5** : Quando  $M_n = M_{FLA}$  e  $\lambda > \lambda_r$

**Modo de falha 6** : Quando  $M_n = M_{FLM}$  e  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$

**Modo de falha 7** : Quando  $M_n = M_{FLM}$  e  $\lambda > \lambda_r$

A Fig. 3.2 apresenta um fluxograma, onde se ilustram as diversas faces do programa para a obtenção do índice de confiabilidade  $\beta_0$ .

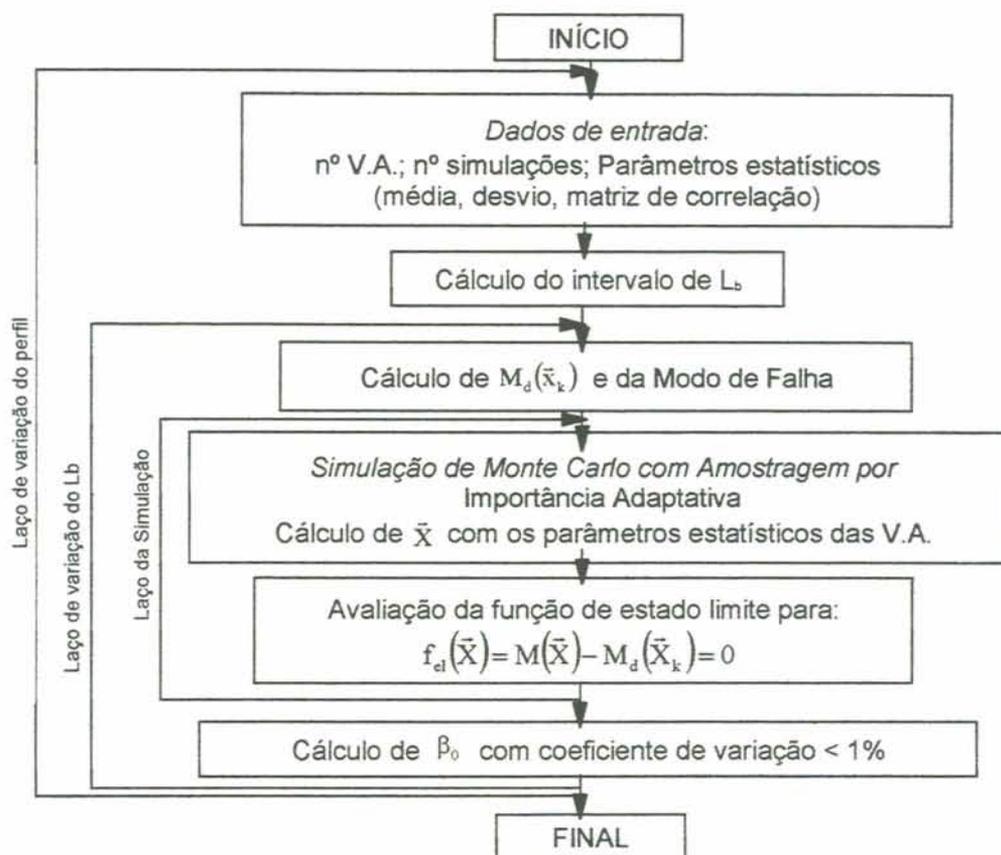


FIGURA 3.2 – Fluxograma do programa para a obtenção de  $\beta_0$ .

A seguir são apresentados alguns exemplos de aplicação, que demonstram a variabilidade do índice de confiabilidade resultante da metodologia atual de cálculo. No primeiro e no segundo caso, considerou-se que o coeficiente de variação das dimensões da seção é de 0,05 e 0,02 respectivamente, apresentando a variação dos resultados frente a

diferentes parâmetros das variáveis geométricas. As propriedades estatísticas das propriedades físicas do aço seguem as apresentadas no item 3.2.

Nos exemplos, o perfil é analisado para diversos comprimentos  $L_b$ , abrangendo-se assim todos os modos de falha indicados no estado limite de flexão. Foi adotado o valor  $C_b = 1,00$  nos exemplos apresentados a seguir. O critério adotado para a escolha dos valores de  $L_b$  está descrito a seguir.

Para cada perfil, utilizando-se os valores característicos das variáveis, determina-se o valor de  $\lambda_p$ , dado pela flambagem lateral por torção, e do raio de giração  $r_y$ , logo o intervalo de comprimento de análise é  $[L_{b(\text{inicial})} : L_{b(\text{final})}]$ , com incremento de  $L_{b(\text{increm.})}$ , onde:

$$L_{b(\text{inicial})} = L_{b(\text{increm.})} \quad (3.6)$$

$$L_{b(\text{increm.})} = \frac{L_{b(\text{final})}}{30} \quad (3.7)$$

$$L_{b(\text{final})} = 1,5 \cdot \lambda_p \cdot r_y \quad (3.8)$$

Tal critério foi adotado visando manter uma uniformidade lógica na escolha dos comprimentos de análise. O comprimento final analisado foi incrementado em 50% a fim de melhor representar graficamente as curvas. Adotou-se nesse trabalho o número de intervalos de  $L_b$  de 30, que mostrou-se suficiente para uma boa visualização da dependência  $\beta(\lambda)$ .

Os gráficos são plotados em função do índice de esbeltes,  $\lambda$ .

### 3.4 – AVALIAÇÃO DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE

#### 3.4.1 Primeiro caso

É analisado nesse primeiro exemplo o perfil I VS 500x73, para um coeficiente de variação das dimensões de 0,05. As dimensões nominais do perfil estão listadas abaixo:

$$\begin{aligned} d &= 500 \text{ mm} & b_f &= 250 \text{ mm} \\ t_w &= 6,3 \text{ mm} & t_f &= 12,5 \text{ mm} \end{aligned}$$

Na Fig.3.3 são apresentados resultados obtidos de simulação numérica, onde são plotados os valores que assume o índice de confiabilidade,  $\beta$ , para os diversos valores de distância entre contenções laterais.

Os valores de  $\lambda_p$  e  $\lambda_r$ , estão também apresentados na figura, representando os limites entre o momento plástico e o momento elástico da análise da Flambagem Lateral por Torção respectivamente. Observa-se a variação do índice de confiabilidade  $\beta$ , passando de aproximadamente 1,4 para algo em torno de 0,7, na medida em que a esbeltes aumenta. Logo há um decaimento na confiabilidade a medida em que se aumenta a distância entre contenções laterais. Há uma uniformidade no índice de confiabilidade para a região plástica e o mesmo se observa para a região de flambagem elástica, embora com valores diferentes, e há um decaimento na região de interpolação entre o momento plástico e o elástico.

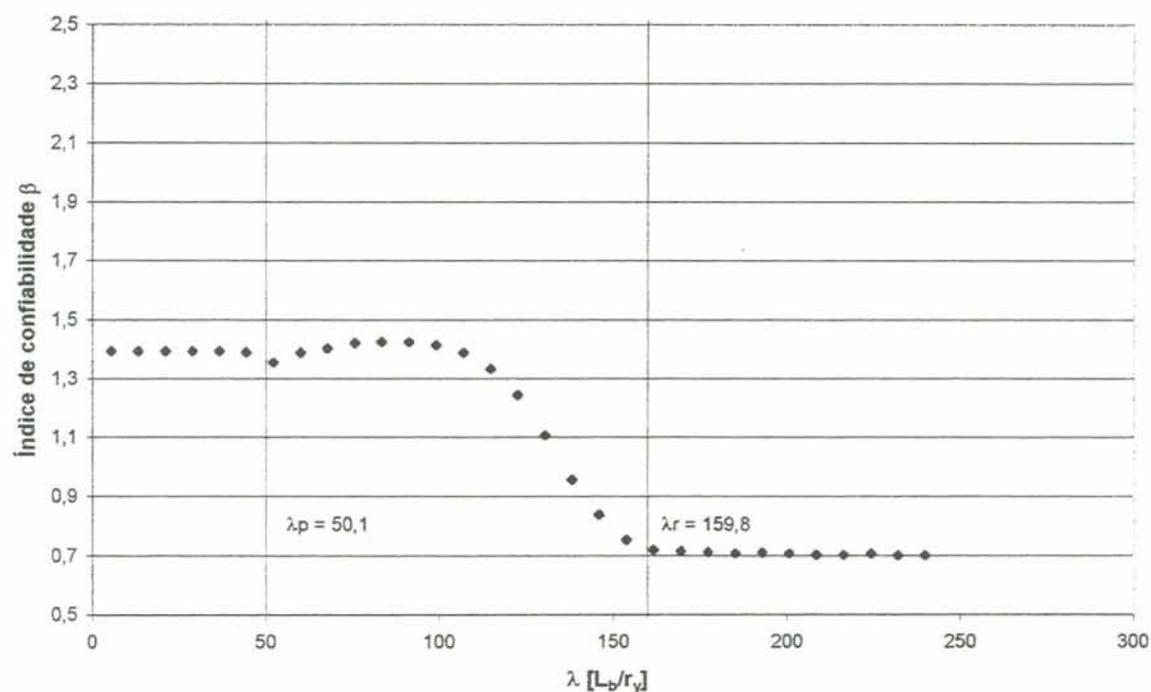


FIGURA 3.3 - Variação do índice de confiabilidade do perfil I VS 500x73 com COV das dimensões da seção de 0,05.

### 3.4.2 Segundo caso

Nesse caso, é analisado o mesmo perfil do exemplo anterior, alterando o coeficiente de variação das dimensões do perfil para 0,02. Os resultados estão apresentados na Fig. 3.4.

Observa-se um aumento na confiabilidade, em comparação com o caso 1, devido a diminuição da variabilidade das dimensões da seção transversal do perfil. Esse fato mostra-se mais evidente na região elástica, pois é nela em que há uma maior influência da geometria do perfil, passando de  $\beta \approx 0,70$  no caso 1, para  $\beta \approx 1,30$  para o caso 2, enquanto na região plástica a variação entre o caso 1 e 2 foi de 1,4 para 1,7. Devido a diminuição na variabilidade das dimensões, a influência de outras V.A., tal como o  $f_r$ , altera a forma da curva de confiabilidade, como pode ser visualizada na região inelástica dos dois casos. É nessa região que o momento crítico  $M_r$  torna-se importante no projeto e como seu valor está diretamente relacionado com o  $f_r$ , que influi como demanda no projeto e não como capacidade, a sua alta variabilidade, (COV=0,50), causa uma diminuição na probabilidade de falha e conseqüentemente um aumento no índice de confiabilidade. A medida que  $M_r$  torna-se menos importante na análise, há um decaimento na confiabilidade.

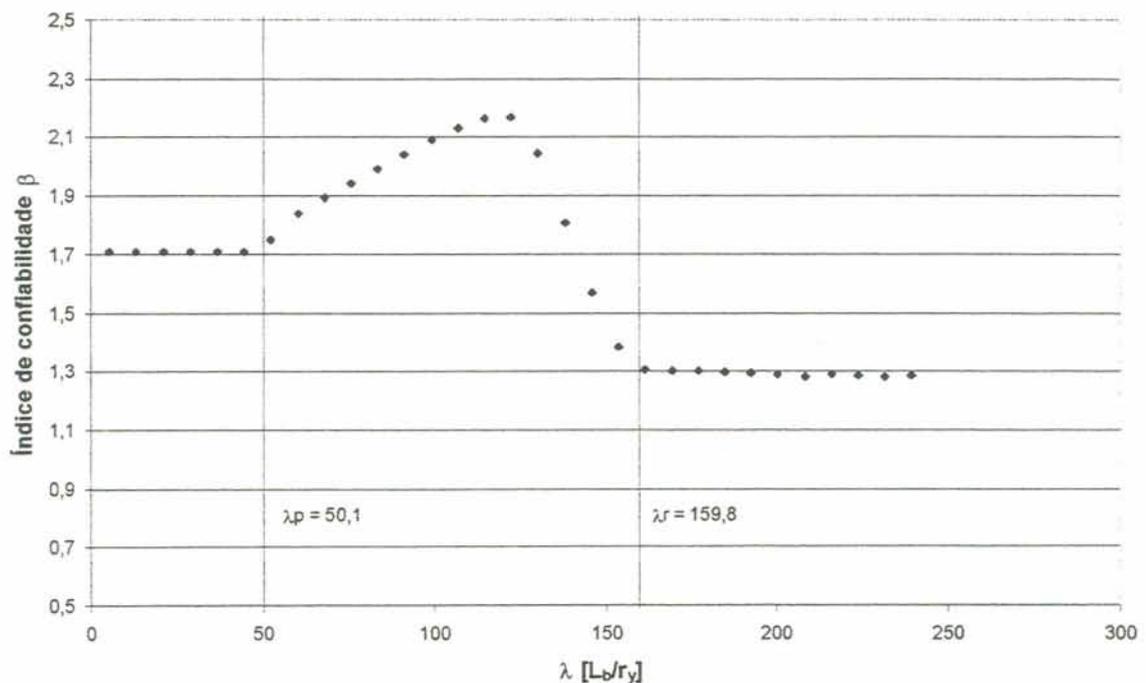


FIGURA 3.4 - Variação do índice de confiabilidade do perfil I VS 500x73 com COV das dimensões da seção de 0,02.

### 3.4.3 Terceiro caso

Neste exemplo foi considerado que o tensão residual do aço não é aleatória e assumiu seu valor determinístico de  $11,5 \text{ kN/cm}^2$ . O coeficiente de variação das dimensões do perfil é de 0,02. Foi analisado, como no caso anterior, o perfil I VS 500x73.

Observa-se uma diminuição nos valores do índice de confiabilidade para a região inelástica, em comparação com o caso anterior, onde tinha-se a tensão residual como variável aleatória. Nota-se ainda que há uma diminuição na probabilidade de falha e consequentemente um aumento no índice de confiabilidade nessa região, pois como no caso dois, é na região inelástica que a tensão residual é importante no projeto. Como nos dois casos apresentados anteriormente, a diminuição do valor do índice de confiabilidade na medida em que aumentasse o comprimento entre contenções laterais é explicado, pois há uma proporcional contribuição de outras propriedades geométricas da seção do perfil, aumentando a variabilidade dessas propriedades. Isto é, na região plástica, há somente a variabilidade da geometria associada ao módulo plástico  $Z_x$ , enquanto na região elástica há a contribuição de diversas variáveis geométricas, contribuindo para o aumento do coeficiente de variação da geometria, causando uma diminuição no índice de confiabilidade.

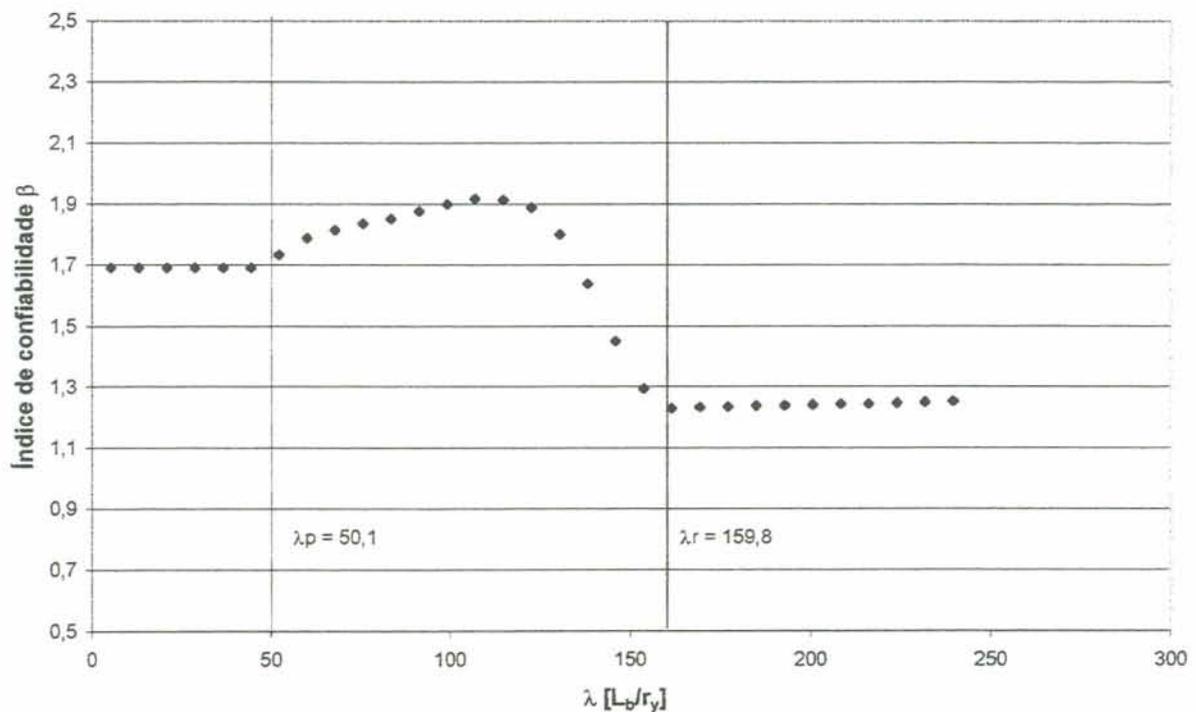


FIGURA 3.5 - Variação do índice de confiabilidade do perfil I VS 500x73 com COV das dimensões da seção de 0,02 e  $f_r$  determinístico.

### 3.4.4 Quarto caso

Na Fig.3.6 apresenta-se a análise para todo o conjunto de perfis I VS. Foi tomado nesse caso o valor de 0,02 para o coeficiente de variação das dimensões da seção.

Observa-se a mesma tendência de caimento do índice de confiabilidade da análise do caso 2 para um único perfil. Os valores encontrados para  $\beta$  variam entre 1,7 e 1,2. Há dispersão na confiabilidade entre perfis com o mesmo índice de esbeltes  $\lambda$ . A superposição dos valores de  $\beta$  para diferentes perfis torna evidente a amplitude da variação da confiabilidade mesmo se tratando da mesma região para o cálculo do momento resistente.

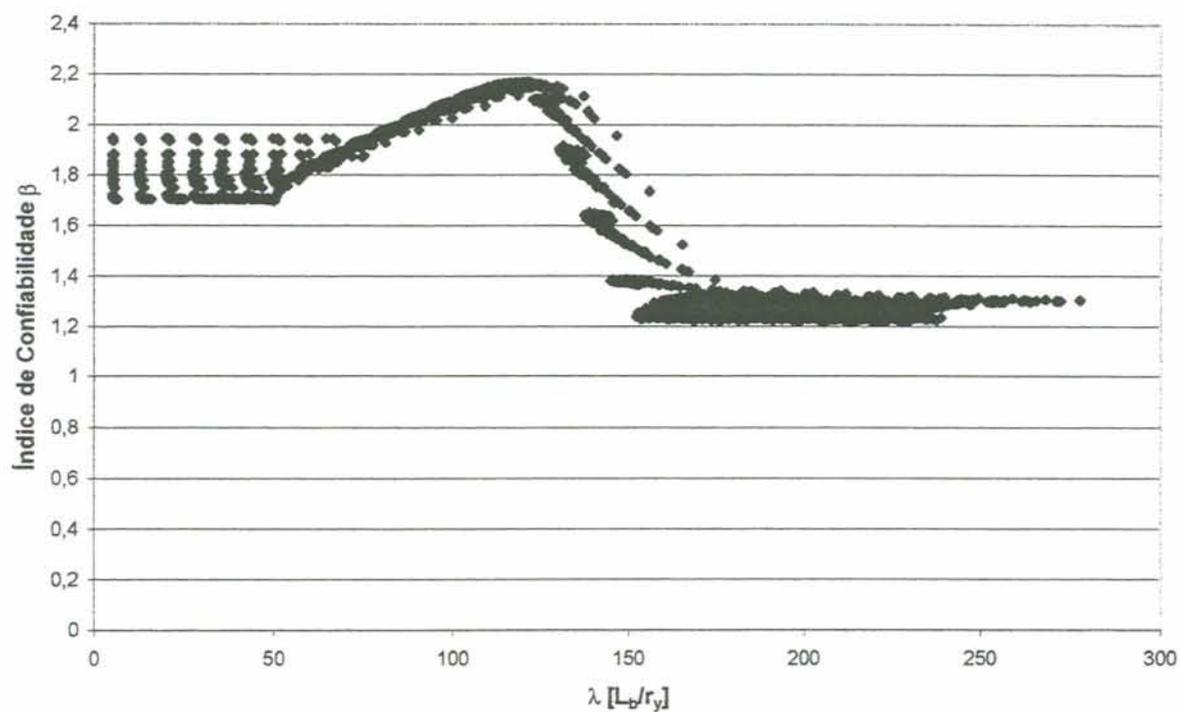


FIGURA 3.6 - Variação do índice de confiabilidade de 91 perfis I tipo VS.

### 3.4.5 Quinto caso

Nesse exemplo é mostrada a variação do índice de confiabilidade para o mesmo conjunto de perfis, sendo separados por modo de falha. A determinação do modo de falha segue o apresentado no item 3.3, e foram calculados a partir dos valores nominais das variáveis. Com a separação por modos de falha é observado uma certa uniformidade no índice de confiabilidade, com exceção do modo de falha 2.

Não se observou a ocorrência nos modos de falha 5 e 7, pois nesse trabalho são estudadas somente vigas não esbeltas, sendo esses dois modos de falha pertinentes a vigas esbeltas.

Na região 1 é encontrado um valor de  $\beta$  de aproximadamente 1,7, enquanto modo 3 obteve-se  $\beta \approx 1,3$ , no modo 4  $\beta \approx 1,8$  e na região 6  $\beta \approx 1,9$ . No Modo de falha 2 o índice  $\beta$  varia de 1,4 a 2,2.

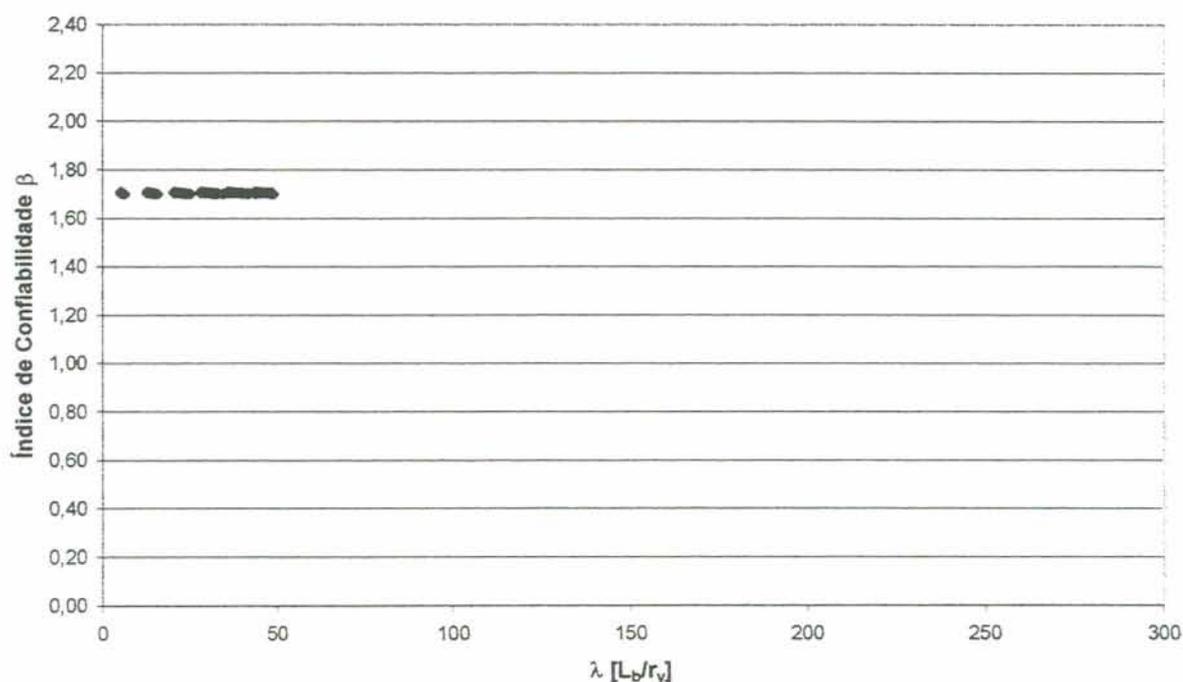


FIGURA 3.7 - Variação do índice de confiabilidade de 91 perfis I VS – Modo de falha 1

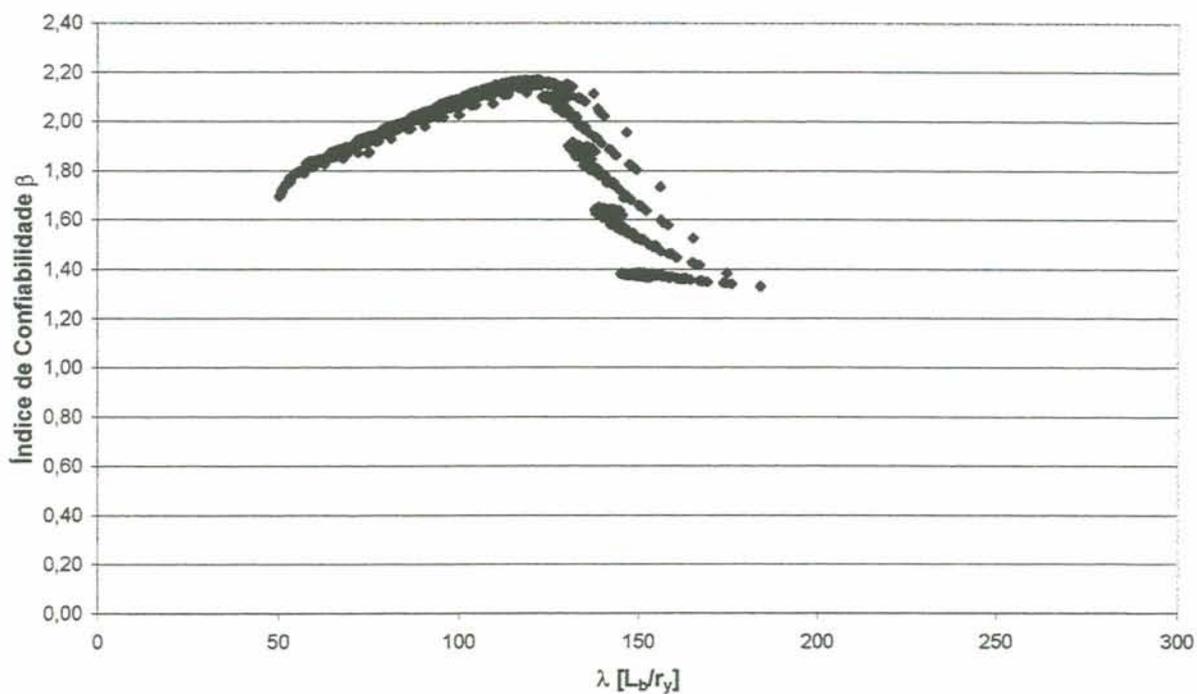


FIGURA 3.8 - Variação do índice de confiabilidade de 91 perfis I VS – Modo de falha 2.

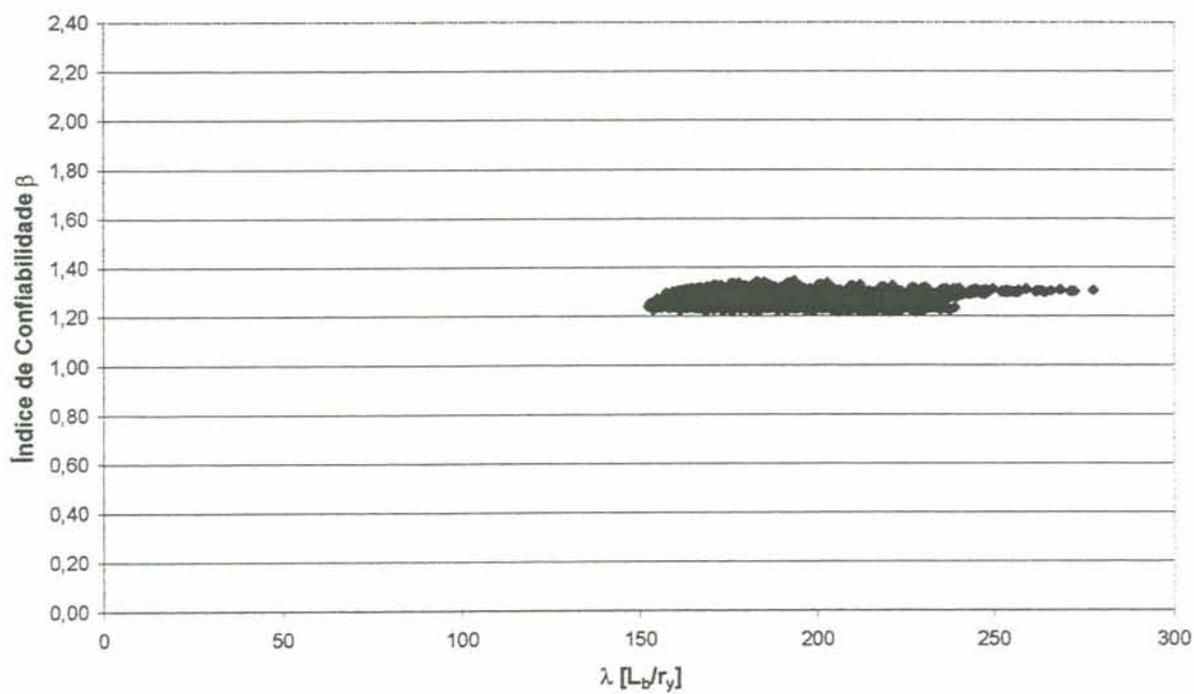


FIGURA 3.9 - Variação do índice de confiabilidade de 91 perfis I VS – Modo de falha 3.

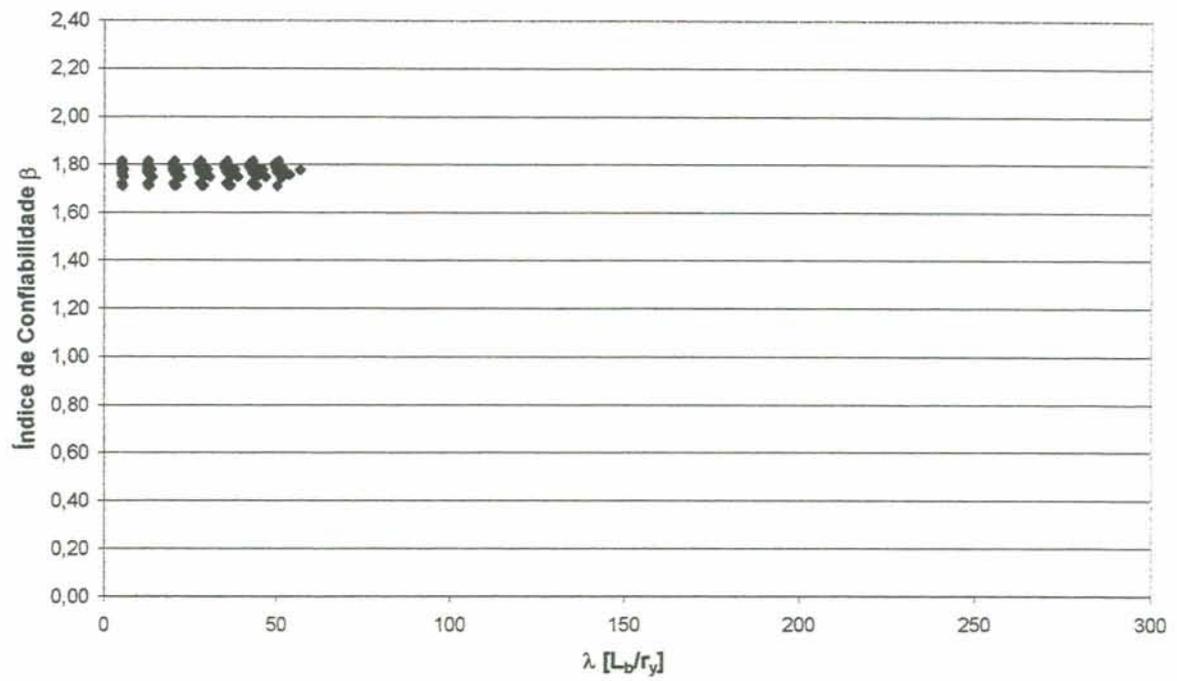


FIGURA 3.10 - Variação do índice de confiabilidade de 91 perfis I VS – Modo de falha 4.

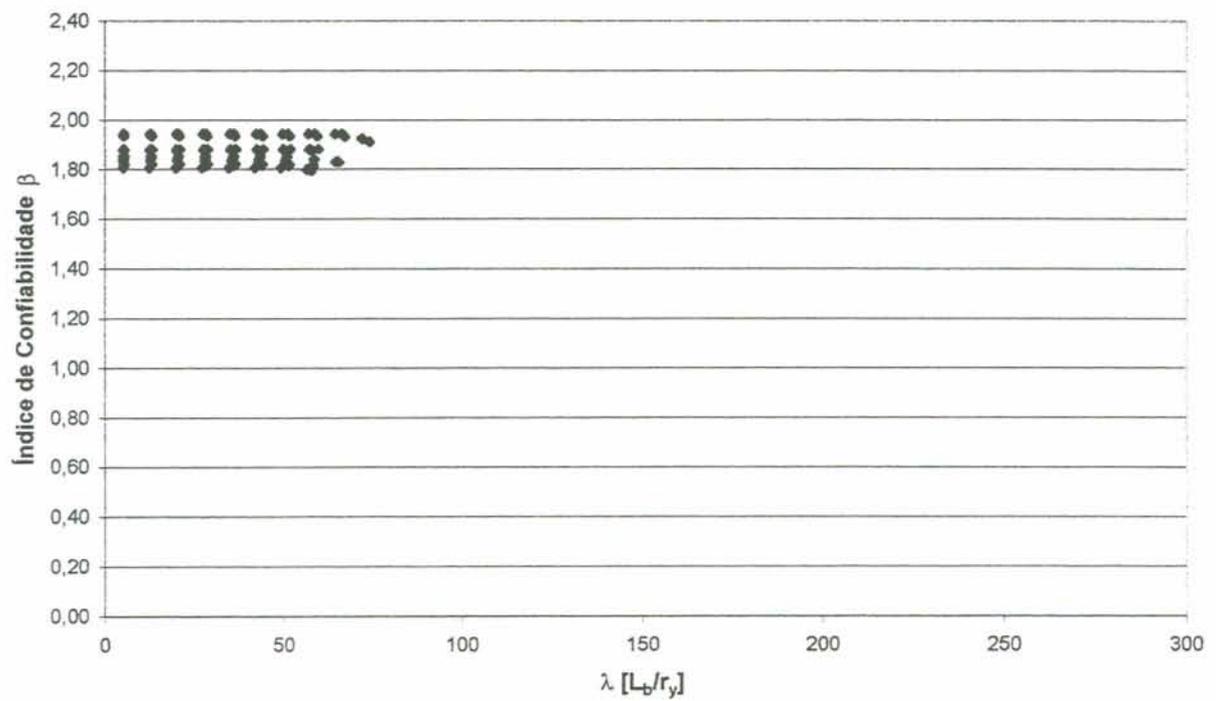


FIGURA 3.11 - Variação do índice de confiabilidade de 91 perfis I VS – Modo de falha 6.

### 3.5 – COMENTÁRIOS

Foi apresentado nessa seção o estado limite último de flexão, segundo a NBR 8800. Com os parâmetros estatísticos apresentados pela bibliografia, são mostrados os resultados da simulação numérica indicando a variabilidade encontrada no índice de confiabilidade para uma mesma função de estado.

Os parâmetros estatísticos das variáveis aleatórias coletados da bibliografia apresentam certas inconsistências, tais como a adoção de um único valor representativo da variabilidade das propriedades geométricas da seção, como relatado no item 3.2 desse trabalho, e os altos valores encontrados para o percentil do valor nominal das propriedades físicas do aço, onde esperava-se encontrar valores próximos de 5% para o  $f_y$  e  $E$  e 95% para o  $f_r$ .

Foi mostrado a variabilidade do índice de confiabilidade para uma mesma função de estado limite, frente aos parâmetros estatísticos apresentados na bibliografia.

Vê-se, como uma alternativa possível para uniformizar a confiabilidade no domínio de um estado limite, a adoção de procedimentos de correção dos conhecidos coeficientes de resistência. Uma técnica de correção que utiliza os cossenos diretores calculados a partir do valor esperado do domínio de falha, ponto IFM, foi estudada e é apresentada no capítulo seguinte.

## 4 COEFICIENTES DE SEGURANÇA A PARTIR DO VALOR ESPERADO DAS COORDENADAS DO PONTO IFM

### 4.1 – INTRODUÇÃO

Nesse capítulo é apresentado o procedimento para determinação do coeficiente de minoração da resistência  $\phi$ , a ser aplicado na equação 1.1, em função de um índice de confiabilidade preestabelecido, para uma dada função de estado limite. O método utiliza o vetor dos cossenos diretores, obtido a partir das coordenadas do valor esperado do domínio de falha, ponto IFM, dado pela simulação numérica de Monte Carlo com Amostragem por Importância Adaptativa. É mostrado que tal vetor representa uma medida de sensibilidade das variáveis, variando seu valor em função do grau de importância que cada variável assume no dimensionamento, quantificando-se assim um “peso” distinto para cada uma variável.

Como aplicação do método, é feita a determinação dos coeficientes de resistência,  $\phi$ , para três níveis de confiabilidade. Foi utilizada a função de estado limite último de flexão, segundo a NBR 8800, descrita no capítulo 3, bem como a mesma tabela dos perfis I tipo VS. Os resultados são plotados em gráficos de dispersão dos valores de  $\phi$  em função do índice de esbeltes, para todo o domínio analisado. Com a observação dos gráficos, é proposta uma tabela simplificada dos coeficientes de resistência a ser aplicada no momento resistente nominal para gerar um índice de confiabilidade alvo.

Adotou-se nesse estudo que as dimensões do perfil ( $b_f, d, t_f$  e  $t_w$ ) possuem as relações entre valor médio sobre o valor nominal igual a 1,00, e coeficiente de variação de 0,02 e com distribuição Log-Normal de probabilidade. Foram escolhidos tais valores pois assim os coeficientes de variação das características geométricas geradas ficam limitadas em

valores menores que 6%, de acordo com coluna 3 da tabela 3, representando melhor a realidade.

Esse estudo limita-se em considerar que somente as variáveis envolvidas no cálculo da resistência são aleatórias, enquanto que o efeito das ações foi considerado determinístico. Devido a carência de dados estatísticos sobre as correlações entre as variáveis aleatórias, foi considerada a independência estatística entre elas.

As propriedades estatísticas das propriedades físicas do aço seguem as indicadas na bibliografia e apresentadas no item 3.2 desse trabalho.

A metodologia de cálculo apresentada a seguir utiliza a terminologia própria do estado limite de flexão, não trazendo prejuízos para o entendimento de qualquer outro estado limite.

## 4.2 – COSSENOS DIRETORES

O vetor do cosseno diretor das variáveis aleatórias, de cada situação cálculo, pode ser obtido através das coordenadas do valor esperado do domínio de falha, ponto IFM, [Bucher, (1988)], geradas pela simulação numérica de Monte Carlo com Amostragem por Importância Adaptativa.

Denomina-se  $\bar{z}_{IFM}^*$ , o vetor das coordenadas, no espaço gaussiano padrão, do ponto de máxima verossimilhança no domínio de falha, com um índice de confiabilidade  $\beta$  com coeficiente de variação da probabilidade de falha menor ou igual a 1%.

O vetor de cossenos diretores pode ser obtido através da expressão 4.1.

$$\alpha_i = \frac{z_{i \text{ IFM}}^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^{nva} (z_{i \text{ IFM}}^*)^2}} \quad (4.1)$$

Como aplicação, é apresentada na Fig. 4.1 a variação dos cossenos diretores das variáveis aleatórias, com o parâmetro de esbeltes, para um único perfil. A figura apresenta as curvas representativas de cada valor do cosseno diretor de cada variável aleatória, para o perfil I VS 500x73, percorrendo todos os modos de falha em que pode se enquadrar.

Os limites da região plástica e elástica estão apresentados também no Fig. 4.1, e foram calculados segundo o item 5.5.4 da NBR 8800.

Com a observação da Fig. 4.1, verifica-se que para pequenos valores de  $\lambda$  ( $< 50$ ), isso é, na região plástica, o valor do cosseno diretor para a variável da tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) assume o valor máximo, diminuindo a medida que se aproxima da região elástica. Já o cosseno diretor do módulo de elasticidade ( $E$ ) não tem grande importância na região plástica e o seu valor cresce quando se aproxima da região elástica (carga de Euler). É possível fazer esse mesmo tipo de análise para as outras variáveis aleatórias, observando a variação de importância que cada uma assume no dimensionamento, para cada estado limite dentro da flexão.

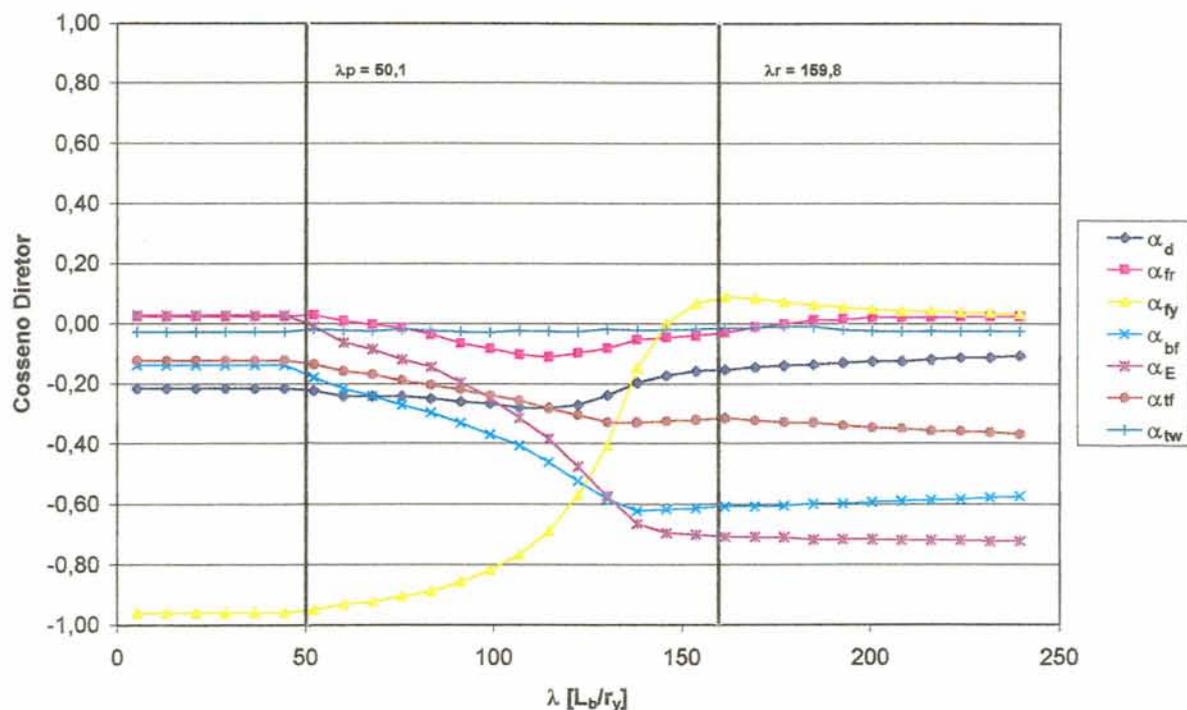


FIGURA 4.1 - Variação do cosseno diretor das V.A.

Logo, é mostrado, que o vetor  $\bar{\alpha}$  obtido pela expressão 4.1, representa a sensibilidade de cada V.A., variando o seu “peso”, em função de sua importância no projeto.

### 4.3 – CRITÉRIO DE CÁLCULO

A seguir é apresentado um procedimento para determinação de um novo coeficiente de minoração da resistência. Tal método utiliza o vetor de cosseno diretor calculado pela equação 4.1 para alcançar um índice de confiabilidade alvo.

Com o vetor  $\bar{\alpha}$  calculado para uma certa condição de projeto, isto é, para um dado perfil e uma certa distância entre contenção lateral, pode-se determinar um novo ponto de projeto, no espaço gaussiano padrão, para um índice de confiabilidade preestabelecido. Assim a equação 2.9 pode ser reescrita como:

$$\bar{z}^* = \beta' \bar{\alpha} \quad (4.2)$$

sendo:

$\bar{z}^*$  : coordenadas no novo ponto de projeto no espaço gaussiano padrão.

$\beta'$  : índice de confiabilidade alvo

É então feita a transformação das coordenadas de  $\bar{z}^*$  para o espaço original através das expressões 4.3 e 4.4, obtendo-se assim as novas coordenadas do ponto de projeto,  $\bar{x}^*$ , no espaço original.

$$x_i^* = P_{x_i}^{-1} [\Phi(z_i^*)] \quad (4.3)$$

onde:

$$z_i^* = L_z z_i^* \quad (4.4)$$

Aplicando-se na função de estado limite as coordenadas  $\bar{X}^* = (x^*_1, x^*_2, \dots, x^*_n)$  determinadas pela equação 4.4, calcula-se o valor do momento resistente naquele ponto,  $M_n(\bar{X}^*)$ , e através da expressão 4.5 é possível determinar o coeficiente de minoração da resistência,  $\phi'_{\text{global}}$ , aplicado nos valores nominais, para alcançar o nível de  $\beta'$  requerido.

$$\phi'_{\text{global}} = \frac{M_n(\bar{X}^*)}{M_n(\bar{X}_k)} \quad (4.5)$$

onde:

$M_n(\bar{X}^*)$ : valor do momento resistente utilizando os valores do ponto de projeto calculado em função do índice confiabilidade alvo ( $\beta'$ ).

$M_n(\bar{X}_k)$ : valor do momento resistente utilizando os valores nominais das variáveis, sem o coeficiente de resistência  $\phi = 0,90$  dado pela NBR 8800.

Na Fig. 4.2 é apresentado um fluxograma, onde ilustra as etapas do programa para a obtenção do novo  $\phi'_{\text{global}}$  em função do  $\beta'$ .

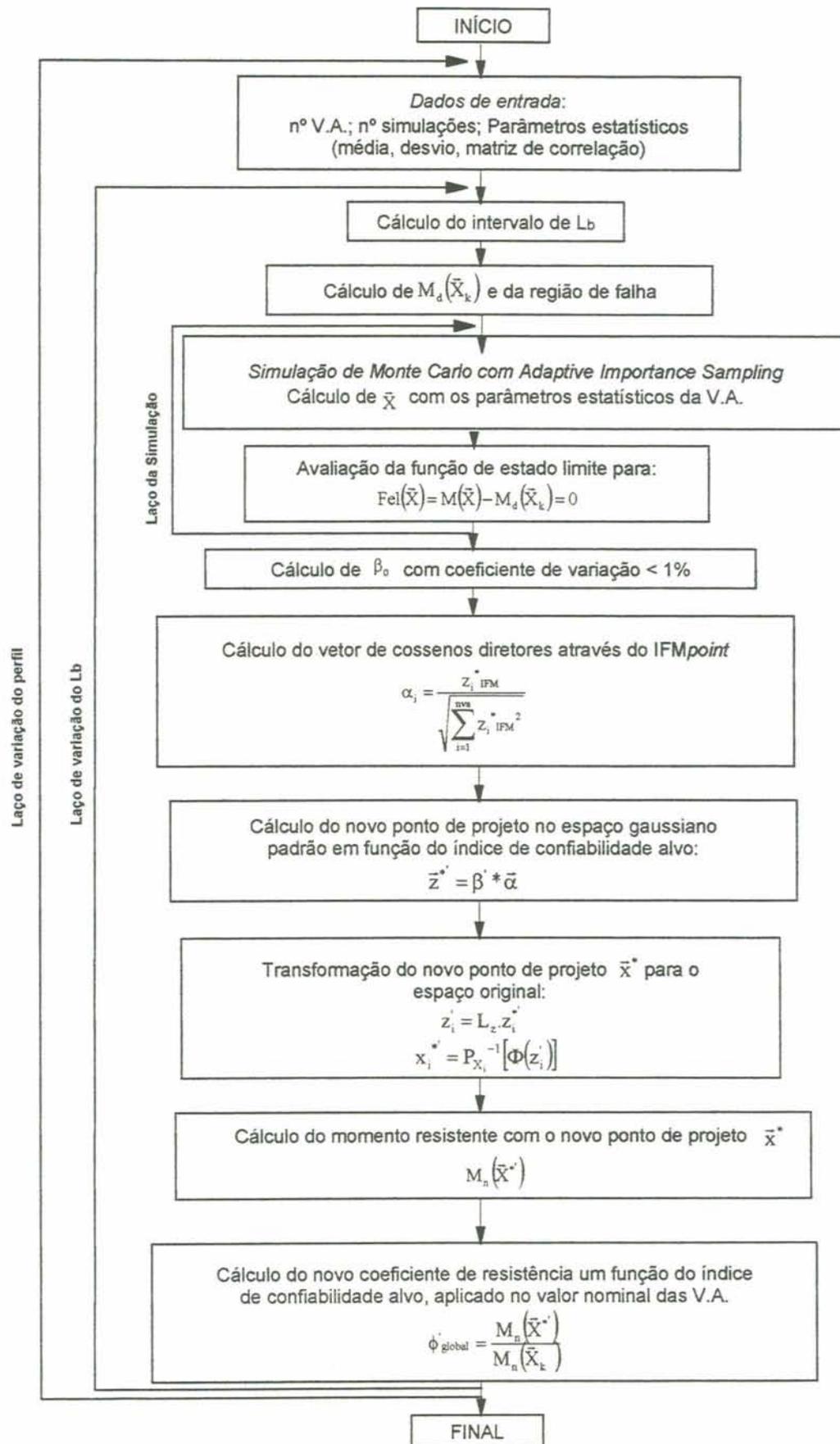


FIGURA 4.2 – Fluxograma para obtenção de  $\phi'_{\text{global}}$  em função de  $\beta'$ .

### 4.3.1 Aplicação

Apresenta-se a seguir um exemplo de aplicação do método proposto. É apresentado o procedimento de determinação do novo coeficiente de minoração da resistência, a ser aplicado no momento resistente nominal para se atingir um índice de confiabilidade de 2,5.

Analisou-se o perfil I VS 600x95, com uma distância entre contenções laterais de 500 cm, assim:

$$\begin{aligned} L_b &= 500 \text{ cm} \\ d &= 60 \text{ cm} \quad t_f = 1,25 \text{ cm} \\ b_f &= 30 \text{ cm} \quad t_w = 0,8 \text{ cm} \end{aligned}$$

Logo, o vetor dos valores nominais das variáveis,  $\bar{X}_k$ , pode ser expresso como:

$x_{k1} = 60 \text{ cm}$	→ $d$ : altura do perfil (cm)
$x_{k2} = 11,5 \text{ kN/cm}^2$	→ $f_r$ : tensão residual do aço
$x_{k3} = 25 \text{ kN/cm}^2$	→ $f_y$ : tensão de escoamento do aço
$x_{k4} = 30 \text{ cm}$	→ $b_f$ : largura da mesa
$x_{k5} = 20.500 \text{ kN/cm}^2$	→ $E$ : módulo de elasticidade
$x_{k6} = 1,25 \text{ cm}$	→ $t_f$ : espessura da mesa
$x_{k7} = 0,8 \text{ cm}$	→ $t_w$ : espessura da alma

Como descrito no capítulo 3, o valor do momento resistente a flexão, utilizando os valores nominais das variáveis, é:

$$M_n(\bar{X}_k) = 63.706,7 \text{ kN.cm}$$

Faz-se a simulação numérica de Monte Carlo com Amostragem por Importância Adaptativa da função de estado limite de flexão, segundo a Norma Brasileira, dada pela expressão 4.6. Considera-se a solicitação determinística e minorada pelo coeficiente de resistência 0,90, dado pela norma. Assim:

$$f_{cl}(\bar{X}) = M(\bar{X}) - 0,90M_n(\bar{X}_k) = 0 \quad (4.6)$$

Obtêm-se, após a simulação numérica, os seguintes resultados:

- Índice de confiabilidade, com coeficiente de variação da probabilidade de falha menor que 0,01 é igual a 1,86.
- vetor gerado pelo programa, das coordenadas do valor esperado no domínio de falha,  $\bar{z}^*_{IFM}$ , é:

$$z^*_{IFM_1} = -0,556$$

$$z^*_{IFM_2} = 0,196$$

$$z^*_{IFM_3} = -2,317$$

$$z^*_{IFM_4} = -1,092$$

$$z^*_{IFM_5} = -0,546$$

$$z^*_{IFM_6} = -2,176$$

$$z^*_{IFM_7} = 0,652$$

Aplicando  $\bar{z}^*_{IFM}$  na expressão 4.1, determina-se o vetor dos cossenos diretores,  $\bar{\alpha}$ , assim tem-se:

$$\alpha_1 = -0,252$$

$$\alpha_2 = -0,001$$

$$\alpha_3 = -0,912$$

$$\alpha_4 = -0,254$$

$$\alpha_5 = -0,101$$

$$\alpha_6 = -0,170$$

$$\alpha_7 = -0,030$$

Com a expressão 4.2, calcula-se o novo ponto de projeto, para um índice de confiabilidade alvo de 2,5. Logo,:

$$z_1^* = -0,631$$

$$z_2^* = -0,025$$

$$z_3^* = -2,279$$

$$z_4^* = -0,637$$

$$z_5^* = -0,253$$

$$z_6^* = -0,426$$

$$z_7^* = -0,075$$

Transformando as coordenadas do novo ponto de projeto do espaço gaussiano padrão para o espaço original, através das expressões 4.3 e 4.4 , determina-se  $\bar{X}^*$  , assim:

$$x_1^* = 59,236 \text{ cm}$$

$$x_2^* = 12,540 \text{ kN/cm}^2$$

$$x_3^* = 21,289 \text{ kN/cm}^2$$

$$x_4^* = 29,616 \text{ cm}$$

$$x_5^* = 20154,741 \text{ kN/cm}^2$$

$$x_6^* = 1,239 \text{ cm}$$

$$x_7^* = 0,798 \text{ cm}$$

Pode-se então determinar o novo valor do momento resistente com o novo ponto de projeto  $\bar{X}^*$  , logo:

$$M_n(\bar{X}^*) = 53.945,9 \text{ kN.cm}$$

E, através da expressão 4.5, é calculado o novo coeficiente de minoração da resistência, a ser aplicado no momento nominal, para se atingir uma confiabilidade próxima de 2,5. Logo tem-se:

$$\phi'_{\text{global}} = \frac{53.945,9}{63.709,7} = 0,85$$

Para verificar a precisão do método, é feita uma nova simulação de verificação, onde mudou-se o atual coeficiente de 0,90, da equação 4.6, pelo novo  $\phi'_{\text{global}}$  calculado acima. Assim, a nova função de estado limite fica:

$$f_{\text{el}}(\bar{X}) = M(\bar{X}) - 0,85.M_n(\bar{X}_k) = 0 \quad (4.7)$$

O índice de confiabilidade encontrado após nova simulação foi de 2,499, não tendo diferença apreciável para a confiabilidade esperada de 2,50.

Para o mesmo exemplo, determinou-se o novo  $\phi'_{\text{global}}$  para outros níveis de confiabilidade. Os resultados estão apresentados na Tab. 4.1.

TABELA 4.1 – Índice de confiabilidade alvo e o alcançado após nova simulação de verificação.

$\beta_{\text{alvo}}$	$\beta_{\text{alcançado}}$	$\phi'_{\text{global}}$
1,5	1,51	0,93
2,0	2,01	0,89
3,0	3,01	0,81

Nesse exemplo mostrou-se a validação do método para obtenção de um coeficiente de resistência a partir de um índice de confiabilidade preestabelecido, utilizando o mesmo vetor de cossenos diretores calculados com os critérios de segurança da NBR 8800, alterando-se o ponto de projeto com a mudança do índice de confiabilidade.

#### 4.4 – VALIDAÇÃO DO USO DO VALOR ESPERADO DO DOMÍNIO DE FALHA

Usou-se o método da bisseção para verificar se realmente as coordenadas do valor esperado do domínio de falha, dado pela simulação numérica de Monte Carlo com amostragem por importância adaptativa, ponto IFM, usados para a determinação do cosseno diretor, não traz erros consideráveis em comparação com o ponto de projeto.

O método consiste em refinar o índice de confiabilidade  $\beta$  e determinar o novo vetor do ponto de projeto no espaço gaussiano padrão,  $\bar{z}^*$ , dado pela expressão 2.9. Em seguida determina-se as novas coordenadas do ponto de projeto no espaço original através das expressões 2.15 e 2.16. Aplicam-se as novas coordenadas na função de estado limite até que se atinja um valor próximo de zero. Foi considerado que o processo converge quando o erro for igual ou menor que 0,001.

Para o perfil do exemplo anterior foi determinado o valor do coeficiente de minoração da resistência, conforme expressão 4.5, para os dois casos, um com o refinamento do  $\beta$  pelo método da bisseção e o outro sem o refinamento. Os resultados obtidos foram:

$$\phi'_{\text{global}} \text{ (sem bisseção)} = 0,901541$$

$$\phi'_{\text{global}} \text{ (com bisseção)} = 0,900005$$

Para todo o domínio analisado, (91 perfis para diferentes comprimentos), a maior diferença percentual entre o  $\phi'_{\text{global}}$  (sem bisseção) e o  $\phi'_{\text{global}}$  (com bisseção) foi de 0,2 %. Conclui-se assim que a utilização do método da bisseção para o refinamento do ponto de projeto  $\bar{x}^*$  não traz grandes benefícios, sendo então que o vetor do cosseno diretor  $\bar{\alpha}$  determinado através das coordenadas do ponto IFM são próximos ao valor do vetor  $\bar{\alpha}$  obtidos do ponto de projeto. Observa-se que o uso direto do ponto IFM é vantajoso, pois este é um subproduto do método de Amostragem por Importância Adaptativa.

A Fig. 4.3 apresenta o fluxograma do programa de bisseção utilizado nesse trabalho.

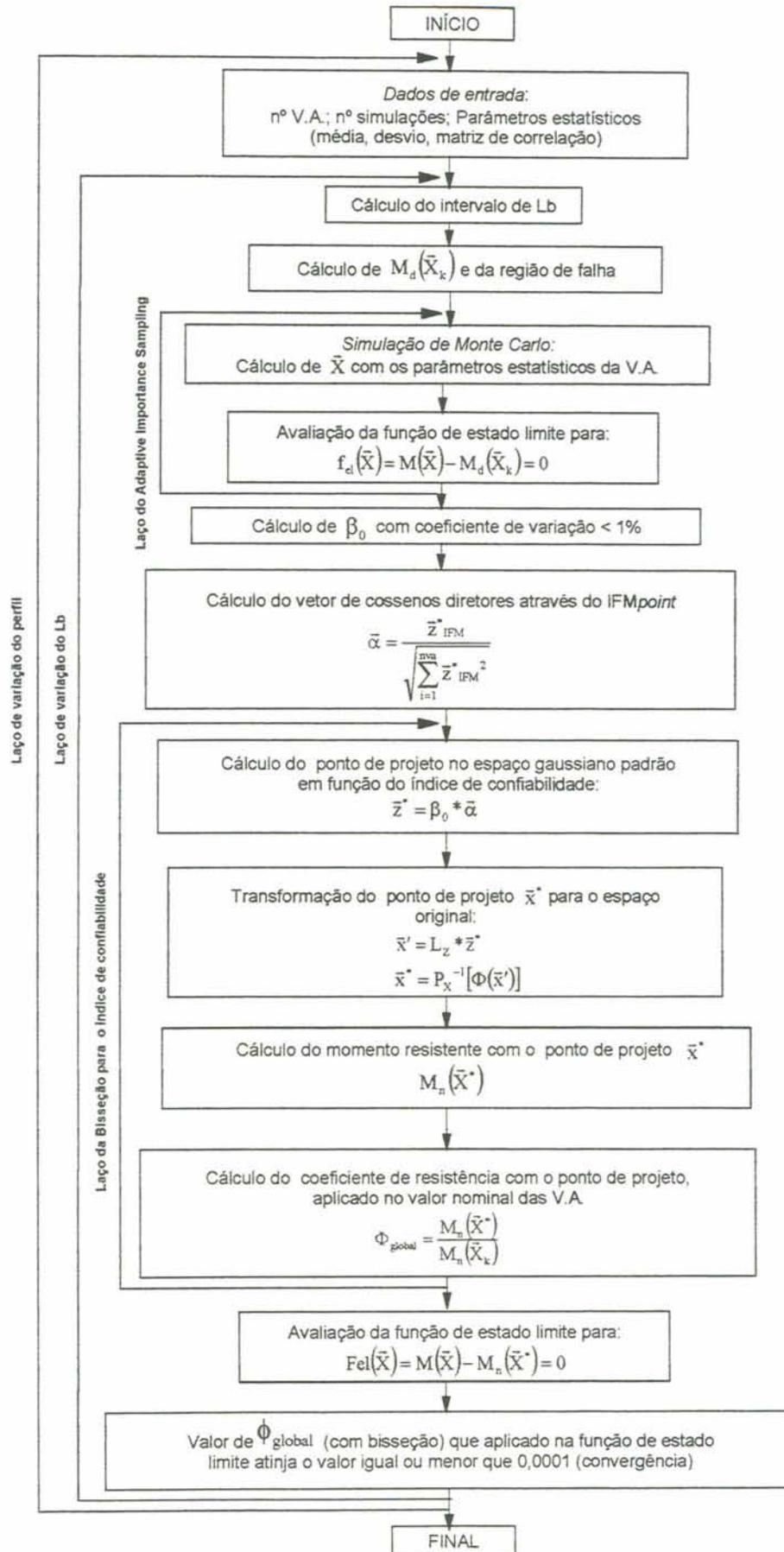


Figura 4.3 – Fluxograma do método da bisseção para  $\beta'$ .

#### 4.5 – VALORES DOS COEFICIENTES DE RESISTÊNCIA

É apresentado nesse item os resultados da simulação numérica onde são mostrados nas Fig. 4.4 a Fig. 4.6 gráficos de dispersão dos coeficientes de resistência para três níveis de confiabilidade. A análise abrange todo o domínio dos perfis, e são plotado em função do índice de esbeltes. O intervalo do comprimento  $L_b$ , para o cálculo do  $\lambda$  segue, o descrito na capítulo 3.2.

Os gráficos apresentam a variabilidade do coeficiente de resistência para um mesmo estado limite, comprovando que é impossível garantir a uniformidade da confiabilidade com a adoção de um valor único do coeficiente de resistência para todo o estado limite de flexão.

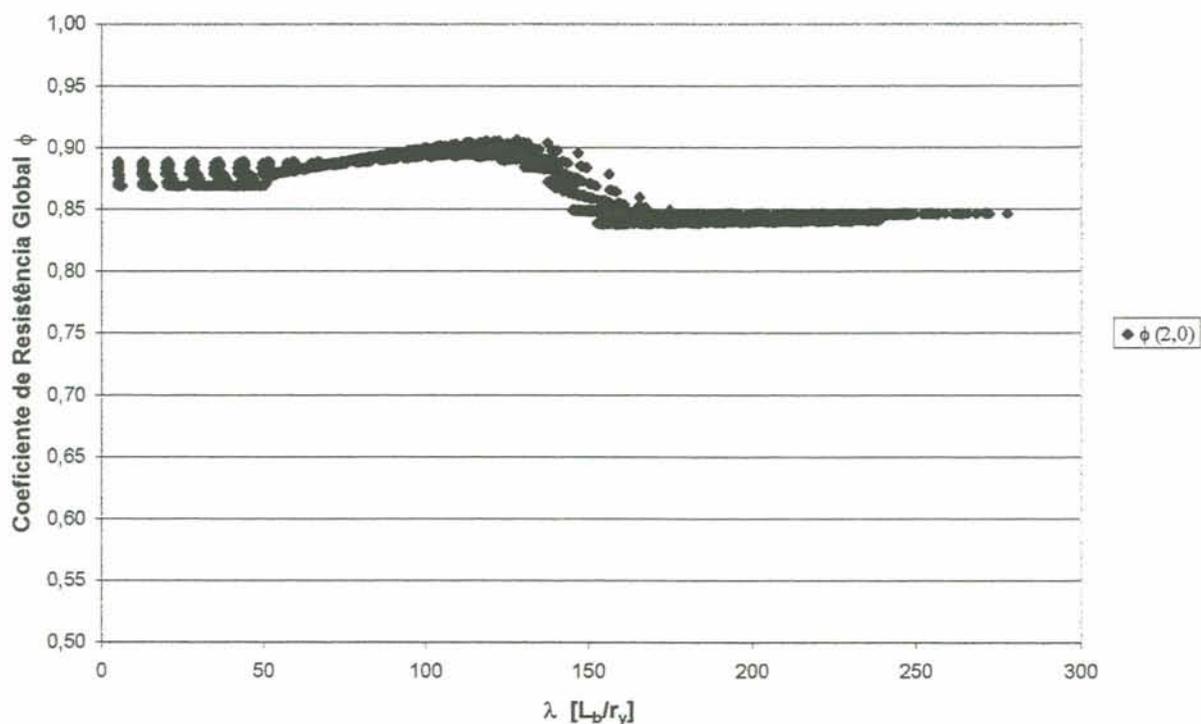


FIGURA 4.4 – Variação do coeficiente de resistência  $\Phi_{\text{global}}$  para  $\beta$  alvo de 2,0

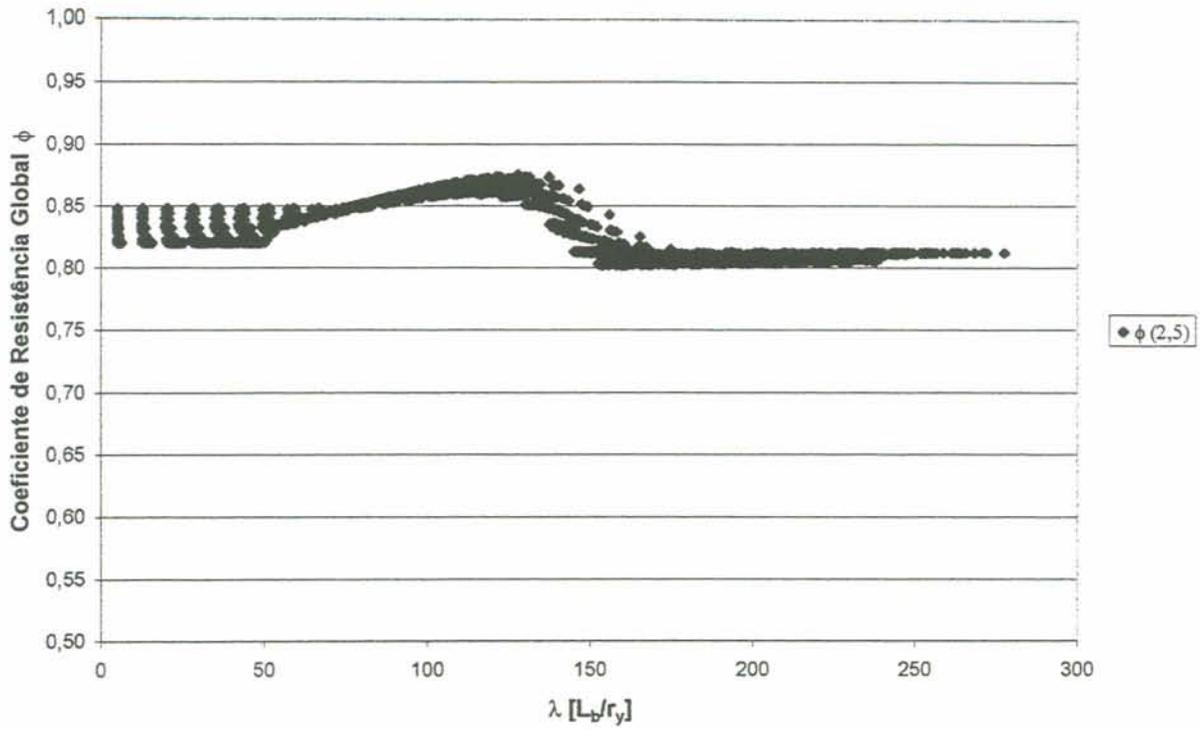


FIGURA 4.5 – Variação do coeficiente de resistência  $\Phi_{\text{global}}$  para  $\beta$  alvo de 2,5

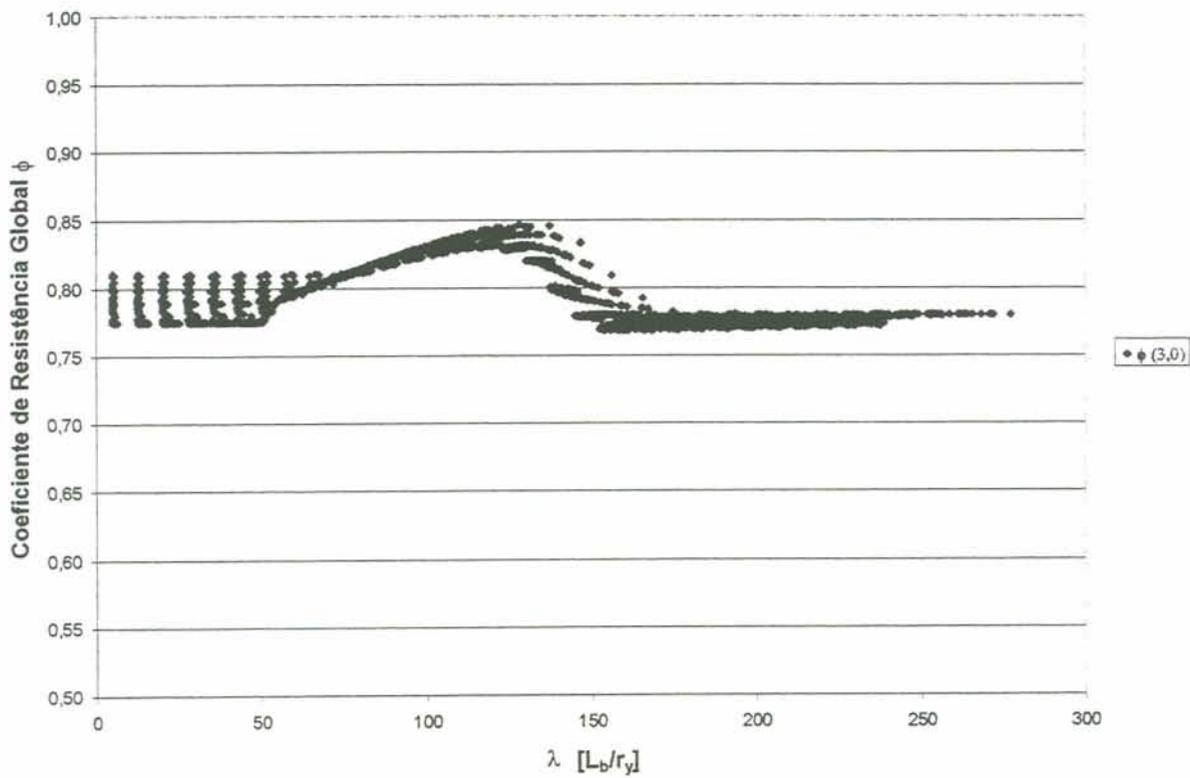


FIGURA 4.6 – Variação do coeficiente de resistência  $\Phi_{\text{global}}$  para  $\beta$  alvo de 3,0

Com o objetivo de encontrar uma uniformidade do coeficiente de resistência em todo o domínio analisado, é proposta a separação de cada gráfico em modos de falha, conforme descrito no capítulo 3.4 e aplicada no exemplo 3.4.4 do mesmo capítulo. São apresentados nas Fig. 4.7 a Fig. 4.11, os gráficos para um índice de confiabilidade alvo de 2,50. No anexo “B” são apresentados outros gráficos para índices de confiabilidade de 2,0 e 3,0.

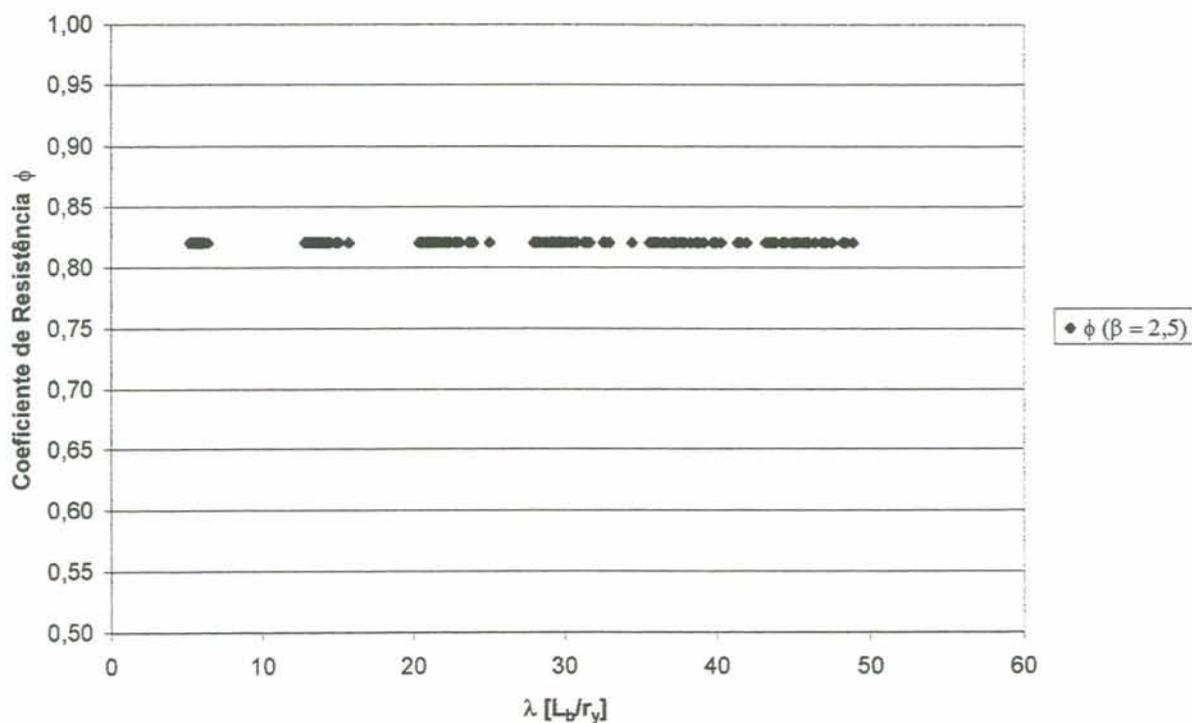


FIGURA 4.7 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{\text{global}}$  para  $\beta' 2,5$  - Modo de Falha 1.

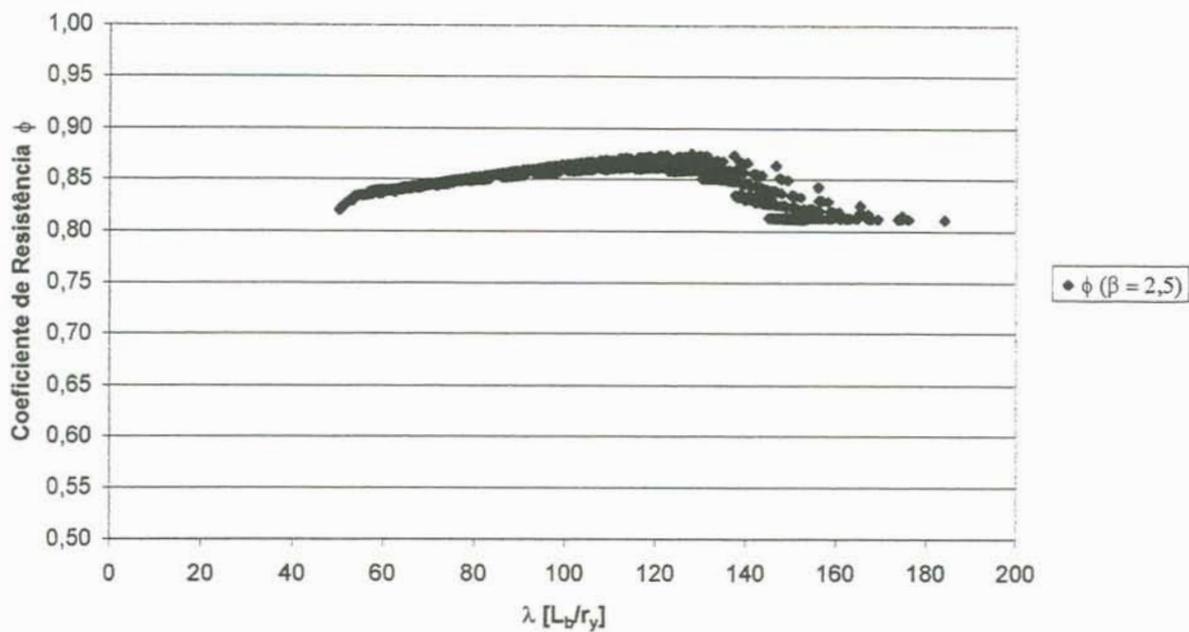


FIGURA 4.8 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{\text{global}}$  para  $\beta = 2,5$  - Modo de Falha 2

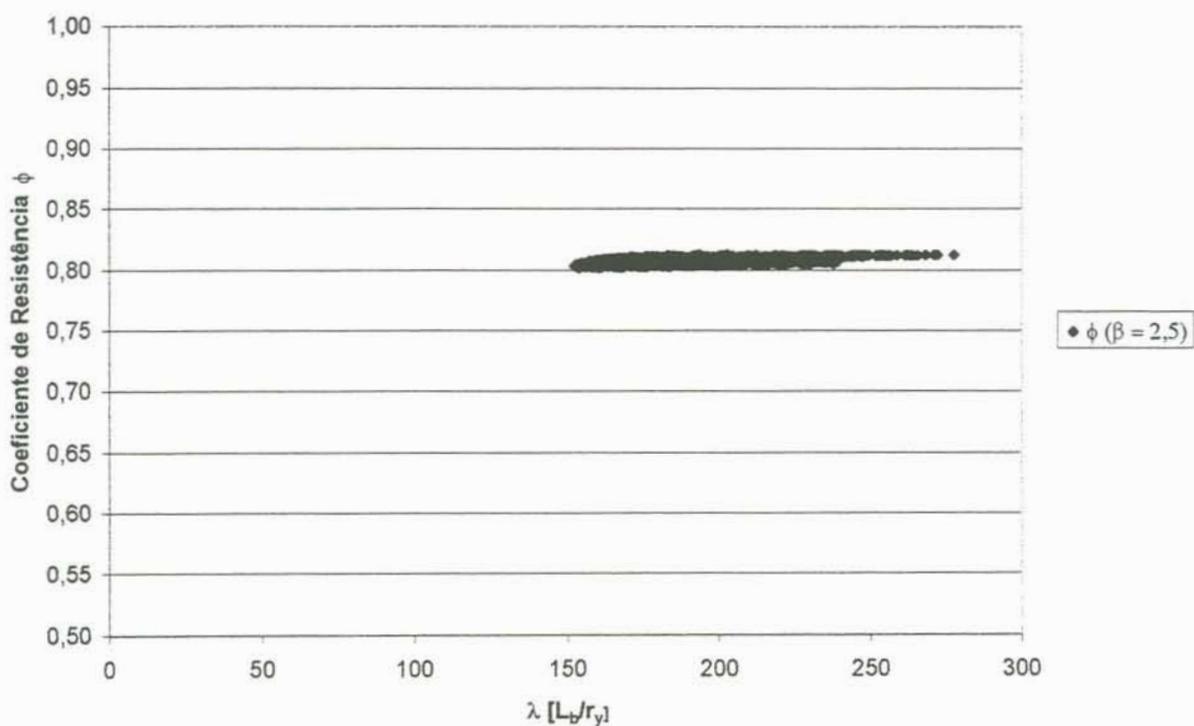


FIGURA 4.9 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{\text{global}}$  para  $\beta = 2,5$  - Modo de Falha 3

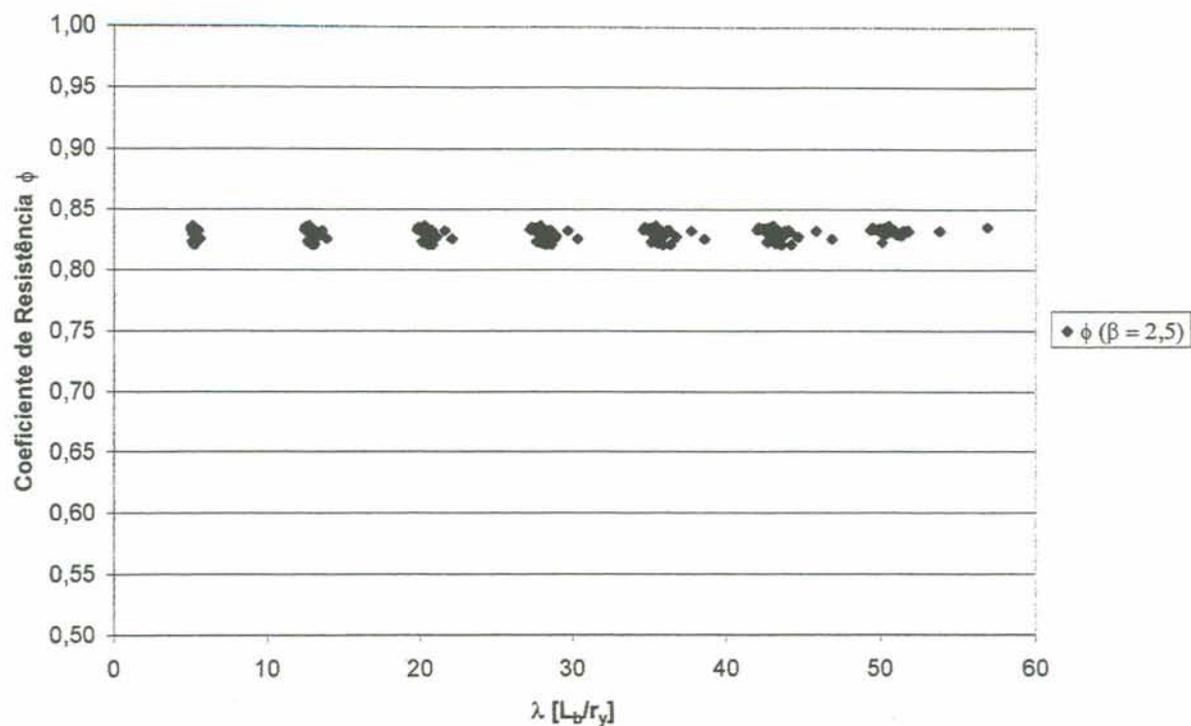


FIGURA 4.10 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{\text{global}}$  para  $\beta' 2,5$  - Modo de Falha 4

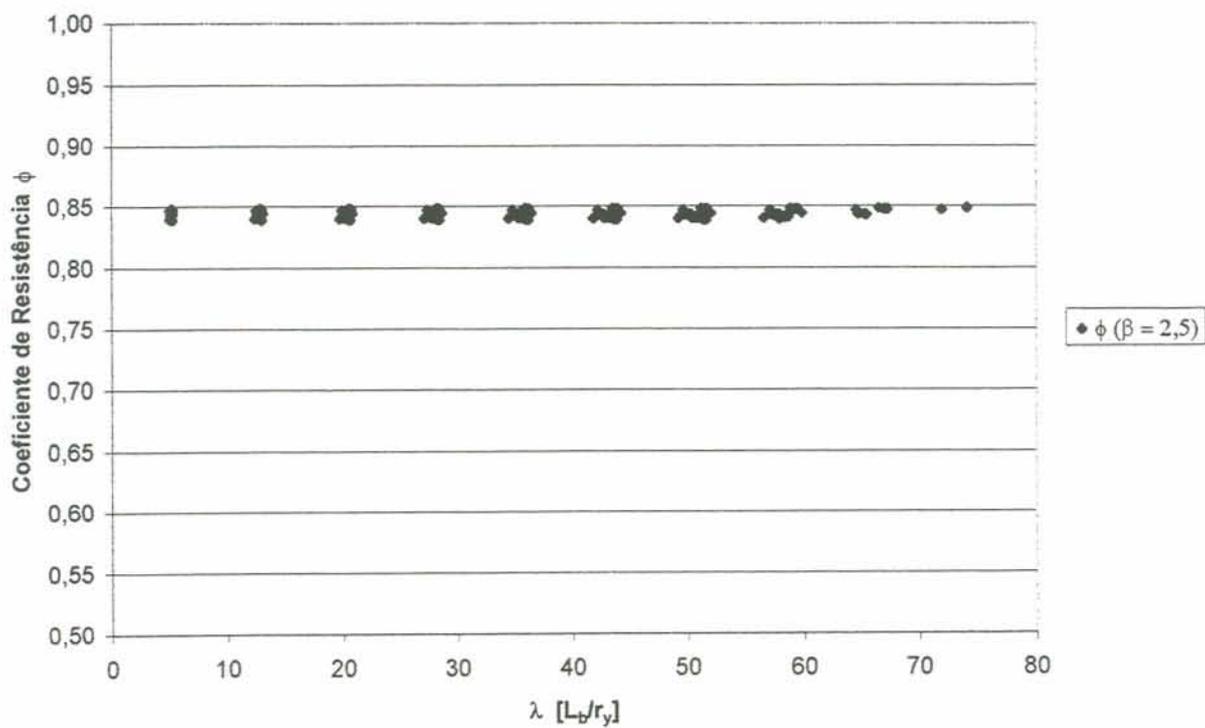


FIGURA 4.11 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{\text{global}}$  para  $\beta' 2,5$  - Modo de Falha 6

Com a observação das figuras acima, percebe-se uma uniformidade dos coeficientes de resistência,  $\phi_{\text{global}}$ , em cada modo de falha, tendo um exceção apenas para o modo de falha 2, onde ocorre uma pequena dispersão dos resultados ao longo do  $\lambda$ .

Visando propor uma alternativa, de cunho prático ao projetista, de uniformizar a confiabilidade para o estado limite de flexão, conforme a NBR 8800, para perfis de aço de seção I, tipo VS, é apresentada a Tab.4.2. A Tab. apresenta os valores representativos do coeficiente de resistência para os três níveis de confiabilidade estudados, separados por modo de falha. Para o modo de falha 2, visando diminuir o erro conseqüente da adoção de um simples coeficiente, esse modo foi discretizado para três intervalos de  $\lambda$ . A Tab. foi montada com a observação das figuras acima, e das apresentadas no anexo “B” desse trabalho para os índices de confiabilidade 2,0 e 3,0.

TABELA 4.2 – Coeficientes de resistência para três níveis de confiabilidade alvo.

Índice de Conf.	<i>Coeficiente de Minoração da Resistência</i> $\phi_{\text{global}}$						
	Modo de Falha 1	Modo de Falha 2			Modo de Falha 3	Modo de Falha 4	Modo de Falha 6
		$\lambda < 70$	$70 \leq \lambda < 140$	$\lambda \geq 140$			
$\beta' = 2,0$	0,87	0,88	0,89	0,85	0,84	0,88	0,88
$\beta' = 2,5$	0,82	0,84	0,86	0,81	0,81	0,83	0,84
$\beta' = 3,0$	0,77	0,80	0,83	0,78	0,77	0,79	0,80

#### 4.5.1 - Exemplo de aplicação

A seguir é apresentado um exemplo de dimensionamento de um perfil I VS a flexão, segundo o anexo “D” da Norma Brasileira, NRB 8800, descrito no capítulo 3 desse trabalho. O objetivo do exercício é de determinar o valor do momento resistente a flexão de uma certo perfil, em que o índice de confiabilidade alcançado seja próximo de 2,5. A marcha de cálculo é descrita a seguir.

É estudado o mesmo perfil I VS 500x73 apresentado no exemplo 3.4.1. do capítulo 3. Adotou-se um comprimento entre contenção lateral de 3,50 m. Tem-se então:

$$L_b = 350 \text{ cm}$$

$$d = 50 \text{ cm} \quad t_f = 1,25 \text{ cm}$$

$$b_f = 25 \text{ cm} \quad t_w = 0,63 \text{ cm}$$

Segundo o Manual Brasileiro para o Cálculo de Estruturas Metálicas, 1986, as propriedades geométricas nominais do perfil são:

$$h = 47,5 \text{ cm} \quad I_t = 37 \text{ cm}^4$$

$$A_g = 92,43 \text{ cm}^2 \quad W_x = 1711 \text{ cm}^3$$

$$Z_x = 1878 \text{ cm}^3$$

Considerando o aço A36, as propriedades físicas do material são:

$$f_y = 25 \text{ kN/cm}^2 \quad \rightarrow \text{tensão de escoamento do aço}$$

$$E = 20500 \text{ kN/cm}^2 \quad \rightarrow \text{módulo de elasticidade do aço}$$

$$f_r = 11,5 \text{ kN/cm}^2 \quad \rightarrow \text{tensão residual do aço}$$

#### **Cálculo do $M_n$ da Flambagem Lateral por Torção:**

$$\lambda = 58,92$$

$$\lambda_p = 50,11$$

$$M_r = 23.098,5 \text{ kN.cm}$$

$$\beta_1 = 2336907,04$$

$$\beta_2 = 38085,28$$

$$\lambda_r = 159,8$$

Como  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ , então:

$$M_{pl} = 46.950 \text{ kN.cm}$$

$$M_n = M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}$$

$$M_n = 45.032,7 \text{ kN.cm}$$

**Cálculo do  $M_n$  da Flambagem Local da Mesa:**

$$\lambda = 10$$

$$\lambda_p = 10,88$$

Como  $\lambda \leq \lambda_p$ , então:

$$M_n = M_{pl}$$

$$M_n = 46.950 \text{ kN.cm}$$

**Cálculo do  $M_n$  da Flambagem Local da Alma:**

$$\lambda = 75,4$$

$$\lambda_p = 100,2$$

Como  $\lambda \leq \lambda_p$ , então:

$$M_n = M_{pl}$$

$$M_n = 46.950 \text{ kN.cm}$$

O momento resistente é o menor dos três valores considerando os estados limites de FLT, FLA e FLM, logo:

$$M_n = M_{FLT} = 45.032,7 \text{ kN.cm}$$

Como o momento resistente foi definido pela FLT e  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ , o modo de falha é o 2 conforme o item 3.3 desse trabalho. O valor de  $\lambda$  definido na FLT é 58,92. De acordo com a Tab. 4.2 o coeficiente de resistência a ser utilizado para obter-se um índice de confiabilidade de 2,5 é de 0,84. Logo:

$$M_d = 0,84.M_n = 37.827,5 \text{ kN.cm}$$

Após nova simulação de verificação, utilizando o valor de  $M_d(\bar{X}_k)$  calculado acima, obteve-se um índice de confiabilidade de 2,49, confirmando e validando a Tab. 4.

#### 4.5.2. – Valores dos Cossenos Diretores

A fim de mostrar a dispersão do cosseno diretor de cada variável aleatória, são apresentados no anexo “A” gráficos com os resultados da análise para todos os perfis estudados, onde aparece o cosseno diretor de cada variável aleatória, separados por modo de falha. Tais gráficos também são úteis na busca de valores do cosseno que representem um modo de falha específico para cada variável.

Com a observação de tais gráficos, é proposta a Tab. 4.3, onde os valores dos cossenos diretores de cada variável são escolhidos para representar a região de falha analisada. Essa proposta não tem a qualidade de ser prática para o projetista, mas possui valor acadêmico, uma vez que conhecendo o cosseno diretor para um caso específico, é possível, através da metodologia apresentada no item 4.3, determinar o coeficiente de resistência para um índice de confiabilidade qualquer, diferente dos três níveis estudados nesse trabalho.

É feita uma discretização em intervalos  $\lambda$ , para os cossenos diretores do modo de falha 2, devido a maior dispersão encontrada nesse modo. Na Tab. 4.4 são apresentados os valores dos cossenos diretores normalizados.

TABELA 4.3 – Valores sugeridos para os Cossenos Diretores

Alfa	Região 1	Região 2									Região 3	Região 4	Região 6
		$\lambda < 80$	80 : 105	105 : 115	115 : 125	125 : 130	130 : 135	135 : 145	145 : 150	$\lambda > 150$			
E	0,00	-0,10	-0,20	-0,30	-0,41	-0,50	-0,62	-0,65	-0,70	-0,70	-0,70	0,00	-0,10
tw	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,05
tf	-0,10	-0,20	-0,20	-0,25	-0,30	-0,30	-0,30	-0,30	-0,30	-0,30	-0,30	-0,30	-0,20
bf	-0,15	-0,20	-0,30	-0,40	-0,50	-0,60	-0,60	-0,60	-0,60	-0,60	-0,60	-0,60	-0,05
fy	-0,95	-0,90	-0,85	-0,75	-0,60	-0,50	-0,30	-0,15	0,00	0,00	0,00	0,10	-0,95
fr	0,00	0,00	0,00	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10	0,00	0,00	0,00
d	-0,20	-0,25	-0,25	-0,28	-0,28	-0,28	-0,28	-0,20	-0,20	-0,20	-0,10	-0,10	-0,25
Norma	0,99	0,98	0,98	0,98	0,98	1,02	1,01	0,97	0,99	0,98	0,98	0,98	1,01

TABELA 4.4 – Valores dos Cossenos Diretores Normalizados

Alfa	Região 1	Região 2									Região 3	Região 4	Região 6
		$\lambda < 80$	80 : 105	105 : 115	115 : 125	125 : 130	130 : 135	135 : 145	145 : 150	$\lambda > 150$			
E	0,00	-0,10	-0,20	-0,31	-0,42	-0,49	-0,62	-0,67	-0,70	-0,71	-0,71	0,00	-0,10
tw	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,05
tf	-0,10	-0,20	-0,20	-0,25	-0,31	-0,29	-0,30	-0,31	-0,30	-0,31	-0,31	-0,31	-0,20
bf	-0,15	-0,20	-0,31	-0,41	-0,51	-0,59	-0,60	-0,62	-0,60	-0,61	-0,61	-0,61	-0,05
fy	-0,96	-0,92	-0,87	-0,76	-0,61	-0,49	-0,30	-0,15	0,00	0,00	0,10	-0,97	-0,94
fr	0,00	0,00	0,00	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10	0,00	0,00	0,00
d	-0,20	-0,25	-0,26	-0,29	-0,29	-0,27	-0,28	-0,21	-0,20	-0,10	-0,10	-0,20	-0,25
Norma	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

O procedimento para se determinar o coeficiente de resistência  $\phi_{global}$ , segue o mesmo apresentado no item 4.3. Com os valores nominais calcula-se o modo de falha e o valor do  $\lambda$ , e determina-se através da Tab. 4.4 o vetor dos cossenos diretores correspondentes a ser aplicado na equação 4.2.

É apresentado na Fig. 4.12 o procedimento de cálculo, sendo  $\vec{\alpha}_{simplif.}$ , o vetor de cossenos simplificados escolhido através da Tab. 4.4.

A validade da simplificação proposta nos cossenos diretores é observada pelo fato de se encontrar um baixo erro percentual no valor de  $\beta^1$  após nova simulação de verificação. Para os modos de falha 1, 3, 4 e 6 o erro calculado foi menor que 0,2%. Para a região 2 o maior erro foi de 4,2% em todo o domínio analisado. Um maior erro se observa na região 2 devido a grande dispersão dos valores do cosseno diretor, principalmente para a variável aleatória  $f_y$ . A determinação do erro é também apresentada no fluxograma apresentado na Fig. 4.12.

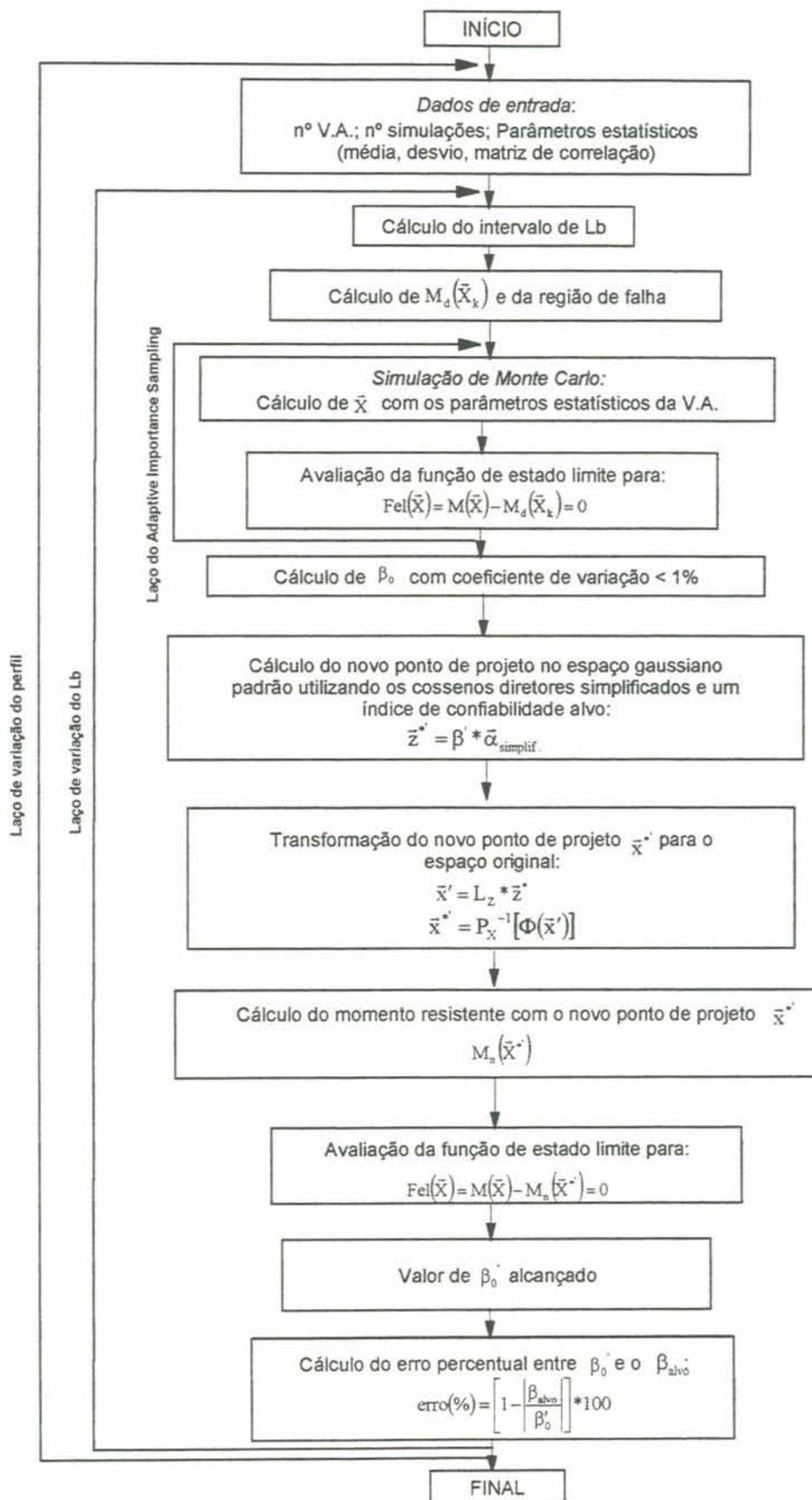


Figura 4.12 – Fluxograma do programa para a determinação do erro com a utilização dos cossenos diretores simplificados.

## 5 COMENTÁRIOS FINAIS E SUGESTÕES

Foi apresentado inicialmente nessa dissertação uma visão sobre os métodos de confiabilidade estrutural, bem como o esquema proposto para a abordagem do problema de segurança nas estruturas. Descreve-se o método de simulação numérica de Monte Carlo com Amostragem por Importância Adaptativa, método esse utilizado nesse trabalho para análise da confiabilidade. Foi feita uma revisão bibliográfica na busca de um melhor entendimento sobre a obtenção dos atuais coeficientes de segurança vigentes nas normas, principalmente nos códigos que se referem às estruturas metálicas. Nessa etapa ficou claro que na transição do antigo método das tensões admissíveis para o dos estados limites não houve uma maior preocupação com a uniformidade da confiabilidade, mas sim uma mera calibração com o antigo método.

No capítulo 3 apresentou-se uma compilação dos dados estatísticos das variáveis que se referem ao material e a geometria do perfil, bem como os respectivos valores nominais, conforme os dados encontrados na bibliografia.

No estudo desenvolvido por Ellingwood e outros, (1982), para a proposta de obtenção de índices de segurança pelo método dos estados limites, foi considerado que o coeficiente de variação das propriedades geométricas da seção transversal do perfil é constante e vale 5%, não havendo qualquer distinção em todo o domínio da função de estado. São criticados também os altos valores encontrados para o percentil do valor nominal das propriedades físicas do aço, não representando adequadamente a realidade.

É apresentado ainda no capítulo 3 a função de estado limite último de flexão segundo o anexo D da NBR 8800. Através de técnicas de simulação numérica, é apresentada a variabilidade da confiabilidade para uma mesma função de estado limite, indo em desacordo com as suposições iniciais que visavam garantir uma uniformidade. Tal fato ocorre devido ao

fato de se adotar um único coeficiente de minoração da resistência para todo o domínio da flexão.

No capítulo 4 foi apresentada uma metodologia para calcular o coeficiente de minoração da resistência para um nível de confiabilidade preestabelecido. A análise foi feita para o estado limite de flexão também segundo o anexo D da Norma Brasileira de estruturas metálicas. Ficou provada a eficiência do uso das coordenadas do ponto de máxima verossimilhança no domínio de falha, dado pelo método de simulação numérica de Monte Carlo com Amostragem por Importância Adaptativa. Foi apresentado naquele capítulo, através da tabela 4.2, os valores que podem assumir o coeficiente global de resistência para manter a uniformidade para os níveis de  $\beta$  de 2, 2,5 e 3, separados por modo de falha, dando ao projetista uma grande facilidade para a obtenção do coeficiente de resistência. Foram apresentados também os valores dos cossenos diretores para todas as regiões de falha da flexão de perfis soldados I simétricos bem como uma tabela com os cossenos simplificados, podendo o projetista com isso, encontrar o coeficiente de resistência para qualquer nível de confiabilidade alvo requerido, utilizando a metodologia apresentada. Os resultados das novas simulações de verificação mostraram que a simplificação proposta é altamente eficiente, trazendo um erro percentual muito pequeno no índice de confiabilidade.

Foi apresentado uma ferramenta para a determinação dos coeficientes de resistência, visando a uniformidade na confiabilidade, levando-se em conta a importância que cada variável assume no projeto, e não uma mera calibração como apresentado pela bibliografia, mostrando que é possível desenvolver critérios simples, a serem aplicados em normas, a fim de uniformizar a confiabilidade para uma mesma função de estado limite.

Entretanto, desenvolver coeficientes de resistência a serem aplicados em normas, requer o conhecimento mais apurado dos dados estatísticos das variáveis envolvidas, bem como a correlação entre elas, levar em consideração a aleatoriedade da solicitação e todas as incertezas que possam interferir no cálculo da segurança, tais como a variabilidade do modelo matemático. Assim, os coeficientes de minoração da resistência apresentados, requerem um maior refinamento antes de poderem ser utilizados na prática. Mas espera-se que a influência desses fatores não considerados, não venham a produzir alterações significativa nas conclusões aqui relacionadas.

A continuidade natural desse trabalho é a busca de valores mais reais dos coeficientes de resistência, através da adoção de dados estatísticos mais consistentes com a realidade. Também levar em consideração a variabilidade do modelo matemático e da aleatoriedade da solicitação.

Expandir esse estudo para outros perfis de aço, desenvolvendo coeficientes de segurança para todo o estado limite de flexão e para outras funções de estado limite.

Esse trabalho pode ser estendido também para a análise de confiabilidade com outras funções de estado limite, bem como para o caso de estruturas em série e em paralelo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **Load and resistance factor design - LRFD**. Chicago. (1986).
2. AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **Allowable stresses design - ASD**. Chicago. (1986).
3. AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. *Allowable stresses design - ASD*. Chicago. (1986).
4. AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. **Load and resistance factor design for cold-formed steel structural members**. Washington, DC. (1971).
5. ANSI A58.1, AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE. **Building Code Requirements for Minimum Design in Buildings and Other Structures**. New York, N.Y., (1972).
6. ANG, A.H-S.; CORNELL, C.A. **Reliability bases of structural safety and design**. Journal of Structural Division, ASCE, v.100, n.ST9, p.1755-1769, September (1974).
7. ANG, A.H-S.; TANG, W.H. **Probability concepts in engineering planning and design: basic principles**. New York, John Wiley & Sons, Inc. v1. (1975).
8. ANG, A.H-S.; TANG, W.H. **Probability concepts in engineering planning and design: basic principles**. New York, John Wiley & Sons, Inc. v2. (1984).
9. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8681 - **Ações e segurança nas estruturas**. Rio de Janeiro. (1984).

10. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800 - Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios**. Rio de Janeiro. (1986).
11. BOURGUNG, U.; BUCHER, C.G. **Importance Sampling Procedure Using Desing Point – ISPUD – Users’s Manual**. Institute fur Mechanik, Universitat Innsbruck, Innsbruck . (1986).
12. BUCHER, C.G.; **Adaptive sampling – na iterative fast Monte Carlo procedure**. Structural Safety, Vol.5, p. 119-126. The Netherlands. (1988).
13. CAROTIS, R.B.; DOSHI, V.A. **Probability models for live-load: survey results**. Journal of Structural Division, ASCE. June.(1977).
14. CASTRO, L. A. **Análise de segurança no projeto de estruturas: método dos estados limites**. Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, São Paulo.(1997).
15. DE MENEZES, R.C.R.; **Failure-data-based reliability assessment considering mechanical model uncertainties**. Ph.D. Dissertation, Institut fur Mechanik, Universitât Innsbruck, Innsbruck,, Austria, October (1992).
16. DITLEVSEN, O . **Generalized second moment reliability index**, Journal Structural Mechanics, v.7. (1979).
17. DITLEVSEN, O . **Narrow reliability bounds for structural system**. Journal Structural Mechanics, v.7. (1979).
18. ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J.G.; GALAMBOS, T.V.; CORNELL, C.A. **Probability based load criteria: load factors and load combinations**. Journal of the Structural Division, ASCE, v.108. May.(1982).

19. ELLINGWOOD, B.;MACGREGOR, J.G.; GALAMBOS, T.V.; CORNELL, C.A. **Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58.** National Bureau of Standards 577. (1980).
20. ELLINGWOOD, B. **Safety Checking Formats for Limit States Design.** Journal of the Structural Division, ASCE, v.108. n. ST7. July.(1982).
21. FREUDENTHAL, A.M. **The safety of structures.** ASCE Transactions, v.121. (1947).
22. FREUDENTHAL, A.M.; GARRELT, J.M. SHINOZUKA, M. **The analysis of structural safety.** Journal of the Structural Division, ASCE, v.92. February. (1966).
23. GALAMBOS, T.V. **Developments in Modern Steel Desing Standart.** Journal of Construction Steel Research, v.17, n.1 e 2, p. 141-162. (1990)
24. GALAMBOS, T.V.; RAVINDRA, M.K. **Properties of steel for use in LRFD.** Journal of Structural Division, v.104, n.ST9, p. 1459-1468. (1978)
25. GALAMBOS, T.V.; ELLINGWOOD, B.;MACGREGOR, J.G.; CORNELL, C.A. **Probability Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice.** Journal of Structural Division, v.108, n.ST5, p. 959-975 (1982)
26. HASOFER, A.M. **Reliability index and failure probability.** Journal of Structural Mechanics, v.3. (1974).
27. HASOFER, A.M.; LIND, N. **An exact and invariant first order reliability format.** Journal of Engineering Mechanics, ASEC, v.100. (1974).
28. HEGER, F.J. **Public safety: is it compromised by new LRFD design standard?.** Journal of Structural Engineering, ASCE,v.119, n.4, p.1251-1264 (1993).
29. HEGER, F.J. **Calibration of current factors in LRFD for steel.** Journal of Structural Engineering, ASCE,v.122. (1996).

30. KIUREGHIEN, A.D. **Measures of structural safety under imperfect states of knowledge.** Journal of Structural Engineering, ASCE, v.115, n.5, p.1119-1140, (1989).
31. MAHADEVAN,S. **Stochastic SFEM-Based Validation of LRFD.** Journal of Structural Engineering, v.117, n.5, p. 1393-1412. (1989).
32. MANUAL BRASILEIRO PARA O CÁLCULO DE ESTRUTURAS METÁLICAS. v.2. – Brasília-DF. MIC/STI. (1986).
33. MELCHERS, R.E. **Human Error in Structural Desing Tasks.** Journal of Structural Engineering, ASCE, v.115, n.7, p. 1495-1807. (1989).
34. RAVINDRA, M.K.; GALAMBOS, T.V. **Load and resistance factor design for steel.** Journal of Structural Division, ASCE, v.104. (1978).
35. RIERA, J.D.; ROCHA, M.M.; **Implicações da Incerteza Fenomenológica nas Estimativas de Confiabilidade e Segurança Estrutural em Projetos de Engenharia Estrutural.** in Memorias XV Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural, MeCOM'96, Argentina. (1996).
36. ROCHA, M.M. **Manual das bibliotecas CPE – Confiabilidade de Projetos de Engenharia.** Versão preliminar. (1998).
37. ROSOWSKY, D.V.; HASSAN, A.F.; KUMAR, N.V.V.P. **Calibration of current factors in LRFD for steel.** Journal of the Structural Engineering, ASCE, v.120, n.9, p.2737-2746, (1994).
38. SCHUELLER, G. I. e STIX, R. **A Critical Apraisal on Method to Determine Structural Reliability.** Structural Safety 4, p. 293-309. (1987).
39. SHINOZUKA, M. **Basic analysis of structural safety.** Journal of the Structural Division, ASCE. (1983).

40. VROUWENVELDER, A.C.W.M.; SIEMES, A.J.M.; **Probabilistic calibration procedure for the derivation safety factors for the Netherlands building codes.** (1982).

**ANEXO A – GRÁFICOS DOS COSSENOS DIRETORES SEPARADOS  
POR MODO DE FALHA**

**A.1. - Modo de falha 1**

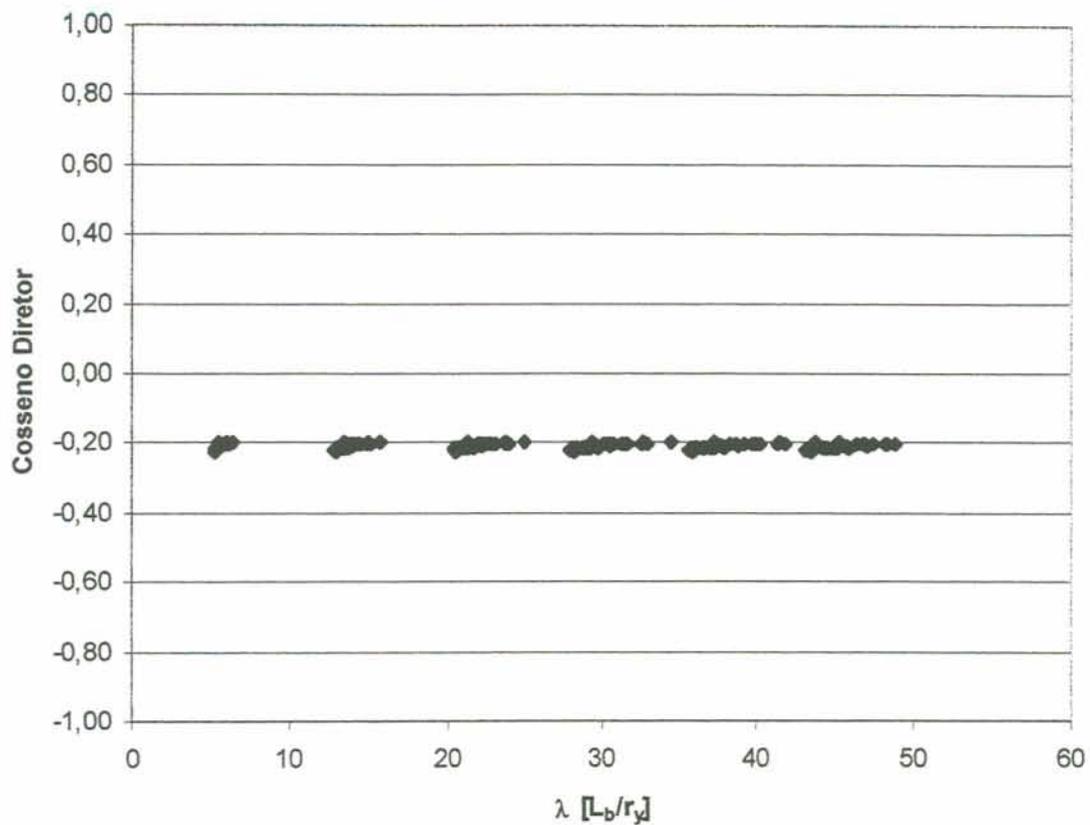
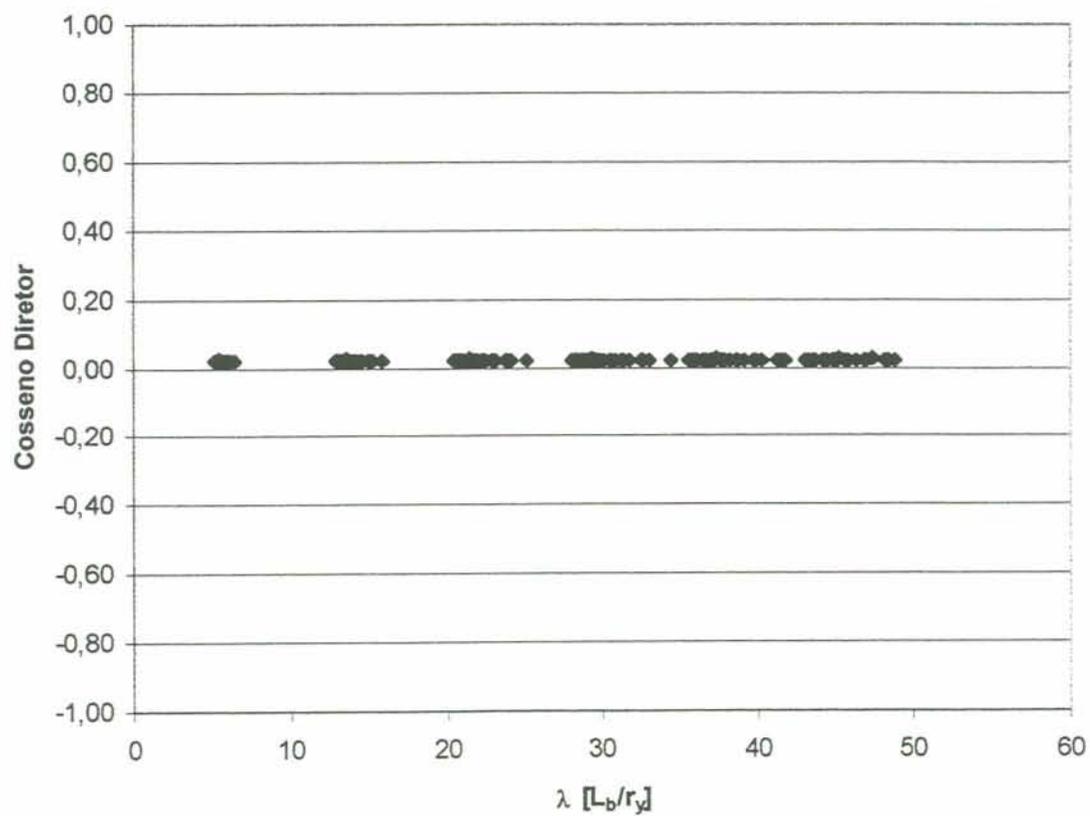


FIGURA A.1.1 – Cosseno Diretor da variável aleatória [d] - Modo de Falha 1.

FIGURA A.1.2 – Cosseno Diretor da variável aleatória [f<sub>r</sub>] - Modo de Falha 1.

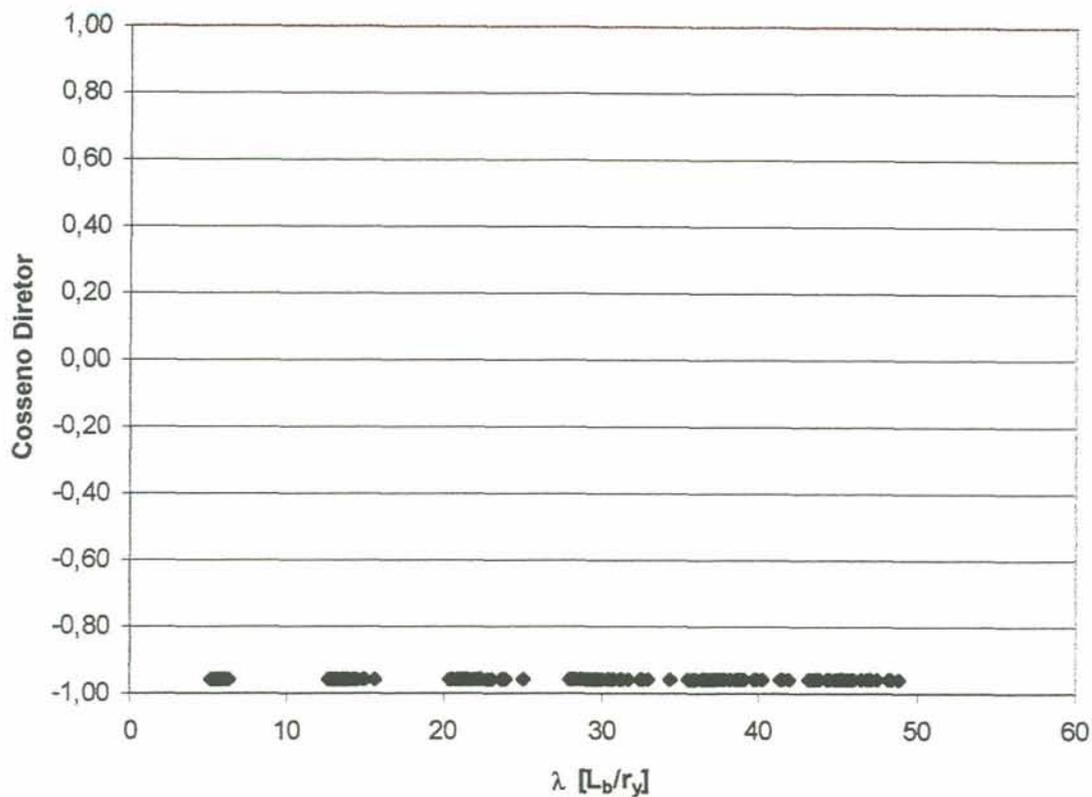


FIGURA A.1.3 – Cosseno Diretor da variável aleatória [ $f_y$ ] - Modo de Falha 1.

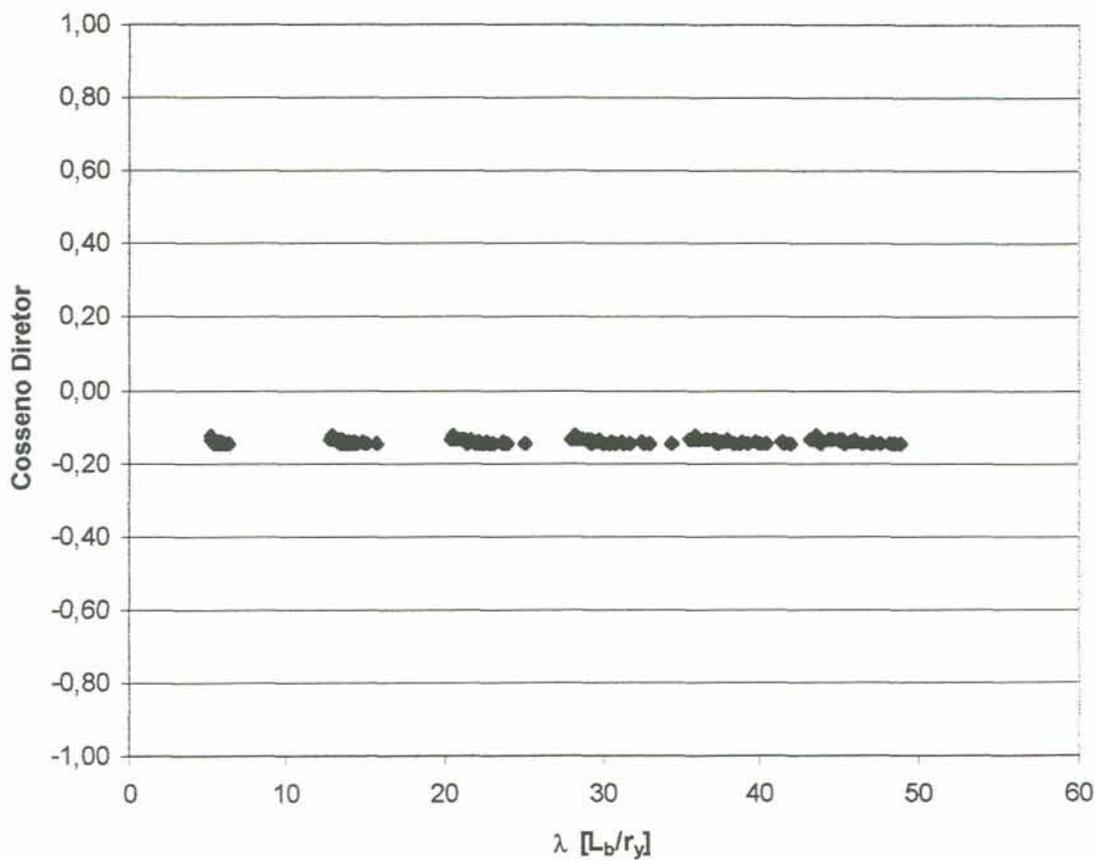


FIGURA A.1.4 – Cosseno Diretor da variável aleatória [ $b_f$ ] - Modo de Falha 1.

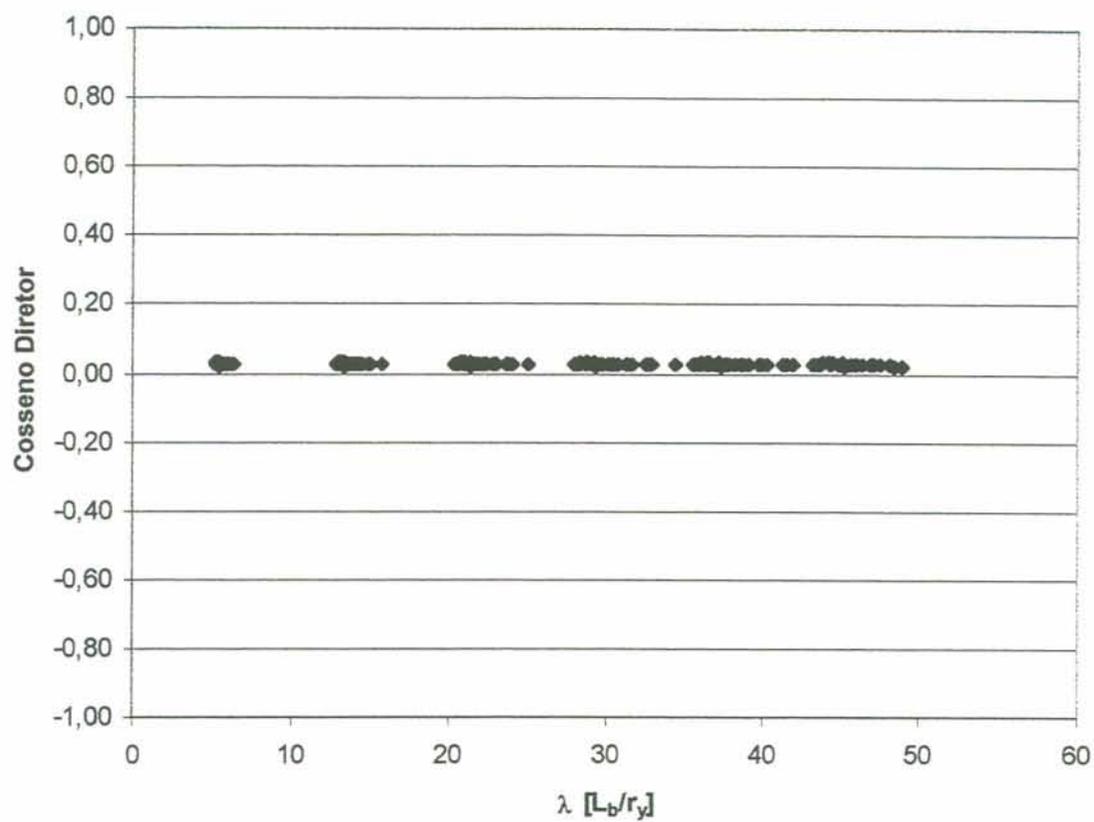
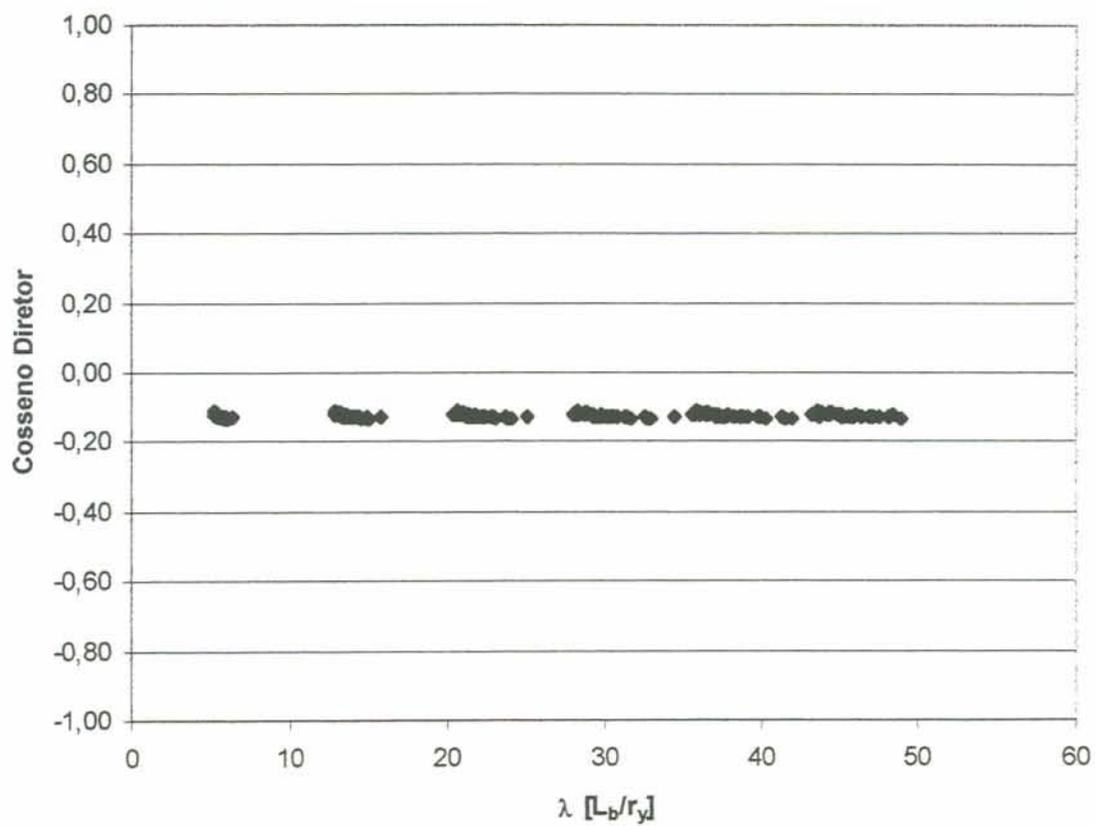


FIGURA A.1.5 – Cosseno Diretor da variável aleatória [E] - Modo de Falha 1.

FIGURA A.1.6 – Cosseno Diretor da variável aleatória [t<sub>f</sub>] - Modo de Falha 1.

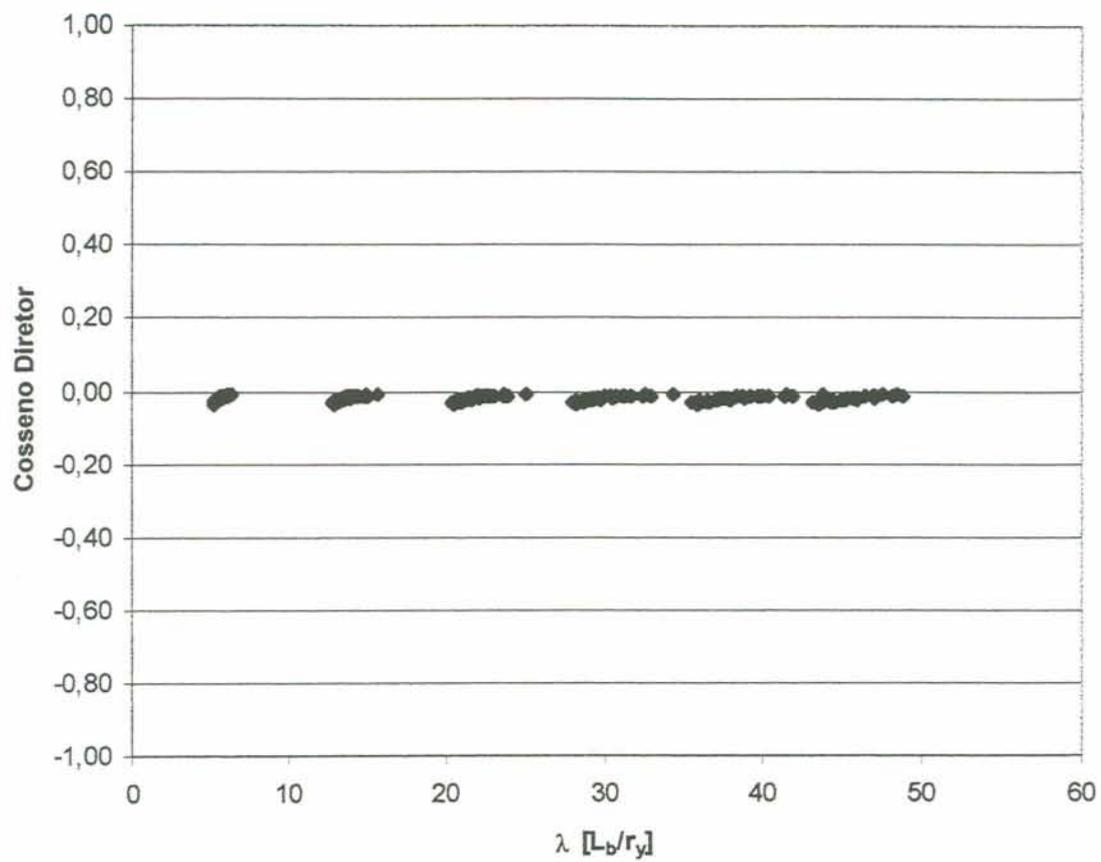


FIGURA A.1.7– Cosseno Diretor da variável aleatória  $[t_w]$  - Modo de Falha 1.

**A.2. - Modo de falha 2**

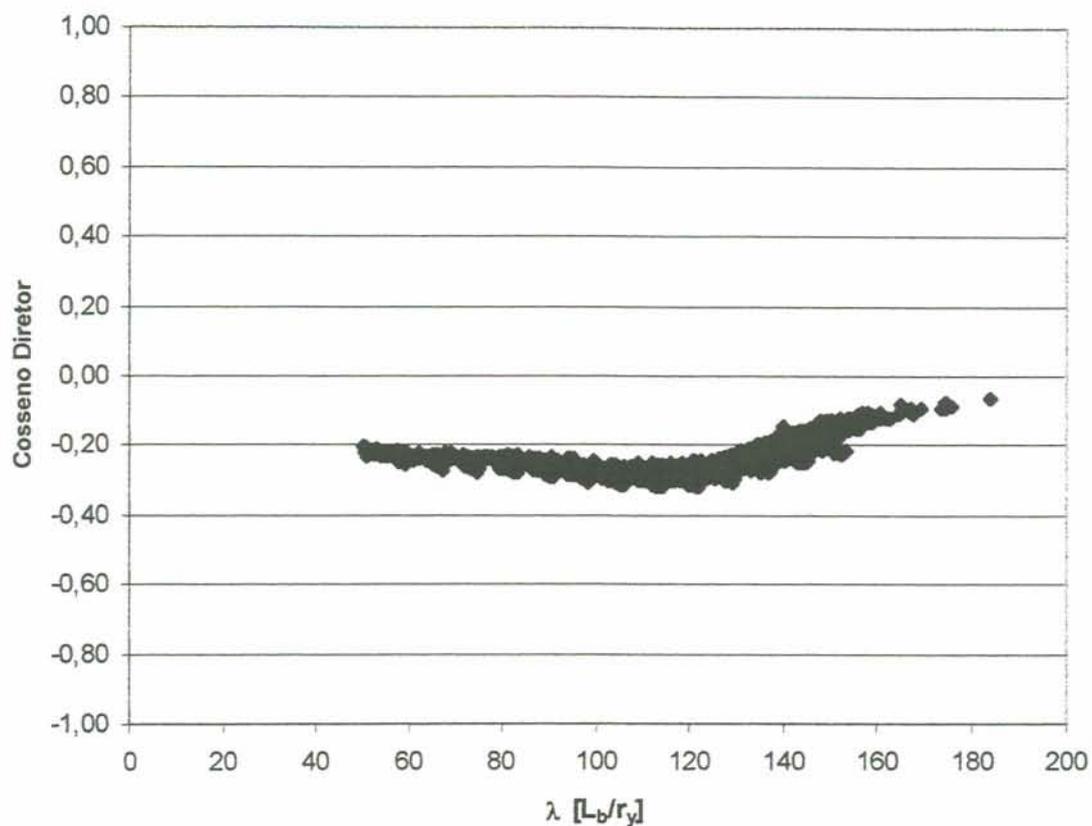
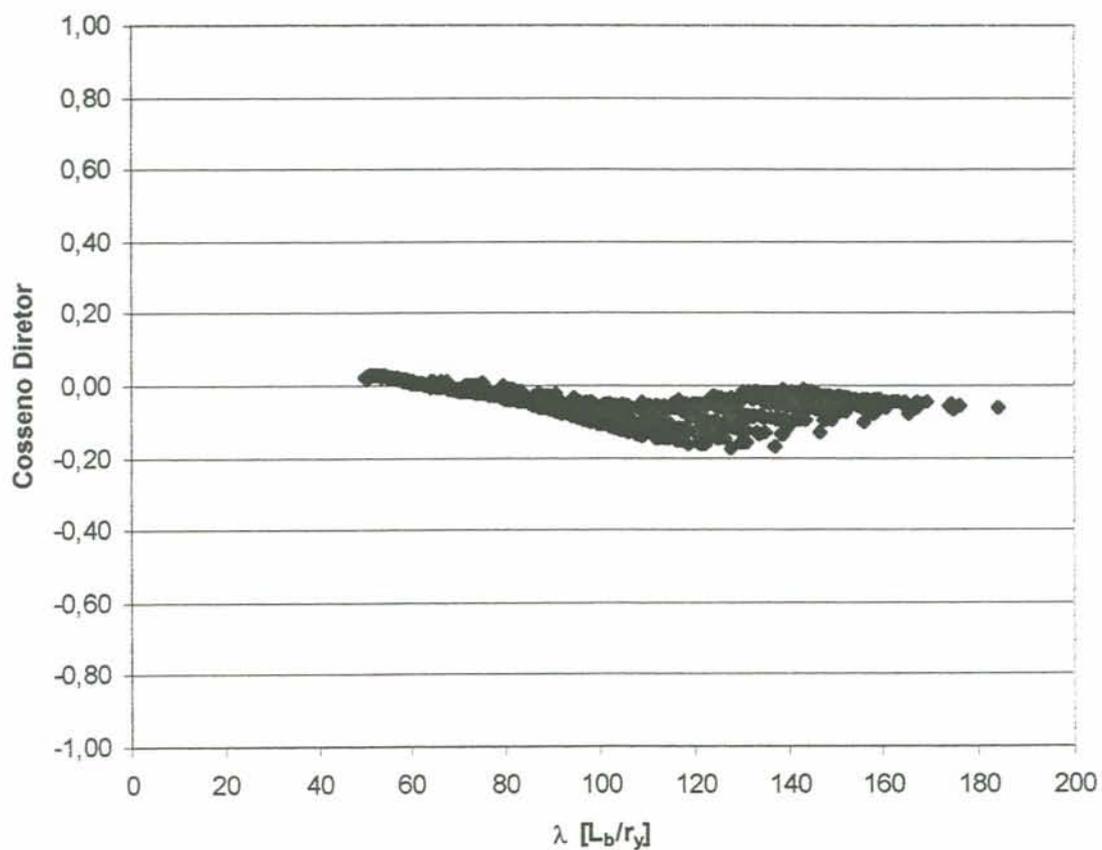


FIGURA A.2.1 – Cosseno Diretor da variável aleatória [d] - Modo de Falha 2.

FIGURA A.2.2 – Cosseno Diretor da variável aleatória [f<sub>r</sub>] - Modo de Falha 2.

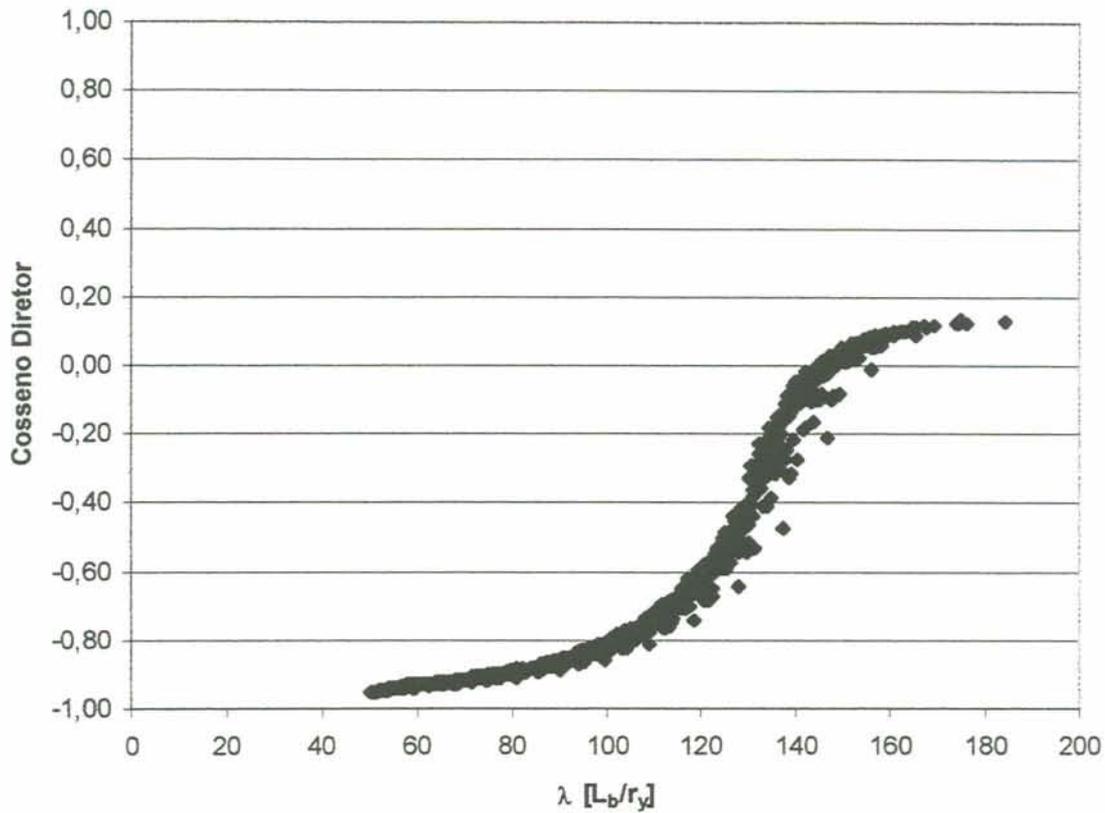


FIGURA A.2.3 – Cosseno Diretor da variável aleatória [ $f_y$ ] - Modo de Falha 2.

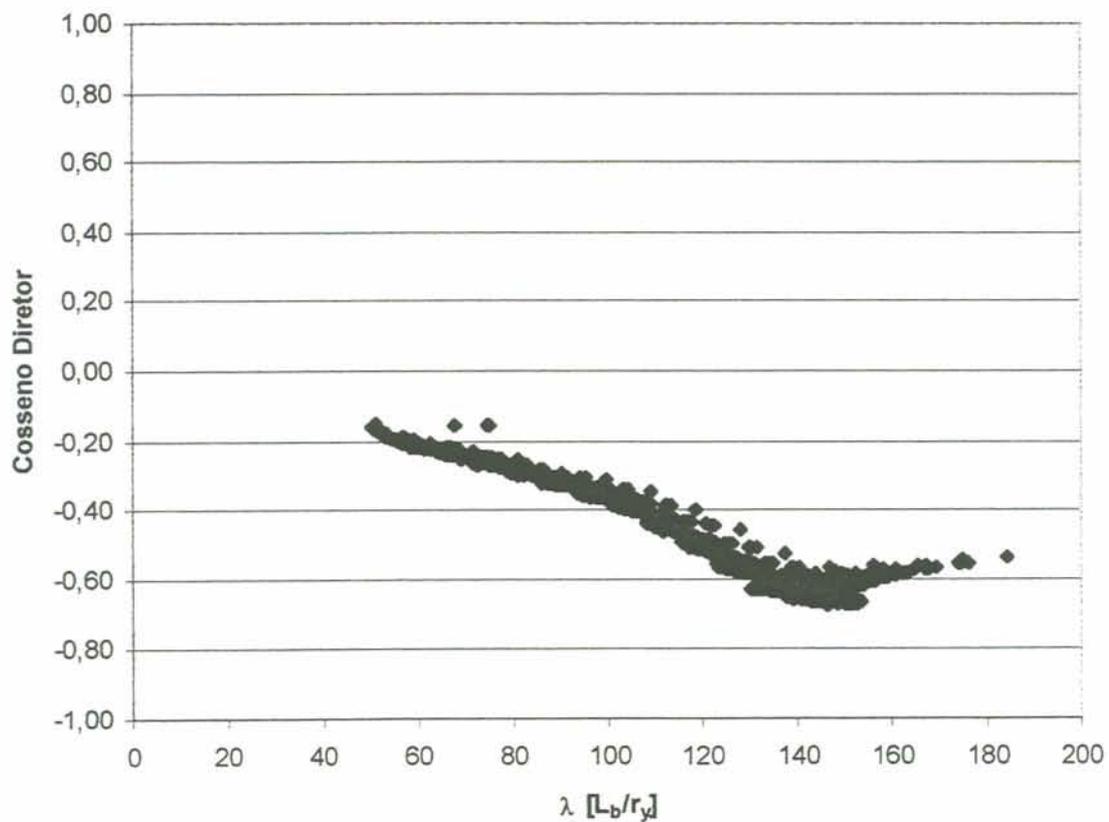


FIGURA A.2.4 – Cosseno Diretor da variável aleatória [ $b_f$ ] - Modo de Falha 2.

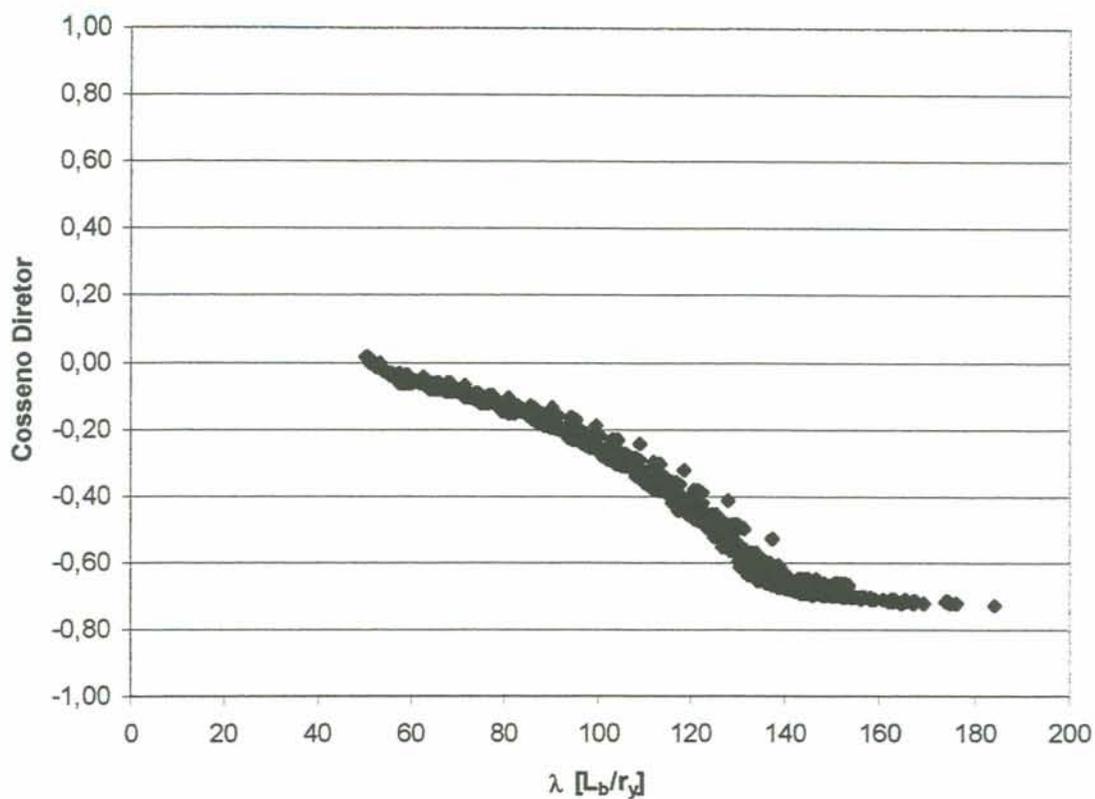
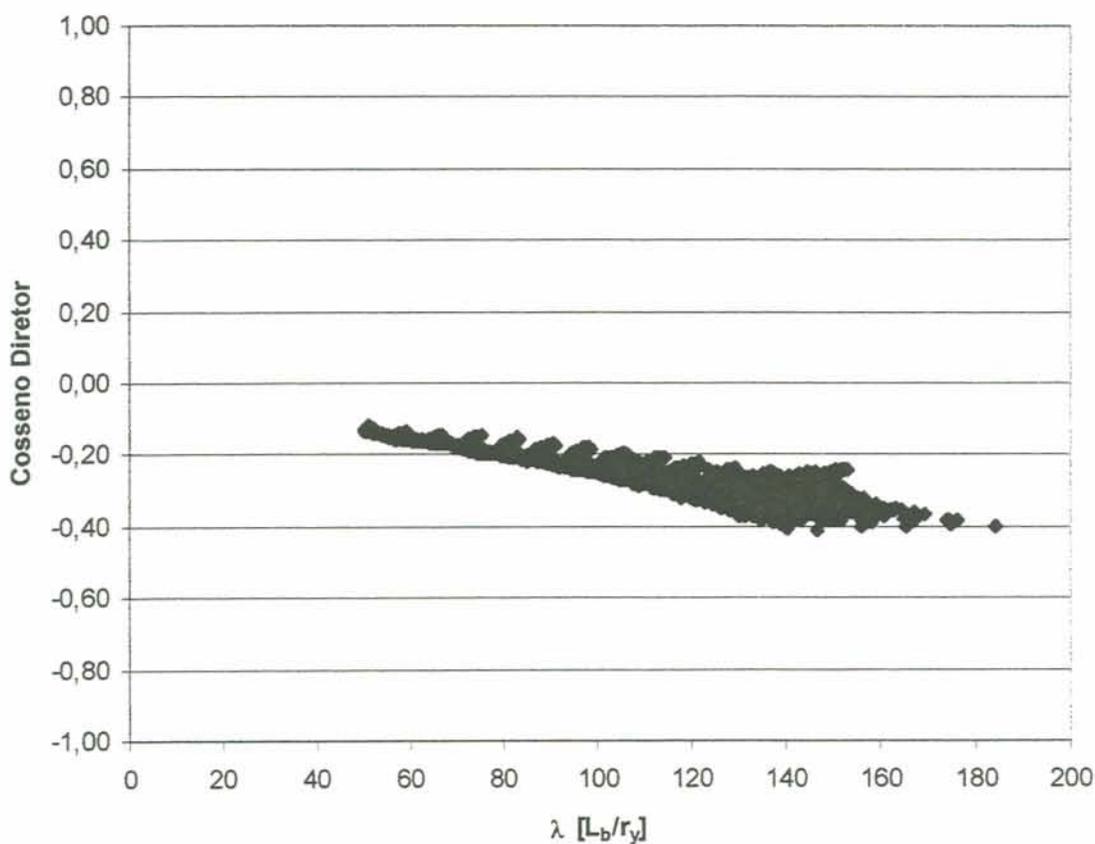


FIGURA A.2.5 – Cosseno Diretor da variável aleatória [E] - Modo de Falha 2.

FIGURA A.2.6 – Cosseno Diretor da variável aleatória [t<sub>f</sub>] - Modo de Falha 2.

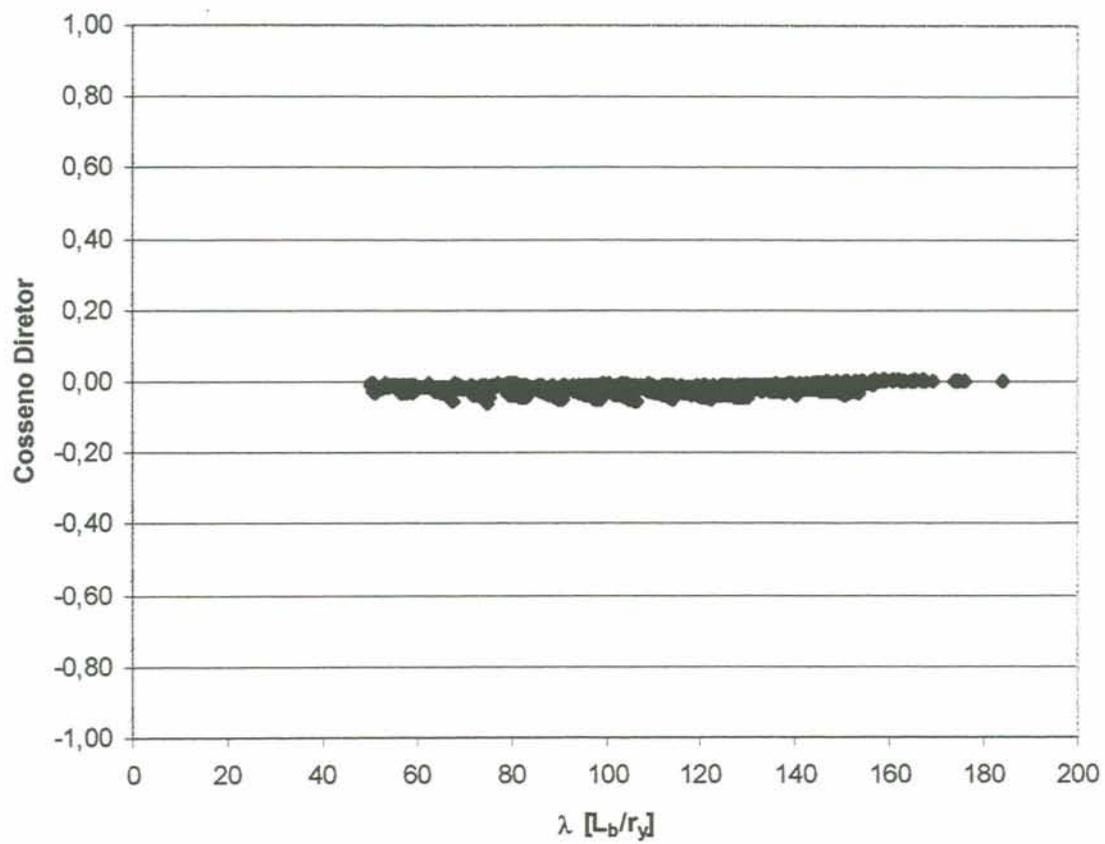


FIGURA A.2.7– Cosseno Diretor da variável aleatória [ $t_w$ ] - Modo de Falha 2.

**A.3. - Modo de falha 3**

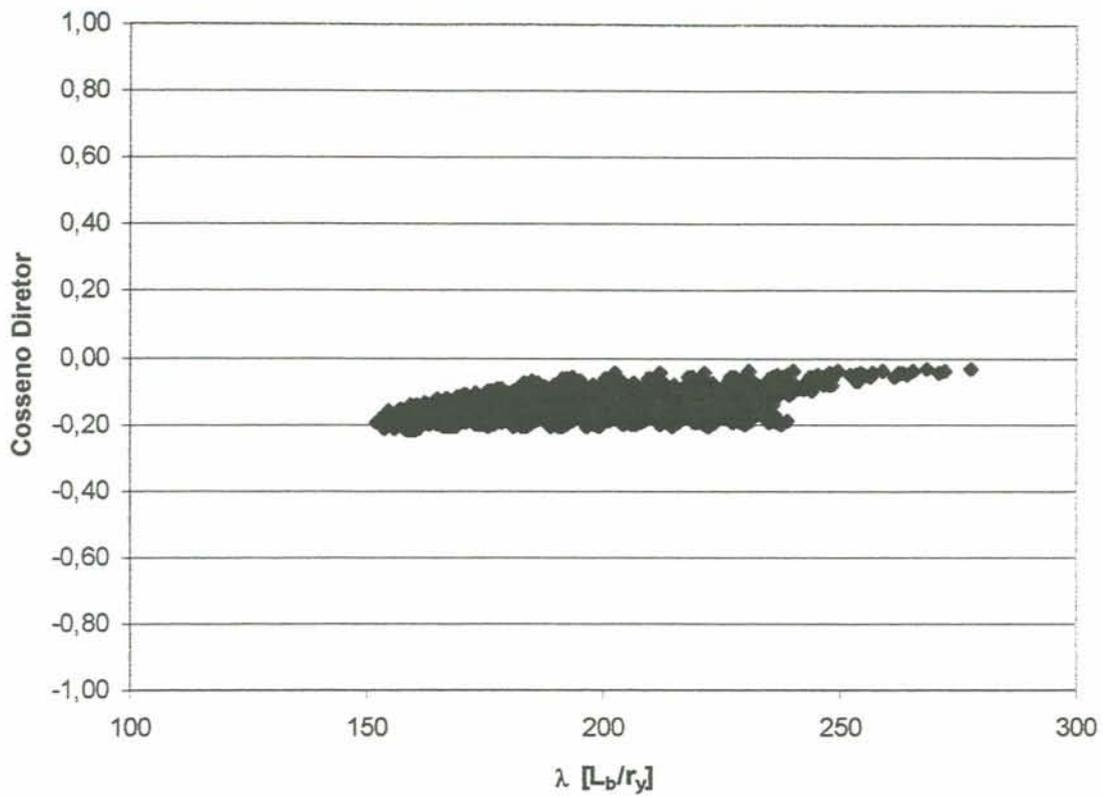
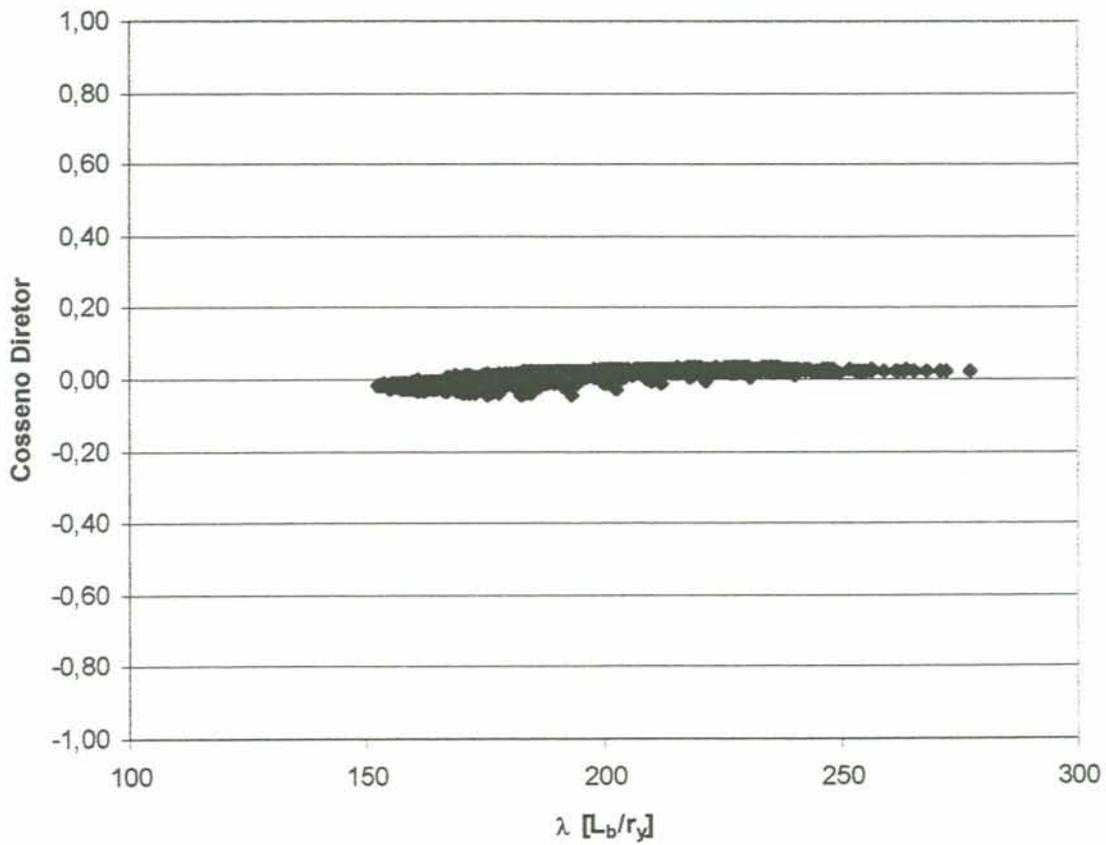
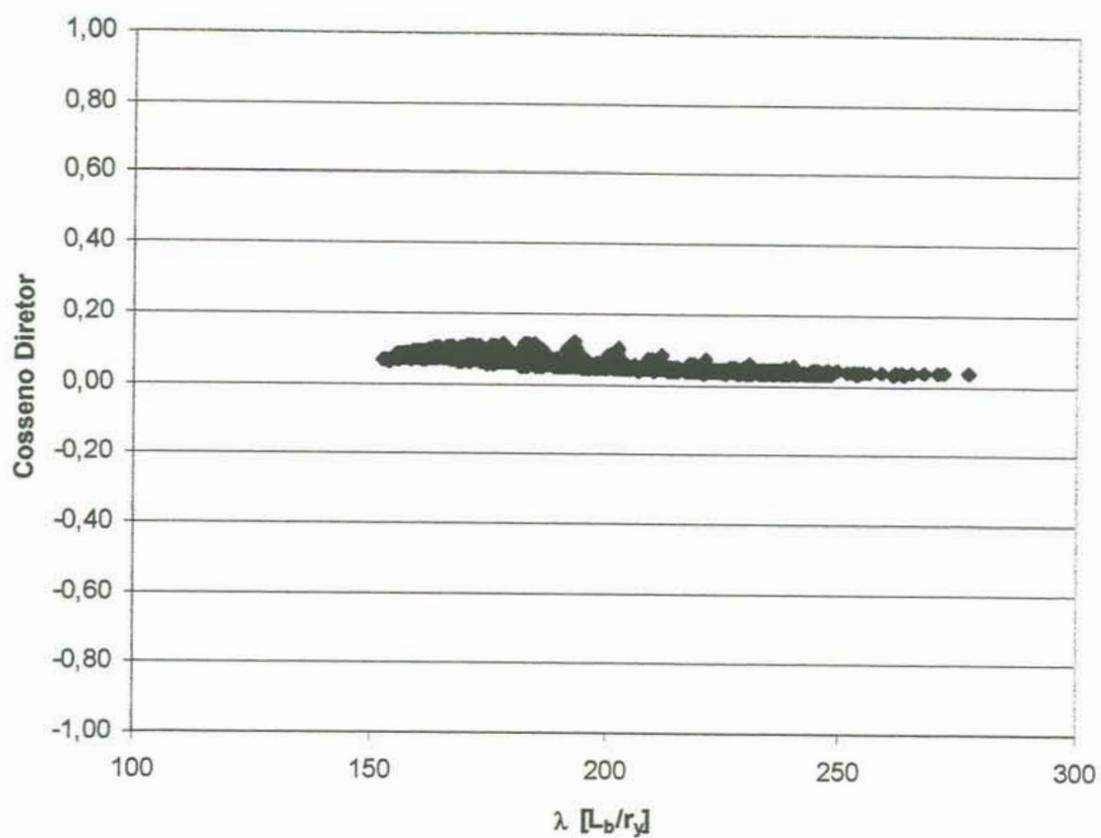
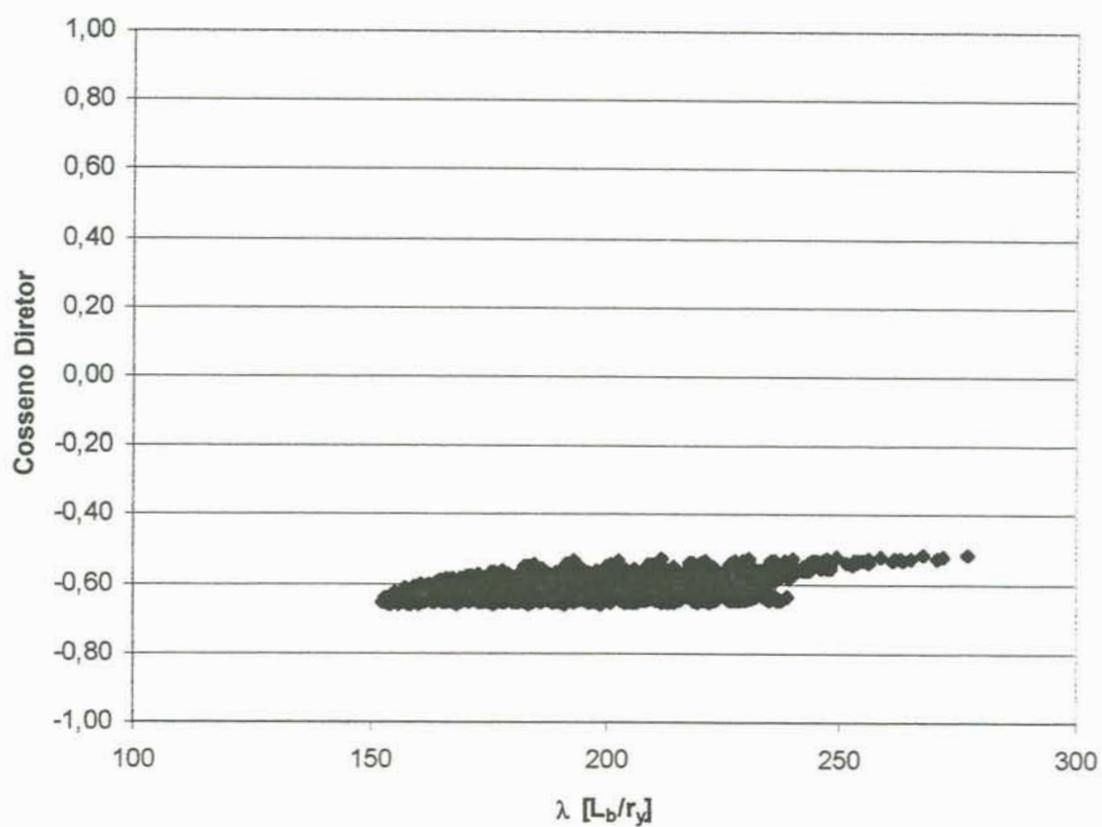


FIGURA A.3.1 – Cosseno Diretor da variável aleatória [d] - Modo de Falha 3.

FIGURA A.3.2 – Cosseno Diretor da variável aleatória [f<sub>r</sub>] - Modo de Falha 3.

FIGURA A.3.3 – Cosseno Diretor da variável aleatória [ $f_y$ ] - Modo de Falha 3.FIGURA A.3.4 – Cosseno Diretor da variável aleatória [ $b_f$ ] - Modo de Falha 3.

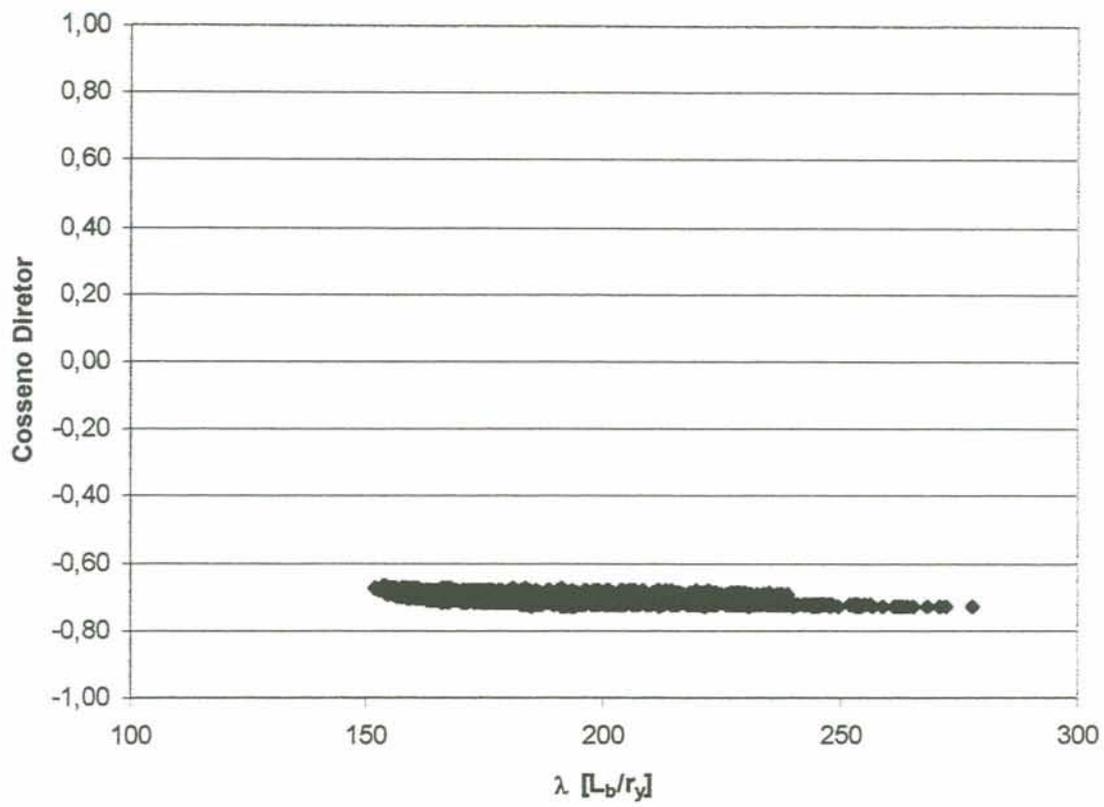
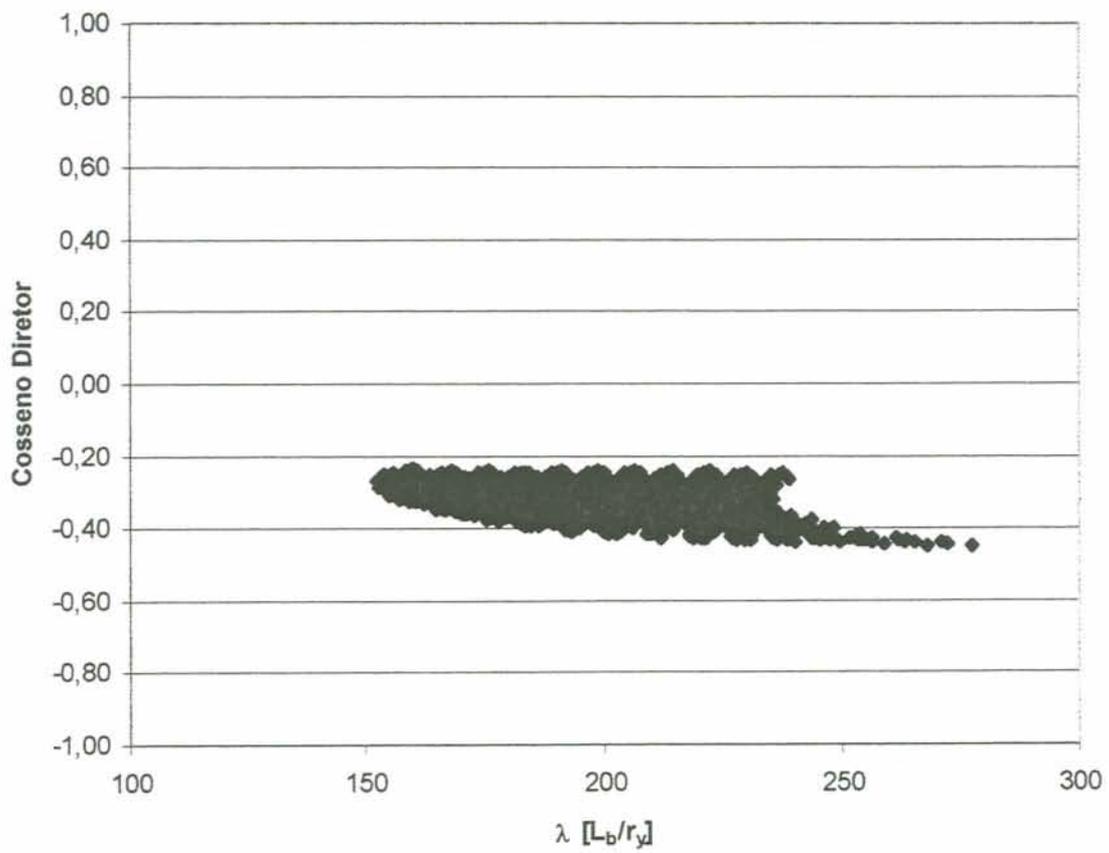


FIGURA A.3.5 – Cosseno Diretor da variável aleatória [E] - Modo de Falha 3.

FIGURA A.3.6 – Cosseno Diretor da variável aleatória [ $t_f$ ] - Modo de Falha 3.

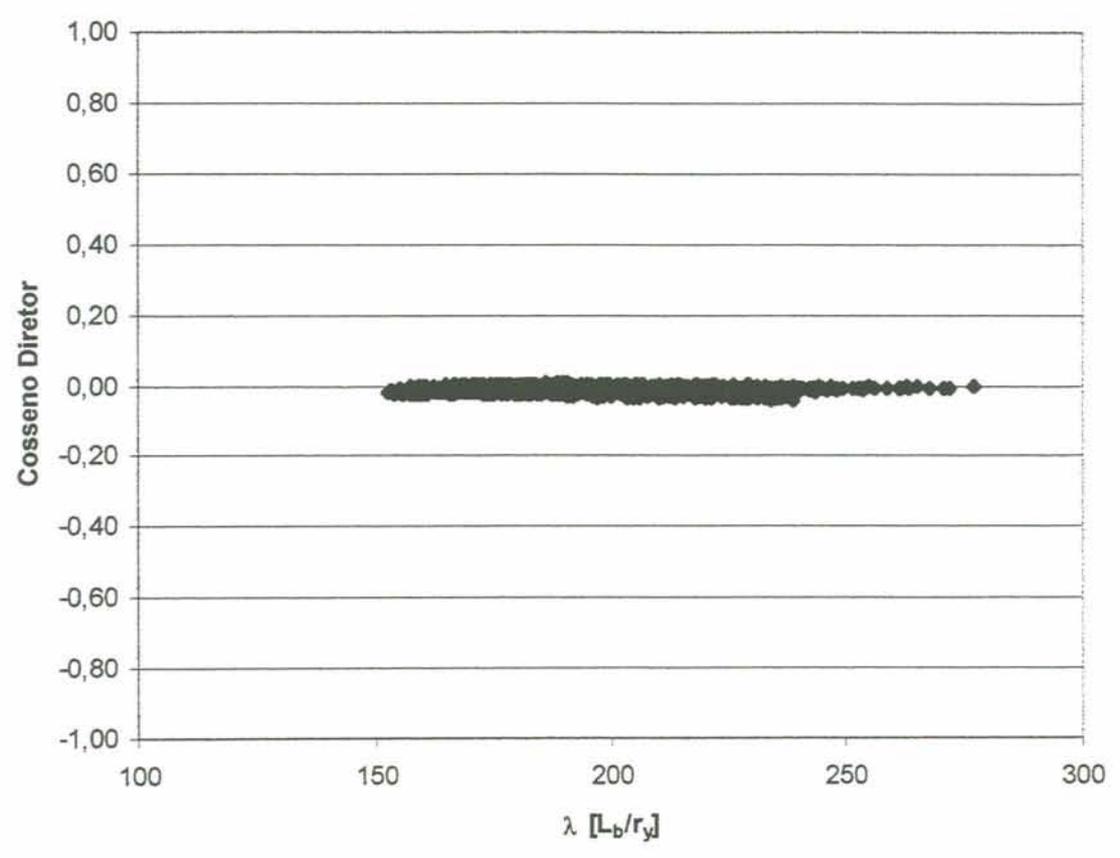


FIGURA A.3.7- Cosseno Diretor da variável aleatória  $[t_w]$  - Modo de Falha 3.

**A.4. - Modo de falha 4**

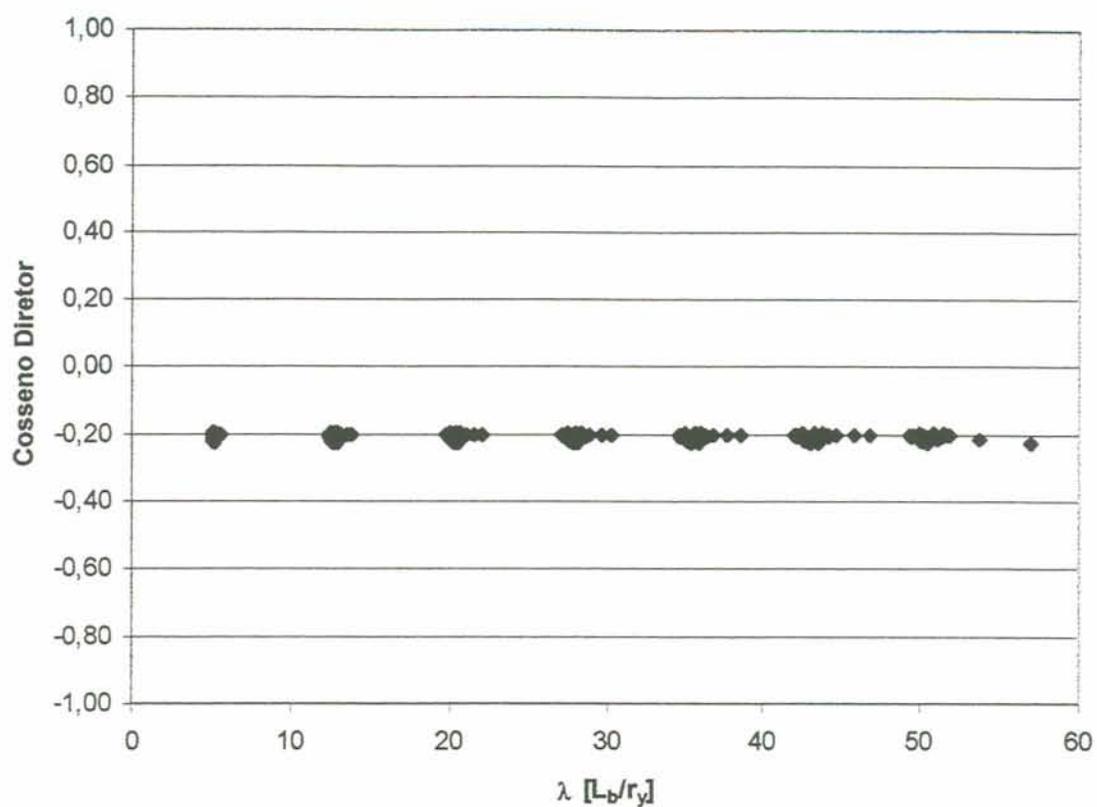
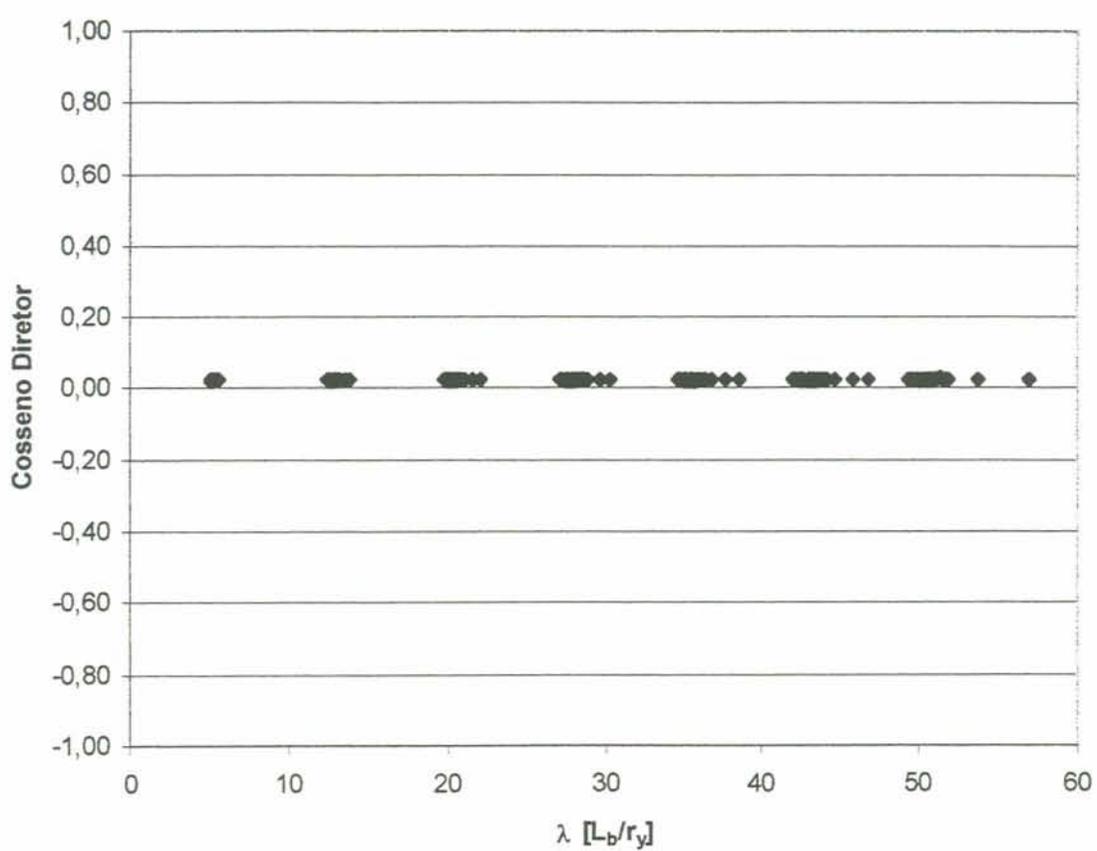


FIGURA A.4.1 – Cosseno Diretor da variável aleatória [d] - Modo de Falha 4.

FIGURA A.4.2 – Cosseno Diretor da variável aleatória [ $f_r$ ] - Modo de Falha 4.

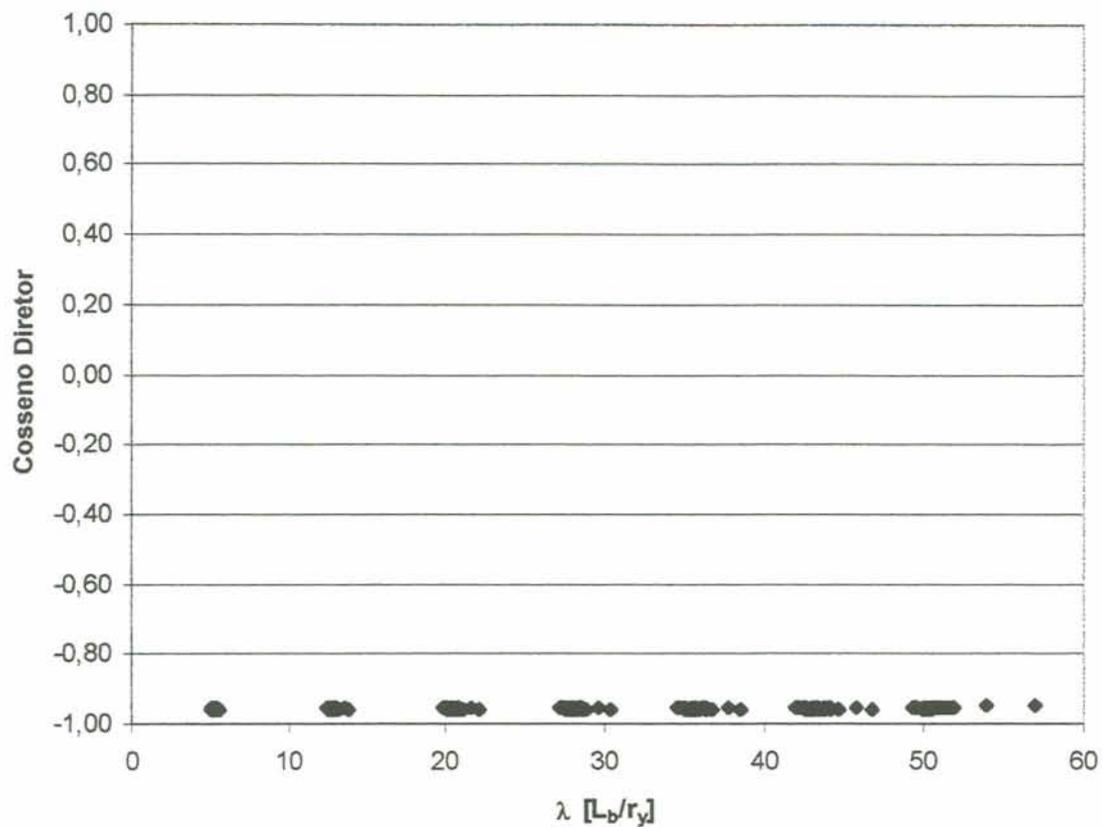


FIGURA A.4.3 – Cosseno Diretor da variável aleatória [ $f_y$ ] - Modo de Falha 4.

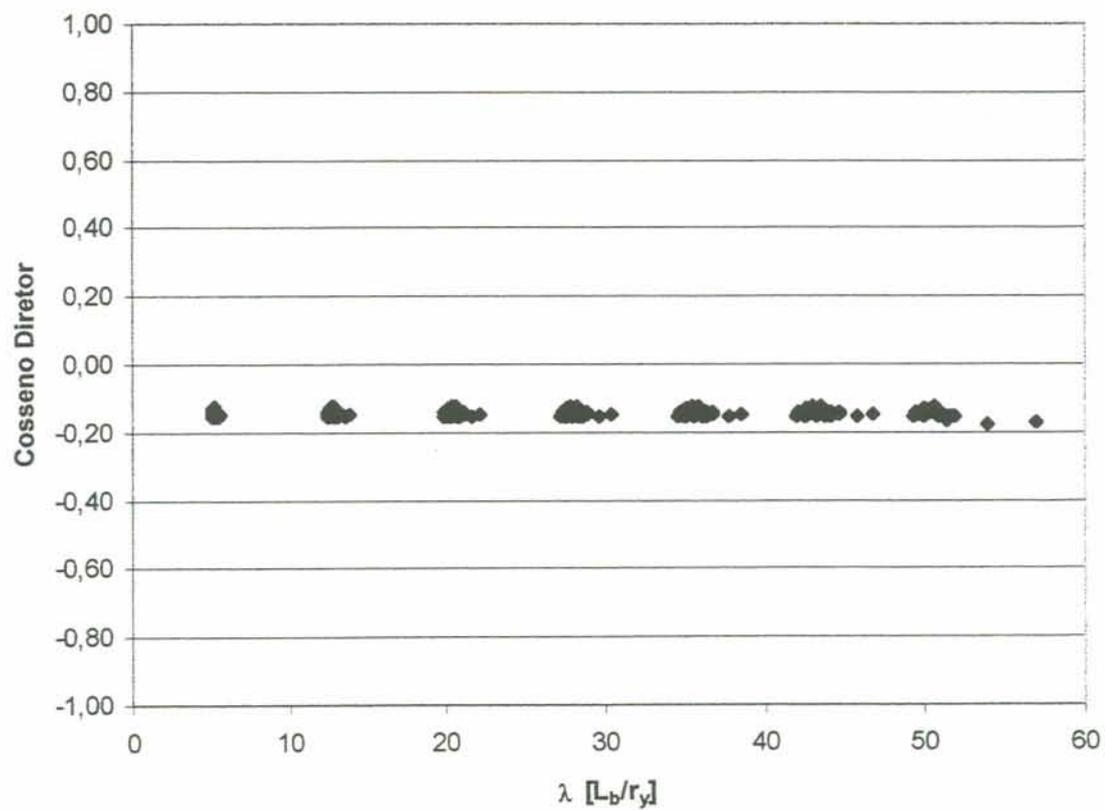


FIGURA A.4.4 – Cosseno Diretor da variável aleatória [ $b_f$ ] - Modo de Falha 4.

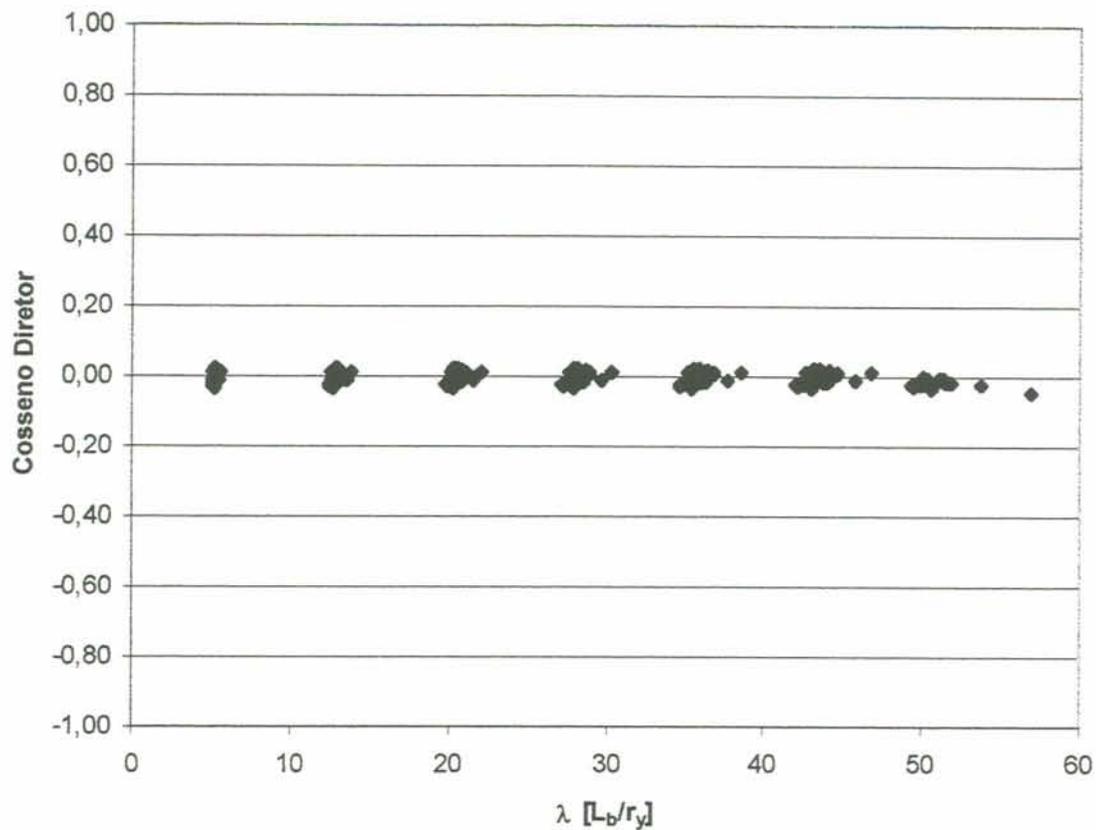


FIGURA A.4.5 – Cosseno Diretor da variável aleatória [E] - Modo de Falha 4.

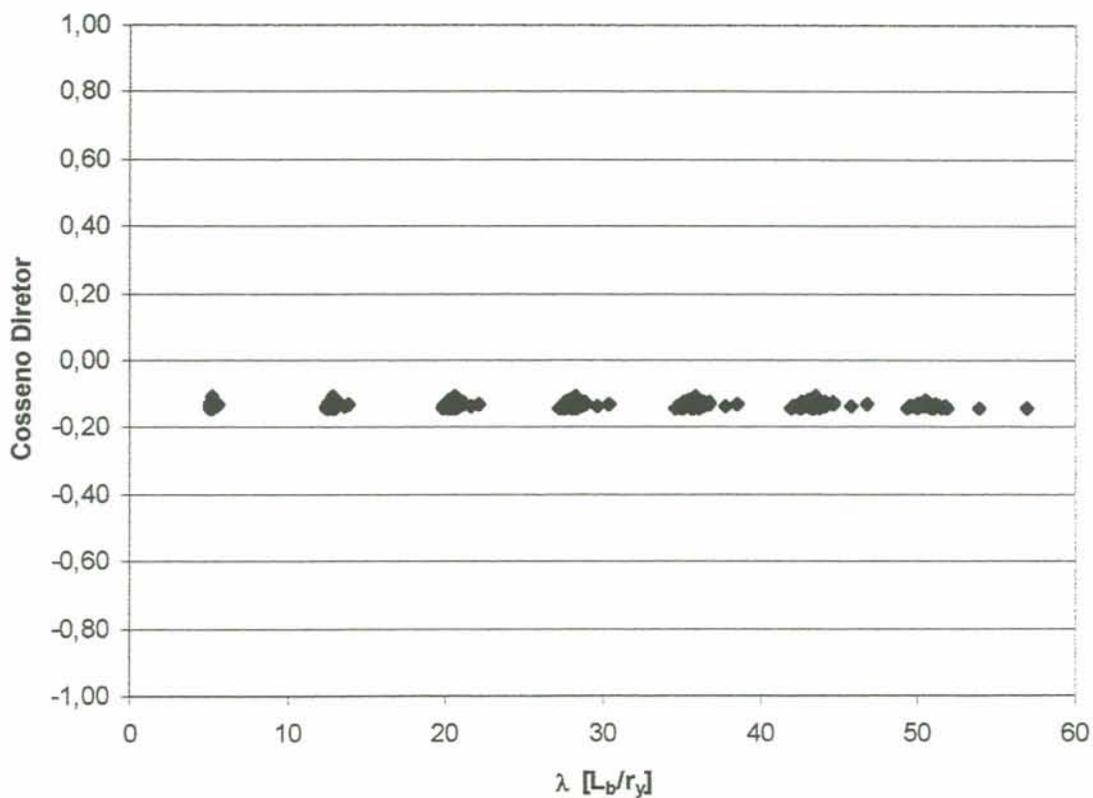


FIGURA A.4.6 – Cosseno Diretor da variável aleatória [t<sub>f</sub>] - Modo de Falha 4.

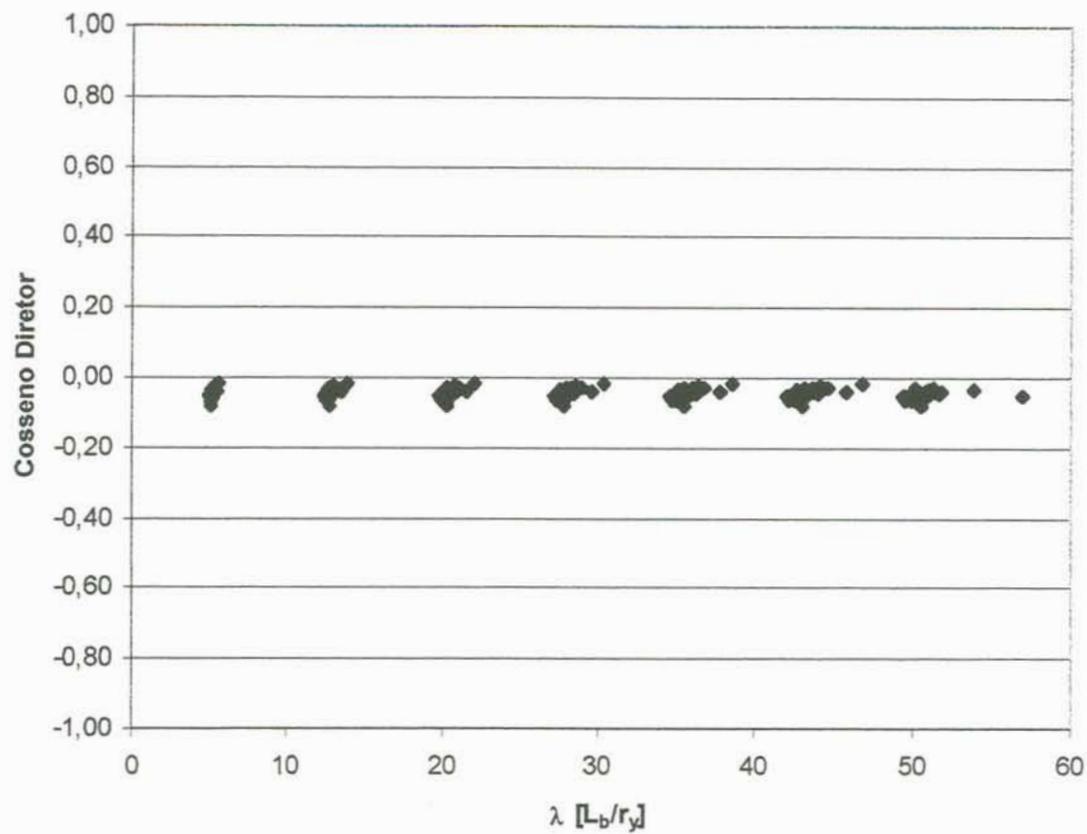


FIGURA A.4.7– Cosseno Diretor da variável aleatória  $[t_w]$  - Modo de Falha 4.

**A.5. - Modo de falha 6**

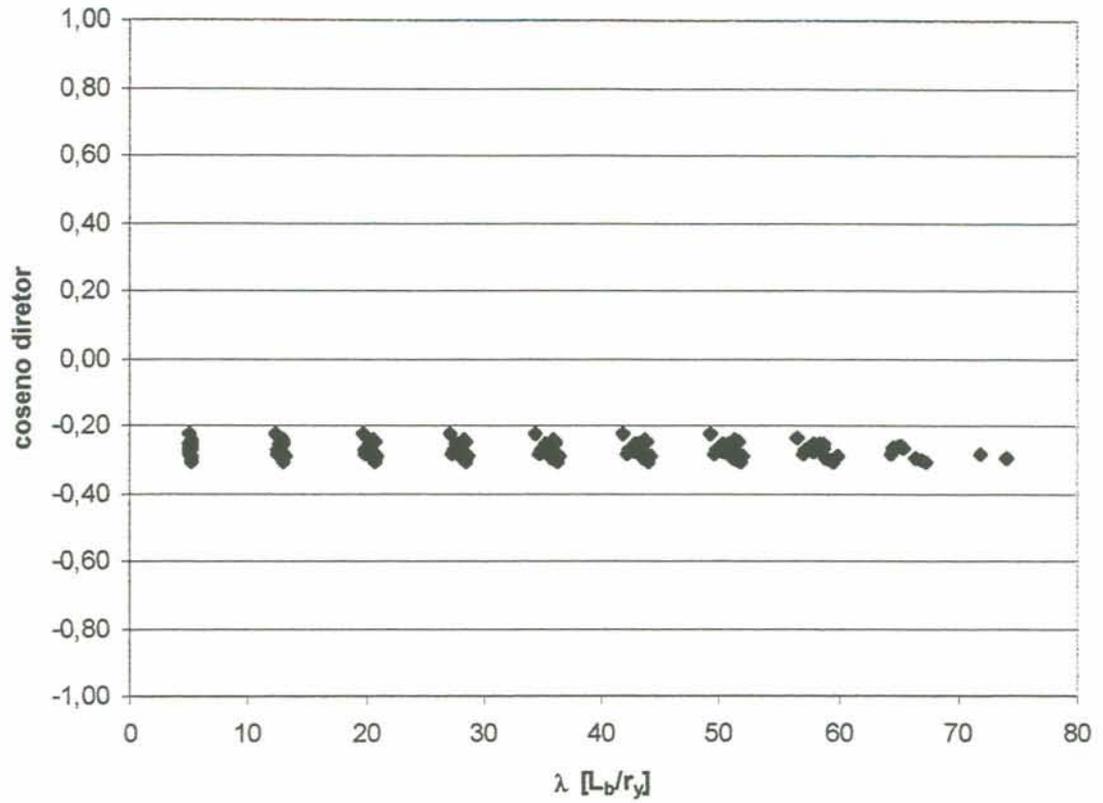


FIGURA A.5.1 – Cosseno Diretor da variável aleatória [d] - Modo de Falha 6.

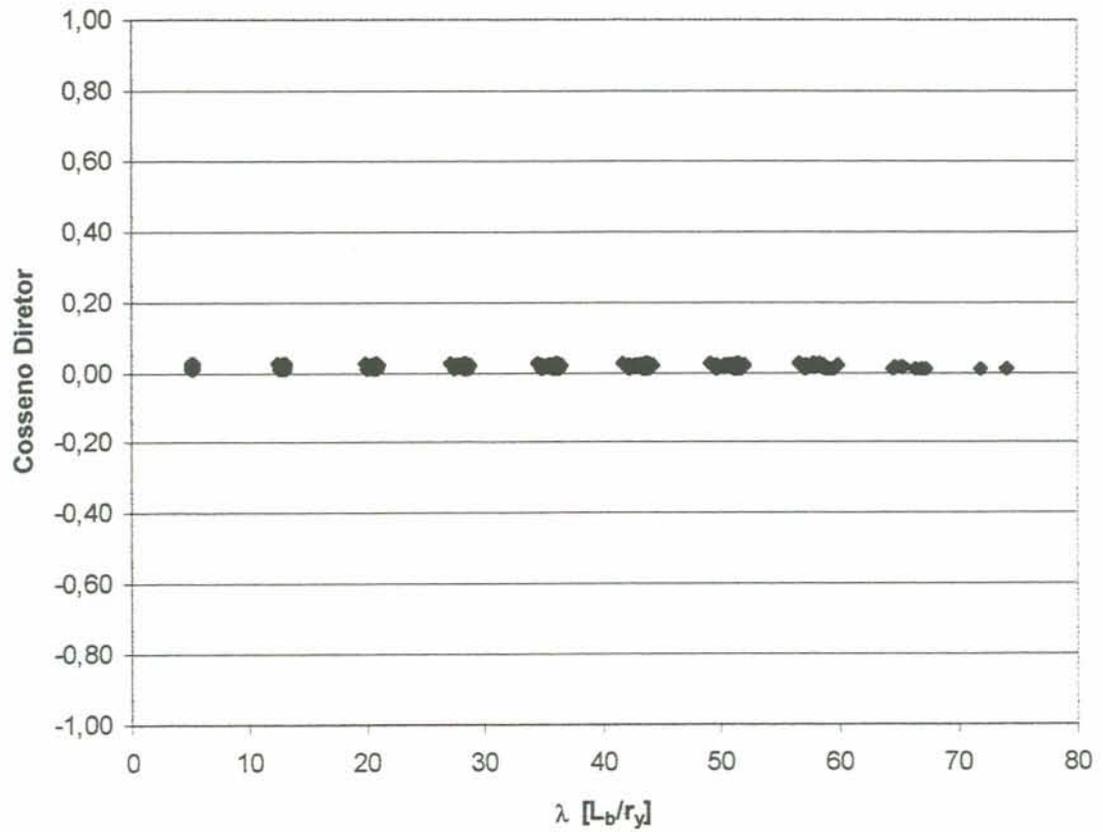


FIGURA A.5.2 – Cosseno Diretor da variável aleatória [ $f_r$ ] - Modo de Falha 6.

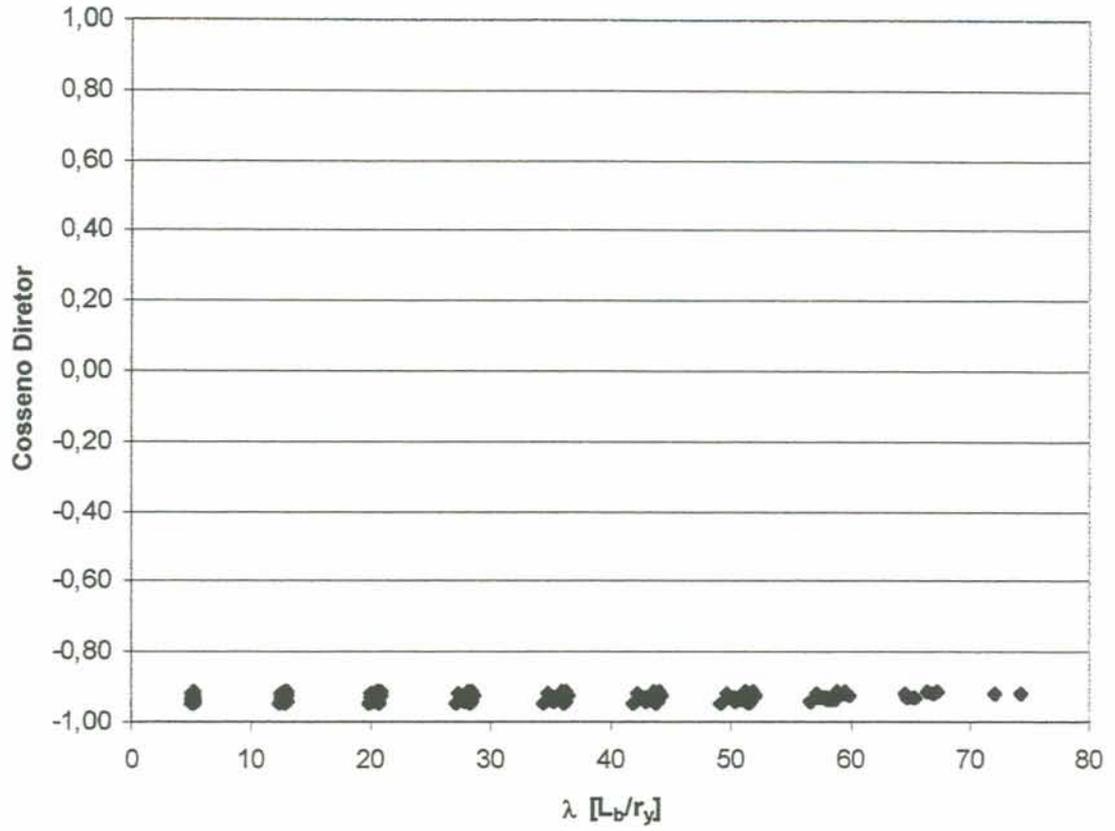


FIGURA A.5.3 – Cosseno Diretor da variável aleatória [f<sub>y</sub>] - Modo de Falha 6.

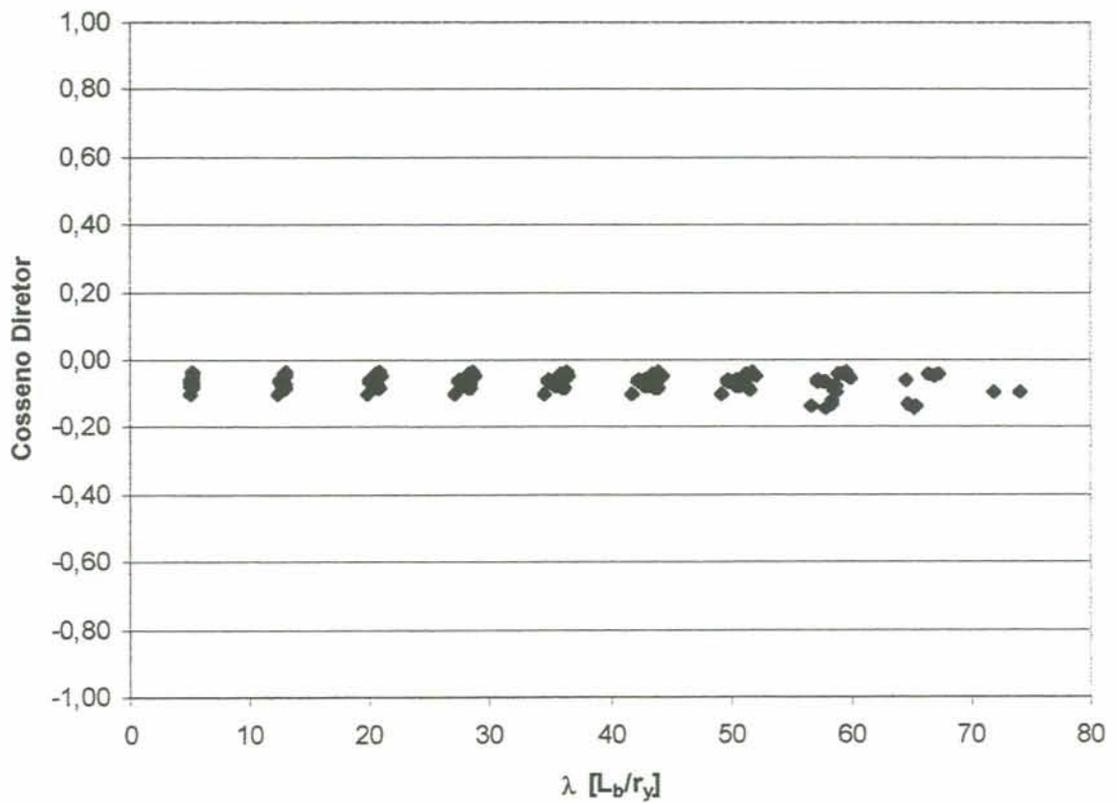


FIGURA A.5.4 – Cosseno Diretor da variável aleatória [b<sub>f</sub>] - Modo de Falha 6.

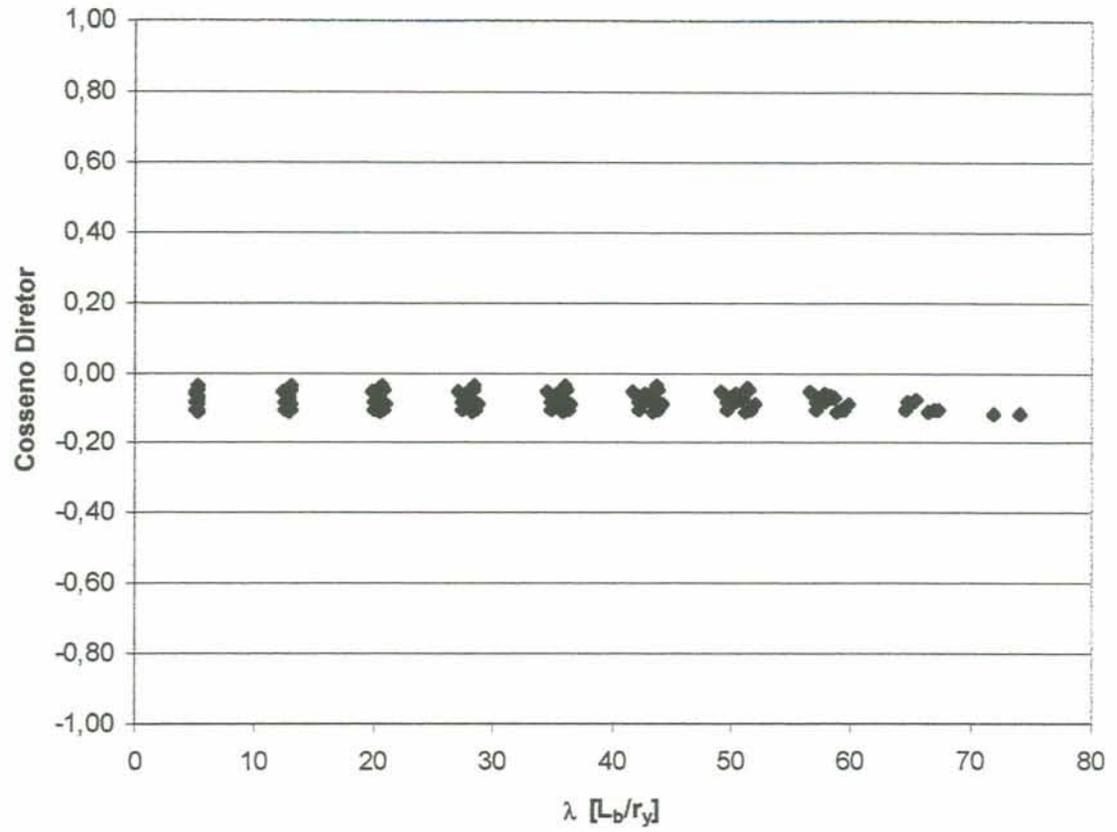


FIGURA A.5.5 – Cosseno Diretor da variável aleatória [E] - Modo de Falha 6.

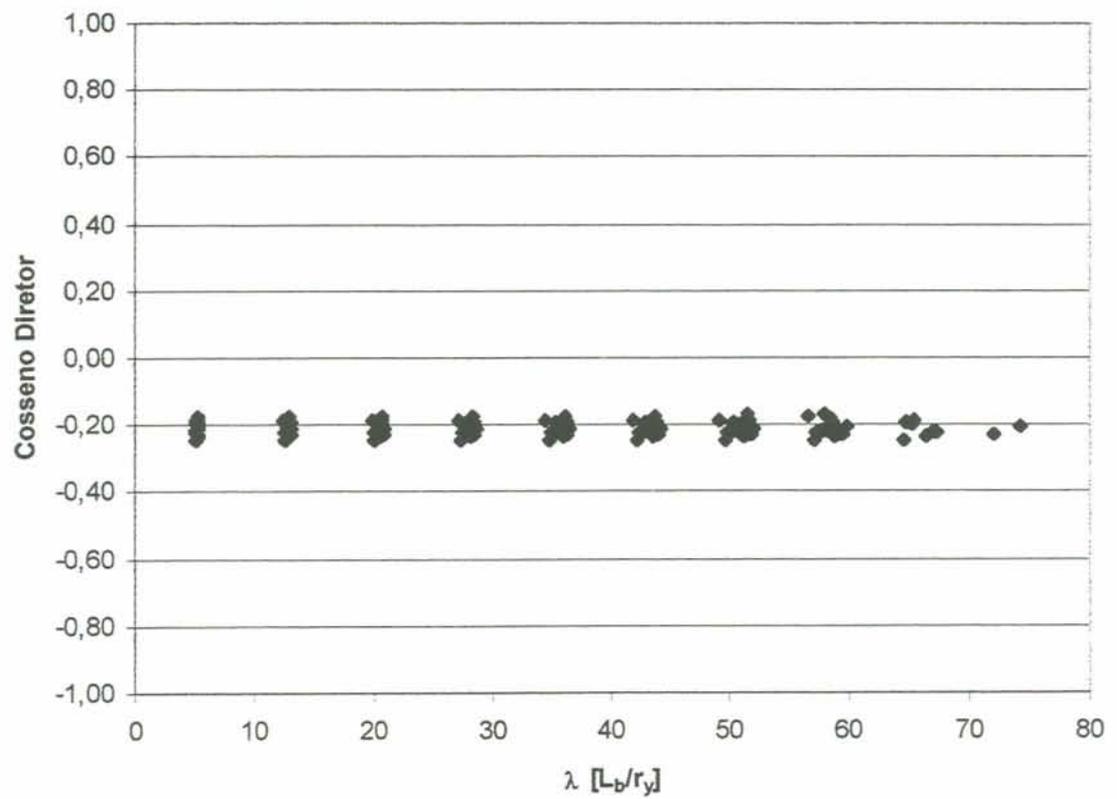


FIGURA A.5.6 – Cosseno Diretor da variável aleatória [t<sub>f</sub>] - Modo de Falha 6.

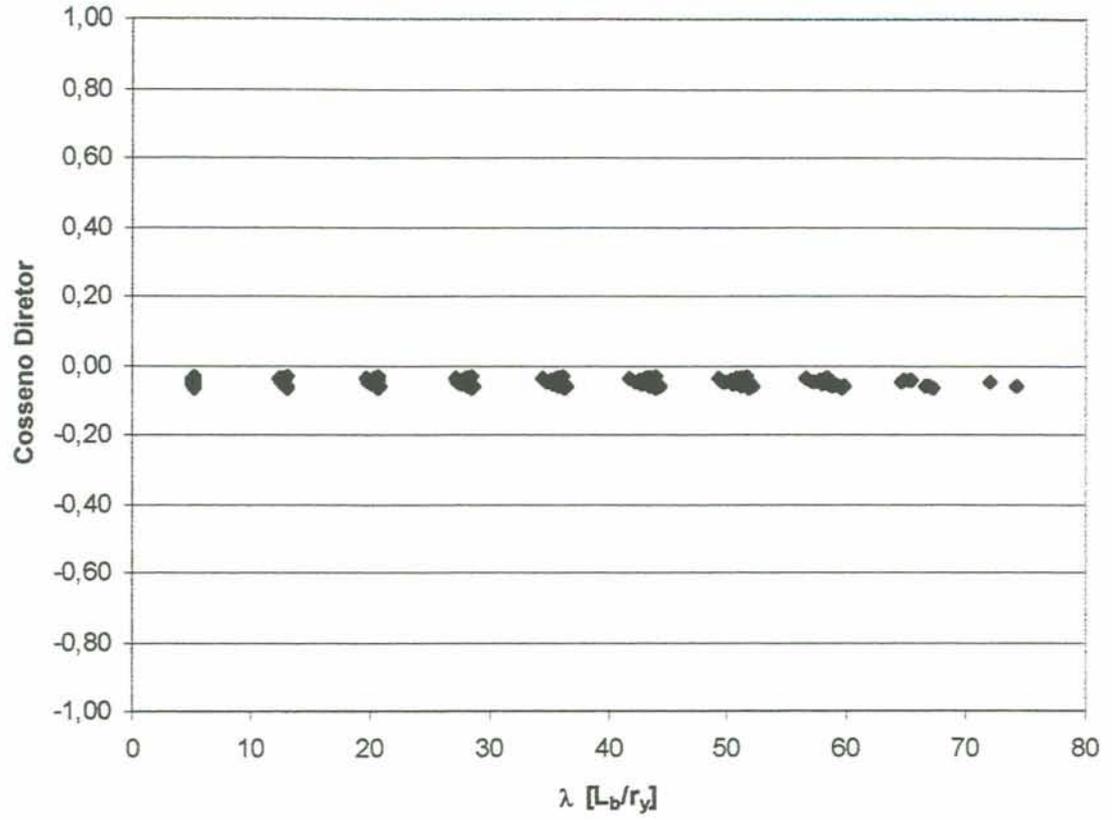


FIGURA A.5.7– Cosseno Diretor da variável aleatória [t<sub>w</sub>] - Modo de Falha 6.

**ANEXO B – GRÁFICOS DA VARIAÇÃO DO COEFICIENTE DE  
RESISTÊNCIA  $\phi'_{\text{global}}$**

**B.1.- Índice de Confiabilidade alvo  $\beta' = 2,0$**

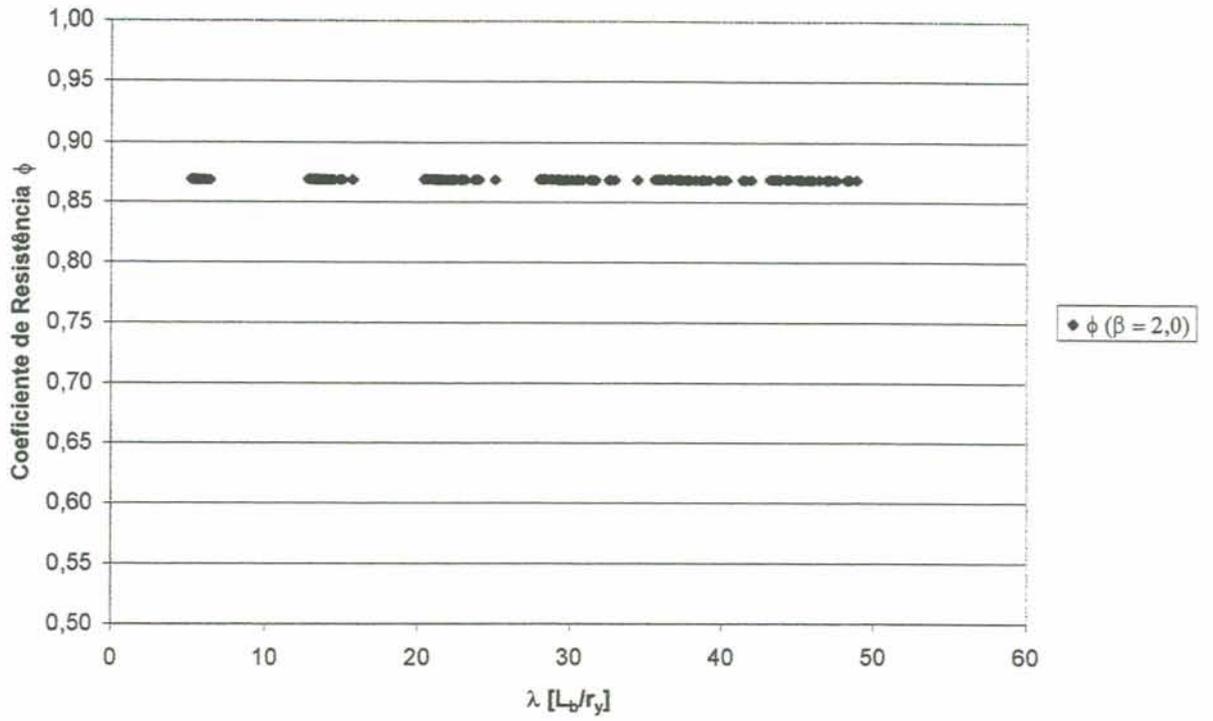


FIGURA B.1.1 – Variação do coeficiente de resistência  $\Phi_{global}$  para  $\beta' 2,0$  - Modo de Falha 1.

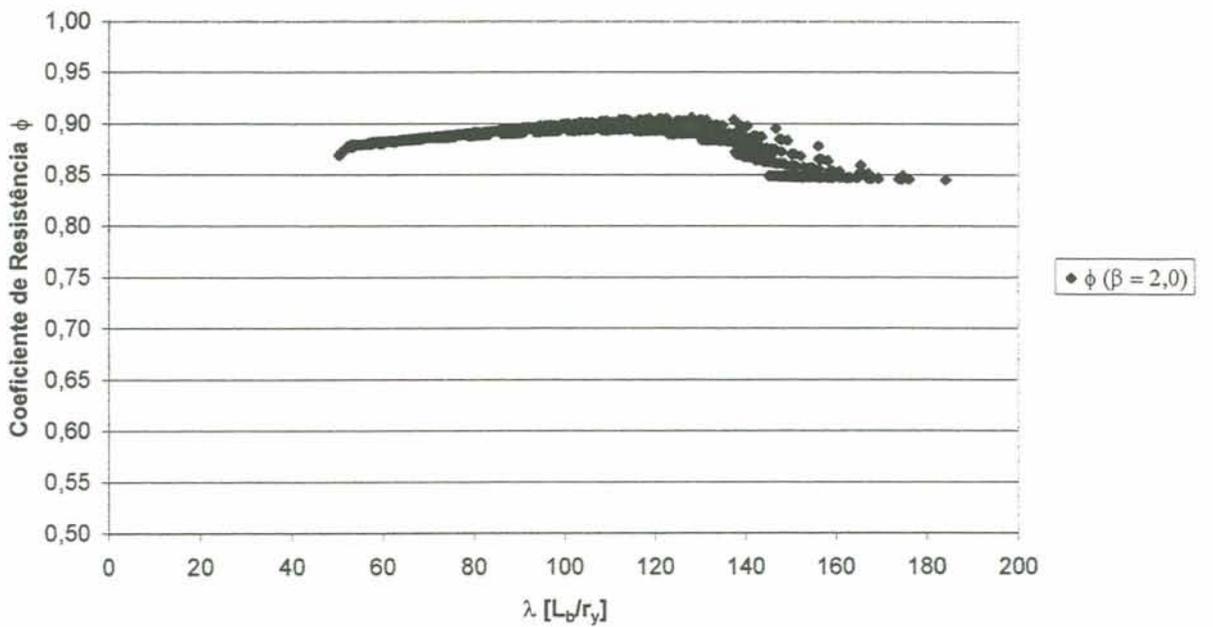


FIGURA B.1.2 – Variação do coeficiente de resistência  $\Phi_{global}$  para  $\beta' 2,0$  - Modo de Falha 2.

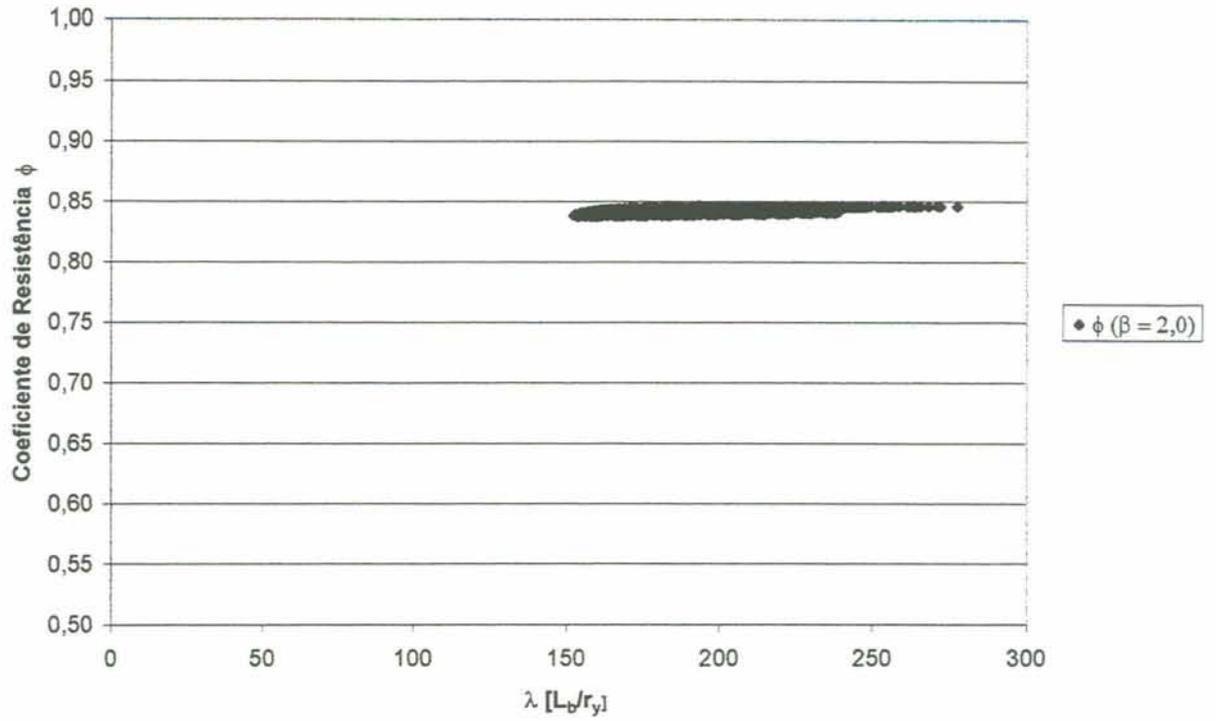


FIGURA B.1.3 – Variação do coeficiente de resistência  $\Phi_{\text{global}}$  para  $\beta = 2,0$  - Modo de Falha 3.

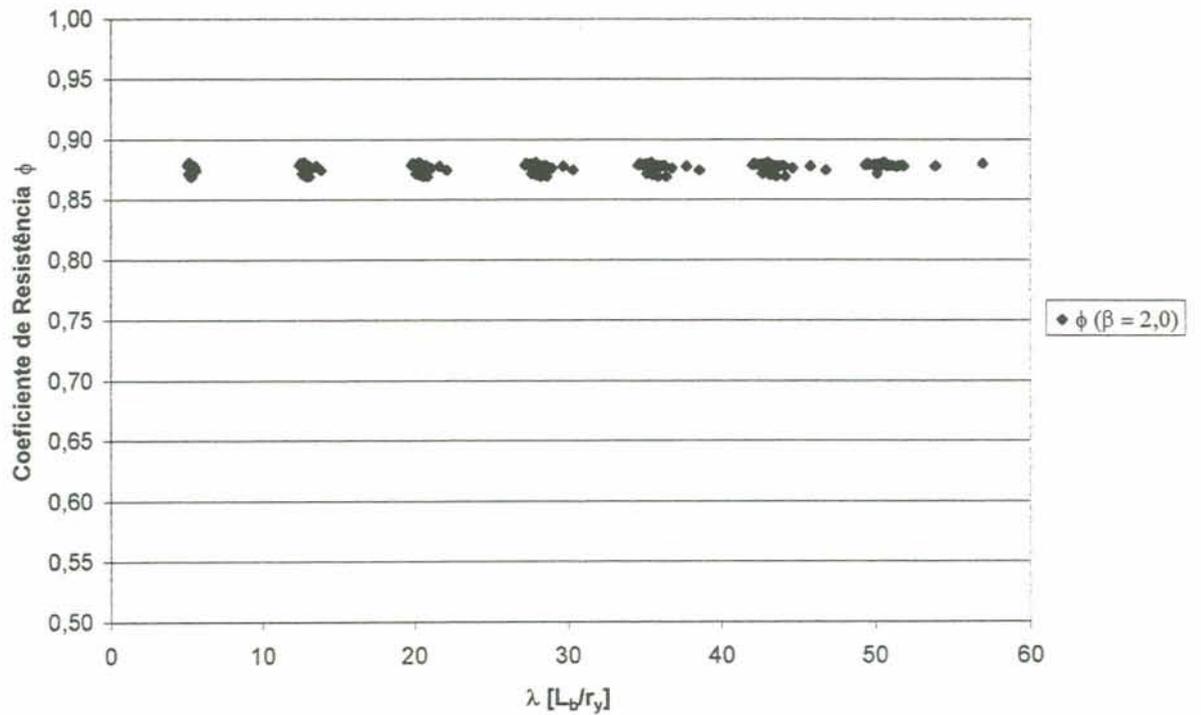


FIGURA B.1.4 – Variação do coeficiente de resistência  $\Phi_{\text{global}}$  para  $\beta = 2,0$  - Modo de Falha 4.

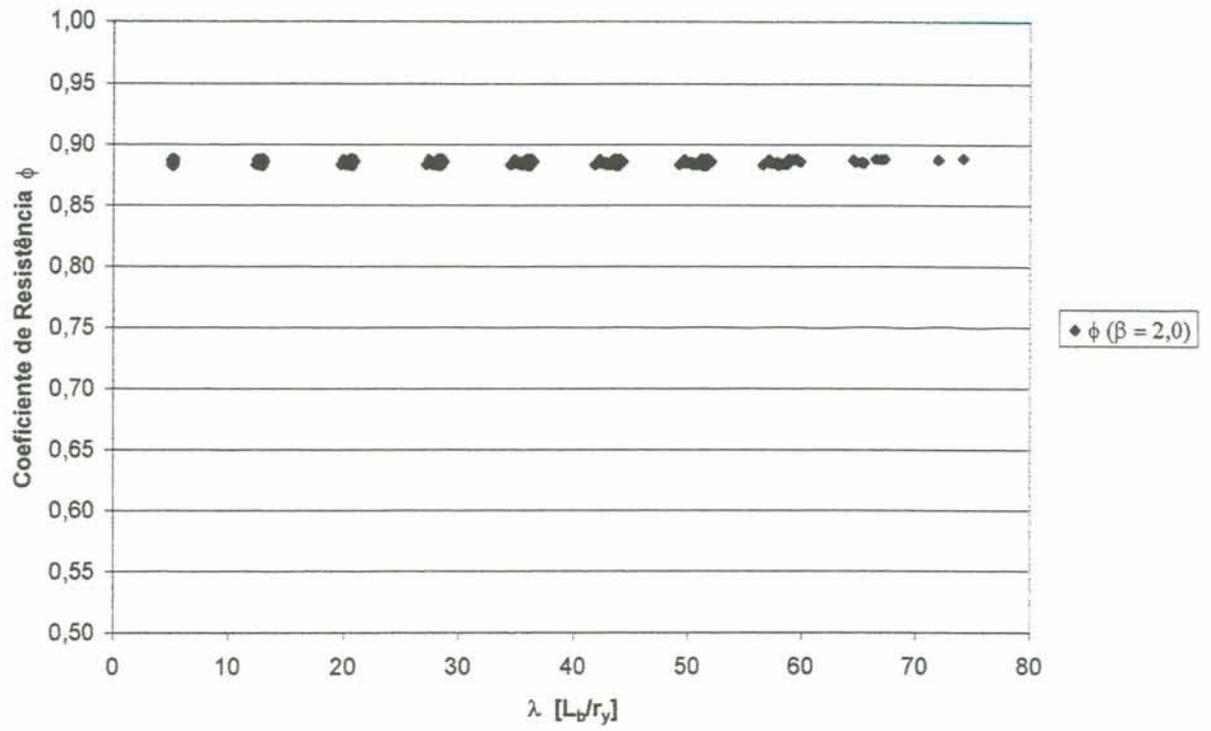


FIGURA B.1.5 – Variação do coeficiente de resistência  $\Phi_{\text{global}}$  para  $\beta = 2,0$  - Modo de Falha 6.

**B.2.- Índice de Confiabilidade alvo  $\beta' = 3,0$**

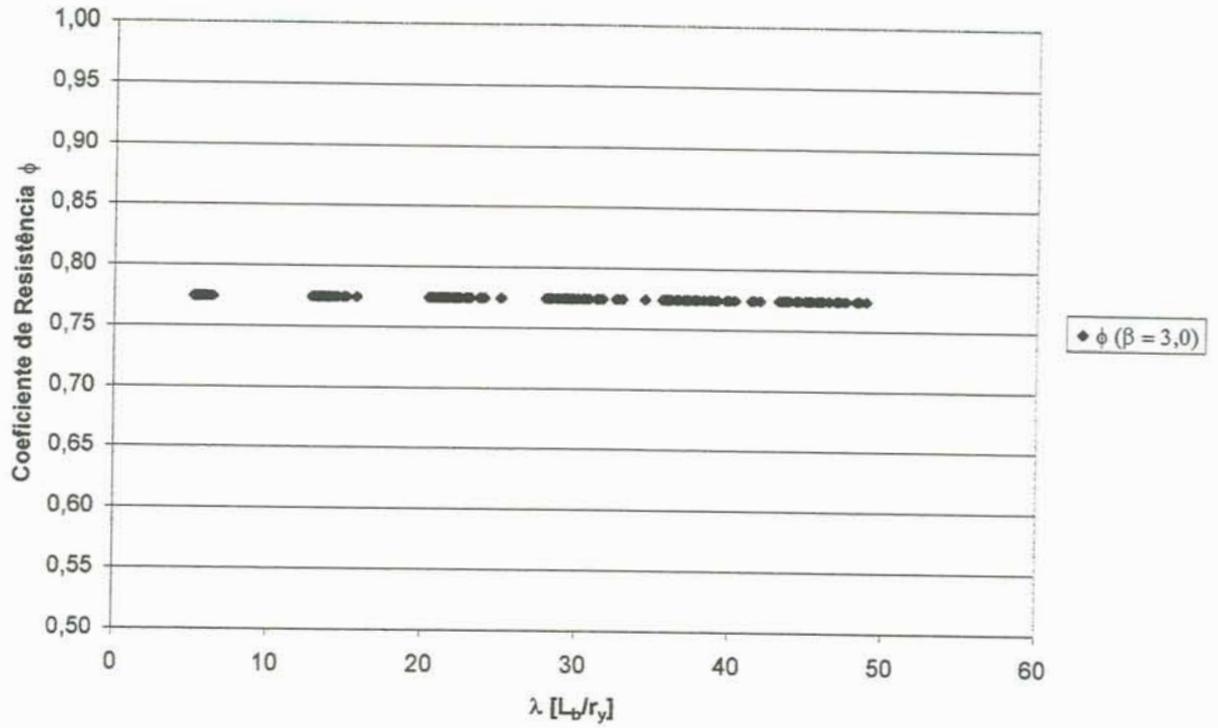


FIGURA B.2.1 – Variação do coeficiente de resistência  $\Phi_{\text{global}}$  para  $\beta = 3,0$  - Modo de Falha 1.

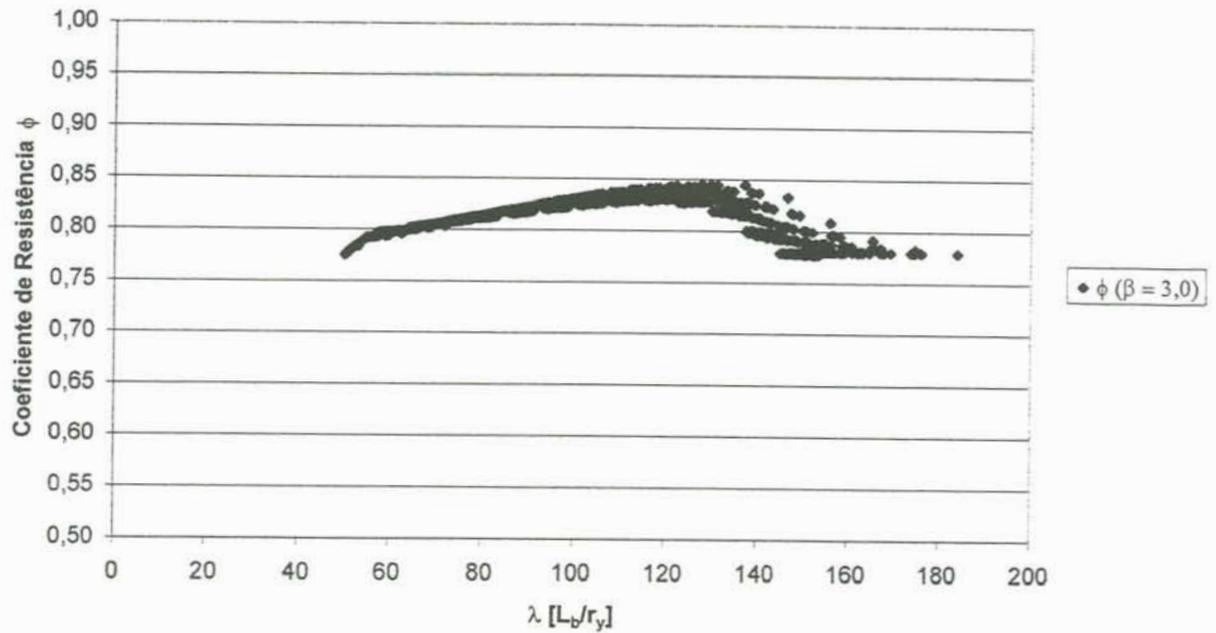


FIGURA B.2.2 – Variação do coeficiente de resistência  $\Phi_{\text{global}}$  para  $\beta = 3,0$  - Modo de Falha 2.

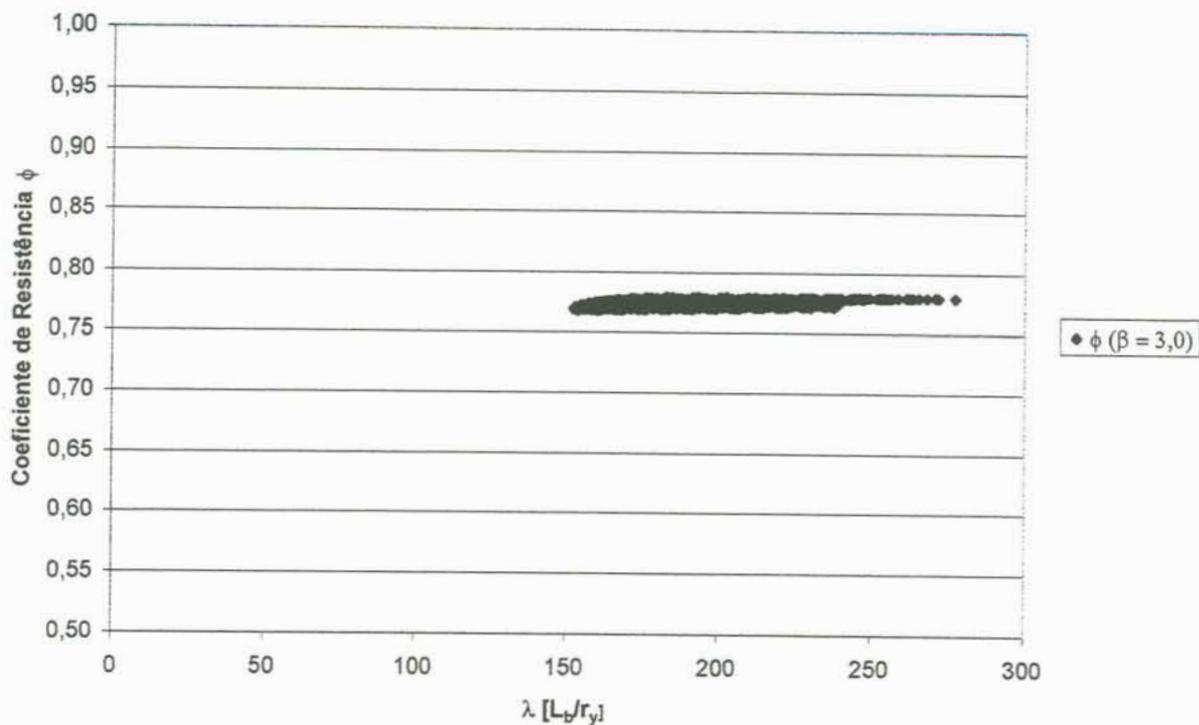


FIGURA B.2.3 – Variação do coeficiente de resistência  $\Phi_{\text{global}}$  para  $\beta' 3,0$  - Modo de Falha 3.

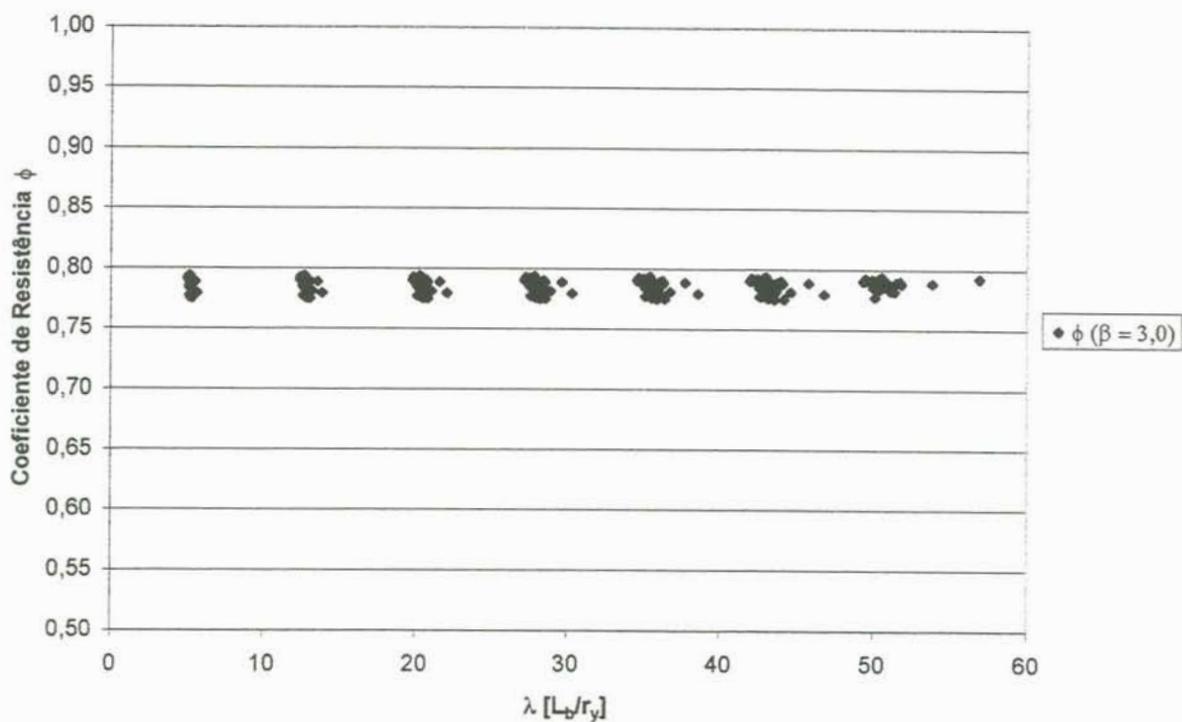


FIGURA B.2.4 – Variação do coeficiente de resistência  $\Phi_{\text{global}}$  para  $\beta' 3,0$  - Modo de Falha 4.

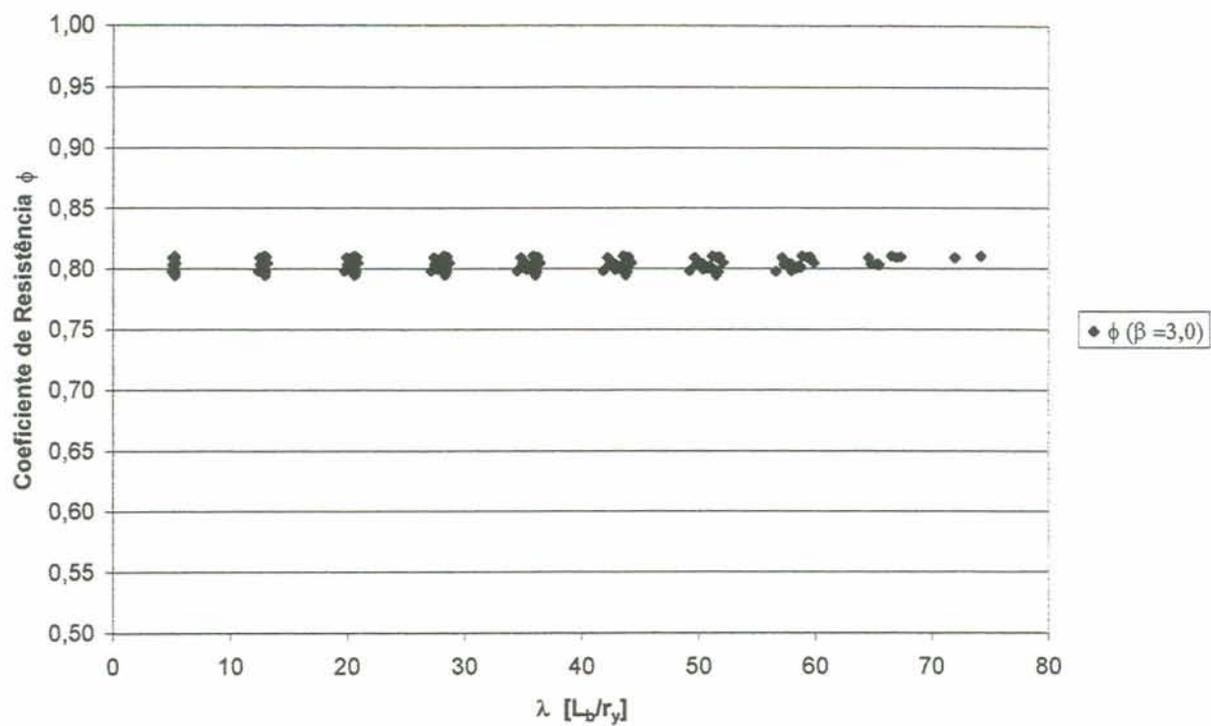


FIGURA B.2.5 – Variação do coeficiente de resistência  $\Phi_{\text{global}}$  para  $\beta = 3,0$  - Modo de Falha 6.

**ANEXO C – TABELA GEOMÉTRICA DE PERFIS I VS**

DESIG.  VS	DIMENSÕES EM CM				Ag  cm2	PROPRIEDADES ELÁSTICAS						MÓDULOS PLÁSTICOS		rt  cm	It  cm4
	d	bf	tw	tf		EIXO X - X			EIXO Y - Y			Zx  cm3	Zy  cm3		
						Ix  cm4	Wx  cm3	rx  cm	Iy  cm4	Wy  cm3	ry  cm				
I200x10	20	5	0,40	0,63	13,8	811	81	7,66	13	5	0,98	96	9	1,22	1,2
I200x15	20	10	0,40	0,63	20,1	1.402	140	8,35	105	21	2,29	157	32	2,64	2,1
I200x20	20	10	0,40	0,95	26,2	1.923	192	8,56	158	32	2,46	214	48	2,72	6,1
I200x25	20	10	0,40	1,25	32,0	2.379	238	8,62	208	42	2,55	265	63	2,76	13,4
I250X18	25	10	0,47	0,63	23,8	2.395	192	10,04	105	21	2,10	220	33	2,54	2,5
I250x21	25	10	0,47	0,80	27,0	2.845	228	10,27	134	27	2,22	258	41	2,60	4,2
I250X27	25	10	0,47	0,95	29,9	3.232	259	10,40	159	32	2,30	291	49	2,65	6,5
I250x23	25	10	0,47	0,95	29,9	3.232	259	10,40	159	32	2,30	291	49	2,65	6,5
I300X32	30	15	0,63	0,80	41,9	6.320	421	12,28	451	60	3,28	477	93	3,88	7,5
I300X36	30	15	0,63	0,95	46,2	7.180	479	12,47	535	71	3,40	538	110	3,94	10,9
I300X43	30	15	0,63	1,25	54,8	8.846	590	12,70	704	94	3,58	658	143	4,03	21,8
I300x50	30	15	0,63	1,60	64,9	10.700	713	12,84	901	120	3,73	795	183	4,10	43,2
I350X38	35	18	0,63	0,80	49,0	10.145	580	14,38	715	82	3,82	655	126	4,52	8,8
I350X42	35	18	0,63	0,95	54,1	11.544	660	14,61	849	97	3,96	739	149	4,60	12,8
I350X50	35	18	0,63	1,25	64,2	14.266	815	14,90	1.117	128	4,17	905	195	4,70	25,5
I350X59	35	18	0,63	1,60	76,0	17.318	990	15,09	1.430	163	4,34	1.094	248	4,78	50,4
I400X49	40	20	0,63	0,95	62,0	17.393	870	16,75	1.267	127	4,52	971	194	5,25	14,6
I400X58	40	20	0,63	1,25	73,6	21.545	1.077	17,11	1.667	167	4,76	1.190	254	5,37	29,2
I400X57	40	20	0,63	1,25	73,6	21.545	1.077	17,11	1.667	167	4,76	1.190	254	5,37	29,2
I400X68	40	20	0,63	1,60	87,2	26.223	1.311	17,34	2.134	213	4,95	1.442	324	5,45	57,7
I400X78	40	20	0,63	1,90	98,8	30.094	1.505	17,45	2.534	253	5,06	1.654	384	5,51	94,5
I450X51	45	20	0,63	0,95	65,2	22.640	1.006	18,64	1.268	127	4,41	1.130	194	5,19	15,0
I450X60	45	20	0,63	1,25	76,8	27.962	1.243	19,08	1.668	167	4,66	1.378	254	5,32	29,6
I450X71	45	20	0,63	1,60	90,3	33.985	1.510	19,40	2.134	213	4,86	1.664	324	5,41	58,1
I450X80	45	20	0,63	1,90	102,0	38.989	1.733	19,56	2.534	253	4,99	1.905	384	5,47	94,9
I500X61	50	25	0,63	0,95	77,8	34.416	1.377	21,03	2.475	198	5,64	1.529	302	6,55	18,3
I550X64	55	25	0,63	0,95	81,0	42.556	1.547	22,93	2.475	198	5,53	1.728	302	6,50	18,7
I500x73	50	25	0,63	1,25	92,4	42.768	1.711	21,51	3.256	260	5,94	1.879	395	6,70	36,5
I550X75	55	25	0,63	1,25	95,6	52.747	1.918	23,49	3.256	261	5,84	2.114	396	6,65	36,9

DESIG. VS	DIMENSÕES EM CM				Ag cm2	PROPRIEDADES ELÁSTICAS						MÓDULOS PLÁSTICOS		rt cm	It cm4
	d	bf	tw	tf		EIXO X - X			EIXO Y - Y			Zx cm3	Zy cm3		
						Ix cm4	Wx cm3	rx cm	Iy cm4	Wy cm3	ry cm				
I500X86	50	25	0,63	1,60	109,5	52.250	2.090	21,85	4.168	333	6,17	2.281	505	6,81	72,2
I500X97	50	25	0,63	1,90	124,1	60.154	2.406	22,02	4.949	396	6,31	2.621	598	6,87	118,2
I550X88	55	25	0,63	1,60	112,6	64.345	2.340	23,90	4.168	333	6,08	2.559	505	6,77	72,6
I550X100	55	25	0,63	1,90	127,3	74.041	2.692	24,12	4.949	396	6,24	2.935	599	6,84	118,6
I600X95	60	30	0,80	1,25	121,0	77.401	2.580	25,29	5.627	375	6,82	2.864	572	7,89	48,9
I600X111	60	30	0,80	1,60	141,4	94.091	3.136	25,79	7.202	480	7,14	3.448	729	8,05	91,6
I600X125	60	30	0,80	1,90	159,0	108.073	3.602	26,07	8.552	570	7,34	3.943	864	8,14	146,8
I600X140	60	30	0,80	2,24	178,8	123.562	4.119	26,29	10.082	672	7,51	4.498	1.017	8,22	234,3
I600X152	60	30	0,80	2,50	194,0	135.154	4.505	26,39	11.252	750	7,62	4.918	1.134	8,27	321,9
I650X98	65	30	0,80	1,25	125,0	92.487	2.846	27,20	5.628	375	6,71	3.172	573	7,83	49,7
I650X114	65	30	0,80	1,60	145,4	112.225	3.453	27,78	7.203	480	7,04	3.807	730	8,00	92,5
I650X128	65	30	0,80	1,90	163,0	128.792	3.963	28,11	8.553	570	7,24	4.346	865	8,10	147,6
I650X144	65	30	0,80	2,24	182,8	147.178	4.529	28,37	10.083	672	7,43	4.950	1.018	8,18	235,1
I650X155	65	30	0,80	2,50	198,0	160.963	4.953	28,51	11.253	750	7,54	5.408	1.135	8,23	322,7
I700X105	70	32	0,80	1,25	134,0	115.045	3.287	29,30	6.830	427	7,14	3.661	651	8,35	53,2
I700X122	70	32	0,80	1,60	155,8	139.665	3.990	29,94	8.741	546	7,49	4.395	830	8,53	98,8
I700X137	70	32	0,80	1,90	174,6	160.361	4.582	30,31	10.379	649	7,71	5.017	983	8,63	157,6
I700X154	70	32	0,80	2,24	195,8	183.368	5.239	30,60	12.236	765	7,91	5.716	1.157	8,72	251,0
I700X166	70	32	0,80	2,50	212,0	200.642	5.733	30,76	13.656	854	8,03	6.245	1.290	8,77	344,4
I750X108	75	32	0,80	1,25	138,0	134.197	3.579	31,18	6.830	427	7,04	4.001	652	8,29	54,0
I750X125	75	32	0,80	1,60	159,8	162.620	4.337	31,90	8.741	546	7,40	4.789	831	8,48	99,6
I750X140	75	32	0,80	1,90	178,6	186.545	4.975	32,32	10.380	649	7,62	5.458	984	8,59	158,5
I750X157	75	32	0,80	2,24	199,8	213.178	5.685	32,67	12.236	765	7,83	6.210	1.158	8,69	251,8
I750X170	75	32	0,80	2,50	216,0	233.200	6.219	32,86	13.656	854	7,95	6.780	1.291	8,74	345,3
I800X111	80	32	0,80	1,25	142,0	155.074	3.877	33,05	6.830	427	6,94	4.351	652	8,24	54,9
I800X129	80	32	0,80	1,60	163,8	187.573	4.689	33,84	8.741	546	7,30	5.194	831	8,43	100,5
I800X143	80	32	0,80	1,90	182,6	214.961	5.374	34,31	10.380	649	7,54	5.910	985	8,55	159,3
I800X160	80	32	0,80	2,24	203,8	245.485	6.137	34,71	12.237	765	7,75	6.714	1.159	8,65	252,7
I800X173	80	32	0,80	2,50	220,0	268.458	6.711	34,93	13.657	854	7,88	7.325	1.292	8,71	346,1
I850X120	85	35	0,80	1,25	153,5	190.878	4.491	35,26	8.936	511	7,63	5.025	779	9,03	59,7
I850X139	85	35	0,80	1,60	177,4	231.269	5.442	36,10	11.437	654	8,03	6.009	993	9,24	109,5

DESIG.	DIMENSÕES EM CM				Ag	PROPRIEDADES ELÁSTICAS						MÓDULOS PLÁSTICOS		rt	It
						EIXO X - X			EIXO Y - Y						
	d	bf	tw	tf		cm2	Ix cm4	Wx cm3	rx cm	Iy cm4	Wy cm3	ry cm	Zx cm3		
I850X155	85	35	0,80	1,90	198,0	265.344	6.243	36,61	13.581	776	8,28	6.845	1.177	9,37	173,9
I850X174	85	35	0,80	2,24	221,2	303.358	7.138	37,03	16.010	915	8,51	7.785	1.385	9,48	276,0
I850X188	85	35	0,80	2,50	239,0	331.998	7.812	37,27	17.868	1.021	8,65	8.499	1.544	9,54	378,2
I900X124	90	35	0,80	1,25	157,5	216.973	4.822	37,12	8.936	511	7,53	5.414	780	8,98	60,5
I900X142	90	35	0,80	1,60	181,4	262.430	5.832	38,03	11.437	654	7,94	6.457	994	9,20	110,4
I900X159	90	35	0,80	1,90	202,0	300.814	6.685	38,59	13.581	776	8,20	7.345	1.178	9,33	174,8
I900X177	90	35	0,80	2,24	225,2	343.674	7.637	39,06	16.010	915	8,43	8.343	1.386	9,44	276,8
I900X191	90	35	0,80	2,50	243,0	375.994	8.355	39,34	17.868	1.021	8,58	9.101	1.545	9,51	379,1
I950X127	95	35	0,80	1,25	161,5	245.036	5.159	38,95	8.936	511	7,44	5.813	780	8,92	61,4
I950X146	95	35	0,80	1,60	185,4	295.858	6.229	39,94	11.437	654	7,85	6.916	995	9,15	111,2
I950X162	95	35	0,80	1,90	206,0	338.808	7.133	40,56	13.581	776	8,12	7.855	1.178	9,29	175,6
I950X194	95	35	0,80	2,50	247,0	423.027	8.906	41,38	17.868	1.021	8,51	9.714	1.546	9,48	379,9
I1000x161	100	40	0,80	1,60	205,4	370.339	7.407	42,46	17.071	854	9,12	8.172	1.295	10,53	125,7
I1000x180	100	40	0,80	1,90	229,0	425.095	8.502	43,09	20.271	1.014	9,41	9.306	1.535	10,68	199,3
I1000x201	100	40	0,80	2,24	255,6	486.331	9.727	43,62	23.897	1.195	9,67	10.584	1.807	10,80	316,0
I1000x217	100	40	0,80	2,50	276,0	532.575	10.652	43,93	26.671	1.334	9,83	11.555	2.015	10,88	432,9
I1100x159	110	40	0,95	1,25	202,1	394.026	7.164	44,15	13.341	667	8,12	8.182	1.024	9,97	82,8
I1100x180	110	40	0,95	1,60	229,5	472.485	8.591	45,38	17.074	854	8,63	9.647	1.304	10,27	139,7
I1100x199	110	40	0,95	1,90	252,9	538.922	9.799	46,16	20.274	1.014	8,95	10.894	1.544	10,45	213,3
I1100x235	110	40	0,95	2,24	279,4	613.316	11.151	46,85	23.901	1.195	9,25	12.300	1.816	10,60	329,9
I1100x219	110	40	0,95	2,50	299,8	669.562	12.174	47,26	26.674	1.334	9,43	13.368	2.024	10,69	446,7
I1200x200	120	45	0,95	1,60	255,0	630.844	10.514	49,74	24.308	1.080	9,76	11.765	1.646	11,59	156,3
I1200x221	120	45	0,95	1,90	281,4	720.523	12.009	50,60	28.865	1.283	10,13	13.304	1.950	11,78	239,0
I1200x244	120	45	0,95	2,24	311,3	821.045	13.684	51,35	34.028	1.512	10,45	15.040	2.294	11,95	370,2
I1200x262	120	45	0,95	2,50	334,3	897.121	14.952	51,81	37.977	1.688	10,66	16.360	2.557	12,05	501,6
I1200x307	120	45	0,95	3,15	391,5	1.084.322	18.072	52,63	47.849	2.127	11,06	19.634	3.215	12,24	970,2
I1300x237	130	45	1,25	1,60	302,5	805.914	12.399	51,62	24.321	1.081	8,97	14.269	1.670	11,11	205,4
I1300x258	130	45	1,25	1,90	328,8	910.929	14.014	52,64	28.877	1.283	9,37	15.930	1.973	11,36	287,9
I1300x281	130	45	1,25	2,24	358,5	1.028.744	15.827	53,57	34.040	1.513	9,74	17.802	2.317	11,58	418,9
I1300x299	130	45	1,25	2,50	381,3	1.117.982	17.200	54,15	37.989	1.688	9,98	19.227	2.580	11,71	550,1
I1300x344	130	45	1,25	3,15	438,1	1.337.847	20.582	55,26	47.861	2.127	10,45	22.763	3.238	11,95	1018,2



Impressão: Gráfica UFRGS  
Rua Ramiro Barcelos, 2705 - 1º andar  
Fone: 316 5088 Fax: 316 5083 - Porto Alegre - RS  
E-mail: [grafica@vortex.ufrgs.br](mailto:grafica@vortex.ufrgs.br)