

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SENSORIAMENTO REMOTO

IVANDRO KLEIN

**PROPOSTA DE UM NOVO MÉTODO PARA O
PLANEJAMENTO DE REDES GEODÉSICAS**

Tese de Doutorado

PORTO ALEGRE

2014

IVANDRO KLEIN

**PROPOSTA DE UM NOVO MÉTODO PARA O
PLANEJAMENTO DE REDES GEODÉSICAS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Sensoriamento Remoto.

Área de Concentração: Sensoriamento Remoto e Geoprocessamento.

Linha de Pesquisa: Geodésia por Satélite.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Tomio Matsuoka

PORTO ALEGRE

2014

BANCA EXAMINADORA

Dr. Claudinei Rodrigues de Aguiar

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UTFPR

Dr. Felipe Geremia Nievinski

Departamento de Cartografia – UNESP

Dr. Mauricio Roberto Veronez

Programa de Pós-Graduação em Geologia – UNISINOS

Dr. Sergio Florencio de Souza

Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto – UFRGS

Dedico este trabalho ao saudoso e emérito mestre prof. Dr. Vitor Francisco de Araújo Haertel (*in memoriam*), fundador e eterno patrono do Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

AGRADECIMENTOS

Ao Centro Estadual de Pesquisas em Sensoriamento Remoto e Meteorologia (CEPSRM) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), pela oportunidade de cursar um ensino de pós-graduação de qualidade e gratuito; e também a Secretaria do Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, em especial a Magdalena Assaf, pela pronta disposição e auxílio durante todo o meu Mestrado e Doutorado.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS), pelo fornecimento da bolsa de doutorado durante a realização do primeiro ano de curso; e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio por meio do Projeto Universal de Pesquisa (Proc. n. 477914/2012-8).

Ao meu orientador Prof. Dr. Marcelo Tomio Matsuoka, pelas infindáveis discussões e debates sobre o tema da minha pesquisa no Laboratório, além das conversas, conselhos e lições sobre os mais diversos assuntos; aprendi e cresci muito nestes últimos cinco anos não apenas no lado profissional, como no lado pessoal também.

Ao discente do curso de Engenharia Cartográfica da UFRGS e bolsista de iniciação científica do LAGEO Matheus Pereira Guzatto, sem o teu importante auxílio e a tua pronta disposição não seria possível realizar todos os (numerosos) cálculos envolvidos neste trabalho.

A todos os mestres que tive durante toda a minha trajetória acadêmica, desde a minha pré-escola até a pós-graduação, em especial aos professores Ronaldo dos Santos da Rocha, Mário Luiz Lopes Reiss, Marcelo Tomio Matsuoka, Sergio Florencio de Souza, Gilberto Gagg e Andréa Lopes Iescheck.

Aos membros da Banca examinadora, Dr. Aguiar, Dr. Nievinski, Dr. Veronez e Dr. Souza, pela disposição em ler o meu trabalho e pelas pertinentes contribuições dadas ao mesmo.

A todos os meus familiares, em especial minha mãe Fernanda, meu irmão Fernando, meu pai Ivan, meus dindos Márcio e Adriana e a minha vó Dercyr; bem como ao meu padrasto Sérgio e família, por todo o convívio familiar e suporte emocional durante todos estes anos.

A todos os meus amigos, sejam as amizades que fiz e mantive em Viamão, em Porto Alegre, ou em qualquer outro lugar, e que não deixaram de ser meus amigos mesmo nos momentos em que mais estive ausente, me dedicando a esta pesquisa.

Por fim, a minha querida Priscila Aparecida Ferlin, muito obrigado pelo apoio, carinho e motivação para seguir em frente não apenas nesta árdua caminhada que é a trajetória profissional; mas também por juntar os seus passos aos meus por estes longos e difíceis, porém belos e gratificantes caminhos que são as nossas vidas.

“... They dared to go where no one would try...

They chose to fly where eagles dare...”

(Where Eagles Dare, Iron Maiden)

RESUMO

O objetivo deste trabalho é desenvolver e propor um novo método para o planejamento de redes geodésicas. O planejamento (ou pré-análise) de uma rede geodésica consiste em planejar (ou otimizar) a rede, de modo que a mesma atenda a critérios de qualidade pré-estabelecidos de acordo com os objetivos do projeto, como precisão, confiabilidade e custos. No método aqui proposto, os critérios a serem considerados na etapa de planejamento são os níveis de confiabilidade e homogeneidade mínimos aceitáveis para as observações; a acurácia posicional dos vértices, considerando tanto os efeitos de precisão quanto os (possíveis) efeitos de tendência, segundo ainda um determinado nível de confiança; o número de *outliers* não detectados máximo admissível; e o poder do teste mínimo do procedimento *Data Snooping* (DS) no cenário n -dimensional, isto é, considerando todas as observações (testadas individualmente). De acordo com as classificações encontradas na literatura, o método aqui proposto consiste em um projeto combinado, solucionado por meio do método da tentativa e erro, além de apresentar alguns aspectos inéditos em seus critérios de planejamento. Para demonstrar a sua aplicação prática, um exemplo numérico de planejamento de uma rede GNSS (*Global Navigation Satellite System* – Sistema Global de Navegação por Satélite) é apresentado e descrito. Os resultados obtidos após o processamento dos dados da rede GNSS foram concordantes com os valores estimados na sua etapa de planejamento, ou seja, o método aqui proposto apresentou desempenho satisfatório na prática. Além disso, também foram investigados como os critérios pré-estabelecidos, a geometria/configuração da rede geodésica e a precisão/correlação inicial das observações podem influenciar nos resultados obtidos na etapa de planejamento, seguindo o método aqui proposto. Com a realização destes experimentos, dentre outras conclusões, verificou-se que todos os critérios de planejamento do método aqui proposto estão intrinsecamente interligados, pois, por exemplo, uma baixa redundância conduz a um valor relativamente mais alto para a componente de precisão, e conseqüentemente, um valor relativamente mais baixo para a componente de tendência (mantendo a acurácia final constante), o que também conduz a um poder do teste mínimo nos cenários unidimensional e n -dimensional significativamente mais baixos.

Palavras-chave: planejamento de redes geodésicas; acurácia posicional; múltiplos *outliers*; poder do teste mínimo; *Data Snooping*.

ABSTRACT

The aim of this work is to develop and propose a new method for the design of geodetic networks. Design (planning or pre-analysis) of a geodetic network consists of planning (or optimizing) the network so that it follows the pre-established quality criteria according to the project objectives, such as accuracy, reliability and costs. In the method proposed here, the criteria to be considered in the planning stage are the minimum acceptable levels of reliability and homogeneity of the observations; the positional accuracy of the points considering both the effects of precision and the (possible) effects of bias (according to a given confidence level); the maximum allowable number of undetected outliers; and the minimum power of the test of the Data Snooping procedure (DS) in the n -dimensional scenario, i.e., considering all observations (individually tested). According to the classifications found in the literature, the method proposed here consists of a combined project, solved by means of trial and error approach, and presents some new aspects in their planning criteria. To demonstrate its practical application, a numerical example of a GNSS (Global Navigation Satellite System) network design is presented and described. The results obtained after processing the data of the GNSS network were found in agreement with the estimated values in the design stage, i.e., the method proposed here showed satisfactory performance in practice. Moreover, were also investigated as the pre-established criteria, the geometry/configuration of the geodetic network, and the initial values for precision/correlation of the observations may influence the results obtained in the planning stage, following the method proposed here. In these experiments, among other findings, it was found that all the design criteria of the method proposed here are intrinsically related, e.g., a low redundancy leads to a relatively higher value for the precision component, and consequently to a relatively lower value for the bias component (keeping constant the final accuracy), which also leads to a minimum power of the test significantly lower in the one-dimensional and the n -dimensional scenarios.

Keywords: design of geodetic networks; positional accuracy; multiple outliers, minimum power of the test; Data Snooping.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Níveis de probabilidade associados ao DS no teste de uma i -ésima observação qualquer.	32
Figura 2.2 – Ilustração gráfica das grandezas envolvidas na medida de acurácia posicional para cada vértice de uma rede geodésica.	49
Figura 3.1 – Fluxograma do método proposto para o planejamento de redes geodésicas.	68
Figura 4.1 – Distribuição geográfica das estações da RBMC utilizadas nos experimentos.	70
Figura 4.2 – Geometria/configuração inicial estipulada para a rede GNSS.	74
Figura 4.3 – Números de redundância mínimos (com $q = 2$) para as observações de cada linha-base.	76
Figura 4.4 – Números de redundância mínimos (com $q = 2$) para as observações de cada linha-base (aprimorando a rede).	79
Figura 4.5 – Números de redundância mínimos (com $q = 2$) para as observações de cada linha-base (duplicando a rede).	81
Figura 4.6 – Valor mínimo de λ_0 para as coordenadas de cada vértice da rede GNSS.	86
Figura 4.7 – Valor mínimo de λ_0 para as coordenadas de cada vértice da rede GNSS (aprimorando a rede).	89
Figura 5.1 – Diferenças (em mm) em cada componente de cada linha-base entre o desvio-padrão “esperado” e o desvio-padrão obtido com o processamento dos dados da rede GNSS.	98
Figura 5.2 – Diferenças (em %) em cada componente de cada linha-base entre o desvio-padrão “esperado” e o desvio-padrão obtido com o processamento dos dados da rede GNSS.	98
Figura 5.3 – Diferentes geometrias/configurações (Casos 0, 1, 2 e 3) para a rede GNSS.	107
Figura 5.4 – Poder do teste mínimo da rede GNSS em cada cenário via simulações pelo Método Monte-Carlo.	114

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Decisões associadas a duas hipóteses alternativas no DS.	33
Tabela 4.1 – Critérios de planejamento de redes geodésicas e os valores adotados neste projeto.....	73
Tabela 4.2 – Precisão esperada para cada observação de cada linha-base com a estratégia de ponderação adotada.	75
Tabela 4.3 – Números de redundância mínimos (para $q = 2$ outliers) de cada observação.	77
Tabela 4.4 – Números de redundância mínimos (para $q = 2$ outliers) de cada observação (aprimorando a rede).	80
Tabela 4.5 – Números de redundância mínimos (para $q = 2$ outliers) de cada observação (duplicando a rede).	82
Tabela 4.6 – Semi-eixo maior do elipsóide padrão e do elipsóide de confiança (NC = 99%) dos vértices da rede.....	84
Tabela 4.7 – Valor mínimo de λ_0 para cada coordenada de cada vértice e o par de observações correspondente.....	86
Tabela 4.8 – Valor mínimo de λ_0 para cada coordenada de cada vértice e o par de observações correspondente (aprimorando a rede).	89
Tabela 4.9 – Coeficiente de correlação (ρ_{ij}) máximo e mínimo e o par de observações correspondente.....	91
Tabela 4.10 – Parâmetro de não centralidade (δ_0) máximo e mínimo e o par de observações correspondente.....	92
Tabela 4.11 – Valores máximo e mínimo para o poder do teste mínimo no cenário n -dimensional das observações (γ_{\min}), bem como, as linhas-base e observações correspondentes.	92
Tabela 5.1 – Desvios-padrões esperados (planejados) e obtidos para cada observação de cada linha-base.....	97
Tabela 5.2 – Resultados obtidos com o planejamento e com o processamento dos dados da rede GNSS.....	99
Tabela 5.3 – Resultados obtidos com o planejamento inicial (Caso 0) e com os critérios alternativos de planejamento (Casos 1, 2 e 3).	103
Tabela 5.4 – Resultados obtidos com a geometria/configuração inicial (Caso 0), e com as geometrias/configurações alternativas para a rede GNSS (Casos 1, 2 e 3).	107

Tabela 5.5 – Resultados obtidos com o planejamento inicial (Caso 0), com os dois cenários alternativos (Casos 1 e 2), e com o processamento dos dados da rede GNSS (Processamento).	111
Tabela 5.6 – Poder do teste mínimo da rede GNSS em cada cenário via simulações pelo Método Monte-Carlo.	114
Tabela A.1 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de <i>outliers</i> considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,60$ (60%).	134
Tabela A.2 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de <i>outliers</i> considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,65$ (65%).	135
Tabela A.3 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de <i>outliers</i> considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,70$ (70%).	136
Tabela A.4 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de <i>outliers</i> considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,75$ (75%).	137
Tabela A.5 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de <i>outliers</i> considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,80$ (80%).	138
Tabela A.6 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de <i>outliers</i> considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,85$ (85%).	139
Tabela A.7 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de <i>outliers</i> considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,90$ (90%).	140
Tabela A.8 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de <i>outliers</i> considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,95$ (95%).	141
Tabela A.9 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de <i>outliers</i> considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,99$ (99%).	142

LISTA DE SÍMBOLOS

A	matriz <i>design</i> ou matriz jacobiana do ajustamento de observações
W	matriz peso das observações
n	número total de observações
NC	nível de confiança considerado
y	vetor das observações
x	vetor dos parâmetros incógnitos do ajustamento
e	vetor dos erros aleatórios das observações
u	número de parâmetros incógnitos do ajustamento
y_i	i -ésima observação (elemento) qualquer do vetor das observações
H_0	hipótese nula de teste
H_A	hipótese alternativa de teste
H_i	hipótese alternativa do <i>Data Snooping</i> para a i -ésima observação
H_j	hipótese alternativa do <i>Data Snooping</i> para a j -ésima observação
$E\{ \}$	operador esperança matemática
c_i	vetor canônico unitário contendo a unidade na linha da i -ésima observação
∇_i	valor do erro grosseiro contaminando uma i -ésima observação
w_i	estatística de teste do <i>Data Snooping</i> de uma i -ésima observação
w_j	estatística de teste do <i>Data Snooping</i> de uma j -ésima observação
\hat{v}	vetor dos resíduos ajustados (estimados)
$\Sigma_{\hat{v}}$	matriz de covariância dos resíduos ajustados (estimados)
α_0	valor pré-estipulado (definido) para o nível de significância
$c_{\alpha_0/2}$	valor crítico teórico na distribuição normal padrão para α_0 (teste bi-lateral)
$ w_i _{\max}$	valor máximo (em módulo) das n estatísticas de teste do <i>Data Snooping</i>
$K_{\alpha_0/2}$	valor crítico otimizado do procedimento de teste <i>Data Snooping</i> para α_0
α	probabilidade do Erro Tipo I (nível de significância)
β	probabilidade do Erro Tipo II
κ	probabilidade do Erro Tipo III
γ	poder de um teste estatístico
β_0	valor pré-estipulado (definido) para a probabilidade do Erro Tipo II
γ_0	valor pré-estipulado (definido) para o poder de um teste estatístico
δ_0	valor do parâmetro de não centralidade do modelo da distribuição normal

α_{0i}	probabilidade do Erro Tipo I no teste de uma i -ésima observação
α_{0j}	probabilidade do Erro Tipo I no teste de uma j -ésima observação
β_{i0}	probabilidade do Erro Tipo II no teste de uma i -ésima observação
β_{j0}	probabilidade do Erro Tipo II no teste de uma j -ésima observação
κ_{ij}	probabilidade do Erro Tipo III no teste de uma i -ésima observação
κ_{ji}	probabilidade do Erro Tipo III no teste de uma j -ésima observação
γ_{ii}	poder do teste de uma i -ésima observação com duas hipóteses alternativas
γ_{jj}	poder do teste de uma j -ésima observação com duas hipóteses alternativas
β_{ii}	soma das probabilidades dos Erros Tipo II e III para uma i -ésima observação
β_{jj}	soma das probabilidades dos Erros Tipo II e III para uma j -ésima observação
ρ_{ij}	coeficiente de correlação entre as estatísticas de teste w_i e w_j
c_j	vetor canônico unitário contendo a unidade na linha da j -ésima observação
μ_i	esperança matemática de w_i na hipótese alternativa da i -ésima observação
μ_j	esperança matemática de w_j na hipótese alternativa da i -ésima observação
α_{00}	nível de significância do <i>Data Snooping</i> com n hipóteses alternativas
α_0''	nível de significância relativo ao par de observações com valor máximo de ρ_{ij}
γ_{ii}^n	poder do teste de uma i -ésima observação com n hipóteses alternativas
β_{ii}^n	soma dos erros tipo II e III da i -ésima observação com n hipóteses alternativas
β_{i0}''	Erro Tipo II da i -ésima observação relativo ao par com valor máximo de ρ_{ij}
$\sum \kappa_{ij}$	somatório das probabilidades do Erro Tipo III para uma i -ésima observação
R	matriz de redundância do ajustamento de observações
σ_0^2	fator de variância <i>a priori</i> das observações
I	matriz identidade de dimensão $n \times n$
\hat{v}_i	resíduo ajustado (estimado) de uma i -ésima observação qualquer
r_i	número de redundância local de uma i -ésima observação qualquer
r	número de graus de liberdade (observações redundantes) do ajustamento
\bar{r}_i	número de confiabilidade de uma i -ésima observação qualquer
$\bar{\bar{r}}_i$	número de confiabilidade normalizado de uma i -ésima observação qualquer
y_j	j -ésima observação (elemento) qualquer do vetor das observações
r_i^j	número de redundância da i -ésima observação (y_i) para dois <i>outliers</i> (y_i e y_j)
\hat{x}_k	k -ésimo parâmetro do vetor dos parâmetros ajustados (estimados)
q	número de <i>outliers</i> considerados

$\nabla \hat{x}_k^q$	confiabilidade externa (influência máxima) de q <i>outliers</i> simultâneos sobre \hat{x}_k
$\lambda_{máx}$	autovalor máximo de um problema qualquer de autovalores e autovetores
λ_0	valor do parâmetro de não centralidade do modelo da distribuição qui-quadrado
Σ_y	matriz de covariância das observações
C_y	matriz de dimensão nxq relativa ao modelo de erro considerado
$c_{\hat{x}_k}$	vetor canônico unitário contendo a unidade na linha do k -ésimo parâmetro
v	autovetor correspondente de um problema de autovalores e autovetores
λ	parâmetro de não centralidade do modelo da distribuição qui-quadrado
∇	vetor de dimensão $qx1$ contendo q erros grosseiros (<i>outliers</i>)
δ	parâmetro de não centralidade do modelo da distribuição normal
$\Sigma_{\hat{x}}$	matriz de covariância dos parâmetros ajustados (estimados)
P_i	i -ésimo vértice qualquer de uma rede geodésica
X_i, Y_i, Z_i	coordenadas cartesianas X, Y, Z do vértice P_i
Σ_{P_i}	matriz de covariância das coordenadas cartesianas X, Y, Z do vértice P_i
$\sigma_{X_i}^2, \sigma_{Y_i}^2, \sigma_{Z_i}^2$	variâncias das coordenadas cartesianas X, Y, Z do vértice P_i
$\sigma_{X_i Y_i}, \sigma_{X_i Z_i}, \sigma_{Y_i Z_i}$	covariâncias das coordenadas cartesianas X, Y, Z do vértice P_i
a_i	semi-eixo maior da elipse (ou elipsóide) de erros do vértice P_i
c	constante de escalonamento para obter elipses (ou elipsóides) de confiança
σ	componente de precisão (incerteza posicional) de uma rede geodésica
σ_{P_i}	desvio-padrão de um vértice P_i de uma rede geodésica unidimensional
d	dimensão da rede geodésica em questão (número de parâmetros por vértice)
$F_{d;n-u;\alpha_0}$	valor crítico teórico correspondente na distribuição F para $d, n - u$ e α_0
a	valor da acurácia de uma grandeza qualquer, como a coordenada de um vértice
b	componente de tendência das coordenadas dos vértices de uma rede geodésica
$\nabla_{x_i}^2, \nabla_{y_i}^2, \nabla_{z_i}^2$	confiabilidades externas sobre as coordenadas cartesianas X, Y, Z do vértice P_i
$r_{mín}$	número de redundância mínimo aceitável para uma rede geodésica
Δr	diferença entre o número de redundância máximo e mínimo da rede geodésica
$\gamma_{mín}^n$	poder do teste mínimo desejado considerando todas as n hipóteses alternativas
r_i^j	número de redundância mínimo aceitável para $q = 2$ <i>outliers</i> na rede geodésica
Δr_i^j	diferença entre o maior e o menor número de redundância mínimo para $q = 2$
\bar{r}_i^j	número de confiabilidade da i -ésima observação para dois <i>outliers</i> (y_i e y_j)
σ_i	componente de precisão de um vértice P_i qualquer da rede geodésica

$\sigma_{i\text{máx}}$	componente de precisão máxima da rede geodésica considerando todos vértices
$\hat{\gamma}_{ii}^n$	poder do teste mínimo de uma i -ésima observação no cenário n -dimensional
$\hat{\gamma}_{\text{mín}}^n$	poder do teste mínimo da rede geodésica considerando todas as n observações
$NC_{\text{mín}}$	nível de confiança mínimo desejado para o procedimento <i>Data Snooping</i>
\bar{r}	número de redundância médio das observações de uma rede geodésica
b_i	componente de tendência de um vértice P_i qualquer da rede geodésica
$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$	componentes (observações) de uma linha-base GNSS entre dois vértices
$\sigma_{\text{linha-base}}$	precisão (ou desvio-padrão) esperada(o) para uma linha-base GNSS
σ_{y_i}	precisão (ou desvio-padrão) esperada(o) para uma observação y_i qualquer
$\sigma_{i\text{mín}}$	componente de precisão mínima da rede geodésica considerando todos vértices
$\rho_{ij\text{mín}}$	coeficiente de correlação mínimo entre as estatísticas de teste das observações
$\rho_{ij\text{máx}}$	coeficiente de correlação máximo entre as estatísticas de teste das observações
$\Delta\hat{\gamma}_{\text{mín}}^n$	diferença entre o maior e o menor poder do teste mínimo das observações
$\lambda_{0\text{mín}}$	parâmetro de não centralidade mínimo da rede obtido em função de b e q

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	Breve histórico sobre o planejamento de redes geodésicas	13
1.2	Breve histórico sobre o controle de qualidade de redes geodésicas	16
1.3	Objetivo	20
1.4	Justificativa	21
1.5	Estrutura do Trabalho	22
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	23
2.1	Identificação de erros grosseiros por meio do procedimento <i>Data Snooping</i>	23
2.2	Níveis de probabilidade associados ao procedimento <i>Data Snooping</i>	29
2.3	Medidas de confiabilidade das observações	38
2.4	Precisão e acurácia posicional dos vértices	43
3	NOVO MÉTODO PARA O PLANEJAMENTO DE REDES GEODÉSICAS	51
3.1	Apresentação e descrição geral do método	51
3.1.1	Definição das matrizes A e W <i>a priori</i>	53
3.1.2	Sequência de etapas do planejamento da rede geodésica	54
3.2	Comentários e considerações sobre o método proposto	57
3.3	Fluxograma do método proposto	67
4	EXEMPLO PRÁTICO DE PLANEJAMENTO DE UMA REDE GEODÉSICA DE ACORDO COM O MÉTODO PROPOSTO	69
4.1	Apresentação do problema e definição dos critérios e objetivos do projeto	69
4.2	Definição da geometria/configuração inicial da rede geodésica e da precisão/correlação inicial das observações	73
4.3	Verificação dos níveis de confiabilidade e homogeneidade mínimos aceitáveis para as observações	76
4.4	Cálculo das componentes de precisão e de tendência da rede geodésica	83
4.5	Obtenção do parâmetro de não centralidade correspondente do modelo e do poder do teste mínimo do <i>Data Snooping</i> no cenário unidimensional	84
4.6	Estimação do poder do teste mínimo do <i>Data Snooping</i> no cenário n -dimensional	90
5	VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS E SIMULAÇÕES DE CENÁRIOS ALTERNATIVOS NA ETAPA DE PLANEJAMENTO	95
5.1	Resultados obtidos com o processamento dos dados da rede GNSS	95

5.2	Simulações de cenários alternativos na etapa de planejamento da rede GNSS	102
5.2.1	Definição de critérios alternativos na etapa de planejamento	103
5.2.2	Verificação da influência da geometria/configuração da rede geodésica na etapa de planejamento.....	105
5.2.3	Verificação da influência das covariâncias previamente estipuladas para as observações na etapa de planejamento da rede geodésica	110
5.3	Determinação do poder do teste mínimo da rede via Método Monte-Carlo	112
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS, CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	116
6.1	Considerações Finais	116
6.2	Conclusões	117
6.3	Recomendações	121
	REFERÊNCIAS	124
	APÊNDICE A	133

1 INTRODUÇÃO

Uma rede geodésica consiste em um conjunto de pontos devidamente materializados no terreno, cujas coordenadas (posições) em relação a um referencial são estimadas por meio de observações terrestres como medidas de ângulos e distâncias entre os vértices, e/ou por meio de técnicas espaciais como os métodos de posicionamento por GNNS (*Global Navigation Satellite System* – Sistema Global de Navegação por Satélite).

Redes geodésicas são utilizadas nos mais diversos ramos da Ciência e da Engenharia, como por exemplo, na materialização de sistemas de referência (ALTAMIMI et al., 2011); no apoio e controle básico aos projetos de mapeamento topográfico (IBGE, 1993); no cadastro técnico rural e urbano (AMORIM, 2004); no monitoramento de deformações de estruturas (CHAVES, 2001); na locação de obras de engenharia (PINTO, 2000); no monitoramento de fenômenos dinâmicos sobre a superfície terrestre (DREWES & HEIDBACH, 2009); na implantação e manutenção de diversos serviços de infraestrutura (IBGE, 1983), dentre outros.

O projeto de uma rede geodésica envolve a etapa de planejamento (ou pré-análise); a coleta dos dados (observações) em campo; o ajustamento das observações para a estimação das coordenadas (posições) de cada vértice da rede, bem como, as suas respectivas precisões (ou incertezas posicionais); e por fim, a etapa de controle de qualidade dos resultados (isto é, detecção e identificação de possíveis erros durante o processo).

Na etapa de planejamento (ou pré-análise), busca-se planejar (ou otimizar) a rede geodésica, de modo que a mesma atenda a critérios de qualidade pré-estabelecidos de acordo com os objetivos do projeto, como precisão, confiabilidade e custos (KUANG, 1991).

A precisão diz respeito a incerteza posicional dos vértices, expressa pelos elementos da matriz de covariância dos parâmetros ajustados (no caso, das coordenadas dos vértices); a confiabilidade está relacionada com a detecção de erros grosseiros nas observações, e com a influência de possíveis erros grosseiros (quando não detectados) sobre os parâmetros ajustados (no caso, sobre as coordenadas dos vértices); enquanto os custos dizem respeito ao tempo total de execução do projeto e a todos os dispêndios envolvidos.

1.1 Breve histórico sobre o planejamento de redes geodésicas

O primeiro trabalho relativo ao planejamento (pré-análise) de redes geodésicas é atribuído a Helmert (1868), onde o referido autor faz considerações sobre como “racionalizar” um levantamento de campo, como por exemplo, visando a localização ótima (ou ideal) dos vértices em função do tipo e do número de observações. Neste trabalho, também são feitas considerações sobre critérios de precisão e restrições de custo na etapa de planejamento do levantamento do campo. Outro trabalho precursor e relevante sobre o tema é o de Jung (1924). Nestes ensaios iniciais sobre o planejamento de redes geodésicas, são consideradas medidas escalares como critérios de precisão e de custos, como por exemplo, minimizar o traço da matriz de covariância dos parâmetros ajustados, ou seja, a soma das variâncias das coordenadas dos vértices da rede, ou então, minimizar o custo total de execução do projeto.

Alternativamente, em Baarda (1962) é introduzido o conceito de “matriz critério” para a otimização de redes geodésicas. Uma matriz critério é uma matriz que apresenta uma estrutura (ou arranjo) ideal em certo sentido, como por exemplo, em homogeneidade ou isotropia. No caso, na etapa de planejamento, é definida uma matriz critério, ideal ou ótima em certo sentido, para a matriz de covariância dos parâmetros ajustados (isto é, coordenadas dos vértices), e busca-se a melhor aproximação possível para esta matriz critério, em função da precisão, do tipo e do número de observações, bem como dos custos envolvidos.

Nesta corrente, pode-se citar ainda os trabalhos de Grafarend (1972), que, baseado na teoria de turbulência, apresenta a estrutura de Taylor-Karman como matriz critério para a matriz de covariância dos parâmetros ajustados; e o de Baarda (1973), onde é apresentada a chamada “estrutura caótica” como matriz critério, onde o objetivo do planejamento é que as elipses de erros relativas entre os vértices da rede sejam círculos cujos raios são proporcionais às respectivas distâncias entre os vértices. Neste último trabalho, é apresentada ainda a Transformação S, que visa garantir que a matriz critério esteja de acordo com o *datum* estipulado, isto é, com as injunções do ajustamento, como por exemplo, a origem, a escala e a orientação do referencial adotado.

Com o advento e o desenvolvimento de pesquisas dentro deste tema, Grafarend (1974) divide os problemas de pré-análise de redes geodésicas em quatro grupos:

- Projetos de Ordem Zero: Escolha de um sistema de referência (*datum*) ótimo para a rede geodésica;

- Projetos de Primeira Ordem: Escolha de uma geometria/configuração ótima para a rede geodésica;
- Projetos de Segunda Ordem: Escolha de pesos ótimos para as observações;
- Projetos de Terceira Ordem: Aprimorar uma rede geodésica já existente, adicionando novas observações e/ou novos vértices;

Adicionalmente, pode-se considerar ainda os Projetos Combinados, que consistem em otimizar, simultaneamente, os Projetos de Primeira e de Segunda Ordem (VANÍČEK & KRAKIWSKY, 1986).

Dentro do contexto de ajustamento de observações, a escolha de um *datum* ótimo está relacionada com as condições (injunções) do modelo matemático, como a origem, a escala e a orientação dos eixos do sistema de referência adotado. A escolha de uma geometria/configuração ótima para a rede geodésica está relacionada com os elementos da matriz A (matriz *design* ou matriz jacobiana do ajustamento); enquanto a escolha de pesos ótimos está relacionada com a ponderação das observações em função de suas variâncias e covariâncias (ou seja, suas precisões e correlações), expressa pelos elementos da matriz peso do ajustamento (matriz W).

No caso dos problemas de primeira e de segunda ordem, define-se uma matriz de covariância ideal para os parâmetros ajustados, em função da precisão e correlação desejada para os vértices da rede (matriz critério), e busca-se a melhor aproximação possível para esta matriz critério, modificando os elementos da matriz *design* A por meio de alterações na geometria/configuração da rede (ou seja, número e tipo de observações, por exemplo); ou modificando os elementos da matriz peso W por meio das precisões/correlações iniciais assumidas para as observações (ou seja, em função dos equipamentos e das técnicas de medição, por exemplo).

Como o planejamento de redes geodésicas era um tema largamente investigado desde a segunda metade da década de 70, em 1985, Grafarend & Sanso publicam o livro *Optimization and Design of Geodetic Networks*, reunindo dezenas de trabalhos relevantes sobre o assunto. Nesta época, os problemas de pré-análise eram relativos apenas a critérios de precisão e de custos, e, geralmente, restritos aos projetos de segunda ordem. Como iniciativa, Van Mierlo (1981) apresenta discussões sobre projetos de segunda ordem considerando tanto critérios de precisão para os parâmetros, isto é, para as coordenadas dos vértices, quanto

critérios de confiabilidade, isto é, relacionados à identificação de erros grosseiros nas observações.

Além disso, inicialmente, os problemas de pré-análise de redes geodésicas eram resolvidos por meio da abordagem heurística (método da tentativa e erro), ou seja, se estipula uma matriz critério para a matriz de covariância dos parâmetros ajustados (isto é, coordenadas dos vértices), e a melhor aproximação possível para esta matriz critério, considerando os custos e a logística de campo, é obtida por meio de processos iterativos de tentativa e erro, não resultando, necessariamente, em uma solução ótima para o problema. Os métodos heurísticos são altamente dependentes do conhecimento e da experiência do geodesta na tomada das decisões, e uma revisão mais completa sobre tal abordagem pode ser obtida, por exemplo, em Pelzer (1980), Van Mierlo (1981), Cross (1985), e Kuang (1996).

Desta forma, diversos trabalhos buscando uma solução analítica, isto é, matematicamente ótima, para os problemas de pré-análise de redes geodésicas também foram propostos, mas, a exceção dos Projetos de Ordem Zero, nenhum outro apresentava solução completa ou satisfatória para ser utilizado na prática (ver, por exemplo, SCHAFFRIN, 1981). Nos métodos de solução analítica, é definida uma matriz *design* A (e/ou matriz peso W) *a priori*, e, com base em restrições sobre o possível deslocamento na posição inicial dos vértices (e/ou sobre a variação dos pesos das observações), obtém-se uma geometria/configuração para a rede (e/ou a precisão de cada observação) matematicamente ótima segundo determinado critério, como precisão, confiabilidade, custos, robustez e etc.

Considerando estas questões, em sua Tese de Doutorado, Kuang (1991) propõe um método para a otimização de redes de monitoramento compostas por observações geodésicas e não geodésicas, apresentando uma solução analítica (isto é, matematicamente ótima) para os projetos de primeira, segunda e terceira ordem, bem como para os projetos combinados. Neste método, o referido autor apresenta um modelo matemático unificado, isto é, um modelo de otimização multi-objetivo, considerando critérios de precisão, confiabilidade, sensibilidade e custos, resolvido analiticamente por meio de algoritmos de programação quadrática. Em Kuang (1996), é apresentada uma revisão completa e ampliada desta abordagem analítica para o planejamento de redes geodésicas em geral, contendo ainda vários exemplos de aplicação.

É importante ressaltar que, na prática, tanto os métodos de tentativa e erro quanto os métodos analíticos apresentam desvantagens e limitações. Os métodos de tentativa e erro não apresentam uma solução ótima para o problema e podem envolver uma grande quantidade de cálculos até uma solução minimamente aceitável ser obtida; enquanto os métodos analíticos

podem apresentar soluções matemáticas incompatíveis com a realidade física do problema, como observações com pesos negativos ou redes com vértices “desconexos”, por exemplo.

Desta forma, alternativamente, foram desenvolvidos e propostos os métodos meta-heurísticos, ou seja, combinando as estratégias de ambas abordagens, visando obter soluções mais simples e eficientes para os problemas de pré-análise de redes geodésicas. Dentro desta corrente relativamente mais recente de trabalhos, pode-se citar os estudos de Dare & Saleh (2000), Berné & Baselga (2004), Baselga (2011c) e Yetkin (2013), dentre outros.

Atualmente, o tema planejamento de redes geodésicas foi largamente investigado, seja em projetos de primeira, segunda e terceira ordem, ou em projetos combinados; seja por meio de métodos analíticos, de tentativa e erro ou meta-heurísticos; e ainda, considerando os mais diversos tipos de critérios, como precisão, confiabilidade, sensibilidade, robustez e custos. Dentre outros trabalhos relevantes sobre o tema, pode-se citar ainda Schmitt (1997), Simkooei (2001a, 2001b, 2004) e Simkooei et al. (2012).

No âmbito nacional, alguns trabalhos referentes ao planejamento de redes geodésicas também foram realizados, podendo-se citar os estudos de otimização de observações em redes geodésicas horizontais (SÁ, 1985); aspectos de otimização e processamento de redes GNSS (MARINI & MONICO, 2003); a análise da geometria de redes geodésicas por componentes principais (OLIVEIRA & DALMOLIN, 2003); a utilização de projetos de segunda ordem em redes geodésicas bidimensionais (DALMOLIN & OLIVEIRA, 2004); o uso das medidas de confiabilidade interna e externa na etapa de planejamento (MONICO et al., 2006); a otimização dos pesos das observações pelo problema de valor próprio inverso (OLIVEIRA, 2003, 2007; DALMOLIN & OLIVEIRA, 2009, 2011; OLIVEIRA & DALMOLIN, 2010); a influência da redundância das observações sobre a precisão das coordenadas dos vértices (OLIVEIRA & DALMOLIN, 2008); o planejamento de redes geodésicas resistentes a múltiplos *outliers* (KLEIN et al., 2012), dentre outros.

1.2 Breve histórico sobre o controle de qualidade de redes geodésicas

Após o planejamento da rede e a realização do levantamento de campo, na etapa de controle de qualidade, busca-se detectar e identificar (localizar) possíveis erros na execução do projeto, como por exemplo, a existência de erros grosseiros (*outliers*) nas observações. Dentro deste contexto, o procedimento de teste estatístico *Data Snooping* (DS), inicialmente

proposto em Baarda (1968), é um dos métodos mais utilizados para a identificação e a remoção de observações geodésicas suspeitas de estarem contaminadas por erros grosseiros. O DS é um procedimento de teste que considera somente uma observação suspeita de estar contaminada por erro grosseiro por vez, e portanto, na prática, o teste é aplicado para todas as observações, porém, cada observação é testada individualmente, isto é, são n hipóteses alternativas de teste.

Devido ao fato do DS ser um procedimento de teste estatístico, ou seja, possuir níveis de probabilidade associados, após a aplicação do DS, podem haver erros grosseiros não detectados (isto é, remanescentes) nas observações. Desta forma, a teoria de confiabilidade, também inicialmente proposta em Baarda (1968), destina-se a estimar o menor erro detectável de cada observação (confiabilidade interna), segundo certos níveis de probabilidade associados; bem como a confiabilidade externa, isto é, a influência deste erro nos parâmetros estimados, quando não detectado (no caso de redes geodésicas, nos valores das coordenadas dos vértices). A teoria de confiabilidade relativa ao DS, tal como este procedimento de teste, considera somente uma observação contaminada por erro grosseiro por vez.

Entretanto, na prática, duas ou mais observações podem conter erros grosseiros (*outliers*), especialmente quando o número de observações da rede geodésica é relativamente alto. Alternativamente, Ober (1996) apresenta uma medida de confiabilidade externa que considera a influência de múltiplas observações contaminadas por erros grosseiros, de maneira simultânea. Com base neste e em outros trabalhos, Knight et al. (2010) generalizam a teoria de confiabilidade para o caso geral de múltiplos *outliers* (simultâneos) nas observações.

As medidas de confiabilidade são muito utilizadas na análise da qualidade da rede geodésica, tanto na etapa de planejamento quanto na etapa de controle de qualidade, e desta forma, é importante que as observações apresentem certo grau de “homogeneidade”, isto é, os valores estimados para as medidas de confiabilidade das observações não podem ser muito discrepantes, pois este fato pode afetar os resultados e conclusões obtidos tanto na etapa de planejamento quanto no controle de qualidade da rede (ver, por exemplo, em KLEIN, 2012).

Além disso, quando um teste estatístico que possui múltiplas hipóteses alternativas é aplicado (como o DS), o resultado do teste pode conduzir a três tipos de decisões falsas: identificar uma observação não contaminada por erro grosseiro (Erro Tipo I); não identificar uma observação contaminada por erro grosseiro (Erro Tipo II); e identificar uma outra observação como contaminada por erro grosseiro, enquanto a observação de fato contaminada não foi identificada (Erro Tipo III). Frente a estas questões, Förstner (1983) apresenta a “análise de separabilidade”, que considera a ocorrência do Erro Tipo III em um cenário bi-

dimensional, isto é, relacionando duas observações por vez, por meio do coeficiente de correlação existente entre as estatísticas de teste de cada par de observações considerado.

Seguindo esta abordagem, Yang et al. (2013) apresentam uma proposta para estimar o poder do teste mínimo do DS, bem como valores limites para o nível de confiança, em um cenário geral n -dimensional, isto é, considerando a possível ocorrência do Erro Tipo III para todas as (n) observações envolvidas, ou, em outras palavras, para todas as n hipóteses alternativas do procedimento *Data Snooping* (no caso, a existência de apenas um erro grosseiro em cada uma das n observações, testadas individualmente pelo DS).

No caso do DS, o poder do teste é a probabilidade deste identificar (corretamente) uma observação contaminada por erro grosseiro; enquanto o nível de confiança (NC) é a probabilidade deste não identificar (corretamente) uma observação não contaminada por erro grosseiro; ou seja, o poder do teste e o NC são as probabilidades do resultado do teste conduzir a decisões corretas, ao contrário da ocorrência dos erros tipo I, II e III.

Dentre alguns dos trabalhos mais relevantes sobre o controle de qualidade de redes geodésicas, pode-se citar ainda o Teste Tau proposto em Pope (1976); as medidas de acurácia para redes geodésicas propostas em Baarda (1977); as investigações de Kavouras (1982) sobre a detecção de *outliers* e a determinação da confiabilidade de redes geodésicas; os estudos sobre múltiplos *outliers* e as medidas de sensibilidade das observações apresentados em Ding & Coleman (1996a, 1996b); as medidas de confiabilidade para observações correlacionadas propostas em Schaffrin (1997); as discussões sobre a confiabilidade e a robustez de observações geodésicas apresentadas em Prószyński (1997, 2010); o algoritmo de cálculo das medidas de confiabilidade para quaisquer probabilidades para os erros tipo I e II proposto em Aydin & Demirel (2005); as investigações e discussões contemporâneas de Lehmann (2012, 2013) sobre os testes estatísticos *Data Snooping* e Teste Tau, dentre outros.

Abordagens alternativas (ou complementares) aos procedimentos de testes estatísticos para a detecção e a identificação de erros grosseiros também foram propostas, como por exemplo, os métodos de estimação robusta (HUBER, 1964, 1981; ROUSSEEUW & LEROY, 1987; YANG et al. 2002; XU, 2005; GUO et al., 2010); estratégias realizadas antes do ajustamento das observações (CEN et al., 2003); métodos de inferência bayesiana (GUI et al., 2007, 2010); a análise de robustez (VANÍCEK et al., 1990, 1996, 2001; BERBER, 2006); o método QUAD (OU, 1999; GUO et al., 2007); algoritmos de lógica *fuzzy* (NEUMANN et al., 2006); o uso da transformação *wavelet* (KERN et al., 2005), dentre outras.

No âmbito nacional, alguns trabalhos referentes ao controle de qualidade de redes geodésicas também foram publicados. Dentre estes trabalhos, pode-se citar os estudos de

Tommaselli & Lugnani (1986), Mitishita (1986), Silva (1987), Firkowski (1988) e Magro (1990) para a detecção de erros grosseiros em fototriangulações; as investigações de Camargo (1992) sobre a aplicação do controle de qualidade no filtro de Kalman; a proposta de Marques (1994) para a aplicação da análise de componentes principais na identificação de múltiplos *outliers* em fototriangulações; as discussões de Moraes (2001) sobre a caracterização de extremas no espaço geométrico; a revisão de Teixeira & Ferreira (2003) sobre a análise da confiabilidade de redes geodésicas; as investigações de Machado & Monico (2004) sobre o controle de qualidade recursivo de redes GNSS; as discussões sobre o ajustamento de redes gravimétricas apresentadas em Santos Junior et al. (2005); a proposta de ajustamento de Santos (2006) para a melhoria da confiabilidade e da precisão de redes geodésicas para fins topográficos locais; a avaliação de Carvalho (2009) sobre o desempenho de técnicas de ajustamento para análise de deslocamentos em redes GNSS; os estudos de Klein et al. (2011a, 2014a, 2014b) e Klein (2012) sobre o controle de qualidade e as medidas de confiabilidade de redes geodésicas; a proposta de Klein et al. (2013) para a estimativa da acurácia de redes geodésicas horizontais; os estudos de Cavalheri & Chaves (2014) sobre a análise de robustez de estações da rede GNSS-SP, dentre outros.

Finalmente, sobre os conceitos de precisão e acurácia (ou exatidão) posicional dos vértices, modernamente, tende-se a assumir que a acurácia de uma grandeza, ou de um conjunto de grandezas (como uma rede geodésica), consiste de duas componentes: uma relacionada com a inevitável presença de erros aleatórios nas observações (componente de precisão); e a outra relacionada com a possível existência de erros não aleatórios nas observações, isto é, sistemáticos e/ou grosseiros (componente de tendência). No caso, a componente de tendência está diretamente relacionada com a confiabilidade da rede geodésica em questão. Na ausência de tendência nos resultados, ou seja, ausência de erros não aleatórios nas observações, o conceito de acurácia se confunde com o de precisão. Nesta corrente, pode-se citar os trabalhos de Baarda (1977), Monico et al. (2009) e Klein et al. (2013).

Dentro deste contexto, considerando estas questões, esta pesquisa tem por finalidade propor um novo método para o planejamento de redes geodésicas, cujos critérios a serem considerados são os níveis de confiabilidade e homogeneidade mínimos aceitáveis para as observações, o número de *outliers* não detectados máximo admissível, a acurácia final dos vértices e o poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional.

1.3 Objetivo

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver e propor um novo método para o planejamento de redes geodésicas. Para alcançar este objetivo geral, algumas hipóteses são estabelecidas, a saber:

- 1) Os resultados obtidos com o planejamento da rede geodésica são altamente dependentes dos critérios de qualidade pré-estipulados, e portanto, deve-se ter atenção especial na definição de valores adequados para os mesmos, em função dos custos e dos objetivos (finalidade) da rede geodésica em questão;
- 2) Por meio de medidas adequadamente definidas, é possível integrar os critérios de precisão e tendência dos vértices da rede em um único critério de acurácia posicional, considerando ainda um mesmo nível de significância (NC) para ambas as medidas;
- 3) O poder do teste do *Data Snooping* para uma observação qualquer no cenário unidimensional pode ser enganoso, pois desconsidera a possível ocorrência do Erro Tipo III no teste desta observação em relação a cada uma das $(n - 1)$ demais observações testadas;
- 4) É possível relacionar, por meio de uma sequência adequada de etapas, todos os critérios de planejamento adotados, ou seja, estabelecer um método no qual o poder do teste mínimo da rede é diretamente relacionado com a medida de tendência, que por sua vez, é diretamente relacionada com a medida de precisão e com o número de *outliers* não detectados máximo admissível, que por sua vez, também estão diretamente relacionados com a geometria/configuração da rede geodésica (matriz *design* A), em função da qual se obtêm ainda os níveis de confiabilidade e homogeneidade mínimos das observações.

1.4 Justificativa

Embora o planejamento de redes geodésicas seja um tema de pesquisa largamente investigado, a exceção do referido trabalho Klein et al. (2012), ainda não se encontram estudos na literatura relativos ao planejamento de redes geodésicas considerando a possível existência de múltiplos *outliers* (simultâneos) nas observações, situação esta perfeitamente plausível de ocorrer na prática, especialmente quando o número de observações é relativamente alto, como em fototriangulações e redes GNSS, por exemplo.

Além disso, apenas recentemente, no trabalho de Yang et al. (2013), foi proposta uma estimativa para o poder do teste mínimo do *Data Snooping* em um cenário n -dimensional, isto é, considerando a ocorrência do Erro Tipo III para todas as n observações envolvidas. Logo, ainda não se encontram estudos sobre o poder do teste do DS na etapa de planejamento em um cenário mais realista do que o caso unidimensional até então apresentado na literatura, isto é, considerando apenas uma observação por vez e desconsiderando o Erro Tipo III.

Outra questão é que, usualmente, o poder do teste do DS é arbitrado, e, com base neste, se calculam os valores das medidas de confiabilidade das observações. Entretanto, no método aqui proposto, ao invés de ser arbitrado, o poder do teste do DS no cenário unidimensional, e, conseqüentemente, no cenário n -dimensional, é estimado em função da componente de tendência da acurácia final desejada, ou seja, apresenta uma relação direta com a acurácia final desejada, ao contrário das abordagens até então encontradas na literatura.

Finalmente, existem diversos trabalhos que apresentam o planejamento de redes geodésicas considerando os critérios de precisão e de confiabilidade separadamente. Entretanto, no método aqui proposto, ao contrário dos demais métodos encontrados na literatura, as medidas de precisão e de tendência (relacionada com a confiabilidade da rede) são consideradas simultaneamente como um único critério de acurácia posicional, por meio da abordagem proposta em Klein et al. (2013), além de apresentarem o mesmo nível de confiança (NC), facilitando a análise, a interpretação e a divulgação dos resultados finais.

É importante ressaltar que a desconsideração destas questões na etapa de planejamento pode conduzir a uma rede geodésica cujos resultados finais são enganosos ou equivocados. Por exemplo, podem haver erros grosseiros (*outliers*) não detectados nas observações; ou então, observações identificadas (e excluídas) erroneamente como *outliers*; ou ainda, a acurácia posicional das coordenadas pode ser expressa somente em termos de precisão, desconsiderando uma possível componente de tendência nos resultados, e assim por diante.

Assim sendo, pode-se atribuir a rede geodésica uma qualidade final enganosa (superestimada e/ou não condizente com a realidade), que futuramente pode resultar em problemas como a não compatibilização com outros projetos e levantamentos de campo; ou ainda, pode-se constatar que a rede geodésica não apresenta um grau de confiabilidade (e/ou precisão) satisfatório em função do seu mau planejamento, devendo ser refeita a etapa de campo e acarretando em custos extras ao projeto; ou até mesmo, todo o projeto pode ser refeito, devido a detecção de erros de projeto e/ou execução somente em etapas posteriores.

Pode-se citar, por exemplo, a ocorrência do Erro Tipo II no monitoramento de grandes obras (concluir que uma barragem não está sendo rompida enquanto de fato está, em função de seu mau planejamento para um monitoramento confiável), e a ocorrência do Erro Tipo III no controle de qualidade de uma rede de referência (excluir erroneamente uma observação, empobrecendo a geometria da rede e mantendo a observação de fato contaminada, afetando assim as coordenadas dos marcos de referência que servirão de base para diversos trabalhos futuros). Logo, o planejamento adequado é um tema que necessita de atenção especial, sendo recomendado que todas estas questões, dentre outras, sejam consideradas nesta etapa.

Dentro das divisões encontradas na literatura, o método aqui proposto, conforme será visto posteriormente, é classificado como um projeto combinado (projeto de primeira e de segunda ordem), solucionado por meio do método da tentativa e erro.

1.5 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está dividido em seis capítulos. No primeiro capítulo constam a introdução, os objetivos e a justificativa desta Tese. No segundo capítulo, é apresentada uma revisão teórica sobre os principais temas abordados nesta pesquisa. O terceiro capítulo apresenta o método para o planejamento de redes geodésicas aqui proposto, com base nas fundamentações teóricas e discussões expostas no capítulo anterior. O quarto capítulo trata da aplicação do método proposto na prática, por meio de um exemplo numérico de planejamento de uma rede GNSS. No quinto capítulo é apresentada a validação dos resultados obtidos com o planejamento da rede GNSS no capítulo anterior, bem como, a realização de diversos experimentos simulando cenários alternativos na etapa de planejamento. Por fim, no sexto capítulo constam as considerações finais, as conclusões e as recomendações obtidas com a realização desta pesquisa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, é apresentada uma revisão teórica sobre os principais temas envolvidos nesta pesquisa, e, portanto, relativos ao método de planejamento de redes geodésicas proposto nesta Tese, sendo estes: a identificação de erros grosseiros por meio do procedimento de teste *Data Snooping*; os níveis de probabilidade associados ao *Data Snooping*; as medidas de confiabilidade das observações; e a precisão e acurácia posicional dos vértices. Para mais detalhes sobre estes temas, consultar as referências indicadas.

2.1 Identificação de erros grosseiros por meio do procedimento *Data Snooping*

Nesta e nas próximas seções deste capítulo, assume-se que o leitor possui conhecimentos básicos de probabilidade e estatística, como distribuições de probabilidade e testes de hipóteses; bem como, de teoria dos erros e ajustamento de observações pelo método dos mínimos quadrados (MMQ). Para uma fundamentação teórica sobre estes temas, sugere-se Koch (1999), Teunissen (2003), Ghilani & Wolf (2006), Fan (2010) e Klein (2012).

Após o planejamento da rede geodésica, tem-se a etapa do levantamento de campo, ou seja, da obtenção dos dados (observações como ângulos e/ou distâncias entre os vértices). Devido a inevitável existência de erros aleatórios nas observações, em função do processo experimental e das condições de observação, da precisão dos equipamentos e das técnicas de medida, geralmente, coleta-se mais observações do que o mínimo necessário para a solução do problema, o que resulta em redundância de dados (isto é, um sistema de equações superabundante), sendo duas as principais razões para este procedimento (TEUNISSEN, 2006): a primeira visa melhorar a acurácia dos resultados finais, por meio de um ajustamento dos dados; e a segunda visa detectar a possível existência de erros não aleatórios nas observações (isto é, sistemáticos e/ou grosseiros), e/ou erros no modelo matemático adotado.

Sobre o ajustamento dos dados (observações), na Geodésia e áreas afins, utiliza-se a estimação dos parâmetros pelo método dos mínimos quadrados (MMQ), inicialmente desenvolvido (provavelmente de modo independente) por Legendre (1805) e Gauss (1809). No MMQ, adota-se como solução única para o problema (no caso de redes geodésicas, o conjunto de coordenadas ajustadas dos vértices), aquela que minimiza a soma ponderada do

quadrado dos resíduos, isto é, das respectivas correções estimadas para as observações. Esta ponderação é feita definindo a matriz peso do ajustamento como sendo igual ao inverso da matriz de covariância das observações, ou seja, quanto maior é a variância da observação (e portanto, menor a sua precisão), menor é o peso da observação (ou seja, a sua influência nos resultados finais do ajustamento), bem como, maior é o valor esperado para o respectivo resíduo (correção) desta medida.

Quando apenas erros aleatórios contaminam as observações, o MMQ é o melhor estimador linear imparcial para os parâmetros, e além disso, quando a matriz peso é definida como sendo igual ao inverso da matriz de covariância das observações, a solução pelo MMQ coincide com a solução de máxima verossimilhança (TEUNISSEN, 2003). O processo de cálculo do ajustamento das observações, por ser um tema bastante consolidado nas ciências geodésicas, não faz parte do escopo deste trabalho. Para mais detalhes sobre o assunto, ver, por exemplo, Gemael (1994), Koch (1999), Dalmolin (2002), Teunissen (2003), Ghilani & Wolf (2006), Fan (2010), Klein et al. (2011b), e Klein (2012).

A única ressalva feita aqui é que, modernamente, para os casos em que os elementos da matriz *design* A também provém de observações, e portanto, também contém erros, como em alguns problemas de transformação de coordenadas, por exemplo, utiliza-se do “método dos mínimos quadrados totais”, inicialmente proposto por Golub & van Loan (1979, 1980). Para mais detalhes sobre este método modificado de ajustamento, ver van Huffel e Vandewalle (1991), e para exemplos de aplicações geodésicas, ver, dentre outros, Felus (2004), Schaffrin & Wieser (2008), Neitzel (2010), Xu et al. (2012) e Fang (2013).

Uma desvantagem do MMQ é o fato deste não ser um estimador robusto, isto é, insensível a presença de *outliers* nos dados (HUBER, 1981). Portanto, se houverem *outliers* nas observações, estes devem afetar (influenciar) a solução do ajustamento, e desta forma, estas propriedades ótimas do MMQ (melhor estimador linear imparcial e solução de máxima verossimilhança) não são satisfeitas.

Sobre o conceito de *outlier*, a definição mais citada na literatura afirma que (HAWKINS, 1980): Um *outlier* é uma observação tão discrepante das demais observações que desperta suspeitas de que foi gerada por um processo de medição diferente. Já sobre o conceito de erro grosseiro, Fan (2010) afirma que: Erro grosseiro é um erro devido a falha humana, mau funcionamento do instrumento ou algum método errado de medição. Erros grosseiros não seguem certas regras e normalmente não podem ser tratados por métodos estatísticos. A princípio, erros grosseiros não são permitidos e devem ser evitados, com cuidados especiais na tomada das observações (como rotinas de controle).

Lehmann (2013) afirma que em Geodésia, *outliers* geralmente são causados por erros grosseiros e erros grosseiros geralmente causam *outliers*, é por isto que, muitas vezes, estes conceitos se confundem. O mesmo autor também afirma que, *outliers* raramente podem ser o resultado de observações completamente corretas (isto é, isentas de erros grosseiros), e de forma contrária, erros grosseiros nem sempre podem conduzir a largas discrepâncias, como por exemplo, no caso de uma pequena correção erroneamente aplicada.

Segundo ainda Paulino et al. (2011), no Glossário Inglês–Português de Estatística, o termo *outlier* pode ser traduzido ou interpretado como “valor anômalo”, isto é, um resultado inesperado ou irregular (fora da “normalidade”). No contexto do ajustamento de observações pelo MMQ, um valor muito alto para o resíduo de uma observação, em relação à sua precisão (desvio-padrão), é um resultado “anômalo” ou “inesperado”, e, provavelmente, este resultado foi causado pela existência de erros não aleatórios (isto é, sistemáticos e/ou grosseiros) nesta (e talvez em outras) medida(s). Os efeitos de possíveis erros sistemáticos nas observações não fazem parte do escopo desta Tese, e, portanto, neste trabalho, será assumido que *outliers* são observações (dados de campo) contaminadas por erros grosseiros, sejam estes de pequena ou de grande magnitude, o que vai de acordo com as discussões expostas em Lehmann (2013).

Desta forma, a correta identificação e localização de erros grosseiros (*outliers*) nas observações é uma etapa fundamental no controle de qualidade dos resultados, e um tema de pesquisa largamente investigado desde o trabalho pioneiro de Baarda (1968).

Neste sentido, as duas principais correntes para o tratamento de *outliers* em redes geodésicas são os modelos da média deslocada, como os testes estatísticos para identificação de erros grosseiros (BAARDA, 1968; POPE, 1976, dentre outros), e os modelos de variância inflacionada, como os métodos de estimação robusta (HUBER, 1964, 1981; ROUSSEEUW & LEROY, 1987, dentre outros). Na primeira corrente de trabalhos, assume-se que o erro grosseiro causa um deslocamento na média (esperança matemática ou valor esperado) da observação contaminada; enquanto na segunda corrente de trabalhos, assume-se que o erro grosseiro causa uma inflação (aumento) na variância da observação contaminada.

Sobre os métodos estatísticos de estimação robusta, o termo “robusta” é no sentido que os parâmetros estimados por esses métodos são resistentes à influência de possíveis *outliers* existentes nas observações (HUBER, 1964). Desta forma, os métodos de estimação robusta buscam minimizar a influência de *outliers* nas observações, por meio de um processo iterativo de ajustamento, no qual a matriz peso é sequencialmente atualizada com a escolha de uma função de peso robusta, e as observações suspeitas de estarem contaminadas por erros

grosseiros (*outliers*) têm o seu peso reduzido ou até mesmo se tornando nulo durante este processo (BERBER & HEKIMOGLU, 2003).

Os estimadores robustos são utilizados, principalmente, quando se assume a existência de múltiplos *outliers* (simultâneos) nas observações. Os métodos de estimação robusta mais comumente encontrados na literatura são (XU, 2005): Os métodos de Estimação-M (*robustified maximum likelihood estimates*), Estimação-R (*rank-based estimates*), Estimação-L (*order-based estimates*) e Norma L1 (*least absolute deviation*). O trabalho pioneiro na área de estimação robusta é atribuído a Huber (1964), e nas ciências geodésicas, um dos trabalhos pioneiros é o de Krarup et al. (1980), onde é apresentado um método de Estimação-M conhecido como “*Danish Method*”. É importante mencionar que a estimação pelo MMQ é um caso particular da Estimação-M, quando a função que se deseja minimizar é a soma ponderada do quadrado dos resíduos.

Neste trabalho, optou-se pela escolha do ajustamento pelo MMQ seguido do procedimento de teste *Data Snooping* ao invés do uso de estimadores robustos, pois nem todos os métodos de estimação robusta são aplicáveis para observações correlacionadas (como no caso do ajustamento de redes GNSS, por exemplo); e além disso, apenas recentemente começaram a ser investigadas medidas de confiabilidade para estimadores robustos nas ciências geodésicas, enquanto medidas de confiabilidade para o DS já são largamente investigadas desde o trabalho pioneiro de Baarda (1968). Por não fazer parte do escopo desta Tese, uma discussão mais completa sobre estas questões, dentre outras, pode ser obtida, por exemplo, em Xu (2005), Guo et al. (2011), Lehmann (2013), Koch (2013) e Klein et al. (2014a). Em Klein (2012), é apresentada uma revisão sobre diversos trabalhos encontrados na literatura relativos ao DS e a estimação robusta, bem como sobre outros métodos alternativos de controle de qualidade no ajustamento de observações.

No caso do procedimento *Data Snooping*, proposto em Baarda (1968), inicialmente, considera-se o seguinte modelo linear de ajustamento:

$$y = Ax + e \tag{1}$$

onde na Expressão 1, y é o vetor das n observações; x é o vetor dos u parâmetros incógnitos do modelo (no caso de redes geodésicas, as coordenadas dos vértices); A é a matriz *design* do ajustamento (ou matriz jacobiana); e e é o vetor dos n erros aleatórios das observações.

Para os casos em que o modelo matemático é inicialmente não linear em relação aos parâmetros, deve-se utilizar o modelo linearizado de Gauss-Markov (ver, por exemplo, BERBER & HEKIMOGLU, 2003; GUO et al., 2007; KNIGHT et al., 2010; KLEIN, 2012).

É importante ressaltar que o DS é um caso particular de uma família geral de testes para identificação de erros (sistemáticos e/ou grosseiros) nas observações e/ou no modelo matemático, formulados com base na razão de verossimilhança e sendo os testes estatísticos uniformemente mais poderosos neste sentido. Para mais detalhes sobre este tema, ver, por exemplo, Teunissen (2006), Knight et al. (2010) e Klein (2012).

Na Expressão 1, assumindo que a esperança matemática dos erros aleatórios é igual ao vetor nulo ($E\{e\} = 0$), ou seja, por serem de natureza aleatória, estes erros não apresentam tendência, para cada i -ésima observação (y_i) do vetor das n observações (y), pode-se formular as seguintes hipóteses de teste (BAARDA, 1968; TEUNISSEN, 2006):

$$H_0: E\{y\} = Ax \quad \text{contra} \quad (2)$$

$$H_A: E\{y\} = Ax + c_i \nabla_i; \quad \nabla_i \neq 0$$

onde na Expressão 2, c_i é um vetor unitário contendo a unidade na linha da i -ésima observação testada e zero nas demais, ou seja: $c_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \underset{i}{1} & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T_{nx1}$; e ∇_i é um (possível) erro grosseiro na i -ésima observação testada.

Desta forma, na hipótese nula (H_0), assume-se que não existe erro grosseiro nas observações, enquanto na hipótese alternativa (H_A), assume-se que a i -ésima observação testada (y_i) está contaminada por um erro grosseiro de magnitude ∇_i , sendo o *Data Snooping*, portanto, um modelo de média deslocada.

A hipótese nula é rejeitada, ou em outras palavras, a hipótese alternativa é aceita, se a estatística de teste da i -ésima observação testada (w_i) exceder o seguinte valor crítico (BAARDA, 1968; TEUNISSEN, 2006):

$$w_i = \frac{c_i^T W \hat{v}}{\sqrt{c_i^T W \Sigma_{\hat{v}} W c_i}}; \quad |w_i| > c_{\alpha_0/2} \quad (3)$$

onde na Expressão 3, W é a matriz peso do ajustamento; \hat{v} é o vetor dos resíduos ajustados; $\Sigma_{\hat{v}}$ é a matriz de covariância dos resíduos ajustados; e $c_{\alpha_0/2}$ é o valor crítico teórico na

distribuição normal padrão, para um dado nível de significância α_0 (teste bi-lateral).

Na prática, adota-se um nível de significância para o teste, como por exemplo, $\alpha_0 = 0,001$ (0,1%) ou $\alpha_0 = 0,01$ (1%), em função do qual se obtém o valor crítico teórico ($c_{\alpha_0/2}$), e testa-se todas as observações individualmente (ou seja, fazendo $i = 1, 2, 3, \dots, n$).

Como cada observação é testada individualmente, a (única) observação considerada contaminada por erro grosseiro será aquela cuja estatística de teste w_i satisfazer as seguintes condições (BAARDA, 1968; TEUNISSEN, 2006):

$$\begin{cases} |w_i| > c_{\alpha_0/2} \\ |w_i| > |w_j|, \forall i \neq j \end{cases} \quad (4)$$

Identificada a observação suspeita de estar contaminada por erro grosseiro, segundo o nível de significância estipulado, usualmente, exclui-se a mesma do conjunto de dados e repete-se o ajustamento pelo MMQ e o procedimento de teste DS, até que todas as observações suspeitas sejam devidamente identificadas, em um processo iterativo de ajustamento, identificação e remoção de erros grosseiros (um por vez). Para mais detalhes sobre este procedimento, ver, por exemplo, Baarda (1968), Kavouras (1982), Koch (1999), Teunissen (2006), Klein (2012), e Lehmann (2013).

Lehmann (2012) ressalta que, na prática, como todas as observações são testadas individualmente, a estatística de teste do DS é a $|w_i|_{máx}$, e não a w_i individual de cada observação. Portanto, o mesmo autor propõe que, estipulado o nível de significância do DS (α_0), um valor crítico otimizado ($K_{\alpha_0/2}$) pode ser obtido por meio de simulações pelo método Monte-Carlo, ao invés de utilizar o valor crítico teórico da distribuição normal padrão ($c_{\alpha_0/2}$). No caso, com base na precisão das observações, gera-se um vetor de erros aleatórios; calcula-se o vetor dos resíduos correspondente (\hat{v}); calcula-se as estatísticas de teste individuais (w_i); e armazena-se o valor máximo obtido em cada experimento ($|w_i|_{máx}$). Depois de, por exemplo, $k = 20.000$ simulações, o valor crítico otimizado ($K_{\alpha_0/2}$) pode ser obtido empiricamente com base nos resultados destes experimentos, em função do nível de significância estipulado (α_0). Para mais detalhes sobre esta metodologia de otimização do DS, ver Lehmann (2012).

É importante salientar que, embora seja o mais utilizado, o DS não é o único procedimento de teste para a detecção e a identificação de erros. Pode-se citar ainda o teste global do ajustamento, também proposto em Baarda (1968) para a detecção de erros no

ajustamento (sejam estes nas observações e/ou no modelo matemático); o teste Tau, proposto em Pope (1976) para o caso em que o fator de variância das observações é desconhecido *a priori*, mas estimado pelo fator de variância *a posteriori* (obtido após o ajustamento); os testes estatísticos para múltiplos *outliers* (simultâneos) nas observações (ver, por exemplo, DING & COLEMAN, 1996a; TEUNISSEN, 2006; KNIGHT et al., 2010; BASELGA, 2011a, 20011b; KLEIN, 2012; KLEIN et al., 2014b, dentre outros).

Além disso, por ser um procedimento de teste estatístico, o DS possui níveis de probabilidade associados, ou seja, o DS apenas indica qual a observação suspeita mais provável de estar contaminada por erro grosseiro (caso isto ocorra), mas não afirma em definitivo quais observações estão de fato contaminadas e quais observações não estão contaminadas. Estas questões são discutidas na próxima seção deste capítulo.

Sobre os testes estatísticos para múltiplos *outliers*, Baselga (2011b) demonstra que diferentes combinações de erros grosseiros podem conduzir ao mesmo vetor de resíduos (\hat{v}), e desta forma, não existe nenhum teste para múltiplos *outliers* completamente eficiente no contexto do ajustamento pelo MMQ, sem considerar hipóteses adicionais. Em Baselga (2011a), é apresentado um procedimento de testes “exaustivo” para identificação de múltiplos *outliers*, onde o referido autor conclui que o mesmo também não é completamente eficiente.

Sobre o Teste Tau, proposto em Pope (1976), Kavouras (1982) afirma que o DS é um procedimento mais confiável, pois, se houver erros grosseiros nas observações, estes irão afetar o vetor dos resíduos (\hat{v}), e conseqüentemente, o fator de variância *a posteriori*, estimado após o ajustamento e utilizado no cálculo das estatísticas do Teste Tau. Além disso, ao contrário do DS, o Teste Tau não possibilita uma estimativa para o Erro Tipo II, e conseqüentemente, não possui medidas de confiabilidade interna e externa associadas.

Por fim, em diversos estudos encontrados na literatura, como por exemplo, em Berber & Hekimoglu (2003), o DS apresenta desempenho superior ao Teste Tau, e em Baselga (2007), demonstra-se matematicamente que o Teste Tau possui limitações na aplicação em cenários com observações correlacionadas, como no caso de redes GNSS, por exemplo.

2.2 Níveis de probabilidade associados ao procedimento *Data Snooping*

O procedimento de teste estatístico *Data Snooping*, descrito na seção anterior, é o método mais utilizado para identificar *outliers* em dados geodésicos (LEHMANN, 2012).

Um teste estatístico consiste em dividir o espaço amostral (conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento) em duas partes, denominadas região de rejeição (região crítica) e região de aceitação (ou de não rejeição) da hipótese de teste (ou hipótese nula). Se a estatística calculada, em função da amostra, se situar dentro da região crítica, rejeita-se a hipótese nula em questão. Caso contrário, não há evidências, na amostra observada, para rejeitar a hipótese nula (LARSON, 1974).

Portanto, quando o teste de uma hipótese estatística é realizado e uma decisão é tomada, pode-se cometer dois tipos de erro na decisão (LARSON, 1974):

- Erro Tipo I: Rejeitar a hipótese de teste quando esta é de fato verdadeira;
- Erro Tipo II: Não rejeitar a hipótese de teste quando esta de fato é falsa;

A probabilidade de cometer o Erro Tipo I é dada por α (nível de significância do teste), e a probabilidade de cometer o Erro Tipo II é dada por β . Designando a hipótese que se deseja testar por H_0 (hipótese nula), estas definições são formalmente dadas por (LARSON, 1974):

$$\begin{cases} \alpha = P(\text{erro tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ verdadeira}) \\ \beta = P(\text{erro tipo II}) = P(\text{não rejeitar } H_0 | H_0 \text{ falsa}) \end{cases}$$

No caso do procedimento DS, a hipótese nula (H_0) é a ausência de erros grosseiros nas observações, e para cada i -ésima observação do conjunto de dados, defini-se uma hipótese alternativa (H_i) como sendo a presença de erro grosseiro nesta i -ésima observação testada (BAARDA, 1968; TEUNISSEN, 2006). Ou seja, o DS é um procedimento de teste estatístico que possui múltiplas hipóteses alternativas à hipótese nula, no caso, a existência de um único erro grosseiro para cada i -ésima observação testada individualmente, totalizando n hipóteses alternativas ao todo.

Desta forma, por ser um procedimento de teste estatístico, e pelo fato que este considera somente uma observação suspeita de estar contaminada por erro grosseiro por vez (isto é, são múltiplas hipóteses alternativas a hipótese nula, uma para cada observação), o DS está sujeito a três tipos de erros (FÖRSTNER, 1983):

- Erro Tipo I: Identificar (erroneamente) uma observação como contendo erro grosseiro (isto é, rejeitar H_0 quando H_0 é verdadeira);
- Erro Tipo II: Não identificar (erroneamente) uma observação como contendo erro grosseiro (isto é, não rejeitar H_0 , ou em outras palavras, rejeitar H_i , quando H_0 é falsa, ou de maneira análoga, H_i é verdadeira);
- Erro Tipo III: Identificar (erroneamente) uma outra observação como contendo erro grosseiro, enquanto a observação contaminada não foi identificada (isto é, aceitar uma hipótese alternativa H_j falsa, enquanto a hipótese alternativa verdadeira H_i não foi aceita).

A probabilidade de cometer o Erro Tipo I é chamada de nível de significância do teste e é dada por α ; a probabilidade de cometer o Erro Tipo II é dada por β ; e a probabilidade de cometer o Erro Tipo III é dada por κ .

Além desses três tipos de erros, tem-se ainda o nível de confiança (NC), que é a probabilidade de não rejeitar a hipótese nula (H_0), quando a hipótese nula é verdadeira; e o poder do teste (γ), que é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula, ou em outras palavras, aceitar a hipótese alternativa, quando a hipótese nula é falsa, ou de maneira análoga, a hipótese alternativa é verdadeira (LARSON, 1974).

Como no caso do DS, tem-se n hipóteses alternativas a hipótese nula (uma para cada observação testada), para o teste de cada observação, o nível de confiança (NC) se torna a probabilidade desta observação, caso não contaminada por erro grosseiro, não ser identificada como *outlier*; e o poder do teste (γ) se torna a probabilidade desta observação, caso contaminada por erro grosseiro, ser identificada como *outlier* (ver, por exemplo, BAARDA, 1968; KAVOURAS, 1982; KOCH, 1999; TEUNISSEN, 2006; KLEIN, 2012).

Ainda sobre estes níveis de probabilidade no DS, o nível de confiança (NC) é o complemento do Erro Tipo I, ou seja, é a probabilidade de não identificar (corretamente) uma observação como contendo erro grosseiro ($NC = 1 - \alpha$); enquanto o poder do teste (γ) é o complemento da soma do Erro Tipo II e do Erro Tipo III ($\gamma = 1 - (\beta + \kappa)$), ou seja, é a probabilidade de identificar (corretamente) uma observação como contendo erro grosseiro.

Desta forma, o nível de confiança e o poder do teste são as probabilidades do resultado do teste conduzir a decisões corretas, ao contrário da ocorrência dos erros tipo I, II e III (para

mais detalhes, ver, por exemplo, FÖRSTNER, 1983 e TEUNISSEN, 2006). Quando o valor para a probabilidade do Erro Tipo I, do Erro Tipo II ou do poder do teste é pré-definido/estipulado, este valor é designado por α_0 , β_0 ou γ_0 , respectivamente.

Desta forma, considerando inicialmente o caso unidimensional envolvendo uma única observação e sua estatística de teste w_i no DS, por exemplo (ou seja, desconsiderando a ocorrência do Erro Tipo III), uma visualização do nível de confiança, do poder do teste, do nível de significância e do Erro Tipo II é obtida por meio da Figura 2.1. Neste caso, os valores assumidos para estes níveis de probabilidade são: $\alpha_0 = 0,001$ (0,1%); $NC = 1 - \alpha_0 = 0,999$ (99,9%); $\beta_0 = 0,20$ (20%); e $\gamma_0 = 1 - \beta_0 = 0,80$ (80%).

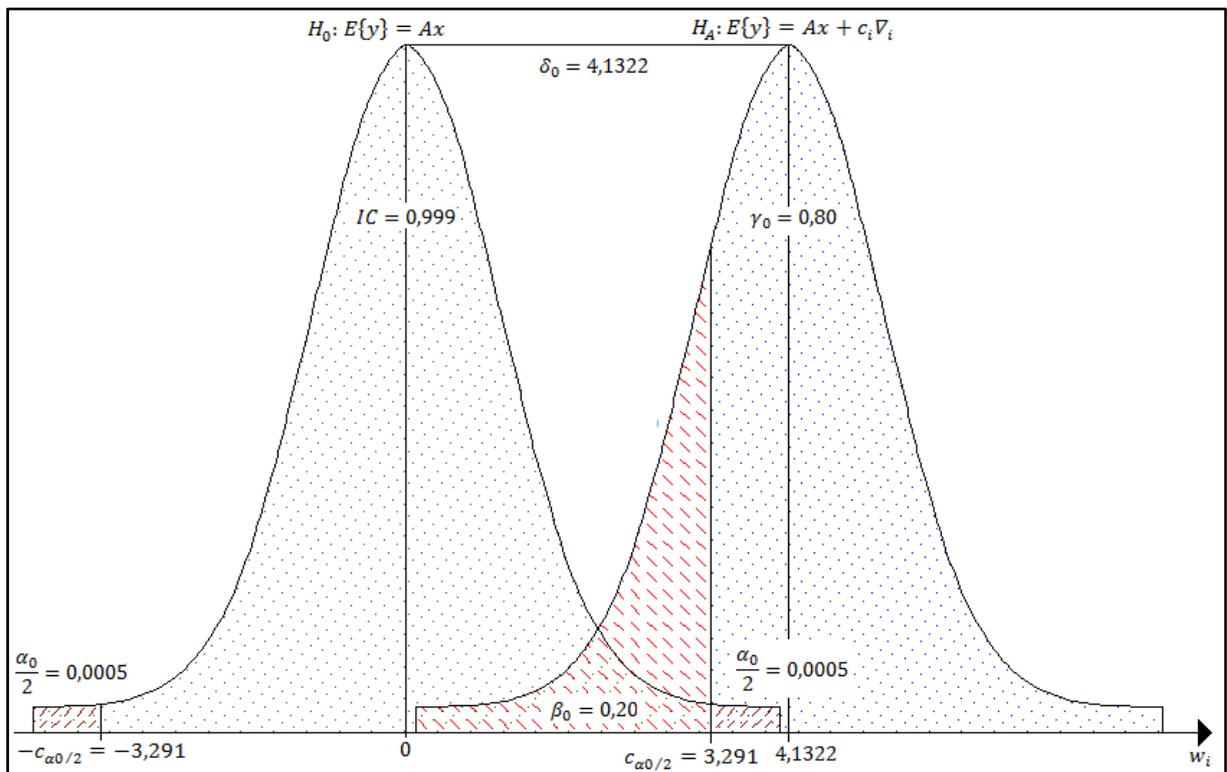


Figura 2.1 – Níveis de probabilidade associados ao DS no teste de uma i -ésima observação qualquer.

Analisando a Figura 2.1, nota-se que, aumentando o nível de significância (α_0) do DS, e conseqüentemente, diminuindo o valor crítico teórico ($c_{\alpha_0/2}$) e o nível de confiança (NC), aumenta-se o poder do teste (γ_0), ou analogamente, diminui-se a probabilidade do Erro Tipo II (β_0). De forma contrária, diminuindo o nível de significância do DS, e conseqüentemente, aumentando o valor crítico teórico e o nível de confiança, diminui-se o poder do teste, ou analogamente, aumenta-se a probabilidade do Erro Tipo II. Ou seja, na prática, não é possível minimizar, simultaneamente, as probabilidades de cometer o Erro Tipo I e o Erro Tipo II (ou

de maneira análoga, maximizar, simultaneamente, o nível de confiança e o poder do teste).

Além disso, analisando ainda a Figura 2.1, nota-se que a probabilidade do Erro Tipo II (β_0), e conseqüentemente, o poder do teste (γ_0), dependem, além do valor crítico teórico ($c_{\alpha_0/2}$), da separação entre a hipótese nula (ausência de erros grosseiros nas observações – H_0) e a hipótese alternativa (presença de erro grosseiro na i -ésima observação testada – H_A), ou seja, do parâmetro de não centralidade correspondente do modelo (δ_0). Como a magnitude do (possível) erro grosseiro que contamina uma i -ésima observação é sempre desconhecida, na prática, arbitra-se um valor para o nível de significância (α_0) e para o poder do teste (γ_0), em função dos quais se obtém o valor para o parâmetro de não centralidade do modelo correspondente (δ_0). Para mais detalhes sobre esta estratégia de obtenção de δ_0 em função de α_0 e γ_0 , ver, por exemplo, Baarda (1968), Kavouras (1982), Aydin & Demirel (2005), Teunissen (2006), Knight et al. (2010) e Klein (2012).

Considerando agora um caso bidimensional envolvendo duas observações quaisquer, cujas estatísticas de teste sejam dadas por w_i e w_j , ou seja, adicionando a probabilidade do Erro Tipo III no cenário unidimensional descrito anteriormente (isto é, envolvendo apenas uma única observação e sua estatística de teste w_i), todas as situações (e decisões) relativas a aplicação do procedimento DS podem ser reunidas de acordo com a Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Decisões associadas a duas hipóteses alternativas no DS (Fonte: Adaptada de Yang et al., 2013).

Hipótese “aceita” no teste	Resultado do teste		
	H_0	H_i	H_j
Critério de decisão	$ w_i \leq c_{\alpha_0/2}$ $ w_j \leq c_{\alpha_0/2}$	$ w_i > c_{\alpha_0/2}$ $ w_i > w_j $	$ w_j > c_{\alpha_0/2}$ $ w_j > w_i $
Realidade (“desconhecida”)			
Hipótese nula (H_0) Probabilidade associada	Decisão correta $NC = 1 - \alpha_{00}$	Erro Tipo I α_{oi}	Erro Tipo I α_{oj}
Hipótese alternativa (H_i) Probabilidade associada	Erro Tipo II β_{i0}	Decisão correta $\gamma_{ii} = 1 - \beta_{ii}$	Erro Tipo III κ_{ij}
Hipótese alternativa (H_j) Probabilidade associada	Erro Tipo II β_{j0}	Erro Tipo III κ_{ji}	Decisão correta $\gamma_{jj} = 1 - \beta_{jj}$

Na Tabela 2.1, H_0 é a hipótese nula do DS (não existência de erros grosseiros nas observações); H_i é a hipótese alternativa para a i -ésima observação (existência de erro grosseiro nesta); e H_j é a hipótese alternativa para a j -ésima observação (existência de erro grosseiro nesta). Desta forma, α_{00} é o nível de significância “global” do DS; enquanto α_{oi} é o nível de significância apenas para o teste da i -ésima observação; e α_{oj} é o nível de significância apenas para o teste da j -ésima observação. Além disso, β_{i0} e κ_{ij} são as

probabilidades de cometer, respectivamente, o Erro Tipo II e o Erro Tipo III para a i -ésima observação; enquanto β_{j0} e κ_{ji} são as probabilidades de cometer, respectivamente, o Erro Tipo II e o Erro Tipo III para a j -ésima observação. Finalmente, β_{ii} e γ_{ii} são, respectivamente, a soma de β_{i0} e κ_{ij} e o poder do teste para a i -ésima observação; enquanto β_{jj} e γ_{jj} são, respectivamente, a soma de β_{j0} e κ_{ji} e o poder do teste para a j -ésima observação.

As estatísticas de teste w_i e w_j de duas observações quaisquer possuem um coeficiente de correlação (ρ_{ij}), dado pela seguinte expressão (FÖRSTNER, 1983):

$$\rho_{ij} = \frac{c_i^T W \Sigma_{\hat{v}} W c_j}{\sqrt{c_i^T W \Sigma_{\hat{v}} W c_i} \sqrt{c_j^T W \Sigma_{\hat{v}} W c_j}}; \quad -1 \leq \rho_{ij} \leq 1 \quad (5)$$

onde na Expressão (5), c_i e c_j são os vetores canônicos unitários correspondentes, respectivamente, a i -ésima e a j -ésima observação consideradas.

Além do coeficiente de correlação para duas estatísticas de teste, tem-se ainda, conforme visto anteriormente, o parâmetro de não centralidade do modelo, que expressa a separação entre a hipótese nula e a hipótese alternativa. No caso bidimensional aqui considerado, o parâmetro de não centralidade do modelo (δ_0) depende do nível de significância do teste (ou analogamente, do valor crítico teórico para este), do poder do teste (ou analogamente, da soma do Erro Tipo II e do Erro Tipo III), e também do coeficiente de correlação entre as estatísticas de teste consideradas (ρ_{ij}).

Desta forma, matematicamente, as probabilidades de cometer o Erro Tipo I (α_{0i}), o Erro Tipo II (β_{0i}) e o Erro Tipo III (κ_{ij}) no teste de uma i -ésima observação qualquer, considerando o coeficiente de correlação (ρ_{ij}) da estatística de teste desta (w_i) com a de uma j -ésima observação qualquer (w_j), bem como o parâmetro de não centralidade do modelo correspondente (δ_0), são dadas, respectivamente, por (FÖRSTNER, 1983):

$$\alpha_{0i} = \iint_{|w_i| > c_{\alpha_0/2}, |w_i| > |w_j|} \frac{1}{2\pi \sqrt{1-\rho_{ij}^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho_{ij}^2)}[w_i^2 - 2\rho_{ij}w_iw_j + w_j^2]} dw_i dw_j \quad (6)$$

$$\beta_{0i} = \iint_{|w_i| \leq c_{\alpha_0/2}, |w_j| \leq c_{\alpha_0/2}} \frac{1}{2\pi \sqrt{1-\rho_{ij}^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho_{ij}^2)}[(w_i-\mu_i)^2 - 2\rho_{ij}(w_i-\mu_i)(w_j-\mu_j) + (w_j-\mu_j)^2]} dw_i dw_j \quad (7)$$

$$\kappa_{ij} = \iint_{|w_j| > c_{\alpha_0/2}, |w_j| > |w_i|} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_{ij}^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho_{ij}^2)}[(w_i-\mu_i)^2 - 2\rho_{ij}(w_i-\mu_i)(w_j-\mu_j) + (w_j-\mu_j)^2]} dw_i dw_j \quad (8)$$

onde na Expressão 6, o termo dentro da integral corresponde à função densidade de probabilidade (fdp) conjunta de w_i e w_j na hipótese nula H_0 (ausência de erros grosseiros nas duas observações); enquanto nas expressões 7 e 8, o termo dentro das integrais corresponde a fdp conjunta de w_i e w_j na hipótese alternativa H_i (existência de erro grosseiro na i -ésima observação, com $\mu_i = \delta_0$ e $\mu_j = \rho_{ij} \delta_0$).

Como as distribuições de probabilidade de w_i e w_j em H_i e H_j são simétricas, devido ao coeficiente de correlação entre estas, decorre que $\alpha_{0i} = \alpha_{0j}$, $\beta_{0i} = \beta_{0j}$, e $\kappa_{ij} = \kappa_{ji}$ (para mais detalhes, ver FÖRSTNER, 1983 e YANG et al., 2013).

Seguindo esta formulação teórica, por meio das distribuições de probabilidade resultantes, pode-se calcular o Erro Tipo I, o Erro Tipo II, o Erro Tipo III, o nível de confiança e o poder do teste do DS em um cenário tridimensional (isto é, com três hipóteses alternativas), tetradimensional (isto é, com quatro hipóteses alternativas), e até mesmo, estendendo até o caso n -dimensional (isto é, com n hipóteses alternativas), ou em outras palavras, considerando todas as n observações testadas individualmente. Entretanto, isto envolveria integrações numéricas n -dimensionais, o que impossibilita o seu cálculo na prática. Desta forma, Yang et al. (2013), utilizando a abordagem bi-dimensional apresentada anteriormente, definem limites para o nível de confiança e para o poder do teste do DS em um cenário geral n -dimensional, ou seja, considerando todas as observações testadas.

Para o nível de confiança do DS, no cenário n -dimensional ($NC = 1 - \alpha_{00}$, sendo α_{00} o nível de significância “global” do DS, ou seja, neste cenário n -dimensional), o NC terá como limites superior e inferior os seguintes valores (YANG et al., 2013):

$$1 - \alpha_0'' > 1 - \alpha_{00} \geq (1 - \alpha_0)^n \quad (9)$$

onde na Expressão 9, α_0'' corresponde ao nível de significância relativo ao par de observações com maior coeficiente de correlação (em módulo), obtido por meio da Expressão 6; n corresponde ao número total de observações; e α_0 corresponde ao nível de significância que foi arbitrado ou definido para o teste (como por exemplo, $\alpha_0 = 0,001$ ou $\alpha_0 = 0,01$), em função do qual se obtém o valor crítico teórico ($c_{\alpha_0/2}$) na distribuição normal padrão.

Finalmente, para cada observação (no caso, para uma i -ésima observação qualquer), o

poder do teste do DS, no cenário n -dimensional ($\gamma_{ii}^n = 1 - \beta_{ii}^n$), ou seja, considerando todas as hipóteses alternativas das $(n - 1)$ demais observações testadas, terá como limite inferior o seguinte valor (YANG et al., 2013):

$$\gamma_{ii}^n = 1 - \beta_{ii}^n \geq 1 - (\beta_{i0}^n + \sum_{j=1, j \neq i}^n \kappa_{ij}) \quad (10)$$

onde na Expressão 10, β_{i0}^n corresponde a probabilidade do Erro Tipo II para a observação com maior coeficiente de correlação (em módulo) com a i -ésima observação considerada, obtida por meio da Expressão 7; e o somatório das probabilidades do Erro Tipo III ($\sum \kappa_{ij}$) deve ser calculado relacionando todas as demais observações (par a par) com a i -ésima observação considerada, por meio da Expressão 8.

Desta forma, o poder do teste mínimo do DS, no cenário n -dimensional (considerando todas as observações testadas), será igual ao poder do teste mínimo obtido por meio da Expressão 10 (aplicada para cada observação individualmente), enquanto o nível de confiança mínimo do DS, neste cenário, será igual ao limite inferior dado pela Expressão 9.

Sobre estes níveis de probabilidade, é importante notar ainda que: Quanto maior o coeficiente de correlação entre duas estatísticas de teste, maior é o tamanho do Erro Tipo III e menor é o tamanho do Erro Tipo II, bem como, maior é o valor do parâmetro de não centralidade correspondente do modelo (FÖRSTNER, 1983; YANG et al., 2013). Ou seja, quanto maior o coeficiente de correlação entre duas estatísticas de teste, maior deve ser o parâmetro de não centralidade correspondente, e conseqüentemente, menor é a “separabilidade” entre estas estatísticas de teste, ou seja, maior é a probabilidade de ocorrência do Erro Tipo III para este par de observações. Além disso, quanto maior o coeficiente de correlação máximo e o número total de observações (n), maior é a discrepância entre os limites dados pela Expressão 9 e o “verdadeiro” nível de confiança do DS no cenário n -dimensional (ver, por exemplo, LEHMANN, 2012).

Sobre os aspectos numéricos envolvidos para o cálculo do poder do teste mínimo e os limites do nível de confiança do DS no cenário n -dimensional, inicialmente, deve-se calcular o valor do parâmetro de não centralidade do modelo correspondente (δ_0) para cada par de observações. Para isto, o poder do teste arbitrado/fixado de uma observação, no cenário unidimensional (γ_0), deve ser mantido constante para o caso bidimensional (γ_{ii}), como por exemplo, pré-estipulado em $\gamma_0 = \gamma_{ii} = 0,80$ (80%). Desta forma, o parâmetro de não centralidade do modelo (δ_0) pode ser obtido em função do poder do teste por meio da

seguinte expressão (YANG et al., 2013):

$$\gamma_{ii} = 1 - \beta_{ii} = \iint_{|w_i| > c_{\alpha 0/2}, |w_i| > |w_j|} \frac{1}{2\pi \sqrt{1-\rho_{ij}^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho_{ij}^2)}[(w_i-\mu_i)^2 - 2\rho_{ij}(w_i-\mu_i)(w_j-\mu_j) + (w_j-\mu_j)^2]} dw_i dw_j \quad (11)$$

onde na Expressão 11, tal como nas expressões 7 e 8, $\mu_i = \delta_0$ e $\mu_j = \rho_{ij} \delta_0$. Portanto, fixando o resultado da integral em um valor previamente definido/estipulado, como por exemplo, em $\gamma_{ii} = 0,80$, inicia-se um processo iterativo de cálculo do parâmetro de não centralidade do modelo correspondente (δ_0) no cenário bidimensional, até que esta igualdade seja satisfeita. Para mais detalhes sobre este procedimento numérico de cálculo, ver Klein et al. (2014a).

Em resumo, estipula-se um poder do teste para o DS no cenário unidimensional (γ_0), isto é, desconsiderando a ocorrência do Erro Tipo III; e com base neste, calcula-se as probabilidades do Erro Tipo II e do Erro Tipo III correspondentes em um cenário bidimensional, isto é, para cada par de observações considerados (β_{i0} e κ_{ij}); finalmente, com base nos resultados obtidos neste cenário bidimensional, determina-se um poder do teste mínimo para cada observação no cenário geral n -dimensional (γ_{ii}^n), isto é, considerando todas as $(n - 1)$ demais observações testadas.

Os níveis de probabilidade associados ao DS, e, conseqüentemente, o valor do parâmetro de não centralidade correspondente, por estarem intrinsecamente relacionados com o desempenho (sucesso ou falha) do teste, possibilitam ainda estimar o menor erro detectável em cada observação (confiabilidade interna), bem como, a confiabilidade externa, isto é, a influência deste erro (quando não detectado) nos resultados finais do ajustamento (no caso de redes geodésicas, nas coordenadas dos vértices). Estas medidas de confiabilidade das observações (interna e externa), dentre outras medidas de confiabilidade também encontradas na literatura, são apresentadas e discutidas na próxima seção deste capítulo.

2.3 Medidas de confiabilidade das observações

Ao aplicar um procedimento de teste estatístico como o DS para a identificação de *outliers*, podem haver erros grosseiros nas observações, de magnitude relativamente baixa (de acordo com os níveis de probabilidade associados), não detectáveis pelo procedimento de teste utilizado. Conforme visto na seção anterior, o DS faz uso do vetor dos resíduos (\hat{v}), obtido após o ajustamento pelo MMQ. Entretanto, um erro grosseiro não é completamente refletido no respectivo resíduo da observação (\hat{v}_i), isto é, parte dele é absorvida na estimação dos parâmetros ajustados.

Além disto, este erro grosseiro também pode influenciar na magnitude dos resíduos das demais observações, devido a correlação existente entre estes (KAVOURAS, 1982). Desta forma, as medidas de confiabilidade destinam-se a estimar a magnitude de possíveis erros grosseiros (não detectáveis) nas observações, bem como a influência destes nos resultados finais do ajustamento, isto é, nos parâmetros ajustados.

Uma das medidas de confiabilidade é o número de redundância local de cada observação (r_i). O número de redundância local, inicialmente apresentado em Baarda (1968), indica a parcela do erro verdadeiro da observação, isto é, soma do erro aleatório e do possível erro grosseiro ou “não aleatório”, que é refletida no respectivo resíduo desta observação (\hat{v}_i).

Os números de redundância local das observações são obtidos pelos respectivos elementos da diagonal principal da chamada “matriz de redundância” (matriz R), dada pela seguinte expressão (KAVOURAS, 1982):

$$R = \frac{1}{\sigma_0^2} \Sigma_{\hat{v}} W = \left[I - A(A^T W A)^{-1} A^T W \right] \quad (12)$$

onde na Expressão 12, I é a matriz identidade (de dimensão $n \times n$, sendo n o número total de observações); e σ_0^2 é o fator de variância *a priori* das observações, de caráter arbitrário, como por exemplo, $\sigma_0^2 = 1$ (ver, dentre outros, GEMAEL, 1994 e KLEIN, 2012).

Quando as observações são não correlacionadas (isto é, suas covariâncias são nulas), os números de redundância local (r_i) estão restritos ao seguinte intervalo (KAVOURAS, 1982):

$$0 \leq r_i \leq 1 \quad (13)$$

Além disso, a sua soma resulta no número de graus de liberdade do ajustamento ($r = n - u$), ou seja: $\sum_{i=1}^n r_i = r$, sendo u o número de incógnitas do problema (no caso de redes geodésicas, o número total de coordenadas desconhecidas dos vértices da rede).

Desta forma, os números de redundância local expressam a contribuição de cada observação (y_i) para a redundância total ($r = n - u$) do ajustamento, e além disso, também são uma medida de controlabilidade local, ou seja, expressam a fração de um possível erro grosseiro em uma dada observação y_i , que é refletida no respectivo resíduo desta observação. Por exemplo, se o número de redundância de uma observação é $r_i = 0,5$; então, cerca de 50% da magnitude de um erro grosseiro é refletida no respectivo resíduo (\hat{v}_i) desta medida.

Portanto, quanto maior o número de redundância local r_i de uma observação y_i , maior é a controlabilidade desta observação, pois, maior é a sensibilidade do respectivo resíduo desta observação à ocorrência de um possível erro grosseiro. Para mais detalhes, ver, por exemplo, Baarda (1968), Kavouras (1982) e Klein (2012).

Wang e Chen (1994) demonstram que, para o caso de observações correlacionadas, os números de redundância local podem ser negativos ou maiores do que um, saindo do intervalo fechado entre zero e um válido para o caso de observações não correlacionadas. Desta forma, os mesmos autores apresentam os chamados números de confiabilidade (\bar{r}_i), e propõem o seu uso ao invés dos números de redundância local (r_i), para o caso em que as observações são correlacionadas, isto é, estatisticamente dependentes.

Quando as observações são não correlacionadas, os números de confiabilidade (\bar{r}_i) se equivalem aos números de redundância (r_i). Embora não possam ser menores do que zero, os números de confiabilidade apresentam a desvantagem de não possuírem um limite superior definido, dificultando assim, possíveis comparações com os números de redundância local. Considerando todas estas questões, Schaffrin (1997) apresenta os números de confiabilidade normalizados ($\bar{\bar{r}}_i$), que tal como os números de redundância local, situam-se dentro do intervalo fechado entre zero e um, melhorando a sua interpretação e facilitando comparações com os números de redundância originais das observações (r_i).

Entretanto, o mesmo autor conclui que os números de redundância local, os números de confiabilidade e os números de confiabilidade normalizados, podem ordenar as observações, em termos de confiabilidade, de maneiras distintas. Por exemplo, uma observação pode apresentar um valor relativamente alto para o seu número de confiabilidade \bar{r}_i ; um valor intermediário para o seu número de redundância local r_i ; e um valor

relativamente baixo para o seu número de confiabilidade normalizado \bar{r}_i , fazendo com que a hierarquia das observações se altere conforme o critério utilizado.

Além disso, considerando que, na prática, duas ou mais observações podem conter erros grosseiros, Knight et al. (2010) apresentam uma extensão dos números de redundância e de confiabilidade para o caso de múltiplos *outliers* (simultâneos) nas observações.

Por exemplo, para uma observação y_i , o seu número de redundância, considerando que uma outra observação (y_j) também pode estar contaminada por erro grosseiro, isto é, generalizando para $q = 2$ *outliers* simultâneos (y_i e y_j), é dado por (KNIGHT et al., 2010):

$$r_i^j = \frac{1}{\sigma_0^2} [c_i^T \Sigma_{\hat{v}} W c_i - c_i^T \Sigma_{\hat{v}} W c_j (c_j^T W \Sigma_{\hat{v}} W c_j)^{-1} c_j^T W \Sigma_{\hat{v}} W c_i] \quad (14)$$

Além dos números de redundância local (ou de confiabilidade), tem-se ainda a confiabilidade interna de cada observação, que quantifica a magnitude do menor erro detectável desta observação (MDB – *Minimal Detectable Bias*), segundo o procedimento de teste utilizado e os níveis de probabilidade assumidos (nível de significância e poder do teste).

A confiabilidade interna de cada observação foi apresentada inicialmente em Baarda (1968) para o caso do procedimento de teste DS, ou seja, considerando apenas uma observação contaminada por erro grosseiro por vez. Desta forma, Knight et al. (2010) também generalizam as medidas de confiabilidade interna para o caso geral de múltiplos *outliers* (simultâneos) no vetor das observações.

Entretanto, embora muito utilizadas, as medidas de confiabilidade interna não fazem parte do escopo desta Tese, pois, na prática, se está mais interessado na influência de possíveis erros grosseiros remanescentes sobre os parâmetros ajustados (no caso de redes geodésicas, nas coordenadas dos vértices), do que na magnitude destes erros grosseiros propriamente dita. Para mais detalhes sobre a confiabilidade interna (menor erro detectável ou erro máximo não detectado) das observações, ver, por exemplo, Baarda (1968), Kavouras (1982), Teunissen (2006), Knight et al. (2010) e Klein (2012).

Além da confiabilidade interna, tem-se ainda a confiabilidade externa das observações, ou seja, a influência de possíveis erros grosseiros (quando não detectados) sobre os resultados do ajustamento (parâmetros ajustados). A medida de confiabilidade externa inicialmente proposta em Baarda (1968) também é relativa ao procedimento de teste DS, ou seja, quantifica, individualmente, a influência do menor erro detectável de cada observação sobre

cada um dos parâmetros ajustados (no caso de redes geodésicas, sobre cada uma das coordenadas ajustadas dos vértices).

Entretanto, Ober (1996) e Angus (2006), utilizando o Teorema de Rayleigh-Ritz, apresentam uma estimativa para a influência máxima de múltiplos *outliers* (simultâneos) no vetor das observações sobre cada um dos parâmetros ajustados (quando não detectados).

Adaptando as condições do teorema de Rayleigh-Ritz para maximizar a influência de possíveis q *outliers* no vetor das observações sobre um parâmetro específico (\hat{x}_k) do vetor dos parâmetros ajustados, a confiabilidade externa (ou influência máxima) sobre este parâmetro é dada por (OBER, 1996; ANGUS, 2006):

$$\nabla \hat{x}_k^q = \sqrt{\lambda_{m\acute{a}x}} \quad (15)$$

sendo que $\lambda_{m\acute{a}x}$ na Expressão (16) corresponde ao autovalor máximo do problema generalizado de autovalores (KNIGHT et al., 2010):

$$(\lambda_0(C_y^T W \Sigma_{\hat{v}} W C_y)^{-1} C_y^T W A (A^T W A)^{-1} C_{\hat{x}_k}^T C_{\hat{x}_k} (A^T W A)^{-1} A^T W C_y) v = \lambda v \quad (16)$$

onde na Expressão 16, $c_{\hat{x}_k}$, semelhante aos vetores c_i , é um vetor unitário dado por $c_{\hat{x}_k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{u} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{ux1}^T$, onde k corresponde a linha do k -ésimo parâmetro cuja confiabilidade externa deseja ser maximizada (\hat{x}_k); λ_0 é o parâmetro de não centralidade do modelo correspondente, obtido em função dos níveis de probabilidade assumidos (α_0 e γ_0 , no caso, $\delta_0 = \sqrt{\lambda_0}$); C_y é uma matriz, de dimensão $n \times q$ (sendo q o número de *outliers* considerados), formada por q vetores unitários c_i , cada um relativo a uma i -ésima observação considerada; e v é o autovetor correspondente do problema (ver, por exemplo, KLEIN et al., 2011a e KLEIN, 2012).

Desta forma, para cada parâmetro \hat{x}_k (com $k = 1, 2, \dots, u$), tem-se $\binom{n}{q}$ confiabilidades externas associadas, uma para cada modelo de erro considerado, definido pela matriz C_y .

É importante notar que, nenhuma das medidas de confiabilidade apresentadas dependem do valor das observações (vetor y), estando estas medidas relacionadas com a geometria/configuração do problema (expressa pelos elementos da matriz A); com a precisão e eventual correlação das observações (expressas pelos elementos da matriz de covariância das observações Σ_y , ou analogamente, pelos elementos da matriz peso W); bem como com o

modelo de erro e o número de *outliers* q considerado (expressos pelos elementos da matriz C_y); além dos níveis de probabilidade assumidos (nível de significância – α_0 , e poder do teste – γ_0), em função dos quais se obtêm o valor do parâmetro de não centralidade do modelo correspondente ($\delta_0 = \sqrt{\lambda_0}$).

Portanto, as medidas de confiabilidade, por serem independentes do valor numérico das observações, podem ser utilizadas como critérios de qualidade na etapa de planejamento da rede geodésica, conforme será discutido em mais detalhes no próximo capítulo.

Uma questão que merece atenção especial é o parâmetro de não centralidade do modelo, seja este o parâmetro de não centralidade relativo a distribuição qui quadrado não central com q graus de liberdade (λ_0), como na Expressão 16 (ver, por exemplo, OBER, 1996; AYDIN & DEMIREL, 2005; TEUNISSEN, 2006; KNIGHT et al., 2010; KLEIN, 2012), seja este o parâmetro de não centralidade relativo a distribuição normal não central (δ_0), como nas Expressões 6, 7, 8, 11 (ver, por exemplo, BAARDA, 1968; KAVOURAS, 1982; FÖRSTNER, 1983; YANG et al., 2013; KLEIN et al., 2014a).

O parâmetro de não centralidade do modelo expressa a diferença entre a média (esperança matemática) da hipótese nula e da hipótese alternativa do teste estatístico em questão, e em um caso geral, é dado pela seguinte expressão (TEUNISSEN, 2006):

$$\lambda = \nabla^T C_y^T \Sigma_y^{-1} \Sigma_{\hat{v}} \Sigma_y^{-1} C_y \nabla \quad (17)$$

onde na Expressão (17), ∇ é um vetor de dimensão $qx1$, cujos elementos correspondem a magnitude do erro grosseiro em cada uma das q observações suspeitas consideradas.

No caso do procedimento DS, onde a hipótese alternativa é a presença de um erro grosseiro (de magnitude ∇_i) somente na i -ésima observação testada (y_i), o parâmetro de não centralidade do modelo torna-se (ver também a Figura 2.1):

$$\delta = \sqrt{\nabla_i c_i^T \Sigma_y^{-1} \Sigma_{\hat{v}} \Sigma_y^{-1} c_i \nabla_i} \quad (18)$$

Analisando as Expressões 17 e 18, nota-se que o parâmetro de não centralidade do modelo depende da geometria/configuração do problema; da precisão e eventual correlação das observações (pois a matriz de covariância dos resíduos $\Sigma_{\hat{v}}$ é obtida em função da matriz A e da matriz peso W , ver, por exemplo, KLEIN, 2012); do número de *outliers* considerados (q)

e do modelo de erro adotado (isto é, da matriz C_y em um caso geral, ou do vetor c_i no caso do DS, onde $q = 1$); e ainda, da magnitude dos erros grosseiros envolvidos (isto é, do vetor ∇ em um caso geral, ou do escalar ∇_i no caso do DS).

Como a magnitude dos erros que contaminam as observações é sempre desconhecida, é por isto que, na prática, fixa-se os níveis de probabilidade (nível de significância – α_0 , e poder do teste – γ_0), e em função destes (e do número de *outliers* q considerado), se obtêm o valor do parâmetro de não centralidade do modelo correspondente (λ_0 ou $\delta_0 = \sqrt{\lambda_0}$).

Em Aydin & Demirel (2005), é apresentada uma metodologia para o cálculo numérico do parâmetro de não centralidade do modelo, em função de q , α_0 , e γ_0 . No Apêndice A desta Tese, são apresentados diversos valores tabelados para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0), em função de diversos valores para α_0 , γ_0 e q , obtidos por meio deste algoritmo. Para mais detalhes sobre o parâmetro de não centralidade do modelo, ver, por exemplo, Baarda (1968), Kavouras (1982), Förstner (1983), Aydin & Demirel (2005), Teunissen (2006), Klein (2012), Yang et al. (2013) e Klein et al. (2014a).

Conforme visto nesta seção, as medidas de confiabilidade são relativas a (possível) existência de erros grosseiros (não detectados). Entretanto, a inevitável existência de erros aleatórios nas observações também contribui com a incerteza posicional dos vértices, por meio da propagação das variâncias e covariâncias das observações sobre os parâmetros ajustados. Estas questões são discutidas na próxima seção deste capítulo.

Para mais detalhes sobre as medidas de confiabilidade das observações, incluindo as que não são abordadas nesta Tese, ver, por exemplo, Baarda (1968, 1977), Kavouras (1982), Förstner (1983), Wang & Chen (1994), Ober (1996), Ding & Coleman (1996a, 1996b), Schaffrin (1997), Prószyński (1997, 2010), Koch (1999), Angus (2006), Teunissen (2006), Knight et al. (2010), Almagbile et al. (2011), Klein et al. (2011a) e Klein (2012).

2.4 Precisão e acurácia posicional dos vértices

Conforme visto na seção anterior, a existência de erros grosseiros não detectados nas observações pode influenciar na posição (coordenadas ajustadas) dos vértices. Entretanto, a própria existência dos inevitáveis erros aleatórios nas observações contribui com a incerteza

posicional dos vértices, devido a propagação das variâncias e covariâncias destas sobre os parâmetros no processo de ajustamento (no caso, sobre as coordenadas dos vértices).

Caso o levantamento de campo seja realizado com todos os cuidados possíveis, não havendo, portanto, erros grosseiros nos dados, e o modelo matemático seja completamente adequado a realidade física do problema, não havendo, portanto, erros sistemáticos não parametrizados nas observações, ainda assim, as observações são contaminadas pelos inevitáveis erros aleatórios (resultados das condições experimentais, da precisão dos equipamentos e das técnicas de medida), e, portanto, estes erros aleatórios, estimados pelos respectivos resíduos das observações, também influenciam nas posições dos vértices.

No contexto do ajustamento pelo MMQ, esta questão é considerada por meio da ponderação das observações em função de suas variâncias e covariâncias, isto é, definindo uma matriz peso (W) como sendo igual ao inverso da matriz de covariância das observações (Σ_y), multiplicada pelo fator de variância *a priori* (σ_0^2), um escalar de caráter arbitrário, ou seja, considerando $W = \sigma_0^2 \Sigma_y^{-1}$.

Desta forma, por meio da matriz de covariância das observações, estipula-se a precisão e eventual correlação entre as observações, ou seja, a magnitude esperada para os respectivos erros aleatórios, e pondera-se as observações em função de suas variâncias e covariâncias, por meio da matriz peso. No caso, quanto maior a variância, menor a precisão, e, portanto, menor o peso (influência) de uma observação no processo de ajustamento pelo MMQ, ou em outras palavras, maior é o valor esperado (ou admitido) para o respectivo resíduo desta medida.

Logo, pela lei de propagação das variâncias e covariâncias, é possível propagar a precisão (incerteza) das observações (isto é, valores medidos em campo) sobre os parâmetros ajustados (isto é, valores estimados pelo MMQ), ou em outras palavras, obter a matriz de covariância dos parâmetros ajustados (no caso de redes geodésicas, das coordenadas dos vértices). Desta forma, no ajustamento pelo MMQ, a matriz de covariância dos parâmetros ajustados é dada pela seguinte expressão (GEMAEL, 1994):

$$\Sigma_{\hat{x}} = \sigma_0^2 (A^T W A)^{-1} \quad (19)$$

Analisando a Expressão 19, nota-se que as variâncias e covariâncias das coordenadas dos vértices (elementos da matriz $\Sigma_{\hat{x}}$) dependem da precisão e eventual correlação das observações (pois $W = \sigma_0^2 \Sigma_y^{-1}$); e também, da geometria/configuração da rede geodésica, por meio de informações contidas nos elementos da matriz A , como por exemplo, número total de

observações, número total de parâmetros, número de observações redundantes (graus de liberdade do ajustamento), quais observações estão relacionadas com quais vértices, quais vértices estão interligados por uma equação de observação (ou mais), e assim por diante.

As variâncias das coordenadas ajustadas dos vértices correspondem aos elementos da diagonal principal da matriz $\Sigma_{\hat{x}}$; enquanto as covariâncias entre estas correspondem aos elementos fora da diagonal principal desta matriz. Além disso, as variâncias e covariâncias das coordenadas ajustadas dos vértices são medidas de precisão e correlação entre estas. No caso, quanto maior a variância de uma coordenada, maior é a incerteza posicional desta, e portanto, menor a sua precisão, e, quanto maior a covariância entre duas coordenadas, maior é a correlação (dependência estatística) entre estas. Para mais detalhes sobre estas questões, ver Gemael (1994), Koch (1999), Dalmolin (2002), Ghilani & Wolf (2006) e Klein (2012).

Desta forma, considerando o caso de uma rede bidimensional (como uma poligonal topográfica ou uma cadeia de triangulação e/ou trilateração geodésica, por exemplo), a matriz de covariância das coordenadas planimétricas (X_i, Y_i) de um ponto qualquer P_i (sendo, portanto, uma sub-matriz de $\Sigma_{\hat{x}}$) é dada por:

$$\Sigma_{P_i} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_i}^2 & \sigma_{X_i Y_i} \\ \sigma_{Y_i X_i} & \sigma_{Y_i}^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

onde na Expressão 20, $\sigma_{X_i}^2$ e $\sigma_{Y_i}^2$ são as variâncias das coordenadas X_i e Y_i , respectivamente; e $\sigma_{X_i Y_i} = \sigma_{Y_i X_i}$ é a covariância entre estas.

Neste caso bidimensional, por meio das variâncias e covariâncias das coordenadas de cada vértice da rede, é possível definir uma elipse de erros para cada um destes (ver, por exemplo, GEMAEL, 1994; GHILANI & WOLF, 2006; FAN, 2010).

A elipse de erros de um vértice P_i consiste em uma região de incerteza posicional para este, obtida em função das variâncias e covariâncias de suas coordenadas (X_i, Y_i) . Uma elipse é composta por um semi-eixo maior, um semi-eixo menor (na direção perpendicular a do semi-eixo maior), e um ângulo de rotação (ou orientação) destes eixos no plano (ver, por exemplo, a Figura 2.2).

Neste trabalho, não será considerada a determinação do semi-eixo menor da elipse de erros, nem do ângulo de orientação da elipse no plano, pois, conforme será visto nesta seção, estas grandezas não são relevantes para o desenvolvimento desta pesquisa.

Sobre o semi-eixo maior da elipse de erros de um ponto P_i , o seu valor (a_i) é obtido por meio da seguinte expressão (GEMAEL, 1994; SIMKOOEI, 2001b):

$$a_i = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sigma_{X_i}^2 + \sigma_{Y_i}^2 + \left(4\sigma_{X_i Y_i}^2 + (\sigma_{X_i}^2 - \sigma_{Y_i}^2)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)} \quad (21)$$

O semi-eixo maior da elipse de erros de um ponto P_i expressa a variância (incerteza) posicional máxima esperada para este ponto no plano (em uma determinada direção), segundo um determinado nível de confiança e o número de graus de liberdade do ajustamento ($r = n - u$), em função dos quais o valor do semi-eixo maior obtido na Expressão 21 deve ser escalonado (ver, por exemplo, GEMAEL, 1994; GHILANI & WOLF, 2006; FAN, 2010).

Portanto, a precisão ou incerteza posicional, isto é, o deslocamento máximo “esperado” ou admitido para este ponto, devido à presença de erros aleatórios nas observações, de acordo ainda com certo nível de confiança (NC), é dado por:

$$\sigma = \pm c \cdot a_i \quad (22)$$

onde na Expressão 22, c é o valor segundo o qual o semi-eixo maior da elipse de erros na Expressão 21 deve ser escalonado, obtido em função do nível de confiança estipulado e do número de graus de liberdade do ajustamento; e σ é o semi-eixo maior da elipse de confiança correspondente, devidamente escalonada. No caso, para a elipse de erros “padrão”, $c = 1$.

Por exemplo, se o nível de confiança adotado for de $NC = 0,95$ (95%), então, para 95% dos casos, a “verdadeira” posição do vértice (isto é, completamente isenta de erros) irá se situar entre a sua posição estimada (coordenadas ajustadas pelo MMQ) mais ou menos o valor do semi-eixo maior da elipse de confiança correspondente, ao longo de uma determinada direção no plano, a chamada direção de “variância máxima”, paralela a este semi-eixo maior.

Da mesma maneira, generalizando estes conceitos para redes tridimensionais (como redes GNSS, levantamentos planialtimétricos e fototriangulações, por exemplo), a matriz de covariância das coordenadas tridimensionais (X_i, Y_i, Z_i) de um ponto qualquer P_i (sendo, portanto, uma sub-matriz de $\Sigma_{\hat{x}}$) é dada por:

$$\Sigma_{P_i} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_i}^2 & \sigma_{X_i Y_i} & \sigma_{X_i Z_i} \\ \sigma_{Y_i X_i} & \sigma_{Y_i}^2 & \sigma_{Y_i Z_i} \\ \sigma_{Z_i X_i} & \sigma_{Z_i Y_i} & \sigma_{Z_i}^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

onde na Expressão 23, $\sigma_{X_i}^2$, $\sigma_{Y_i}^2$ e $\sigma_{Z_i}^2$ são as variâncias das coordenadas X_i , Y_i e Z_i , respectivamente; e $\sigma_{X_i Y_i} = \sigma_{Y_i X_i}$; $\sigma_{X_i Z_i} = \sigma_{Z_i X_i}$ e $\sigma_{Y_i Z_i} = \sigma_{Z_i Y_i}$ são as covariâncias entre estas.

Neste cenário tridimensional, o semi-eixo maior do elipsóide de erros correspondente ao vértice P_i é igual a raiz quadrada do autovalor máximo da matriz de covariância de suas coordenadas ($a_i = \sqrt{\lambda_{máx}}$), ou seja, a raiz quadrada do autovalor máximo da matriz definida pela Expressão 23. Ressalva-se que no caso bidimensional, o semi-eixo maior da elipse de erros correspondente a um vértice P_i também é igual a raiz quadrada do autovalor máximo da matriz de covariância deste vértice, definida pela Expressão 20 (isto é, $a_i = \sqrt{\lambda_{máx}}$).

Logo, de maneira análoga ao caso bidimensional, para se obter o semi-eixo maior de um elipsóide de confiança do vértice P_i , deve-se escalonar o semi-eixo maior do elipsóide de erros por um determinado escalar (c), obtido em função do número de graus de liberdade do ajustamento e do nível de confiança estipulado (ver, por exemplo, GEMAEL, 1994; GHILANI & WOLF, 2006; FAN, 2010).

Para o caso de redes geodésicas unidimensionais (como redes de nivelamento altimétrico e circuitos gravimétricos, por exemplo), cada vértice apresenta um único parâmetro (por exemplo, a cota ou altitude ajustada), e desta forma, para cada vértice, tem-se apenas a variância deste parâmetro correspondente. Nestes casos, para definir um nível de confiança para a precisão de cada vértice, extrai-se a raiz quadrada da variância correspondente, ou seja, determina-se o seu desvio-padrão (σ_{P_i}), e multiplica-se este desvio-padrão por um determinado escalar c , novamente obtido em função do número de graus de liberdade do ajustamento e do nível de confiança estipulado (para mais detalhes, ver, FAN, 2010).

Para redes geodésicas unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais, o escalar c é dado por:

$$c = \sqrt{d F_{d;n-u;\alpha_0}} \quad (24)$$

onde na Expressão 24, d é a dimensão da rede ($d = 1, 2$ ou 3); e $F_{d;n-u;\alpha_0}$ é o valor crítico teórico correspondente na distribuição F , com $d = 1, 2$ ou 3 graus de liberdade no numerador

(respectivamente), o número de graus de liberdade do ajustamento no denominador ($n - u$), e o nível de significância que foi previamente estipulado (α_0). Para mais detalhes sobre a distribuição F e este escalar c , ver, por exemplo, Gemael (1994), Ghilani & Wolf (2006), Fan (2010) e Klein et al. (2013).

Finalmente, além destas questões de precisão e correlação, tem-se ainda o conceito de acurácia (ou exatidão) posicional de cada vértice. Segundo Monico et al. (2009), a acurácia de uma grandeza qualquer é dada por:

$$a = |b| \pm \sigma \quad (25)$$

onde na Expressão 25, a é a medida de acurácia; b é a (possível) tendência existente no valor estimado da grandeza; e σ representa a sua precisão (ou incerteza).

Nota-se que, de acordo com estes autores, o conceito de acurácia envolve tanto a influência de erros não aleatórios (isto é, sistemáticos e/ou grosseiros), quanto a influência dos erros aleatórios. Na ausência de tendência (isto é, presença somente de erros aleatórios nas observações), o conceito de acurácia se confunde com o conceito de precisão, pois $b = 0$ (para maiores detalhes, ver MONICO et al., 2009).

Esta definição para a acurácia de uma grandeza também está de acordo o conceito de “acurácia de uma rede geodésica” proposto em Baarda (1977), onde o referido autor afirma que a acurácia de uma rede geodésica consiste de duas partes: “precisão da rede geodésica”, relacionada a erros aleatórios, e “confiabilidade da rede geodésica”, relacionada à possível influência de erros não aleatórios não detectados.

Neste trabalho, nas medidas de precisão, serão considerados apenas os erros aleatórios das observações, enquanto nas medidas de tendência, serão considerados apenas os erros grosseiros, ou seja, os erros sistemáticos estão fora do escopo desta Tese. Entretanto, é importante ressaltar que os erros sistemáticos também podem ser considerados nas medidas de tendência das observações, conforme o próprio exemplo numérico de Monico et al. (2009) demonstra. Em um caso geral, pode-se considerar a componente de tendência (b) como sendo a norma resultante dos erros não aleatórios (isto é, sistemáticos e/ou grosseiros) das observações sobre cada vértice da rede geodésica.

Analisando a Expressão 25, nota-se que, em um caso geral, considerando possíveis (q) erros grosseiros não detectados nas observações, a medida de tendência (b) em cada vértice P_i pode ser dada pela resultante da confiabilidade externa (influência) máxima das observações

sobre cada coordenada deste vértice. Por exemplo, para uma rede geodésica tridimensional, a medida de tendência de um vértice P_i , neste caso, torna-se:

$$b = \sqrt{\nabla x_i^2 + \nabla y_i^2 + \nabla z_i^2}; \quad b \geq 0 \quad (26)$$

onde na Expressão 26, ∇x_i , ∇y_i e ∇z_i correspondem a confiabilidade externa máxima para as coordenadas X_i , Y_i e Z_i , respectivamente, obtidas por meio das Expressões 15 e 16 (ou seja, considerando “ q ” observações contaminadas por erros grosseiros não detectados).

Sobre a medida de precisão (σ) na Expressão 25, esta pode ser dada pelo respectivo semi-eixo maior da elipse (ou elipsóide) de confiança estipulado, e neste caso, a acurácia posicional de cada vértice se torna igual a resultante das grandezas b e σ (ver a Figura 2.2).

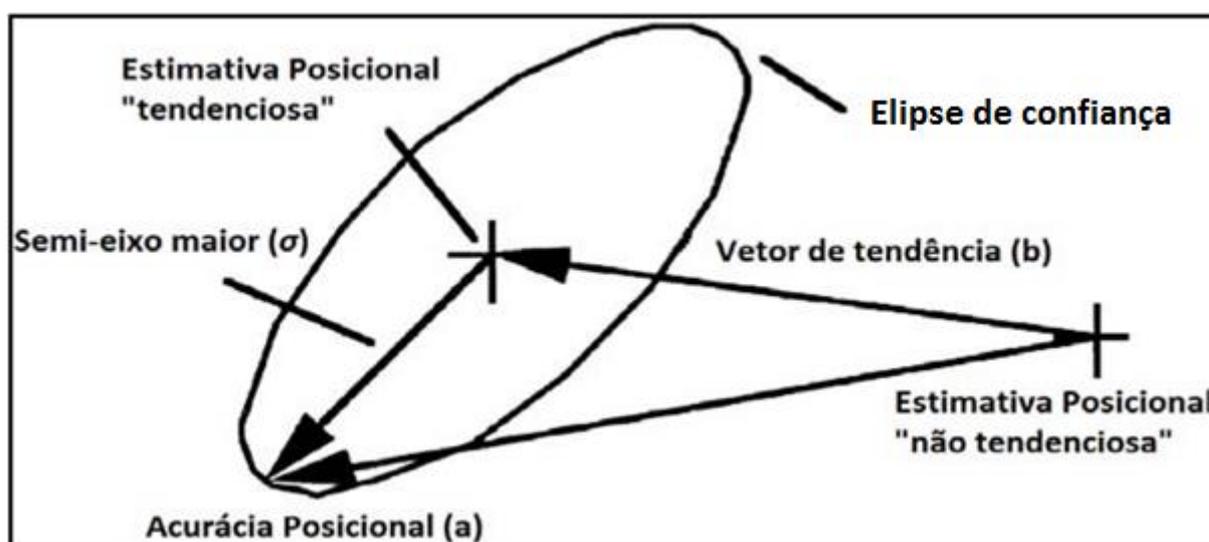


Figura 2.2 – Ilustração gráfica das grandezas envolvidas na medida de acurácia posicional para cada vértice de uma rede geodésica (Fonte: Adaptado de Vaníček et al., 1996).

Analisando a Figura 2.2, nota-se que, a rigor, para a obtenção da acurácia posicional resultante (a), deve ser realizada uma soma vetorial entre o vetor de tendência (b) e o semi-eixo maior da elipse (ou elipsóide) de confiança (σ), devido ao (provável) ângulo existente entre estas duas grandezas. Desta forma, deve-se determinar a direção do vetor de tendência, bem como, a direção do semi-eixo maior da elipse (ou elipsóide) de confiança, isto é, a direção de variância máxima do vértice, em relação a direção do vetor de tendência.

Entretanto, em Klein et al. (2013), considerando apenas o caso de redes bidimensionais, é proposto considerar o caso extremo, isto é, mais conservador, onde estas

duas grandezas são paralelas, e neste caso, a acurácia posicional se torna simplesmente a soma das duas componentes, ou seja: $a = |b| + \sigma$.

Esta estratégia também apresenta a vantagem do resultado final (acurácia posicional dos vértices) ser independente de fatores externos como o *datum* utilizado, e ainda estar relacionada à um nível de confiança previamente estipulado, utilizado para a obtenção de ambas as componentes (para mais detalhes, ver KLEIN et al., 2013).

No caso de redes geodésicas bidimensionais e tridimensionais, o caso mais crítico possível é quando a componente de tendência (b) e o semi-eixo maior da elipse (ou elipsóide) de confiança (σ) são paralelos, e, além disso, na mesma direção de um dos eixos cartesianos considerados. Ou seja, para redes geodésicas bidimensionais e tridimensionais, deve-se considerar o caso mais crítico, onde $a = |b| + \sigma$, para cada coordenada de cada vértice da rede.

Finalmente, para o caso de redes geodésicas unidimensionais, nesta estratégia, simplesmente soma-se a confiabilidade externa máxima de cada vértice, obtida por meio das Expressões 15 e 16, com o seu respectivo desvio-padrão, pré-multiplicado pelo escalar c correspondente, obtido, conforme já exposto, em função do número de graus de liberdade do ajustamento e do nível de confiança estipulado.

Portanto, a Hipótese 2) estabelecida nesta Tese é de fato confirmada, ou seja, é possível integrar os critérios de precisão e tendência dos vértices da rede em um único critério de acurácia posicional, considerando ainda um mesmo nível de significância (NC) para ambas as medidas, seja para redes geodésicas unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais.

Encerrando esta seção, é importante ressaltar ainda que, como as medidas de confiabilidade externa para múltiplos *outliers* (Expressões 15 e 16) apenas indicam a magnitude, em módulo, da influência de possíveis erros grosseiros não detectados nas observações sobre as coordenadas dos vértices, de fato, não é possível determinar a direção do vetor de tendência (b) para estes casos, pois os valores obtidos podem ser positivos ou negativos, devendo-se então, adotar o caso mais crítico como referência, isto é, considerar o valor da componente de tendência apenas em módulo, conforme foi aqui proposto ($|b|$).

Estas são as principais questões teóricas envolvidas no método para o planejamento de redes geodésicas proposto nesta Tese, que é apresentado e discutido no próximo capítulo. Para mais detalhes sobre os temas abordados neste capítulo, consultar as referências indicadas.

3 NOVO MÉTODO PARA O PLANEJAMENTO DE REDES GEODÉSICAS

Neste capítulo, é apresentado e discutido em detalhes o novo método de planejamento de redes geodésicas, desenvolvido e proposto nesta Tese.

Este capítulo é dividido em três sessões: Na primeira, é apresentado e descrito, de forma geral, o método aqui proposto, bem como, a sua sequência de etapas (cálculos); na segunda, são feitos diversos comentários e considerações sobre este, e na terceira, é apresentado um fluxograma reunindo todas as etapas previamente descritas.

Para mais detalhes sobre os aspectos teóricos envolvidos, consultar o capítulo anterior, bem como as referências indicadas.

3.1 Apresentação e descrição geral do método

No método de planejamento de redes geodésicas aqui proposto, inicialmente, deve-se definir os critérios de planejamento adotados de acordo com os objetivos do projeto, como a acurácia final desejada para os vértices ($a = |b| \pm \sigma$), ou seja, o deslocamento posicional máximo admissível para cada coordenada de cada ponto, considerando a influência tanto de erros aleatórios (componente de precisão – σ), quanto de erros não aleatórios (componente de tendência – b) nas observações, segundo ainda um determinado nível de confiança também previamente estipulado (NC). Por exemplo, pode-se estipular que a acurácia posicional das coordenadas dos vértices da rede deve ter uma magnitude máxima de $a = 10 \text{ cm}$, ou seja, espera-se que após o levantamento de campo, o ajustamento das observações e a etapa de identificação de erros, a acurácia posicional das coordenadas dos vértices que compõem a rede não seja pior que 10 cm , segundo ainda um determinado nível de confiança estipulado em $NC = 0,99$ (99%). Para mais detalhes, ver Klein et al. (2013).

Além da acurácia final, deve-se estipular ainda os níveis de confiabilidade e homogeneidade mínimos aceitáveis para as observações da rede geodésica, isto é, todas as observações devem apresentar números de redundância relativamente semelhantes, para que a etapa de detecção e identificação de erros grosseiros não seja comprometida devido ao fato de haver observações com números de redundância relativamente altos e observações com números de redundância relativamente baixos. Por exemplo, sobre o nível de confiabilidade

mínimo, pode-se estipular que todas as observações devem apresentar um número de redundância superior à $r_{\min} = 0,5$ (50%), e sobre o nível de homogeneidade mínimo, pode-se estipular que a diferença entre o número de redundância máximo e mínimo das observações que compõem a rede não exceda $\Delta r = 0,2$ (20%).

Sobre os níveis de confiabilidade e homogeneidade mínimos aceitáveis para as observações, é recomendado utilizar os números de redundância generalizados para $q = 2$ *outliers* simultâneos (r_i^j) ao invés dos números de redundância individuais de cada observação (r_i), devido ao fato que estes consideram a correlação existente entre a estatística de teste da observação considerada com as estatísticas de teste das demais. Além disso, para $q > 2$, isto é, considerar os números de redundância generalizados para $q = 3$ *outliers* (ou mais) como critério para o nível de confiabilidade mínimo das observações, este critério com três (ou mais) *outliers* simultâneos no cálculo dos números de redundância pode ser muito rigoroso, resultando em redes muito dispendiosas.

Deve-se ainda, estipular o número de *outliers* não detectados máximo admissível (q), ou seja, o número máximo de observações com possíveis erros grosseiros não identificados por meio do *Data Snopping* (DS), para que a rede geodésica em questão continue mantendo a acurácia final desejada (a), ou, em outras palavras, o número de *outliers* “ q ” segundo ao qual a rede geodésica deve ser “resistente” (ver, por exemplo, KLEIN et al., 2012). Este número q pode ser definido como sendo, por exemplo, igual a aproximadamente 5% do número total de observações. Neste caso, se a rede geodésica em questão conter cerca de $n = 40$ observações, o número de *outliers* não detectados máximo admissível deve ser $q = 2$, ou então, utilizar algum outro critério de escolha. Para mais detalhes, ver, por exemplo, Teunissen (2006), Knight et al. (2010), Klein (2012), Klein et al. (2012, 2014b).

Finalmente, deve-se definir ainda o poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional (γ_{\min}^n), isto é, considerando todas as (n) hipóteses alternativas envolvidas. Por exemplo, pode-se estipular que o poder do teste mínimo do *Data Snopping*, ou seja, a probabilidade deste identificar corretamente a observação contaminada por erro grosseiro, considerando os testes individuais de todas as n observações, deve ser $\gamma_{\min}^n = 0,80$ (80%). Para mais detalhes, ver Yang et al. (2013) e Klein et al. (2014a).

Após a definição dos critérios de planejamento de acordo com os objetivos do projeto, para a sequência de cálculos do planejamento, deve-se estipular a matriz *design* (A) e a matriz peso (W) *a priori* do ajustamento, conforme descrito na próxima subseção.

3.1.1 Definição das matrizes A e W a priori

Sobre a geometria/configuração da rede geodésica, considerando o número de *outliers* não detectados máximo admissível (q), se estipula uma matriz *design* (A) a priori para a rede. Por exemplo, se $q = 2$, em uma rede de nivelamento geométrico, cada vértice de cota desconhecida deve estar contido em ao menos quatro desníveis; em uma poligonal topográfica, cada vértice desconhecido deve estar contido em ao menos cinco observações (de distâncias, ângulos e/ou azimutes); em uma rede GNSS, cada vértice desconhecido deve estar contido em ao menos quatro linhas-base, e assim por diante.

No caso das redes de nivelamento geométrico, por exemplo, um desnível proporciona solução única para a cota de um vértice; dois desníveis interligando o vértice possibilitam o ajustamento e a detecção de discrepâncias entre estes; três desníveis possibilitam o ajustamento e a identificação de qual o desnível discrepante (*outlier*) em relação aos demais; quatro desníveis possibilitam o ajustamento e a identificação de dois desníveis discrepantes (*outliers*), e assim por diante.

Logo, em um caso geral, cada vértice da rede geodésica deve conter $q + 1$ observações redundantes, ou seja, $q + 1$ observações a mais do que o mínimo necessário para a determinação de uma solução única e exata de sua posição, sendo “ q ” o número de *outliers* não detectados máximo admissível, ou, em outras palavras, o número de *outliers* passíveis de serem identificados pelo procedimento DS.

Considerando ainda a precisão e a correlação inicial esperada para as observações, com base nos tipos de equipamentos e nas técnicas de observação utilizadas, se estipula uma matriz de covariância (Σ_y) a priori, bem como uma matriz peso ($W = \sigma_0^2 \Sigma_y^{-1}$) a priori. Por exemplo, em uma poligonal topográfica, pode-se considerar que cada medida de distância tem um desvio-padrão de $\pm (5 \text{ mm} + 1 \text{ ppm})$, enquanto que cada medida angular tem um desvio-padrão de $\pm 2''$, além das observações serem estatisticamente independentes, isto é, sem correlação ou com covariâncias nulas entre si. Com base nestas considerações, define-se a matriz de covariância a priori das observações (Σ_y), e conseqüentemente, a matriz peso a priori do ajustamento ($W = \sigma_0^2 \Sigma_y^{-1}$). Para mais detalhes, ver, por exemplo, Klein et al. (2012). Definidas as matrizes A e W a priori, pode-se então proceder a sequência de cálculos do planejamento, conforme é descrito na próxima subseção.

3.1.2 Sequência de etapas do planejamento da rede geodésica

Uma vez definidos todos os critérios de planejamento, de acordo com os objetivos do projeto; bem como, uma geometria/configuração inicial para a rede (expressa pelos elementos da matriz *design a priori*); e uma precisão/correlação inicial para as suas observações (expressas pelos elementos da matriz de covariância *a priori*, e, conseqüentemente, pelos elementos da matriz peso *a priori*); o próximo passo é realizar a sequência de etapas (cálculos) do método aqui proposto, que são apresentadas e descritas nesta subseção.

Inicialmente, como primeira etapa de cálculo, por meio das matrizes *a priori* A e W , deve-se obter os números de redundância generalizados de cada observação, no cenário para $q = 2$ outliers simultâneos (r_i^j), por meio da Expressão 14. No caso, para cada observação, tem-se $(n - 1)$ números de redundância generalizados r_i^j (pois neste caso, $q = 2$), e desta forma, deve-se considerar somente o número de redundância generalizado mínimo de cada observação, dentre todos os $n - 1$ valores obtidos.

Caso todas as observações apresentem um número de redundância generalizado mínimo maior do que o valor mínimo admissível ($r_{i \text{ mín}}^j$), e caso a diferença máxima entre os números de redundância generalizados mínimos for inferior ao valor máximo tolerável ($\Delta r_{i \text{ mín}}^j$), a rede geodésica em questão, com a configuração/geometria inicial, expressa pela matriz *design a priori* A , e a precisão/correlação inicial das observações, expressa pela matriz peso *a priori* W , atende aos critérios de confiabilidade e homogeneidade mínimos aceitáveis ($r_{i \text{ mín}}^j$ e $\Delta r_{i \text{ mín}}^j$, respectivamente).

Caso contrário, a rede geodésica em questão deve ser melhorada, por exemplo, com a inclusão de novas observações e/ou novos pontos de controle, e/ou aumentando a precisão das observações, especialmente para as observações que apresentam os números de redundância mínimos ($r_{i \text{ mín}}^j$) mais baixos, por meio de um processo iterativo de tentativa e erro.

Prosseguindo com o planejamento da rede, para cada vértice, o próximo passo é a obtenção da componente de precisão (σ) da medida de acurácia posicional ($a = |b| \pm \sigma$). No caso, conforme descrito no capítulo anterior, para uma rede geodésica unidimensional, a componente de precisão de um vértice é igual ao seu desvio-padrão (σ_{p_i}), ou seja, a raiz quadrada de sua variância, multiplicado por um determinado escalar c (isto é: $\sigma = c \cdot \sigma_{p_i}$); para uma rede geodésica bidimensional, a componente de precisão de um vértice é igual ao

semi-eixo maior da elipse de erros sobre este (a_i), multiplicado por um determinado escalar c (isto é: $\sigma = c \cdot a_i$); e para uma rede geodésica tridimensional, a componente de precisão de um vértice é igual ao semi-eixo maior do elipsóide de erros sobre este (a_i), multiplicado por um determinado escalar c (isto é: $\sigma = c \cdot a_i$). Nestes casos, o escalar c é determinado por meio da Expressão 24, com base no nível de confiança adotado ($NC = 1 - \alpha_0$), ou seja, tanto a componente de tendência (b) quanto a componente de precisão (σ) irão apresentar o mesmo nível de confiança (NC), ou, analogamente, o mesmo nível de significância (α_0). Para mais detalhes sobre este tópico, ver, por exemplo, Gemael (1994), Ghilani & Wolf (2006), Fan (2010) e Klein et al. (2013).

Desta forma, uma vez obtida a componente de precisão da acurácia posicional de cada vértice (σ_i), em um cenário mais conservador, considera-se somente o valor máximo obtido como medida de precisão para todos os vértices da rede geodésica, ou seja: $\sigma = \sigma_{i_{m\acute{a}x}}$.

Prosseguindo com a etapa de planejamento, considerando agora a componente de tendência da acurácia final desejada (b), e definindo esta, no caso mais crítico possível, como sendo: $b = a - \sigma$ (ver a Expressão 25 e a Figura 2.2), com base em b , q , A e W , obtêm-se o valor do parâmetro de não centralidade correspondente do modelo (λ_0), por meio das Expressões 15 e 16, aplicadas a cada um dos u parâmetros incógnitos do ajustamento, ou seja, para cada coordenada de cada vértice da rede geodésica em questão. No caso, a obtenção do parâmetro de não centralidade correspondente do modelo (λ_0) é feita da seguinte maneira: Para cada parâmetro (coordenada ajustada), encontra-se o valor do λ_0 correspondente que satisfaz a condição $\lambda_{m\acute{a}x} = b^2$ nas Expressões 15 e 16.

Como este procedimento é aplicado para cada um u dos parâmetros incógnitos do ajustamento (coordenadas dos vértices), considera-se somente o valor mínimo obtido para λ_0 desta maneira (para $i = 1, 2, 3, \dots, u$), ou seja, a estimativa “mais conservadora” para o parâmetro de não centralidade do modelo, pois, quanto maior λ_0 , maior é o poder do teste. Para mais detalhes sobre a relação entre o parâmetro de não centralidade do modelo e o poder do teste, ver, por exemplo, Baarda (1968), Kavouras (1982), Ober (1996), Aydin & Demirel (2005), Teunissen (2006), Knight et al. (2010) e Klein (2012).

Uma vez obtido o valor mínimo para λ_0 , em função da componente de tendência (b), o próximo passo é a obtenção do poder do teste do *Data Snooping* no cenário unidimensional relativo a este caso (γ_0), isto é, o poder do teste mínimo do DS, considerando apenas o teste de uma i -ésima observação individual, ou seja, desconsiderando a ocorrência do Erro Tipo III. Para isto, é utilizado o algoritmo de cálculo apresentado em Aydin & Demirel (2005) para a

obtenção de λ_0 em função de γ_0 , α_0 e q , utilizando a distribuição qui quadrado não central. No caso, por tentativa e erro, é realizado o procedimento de cálculo inverso, ou seja, encontra-se o poder do teste correspondente γ_0 (fixando $q = 1$ e α_0), que resulta no valor obtido para λ_0 no passo anterior. Para mais detalhes sobre este procedimento de cálculo, ver Aydın & Demirel (2005).

Desta forma, uma vez obtido o poder do teste mínimo do DS, no cenário unidimensional (γ_0), verifica-se se este é maior do que o valor mínimo desejado para o caso n -dimensional (γ_{min}^n), isto é, se $\gamma_0 > \gamma_{min}^n$, pois, o poder do teste mínimo do DS, no cenário n -dimensional, ou seja, considerando todas as n observações envolvidas, é menor do que o poder do teste mínimo do DS no cenário unidimensional, devido a possível ocorrência do Erro Tipo III para cada uma das $(n - 1)$ demais observações testadas.

Em caso afirmativo, ou seja, se $\gamma_0 > \gamma_{min}^n$, inicia-se o próximo passo da etapa de planejamento. Caso contrário, a rede geodésica em questão deve ser melhorada, por exemplo, com a inclusão de novas observações e/ou novos pontos de controle, e/ou aumentando a precisão das observações, especialmente para o(s) vértice(s) que apresentar(am) o valor mínimo de λ_0 , uma vez fixado o valor da componente de tendência em $b = a - \sigma$.

Prosseguindo com o planejamento da rede geodésica, com base nas matrizes A e W *a priori* (atualizadas nos passos anteriores), calcula-se os coeficientes de correlação entre as estatísticas de teste de cada par de observações (ρ_{ij}), por meio da Expressão 5. Finalmente, com base no valor obtido para γ_0 , no nível de significância adotado (α_0) e nos coeficientes de correlação das estatísticas de teste das observações (ρ_{ij}), obtêm-se o poder do teste mínimo do *Data Snooping* no cenário n -dimensional, por meio da Expressão 10.

A única ressalva feita é que neste caso, o parâmetro de não centralidade do modelo, adotado no cálculo das integrais duplas, se torna $\delta_0 = \sqrt{\lambda_0}$, pois, no procedimento DS aqui adotado, se utiliza da distribuição normal padrão ao invés da distribuição qui quadrado com $q = 1$ grau de liberdade. Além disso, conforme descrito no capítulo anterior, com base no valor de γ_0 , para cada par de observações considerado, obtêm-se um novo parâmetro de não centralidade do modelo correspondente (δ_0) no cenário bidimensional, por meio da Expressão 11. Para mais detalhes sobre este procedimento de cálculo numérico do parâmetro de não centralidade no cenário bidimensional, ver Klein et al. (2014a).

Desta forma, calculado o poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional para cada observação ($\hat{\gamma}_{ii}^n$), por meio da Expressão 10, o poder do teste mínimo da rede geodésica é dado pelo menor valor obtido desta forma, ou seja: $\hat{\gamma}_{min}^n$ (para $i = 1, 2, 3, \dots, n$). Por fim,

verifica-se se o poder do teste mínimo obtido para a rede geodésica, no cenário n -dimensional, é maior ou igual ao poder do teste mínimo previamente estipulado neste cenário, ou seja, se $\hat{\gamma}_{\min}^n \geq \gamma_{\min}^n$.

Em caso afirmativo, a etapa de planejamento da rede geodésica está encerrada, isto é, todos os critérios de planejamento previamente estipulados foram devidamente atingidos, e pode-se proceder a etapa de levantamento de campo. Caso contrário, a rede geodésica em questão deve ser melhorada, por exemplo, com a inclusão de novas observações e/ou novos pontos de controle, e/ou aumentando a precisão das observações, especialmente para as observações que apresentaram o menor poder do teste mínimo, por meio de um processo iterativo de tentativa e erro.

Opcionalmente, e de maneira complementar, pode-se calcular ainda o NC mínimo do DS no cenário n -dimensional, por meio da Expressão 9, e verificar se este também atende a um valor mínimo previamente estipulado (NC_{\min}), ou seja, se $(1 - \alpha_0)^n \geq NC_{\min}$.

Após o levantamento de campo, caso as matrizes A e W sejam atualizadas, ou seja, se por algum motivo, a geometria/configuração da rede geodésica e/ou a precisão e correlação das observações forem alteradas durante ou após a etapa de campo, pode-se proceder de duas maneiras: Refazer todos os cálculos da etapa de planejamento para verificar se, ainda assim, a rede geodésica final atende a todos os critérios previamente estipulados; ou então, refazer todos os cálculos da etapa de planejamento, mas, apenas para obter os valores atualizados para r_i^j , Δr_i^j , σ , b , λ_0 , γ_0 e $\hat{\gamma}_{\min}^n$, independente do fato destes ainda atenderem aos critérios previamente estipulados na etapa de planejamento, dependendo dos custos envolvidos e do tempo necessário para a continuação do projeto.

Na próxima seção deste capítulo, são feitos alguns comentários e considerações sobre o método aqui apresentado.

3.2 Comentários e considerações sobre o método proposto

O método para o planejamento de redes geodésicas apresentado e descrito na seção anterior, de acordo com as divisões encontradas na literatura, é classificado como um projeto combinado, isto é, projeto de primeira e segunda ordem, simultaneamente, solucionado por meio de processos iterativos de tentativa e erro.

Sobre os critérios de confiabilidade e homogeneidade das observações, ao invés de se utilizar dos números de redundância, pode-se utilizar outra medida de confiabilidade, como por exemplo, a razão tendência-ruído da confiabilidade externa (ver, por exemplo, BAARDA, 1977; KAVOURAS, 1982; TEUNISSEN, 2006; KLEIN, 2012), que é uma medida de confiabilidade externa que resulta em um escalar único para cada observação, isto é, facilitando análises relativas entre estas, além de ser uma medida *datum* independente.

No caso, não é recomendado utilizar a confiabilidade interna (menor erro detectável ou erro máximo não detectável) como critério de confiabilidade e homogeneidade, especialmente para redes geodésicas com diferentes tipos de dados (como poligonais topográficas, por exemplo), pois a magnitude destas medidas é diretamente proporcional ao desvio-padrão das observações, e, além disso, observações com confiabilidades internas iguais podem apresentar confiabilidades externas discrepantes entre si, devido a geometria/configuração da rede geodésica em questão (ver, por exemplo, KLEIN, 2012).

Uma questão que pode ser útil sobre os níveis de confiabilidade e homogeneidade mínimos aceitáveis para as observações, são os números de redundância “médios” das observações. O número de redundância “médio” das observações é dado por $\bar{r} = \frac{(n-u-q+1)}{n}$, onde $(n - u)$ correspondente ao número de graus de liberdade do ajustamento, e q correspondente ao número de *outliers* (simultâneos) considerados no cálculo dos números de redundância. No caso, se o número de redundância médio das observações estiver abaixo do r_i^j mínimo definido ($r_{i \text{ min}}^j$), por exemplo, nem é preciso realizar os demais cálculos, pois, certamente a rede geodésica tem uma geometria/configuração muito pobre para os objetivos do projeto e deve ser melhorada com a inclusão de novas observações, até a obtenção de um valor mais satisfatório para \bar{r} .

Sobre a questão do número de *outliers* não detectados máximo admissível (q), este deve ser definido com base no número total de observações, bem como, de acordo com a experiência e metodologia adotada no levantamento de campo, as condições experimentais, os tipos de medidas e os riscos assumidos pelo geodesta. No caso, recomenda-se que para redes geodésicas com um número relativamente baixo de observações, pode-se considerar este valor para q como sendo igual a no máximo 5% do número total de observações, isto é, um cenário mais conservador, enquanto que para redes geodésicas com um número relativamente alto de observações, em função da maior redundância e do grande número de cálculo envolvidos, este número pode ser menor e mais concordante com a realidade, como por exemplo, 1% do número total de observações.

Sobre o poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional, evidentemente, quanto maior o poder do teste, maior a probabilidade do DS apresentar um desempenho satisfatório, entretanto, maior deve ser a redundância da rede geodésica, isto é, o número de graus de liberdade do ajustamento ($n - u$), e portanto, maior serão os custos envolvidos.

Desta forma, deve-se procurar um equilíbrio entre a confiabilidade desejada para a rede e os custos envolvidos, ou seja, não arbitrar um poder do teste mínimo muito alto, que pode resultar em uma rede geodésica muito dispendiosa, como também não arbitrar um poder do teste mínimo muito baixo, que pode resultar numa rede geodésica de baixa confiabilidade. No caso, baseado nos estudos encontrados na literatura, recomenda-se não definir um poder do teste mínimo abaixo de 70% e nem superior a 90%, devendo o valor ser escolhido dentro deste intervalo, em função dos custos e da redundância final desejada para a rede. Por exemplo, para uma rede GNSS, o número de observações redundantes pode ser relativamente alto sem acarretar em grandes custos ao projeto, ao contrário do caso de uma rede de nivelamento geométrico, onde o levantamento de campo é mais dispendioso.

Sobre a definição de uma matriz *design* A *a priori*, notoriamente, esta escolha é subjetiva e depende das características da rede geodésica, bem como das condições encontradas em campo, pois não necessariamente, todos os vértices serão intervisíveis entre si, por exemplo. Conforme mencionado, a única estratégia aqui recomendada é que o número mínimo de observações em cada vértice seja determinado com base no número de *outliers* não detectados máximo admissível (q), pois desta forma, a rede geodésica irá apresentar uma redundância (ou confiabilidade) razoável em todos os vértices, sendo, portanto, uma boa aproximação inicial para a matriz *design* (A) *a priori*.

Naturalmente, caso todos os critérios pré-estabelecidos sejam facilmente atendidos com a geometria/configuração inicial, o custo da rede em questão pode ser reduzido, como por exemplo, com a exclusão de algumas observações, verificando, posteriormente, se a rede geodésica continua satisfazendo a todos os critérios com esta nova geometria/configuração.

A redução dos custos pode ser obtida por meio da exclusão de observações, ou ainda por meio da redução da precisão das observações. Geralmente, esta questão está diretamente relacionada com o tempo total necessário para a realização do levantamento de campo. No caso de redes de nivelamento geométrico e poligonais topográficas, por exemplo, geralmente a redução do tempo de levantamento de campo se dá por meio da exclusão de observações, enquanto em redes GNSS, por exemplo, geralmente a redução do tempo de levantamento de campo se dá por meio da redução da precisão das observações.

Sobre a definição de uma matriz peso (W) *a priori*, esta tarefa é relativamente mais simples no caso de poligonais topográficas e redes de nivelamento geométrico, por exemplo, onde assume-se correlações nulas para as observações e as precisões destas são obtidas em função do tipo de equipamentos utilizados e também por meio do manual do fabricante. No caso de redes GNSS, esta questão é mais complexa pois envolve uma série de fatores como tempo de rastreamento, tamanho das linhas-base, condições ambientais, geometria dos satélites visíveis, superfícies refletoras e obstáculos nas proximidades e etc. Além disso, as observações apresentam covariâncias não nulas (ver, por exemplo, KLEIN et al., 2013).

Entretanto, ressalva-se que a desconsideração das covariâncias na matriz peso *a priori* não é uma suposição tão crítica, pois, os resultados obtidos posteriormente ao levantamento de campo (isto é, considerando as covariâncias das observações), em termos de confiabilidade, serão melhores do que os resultados obtidos inicialmente, desconsiderando as covariâncias das observações, ou seja, em relação as medidas de confiabilidade, a suposição de covariâncias nulas é uma aproximação inicial mais conservadora (e menos realista). De qualquer modo, caso seja desejado um planejamento mais rigoroso e concordante com a realidade, as variâncias e covariâncias das observações de uma rede GNSS podem ser estimadas em sua etapa de planejamento (ver, por exemplo, GATTI, 2004).

Sobre a questão de como melhorar a rede geodésica, por meio do método da tentativa e erro, esta escolha também é subjetiva e depende das características da rede geodésica em questão. Considerando os custos envolvidos, em alguns casos, o mais adequado será a adição de novas observações e/ou novos pontos de controle, enquanto em outros casos, o mais adequado será aumentar a precisão das observações.

De qualquer forma, é importante fazer uma ressalva sobre os coeficientes de correlação das estatísticas de teste das observações, pois, conforme visto no capítulo anterior, estes estão diretamente relacionados com o poder do teste do DS no cenário n -dimensional. Caso alguns pares de observações apresentem valores muito altos para os respectivos coeficientes de correlação (ρ_{ij}), uma solução a ser adotada é a redução desses coeficientes, por meio de alterações na geometria/configuração da rede geodésica. Logo, uma estratégia que pode ser utilizada, caso seja necessário melhorar a rede geodésica por tentativa e erro, é buscar garantir que nenhum par de observações apresente um coeficiente de correlação entre as estatísticas de teste do DS muito elevado, como por exemplo, acima de 50% ou 70% (dependendo do número total de observações da rede, pois, quanto maior a redundância da rede, menor serão os valores destes coeficientes).

Além disso, a adição de novas observações também pode ser por meio de “observações repetidas”, ou seja, incluir dois valores observados para uma mesma grandeza da rede geodésica em questão. Esta estratégia é interessante em termos de tempo e custos no levantamento de campo (seja em redes de nivelamento geométrico, poligonais topográficas ou redes GNSS, por exemplo), e também pode ser uma solução remedial para as observações que apresentarem a maior deficiência da rede.

Por exemplo, se todas observações apresentam um r_i^j mínimo maior do que 50%, a exceção de poucas observações, ao invés de adicionar novas (e diferentes) observações a rede geodésica, pode-se apenas repetir as observações em questão. Outra ressalva, é que se todas as observações tiverem a sua precisão melhorada por um mesmo escalar, os números de redundância irão permanecer exatamente iguais (ver, por exemplo, KLEIN, 2012). Logo, se for necessário melhorar o número de redundância mínimo, o mais recomendado é adicionar novas observações, ou então, melhorar a precisão somente das observações que apresentarem um valor muito baixo para o respectivo r_i^j mínimo.

Além disso, pela experiência (ver KLEIN, 2012), sabe-se que as medidas de confiabilidade, especialmente para o caso de múltiplos *outliers* simultâneos (isto é, $q > 1$), são mais sensíveis a alterações na geometria/configuração da rede geodésica, isto é, na matriz A , do que a alterações na precisão e correlação das observações, isto é, na matriz peso W .

Sobre os aspectos numéricos envolvidos na obtenção do parâmetro não centralidade do modelo (λ_0), como a relação entre λ_0 e o autovalor máximo desejado ($\lambda_{m\acute{a}x}$) é linear na Expressão 16, o mesmo pode ser obtido por meio de uma simples regra de três. No caso, estipula-se o autovalor máximo desejado (isto é: $\lambda_{m\acute{a}x} = b^2$), arbitra-se um valor qualquer para λ_0 , como por exemplo, $\lambda_0 = 15$, e por meio da Expressão 16, calcula-se o autovalor máximo correspondente para este λ_0 arbitrado, e então, por meio de uma simples regra de três, obtêm-se o parâmetro não centralidade do modelo desejado para $\lambda_{m\acute{a}x}$. Ressalva-se que este procedimento, além de apresentar uma solução exata para λ_0 , reduz significativamente o número de cálculos necessários, caso fosse utilizado um processo iterativo de cálculo numérico para a obtenção deste.

Entretanto, é importante fazer algumas ressalvas sobre este procedimento para a obtenção de λ_0 . Primeiramente, como λ_0 é linearmente dependente de $\lambda_{m\acute{a}x}$ na Expressão 16, e no método aqui proposto, para cada coordenada de cada vértice da rede, $\lambda_{m\acute{a}x} = b^2$, a relação de proporção entre λ_0 e a componente de tendência b é quadrática. Por exemplo,

duplicando o valor da componente de tendência considerada (b), quadruplica-se o valor do λ_0 correspondente, pois $\lambda_{m\acute{a}x} = b^2$, e assim por diante.

Analisando a Expressão 16, nota-se ainda que, embora a relação entre λ_0 e $\lambda_{m\acute{a}x} = b^2$ seja linear, os resultados obtidos também dependem das matrizes A e W . Desta forma, o valor adotado para a componente de tendência b deve estar de acordo com a geometria/configuração da rede geodésica, expressa pelos elementos da matriz A , bem como, com a precisão/correlação assumida para as observações, expressa pelos elementos da matriz W . Caso contrário, o valor obtido para λ_0 , em função de $b = a - \sigma$, pode ser muito baixo, conduzindo, posteriormente, a um poder do teste muito baixo (e enganoso), ou então, o valor obtido para λ_0 , em função de $b = a - \sigma$, pode ser muito alto, conduzindo, posteriormente, a um poder do teste muito alto (e enganoso). Por exemplo, para uma rede geodésica, uma componente de tendência de $b = 5 \text{ cm}$ pode ser um valor muito alto, mas, para outra rede geodésica, pode ser um valor muito baixo, pois isto depende da geometria/configuração da rede geodésica, bem como, da precisão/correlação assumida para as observações.

Analisando também a Figura 2.1, nota-se que, quanto maior o parâmetro de não centralidade do modelo, isto é, a separação entre a hipótese nula e a hipótese alternativa, maior é o poder do teste correspondente. Logo, se o valor obtido para λ_0 , em função de $b = a - \sigma$, for muito elevado (ou muito baixo), o poder do teste correspondente (γ_0), obtido na próxima etapa do planejamento, também será muito elevado (ou muito baixo).

Desta forma, esta questão pode ser compreendida da seguinte maneira: Se o valor para a componente de tendência for muito elevado para uma dada rede geodésica (como por exemplo, $b = 1 \text{ m}$), isto significa que a probabilidade do Erro Tipo II, isto é, não identificar as observações contaminadas por erros grosseiros como *outliers*, é muito pequena, e, portanto, o poder do teste correspondente é muito elevado. De modo análogo, se o valor para a componente de tendência for muito baixo para uma dada rede geodésica (como por exemplo, $b = 1 \text{ mm}$), isto significa que a probabilidade do Erro Tipo II, isto é, não identificar as observações contaminadas por erros grosseiros como *outliers*, é muito elevada, e, portanto, o poder do teste correspondente é muito baixo.

Em suma, não existe apenas uma relação matemática entre λ_0 e $\lambda_{m\acute{a}x} = b^2$, mas também, uma relação entre o valor obtido para λ_0 e o poder do teste correspondente (γ_0), que no método aqui proposto, é determinado posteriormente, em função do λ_0 obtido. Desta forma, caso seja obtido um valor muito baixo para λ_0 , em função de $b = a - \sigma$, e, conseqüentemente, para o poder do teste correspondente (γ_0), significa que a rede geodésica

em questão, na sua atual geometria/configuração e precisão/correlação das observações, não atende, simultaneamente, aos critérios estipulados de acurácia posicional e poder do teste mínimo, devendo, portanto, ser melhorada pelo método da tentativa e erro.

Entretanto, caso seja obtido um valor muito alto para λ_0 , em função de $b = a - \sigma$, e, conseqüentemente, para o poder do teste correspondente (γ_0), significa que os critérios estipulados de acurácia posicional e poder do teste mínimo são facilmente atendidos, simultaneamente, pela rede geodésica em questão. Desta forma, é possível, até mesmo, aumentar a acurácia posicional desejada para os vértices, ou seja, definir um valor menor para a , calcular $b = a - \sigma$, e obter os novos valores correspondentes para λ_0 e γ_0 em função de b , valores estes mais próximos do poder do teste desejado para a rede geodésica em questão.

Ainda sobre a estratégia aqui proposta para a obtenção do parâmetro não centralidade do modelo, é importante ressaltar que esta apresenta vantagens em relação à abordagem convencional, pois, no método aqui proposto, o valor de λ_0 é obtido em função da acurácia final desejada (pois: $b = a - \sigma$), enquanto na abordagem convencional, estipula-se o nível de significância (α_0) e o poder do teste (γ_0), e então se obtém o valor do λ_0 correspondente, ou seja, sem uma relação direta com a acurácia final desejada.

Além disso, o valor de γ_0 é obtido em função de λ_0 , cujo valor é obtido em função da acurácia final desejada, ou seja, em função de $b = a - \sigma$, e, portanto, o poder do teste (γ_0) também é obtido em função da acurácia final desejada, enquanto na abordagem convencional, simplesmente estipula-se um valor para o poder do teste do DS, ou seja, novamente, este valor arbitrado para γ_0 na abordagem convencional não apresenta uma relação direta com a acurácia final desejada, ao contrário do método aqui proposto.

De qualquer maneira, caso o geodesta não tenha confiança se o valor obtido para b , por meio da relação aqui proposta ($b = a - \sigma$), é um valor razoável para a rede geodésica em questão, recomenda-se utilizar uma abordagem alternativa: Fixar um poder do teste de referência, como por exemplo, se for desejado um poder do teste mínimo no cenário n -dimensional de $\gamma_{min}^n = 0,80$, pode-se fixar o poder do teste de referência, para a obtenção de λ_0 , em $\gamma_0 = 0,90$, e então, com base em $q = 1$, γ_0 e α_0 , obter o valor correspondente para λ_0 , por meio do algoritmo de cálculo proposto em Aydın & Demirel (2005).

Desta forma, uma vez definido um valor de referência para λ_0 , obtém-se a confiabilidade externa máxima de cada coordenada de cada vértice, por meio das Expressões 15 e 16, e então, para cada vértice, considera-se apenas a resultante da componente de tendência de suas coordenadas (b), obtida por meio da Expressão 26 para redes geodésicas

tridimensionais, por exemplo. Em outras palavras, caso o geodesta não estiver muito seguro a respeito do valor obtido para a componente de tendência, por meio da expressão: $b = a - \sigma$, este pode ser mais conservador, ou seja, fixar um poder do teste de referência, maior que o valor mínimo desejado no cenário n -dimensional (isto é, $\gamma_0 > \gamma_{min}^n$), e com base neste, encontrar o valor do λ_0 correspondente.

Nesta forma alternativa de aplicação do método aqui proposto, com base nas Expressões 15 e 16, se obtém a componente de tendência para cada coordenada de cada vértice (∇x_i , ∇y_i , e/ou ∇z_i , dependendo da dimensão da rede). Finalmente, por meio da Expressão 26, considera-se apenas a componente de tendência resultante para cada vértice (b), e verifica se: $a \leq |b| + \sigma$ para todos vértices da rede.

Uma das vantagens desta abordagem alternativa, é que os critérios estipulados para a acurácia posicional dos vértices se tornam independentes de fatores externos como o *datum* utilizado, ou seja, os resultados obtidos são reflexos somente da própria geometria/configuração da rede geodésica, bem como da precisão e tipo de suas observações. No caso, esta independência do *datum*, isto é, das injunções do ajustamento, é devido ao fato de se utilizar a magnitude do vetor de tendência (b), bem como, desconsiderar a orientação da elipse (ou elipsóide) de erros, contemplando somente o caso mais crítico possível, isto é, quando ambas as grandezas são paralelas, conforme descrito no capítulo anterior. Para mais detalhes, ver, por exemplo, Baarda (1973, 1977) e Klein et al. (2013).

Além disso, também pode-se considerar os critérios de tendência e precisão da acurácia posicional separadamente, isto é, estipular um valor máximo para a componente de tendência (b), e um valor máximo para a componente de precisão (σ), ao invés de considerar a acurácia posicional resultante, ou seja, a soma das duas componentes ($a = |b| + \sigma$).

Alternativamente, pode-se ainda estipular o poder do teste do DS no cenário unidimensional (γ_0), e então, com base neste e no valor do parâmetro de não centralidade do modelo correspondente (λ_0), obtido em função da componente de tendência para cada vértice (b), encontrar o nível de confiança (NC) do DS. Entretanto, nesta abordagem alternativa, o cálculo da medida de precisão (σ) deve ser realizado após a obtenção de λ_0 e do NC , pois, conforme visto anteriormente, esta medida também depende do nível de confiança adotado.

Em outras palavras, não é possível obter, simultaneamente, o NC e o poder do teste (γ_0), sendo que uma destas grandezas deve ser arbitrada/estipulada para a obtenção da outra.

De qualquer forma, uma das vantagens do método aqui proposto é que tanto a componente de tendência (b) quanto a componente de precisão (σ) da acurácia posicional dos

vértices ($a = |b| \pm \sigma$) são obtidas com base no mesmo nível de confiança, facilitando a interpretação e a apresentação (divulgação) dos resultados finais.

Sobre o nível de confiança obtido para as medidas de precisão e tendência ($NC = 1 - \alpha_0$), é importante ressaltar que, nesta abordagem alternativa, o NC não é arbitrado, mas, definido com base no poder do teste unidimensional (γ_0) e na componente de tendência obtida para cada vértice da rede geodésica (b), em função da qual se obtém o valor do parâmetro de não centralidade do modelo correspondente (λ_0). Evidentemente, caso desejado, posteriormente o NC pode ser ampliado (ou reduzido), escalonando a componente de precisão pela respectiva constante c obtida por meio da Expressão 24, ou obtendo o novo parâmetro de não centralidade do modelo correspondente (λ_0) para o cálculo das medidas de confiabilidade (ver as Expressões 15, 16 e 26), para expressar os resultados finais em um valor mais usual, como por exemplo, $NC = 0,99$ (99%).

Encerrando esta questão de obtenção do parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0), uma última estratégia alternativa também pode ser considerada: ao invés de se considerar um valor único para σ e b para todos os vértices da rede, pode-se fazer $b_i = a - \sigma_i$ para cada vértice da rede, ou seja, para a obtenção da componente de tendência de cada vértice da rede (b_i), pode-se considerar o semi-eixo maior da elipse (ou elipsóide) de confiança de cada vértice separadamente (σ_i), mantendo constante o valor da acurácia final desejada, isto é: $b_i + \sigma_i = a = \text{constante}$. No caso, uma vez definida a componente de tendência de cada vértice (b_i), em função da relação $b_i = a - \sigma_i$, obtêm-se o parâmetro de não centralidade correspondente do modelo para cada vértice da rede (λ_0), de maneira análoga a estratégia original, ou seja, obtêm-se o valor para λ_0 que satisfaz a condição $\lambda_{m\acute{a}x} = b_i^2$ na Expressão 16 para cada coordenada de cada vértice, e então, considera-se somente o valor mínimo obtido para λ_0 desta maneira.

A vantagem desta abordagem alternativa é que os resultados obtidos serão mais “realistas” e menos “conservadores”, enquanto a desvantagem é que cada vértice terá valores próprios para σ_i e b_i , ao contrário da estratégia original, onde os valores de σ e b são únicos e constantes para toda a rede, facilitando os procedimentos de cálculo.

Naturalmente, o valor obtido para σ , em função do qual se obtém o valor para b ($b = a - \sigma$), deve ser menor do que o valor pré-estipulado para a (ou seja: $\sigma < a$), caso contrário, é necessário melhorar a rede geodésica em questão, pois só a incerteza posicional dos vértices já é maior do que o valor máximo desejado para a acurácia final.

Sobre a aplicação do DS, posteriormente ao planejamento, levantamento de campo e ajustamento da rede geodésica, é importante ressaltar que, caso uma ou mais observações sejam excluídas, o ideal é que estas observações que foram identificadas como *outliers*, e, portanto, excluídas do modelo, sejam novamente medidas em campo, e que o ajustamento pelo MMQ e a aplicação do DS sejam realizados novamente. Caso contrário, a rede geodésica final (isto é, com observações excluídas), não irá apresentar a mesma acurácia que a rede geodésica inicial, obtida na etapa de planejamento. Desta forma, caso não seja desejado realizar novamente o levantamento de campo, deve-se planejar a rede geodésica com uma determinada margem de segurança, para que a (possível) exclusão de *outliers* não comprometa a qualidade da rede geodésica final.

Além disso, embora os erros sistemáticos não façam parte do escopo desta Tese, estes também podem ser considerados na medida de tendência da acurácia posicional dos vértices (*b*), pois, as medidas de confiabilidade externa consideradas não são relativas apenas a *outliers*, podendo também considerar a existência de erros sistemáticos nas observações, por meio da definição adequada do modelo de erro correspondente, expresso pela matriz C_y (ver, por exemplo, TEUNISSEN, 2006; KNIGHT et al., 2010 e KLEIN, 2012).

É importante ressaltar que o método aqui proposto para o planejamento de redes geodésicas é inédito em alguns aspectos, como, por exemplo:

- A consideração da existência (simultânea) de múltiplos *outliers* no vetor das observações;
- A consideração da acurácia final dos vértices como uma soma das componentes de tendência e precisão (com o mesmo nível de confiança);
- A estimação do poder do teste do DS, no cenário unidimensional, em função da acurácia final desejada, ao invés de simplesmente arbitrar um valor de referência para este;
- A consideração do poder do teste do *Data Snooping* em um cenário *n*-dimensional, isto é, considerando todas as hipóteses alternativas de todas as observações testadas individualmente, ou, em outras palavras, a inclusão da ocorrência do Erro Tipo III para todos os pares de observações possíveis.

Como algumas desvantagens do método aqui proposto, do ponto de vista teórico, pode-se citar que o mesmo é fundamentado em critérios escalares, e não em uma matriz critério. Desta forma, a acurácia posicional de todos os vértices pode estar dentro de um determinado valor pré-estabelecido, mas a rede geodésica pode não ser ideal em termos de isotropia e homogeneidade (ver, por exemplo, GRAFAREND, 1972 e BAARDA, 1973).

Além disso, como esta proposta é inédita em alguns aspectos, muitas questões necessitam de mais investigações, como por exemplo, como reduzir os coeficientes de correlação das estatísticas de teste das observações, como definir o número de *outliers* não detectados máximo admissível (q), qual valor adotar para o nível de significância (α_0), ou ainda, para o poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional, dentre outras.

Encerrando este capítulo, também é importante ressaltar que outros critérios podem ser considerados ao invés dos critérios aqui propostos, como por exemplo, para as medidas de precisão, pode-se considerar a curva pedal (ou podária) ao invés da elipse (ou elipsóide) de erros (ver, por exemplo, GEMAEL, 1994), ou, para as medidas de tendência, pode-se considerar os deslocamentos dos vértices obtidos via análise de robustez ao invés das medidas de confiabilidade externa (ver, por exemplo, BERBER, 2006 e KLEIN et al., 2013).

No próximo capítulo, o método aqui apresentado e descrito é aplicado e discutido em detalhes na prática, por meio de um exemplo numérico de planejamento de uma rede GNSS.

3.3 Fluxograma do método proposto

Finalizando esta capítulo, nesta seção é apresentado um fluxograma reunindo todas as etapas do método aqui proposto.

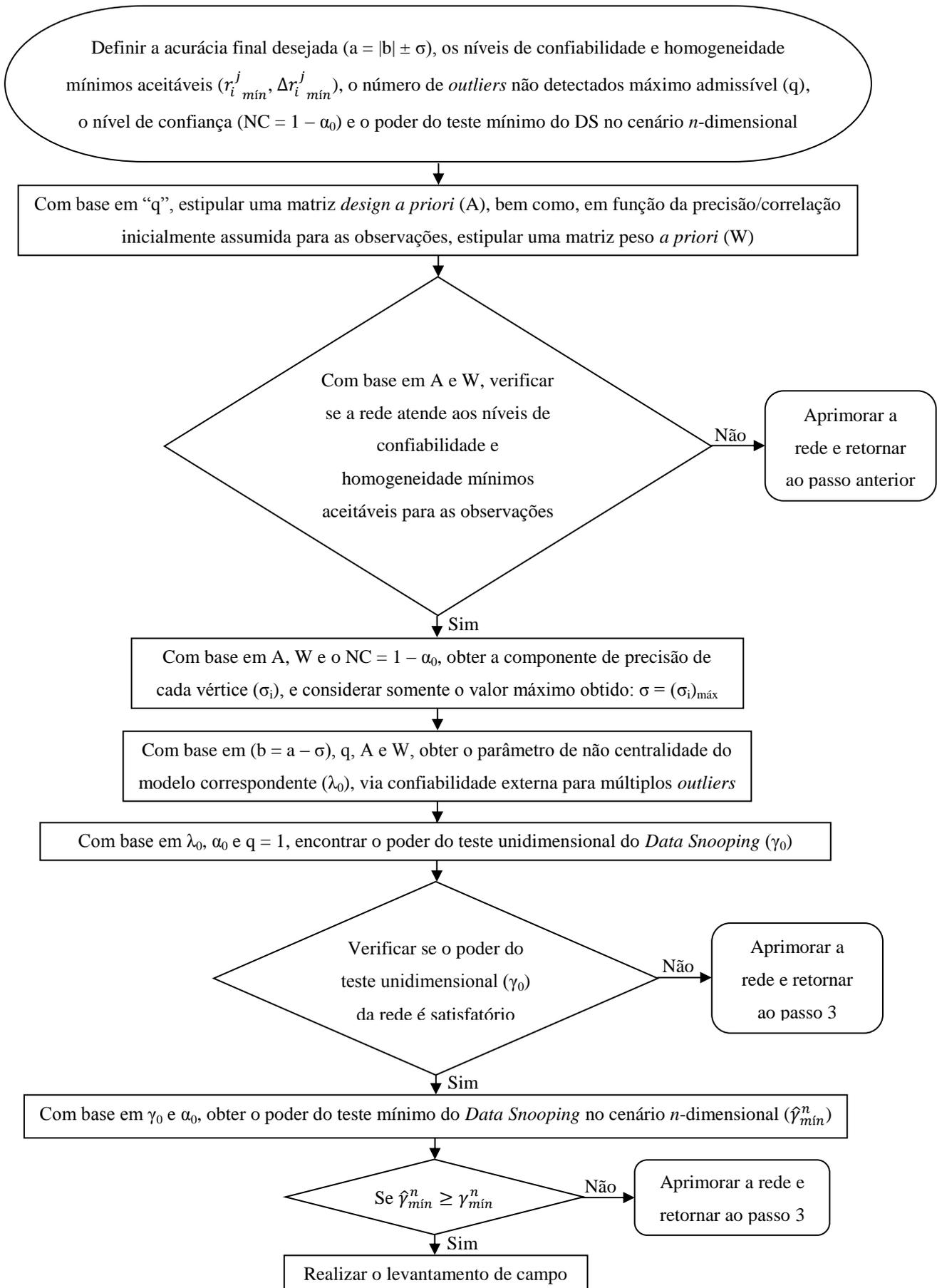


Figura 3.1 – Fluxograma do método proposto para o planejamento de redes geodésicas.

4 EXEMPLO PRÁTICO DE PLANEJAMENTO DE UMA REDE GEODÉSICA DE ACORDO COM O MÉTODO PROPOSTO

Exposta a fundamentação teórica necessária e o método aqui proposto nos capítulos anteriores, este e o próximo capítulo tratam dos experimentos realizados nesta Tese.

Conforme já mencionado, o objetivo deste trabalho é propor um novo método para o planejamento de redes geodésicas, considerando a acurácia final desejada para os vértices; o número de *outliers* não detectados máximo admissível; os níveis de confiabilidade e homogeneidade mínimos aceitáveis para as observações; e o poder do teste mínimo aceitável para o procedimento de teste *Data Snooping*.

As particularidades do método aqui proposto, conforme já descrito, são que a acurácia final desejada para os vértices considera tanto os efeitos de precisão (isto é, influência de erros aleatórios), quanto os (possíveis) efeitos de tendência (isto é, influência de erros não aleatórios) nos resultados finais, em um caso geral de (q) *outliers* simultâneos (não detectados) nas observações; além do poder do teste mínimo considerado para o DS ser relativo a um caso geral n -dimensional, isto é, considerando as hipótese alternativas de todas as (n) observações envolvidas, testadas individualmente pelo DS.

Portanto, para verificar a aplicabilidade do método aqui proposto, bem como as suas potencialidades e limitações, neste capítulo, é apresentado e descrito em detalhes um exemplo de planejamento de uma rede GNSS. Todos os cálculos desenvolvidos neste e no próximo capítulo foram realizados nos *softwares Matlab R2012b e Scilab v. 5.4.1*.

4.1 Apresentação do problema e definição dos critérios e objetivos do projeto

Neste exemplo de planejamento, inicialmente, considerou-se um problema simulado de densificação da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo, ver, por exemplo, IBGE, 2014). No caso, foi considerado que a estação MGIN (Inconfidentes/MG) seria o vértice já devidamente materializado e homologado da rede, e que a RBMC seria densificada regionalmente por meio da inclusão de cinco novas estações: SPCA (Campinas/SP), POLI (São Paulo/SP), UBA1 (Ubatuba/SP), CHPI (Cachoeira Paulista/SP) e SJSP (São José dos Campos/SP), conforme ilustra a Figura 4.1.

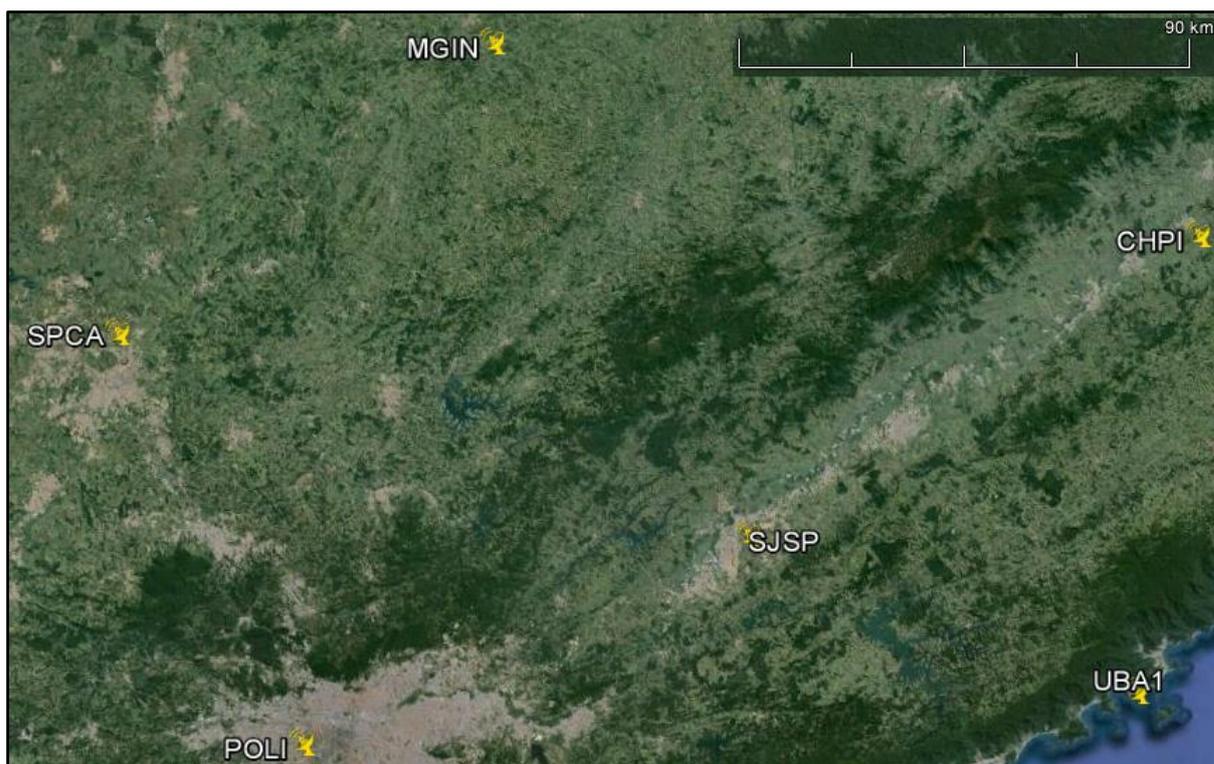


Figura 4.1 – Distribuição geográfica das estações da RBMC utilizadas nos experimentos.
 Fonte: Adaptado do *software Google Earth*.

Analisando a Figura 4.1, nota-se que neste projeto simulado, o problema consiste em densificar regionalmente uma rede já existente (RBMC), por meio da inclusão de cinco novos vértices localizados ao sul de um vértice da rede já existente (MGIN), cujas localizações já foram previamente definidas, neste caso, por meio de convênios do IBGE com instituições públicas que oferecem a estrutura necessária para manter estações da RBMC.

É importante ressaltar que foram escolhidas estações pertencentes à RBMC para este exemplo de pré-análise de redes geodésicas, pelo fato dos dados da RBMC estarem disponíveis gratuitamente (e diariamente) no site do IBGE. Entretanto, este exemplo também pode ser visto como um projeto de densificação regional de uma rede de referência já existente qualquer, como uma rede estadual de monitoramento contínuo, por exemplo.

Desta forma, estabelecidos os vértices que irão compor este projeto simulado de densificação regional de uma rede de referência GNSS, o próximo passo é realizar o planejamento da rede geodésica de acordo com os objetivos do projeto.

No caso, foi estabelecida uma acurácia posicional ($a = |b| \pm \sigma$) para cada vértice da rede de no máximo 10 cm, relativa a um nível de confiança de 99% ($NC = 0,99$). Ou seja, espera-se que as coordenadas ajustadas dos vértices (resultados finais do projeto), apresentem uma acurácia posicional máxima de $a = 10$ cm, com 99% de confiança, considerando tanto a

influência de erros aleatórios nas observações (componente de precisão – σ), quanto a influência de (possíveis) erros não aleatórios (componente de tendência – b). Neste projeto, foi desconsiderada a existência de possíveis erros sistemáticos nas observações, ou seja, a componente de tendência (b) é dada somente pela existência de possíveis erros grosseiros (não detectáveis) nas observações.

Em uma primeira análise, o valor de $a = 10 \text{ cm}$ pode parecer elevado para uma rede de referência regional, mas deve-se salientar que este valor é referente a um nível de confiança de 99%, considerando ainda tanto os efeitos de tendência (b) quanto de precisão (σ), no caso mais extremo possível para estes, e ainda na combinação mais crítica entre ambos, isto é, quando $a = |b| + \sigma$ para cada coordenada de cada vértice da rede.

Além disso, como a técnica de observação é o posicionamento relativo GNSS, com algumas horas de rastreamento entre cada par de vértices considerados, e as distâncias entre os vértices se situam entre 80 km e 215 km , espera-se uma precisão centimétrica para as observações das linhas-base envolvidas (ver, por exemplo, MONICO, 2008 e IBGE, 2008).

Continuando com a etapa de planejamento, sobre os nível de confiabilidade mínimo das observações, considerando que o projeto destina-se a densificação de uma rede de referência já existente, foi pré-estipulado que as observações devem apresentar um número de redundância mínimo para $q = 2 \text{ outliers}$ de $r_{i \text{ min}}^j = 0,50$ (50%), e sobre o nível de homogeneidade mínimo das observações, foi pré-estipulado que a diferença entre estes não exceda $\Delta r_{i \text{ min}}^j = 0,20$ (20%). Em outras palavras, caso duas ou mais observações estejam contaminadas por erros grosseiros, de maneira simultânea, espera-se que uma parcela de no mínimo 50% do erro grosseiro seja refletida no respectivo resíduo de cada observação, pois o DS faz uso do vetor dos resíduos (\hat{v}) para identificar *outliers* no vetor das observações (y); e ainda, que as observações apresentem um certo grau de homogeneidade, isto é, que a diferença entre os números de redundância mínimos destas, para $q = 2 \text{ outliers}$ simultâneos, não exceda 20%.

É importante ressaltar que a escolha pelos números de redundância para $q = 2 \text{ outliers}$ (Expressão 14) é devido ao fato que os números de confiabilidade para múltiplos *outliers* (\bar{r}_i^j) podem apresentar valores maiores do que um, dificultando análises relativas e comparativas em diferentes cenários; enquanto os números de confiabilidade normalizados encontrados na literatura ($\bar{\bar{r}}_i$) ainda não foram generalizados para o caso geral de múltiplos *outliers* simultâneos no vetor das observações (ver SCHAFFRIN, 1997 e KNIGHT et al., 2010).

Sobre a definição de valores para os níveis de confiabilidade e homogeneidade mínimos aceitáveis para as observações, o que deve-se considerar é que, quanto maior o número de redundância mínimo ($r_{i\text{mín}}^j$), maior deve ser a redundância da rede (número de observações envolvidas), e, portanto, maior serão os custos envolvidos na etapa de campo. Desta forma, estes valores devem ser definidos de acordo com os objetivos e os custos do projeto, isto é, de acordo com a finalidade ou destinação da rede geodésica. Por exemplo, se o projeto em questão tiver um objetivo/finalidade mais elementar do que estabelecer uma rede de referência regional, pode-se optar por um valor mínimo menor para os números de redundância das observações, como $r_{i\text{mín}}^j = 0,30$ (30%), pois, este seria o caso mais crítico possível, em um cenário envolvendo dois *outliers* (simultâneos).

Continuando com a etapa de planejamento, sobre o número de *outliers* que a rede deve ser “resistente” (q), como se trata de uma rede GNSS não muito extensa, pois são apenas seis vértices, ou seja, a rede irá conter apenas algumas dezenas de observações, se estipulou que o número de *outliers* não detectados máximo admissível (ou número máximo de *outliers* passíveis de serem identificados pelo DS) é $q = 2$, ou seja, no mínimo 4% do número total de observações, caso a rede conter 13 linhas-base ou menos, uma suposição relativamente conservadora/pessimista.

Finalmente, estipulou-se ainda que o poder do teste mínimo do DS, no cenário n -dimensional, deve ser de $\gamma_{\text{mín}}^n = 0,70$ (70%). Ou seja, ao aplicar o procedimento DS, espera-se que este teste identifique corretamente uma observação contaminada por erro grosseiro em pelo menos 70% dos casos, considerando a correlação múltipla existente entre os resíduos ajustados de todas as n observações da rede, testadas individualmente pelo DS.

Este valor para o poder do teste mínimo do DS pode parecer relativamente baixo, mas, deve-se salientar que este é o valor mínimo em um cenário n -dimensional, isto é, considerando a ocorrência do Erro Tipo III para todos os pares de observações envolvidos, considerando ainda que a rede irá conter dezenas de observações. Na prática, sabe-se que o poder do teste “real” da rede é maior do que este valor mínimo estimado, conforme comprovam os resultados obtidos em Yang et al. (2013) e Klein et al. (2014a).

Desta forma, a Tabela 4.1 apresenta todos os critérios a serem adotados na etapa de planejamento de uma rede geodésica, de acordo com o método aqui proposto, bem como os valores definidos para este exemplo simulado de densificação regional de uma rede GNSS de referência já existente.

Tabela 4.1 – Critérios de planejamento de redes geodésicas e os valores adotados neste projeto.

Critério de planejamento da rede geodésica	Valor estipulado no projeto
Acurácia posicional dos vértices ($a = b \pm \sigma$)	$a = 10 \text{ cm}$ (0,10 m)
Nível de confiança da acurácia posicional dos vértices (NC)	$NC = 0,99$ (99%)
Número de <i>outliers</i> não detectados máximo admissível (q)	$q = 2$
Número de redundância mínimo para $q = 2$ <i>outliers</i> ($r_{i \text{ min}}^j$)	$r_{i \text{ min}}^j = 0,50$ (50%)
Diferença máxima entre os $r_{i \text{ min}}^j$ ($\Delta r_{i \text{ min}}^j$)	$\Delta r_{i \text{ min}}^j = 0,20$ (20%)
Poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional (γ_{min}^n)	$\gamma_{\text{min}}^n = 0,70$ (70%)

4.2 Definição da geometria/configuração inicial da rede geodésica e da precisão/correlação inicial das observações

Estipulados os critérios de qualidade de acordo com os objetivos do projeto, no caso, densificação regional de uma rede de referência já existente, o próximo passo é definir uma geometria/configuração inicial para a rede geodésica, ou seja, uma matriz *design A a priori*, bem como, a precisão/correlação inicial assumida para as observações, ou seja, uma matriz peso *W a priori*.

No caso da geometria/configuração inicial da rede geodésica, esta é inicialmente definida/estipulada com base no fato de que a rede GNSS deve ser resistente a $q = 2$ *outliers*, ou seja, o DS deve ser capaz de identificar ao menos dois *outliers* nas observações, e a influência de possíveis $q = 2$ *outliers* não detectados sobre as coordenadas dos vértices, de maneira simultânea, deve ser inferior ao valor da componente de tendência admissível (b).

Desta forma, cada vértice desconhecido da rede GNSS (SPCA, POLI, UBA1, CHPI e SJSP), deve estar contido em ao menos quatro linhas-base, pois uma linha-base proporciona solução única e exata para a posição 3D do vértice; duas linhas-base possibilitam um ajustamento e detecção de discrepâncias entre estas; três linhas-base possibilitam um ajustamento e a identificação do *outlier* em relação as demais observações; e quatro linhas-base possibilitam um ajustamento e a identificação de dois *outliers* em relação as demais observações relacionadas com este vértice.

Considerando estas questões, a Figura 4.2 apresenta a geometria/configuração inicial estipulada para a rede GNSS. Analisando a Figura 4.2, nota-se que todos os vértices da rede GNSS estão contidos em ao menos quatro linhas-base. No caso, os únicos vértices contidos em cinco linhas-base são a estação MGIN, que é o ponto de controle da rede, e o vértice central SJSP. Logo, com esta geometria/configuração inicial da rede geodésica, o número de

observações é $n = 13 \times 3 = 39$ (componentes $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ das treze linhas-base), o número de incógnitas é $u = 5 \times 3 = 15$ (coordenadas 3D X, Y, Z dos vértices desconhecidos SPCA, POLI, UBA1, CHPI e SJSP), e o número de injunções é $1 \times 3 = 3$ (coordenadas 3D conhecidas e oficiais do ponto de controle MGIN).

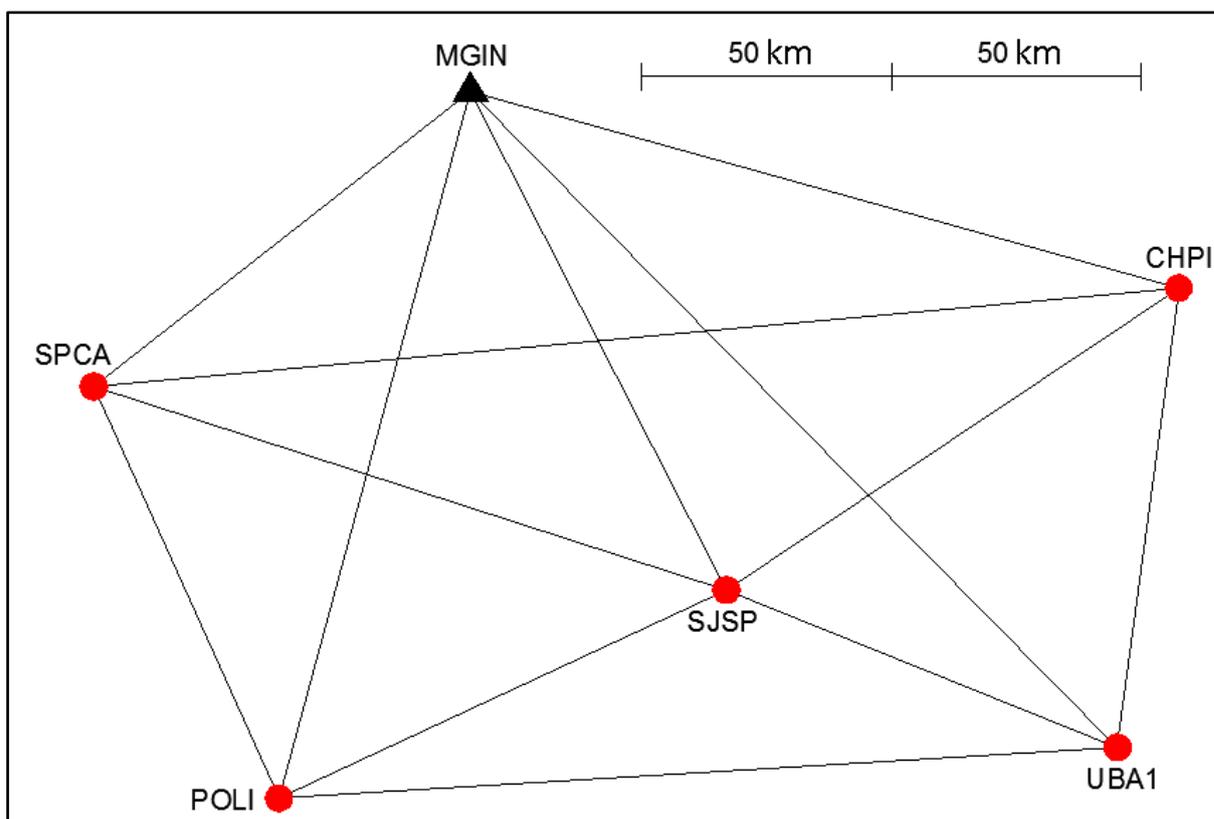


Figura 4.2 – Geometria/configuração inicial estipulada para a rede GNSS.

Sobre a precisão/correlação inicial assumida para as observações, a estratégia de ponderação foi baseada nas seguintes considerações: de acordo com Monico (2008), o posicionamento relativo pode fornecer uma precisão entre 0,1 e 1 *ppm* (partes por milhão), ou até melhor do que isso, devendo, para o caso de linhas-base longas, isto é, maiores do que 20 *km*, ser imprescindível o uso de receptores GNSS de dupla frequência. Neste caso, todas as linhas-base são longas (entre 80 e 215 *km*), e como as estações são pertencentes à RBMC, todas possuem receptores de dupla frequência rastreando dados GNSS de maneira contínua.

Além disso, de acordo com IBGE (2008), para linhas-base maiores do que 100 *km*, o tempo de rastreamento mínimo em cada linha-base (par de vértices ocupado simultaneamente) deve ser de 4 *h*. Desta forma, para cada linha-base, considerou-se uma precisão (ou desvio-padrão) esperada(o) de $\sigma_{linha-base} = 0,5 \text{ ppm}$ (valor intermediário entre 0,1 e 1 *ppm*), planejando tempos de rastreamento de 6 *h*, isto é, duas horas a mais do que o mínimo recomendado pelo

referido manual do IBGE. Ressalva-se que esta estratégia de ponderação já foi adotada com sucesso nos estudos de Klein et al. (2012).

De qualquer modo, salienta-se que, com base no método da tentativa e erro, poderia ser utilizada outra estratégia de ponderação inicial para a precisão das observações, como por exemplo, com base no manual do fabricante dos receptores GNSS utilizados.

Sobre as correlações, e, conseqüentemente, as covariâncias das observações, estas foram inicialmente assumidas como sendo nulas, pelo fato de serem muito difíceis de se estimar *a priori*, conforme já mencionado no capítulo anterior (ver, por exemplo, GATTI, 2004; MONICO, 2008).

Logo, com base na geometria/configuração inicial da rede GNSS, estipulou-se uma matriz *design A a priori*, e, com base na precisão inicial assumida para as observações, desconsiderando as suas correlações, estipulou-se uma matriz de covariância *a priori* das observações (Σ_y), e, conseqüentemente, uma matriz peso *a priori* para o ajustamento ($W = \sigma_0^2 \Sigma_y^{-1}$, arbitrando o fator de variância *a priori* em $\sigma_0^2 = 1$).

Desta forma, a Tabela 4.2 apresenta os desvios-padrões esperados para cada observação de cada linha-base (componentes $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$), considerando que a precisão resultante de cada linha-base é decomposta igualmente em cada uma das suas componentes ou observações (y_i), ou seja: $\sigma_{y_i} = \sigma_{linha-base} / \sqrt{3}$.

Tabela 4.2 – Precisão esperada para cada observação de cada linha-base com a estratégia de ponderação adotada.

Linha-base	Extensão	Precisão esperada em cada componente ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$)
MGIN – SPCA	93,535 km	0,027 m
SPCA – POLI	88,680 km	0,026 m
POLI – UBA1	164,677 km	0,048 m
UBA1 – CHPI	91,082 km	0,026 m
CHPI – MGIN	144,089 km	0,042 m
MGIN – POLI	143,093 km	0,041 m
MGIN – SJSP	109,446 km	0,032 m
MGIN – UBA1	180,312 km	0,052 m
SJSP – SPCA	130,511 km	0,038 m
SJSP – POLI	96,831 km	0,028 m
SJSP – UBA1	82,606 km	0,024 m
SJSP – CHPI	106,774 km	0,031 m
SPCA – CHPI	213,869 km	0,062 m

Analisando a Tabela 4.2, nota-se que, de fato, a precisão esperada para as observações é da ordem centimétrica, variando, de acordo com o tamanho da linha-base considerada, entre 2,4 cm e 6,2 cm, pois $\sigma_{linha-base} = 0,5 ppm$ e $\sigma_{y_i} = \sigma_{linha-base} / \sqrt{3}$. Para mais detalhes

sobre as matrizes e vetores envolvidos no ajustamento de redes GNSS, ver, por exemplo, Ghilani & Wolf (2006), Monico (2008) e Klein (2012).

4.3 Verificação dos níveis de confiabilidade e homogeneidade mínimos aceitáveis para as observações

Seguindo o método aqui proposto, com base nas matrizes A e W obtidas na seção anterior, por meio da Expressão 14, se calculou os $(n - 1 = 38)$ números de redundância generalizados para $q = 2$ outliers de cada observação, e a Tabela 4.3 apresenta apenas os valores mínimos obtidos para cada uma das $n = 39$ observações, bem como, o par de observação que resultou no $r_{i\ min}^j$ correspondente em cada caso (ver também a Figura 4.3).

É importante mencionar que neste cenário, o número de redundância médio das observações, para cada par de observações suspeitas consideradas, é dado por $\bar{r} = \frac{n-u-q+1}{n} = \frac{39-15-2+1}{39} = 0,5897$, ou seja, um valor pouco acima do valor mínimo desejado para cada observação (no caso, $r_{i\ min}^j = 0,50$).

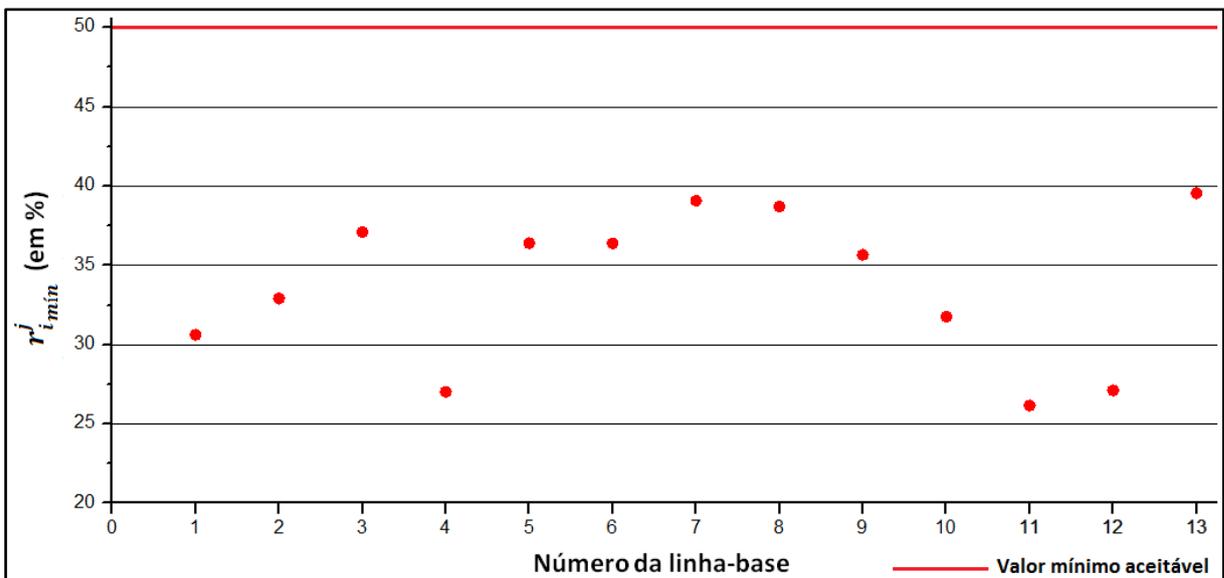


Figura 4.3 – Números de redundância mínimos (com $q = 2$) para as observações de cada linha-base.

Tabela 4.3 – Números de redundância mínimos (para $q = 2$ outliers) de cada observação.

Linha-base	Número	Observação	$r_{i \min}^j$	Par de observação correspondente
MGIN – SPCA	1	ΔX	0,3062	$\Delta X_{SPCA-POLI}$
		ΔY	0,3062	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$
		ΔZ	0,3062	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$
SPCA – POLI	2	ΔX	0,3291	$\Delta X_{MGIN-SPCA}$
		ΔY	0,3291	$\Delta Y_{MGIN-SPCA}$
		ΔZ	0,3291	$\Delta Z_{MGIN-SPCA}$
POLI – UBA1	3	ΔX	0,3709	$\Delta X_{SPCA-CHPI}$
		ΔY	0,3709	$\Delta Y_{SPCA-CHPI}$
		ΔZ	0,3709	$\Delta Z_{SPCA-CHPI}$
UBA1 – CHPI	4	ΔX	0,2702	$\Delta X_{SPCA-CHPI}$
		ΔY	0,2702	$\Delta Y_{SPCA-CHPI}$
		ΔZ	0,2702	$\Delta Z_{SPCA-CHPI}$
CHPI – MGIN	5	ΔX	0,3640	$\Delta X_{UBA1-CHPI}$
		ΔY	0,3640	$\Delta Y_{UBA1-CHPI}$
		ΔZ	0,3640	$\Delta Z_{UBA1-CHPI}$
MGIN – POLI	6	ΔX	0,3639	$\Delta X_{SPCA-POLI}$
		ΔY	0,3639	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$
		ΔZ	0,3639	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$
MGIN – SJSP	7	ΔX	0,3908	$\Delta X_{MGIN-SPCA}$
		ΔY	0,3908	$\Delta Y_{MGIN-SPCA}$
		ΔZ	0,3908	$\Delta Z_{MGIN-SPCA}$
MGIN – UBA1	8	ΔX	0,3872	$\Delta X_{SPCA-CHPI}$
		ΔY	0,3872	$\Delta Y_{SPCA-CHPI}$
		ΔZ	0,3872	$\Delta Z_{SPCA-CHPI}$
SJSP – SPCA	9	ΔX	0,3567	$\Delta X_{SPCA-POLI}$
		ΔY	0,3567	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$
		ΔZ	0,3567	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$
SJSP – POLI	10	ΔX	0,3177	$\Delta X_{SPCA-POLI}$
		ΔY	0,3177	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$
		ΔZ	0,3177	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$
SJSP – UBA1	11	ΔX	0,2615	$\Delta X_{UBA1-CHPI}$
		ΔY	0,2615	$\Delta Y_{UBA1-CHPI}$
		ΔZ	0,2615	$\Delta Z_{UBA1-CHPI}$
SJSP – CHPI	12	ΔX	0,2711	$\Delta X_{UBA1-CHPI}$
		ΔY	0,2711	$\Delta Y_{UBA1-CHPI}$
		ΔZ	0,2711	$\Delta Z_{UBA1-CHPI}$
SPCA – CHPI	13	ΔX	0,3956	$\Delta X_{UBA1-CHPI}$
		ΔY	0,3956	$\Delta Y_{UBA1-CHPI}$
		ΔZ	0,3956	$\Delta Z_{UBA1-CHPI}$

Analisando a Tabela 4.3 e a Figura 4.3, nota-se que todas as observações apresentam um $r_{i \min}^j$ menor do que 0,50 (50%). Porém, em uma análise mais detalhada, nota-se que as únicas observações que apresentam um $r_{i \min}^j$ menor do que 0,30 (30%) são as observações relativas as linhas-base UBA1 – CHPI (número 4), SJSP – UBA1 (número 11) e SJSP – CHPI (número 12), e, além disso, as observações da linha-base UBA1 – CHPI são os pares correspondentes para os $r_{i \min}^j$ das observações de quatro linhas-base, incluindo os dois casos mais críticos de SJSP – UBA1 e SJSP – CHPI.

Portanto, embora a diferença entre os $r_{i\ min}^j$ mínimo e máximo da rede não seja superior a 20%, pois $\Delta r_{i\ min}^j = 0,3956 - 0,2615 = 0,1341$ (13,41%), como os $r_{i\ min}^j$ em todos os casos são inferiores a 0,50 (50%), a rede não atende ao critério de confiabilidade mínimo aceitável para as observações, e, desta forma, a rede GNSS deve ser melhorada por meio do método da tentativa e erro, como por exemplo, com a inclusão de novas observações e/ou novos pontos de controle, e/ou melhorando a precisão das observações.

Neste caso, devido a impossibilidade de estimar, com alta confiança, uma precisão *a priori* para as observações da rede GNSS, em função dos diversos tipos de erros envolvidos, além da correlação existente entre as componentes de uma mesma linha-base, optou-se pela primeira opção, ou seja, aumentar o número de linhas-base (observações) da rede, aumentando assim a redundância (graus de liberdade) do ajustamento, bem como, alterando a geometria/configuração da mesma.

Para aumentar o número de linhas-base, duas opções podem ser consideradas: ocupar novas linhas-base, ou, “repetir” linhas-base que já foram consideradas. Como as distâncias entre os vértices desta rede são relativamente longas (maiores que 80 km), considerando também os custos e o tempo de execução do projeto, optou-se por considerar duas ocupações independentes em algumas das linhas-base da rede, considerando que a confiabilidade das observações de linhas-base que são ocupadas duas ou mais vezes melhora consideravelmente (ver, por exemplo, KLEIN, 2012 e KLEIN et al., 2012).

Desta forma, seguindo o método da tentativa e erro, como as observações da linha-base UBA1 – CHPI aparecem em todos os casos em que $\Delta r_{i\ min}^j < 0,30$, foi decidido repetir a ocupação UBA1 – CHPI, isto é, adicionar uma nova linha-base a rede: CHPI – UBA1. Para esta linha-base “repetida” incluída na rede GNSS (CHPI – UBA1), a estratégia de ponderação da precisão das observações foi a mesma adotada para as demais, ou seja: $\sigma_{linha-base} = 0,5\ ppm$, novamente considerando um tempo de rastreamento de 6 h e desconsiderando a correlação existente entre as observações desta linha-base.

Portanto, definidas as quatorze linhas-base e a precisão esperada para as observações destas, se estipula uma nova matriz *design A a priori* e uma nova matriz peso *W a priori*. Desta forma, por meio da Expressão 14, calculou-se novamente os $(n - 1 = 41)$ números de redundância generalizados para $q = 2$ outliers de cada observação, e a Tabela 4.4 apresenta os novos valores mínimos obtidos para cada uma das $n = 42$ observações, bem como, o par de observação que resultou no $r_{i\ min}^j$ correspondente em cada caso (ver também a Figura 4.4).

Analisando a Tabela 4.4 e a Figura 4.4, nota-se que, com esta nova geometria/configuração da rede GNSS, nenhuma observação apresenta um $r_{i\text{mín}}^j$ menor do que 0,30 (30%); e além disso, a diferença entre os $r_{i\text{mín}}^j$ mínimo e máximo da rede continua inferior a 20%, pois, neste novo cenário, $\Delta r_{i\text{mín}}^j = 0,4262 - 0,3072 = 0,1190$ (11,90%).

Entretanto, ainda assim, a rede geodésica não atende ao critério de confiabilidade mínimo aceitável, pois todas as observações continuam apresentando um $r_{i\text{mín}}^j$ menor do que 0,50 (50%). Além disso, a inclusão da linha-base CHPI – UBA1 melhorou, de modo significativo, apenas os números de redundância das observações da linha-base UBA1 – CHPI. Finalmente, também é possível notar que, conforme esperado, os resultados obtidos para as observações das linhas-base CHPI – UBA1 e UBA1 – CHPI são numericamente iguais. Desta forma, como os números de redundância de todas as linhas-base devem ser aumentados, e em sua maioria, são inferiores a 0,4 (40%), optou-se por uma solução mais conservadora, e não necessariamente ótima: Repetir todas as linhas-base, ou, em termos práticos, duplicar a etapa de levantamento de campo, aumentando consideravelmente o número de graus de liberdade da rede, bem como, os custos envolvidos no projeto. Neste novo cenário, o número de redundância médio das observações, para cada par de observações suspeitas consideradas, é dado por $\bar{r} = \frac{n-u-q+1}{n} = \frac{78-15-2+1}{78} = 0,7949$, ou seja, um valor significativamente acima do valor mínimo desejado (no caso, $r_{i\text{mín}}^j = 0,50$).

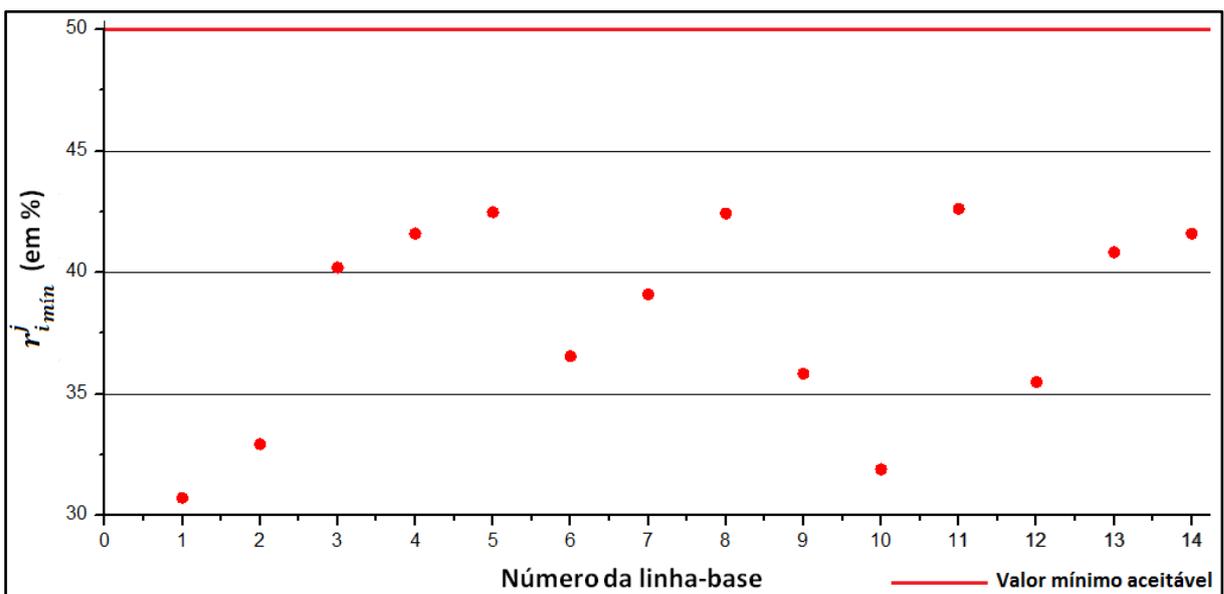


Figura 4.4 – Números de redundância mínimos (com $q = 2$) para as observações de cada linha-base (aprimorando a rede).

Tabela 4.4 – Números de redundância mínimos (para $q = 2$ outliers) de cada observação (aprimorando a rede).

Linha-base	Número	Observação	$r_{i_{min}}^j$	Par de observação correspondente
MGIN – SPCA	1	ΔX	0,3072	$\Delta X_{SPCA-POLI}$
		ΔY	0,3072	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$
		ΔZ	0,3072	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$
SPCA – POLI	2	ΔX	0,3293	$\Delta X_{MGIN-SPCA}$
		ΔY	0,3293	$\Delta Y_{MGIN-SPCA}$
		ΔZ	0,3293	$\Delta Z_{MGIN-SPCA}$
POLI – UBA1	3	ΔX	0,4020	$\Delta X_{SPCA-POLI}$
		ΔY	0,4020	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$
		ΔZ	0,4020	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$
UBA1 – CHPI	4	ΔX	0,4160	$\Delta X_{CHPI-UBA1}$
		ΔY	0,4160	$\Delta Y_{CHPI-UBA1}$
		ΔZ	0,4160	$\Delta Z_{CHPI-UBA1}$
CHPI – MGIN	5	ΔX	0,4248	$\Delta X_{SPCA-POLI}$
		ΔY	0,4248	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$
		ΔZ	0,4248	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$
MGIN – POLI	6	ΔX	0,3655	$\Delta X_{SPCA-POLI}$
		ΔY	0,3655	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$
		ΔZ	0,3655	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$
MGIN – SJSP	7	ΔX	0,3910	$\Delta X_{MGIN-SPCA}$
		ΔY	0,3910	$\Delta Y_{MGIN-SPCA}$
		ΔZ	0,3910	$\Delta Z_{MGIN-SPCA}$
MGIN – UBA1	8	ΔX	0,4243	$\Delta X_{SPCA-POLI}$
		ΔY	0,4243	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$
		ΔZ	0,4243	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$
SJSP – SPCA	9	ΔX	0,3583	$\Delta X_{SPCA-POLI}$
		ΔY	0,3583	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$
		ΔZ	0,3583	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$
SJSP – POLI	10	ΔX	0,3190	$\Delta X_{SPCA-POLI}$
		ΔY	0,3190	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$
		ΔZ	0,3190	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$
SJSP – UBA1	11	ΔX	0,4262	$\Delta X_{SPCA-POLI}$
		ΔY	0,4262	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$
		ΔZ	0,4262	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$
SJSP – CHPI	12	ΔX	0,3549	$\Delta X_{SJSP-UBA1}$
		ΔY	0,3549	$\Delta Y_{SJSP-UBA1}$
		ΔZ	0,3549	$\Delta Z_{SJSP-UBA1}$
SPCA – CHPI	13	ΔX	0,4083	$\Delta X_{SPCA-POLI}$
		ΔY	0,4083	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$
		ΔZ	0,4083	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$
CHPI – UBA1	14	ΔX	0,4160	$\Delta X_{UBA1-CHPI}$
		ΔY	0,4160	$\Delta Y_{UBA1-CHPI}$
		ΔZ	0,4160	$\Delta Z_{UBA1-CHPI}$

Logo, por meio da Expressão 14, se calculou novamente os ($n - 1 = 77$) números de redundância generalizados para $q = 2$ outliers de cada observação, e desta forma, a Tabela 4.5 apresenta apenas os novos valores mínimos para cada uma das $n = 39$ observações “originais”, pois, naturalmente, os valores obtidos para as observações das linhas-base “repetidas” são numericamente iguais aos resultados das linhas-base “originais” (ver também a Figura 4.5).

Analisando a Tabela 4.5 e a Figura 4.5, nota-se que, com esta nova geometria/configuração da rede GNSS, nenhuma observação apresenta um $r_{i\text{mín}}^j$ menor do que 0,50 (50%); e além disso, a diferença entre os $r_{i\text{mín}}^j$ mínimo e máximo da rede continua inferior a 20%, pois, neste novo cenário, $\Delta r_{i\text{mín}}^j = 0,7077 - 0,5875 = 0,1201$ (12,01%).

Analisando ainda a Tabela 4.5, nota-se que, não necessariamente, o par de observações correspondente ao $\Delta r_{i\text{mín}}^j$ em cada caso é a respectiva observação “repetida” da linha-base.

Desta forma, a rede GNSS, com esta nova geometria/configuração, isto é, duplicando a ocupação de todas as linhas-base “originais”, atende aos critérios de confiabilidade e homogeneidade mínimos aceitáveis para as observações ($r_{i\text{mín}}^j$ e $\Delta r_{i\text{mín}}^j$), e, portanto, a primeira etapa do planejamento da rede geodésica está concluída.

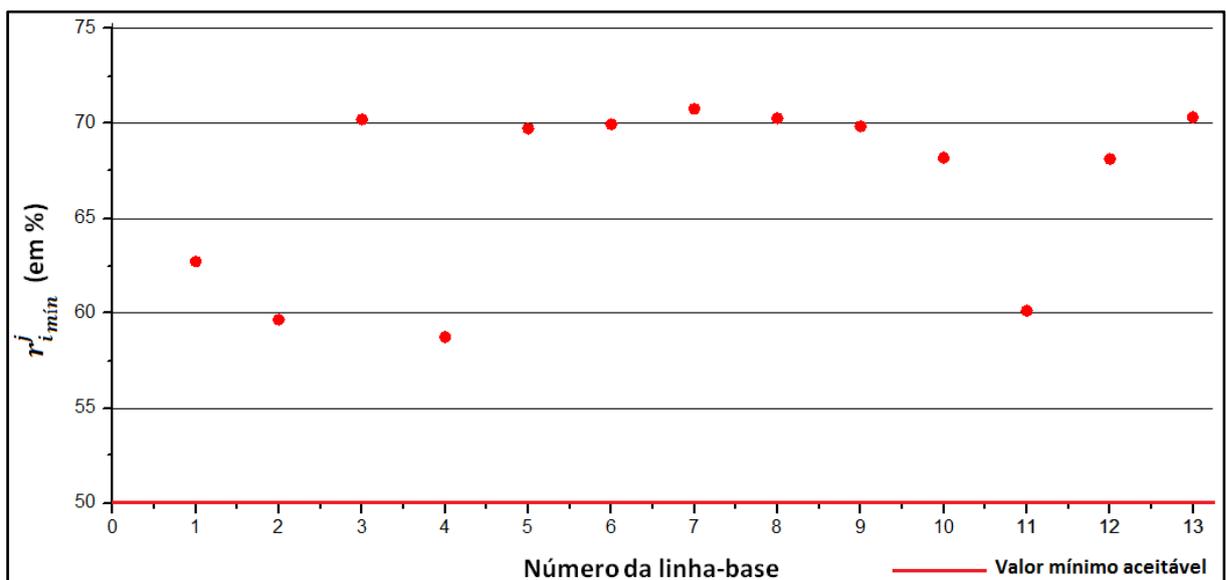


Figura 4.5 – Números de redundância mínimos (com $q = 2$) para as observações de cada linha-base (duplicando a rede).

Tabela 4.5 – Números de redundância mínimos (para $q = 2$ outliers) de cada observação (duplicando a rede).

Linha-base	Número	Observação	$r_{i \min}^j$	Par de observação correspondente
MGIN – SPCA	1	ΔX	0,6272	$\Delta X_{SPCA-MGIN}$
		ΔY	0,6272	$\Delta Y_{SPCA-MGIN}$
		ΔZ	0,6272	$\Delta Z_{SPCA-MGIN}$
SPCA – POLI	2	ΔX	0,5966	$\Delta X_{POLI-SPCA}$
		ΔY	0,5966	$\Delta Y_{POLI-SPCA}$
		ΔZ	0,5966	$\Delta Z_{POLI-SPCA}$
POLI – UBA1	3	ΔX	0,7021	$\Delta X_{SJSP-UBA1}$ ou $\Delta X_{UBA1-SJSP}$
		ΔY	0,7021	$\Delta Y_{SJSP-UBA1}$ ou $\Delta Y_{UBA1-SJSP}$
		ΔZ	0,7021	$\Delta Z_{SJSP-UBA1}$ ou $\Delta Z_{UBA1-SJSP}$
UBA1 – CHPI	4	ΔX	0,5875	$\Delta X_{CHPI-UBA1}$
		ΔY	0,5875	$\Delta Y_{CHPI-UBA1}$
		ΔZ	0,5875	$\Delta Z_{CHPI-UBA1}$
CHPI – MGIN	5	ΔX	0,6973	$\Delta X_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta X_{CHPI-UBA1}$
		ΔY	0,6973	$\Delta Y_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta Y_{CHPI-UBA1}$
		ΔZ	0,6973	$\Delta Z_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta Z_{CHPI-UBA1}$
MGIN – POLI	6	ΔX	0,6996	$\Delta X_{SPCA-POLI}$ ou $\Delta X_{POLI-SPCA}$
		ΔY	0,6996	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$ ou $\Delta Y_{POLI-SPCA}$
		ΔZ	0,6996	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$ ou $\Delta Z_{POLI-SPCA}$
MGIN – SJSP	7	ΔX	0,7077	$\Delta X_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta X_{CHPI-UBA1}$
		ΔY	0,7077	$\Delta Y_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta Y_{CHPI-UBA1}$
		ΔZ	0,7077	$\Delta Z_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta Z_{CHPI-UBA1}$
MGIN – UBA1	8	ΔX	0,7027	$\Delta X_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta X_{CHPI-UBA1}$
		ΔY	0,7027	$\Delta Y_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta Y_{CHPI-UBA1}$
		ΔZ	0,7027	$\Delta Z_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta Z_{CHPI-UBA1}$
SJSP – SPCA	9	ΔX	0,6984	$\Delta X_{SPCA-POLI}$ ou $\Delta X_{POLI-SPCA}$
		ΔY	0,6984	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$ ou $\Delta Y_{POLI-SPCA}$
		ΔZ	0,6984	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$ ou $\Delta Z_{POLI-SPCA}$
SJSP – POLI	10	ΔX	0,6819	$\Delta X_{POLI-SJSP}$
		ΔY	0,6819	$\Delta Y_{POLI-SJSP}$
		ΔZ	0,6819	$\Delta Z_{POLI-SJSP}$
SJSP – UBA1	11	ΔX	0,6013	$\Delta X_{UBA1-SJSP}$
		ΔY	0,6013	$\Delta Y_{UBA1-SJSP}$
		ΔZ	0,6013	$\Delta Z_{UBA1-SJSP}$
SJSP – CHPI	12	ΔX	0,6813	$\Delta X_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta X_{CHPI-UBA1}$
		ΔY	0,6813	$\Delta Y_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta Y_{CHPI-UBA1}$
		ΔZ	0,6813	$\Delta Z_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta Z_{CHPI-UBA1}$
SPCA – CHPI	13	ΔX	0,7033	$\Delta X_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta X_{CHPI-UBA1}$
		ΔY	0,7033	$\Delta Y_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta Y_{CHPI-UBA1}$
		ΔZ	0,7033	$\Delta Z_{UBA1-CHPI}$ ou $\Delta Z_{CHPI-UBA1}$

Encerrando esta seção, é importante fazer ainda uma ressalva: como o número de observações originais da rede foi duplicado (de $n = 39$ para $n = 78$), talvez o número de outliers não detectados máximo admissível (q) também deveria ser aumentado. Entretanto, para $n = 78$, $q = 2$ correspondente a um total de 2,56% do número total de observações, ou seja, uma parcela que ainda está relativamente acima de 1%, e, portanto, o valor de q no projeto não foi alterado com esta nova geometria/configuração da rede GNSS.

Além disso, para o caso de redes GNSS, as observações (componentes $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ de cada linha-base) são inicialmente parâmetros no modelo matemático de ajustamento do

posicionamento relativo entre cada par de vértices considerado. Ou seja, ao invés de se repetir (duplicar) cada linha-base, pode-se processar uma mesma ocupação com tempo de rastreamento de 6 h em duas ocupações independentes com tempos de rastreamento de 3 h cada, considerando que a precisão resultante para as componentes $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ de cada linha-base depende do tempo de rastreamento de dados, e, conseqüentemente, do número de graus de liberdade correspondente do ajustamento pelo MMQ do posicionamento relativo.

Entretanto, por ser uma estratégia de ponderação demasiadamente mais complexa, estas questões foram desconsideradas neste planejamento. Para mais detalhes sobre o modelo matemático de ajustamento do posicionamento relativo GNSS, ver, por exemplo, Monico (2008).

4.4 Cálculo das componentes de precisão e de tendência da rede geodésica

Como a rede geodésica, com as matrizes do ajustamento A e W definidas *a priori*, atende aos níveis de confiabilidade e homogeneidade mínimos aceitáveis para as observações, o próximo passo é a obtenção da componente de precisão (σ) da acurácia posicional dos vértices ($a = |b| \pm \sigma$).

Conforme descrito no capítulo anterior, para redes geodésicas tridimensionais, para cada vértice da rede, este valor é obtido em função do semi-eixo maior do elipsóide de erros associado ao vértice, escalonado (multiplicado) por um determinado escalar c , obtido em função do nível de confiança adotado e do número de graus de liberdade do ajustamento.

Neste caso, com base nas matrizes A e W obtidas no passo anterior, por meio da Expressão 19, se calculou a matriz de covariância dos parâmetros ajustados (coordenadas dos vértices desconhecidos da rede). Desta forma, com base na matriz de covariância dos parâmetros ajustados ($\Sigma_{\hat{x}}$), se obteve a matriz de covariância de cada vértice 3D da rede (ver a Expressão 23), e para cada um destes, o semi-eixo maior do elipsóide de erros (a_i) é igual a raiz quadrada do autovalor máximo ($\lambda_{m\acute{a}x}$) de sua respectiva matriz de covariância (Σ_{P_i}), ou seja: $a_i = \sqrt{\lambda_{m\acute{a}x}}$.

Como o ajustamento apresenta $n - u = 78 - 15 = 63$ graus de liberdade, o valor crítico teórico correspondente na distribuição F , com 3 graus de liberdade no numerador (rede GNS tridimensional), 63 graus de liberdade no denominador (número de graus de liberdade

do ajustamento), e o nível de significância estipulado de $\alpha_0 = 0,01$ ou 1% ($NC = 0,99$ ou 99%), é igual a $F_{(3; n-u; \alpha_0)} = F_{(3; 63; 0,01)} = 4,11$, e desta forma, a constante c , segundo a qual os semi-eixos maiores dos elipsóides de erros dos vértices devem ser escalonados, é dada por $c = \sqrt{3 F_{(3; n-u; \alpha_0)}} = \sqrt{3 \cdot 4,11} = 3,51$.

Com base nestas considerações, a Tabela 4.6 apresenta o semi-eixo maior do elipsóide de erros padrão de cada vértice desconhecido da rede, bem como, o semi-eixo maior do elipsóide de confiança correspondente, para o nível de confiança de $NC = 99\%$.

Tabela 4.6 – Semi-eixo maior do elipsóide padrão e do elipsóide de confiança ($NC = 99\%$) dos vértices da rede.

Vértice	Semi-eixo maior do elipsóide padrão	Semi-eixo maior do elipsóide de confiança ($NC = 99\%$)
SPCA	0,014 m	0,049 m
POLI	0,015 m	0,053 m
UBA1	0,016 m	0,056 m
CHPI	0,016 m	0,057 m
SJSP	0,014 m	0,048 m

Analisando a Tabela 4.6, nota-se que todos os vértices apresentam precisões posicionais semelhantes, de cerca de 1,5 *cm* para o elipsóide de erros padrão, e de cerca de 5 *cm* para o elipsóide de erros com 99% de confiança. Além disso, nota-se que a incerteza posicional máxima, com um nível de confiança de 99%, é de $\sigma_{i_{m\acute{a}x}} = 5,7$ *cm* (0,057 *m*), relativa ao vértice desconhecido CHPI.

Portanto, a medida de precisão para a rede geodésica em questão, no caso mais crítico ou conservador possível, é equivalente a $\sigma = \pm 5,7$ *cm* (0,057 *m*), com 99% de confiança, valor este que será adotado para todos os vértices da rede. Desta forma, como a acurácia final desejada é dada por $a = |b| \pm \sigma$, e no caso mais crítico possível, esta se torna $a = |b| + \sigma$ (ver a Figura 2.2), a componente de tendência da rede GNSS em questão, no método aqui proposto, se torna $b = a - \sigma = 10 - 5,7 = 4,3$ *cm*.

4.5 Obtenção do parâmetro de não centralidade correspondente do modelo e do poder do teste mínimo do *Data Snooping* no cenário unidimensional

Uma vez que a componente de tendência (b) foi obtida, o próximo passo é o cálculo do parâmetro de não centralidade correspondente do modelo (λ_0). Conforme descrito no capítulo anterior, o valor de λ_0 é obtido em função da componente de tendência (b) e do

número de *outliers* estipulado segundo o qual a rede deve ser “resistente” (q), bem como, em função das matrizes *a priori* do ajustamento (A e W), definidas em etapas anteriores do projeto.

No caso deste planejamento, $q = 2$ e $b = a - \sigma = 10 \text{ cm} - 5,7 \text{ cm} = 4,3 \text{ cm}$ ($0,043 \text{ m}$). Ou seja, espera-se que, caso existam erros não detectáveis em ($q = 2$) observações, estes não devem exercer uma influência (simultânea) superior a $b = 4,3 \text{ cm}$ ($0,043 \text{ m}$) na coordenada de cada vértice da rede GNSS. Logo, o autovalor máximo desejado para a confiabilidade externa, para $q = 2$ *outliers* simultâneos no vetor das observações, é dado por $\lambda_{m\acute{a}x} = b^2 = (0,043)^2 = 0,001849 \text{ m}^2$.

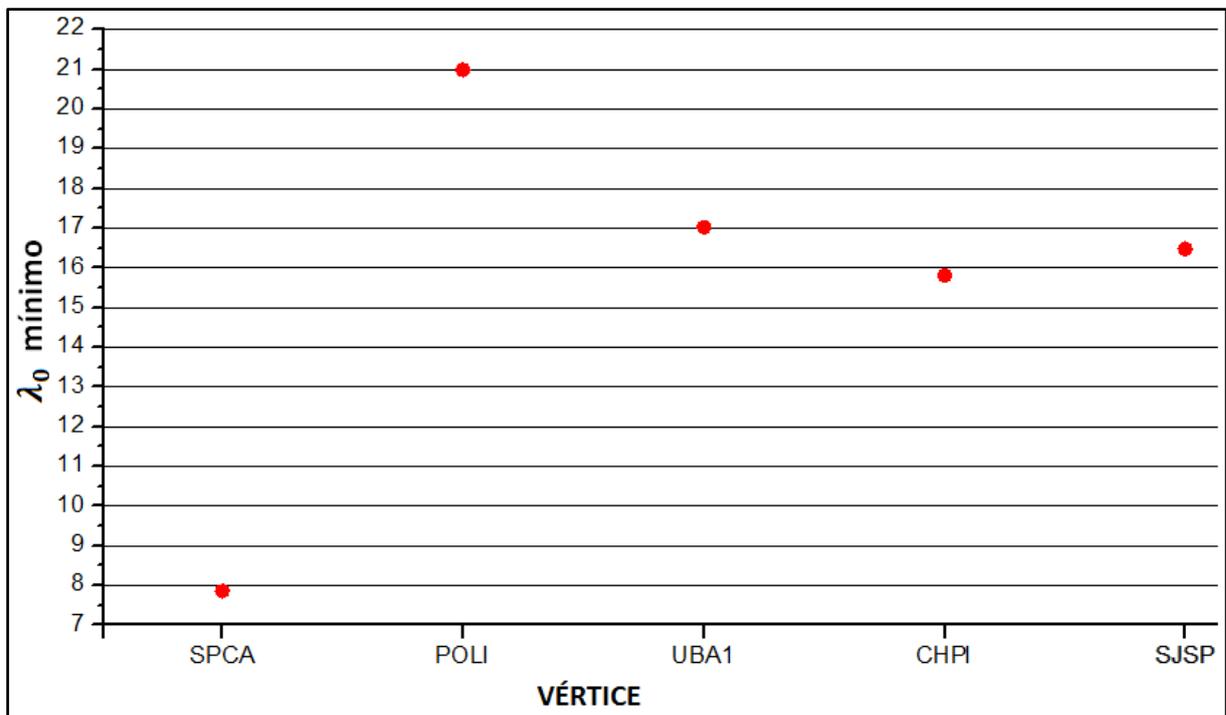
Desta forma, com auxílio da Expressão 16, para cada parâmetro do ajustamento (isto é, cada coordenada de cada vértice desconhecido da rede), e para cada par de observações considerados (definidos pela matriz C_y), se obtêm o parâmetro de não centralidade correspondente (λ_0) que resulta no autovalor máximo desejado ($\lambda_{m\acute{a}x} = b^2 = 0,001849 \text{ m}^2$), e então, se considera somente o valor mínimo obtido para λ_0 em cada um destes casos, conforme apresenta a Tabela 4.7 e a Figura 4.6.

É importante ressaltar que, conforme já descrito no capítulo anterior, esta obtenção do valor de λ_0 é feita por meio de uma simples regra de três. No caso, para cada parâmetro (coordenada de cada vértice desconhecido da rede), e para cada par de observações considerados (definidos matematicamente pela matriz C_y), estipula-se um valor qualquer para λ_0 (neste planejamento, adotou-se $\lambda_0 = 15$), e, por meio da Expressão 16, se calcula o autovalor máximo correspondente. Desta forma, com base no autovalor máximo desejado ($\lambda_{m\acute{a}x} = 0,001849 \text{ m}^2$), se obtêm o valor do λ_0 desejado em cada caso por meio de uma simples regra de três. Finalmente, para cada parâmetro, considera-se então apenas o valor mínimo obtido para λ_0 por meio deste procedimento de cálculo.

Também é importante ressaltar que devem ser desconsiderados os casos em que a confiabilidade externa (influência máxima) é nula. Por exemplo, supondo covariâncias nulas para as observações da rede GNSS, as influências das componentes ΔX e/ou ΔY das linhas-base sobre as coordenadas Z dos vértices da rede também serão nulas, e assim por diante.

Tabela 4.7 – Valor mínimo de λ_0 para cada coordenada de cada vértice e o par de observações correspondente.

Vértice	Parâmetro (coordenada)	λ_0 mínimo	Par de observações correspondente
SPCA	X	7,856	$\Delta X_{MGIN-SPCA}$ e $\Delta X_{SPCA-MGIN}$
	Y	7,856	$\Delta Y_{MGIN-SPCA}$ e $\Delta Y_{SPCA-MGIN}$
	Z	7,856	$\Delta Z_{MGIN-SPCA}$ e $\Delta Z_{SPCA-MGIN}$
POLI	X	20,985	$\Delta X_{SPCA-POLI}$ e $\Delta X_{POLI-SPCA}$
	Y	20,985	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$ e $\Delta Y_{POLI-SPCA}$
	Z	20,985	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$ e $\Delta Z_{POLI-SPCA}$
UBA1	X	17,021	$\Delta X_{SJSP-UBA1}$ e $\Delta X_{UBA1-SJSP}$
	Y	17,021	$\Delta Y_{SJSP-UBA1}$ e $\Delta Y_{UBA1-SJSP}$
	Z	17,021	$\Delta Z_{SJSP-UBA1}$ e $\Delta Z_{UBA1-SJSP}$
CHPI	X	15,807	$\Delta X_{CHPI-MGIN}$ e $\Delta X_{MGIN-CHPI}$
	Y	15,807	$\Delta Y_{CHPI-MGIN}$ e $\Delta Y_{MGIN-CHPI}$
	Z	15,807	$\Delta Z_{CHPI-MGIN}$ e $\Delta Z_{MGIN-CHPI}$
SJSP	X	16,478	$\Delta X_{MGIN-SJSP}$ e $\Delta X_{SJSP-MGIN}$
	Y	16,478	$\Delta Y_{MGIN-SJSP}$ e $\Delta Y_{SJSP-MGIN}$
	Z	16,478	$\Delta Z_{MGIN-SJSP}$ e $\Delta Z_{SJSP-MGIN}$

Figura 4.6 – Valor mínimo de λ_0 para as coordenadas de cada vértice da rede GNSS.

Analisando a Tabela 4.7 e a Figura 4.6, nota-se que o valor mínimo de λ_0 para a rede GNSS, considerando todos os parâmetros (coordenadas dos vértices desconhecidos), é $\lambda_0 = 7,856$.

Além disso, nota-se que este valor mínimo de λ_0 , relativo ao vértice SPCA, é bem inferior aos valores mínimos de λ_0 para os demais vértices, ou seja, caso seja necessário “melhorar” a rede geodésica posteriormente, o ideal é que a mesma seja incrementada em torno do vértice SPCA, que notoriamente apresenta uma confiabilidade externa mais crítica

do que os demais. No caso, a influência máxima foi fixada em $b = 4,3 \text{ cm}$ para todas as coordenadas de todos os vértices da rede, mas o vértice SPCA apresenta o menor λ_0 relativo a este cenário, ou seja, o menor poder do teste relativo a este caso ($b = 4,3 \text{ cm}$), considerando q e α_0 fixos. Além disso, também nota-se que para esta rede GNSS, a influência máxima em um vértice é sempre relativa a um par de observações “repetidas” ou “duplicadas” envolvendo este vértice.

Desta forma, continuando com o planejamento da rede geodésica, obtido o valor mínimo para o parâmetro de não centralidade do modelo (no caso, $\lambda_0 = 7,856$), em função da componente de tendência (no caso, $b = 4,3 \text{ cm}$) e do número de *outliers* não detectados máximo admissível (no caso, $q = 2$); o próximo passo do método é a obtenção do poder do teste mínimo do *Data Snooping* no cenário unidimensional (γ_0), ou seja, o poder do teste do *Data Snooping* relativo a este λ_0 mínimo obtido no passo anterior.

Nesta etapa, é importante ressaltar que, embora o valor mínimo para λ_0 seja obtido considerando $q = 2$ *outliers* simultâneos não detectados nas observações, este é utilizado para a obtenção do poder do teste mínimo do DS no cenário unidimensional, pois, embora no caso do DS, $q = 1$, pode-se manter o parâmetro de não centralidade (λ_0) e o poder do teste (γ_0) constantes, variando o número de graus de liberdade (no caso, de $q = 2$ para $q = 1$), bem como, o nível de significância do teste correspondente (neste caso, não se está interessado no nível de significância correspondente ao teste para $q = 2$ *outliers* simultâneos). Para mais detalhes sobre esta metodologia de obtenção do poder do teste (γ_0), em função de λ_0 , α_0 e q , ver, por exemplo, Baarda (1968), Kavouras (1982), Förstner (1983), Aydin & Demirel (2005), Teunissen (2006), Knight et al. (2010) e Klein (2012).

No método de planejamento de redes geodésicas aqui proposto, conforme descrito no capítulo anterior, o poder do teste mínimo do *Data Snooping* no cenário unidimensional é obtido por meio do algoritmo de cálculo apresentado em Aydin & Demirel (2005).

Para isto, informa-se o valor do número de *outliers* considerados, onde no caso do *Data Snooping*, $q = 1$, o nível de significância do teste, no caso deste planejamento, arbitrado em $\alpha_0 = 0,01$ (1%), e o poder do teste desejado (γ_0), e o algoritmo de cálculo, por meio da distribuição qui quadrado não central, com q graus de liberdade, retorna o valor do parâmetro de não centralidade do modelo correspondente (λ_0).

Desta forma, utilizando o algoritmo proposto em Aydin & Demirel (2005), o poder do teste é obtido por meio de um processo iterativo de tentativa e erro, entrando com valores arbitrários para γ_0 , considerando $q = 1$ e $\alpha_0 = 0,01$ fixos, até o valor retornado para λ_0 ser

igual ao valor mínimo desejado (no caso deste exemplo, $\lambda_0 = 7,856$). Seguindo este procedimento, o valor obtido para o poder do teste mínimo do *Data Snooping*, no cenário unidimensional, é de $\gamma_0 = 0,59$ (59%).

Portanto, como o poder do teste mínimo desejado para o DS, no cenário n -dimensional, isto é, considerando todas as n observações envolvidas, é de $\gamma_{\min}^n = 0,70$ (70%), e o poder do teste mínimo obtido no cenário unidimensional é de $\gamma_0 = 0,59$ (59%), ou seja, é menor do que o γ_{\min}^n desejado (pois $\gamma_0 = 0,59 < 0,70$), a rede geodésica precisa ser novamente melhorada, pois, conforme visto nos capítulos anteriores, o poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional é menor do que o poder do teste mínimo no cenário unidimensional, isto é: $\gamma_{\min}^n < \gamma_0$, devido a consideração da possível ocorrência do Erro Tipo III para todos os pares de vértices envolvidos.

Desta forma, foi decidido adicionar novamente uma linha-base repetida entre os vértices MGIN e SPCA, pois, de acordo com a Tabela 4.7, são estas as duas linhas-base responsáveis pelo valor relativamente mais baixo do λ_0 mínimo relativo ao vértice SPCA.

É importante ressaltar que, como as componentes de precisão e tendência estão intimamente relacionadas, pois, no método aqui proposto, $a = |b| \pm \sigma$, a inclusão de uma nova linha-base também requer a atualização do semi-eixo maior dos elipsoides de erros, bem como, da componente de precisão máxima obtida para a rede (σ), pois $b = a - \sigma$.

Entretanto, em termos práticos, a inclusão de uma nova linha-base, relativa aos vértices MGIN e SPCA, embora tenha aumentado a redundância da rede e o número de graus de liberdade do ajustamento, não alterou o semi-eixo maior máximo dos elipsóides de confiança dos vértices, pois este permaneceu igual a $5,7 \text{ cm}$ (relativo ao vértice CHPI), e, portanto, a medida de tendência também permaneceu como $b = a - \sigma = 10 - 5,7 = 4,3 \text{ cm}$.

Desta forma, a Tabela 4.8 e a Figura 4.7 apresentam os novos resultados obtidos para o valor do λ_0 mínimo de cada vértice, adicionando mais uma linha-base “repetida”: SPCA – MGIN (2).

Tabela 4.8 – Valor mínimo de λ_0 para cada coordenada de cada vértice e o par de observações correspondente (aprimorando a rede).

Vértice	Parâmetro (coordenada)	λ_0 mínimo	Par de observações correspondente
SPCA	X	15,928	$\Delta X_{MGIN-SPCA}$ e $\Delta X_{SPCA-MGIN}$
	Y	15,928	$\Delta Y_{MGIN-SPCA}$ e $\Delta Y_{SPCA-MGIN}$
	Z	15,928	$\Delta Z_{MGIN-SPCA}$ e $\Delta Z_{SPCA-MGIN}$
POLI	X	18,512	$\Delta X_{SPCA-POLI}$ e $\Delta X_{POLI-SPCA}$
	Y	18,512	$\Delta Y_{SPCA-POLI}$ e $\Delta Y_{POLI-SPCA}$
	Z	18,512	$\Delta Z_{SPCA-POLI}$ e $\Delta Z_{POLI-SPCA}$
UBA1	X	16,813	$\Delta X_{SJSP-UBA1}$ e $\Delta X_{UBA1-SJSP}$
	Y	16,813	$\Delta Y_{SJSP-UBA1}$ e $\Delta Y_{UBA1-SJSP}$
	Z	16,813	$\Delta Z_{SJSP-UBA1}$ e $\Delta Z_{UBA1-SJSP}$
CHPI	X	16,782	$\Delta X_{CHPI-MGIN}$ e $\Delta X_{MGIN-CHPI}$
	Y	16,782	$\Delta Y_{CHPI-MGIN}$ e $\Delta Y_{MGIN-CHPI}$
	Z	16,782	$\Delta Z_{CHPI-MGIN}$ e $\Delta Z_{MGIN-CHPI}$
SJSP	X	18,497	$\Delta X_{MGIN-SJSP}$ e $\Delta X_{SJSP-MGIN}$
	Y	18,497	$\Delta Y_{MGIN-SJSP}$ e $\Delta Y_{SJSP-MGIN}$
	Z	18,497	$\Delta Z_{MGIN-SJSP}$ e $\Delta Z_{SJSP-MGIN}$

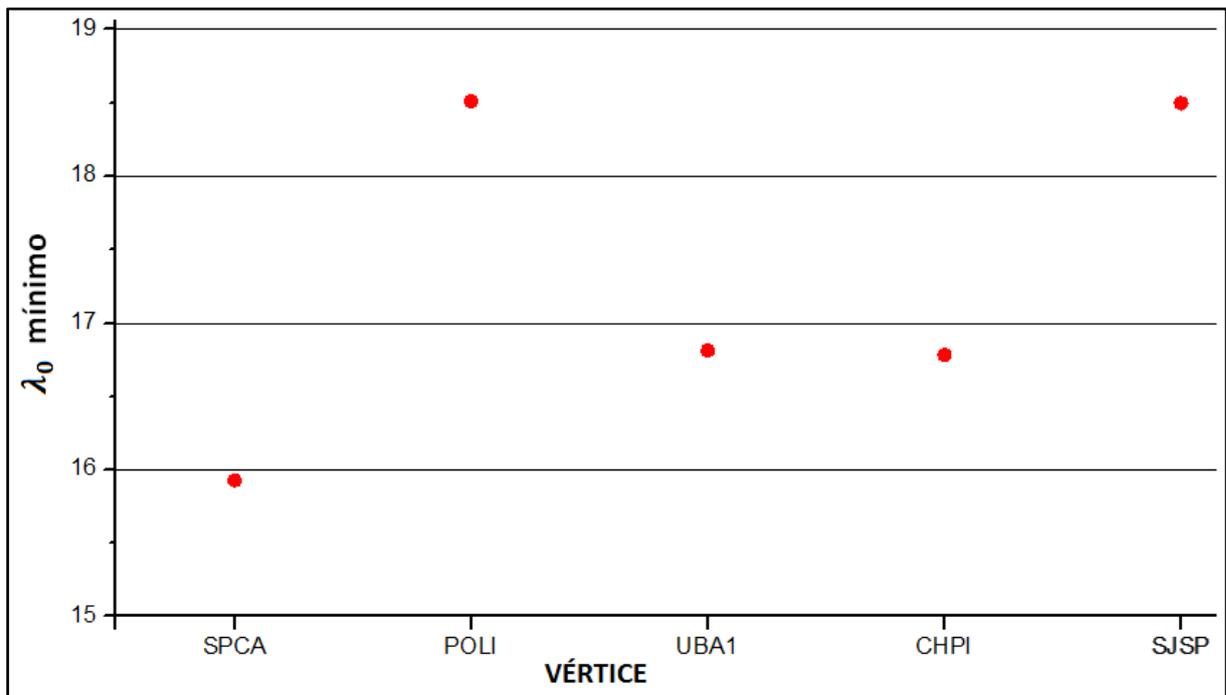


Figura 4.7 – Valor mínimo de λ_0 para as coordenadas de cada vértice da rede GNSS (aprimorando a rede).

Analisando a Tabela 4.8 e a Figura 4.7, nota-se que o valor mínimo de λ_0 para a rede geodésica, considerando todos os parâmetros (coordenadas dos vértices desconhecidos), agora, é dado por $\lambda_0 = 15,928$, ou seja, em termos práticos, a inclusão de uma nova linha-base envolvendo os vértices MGIN – SPCA praticamente duplicou o valor mínimo de λ_0 relativo a este caso.

Desta forma, obtido o novo valor mínimo para o parâmetro de não centralidade do modelo (no caso, $\lambda_0 = 15,928$), obteve-se então o novo poder do teste mínimo do DS no

cenário unidimensional (γ_0), novamente por meio do algoritmo de cálculo apresentado em Aydin & Demirel (2005). Seguindo este procedimento, o novo valor obtido para o poder do teste mínimo do *Data Snooping*, no cenário unidimensional, é de $\gamma_0 = 0,9215$ (92,15%).

Portanto, como o poder do teste mínimo obtido para o DS, no cenário unidimensional ($\gamma_0 = 0,9215$), é superior ao poder do teste mínimo desejado para o DS, no cenário n -dimensional ($\gamma_{min}^n = 0,70$), o valor mínimo obtido para λ_0 nesta etapa do planejamento está de acordo com os objetivos de projeto, e, desta forma, não é mais necessário “melhorar” a rede geodésica nesta etapa.

Ressalva-se que, o poder do teste mínimo obtido no cenário unidimensional pode ser enganoso, uma vez que o mesmo desconsidera a ocorrência do Erro Tipo III. Logo, em termos práticos, pode-se dizer que, se houver erro grosseiro em uma observação, em pelo menos 92,15% dos casos, a estatística de teste desta observação será superior ao valor crítico teórico (para um nível de significância estipulado em $\alpha_0 = 0,1$ ou 1%), mas, não necessariamente, esta será a maior estatística de teste dentre todas as observações testadas no DS, ou seja, pode haver a ocorrência do Erro Tipo III, e por isto a importância de estimar o poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional. Além disso, para este valor de referência para o poder do teste (92,15%), duas observações com possíveis erros grosseiros não detectados pelo procedimento DS exercem uma influência máxima (e simultânea) de $b = 4,3$ cm em cada coordenada de cada vértice da rede.

4.6 Estimação do poder do teste mínimo do *Data Snooping* no cenário n -dimensional

Finalmente, como última etapa do planejamento da rede geodésica, tem-se o cálculo do poder do teste mínimo do *Data Snooping* no cenário n -dimensional, isto é, considerando a ocorrência do Erro Tipo III entre todas as observações testadas individualmente pelo DS.

Para o cálculo do poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional, seguindo a metodologia apresentada em Yang et al. (2013), primeiramente, deve-se arbitrar o poder do teste do *Data Snooping* no cenário unidimensional, isto é, desconsiderando a ocorrência do Erro Tipo III. No caso deste planejamento, este valor é igual ao poder do teste mínimo do DS no cenário unidimensional obtido no passo anterior, e dado por $\gamma_0 = 0,9215$ (92,15%).

Uma vez fixado o poder do teste do DS no cenário unidimensional, o próximo passo é a obtenção do parâmetro de não centralidade correspondente para cada par de observações considerado (no cenário bidimensional), lembrando que neste caso, o parâmetro de não centralidade do modelo se torna $\delta_0 = \sqrt{\lambda_0}$, pelo fato de se utilizar a distribuição normal e não a distribuição qui-quadrado com $q = 1$ grau de liberdade.

Para o cálculo do parâmetro de não centralidade correspondente para cada par de observações, primeiramente, é realizado o cálculo do coeficiente de correlação entre as estatísticas de teste das duas observações consideradas, por meio da Expressão 5. Como no caso desta rede geodésica, tem-se $n = 81$ observações, referentes a 27 linhas-base 3D, a Tabela 4.9 apresenta apenas os valores máximo e mínimo (em módulo) para os coeficientes de correlação entre as estatísticas de teste do DS (ρ_{ij}), bem como, os pares de observações das linhas-base correspondentes, desconsiderando os casos em que estes coeficientes de correlação são nulos, isto é, entre as componentes cruzadas ΔX e ΔY , ΔX e ΔZ , ΔY e ΔZ .

Tabela 4.9 – Coeficiente de correlação (ρ_{ij}) máximo e mínimo e o par de observações correspondente.

	ρ_{ij}	Pares de linhas-base com observações correspondentes (ΔX e ΔX, ΔY e ΔY, ΔZ e ΔZ)
Mínimo	0,0021 (00,21%)	MGIN – SPCA (ou SPCA – MGIN) e SJSP – POLI (ou POLI – SJPS)
Máximo	0,4125 (41,25%)	SJSP – POLI e POLI – SJSP

Analisando a Tabela 4.9, nota-se que os coeficientes de correlação das estatísticas de teste do DS são relativamente baixos, de no máximo 41,25%, o que pode ser explicado pela alta redundância da rede, pois são $n - u = 66$ graus de liberdade para $n = 81$ observações.

Desta forma, como os coeficientes de correlação são relativamente baixos, e a grande maioria são nulos (referentes as componentes cruzadas ΔX e ΔY , ΔX e ΔZ , ΔY e ΔZ), espera-se, *a priori*, que o poder do teste mínimo no cenário n -dimensional não seja muito menor do que o poder do teste mínimo no cenário unidimensional (no caso, $\gamma_0 = 0,9215$ ou 92,15%). Em outras palavras, a ocorrência do Erro Tipo III não deve ser muito acentuada para a rede GNSS em questão, pois os coeficientes de correlação entre as estatísticas de teste do DS são relativamente baixos para a maioria dos pares de observações considerados.

Uma vez calculados os coeficientes de correlação (ρ_{ij}) entre as estatísticas de teste das observações no DS, o cálculo do parâmetro de não centralidade correspondente do modelo (δ_0), para cada par de observações considerado, é realizado por meio da Expressão 11. No caso, conforme descrito em Klein et al. (2014a), fixa-se o resultado da integral na Expressão 11, isto é, o poder do teste, em um valor pré-estipulado (neste caso, $\gamma_0 = 0,9215$), e encontra-

se o parâmetro de não centralidade do modelo (δ_0) que satisfaz esta condição, para cada par de observações considerados.

Como no caso desta rede geodésica, tem-se $n = 81$ observações, referentes a 27 linhas-base 3D, a Tabela 4.10 apresenta apenas os valores máximo e mínimo para o parâmetro de não centralidade correspondente do modelo (δ_0), bem como, os pares de observações correspondentes.

Tabela 4.10 – Parâmetro de não centralidade (δ_0) máximo e mínimo e o par de observações correspondente.

	δ_0	Par de observações correspondente
Mínimo	3,996	ΔX e ΔY , ΔX e ΔZ , ΔY e ΔZ para todos os pares possíveis de linhas-base
Máximo	4,046	ΔX e ΔX , ΔY e ΔY , ΔZ e ΔZ das linhas-base SJSP – POLI e POLI – SJSP

Analisando a Tabela 4.10, nota-se que os valores para o parâmetro de não centralidade do modelo, no cenário bidimensional, também não variam muito, com diferença máxima de apenas $\Delta\delta_0 = 4,046 - 3,996 = 0,050$, o que pode ser explicado pelos valores relativamente baixos dos coeficientes de correlação (ρ_{ij}) entre as estatísticas de teste da maioria dos pares de observações.

Prosseguindo com o método aqui proposto, com base nos coeficientes de correlação (ρ_{ij}) entre as estatísticas de teste e nos valores para o parâmetro de não centralidade correspondente do modelo (δ_0), por meio da Expressão 10, foi calculado o poder do teste mínimo de cada observação no cenário n -dimensional, isto é, considerando a ocorrência do Erro Tipo III com todas as ($n - 1 = 80$) demais observações testadas.

Como no caso desta rede geodésica, tem-se $n = 81$ observações, referentes a 27 linhas-base 3D, a Tabela 4.11 apresenta apenas os valores máximo e mínimo para o poder do teste mínimo no cenário n -dimensional ($\hat{\gamma}_{\min}^n$), bem como, as observações correspondentes.

Tabela 4.11 – Valores máximo e mínimo para o poder do teste mínimo no cenário n -dimensional das observações ($\hat{\gamma}_{\min}^n$), bem como, as linhas-base e observações correspondentes.

	$\hat{\gamma}_{\min}^n$	Linhas-base e respectivas observações correspondentes
Mínimo	0,7931 (79,31%)	UBA1 – CHPI e CHPI – UBA1 (ΔX , ΔY e ΔZ)
Máximo	0,7980 (79,80%)	SPCA – CHPI e CHPI – SPCA (ΔX , ΔY e ΔZ)

Analisando a Tabela 4.11, nota-se que o poder do teste mínimo das observações, no cenário n -dimensional, é muito semelhante para todas as linhas-base, com uma diferença máxima de apenas $\Delta\hat{\gamma}_{\min}^n = 0,7980 - 0,7931 = 0,0049$ (0,49%), o que revela certa homogeneidade da rede, em termos de correta identificação de erros grosseiros (*outliers*).

Desta forma, como o poder do teste mínimo da rede, no cenário n -dimensional, é de $\hat{\gamma}_{min}^n = 0,7931$ (79,31%), ou seja, é maior do que o valor mínimo desejado ($\gamma_{min}^n = 0,70$ ou 70%), a rede geodésica em questão, com a sua geometria/configuração final (isto é, $n = 81$ observações, divididas em 27 linhas-base), bem como, com a precisão inicial assumida para as observações ($\sigma_{linha-base} = 0,5 ppm$ e $\sigma_{y_i} = \sigma_{linha-base}/\sqrt{3}$, desconsiderando as covariâncias), atende a todos os critérios pré-estipulados de acordo com os objetivos do projeto (ver a Tabela 4.1), e, portanto, a etapa de planejamento da rede GNSS está concluída.

É importante ressaltar que, o poder do teste mínimo no cenário n -dimensional, para o caso de observações contendo covariâncias não nulas, isto é, obtidas com o levantamento de campo e o processamento dos dados GNSS, será menor do que o valor obtido na etapa de planejamento, justamente pelo fato dos coeficientes de correlação das estatísticas de teste do DS aumentarem quando as covariâncias entre as observações não são nulas. Desta forma, para estes casos, é importante se ter uma certa margem de segurança no poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional. Neste caso, o poder do teste mínimo obtido está praticamente 10% acima do valor mínimo desejado, uma margem de segurança razoável, considerando que as observações de uma mesma linha-base irão apresentar covariâncias não nulas com a etapa posterior de levantamento de campo e processamento dos dados.

Também é importante notar que, o poder do teste mínimo obtido no cenário n -dimensional ($\hat{\gamma}_{min}^n = 0,7931$ ou 79,31%) é relativamente menor do poder do teste mínimo obtido no cenário unidimensional ($\gamma_0 = 0,9215$ ou 92,15%). Portanto, conforme já mencionado anteriormente, conclui-se que a Hipótese 3) estabelecida nesta Tese é verdadeira, ou seja, de fato o poder do teste do DS no cenário unidimensional pode ser enganoso, justamente por desconsiderar a ocorrência do Erro Tipo III, e por isto a importância de estimar o poder do teste mínimo do DS também no cenário n -dimensional.

Neste caso, embora o poder do teste de referência é relativamente alto ($\gamma_0 = 0,9215$ ou 92,15%), e os coeficientes de correlação entre as estatísticas de teste do DS são relativamente baixos para a maioria dos casos (de no máximo $\rho_{ij} = 0,4125$ ou 41,25%), o fato da rede GNSS conter muitas observações ($n = 81$ ao todo), faz com o que poder do teste no cenário n -dimensional seja relativamente mais baixo do que no caso unidimensional. Em outras palavras, embora a ocorrência do Erro Tipo III seja relativamente baixa para cada par de observações considerados, como são muitas observações envolvidas ($n = 81$ ao todo), o somatório da Expressão 10 diminui consideravelmente o poder do teste do DS no cenário n -dimensional ($\hat{\gamma}_{min}^n$) em relação ao poder do teste adotado no cenário unidimensional (γ_0).

No próximo capítulo, é feita a validação dos resultados obtidos nesta etapa de planejamento, por meio do processamento dos dados da rede GNSS, bem como, apresentados e discutidos os resultados obtidos em alguns cenários alternativos de planejamento, como por exemplo, considerando $q = 3$ *outliers* simultâneos, ou então, dois pontos de controle na rede, ou ainda, uma correlação inicial de 50% para todas as observações de uma mesma linha-base, dentre outros.

5 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS E SIMULAÇÕES DE CENÁRIOS ALTERNATIVOS NA ETAPA DE PLANEJAMENTO

Este capítulo encerra os experimentos realizados nesta Tese, apresentando os resultados obtidos com o processamento dos dados da rede GNSS segundo o planejamento apresentado no capítulo anterior; a simulação de alguns cenários alternativos na etapa de planejamento; e ainda, a determinação do poder do teste mínimo da rede, por meio de experimentos via método Monte-Carlo, para verificar se o poder do teste mínimo estimado está de acordo com a “realidade” da rede GNSS em questão.

5.1 Resultados obtidos com o processamento dos dados da rede GNSS

No capítulo anterior, foi realizado todo o planejamento da rede geodésica em questão seguindo o método aqui proposto, com base nos critérios pré-estipulados de acordo com os objetivos deste projeto simulado (ver a Tabela 4.1).

Em termos práticos, a matriz A do ajustamento, definida pela geometria/configuração da rede GNSS, não se altera com a realização do levantamento de campo. Entretanto, os resultados obtidos após o levantamento de campo serão diferentes dos resultados obtidos na etapa de planejamento, devido ao fato de ser muito difícil estimar, *a priori*, as variâncias e covariâncias das observações em uma rede GNSS, conforme já discutido anteriormente.

Neste caso, optou-se por adotar no planejamento uma precisão de 0,5 *ppm* para cada linha-base, bem como, desconsiderar as correlações existentes entre as observações de uma mesma linha-base. Desta forma, após a realização do levantamento de campo e o processamento dos dados GNSS, os resultados obtidos para a rede geodésica em questão serão diferentes dos resultados obtidos em sua etapa de planejamento, pois, embora a geometria/configuração (matriz A) não se altere, as “novas” ou reais variâncias e covariâncias das observações modificam os elementos da matriz peso (matriz W).

Portanto, nesta seção, são comparados os resultados obtidos após o processamento dos dados da rede GNSS, ou seja, os resultados “reais” para a mesma, com os resultados obtidos em sua etapa de planejamento, apresentados no capítulo anterior.

Primeiramente, para o processamento da rede GNSS, os dados das estações da RBMC utilizadas neste estudo (MGIN, SPCA, POLI, UBA1, CHPI e SJSP) foram obtidos gratuitamente em: <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/rbmc/rbmc.shtm?c=7>.

No caso, para garantir que todas as linhas-base sejam linearmente independentes entre si, a campanha de campo (simulada) foi dividida em três dias: No primeiro dia (28/06/2014), seriam levantadas e processadas as linhas-base MGIN – SPCA, SPCA – POLI, POLI – UBA1 e UBA1 – CHPI; no segundo dia (29/06/2014), seriam levantadas e processadas as linhas-base CHPI – MGIN, MGIN – POLI, MGIN – SJSP, MGIN – UBA1 e SJSP – SPCA; e no terceiro e último dia (30/06/2014), seriam levantadas e processadas as linhas-base SJSP – POLI, SJSP – UBA1, SJSP – CHPI e SPCA – CHPI.

Com a repetição de todas as linhas-base na etapa de planejamento, conforme apresentado no capítulo anterior, repetiu-se esta mesma logística (simulada) de campo para o processamento dos dados, para os dias 01/07/2014, 02/07/2014 e 03/07/2014, respectivamente. Posteriormente, a inclusão de uma terceira linha-base entre os vértices MGIN e SPCA foi realizada no terceiro dia da segunda campanha (03/07/2014), garantindo que todas as linhas-base processadas em todos os dias são independentes entre si (ver a Figura 4.2).

Os dados disponíveis no site do IBGE, para cada estação da RBMC, são referentes a um dia inteiro de rastreamento, ou seja, cada arquivo de cada estação contém 24 h de observações, com uma taxa amostral de 15 segundos. Na prática, entretanto, dificilmente o levantamento de uma linha-base irá conter 24 h de duração. Desta forma, com auxílio do *software* gratuito *Teqc* (<http://www.unavco.org/software/data-processing/teqc/teqc.html>), para cada arquivo de cada estação, foi gerado um novo arquivo de dados, contendo 6 h de rastreamento, valor este definido na etapa de planejamento da rede geodésica, conforme discutido no capítulo anterior.

Finalmente, no *software Topcon Tools v.7.5.1*, todas as linhas-base, com 6 h de rastreamento, foram processadas, obtendo-se assim, as variâncias e covariâncias reais das observações da rede. Sobre os coeficientes de correlação, estes são assumidos como sendo nulos para observações de diferentes linhas-base, e, no caso desta rede GNSS, para observações de uma mesma linha-base, estes se situam, em módulo, entre 0,4880 (48,80%) e 0,7751 (77,51%), isto é, valores significativamente mais altos em relação ao planejamento inicial, considerando correlações nulas.

Sobre a estratégia adotada para a ponderação da precisão das observações na etapa de planejamento, de 0,5 ppm multiplicado pelo comprimento da linha-base, a Tabela 5.1 apresenta o desvio-padrão esperado (planejado) para cada observação (y_i) de cada linha-base,

considerando que a precisão resultante de cada linha-base é decomposta igualmente em cada uma das componentes $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$, ou seja: $\sigma_{linha-base} = 0,5 ppm$ e $\sigma_{y_i} = \sigma_{linha-base}/\sqrt{3}$, bem como, o desvio-padrão de cada observação obtido com o processamento dos dados GNSS; enquanto as Figuras 5.1 e 5.2 apresentam, respectivamente, as diferenças entre os desvios-padrões esperados e obtidos em valores absolutos e em valores percentuais.

Tabela 5.1 – Desvios-padrões esperados (planejados) e obtidos para cada observação de cada linha-base.

Linha-base	Número da linha-base	Extensão (km)	Desvio-padrão esperado em cada componente (em m)	Desvio-padrão obtido (em m)		
				ΔX	ΔY	ΔZ
MGIN – SPCA	1	93,53	0,027	0,028	0,029	0,022
SPCA – POLI	2	88,680	0,026	0,027	0,029	0,021
POLI – UBA1	3	164,677	0,048	0,035	0,040	0,031
UBA1 – CHPI	4	91,082	0,026	0,028	0,027	0,023
CHPI – MGIN	5	144,089	0,042	0,034	0,038	0,026
MGIN – POLI	6	143,093	0,041	0,033	0,037	0,027
MGIN – SJSP	7	109,446	0,032	0,030	0,033	0,022
MGIN – UBA1	8	180,312	0,052	0,036	0,043	0,030
SJSP – SPCA	9	130,511	0,038	0,034	0,035	0,025
SJSP – POLI	10	96,831	0,028	0,030	0,030	0,020
SJSP – UBA1	11	82,606	0,024	0,027	0,027	0,020
SJSP – CHPI	12	106,774	0,031	0,032	0,031	0,022
SPCA – CHPI	13	213,869	0,062	0,046	0,044	0,030
SPCA – MGIN	14	93,53	0,027	0,029	0,029	0,021
POLI – SPCA	15	88,680	0,026	0,028	0,028	0,021
UBA1 – POLI	16	164,677	0,048	0,038	0,038	0,030
CHPI – UBA1	17	91,082	0,026	0,029	0,027	0,022
MGIN – CHPI	18	144,089	0,042	0,034	0,038	0,025
POLI – MGIN	19	143,093	0,041	0,034	0,036	0,027
SJSP – MGIN	20	109,446	0,032	0,030	0,033	0,022
UBA1 – MGIN	21	180,312	0,052	0,039	0,040	0,030
SPCA – SJSP	22	130,511	0,038	0,033	0,035	0,025
POLI – SJSP	23	96,831	0,028	0,028	0,030	0,022
UBA1- SJSP	24	82,606	0,024	0,027	0,026	0,021
CHPI – SJSP	25	106,774	0,031	0,029	0,032	0,023
CHPI – SPCA	26	213,869	0,062	0,045	0,042	0,033
MGIN – SPCA (2)	27	93,53	0,027	0,029	0,029	0,021

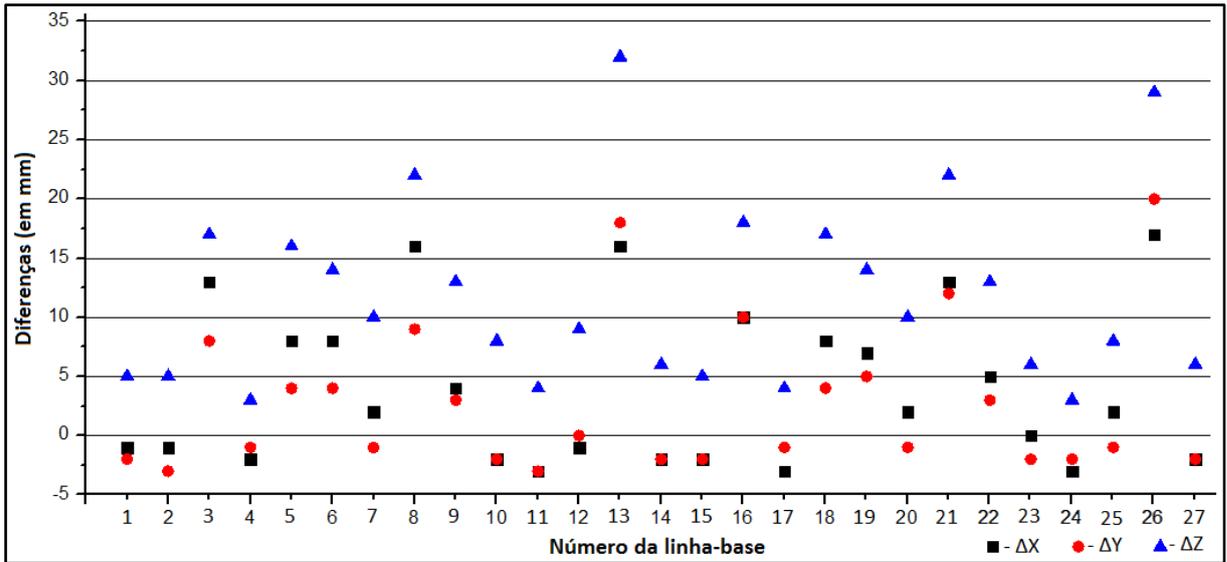


Figura 5.1 – Diferenças (em mm) em cada componente de cada linha-base entre o desvio-padrão “esperado” e o desvio-padrão obtido com o processamento dos dados da rede GNSS.

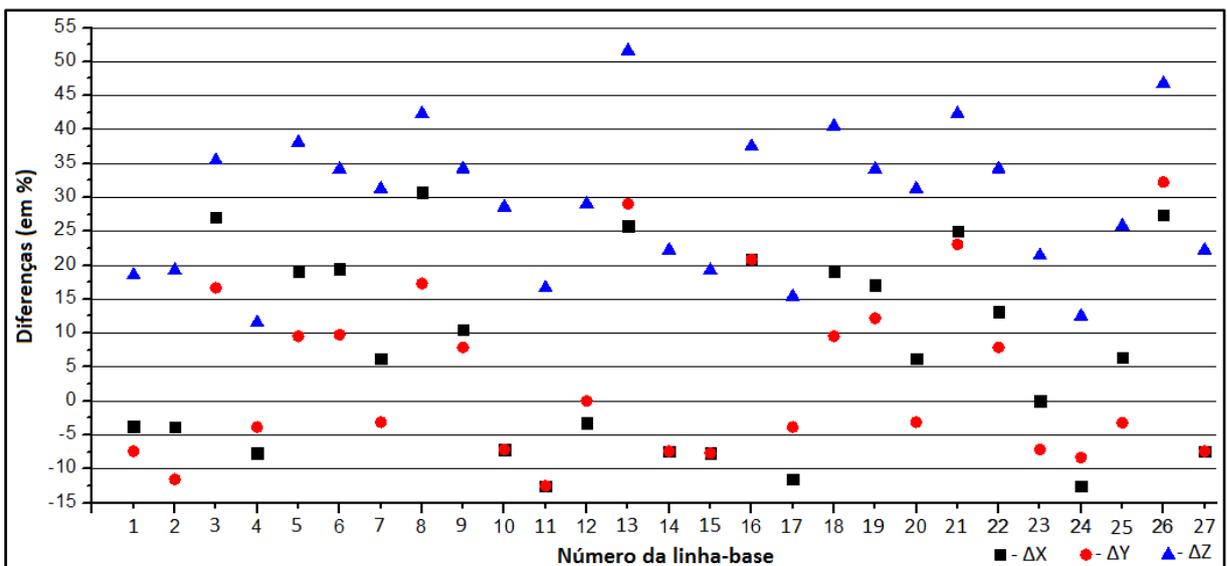


Figura 5.2 – Diferenças (em %) em cada componente de cada linha-base entre o desvio-padrão “esperado” e o desvio-padrão obtido com o processamento dos dados da rede GNSS.

Analisando a Tabela 5.1 e as Figuras 5.1 e 5.2, nota-se que a estratégia de ponderação adotada apresentou resultados satisfatórios, pois, na maior parte dos casos, os desvios-padrões obtidos estão próximos (e na maior parte dos casos, menores) do que os desvios-padrões esperados para as observações. Para as linhas-base menores da rede, em geral, os desvios-padrões obtidos foram ligeiramente maiores para as componentes ΔX e ΔY do que os desvios-padrões esperados (com diferença máxima inferior a 35 mm em termos absolutos ou a 55% em termos relativos), enquanto para as linhas-base maiores da rede, em geral, os desvios-padrões esperados foram maiores do que os desvios-padrões obtidos, para todas as

componentes (com diferença máxima inferior a 5 mm em termos absolutos ou a 15% em termos relativos).

Analisando ainda a Tabela 5.1 e as Figuras 5.1 e 5.2, nota-se que o desvio-padrão obtido para as componentes ΔZ foram menores do que os desvios-padrões obtidos para as componentes ΔX e ΔY em todas as linhas-base processadas. Resultados semelhantes já haviam sido obtidos em Klein et. al (2012), evidenciando uma característica da localização geográfica da região sudeste do Brasil.

Naturalmente, caso os desvios-padrões obtidos fossem muito maiores do que os desvios-padrões “esperados” ou “planejados”, dever-se-ia repensar sobre a estratégia de ponderação adotada na etapa de planejamento.

Desta forma, com base nas variâncias e covariâncias obtidas com o processamento dos dados da rede GNSS, se obtêm uma nova matriz de covariância para as observações (bloco diagonal 3x3), e conseqüentemente, uma nova matriz peso W .

Com as variâncias e covariâncias das observações devidamente atualizadas após o processamento da rede GNSS, foram realizados novamente todos os cálculos da etapa de planejamento, e os resultados obtidos, tanto com a matriz peso da etapa de planejamento quanto com a matriz peso atualizada, são apresentados na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Resultados obtidos com o planejamento e com o processamento dos dados da rede GNSS.

Critério	Planejamento	Correspondência	Processamento	Correspondência
$r_{i\min}^j$	0,5875	MGIN – SPCA (e vice-versa)	0,6102	$\Delta X_{POLI-MGIN}$
$\Delta r_{i\min}^j$	0,1204	–	0,1007	–
$\sigma_{i\min}$	4,4 cm	Vértice SPCA	6,1 cm	Vértice SPCA
$\sigma_{i\max}$	5,7 cm	Vértice CHPI	7,2 cm	Vértice UBA1
b	4,3 cm	–	2,8 cm	–
$\lambda_{0\min}$	15,928	Coordenadas X, Y, Z de SPCA	14,888	Coordenada X de CHPI
γ_0	0,9215	–	0,9002	–
$\rho_{ij\min}$	0	Várias observações	0,00001	$\Delta X_{POLI-SPCA}$ e $\Delta Z_{MGIN-CHPI}$
$\rho_{ij\max}$	0,4125	SJSP – POLI e POLI – SJSP	0,6517	$\Delta X_{SJSP-MGIN}$ e $\Delta Y_{SJSP-MGIN}$
$\hat{\gamma}_{\min}^n$	0,7931	UBA1 – CHPI (e vice-versa)	0,7215	$\Delta Y_{UBA1-SJSP}$
$\Delta \hat{\gamma}_{\min}^n$	0,0049	–	0,0175	–

Analisando a Tabela 5.2, nota-se que, sobre os números de redundância para $q = 2$ outliers (r_i^j), a estratégia de ponderação inicial apresentou desempenho satisfatório, pois o número de redundância mínimo ($r_{i\min}^j$) com os dados processados foi ligeiramente maior do que o obtido na etapa de planejamento, e, além disso, a diferença máxima entre estes ($\Delta r_{i\min}^j$) diminuiu ligeiramente com os dados processados em relação à etapa de planejamento.

Sobre os semi-eixos maiores dos elipsóides de confiança (com $IC = 99\%$), nota-se que estes aumentaram com a utilização da matriz peso atualizada, o que era esperado, em função das covariâncias não nulas entre as componentes de uma mesma linha-base.

De qualquer maneira, embora a componente de tendência, na etapa de planejamento, seja dada por $b = a - \sigma = 10 - 5,7 = 4,3 \text{ cm}$, e com os dados processados, seja dada por $b = a - \sigma = 10 - 7,2 = 2,8 \text{ cm}$, justamente em função das covariâncias não nulas, o parâmetro de não centralidade mínimo correspondente ($\lambda_{0_{\text{mín}}}$) não se alterou tanto, de $\lambda_{0_{\text{mín}}} = 15,928$ na etapa de planejamento para $\lambda_{0_{\text{mín}}} = 14,888$ com o processamento dos dados. Apenas a título de curiosidade, considerando $b = 2,8 \text{ cm}$ com as matrizes da etapa de planejamento, o parâmetro de não centralidade mínimo correspondente é muito menor, sendo dado por $\lambda_{0_{\text{mín}}} = 3,331$ (novamente, para todas as coordenadas do vértice SPCA).

Portanto, embora as covariâncias não nulas entre as observações de uma mesma linha-base aumentem o valor do semi-eixo maior dos elipsóides de confiança, e, desta forma, diminuam a componente de tendência (b), mantendo a acurácia desejada constante, é justamente o fato de se considerar covariâncias não nulas que faz com que o valor mínimo para o parâmetro de não centralidade do modelo ($\lambda_{0_{\text{mín}}}$) não seja muito afetado pelo menor valor da componente de tendência considerada, no caso, $b = 2,8 \text{ cm}$ ao invés de $b = 4,3 \text{ cm}$. Em outras palavras, considerando $q = 2 \text{ outliers}$ simultâneos nas observações, novamente, como no caso dos números de redundância mínimos ($r_{i_{\text{mín}}}^j$), a desconsideração das covariâncias não é uma suposição crítica para as medidas de confiabilidade externa.

Analisando ainda a Tabela 5.2, nota-se que, como o valor mínimo para o parâmetro de não centralidade do modelo não foi muito alterado, o poder do teste mínimo correspondente para o DS, no cenário unidimensional (obtido em função de $\lambda_{0_{\text{mín}}}$), também sofreu pouca variação, de $\gamma_0 = 0,9215$ (92,15%) na etapa de planejamento para $\gamma_0 = 0,9002$ (90,02%) com o processamento dos dados da rede GNSS. Entretanto, como os coeficientes de correlação entre as estatísticas de teste do DS (ρ_{ij}) aumentaram, em função das covariâncias não nulas entre as observações de uma mesma linha-base, o poder do teste mínimo, no cenário n -dimensional, diminuiu de $\hat{\gamma}_{\text{mín}}^n = 0,7931$ ou 79,31% (na etapa de planejamento) para $\hat{\gamma}_{\text{mín}}^n = 0,7215$ ou 72,15% (com o processamento dos dados).

Este poder do teste mínimo obtido no cenário n -dimensional ainda está acima do valor mínimo estipulado (no caso, $\hat{\gamma}_{\text{mín}}^n = 0,7215 > 0,70$), mas, a sua redução em relação ao caso unidimensional foi mais acentuada com o processamento dos dados GNSS do que na etapa de

planejamento, em função do grande número de observações envolvidas ($n = 81$), e principalmente, pelo fato de se desconsiderar as covariâncias na etapa de planejamento.

Portanto, nota-se que de fato é importante trabalhar com uma margem de segurança para o poder de teste mínimo na etapa de planejamento, pois, embora adotar covariâncias nulas facilite o planejamento da rede GNSS, após o processamento dos dados as covariâncias entre componentes de uma mesma linha-base não serão nulas, o que irá reduzir o poder do teste mínimo “real” da rede GNSS em questão.

Analisando ainda a Tabela 5.2, nota-se que a rede GNSS apresenta uma certa homogeneidade tanto na etapa de planejamento quanto com o processamento dos dados, como por exemplo, com a baixa diferença entre os semi-eixos maiores dos elipsóides de confiança dos vértices, de no máximo 1,3 *cm* na etapa de planejamento e de no máximo 1,1 *cm* com o processamento dos dados; e com a baixa diferença entre o poder do teste mínimo das observações no cenário n -dimensional, de no máximo 0,0049 (0,49%) na etapa de planejamento e de no máximo 0,0175 (1,75%) com o processamento dos dados.

Portanto, concluindo, pode-se afirmar que o planejamento da rede geodésica em questão foi satisfatório, pois, embora os resultados sejam (inevitavelmente) diferentes com o processamento dos dados, estas diferenças não foram tão críticas, e, ainda assim, a rede GNSS atendeu a todos os critérios de planejamento pré-estipulados e apresentados na Tabela 4.1.

Desta forma, pode-se afirmar que, caso existam erros grosseiros em até duas observações, pelo menos 50% destes erros serão refletidos nos respectivos resíduos destas observações. Além disso, com 99% de confiança, a rede GNSS em questão apresenta um valor para a acurácia posicional de no máximo 10 *cm* para cada coordenada de cada vértice, considerando tanto os efeitos de precisão quanto de tendência para até $q = 2$ *outliers* simultâneos. Por fim, a probabilidade de correta identificação de um *outlier* nas observações é de pelo menos 72%, considerando os testes individuais de todas as ($n = 81$) observações pelo procedimento DS (ou seja, em um cenário mais realista com a inclusão da análise do Erro Tipo III para todas as $n = 81$ hipóteses alternativas consideradas).

É importante ressaltar que, o planejamento de uma rede GNSS, desconsiderando as covariâncias entre as observações de uma mesma linha-base, é o caso de planejamento mais crítico possível, e, ainda assim, o método aqui proposto apresentou resultados satisfatórios. Para outros casos, como poligonais topográficas e redes de nivelamento altimétrico, por exemplo, a definição de uma matriz peso *a priori* é uma tarefa relativamente mais simples, e, muitas vezes, a matriz peso não é atualizada após o levantamento de campo. Além disso, o

problema de se estimar com confiança as variâncias e covariâncias das observações de uma rede GNSS não é exclusivo do método de planejamento de redes geodésicas aqui proposto (ver, por exemplo, GATTI, 2004).

Finalizando, ressalva-se também que, pelo método da tentativa e erro, conforme já mencionado, poderia ser adotado qualquer outro critério para a definição da matriz peso *a priori*, não sendo o objetivo central deste exemplo estudar melhores maneiras de se definir a precisão das observações GNSS de uma rede na etapa de planejamento. Este tipo de conhecimento pode ser aprimorado, por exemplo, pela experiência adquirida pelo especialista com os resultados obtidos em vários levantamentos, utilizando o mesmo método de levantamento/rastreamento de dados e os mesmos receptores GNSS.

Como um último comentário desta seção, analisando a Tabela 5.2, nota-se que as observações ou parâmetros referentes aos valores mínimos obtidos na etapa de planejamento não são necessariamente os mesmos referentes aos valores mínimos obtidos com o processamento dos dados da rede GNSS, justamente pelo fato da matriz W ter sido atualizada, embora a matriz A não se altere.

Na próxima seção deste capítulo, são estipulados outros critérios de planejamento, bem como, realizadas algumas alterações na geometria/configuração da rede GNSS e na precisão/correlação inicial assumida para as observações, visando demonstrar como estas questões podem afetar nos resultados obtidos na etapa de planejamento, seguindo o método aqui proposto.

5.2 Simulações de cenários alternativos na etapa de planejamento da rede GNSS

Nesta seção, são apresentados alguns cenários alternativos ao que foi exemplificado e demonstrado no capítulo anterior, visando analisar como questões como os critérios de planejamento, a geometria/configuração da rede e a precisão/correlação inicial assumida para as observações podem influenciar nos resultados finais obtidos no planejamento da rede geodésica, seguindo o método aqui proposto.

5.2.1 Definição de critérios alternativos na etapa de planejamento

Inicialmente, como exemplos de critérios alternativos pré-estipulados na etapa de planejamento, se considerou três cenários: acurácia posicional de $a = 10 \text{ cm}$ para $q = 3$ *outliers* simultâneos (Caso 1); acurácia posicional de $a = 15 \text{ cm}$ para $q = 2$ *outliers* simultâneos (Caso 2); e acurácia posicional de $a = 15 \text{ cm}$ para $q = 3$ *outliers* simultâneos (Caso 3); lembrando que o critério pré-estipulado para a rede geodésica em questão no capítulo anterior foi uma acurácia posicional de $a = 10 \text{ cm}$ para $q = 2$ *outliers* simultâneos (Caso 0). Como neste caso, o que é alterado são os critérios de planejamento, e não a geometria/configuração da rede geodésica ou a precisão/correlação assumida para as observações, os números de redundância, os semi-eixos maiores dos elipsóides de confiança e os coeficientes de correlação entre as estatísticas de teste permanecem iguais em todos os cenários considerados.

Desta forma, a Tabela 5.3 apresenta os resultados obtidos em cada um destes cenários de planejamento, de acordo com o método aqui proposto.

Tabela 5.3 – Resultados obtidos com o planejamento inicial (Caso 0) e com os critérios alternativos de planejamento (Casos 1, 2 e 3).

Critério	Caso 0 (a = 10 cm e q = 2)	Caso 1 (a = 10 cm e q = 3)	Caso 2 (a = 15 cm e q = 2)	Caso 3 (a = 15 cm e q = 3)
b	4,3 cm	4,3 cm	9,3 cm	9,3 cm
$\lambda_{0_{min}}$	15,928	6,660	74,505	31,153
γ_0	0,9215	0,502	(Praticamente 1,000*)	0,9987
$\hat{\gamma}_{min}^n$	0,7931	0,0242	(Praticamente 1,000*)	0,9972
$\Delta\hat{\gamma}_{min}$	0,0049	0,0118	(Praticamente 0,000*)	0,0002

Analisando a Tabela 5.3, nota-se que os resultados obtidos são muito diferentes, conforme o critério de planejamento adotado. Por exemplo, mantendo a acurácia desejada em $a = 10 \text{ cm}$, mas aumentando o número de *outliers* simultâneos não detectados de $q = 2$ para $q = 3$, o parâmetro de não centralidade mínimo do modelo reduz consideravelmente, de 15,928 para 6,660, e, conseqüentemente, o poder do teste mínimo do DS no cenário unidimensional também reduz consideravelmente, de 92,15% para 50,20%.

Nota-se ainda que, esta redução do poder do teste mínimo do DS é ainda mais crítica no cenário n -dimensional, de 79,31% para apenas 2,42%. Isto pode ser explicado pelo fato que o Erro Tipo III máximo possível, no Caso 0, é de $1 - 0,9215 = 0,0785$ (7,85%), enquanto no Caso 1, é de $1 - 0,502 = 0,498$ (49,8%). Ou seja, nota-se que na prática, de fato

o poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional depende, além do número total de observações (n) e dos coeficientes de correlação entre as estatísticas de teste (ρ_{ij}), também do poder do teste estipulado para o cenário unidimensional (γ_0), pois, é com base neste valor que são definidas as magnitudes máximas dos erros tipo II e III no cenário bidimensional, posteriormente utilizadas no cálculo do poder do teste mínimo no cenário n -dimensional (ver as Expressões 7, 8 e 10).

É importante mencionar também que, naturalmente, como os critérios pré-estipulados são diferentes (no caso, $a = 10\text{ cm}$ para $q = 2$ e para $q = 3$), o planejamento da rede geodésica, no caso, as alterações na geometria/configuração, para atender a cada um dos dois cenários (Caso 0 e Caso 1), também deve ser diferente. Entretanto, neste estudo, o objetivo não é realizar um novo planejamento da rede, apenas manter a configuração/geometria e precisão/correlação do planejamento original e demonstrar como os critérios pré-estipulados podem influenciar nos resultados finais, seguindo o método aqui proposto. No caso, a rede geodésica, com a geometria/configuração obtida no planejamento para $a = 10\text{ cm}$ e $q = 2$ *outliers* simultâneos (Caso 0), naturalmente, não é suficiente para atender ao critério mais rigoroso de planejamento com $a = 10\text{ cm}$ e $q = 3$ *outliers* simultâneos (Caso 1).

Analisando ainda a Tabela 5.3, nota-se que, se a rede geodésica em questão atende aos critérios de planejamento para $a = 10\text{ cm}$ e $q = 2$ *outliers* simultâneos (Caso 0), naturalmente, aumentando a tolerância da magnitude da acurácia posicional para $a = 15\text{ cm}$, mas, mantendo $q = 2$ (Caso 2), a rede geodésica, com a mesma geometria/configuração do planejamento inicial (Caso 0), apresenta resultados ainda mais satisfatórios. No caso, como o parâmetro de não centralidade mínimo do modelo aumenta consideravelmente, de 15,928 para 74,505, em termos práticos, pode-se dizer que o poder do teste mínimo do DS para o cenário unidimensional é de praticamente 100%. Em outras palavras, a probabilidade de detectar corretamente $q = 2$ *outliers* que exerçam uma tendência de $b = 15 - 5,7 = 9,3\text{ cm}$ em cada coordenada de cada vértice da rede geodésica é de praticamente 100%, em função deste valor de tendência ser muito alto para a geometria/configuração (isto é, redundância) da rede geodésica em questão, pois, lembrando, esta geometria/configuração foi obtida para o caso mais crítico onde $a = 10\text{ cm}$ e $q = 2$ (Caso 0).

Finalmente, para o cenário com $a = 15\text{ cm}$ e $q = 3$ *outliers* simultâneos, nota-se que o valor da componente de tendência ainda é relativamente alto para a geometria/configuração da rede geodésica em questão ($b = 15 - 5,7 = 9,3\text{ cm}$), e, desta forma, o poder do teste mínimo do DS no cenário unidimensional também é muito alto ($\gamma_0 = 0,9987$ ou 99,87%).

Logo, como a probabilidade máxima do Erro Tipo III é muito baixa neste novo cenário ($1 - 0,9987 = 0,0013$ ou $0,13\%$), o poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional permanece muito alto ($\hat{\gamma}_{\min}^n = 0,9972$ ou $99,72\%$). Este resultado também demonstra como de fato o planejamento da rede geodésica deve ser realizado em função dos critérios pré-estipulados: Neste caso, a geometria/configuração da rede geodésica, planejada para $a = 10 \text{ cm}$ e $q = 2$ (Caso 0), apresenta desempenho muito satisfatório para o novo cenário considerado, com $a = 15 \text{ cm}$ e $q = 3$ (Caso 2), ou seja, a rede geodésica em questão pode ter o seu custo reduzido, por exemplo, com a exclusão de algumas linhas-base, e, ainda assim, deve apresentar um poder do teste mínimo relativamente alto (por exemplo, $\hat{\gamma}_{\min}^n$ acima de 70%), considerando os novos critérios pré-estipulados em $a = 15 \text{ cm}$ (acurácia posicional) e $q = 3$ (número de *outliers* não detectados máximo admissível).

Desta forma, conclui-se que a Hipótese 1) estabelecida nesta Tese é verdadeira, ou seja, de fato os resultados obtidos com o planejamento da rede geodésica, de acordo com o método aqui proposto, são altamente dependentes dos critérios de qualidade pré-estipulados, e portanto, deve-se ter atenção especial na definição de valores adequados para os mesmos, em função dos custos e dos objetivos (finalidade) da rede geodésica em questão. Naturalmente, caso a rede geodésica apresente um custo muito alto, aplicando o método aqui proposto, os valores estipulados para os critérios de planejamento devem ser repensados, isto é, deve-se buscar um equilíbrio entre os critérios adotados e o custo do projeto.

Na próxima subseção, são mantidos os mesmos critério de planejamento previamente estipulados (Caso 0, ver a Tabela 4.1), mas, são realizadas alterações na geometria/configuração da rede geodésica (matriz A), visando verificar a influência desta questão nos resultados obtidos na etapa de planejamento, seguindo o método aqui proposto.

5.2.2 Verificação da influência da geometria/configuração da rede geodésica na etapa de planejamento

Para verificar a influência da geometria/configuração da rede geodésica nos resultados obtidos no planejamento da rede, seguindo o método aqui proposto, se considerou três cenários alternativos para a rede geodésica: Todas as linhas-base possíveis envolvendo todos os vértices levantadas apenas uma vez (Caso 1); todas as linhas-base possíveis envolvendo

todos os vértices levantadas duas vezes (Caso 2); e a transformação de um vértice desconhecido (UBA1) em um ponto de controle (Caso 3), mantendo as linhas-base previamente definidas no cenário original, a exceção da terceira ocupação entre os vértices MGIN – SPCA, reduzindo assim o número de vértices desconhecidos (de cinco para quatro), e aumentando o número de pontos de controle, de apenas um no cenário original para dois (MGIN e UBA1).

No Caso 1, o número de observações é $n = 15 \times 3 = 45$ e o número de incógnitas é $u = 3 \times 5 = 15$, sendo o número de graus de liberdade do ajustamento dado por $n - u = 30$. No Caso 2, o número de observações é $n = 30 \times 3 = 90$ e o número de incógnitas é $u = 3 \times 5 = 15$, sendo o número de graus de liberdade do ajustamento dado por $n - u = 75$. No Caso 3, o número de observações é $n = 24 \times 3 = 72$ e o número de incógnitas é $u = 3 \times 4 = 12$, sendo o número de graus de liberdade do ajustamento dado por $n - u = 60$. Lembrando que no cenário original (Caso 0), o número de observações é $n = 27 \times 3 = 81$ e o número de incógnitas é $u = 3 \times 5 = 15$, sendo o número de graus de liberdade do ajustamento dado por $n - u = 66$.

É importante ressaltar que, as únicas linhas-base possíveis entre dois vértices que não foram consideradas no cenário original (Caso 0) são apenas duas: SPCA – UBA1 e POLI – CHPI, e, com a transformação do vértice UBA1 em ponto de controle no Caso 3, naturalmente, foram desconsideradas as linhas-base MGIN – UBA1 e UBA1 – MGIN do cenário original (Caso 0, ver também a Figura 5.3). Além disso, apenas no Caso 0 (planejamento inicial) foi considerada a terceira ocupação da linha-base MGIN – SPCA, ao contrário dos demais cenários (Casos 1, 2 e 3).

Também é importante mencionar que, a estratégia de ponderação para as linhas-base adicionais (SPCA – UBA1 e POLI – CHPI no Caso 1, e SPCA – UBA1, POLI – CHPI, UBA1 – SPCA e CHPI – POLI no Caso 2) foi a mesma adotada para todas as demais linhas-base da rede, ou seja, de 0,5 ppm multiplicado pelo comprimento total da linha-base.

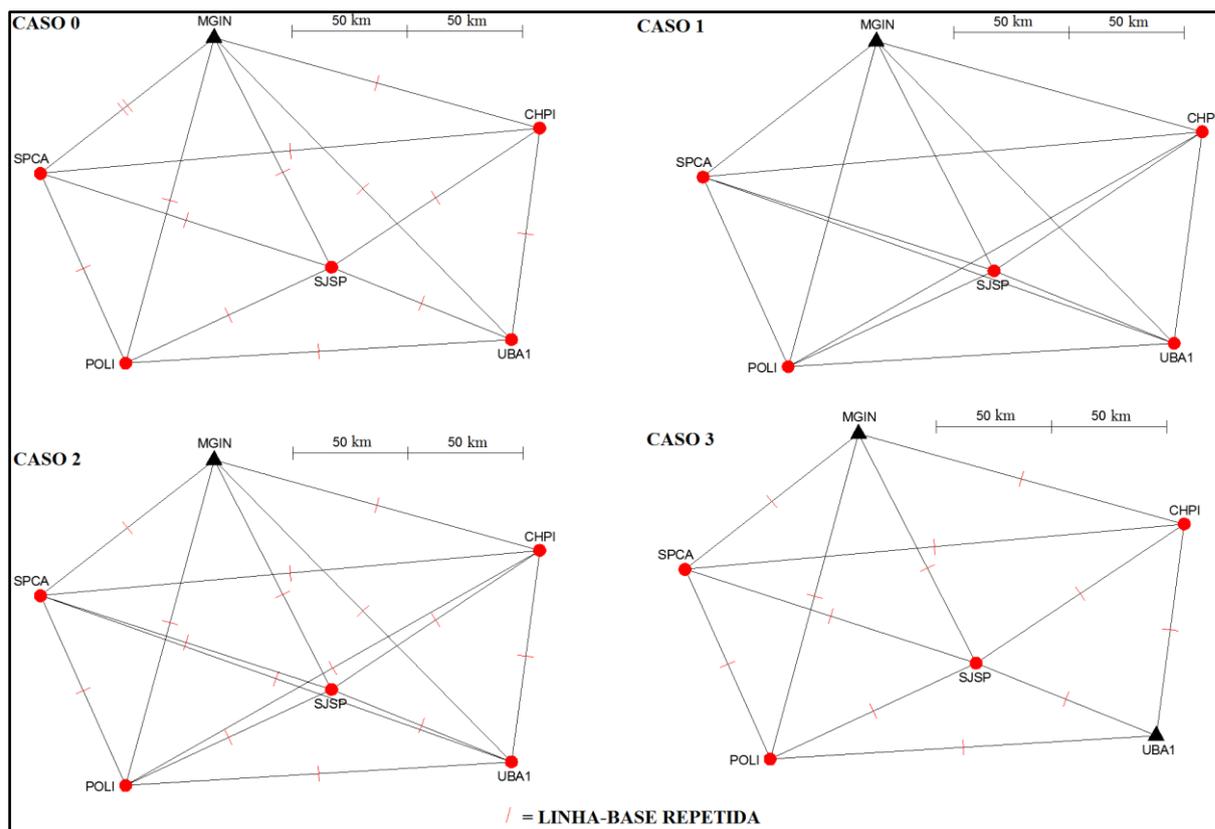


Figura 5.3 – Diferentes geometrias/configurações (Casos 0, 1, 2 e 3) para a rede GNSS.

Desta forma, a Tabela 5.4 apresenta os resultados obtidos com cada uma destas geometrias/configurações para a rede geodésica, de acordo com o método aqui proposto.

Tabela 5.4 – Resultados obtidos com a geometria/configuração inicial (Caso 0), e com as geometrias/configurações alternativas para a rede GNSS (Casos 1, 2 e 3).

Crítério	Caso 0	Caso 1	Caso 2	Caso 3
$n-u$	66	30	75	60
r_i^j $_{mín}$	0,5875	0,2716	0,6067	0,6061
Δr_i^j $_{mín}$	0,1204	0,1613	0,1105	0,1113
$\sigma_{i_{mín}}$	4,4 cm	7,2 cm	4,8 cm	3,7 cm
$\sigma_{i_{máx}}$	5,7 cm	8,3 cm	5,6 cm	4,8 cm
b	4,3 cm	1,7 cm	4,4 cm	5,2 cm
$\lambda_{0_{mín}}$	15,928	0,332	9,212	17,115
γ_0	0,9215	0,0236	0,6770	0,9408
$\rho_{ij_{máx}}$	0,4125	0,6134	0,3933	0,3939
$\hat{\gamma}_{mín}^n$	0,7931	Praticamente 0,000*	0,3170	0,8901
$\Delta \hat{\gamma}_{mín}^n$	0,0049	Praticamente 0,000*	0,0105	0,0032

Analisando os resultados da Tabela 5.4, nota-se que, primeiramente, o Caso 1 (todas as linhas-base possíveis entre todos os vértices, levantadas apenas uma vez), é o que apresenta os piores resultados, o que é explicado pelo número significativamente mais baixo de graus de liberdade (isto é, observações redundantes) deste cenário em relação aos demais. Ou seja, de

fato, aumentando a redundância, isto é, adicionando mais observações a rede geodésica, melhora-se a sua geometria/configuração e, conseqüentemente, os resultados obtidos na etapa de planejamento. No caso, a rede geodésica com a geometria/configuração apresentada no Caso 1 não atende a nenhum dos critérios previamente estipulados (ver a Tabela 4.1), especialmente para o poder do teste mínimo no cenário unidimensional, cujo valor obtido é de apenas 2,36%.

Estes resultados obtidos para o Caso 1 também demonstram como os critérios de planejamento do método aqui proposto estão fortemente interligados, pois, uma baixa redundância conduz a um valor relativamente mais alto para o semi-eixo maior máximo dos elipsoides de confiança, e conseqüentemente, um valor relativamente mais baixo para a componente de tendência (mantendo a acurácia final constante), o que também conduz a um parâmetro de não centralidade do modelo e um poder do teste mínimo no cenário unidimensional significativamente mais baixos. Logo, estes resultados e conclusões confirmam a Hipótese 4) estabelecida nesta Tese.

Neste cenário (Caso 1), o poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional nem foi estimado, em função do poder do teste mínimo extremamente baixo/limitado obtido no cenário unidimensional, de apenas 2,36%.

Desta forma, duplicando todas as observações consideradas (ver os resultados obtidos para os Casos 1 e 2), todos os critérios apresentam um ganho significativo em seus resultados.

Analisando e comparando os resultados do Caso 0 e do Caso 2 na Tabela 5.4, nota-se que, não necessariamente, uma maior redundância (graus de liberdade) garante resultados melhores para todos os critérios considerados. Por exemplo, embora o Caso 2 apresente três linhas-base (isto é, nove observações) a mais do que o Caso 0 (planejamento inicial), os valores obtidos para as componentes de tendência foram praticamente os mesmos em ambos os casos (diferença de apenas 1 *mm*), mas, o poder do teste mínimo do DS nos cenários unidimensional e n -dimensional foi significativamente maior para o Caso 0, apesar deste apresentar nove observações a menos do que o Caso 2. Isto pode ser explicado pelo fato que, embora tenha menos observações redundantes, o Caso 0 foi um planejamento mais crítico em relação ao Caso 2, onde simplesmente considerou-se duas vezes todas as linhas-base possíveis entre todos os vértices.

Por exemplo, não foram consideradas as linhas-base SPCA – UBA1 e POLI – CHPI no Caso 0, em função da grande distância entre estes pares de vértices (ver as Figuras 4.2 e 5.1), mas, em contrapartida, a linha-base MGIN – SPCA foi considerada com três ocupações diferentes, o que possibilitou os melhores resultados obtidos em relação ao Caso 2, mesmo o

Caso 0 contendo uma menor redundância, isto é, teoricamente, uma geometria/configuração “mais pobre”. Portanto, de fato, a consideração de linhas-base repetidas (duas ou mais vezes), ao invés de simplesmente se adicionar novas linhas-base (antes não consideradas), mostra-se uma estratégia interessante a ser adotada na prática, pois elimina “localmente” as deficiências da rede geodésica, segundo certo critério, além de reduzir os custos do projeto, isto é, o número de observações necessárias para apresentar resultados satisfatórios.

Finalmente, analisando ainda a Tabela 5.4, nota-se que, embora tenha duas linhas bases (isto é, seis observações redundantes) a menos, o Caso 3 apresenta melhores resultados do que o Caso 0 em todos os critérios considerados. Esses resultados obtidos para o Caso 3 são ainda mais surpreendentes se comparados com os resultados obtidos para o Caso 2, que possui cinco linhas-base (isto é, quinze observações redundantes) a mais do que o Caso 3. Isto é explicado pelo fato do Caso 3 conter dois pontos de controle (MGIN e UBA1) ao invés de apenas um como nos Casos 0 e 2 (MGIN). Desta forma, o desempenho superior do Caso 3 em relação aos demais é principalmente devido ao menor valor obtido para o semi-eixo maior máximo dos elipsóides de confiança dos vértices, o que conduz a um valor maior para a componente de tendência máxima admissível, e, conseqüentemente, maiores valores para o poder do teste mínimo do DS nos cenários unidimensional e n -dimensional.

Estes resultados estão de acordo com os resultados obtidos em Klein et al. (2013), onde foi notado que, quanto mais observações redundantes ao redor de um vértice, menor deve ser a influência de erros não aleatórios (quando não detectados) sobre este, e, quanto menor o afastamento de um vértice em relação a(os) ponto(s) de controle da rede, menor é a propagação dos (inevitáveis) erros aleatórios sobre este. Desta forma, a rede geodésica deve apresentar uma boa redundância (isto é, uma boa geometria/configuração), para reduzir a (possível) influência de erros não aleatórios nas observações (quando não detectados), mas, também, não pode apresentar vértices muito afastados do(s) ponto(s) de controle, para que a propagação dos inevitáveis erros aleatórios das observações sobre estes não seja muito acentuada, o que resulta em valores relativamente mais altos para os semi-eixos maiores dos elipsóides de confiança.

Portanto, mesmo possuindo menos observações redundantes que os Casos 0 e 2, o Caso 3 é o que apresenta os melhores resultados em todos os critérios considerados, a exceção de $r_{i \text{ min}}^j$ e $\Delta r_{i \text{ min}}^j$, onde os resultados são iguais, em termos práticos, aos do Caso 2, embora o Caso 3 possua quinze observações redundantes a menos. Logo, a inclusão de novos vértices conhecidos (pontos de controle), melhora consideravelmente os resultados obtidos.

Desta forma, dentre os Casos 0, 2 e 3, em termos de custo-benefício, o Caso 3 é o que apresenta os melhores resultados e também o menor número de linhas-base, isto é, de custos. Entretanto, ressalva-se que nem sempre é possível adicionar pontos de controle, isto é, vértices de coordenadas previamente conhecidas e confiáveis, a rede geodésica em questão, mas, esta estratégia deve ser considerada sempre que possível ou economicamente viável.

Encerrando esta subseção, um último comentário é feito sobre os coeficientes de correlação entre as estatísticas de teste do DS. Analisando a Tabela 5.4, nota-se que os valores máximos obtidos para estes são relativamente baixos para os Casos 0, 2 e 3, de no máximo 0,4125 (41,25%), enquanto para o Caso 1 o valor máximo obtido é significativamente maior, de 0,6134 (61,34%). Portanto, de fato, aumentando o número de graus de liberdade do ajustamento, isto é, de observações redundantes, diminui-se os coeficientes de correlação entre as estatísticas de teste das observações da rede, ou seja, se reduz a probabilidade do Erro Tipo III para cada par de observações considerado.

Na próxima subseção, é investigada a influência das covariâncias previamente estipuladas para as observações sobre os resultados obtidos no planejamento da rede geodésica, seguindo o método aqui proposto.

5.2.3 Verificação da influência das covariâncias previamente estipuladas para as observações na etapa de planejamento da rede geodésica

Nesta subseção, é investigada a influência das covariâncias previamente estipuladas para as observações sobre os resultados obtidos no planejamento da rede geodésica, seguindo o método aqui proposto. Conforme visto nos capítulos anteriores, no planejamento adotado, considerou-se as correlações, e conseqüentemente, as covariâncias das observações como sendo nulas. Na prática, entretanto, sabe-se que as observações de uma mesma linha-base (componentes $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$) de uma rede GNSS são correlacionadas.

Desta forma, para verificar a influência das covariâncias previamente estipuladas para as observações sobre os resultados obtidos no planejamento da rede geodésica, dois cenários alternativos foram considerados: A definição de um valor intermediário para as correlações de observações de uma mesma linha-base, no caso, de 0,5 ou 50% (Caso 1), e a definição de um valor alto para as correlações de observações de uma mesma linha-base, no caso, de 0,9 ou 90% (Caso 2), mantendo a mesma geometria/configuração para a rede GNSS obtida no

capítulo anterior. Com base nestes valores assumidos para as correlações, e com base nos valores assumidos para as variâncias, mantendo a estratégia de ponderação original de 0,5 ppm, se obtém os valores para as covariâncias das componentes $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ de cada linha-base.

Desta forma, a Tabela 5.5 apresenta os resultados obtidos com o planejamento original, considerando as covariâncias nulas (Caso 0), com os dois cenários alternativos considerados (Casos 1 e 2), e também com o processamento dos dados da rede GNSS (Processamento).

Tabela 5.5 – Resultados obtidos com o planejamento inicial (Caso 0), com os dois cenários alternativos (Casos 1 e 2), e com o processamento dos dados da rede GNSS (Processamento).

Critério	Caso 0 (correlações nulas)	Caso 1 (correlações de 50%)	Caso 2 (correlações de 90%)	Processamento
$r_{i \min}^j$	0,5875	0,5354	-0,2938	0,6102
$\Delta r_{i \min}^j$	0,1204	0,1544	0,6680	0,1007
$\sigma_{i \min}$	4,4 cm	5,9 cm	6,9 cm	6,1 cm
$\sigma_{i \max}$	5,7 cm	7,4 cm	8,5 cm	7,2 cm
b	4,3 cm	2,6 cm	1,5 cm	2,8 cm
$\lambda_{0 \min}$	15,928	7,006	0,003	14,888
γ_0	0,9215	0,5284	0,0111	0,9002
$\rho_{ij \min}$	0	0	Números imaginários*	0,00001
$\rho_{ij \max}$	0,4125	0,5115	Números imaginários*	0,6517
$\hat{\gamma}_{\min}^n$	0,7931	0,0305	Praticamente 0,000*	0,7215
$\Delta \hat{\gamma}_{\min}^n$	0,0049	0,0570	Praticamente 0,000*	0,0175

Analisando a Tabela 5.5, nota-se primeiramente que, o Caso 2, ou seja, a definição de correlações de 90% para as observações de uma mesma linha-base, não apresenta resultados compatíveis com a realidade, como por exemplo, alguns números de redundância negativos e alguns coeficientes de correlação entre as estatísticas de teste com números imaginários (por isto a omissão destes resultados).

Ainda sobre o Caso 2, nota-se que, como as correlações, e, portanto, as covariâncias das observações de uma mesma linha-base são muito altas, conseqüentemente, os semi-eixos maiores dos elipsóides de confiança dos vértices também se tornam mais altos, e, por isto, a componente de tendência, o parâmetro de não centralidade mínimo do modelo e o poder do teste mínimo do DS no cenário unidimensional se tornam muito baixos. Desta forma, valores muito altos previamente estipulados para as correlações das observações, como neste caso, de 90%, comprometem significativamente o planejamento da rede geodésica, devendo ser, na prática, descartados.

Analisando ainda a Tabela 5.5, nota-se que, em relação aos Casos 0 e 1 (correlações nulas e correlações de 50%, respectivamente), a desconsideração das correlações das observações apresenta resultados melhores e mais próximos do caso real (rede com dados GNSS processados) em todos os critérios considerados, principalmente para o poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional.

Ainda sobre os Casos 0 e 1, comparando os resultados destes com os resultados obtidos com o processamento dos dados da rede GNSS, nota-se que, a exceção dos valores obtidos para os semi-eixos maiores dos elipsóides de confiança, o Caso 0 é o que mais se aproxima dos valores obtidos na prática, ou seja, com o processamento dos dados da rede GNSS, mesmo desconsiderando as correlações entre as observações de uma mesma linha-base. Isto pode ser explicado pelo fato que, na prática, o modelo estocástico obtido é muito heterogêneo, isto é, as correlações entre as observações de uma mesma linha-base não são necessariamente iguais entre si, assim como as correlações entre observações de duas linhas-base distintas, sendo muito difícil, conforme já mencionado, estimar estes valores *a priori*.

Desta forma, a desconsideração das correlações é uma suposição inicial que apresenta resultados mais satisfatórios e concordantes com a realidade do que a suposição de um valor único (constante) para as correlações entre todas as observações de uma mesma linha-base (e ainda para todas as linhas-base), pois esta suposição de correlações constantes resulta em um modelo estocástico significativamente mais homogêneo do que o obtido na prática, além de degradar os resultados obtidos na etapa de planejamento, principalmente para os casos em que o valor assumido para as correlações é muito alto (como por exemplo, de 0,90 ou 90%).

5.3 Determinação do poder do teste mínimo da rede via Método Monte-Carlo

Encerrando este capítulo, para verificar se o poder do teste mínimo estimado, no cenário n -dimensional ($\hat{\gamma}_{\min}^n = 0,7215$), está de acordo com a “realidade” da rede GNSS em questão, o poder do teste mínimo da rede GNSS processada foi determinado empiricamente, por meio de diversas simulações pelo método de Monte-Carlo. No caso, utilizou-se apenas a matriz de covariância obtida com o processamento dos dados, e não as observações (componentes $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ das linhas-base), uma vez que estas estão contaminadas pelos inevitáveis erros aleatórios, além de poder conter erros grosseiros não detectáveis.

Desta forma, o vetor de observações foi numericamente simulado da seguinte maneira: com base nas coordenadas oficiais das estações da RBMC utilizadas, homologadas pelo IBGE no referencial SIRGAS2000, foram numericamente geradas as “verdadeiras” componentes $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ de cada linhas-base, isto é, as observações “verdadeiras” ou “isentas de erros” para a rede GNSS em questão. Logo, com base na matriz de covariância obtida com o processamento dos dados, gerou-se os respectivos erros aleatórios de cada observação, de acordo com a distribuição normal multivariada correspondente, isto é, o vetor nulo como esperança matemática e a matriz de covariância obtida com os dados processados como matriz de covariância das observações, com a restrição dos erros aleatórios numericamente gerados em função da distribuição normal multivariada serem inferiores, em módulo, a $3 \sigma_{y_i}$, onde σ_{y_i} corresponde ao respectivo desvio-padrão da i -ésima observação em questão. Finalmente, de acordo com a distribuição uniforme, em cada experimento realizado, foi numericamente gerado um erro grosseiro para uma i -ésima observação (positivo e/ou negativo), com uma magnitude entre $3 \sigma_{y_i}$ e $9 \sigma_{y_i}$.

Desta forma, o vetor das observações, em cada experimento, corresponde ao vetor das observações “verdadeiras” ou “isentas de erros”, mais o vetor dos erros aleatórios correspondente, numericamente gerado de acordo com a distribuição normal multivariada, mais o respectivo erro grosseiro na i -ésima observação considerada, numericamente gerado de acordo com a distribuição uniforme, com uma magnitude entre $3 \sigma_{y_i}$ e $9 \sigma_{y_i}$.

Considerando estas questões, para cada observação, três cenários diferentes foram realizados, ou, no caso, numericamente simulados 10.000 vezes: Caso 1 (o vetor de erros aleatórios é gerado uma única vez e permanece fixo, variando apenas o erro grosseiro para cada observação correspondente nas simulações), Caso 2 (tanto o vetor de erros aleatórios quanto o erro grosseiro para cada observação correspondente são numericamente gerados em cada novo experimento), e Caso 3 (para um mesmo vetor de erros aleatórios, 100 experimentos de erros grosseiros para cada observação são numericamente gerados, totalizando 100 vetores de erros aleatórios com 100 diferentes erros grosseiros em cada um, ou seja, $100 \times 100 = 10.000$ simulações para cada observação).

Realizados os diversos experimentos pelo método Monte-Carlo, a Tabela 5.6 e a Figura 5.4 apresentam o poder do teste do DS (isto é, o número de vezes em que o erro grosseiro foi identificado corretamente) mínimo obtido em cada cenário (Casos 1, 2, 3), bem como, a observação que apresentou o poder do teste mínimo correspondente. Naturalmente, o

nível de significância adotado para estas simulações foi de $\alpha_0 = 0,01$ (1%), o que conduz a um valor crítico teórico na distribuição normal padrão (teste bilateral) de $c_{\alpha_0/2} = 2,5758$.

Tabela 5.6 – Poder do teste mínimo da rede GNSS em cada cenário via simulações pelo Método Monte-Carlo.

Cenário	Poder do teste mínimo (em %):	Observação correspondente
Caso 1	84,92%	$\Delta Z_{SISP-UBA1}$
Caso 2	81,83%	$\Delta Z_{POLI-SISP}$
Caso 3	96,86%	$\Delta Z_{UBA1-CHPI}$

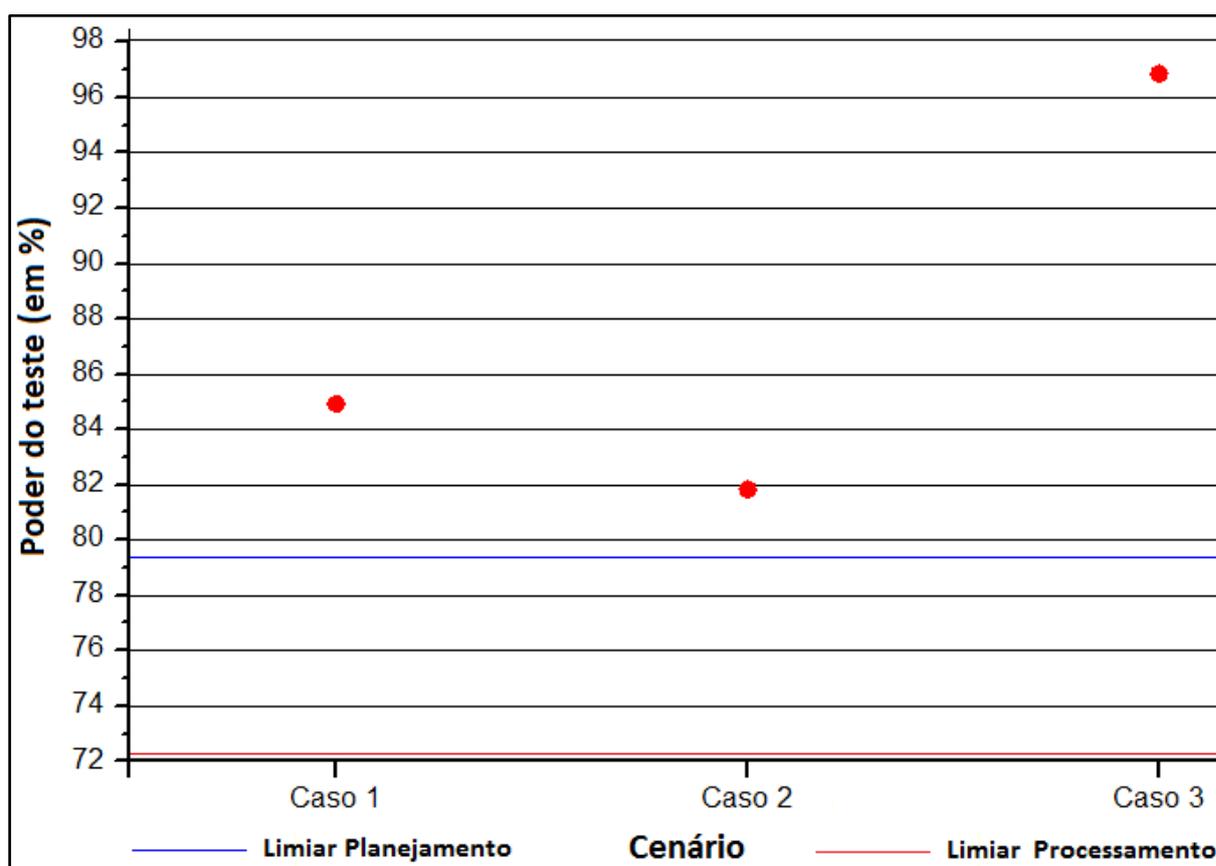


Figura 5.4 – Poder do teste mínimo da rede GNSS em cada cenário via simulações pelo Método Monte-Carlo.

Analisando a Tabela 5.6 e a Figura 5.4, nota-se que, nos três cenários considerados, o poder do teste mínimo da rede GNSS foi superior ao poder do teste mínimo estimado ($\hat{\gamma}_{\min}^n = 72,15\%$). No caso, em todos os cenários, o poder do teste mínimo da rede também foi superior ao poder do teste mínimo obtido na etapa de planejamento ($\hat{\gamma}_{\min}^n = 79,31\%$).

Além disso, analisando ainda a Tabela 5.6 e a Figura 5.4, nota-se que o Caso 3 apresentou um poder do teste mínimo significativamente superior aos Casos 1 e 2, embora nos três casos, tenha sido utilizado o mesmo número de simulações pelo Método Monte-Carlo (isto é, 10.000 experimentos para cada observação), e com os mesmos critérios para a geração dos vetores de erros aleatórios e dos *outliers* (erros grosseiros) correspondentes.

Finalmente, também nota-se que, para os três casos, a observação que apresentou o poder do teste mínimo é relativa a componente ΔZ de alguma linha-base. Isto pode ser explicado pelo fato que as componentes ΔZ das linhas-base apresentaram uma menor correlação com as componentes ΔX e ΔY , ou seja, em função da menor correlação das componentes ΔZ em relação as componentes ΔX e ΔY , a correta identificação de erros grosseiros nestas componentes também se torna mais baixa. No caso, para a rede GNSS em questão, as correlações médias entre as componentes de uma mesma linha-base foram de $-0,7500$ (entre as componentes ΔX e ΔY); de $-0,5650$ (entre as componentes ΔX e ΔZ); e de $0,5873$ (entre as componentes ΔY e ΔZ).

Sobre os tempos de processamento dos experimentos, é importante mencionar que todas as etapas do planejamento da rede GNSS em questão, com $n = 81$ observações, seguindo o método aqui proposto, apresentaram um custo computacional de alguns segundos, ou, de no máximo alguns minutos, ocorrido apenas na etapa de obtenção do parâmetro de não centralidade correspondente do modelo no cenário bidimensional, por meio de integrações numéricas. Entretanto, a determinação empírica do poder do teste mínimo da rede GNSS, por meio de simulações pelo Método Monte-Carlo, com $n = 81$ observações, apresentou um custo computacional de cerca de $25h$ para cada um dos três cenários realizados (Casos 1, 2 e 3), o que também ressalva a importância de, na etapa de planejamento, estimar o poder do teste mínimo da rede seguindo o método aqui proposto, ao invés de estimar o poder do teste mínimo empiricamente, por meio de simulações pelo método Monte-Carlo.

Desta forma, caso fosse necessário realizar alterações na rede geodésica na etapa de planejamento, para cada modificação da rede, a obtenção do poder do teste mínimo correspondente, de acordo com o método aqui proposto, teria um custo computacional de alguns minutos, enquanto por simulações pelo método Monte-Carlo, embora apresentem resultados mais “realistas”, por serem valores obtidos empiricamente, o custo computacional seria de várias horas para cada modificação, ou até mesmo, excedendo $24h$ de processamento, dependendo do número de observações da rede, como no caso da rede GNSS em questão (onde $n = 81$).

Com este capítulo, encerram-se todos os experimentos realizados nesta Tese, e o próximo capítulo apresenta as considerações finais, as conclusões e as recomendações obtidas com a realização desta pesquisa.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS, CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Encerrando esta Tese, este capítulo apresenta as considerações finais, as conclusões e as recomendações obtidas com a realização desta pesquisa.

6.1 Considerações Finais

Neste trabalho, o principal objetivo era desenvolver e propor um novo método para o planejamento de redes geodésicas, finalidade esta alcançada com êxito.

O método aqui proposto para o planejamento de redes geodésicas apresenta alguns aspectos inéditos, como por exemplo, a consideração da existência (simultânea) de múltiplos *outliers* no vetor das observações; a consideração da acurácia final dos vértices como uma soma das componentes de tendência e precisão (com o mesmo nível de confiança); a consideração do poder do teste do *Data Snooping* em um cenário n -dimensional, isto é, considerando as hipóteses alternativas de todas as observações testadas individualmente; e, ainda, a estimação do poder do teste, no cenário unidimensional, em função da acurácia final desejada, ao invés de simplesmente arbitrar um valor de referência para este.

Outros aspectos do método aqui proposto que devem ser ressaltados é que as medidas de precisão e de tendência da acurácia posicional dos vértices são relativas ao mesmo nível de confiança (NC); e o fato de todas estas grandezas estarem interligadas, pois, com base na medida de precisão, obtêm-se a medida de tendência, em função da acurácia final desejada, e, com base na medida de tendência, obtêm-se o poder do teste mínimo do DS tanto no cenário unidimensional quanto no cenário n -dimensional, ao contrário dos demais métodos de planejamento de redes geodésicas até então encontrados na literatura.

É importante mencionar também que, alguns dos temas consultados na literatura e utilizados no método aqui proposto são abordagens relativamente recentes, como as medidas de confiabilidade para múltiplos *outliers* simultâneos e a estimação do poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional, e, desta forma, ainda existem poucos estudos no cenário internacional sobre estas questões, o que também evidencia a importância desta pesquisa no âmbito da construção e da consolidação do conhecimento.

Por exemplo, em Knight et al. (2010), uma das recomendações sugeridas para trabalhos futuros, é que as medidas de confiabilidade para múltiplos *outliers*, apresentadas no referido trabalho, podem ser consideradas como critérios para o planejamento de redes geodésicas, que é justamente o caso desenvolvido e apresentado nesta Tese.

Além disso, em Yang et al. (2013), uma das conclusões destes autores é que estudos complementares são necessários para aplicar a metodologia proposta para determinação do poder do teste mínimo do DS em um problema geodésico mais geral, isto é, com um grande número de hipóteses alternativas, o que é o caso desta pesquisa, onde o número de observações da rede considerada, isto é, o número de hipóteses alternativas do DS, é $n = 81$.

6.2 Conclusões

Sobre o novo método de planejamento de redes geodésicas aqui proposto, com base nos resultados obtidos com os experimentos, inicialmente, sobre os critérios de planejamento, pode-se concluir que:

- Todo o planejamento da rede geodésica é altamente dependente dos critérios estipulados, como a acurácia final desejada, o número de redundância mínimo das observações, o número de *outliers* não detectados máximo admissível e o poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional; alterando os valores pré-definidos para estes critérios, pode resultar em significativas alterações na geometria/configuração da rede (matriz A), e/ou na precisão/correlação inicial das observações (matriz peso W);
- É muito importante a definição de valores adequados para os critérios de planejamento da rede geodésica, em função dos objetivos do projeto e da sua finalidade, para que a aplicação do método aqui proposto não resulte em uma rede geodésica com custos consideravelmente altos;
- Todos os critérios de planejamento do novo método aqui proposto estão intrinsecamente interligados, pois, por exemplo, uma baixa redundância conduz a um valor relativamente mais alto para o semi-eixo maior máximo dos

elipsóides de confiança, e conseqüentemente, um valor relativamente mais baixo para a componente de tendência (mantendo a acurácia final constante), o que também conduz a um poder do teste mínimo nos cenários unidimensional e n -dimensional significativamente mais baixos;

- É possível integrar os critérios de precisão e tendência dos vértices da rede em um único critério de acurácia posicional, considerando ainda um mesmo nível de significância (NC) para ambas as medidas, o que facilita a análise, a interpretação e a divulgação dos resultados finais;
- O poder do teste mínimo no cenário unidimensional pode ser enganoso, uma vez que considera somente a ocorrência do Erro Tipo II e desconsidera a ocorrência do Erro Tipo III para as demais observações testadas; desta forma, o poder do teste mínimo no cenário n -dimensional, isto é, considerando a ocorrência do Erro Tipo III para todas as observações testadas, pode ser significativamente menor, além de ser mais concordante com a realidade, por isto a importância de considerá-lo na etapa de planejamento da rede geodésica;
- O poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional depende, basicamente, do poder do teste arbitrado no cenário unidimensional, dos coeficientes de correlação entre as estatísticas de teste do DS, e do número total de observações da rede, e, desta forma, não necessariamente, valores baixos para as correlações entre as estatísticas de teste garantem um poder do teste mínimo relativamente alto no cenário n -dimensional, pois o número total de observações envolvidas pode ser alto, o que também aumenta a possibilidade de ocorrência do Erro Tipo III, e, além disso, um poder do teste mais baixo no cenário unidimensional pode decrescer consideravelmente no cenário n -dimensional, em função da maior magnitude possível para a ocorrência do Erro Tipo III, ou seja, todas estas questões devem ser consideradas no planejamento da rede geodésica em questão;
- O poder do teste mínimo de uma rede geodésica, estimado empiricamente por meio de diversas simulações pelo Método Monte-Carlo, é de fato maior do que o poder do teste mínimo estimado para esta rede no cenário n -dimensional, o

que vai de acordo com os resultados obtidos em Yang et al. (2013) e em Klein et al. (2014a), garantindo a segurança necessária na adoção deste valor como critério de planejamento.

Sobre a influência da geometria/configuração nos resultados obtidos na etapa de planejamento, seguindo o método aqui proposto, pode-se afirmar que:

- Os números de redundância mínimos, para $q = 2$ outliers simultâneos, são os casos mais críticos possíveis para cada observação neste cenário, isto é, considerando uma outra observação também contaminada por erro grosseiro, e, desta forma, para que a rede geodésica apresente todas as observações com números de redundância mínimos acima de 50%, considerando $q = 2$ outliers, a redundância da rede geodésica deve ser alta, o que encarece os custos do projeto; portanto, dependendo da finalidade da rede geodésica em questão, estes valores mínimos podem ser mais baixos, uma vez que consideram justamente o caso mais crítico possível para cada observação;
- Os resultados obtidos na etapa de planejamento são altamente dependentes do número de observações redundantes da rede geodésica, mas, não necessariamente, uma geometria/configuração com maior número de observações redundantes, isto é, com maiores custos, apresenta resultados melhores do que uma geometria/configuração com menos observações redundantes, isto é, com menores custos, pois outros fatores também influenciam nos resultados obtidos na etapa de planejamento, como por exemplo, número de pontos de controle e de observações “repetidas”;
- A adição de observações “repetidas”, ao invés da inclusão de “novas” observações, isto é, observações que não foram consideradas anteriormente, se mostra uma estratégia eficaz para melhorar a rede geodésica em algum determinado critério, pois a adição de observações “repetidas” remove as “deficiências locais” da rede, além de apresentar um custo relativamente menor do que a realização de novas e completamente diferentes observações em campo;

- A inclusão de novos pontos de controle diminui a propagação dos erros aleatórios das observações sobre as coordenadas dos vértices, diminuindo assim a magnitude dos semi-eixos maiores dos elipsóides de confiança correspondentes; além disso, a inclusão de observações redundantes ao redor de um vértice diminui a influência de possíveis erros não aleatórios sobre este (quando não detectados), sendo estas, portanto, duas estratégias interessantes a se adotar quando é necessário melhorar a rede geodésica em questão;
- Se todos os vértices apresentam o mesmo número de observações redundantes, os resultados obtidos para todos os critérios de planejamento são relativamente semelhantes entre todos os vértices, o que garante uma certa “homogeneidade” da rede geodésica em questão.

Em relação a questão das variâncias e covariâncias das observações, conclui-se que:

- A estratégia de ponderação da precisão das observações, considerando a precisão esperada para cada linha-base como $0,5 \text{ ppm}$ multiplicado pelo comprimento total da linha-base, apresentou resultados satisfatórios, em comparação com os resultados obtidos com o processamento dos dados da rede GNSS;
- A desconsideração das covariâncias das observações também apresentou resultados satisfatórios, em comparação com os resultados obtidos com o processamento dos dados da rede GNSS, pois, embora os resultados obtidos fossem inevitavelmente diferentes, estas diferenças não foram tão críticas, além do fato de que todos os critérios da etapa de planejamento continuaram sendo obedecidos após o processamento dos dados da rede GNSS;
- Além disso, a desconsideração das correlações é uma suposição inicial que apresenta resultados mais satisfatórios e concordantes com a realidade do que a suposição de um valor único (constante) para as correlações entre todas as observações de uma mesma linha-base (e ainda para todas as linhas-base), pois, esta suposição de correlações constantes resulta em um modelo estocástico significativamente mais homogêneo do que o obtido na prática, além de

degradar os resultados obtidos na etapa de planejamento, principalmente para os casos em que o valor assumido para as correlações é muito alto, como por exemplo: 0,90 (90%);

- Uma das principais limitações práticas do método aqui proposto é como estimar *a priori* as variâncias, e, principalmente, as covariâncias de redes GNSS, entretanto, ressalva-se que esta limitação não é exclusiva deste método, e, além disso, para redes geodésicas cujo modelo estocástico é mais fácil de se definir *a priori*, os resultados obtidos com o levantamento de campo em pouco diferem dos resultados obtidos na etapa de planejamento.

6.3 Recomendações

Com a experiência adquirida durante a realização desta pesquisa, como sugestões para trabalhos futuros, pode-se citar a realização de mais estudos sobre como determinar valores adequados para os critérios de planejamento da rede geodésica seguindo o novo método aqui proposto, como a acurácia final desejada para os vértices, o número de *outliers* não detectados máximo admissível e o poder do teste mínimo do DS no cenário n -dimensional.

Outro estudo interessante a ser realizado neste sentido é investigar mais a relação existente entre a componente de tendência, o parâmetro de não centralidade mínimo correspondente do modelo e o poder do teste mínimo do DS no cenário unidimensional.

Também é importante ressaltar que outros critérios podem ser considerados ao invés dos critérios aqui propostos, como por exemplo, para as medidas de precisão, pode-se considerar a curva pedal (ou podária) ao invés da elipse (ou elipsóide) de erros, ou, para as medidas de tendência, pode-se considerar os deslocamentos dos vértices obtidos via análise de robustez ao invés das medidas de confiabilidade externa.

Uma outra questão que merece atenção especial é, considerando os custos envolvidos, como selecionar de maneira adequada o nível de significância, ou analogamente, o nível de confiança, para as medidas de tendência e de precisão da acurácia posicional dos vértices, pois, este valor está diretamente relacionado com a magnitude máxima do Erro Tipo I, os semi-eixos maiores das elipses (ou elipsóides) de confiança, a obtenção do parâmetro de não centralidade do modelo, e, conseqüentemente, com o poder do teste mínimo do DS.

Sobre a definição *a priori* das variâncias e covariâncias de redes GNSS, um estudo interessante a ser feito é a estimação destas grandezas na etapa de planejamento, ao invés de se arbitrar critérios e desconsiderar as correlações existentes entre componentes de uma mesma linha-base, como a estratégia adotada neste trabalho (ver, por exemplo, GATTI, 2004).

Recomenda-se também a aplicação do método aqui proposto em diferentes redes geodésicas, como por exemplo, em redes de nivelamento geométrico, ou ainda, em poligonais topográficas, pois estas últimas contêm um modelo estocástico heterogêneo, formado por observações de diferentes unidades e variâncias, como ângulos e distâncias.

No caso de redes GNSS, recomenda-se ainda a investigação de planejamentos cujo desenvolvimento matemático seja realizado em um sistema geodésico local, ao invés de se utilizar das coordenadas cartesianas geocêntricas, o que possibilita fazer análises de planimetria e altimetria separadamente, como no caso de redes advindas de levantamentos planialtimétricos, por exemplo.

O método aqui proposto também pode ser aplicado em problemas de posicionamento GNSS em tempo real, considerando, por exemplo, os efeitos de cintilação ionosférica, ou ainda, adaptado para algoritmos RAIM (*Receiver Autonomous Integrity Monitoring*).

Além disso, nesta pesquisa só foram consideradas injunções absolutas, e, certamente, o uso de injunções relativas também influencia nos resultados obtidos na etapa de planejamento, pois, neste caso, assume-se que as mesmas possuem variâncias não nulas, sendo devidamente adicionadas ao modelo estocástico do ajustamento.

Outra questão que merece atenção é em relação ao modelo funcional, pois, neste trabalho, o modelo funcional adotado é linear e relativamente simples (equações de diferenças de coordenadas), entretanto, o modelo funcional pode ser mais complexo, isto é, não linear em relação aos parâmetros, necessitando de um processo iterativo de ajustamento, como por exemplo, em fototriangulações, poligonais topográficas, cadeias de triangulações geodésicas, e nos diferentes modelos matemáticos envolvidos no posicionamento por GNSS.

Sobre a aplicação do método aqui proposto, também recomenda-se a aplicação de abordagens alternativas deste, como por exemplo, fixando o poder do teste do DS no cenário unidimensional, ao invés de estimá-lo, ou então, considerando a medida de tendência e a medida de precisão para cada vértice individualmente, ao invés de considerar valores únicos para estas medidas para toda a rede geodésica.

Outra questão interessante é a adaptação do método aqui proposto para matrizes critérios, visando garantir propriedades ótimas como homogeneidade e isotropia para a rede

geodésica, ao invés de utilizar apenas critérios escalares na etapa de planejamento, como foi aqui desenvolvido e apresentado.

Finalmente, sobre a questão de como melhorar a rede geodésica, quando necessário, recomenda-se a substituição das decisões tomadas pelo geodesta, baseadas em sua experiência, por simulações pelo método Monte-Carlo, como por exemplo, a adição de uma única observação para todos os casos possíveis, verificando se a rede atende ao critério pré-estipulado, caso contrário, a adição de duas novas observações para todos os casos possíveis, e assim por diante, buscando otimizar a rede geodésica por meio do método da tentativa e erro, porém, em contrapartida, utilizando uma abordagem menos subjetiva na tomada das decisões. Além disso, também é interessante investigar a potencialidade de adaptação do método aqui proposto para abordagens com soluções analíticas ou meta-heurísticas.

REFERÊNCIAS

ALMAGBILE, A.; WANG, J.; DING, W.; KNIGHT, N. Sensitivity analysis of multiple fault test and reliability measures in integrated GPS/INS systems. In: **7th International Symposium on Mobile Mapping Technology**, Cracow, Poland, 2011.

AMORIM, G. P. **Confiabilidade de rede GPS de referência cadastral municipal - estudo de caso: rede do município de Vitória (ES)**. 2004. Dissertação (Mestrado em Transportes) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

ANGUS, J. E. RAIM with multiple faults. **Navigation**, v. 53, n. 4, p. 249–257, 2006.

ALTAMIMI, Z.; COLLILIEUX, X.; METIVIER, L. ITRF2008: An improved solution of the International Terrestrial Reference Frame. **Journal of Geodesy**, v. 85, n. 8, p. 457–473, 2011.

AYDIN, C.; DEMIREL, H. Computation of Baarda's lower bound of the non-centrality parameter. **Journal of Geodesy**, v. 78, n. 7–8, p. 437–441, 2005.

BAARDA, W. A generalization of the concept Strength of Figure. **Publications of the Computing Center of the Geodetic Institute**, Delft University, 1962.

BAARDA, W. A testing procedure for use in geodetic networks. **Publications on Geodesy**, New Series, v. 2, n. 5, Delft: Netherlands Geodetic Commission, 1968.

BAARDA, W. **S-transformation and criterion matrices**, Netherland Geodetic Commission, Delft, Netherlands, 1973.

BAARDA, W. Measures for the accuracy of geodetic networks. In: **Symposium on Optimization of Design and Computation of Control Networks**, p. 419–436, Sopron, Hungary, 1977.

BASELGA, S. Critical limitation in use of τ test for gross error detection. **Journal of Surveying Engineering**, v. 133, n. 2, p. 52–55, 2007.

BASELGA, S. Exhaustive search procedure for multiple outlier detection. **Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica**, v. 46, n. 4, p. 401–416, 2011a.

BASELGA, S. Non Existence of Rigorous Tests for Multiple Outlier Detection in Least Squares Adjustment, **Journal of Surveying Engineering**, v. 137, n. 3, p. 109–112, 2011b.

BASELGA, S. Second order design of geodetic networks by the simulated annealing method. **Journal of Surveying Engineering**, v. 137, n. 4, p. 167–173, 2011c.

BERBER, M. **Robustness Analysis of Geodetic Networks**. 2006. 121 p. Ph.D. Dissertation – Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, Canada, 2006.

BERBER, M.; HEKIMOGLU, S. What Is The Reliability Of Conventional Outlier Detection And Robust Estimation In Trilateration Networks? **Survey Review**, v. 37, n. 290, p. 308–318, 2003.

BERNÉ, J. L.; BASELGA, S. First-order design of geodetic networks using the simulated annealing method. **Journal of Geodesy**, v. 78 n. 1–2, p. 47–54, 2004.

CAMARGO, P. O. **Controle de qualidade aplicado ao filtro de Kalman**. 1992. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1992.

CARVALHO, A. S. **Avaliação do Desempenho de Técnicas de Ajustamento para Análise de Deslocamentos em Redes GPS**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2009.

CAVALHERI, E. P.; CHAVES, J. C. Análise de robustez de estações da Rede GNSS-SP. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 20, n. 2, p. 376–387, 2014.

CEN, M.; LI, Z.; DING, X.; ZHUO, J. Gross error diagnostics before least squares adjustment of observations. **Journal of Geodesy**, v. 77, n. 9, p. 503–513, 2003.

CHAVES, J. C. **Uso da tecnologia GPS na monitoração de deformação: sistemas, etapas e experimentos**. 2001. Tese (Doutorado em Transportes) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

CROSS, P. A. Numerical methods in network design. In: **Optimization and design of geodetic networks**. Edited by E. W. GRAFAREND & F. SANSONO, Berlin: Springer, p. 132–168, 1985.

DALMOLIN, Q. **Ajustamento por Mínimos Quadrados**. Curitiba: Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas/UFPR, 2002. 175p.

DALMOLIN, Q.; OLIVEIRA, R. **O Problema de Valor Próprio Inverso: Aplicações em Geodésia**. 1. ed. Curitiba: UFPR, 2009. 169p .

DALMOLIN, Q.; OLIVEIRA, R. Utilização do projeto de segunda ordem para garantir a qualidade geométrica de uma rede geodésica bidimensional. In: **I Simpósio de Ciências Geodésicas & Tecnologias da Geoinformação**, Recife, Pernambuco, 2004.

DALMOLIN, Q.; OLIVEIRA, R. Inverse Eigenvalue Problem Applied to Weight Optimization in a Geodetic Network. **Survey Review**, v. 43, p. 187–198, 2011.

DARE, P.; SALEH, H. GPS Network Design: Logistics Solution Using Optimal and Near-optimal Methods. **Journal of Geodesy**, v. 74, n. 6., p. 467–478, 2000.

DING, X.; COLEMAN, R. Multiple outlier detection by evaluating redundancy contributions of observations. **Journal of Geodesy**, v. 70, n. 8, p. 489–498, 1996a.

DING, X.; COLEMAN, R. Sensitivity analysis in Gauss-Markov models. **Journal of Geodesy**, v. 70, n. 8, p. 480–488, 1996b.

DREWES H., HEIDBACH O. The 2009 horizontal velocity model for South America and the Caribbean. Submitted to C. Pacino et al. (Eds.). **IAG Scientific Assembly “Geodesy for Planet Earth”**. IAG Symposia, Buenos Aires, August 31 to September 4, 2009.

FANG, X. Weighted total least squares: necessary and sufficient conditions, fixed and random parameters. **Journal of Geodesy**, v. 87, n. 8, p. 733–749, 2013.

FAN, H. **Theory of errors and least squares adjustment**. Royal Institute of Technology (KTH), Division of Geodesy and Geoinformatics, Stockholm (Sweden), Geodesy Report No. 2015. ISBN:91-7170-200-8, 2010.

FELUS, F. Application of total least squares for spatial point process analysis. **Journal of Surveying Engineering**, v. 130, n. 3, p. 126–133, 2004.

FIRKOWSKI, H. **Confiabilidade da fototriangulação: configuração e detecção de erros no apoio de campo**. 1986. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1988.

FÖRSTNER, W. Reliability and discernability of extended Gauss-Markov models. In: **Seminar on mathematical models to outliers and systematic errors**, Deutsche Geodätische Kommission, Series A, no. 98. Munich, Germany, p. 79–103, 1983.

GATTI, M. An empirical method of estimation of the variance-covariance matrix in GPS network design. **Survey Review**, v. 37, n. 273, p. 531–541, 2004.

GAUSS, C. F. **Theoria Motus Corporum Coelestium in Sectionibus Conicis Solem Ambientium**. Frid. Perthes et I. H. Besser, Hamburg, 1809.

GEMAEEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. Curitiba: Ed. UFPR, 1994. 319p.

GHILANI, C. D.; WOLF, P. R. **Adjustment Computations: Spatial Data Analysis**. 4. ed. New York: John Wiley & Sons, 2006. 611p.

GOLUB, G. H.; VAN LOAN, C. F. Total least squares. In: **Smoothing Techniques for Curve Estimation**. Edited by T. GASSER & M. ROSENBLATT, New York: Springer Verlag, p. 69–76, 1979.

GOLUB, G. H.; VAN LOAN, C. F. An analysis of the total least squares problem. **SIAM Journal on Numerical Analysis**, v. 17, n. 6, p. 883–893, 1980.

GRAFAREND, E. W. **Genauigkeitsmasse geodätischer Netze**. DGK A 73, Bayerische Akademie der Wissenschaften, München, 1972.

GRAFAREND, E. W. Optimization of Geodetic Networks, **Bolletino di Geodesia e Science Affini**, v. 33, n. 4, p. 351–406, 1974.

GRAFAREND, E. W.; SANZO, F. **Optimization and design of geodetic networks**, Berlin: Springer, 1985.

GUI, Q.; GONG, Y.; LI, G.; LI, B. Bayesian approach for detection of gross errors based on posterior probability. **Journal of Geodesy**, v. 81, n. 10, p. 651–659, 2007.

GUI, Q.; LI, X.; GONG, Y.; LI, B.; LI, G. A Bayesian unmasking method for locating multiple gross errors based on posterior probabilities of classification variables. **Journal of Geodesy**, v. 85, n. 4, p. 191–203, 2010.

GUO, J. F.; OU, J. K.; WANG, H. Quasi-accurate detection of outliers for correlated observations. **Journal of Surveying Engineering**, v. 133, n. 3, p. 129–133, 2007.

GUO, J.; OU, J.; WANG, H. Robust estimation for correlated observations: two local sensitivity-based downweighting strategies. **Journal of Geodesy**, v. 84, n. 4, p. 243–250, 2010.

GUO, J.; OU, J.; YUAN, Y. Reliability Analysis for a Robust M-Estimator. **Journal of Surveying Engineering**, v. 137, n. 1, p. 9–13, 2011.

HAWKINS, D. **Identification of outliers**. New York: Chapman and Hall, 1980.

HELMERT, F. R. Studien über rationelle Vermessungen im Gebiet der höheren Geodäsie. **Z. Math. Phys. Schlömilch**. v. 13 p. 73–120 e 163–168, 1868.

HUBER, P. J. Robust estimation of a location parameter. **Annals of Mathematical Statistics**. v. 35, p. 73–101, 1964.

HUBER, P. J. **Robust Statistics**. New York: John Wiley and Sons, 1981.

IBGE. **Resolução PR. n° 22, de 21 de julho de 1983**. Dispõe sobre as Especificações e Normas para Levantamento Geodésicos em Território Brasileiro. Boletim de Serviço 1602 (Suplemento). Rio de Janeiro. 11 p. 1° Agos. 1983.

IBGE. **Manual de normas, especificações e procedimentos técnicos para a carta internacional do Mundo ao Milionésimo - CIM 1:1 000 000**. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Departamento de Cartografia, 1993.

IBGE. **Recomendações para Levantamentos Relativos Estáticos – GPS**. 2008. Disponível em: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pdf/recom_gps_internet.pdf>. Acesso em: 08/07/2014. 35p.

IBGE. **RBMC – Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS**. 2014. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/rbmc/rbmc.shtm?c=7>>. Acesso em: 08/07/2014.

JUNG, I. Über die gunstigste Gewisheitsverteilung in Basisnetzen. **Akadem**, Abh, Uppsala, 1924.

KAVOURAS, M. **On the Detection of Outliers and the Determination of Reliability in Geodetic Networks**. 1982. M.Sc.E. Thesis – Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, Canada, 1982.

KERN, M.; PREIMESBERGER, T.; ALLESCH, M.; PAIL, R.; BOUMAN, J.; KOOP, R. Outlier detection algorithms and their performance in GOCE gravity field processing. **Journal of Geodesy**, v. 78, n. 9, p. 509-519, 2005.

KLEIN, I. 2012. **Controle de Qualidade no Ajustamento de Observações Geodésicas**. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, UFRGS, 2012. 322 p.

KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; MONICO, J. F. Proposta para a Estimativa da Acurácia de Redes Geodésicas Horizontais Integrando Análise de Robustez e de Covariância. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 19, n. 4, p. 525–547, 2013.

KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; GUZATTO, M. P. Como estimar um poder do teste mínimo e valores limites para o nível de confiança do Data Snooping. **Boletim de ciências geodésicas** (no prelo), 2014a.

KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; GUZATTO, M. P.; SOUZA, S. F.; VERONEZ, M. R. On evaluation of different methods for quality control of correlated observations. **Survey Review**, Advance Articles, 2014b.

KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; SOUZA, S. F.; COLLISCHONN, C. Planejamento de Redes Geodésicas Resistentes a Múltiplos Outliers. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 18, n. 3, p. 480–507, 2012.

KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; SOUZA, S. F. Teoria de Confiabilidade Generalizada para Múltiplos Outliers: Apresentação, Discussão e Comparação com a Teoria Convencional. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 17, n. 4, p. 519–548, 2011a.

KLEIN, I.; MATSUOKA, M. T.; SOUZA, S. F.; VERONEZ, M. R. Ajustamento de Observações: Uma Interpretação Geométrica para o Método dos Mínimos Quadrados. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 17, n. 2, p. 272–294, 2011b.

KNIGHT, N. L.; WANG, J.; RIZOS, C. Generalised Measures Of Reliability For Multiple Outliers. **Journal of Geodesy**, v. 84, n. 10, p. 625–635, 2010.

KOCH, K. R. **Parameter estimation and hypothesis testing in linear models**. 2. ed. Berlin: Springer, 1999.

KOCH, K. R. Robust estimation by expectation maximization algorithm. **Journal of Geodesy**, v. 87 n. 2, p. 107–116, 2013.

KRARUP, T.; JUHL, J.; KUBIK, K. Götterdämmerung over least squares. In: **Proceedings of the 14th Congress of the International Society of Photogrammetry**, Vol. B3, Hamburg, Germany, p. 369–378, 1980.

KUANG, S. L. **Optimization and design of deformation monitoring schemes**, PhD dissertation, Department of Surveying Engineering, Technical Report N°. 157, UNB, Fredericton, Canada, 1991.

KUANG, S. L. **Geodetic Network Analysis and Optimal Design**. Chelsea: Ann Arbor Press, 1996.

LARSON, H. J. **Introduction to probability theory and statistical inference**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 1974. 430p.

LEGENDRE, A. M. **Nouvelles Méthodes pour la Détermination des Orbites des Comètes**. Paris, 1805.

LEHMANN, R. Improved critical values for extreme normalized and studentized residuals in Gauss–Markov models. **Journal of Geodesy**, v. 86, n. 12, p. 1137–1146, 2012.

LEHMANN, R. On the formulation of the alternative hypothesis for geodetic outlier detection. **Journal of Geodesy**, v. 87, n. 4, p. 373–386, 2013.

MACHADO, W. C.; MONICO, J. F. G. Controle de qualidade do ajustamento recursivo de observações GPS em linhas de base curta. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 10, n. 2, p. 123–140, 2004.

MAGRO, F. H. S. **Aerotriangulação com métodos alternativos na detecção de erros e uso de injunções**. 1990. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1990.

MARINI, M. C.; MONICO, J. F. G. Aspectos da otimização e processamento de Redes GPS. **Pesquisas em Geociências**. Instituto de Geociências da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, v. 30, n. 2, p. 22–34, 2003.

MARQUES, J. M. **O método da análise de componentes principais na detecção e identificação de outliers múltiplos em fototriangulação**. 1994. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Departamento de Geociências, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1994.

MITISHITA, E. A. **Detecção de erros grosseiros nas aerotriangulações**. 1986. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1986.

MONICO, J. F. G.; MATSUOKA, M. T.; SAPUCCI, L. F. Confiabilidade interna e externa em Aplicações Geodésicas: Exemplo de uma Rede de Nivelamento. **Geodésia Online**, v. 2, p. 1, 2006.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações**. 2. ed. São Paulo: Ed. UNESP, 2008. 473p.

MONICO, J. F. G.; PÓZ, A. P. D.; GALO, M.; SANTOS, M. C.; OLIVEIRA, L. C. Acurácia e precisão: revendo os conceitos de forma acurada. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 15, n. 3, p. 469–483, 2009.

MORAES, C. V. Caracterização de Extremas no Espaço Geométrico: Fundamentos Jurídicos e Geodésicos. **Revista Brasileira de Cartografia**, n. 53, p. 1–15, 2001.

NEITZEL, F. Generalization of total least-squares on example of unweighted and weighted 2D similarity transformation. **Journal of Geodesy**, v. 84, n. 12, p. 751–762, 2010.

NEUMANN, I.; KUTTERER, H.; SCHÖN, S. Outlier Detection in Geodetic Applications with respect to observation imprecision. In: **Proceedings of the NSF Workshop on Reliable Engineering Computing - Modeling Errors and Uncertainty in Engineering Computations**, Savannah (Georgia), USA, p. 75-90, 2006.

OBBER, P.B. New, generally applicable metrics for RAIM/AAIM integrity monitoring. In: **9th international technical meeting of The Satellite Division of The Institute of Navigation, IONGPS-96**, Kansas City, Missouri, p. 1677-1686, 1996.

OLIVEIRA, R.; DALMOLIN, Q. Critérios para a análise da geometria de redes geodésicas por componentes principais. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 9, n. 1, p. 25-37, 2003.

OLIVEIRA, R.; DALMOLIN, Q. A Influência da Redundância da Observação sobre a Precisão dos Parâmetros. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 14, n. 3, p. 295-315, 2008.

OLIVEIRA, R.; DALMOLIN, Q. A otimização dos pesos das observações geodésicas por um problema de valor próprio inverso: solução pelo método de Newton e quase Newton BFGS. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 16, n. 4, p. 538-556, 2010.

OLIVEIRA, R. **Otimização dos pesos das observações geodésicas pelo problema de valor próprio inverso**. 2003. Dissertação (Mestrado) – Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, UFPR, 2003. 95 p.

OLIVEIRA, R. **Otimização dos pesos das observações geodésicas pelo problema de valor próprio inverso com considerações sobre o planejamento da confiabilidade da observação**. 2007. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2007.

OU, J. K. A new method of identifying and locating gross errors: Quasi-accurate detection. **Chinese Science Bulletin**, v. 44, n. 23, p. 2200-2204, 1999.

PAULINO, C. D.; PESTANA, D.; BRANCO, J.; SINGER, J.; BARROSO, L.; BUSSAB, W. **Glossário Inglês-Português de Estatística**. Sociedade Portuguesa de Estatística e Associação Brasileira de Estatística, 2011.

PELZER, H. Some criteria for the reliability of networks. In: HALMOS, F.; SOMOGYI, J. (Ed.) **Optimization of Design And Computation of Control Networks**. Budapest: Akadémiai Kiadó, p. 553-562, 1980.

PINTO, J. R. M. **Potencialidade do uso do GPS em obras de Engenharia**. 2000. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, UNESP, Presidente Prudente, 2000.

POPE, A. J. **The statistics of residuals and the detection of outliers**. NOAA Technical Report. NOS 65 NGS 1, Rockville, Md, 1976.

PRÓSZYNSKI, W. Measuring the robustness potential of the least squares estimation: geodetic illustration. **Journal of Geodesy**, v. 71, n. 10, p. 652-659, 1997.

PRÓSZYNSKI, W. Another approach to reliability measures for systems with correlated observations. **Journal of Geodesy**, v. 84, n. 9, p. 547-556, 2010.

ROUSSEEUW, P. J.; LEROY, A. M. **Robust regression and outlier detection**, New York: John Wiley and Sons, 1987.

SÁ, C. C. P. **Otimização de observações em redes geodésicas horizontais**. 1985. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia de Sistemas) – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 1985.

SANTOS, A. J. P. M. **Proposta de ajustamento para melhoria da confiabilidade e precisão dos pontos de rede geodésicas para fins topográficos locais**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos, 2006.

SANTOS JUNIOR, G.; FREITAS, S. R. C.; GEMAEL, C.; FAGGION, P. L. Implicações em Ajustar uma Rede Gravimétrica com Observações Médias ou Independentes: Análise de Precisão e Confiabilidade. **Revista Brasileira de Cartografia**, n. 57/02, 2005.

SCHAFFRIN, B. Some proposals concerning the diagonal Second Order Design of geodetic networks. **Manuscripta Geodetica**, v. 6, n. 3, p. 303–326, 1981.

SCHAFFRIN, B. Reliability measures for correlated observations. **Journal of Surveying Engineering**, v. 123, n. 3, p. 126–137, 1997.

SCHAFFRIN, B.; WIESER, A. On weighted total least-squares adjustment for linear regression. **Journal of Geodesy**, v. 82, n. 7, p. 415–421, 2008.

SILVA, J. F. C. **A inferência bayesiana e a detecção e localização automática de erros grosseiros em fototriangulação por feixes de raios**. 1987. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1987.

SIMKOOEI, A., A.; ASGARI, J.; ZANGENEH-NEJAD, F.; ZAMINPARDAZ, S. Basic Concepts of Optimization and Design of Geodetic Networks. **Journal of Surveying Engineering**, v. 138, n. 4, p. 172–183, 2012.

SIMKOOEI, A. A. Comparison of reliability and geometrical strength criteria in geodetic networks. **Journal of Geodesy**, v. 75, n. 4, p. 227–233, 2001a.

SIMKOOEI, A. A. Strategy for designing geodetic networks with high reliability and geometrical strength. **Journal of Surveying Engineering**, v. 127 n. 3, p. 104–117, 2001b.

SIMKOOEI, A. A. A new method for second order design of geodetic networks: Aiming at high reliability. **Survey Review**, v. 37, n. 293, p. 552–560, 2004.

SCHMITT, G. Spectral analysis and optimization of two dimensional networks. **Geomatics Research Australasia**, n. 67, p. 47–64, 1997.

TEIXEIRA, N. N.; FERREIRA, L. D. D. Análise da Confiabilidade de Redes Geodésicas. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 9, n. 2, p. 199–216, 2003.

TOMMASELLI, A. M. G.; LUGNANI, J. B. Detecção de erros grosseiros em Fototriangulação. In: **Simpósio Latino Americano de Sensoriamento Remoto**, Gramado, 1986.

TEUNISSEN, P. J. G. **Adjustment Theory: an introduction**. Delft: Ed. Delft University Press, 2003. 193p.

TEUNISSEN, P. J. G. **Testing theory: an introduction**. 2. ed. Delft: Ed. VSSD, 2006. 147p.

VAN HUFFEL, S.; VANDEWALLE, J. **The total least squares problem: computational aspects and analysis**. Philadelphia: SIAM, 1991.

VANIČEK, P.; CRAYMER, M. R.; KRAKIWSKY, E. J. Robustness analysis of geodetic horizontal networks. **Journal of Geodesy**, v. 75, n. 4, p. 199–209, 2001.

VANIČEK, P.; KRAKIWSKY, E. J.; CRAYMER, M. R.; GAO, Y.; ONG, P. J. **Robustness analysis**. Final contract report, Department of Surveying Engineering Technical Report No. 156, University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada, 1990. 116p.

VANIČEK, P.; KRAKIWSKY, E. J. **Geodesy: The Concepts**, 2. ed. Amsterdam: North Holland/Elsevier, 1986.

VANIČEK, P.; ONG, P.J.; KRAKIWSKY, E.J.; CRAYMER, M.R. **Application of Robustness analysis to Large Geodetic Networks**. Final contract report, Department of Geodesy and Geomatics Engineering Technical Report No. 180, University of New Brunswick, New Brunswick, Canada, 1996. 75p.

VAN MIERLO, J. Second order design: precision and reliability aspects. **Allgemeine Vermessung-Nachrichten**, Karlsruhe, v. 88, n. 3, p. 95–105, 1981.

WANG, J.; CHEN, Y. On the reliability measure of observations. **Acta Geodaetica et Cartographica Sinica**, English Edition, p. 42–51, 1994.

XU, P.L.; LIU, J. N.; SHI, C. Total least squares adjustment in partial errors-in-variables models: algorithm and statistical analysis. **Journal of Geodesy**, v. 86 n. 8, p. 661–675, 2012.

XU, P. Sign-constrained robust least squares, subjective breakdown point and the effect of weights of observations on robustness. **Journal of Geodesy**, v. 79, n. 1–3, p. 146–159, 2005.

YANG, Y.; SONG, L.; XU, T. Robust estimator for correlated observations based on bifactor equivalent weights. **Journal of Geodesy**, v. 76, n. 6–7, p. 353–358, 2002.

YANG, L.; WANG, J.; KNIGHT, N.; SHEN, Y. Outlier separability analysis with a multiple alternative hypotheses test. **Journal of Geodesy**, v. 85, n. 6, p. 591–604, 2013.

YETKIN, M. Metaheuristic optimisation approach for designing reliable and robust geodetic networks. **Survey Review**, v. 45, n. 329, p. 136–140, 2013.

APÊNDICE A

Valores tabelados para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do poder do teste (γ_0), do número de graus de liberdade do teste ou número de *outliers* considerados (q), e do nível de significância do teste (α_0), obtidos por meio do algoritmo de cálculo apresentado em Aydin & Demirel (2005).

Tabela A.1 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de *outliers* considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,60$ (60%).

q	$\alpha_0 = 0,100$ (10%)	$\alpha_0 = 0,050$ (5%)	$\alpha_0 = 0,010$ (1%)	$\alpha_0 = 0,005$ (0,5%)	$\alpha_0 = 0,001$ (0,1%)
1	3,601	4,899	8,004	9,366	12,559
2	4,654	6,213	9,752	11,255	14,717
3	5,414	7,154	11,008	12,619	16,290
4	6,036	7,924	12,040	13,741	17,591
5	6,575	8,591	12,935	14,717	18,726
6	7,058	9,187	13,738	15,593	19,747
7	7,498	9,732	14,472	16,394	20,682
8	7,906	10,236	15,153	17,137	21,551
9	8,287	10,708	15,790	17,833	22,365
10	8,647	11,153	16,391	18,490	23,135
11	8,988	11,575	16,961	19,113	23,866
12	9,314	11,977	17,505	19,709	24,564
13	9,625	12,363	18,027	20,279	25,234
14	9,925	12,733	18,528	20,827	25,878
15	10,213	13,090	19,011	21,356	26,498
16	10,492	13,434	19,478	21,866	27,099
17	10,762	13,768	19,930	22,361	27,681
18	11,024	14,092	20,369	22,842	28,245
19	11,278	14,407	20,795	23,309	28,795
20	11,526	14,713	21,211	23,763	29,330
21	11,768	15,012	21,616	24,207	29,851
22	12,003	15,304	22,011	24,639	30,360
23	12,234	15,589	22,397	25,062	30,858
24	12,459	15,867	22,775	25,476	31,345
25	12,679	16,140	23,145	25,881	31,822
26	12,895	16,407	23,507	26,278	32,290
27	13,107	16,669	23,863	26,667	32,748
28	13,315	16,926	24,212	27,050	33,199
29	13,520	17,179	24,554	27,425	33,641
30	13,720	17,427	24,891	27,794	34,075
31	13,918	17,671	25,222	28,157	34,503
32	14,112	17,911	25,548	28,513	34,923
33	14,303	18,148	25,868	28,865	35,337
34	14,491	18,381	26,184	29,211	35,745
35	14,676	18,610	26,495	29,552	36,147
36	14,859	18,836	26,802	29,888	36,543
37	15,039	19,059	27,105	30,219	36,934
38	15,217	19,279	27,403	30,546	37,319
39	15,392	19,496	27,697	30,869	37,700
40	15,566	19,710	27,988	31,187	38,075
41	15,737	19,921	28,275	31,502	38,446
42	15,905	20,130	28,559	31,812	38,812
43	16,072	20,336	28,839	32,119	39,174
44	16,237	20,540	29,116	32,423	39,532
45	16,400	20,742	29,390	32,723	39,886
46	16,562	20,942	29,660	33,020	40,236
47	16,721	21,139	29,928	33,313	40,582
48	16,879	21,334	30,193	33,603	40,925
49	17,035	21,527	30,455	33,891	41,263
50	17,189	21,718	30,715	34,175	41,599

Tabela A.2 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de *outliers* considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,65$ (65%).

q	$\alpha_0 = 0,100$ (10%)	$\alpha_0 = 0,050$ (5%)	$\alpha_0 = 0,010$ (1%)	$\alpha_0 = 0,005$ (0,5%)	$\alpha_0 = 0,001$ (0,1%)
1	4,120	5,500	8,768	10,191	13,512
2	5,278	6,919	10,617	12,180	15,766
3	6,110	7,933	11,945	13,614	17,407
4	6,791	8,761	13,034	14,794	18,765
5	7,380	9,478	13,980	15,820	19,949
6	7,907	10,119	14,827	16,740	21,014
7	8,387	10,704	15,601	17,581	21,990
8	8,832	11,245	16,319	18,361	22,896
9	9,248	11,752	16,991	19,092	23,745
10	9,640	12,229	17,624	19,782	24,547
11	10,012	12,682	18,226	20,436	25,309
12	10,366	13,114	18,800	21,061	26,037
13	10,706	13,527	19,349	21,659	26,735
14	11,032	13,924	19,877	22,235	27,405
15	11,346	14,307	20,387	22,789	28,052
16	11,650	14,677	20,879	23,325	28,678
17	11,944	15,035	21,355	23,845	29,284
18	12,229	15,382	21,817	24,349	29,873
19	12,506	15,719	22,267	24,838	30,445
20	12,775	16,048	22,704	25,315	31,002
21	13,038	16,368	23,131	25,780	31,545
22	13,295	16,680	23,547	26,234	32,076
23	13,546	16,986	23,954	26,678	32,594
24	13,791	17,284	24,352	27,112	33,101
25	14,031	17,577	24,741	27,536	33,598
26	14,266	17,863	25,123	27,953	34,085
27	14,496	18,144	25,498	28,361	34,563
28	14,723	18,420	25,865	28,762	35,031
29	14,945	18,690	26,226	29,155	35,492
30	15,163	18,956	26,580	29,542	35,944
31	15,378	19,218	26,929	29,922	36,389
32	15,589	19,475	27,272	30,296	36,827
33	15,797	19,728	27,610	30,665	37,258
34	16,002	19,977	27,942	31,028	37,683
35	16,203	20,223	28,270	31,385	38,101
36	16,402	20,465	28,593	31,737	38,514
37	16,598	20,704	28,911	32,085	38,920
38	16,791	20,939	29,225	32,427	39,322
39	16,982	21,172	29,535	32,765	39,718
40	17,170	21,401	29,841	33,099	40,109
41	17,356	21,628	30,143	33,429	40,495
42	17,540	21,851	30,442	33,755	40,876
43	17,721	22,072	30,737	34,076	41,253
44	17,901	22,291	31,028	34,394	41,625
45	18,078	22,507	31,316	34,709	41,994
46	18,253	22,720	31,601	35,020	42,358
47	18,427	22,932	31,883	35,327	42,718
48	18,598	23,140	32,162	35,632	43,075
49	18,768	23,347	32,438	35,933	43,427
50	18,936	23,552	32,711	36,231	43,777

Tabela A.3 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de *outliers* considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,70$ (70%).

q	$\alpha_0 = 0,100$ (10%)	$\alpha_0 = 0,050$ (5%)	$\alpha_0 = 0,010$ (1%)	$\alpha_0 = 0,005$ (0,5%)	$\alpha_0 = 0,001$ (0,1%)
1	4,705	6,172	9,611	11,099	14,554
2	5,974	7,702	11,567	13,192	16,909
3	6,884	8,792	12,970	14,702	18,624
4	7,626	9,683	14,121	15,942	20,041
5	8,268	10,453	15,119	17,021	21,278
6	8,842	11,141	16,014	17,988	22,389
7	9,365	11,768	16,831	18,872	23,407
8	9,849	12,349	17,588	19,691	24,352
9	10,301	12,893	18,297	20,459	25,238
10	10,728	13,404	18,965	21,183	26,075
11	11,132	13,890	19,599	21,871	26,870
12	11,518	14,353	20,204	22,527	27,629
13	11,886	14,796	20,784	23,155	28,356
14	12,241	15,221	21,341	23,759	29,056
15	12,582	15,631	21,877	24,341	29,730
16	12,912	16,027	22,396	24,904	30,382
17	13,231	16,411	22,898	25,449	31,014
18	13,541	16,783	23,385	25,977	31,628
19	13,842	17,144	23,859	26,492	32,224
20	14,135	17,496	24,320	26,992	32,805
21	14,420	17,839	24,769	27,480	33,371
22	14,699	18,174	25,208	27,956	33,924
23	14,971	18,501	25,636	28,421	34,464
24	15,237	18,820	26,056	28,877	34,993
25	15,498	19,133	26,466	29,322	35,511
26	15,753	19,440	26,868	29,759	36,018
27	16,003	19,741	27,262	30,187	36,516
28	16,249	20,036	27,649	30,608	37,004
29	16,490	20,326	28,029	31,020	37,484
30	16,727	20,610	28,403	31,426	37,955
31	16,960	20,890	28,770	31,825	38,419
32	17,189	21,165	29,131	32,217	38,875
33	17,415	21,436	29,487	32,604	39,324
34	17,637	21,703	29,837	32,984	39,767
35	17,856	21,966	30,182	33,359	40,202
36	18,072	22,225	30,522	33,728	40,632
37	18,284	22,481	30,857	34,093	41,056
38	18,494	22,733	31,188	34,452	41,474
39	18,701	22,981	31,514	34,807	41,886
40	18,905	23,227	31,837	35,157	42,293
41	19,107	23,469	32,155	35,502	42,696
42	19,306	23,709	32,469	35,844	43,093
43	19,503	23,945	32,780	36,181	43,485
44	19,698	24,179	33,086	36,515	43,873
45	19,890	24,410	33,390	36,844	44,257
46	20,080	24,639	33,690	37,170	44,636
47	20,269	24,865	33,986	37,493	45,011
48	20,455	25,088	34,280	37,812	45,383
49	20,639	25,309	34,570	38,128	45,750
50	20,821	25,528	34,858	38,440	46,114

Tabela A.4 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de *outliers* considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,75$ (75%).

q	$\alpha_0 = 0,100$ (10%)	$\alpha_0 = 0,050$ (5%)	$\alpha_0 = 0,010$ (1%)	$\alpha_0 = 0,005$ (0,5%)	$\alpha_0 = 0,001$ (0,1%)
1	5,379	6,940	10,565	12,121	15,721
2	6,770	8,591	12,636	14,329	18,186
3	7,763	9,765	14,122	15,920	19,980
4	8,573	10,722	15,339	17,226	21,463
5	9,272	11,550	16,395	18,362	22,756
6	9,897	12,289	17,340	19,379	23,917
7	10,467	12,964	18,204	20,310	24,981
8	10,993	13,587	19,003	21,172	25,969
9	11,485	14,170	19,752	21,980	26,895
10	11,949	14,720	20,458	22,742	27,769
11	12,389	15,241	21,128	23,465	28,600
12	12,808	15,737	21,767	24,154	29,392
13	13,209	16,212	22,378	24,815	30,152
14	13,594	16,669	22,966	25,450	30,883
15	13,965	17,108	23,533	26,062	31,587
16	14,323	17,533	24,080	26,654	32,268
17	14,670	17,944	24,610	27,226	32,928
18	15,006	18,343	25,124	27,782	33,568
19	15,333	18,731	25,624	28,323	34,191
20	15,651	19,108	26,111	28,848	34,797
21	15,961	19,475	26,585	29,361	35,388
22	16,263	19,834	27,047	29,862	35,966
23	16,559	20,184	27,500	30,351	36,530
24	16,848	20,527	27,942	30,829	37,081
25	17,131	20,862	28,375	31,297	37,622
26	17,408	21,191	28,799	31,756	38,151
27	17,679	21,513	29,215	32,206	38,670
28	17,946	21,829	29,623	32,647	39,180
29	18,208	22,139	30,024	33,081	39,681
30	18,465	22,444	30,418	33,507	40,173
31	18,718	22,744	30,805	33,926	40,657
32	18,967	23,039	31,186	34,338	41,133
33	19,211	23,329	31,561	34,744	41,601
34	19,452	23,615	31,930	35,144	42,063
35	19,690	23,897	32,294	35,537	42,518
36	19,924	24,174	32,653	35,925	42,966
37	20,155	24,448	33,006	36,308	43,408
38	20,382	24,718	33,355	36,685	43,844
39	20,607	24,984	33,699	37,058	44,274
40	20,828	25,247	34,039	37,425	44,699
41	21,047	25,507	34,374	37,788	45,119
42	21,263	25,763	34,706	38,147	45,533
43	21,477	26,016	35,033	38,501	45,943
44	21,688	26,267	35,356	38,851	46,347
45	21,897	26,514	35,676	39,198	46,747
46	22,103	26,759	35,993	39,540	47,143
47	22,307	27,001	36,305	39,878	47,534
48	22,509	27,240	36,615	40,213	47,922
49	22,709	27,477	36,921	40,545	48,305
50	22,906	27,712	37,224	40,873	48,684

Tabela A.5 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de *outliers* considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,80$ (80%).

q	$\alpha_0 = 0,100$ (10%)	$\alpha_0 = 0,050$ (5%)	$\alpha_0 = 0,010$ (1%)	$\alpha_0 = 0,005$ (0,5%)	$\alpha_0 = 0,001$ (0,1%)
1	6,182	7,849	11,679	13,313	17,075
2	7,711	9,635	13,881	15,649	19,662
3	8,798	10,903	15,458	17,330	21,545
4	9,683	11,935	16,749	18,710	23,100
5	10,447	12,828	17,869	19,910	24,456
6	11,129	13,624	18,872	20,984	25,674
7	11,750	14,351	19,787	21,967	26,790
8	12,324	15,022	20,635	22,877	27,825
9	12,861	15,650	21,429	23,729	28,795
10	13,367	16,241	22,177	24,533	29,711
11	13,846	16,802	22,886	25,296	30,581
12	14,302	17,336	23,563	26,023	31,412
13	14,739	17,847	24,211	26,720	32,208
14	15,158	18,338	24,833	27,390	32,973
15	15,562	18,811	25,433	28,035	33,711
16	15,953	19,268	26,013	28,659	34,424
17	16,330	19,710	26,574	29,263	35,115
18	16,697	20,139	27,118	29,849	35,786
19	17,052	20,555	27,647	30,419	36,438
20	17,399	20,961	28,162	30,973	37,073
21	17,736	21,356	28,664	31,514	37,692
22	18,065	21,741	29,154	32,041	38,296
23	18,387	22,118	29,632	32,556	38,886
24	18,701	22,486	30,100	33,060	39,464
25	19,009	22,847	30,559	33,554	40,030
26	19,310	23,200	31,007	34,037	40,584
27	19,606	23,546	31,448	34,512	41,127
28	19,896	23,885	31,879	34,977	41,661
29	20,181	24,219	32,303	35,434	42,185
30	20,460	24,547	32,720	35,883	42,700
31	20,736	24,869	33,130	36,324	43,206
32	21,006	25,186	33,533	36,759	43,704
33	21,272	25,497	33,930	37,186	44,195
34	21,534	25,805	34,320	37,607	44,678
35	21,793	26,107	34,705	38,022	45,154
36	22,047	26,405	35,084	38,431	45,623
37	22,298	26,699	35,458	38,834	46,085
38	22,546	26,989	35,827	39,231	46,542
39	22,790	27,275	36,191	39,623	46,992
40	23,031	27,557	36,550	40,011	47,436
41	23,269	27,836	36,905	40,393	47,875
42	23,504	28,111	37,256	40,771	48,309
43	23,736	28,383	37,602	41,144	48,737
44	23,966	28,652	37,944	41,513	49,161
45	24,192	28,918	38,282	41,877	49,579
46	24,417	29,181	38,617	42,238	49,993
47	24,639	29,441	38,947	42,594	50,403
48	24,858	29,698	39,275	42,947	50,808
49	25,075	29,952	39,598	43,296	51,209
50	25,290	30,204	39,919	43,642	51,605

Tabela A.6 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de *outliers* considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,85$ (85%).

q	$\alpha_0 = 0,100$ (10%)	$\alpha_0 = 0,050$ (5%)	$\alpha_0 = 0,010$ (1%)	$\alpha_0 = 0,005$ (0,5%)	$\alpha_0 = 0,001$ (0,1%)
1	7,189	8,978	13,048	14,772	18,723
2	8,879	10,923	15,403	17,258	21,454
3	10,076	12,301	17,087	19,045	23,441
4	11,050	13,422	18,466	20,513	25,081
5	11,890	14,391	19,661	21,787	26,510
6	12,639	15,255	20,731	22,928	27,795
7	13,321	16,042	21,707	23,971	28,970
8	13,952	16,770	22,611	24,938	30,061
9	14,541	17,450	23,457	25,842	31,084
10	15,095	18,090	24,254	26,695	32,049
11	15,621	18,697	25,011	27,505	32,966
12	16,121	19,276	25,732	28,277	33,840
13	16,600	19,829	26,422	29,016	34,679
14	17,060	20,361	27,085	29,726	35,484
15	17,503	20,873	27,724	30,411	36,261
16	17,930	21,367	28,341	31,072	37,012
17	18,344	21,845	28,939	31,713	37,740
18	18,745	22,309	29,519	32,334	38,446
19	19,135	22,760	30,082	32,938	39,132
20	19,514	23,199	30,630	33,526	39,800
21	19,884	23,626	31,165	34,099	40,452
22	20,244	24,043	31,686	34,658	41,088
23	20,596	24,450	32,195	35,204	41,709
24	20,940	24,848	32,694	35,738	42,317
25	21,277	25,238	33,181	36,261	42,912
26	21,607	25,620	33,659	36,774	43,496
27	21,931	25,994	34,127	37,276	44,068
28	22,248	26,361	34,587	37,769	44,629
29	22,560	26,722	35,038	38,254	45,180
30	22,866	27,076	35,482	38,729	45,722
31	23,167	27,424	35,918	39,197	46,255
32	23,463	27,767	36,346	39,657	46,779
33	23,755	28,104	36,769	40,110	47,295
34	24,042	28,436	37,184	40,556	47,803
35	24,324	28,763	37,594	40,995	48,303
36	24,603	29,085	37,997	41,428	48,797
37	24,877	29,403	38,395	41,855	49,283
38	25,148	29,716	38,787	42,277	49,763
39	25,415	30,025	39,174	42,692	50,237
40	25,679	30,330	39,557	43,102	50,704
41	25,939	30,631	39,934	43,507	51,166
42	26,197	30,929	40,307	43,907	51,622
43	26,451	31,223	40,675	44,303	52,072
44	26,702	31,513	41,039	44,693	52,518
45	26,950	31,800	41,399	45,079	52,958
46	27,195	32,084	41,754	45,461	53,393
47	27,438	32,365	42,106	45,839	53,824
48	27,678	32,643	42,454	46,212	54,250
49	27,915	32,917	42,798	46,582	54,671
50	28,150	33,189	43,139	46,948	55,089

Tabela A.7 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de *outliers* considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,90$ (90%).

q	$\alpha_0 = 0,100$ (10%)	$\alpha_0 = 0,050$ (5%)	$\alpha_0 = 0,010$ (1%)	$\alpha_0 = 0,005$ (0,5%)	$\alpha_0 = 0,001$ (0,1%)
1	8,564	10,507	14,879	16,717	20,904
2	10,458	12,654	17,427	19,392	23,817
3	11,796	14,172	19,247	21,314	25,935
4	12,883	15,405	20,737	22,891	27,683
5	13,819	16,470	22,028	24,260	29,206
6	14,653	17,419	23,182	25,486	30,574
7	15,413	18,284	24,235	26,606	31,826
8	16,115	19,083	25,211	27,643	32,987
9	16,770	19,829	26,123	28,614	34,075
10	17,386	20,532	26,982	29,529	35,102
11	17,970	21,198	27,798	30,397	36,078
12	18,527	21,833	28,575	31,226	37,009
13	19,059	22,440	29,319	32,018	37,900
14	19,570	23,022	30,033	32,780	38,758
15	20,062	23,583	30,722	33,514	39,584
16	20,536	24,125	31,387	34,224	40,383
17	20,996	24,650	32,031	34,910	41,156
18	21,441	25,158	32,655	35,576	41,907
19	21,874	25,652	33,262	36,224	42,637
20	22,295	26,132	33,852	36,854	43,347
21	22,705	26,601	34,427	37,467	44,040
22	23,105	27,057	34,989	38,067	44,716
23	23,496	27,503	35,537	38,652	45,377
24	23,878	27,939	36,073	39,224	46,023
25	24,252	28,366	36,598	39,785	46,655
26	24,618	28,784	37,113	40,334	47,275
27	24,977	29,194	37,617	40,872	47,883
28	25,330	29,596	38,112	41,400	48,480
29	25,675	29,991	38,597	41,919	49,065
30	26,015	30,379	39,074	42,429	49,641
31	26,349	30,760	39,544	42,930	50,207
32	26,677	31,135	40,005	43,422	50,764
33	27,000	31,504	40,459	43,907	51,312
34	27,318	31,867	40,906	44,385	51,852
35	27,632	32,225	41,347	44,855	52,384
36	27,941	32,578	41,781	45,319	52,908
37	28,245	32,925	42,209	45,776	53,425
38	28,545	33,268	42,631	46,227	53,934
39	28,842	33,606	43,048	46,672	54,437
40	29,134	33,940	43,459	47,111	54,934
41	29,423	34,270	43,865	47,545	55,424
42	29,708	34,595	44,266	47,973	55,909
43	29,989	34,917	44,662	48,396	56,387
44	30,267	35,235	45,053	48,815	56,860
45	30,543	35,549	45,440	49,228	57,328
46	30,814	35,860	45,823	49,637	57,790
47	31,083	36,167	46,201	50,041	58,247
48	31,350	36,471	46,575	50,441	58,699
49	31,613	36,771	46,945	50,836	59,147
50	31,873	37,069	47,312	51,228	59,590

Tabela A.8 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de *outliers* considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,95$ (95%).

q	$\alpha_0 = 0,100$ (10%)	$\alpha_0 = 0,050$ (5%)	$\alpha_0 = 0,010$ (1%)	$\alpha_0 = 0,005$ (0,5%)	$\alpha_0 = 0,001$ (0,1%)
1	10,822	12,995	17,814	19,819	24,358
2	13,023	15,443	20,650	22,777	27,543
3	14,573	17,170	22,674	24,901	29,856
4	15,828	18,572	24,329	26,642	31,764
5	16,909	19,780	25,762	28,152	33,427
6	17,871	20,857	27,043	29,504	34,919
7	18,746	21,838	28,212	30,739	36,285
8	19,554	22,744	29,294	31,882	37,552
9	20,308	23,589	30,305	32,952	38,738
10	21,018	24,386	31,258	33,960	39,858
11	21,690	25,140	32,161	34,917	40,921
12	22,330	25,858	33,022	35,829	41,936
13	22,942	26,545	33,846	36,702	42,907
14	23,529	27,204	34,638	37,540	43,841
15	24,094	27,839	35,400	38,348	44,741
16	24,640	28,452	36,136	39,129	45,611
17	25,168	29,045	36,849	39,884	46,454
18	25,680	29,620	37,540	40,617	47,271
19	26,177	30,178	38,211	41,329	48,066
20	26,660	30,721	38,865	42,022	48,839
21	27,131	31,250	39,501	42,697	49,593
22	27,590	31,767	40,122	43,356	50,329
23	28,039	32,271	40,729	44,000	51,048
24	28,477	32,763	41,322	44,629	51,751
25	28,906	33,246	41,903	45,245	52,439
26	29,326	33,718	42,471	45,849	53,114
27	29,738	34,181	43,029	46,441	53,775
28	30,142	34,635	43,576	47,021	54,424
29	30,539	35,081	44,113	47,591	55,061
30	30,928	35,519	44,641	48,151	55,688
31	31,311	35,949	45,159	48,702	56,303
32	31,688	36,372	45,669	49,243	56,909
33	32,058	36,789	46,171	49,776	57,505
34	32,423	37,199	46,666	50,301	58,092
35	32,782	37,603	47,152	50,818	58,670
36	33,136	38,001	47,632	51,327	59,240
37	33,485	38,393	48,105	51,830	59,802
38	33,830	38,780	48,572	52,325	60,357
39	34,169	39,162	49,032	52,814	60,904
40	34,504	39,539	49,486	53,296	61,444
41	34,835	39,911	49,935	53,772	61,977
42	35,162	40,278	50,378	54,243	62,503
43	35,484	40,641	50,815	54,707	63,023
44	35,803	41,000	51,248	55,167	63,537
45	36,119	41,354	51,675	55,621	64,046
46	36,430	41,704	52,098	56,069	64,548
47	36,738	42,051	52,515	56,513	65,045
48	37,043	42,394	52,929	56,952	65,537
49	37,345	42,733	53,338	57,387	66,023
50	37,643	43,068	53,743	57,817	66,505

Tabela A.9 – Valores para o parâmetro de não centralidade do modelo (λ_0) em função do número de *outliers* considerados (q) e o nível de significância do teste (α_0), para um poder do teste fixo em $\gamma_0 = 0,99$ (99%).

q	$\alpha_0 = 0,100$ (10%)	$\alpha_0 = 0,050$ (5%)	$\alpha_0 = 0,010$ (1%)	$\alpha_0 = 0,005$ (0,5%)	$\alpha_0 = 0,001$ (0,1%)
1	15,770	18,373	24,031	26,352	31,549
2	18,557	21,396	27,415	29,846	35,247
3	20,509	23,521	29,826	32,351	37,931
4	22,087	25,243	31,795	34,403	40,145
5	23,443	26,726	33,498	36,182	42,072
6	24,649	28,046	35,020	37,774	43,801
7	25,745	29,247	36,408	39,227	45,382
8	26,756	30,356	37,692	40,572	46,848
9	27,699	31,391	38,891	41,829	48,222
10	28,585	32,365	40,021	43,014	49,517
11	29,425	33,286	41,092	44,138	50,746
12	30,224	34,164	42,112	45,209	51,919
13	30,987	35,003	43,088	46,234	53,042
14	31,720	35,808	44,026	47,218	54,121
15	32,425	36,583	44,928	48,166	55,161
16	33,105	37,331	45,800	49,082	56,166
17	33,763	38,054	46,643	49,968	57,139
18	34,400	38,755	47,460	50,828	58,083
19	35,019	39,436	48,255	51,662	59,000
20	35,621	40,098	49,027	52,475	59,893
21	36,208	40,743	49,780	53,266	60,763
22	36,779	41,372	50,514	54,038	61,612
23	37,337	41,986	51,231	54,793	62,442
24	37,883	42,586	51,933	55,530	63,253
25	38,417	43,173	52,619	56,252	64,047
26	38,939	43,748	53,291	56,958	64,825
27	39,451	44,312	53,949	57,651	65,587
28	39,954	44,865	54,595	58,331	66,336
29	40,447	45,407	55,230	58,999	67,070
30	40,931	45,940	55,853	59,654	67,792
31	41,407	46,464	56,465	60,299	68,502
32	41,875	46,979	57,067	60,932	69,200
33	42,335	47,486	57,660	61,556	69,887
34	42,789	47,985	58,243	62,170	70,564
35	43,235	48,476	58,818	62,775	71,230
36	43,675	48,960	59,384	63,371	71,887
37	44,108	49,437	59,942	63,958	72,534
38	44,536	49,908	60,493	64,538	73,173
39	44,957	50,372	61,036	65,109	73,803
40	45,373	50,830	61,572	65,674	74,424
41	45,784	51,282	62,101	66,231	75,038
42	46,190	51,729	62,623	66,781	75,645
43	46,590	52,170	63,139	67,324	76,244
44	46,986	52,605	63,649	67,861	76,836
45	47,377	53,036	64,154	68,391	77,421
46	47,764	53,462	64,652	68,916	77,999
47	48,146	53,883	65,145	69,435	78,571
48	48,525	54,299	65,632	69,948	79,137
49	48,899	54,711	66,114	70,456	79,697
50	49,269	55,119	66,592	70,958	80,252