

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DIRETA DE UM ESCOAMENTO
TURBULENTO EM UM CANAL COM FUNDO ONDULADO

Diogo Costa Buarque

Orientador: Profa. Dra. Edith Beatriz Camaño Schettini

Co-Orientador: Prof. Dr. Jorge Hugo Silvestrini

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Eric Lamballais - LEA - Université de Poitiers - França

Prof. Dr. Leandro Franco de Souza - Depto. Matemática Aplicada, USP - São Carlos

Profa. Dra. Nara Maria Luzzi Rosauero - IPH - UFRGS

Janeiro, 2007

Mais uma vitória, dedicada aos meus pais e irmãos!

Resumo

Os escoamentos sobre superfícies onduladas são importantes para muitas aplicações de engenharia e problemas ambientais. Compreender seu comportamento é necessário para conhecer como a curvatura afeta a resistência ao escoamento, os mecanismos de movimento do leito de rios e do transporte de sedimentos e os movimentos atmosféricos de grandes escalas. Este trabalho teve como objetivo principal estudar a dinâmica do escoamento turbulento em um canal com fundo ondulado, utilizando a técnica de Simulação Numérica Direta (*DNS*). Foi adotado um número de Reynolds igual a 7000 e uma razão de aspecto de 0,053, buscando reproduzir o campo de escoamento e identificar suas características principais, obter as principais estatísticas da turbulência e representar algumas das estruturas próximas à parede. Um método de Runge-Kutta de terceira ordem com armazenamento reduzido, e um esquema de diferenças finitas compacto de sexta ordem, foram utilizados para a discretização temporal e espacial, respectivamente, das equações da continuidade e de Navier-Stokes. Foram adotadas condições de contorno periódicas nas direções longitudinal e transversal, condição de deslizamento livre na direção vertical e condição de não deslizamento sobre as superfícies, as quais foram representados por um Método de Fronteiras Virtuais (*MFV*). Inicialmente foram realizadas *DNS* de escoamentos bidimensionais sobre superfícies onduladas para determinar os parâmetros do *MFV* e a melhor forma de representar o obstáculo, avaliar a influência da resolução da malha e verificar os efeitos do confinamento. Também foi analisado um escoamento turbulento em um canal de placas planas, buscando validar a metodologia empregada e gerar um campo de velocidade para iniciar a simulação do canal de fundo ondulado. A simulação do canal plano apresentou uma assimetria no escoamento, com maior intensidade da turbulência e melhor convergência estatística na parede superior, onde os resultados estatísticos concordaram bem com os dados de referência. A dinâmica do escoamento turbulento no canal de fundo ondulado foi muito bem representada, verificando-se a formação de uma camada cisalhante livre sobre a crista e uma pequena região de recirculação próxima à parede, na região do vale. Os efeitos da ondulação da parede sobre o escoamento e as demais estatísticas concordaram bem com outros trabalhos de referência. O campo de velocidade média apresentou perfis verticais com uma distribuição logarítmica padrão dos escoamentos sobre superfícies onduladas. Foram identificadas estruturas coerentes do escoamento, tais como os vórtices longitudinais e faixas de fluido com alta e baixa velocidade (*streaks*).

Abstract

Flows over wavy surfaces are important for many engineering applications and environmental problems. Understanding its behavior is necessary to know how the curvature affects the flow resistance, the mechanisms of bed motion and of the sediment transport, and the large-scale atmospheric movements. The main objective of this work is to study the turbulent flow dynamics into a channel with a bottom wavy wall using the Direct Numerical Simulation (*DNS*) technic. It was used a Reynolds number of 7000 and an aspect ratio of 0.053 to reproduce the flow field and identify its main characteristics, calculate the essential turbulent statistics and represent some of the structures near the wall. A low-storage third-order Runge-Kutta Method and a sixth-order Compact Finite Differences schemes were used for the temporal and spatial discretization, respectively, of the continuity and Navier-Stokes equations. Periodic boundary conditions were adopted in streamwise and spanwise directions, free-slip condition in the vertical direction and no-slip condition at the surfaces, which were represented by the Virtual Boundary Method (*VBM*). Initially *DNS* of bidimensional flows over wavy surfaces had been carried through to determine the *VBM* parameters and the best form to represent the obstacle, to evaluate the influence of the mesh resolution and to verify the effect of the confinement. Also was analysed turbulent channel flow between two flat plates, aiming to validate the methodology employed and to generate a flow field to start the wavy channel flow simulation. The simulation of the flat channel presented an asymmetry in the flow field, with a larger turbulence intensity and a better convergence statistics in the top wall, where the statistical results had agreed well with the reference datas. The turbulent flow dynamic in the channel with a wavy wall was very good represented, and was verified the formation of a free shear-layer over the crist and a small recirculation region near the wall, in the vicinity of the vale. The waving wall effects on the flow and the statistics of turbulence had agreed well with others reference works. The mean velocity field presented vertical profiles with a standard logarithmic distribution of the flows over wavy surfaces. Coherent structures of the flow, such as the longitudinal vortices and the regions with high and low-speed fluid (*streaks*), had been identified.

Agradecimentos

Diversas foram as pessoas que contribuíram para mais esta conquista. Pessoas que estiveram direta e indiretamente presentes, sendo fontes de incentivo, conhecimento, sabedoria, apoio, amizade e carinho. Este trabalho tem contribuições de todas elas, que certamente são importantes. Aqui, então, registro meus mais sinceros agradecimentos a todos, e em especial:

A Deus, o maior responsável pela minha vida e pela realização deste trabalho.

Um agradecimento mais que especial aos meus pais, José e Cleidjan, que me educaram da melhor forma possível e me ensinaram o melhor caminho a seguir, mostrando as dificuldades e os desafios da vida. Vocês que se fizeram sempre presentes nesta caminhada, foram minha inspiração e exemplo de dedicação. Amo vocês!

Aos meus irmãos, que sempre me incentivaram, e demais familiares que contribuíram de alguma forma para esta conquista.

A Isis, que sempre foi uma pessoa fundamental e sempre me apoiou, incentivou e acreditou no meu trabalho. Agradeço por tudo, em cada momento!

Agradeço ao CNPq pela bolsa de estudos e ao IPH pela acolhida.

Aos professores Beatriz e Jorge, pelos ensinamentos, dedicação, apoio, incentivo e confiança depositada em mim. Obrigado pela orientação e pela amizade!

Aos demais professores do IPH, pelos ensinamentos transmitidos e pela contribuição direta e/ou indireta para a realização deste trabalho.

A Denise Martinez e ao Marcelo Vitola, grandes amigos conquistados ao longo deste trabalho e verdadeiros pesquisadores, sempre transmitindo e trocando conhecimentos. Deixo meus agradecimentos por cada momento, pelo carinho, respeito, incentivo e confiança, dedicando boa parte do meu aprendizado a vocês!

Aos amigos conquistados em Porto Alegre, pela recepção, pelos bons momentos, carinho, apoio e amizade. Em particular: Marllus e Manu, Marcus e Franci, Ane e Roger, Diego e Marilu, Miguel e Sandra, além de todos aqueles que fizeram parte da minha turma de mestrado!

Aos grandes e eternos amigos da Cauduro: Chris, Fernando, Ruberto, Nilson, Adriano e Luis Gustavo, pelo convívio e companheirismo, pela amizade e incentivo.

Um agradecimento particular aos inesquecíveis e também eternos amigos Sidnei e Karina, verdadeiros pais “gaúchos”. Obrigado pela acolhida, amizade e carinho.

Por fim, não poderia esquecer os professores do curso de Engenharia Civil da UFAL, onde me graduei, em especial o prof. Roberaldo Carvalho de Souza, que foi um amigo e grande incentivador para este momento.

Conteúdo

Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	xiii
Lista de Símbolos	xiv
1 Introdução	1
1.1 Relevância	1
1.2 Objetivos	4
1.3 Estrutura do Trabalho	5
2 Revisão Bibliográfica	6
2.1 Equações do Movimento	6
2.2 Metodologias de Simulação Numérica	7
2.2.1 Equações Médias de Reynolds - <i>RANS</i>	7
2.2.2 Simulação Numérica Direta - <i>DNS</i>	8
2.2.3 Simulação de Grandes Escalas - <i>LES</i>	11
2.3 Representação de Obstáculos Imersos: o Método de Fronteiras Virtuais	12
2.4 O Conceito de Camada Limite	14
2.4.1 Desenvolvimento da camada limite	15
2.4.2 Espessura da camada limite	18
2.4.3 Separação da camada limite	19
2.5 A Lei Logarítmica da Parede	21
2.6 Escoamento Laminar em um Canal Plano	24
2.7 Estruturas Coerentes do Escoamento Turbulento Parietal	26
2.8 Estatísticas da Turbulência em um Canal Plano	28
2.8.1 A decomposição de Reynolds	29
2.8.2 Intensidades da Turbulência	30
2.8.3 Tensão de Cisalhamento de Reynolds	32
2.8.4 Espectro de Energia	33
2.8.5 Correlação entre dois Pontos	34
2.9 Escoamento Turbulento em um Canal Plano	36
2.10 O Canal Mínimo	41

2.11	Escoamento Turbulento em um Canal com Fundo Ondulado	43
3	Metodologia Numérica	52
3.1	Características gerais do código INCOMPACT3D	52
3.2	Configurações do Escoamento	52
3.3	Equações Governantes	53
3.4	Discretização Espacial	55
3.4.1	Aproximação da primeira derivada	56
3.4.2	Aproximação da segunda derivada	58
3.5	Esquema de Filtragem Compacto	59
3.6	Discretização Temporal	60
3.6.1	Esquema de Runge-Kutta de Terceira Ordem com Armazenamento Reduzido	61
3.6.2	Verificação da Incompressibilidade	62
3.7	Método de Fronteiras Virtuais	63
3.8	Correção do Campo de Velocidade	66
4	Análises Iniciais	67
4.1	Condições de Contorno e Iniciais	67
4.2	Aplicação do Campo de Força \vec{f}	68
4.3	Definição dos Parâmetros do Método de Fronteiras Virtuais	72
4.4	Influência da Condição Inicial	75
4.5	Influência da Resolução da Malha	76
4.6	Efeitos do confinamento	79
5	Escoamento Turbulento em um Canal Mínimo de Placas Planas	83
5.1	Caracterização do Domínio de Cálculo	84
5.2	Condições Iniciais	87
5.3	Resolução da Malha	88
5.4	Representação das Placas Planas Virtuais	89
5.5	Estatísticas da Turbulência	91
5.5.1	Propriedades médias	92
5.5.2	Intensidades da Turbulência	97
5.5.3	Tensões de Reynolds	98
5.6	Estruturas do Escoamento	99
6	Escoamento Turbulento em um Canal com Fundo Ondulado	107
6.1	Caracterização do Domínio de Cálculo	107
6.2	Condições Iniciais e de Contorno	107
6.3	Estatísticas da Turbulência	109
6.3.1	Perfis Médios	109

6.3.2	Campos Médios	114
6.3.3	Estatísticas da Turbulência	118
6.3.4	Estruturas da Turbulência	123
7	Conclusões	127
7.1	Recomendações para Trabalhos Futuros	135

Lista de Figuras

1.1	Formas de fundo conhecidas como: <i>a</i>) dunas, aqui formadas no fundo do rio Jamuna, em Bangladesh; <i>b</i>) rugas, presentes no leito do rio Tapajós, tributário do rio Amazonas.	3
2.1	Espectro de energia em função do número de onda (Adaptado de Liggett (1994) [41]).	9
2.2	Camada limite em um escoamento viscoso, laminar sobre uma placa plana fina (a espessura vertical está exagerada).	15
2.3	Desenvolvimento da camada limite sobre uma placa plana, paralela ao escoamento principal (adaptado de Fox & McDonald (1998)[12]).	16
2.4	Transição da camada limite sobre uma placa plana (adaptado de Schlichting (1979)[68]).	17
2.5	Representação da formação dos vórtices lambda: <i>a</i>) modo fundamental e <i>b</i>) modo harmônico (Adaptado de Sherman (1990)[70]).	18
2.6	Representação das linhas de corrente de um escoamento em camada limite próximo ao ponto de separação (adaptado de Schlichting (1979)[68]).	20
2.7	Escoamento com separação em um canal altamente divergente (Schlichting, 1979[68]).	20
2.8	Separação e recolamento da camada limite em um escoamento liminar, bidimensional, sobre uma superfície ondulada (adaptado de Buarque <i>et al.</i> (2005)[6]).	21
2.9	Pefil de velocidade longitudinal média. Esquematização da Lei da Parede. . . .	22
2.10	Escoamento laminar em canal de placas planas com distribuição parabólica de velocidade.	25
2.11	Faixas de fluidos com baixas velocidades (<i>streaks</i>), ilustrados em preto por $u' < 0$ em $z^+ = 20$, e vórtices longitudinais na região $0 < z^+ < 60$. Adaptado de Schoppa & Hussain (2000)[69].	27
2.12	Modelo conceitual de um vórtice <i>hairpin</i> (adaptado de Panton (2001)[56]). . .	28
2.13	Intensidades da turbulência, em unidades de parede. Linha sólida, I_{uu} ; linha tracejada, I_{vv} ; traço-ponto, I_{ww} (adaptado da <i>DNS</i> de Kim <i>et al.</i> (1987)[30]). . .	31
2.14	Tensões de cisalhamento médias. Linha sólida: tensão de cisalhamento de Reynolds, $-\langle u'w' \rangle$; linha tracejada: tensão de cisalhamento total, $-\langle u'w' \rangle + \frac{1}{Re} \frac{\partial U}{\partial z}$ (adaptado da <i>DNS</i> de Kim <i>et al.</i> (1987)[30]).	32

2.15	Espectro da componente axial da flutuação de velocidade em um duto circular, para várias distâncias y a partir da parede. As linhas retas indicam as declividades. Obtido de Vicari (1996)[79].	34
2.16	Correlações de velocidades entre dois pontos, para distâncias de separação: a) longitudinal, r_x , e b) transversal, r_y . Linha sólida, $R_{u'u'}$; \circ , $R_{v'v'}$; Δ , $R_{w'w'}$. (adaptado de Peter (1998)[62]).	36
2.17	Esquema das etapas do evento de <i>bursting</i> : a) vista frontal e b) vista lateral (Adaptado de Kim (1983)[26].	39
2.18	Esquema de um canal com placa inferior ondulada.	43
2.19	Esquema das regiões características do escoamento na vizinhança de uma superfície ondulada. (I) é a região de separação do escoamento médio; (II) e (III) são as regiões de máxima e mínima tensão de cisalhamento de Reynolds, respectivamente (Günther & Von Rohr, 2003[17]).	50
3.1	Configuração do escoamento bidimensional.	53
3.2	Configurações do escoamento tridimensional.	54
3.3	Número de onda modificado k_m (vertical) em função do número de onda k (horizontal): (a) primeira derivada; (b) segunda derivada; — derivação exata; - · - · esquema explícito de 2^a ordem; - - - esquema explícito de $6a$ ordem; — esquema compacto de $4a$ ordem; · · · esquema compacto de $6a$ ordem (Código IMCOMPACT3D, 1999[37]).	56
3.4	Representação de uma superfície ondulada imersa em uma malha cartesiana.	65
4.1	Domínio de cálculo típico das simulações bidimensionais.	68
4.2	Formas de aplicação do campo de força \vec{f} para representação do obstáculo imerso. (a) superfície sólida, SS ; (b) superfície com circulação, SC ; (c) superfície fina, SF	70
4.3	$Re = 500$, $t = 237$. Campo de vorticidade, ω_y . (a) superfície sólida, SS ; (b) superfície com circulação, SC ; (c) superfície fina, SF	71
4.4	$Re = 500$, $t = 237$. Detalhe dos perfis de velocidade longitudinal na vizinhança da superfície ondulada. (a) $x = 0$; (b) $x = 2,5$; (c) $x = 5$. Superfície sólida - SS (vermelho); Superfície com circulação - SC (azul); Superfície fina - SF (verde). A região entre as linhas pretas (sólida e tracejada) é a região de circulação da simulação II	72
4.5	$Re = 500$. Norma- l_2 da componente longitudinal do campo de velocidades. Superfície sólida - SS (vermelho); Superfície com circulação - SC (azul); Superfície fina - SF (verde).	73
4.6	$Re = 100$, $\Delta t = 0,036284$. Passo de tempo do Método de Fronteiras Virtuais, Δt_V , em função dos parâmetros α e β do método de fronteiras virtuais de Goldstein <i>et al.</i> (1993)[14]. A numeração de IV a $VIII$ identifica as simulações da Tabela 4.1.	74

4.7	Re = 100. Efeito dos parâmetros (α, β) : (-260, -45), vermelho; (-260, -30), azul claro; (-260, -15), preto; (-1690, -30), azul; (-4080, -5), verde. (a) Intervalo $(0 \leq t \leq 20)$ da distribuição temporal da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre o contorno imerso; (b) Intervalo $(0 \leq t \leq 10)$ da velocidade longitudinal em $(x = 0, z = 1)$	75
4.8	Re = 100. Influência da condição inicial: perfil parabólico laminar (vermelho); perfil uniforme (azul). (a) evolução temporal da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre o contorno imerso; (b) evolução temporal da velocidade longitudinal na posição $(x = 0, z = 8,5)$	76
4.9	Re = 100. Efeitos da resolução da malha. (a) evolução temporal da velocidade longitudinal na posição $(x = 0, z = 0,75)$; (b) evolução temporal da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre o contorno imerso. Malhas: 120×121 (vermelho); 120×241 (azul); 120×361 (azul claro); 120×601 (magenta); 240×241 (verde); 240×361 (preto); 80×601 (traço-ponto).	77
4.10	Re = 100, $t = 1,451$. Isolinhas de velocidade longitudinal. Malhas: (a) 120×121 ; (b) 120×601	78
4.11	Re = 100, $t = 2286$. Simulações com diferentes alturas de domínio. (a) perfis verticais de velocidade longitudinal em $x = (0, 2,5, 5, 7,5, 10)$, $L_z = 7,5$ (vermelho), $L_z = 10$ (azul), $L_z = 12,5$ (verde). Isolinhas de vorticidade ω_y : (b) para $L_z = 7,5$; (c) para $L_z = 10$; (d) para $L_z = 12,5$	80
4.12	Re = 100, $t = 2286$. Campo de vorticidade ω_y para diferentes alturas de domínio: (a) $L_z = 7,5$; (b) $L_z = 10$; (c) $L_z = 12,5$	81
4.13	Re = 100, $t = 2286$. Isolinhas de velocidade longitudinal para diferentes alturas de domínio: (a) $L_z = 7,5$; (b) $L_z = 10$; (c) $L_z = 12,5$	82
5.1	Canal mínimo tridimensional de placas planas.	84
5.2	Correlação espacial entre dois pontos, das componentes de velocidade, para diferentes distâncias de separação ao longo das direções longitudinal, (a), e transversal, (b). $R_{u'u'}$, vermelho; $R_{v'v'}$, azul; $R_{w'w'}$, verde. O tempo utilizado para o cálculo das correlações foi $T \approx 1100$. Em ambos os casos, está apresentado apenas a metade do domínio em cada direção.	86
5.3	Espectros de energia das velocidades nas direções longitudinal, (a), e transversal, (b). E_{uu} , vermelho; E_{vv} , azul; E_{ww} , verde. O período utilizado para o cálculo da média dos espectros foi $T \approx 1100$	90
5.4	Perfil de velocidade longitudinal média.	92
5.5	Distribuição temporal da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre as placas inferior, linha sólida, e superior, linha tracejada.	93
5.6	Evolução temporal da tensão de cisalhamento nas placas inferior, (a), e superior, (b).	93

5.7	Comparação entre a evolução temporal da tensão de cisalhamento (<i>vermelho</i>) e da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade (<i>azul</i>) sobre as placas inferior, <i>a</i>), e superior, <i>b</i>).	94
5.8	Perfis de velocidade longitudinal média. Placas inferior, <i>a</i>) e superior, <i>b</i>).	96
5.9	Comparação entre os perfis de velocidade longitudinal média.	97
5.10	Intensidades da turbulência, em unidades de parede, próximas à parede inferior, <i>a</i>), e superior, <i>b</i>). Linha sólida, I_{uu} ; linha tracejada, I_{vv} ; traço-ponto, I_{ww} . Referências: preto, presente; vermelho, Jiménez & Moin (1991)[23]; azul, Kim <i>et al.</i> (1987)[30]; verde, Lamballais <i>et al.</i> (1998)[36]; amarelo, Kim (1989) [28]; azul claro, Kasagi <i>et al.</i> (1990)[24]; magenta, Kasagi <i>et al.</i> (1992)[25].	98
5.11	Tensões de Reynolds $-u'w'$, em unidades de parede, próximas à parede inferior (<i>a</i>), e superior (<i>b</i>).	99
5.12	Correlações espaciais entre dois pontos, da componente transversal de velocidade, para distâncias de separação ao longo da direção transversal e $z^+ \approx 8$. O período utilizado para o cálculo das correlações foi $T \approx 1100$. Apenas a metade do comprimento transversal do domínio de cálculo está apresentado.	100
5.13	Isolinhas de u' em planos horizontais (x, y), distantes $z^+ = 8$ das paredes (<i>a</i>) inferior e (<i>b</i>) superior, em unidades de parede local. O escoamento é da esquerda para a direita e corresponde ao tempo $t \approx 5875$. Vermelho, $u' < 0$; verde, $u' > 0$	101
5.14	Isolinhas de vorticidade transversal ω_y em um plano (x, y): <i>a</i>) próximo à parede superior do canal simulado no presente trabalho, em $z^+ = 8$. O escoamento é da esquerda para a direita e corresponde ao tempo $t \approx 5875$. Vermelho, $\omega_y \leq -9$; verde, $-8 \leq \omega_y \leq -2$. <i>b</i>) próximo à parede do canal simulado por Jiménez & Moin (1991)[23], para $Re_c = 2000$, em $y^+ = 2,3$ e $t \approx 1187$. Linhas cheias, $\omega_z \leq -5$; Linhas tracejadas $-5 \leq \omega_z \leq -2$	102
5.15	Isolinhas de vorticidade transversal, ω_y , no instante $t \approx 5875$. <i>a</i>) isolinhas em um plano (x, z) qualquer; <i>b</i>) isolinhas em um plano (y, z) para $x \approx 0,85$. Vermelho, $\omega_y \leq -0,8$; azul, $\omega_y \geq 0,8$	103
5.16	Isolinhas de vorticidade longitudinal, ω_x , no instante $t \approx 5875$. <i>a</i>) isolinhas em um plano (x, z) qualquer; <i>b</i>) isolinhas em um plano (y, z) para $x \approx 0,85$. Vermelho, $\omega_x \leq -1$; azul, $\omega_x \geq 1$	105
5.17	Estruturas coerentes próximas à parede superior do canal. <i>a</i>) Vórtices longitudinais indicados pelo critério Q e coloridos pelos valores de ω_x . <i>b</i>) Regiões (<i>streaks</i>) de alta e baixa velocidade longitudinal, indicadas por isosuperfícies de u' . Vermelho: valores negativos; azul: valores positivos.	106
6.1	Canal mínimo tridimensional de fundo ondulado.	108
6.2	Perfis de velocidade longitudinal média. Vermelho: canal com fundo ondulado; preto: canal plano. $Re_c = 7000$, $2a/\lambda \approx 0,053$	109
6.3	Seqüência de perfis de velocidade longitudinal média ao longo da superfície ondulada. $Re_c = 7000$, $A/\lambda \approx 0,053$	110

- 6.4 Perfis logarítmicos de velocidade longitudinal média em várias localizações ao longo da superfície ondulada: *a*) presente trabalho, onde entre $0,1 \leq x/L_x \leq 0,5$, os perfis estão em vermelho, $0,6 \leq x/L_x \leq 1$, os perfis estão em azul e o perfil médio ao longo do comprimento de onda está em preto; *b*) trabalho de Henn & Sykes (1999)[18], onde as linhas correspondem aos resultados obtidos pelos autores, para $Re_b = 5720$ e 6560 , e os círculos são dados experimentais. 112
- 6.5 Variação, ao longo da parede ondulada, da tensão de cisalhamento média: *a*) presente trabalho, onde os círculos correspondem aos valores negativos; *b*) trabalho de Zilker *et al.* (1977)[88], onde as linhas cheia e tracejada foram obtidas a partir da teoria linear e correspondem ao primeiro e segundo harmônico, respectivamente, enquanto que os círculos correspondem ao dados experimentais obtidos pelos autores para um escoamento com $Re_b = 6020$ e $2a/\lambda = 0,05$ 113
- 6.6 Isolinhas de velocidade longitudinal média na região próxima à superfície ondulada: *a*) presente trabalho; *b*) trabalho de Cherukat *et al.* (1998)[10], para um escoamento a $Re_b = 3460$ e $2a/\lambda = 0,1$, onde os valores estão adimensionalizados pela velocidade média U_b 115
- 6.7 Campo de vorticidade transversal ω_y 116
- 6.8 Isolinhas de velocidade vertical média na região próxima à superfície ondulada: *a*) presente trabalho; *b*) trabalho de Cherukat *et al.* (1998)[10] para um escoamento a $Re_b = 3460$ e $2a/\lambda = 0,1$, onde os valores estão adimensionalizados pela velocidade média U_b 117
- 6.9 Variação, ao longo da parede ondulada, da tensão de cisalhamento média e isolinhas de velocidade longitudinal média. A superfície real, aquela obtida diretamente pela equação da senoide que descreve a superfície ondulada, está representada pela linha verde. A linha preta corresponde à superfície ondulada virtual. 118
- 6.10 Isolinhas da componente longitudinal da intensidade da turbulência, σ_u : *a*) presente trabalho, onde os símbolos (*) indicam o valor máximo da intensidade para cada posição x/L_x ; *b*) trabalho de Cherukat *et al.* (1998)[10], para um escoamento com $Re_b = 3460$ e $2a/\lambda = 0,1$, onde os valores estão adimensionalizados pela velocidade média U_b 119
- 6.11 Isolinhas da componente vertical da intensidade da turbulência, σ_w : *a*) presente trabalho; *b*) trabalho de Cherukat *et al.* (1998)[10], para um escoamento com $Re_b = 3460$ e $2a/\lambda = 0,1$, onde os valores estão adimensionalizados pela velocidade média U_b 120
- 6.12 Isolinhas da componente transversal da intensidade da turbulência, σ_v : *a*) presente trabalho; *b*) trabalho de Cherukat *et al.* (1998)[10], para um escoamento com $Re_b = 3460$ e $2a/\lambda = 0,1$, onde os valores estão adimensionalizados pela velocidade média U_b 121

- 6.13 Perfis de velocidade longitudinal média, na parede superior, do canal mínimo de placas planas e do do canal de fundo ondulado, indicados pelos círculos azuis e vermelhos, respectivamente. Para o canal de fundo ondulado, os perfis correspondem as posições $x/L_x = 0, 0,25, 0,5, 0,75$ e 1 122
- 6.14 Intensidades médias da turbulência, em unidades de parede, próximas à parede superior: *a)* canal de fundo ondulado; *b)* canal mínimo de placas planas. linha sólida, I_{uu} ; linha tracejada, I_{vv} ; traço-ponto, I_{ww} . Referências: preto, presente; vermelho, Jimenéz & Moin (1991)[23]; azul, Kim *et al.* (1987)[30]; verde, Lamballais *et al.* (1998)[36]; amarelo, Kim (1989) [28]; azul claro, Kasagi *et al.*(1990)[24]; magenta, Kasagi *et al.* (1992)[25]. 123
- 6.15 Isolinhas de u' em uma plano horizontal (x, y) , distante $z^+ \approx 8$ da parede superior, em unidades de paredes local. O escoamento é da esquerda para a direita e corresponde ao tempo $t = 5875$. Vermelho, $u' < 0$; verde, $u' > 0$ 124
- 6.16 Estruturas coerentes próximas às paredes do canal, obtidas pelo critério Q e coloridas pelos valores da vorticidade longitudinal ω_x . Vermelho corresponde aos valores negativos de ω_x , enquanto que azul correspondem aos valores positivos. 125
- 6.17 Vórtices longitudinais próximos às paredes do canal, obtidos pelo critério Q e coloridos pelos valores da vorticidade longitudinal ω_x . *a)* parede superior plana; *b)* parede inferior ondulada. Vermelho corresponde aos valores negativos de ω_x , enquanto que azul correspondem aos valores positivos. 126

Lista de Tabelas

4.1	Parâmetros das simulações bidimensionais	69
4.2	Re = 100, t = 3628,4: Passos de tempo e norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre o contorno imerso, para diferentes valores de α e β	74
5.1	Resumo dos parâmetros dos trabalhos utilizados para validação dos resultados.	91
5.2	Resumo dos parâmetros dos trabalhos utilizados para validação dos resultados, em unidades de parede.	95

Lista de Símbolos

\vec{u}	vetor de velocidades;
x, y e z	direções longitudinal, transversal e vertical, respectivamente;
u, v e w	componentes do vetor de velocidades nas direções x, y e z , respectivamente;
ρ	massa específica;
ν	viscosidade cinemática;
p	campo de pressão;
ℓ	escala de comprimento de Kolmogorov;
N_{DNS}	número de pontos da malha necessário em uma <i>DNS</i> de escoamento parietal;
$\delta(x)$	espessura da camada limite;
u_τ	velocidade de atrito na parede;
δ_τ	comprimento de escala viscoso;
$[\]^+$	quantidades em unidades de parede;
κ	constante de von Kármán;
B	constante aditiva do perfil de velocidade na região logarítmica;
h	meia altura média do canal;
Re_τ	número de Reynolds baseado em u_τ e em h ;
A^+	constante adimensional de amortecimento de van Driest;
U_c	velocidade da linha central do perfil de velocidade de Poiseuille;
Re_c	número de Reynolds baseado em U_c e em h ;
$\vec{\omega}$	campo de vorticidade;
ω_x, ω_y e ω_z	componentes da vorticidade nas direções x, y e z , respectivamente;
$\langle \cdot \rangle$	operador de média de conjunto (média de <i>ensemble</i>);
U, V e W	componentes do vetor de velocidade média $\vec{U} = \langle \vec{u} \rangle$;
σ_u, σ_v e σ_w	intensidades da turbulência nas direções x, y e z , respectivamente;
I_{uu}, I_{vv} e I_{ww}	intensidades da turbulência, adimensionalizadas por u_τ , nas direções x, y e z , respectivamente;
u', v' e w'	flutuações das componentes de velocidade;
$-u'w'$	tensão de cisalhamento de Reynolds;
$R_{u'_i u'_i}$	coeficientes de correlação de velocidade longitudinal entre dois pontos;
r_x e r_y	distâncias de separação entre dois pontos nas direções x e y , respectivamente;
Q	fluxo de volume de fluido;
H	altura média do canal;

λ	comprimento de onda da superfície ondulada;
a	amplitude da superfície ondulada;
U_b	velocidade média global (<i>bulk velocity</i>);
Re_b	número de Reynolds baseado em U_b e em H ;
z_c	equação que define a superfície ondulada;
A	altura da superfície ondulada;
Π	campo de pressão modificado;
\vec{f}	campo de forças externas do método de fronteiras virtuais;
$\Delta x, \Delta y$ e Δz	espaçamentos da malha nas direções x, y e z , respectivamente;
n_x, n_y e n_z	número de pontos da malha nas direções x, y e z , respectivamente;
Δt	passo de tempo computacional do método de Runge-Kutta;
α e β	constantes do método de fronteiras virtuais;
t	tempo;
Δt_V	passo de tempo computacional do método de fronteiras virtuais;
C	menor espessura do obstáculo, necessária para garantir a condição de contorno vertical;
ε_s	função Gaussiana utilizada na método de fronteiras virtuais;
ε^*	espessura que determina a faixa de pontos de aplicação do termo de força \vec{f} ;
U_m	velocidade longitudinal média, medida numa posição x correspondente à altura H ;
Re	número de Reynolds baseado em U_m e h ;
L_x, L_y e L_z	dimensões do domínio de cálculo nas direções x, y e z , respectivamente;
SS	superfície virtual sólida;
SC	superfície virtual com circulação;
SF	superfície virtual fina;
norma- l_2	norma da componente longitudinal da velocidade sobre o contorno imerso;
x_s e x_r	pontos de separação e recolamento do escoamento, respectivamente;
Δx_{rec}	comprimento de recirculação;
T	período de tempo;
τ_w	tensão de cisalhamento na parede;
δy^+	espaçamento médio entre faixas de fluidos com alta e com baixa velocidade (<i>streaks</i>);
$2a/\lambda$	razão de aspecto da superfície ondulada.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Relevância

A maioria dos escoamentos encontrados na natureza e em aplicações práticas são turbulentos. Estes tipos de escoamentos são instáveis e contêm flutuações que dependem do tempo e do espaço, apresentando uma variedade de movimentos interagindo de forma aparentemente desordenada, embora atualmente saiba-se que existem certas organizações destes movimentos, verificadas pela presença das chamadas “estruturas coerentes” em seu interior. A turbulência afeta importantes características do escoamento, tais como o atrito na parede, a transferência de calor, a dispersão de aditivos e poluentes e os processos de combustão.

Geralmente os escoamentos turbulentos são cisalhantes e, dentro desta categoria, destacam-se aqui os escoamentos com contorno de parede, nos quais certas características estruturais da turbulência de parede são atualmente bem conhecidas, mas a dinâmica global dos movimentos coerentes ainda é objeto de estudos. A dinâmica da evolução das estruturas coerentes longitudinais é a essência da turbulência próxima à parede e um estudo fundamental dos mecanismos de base da turbulência na vizinhança da parede pode ser realizado considerando um protótipo de escoamento mais simplificado, como um escoamento em canal com paredes planas. Apesar da sua característica um tanto acadêmica, as características essenciais da turbulência parietal estão presentes nos escoamentos em canal. As estruturas da turbulência próximas às paredes são consideradas universais e qualquer conhecimento a respeito das estatísticas da turbulência, bem como dos movimentos e estruturas coerentes pode ser relacionado com um escoamento em camada limite.

Do ponto de vista da teoria dos escoamentos viscosos, os escoamentos sobre superfícies onduladas são muito mais complexos do que aqueles sobre uma superfície plana, apresentando características peculiares que não são observadas nestes últimos. Os escoamentos sobre contornos complexos, como morros e ondas, são de interesse em muitos problemas ambientais e de engenharia, e existem muitos estudos sobre o assunto (De Angelis *et al.*, 1997[1], Belcher & Hunt, 1998[4], Henn & Sykes, 1999[18], Salvetti *et al.*, 2001[66], Pellegrini & Bodstein,

2004[60], Tseng & Ferziger, 2004[76]).

A superfície ondulada funciona como uma malha rugosa para o escoamento acima e produz efeitos significativos no escoamento médio e nas estatísticas da turbulência (De Angelis *et al.*, 1997[1]). Embora sua geometria seja relativamente simples, o padrão do escoamento é complicado. Estes escoamentos estão sujeitos aos efeitos alternados da curvatura côncava e convexa da superfície, introduzindo perturbações que induzem a ocorrência de gradientes de pressão adverso e favorável e provocam variações espaciais do campo de escoamento e da tensão de cisalhamento ao longo da superfície, com conseqüente alteração na estrutura da turbulência (Buckles *et al.*, 1984[7], Cherukat *et al.*, 1998[10]).

As superfícies da Terra geralmente não são homogêneas, elas são onduladas e formam terrenos montanhosos. Os escoamentos atmosféricos são significativamente acelerados sobre o topo dos morros. Conhecer a altura correspondente à máxima aceleração do vento, por exemplo, é importante para a estimativa da geração de energia eólica, a fim de localizar eficientemente as turbinas, e para calcular os esforços provocados pelo vento sobre as estruturas situadas no topo dos morros.

Os escoamentos sobre superfícies onduladas, principalmente sobre morros e montanhas, aumentam o arrasto da superfície nos escoamentos atmosféricos de grandes escalas e estes efeitos devem ser conhecidos e introduzidos nas previsões numéricas do tempo, buscando aumentar a eficiência das previsões (Belcher & Hunt, 1998[4], Salvetti *et al.*, 2001[66]). Os rios podem apresentar irregularidades periódicas, conhecidas como formas de fundo, e os movimentos dos sedimentos sobre o seu leito dependem da estrutura mecânica do escoamento. Existem diferentes formas de fundo (Figura 1.1) e muitas delas podem ser tratadas como superfícies onduladas ou morros. O estudo do comportamento do escoamento sobre as formas de fundo é necessário para conhecer seus efeitos na resistência ao escoamento e compreender os mecanismos de movimentação do leito e do transporte de sedimentos.

Os escoamentos turbulentos sobre superfícies onduladas são utilizados como escoamentos de referência para escoamentos complexos (Günther & Rohr, 2003[17]). Estudar e descrever o escoamento induzido por um contorno ondulado contribui para o conhecimento fundamental dos mecanismos que controlam os escoamentos perturbados, e podem ajudar a responder questões práticas ambientais e de engenharia, como as mencionadas acima.

Os métodos de simulação numérica, particularmente a Simulação Numérica Direta (*DNS*), são ferramentas úteis para descrever o comportamento físico do escoamento para diferentes condições impostas, sendo usados como complemento das pesquisas experimentais e analíticas (Moin & Mahesh, 1998[49]). Uma *DNS* pode resolver com precisão todas as escalas espaciais e temporais presentes no escoamento, desde as escalas maiores e mais energéticas, representadas pela dimensão característica do problema, às escalas menores e dissipativas, representadas pela escala de Kolmogorov. Assim, as *DNS* de escoamentos turbulentos vêm sendo bastante utilizadas com o objetivo de entender os mecanismos físicos envolvidos e fornecer informações detalhadas das estruturas do escoamento, as quais podem não ser facilmente obtidas com me-



a)



b)

Figura 1.1: Formas de fundo conhecidas como: a) dunas, aqui formadas no fundo do rio Jamuna, em Bangladesh; b) rugas, presentes no leito do rio Tapajós, tributário do rio Amazonas.

dições em laboratório. Porém, mesmo com o avanço da tecnologia da computação, ainda hoje as *DNS* estão limitadas a simulações de escoamentos com baixos ou moderados números de Reynolds.

Nas simulações numéricas de escoamentos turbulentos parietais, uma das principais preocupações é com a habilidade de trabalhar com geometrias complexas. Geralmente, para descrever a dinâmica das estruturas do escoamento próximas a obstáculos imersos, a discretização das equações governantes é realizada sobre malhas curvilíneas, estruturadas ou não estruturadas, que se ajustam ao contorno do obstáculo, facilitando a implementação das condições de contorno ao longo da sua superfície. À medida que a forma do obstáculo vai se tornando complexa, as dificuldades na geração deste tipo de malha aumentam. O uso de um esquema cartesiano, onde as equações governantes são discretizadas sobre uma malha regular, simplifica a geração da malha, o que reduz o custo computacional, mas pode não permitir o seu ajuste à forma do

corpo imerso, nem impor a condição de contorno exatamente sobre a superfície.

Buscando vencer geometrias complexas, o uso de metodologias conhecidas como Método de Fronteiras Virtuais (*Virtual Boundary Method - VBM*) permite representar o obstáculo sobre uma malha cartesiana simples, a qual não possui conformidade com a fronteira do corpo imerso e, do ponto de vista de implementação, precisão e simplicidade, é mais atraente do que os métodos que utilizam malha ajustada ao contorno (Linnick & Fasel, 2003[42]). A metodologia impõe a condição de não-deslizamento sobre o contorno com a ajuda de um campo de forças externo, adicionado à equação de movimento, o qual levará o escoamento ao repouso nos seus pontos de aplicação. Com o método, a geração da malha é simplificada e a adição e/ou modificação de corpos com formas aleatórias pode ser feita sem a necessidade de reconstrução da malha.

1.2 Objetivos

Esta pesquisa tem como objetivo principal estudar a dinâmica do escoamento turbulento em um canal com fundo ondulado, utilizando a técnica de Simulação Numérica Direta (*DNS*). Espera-se reproduzir o campo de escoamento e identificar suas características principais, obter as principais estatísticas da turbulência e representar algumas das estruturas próximas à parede, a qual será representada pelo Método de Fronteiras Virtuais (*MFV*). Para atingir estes objetivos, será ainda necessário:

- avaliar a melhor forma de representação das paredes do canal pelo Método de Fronteira Virtual (*MFV*), proposto por Goldstein *et al.* (1993)[14];
- analisar a resposta do escoamento ao Método de Fronteiras Virtuais, buscando definir os parâmetros do método;
- analisar a influência da resolução da malha computacional;
- verificar a influência da condição inicial e do confinamento sobre o campo de escoamento;
- validar a metodologia adotada simulando um escoamento turbulento em um canal de placas planas, buscando determinar algumas estatísticas da turbulência e comparando os resultados obtidos com os resultados de trabalhos anteriores.
- obter um campo de escoamento turbulento, a partir da simulação do canal de placas planas, que possa ser utilizado como condição inicial para a simulação do canal com fundo ondulado.

1.3 Estrutura do Trabalho

Este trabalho encontra-se dividido em 7 capítulos, dos quais esta introdução corresponde ao primeiro. O segundo capítulo apresenta uma revisão das metodologias de simulação numérica e dos métodos de fronteiras virtuais, dos escoamentos com contorno de paredes, introduzindo conceitos básicos de camada limite, estruturas turbulentas e de algumas das principais estatísticas da turbulência. Neste segundo capítulo também são apresentados os trabalhos realizados envolvendo escoamentos turbulentos em canais de placas planas e em canais com fundo ondulado, além do conceito de canal mínimo.

No terceiro capítulo são apresentadas as características gerais do código numérico utilizado, as configurações dos escoamentos a serem simulados e a metodologia numérica empregada, com ênfase para o método de fronteiras virtuais.

O capítulo quatro apresenta algumas análises iniciais utilizando simulações bidimensionais com $Re = 100$ e 500 , onde são definidos os parâmetros do método de fronteiras virtuais, analisadas algumas formas de representação da superfície virtual, a influência da resolução da malha e de condição inicial, além dos efeitos do confinamento.

A simulação do escoamento turbulento no canal mínimo de placas planas consta do capítulo cinco, onde se buscou validar a metodologia empregada, comparando os resultados obtidos nesta simulação com resultados numéricos de referência, obtidos de trabalhos anteriores.

O capítulo seis apresenta os resultados obtidos da simulação do escoamento turbulento no canal de fundo ondulado, que é o objetivo principal deste trabalho. Neste capítulo foram analisados os campos de velocidade e vorticidade, obtidas as principais estatísticas da turbulência próximas às paredes e avaliados os efeitos da ondulação da superfície sobre os perfis de velocidade e sobre as intensidades da turbulência na parede superior plana. Os resultados foram comparados qualitativamente com trabalhos considerados de referência para o estudo.

Por fim, o capítulo sete resume as principais conclusões obtidas com esta pesquisa e apresenta algumas recomendações para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 Equações do Movimento

A maioria dos escoamentos encontrados na natureza e em aplicações práticas são turbulentos. Os escoamentos turbulentos são instáveis e contém flutuações que dependem do tempo e do espaço. A turbulência afeta importantes características do escoamento como o atrito na parede, a transferência de calor, a dispersão de aditivos e poluentes e os processos de combustão. Conseqüentemente, é muito importante conhecer os mecanismos físicos que governam este tipo de escoamento.

Geralmente, o escoamento de um fluido, seja ele laminar ou turbulento, é governado pelas equações de Navier-Stokes, que expressam o princípio da conservação da quantidade de movimento, considerando um escoamento de fluido newtoniano e incompressível:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} + \nu \nabla^2 \vec{u}, \quad (2.1)$$

e pela equação diferencial da conservação da massa, também conhecida como equação da continuidade, que para escoamentos incompressíveis é dada por:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (2.2)$$

onde u , v e w são as componentes do vetor velocidade ($\vec{u} = \vec{u}(\vec{x}, t)$) nas direções x , y e z , respectivamente, ρ é a massa específica, ν é a viscosidade cinemática e $p(\vec{x}, t)$ o campo de pressões.

Em geral, encontrar soluções exatas das equações de Navier-Stokes é um problema que apresenta grandes dificuldades matemáticas, sendo possíveis apenas para alguns casos particulares (Schlichting, 1979[68]). Na prática, a integração destas equações é realizada com a ajuda de métodos numéricos (Härtel, 1996[21]).

2.2 Metodologias de Simulação Numérica

Para resolver numericamente as equações de Navier-Stokes é necessário uma grande capacidade de armazenamento e de cálculo, o que vem sendo, de certa forma, facilitada pelo crescente avanço na tecnologia da computação, principalmente com a geração de supercomputadores com processadores vetoriais e paralelos. Porém, embora a computação de muitos escoamentos laminares seja um tanto direta, para os escoamentos turbulentos o tratamento numérico ainda apresenta dificuldades, até mesmo para seus casos mais simples (Härtel, 1996[21]).

A não linearidade das equações de Navier-Stokes dão origem a uma ampla faixa de escalas turbulentas espaciais e temporais. As maiores destas escalas são responsáveis pela maior parte da difusão turbulenta do escoamento, enquanto que as menores são responsáveis pela dissipação da energia cinética. Ambos os efeitos, difusão e dissipação, devem ser considerados em qualquer simulação numérica que deseje fornecer resultados fisicamente significativos (Härtel, 1996[21]).

As simulações numéricas de escoamentos turbulentos vêm sendo bastante utilizadas com o objetivo de entender os mecanismos físicos envolvidos e obter informações detalhadas do escoamento, as quais podem não ser facilmente obtidas com medições em laboratório. Atualmente, existem inúmeros problemas de escoamentos onde as simulações são os meios preferidos de investigação. Um exemplo é a turbulência estritamente bidimensional, um problema de interesse teórico mas que é difícil de ser realizado em laboratório (Härtel, 1996[21]). De maneira geral, as simulações numéricas da turbulência podem ser de três tipos: 1) modelos baseados nas equações médias de Reynolds (*Reynolds averaged Navier-Stokes - RANS*); 2) simulação numérica direta (*direct numerical simulation - DNS*); e 3) simulação de grandes escalas (*Large-eddy simulation - LES*). As duas últimas em particular, *DNS* e *LES*, foram estabelecidas como ferramentas eficientes para as pesquisas em turbulência, devido à qualidade dos seus resultados.

2.2.1 Equações Médias de Reynolds - RANS

As equações *RANS* contêm um termo desconhecido que surge da não-linearidade das equações de Navier-Stokes, chamado de tensão aparente (ou turbulenta) de Reynolds. A obtenção deste termo constitui o problema de fechamento das equações médias. Para seu cálculo é necessário introduzir modelos de turbulência, algébricos ou de equações diferenciais, relacionados aos valores médios do escoamento considerado (Silvestrini, 2003[71]), os quais devem compreender todos os efeitos médios da turbulência.

Os modelos baseados nas equações médias de Reynolds (*RANS*) são as aproximações mais antigas para a modelagem da turbulência, sendo dependentes tanto da configuração do escoamento quanto da ordem estatística que se pretende atingir no resultado. Porém, estes modelos não fornecem detalhes das estruturas da turbulência, e sim as suas quantidades estatísticas médias (Hewitt & Vassilocos, 2005[19]). Baseados nas hipóteses da modelagem, os modelos são

derivados buscando prever estas estatísticas, as quais freqüentemente apresentam várias constantes ajustáveis e que são otimizadas comparando-as com dados experimentais.

Vários modelos podem ser utilizados, cada um fornecendo um nível diferente de fechamento (Härtel, 1996[21]). Os mais comuns são baseados na suposição de uma viscosidade turbulenta, isotrópica, efetiva, cujo valor pode ser determinado a partir das quantidades da turbulência média local. Um exemplo são os modelos do tipo κ - ϵ , nos quais a viscosidade turbulenta é relacionada com a energia cinética turbulenta (κ) e com a taxa de dissipação da turbulência (ϵ) (Hewitt & Vassilocos, 2005[19]). Porém, os diferentes tipos de modelos *RANS* não são apropriados para descrever grande parte dos escoamentos de interesses práticos (Salvetti *et al.*, 2001[66]), como aqueles envolvendo separação e recolamento do escoamento, estruturas turbulentas de grandes escalas dominando o transporte turbulento, existência de processos não estacionários como desprendimento de vórtices, além da transição do escoamento laminar para escoamento turbulento, a qual pode ocorrer de várias formas, sempre sujeita a uma grande variedade de perturbações (Rodi, 2006[65]).

2.2.2 Simulação Numérica Direta - DNS

Um escoamento turbulento, onde suas variáveis como velocidade e pressão são funções do espaço e do tempo, é possível de ser obtido resolvendo numericamente as equações de Navier-Stokes. Estas equações podem ser resolvidas diretamente adotando soluções numéricas conhecidas como simulação numérica direta (*DNS*), a qual constitui um método preciso para simular escoamentos turbulentos. Esta técnica resolve as equações de Navier-Stokes para todas as escalas da turbulência (ver Figura 2.1) correspondente ao número de Reynolds considerado, ou seja, desde as escalas maiores e mais energéticas, representadas pela escala integral L característica do problema, às escalas menores e dissipativas, representadas pela escala de Kolmogorov:

$$\ell = \left(\frac{v^3}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (2.3)$$

A Figura 2.1 mostra a energia turbulenta em função dos tamanhos das escalas ($k_e = 2\pi/L_e$ é o número de onda e L_e é o tamanho da escala, ou o comprimento de onda). As maiores escalas são muito dependentes das condições do escoamento, possuem vida relativamente longa e contém cerca de 20% da energia turbulenta. Para maiores números de onda, o processo de formação torna-se menos importante e as escalas contém a maior parte da energia turbulenta. À medida que as escalas tornam-se menores, sua energia vai sendo reduzida. A faixa de equilíbrio é a porção do espectro onde as escalas são independentes dos processos de formação, mas extraem sua energia das grandes escalas e não são afetadas pela viscosidade (Liggett, 1994[41]).

Para resolver todas as escalas do escoamento, uma *DNS* necessita de uma boa resolução espacial, determinada pelas propriedades físicas do escoamento. O número de pontos da malha necessário na simulação depende da relação entre as grandes e as pequenas escalas e dos

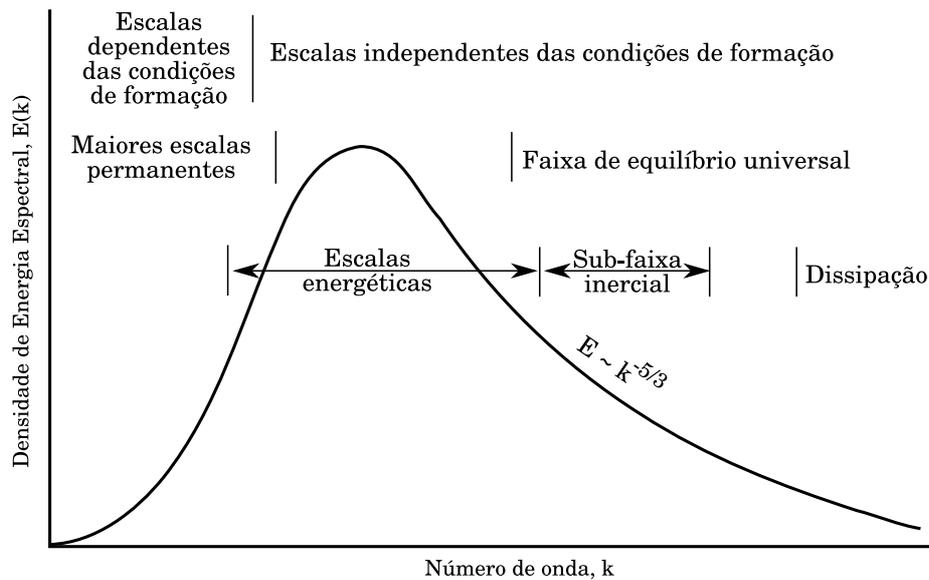


Figura 2.1: Espectro de energia em função do número de onda (Adaptado de Liggett (1994) [41]).

métodos numéricos empregados. O comprimento de escala de Kolmogorov, ℓ , é comumente cotado como a menor escala de comprimento que precisa ser resolvida. Porém, segundo Moin & Mahesh (1998)[49], esta exigência é, provavelmente, muito estrita. Para esses autores, o menor comprimento de escala a ser resolvido deve ser $O(\ell)$, e não igual a ℓ .

Analisando as resoluções adotadas em *DNS* de diferentes tipos de escoamentos, livres e com contornos de parede, Moin & Mahesh (1998)[49] verificaram que para obter estatísticas confiáveis, de primeira e segunda ordem, a resolução deve ser fina o suficiente apenas para capturar precisamente a maior parte de dissipação viscosa. Assim, o menor comprimento de escala que deve ser resolvido é tipicamente maior que ℓ . Por exemplo, Moser & Moin (1987)[52] observaram que a maior parte da dissipação em um canal curvo ocorre para escalas maiores que 15ℓ (baseado na dissipação média). Para escoamentos turbulentos em canal, o número de pontos, N_{DNS} , necessários pode ser estimado a partir da expressão fornecida por Vilcox (1993)[80] *apud* Modi (1999)[46]:

$$N_{DNS} = (0,088Re_H)^{\frac{9}{4}}, \quad (2.4)$$

onde Re_H é um número de Reynolds baseado na velocidade média e na altura do canal.

A Equação 2.4 mostra que o número de pontos da malha para uma *DNS* cresce rapidamente com o aumento do número de Reynolds. Desta forma, apesar do crescente avanço na tecnologia da computação, o custo computacional para a realização de uma *DNS* ainda é muito alto, o que limita a sua utilização aos escoamentos com baixos, ou moderados, números de Reynolds. De fato, *DNS* bem sucedidas só foram possíveis a partir da década de 70, mesmo assim limitadas a escoamentos livres e com resolução espacial um tanto inadequada para os padrões atuais (Moin

& Mahesh, 1998[49]). Além disso, os escoamento com contorno de parede são particularmente mais exigentes com respeito à resolução numérica. Esta exigência, juntamente com a falta de potência computacional, permitiram que as *DNS* de escoamentos em camada limite e em canais fossem possíveis, apenas, a partir da década de 80, mas precisamente com os trabalhos de Moser & Moin (1987)[52], para canais curvos, e de Kim *et al.* (1987)[30], para canais planos. Nestes trabalhos, os autores mostraram ser o canal uma ferramenta extremamente útil para o estudo dos escoamentos turbulentos com contorno de parede (Moin & Mahesh, 1998[49]).

Apesar de limitada a escoamentos com números de Reynolds relativamente baixos, os conhecimentos adquiridos a partir de estudos com *DNS* de escoamentos turbulentos, em geral, podem ser generalizados para números de Reynolds mais altos. Atualmente, várias características dos escoamentos turbulentos podem ser investigadas com precisão e eficiência através de uma *DNS*, principalmente no caso de escoamentos livres como jatos turbulentos, esteiras e camadas de mistura, nos quais as propriedades médias são praticamente independentes do número de Reynolds (Härtel, 1996[21]).

Em escoamentos parietais, as características da turbulência próxima à parede tornam-se praticamente independentes do números de Reynolds quando expressas em unidades universais, conhecidas como “unidades de parede”. Porém, esta independência só é possível para escoamentos com números de Reynolds mais altos do que os atualmente viáveis para uma *DNS*. Sendo assim, uma predição quantitativa das características da turbulência próxima à parede, para os casos mais relevantes de escoamentos turbulentos com altos números de Reynolds, ainda não é possível com uma *DNS*. Por outro lado, qualitativamente, tais características da turbulência são um tanto universais e estão presentes na maioria dos escoamentos turbulentos parietais (Antonia *et al.*, 1992[3]). Uma vez que, na prática, os estudos da turbulência se concentram no conhecimento dos seus aspectos fundamentais e qualitativos, se nenhum efeito significativo do número de Reynolds for verificado, este conhecimento pode ser então obtido com a análise dos resultados gerados pelas *DNS* atuais (Härtel, 1996[21]). Uma análise dos efeitos dos baixos números de Reynolds em canais pode ser obtidas, por exemplo, em Antonia *et al.* (1992)[3] e Antonia & Kim (1994)[2].

Uma vez que uma *DNS* busca uma solução aproximadamente exata (não necessariamente a “solução exata”) das equações de Navier-Stokes para especificar os escoamentos turbulentos, utilizando recursos computacionais limitados, esta técnica é enfatizada como uma ferramenta de pesquisa (Modi, 1999[46]). O objetivo da *DNS* não é necessariamente reproduzir escoamentos reais, mas possibilitar estudos controlados que permitam um melhor entendimento dos fenômenos físicos e o desenvolvimento de modelos de turbulência mais precisos (Moin & Mahesh, 1998[49]). Desta forma, *DNS* utilizando computadores de alta performance é uma ferramenta econômica e matematicamente atraente para o estudo de escoamento de fluidos, permitindo capturar importantes fenômenos do processo de transição, bem como da própria turbulência.

2.2.3 Simulação de Grandes Escalas - *LES*

A simulação de grandes escalas (*LES*) é uma excelente técnica para simular escoamentos turbulentos. A origem da *LES* encontra-se nos modelos de previsão do tempo (Härtel, 1996[21]) e ainda hoje é bastante aplicada em escoamentos geofísicos. O princípio desta aproximação é relativamente simples, pois utiliza a mesma base da *DNS* para simular apenas os maiores turbilhões, não-homogêneos, por serem considerados os mais energéticos e por realizarem a maior parte do transporte das propriedades conservadas, variando enormemente de escoamento a escoamento (Lamballais e Silvestrini, 2004). Já os menores turbilhões, que possuem menos energia, são mais homogêneos e isotrópicos e menos afetados pelas condições de contorno, podem ter seus efeitos representados por um modelo sub-malha (como nas *RANS*).

A principal vantagem da *LES* em relação à *DNS* é a possibilidade de aumentar o número de Reynolds do escoamento simulado. Esse aumento é possível graças ao modelo sub-malha utilizado para representar a ação das menores escalas, chamadas de escalas sub-malha, que não são resolvidas diretamente. Assim, a faixa de escalas turbulentas que devem ser resolvidas explicitamente na *LES*, deve compreender apenas as estruturas do escoamento que contribuem significativamente para o transporte de massa e momentum e para a produção da energia cinética turbulenta.

Para realizar uma *LES*, o intervalo de escalas deve ser limitado por um processo de filtragem das equações governantes. As variáveis presentes nas equações são então separadas em uma parte de grandes escalas, ou variável filtrada $\bar{f} = (\bar{x}_i, t)$, e em outra parte de pequenas escalas ou sub-malha $f' = (\bar{x}_i, t)$, utilizando um filtro de largura Δ , o qual caracteriza o número de onda de corte da filtragem. Desta forma, a filtragem elimina as escalas inferiores à largura característica Δ do filtro. A formulação matemática da operação de filtragem foge ao objetivo deste trabalho, mas pode ser encontrada, por exemplo, em Silveira Neto (1998)[55], Martinez (2006)[44] e Lesieur, (1997)[40].

Ao contrário das simulações baseadas nas *RANS*, onde os modelos necessitam considerar todas as escalas da turbulência, na *LES* os modelos são introduzidos apenas para representar os movimentos de pequenas escalas, os quais requerem muito menos esforço computacional (Rodi, 2006[65]). Além disso, considerando que as menores estruturas são mais homogêneas e isotrópicas e menos afetadas pelas condições de contorno, espera-se que os modelos empregados na *LES* sejam mais universais e independentes dos diferentes tipos de escoamentos (Härtel, 1996[21]). Porém, independentemente do problema a ser analisado, a *LES* sempre necessita de cálculos completamente tridimensionais e dependentes do tempo. Esta exigência faz com que, computacionalmente, esta técnica exija menos esforço que a *DNS*, mas geralmente é mais exigente do que as simulações estatísticas, com modelos *RANS*.

Nos escoamentos livres e na região afastada da parede, em escoamentos parietais, o comprimento de escala dos maiores turbilhões turbulentos que devem ser resolvidos é virtualmente independente do número de Reynolds, de forma que nesta área a *LES* não apresenta proble-

mas com relação a este parâmetro. Por outro lado, próximo das paredes, o comprimento de escala reduz bastante com o aumento do número de Reynolds. Nestes casos, a aplicação da *LES* exige um tratamento diferenciado nesta região, com a introdução de um refinado modelo para aproximar os efeitos globais da turbulência próxima à parede (Rodi, 2006[65]).

2.3 Representação de Obstáculos Imersos: o Método de Fronteiras Virtuais

A simulação de escoamentos turbulentos complexos é um desafio para a simulação numérica, seja uma *DNS* ou uma *LES*. Saber qual é o melhor método numérico para tratar com geometrias complexas é um tanto difícil (Lamballais & Silvestrini, 2002[38]). Geralmente, para descrever a dinâmica das estruturas do escoamento próximas a obstáculos imersos, a discretização das equações governantes é realizada sobre malhas curvilíneas estruturadas, ou não estruturadas, que se ajustam ao contorno do objeto (*boby-fitted grid*) em contato com o fluido. Com isso, faz-se com que as fronteiras geométricas do corpo imerso coincidam com aquelas do domínio computacional, facilitando a implementação das condições de contorno exatamente sobre o obstáculo. Com o refinamento local obtido com o uso deste tipo de malha, é possível descrever detalhes da geometria de interesse e analisar precisamente a dinâmica das escalas próximas à parede.

À medida que a forma geométrica dos objetos imersos vai se tornando complexa, as dificuldades na geração desse tipo de malha também aumentam, com conseqüente aumento do custo computacional e significativa degradação da precisão, limitando-se à utilização de esquemas numéricos de baixa ordem (Ye *et al.*, 1999[85]). Além disso, a transformação das equações governantes para o sistema de coordenadas curvilíneas pode resultar num complexo sistema de equações, e esta complexidade pode ter impacto sobre a estabilidade e na convergência do código.

Entretanto, em função da necessidade cada vez mais presente de vencer geometrias complexas, aliada à utilização de malhas que se ajustam ao contorno do objeto, deve-se buscar uma melhor estratégia numérica para as simulações.

Uma alternativa recente, que vem sendo mais explorada até o momento nas *DNS* (Silvestrini, 2003[71]), embora também esteja sendo aplicada em algumas *LES*, é a utilização do Método de Fronteiras Virtuais, o qual consiste na imposição da condição de não-deslizamento (*no-slip condition*) no campo de escoamento pela introdução de um termo forçante nas equações de Navier-Stokes. A imposição desta condição produz um efeito igual ao da presença de um contorno sólido, permitindo a simulação de uma fronteira imersa no escoamento. Com o método é possível utilizar uma malha cartesiana regular simples, a qual normalmente não possui conformidade com a fronteira do corpo imerso e, do ponto de vista de implementação, precisão e simplicidade, é mais atraente do que métodos como os de malhas ajustadas ao contorno, volume

finitos e elementos finitos (Linnick & Fasel, 2003[42]). Assim, a geração da malha é enormemente simplificada e a adição e/ou modificação de corpos de formas aleatórias no escoamento pode ser feita sem a necessidade de reconstrução da malha.

Fisicamente, o efeito da força é o de anular a velocidade relativa entre o escoamento e o corpo imerso. O escoamento de um fluido sobre um corpo imerso exerce uma pressão normal e também um esforço cisalhante sobre a superfície do corpo. Pelo princípio da ação e reação, a superfície também exerce sobre o fluido uma força de mesma intensidade, mesma direção, mas de sinal oposto. Assim, numa simulação pode-se imaginar que se for aplicado o conjunto “correto” de forças sobre o fluido modelado, este fluido deverá escoar como se estivesse passando sobre um obstáculo sólido, ou seja, numa condição de não-deslizamento. A força aplicada fará com que o fluido repouse (congele) sobre o corpo, enxergando-o através das forças de pressão e cisalhamento existentes ao longo do sua superfície (Goldstein *et al.*, 1993[14]).

O termo “método de fronteiras imersas”, ou “método de fronteiras virtuais” foi usado pela primeira vez em referência ao método desenvolvido por Peskin (1972)[61] para simular mecanismos cardíacos e o escoamento de sangue associado. Desde então, diversas modificações e refinamentos foram propostos e inúmeras variantes deste método foram desenvolvidas no sentido de determinar o campo de forças para impor a condição de não deslizamento (Goldstein *et al.*, 1993[14], Ye *et al.*, 1999[85], Kim *et al.*, 2001[29], Linnick & Fasel, 2003[42], Meülen, 2006[78], Moser, 2002[50], Tseng & Ferziger, 2003[75]), o qual pode atuar de forma imediata (método direto) ou após um tempo de retardo (método retroalimentado ou *feedback method*). A qualidade de cada uma dessas formulações aparenta estar relacionada com a precisão formal do esquema numérico empregado para a discretização espacial (Lamballais & Silvestrini, 2002[38]).

Goldstein *et al.* (1993)[14] desenvolveram um método de forçagem retroalimentado que permite a simulação de geometrias com contorno complexo em uma aproximação espectral. A técnica mostrou-se útil para obter uma boa representatividade da superfície em um escoamento onde a atividade próxima à superfície não é o principal foco do estudo.

Mohd-Yusof (1998)[47] apresentou um método de fronteiras imersas discreto no tempo, permitindo a implementação de geometrias complexas em códigos pseudo-espectrais. A função de força deste método foi derivada e implementada em um código B-spline/Fourier e permite acomodar fronteiras móveis. Para minimizar o efeito da interpolação necessária para representar a superfície móvel, foram empregados métodos de interpolação de alta ordem na direção vertical.

Métodos eficientes, com precisão de segunda ordem, para simular escoamentos incompressíveis, tridimensionais e não-estacionários, foram desenvolvidos por Fadlun *et al.* (2000)[11] e Lai & Peskin (2000)[34]. Fadlun *et al.* (2000)[11] utilizaram o esquema desenvolvido para simular vários tipos de escoamentos, cujos resultados foram validados com dados experimentais e outros resultados disponíveis na literatura. Já Lai & Peskin (2000)[34] aplicaram seu esquema para simular o escoamento ao redor de cilindros circulares, buscando estudar os efeitos da viscosidade numérica sobre a precisão da simulação, comparando seus resultados numéricos com

aqueles obtidos por métodos de primeira ordem.

Lamballais & Silvestrini (2002)[38] apresentaram uma pequena revisão de vários métodos possíveis para o tratamento do termo de força: forçagem retroalimentada explícita, forçagem retroalimentada semi-implícita, e forçagem direta. Aplicando os métodos para representar o obstáculo imerso em um escoamento turbulento ao redor de um cilindro circular, os autores observaram resultados bastante semelhantes entre os dois últimos métodos. Porém, no estudo realizado, a forma mais eficiente e realística para o tratamento do termo de força foi obtida pelo método retroalimentado explícito.

A relativa facilidade com a qual os métodos de fronteiras imersas permitem o desenvolvimentos de modelos computacionais capazes de trabalhar com escoamentos envolvendo geometrias complexas, além de geometrias móveis, fez com que sua popularidade aumentasse na última década. Estes métodos reduzem o tempo e o esforço necessário para configurar e iniciar uma simulação, pois eliminam a necessidade de trabalhar com malhas complexas (Mittal & Iaccarino, 2005[45]). Uma recente revisão sobre o método e suas aplicações pode ser obtida em Mittal & Iaccarino (2005)[45].

2.4 O Conceito de Camada Limite

Até o final do século *XIX* a Mecânica dos Fluidos se desenvolvia em duas direções distintas, sem nenhum ponto em comum (Schlichting, 1979[68]). De um lado estava a “hidrodinâmica teórica” a qual partiu das equações de movimento de Newton para deduzir as equações para um “fluido perfeito”, sem atrito, com viscosidade nula e densidade constante. Para este fluido perfeito, era possível calcular o comportamento de muitos tipos de escoamentos. Para aqueles escoamentos que não envolviam superfícies sólidas, os chamados “escoamento livres”, como ondas de águas profundas e marés, estas soluções matemáticas concordavam muito bem com os comportamentos observados (Biak, 2002[5]). Porém, suas soluções não eram capazes de resolver problemas práticos como os escoamentos em canais e tubulações e cálculo de forças em corpos sólidos movendo-se em uma massa líquida.

Devido à grande contradição entre os resultados da chamada “ciência clássica da hidrodinâmica” e os resultados experimentais, sua aplicação era de pouca importância prática. Por esta razão, engenheiros motivados pela necessidade de resolver problemas importantes impostos pelo rápido progresso tecnológico, desenvolveram sua própria ciência, altamente empírica, a chamada “hidráulica” (Schlichting, 1979[68]). Esta ciência era baseada em inúmeros dados experimentais, generalizando-os em equações práticas de projeto sem muito conteúdo teórico, e possuía métodos e objetivos bastante diferentes da ciência da hidrodinâmica teórica (Biak, 2002[5]).

Durante muito tempo as duas escolas seguiram caminhos distintos, com os hidrodinâmicos publicando artigos com conhecimentos matemáticos e pouco enfoque nos problemas de engenharia, e os hidráulicos solucionando tais problemas por tentativa e erro, intuição e tes-

tes experimentais (Biak, 2002[5]). Porém, em 1904, Ludwig Prandtl apresentou uma forma para aproximar as duas escolas introduzindo um novo conceito, o de “camada limite”, o qual permitiu a solução de problemas práticos de escoamentos viscosos com contorno de parede, os chamados “escoamentos parietais” (White, 1991[83]).

Embora as equações completas que descrevem o movimento de um fluido viscoso (equações de Navier-Stokes) já fossem conhecidas, as dificuldades matemáticas para a sua solução proibiam um tratamento teórico desses escoamentos. Prandtl provou que o escoamento sobre corpos sólidos pode ser analisado dividindo-o em duas regiões (Fig. 2.2) (Schlichting, 1979[68]): *a*) uma fina camada adjacente à fronteira sólida, chamada de camada limite, onde os efeitos viscosos são importantes; e *b*) a região restante, fora da camada limite, onde o escoamento é dominado pelos efeitos inerciais e o efeito da viscosidade é desprezível, ou seja, o fluido pode ser tratado como não-viscoso. Dentro da camada limite, a velocidade cresce, suave e gradativamente, do valor $u = 0$ na placa ($z = 0$), até seu valor máximo (U_∞), que corresponde ao escoamento não-viscoso da região externa. O conceito de camada limite forneceu, então, o elo que faltava entre a teoria e a prática, marcando o início da era moderna da Mecânica dos Fluidos (Schlichting, 1979[68]).

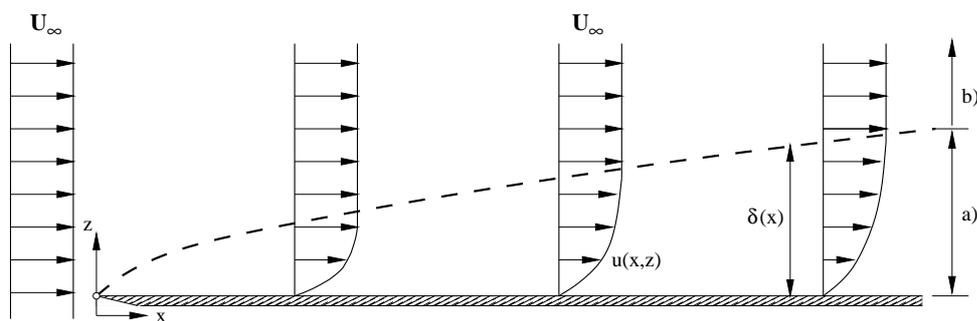


Figura 2.2: Camada limite em um escoamento viscoso, laminar sobre uma placa plana fina (a espessura vertical está exagerada).

2.4.1 Desenvolvimento da camada limite

Em muitas situações reais, como por exemplo o escoamento sobre os cascos de navios e asas de aviões, as características básicas do escoamento podem ser obtidas considerando a camada limite desenvolvendo-se sobre uma superfície longa e essencialmente plana. A Figura (2.3) mostra um esquema qualitativo do desenvolvimento da camada limite de um escoamento sobre uma placa plana, mantida paralela à direção principal do escoamento. A espessura vertical está consideravelmente aumentada para melhor visualização. Antes de alcançar a placa, a distribuição de velocidade é uniforme (U_∞). Ao atingir a placa, o escoamento próximo à parede

sofre o efeito do cisalhamento, produzindo um gradiente de velocidade na direção vertical (z), e a camada limite se desenvolve, com espessura $\delta(x)$ aumentando à medida que o fluido escoava sobre a placa.

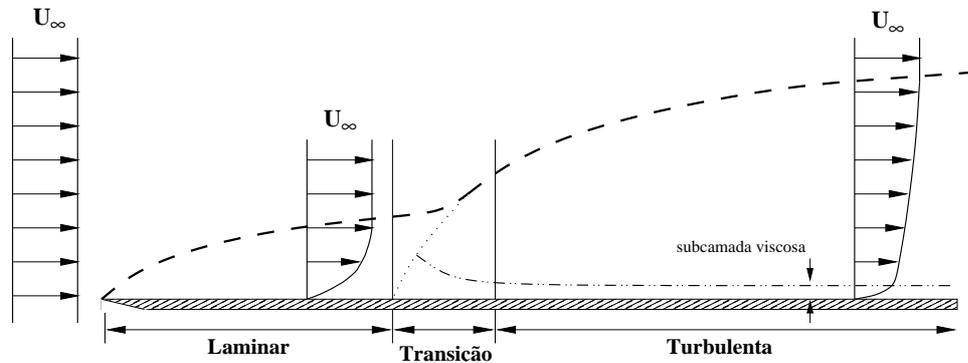


Figura 2.3: Desenvolvimento da camada limite sobre uma placa plana, paralela ao escoamento principal (adaptado de Fox & McDonald (1998)[12]).

Com o desenvolvimento da camada limite, o movimento laminar pode se tornar instável e o escoamento pode atingir um estado turbulento. O movimento turbulento é acompanhado por um aumento da camada cisalhante e uma expansão na espessura da camada limite. Porém, abaixo da camada limite turbulenta ainda existe uma fina camada de fluido, imediatamente próxima à superfície sólida, escoando em regime viscoso. Esta camada é chamada de subcamada viscosa da camada limite turbulenta. A camada de transição entre a subcamada laminar e a camada limite turbulenta é conhecida como camada de amortecimento (*buffer layer*).

A mudança da camada limite de laminar para turbulenta não ocorre subitamente, sendo necessário que haja uma região de transição entre as duas zonas. A caracterização do regime do escoamento, entre laminar e turbulento, é possível utilizando o parâmetro adimensional conhecido como número de Reynolds, Re , o qual descreve a relação entre as forças de inércia e viscosas do escoamento, sendo definido como:

$$Re = \frac{U_r L}{\nu}, \quad (2.5)$$

onde U_r é uma velocidade de referência, L é uma dimensão característica do problema e ν é a viscosidade cinemática.

O regime é laminar até um certo valor “crítico” deste parâmetro (Re_{crit}). Nos escoamentos em camada limite, a velocidade de referência é a velocidade da região externa, $U_r = U_\infty$, e a dimensão característica geralmente corresponde à espessura da camada, $L = \delta(x)$. Para uma placa submersa, a transição da camada limite inicia-se a números de Reynolds entre $5 \cdot 10^5$ e 10^6 (Fox & McDonald, 1998[12]). As etapas da transição estão ilustradas esquematicamente na Figura 2.4.

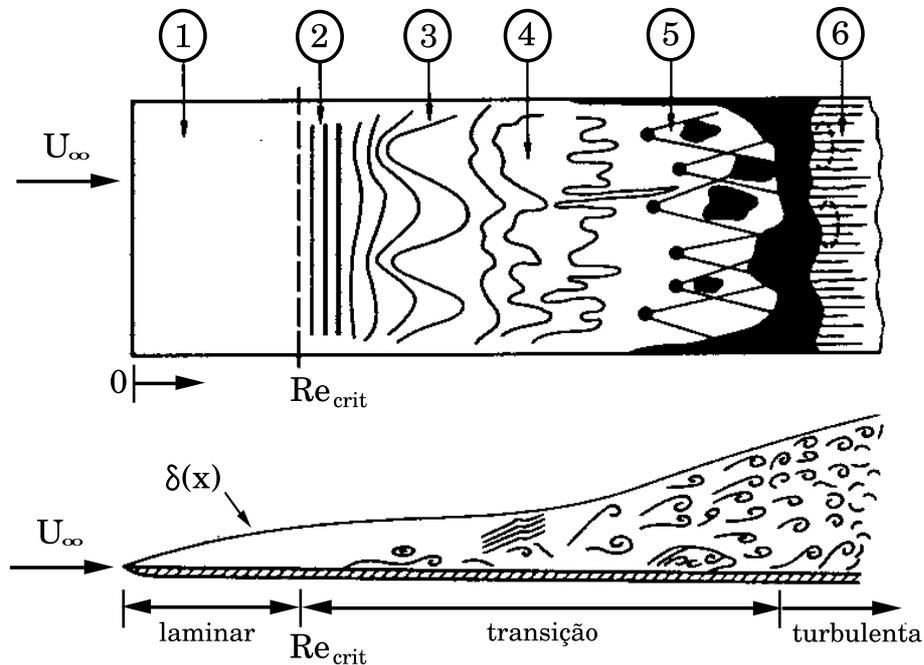


Figura 2.4: Transição da camada limite sobre uma placa plana (adaptado de Schlichting (1979)[68]).

Considerando que não haja turbulência no escoamento que antecede a placa, a primeira fase (1) é caracterizada por um escoamento laminar estável, apresentando uma fina camada limite laminar. Na fase (2), surgem as primeiras instabilidades, junto à parede, bidimensionais, de pequenas amplitudes e comportamento laminar, conhecidas como ondas de Tollmien-Schlichting. Na fase (3) estas ondas se desestabilizam e começam a oscilar na direção transversal, gerando ondas tridimensionais e dando origem a formação de vórtices “lambda” em configuração alinhada (modo fundamental) ou deslocada (modo subharmônico) (Sherman, 1990[70]), como mostrado na Figura (2.5). Também nesta fase podem surgir instabilidades conhecidas como “grampos de cabelo” (*hairpin*). Estas instabilidades são filamentos de vórtices contrarrotativos que se erguem da parede devido ao efeito de bombeamento criado pelos próprios vórtices, os quais transportam fluido das regiões vizinhas para a região entre eles. A região (4) apresenta os chamados *bursts* turbulentos, localizados em regiões de alta concentração de vorticidade, que ejetam fluido da parede para o interior da camada limite (Silveira Neto, 1998[54]). Na última fase da transição (5) ocorre uma espécie de reorganização do escoamento nos chamados *spots* turbulentos, apresentando fortes concentrações de energia cinética turbulenta e favorecendo o surgimento de processos fortemente intermitentes. Finalmente, a fase (6) é a fase completamente turbulenta da camada limite.

Numa camada limite turbulenta, os efeitos do atrito viscoso sobre o corpo aumentam. Com-

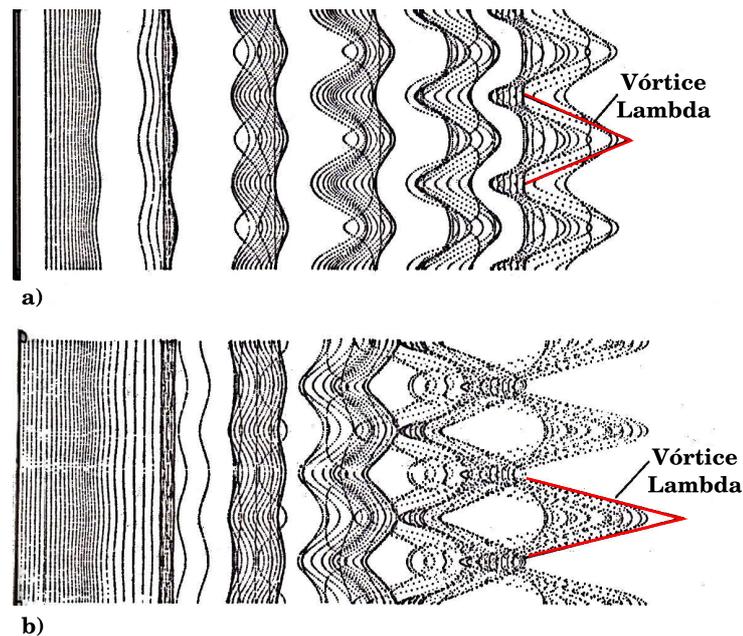


Figura 2.5: Representação da formação dos vórtices lambda: *a)* modo fundamental e *b)* modo harmônico (Adaptado de Sherman (1990)[70]).

preender e controlar os fenômenos físicos envolvidos na transição à turbulência desperta muito interesse prático devido, por exemplo, à necessidade de se reduzir os efeitos do arraste em aviões, navios, navios e submarinos. Também é de grande interesse na busca por menores custos de bombeamento e maior eficiência na mistura de componentes em processos químicos (Silveira Neto, 1998[54]).

2.4.2 Espessura da camada limite

A definição de espessura da camada limite é de certa forma arbitrária, porque a transição da velocidade na camada para a velocidade fora desta ocorre assintoticamente (Schlichting, 1979[68]). É possível definir a espessura $\delta(x)$ da camada limite como sendo a distância a partir da parede ao ponto onde a velocidade difere em 1% da velocidade na região externa, $u(x, y) \approx 0,99U_\infty$. A medição dessa espessura é bastante complicada, especialmente para o caso de escoamentos turbulentos (Granet, 1971[16]). Uma estimativa do seu valor pode ser obtido pela condição de igualdade entre as forças de atrito e as forças de inércia. Para um escoamento laminar em camada limite sobre uma placa plana, a espessura da camada é dada por (Schlichting, 1979[68]):

$$\delta(x) = 5 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}, \quad (2.6)$$

onde x é a distância ao longo da placa a partir da borda frontal (Fig. 2.2). A espessura adimensional, com relação à distância x , é estimada por

$$\frac{\delta(x)}{x} = 5 \sqrt{\frac{\nu}{xU_\infty}} = 5(Re_x)^{-\frac{1}{2}}, \quad (2.7)$$

onde Re_x é o número de Reynolds com relação à distância x .

Geralmente, a espessura da camada limite turbulenta é maior do que a da camada limite laminar, devido às maiores perdas de energia para sua formação. Próximo a uma parede plana e lisa, a espessura da camada limite turbulenta aumenta para jusante numa proporção da ordem de $x^{0,8}$. A variação da espessura da camada em escoamentos turbulentos pode ser estimada por (Schlichting, 1979[68]):

$$\frac{\delta(x)}{x} = 0,37 \left(\frac{xU_\infty}{\nu} \right)^{-\frac{1}{5}} = 0,37(Re_x)^{-\frac{1}{5}}. \quad (2.8)$$

2.4.3 Separação da camada limite

Quando o escoamento em camada limite está sujeito a um gradiente de pressão adverso, ou seja, com pressão aumentando no sentido do escoamento, a espessura da camada limite cresce rapidamente. O gradiente de pressão e a camada cisalhante atuam reduzindo o momento na camada limite, podendo levá-la ao repouso, causando então uma deflexão, para longe da superfície sólida, do fluido vizinho. Quando isto ocorre, diz-se que o fluido separou-se da superfície. Este fenômeno é chamado de “separação” da camada limite, e está sempre associado com a formação de vórtices e com grandes perdas de energia na esteira do corpo, atrás do ponto de separação (Schlichting, 1979[68], Sherman, 1990[70]).

A Figura 2.6 apresenta um esquema das linhas de corrente, de um escoamento em camada limite, próximas ao ponto de separação, S . Logo a jusante do ponto de separação, o sentido do escoamento na região separada é oposto ao sentido do escoamento principal. Em geral, atrás do ponto de separação, as partículas fluidas de baixa energia cinética seguem o gradiente de pressão e são forçadas de volta para montante, devido ao aumento de pressão de jusante (Fox & McDonald, 1998[12]). Assim, ao longo da parede, duas linhas de corrente se aproximam do ponto de separação S e se unem, formando uma única linha de corrente que divide o campo de escoamento em uma parte que vem de montante e outra parte que vem de jusante.

Em algumas circunstâncias, o escoamento que se separa no ponto S se recolha em um outro ponto R 2.8. Nestes casos a linha de corrente de separação, SR , divide o escoamento principal, externo, do escoamento de recirculação dentro da “bolha de separação” (Sherman, 1990[70]). Ao se aproximarem do ponto de recolamento R , a linha de corrente de separação se divide em duas, as quais são conduzidas uma para montante e outra para jusante. A identificação dos pontos de separação e recolamento pode ser feita pela condição de que o gradiente de velocidade normal à parede é nulo nesses pontos:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{parede} = 0. \quad (2.9)$$

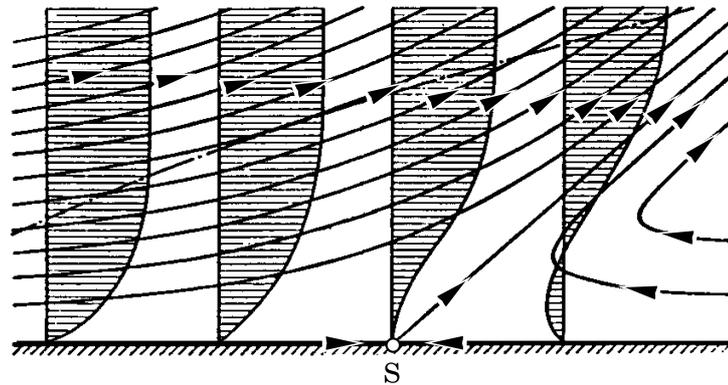


Figura 2.6: Representação das linhas de corrente de um escoamento em camada limite próximo ao ponto de separação (adaptado de Schlichting (1979)[68]).

Este tipo de separação da camada limite pode ser observado, por exemplo, nas curvaturas côncavas de uma contração de um túnel de vento, em canais divergentes (Fig. 2.7), e em escoamentos sobre superfícies onduladas, como mostra a Figura 2.8. Esta última figura foi obtida a partir da simulação numérica de um escoamento laminar, bidimensional, realizada por Buarque *et al.* (2005)[6]. Observa-se que a jusante da crista da onda (ponto *S*), ocorre a separação da camada limite, devido ao gradiente de pressão adverso gerado pelo aumento da seção vertical. Após o vale, na região de aclave, o gradiente de pressão volta a ser favorável e a linha de corrente separada é recolada no ponto *R*, criando uma região de recirculação, de baixas velocidades, no vale da superfície ondulada. Tal região de recirculação é, geralmente, de difícil medição em laboratório, mas pode ser obtida através da simulação numérica.

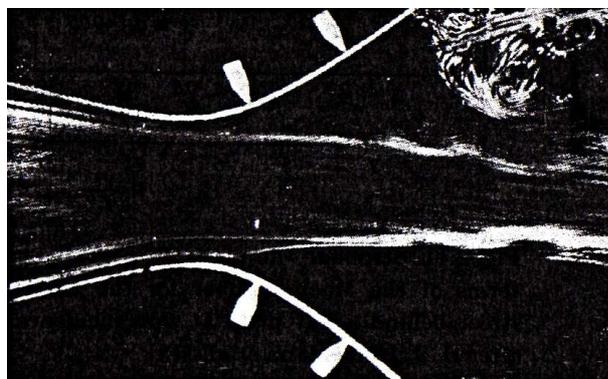


Figura 2.7: Escoamento com separação em um canal altamente divergente (Schlichting, 1979[68]).

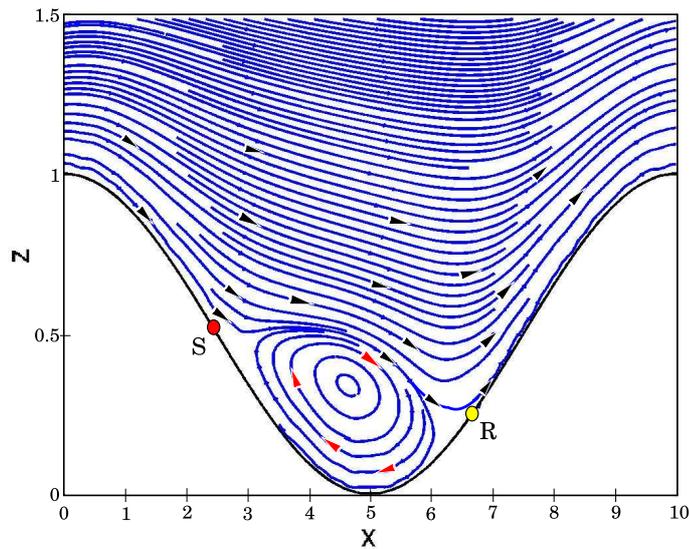


Figura 2.8: Separação e recolamento da camada limite em um escoamento liminar, bidimensional, sobre uma superfície ondulada (adaptado de Buarque *et al.* (2005)[6]).

2.5 A Lei Logarítmica da Parede

Nesta seção serão apresentadas, sucintamente, as regiões que compõem uma camada limite turbulenta de um escoamento parietal e as escalas relevantes em cada uma delas. O objetivo não é fazer uma análise das características de cada um das regiões, mas apenas apresentar algumas características relevantes para este trabalho. Maiores detalhes podem ser obtidos dentro de uma literatura bastante vasta, como por exemplo Tennekes & Lumley (1972)[73], Schlichting (1979)[68], Sherman (1990)[70], Fox & McDonald (1998)[12].

Como dito anteriormente, os escoamentos parietais apresentam duas regiões distintas:

- uma fina camada adjacente à parede, dentro da qual os efeitos viscosos são mais importantes, chamada de região interna;
- uma região na qual o escoamento é dominado pelos efeitos inerciais, chamada de região externa.

A importância relativa destas duas regiões pode ser quantificada a partir do perfil de velocidade longitudinal média, U . Próximo à parede, onde os efeitos viscosos são importantes, o perfil de velocidade U depende apenas dos parâmetros de escala mais relevantes, que são a viscosidade cinemática ν e a velocidade de atrito u_τ , com esta última definida como:

$$u_\tau = \left(\nu \frac{dU}{dz} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.10)$$

A grandeza u_τ servirá de velocidade de referência na região próxima à parede. O comprimento de escala necessário nesta zona é, então, o comprimento de escala viscoso, definido por

$\delta_\tau = \nu/u_\tau$. Nesta região, usualmente apresentam-se as variáveis do problema adimensionalizadas por estas duas escalas, conhecidas como unidades “parietais”. Quantidades normalizadas com essas unidades são identificadas por um índice $[\]^+$. Assim, definimos, por exemplo:

$$U^+ = \frac{U}{u_\tau},$$

$$z^+ = \frac{z u_\tau}{\nu}.$$

A zona da parede se estende até $z^+ \approx 30$ (Sherman, 1990[70]) e está dividida em outras duas sub-regiões: uma região chamada de sub-camada viscosa, compreendida entre $0 \leq z^+ \leq 5$, e uma região de transição, $5 \leq z^+ \leq 30$, onde a produção da energia turbulenta atinge seu valor máximo (Panton, 2001[56]). A Figura 2.9 esquematiza tais regiões, indicadas sobre uma representação de um perfil de velocidade longitudinal média em escala semilogarítmica.

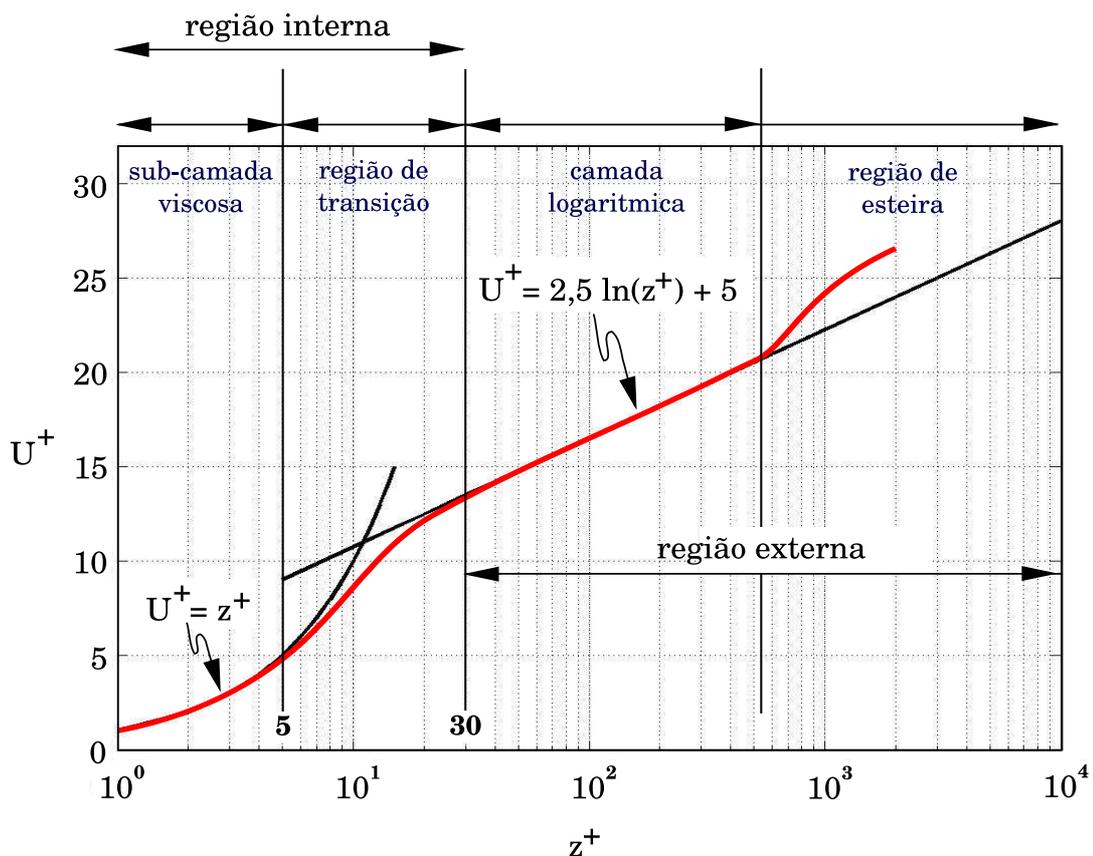


Figura 2.9: Perfil de velocidade longitudinal média. Esquematização da Lei da Parede.

Na sub-camada viscosa, a tensão de cisalhamento na parede praticamente se deve apenas ao gradiente vertical de velocidade longitudinal ($\frac{dU}{dz} \approx \frac{\tau_w}{\mu}$), de forma que

$$\frac{U}{u_\tau} = \frac{u_\tau z}{\nu},$$

ou ainda,

$$U^+ = z^+,$$

significando que o perfil de velocidade de um escoamento turbulento possui forma linear numa região muito próxima à parede.

Dentro da região externa, também é possível distinguir outras duas sub-regiões: uma zona onde o perfil de velocidade média é governado pela lei logarítmica, ou seja, o perfil se ajusta a uma função logarítmica, e uma região de esteira (Fig. 2.9).

Na região logarítmica, também conhecida como região de sobreposição (*overlap region*), o perfil de velocidade média é dado por:

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(z^+) + B, \quad (2.11)$$

onde κ e B são constantes supostas universais. Os valores destas constantes foram determinados empiricamente (White, 1991[83]) e, para um canal de placas planas, assumem os valores $B = 5$ e $\kappa = 0,4$ (Lamballais, 1996[35]), sendo esta última conhecida como constante de von Kármán. Em toda esta região, as variáveis u_τ e δ_τ permanecem válidas. Porém, na região de esteira, os perfis não se ajustam à equação logarítmica, uma vez que as variáveis importantes são agora a velocidade fora da camada limite U_∞ e a espessura da camada limite δ .

Na região de esteira, considerando a diferença de velocidade, $U_\infty - U$, e a distância à parede z , adimensionalizadas respectivamente pela velocidade de atrito u_τ e pela espessura da camada limite δ , obtém-se a chamada lei da esteira:

$$\frac{U_\infty - U}{u_\tau} = g\left(\frac{z}{\delta}\right). \quad (2.12)$$

Na região logarítmica, os perfis dados pelas Equações 2.11 e 2.12 coincidem, o que justifica a nomenclatura de “região de sobreposição”. A extensão desta região e, conseqüentemente, o início da região de esteira, aumenta com o número de Reynolds, chegando até $z^+ = 0,15Re_\tau$ (Panton, 2001[56]), onde $Re_\tau = u_\tau h/\nu$. Freire & Cruz (1998)[13] analisaram alguns perfis de velocidades de escoamentos em camada limite e observaram que eles colapsam com a lei logarítmica para $z^+ < 1000$, o que significa que a região logarítmica se estende até este valor, após o qual observa-se a região de esteira. Contudo, esta região não é uma característica comum dos escoamentos turbulentos em canais planos, sendo menos extensa nestes do que nos escoamentos em camada limite (Jiménez & Moin, 1991[23]).

O perfil de U^+ também pode ser representado utilizando uma única equação, deduzida de forma a cobrir toda a região a partir da parede até o ponto da camada externa, onde o perfil começa a se afastar da curva logarítmica 2.11 (geralmente para $z^+ > 100$) (White, 1991[83]). Esta

equação foi apresentada implicitamente por Spalding (1991)[72] *apud* Sherman (1990)[70]:

$$z^+ = U^+ + \exp(-\kappa B) \left[\exp(\kappa U^+) - 1 - \kappa U^+ - \frac{(\kappa U^+)^2}{2} - \frac{(\kappa U^+)^3}{6} \right]. \quad (2.13)$$

A partir do conceito de comprimento de mistura de Prandtl e considerando o fator de amortecimento de van Driest, White (1991)[83] apresentou uma outra expressão, também válida para toda região a partir da parede:

$$U^+ = \int_0^{z^+} \frac{2dz^+}{1 + \left\{ 1 + 4\kappa^2 z^{+2} \left[1 - \exp\left(\frac{-z^+}{A^+}\right) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}, \quad (2.14)$$

onde A^+ é a constante dimensional de amortecimento de van Driest. Para um canal plano, $A^+ = 26$. Porém, Antonia *et al.* (1992)[3] estudaram os efeitos de baixos número de Reynolds em um escoamento turbulento em canal e verificaram que, para $h^+ = \frac{u_\tau h}{\nu} \leq 1000$ (onde h corresponde à metade da altura do canal), a constante de van Driest aumenta com a redução de h^+ . É importante deixar claro que $Re_\tau = h^+$ são frequentemente referenciados como sendo números de Reynolds. Segundo Buschmann & Gad-el-Hak (2004)[8], estes parâmetros são similares a um número de Reynolds, mas representam apenas a relação entre o comprimento de escala da região externa do escoamento, h , e o comprimento de escala da região interna, ν/u_τ . Assim, o número de Kármán h^+ significa apenas a metade da altura média do canal, expressa em unidades de parede.

As Equações 2.13 e 2.14 fornecem resultados semelhantes. Escolhendo $A^+ = 26$, toda a região que compreende a sub-camada viscosa, a região de transição e a camada logarítmica é reproduzida precisamente com o valor correto da constante da lei logarítmica, $B \approx 5$ (White, 1991[83]).

2.6 Escoamento Laminar em um Canal Plano

Os escoamentos estacionários, laminares e uniformes ($\frac{\partial u}{\partial x} = 0$) em um canal de placas planas constituem uma classe de escoamento particularmente simples, os quais permitem obter soluções exatas das equações de Navier-Stokes. Nestes casos, apenas uma das componentes da velocidade é diferente de zero e todas as partículas do escoamento movem-se em uma mesma direção.

Considerando a Figura 2.10, onde x indica a direção principal e y e z indicam as direções transversal e vertical, respectivamente, temos que $u = u(y, z)$, $v = 0$ e $w = 0$. Assim, o gradiente de pressão existe apenas para a direção longitudinal e todos os termos convectivos desaparecem

da equação de Navier-Stokes. A solução estacionária, $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \vec{0}$, e independente das direções x e y , é então:

$$\frac{dp}{dx} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}. \quad (2.15)$$

com a condição de contorno: $u = 0$ para $z = \pm h$. Sendo $\frac{dp}{dz} = 0$, o gradiente de pressão na direção longitudinal é constante e a solução é um perfil de velocidade parabólico, conhecido como perfil de Poiseuille, é:

$$u(z) = \left(1 - \frac{z^2}{h^2}\right) \cdot U_c, \quad (2.16)$$

$$p(x) = p_0 - 2\nu x \frac{U_c}{h^2}, \quad (2.17)$$

onde U_c é a velocidade na linha central do canal. Esta solução está bem verificada experimentalmente, mas apenas para uma faixa de números de Reynolds, $Re_c = \frac{U_c h}{\nu} < 1000$ (Lamballais, 1996[35]). Para maiores números de Reynolds, observa-se a transição à turbulência. Este valor característico pode flutuar em função da turbulência residual sempre presente na entrada dos canais experimentais.

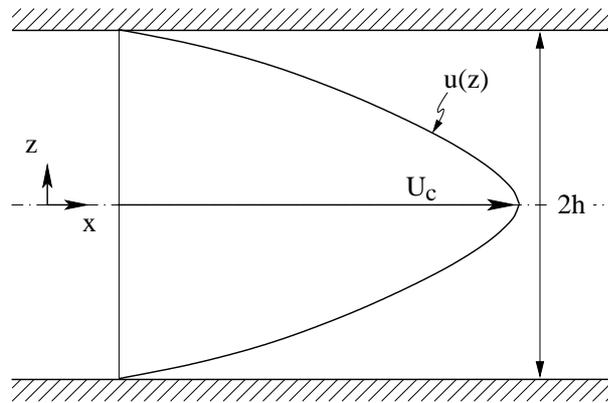


Figura 2.10: Escoamento laminar em canal de placas planas com distribuição parabólica de velocidade.

O perfil de Poiseuille é bastante utilizado como perfil de base para iniciar simulações numéricas de escoamentos turbulentos em canais planos, bem como no estudo numérico da transição à turbulência (Jiménez, 1990[22], Jiménez & Moin, 1991[23], Lamballais, 1996[35]). No presente trabalho, este perfil será utilizado como condição inicial para as simulações bidimensionais sobre superfícies onduladas. Ainda, uma vez que não dispomos de um campo de escoamento turbulento desenvolvido, também utilizaremos o perfil de Poiseuille como uma das condições iniciais para a simulação do canal turbulento.

2.7 Estruturas Coerentes do Escoamento Turbulento Parietal

A visualização de um escoamento turbulento parietal pode fornecer a impressão de que existe uma variedade de movimentos interagindo de forma desordenada. Esta visão, muito aceita até os anos 50 (Lamballais, 1996[35]), tem evoluído e hoje sabe-se que existem certas organizações nestes tipos de escoamentos. Vários autores (Kim *et al.*, 1987[30], Antonia *et al.*, 1992[3], Kruse *et al.*, 2003[33], Toh & Itano, 2005[74]) evidenciaram a existência, na dinâmica dos escoamentos parietais, de eventos que se repetem com bastante frequência e que caracterizam a turbulência de parede. Estes movimentos constituem as chamadas “estruturas coerentes”. Segundo Lesieur (1997)[40], estruturas coerentes são regiões do espaço de alta concentração de vorticidade, que conservam uma forma definida durante um período superior ao seu tempo de rotação ω^{-1} e possuem a propriedade de sensibilidade às condições iniciais.

As principais características estruturais dos escoamentos turbulentos parietais podem ser enumeradas resumidamente (Lamballais, 1996[35]):

1. presença de correntes de altas e baixas velocidade longitudinal na zona da parede, as quais geram estruturas alongadas (*streak*) com espaçamento médio transversal de aproximadamente 100 unidades de parede, independente do número de Reynolds;
2. fenômenos de ejeções (*ejections*) de fluidos de baixa velocidade para longe da parede;
3. fenômenos de penetração (*sweep*) de fluidos de alta velocidade para a zona próxima à parede;
4. presença de estruturas turbilhonares em forma de grampos de cabelo (*hairpin*) na zona externa.

Estudos recentes sobre os escoamentos turbulentos com contorno de parede apresentaram resultados significantes a respeito das estruturas coerentes, permitindo um melhor conhecimento dos seus processos auto-sustentáveis (Schoppa & Hussain, 2000[69], Panton, 2001[56], Toh & Itano, 2005[74]). Próximo à parede, os vórtices longitudinais dominam a produção da turbulência, o arrasto e a transferência de calor. A dinâmica da evolução das estruturas coerentes longitudinais são a essência da turbulência próxima à parede. Para que a turbulência seja sustentada, é necessário que haja a formação de vórtices, ou seja, a existência de vórtices deve garantir a regeneração dos vórtices subsequentes. Dentre os mecanismos de regeneração, a maioria envolve (Schoppa & Hussain, 2000[69]): *a*) ação direta dos vórtices já existentes, ou *b*) a instabilidade local de um escoamento de base quase estacionário.

As duas características estruturais mais marcantes da turbulência na parede estão apresentadas na Figura 2.11. Nela, é possível observar as faixas (*streak*) de fluidos de baixo momento

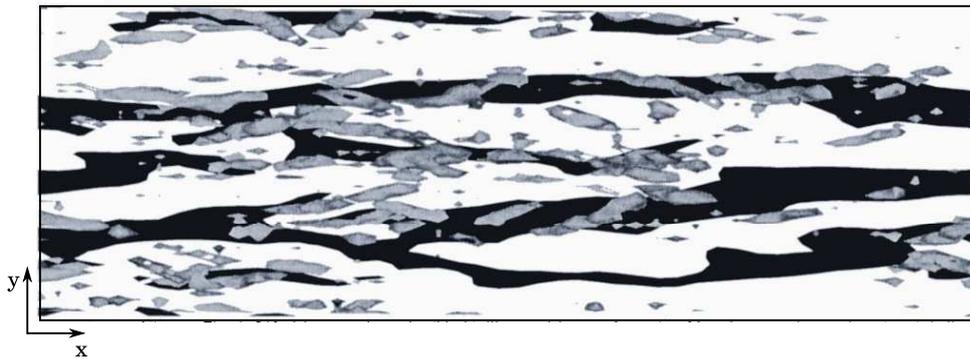


Figura 2.11: Faixas de fluidos com baixas velocidades (*streaks*), ilustrados em preto por $u' < 0$ em $z^+ = 20$, e vórtices longitudinais na região $0 < z^+ < 60$. Adaptado de Schoppa & Hussain (2000)[69].

para $z^+ = 20$, em preto, e os vórtices longitudinais alongados, na região $0 < z^+ < 60$. Os *streaks* são os elementos mais importantes indetificados (Panton, 2001[56]), observados na região interna próxima à parede, sendo gerados pela suspensão de fluidos de baixa velocidade devido à velocidade vertical induzida pelos vórtices longitudinais próximos à parede. Uma interpretação é que na vizinhança da parede, incluindo as camadas viscosas e de transição, que juntas constituem a região próxima à parede, pares de vórtices longitudinais suspendem fluidos de baixas velocidades (ejeções ou *ejections*), característicos da região, induzindo os *streaks*, cujas instabilidades tornam a região da parede mais energética e regeneram os vórtices longitudinais. Porém, do outro lado dos vórtices, fluidos de regiões contendo alta velocidade são trazidos para próximo à parede (penetrações ou *sweep*), poduzindo as faixas de fluidos de alta velocidades entre os de baixa velocidades.

Outra estrutura importante na turbulência de parede são os turbilhões em forma de grampo de cabelo (*hairpin*), os quais são um dos mecanismos responsáveis pela geração dos vórtices longitudinais (Schoppa & Hussain, 2000[69]). Embora a existência destas estruturas seja bastante aceita atualmente, sua estrutura precisa e sua importância na dinâmica global do escoamento turbulento ainda é objeto de estudos (Lamballais, 1996[35]). A Figura 2.12 apresenta um modelo conceitual dos *hairpins*. Este modelo envolve um arco de vorticidade transversal, sua “cabeça” (*head*), com um “pescoço” (*neck*) inclinado, seguido por dois pares de vórtices longitudinais contrarrotativos alongados, que são as suas “pernas” (*leg*). Os vórtices longitudinais que constituem as pernas, juntamente com o pescoço, o qual apresenta uma componente normal à parede, são geralmente chamados de vórtices “quase-longitudinais”.

Segundo Lamballais (1996)[35], para escoamentos turbulentos parietais com baixos números de Reynolds, a forma dos turbilhões na zona externa está mais próxima de uma ferradura, ou de um arco, do que com um grampo de cabelo, *hairpin*. De fato, Robinson (1991)[64] *apud* Panton (2001)[56] analisou dados de uma *DNS* de escoamento em camada limite e concluiu que os vórtices longitudinais estão presente na região interna do escoamento, e que na região externa predominam os vórtices transversais (arcos), enquanto que na região de transição há

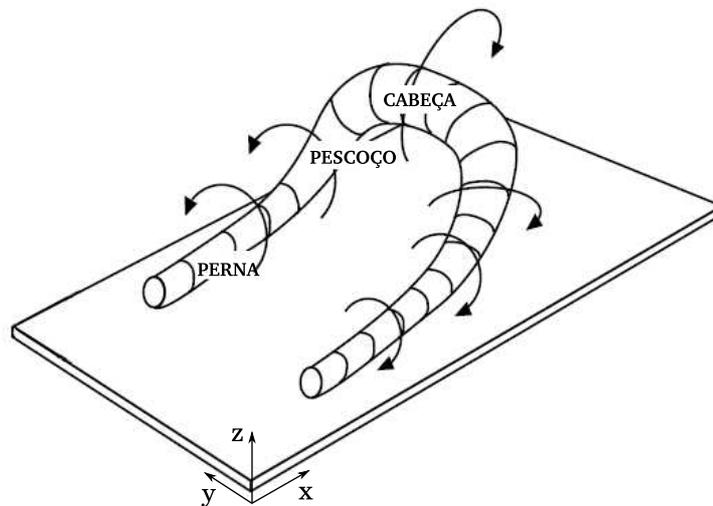


Figura 2.12: Modelo conceitual de um vórtice *hairpin* (adaptado de Panton (2001)[56]).

uma mistura dos dois.

Os estudos das estruturas coerentes, suas relações e interações são essenciais para fornecer informações que definam um mecanismo simplificado que dê à turbulência de parede sua característica auto-sustentável. Neste sentido Schoppa & Hussain 2000[69] utilizaram *DNS* de um escoamento turbulento em canal para analisar a regeneração e a dinâmica dos vórtices longitudinais próximos à parede. Uma revisão sobre os mecanismos auto-sustentáveis da turbulência de parede pode ser obtida em Panton (2001)[56]. Por fim, Toh & Itano (2005)[74] estudaram a interação entre as estruturas de grandes escalas e as estruturas próximas à parede em um canal plano. Os autores verificaram que as estruturas de grandes escalas estão fortemente acopladas às de pequenas escalas próximas à parede, sendo sustentadas pelas suas interações diretas. A este processo sustentável, Toh & Itano (2005)[74] deram o nome de “ciclo co-suportável”.

2.8 Estatísticas da Turbulência em um Canal Plano

A análise das estruturas espaciais de um campo instantâneo, seja de velocidade, pressão ou vorticidade, é importante para a compreensão dos mecanismos que regem o movimento dos fluidos. De um campo instantâneo é possível obter informações pouco modificadas por um tratamento qualquer (Lamballais, 1996[35]). Segundo Mansur & Vieira (2004)[43], o emprego de técnicas de visualização numérica ou experimental sempre assumiram um importante papel na compreensão dos principais fenômenos associados à transição e à turbulência, com inúmeros trabalhos relacionados ao assunto publicados nas últimas décadas. Uma revisão dos aspectos importantes envolvendo às técnicas tradicionalmente empregadas na visualização experimental de meios líquidos, pode ser obtida em Mansur & Vieira (2004)[43].

De acordo com Lamballais (1996)[35], apesar da significativa contribuição das técnicas de visualização, numérica ou experimental, para o conhecimento da turbulência, a representativi-

dade da observação pela visualização de um campo turbulento pode ser questionável, devido à complexidade da imagem proposta, a qual reflete apenas a própria complexidade do movimento, e devido à natureza geralmente incompleta das informações.

Em função da característica aleatória da turbulência, uma outra abordagem dos escoamentos turbulentos consiste em tratar estatisticamente a informação disponível, buscando simplificar e quantificar os resultados (Lamballais, 1996[35], Mansur & Vieira, 2004[43]). Porém o tratamento estatístico introduz um filtro nos resultados, podendo ocultar certas características essenciais, o que é contraditório ao caráter de imprevisibilidade de um estado turbulento instantâneo. Assim, certamente as análises por visualização de um campo instantâneo e por meio de estatísticas devem ser complementos uma da outra.

Neste trabalho, serão utilizadas algumas das estatísticas da turbulência para avaliar as simulações dos escoamentos parietais a serem realizadas. Os resultados estatísticos também permitirão validar tais simulações, comparando-os com resultados de referência obtidos em trabalhos anteriores. Desta forma, nesta seção serão apresentadas, resumidamente, as estatísticas úteis que serão obtidas aqui.

2.8.1 A decomposição de Reynolds

Em 1895, Osborne Reynolds manipulou as equações de Navier-Stokes e da continuidade buscando uma forma de organizar a discussão dos estudos empíricos dos escoamentos turbulentos, e conseguir prever seu comportamento médio no tempo. Reynolds mostrou que o valor instantâneo de qualquer variável independente pode ser representado por uma soma de um valor médio e de uma flutuação. A preocupação era com os escoamentos estatisticamente estacionários, nos quais o valor médio de uma variável poderia depender de uma posição no espaço (Sherman, 1990[70]).

Segundo Sherman (1990)[70], a maioria das informações quantitativas disponíveis sobre a turbulência referem-se a escoamentos estatisticamente estacionários. Assim, para estes escoamentos, as variáveis do problema (os campos de velocidade \vec{u} , de pressão p e de vorticidade $\vec{\omega}$) podem, então, ser decompostas em uma parte média (\vec{U} , P , $\vec{\Omega}$) e outra parte flutuante (\vec{u}' , p' , $\vec{\omega}'$):

$$\begin{aligned}\vec{u} &= \vec{U} + \vec{u}', \\ p &= P + p', \\ \vec{\omega} &= \vec{\Omega} + \vec{\omega}',\end{aligned}\tag{2.18}$$

onde os campos médios são obtidos aplicando um operador “média de conjunto”, ou operador “média de *ensemble*”, representado por $\langle \cdot \rangle$ (por exemplo: $\vec{U} = \langle \vec{u} \rangle$), enquanto que os campos de flutuações são deduzidos diretamente pela diferença entre o campo total e o campo médio (por

exemplo: $\vec{u}' = \vec{u} - \vec{U}$.

Os escoamentos em canal apresentam uma característica de homogeneidade, ou seja (Lamballais, 1996[35]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \cdot \rangle}{\partial t} &= 0 && \text{estacionário em média} \\ \frac{\partial \langle \cdot \rangle}{\partial x} &= 0 && \text{homogeneidade na direção } x \text{ (com excessão de } p) \\ \frac{\partial \langle \cdot \rangle}{\partial y} &= 0 && \text{homogêneidade na direção } y \\ V = W &= 0 && \text{escoamento unidirecional} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Neste trabalho, considerando as condições 2.19, o operador $\langle \cdot \rangle$ significará um operador de média tanto nas direções homogêneas (x, y) , como também no tempo. Embora esta média no tempo e em planos horizontais seja justificada apenas pela condição de ergodicidade, ela foi utilizada por Lamballais (1996)[35], o qual julgou necessária para acelerar a convergência das estatísticas dos seus resultados.

2.8.2 Intensidades da Turbulência

Os escoamentos turbulentos são caracterizados por violentas flutuações, o que dificulta a obtenção da sua completa descrição. Embora para muitos dos fenômenos de interesse seja suficiente conhecer apenas o valor médio da variáveis envolvidas (Freire & Cruz, 1998[13]), só com o conhecimento das flutuações turbulentas é possível obter um completo conhecimento da mecânica da turbulência (Schlichting, 1979[68], Freire & Cruz, 1998[13], Lamballais, 1996[35]). Porém, ao realizar a média, toda a informação sobre as flutuações da turbulência é perdida. Para recuperar esta informação, definem-se as intensidades das flutuações turbulentas nas três direções do escoamento, aqui consideradas x , y e z como as direções longitudinal, transversal e vertical, respectivamente.

A distribuição vertical das intensidades da turbulência mostra a distribuição da energia ao longo da altura do canal, para cada uma das componentes de velocidade turbulenta. Estas intensidades são definidas como a raiz quadrada da média de conjunto do quadrado das flutuações das componentes de velocidade, ou seja:

$$\begin{aligned}\sigma_u &= \sqrt{\langle u^2 \rangle - U^2} = \sqrt{\langle u'^2 \rangle} \\ \sigma_v &= \sqrt{\langle v^2 \rangle - V^2} = \sqrt{\langle v'^2 \rangle} \\ \sigma_w &= \sqrt{\langle w^2 \rangle - W^2} = \sqrt{\langle w'^2 \rangle},\end{aligned}\tag{2.20}$$

As intensidades da turbulência representam os desvios padrão das componentes da velocidade. Neste trabalho, apresentaremos essas intensidades adimensionalizadas pela velocidade de atrito, u_τ , e usaremos as nomenclaturas I_{uu} , I_{vv} e I_{ww} (por exemplo: $I_{uu} = \sqrt{\langle u'^2 \rangle}/u_\tau$).

Como exemplo, a Figura 2.13 apresenta os perfis das intensidades da turbulência de um escoamento completamente desenvolvido em um canal plano, com $h^+ = 180$, resultantes da simulação numérica direta realizada por Kim *et al.* (1987)[30]. Os perfis estão representados em função da distância à parede, z^+ .

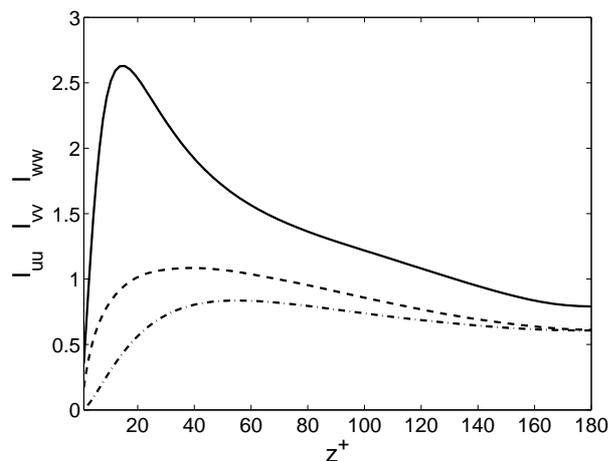


Figura 2.13: Intensidades da turbulência, em unidades de parede. Linha sólida, I_{uu} ; linha tracejada, I_{vv} ; traço-ponto, I_{ww} (adaptado da DNS de Kim *et al.* (1987)[30]).

A presença da parede faz com que as intensidades da turbulência apresentem diferentes magnitudes. A intensidade longitudinal, I_{uu} , é a que apresenta maiores valores, enquanto que a intensidade vertical, I_{vv} , é a que apresenta os menores valores e alcança seu máximo mais distante da parede, em relação às demais componentes. Próximo à parede, a condição de não-deslizamento faz com que todas as componentes das intensidades caiam a zero.

Segundo Sherman (1990)[70], uma importante característica dos perfis das intensidades da turbulência é que eles atingem seu valor máximo muito próximo à parede. Por exemplo, o valor de I_{uu} atinge seu máximo, de aproximadamente $2,8u_\tau$, em $z^+ \approx 15$. Se $z^+ < 5$, o desvio padrão de u é de aproximadamente $0,33U$.

White (1991)[83] e Schlichting (1979)[68] apresentaram perfis de intensidades da turbulência obtidos experimentalmente de escoamentos em camada limite sobre placa plana. A comparação entre os perfis para o canal e para a camada limite revelaram que as flutuações da turbulência são muito similares em ambos os casos. Esta constatação justifica a aplicação das leis do escoamento turbulento deduzidas a partir do estudo do escoamento em canais, para descrever o escoamento em camada limite. A diferença entre os perfis ocorre, particularmente, na região externa do escoamento, onde as intensidades apresentam valores diferentes de zero no centro do canal e uma simetria entre as intensidades de placas opostas, enquanto que num escoamento em camada limite as intensidades alcançam seus valores máximos, mas tendem a zero à medida que z aumenta.

2.8.3 Tensão de Cisalhamento de Reynolds

A tensão de cisalhamento total, derivada a partir da média de conjunto da equação de Navier-Stokes, na direção longitudinal, é dada na sua forma adimensional por:

$$-\langle u'w' \rangle + \frac{1}{Re} \frac{\partial U}{\partial z}, \quad (2.21)$$

onde o termo que envolve a média do produto das componentes u' e w' das flutuações de velocidade, é denominado de tensão de cisalhamento de Reynolds. A Figura 2.14 apresenta os perfis de tensão de cisalhamento total e de tensão de cisalhamento de Reynolds, em função da altura do canal, em unidades de parede. Os dados de $-\langle u'w' \rangle$ foram obtidos da *DNS* realizada por Kim *et al.* (1987)[30].

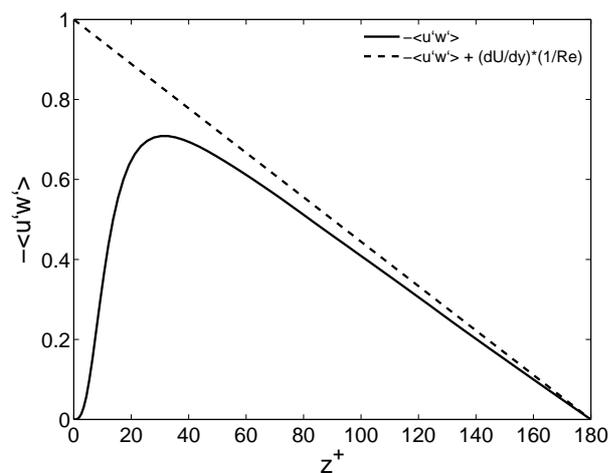


Figura 2.14: Tensões de cisalhamento médias. Linha sólida: tensão de cisalhamento de Reynolds, $-\langle u'w' \rangle$; linha tracejada: tensão de cisalhamento total, $-\langle u'w' \rangle + \frac{1}{Re} \frac{\partial U}{\partial z}$ (adaptado da *DNS* de Kim *et al.* (1987)[30]).

Devido à simetria do escoamento, o valor da tensão de cisalhamento de Reynolds $-\langle u'w' \rangle$

cai a zero no centro do canal, enquanto que seu máximo ocorre próximo à parede, indicando que o atrito turbulento atinge seu maior valor nesta região. Para um escoamento estatisticamente estacionário, a tensão de cisalhamento total média converge para uma função linear, como indicado pela linha tracejada na Figura 2.14.

As duas curvas tendem a se aproximar ao longo da maior parte da altura do canal, e isto pode ser interpretado como uma boa forma de verificar a adequação das medições, além de significar que praticamente toda a tensão de cisalhamento se deve à turbulência. Em uma simulação numérica, este comportamento linear da tensão de cisalhamento de Reynolds é frequentemente utilizado como um indicativo da convergência da simulação, ou seja, de um estado estatisticamente estacionário do escoamento turbulento (Moin & Kim, 1982[48], Kim *et al.*, 1987[30], Jiménez & Moin, 1991[23], Lamballais, 1996[35]).

Próximo à parede, as duas curvas divergem e a curva de $-\langle u'w' \rangle$ decresce para zero, pois as flutuações da turbulência tendem a zero nesta região, onde as tensões laminares dominam o escoamento. A diferença entre as duas curvas fornece o atrito laminar (Schlichting, 1979[68]). Segundo Antonia *et al.* (1992)[3], a posição do valor máximo da tensão de cisalhamento de Reynolds depende do valor de h^+ e pode ser estimada como:

$$z_{max}^+ = \kappa^{-\frac{1}{2}} h^{+\frac{1}{2}}, \quad (2.22)$$

onde a constante de von Kármán é $\kappa = 0,41$.

2.8.4 Espectro de Energia

Nos escoamentos turbulentos, os vórtices são gerados por cisalhamento ou por gravidade em várias escalas. Os vórtices maiores retiram energia do escoamento principal, transferindo-a aos vórtices menores, que por sua vez a transferem a vórtices ainda menores, até sua redução à escala de energia de Kolmogorov. A energia em cada escala pode ser medida através do espectro de energia em função do número de onda.

Num espectro, a energia é distribuída de acordo com o tamanho dos vórtices. Quanto menor o tamanho do vórtice, maior será o número de onda. Assim, na região dos menores comprimentos de onda, encontram-se os maiores vórtices, os quais dependem das condições locais de formação e tendem a se manter ao longo de todo o escoamento. Simplificadamente, é possível distinguir as seguintes regiões no espectro (Möller & Silvestrini, 2004[53]):

- uma região energética, com baixas frequências, a qual contém os grandes vórtices portadores da maior parcela de energia cinética. Tem sua origem no termo de produção e é dependente das dimensões do domínio considerado;
- uma região onde ocorre a dissipação, presente em qualquer escoamento turbulento, a qual contém as menores escalas e é dominada pela viscosidade. Para altos números de

Reynolds, a turbulência nesta região pode ser isotrópica e universal, caracterizada por duas sub-regiões: a sub-região inercial, onde o espectro decai com um expoente $-5/3$, e a região de dissipação viscosa, onde o espectro assume um expoente -7 .

Na turbulência parietal, se existe um forte gradiente de velocidade próximo à parede, o espectro assume um expoente -1 , porém apenas existirá no espectro da componente da flutuação da velocidade na direção do escoamento principal, ou seja, na direção da força resultante da tensão de cisalhamento (Möller & Silvestrini, 2004[53]).

A Figura 2.15 ilustra as duas regiões típicas do espectro, obtido a partir de medições realizadas com a técnica de anemometria de fio quente em um tubo circular, para valores crescentes da distância y , média a partir da parede do tubo (Vicari, 1996[79]).

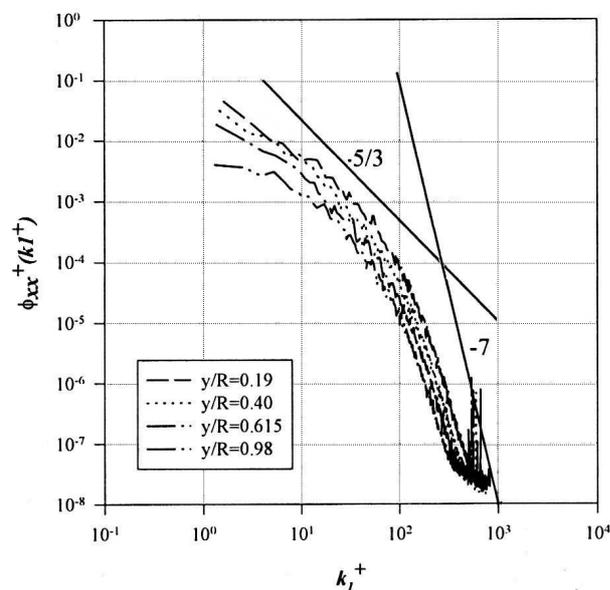


Figura 2.15: Espectro da componente axial da flutuação de velocidade em um duto circular, para várias distâncias y a partir da parede. As linhas retas indicam as declividades. Obtido de Vicari (1996)[79].

2.8.5 Correlação entre dois Pontos

Além das distribuições das flutuações de velocidades, é necessário fornecer dados adicionais a fim de caracterizar o escoamento turbulento. Uma indicação quantitativa a respeito da estrutura espacial da turbulência pode ser obtida observando simultaneamente as flutuações de velocidades em dois pontos vizinhos no campo de escoamento (Lamballais, 1996[35]). Esta observação é feita considerando a função de correlação em dois pontos, sendo seu coeficiente definido como (Möller & Silvestrini, 2004[53]):

$$\begin{aligned}
R_{u'_i u'_i}(z, r_x) &= \frac{\langle u'_i(x, y, z) u'_i(x + r_x, y, z) \rangle}{\sqrt{\langle u'^2_i(x, y, z) \rangle} \sqrt{\langle u'^2_i(x + r_x, y, z) \rangle}}, \\
R_{u'_i u'_i}(z, r_y) &= \frac{\langle u'_i(x, y, z) u'_i(x, y + r_y, z) \rangle}{\sqrt{\langle u'^2_i(x, y, z) \rangle} \sqrt{\langle u'^2_i(x, y + r_y, z) \rangle}},
\end{aligned}
\tag{2.23}$$

onde r_x e r_y são as distâncias de separação nas direções longitudinal e transversal, respectivamente, entre os dois pontos vizinhos e u_i a componente da velocidade na direção $i = 1, 2, 3$ ($u_1 = u$, $u_2 = v$ e $u_3 = w$). O coeficiente de correlação assume valores entre -1 e 1 . Se seu valor for igual a 1 , então a função u'_i em dois pontos vizinhos é 100% correlacionada. Caso $R_{u'_i u'_i}$ assumam um valor negativo, significa oposição de fase e, sendo nulo, não há correlação.

A correlação espacial entre dois pontos permite estimar o comprimento de escala das estruturas da turbulência dentro do canal. Uma vez que o canal é estatisticamente estacionário e homogêneo em planos horizontais (x, y) , as correlações espaciais são então função de apenas duas variáveis: da posição vertical z e da separação $(r_x$ e $r_y)$ entre dois pontos destes planos (Lamballais, 1996[35]).

Como exemplo, na Figura 2.16 estão apresentadas as correlações de velocidades em dois pontos para distâncias de separação longitudinal e transversal, obtidas a partir de uma *LES* realizada por Peter (1998)[62]. Os perfis foram obtidos para $z^+ = 12$. Kim *et al.* (1987)[30] verificaram que os picos de mínimos nas correlações, para separações transversais, são indicações da existência de estruturas de vórtices, e as posições destes picos fornecem dimensões características destas estruturas nesta região.

Segundo Moin & Kim (1982)[48], a correlação espacial entre dois pontos deve ser utilizada, também, para definir o tamanho do domínio computacional a ser utilizado em simulações numéricas de escoamentos turbulentos em canais planos, nos quais a homogeneidade nas direções longitudinal e transversal sugere a utilização de um modelo temporal, ou seja, a aplicação de uma condição de periodicidade nestas direções. Esta aproximação temporal é mais econômica do ponto de vista de custo computacional, quando comparada a uma aproximação espacial (Lamballais, 1996[35]). Porém, o comprimento sobre o qual será aplicada a periodicidade poderá ter um impacto importante na natureza dos resultados, o que faz com que a adoção desta condição de contorno seja justificada pela utilização de um domínio computacional grande o suficiente para incluir as maiores escalas do escoamento, e reduzir os efeitos da periodicidade. Assim, as dimensões necessárias para um domínio de cálculo devem ser tais que as correlações entre dois pontos, das flutuações das componentes da velocidade, sejam insignificantes para distâncias de separação superiores à metade do comprimento, ou largura, do domínio (como na Figura 2.16).

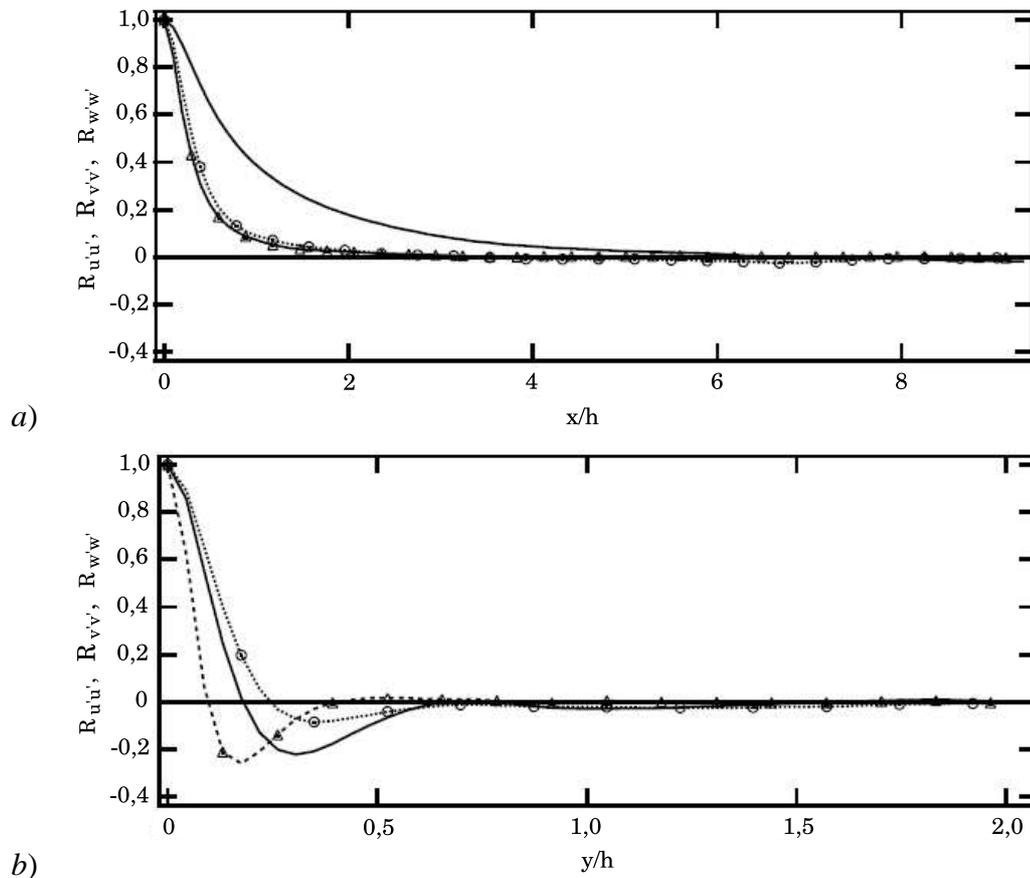


Figura 2.16: Correlações de velocidades entre dois pontos, para distâncias de separação: *a*) longitudinal, r_x , e *b*) transversal, r_y . Linha sólida, $R_{u'u'}$; \circ , $R_{v'v'}$; Δ , $R_{w'w'}$. (adaptado de Peter (1998)[62]).

2.9 Escoamento Turbulento em um Canal Plano

Um estudo fundamental das complexas interações turbulentas na vizinhança da parede, buscando compreender os mecanismos de base da turbulência nesta região, pode ser efetuado, mais favoravelmente, com a utilização de protótipos de escoamentos mais simplificados, dentre os quais os escoamentos em canais planos apresentam-se como uma boa opção (Lamballais, 1996[35]). Neste sentido, o escoamento turbulento completamente desenvolvido em canais de placas planas e paralelas é objeto de inúmeras investigações, tanto experimentais como numéricas. Uma razão para este interesse é a sua geometria relativamente simples, a qual proíbe o crescimento contínuo da espessura da camada limite e, conseqüentemente, permite a simplificação das equações governantes do movimento. Se o canal for longo o suficiente para que o escoamento torne-se completamente desenvolvido, o perfil de velocidade média passa a ser independente da distância longitudinal x , resultando no cancelamento dos termos de inércia ($u_j \partial u_i / \partial x_j$) das equações governantes (Tennekes & Lumley, 1972[73]). Além disso, as características essenciais da turbulência de parede estão presentes nos escoamentos em canais.

As estruturas turbulentas próximas à parede são universais, de forma que qualquer conhe-

cimento sobre elas ou sobre os aspectos organizados dos seus movimentos nesta região em um canal plano, apresenta relevância direta com a região próxima à parede em uma camada limite (Antonia *et al.*, 1992[3]). Tanto os escoamentos em camada limite como os escoamentos em canais apresentam similaridades entre suas estruturas de vórtices, uma característica interessante dada as diferenças existentes entre as regiões externas dos dois escoamentos. A interface laminar/turbulenta é uma importante característica das camadas limites, porém não está presente nos escoamentos em canais. Por outro lado, a possibilidade de interação, na linha central do canal, entre as camadas cisalhantes das paredes opostas, não existe na camada limite. Assim, os escoamentos em canais podem ser entendidos como problemas de camada limite, pois em qualquer caso os efeitos viscosos junto às paredes internas governam a transição à turbulência e a natureza do escoamento turbulento (Silveira Neto, 1998[54]).

A compreensão do processo de transição à turbulência e da natureza física do seu estado completamente turbulento é de elevada importância prática devido ao fato de que, no regime turbulento, os esforços de arraste aumentam significativamente (Silveira Neto, 1998[54]). Com respeito ao problema específico da transição à turbulência, um estudo em canal plano também apresenta uma característica bastante geral, com analogias notáveis com a camada limite, como a formação de turbilhões em forma de lambda, por exemplo (Lamballais, 1996[35]). Comparado à camada limite, o canal ainda apresenta a vantagem de evitar os problemas devidos à intermitência sempre presente na interface turbulenta/laminar, ou devido ao não paralelismo do escoamento principal. O número de Reynolds crítico que leva a transição à turbulência no escoamento em canal plano é fornecido pela teoria da estabilidade linear, a qual mostra que uma perturbação infinitesimal não poderá se amplificar para valores inferiores a $Re_c = U_c h / \nu = 5772$ (Lamballais, 1996[35]).

A partir dos anos 80, o uso de simulações numéricas nos estudos de escoamentos turbulentos em canais e em camada limite tornaram-se freqüentes. As metodologias de simulação numérica são bastante úteis para fornecer informações importantes sobre a dinâmica do movimento turbulento, permitindo o acesso a dados de campos de velocidades tridimensionais e temporais, dos quais as estruturas coerentes podem ser extraídas mais facilmente. Técnicas como simulações de grandes escalas (*LES*) e simulação numérica direta (*DNS*) vêm contribuindo enormemente para o atual conhecimento da turbulência de parede.

Moin & Kim (1982)[48] utilizaram simulação de grandes escalas, *LES*, para estudar o escoamento turbulento em um canal plano, com número de Reynolds $Re_c = 13800$, baseado na velocidade na linha central e na metade da altura do canal. O campo de escoamento obtido foi utilizado para estudar suas propriedades estatísticas, bem como suas características dependentes do tempo. Os resultados para o perfil de velocidade média, das estatísticas da turbulência e dos detalhes das estruturas turbulentas foram comparados com dados experimentais, apresentando bons resultados. Analisando a estrutura do campo de escoamento, verificou-se que a região próxima à parede é caracterizada pela existência de estruturas alongadas (*streaks*) de altas e baixas velocidades, alternando na direção transversal. No estudo, os autores também verificaram que

as estruturas da turbulência na vizinhança da parede de um escoamento em canal são as mesmas encontradas na região da parede em uma camada limite turbulenta.

Embora a resolução computacional adotada por Moin & Kim (1982)[48], para a realização da *LES*, não fosse adequada para resolver completamente as escalas da turbulência na vizinhança da parede, a base de dados gerada a partir desta simulação foi extensivamente utilizada em estudos sobre a estrutura de escoamentos turbulentos com contorno de parede. Kim (1983)[26] utilizou esta base de dados para investigar as estruturas coerentes, associadas aos escoamentos turbulentos parietais, na região próxima à parede. Com os dados dos campos de pressão e velocidade, foi possível capturar e analisar os fenômenos conhecidos como *bursting* e comparar os resultados com dados experimentais.

Kim (1985)[27] também utilizou a referida base de dados para investigar detalhes do padrão do escoamento turbulento associados ao evento de *bursting*, definido-o como sendo um processo composto de seqüências de eventos semi-cíclicos que ocorrem na região da parede, e durante o qual ocorre, aproximadamente, 70% da produção de turbulência total. Segundo o autor, o evento de *bursting* é composto por várias etapas, as quais podem ser resumidas (ver Figura 2.17): *a*) fluidos de alta velocidade movem-se da região externa em direção à parede, em um ângulo oblíquo (penetração ou *sweep*); *b*) a jusante da região do choque cria-se um região de gradiente de pressão adverso, fazendo com que o escoamento seja desacelerado e o fluido seja ejetado para cima (ejeção ou *ejection*); *c*) à medida que o fluido é ejetado, formam-se pares de vórtices quase-longitudinais contra-rotativos; *d*) os pares de vórtices contra-rotativos suspendem mais fluido de baixa velocidade da região entre eles, desacelerando o escoamento na região interna da camada limite. Segundo o autor, estes pares de vórtices quase-longitudinais são as estruturas dominantes durante o evento de *bursting*.

Kim *et al.* (1987)[30] realizaram a primeira simulação numérica direta (*DNS*) de um escoamento turbulento em canal. O trabalho de Kim *et al.* (1987) é considerado uma referência padrão no estudo de escoamentos turbulentos completamente desenvolvidos em canal plano, a número de Reynolds moderado ($Re_c = 3300$). A malha computacional utilizada foi suficientemente fina para que as escalas essenciais do escoamento pudessem ser representadas. A resolução adotada na direção transversal, $\Delta y^+ \approx 7$, foi suficiente para a formação dos chamados *streaks*, regiões alongadas de altas e baixas velocidades próximas à parede.

Analisando as correlações espaciais entre dois pontos, das flutuações de velocidade, Kim *et al.* (1987)[30] observaram a existência de picos de mínimos no perfil de correlações próximos à parede, para distâncias de separação na direção transversal. O perfil de $R_{u'u'}$ apresentou um mínimo em $r_y^+ \approx 50$, o que fornece uma estimativa da separação média entre os fluidos de altas e baixas velocidades, indicando que o espaçamento médio entre os *streaks* deve ser aproximadamente o dobro deste valor, $r_y^+ \approx 100$. Um mínimo no perfil de $R_{w'w'}$ sugere a existência de estruturas de vórtices longitudinais, e sua posição ($r_y \approx 25$) corresponde ao diâmetro médio destes vórtices. Ainda, a posição do mínimo no perfil de $R_{v'v'}$, em $r_y \approx 50$, indicou a presença de vórtices contra-rotativos próximos à parede. Por fim, Kim *et al.* (1987)[30] verificaram que

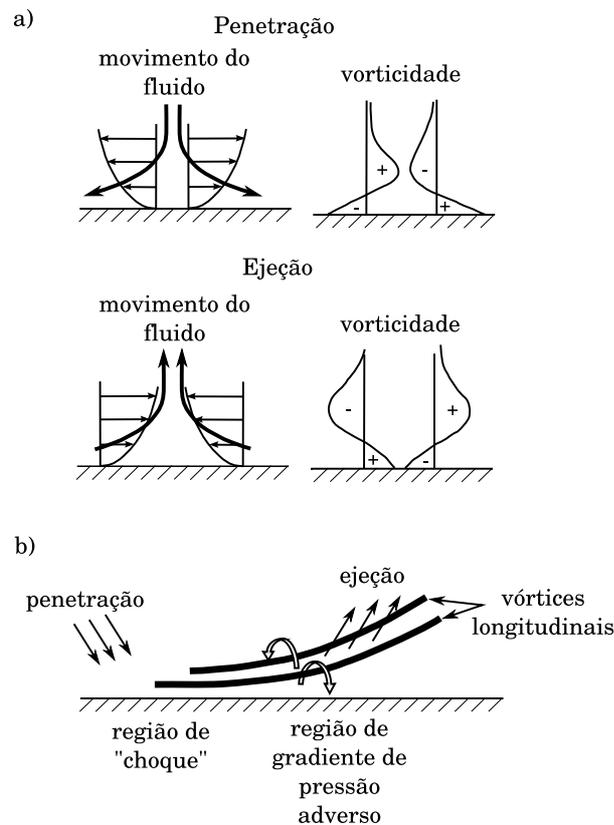


Figura 2.17: Esquema das etapas do evento de *bursting*: a) vista frontal e b) vista lateral (Adaptado de Kim (1983)[26]).

o espaçamento médio entre os *streaks* aumenta com o aumento da sua distância à parede.

O sucesso do uso da *DNS* para escoamentos turbulentos, principalmente com contornos de parede, é notável, porém, sua utilização ainda é limitada a baixos e moderados números de Reynolds. A extrapolação dos resultados obtidos com baixos números de Reynolds para altos valores deste parâmetro, deve ser realizada com cuidado. Os baixos números de Reynolds influenciam as quantidades turbulentas na região próxima à parede e seus efeitos foram estudados por vários autores (Huffman & Bradshaw, 1972[20], Wei & Willmarth, 1989[82], Antonia *et al.*, 1992[3], Antonia & Kim, 1994[2]). Antonia *et al.* (1992)[3] avaliaram os efeitos do baixo número de Reynolds na região interna de um escoamento turbulento completamente desenvolvido em canal, e verificaram que várias estatísticas da turbulência, normalizadas pelas unidades de parede, apresentaram diferentes dependências com o número de Reynolds devido às alterações nas estruturas turbulentas próximas à parede. Uma vez que não encontraram evidências de interação entre as regiões internas das paredes opostas, os autores concluíram que os efeitos de h^+ sobre as distribuições de I_{uu} , I_{ww} e $\langle u'w' \rangle$ estão associados com o esticamento dos vórtices quasi-longitudinais presentes na região da parede. Para $h^+ \leq 1000$, o fator de amortecimento de van Driest, A^+ , o qual essencialmente determina a constante aditiva B da lei logarítmica, aumenta com o decréscimo do número de Reynolds.

Os resultados da *DNS* de um escoamento turbulento em canal, para $h^+ = 180$ e 400 , realizada por Antonia & Kim (1994)[2], enfatizaram os efeitos dos baixos números de Reynolds na região próxima à parede. Estes resultados apresentaram aumentos significativos dos valores *rms* da vorticidade longitudinal e das flutuações de pressão, bem como da tensão de cisalhamento de Reynolds e da taxa de dissipação da energia turbulenta, com o aumento de h^+ . Para os autores, estes aumentos estão associados não só ao esticamento dos vórtices longitudinais, mas também ao esticamento dos vórtices transversais próximos à parede.

Próximo à parede, o campo de escoamento médio é dominado pelas tensões viscosas e a turbulência não pode ser sustentada quando os comprimentos de escalas tornam-se inferiores ao comprimento de escala de Kolmogorov, ℓ . Nesta região, Antonia & Kim (1994)[2] verificaram que, para $h^+ \leq 1000$, a normalização das quantidades da turbulência pelas variáveis padrão u_τ e ν não é apropriada, sugerindo que estas se ajustam melhor às escalas de comprimento e velocidade de Kolmogorov, baseadas na taxa de dissipação da energia da turbulência na parede ϵ_w e na viscosidade cinemática ν . Porém, para números de Reynolds maiores, a normalização em função das variáveis padrão ou das escalas de Kolmogorov, devem ser equivalentes.

Lamballais (1996)[35] utilizou a técnica da *DNS* para estudar o escoamento em um canal de placas planas e analisar os efeitos de uma rotação transversal, ao longo de um eixo paralelo às paredes e perpendicular à direção do escoamento, sobre o escoamento em transição e turbulento com números de Reynolds moderados. Para o caso sem rotação, os resultados estatísticos foram comparados com dados numéricos e experimentais, servindo como uma validação da metodologia numérica empregada. Na transição, uma rotação acelerada inibiu o surgimento da tridimensionalidade e o escoamento consistiu de vórtices bidimensionais de grandes escalas, paralelos ao eixo de rotação. Para rotações moderadas, verificou-se uma rápida transição a um escoamento turbulento completamente desenvolvido no lado anti-ciclônico do canal. A rotação também apresentou um efeito inibidor sobre a organização do escoamento em região de fluido com alta e baixa velocidade na parede anti-ciclônica.

Moser *et al.* (1999)[51] realizaram uma *DNS* de escoamento turbulento em canal com $h^+ = 180, 395$ e 590 . Para os maiores valores, particularmente $h^+ = 590$, os efeitos do baixo número de Reynolds não foram significativos e o perfil de velocidade longitudinal média se ajustou bem à lei logarítmica, concordando além de $z^+ \approx 200$. Porém, para $h^+ = 180$, o perfil apresentou apenas uma pequena região logarítmica, concordando com os perfis obtidos para os maiores números de Reynolds até $z^+ \approx 10$. Além disso, no caso de $h^+ = 180$, a aparente região logarítmica apresentou uma maior constante aditiva B , o que também está associado aos efeitos do baixo número de Reynolds e está de acordo com as observações de Antonia *et al.* (1992)[3].

Embora os efeitos do baixo número de Reynolds sejam verificados na constante aditiva B da lei logarítmica, diversos trabalhos publicados na literatura apresentam uma grande dispersão nos seus valores, bem como nos valores da constante de von Karmán, κ , mesmo para altos números de Reynolds (Zanoun *et al.*, 2003[87]). Devido a esta grande dispersão, Zanoun *et al.* (2003)[87] analisaram dados experimentais de alta-qualidade do perfil de velocidade média na

região de sobreposição de um escoamento turbulento, completamente desenvolvido, em canal plano. Os dados foram obtidos para uma grande faixa de números de Reynolds, até $Re_\tau \geq 5 \cdot 10^3$ e $z^+ \geq 150$. Para $Re_\tau \leq 2 \cdot 10^3$, as constantes dos perfis logarítmicos apresentaram variações dependentes de Re_τ , enquanto que para valores mais altos, $Re_\tau \geq 2 \cdot 10^3$, seus valores mostraram-se pouco sensíveis à variações de Re_τ . Os autores então sugeriram novos valores para as constantes, independentemente do número de Reynolds, sendo $\kappa \approx 0,37$ ($\approx 1/e$) e $B = 3,7$ ($\approx 10/e$), onde $e = 2,71828\dots$ é a base natural dos logaritmos.

Recentemente, Tochio *et al.* (2005)[77] realizaram DNS de escoamentos turbulentos completamente desenvolvidos em canais planos, utilizando números de Reynolds baixos ($Re_\tau = 64$ a 180). Para $Re_\tau = 110 - 180$, os perfis de velocidade média não indicaram uma região logarítmica. Segundo os autores, todas as componentes da intensidade da turbulência apresentaram reduções significativas com o decréscimo do número de Reynolds, diferentemente de Antonia *et al.* (1992)[3], que indicaram que a dependência com o número de Reynolds é mais significativa para a componente longitudinal, I_{uu}^+ . Para Tochio *et al.* (2005)[77] esta redução das intensidades da turbulência está relacionada ao fato de que o termo de produção de I_{uu}^+ e a redistribuição para as demais componentes é reduzido com a diminuição do número de Reynolds. Além disso, à medida que o número de Reynolds diminui, o termo de produção da energia cinética turbulenta reduz mais rapidamente que a taxa de dissipação viscosa, significando que as intensidades turbulentas são reduzidas próximo às paredes.

2.10 O Canal Mínimo

Jiménez & Moin (1991)[23] realizaram simulações numéricas diretas de escoamentos turbulentos em canais planos, utilizando domínios computacionais com dimensões menores do que as normalmente utilizadas para simular um canal turbulento completo. Adotando números de Reynolds $Re_c = 2000, 3000$ e 5000 e combinando-os com diferentes dimensões de domínio de cálculo, os autores buscaram identificar um conjunto mínimo de estruturas necessário para sustentar uma camada limite turbulenta, e construíram um modelo suficientemente pequeno, no qual o escoamento consiste em um conjunto periódico e organizado dessas estruturas. No estudo foi demonstrado, então, que as estatísticas de baixa ordem da turbulência, na região próxima à parede ($z^+ < 40$), também podem ser reproduzidas pela dinâmica deste modelo mais simples, o qual foi denominado pelos autores de “canal mínimo” (*minimal channel*).

As estatísticas de velocidade média e intensidades da turbulência, obtidas por Jiménez & Moin utilizando o modelo simplificado, foram comparadas com resultados obtidos em simulações de canais completos. Foram verificadas boas concordâncias entre os resultados, na região próxima à parede, para tamanhos de domínios computacionais maiores que $\lambda_y^+ \approx 100$, na direção transversal, e $\lambda_x^+ \approx 250 - 350$ na direção longitudinal. Estas dimensões variam em função do número de Reynolds quando expressas em unidades absolutas, mas são praticamente constantes quando expressas em unidades de parede. Para valores menores que os sugeridos, não foi pos-

sível sustentar a turbulência. Por esta razão foi utilizada a denominação “canal mínimo” para o menor domínio periódico que conseguiu manter um escoamento turbulento. O valor $\lambda_y^+ \approx 100$ foi frequentemente observado como sendo o espaçamento médio entre as regiões de altas e baixas velocidades (*streak*) existentes na subcamada viscosa (Kim *et al.*, 1987[30], Antonia & Kim, 1994[2], Lamballais, 1996[35], Toh & Itano, 2005[74]). Além disso o valor sugerido para λ_x^+ é da mesma ordem do tamanho médio dos vórtices observados experimentalmente na região da parede (Jiménez & Moin, 1991[23]).

Duas observações interessantes a respeito do canal mínimo foram reportadas pelos autores. A primeira diz respeito ao fato de que algumas soluções apresentaram comportamentos diferentes em cada uma das paredes, com a turbulência residindo em apenas uma delas por um longo período, enquanto que o escoamento na outra parede permanecia praticamente calmo. Para as simulações com número de Reynolds $Re_c = 2000$, este foi o único comportamento observado. Porém, mesmo para estes casos particulares, as estatísticas próximas à parede turbulenta foram relativamente bem representadas, indicando um alto grau de independência dos escoamentos nas regiões interna e externa da camada limite turbulenta.

A segunda observação interessante foi a existência de um ciclo intermitente de período muito longo, $Ut/h \approx 100$ (onde $U = 3Q/4h$, com Q correspondendo ao fluxo de volume constante imposto), durante o qual todas as características das intensidades da turbulência variaram fortemente. Segundo Jiménez & Moin, este ciclo é a base para a sustentação da turbulência no canal, e que a grande escala de tempo, durante a qual as estruturas da parede são deslocadas por convecção de uma parede a outra, implica em que estas estruturas são bastante estáveis, o que pode estar relacionado à grande extensão longitudinal dos *streaks* observados experimentalmente.

Embora o uso de dimensões muito reduzidas não seja freqüente, alguns estudos vêm sendo realizados adotando o conceito de canal mínimo para estudar a dinâmica da turbulência próxima à parede. Como exemplo, Schoppa & Russain (2000)[69], utilizando *DNS* de um canal mínimo com número de Reynolds $Re_c = 2000$, analisaram a regeneração e a dinâmica dos vórtices longitudinais próximos à parede, os quais dominam a produção de turbulência, o arrasto e a transferência de calor. Recentemente, Toh & Itano (2005)[74] mostraram que as estruturas de grandes escalas, observadas nas simulações de canais com grandes domínios computacionais, também existem em um canal com dimensão longitudinal mínima, comparável aos tamanhos propostos por Jiménez & Moin, e propuseram um mecanismo de sustentação destas estruturas, baseado nas suas interações com as estruturas de pequenas escalas.

Assim, motivado pelas estruturas do escoamento turbulento em um canal mínimo, Jiménez & Moin propuseram então um modelo conceitual simples, capaz de isolar as estruturas essenciais para estudar a dinâmica da turbulência próxima à parede e possibilitaram, a estudos posteriores, utilizar o conceito do canal mínimo com este propósito. Porém, a aplicação de uma periodicidade, nas direções homogêneas do canal (x, y) , para distâncias muito curtas, confina fortemente o escoamento, ocultando os movimentos característicos das grandes escalas. Toh &

Itano (2005)[74] mostram que a pequena dimensão longitudinal intensifica as interações entre as grandes e as pequenas escalas próximas às paredes do canal, provocando grandes flutuações do escoamento nesta região. Além disso, o fato de utilizar as dimensões mínimas necessárias para garantir um estado de turbulência desenvolvida, implica na necessidade de uma integração temporal por um longo período, a fim de obter uma mostragem satisfatória das estatísticas no tempo.

2.11 Escoamento Turbulento em um Canal com Fundo Ondulado

Os escoamentos sobre contornos ondulados são interessantes porque sua geometria é relativamente simples, porém o padrão do escoamento é complicado. Do ponto de vista da teoria dos escoamentos viscosos, os escoamentos sobre superfícies onduladas, sejam eles laminares ou turbulentos, são muito mais complexos do que aqueles sobre uma superfície plana, apresentando características peculiares que não são observadas nestes últimos (Patel *et al.*, 1991[59], Cherukat *et al.*, 1998[10], Park *et al.*, 2004[57]). Esta complexidade está associada aos parâmetros adicionais e ao próprio fenômeno do escoamento que estão envolvidos. Por exemplo, para um escoamento completamente desenvolvido em um canal ou conduto, além do número de Reynolds, têm-se como parâmetros adicionais as relações λ/H e a/λ , onde a é a amplitude da onda, λ é o comprimento de onda e H geralmente é a altura média do canal (Figura 2.18) ou o diâmetro médio do conduto. No caso de escoamentos desenvolvendo-se em camada limite, as condições de montante e o número de ondas devem ser levados em consideração (Patel *et al.*, 1991[59]).

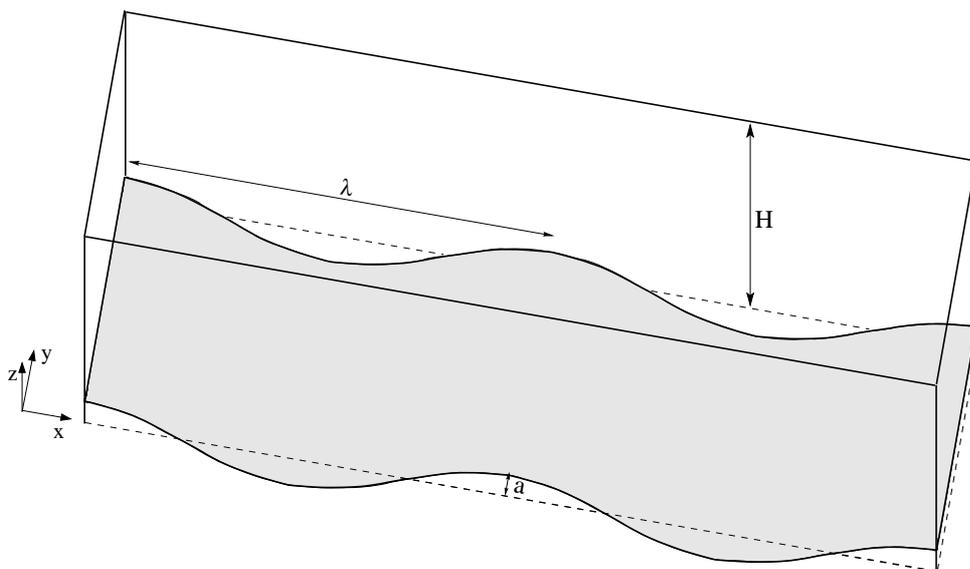


Figura 2.18: Esquema de um canal com placa inferior ondulada.

A ondulação da superfície expõe o campo de escoamento aos efeitos alternados da sua cur-

vatura côncava e convexa, os quais provocam alterações periódicas (expansão e contração) na curvatura da linha de corrente (Park *et al.*, 2004[57]), introduzindo perturbações que induzem a ocorrência de gradientes de pressão adverso e favorável (positivos e negativos) e provocam variações espaciais do campo de escoamento e da tensão de cisalhamento ao longo da superfície (Zilker *et al.*, 1977[88], Zilker & Hanratty, 1979[89], Buckles *et al.*, 1984[7]). Conseqüentemente, surgem alterações na estrutura da turbulência (Cherukat *et al.*, 1998[10]), as quais não são observadas nos estudos com superfícies planas.

Numa superfície ondulada, os gradientes de pressão são balanceados pelos efeitos viscosos, representados pelo termo $\nu \partial^2 U / \partial z^2$ da equação de Navier-Stokes (2.1). Conseqüentemente, regiões de gradientes de pressão desfavoráveis atrás da crista da onda são acompanhados por valores positivos de $\nu \partial^2 U / \partial z^2$ e, portanto, por perfis de velocidade inflexionais (Buckles *et al.*, 1984[7]). Assim, tanto nos escoamentos laminares como nos turbulentos, para relações entre amplitude e comprimento de onda a/λ maiores que um determinado valor crítico, para qualquer número de Reynolds, os gradientes de pressão adversos são suficientes para provocar a separação da camada limite a jusante da crista da onda, fazendo com que o escoamento apresente regiões de separação e recolamento, juntamente com uma região de escoamento reverso entre elas, próximo ao vale da parede ondulada (Patel *et al.*, 1991[59]).

Adicionado aos efeitos alternados de gradientes de pressão favorável e adverso na turbulência, devido às superfícies com curvatura côncava e convexa, existem certas dificuldades na determinação dos pontos de separação e recolamento, principalmente em estudos experimentais (Cherukat *et al.*, 1998[10], Tseng & Ferziger, 2004[76]). Nestes tipos de escoamento existe a possibilidade de uma não-estacionariedade do escoamento na cavidade, juntamente com o fenômeno do desprendimento de vórtices. Além disso, outras complicações podem estar envolvidas, como os problemas associados com o movimento e a deformação dos contornos, tais como na superfície de um líquido ou em um leito sedimentar, e na evolução de ondas de formas arbitrárias (Patel *et al.*, 1991[59]).

Estes fenômenos, ocorrendo em escoamentos em canais com parede ondulada, são de grande interesse em muitos problemas e aplicações ambientais e de engenharia. A interação entre o fluido e a superfície sólida é importante, por exemplo, na determinação da geração de ondas sobre superfícies líquidas devido ao vento (Zilker *et al.*, 1977[88], Zilker & Hanratty, 1979[89], Patel *et al.*, 1991[59]) e no escoamento de gás sobre ondas líquidas, pois estes problemas podem ser idealizados partindo da hipótese de que o ar “enxerga” o líquido como se este último fosse uma superfície sólida (Angelis *et al.*, 1997[1]). É importante também na redução da resistência ao escoamento e na busca por uma melhor eficiência nos processos de transferência de calor e de massa (Patel *et al.*, 1991[59], Günther & Rohr, 2003[17]).

As superfícies da Terra geralmente não são horizontais, elas são onduladas e formam terrenos montanhosos. Mesmo quando a amplitude destes terrenos está abaixo da altura média da camada limite atmosférica, a sua topografia influencia consideravelmente a estrutura do escoamento (Krettenauer & Schumann, 1992[32], Belcher & Hunt, 1998[4], Salvetti *et al.*, 2001[66]).

Os escoamentos atmosféricos são significativamente acelerados no topo de morros e montanhas, mesmo quando estes são baixos, devido ao cisalhamento. Este aumento de velocidade deve ser conhecido buscando, por exemplo, aumentar a eficiência energética gerada pelo vento e estimar seus esforços sobre estruturas no topo dos morros (Belcher & Hunt, 1998[4], Pellegrini & Bodstein, 2004[60]). Estudos utilizando uma superfície com altura variando de forma senoidal na direção principal do escoamento pode ser útil para identificar estes efeitos de forma mais simples e clara (Krettenauer & Schumann, 1992[32]).

Os terrenos ondulados funcionam como uma malha rugosa sobre o escoamento turbulento acima dele. A estrutura mecânica do escoamento determina a evolução e a movimentação das dunas de areia em desertos e dunas sedimentares no leito de rios, influenciando nos processos de transporte de sedimentos e na resistência ao escoamento (Patel *et al.*, 1991[59], Yoon & Patel, 1996[86], Salvetti *et al.*, 2001[66]). Neste aspecto, estudar o escoamento sobre superfícies onduladas contribui para conhecer os processos físicos envolvidos, como a variação da tensão de cisalhamento e da pressão ao longo da superfície, bem como as características da região de recirculação, e introduzir este conhecimento em modelos capazes de reproduzi-los adequadamente (Yoon & Patel, 1996[86]).

Assim, os escoamentos turbulentos sobre superfícies onduladas são utilizados como escoamento de referência para escoamentos complexos, pois eles são controlados por mecanismos que estão ativos em muitos outros escoamentos turbulentos perturbados (Belcher & Hunt, 1998[4], Günther & Rohr, 2003[17]). Portanto, estudar estes problemas da dinâmica dos fluidos para descrever o escoamento induzido pelas ondas sobre um contorno ondulado, contribui para o conhecimento fundamental dos mecanismos que controlam os escoamentos distorcidos e ajuda a responder questões práticas ambientais e de engenharia, como as mencionadas acima. Neste sentido, diversos trabalhos experimentais e numéricos vêm sendo desenvolvidos buscando, entre outras, verificar em que condições ocorre a separação do escoamento e as características do escoamento reverso e prever as variações espaciais e temporais da pressão e das tensões de Reynolds (Zilker *et al.*, 1977[88], Zilker & Hanratty, 1979[89], Buckles *et al.*, 1984[7], Patel *et al.*, 1991[59], Angelis *et al.*, 1997[1], Henn & Sykes, 1999[18]), bem como analisar e compreender os processos envolvendo as estruturas de grandes escalas do escoamento turbulento sobre contornos ondulados (Günther & Rohr, 2003[17], Tseng & Ferziger, 2004[76]).

Zilker *et al.* (1977)[88] apresentaram resultados experimentais sobre a influência da amplitude da onda no escoamento de um líquido sobre trens de ondas com $2a/\lambda = 0,0312$ e $0,05$, e número de Reynolds variando entre $3000 \leq Re_b = hU_b/\nu \leq 32000$, baseado na velocidade média U_b avaliada em qualquer localização x por:

$$U_b = \frac{1}{H} \int_{z_c}^H U(x, z) dz, \quad (2.24)$$

onde z_c é a equação que define a superfície ondulada. Para pequenas amplitudes de ondas, o escoamento apresenta uma resposta linear, evidenciada por uma variação espacial senoidal

da tensão na parede e por uma tensão de cisalhamento na parede, média espacialmente, igual àquela obtida em uma superfície plana. Nestes casos, a amplitude da variação da pressão varia linearmente com a altura da onda e os resultados obtidos sugerem que o escoamento pode ser muito bem aproximado pela teoria linear. Já para grandes amplitudes de ondas, a função que descreve a variação espacial das tensões na parede poderá conter harmônicos de alta ordem e o escoamento pode apresentar uma região de separação, com um escoamento reverso, a jusante da crista da onda. Segundo os autores, estes escoamentos reversos são possíveis para $2a/\lambda > 0,033$ e a faixa de números de Reynolds para a qual eles ocorrem, aumenta com o aumento de $2a/\lambda$.

Um estudo experimental do escoamento turbulento sobre superfícies sólidas de forma senoidal, com amplitudes de onda grandes o suficiente para provocar a separação do escoamento ($2a/\lambda = 0,05, 0,125$ e $0,2$), foi realizado por Zilker & Hanratty (1979)[89] para escoamentos com números de Reynolds Re_b variando de 5000 a 31600. Os resultados mostraram que, para grandes amplitudes, com regiões de separação espessas, a amplitude da variação da pressão é muito menos sensível a variações na altura da onda, pois o escoamento externo que controla a variação da pressão “enxerga” uma superfície consistindo da composição de uma onda sólida com uma região de separação. Segundo os autores, o escoamento separa-se em uma região de aumento de pressão e recola à superfície aproximadamente na região onde o perfil de pressão ao longo da onda apresenta seu valor máximo. A distribuição espacial da tensão de cisalhamento na parede indicou um comportamento não-linear assimétrico, dependente do número de Reynolds, apresentando um máximo imediatamente a jusante do ponto de recolamento, e uma variação mais rápida a jusante da crista da onda. Comparando seus resultados com a teoria linear, concluiu-se que, com exceção de uma camada muito fina junto à superfície, as variações induzidas pela onda sobre a velocidade média não são afetadas pelas tensões viscosas ou turbulentas.

Embora Zilker & Hanratty (1979)[89] tenham apresentado uma revisão de estudos experimentais do escoamento sobre grandes amplitudes de onda, poucos resultados quantitativos confiáveis foram apresentados acerca da região de separação. Estes autores forneceram apenas uma indicação aproximada da extensão desta região, que não era adequada para fornecer uma orientação apropriada para a modelagem da turbulência (Buckles *et al.*, 1984[7]). A grande dificuldade foi que a região de escoamento reverso é altamente perturbada, com flutuações consideravelmente maiores do que o escoamento médio, o que impedia a técnica adotada de medir velocidades nestas condições. Assim, buscando maiores informações a respeito da região de separação, Buckles *et al.* (1984)[7] utilizaram a técnica da *velocimetria a laser-Doppler (LDA)* para medir a velocidade média e as flutuações de velocidade para um escoamento turbulento a $Re_b = 12000$ sobre uma superfície com $2a/\lambda = 0,2$.

Os perfis de velocidade média obtidos por Buckles *et al.* (1984)[7] indicaram a formação de uma fina camada limite originando-se no ponto de recolamento e acelerando-se fortemente à medida que passa pela crista da onda até o ponto de separação, a partir do qual a camada limite se separa da superfície como uma camada cisalhante livre. Além de fina, a existência

de um máximo no perfil da intensidade da turbulência em seu interior, indicou que a camada limite formada é turbulenta. Um máximo na intensidade das flutuações de velocidade turbulenta ocorre aproximadamente no ponto de inflexão do perfil de velocidade média, e pode ser utilizado como uma indicação da posição média da camada cisalhante. Além disso, os autores verificaram que a camada limite existente entre o ponto de recolamento e o ponto de separação é fortemente dependente do campo de escoamento externo, enquanto que a zona de separação é governada por outros mecanismos que não um gradiente de pressão imposto externamente.

Soluções numéricas das equações de Navier-Stokes foram utilizadas por Patel *et al.* (1991a) [58] para estudar dois tipos de escoamentos laminares envolvendo contornos ondulados: um em camada limite e o outro em canal. Estes escoamentos foram selecionados buscando minimizar as incertezas associadas com a prescrição das condições de contorno, já que os estados de montante e de jusante do escoamento eram bem conhecidos. Com isso, foi possível isolar os problemas associados com a determinação dos pontos de separação e recolamento. Para o caso particular do escoamento em canal com fundo ondulado, o número de Reynolds adotado foi $Re_b = 10760$ e $2a/\lambda = 0,2$. Os resultados obtidos mostraram que a parede ondulada aumenta o atrito na parede plana oposta, reduz o atrito médio na própria parede ondulada e produz uma significativa variação da pressão e do arrasto de forma sobre a superfície ondulada.

Patel *et al.* (1991b)[59] utilizaram um método numérico para a solução das equações médias de Reynolds (*RANS*) buscando descrever o escoamento estacionário em um canal bidimensional, com uma parede ondulada. Para o autor, a geometria do escoamento em um canal representa um excelente teste de caso para métodos numéricos e modelos da turbulência, devido à variedade de fenômenos do escoamento que pode ser considerada alterando-se a razão $2a/\lambda$, e devido à pequena incerteza envolvendo as condições de contorno e iniciais necessárias para uma predição confiável. Os resultados mostraram que o método empregado foi capaz de simular escoamentos com múltiplas separações e recolamentos e que a lei de parede padrão não é mais válida para fortes gradientes de pressão adversos ou favoráveis. Para $2a/\lambda = 0,03125$ e $Re_b = 12800$ não houve separação do escoamento e a superfície ondulada resultou numa redução do atrito na parede plana oposta e na própria parede ondulada, sendo maior nesta última, e também a existência de uma significativa variação da pressão sobre a superfície ondulada. Por outro lado, para $2a/\lambda = 0,2$ e $Re_b = 8160$ houve separação e os efeitos da ondulação foram semelhantes aos verificados por Patel *et al.* (1991a)[58].

Buscando descrever a estrutura do escoamento turbulento a altos números de Reynolds, típicos para o caso de escoamentos atmosféricos, Krettenauer & Schumann (1992)[32] utilizaram simulações numéricas diretas (*DNS*) e simulações de grandes escalas (*LES*) e investigaram a convecção térmica de um fluido em uma camada confinada entre duas paredes infinitas horizontais. Para identificar os efeitos do terreno ondulado da superfície atmosférica sobre a convecção turbulenta dentro da camada limite, os autores limitaram o estudo às superfícies com altura variando senoidalmente apenas na direção longitudinal, obtendo resultados tão confiáveis quanto as medições de laboratórios.

Gong *et al.* (1996)[15] tentaram aumentar o conhecimento a respeito dos escoamentos turbulentos na camada limite atmosférica apresentando medições em túnel de vento, e resultados de *LES*, do escoamento em camada limite turbulenta sobre uma topografia senoidal aerodinamicamente rugosa, a qual representa uma situação de terreno complexo, canônico, de grande importância inerente ao estudo. Considerando um escoamento neutramente estratificado, os autores verificaram que a separação sobre a superfície mais rugosa foi aproximadamente bidimensional, enquanto que sobre uma superfície relativamente lisa foi encontrado um escoamento secundário tridimensional e um jato de baixa intensidade, bem evidente sobre a crista. Segundo os autores, na natureza é possível que escoamentos secundários tridimensionais possam ocorrer, por exemplo, no fluxo de ar sobre ondas de água. Porém, os resultados do arrasto sobre a superfície ondulada, obtidos no túnel de vento, apresentaram grandes incertezas nos seus valores, principalmente para a superfície mais rugosa, com grandes divergências com os resultados da *LES*.

Os resultados experimentais medidos por Zilker *et al.* (1977)[88] e Buckles *et al.* (1984)[7] foram utilizados por Angelis *et al.* (1997)[1] para comparar seus dados obtidos por simulação numérica direta (*DNS*) de escoamentos turbulentos sobre trens de ondas senoidais, com amplitudes suficientemente grandes para formar regiões de separação e recolamento. Uma vez que as superfícies adotadas nos trabalhos eram sólidas, os resultados obtidos são ainda de interesse aos escoamentos de gás sobre ondas líquidas. Os resultados numéricos mostraram que os perfis de velocidade média são bastante diferentes daqueles obtidos para o caso de uma placa plana, particularmente na região de transição, onde o fluido encontra-se sobre a influência tanto da ondulação da superfície inferior, como da condição de deslizamento livre adotada na fronteira superior do domínio de cálculo. As flutuações de velocidade na direção longitudinal mostraram-se cada vez mais reduzidas na região de transição, à medida que a amplitude da onda aumentava, e a maior parte da redistribuição da energia, da direção longitudinal para as direções transversal e normal à parede, ocorreram em uma fina camada próxima à superfície, a montante do vale da onda. Os autores também verificaram que a região de recolamento mostrou ser a região de origem dos vórtices longitudinais, a qual apresenta alta tensão de cisalhamento e uma camada de parede bastante ativa devido aos eventos de penetração (*sweep*) e ejeção (*ejection*).

Cherukat *et al.* (1998)[10] utilizaram *DNS* para estudar a física do escoamento turbulento sobre uma parede ondulada com $2a/\lambda = 0,1$ e $Re_b = 3460$, buscando obter informações estruturais sobre a turbulência, que sejam úteis para uma compreensão física das variações espaciais observadas nas tensões de Reynolds. Os campos de escoamento instantâneos obtidos por Cherukat *et al.* (1998)[10] mostraram uma grande variação no padrão do escoamento na direção transversal, na região de separação, para um dado instante, com variações dos pontos de separação e recolamento no tempo e no espaço. O escoamento médio próximo à parede plana superior foi modificado pela superfície ondulada, apresentando uma alta velocidade de atrito. Porém, a turbulência local, adimensionalizada por esta velocidade, mostrou-se menos influenciada, semelhantemente aos resultados obtidos por Patel *et al.* (1991a)[58]. Segundo os autores, a

turbulência próxima à parede ondulada não está associada com os vórtices longitudinais, como ocorre em uma placa plana, mas sim com a camada cisalhante formada pela separação do escoamento, a qual se estende ao longo de todo o comprimento de onda. Ainda, foram verificados *bursts* de velocidade originando-se na região de separação e estendendo-se por grandes distâncias, perpendicularmente à parede.

Para investigar um escoamento turbulento completamente desenvolvido em um canal neutro, com superfície inferior ondulada senoidalmente, Henn & Sykes (1999)[18] utilizaram *LES* e compararam detalhadamente seus resultados com dados experimentais de Buckles *et al.* (1984) [7]. Embora idealizada, em termos de inclinação e comprimento de onda a superfície ondulada foi considerada, pelos autores, como realística no estudo de escoamentos atmosféricos sobre terrenos. Os resultados numéricos indicaram que o arrasto cresce quadraticamente com a declividade ak (onde $k = 2\pi/\lambda$ é o número de onda) para ondas de pequenas amplitudes, mas com um menor aumento para as de grandes amplitudes. Em todas as simulações foi verificado um aumento na flutuação da velocidade transversal, em uma região muito próxima à subida da superfície. Aparentemente este aumento ajustou-se com o quadrado da declividade, ao contrário do ajuste linear observado para as outras duas componentes da velocidade, para pequenas amplitudes de ondas. Para os autores, o mecanismo responsável pelo aumento nas flutuações de velocidade está associado com as estruturas de vórtices longitudinais persistentes temporalmente, próximas à parede, alongadas ao longo da subida da onda e com escala lateral relativamente grande.

Buscando relacionar as regiões características dos escoamentos separados sobre superfícies onduladas, identificadas em planos bidimensionais, com informações sobre as estruturas de grandes escalas do escoamento tridimensional, Günther & von Rohr (2003)[17] utilizaram a técnica do *PIV* (*Particle Image Velocimetry*) e analisaram o papel das estruturas longitudinais de grandes escalas em um escoamento desenvolvido em um canal de água, com uma parede inferior ondulada e uma parede superior plana. Para as condições entre escoamento laminar e escoamento turbulento ($500 \leq Re_b \leq 7300$), os autores identificaram estruturas longitudinais com escala característica de $\lambda_z = O(1,5\lambda)$ na direção transversal. No caso do escoamento laminar, as estruturas observadas apresentaram posições fixas espacialmente. Os resultados também confirmaram a existência de três regiões características do escoamento, igualmente observadas em trabalhos anteriores (Zilker *et al.*, 1977[88], Buckles *et al.*, 1984[7], Patel, 1991[59], Cherukat *et al.*, 1998[10], Henn & Sykes, 1999[18]), as quais estão esquematizadas na Figura 2.19.

A primeira região (*I*) da Figura 2.19 corresponde à zona de separação do escoamento, vizinha à superfície e a jusante da crista da onda. As outras duas regiões encontram-se na região de aclave, entre o vale e a crista da onda, e correspondem às regiões de máximo positivo (*II*), que coincide com o máximo da intensidade de turbulência longitudinal, e de máximo negativo (*III*) das tensões cisalhantes de Reynolds. Segundo Cherukat *et al.* (1998)[10], para $Re_b = 3460$, estas duas últimas regiões localizam-se a uma distância de aproximadamente $0,08\lambda$ e $0,01\lambda$ acima

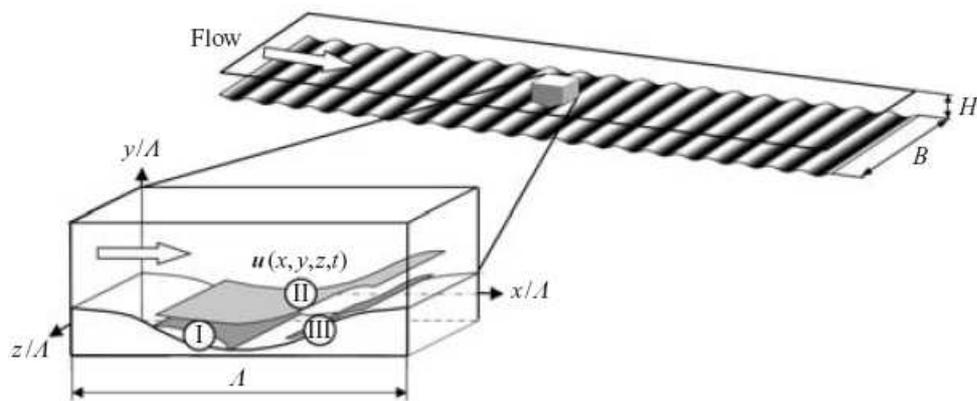


Figura 2.19: Esquema das regiões características do escoamento na vizinhança de uma superfície ondulada. (I) é a região de separação do escoamento médio; (II) e (III) são as regiões de máxima e mínima tensão de cisalhamento de Reynolds, respectivamente (Günther & Von Rohr, 2003[17]).

da parede, respectivamente.

Com o mesmo canal utilizado por Günther & von Rohr (2003)[17], Kruse *et al.* (2003)[33] também utilizaram *PIV* para descrever a dinâmica das estruturas de grandes escalas, discutindo seu comportamento temporal e seu movimento ao longo da parede ondulada, para $Re_b = 4500$. Os comprimentos das estruturas coerentes na direção longitudinal mostraram-se significativamente maiores do que a extensão dos domínios computacionais de qualquer simulação de grandes escalas ou simulações numéricas diretas realizadas até então. Além disso, o movimento ao longo da ondulação das escalas $O(1,5\lambda)$ fornece um mecanismo para o transporte de momento e de escalar entre a parede ondulada e o escoamento médio.

As estruturas longitudinais têm um papel importante em diversos processos de transporte, como por exemplo a geração de turbulência na vizinhança de paredes sólidas pelas faixas alongadas conhecidas como *streaks*. Embora estas estruturas sejam de natureza tridimensional, a maioria das visualizações qualitativas dos estudos experimentais foram restritas a observações bidimensionais, como em planos verticais paralelos à direção principal do escoamento (Günther & Von Rohr, 2003[17]), ou a uma síntese dos dados medidos em diversas posições discretas (Tseng & Ferziger, 2004[76]). Apenas recentemente foi dada atenção aos efeitos de uma parede ondulada na formação das estruturas tridimensionais de grandes escalas (Kruse *et al.*, 2003[33]). Assim, a produção da turbulência sobre paredes lisas vem sendo estudada através de simulações numéricas, complementares aos experimentos. Nestes estudos, a formação dos vórtices longitudinais na região próxima à parede lisa foi considerada um ponto chave na compreensão de como a turbulência é sustentada. Porém, em uma superfície ondulada, a produção da turbulência e sua sustentabilidade, bem como as estruturas turbulentas, são diferentes de uma parede plana, mas apresentam estruturas similares no escoamento externo (Günther & Von Rohr, 2003[17]).

Sobre as superfícies onduladas, podem ocorrer estruturas de vórtices conhecidas como vór-

tices de Görtler. Os vórtices de Görtler são estruturas coerentes que geralmente ocorrem em pares contrarrotativos, cujo mecanismo de formação depende significativamente dos efeitos de estabilização e desestabilização das regiões convexas e côncavas da superfície ondulada (Tseng & Ferziger, 2004[76]). Saric (1994)[67] apresentou uma revisão sobre vórtices e instabilidades do tipo Görtler. Porém, o desenvolvimento das estruturas tridimensionais destes vórtices e a interação entre pares de vórtices ainda não estão claras, devido à complexidade do sistema não-linear (Saric, 1994[67]). Neste sentido, os métodos computacionais fornecem uma excelente ferramenta para identificar e investigar as estruturas que persistem em um escoamento turbulento sobre contornos ondulados.

Tseng & Ferziger (2004)[76], por exemplo, utilizaram simulação de grandes escalas (*LES*) para investigar as estruturas de vórtices no escoamento turbulento, tanto estacionário como não-estacionário, sobre uma superfície ondulada com $2a/\lambda = 0,1$, a qual foi representada pelo método de fronteiras virtuais. Os resultados obtidos concordaram bem com dados numéricos anteriores. Para altos números de Reynolds, os autores verificaram que a camada limite, sobre a parte côncava da superfície, desenvolve uma seqüência alternada de estruturas rolantes, as quais podem estar inclinadas para a direita ou para a esquerda enquanto movem-se para jusante. Na simulação do escoamento estacionário foi verificada a formação e a destruição dos vórtices de Görtler, enquanto que na simulação do escoamento não-estacionário foi possível reproduzir o ciclo de formação de transporte dos vórtices tridimensionais. No estudo, o escoamento foi dividido em quatro regiões: um escoamento externo; uma região separada; uma camada limite anexada à parede na região de subida; e uma camada cisalhante livre a jusante da crista.

Apesar dos diferentes regimes observados nos escoamentos turbulentos em canais com uma parede ondulada, os quais dependem do número de Reynolds e da amplitude da onda, onde verifica-se um comportamento linear para pequenas amplitudes e um outro não-linear, com separação do escoamento, para grandes amplitudes, os limites entre eles ainda não estão bem definidos (Park *et al.*, 2004[57]). Recentemente, Park *et al.* (2004)[57] utilizaram um modelo de turbulência do tipo $k - \varepsilon - f_\mu$ para analisar a resposta das características de um escoamento, com $Re_b = 6760$, e paredes com amplitudes na faixa $0 \leq a/\lambda \leq 0,15$. Os autores observaram que as variações locais do atrito na parede foram alteradas pelo grau de ondulação da superfície. À medida que a/λ aumentou, verificou-se também que o tamanho da região de escoamento reverso foi ligeiramente ampliado. Ainda, para o número de Reynolds adotado, os resultados mostraram que a separação do escoamento ocorreu para escoamentos sobre superfícies com $a/\lambda > 0,02$.

Capítulo 3

Metodologia Numérica

3.1 Características gerais do código INCOMPACT3D

O código computacional tridimensional INCOMPACT3D foi desenvolvido numa parceria entre a Université de Poitiers/CNRS e a Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul/PUCRS. Este código resolve as equações governantes do escoamento (equações da continuidade e de Navier-Stokes, seção 3.3), discretizando-as em uma malha cartesiana, utilizando o método de diferenças finitas.

Na metodologia numérica do código, o método de Runge-Kutta de terceira ordem com armazenamento reduzido (Williamson, 1980[84]) é utilizado para a discretização temporal (seção 3.6) das equações, enquanto um esquema de diferenças finitas compactas de sexta ordem (Lele, 1992[39]) é aplicado para a discretização espacial (seção 3.4). A condição de incompressibilidade é verificada pelo método de passos fracionários, via resolução da equação de Poisson para a pressão. O obstáculo imerso é representado pelo Método de Fronteiras Virtuais (seção 3.7), utilizando uma formulação de força retroalimentada (*feedback force*) (Goldstein *et al.*, 1993[14]). Ainda, um esquema de filtragem compacto de sexta ordem (seção 3.5) é utilizado para remover as pequenas perturbações geradas pelo uso simultâneo do método de fronteiras virtuais e do esquema de diferenças finitas compactas.

A seguir será apresentada, em forma detalhada, cada uma destas características da metodologia numérica.

3.2 Configurações do Escoamento

Consideraremos aqui um escoamento de fluido em canal, onde duas configurações básicas serão adotadas. A primeira, esquematizada na Figura 3.1, corresponde a um canal bidimensional com placa inferior ondulada (senoidal) na direção principal do escoamento (x) e com uma condição de simetria na fronteira superior do domínio (condição de deslizamento livre). A segunda configuração é a de um escoamento tridimensional entre duas placas, onde a placa

superior é plana e a inferior é, em alguns casos plana e em outros ondulada na direção x (Fig. 3.2).

Para todas as configurações adotadas, as placas são supostas de extensão infinita e a superfície ondulada possui uma amplitude a , com altura total $A = 2a$. O escoamento de base foi escolhido como sendo unidirecional, o que significa dizer que $\vec{u} = (u(z), 0, 0)$ é o perfil de velocidade principal em um referencial cartesiano representado por (x, y, z) , onde x , y e z indicam as direções longitudinal, transversal e vertical, respectivamente. Para a primeira configuração, e para a segunda configuração com placa inferior ondulada, a origem do referencial cartesiano se situa a uma distância (z) da base do domínio computacional, numa posição correspondente a uma amplitude nula (Figuras 3.1 e 3.2b, respectivamente). A origem do referencial cartesiano para a segunda configuração, com placa inferior plana, se situa a uma distância (h) equidistantes das duas placas (Figura 3.2a).

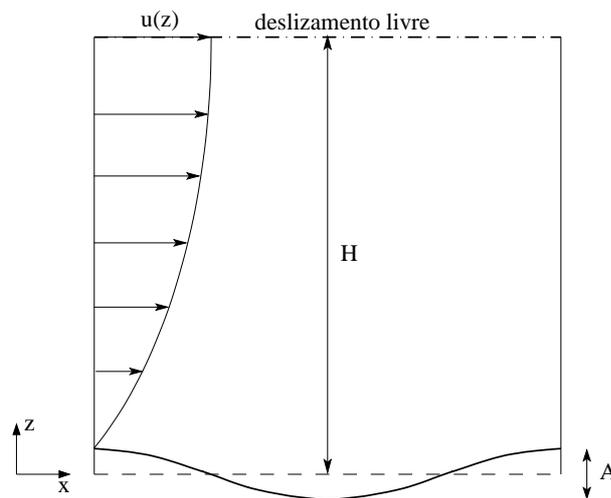


Figura 3.1: Configuração do escoamento bidimensional.

3.3 Equações Governantes

O escoamento de um fluido é governado pelas equações de Navier-Stokes (Eq. 2.1) e pela equação diferencial da conservação da massa, ou equação da continuidade (Eq. 2.2).

No algoritmo de cálculo do código INCOMPACT3D, o termo não-linear da Equação 2.1, $\vec{u} \cdot \nabla \vec{u}$, é escrito na forma rotacional, tornando-se numericamente mais estável a erros de dobramento* (*aliasing*) e truncamento† (Kravchenko & Moin, 1997[31]). A equação da quanti-

*Erros de dobramento surgem quando os termos não-lineares são aproximados em um espaço físico discreto.

†Erros de truncamento resultam da discretização numérica das derivadas, devido ao truncamento das séries de Taylor empregadas nas aproximações das derivadas por expressões algébricas.

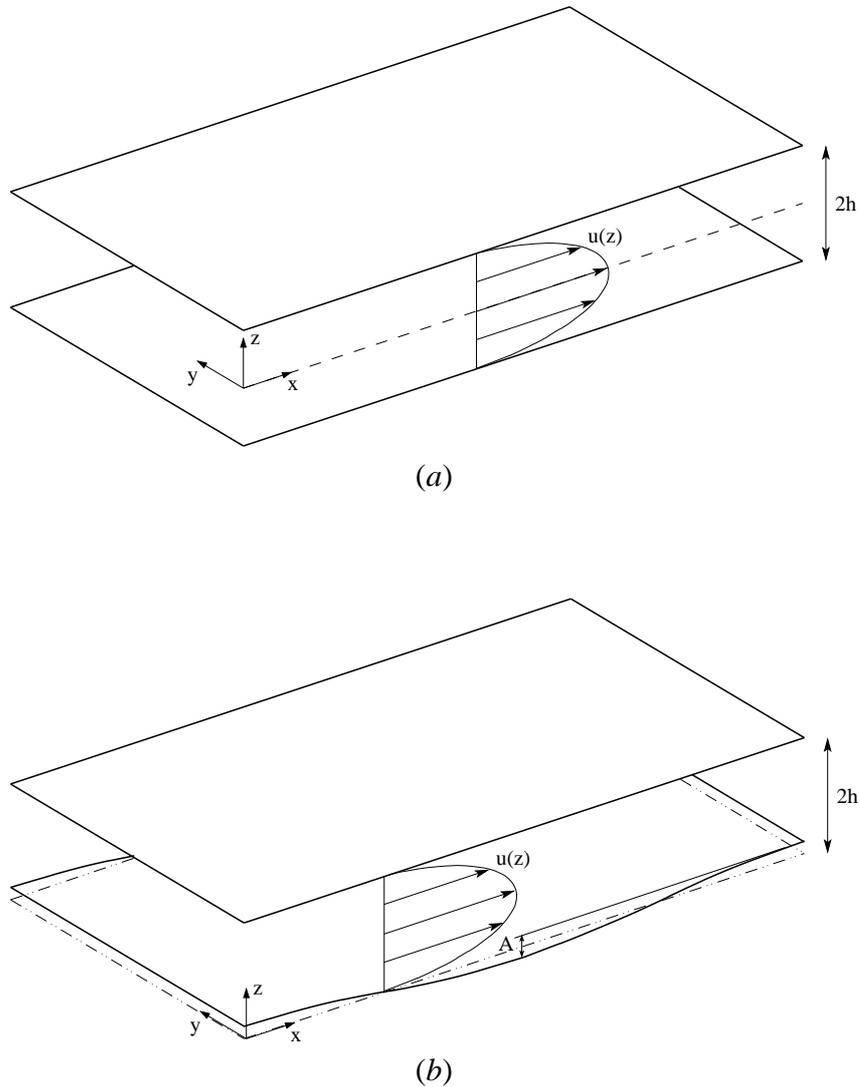


Figura 3.2: Configurações do escoamento tridimensional.

dade de movimento na forma rotacional conserva quantidade de movimento e energia cinética quando discretizada através de métodos espectrais ou de métodos de diferenças finitas. Assim, a equação de Navier-Stokes é, então, apresentada por:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{u} = -\vec{\nabla} \Pi + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{f}, \quad (3.1)$$

onde $\vec{\omega}(\vec{x}, t)$ é o campo de vorticidade, dado por $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u}$, $\Pi(\vec{x}, t)$ é o campo de pressão modificado ($\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}$) e $\vec{f}(\vec{x}, t)$ o campo de forças externas que será utilizado para representar o obstáculo imerso no escoamento pelo método de fronteiras virtuais.

3.4 Discretização Espacial

A discretização espacial das equações governantes do escoamento define a menor escala de comprimento a ser representada na simulação, enquanto que a precisão com a qual as escalas serão representadas é determinada pelo método numérico. Métodos espectrais, esquemas de diferenças finitas e esquemas de elementos finitos são exemplos de metodologias que podem ser utilizadas em simulações numéricas de escoamentos de fluidos.

O erro associado à discretização espacial possui dois componentes principais (Moin & Mahesh, 1998[49]): o erro associado à diferenciação (truncamento) e o erro associado com a não linearidade das equações governantes. Segundo Moin & Krishnan (1998)[49], outras duas fontes de erros resultam da não linearidade. A primeira delas está associada com a evolução das menores ondas possíveis de serem resolvidas pelo método numérico, pois essa evolução sofre influência das ondas com comprimentos ainda menores e que, por sua vez, não são representadas pela malha. Dessa forma, a resolução da malha numa simulação numérica direta (*Direct Numerical Simulation - DNS*) deve ser fina o suficiente para reduzir este tipo de erro. A segunda fonte de erro devido à não linearidade, mais séria, pois pode provocar instabilidades numéricas, é o erro de dobramento. Esquemas de diferenças finitas possuem menores erros de dobramento que os métodos espectrais.

O código INCOMPACT3D utiliza um esquema de diferenças finitas compactas, definido por Lele (1992)[39], para o cálculo das derivadas espaciais nas três direções (x, y, z), sobre uma malha Cartesiana com espaçamento uniforme ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$). Uma precisão de sexta ordem é adotada em todos os pontos do domínio.

Os esquemas compactos são esquemas implícitos que conseguem representar melhor os menores comprimentos de onda existentes nos escoamentos, quando comparados com os esquemas convencionais, e conseguem uma solução da derivada muito próxima do seu valor exato. Essas características os aproximam dos métodos espectrais (limitados a escoamentos com domínios e condições de contorno simples (Lele, 1992[39]), enquanto que a liberdade na escolha da geometria da malha e das condições de contorno é mantida. A precisão quase espectral deste esquema permite reduzir os erros de anisotropia, uma qualidade interessante quando se trata de problemas onde a grade computacional não se encontra ajustada à direção principal do escoamento (Lele, 1992[39], Lamballais & Silvestrini, 2002[38]). Um estudo mais completo das características dos esquemas compactos pode ser encontrado em Lele (1992)[39].

A fim de verificar a equivalência entre as derivadas no espaço físico e no espaço espectral, em vez do número de onda normal k utiliza-se o número de onda modificado k_m , o qual é calculado efetuando-se uma análise de Fourier do erro (Código IMCOMPACT3D, 1999[37]). A análise de Fourier proporciona uma maneira eficiente de quantificar o erro de diferenciação associado a cada esquema de discretização espacial (Moser, 2002[50]). A Figura 3.3 apresenta uma comparação da análise de Fourier para vários esquemas. Nela está representado o número de onda modificado k_m em função do número de onda k , para a primeira e a segunda derivadas.

Verifica-se que os esquemas compactos fornecem valores de k_m mais próximos dos obtidos pela diferenciação exata, para uma faixa de números de onda maior do que para o esquema explícito de segunda ordem (Lele, 1992[39]).

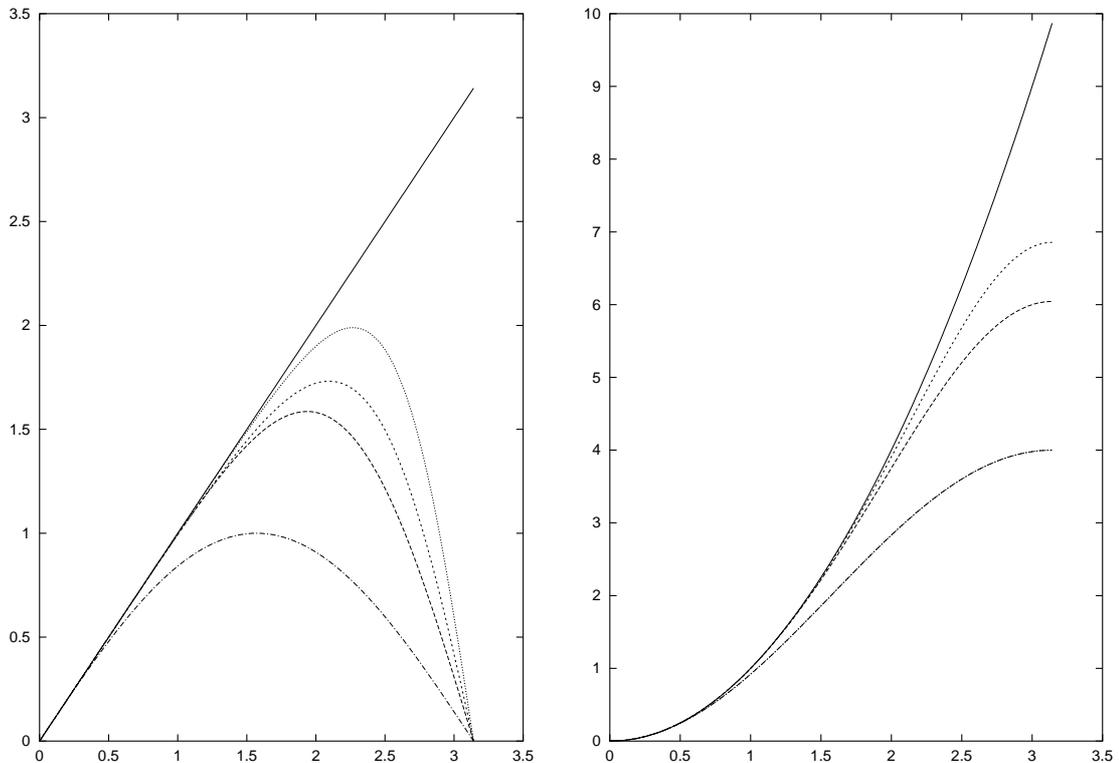


Figura 3.3: Número de onda modificado k_m (vertical) em função do número de onda k (horizontal): (a) primeira derivada; (b) segunda derivada; — derivação exata; - · - esquema explícito de 2ª ordem; - - - esquema explícito de 6ª ordem; — esquema compacto de 4ª ordem; · · · esquema compacto de 6ª ordem (Código IMCOMPACT3D, 1999[37]).

A seguir são apresentados os esquemas básicos utilizados pelo código para a aproximação da primeira e segunda derivada. Por simplicidade, representaremos apenas a derivada na direção longitudinal.

3.4.1 Aproximação da primeira derivada

Dados os valores de uma função em um grupo de nós, a aproximação por diferenças finitas da derivada da função é expressa como uma combinação linear dos valores da função dada. A variável independente nos nós é $x_i = (i - 1)\Delta x$ e os valores da função nos nós estão dados por $f_i = f(x_i)$, para $1 \leq i \leq n_x$, sendo n_x o número de pontos da malha na direção longitudinal.

Para esquemas de diferenças finitas centrais de primeira ordem, a aproximação da primeira derivada depende dos valores da função nos nós próximos a i . Já os esquemas de diferenças finitas centrais de segunda e quarta ordem dependem do conjunto (f_{i-1}, f_{i+1}) e $(f_{i-2}, f_{i-1}, f_{i+1}, f_{i+2})$, respectivamente.

A aproximação para a primeira derivada pode ser apresentada da seguinte forma geral (Lele, 1992[39]):

$$\beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} = a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4\Delta x} + c \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6\Delta x}. \quad (3.2)$$

As relações entre os coeficientes a , b , c , α e β são obtidas expandindo cada termo da Equação 3.2 em série de Taylor e igualando os coeficientes da série para várias ordens. Assim, obtém-se o seguinte sistema de equações:

Segunda Ordem

$$a + b + c = 1 + 2\alpha + 2\beta,$$

Quarta Ordem

$$a + 2^2b + 3^2c = 2 \frac{3!}{2!} (\alpha + 2^2\beta),$$

Sexta Ordem

$$a + 2^4b + 3^4c = 2 \frac{5!}{4!} (\alpha + 2^4\beta), \quad (3.3)$$

Oitava Ordem

$$a + 2^6b + 3^6c = 2 \frac{7!}{6!} (\alpha + 2^6\beta),$$

Décima Ordem

$$a + 2^8b + 3^8c = 2 \frac{9!}{8!} (\alpha + 2^8\beta).$$

Uma vez que as variáveis dependentes são periódicas em x , o sistema de equações (3.3), escrito para cada nó, pode ser resolvido como um sistema linear de equações para os valores desconhecidos da derivada. Quando β é zero, o sistema linear é cíclico tridiagonal, e quando β é diferente de zero, o sistema é cíclico pentadiagonal.

O esquema adotado no código é tridiagonal, tendo $\beta = c = 0$, resultando numa família de esquemas tridiagonais de quarta ordem dependentes apenas de α . Para esses esquemas, a relação entre a aproximação f'_i e os valores da função $f(x_i)$ é escrita como:

$$\alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} = a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4\Delta x}, \quad (3.4)$$

com os coeficientes dados em função de α (Lele, 1992[39]) por:

$$\beta = 0, \quad a = \frac{2}{3}(\alpha + 2), \quad b = \frac{1}{3}(4\alpha - 1), \quad c = 0. \quad (3.5)$$

O erro de truncamento para o esquema de quarta ordem, definido pelos parâmetros (3.5),

resulta em:

$$\frac{4}{5!}(3\alpha - 1)\Delta x^4 f^{(5)}. \quad (3.6)$$

Adotando $\alpha = 1/3$, o esquema de quarta ordem passa a ter a precisão formal de sexta ordem (utilizada no código), com os coeficientes

$$a = \frac{14}{9}, \quad b = \frac{1}{9}, \quad (3.7)$$

e um erro de truncamento dado por:

$$\frac{4}{7!}\Delta x^6 f^{(7)}. \quad (3.8)$$

3.4.2 Aproximação da segunda derivada

De forma análoga à derivada primeira, podem-se obter derivações da aproximação compacta para a derivada segunda (Lele, 1992[39]), dada por:

$$\begin{aligned} \beta f''_{i-2} + \alpha f''_{i-1} + f''_i + \alpha f''_{i+1} + \beta f''_{i+2} = \\ a \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2} + b \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4\Delta x^2} + c \frac{f_{i+3} - 2f_i + f_{i-3}}{9\Delta x^2}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

As relações entre os coeficientes a , b , c , α e β também são obtidas expandindo cada termo da Equação 3.9 em série de Taylor e igualando os coeficientes da série para várias ordens, obtendo o seguinte sistema de equações:

Segunda Ordem

$$a + b + c = 1 + 2\alpha + 2\beta,$$

Quarta Ordem

$$a + 2^2b + 3^2c = \frac{4!}{2!}(\alpha + 2^2\beta),$$

Sexta Ordem

$$a + 2^4b + 3^4c = \frac{6!}{4!}(\alpha + 2^4\beta), \quad (3.10)$$

Oitava Ordem

$$a + 2^6b + 3^6c = \frac{8!}{6!}(\alpha + 2^6\beta),$$

Décima Ordem

$$a + 2^8b + 3^8c = \frac{10!}{8!}(\alpha + 2^8\beta).$$

Como o esquema adotado no código é tridiagonal, tendo $\beta = c = 0$, da mesma forma que para a primeira derivada, obtemos uma família de esquemas tridiagonais de quarta ordem para a segunda derivada, dependentes apenas de α . Para esses esquemas, a relação entre a aproximação f_i'' e os valores da função $f(x_i)$ é escrita como:

$$\alpha f_{i-1}'' + f_i'' + \alpha f_{i+1}'' = a \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2} + b \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4\Delta x^2}, \quad (3.11)$$

com os coeficientes dados em função de α (Lele, 1992[39]) por

$$\beta = 0, \quad a = \frac{4}{3}(1 - \alpha), \quad b = \frac{1}{3}(10\alpha - 1), \quad c = 0. \quad (3.12)$$

O erro de truncamento para o esquema de quarta ordem, definido pelos parâmetros (3.12), resulta em:

$$\frac{-4}{6!}(11\alpha - 2)\Delta x^4 f^{(6)}. \quad (3.13)$$

Adotando $\alpha = 2/11$, o esquema de quarta ordem passa a ter a precisão formal de sexta ordem (utilizada no código), com os coeficientes

$$a = \frac{12}{11}, \quad b = \frac{3}{11}, \quad (3.14)$$

e um erro de truncamento dado por:

$$\frac{-8 \cdot 23}{11 \cdot 8!}\Delta x^6 f^{(8)}. \quad (3.15)$$

3.5 Esquema de Filtragem Compacto

O código utiliza um filtro compacto de 6 parâmetros ($\alpha, \beta, a, b, c, d$), o que mantém a sexta ordem de precisão do esquema de Diferenças Finitas Compactas (seção 3.4). O filtro é aplicado nas três direções (x, y, z), a cada sub-passo de tempo, nos termos não-linear ($\vec{\omega} \times \vec{u}$) e forçante (\vec{f}), para todos os nós da malha.

O objetivo do filtro é o de remover falsas perturbações de pequena escala geradas na região próxima ao obstáculo pelo uso do Método de Fronteiras Virtuais e do Esquema de Diferenças Finitas Compactas, além de reduzir o efeito do erro de dobramento. A equação que define o filtro é dada por Lele (1992)[39]:

$$\begin{aligned} \beta \hat{f}_{i-2} + \alpha \hat{f}_{i-1} + \hat{f}_i + \alpha \hat{f}_{i+1} + \beta \hat{f}_{i+2} = \\ = a f_i + \frac{d}{2}(f_{i+3} + f_{i-3}) + \frac{c}{2}(f_{i+2} + f_{i-2}) + \frac{b}{2}(f_{i+1} + f_{i-1}), \end{aligned} \quad (3.16)$$

onde \hat{f}_i representa os valores filtrados da função no ponto i .

Embora mantenha a mesma ordem de precisão do esquema de diferenças finitas, o código adota um esquema de filtragem com $\beta \neq 0$, fazendo com que o sistema seja pentadiagonal. Os parâmetros da Equação 3.16 para o esquema de sexta ordem utilizado são:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{3 - 2\alpha}{10}, & a &= \frac{2 + 3\alpha}{4}, & b &= \frac{6 + 7\alpha}{8}, \\ c &= \frac{6 + \alpha}{20}, & d &= \frac{2 - 3\alpha}{40}, & \alpha &= 0,45 \end{aligned} \quad (3.17)$$

3.6 Discretização Temporal

A discretização temporal das equações governantes do escoamento define o passo de tempo que será utilizado na simulação, estando relacionado com o custo computacional e com a qualidade desejada dos resultados. A escolha do esquema a ser utilizado para esta discretização é importante, devendo levar em consideração a precisão dos resultados, o tempo de cálculo e o consumo de memória.

A grande variedade de escalas de tempo fazem com que os escoamentos turbulentos sejam classificados como “sistemas rígidos” em relação ao avanço temporal. Este tipo de sistema é freqüentemente encontrado na Dinâmica dos Fluidos Computacional (*CFD*), em cálculos de escoamentos aerodinâmicos estacionários, onde a rigidez é contornada utilizando algoritmos de avanço temporal implícito e grandes passos de tempo (Moin & Mahesh, 1998[49]). Infelizmente, a adoção de uma prática similar em uma *DNS* não é possível, pois a necessidade de precisão temporal sobre uma larga faixa de escalas não permite a utilização de grandes passos de tempo, o que poderia significar grandes erros na representação das pequenas escalas, corrompendo a solução.

Esquemas como os de Adams-Bashfort e os de Runge-Kutta são bastante utilizados para a discretização temporal, embora os esquemas de Runge-Kutta sejam mais atrativos (Williamson, 1980[84]). Os Métodos de Runge-Kutta procuram a precisão da aproximação da série de Taylor sem a necessidade de calcular as derivadas de alta ordem.

O armazenamento de informação requerido pelos métodos é crucial quando sua precisão aumenta, ou seja, o armazenamento cresce com o aumento da ordem do esquema. Os esquemas mais utilizados são aqueles de quarta ordem, os quais tradicionalmente necessitam de um armazenamento de 4 vezes o número de pontos da malha por variável. Segundo Williamson (1980)[84], a maioria dos esquemas de Runge-Kutta, principalmente os de segunda e quarta ordem, podem ser organizados de forma a obter um armazenamento de apenas 2 vezes o número de pontos por variável. Sendo assim, Williamson (1980)[84] modificou os esquemas de Runge-Kutta buscando atingir um menor armazenamento. Assim, tais esquemas são chamados de esquemas de Runge-Kutta de baixa armazenagem (*Low-Storage Runge-Kutta*).

O código INCOMPACT3D utiliza um esquema de Runge-Kutta de terceira ordem com ar-

mazenamento reduzido nos termos da derivação temporal. Este esquema tem como vantagens o reduzido armazenamento de dados, a elevada precisão e o menor tempo de cálculo.

3.6.1 Esquema de Runge-Kutta de Terceira Ordem com Armazenamento Reduzido

Na discretização temporal da Equação 3.1, seja \vec{u}^n o campo de velocidade no tempo t_n e Δt o passo de tempo. Seja, também, uma única função ($\vec{F}(\vec{u})$) dependente de \vec{u} , englobando os termos forçante (\vec{f}), convectivo ($\vec{\omega} \times \vec{u}$) e viscoso ($\nu \nabla^2 \vec{u}$), definida por:

$$\vec{F}(\vec{u}) = \vec{f} + \nu \nabla^2 \vec{u} - \vec{\omega} \times \vec{u}. \quad (3.18)$$

É possível reescrever a Equação 3.1 na forma:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = \vec{F}(\vec{u}) - \vec{\nabla} \Pi. \quad (3.19)$$

Integrando a Equação 3.19 entre os tempos t_n e t_{n+1} e considerando que $\Pi^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \Pi dt$, obtém-se:

$$\begin{aligned} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} dt &= \int_{t_n}^{t_{n+1}} \vec{F}(\vec{u}) dt - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \vec{\nabla} \Pi dt, \\ \frac{1}{\Delta t} \vec{u} \Big|_{t_n}^{t_{n+1}} &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \vec{F}(\vec{u}) dt - \vec{\nabla} \Pi^{n+1}, \\ \frac{\vec{u}^{n+1} - \vec{u}^n}{\Delta t} &= \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \vec{F}(\vec{u}) dt - \vec{\nabla} \Pi^{n+1}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Levando em conta a condição de incompressibilidade e introduzindo um campo de velocidade intermediária \vec{u}^* , é possível desmembrar a Equação 3.20 em duas partes:

$$\frac{\vec{u}^* - \vec{u}^n}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \vec{F}(\vec{u}) dt, \quad (3.21)$$

$$\frac{\vec{u}^{n+1} - \vec{u}^*}{\Delta t} = -\vec{\nabla} \Pi^{n+1}. \quad (3.22)$$

A integração da Equação 3.21 efetua-se em 3 sub-passos de tempo pelo método de Runge-Kutta. O esquema de avanço temporal é escrito na forma:

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \vec{F}(\vec{u}) dt = \alpha_p \vec{F}(\vec{u}_{p-1}) + \beta_p \vec{F}(\vec{u}_{p-2}), \quad (3.23)$$

onde $p = 1, 2, 3$ ($\vec{u}_0 = \vec{u}^n$ e $\vec{u}_3 = \vec{u}^*$).

As Equações (3.21 e 3.22) são resolvidas com a ajuda do método de passo fracionário:

$$\frac{\vec{u}_p^* - \vec{u}_{p-1}}{\Delta t} = \alpha_p \vec{F}(\vec{u}_{p-1}) + \beta_p \vec{F}(\vec{u}_{p-2}), \quad (3.24)$$

$$\frac{\vec{u}_p - \vec{u}_p^*}{\Delta t} = -\vec{\nabla} \Pi_p. \quad (3.25)$$

Os coeficientes de cada sub-passo de tempo são dados por Williamson (1980)[84]:

$$\alpha_1 = \frac{8}{15}, \quad \alpha_2 = \frac{5}{12}, \quad \alpha_3 = \frac{3}{4},$$

$$\beta_1 = 0, \quad \beta_2 = -\frac{17}{60}, \quad \beta_3 = -\frac{5}{12},$$

onde para cada sub-passo de tempo têm-se:

sub-passo 1

$$\vec{u}_1^* = \Delta t \left[\frac{8}{15} \vec{F}(\vec{u}^n) \right] + \vec{u}^n \quad \longrightarrow \quad \vec{u}_1 = \Delta t \left[-\vec{\nabla} \Pi_1 \right] + \vec{u}_1^*$$

sub-passo 2

$$\vec{u}_2^* = \Delta t \left[\frac{5}{12} \vec{F}(\vec{u}_1) - \frac{17}{60} \vec{F}(\vec{u}^n) \right] + \vec{u}_1 \quad \longrightarrow \quad \vec{u}_2 = \Delta t \left[-\vec{\nabla} \Pi_2 \right] + \vec{u}_2^*$$

sub-passo 3

$$\vec{u}_3^* = \Delta t \left[\frac{3}{4} \vec{F}(\vec{u}_2) - \frac{5}{12} \vec{F}(\vec{u}_1) \right] + \vec{u}_2 \quad \longrightarrow \quad \vec{u}^{n+1} = \Delta t \left[-\vec{\nabla} \Pi^{n+1} \right] + \vec{u}_3^*$$

Segundo Lele (2002)[39], o limite de estabilidade do esquema de Runge-Kutta utilizado é dado pela condição de *CFL* (*Courant-Friedrichs-Lewy*), a qual define o passo de tempo computacional máximo por:

$$\Delta t = \frac{\sqrt{3} \Delta x}{1,989 \cdot U_\infty}, \quad (3.26)$$

onde U_∞ é a velocidade de referência.

3.6.2 Verificação da Incompressibilidade

A Equação 3.22 sugere que o campo de velocidade \vec{u}^{n+1} seja corrigido pelo gradiente de pressão ($\nabla \Pi$). Para achar esse gradiente de pressão, a cada sub-passo de tempo de integração, é necessário resolver a equação de Poisson:

$$\nabla^2 \Pi_p = \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_p^*}{\Delta t}, \quad (3.27)$$

que é deduzida aplicando a divergência à Equação 3.22 e considerando a equação da continuidade. Desta forma, a condição de incompressibilidade é garantida.

3.7 Método de Fronteiras Virtuais

O código utilizado neste trabalho adota um esquema cartesiano, onde as equações governantes são discretizadas sobre uma malha cartesiana que não tem conformidade com a fronteira do corpo imerso. Assim, o contorno dos objetos nem sempre coincide com os pontos da malha, o que dificulta a localização do obstáculo no domínio computacional e, conseqüentemente, dificulta a imposição da condição de não-deslizamento no contorno.

Buscando evitar este tipo de dificuldade, a presença do obstáculo imerso sobre a malha cartesiana será representada utilizando o método de fronteiras virtuais proposto por Goldstein *et al.* (1993)[14], onde a condição de não-deslizamento é imposta por um termo de campo de força externa, independente da malha, adicionado à equação de Navier-Stokes. O método proposto é um método explícito de forçagem retroalimentada. Como nem sempre é possível escolher um só campo de forças tal que a velocidade relativa entre o obstáculo imerso e o fluido seja nula, um campo de forças diferente é obtido a cada passo de tempo através do efeito da simples retroalimentação da informação do campo de velocidades. Com isso, o método permite que a força possa se adaptar ao campo de escoamento local, impondo a condição de não-deslizamento sobre o contorno “virtual”.

A formulação para o termo forçante é, então, dada por:

$$\vec{f}(\vec{x}, t) = \alpha \int_0^t \vec{u}(\vec{x}, t') dt' + \beta \vec{u}(\vec{x}, t), \quad (3.28)$$

onde α e β são constantes negativas com dimensões de $[T^{-2}]$ e $[T^{-1}]$, respectivamente, e t é o tempo. A constante α é usada para calibrar a frequência de oscilação do escoamento residual sobre o obstáculo, enquanto que β governa o processo de amortecimento dessa velocidade.

O primeiro termo do lado direito da Equação 3.28 é suficiente para criar um campo de forças que fará com que o escoamento atinja a condição de não-deslizamento sobre os pontos da superfície. Assim, por exemplo, se \vec{u} é positivo ao longo de um dos eixos cartesianos, a força irá crescer com o tempo para se opor ao escoamento até que este atinja o repouso. O segundo termo controla a rapidez com que a condição de não-deslizamento é atendida. Embora outros termos possam ser acrescentados à Equação 3.28 para fazer com que a velocidade no obstáculo seja mais rapidamente anulada, a utilização da integração no tempo e da realimentação direta da velocidade é suficiente para resolver as equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis e não-estacionários, ao redor de corpos (Goldstein *et al.*, 1993[14]).

Considerando a equação de Navier-Stokes (Eq. 3.1) constituída apenas do primeiro termo do lado direito ($\partial \vec{u} / \partial t$) e do termo forçante (\vec{f}):

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \approx \vec{f}(\vec{x}, t) = \alpha \int_0^t \vec{u}(\vec{x}, t') dt' + \beta \vec{u}(\vec{x}, t), \quad (3.29)$$

é possível entender, intuitivamente, a ação do termo de força notando que esta equação representa a equação de um oscilador harmônico simples para a velocidade, com constante elástica α (Goldstein *et al.*, 1993[14], Fadlun *et al.*, 2000[11]), frequência natural de oscilação $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{|\alpha|}{\rho}}$ e amortecimento $\frac{-\beta}{2\sqrt{|\alpha\rho}}$. Em um escoamento estacionário, α deve ser grande o suficiente para que a frequência natural resultante seja maior que a frequência das escalas mais energéticas do escoamento, de forma que o campo de força possa acompanhar as modificações no escoamento.

O método utilizado para resolver a integral no tempo determinará a máxima magnitude de α . Nas simulações realizadas neste trabalho, essa integração é aproximada por uma soma de Riemann, da forma:

$$\int_0^t \vec{u}(\vec{x}, t') dt' \approx \sum_{i=0}^{t_n} \vec{u}(\vec{x}, t) \Delta t, \quad (3.30)$$

onde n é o número de passos de tempo, Δt o tamanho do passo de tempo e $t_n = (n - 1)\Delta t$ o tempo computacional.

Segundo Lamballais & Silvestrini (2002)[38], quando as constantes α e β são grandes o suficiente, as velocidades dentro da região de aplicação da força tendem a zero automaticamente, mas nunca atingem exatamente este valor. Goldstein *et al.* (1993)[14] verificaram que a solução das Equações (2.2), (3.1) e (3.28) é instável para valores absolutos muito altos de α ou β , estável para valores absolutos moderados, mas é invariável para seus valores exatos. Também verificaram que o limite de estabilidade para o passo de tempo é, aproximadamente:

$$\Delta t_V = \frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 - 2\alpha}}{\alpha} \sqrt{3} > \Delta t, \quad (3.31)$$

sendo Δt o passo de tempo do esquema de Runge Kutta (seção 3.6) e Δt_V o passo de tempo do método de fronteiras virtuais.

Neste trabalho, o método de fronteiras virtuais será utilizado para representar uma superfície plana ou uma superfície ondulada, definida pela função:

$$z_c(x_i) = \frac{A}{2} \sin\left(\frac{2\pi x_i}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{A}{2} + C, \quad (3.32)$$

onde $z_c(x_i)$ é o valor da função para cada posição $x_i = (i - 1)\Delta x$, A é a amplitude da onda, λ é o comprimento de onda e C é uma constante necessária para garantir que a condição de contorno vertical seja satisfeita. O valor de C corresponde à menor espessura do obstáculo, ou seja, a menor distância entre a sua superfície e o limite inferior do domínio (Fig. 3.4).

O campo de forças \vec{f} , sendo aplicado apenas nos pontos onde a condição de não-deslizamento é desejada, ou seja, apenas nos pontos da malha que definem o contorno imerso, pode gerar uma superfície irregular. É fácil perceber que o valor de $\vec{u}(\vec{x}, t)$ é melhor avaliado nos pontos da ma-

ção no tempo, e a função ε_s , para o espalhamento da influência do obstáculo imerso, a Equação 3.28 toma sua forma final:

$$\vec{f}(\vec{x}, t) = \varepsilon_s \left(\alpha \sum_{t=0}^{t_n} \vec{u}(\vec{x}, t) \Delta t + \beta \vec{u}(\vec{x}, t) \right). \quad (3.34)$$

3.8 Correção do Campo de Velocidade

Nas simulações realizadas neste trabalho, é imposto um fluxo de volume de fluido constante na direção x igual a:

$$Q = \frac{1}{y} \int_0^y \int_0^z u dz dy = \frac{2}{3} H U_c, \quad (3.35)$$

sendo H a altura média do canal e U_c uma velocidade de referência, correspondente à velocidade da linha central de um perfil parabólico laminar com o mesmo fluxo de volume.

Para manter este fluxo constante, a cada sub-passo de integração no tempo, faz-se uma correção no campo de velocidade longitudinal da forma:

$$u(x, y, z) = u(x, y, z) + (U_0 - U_t), \quad (3.36)$$

onde $U_0 = \frac{2}{3} U_c$ é uma constante, correspondente à média espacial do campo inicial de velocidade, e U_t é a média espacial do campo de velocidade longitudinal obtido a cada sub-passo de integração.

Capítulo 4

Análises Iniciais

As simulações apresentadas neste capítulo são bidimensionais e foram realizadas com o objetivo principal de definir os parâmetros a serem utilizados pelo método de fronteiras virtuais, buscar a melhor forma de representação do obstáculo imerso, verificar o efeito da altura do domínio e da condição inicial sobre o campo de escoamento, além de avaliar a influência da resolução da malha e a adaptação da fronteira virtual a ela.

4.1 Condições de Contorno e Iniciais

O domínio de cálculo utilizado nas simulações bidimensionais, de tamanho (L_x, L_z) , está esquematizado na Figura 4.1, onde x é a direção principal do escoamento (*longitudinal*) e z a direção vertical. O obstáculo imerso é uma superfície ondulada de amplitude a e comprimento de onda $\lambda = L_x = 10A$, onde $A = 2a$. Foi adotada a condição de contorno periódica na direção longitudinal, deslizamento livre na direção vertical e não-deslizamento na superfície ondulada. A condição de deslizamento livre é chamada de condição semi-periódica, equivalente a uma condição de simetria na fronteira superior do domínio. A contante $C = A$ foi considerada para garantir que a condição de contorno vertical seja satisfeita (ver Equação 3.32).

As variáveis das equações governantes 2.2 e 3.1 são adimensionalizadas por uma velocidade longitudinal média, U_m , medida ao longo de uma vertical numa posição x correspondente à altura H , e pela amplitude da onda A . O número de Reynolds é definido por:

$$Re = \frac{U_m A}{\nu}, \quad (4.1)$$

o tempo é adimensionalizado por A/U_m , enquanto que as escalas de comprimento e velocidade são adimensionalizadas por A e U_m , respectivamente. Adotando $A = 1$ e $U_m = 1$, o número de Reynolds se reduz a $Re = 1/\nu$.

Como condição inicial foi adotado um perfil parabólico laminar, exceto nas simulações XVI a XVIII (Tab. 4.1), onde se adotou um perfil uniforme de velocidade longitudinal com $u(x, z) = U_m$. Ambas condições iniciais garantem os números de Reynolds simulados, $Re = 100$ e 500 .

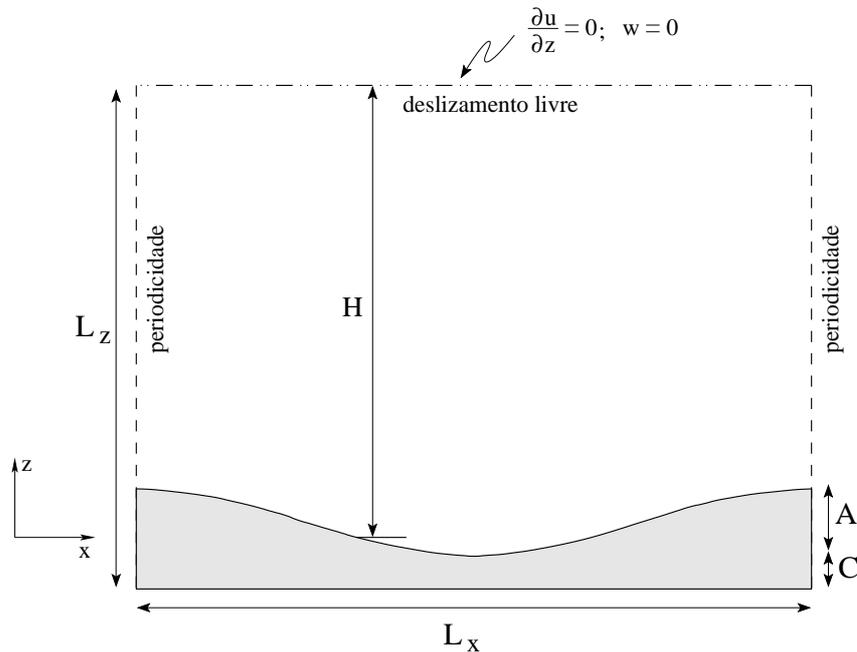


Figura 4.1: Domínio de cálculo típico das simulações bidimensionais.

Os parâmetros das simulações estão resumidos na Tabela 4.1, onde SS , SC e SF representam as configurações da superfície ondulada virtual com relação às diferentes formas de aplicação do termo de força $\vec{f}(\vec{x}, t)$, e significam “superfície sólida”, “superfície com circulação” e “superfície fina”, respectivamente. Tais configurações serão discutidas adiante.

Todas as simulações foram realizadas em um AMD Athlon(tm) XP 2500+, com 384Mb de memória, até atingirem um estado estatisticamente estacionário, ou seja, até que não houvessem mais variações no campo de velocidades médias. Isto pode ser verificado, por exemplo, observando a evolução temporal do valor da velocidade longitudinal em um ponto qualquer do domínio.

4.2 Aplicação do Campo de Força \vec{f}

A fim de obter a melhor representação possível da superfície virtual imersa no escoamento, foram definidas e analisadas 3 formas diferentes de aplicação do campo de força \vec{f} utilizado pelo método de fronteiras virtuais. Cada uma das simulações *I*, *II* e *III* apresenta uma forma diferente de aplicação deste campo e seus resultados são discutidos a seguir.

A simulação *I* foi realizada buscando investigar o efeito da representação de um corpo sólido no campo de escoamento. Para isso, o campo de força foi aplicado usando a distribuição Gaussiana apenas acima da superfície ondulada, numa região limitada por $\varepsilon^* = 1,1\Delta z$, onde Δz é o espaçamento vertical da malha. Dentro do corpo imerso, os pontos da malha recebe-

Tabela 4.1: Parâmetros das simulações bidimensionais

Simulação	Condição		Domínio		α	β	Fronteira Virtual (*)
	Inicial	Re	$(L_x \times L_z)/A$	Malha			
I	Parabólico	500	10×10	180×361	-10000	-100	SS
II	Parabólico	500	10×10	180×361	-10000	-100	SC
III	Parabólico	500	10×10	180×361	-10000	-100	SF
IV	Parabólico	100	10×10	120×121	-260	-45	SF
V	Parabólico	100	10×10	120×121	-4080	-5	SF
VI	Parabólico	100	10×10	120×121	-1690	-30	SF
VII	Parabólico	100	10×10	120×121	-260	-30	SF
VIII	Parabólico	100	10×10	120×121	-260	-15	SF
IX	Parabólico	100	10×10	120×121	-1040	-90	SF
X	Parabólico	100	10×10	120×241	-1040	-90	SF
XI	Parabólico	100	10×10	120×361	-1040	-90	SF
XII	Parabólico	100	10×10	120×601	-1040	-90	SF
XIII	Parabólico	100	10×10	240×241	-1040	-90	SF
XIV	Parabólico	100	10×10	240×361	-1040	-90	SF
XV	Parabólico	100	10×10	80×601	-1040	-90	SF
XVI	Uniforme	100	$10 \times 7,5$	120×181	-1040	-90	SF
XVII	Uniforme	100	10×10	120×241	-1040	-90	SF
XVIII	Uniforme	100	$10 \times 12,5$	120×301	-1040	-90	SF

(*) SS = superfície sólida; SC = superfície com circulação; SF = superfície fina.

ram todo o efeito de forçagem ($\varepsilon_s = 1$). Esta configuração da aplicação do campo de força, aqui nomeada “*superfície sólida - SS*”, está esquematizada na Figura 4.2a. Neste caso, com a aplicação da função de forçagem, desenvolveram-se oscilações espaciais nas direções normal e longitudinal do campo de escoamento, gerando falsas perturbações no campo de vorticidade ao longo da superfície ondulada (Fig. 4.3a), e uma descontinuidade no perfil vertical de velocidade longitudinal sobre a superfície, como mostra a Figura 4.4 para $x = 0$ (crista), $x = 2,5$ e $x = 5$ (vale).

O efeito indesejado gerado pela superfície sólida foi evitado na simulação *II*. Nesta simulação foi deixada uma região interna à superfície, de espessura vertical $10\Delta z$, onde nenhuma força é aplicada, permitindo que um campo de escoamento não-físico, de sentido contrário ao do escoamento principal do canal, seja numericamente desenvolvido no seu interior. A Figura 4.2b esquematiza tal configuração de aplicação do termo de forçagem, denominada “*superfície com circulação - SC*”. O campo de escoamento desenvolvido no interior da superfície funciona como um filtro, permitindo eliminar as falsas perturbações criadas no campo de vorticidade ao longo da superfície, embora transferindo-as para a parte inferior da região de circulação (Fig. 4.3b). A separação do escoamento a jusante da crista da onda gera uma região de recirculação no vale, a qual também contribui para eliminar tais perturbações e atenuar a descontinuidade no perfil vertical de velocidade longitudinal (Fig. 4.4).

Na simulação *III*, a distribuição Gaussiana foi utilizada acima e abaixo da superfície on-

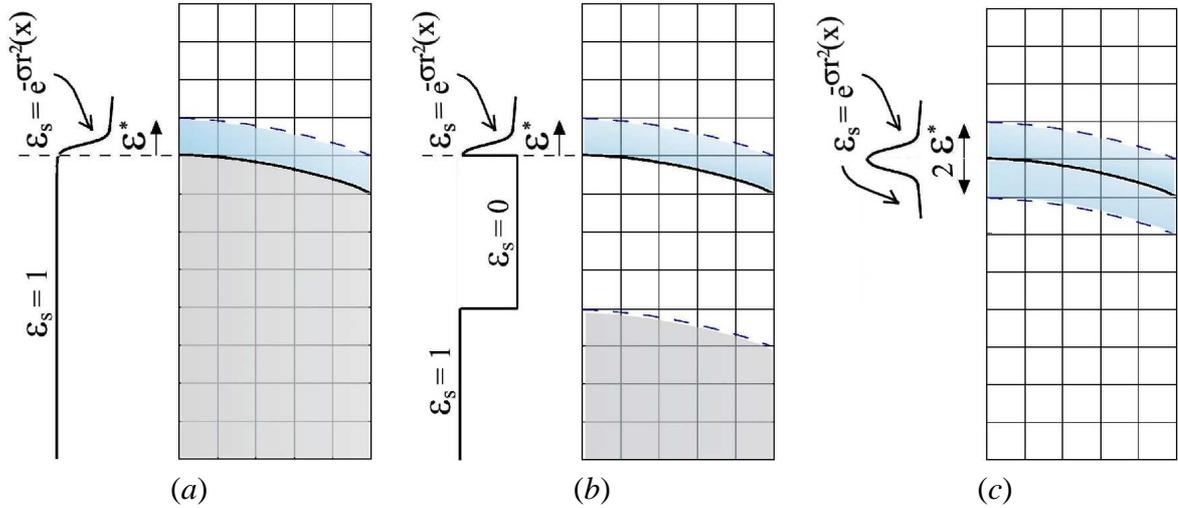


Figura 4.2: Formas de aplicação do campo de força \vec{f} para representação do obstáculo imerso. (a) superfície sólida, SS; (b) superfície com circulação, SC; (c) superfície fina, SF.

dulada, buscando aplicar o termo de forçagem apenas em uma região limitada por $2\varepsilon^*$, criando assim uma “*superfície fina - SF*” (Fig. 4.2c). Para esta forma de aplicação do campo de força, embora o comportamento do perfil vertical de velocidade longitudinal tenha sido semelhante ao da simulação II (Fig. 4.4), todas as falsas perturbações sobre a superfície ondulada puderam ser eliminadas, como mostra a Figura 4.3c.

A forma de aplicação do termo forçante \vec{f} na simulação III, claramente permitiu obter uma melhor representação do obstáculo imerso, eliminando as perturbações indesejadas no campo de escoamento. Além disso, a distribuição temporal da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre o contorno imerso, definida por

$$\text{norma} - l_2 = \sqrt{\frac{1}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} (u(x_i, t))^2}, \quad (4.2)$$

onde n_s é o número de pontos utilizados para representar a fronteira virtual, apresenta menores valores para as simulações II e III (Fig. 4.5). Isto significa que a condição de não-deslizamento, imposta pelo método de fronteiras virtuais à superfície ondulada, foi melhor atendida nestes casos. Além disso, as simulações para as três formas de representação da fronteira imersa apresentaram os mesmos custos computacionais. Assim, em função destes resultados, em todas as simulações bidimensionais realizadas aqui, optou-se pela utilização de uma “*superfície fina - SF*”.

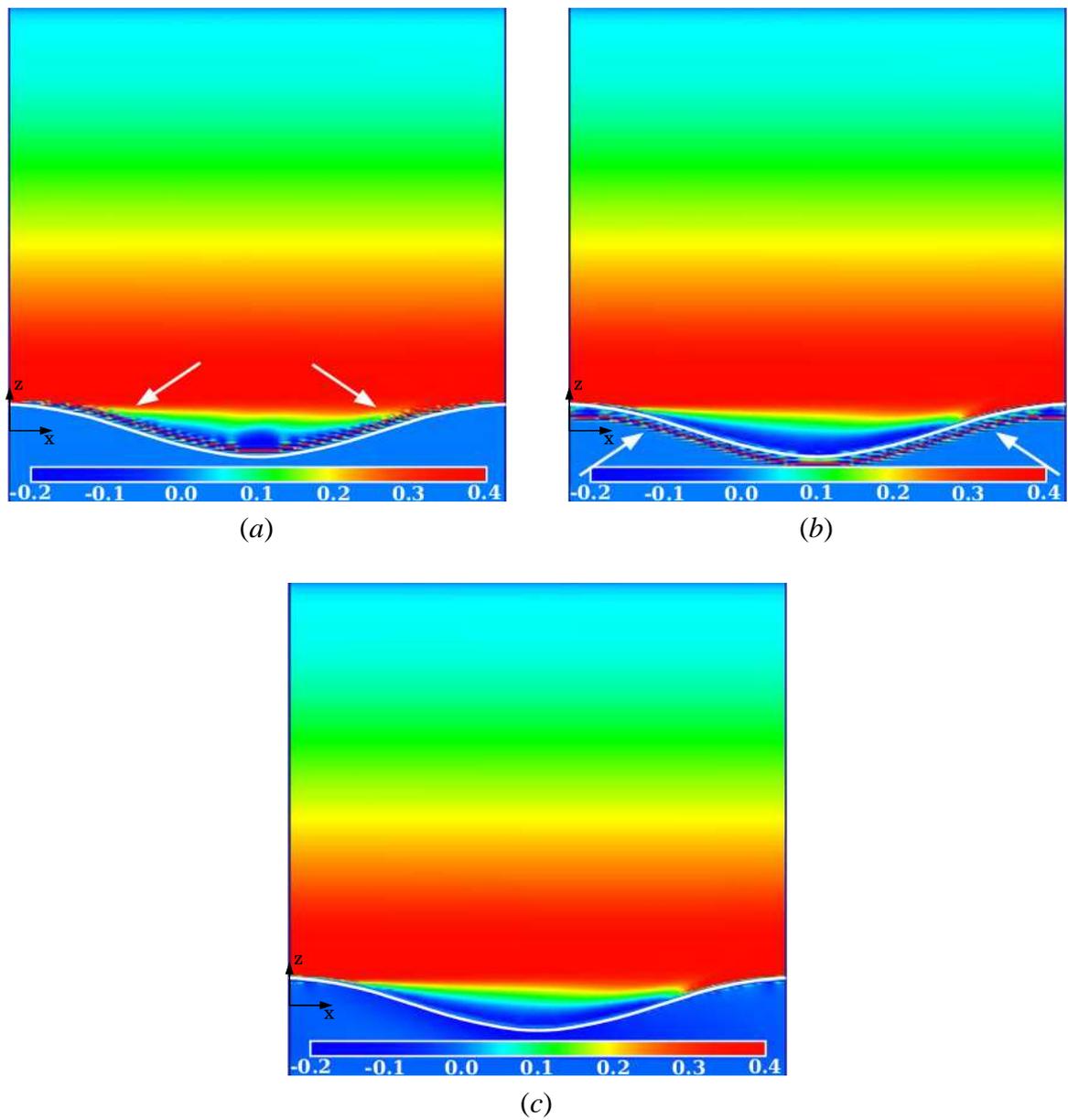


Figura 4.3: $Re = 500$, $t = 237$. Campo de vorticidade, ω_y . (a) superfície sólida, SS; (b) superfície com circulação, SC; (c) superfície fina, SF.

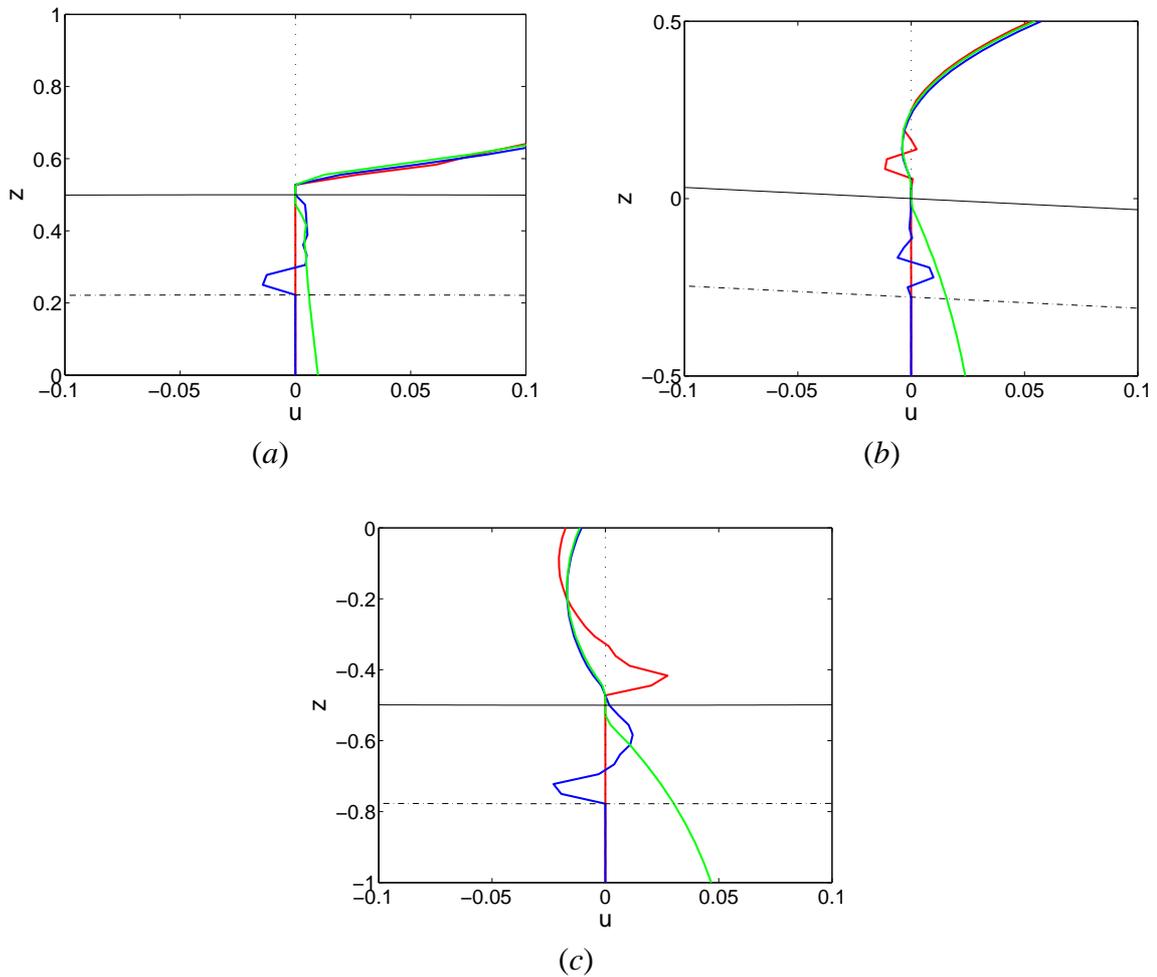


Figura 4.4: $Re = 500$, $t = 237$. Detalhe dos perfis de velocidade longitudinal na vizinhança da superfície ondulada. (a) $x = 0$; (b) $x = 2,5$; (c) $x = 5$. Superfície sólida - SS (vermelho); Superfície com circulação - SC (azul); Superfície fina - SF (verde). A região entre as linhas pretas (sólida e tracejada) é a região de circulação da simulação II .

4.3 Definição dos Parâmetros do Método de Fronteiras Virtuais

O método de fronteiras virtuais adotado neste trabalho possui três parâmetros que devem ser definidos: α , β e ε^* . Este último foi fixado em $\varepsilon^* = 1,1\Delta z$ apenas com a intenção de aplicar o termo forçante em, pelo menos, dois pontos adjacentes aos nós da malha que coincidem com o obstáculo. Para definir os outros dois parâmetros, foram utilizados os resultados das simulações de IV a $VIII$. A Equação 3.31 mostra que as constantes α e β são importantes para a determinação do passo de tempo da simulação. Diminuindo o módulo de α e aumentando o módulo de β , obtêm-se soluções numéricas mais robustas, com a possibilidade de utilização de maiores passos de tempo (VonTerzi *et al.*, 2001[81]). Se $\beta \rightarrow -\infty$, o tempo de resposta do

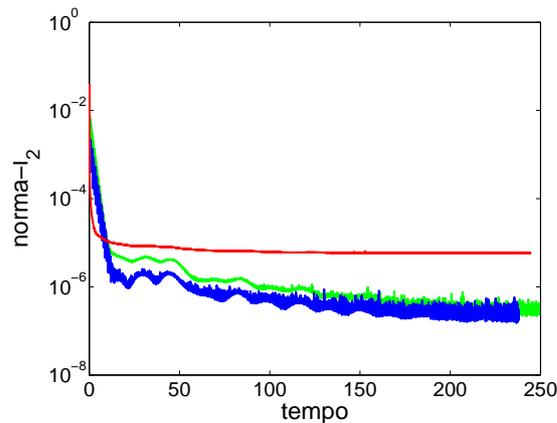


Figura 4.5: $Re = 500$. Norma- l_2 da componente longitudinal do campo de velocidades. Superfície sólida - SS (vermelho); Superfície com circulação - SC (azul); Superfície fina - SF (verde).

termo de forçagem tende a zero (Lamballais & Silvestrini, 2002[38]) e a condição de contorno de não-deslizamento é rapidamente atendida.

O uso de um esquema explícito para a integração temporal do termo forçante apresenta uma desvantagem por razões de estabilidade numérica. A restrição dada pela Equação 3.31 pode ser mais severa que a condição de CFL quando são utilizados valores absolutos muito altos de α e/ou β . De acordo com Lamballais & Silvestrini (2002)[38], o melhor tratamento da forçagem pode estar condicionado pelo avanço temporal dos termos viscoso e forçante. Sendo assim, uma vez que a forçagem iterativa é integrada no tempo utilizando o mesmo esquema explícito adotado para os termos convectivo e difusivo, a escolha do passo de tempo está condicionada apenas à restrição dada pela condição de CFL. Esta escolha impõe a utilização de valores moderados para os parâmetros α e β , o que favorece a permanência de velocidades residuais sobre o obstáculo imerso, embora estas sejam consideradas pequenas o suficiente para representar uma condição de não-deslizamento.

Para cada combinação de α e β , uma função de forçagem diferente é adicionada ao lado direito da equação de Navier-Stokes. Conseqüentemente, um conjunto de respostas similares, para a manutenção da condição de não-deslizamento, é obtido para cada solução. Ainda, para cada passo de tempo limitado pela condição de CFL (Eq. 3.26), é possível determinar pares de parâmetros (α, β) que satisfaçam o limite de estabilidade dado pela Equação 3.31, como mostra a Figura 4.6. Os valores destes parâmetros utilizados nas simulações de IV a VI foram escolhidos de forma a, além garantir o limite de estabilidade, obter a menor diferença possível entre os passos de tempo Δt e Δt_V .

A Tabela 4.2 apresenta os passos de tempo das simulações utilizadas para definir os valores dos parâmetros (α, β) e a norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre o contorno

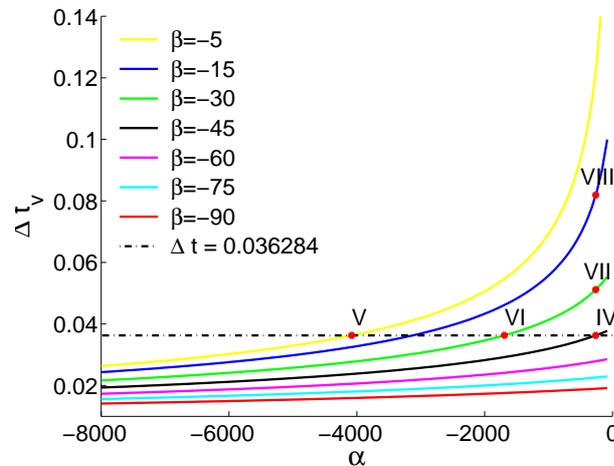


Figura 4.6: $Re = 100$, $\Delta t = 0,036284$. Passo de tempo do Método de Fronteiras Virtuais, Δt_V , em função dos parâmetros α e β do método de fronteiras virtuais de Goldstein *et al.* (1993)[14]. A numeração de IV a VIII identifica as simulações da Tabela 4.1.

imerso. As simulações apresentadas nesta tabela foram realizadas com o objetivo de examinar a resposta da fronteira virtual a diferentes pares de parâmetros (α, β) . É importante deixar claro que estes parâmetros não são calibrados, e sim determinados observando a resposta do campo de velocidades à aplicação do termo de força. O efeito desses parâmetros sobre a norma- l_2 e sobre a evolução temporal da velocidade longitudinal, em um ponto (x, z) do domínio, é apresentado na Figura 4.7.

Tabela 4.2: $Re = 100$, $t = 3628,4$: Passos de tempo e norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre o contorno imerso, para diferentes valores de α e β .

Número da simulação	α	β	Δt Eq. (3.26)	Δt_V Eq. (3.31)	norma- l_2
IV	-260	-45	0,036284	0,036293	$1,92 \cdot 10^{-6}$
V	-4080	-5	0,036284	0,036284	$1,12 \cdot 10^{-6}$
VI	-1690	-30	0,036284	0,036303	$1,41 \cdot 10^{-6}$
VII	-260	-30	0,036284	0,051181	$1,47 \cdot 10^{-6}$
VIII	-260	-15	0,036284	0,081904	$1,20 \cdot 10^{-6}$

Como pode ser observado na Figura 4.7a, mantendo α constante e aumentando o módulo de β , o tempo de resposta da fronteira virtual decresce, ou seja, o tempo necessário para que a norma- l_2 atinja seu valor mínimo é reduzido. Porém, a magnitude da norma- l_2 permanece praticamente a mesma. Por outro lado, fixando β e aumentando o módulo de α obtém-se um menor valor para a norma- l_2 e um aumento na frequência de oscilação da velocidade longitudinal (Fig. 4.7b), embora praticamente nenhum efeito significativo seja observado no tempo de resposta da

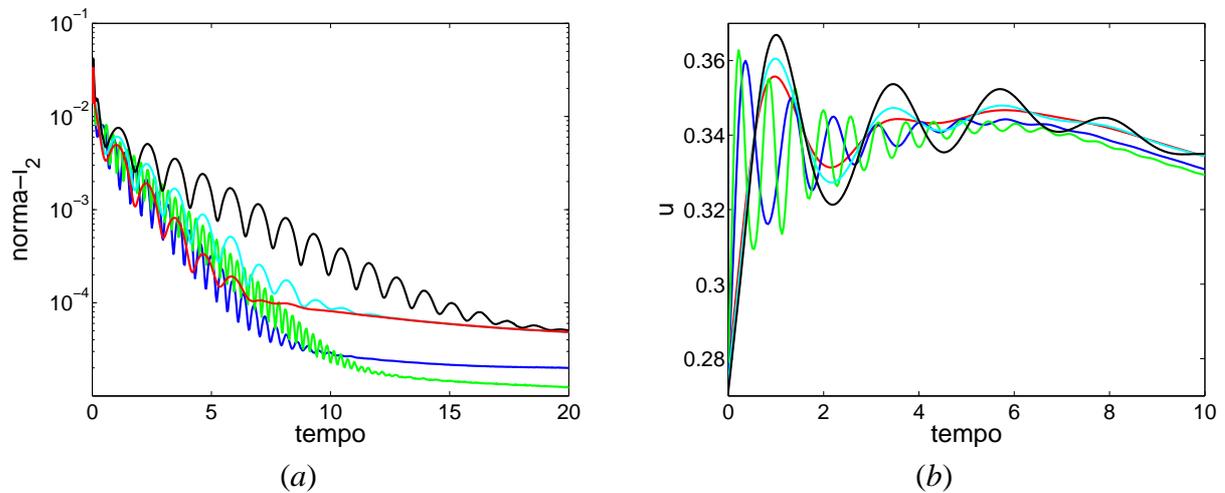


Figura 4.7: $Re = 100$. Efeito dos parâmetros (α, β) : $(-260, -45)$, vermelho; $(-260, -30)$, azul claro; $(-260, -15)$, preto; $(-1690, -30)$, azul; $(-4080, -5)$, verde. (a) Intervalo $(0 \leq t \leq 20)$ da distribuição temporal da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre o contorno imerso; (b) Intervalo $(0 \leq t \leq 10)$ da velocidade longitudinal em $(x = 0, z = 1)$.

fronteira virtual, o qual mantém-se constante.

Adotando pares de valores (α, β) onde $\Delta t < \Delta t_V$ e a diferença entre eles é a menor possível, como nas simulações *IV*, *V* e *VI*, obtém-se menores oscilações no campo de velocidade longitudinal para os maiores valores absolutos de β (Fig. 4.7b). Portanto, estes casos sugerem que maiores valores dos coeficientes permitem ao método responder mais rapidamente a qualquer alteração no campo de escoamento e atuar de forma mais eficiente na manutenção da condição de não-deslizamento. Entretanto, o efeito gerado pelos diferentes valores dos parâmetros analisados são reduzidos à medida que nos afastamos da superfície virtual, com praticamente nenhum efeito sobre o campo de velocidades no topo do domínio.

Apesar desses efeitos observados no início das simulações, o campo de escoamento final, correspondente àquele num estado estatisticamente estacionário, mostrou-se independente dos valores dos parâmetros α e β para os casos analisados. Entretanto, estas perturbações podem ser prejudiciais a outros tipos de estudos como, por exemplo, da transição à turbulência em escoamentos em canais. Na transição, é importante controlar os parâmetros α e β de forma que seus efeitos sobre o campo de escoamento, principalmente próximo à parede, sejam reduzidos e não afetem a perturbação imposta inicialmente.

4.4 Influência da Condição Inicial

Dois perfis de velocidades longitudinais foram utilizados como condição inicial a fim de verificar sua influência sobre o campo de escoamento. Na simulação *X* foi adotado o perfil

parabólico laminar, enquanto que na simulação *XVII* foi adotado o perfil uniforme $u(x, z) = U_m$. Como o fluxo de volume de fluido de ambas simulações deve ser o mesmo, a velocidade máxima do perfil parabólico laminar é $u_{max} = 1,5U_m$. A Figura 4.8 apresenta a evolução temporal da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre o contorno imerso e da velocidade longitudinal na posição $(x = 0, z = 8,5)$.

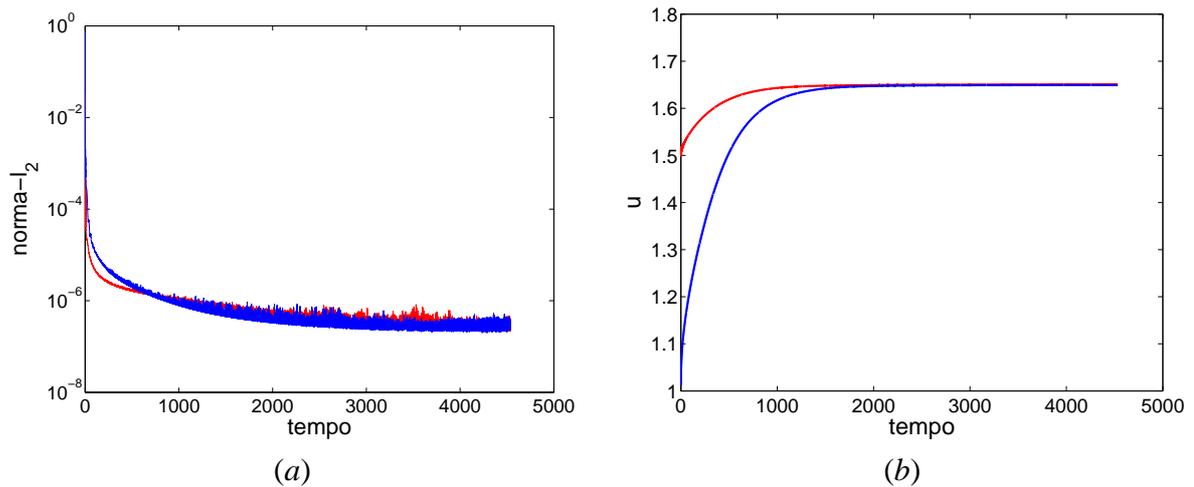


Figura 4.8: $Re = 100$. Influência da condição inicial: perfil parabólico laminar (vermelho); perfil uniforme (azul). (a) evolução temporal da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre o contorno imerso; (b) evolução temporal da velocidade longitudinal na posição $(x = 0, z = 8,5)$.

A Figura 4.8a mostra que as duas condições iniciais produziram o mesmo efeito sobre a fronteira imersa virtual, atingindo a mesma ordem de grandeza para a norma- l_2 . Observa-se, da Figura 4.8b, que o perfil parabólico permite ao escoamento atingir um estado final mais rapidamente ($t \approx 1000$) que o perfil uniforme ($t \approx 2000$), embora ambos forneçam o mesmo resultado após $t \approx 2500$. Isso significa que a condição inicial afetou apenas o tempo de convergência da simulação, mas não seu resultado final.

4.5 Influência da Resolução da Malha

Para analisar o efeito da resolução da malha sobre o campo de escoamento, foi fixado um domínio computacional de $L_x = L_z = 10A$. Foram realizadas simulações mantendo uma resolução longitudinal ($n_x = 120$) e variando a resolução vertical. Em seguida, para uma determinada resolução vertical, foi alterada a resolução longitudinal e verificado o efeito dessa alteração. Para estas análises foram realizadas as simulações *IX* a *XV*, nas quais a escolha do passo de tempo está condicionada apenas à restrição dada pela condição de CFL, exceto para a simulação *IX*. A evolução temporal da velocidade longitudinal na posição $(x = 0, z = 1)$ e da norma- l_2 da

componente longitudinal da velocidade sobre o contorno imerso está mostrada na Figura 4.9, para as diferentes malhas utilizadas.

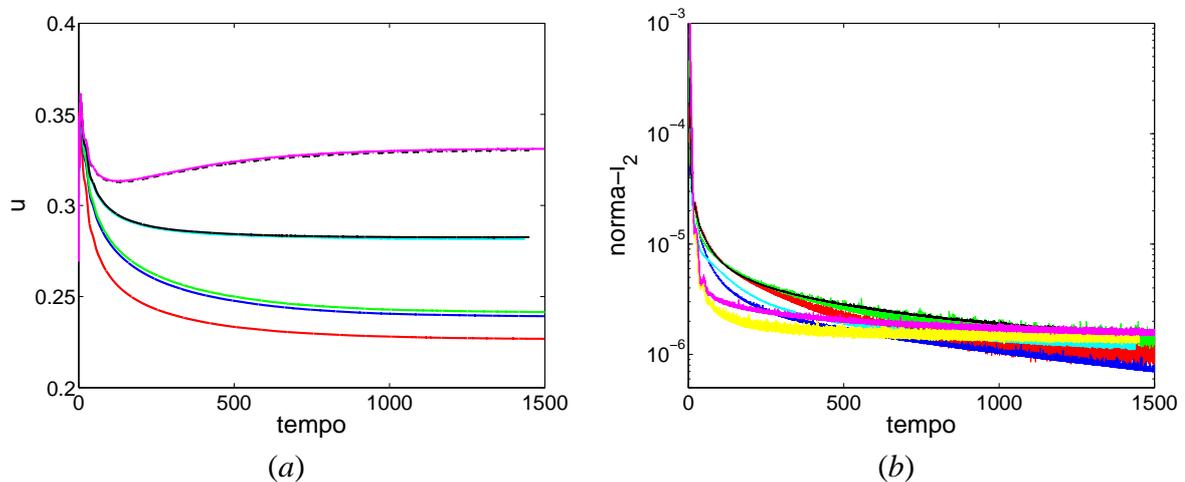


Figura 4.9: $Re = 100$. Efeitos da resolução da malha. (a) evolução temporal da velocidade longitudinal na posição ($x = 0, z = 0,75$); (b) evolução temporal da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre o contorno imerso. Malhas: 120×121 (vermelho); 120×241 (azul); 120×361 (azul claro); 120×601 (magenta); 240×241 (verde); 240×361 (preto); 80×601 (traço-ponto).

Como se esperava, a resolução da malha afeta significativamente o campo de escoamento, já que quanto mais refinada maior é a faixa de escalas possíveis de serem resolvidas. Infelizmente, o custo computacional necessário para estas simulações é elevado, tornando-se mais crítico com o aumento do refinamento. A Figura 4.9a indica, claramente, que, para as simulações realizadas, o número de pontos da malha utilizados na direção longitudinal praticamente não afeta a representação da fronteira virtual nem o campo de escoamento, principalmente quando se aumenta o número de pontos da malha na direção vertical. Portanto, essa observação indica que o custo computacional destas simulações pode ser significativamente reduzido com a utilização de uma malha retangular, com resolução longitudinal bem menor que a vertical.

Por outro lado, verifica-se uma falta de convergência nos resultados obtidos para diferentes resoluções da malha na direção vertical, como pode ser observado na evolução temporal da velocidade longitudinal na Figura 4.9a. Provavelmente esta falta de convergência esteja relacionada à forma como foi aplicado o Método de Fronteiras Virtuais. Embora a forma de representação ideal da superfície ondulada tenha sido a de uma superfície fina (SF), a sua espessura é determinada pelo parâmetro ε^* , o qual depende do espaçamento vertical da malha, Δz . Assim, quanto mais refinada for a malha nesta direção, mais fina será a superfície virtual e, conseqüentemente, mais próxima ela estará da sua forma real, dada pela Equação 3.32. Portanto, uma malha grossa na direção vertical tende a gerar uma superfície mais espessa e irregular (em degraus),

a reduzir ligeiramente a altura média do canal e a aumentar a área de aplicação do campo de força \vec{f} . Uma vez que estes aspectos não foram considerados na presente análise, seus efeitos aparentaram modificar o campo de escoamento final, dificultando uma análise de convergência da malha computacional na direção vertical.

A Figura 4.9b mostra que a norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre o contorno imerso apresenta a mesma ordem de magnitude para todas as simulações, indicando que, embora a representação da superfície virtual esteja comprometida com a falta de resolução, a imposição de condição de não-deslizamento não é afetada pela resolução da malha.

Apesar da utilização de uma distribuição Gaussiana para espalhar a influência do contorno imerso aos nós adjacentes, criando assim uma superfície mais suave, a simulação com malha de (120×121) ainda gera uma superfície irregular devido à baixa resolução, como mostra a Figura 4.10a. Nesta figura é possível observar a forma, em degraus, da superfície virtual, diferentemente de uma forma mais regular e suave da superfície virtual obtida com a malha (120×601) na Figura 4.10b. Observa-se também que, para a malha mais refinada, o escoamento acelera-se numa região menor e mais próxima à parede ondulada, ao mesmo tempo em que sofre uma maior desaceleração na região superior do domínio computacional. Estes efeitos também justificam a falta de convergência do escoamento para as diferentes resoluções de malha adotadas na direção vertical. Isto significa que a metodologia adotada para a representação do obstáculo imerso deve ser melhor avaliada ao se realizar este tipo de análise. Ainda, a utilização de uma malha não-uniforme, onde é possível fazer um refinamento local próximo à parede, poderia contornar este tipo de problema relacionado à representação virtual do obstáculo imerso.

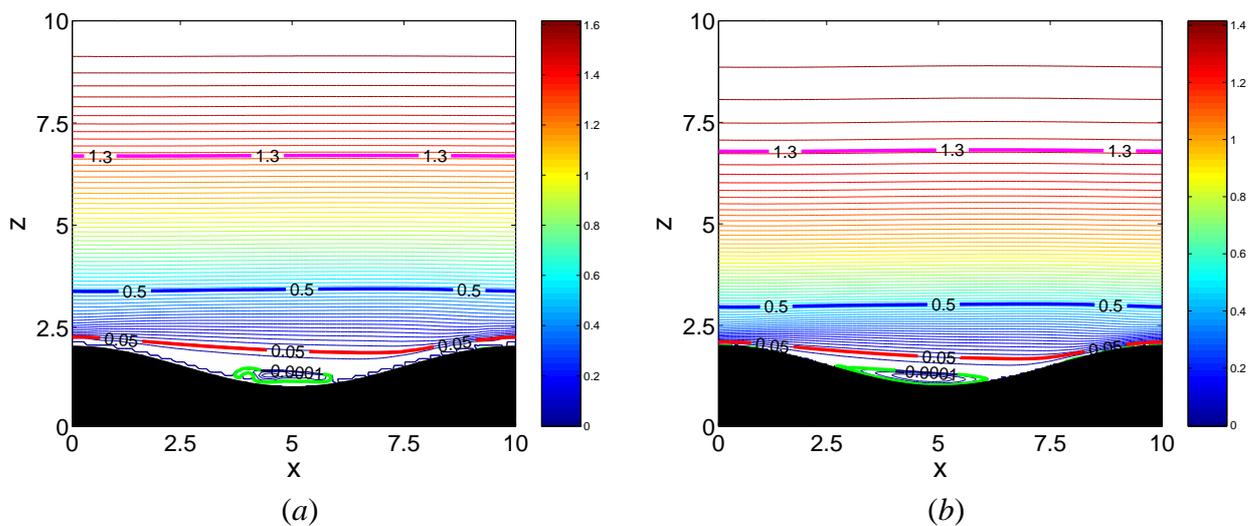


Figura 4.10: $Re = 100$, $t = 1,451$. Isolinhas de velocidade longitudinal. Malhas: (a) 120×121 ; (b) 120×601 .

O escoamento sobre a superfície ondulada sofre uma separação a jusante da crista da onda, criando uma região de recirculação de baixas velocidades. A Figura 4.10b apresenta as isolinhas de velocidade longitudinal para a simulação *XII*, com malha 120×601 , onde a região de recirculação é melhor visualizada em comparação com a da Figura 4.10a. A isolinha verde, correspondente a $u = -10^{-4}$, envolve valores da ordem de -10^{-3} . Os pontos de separação (x_s) e recolamento (x_r) do escoamento são, respectivamente, $x_s = 2,75$ e $x_r = 6,5$, o que corresponde a um comprimento de recirculação de, aproximadamente, $\Delta x_{rec} = 3,75$. O comprimento de recirculação foi estimado como sendo a distância do ponto onde o gradiente vertical de velocidade longitudinal torna-se negativo até o ponto onde o mesmo volta a ser positivo. Portanto, sua estimativa pode estar condicionada à resolução longitudinal da malha, sendo mais precisa quanto maior for o número de pontos da malha.

4.6 Efeitos do confinamento

A análise do efeito do confinamento sobre o campo de escoamento foi feita utilizando três alturas diferentes para o domínio de cálculo: $L_z = 7,5, 10$ e $12,5$. A condição inicial adotada foi um perfil uniforme de velocidade longitudinal, mantendo $u(x, z) = U_m$ e um fluxo de volume proporcional a cada altura. Esta condição inicial permite um melhor controle do campo de escoamento médio, em comparação ao perfil parabólico, embora seja necessário um tempo de cálculo maior para que o escoamento atinja um estado estatisticamente estacionário. As simulações realizadas estão numeradas de *XVI* a *XVIII*. A resolução da malha é a mesma para os três casos e foi adotada buscando reduzir o custo computacional.

Na Figura 4.11 estão apresentados os perfis verticais de velocidade longitudinal ao longo da superfície ondulada e as isolinhas de vorticidade ω_y para as diferentes alturas de domínio adotadas. As simulações foram realizadas até um tempo $t = 2286$, no qual o escoamento apresentou um comportamento estacionário. A Figura 4.11a mostra que uma diminuição na altura do domínio provoca uma aceleração no campo de escoamento, sendo mais significativa na região central do canal. Ainda, quanto menor é a altura, maior é a vorticidade sobre a superfície, principalmente sobre a crista, como mostram as Figuras 4.11b, c e d.

Após o ponto de recolamento da região de recirculação, a jusante do vale da onda, forma-se uma fina camada limite acelerada, devido à redução da seção vertical, a qual desprende-se da crista gerando uma camada cisalhante. Como mostra a Figura 4.12, a altura do domínio afeta esta aceleração, a qual aumenta com a redução da altura. Conseqüentemente, a camada cisalhante também é afetada pelo confinamento, ou seja, esta será mais intensa quanto mais acelerado for o escoamento sobre a crista.

O confinamento também afeta a região de recirculação, aumentando-a com o aumento da altura do domínio. Esse comportamento pode ser observado na Figura 4.13, a qual mostra as isolinhas de velocidade longitudinal para as três alturas de domínio simuladas, destacando a região de recirculação. Observa-se que, para a malha utilizada nestas simulações, os compri-

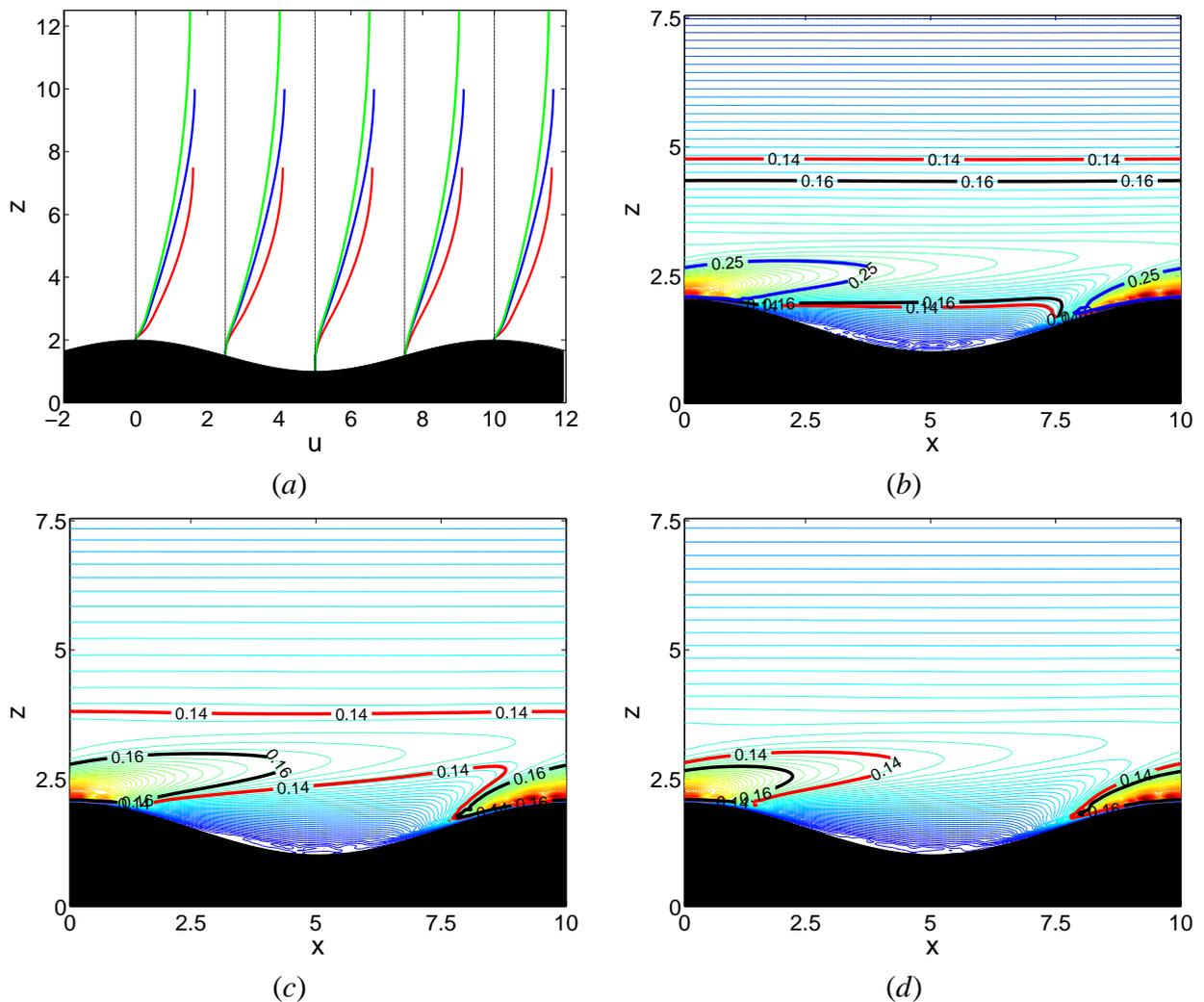


Figura 4.11: $Re = 100$, $t = 2286$. Simulações com diferentes alturas de domínio. (a) perfis verticais de velocidade longitudinal em $x = (0, 2,5, 5, 7,5, 10)$, $L_z = 7,5$ (vermelho), $L_z = 10$ (azul), $L_z = 12,5$ (verde). Isolinhas de vorticidade ω_y : (b) para $L_z = 7,5$; (c) para $L_z = 10$; (d) para $L_z = 12,5$.

mentos de recirculação foram $\Delta x_{rec} = 3,4, 2,42$ e $2,06$ para as alturas $L_z = 7,5, 10$ e $12,5$, respectivamente.

Com relação à norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade, verificou-se que o confinamento não produziu nenhum efeito sobre seus valores nem sobre o tempo de resposta do método de fronteiras virtuais na realimentação da condição de não-deslizamento.

A partir destes resultados, pode-se observar que a simulação desse tipo de escoamento, com a metodologia empregada e com as condições de contorno adotada na direção vertical, é limitada a grandes alturas de domínio, de forma que o efeito do confinamento possa ser evitado. Conseqüentemente, quanto maior a altura do domínio, maior o número de pontos da malha e

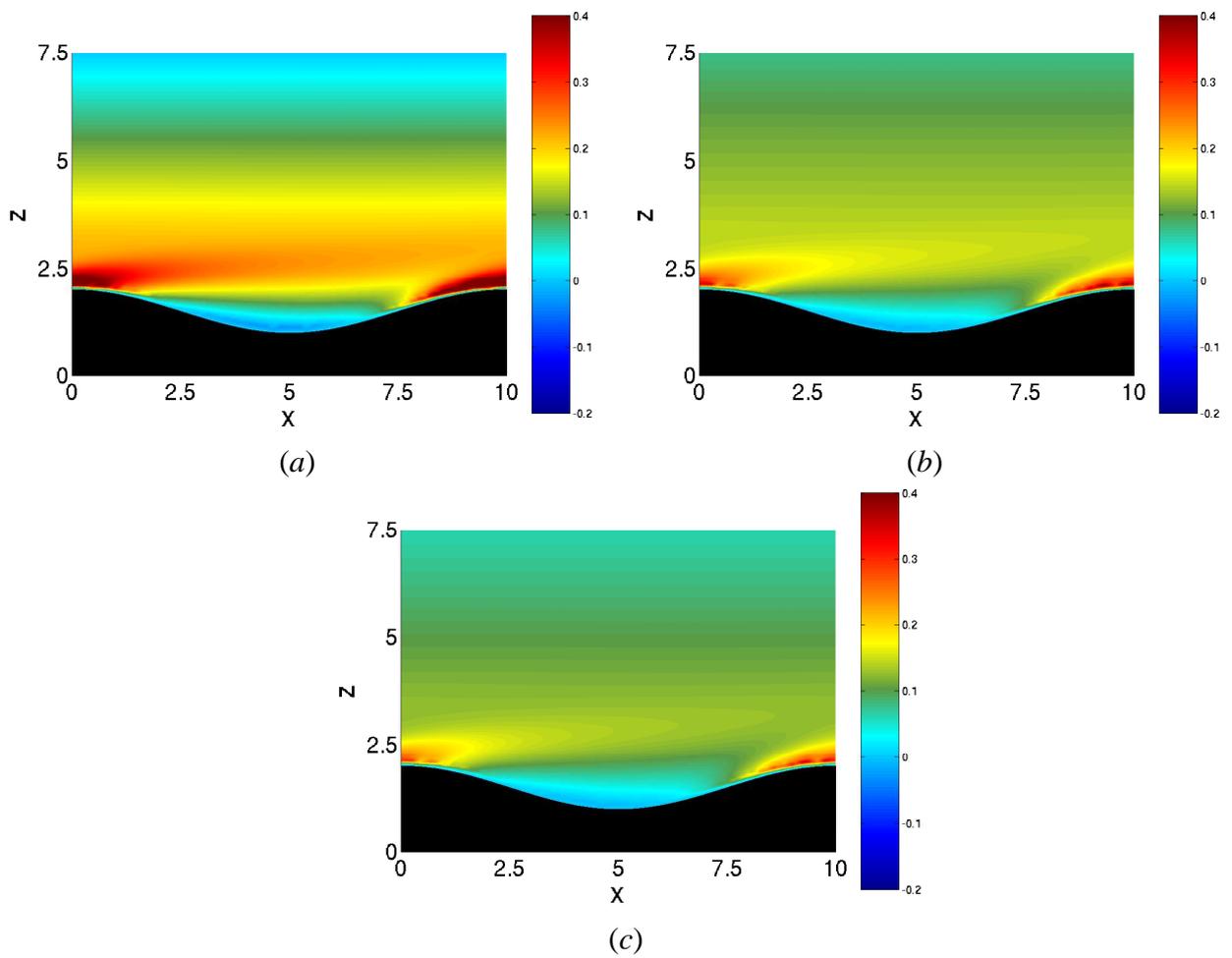


Figura 4.12: $Re = 100$, $t = 2286$. Campo de vorticidade ω_y para diferentes alturas de domínio: (a) $L_z = 7,5$; (b) $L_z = 10$; (c) $L_z = 12,5$.

maior ainda o custo computacional, limitando extremamente o número de Reynolds utilizado.

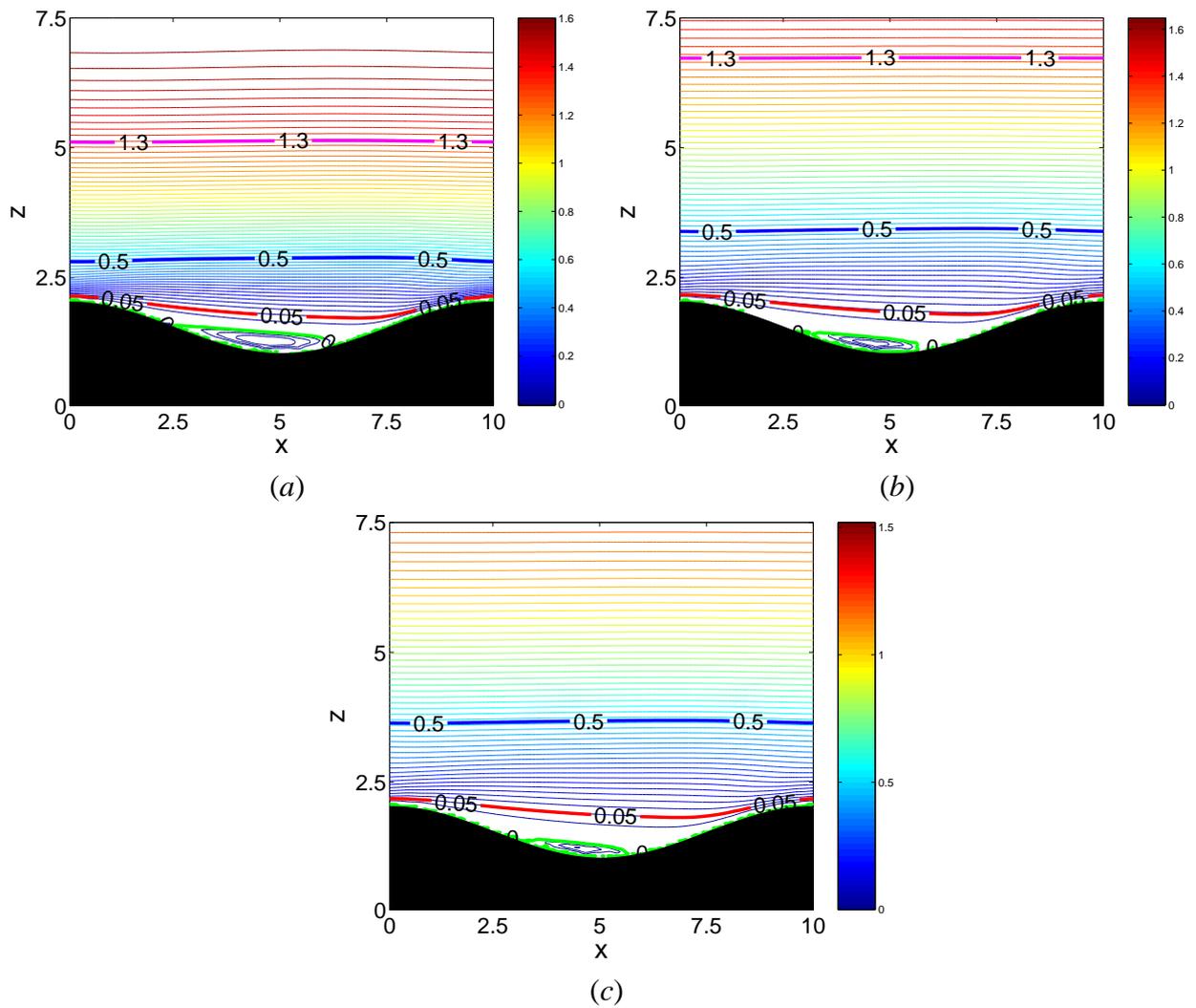


Figura 4.13: $Re = 100$, $t = 2286$. Isolinhas de velocidade longitudinal para diferentes alturas de domínio: (a) $L_z = 7,5$; (b) $L_z = 10$; (c) $L_z = 12,5$.

Capítulo 5

Escoamento Turbulento em um Canal Mínimo de Placas Planas

No capítulo anterior, verificou-se a necessidade de uma malha bastante refinada, mesmo para o caso particular do escoamento laminar bidimensional. Esta exigência, muito associada ao tamanho do domínio computacional empregado, bem como às condições de contorno e às configurações do escoamento, mostrou-se muito “cara” computacionalmente. Buscando reduzir os custos computacionais na simulação de um escoamento turbulento, que por natureza é tridimensional, em um canal com fundo ondulado, optou-se por uma outra forma de representar o problema físico, alterando então a sua configuração e condições de contorno. De fato, esta alteração não necessariamente invalida os testes realizados no referido capítulo, mantendo-se válida, principalmente, a forma de aplicação do campo de força pelo método de fronteiras virtuais.

Ao mesmo tempo, preferiu-se iniciar o estudo considerando um caso de escoamento mais simplificado: o escoamento turbulento em um canal de placas planas paralelas. Assim, neste capítulo foi realizada uma DNS para simular este tipo de escoamento, mas considerando o chamado “canal mínimo”, tridimensional, de placas planas, representadas utilizando o método de fronteiras virtuais (Goldstein *et al.*, 1993[14]). O conceito de canal mínimo foi proposto por Jiménez & Moin (1991)[23] e constitui em um modelo computacional pequeno, quando comparado o seu tamanho aos geralmente utilizados em simulações de escoamentos em canais planos, mas de dimensões suficientes para acomodar um conjunto mínimo de estruturas necessárias para manter uma camada limite turbulenta (ver sec. 2.10).

O objetivo deste capítulo é o de validar a metodologia empregada, comparando os resultados obtidos com o canal mínimo simulado neste trabalho, com os resultados numéricos de trabalhos anteriores, os quais são referências e estão bem consolidados, tendo sido comparados com dados experimentais. Além disso, a DNS do canal plano permitirá a geração de um campo de escoamento turbulento útil para a inicialização da DNS do escoamento no canal de fundo ondulado.

5.1 Caracterização do Domínio de Cálculo

O domínio de cálculo está discretizado sobre uma malha Cartesiana uniformemente espaçada em cada direção. Cada espaçamento é representado por Δx , Δy e Δz , onde x , y e z correspondem às direções longitudinal, transversal e vertical, respectivamente. A Figura 5.1 esquematiza o canal simulado onde a região de espessura C é uma região externa, imposta apenas pela necessidade de garantir a condição de contorno adotada na direção vertical e, portanto, não é uma região de interesse.

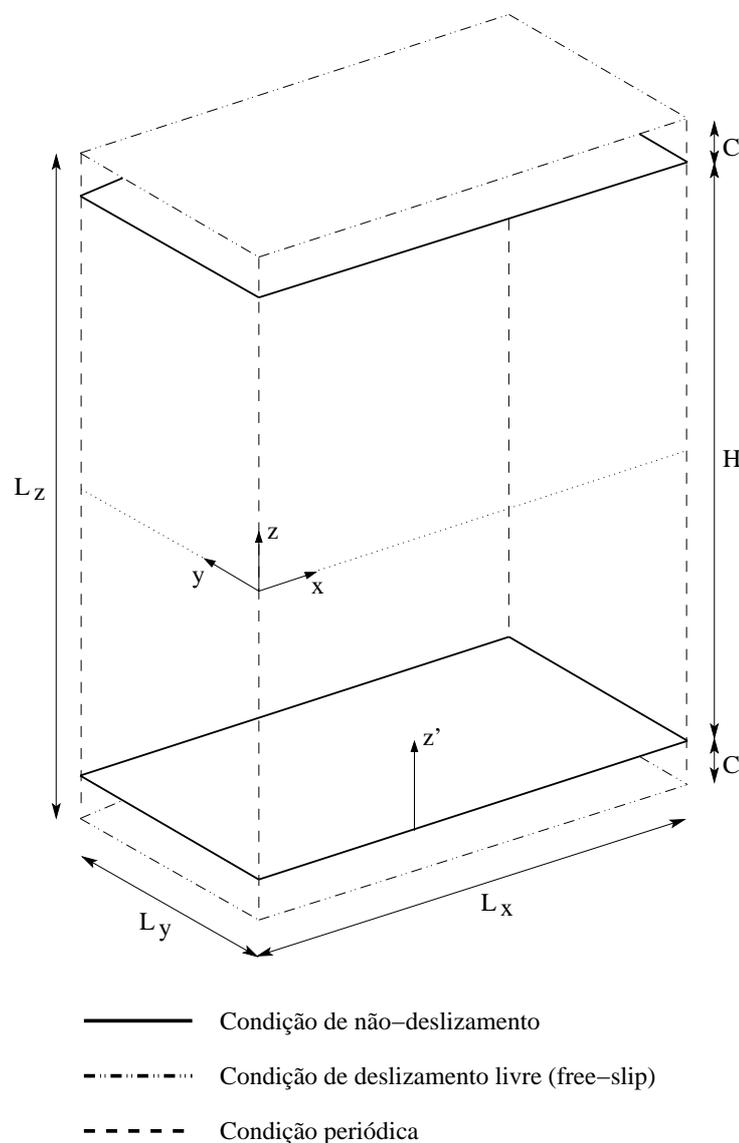


Figura 5.1: Canal mínimo tridimensional de placas planas.

O canal simulado é composto por duas placas planas virtuais, separadas por uma distância $H = 2h$, que corresponde a sua altura total. Já a altura total do domínio computacional é

$L_z = 2,25h$, significando que $C = 0,125h$.

Em um canal turbulento completamente desenvolvido, o escoamento é homogêneo nas direções longitudinal e transversal e, por este motivo, foi adotada a condição de contorno periódica nessas direções. Na direção vertical foi adotada a condição de deslizamento livre, enquanto que a condição de não-deslizamento foi aplicada sobre as placas planas.

Os comprimentos longitudinal e transversal do domínio de cálculo adotado são iguais a $L_x = 0,6\pi h$ e $L_y = 0,18\pi h$, respectivamente. Estes valores foram baseados nas simulações realizadas por Jiménez & Moin (1991) [23], que utilizaram tais dimensões em uma DNS de escoamento turbulento em um canal mínimo com número de Reynolds $Re_c = 5000$. Jiménez & Moin (1991)[23] verificaram que essas dimensões do domínio de cálculo não são grandes o suficiente para que as correlações entre dois pontos, das componentes de velocidade, sejam insignificantes (tendendo a zero) para distâncias de separação superiores à metade do comprimento, ou largura, do domínio de cálculo. Desta forma, o campo de escoamento não consiste apenas das estruturas dentro do domínio computacional, mas de um arranjo periódico, infinito, de estruturas relativamente coerentes no espaço.

A Figura 5.2 apresenta as correlações espaciais entre dois pontos das componentes de velocidade, em diferentes posições na direção vertical. As correlações foram obtidas para distâncias de separação ao longo das direções longitudinal e transversal. O período de tempo utilizado para o cálculo das correlações foi $T \approx 1100$.

Para distâncias de separação ao longo da direção longitudinal, x , a Figura 5.2a mostra que, próximo às paredes, as componentes vertical $R_{w'w'}$ e transversal $R_{v'v'}$ aparentam apresentar valores tendendo a zero para as maiores separações, embora esta tendência seja mantida apenas pela componente transversal, no centro do canal $z = 0$. Por outro lado, ao longo de toda a altura do canal, a correlação $R_{u'u'}$ não mostrou uma tendência a zero, apresentando sempre valores significativos para qualquer separação ao longo de x .

A Figura 5.2b apresenta as correlações para espaçamentos ao longo da direção transversal, y . Nela observa-se que todas as componentes da velocidade ainda apresentam correlações significativas, principalmente no centro do canal. A presença de fortes correlações no centro do canal, de certa forma, é de se esperar quando se utiliza um canal com as dimensões mínimas sugeridas por Jiménez & Moin (1991)[23], pois esta região corresponde à região externa do escoamento, onde as estruturas dominantes são as das grandes escalas e, conseqüentemente, necessitariam de domínios maiores para serem capturadas completamente. Daí a idéia de um arranjo periódico, infinito, de estruturas.

Desta forma, embora o domínio utilizado na direção longitudinal seja suficiente para que as componentes vertical e transversal da velocidade apresentem correlações tendendo a zero para as maiores separações, globalmente, as correlações apresentadas na Figura 5.2 indicam que as dimensões adotadas para o domínio de cálculo, principalmente na direção transversal, não são grandes o suficiente para que o escoamento apresente um grau de liberdade tal que evite a influência das condições de contorno periódicas. Porém, consideraremos válidas as avaliações

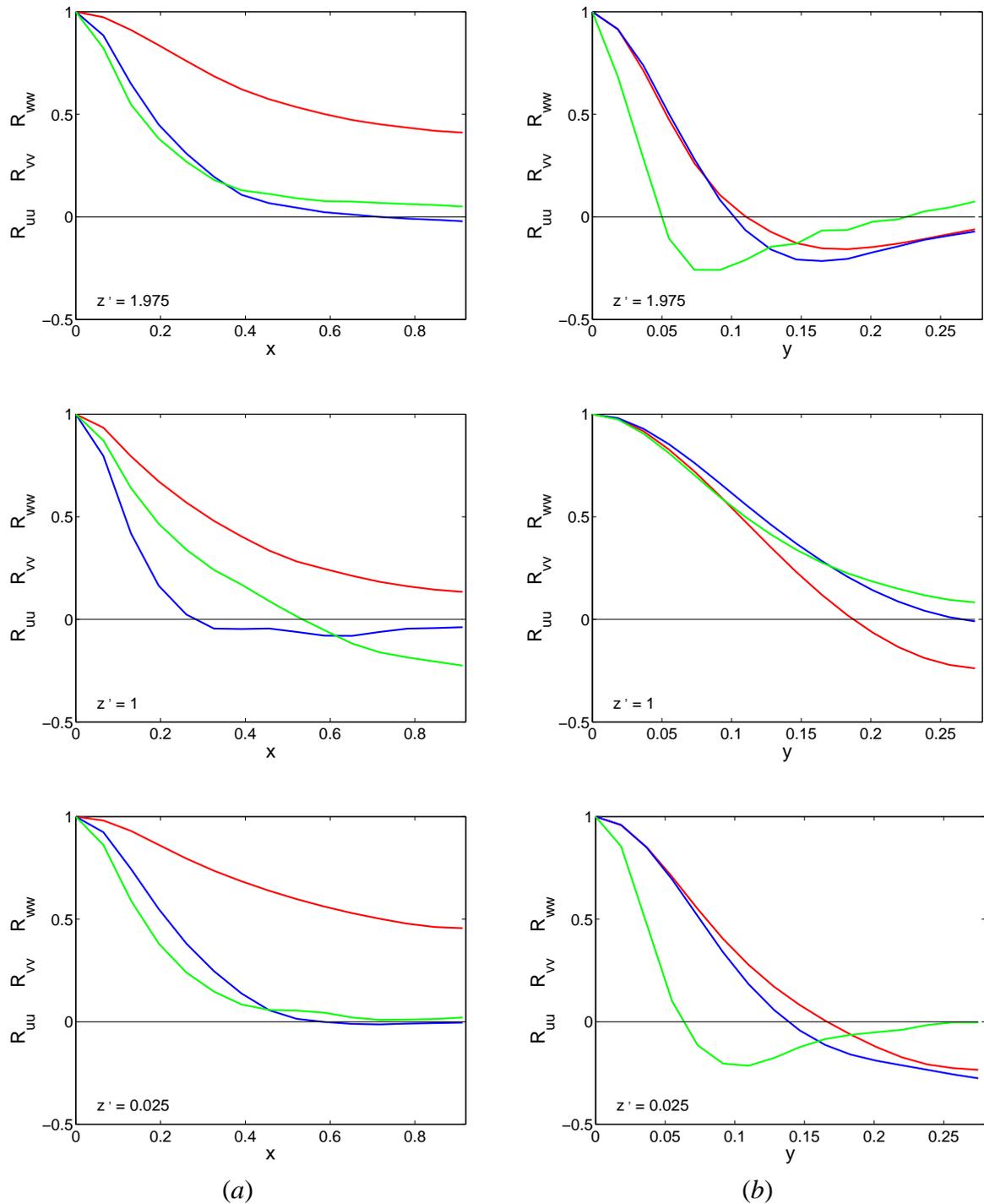


Figura 5.2: Correlação espacial entre dois pontos, das componentes de velocidade, para diferentes distâncias de separação ao longo das direções longitudinal, (a), e transversal, (b). $R_{u'u'}$, vermelho; $R_{v'v'}$, azul; $R_{w'w'}$, verde. O tempo utilizado para o cálculo das correlações foi $T \approx 1100$. Em ambos os casos, está apresentado apenas a metade do domínio em cada direção.

realizadas por Jiménez & Moin (1991) [23], e a condição de que estas pequenas dimensões são, pelo menos, suficientes para manter um escoamento turbulento, mesmo não podendo capturar e representar com muita precisão as estruturas de grandes escalas da região externa.

5.2 Condições Iniciais

Como condição inicial foi adotado um perfil parabólico laminar de velocidade longitudinal, dado pela expressão:

$$u(z) = u_{m\acute{a}x} \left[1 - \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right], \quad (5.1)$$

onde $u_{m\acute{a}x}$ é a velocidade máxima no centro do canal. Uma vez que queremos examinar apenas o estado de turbulência, faz-se desnecessário simular uma transição completa, a qual é muito cara em termos de tempo de cálculo. Além disso, no caso de um escoamento em canal, a etapa final da transição é mais exigente em termos de resolução da malha do que a própria turbulência (Lamballais *et al.*, 1998[36]). Desta forma, sobreposto ao perfil de base, acrescentamos um ruído branco, $O(7\%u_{m\acute{a}x})$, nas três direções do escoamento, buscando acelerar a etapa da transição.

As variáveis das equações governantes 2.2 e 3.1 são adimensionalizadas pela velocidade de referência U_c , Equação 3.35, e pela metade da altura do canal h . Uma vez que é mantido um fluxo de volume de fluido constante, Q , o número de Reynolds mais conveniente para caracterizar o escoamento é definido como (Jiménez & Moin, 1991[23]):

$$Re_c = \frac{3Q}{4\nu} = \frac{U_c h}{\nu}. \quad (5.2)$$

Sendo $U_c = 1$ e $h = 1$, o número de Reynolds se reduz a $Re_c = 1/\nu$. O tempo é adimensionalizado por h/U_c . Dependendo do número de Reynolds escolhido para a simulação, a condição inicial pode ser importante. Para baixos números de Reynolds, o escoamento de Poiseuille é estável a perturbações infinitesimais. Para iniciar as simulações com os números de Reynolds escolhidos, Jiménez & Moin (1991)[23] utilizaram o campo final de uma simulação com um número de Reynolds razoavelmente grande, igual a $Re_c = 7000$. Desta forma, este é o número de Reynolds adotado na simulação apresentada aqui.

O número CFL , utilizado no código INCOMPACT3D como sendo o limite de estabilidade do esquema de Runge-Kutta para o avanço temporal, foi mantido em aproximadamente 0,435. Neste limite, o passo de tempo da simulação foi de $\Delta t = 2,18 \cdot 10^{-3}$.

A necessidade de observar apenas um regime de escoamento estatisticamente estacionário, implica em uma longa integração temporal. O tempo de cálculo adimensional total da simulação realizada foi de, aproximadamente, $t = 5875$, correspondendo a $2,7 \cdot 10^6$ passos de tempo. Cada passo de tempo necessitou de aproximadamente 3s, em um ATHLON AMD 64bit 3200 com 4Gb de memória, totalizando 95 dias de CPU de simulação.

5.3 Resolução da Malha

A utilização de uma malha cartesiana uniformemente espaçada é uma limitação do código utilizado, para a simulação do canal plano, em termos de necessidade de resolução espacial. O número de pontos da malha necessário na direção vertical é muito maior do que o necessário em códigos que adotam malhas não uniformes nesta direção (Kim *et al.*, 1987[30], Jiménez & Moin, 1991[23], Lamballais *et al.*, 1998[36]), possibilitando a utilização de um reduzido número de pontos da malha, mas permitindo um maior refinamento nas proximidades da parede, onde os efeitos viscosos dominam e há necessidade de uma fina resolução para resolver os intensos gradientes de velocidade existentes.

Inicialmente foi adotada uma malha com $(30 \times 16 \times 451)$ pontos nas direções x , y e z , respectivamente. Após verificar um comportamento estatisticamente estacionário da tensão de cisalhamento nas paredes, $t \approx 3900$, o número de pontos da malha na direção transversal foi duplicado $(30 \times 32 \times 451)$, e o escoamento deixado se ajustar à nova resolução até o tempo total da simulação. Especialmente para as direções longitudinal e transversal, a resolução adotada é comparável com a utilizada por Kim *et al.* (1987)[30] e por Jiménez & Moin (1991)[23].

Devido ao elevado custo computacional necessário para esta simulação, a resolução vertical foi escolhida de forma a obtermos ao menos 5 pontos da malha dentro da sub-camada viscosa ($y^+ \leq 5$), o que acreditou-se ser suficiente para uma boa representação desta camada, e garantir uma camada limite turbulenta. Ainda, esta resolução é comparável com a utilizada por Lamballais *et al.* (1998)[36].

Para verificar a adequação da resolução da malha adotada, geralmente observa-se o comportamento do espectro de energia em função do número de onda nas direções homogêneas, o qual mostra a energia em cada escala. O espectro é obtido a partir da transformada de Fourier das componentes de velocidade

$$\hat{u}_i(k_j, t) = \int_0^{L_j} u_i(x_j, t) e^{-ik_j x_j} dx_j, \quad (5.3)$$

sendo u_i a componente da velocidade na direção $i = 1, 2, 3$ (x, y, z), L_j e k_j o comprimento do domínio e o número de onda na direção $j = 1, 2$ (x, y), respectivamente, e \hat{u}_i são os coeficientes de Fourier da componente i da velocidade. Os números de onda k_j estão associados aos comprimentos de ondas dados por $\lambda_j = L_j/k_j$.

A partir da transformada de Fourier (Eq. 5.3) pode-se definir a distribuição, ao longo de cada uma das direções j , de energia do espectro para cada número de onda k_j da forma:

$$\begin{aligned} E\hat{u}_i(k_x, t) &= \frac{1}{L_y} \int_0^{L_y} \hat{u}_i(k_x, t) \cdot \overline{\hat{u}_i(k_x, t)} dy, \\ E\hat{u}_i(k_y, t) &= \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} \hat{u}_i(k_y, t) \cdot \overline{\hat{u}_i(k_y, t)} dx. \end{aligned} \quad (5.4)$$

A Figura 5.3 apresenta os espectros médios de energia das componentes longitudinal e transversal da flutuação de velocidade, obtidos em três posições diferentes na vertical: uma próxima à parede inferior, $z' = 0,025h$; outra no centro do canal, $z' = h$; e a terceira próxima a placa superior, $z' = 1,975h$. k_x e k_y são os números de onda nas direções longitudinal e transversal, respectivamente. O período utilizado para o cálculo da média dos espectros foi $T \approx 1100$.

Os espectros mostram que, para a simulação realizada, a região com uma taxa de decaimento $k^{-5/3}$ é pequena, o que é esperado devido ao baixo número de Reynolds da simulação. Para altos números de onda, a taxa de decaimento do espectro aumenta com o número de onda. Os espectros obtidos ao longo da direção longitudinal k_x (Fig. 5.3a), apresentam um rápido e acentuado decaimento para os maiores comprimentos de onda, indicando uma boa resolução da malha nesta direção, principalmente no centro do canal.

Por outro lado, os espectros obtidos ao longo da direção transversal k_y (Fig. 5.3b) apresentam decaimentos menos acentuados, comparados aos observados nos espectros na direção longitudinal. Além disso, embora a resolução da malha utilizada nesta direção seja mais refinada do que a adotada nos trabalhos de referência, utilizados para a comparação dos resultados obtidos (ver Tab. 5.1), a metodologia numérica empregada no presente trabalho não foi capaz de impedir um acúmulo de energia para os altos números de onda, o que significa uma resolução de malha insuficiente para capturar as menores estruturas do escoamento nesta direção, para o número de Reynolds considerado. Porém, este acúmulo de energia pode estar associado ao erro de dobramento (*aliasing*) gerado pelo cálculo dos termos não-lineares das equações de Navier-Stokes, o qual não foi observado nos espectros na direção longitudinal, mesmo sendo, nesta direção, utilizada uma malha menos refinada do que nos demais trabalhos. Comportamento oposto foi encontrado, por exemplo, por Jiménez & Moin (1991)[23], os quais encontraram o *dialiasing* apenas para a direção longitudinal.

Chang *et al.* (1994)[9] *apud* Peter (1998)[62] mostraram que os erros de dobramento afetam significativamente as altas frequências, e os componentes do número de onda dos espectros de energia. Geralmente, adota-se a regra do desdobramento a $2/3^*$ para eliminar os erros de dobramento no cálculo dos produtos não-lineares. Isto significa realizar toda a simulação com uma malha contendo $3n_x/2$ e $3n_y/2$ pontos em cada uma das direções horizontais (Peter, 1998[62]). Este procedimento não foi utilizado no presente trabalho, porém os decaimentos dos espectros de energia apresentados na Figura 5.3 podem ser considerados aceitáveis.

5.4 Representação das Placas Planas Virtuais

Para o caso de uma simulação de canal plano, é sempre possível fazer coincidir os pontos da malha com os pontos da fronteira sólida. Desta forma, no método de fronteiras virtuais adotado, não é necessária a utilização da distribuição Gaussiana ε_s , dada pela Equação 3.33. Basta aplicar

*tradução direta do inglês “*2/3 dealiasing rule*”

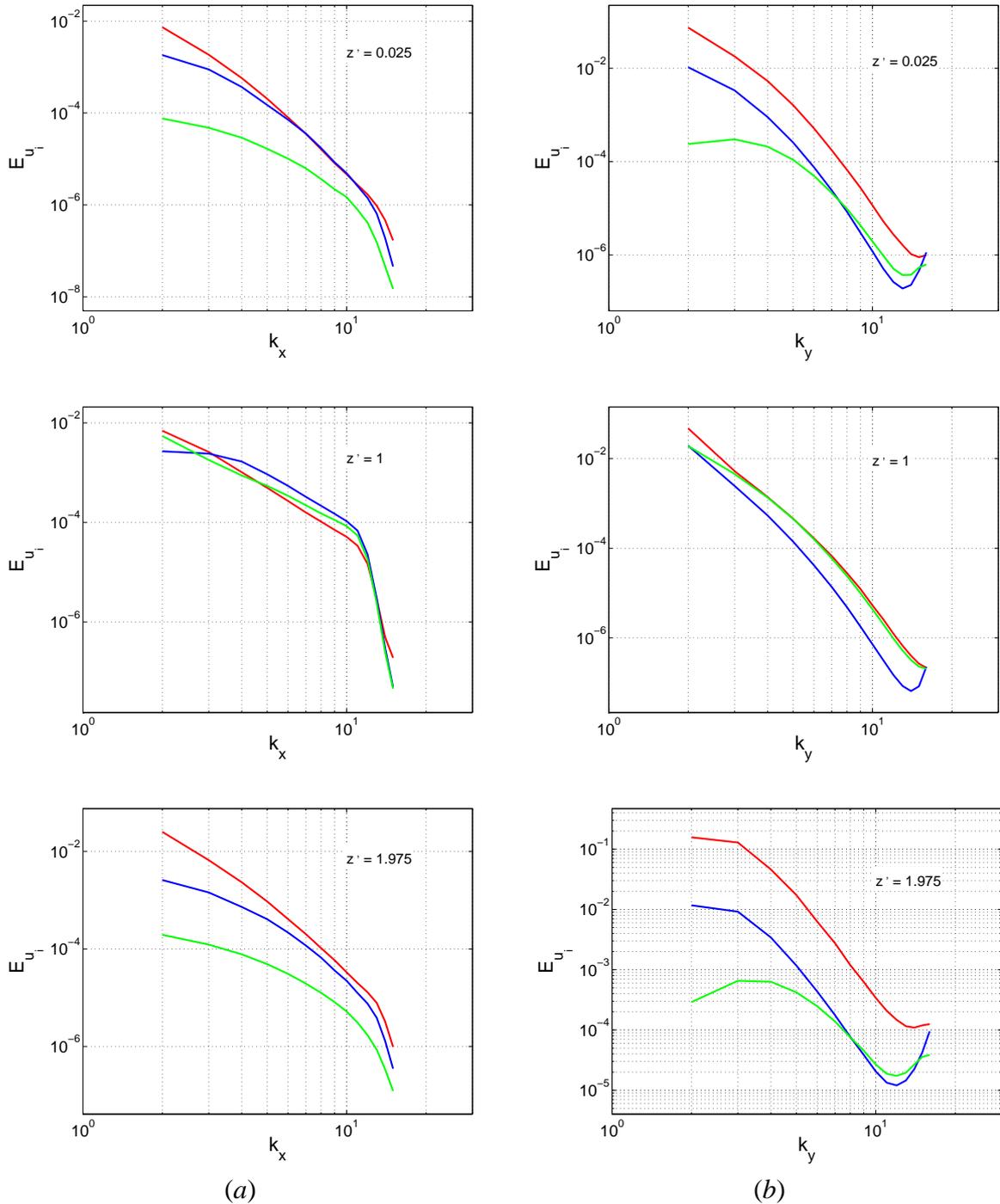


Figura 5.3: Espectros de energia das velocidades nas direções longitudinal, (a), e transversal, (b). E_{uu} , vermelho; E_{vv} , azul; E_{ww} , verde. O período utilizado para o cálculo da média dos espectros foi $T \approx 1100$.

o termo de força diretamente sobre os nós da malha onde se deseja impor a condição de não-deslizamento. Além disso, verificou-se que a utilização de uma “superfície fina”, SF, ou de uma “superfície sólida”, SS, definidas no capítulo anterior, não influenciou os resultados que serão apresentados. Portanto, apenas com a intenção de reforçar ainda mais a garantia da condição de contorno na direção vertical ($\frac{\partial u}{\partial z}(\pm 1) = 0$ e $w(\pm 1) = 0$), optou-se pela utilização de uma superfície sólida.

5.5 Estatísticas da Turbulência

Após o escoamento, simulado com a malha duplicada na direção transversal ($30 \times 32 \times 451$), ter apresentado um estado estatisticamente estacionário da tensão de cisalhamento nas paredes, a simulação foi conduzida por mais um período de aproximadamente $T \approx 1100$, o qual foi selecionado para computar a média temporal das estatísticas da turbulência. Esta amostra estatística foi ainda aumentada fazendo uma média nas direções homogêneas (planos horizontais). Assim, a menos que se fale o contrário, todos os perfis aqui apresentados foram obtidos considerando as médias no tempo e nas direções homogêneas.

Os resultados foram comparados com dados obtidos nas simulações numéricas de Kim *et al.* (1987) [30], Kim (1989)[28], Kasagi *et al.* (1990)[24], Jiménez & Moin (1991) [23], Kasagi *et al.* (1992)[25] e Lamballais *et al.* (1998) [36]. A Tabela 5.1 apresenta o resumo dos principais parâmetros adotados por cada um dos autores, além dos parâmetros da presente simulação, onde $Re_b = U_b 2h/\nu$, sendo U_b uma velocidade média definida por

$$U_b = \frac{1}{2h} \int_{-h}^{+h} U dz = \frac{2}{3} U_c, \quad (5.5)$$

e Re_m é o número de Reynolds baseado na velocidade média, U_m , no centro do canal.

Tabela 5.1: Resumo dos parâmetros dos trabalhos utilizados para validação dos resultados.

Ref.	Re_m	Re_c	Re_b	Domínio		Malha			Δx	Δy	Δz	
				L_x/h	L_y/h	n_x	n_y	n_z			min.	máx.
I	3250	-	5600	4π	2π	192	160	129	0,067	0,039	0,0003	0,0244
II	7890	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,0001	0,0164
III	-	-	4560	5π	2π	128	128	96	0,123	0,049	0,0005	0,0327
IV	-	5000	-	$0,6\pi$	$0,18\pi$	32	16	98	0,059	0,035	0,0005	0,0327
V	3245	-	-	12,8	6,4	128	128	128	0,100	0,050	0,0003	0,0244
VI	-	-	5000	4π	2π	128	128	129	0,098	0,049	0,0050	0,0255
VII	-	7000	9300	$0,6\pi$	$0,18\pi$	30	32	451	0,063	0,018	0,0050	0,0050

Ref.: I Kim *et al.* (1987)[30], II Kim (1989)[28], III Kasagi *et al.* (1990)[24], IV Jiménez & Moin (1991)[23], V Kasagi *et al.* (1992)[25], VI Lamballais *et al.* (1998)[36]; $L_z = 2h$; VII Presente; $L_z = 2,25h$.

5.5.1 Propriedades médias

O perfil de velocidade longitudinal média está apresentado na Figura 5.4. Observa-se uma assimetria no perfil, com um maior gradiente de velocidade ($\frac{\partial u}{\partial z}$) sobre a placa superior ($z = 1$), indicando que há maior vorticidade e, conseqüentemente, maior turbulência sobre esta parede. Provavelmente esta assimetria seja devida às pequenas dimensões do domínio de cálculo adotado. Comportamento semelhante foi observado por Jiménez & Moin (1991)[23] para $Re_c = 2000$; 3000 e 5000, embora obtendo apenas uma das paredes com escoamento turbulento, enquanto que o escoamento sobre a outra parede era praticamente laminar.

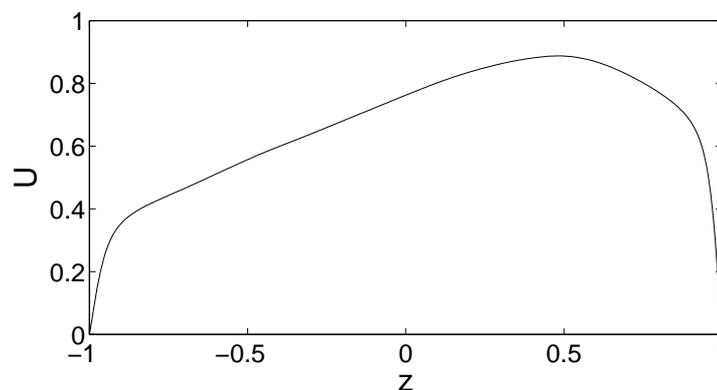


Figura 5.4: Perfil de velocidade longitudinal média.

A Figura 5.5 apresenta a distribuição temporal da norma- l_2 , da componente longitudinal da velocidade, sobre as placas. Observa-se a permanência de velocidades residuais sobre o obstáculo imerso, mas estas são consideradas pequenas o suficiente (da ordem da precisão numérica do computador) para representar uma condição de não-deslizamento.

A evolução temporal da tensão de cisalhamento sobre as placas inferior e superior está apresentada na Figura 5.6, a qual mostra, claramente, uma forte flutuação temporal. Poderia-se pensar que este comportamento estaria associado às flutuações observadas na norma- l_2 (Figura 5.5), sendo provocado, então, pelo método de fronteiras virtuais. Sendo isto verdade, significaria que o método de fronteiras virtuais estaria introduzindo perturbações espúrias no campo de escoamento, ao menos próximo às paredes. Porém, um comportamento semelhante para a tensão de cisalhamento também foi verificado nas simulações realizadas por Jiménez & Moin (1991)[23], que o associaram ao tamanho limitado do domínio computacional nas direções homogêneas (x, y), e a um erro numérico devido às condições de contorno periódicas.

Observando a Figura 5.5, nota-se que a média e a frequência de oscilação da tensão de cisalhamento na parede superior é maior que na parede inferior, embora ambas as paredes apresentem amplitudes de oscilações da mesma ordem de grandeza. Estas diferenças são compatíveis com o número de Reynolds local de cada parede, ou seja, $h^+ = 200$ na parede inferior e $h^+ = 328$ na parede superior, e concordam com a conclusão realizada por Jiménez & Moin

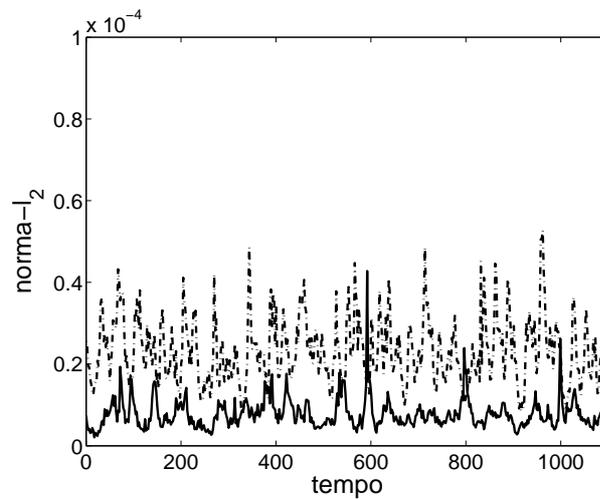


Figura 5.5: Distribuição temporal da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade sobre as placas inferior, linha sólida, e superior, linha tracejada.

(1991)[23], os quais observaram que a frequência aumenta com h^+ .

Segundo Jiménez & Moin (1991)[23], com a utilização de um grande domínio computacional a média espacial utilizada para o cálculo da tensão de cisalhamento na parede poderia envolver várias escalas, e as flutuações temporais poderiam ser significativamente reduzidas. Além disso, Toh & Itano (2005)[74] verificaram que a limitação no comprimento longitudinal do domínio de cálculo intensifica as interações entre as estruturas de grandes escalas e as estruturas próximas à parede, o que pode levar ao aumento destas flutuações.

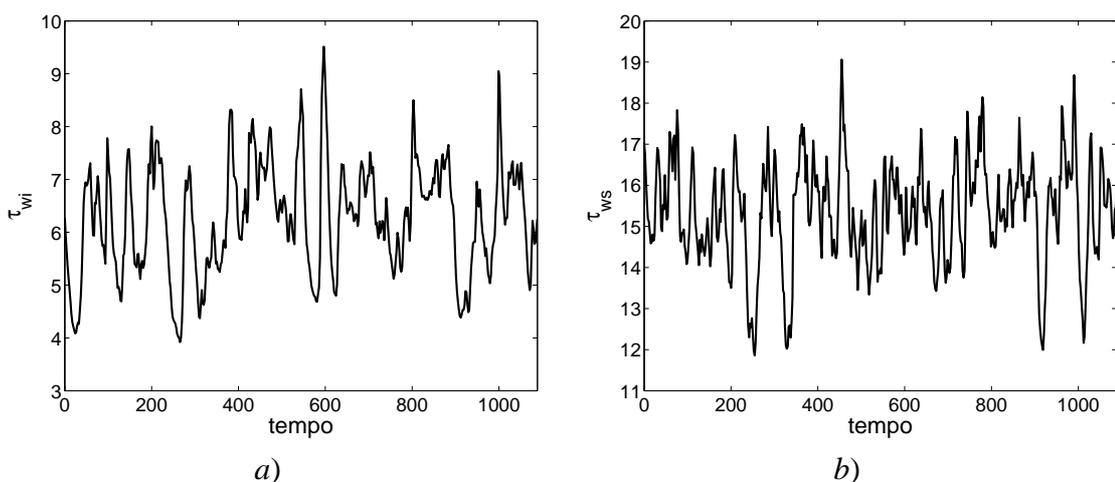


Figura 5.6: Evolução temporal da tensão de cisalhamento nas placas inferior, *a*), e superior, *b*).

Comparando os comportamentos da tensão de cisalhamento e da norma- l_2 ao longo do tempo, apresentados na Figura 5.7, observa-se uma certa correlação entre as suas flutuações, com uma tendência a um comportamento oscilatório em fase. Os coeficientes de correla-

ção, obtidos para as distribuições temporais da tensão de cisalhamento e da norma- l_2 , foram $|R_{\tau_w, l_2}|_{inf} = 0,56$ e $|R_{\tau_w, l_2}|_{sup} = 0,64$, nas paredes inferior e superior, respectivamente.

Na parede inferior, onde se verifica um menor gradiente vertical de velocidade longitudinal, os valores médios foram inferiores aos da parede superior. Assim, embora muito pequena, a flutuação da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade é reflexo do comportamento oscilatório da tensão de cisalhamento na parede. Isto significa que o método de fronteiras virtuais, utilizado para representar as placas, conseguiu captar as rápidas modificações do escoamento próximo às paredes e garantir a condição de não-deslizamento no canal mínimo simulado, não induzindo perturbações aparentes ao escoamento.

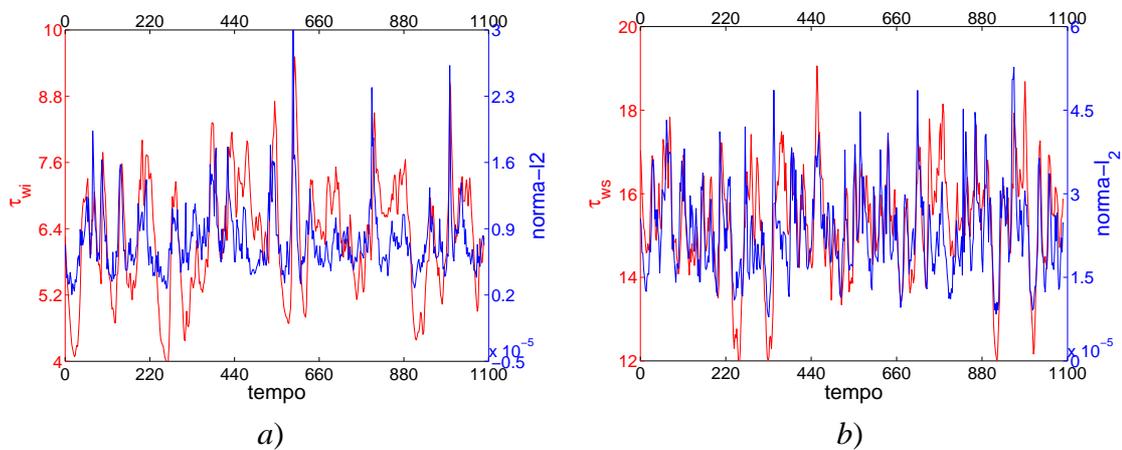


Figura 5.7: Comparação entre a evolução temporal da tensão de cisalhamento (*vermelho*) e da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade (*azul*) sobre as placas inferior, *a*), e superior, *b*).

Jiménez & Moin (1991)[23] verificaram que o coeficiente de correlação entre as séries temporais da tensão de cisalhamento nas duas paredes de um canal, τ_{wi} e τ_{ws} , é sempre menor que $|R_{\tau_{wi}, \tau_{ws}}| \leq 0,15$ quando o escoamento em ambas as paredes são turbulentos, indicando que os ciclos de intermitências atuam independentemente em cada uma das paredes. Por outro lado, quando apenas o escoamento em uma das paredes é turbulento, a correlação é maior $|R_{\tau_{wi}, \tau_{ws}}| \geq 0,8$, indicando que a intermitência no escoamento calmo é uma resposta aos movimentos ativos no escoamento turbulento da outra parede. No presente trabalho, as paredes aparentam escoamentos turbulentos, embora com intensidades diferentes. O coeficiente de correlação entre os históricos da tensão de cisalhamento apresentados na Figura 5.6 é igual a $|R_{\tau_{wi}, \tau_{ws}}| \approx 0,1$, indicando então que os escoamentos próximos às paredes são turbulentos e apresentam comportamentos independentes.

Desta forma, devido ao comportamento diferenciado e, aparentemente, independente do escoamento nas paredes do canal simulado neste trabalho, cada uma das paredes será tratada individualmente. Para cada parede será então definida uma velocidade de atrito u_τ , e um comprimento de escala δ_τ locais, e as velocidades e comprimentos são referidos a essas unidades de

parede. Assim, todas as quantidades com índice (+) devem ser entendidas como expressas em unidades de parede, a menos que seja dito o contrário.

A Tabela 5.2 apresenta os principais parâmetros, em unidades de parede, da simulação realizada aqui e das simulações de referência utilizadas para a comparação dos resultados. Nestas unidades, verifica-se que para a parede inferior, a resolução da malha é muito boa, comparada com os parâmetros das demais simulações apresentadas. Já para a parede superior, o espaçamento da malha na vertical corresponde ao dobro do adotado por Lamballais *et al.* (1998) [36], que antes apresentava uma mesma resolução em unidades globais. Entretanto, veremos adiante que a parede superior foi a que apresentou melhores resultados.

Tabela 5.2: Resumo dos parâmetros dos trabalhos utilizados para validação dos resultados, em unidades de parede.

Ref.	Re_τ	Domínio		Malha			Δx^+	Δy^+	Δz^+	
		L_x^+	L_y^+	n_x	n_y	n_z			min.	máx.
I	180	2262	1131	192	160	129	12	7	0,05	4,4
II	395	-	-	-	-	-	-	-	0,05	6,4
III	150	2356	942	128	128	96	18	7	0,08	4,9
IV	186	351	105	32	16	98	11	7	0,1	6,1
V	180	2304	1152	128	128	128	18	9	0,05	4,4
VI	162	2036	1018	128	128	129	16	8	0,8	4,1
VIIa	200	377	113	30	32	451	13	4	1	1
VIIb	328	618	185	30	32	451	21	6	1,6	1,6

Ref.: I Kim *et al.* (1987)[30], II Kim (1989)[28], III Kasagi *et al.* (1990)[24],
 IV Jiménez & Moin (1991)[23], V Kasagi *et al.* (1992)[25],
 VI Lamballais *et al.* (1998)[36]; $L_z = 2h$;
 VIIa Presente, parede inferior, VIIb Presente, parede superior; $L_z = 2,25h$.

O perfil de velocidade longitudinal média, adimensionalizado pela velocidade de atrito local na parede e plotado contra a lei da parede $U^+ = z^+$, que define a camada viscosa, e $U^+ = 2,5 \log(z^+) + B$, a região logarítmica, é apresentado na Figura 5.8. Em ambas as paredes, verifica-se um bom ajuste com a lei linear da parede na região interna $z^+ < 30$. Dentro da sub-camada viscosa ($z^+ \leq 5$) o ajuste sugere que a resolução vertical da malha é adequada para representar os intensos gradientes de velocidade nesta região.

Para a parede inferior, a Figura 5.8a mostra que existe apenas um pequeno ajuste ($30 < z^+ < 50$) do perfil de velocidade longitudinal média com a região logarítmica, seguido por uma região de esteira para ($z^+ > 50$), a qual não é característica do escoamento turbulento em canais. Aparentemente, este comportamento é devido ao relativamente baixo número de Reynolds, e/ou ao pequeno domínio computacional da simulação, principalmente na direção transversal, o qual não é suficiente para acomodar algumas das estruturas de grandes escalas presentes na região externa. Porém, na parede superior o perfil de velocidade média (Fig. 5.8b) indica um excelente ajuste com a lei logarítmica padrão para escoamentos turbulentos em canais, tanto na região interna como na região externa do escoamento. A região logarítmica para a parede superior

extende-se até $z^+ \approx 160$, sem nenhuma evidência de uma região de esteira. Estes resultados também indicam que a amostra obtida para o cálculo das médias é satisfatória.

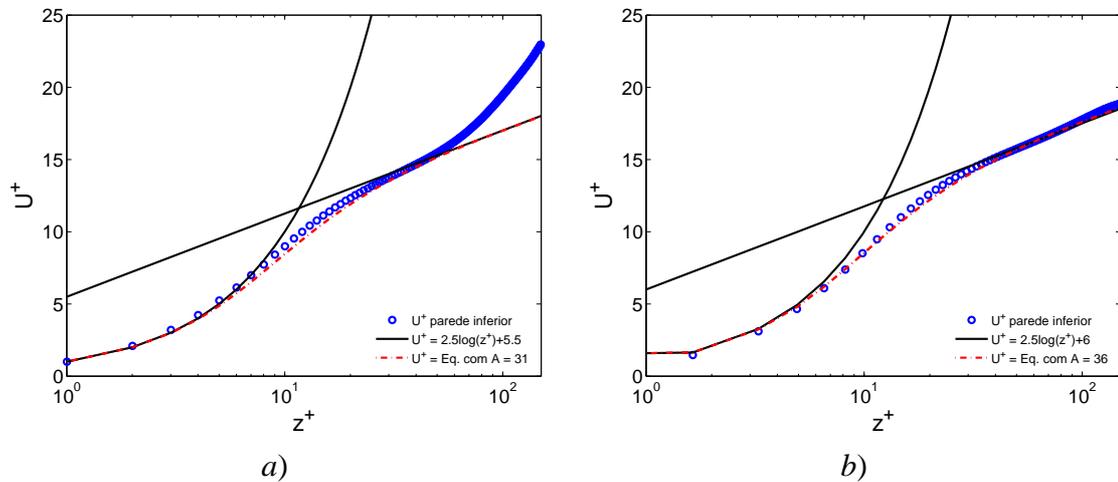


Figura 5.8: Perfis de velocidade longitudinal média. Placas inferior, *a)* e superior, *b)*.

Segundo Antonia *et al.* (1992)[3]), para baixos números de Reynolds, o melhor ajuste da constante de von Kármán permanece ($\kappa \approx 0,40$), mas a constante de comprimento de amortecimento de van Driest, A^+ , que essencialmente determina a constante aditiva, B , da lei logarítmica, aumenta quando h^+ diminui. Para obter um ajuste razoável dos seus resultados, Antonia *et al.* (1992)[3] adotaram $A^+ = 28$ ($h^+ = 390$) e $A^+ = 33$ ($h^+ = 180$). Estes valores são maiores do que o valor $A^+ = 26$, geralmente utilizado para o caso de um escoamento em canal de placas planas (White, 1991[83]). Porém, um comportamento oposto, onde a constante A^+ foi maior para o maior valor local de h^+ , medido na parede superior, foi verificado nos resultados da simulação apresentados na Figura 5.8. Observe que o razoável ajuste obtido na parede inferior, a qual apresenta um número de Reynolds local $h^+ = 200$, foi alcançado utilizando $A^+ = 31$, o que corresponde a $B = 5,5$. Este último valor também foi utilizado por Kim *et al.* (1987)[30], mas difere do valor $B = 5,0$ utilizado, por exemplo, por Moin & Kim (1982)[48] e por Jiménez & Moin (1991)[23]. Na parede superior, caracterizada por $h^+ \approx 328$, foi necessário utilizar os valores $A^+ = 36$ e $B = 6,0$ para o ajuste do perfil.

A Figura 5.9 apresenta os perfis de velocidade longitudinal média, adimensionalizada pela velocidade de atrito, obtidos no presente trabalho, comparando-os com os perfis obtidos por outros autores (ver Tabela 5.2). Verifica-se um excelente ajuste dos resultados na região interna do escoamento, mas uma ligeira divergência na região logarítmica. A pequena variação entre os resultados na região logarítmica pode estar associada aos diferentes números de Reynolds adotados para cada simulação e, no caso particular da simulação realizada neste trabalho e no trabalho de Jiménez & Moin (1991) [23], ela também sofre a influência do pequeno domínio computacional utilizado, insuficiente para englobar as grandes escalas da região externa do escoamento.

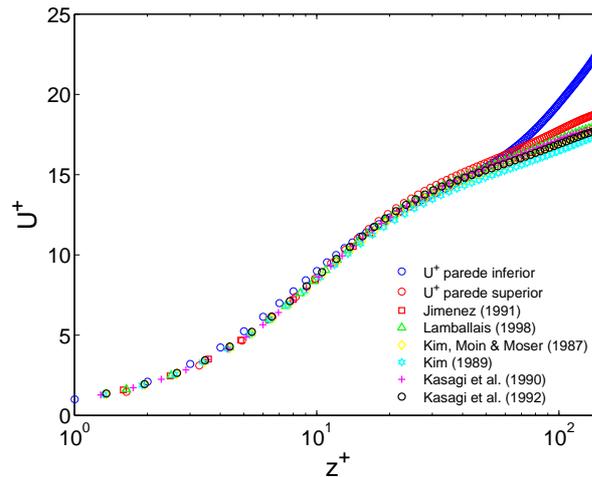


Figura 5.9: Comparação entre os perfis de velocidade longitudinal média.

5.5.2 Intensidades da Turbulência

As intensidades da turbulência obtidas na presente *DNS*, normalizadas pela velocidade de atrito local na parede (Eq. 2.10), estão apresentadas em linhas pretas na Figura 5.10, juntamente com os resultados obtidos por diversos autores. O perfil vertical dessas intensidades mostra a distribuição de energia ao longo da altura do canal, para cada componente da velocidade turbulenta. Observa-se que as intensidades da turbulência próximas à placa inferior, mostrada na Figura 5.10a, apresentam uma divergência com os demais resultados numéricos utilizados para comparação. É interessante notar que estas discrepâncias entre os resultados das intensidades da turbulência, aparentam estar relacionadas à falta de uma convergência estatística do escoamento nesta região, ou seja, ao fato de que esta parede ainda não atingiu um estado de equilíbrio estatístico, o qual pode ser identificado por um comportamento linear do perfil de tensão de cisalhamento de Reynolds $-u'w'$.

Por outro lado, os resultados obtidos na parede superior (Figura 5.10b) apresentam um bom ajuste aos dados comparados. Com exceção da região dos máximos valores, $10 \leq z^+ \leq 20$, a intensidade da flutuação da componente longitudinal da velocidade, I_{uu} , se ajusta perfeitamente bem, principalmente com os resultados de Lamballais *et al.* (1998)[36] e Kasagi *et al.* (1990)[24]. Nesta parede, a intensidade I_{uu} apresentou um valor máximo de $I_{uu}^{max} \approx 2,72$, muito próximo dos valores $I_{uu}^{max} \approx 2,73$ e $2,8$ obtidos por Kim (1989)[28] e por Sherman (1990)[70], respectivamente, porém superior aos valores obtidos pelos demais autores. Este resultado está compatível com os números de Reynolds $Re_\tau = 328$ e $Re_\tau = 395$ utilizados neste trabalho e no trabalho de Kim (1989)[28], respectivamente. Além disso, a posição do pico também foi bem representada, sendo comum a todos os resultados apresentados, estando em torno de $z^+ \approx 15$, o mesmo valor fornecido por Sherman (1990)[70].

Um bom ajuste também foi obtido para a intensidade I_{ww} da componente vertical de velocidade na parede superior, apresentando um valor máximo igual $I_{ww}^{max} \approx 0,8$ em $z_{max}^+ \approx 55$. Já a intensidade I_{vv} da componente transversal de velocidade foi sub-estimada em relação aos

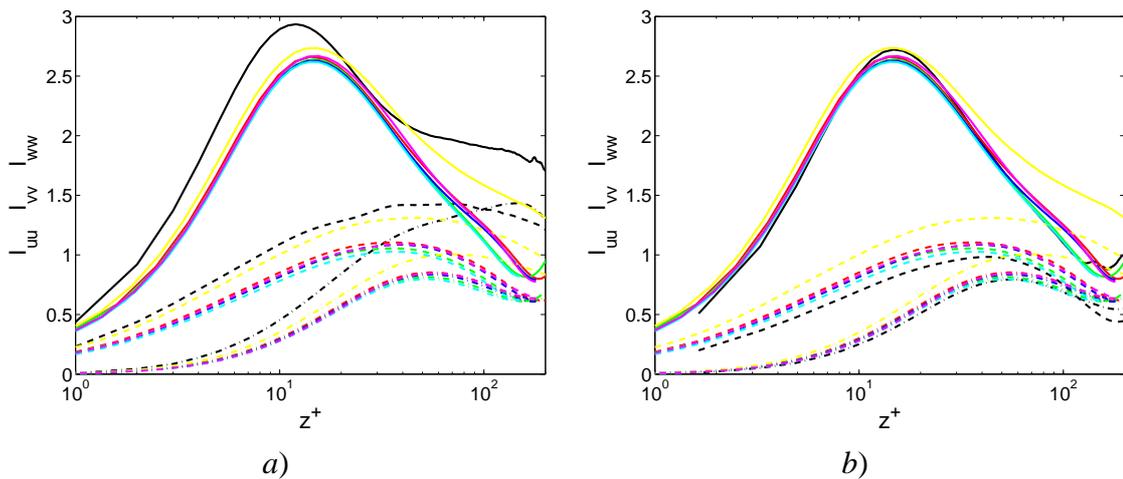


Figura 5.10: Intensidades da turbulência, em unidades de parede, próximas à parede inferior, *a*), e superior, *b*). Linha sólida, I_{uu} ; linha tracejada, I_{vv} ; traço-ponto, I_{ww} . Referências: preto, presente; vermelho, Jiménez & Moin (1991)[23]; azul, Kim *et al.* (1987)[30]; verde, Lamballais *et al.* (1998)[36]; amarelo, Kim (1989) [28]; azul claro, Kasagi *et al.*(1990)[24]; magenta, Kasagi *et al.* (1992)[25].

demais dados apresentados. Ainda assim, a posição do seu máximo $I_{vv}^{max} \approx 1$, em $z_{max}^+ \approx 41$, não está tão distante do valor $z_{max}^+ \approx 38$ obtido pelos outros autores.

Na Figura 5.10*a*, observa-se que as discrepâncias entre os resultados apresentados são maiores para a componente I_{vv} , o que pode estar associado aos baixos números de Reynolds das simulações. De acordo com Antonia *et al.* (1992)[3], os dados obtidos por DNS mostraram que baixos números de Reynolds ($h^+ \leq 1000$) afetam as intensidades da turbulência, e que seus efeitos são maiores sobre suas componentes transversais.

5.5.3 Tensões de Reynolds

Para o caso de um escoamento turbulento desenvolvido, o perfil de tensão de cisalhamento total média é uma linha reta, quando o escoamento atinge um estado de equilíbrio, e a tensão de Reynolds média tende a se ajustar a essa reta. Na Figura 5.11, as tensões de Reynolds obtidas próximas a cada uma das paredes são comparadas com resultados de referências, obtidos por diversos autores. A linha reta tracejada corresponde ao perfil de tensão de cisalhamento total média, em unidades de parede local, do presente trabalho. Observa-se claramente uma falta de convergência dos resultados na parede inferior (Figura 5.11*a*), significando que esta parede ainda não conseguiu atingir um estado estatisticamente estacionário, o que também pode justificar os comportamentos das estatísticas apresentadas anteriormente.

Na Figura 5.11*b*, observa-se que todas as curvas se ajustam razoavelmente bem até $z^+ \approx 15$, o que não corre na parede inferior, indicando que o comportamento do escoamento pode ser considerado estacionário próximo à parede superior. Por outro lado, na região externa do escoamento, a atividade turbulenta ainda é intensa, não apresentando uma convergência das estatísticas. Esta é uma particularidade do canal mínimo, no qual o tamanho limitado do domínio de

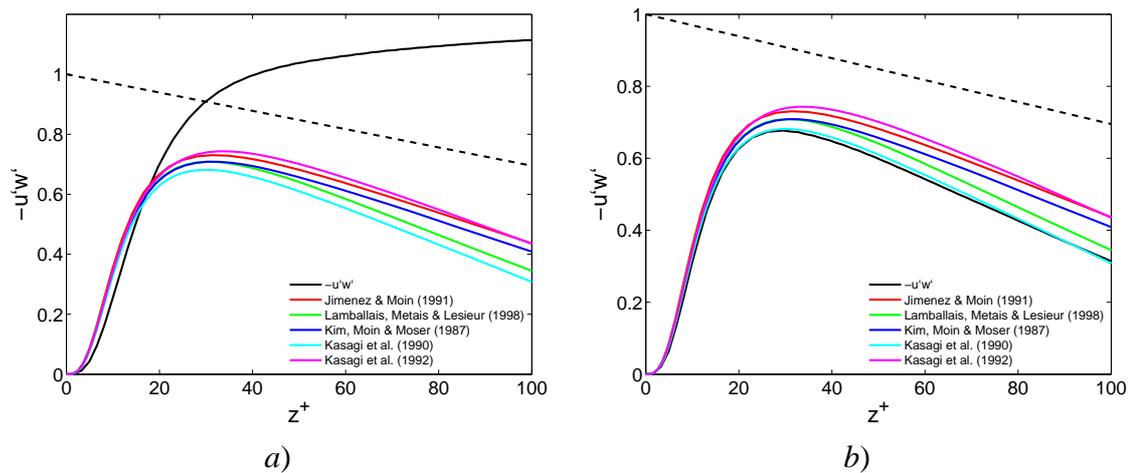


Figura 5.11: Tensões de Reynolds $-u'w'$, em unidades de parede, próximas à parede inferior (a), e superior (b).

cálculo impede que o escoamento da região externa, bem como a sua influência nos eventos que ocorrem na região da parede, sejam adequadamente representados pela simulação (Jiménez & Moin, 1991[23]).

Também na Figura 5.11b, observa-se uma aparente tendência à convergência da tensão de Reynolds próximo à parede superior, a qual ajusta-se bem aos dados de referência, principalmente com a tensão de Reynolds obtida por Kasagi *et al.* (1990)[24]. Porém, o número de Reynolds local, na parede superior, para o presente trabalho é $h^+ \approx 328$, mais do que o dobro do valor $h^+ = 150$ do trabalho de Kasagi *et al.* (1990)[24], e o ajuste da tensão de Reynolds com a tensão de cisalhamento média total, representada pela linha reta, não é verificado, embora esta configuração tenha sido observada durante um longo período $T \approx 1100$. Jiménez & Moin (1991)[23] encontraram uma solução na qual a turbulência reside apenas em uma das parede por um longo período, mas não deixou clara a quantificação deste período. Assim, o comportamento assimétrico e a falta de convergência das estatísticas dos resultados apresentados aqui, podem estar relacionados ao tempo de cálculo da simulação, o qual pode parecer excessivo para uma simulação de um escoamento turbulento completamente desenvolvido em um canal, mas insuficiente para a convergência do canal mínimo simulado, com as condições iniciais adotadas.

5.6 Estruturas do Escoamento

No canal mínimo simulado, foi possível identificar duas das principais estruturas da turbulência próximas à parede: as regiões de altas e baixas velocidades e os vórtices longitudinais. Estas estruturas, facilmente obtidas em um escoamento turbulento em um canal com grandes dimensões do domínio computacional, foram visualizadas a partir de um campo instantâneo qualquer ($t \approx 5875$) do escoamento. Vários campos foram observados buscando verificar suas características e obter uma certa garantia de que o campo a ser apresentado é representativo dos demais. Dentro do período final da simulação, $T \approx 1100$, os campos de velocidades foram

armazenados a cada 1000 iterações, o que corresponde a um incremento de tempo $\Delta t \approx 2,17$, verificando que os resultados de todos esses campos são consistentes com o que será apresentado, embora apresentem algumas variações de escalas entre os diferentes elementos presentes.

Devido à limitação no tamanho do domínio computacional, assim como em Jiménez & Moin (1991)[23], a ocorrência aleatória, no tempo e no espaço, destas estruturas foi substituída por um arranjo periódico de estruturas coerentes. Uma forma de descrever essas estruturas próximas à parede é através das correlações espaciais em dois pontos. Segundo Lamballais (1996)[35], este tipo de estatística pode fornecer uma idéia bastante fiel da natureza das estruturas presentes em um escoamento, propondo uma imagem realística do escoamento, a qual conserva sua variabilidade espacial.

As correlações espaciais de dois pontos da componente longitudinal da velocidade, $R_{u'u'}$, para distâncias de separação ao longo da direção transversal, em unidades de parede, estão apresentadas na Figura 5.12, para as paredes superior e inferior, respectivamente. Os perfis foram obtidos em planos horizontais distantes $z^+ = 8$ de cada parede, em unidades de parede local. Na figura, é possível distinguir um mínimo apenas próximo à parede superior. Segundo Kim *et al.* (1987)[30], a presença deste mínimo indica a existência das faixas (*streaks*) de altas e baixas velocidades, e a sua posição y^+ é uma estimativa da separação média entre estas faixas próximas à parede. Assim, na parede superior o mínimo ocorre em $y^+ \approx 57$, o que indica um espaçamento médio entre as faixas de altas e baixas velocidades de $\delta y^+ \approx 114$. Este valor está próximo do valor $\delta y^+ = 100$ observado experimentalmente e comprovado em diversos trabalhos numéricos (Kim *et al.*, 1998[30], Jiménez & Moin, 1991[23], Lamballais, 1996[35]). Por outro lado, a ausência de um mínimo na parede inferior pode estar associado a não estacionaridade do escoamento próximo à esta parede, e indica uma fraca representação das faixas (*streaks*) nesta região.

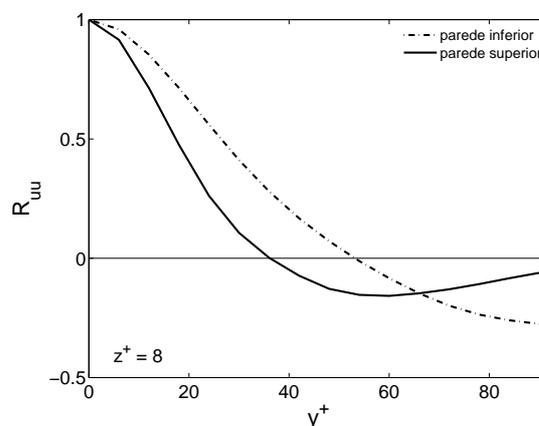


Figura 5.12: Correlações espaciais entre dois pontos, da componente transversal de velocidade, para distâncias de separação ao longo da direção transversal e $z^+ \approx 8$. O período utilizado para o cálculo das correlações foi $T \approx 1100$. Apenas a metade do comprimento transversal do domínio de cálculo está apresentado.

Na Figura 5.13, estão apresentadas as isolinhas das flutuações de velocidade longitudinal, u' , próximas às paredes inferior e superior do canal, para o instante $t \approx 5875$, na mesma posição $z^+ = 8$ onde se obtiveram as correlações da Figura 5.12. Foi utilizado o conceito de média de conjunto (*ensemble*) para o cálculo das flutuações, ou seja, uma média no tempo ($T \approx 1100$) e nas direções homogêneas. Em vermelho estão os valores de $u' < 0$, que correspondem às correntes de baixa velocidade, enquanto que em verde estão os valores de $u' > 0$, indicando as correntes de alta velocidade.

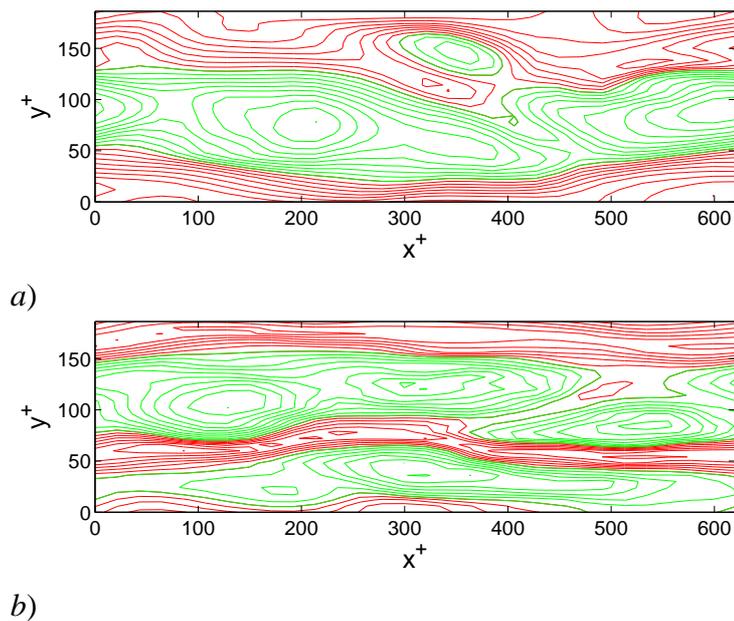


Figura 5.13: Isolinhas de u' em planos horizontais (x, y) , distantes $z^+ = 8$ das paredes (a) inferior e (b) superior, em unidades de parede local. O escoamento é da esquerda para a direita e corresponde ao tempo $t \approx 5875$. Vermelho, $u' < 0$; verde, $u' > 0$.

Apesar do comportamento assimétrico do escoamento e de um perfil não-linear da tensão de Reynolds $-u'w'$, as isolinhas de u' mostram que as faixas de altas e baixas velocidades foram bem representadas na parede superior, embora não tão bem representadas na parede inferior. Estes resultados confirmam uma boa representação da região interna do escoamento, necessária para manter o escoamento turbulento no canal, possibilitando capturar suas estruturas principais.

Observa-se que as faixas de alta e baixa velocidade se estendem ao longo de toda a dimensão longitudinal do domínio computacional, o que está de acordo com a conclusão de Toh & Itano (2005)[74], os quais verificaram que estas estruturas se alongam na direção principal do escoamento até ocuparem toda a extensão longitudinal do domínio, mesmo se esta dimensão for muito grande. Além disso, observando os diversos campos instantâneos de velocidade longitudinal, verificou-se que a localização transversal destas estruturas tende a ser constante no espaço. A espessura das faixas de baixa velocidade ($u' < 0$) é menor do que a das faixas de altas

velocidades, com espaçamento transversal médio entre elas de aproximadamente $\delta y^+ \approx 110$, na parede superior (Fig. 5.13b), o que é muito próximo do valor estimado a partir das correlações espaciais entre dois pontos (Fig. 5.12).

A Figura 5.14a apresenta as isolinhas de vorticidade transversal ω_y próxima à parede superior, no instante $t \approx 5875$, em um plano (x, y) para $z^+ = 8$. As isolinhas vermelhas correspondem a $\omega_y \leq -9$, enquanto que as isolinhas verdes correspondem a $-8 \leq \omega_y \leq -2$. Na vizinhança da parede a velocidade longitudinal pode ser aproximada por $u = z\omega_y$ (Jiménez & Moin, 1991[23]), o que significa que as isolinhas de vorticidade transversal indicam a intensidade da velocidade longitudinal para um dado z fixo. Comparando estas isolinhas de vorticidade com as isolinhas de u' (Fig. 5.13), verifica-se que altos valores do módulo da vorticidade estão associados com as correntes de alta velocidade longitudinal, enquanto que os baixos valores estão associados as correntes de baixa velocidade. Estes resultados concordam com aqueles obtidos por outros autores, por exemplo, por Moin & Kim (1982)[48] e Jiménez & Moin (1991)[23].

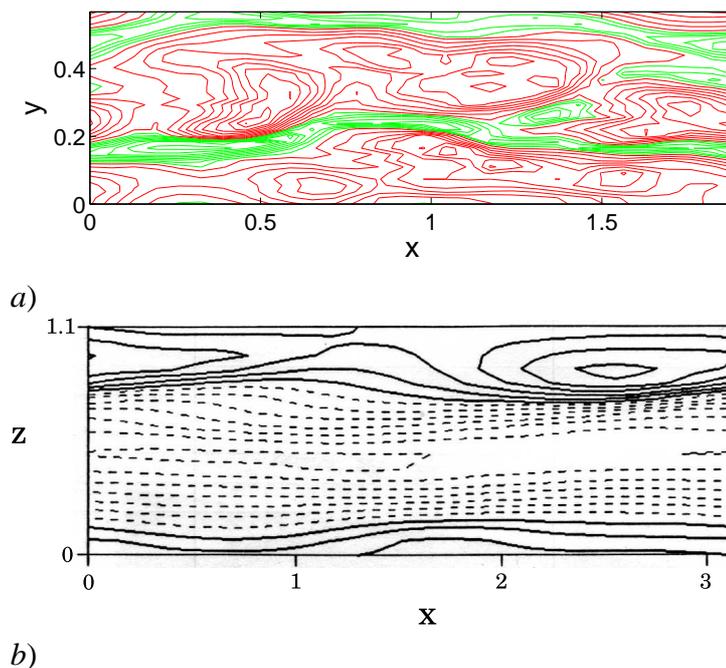


Figura 5.14: Isolinhas de vorticidade transversal ω_y em um plano (x, y) : a) próximo à parede superior do canal simulado no presente trabalho, em $z^+ = 8$. O escoamento é da esquerda para a direita e corresponde ao tempo $t \approx 5875$. Vermelho, $\omega_y \leq -9$; verde, $-8 \leq \omega_y \leq -2$. b) próximo à parede do canal simulado por Jiménez & Moin (1991)[23], para $Re_c = 2000$, em $y^+ = 2,3$ e $t \approx 1187$. Linhas cheias, $\omega_z \leq -5$; Linhas tracejadas $-5 \leq \omega_z \leq -2$.

Para uma comparação qualitativa, na Figura 5.14b estão apresentadas as isolinhas de vorticidade transversal obtidas do trabalho de Jiménez & Moin (1991)[23], no instante $t \approx 1187$. O sistema de eixos adotado pelos autores impõe a direção longitudinal como sendo x , a transversal z e a vertical y . As isolinhas estão, então, em um plano horizontal (x, z) correspondente a $y^+ = 2,3$. O tamanho do domínio de cálculo é $L_x = \pi$ e $L_z = 0,35\pi$. As linhas cheias correspon-

dem a $\omega_z < -5$, enquanto que as linhas tracejadas correspondem a $-5 \leq \omega_z \leq -2$. O número de Reynolds da simulação é $Re_c = 2000$. Apesar da diferença entre os números de Reynolds adotados por Jiménez & Moin (1991)[23] e no presente trabalho, $Re_c = 7000$, bem como da posição do plano horizontal, observa-se um comportamento semelhante das isolinhas de vorticidade, com faixas de altas e baixas vorticidade estendendo-se ao longo de toda a dimensão longitudinal, as quais indicam a existência das faixas (*streaks*) próximas à parede.

As isolinhas de vorticidade transversal, ω_y , estão apresentadas na Figura 5.15, para o instante $t \approx 5875$, onde em vermelho estão os valores de ω_y negativos. Na Figura 5.15a são apresentadas as isolinhas em um plano (x, z) qualquer, onde é possível observar diferentes níveis de atividade próximo às duas paredes, sendo mais intensa próxima à parede superior. Para $z < 0$ existem grandes estruturas ocupando a região externa do escoamento, enquanto que para $z > 0$ as estruturas estão mais confinadas próximas à parede superior, a qual apresenta uma intensa camada cisalhante salientando-se da parede na direção do escoamento ($x \approx 0,75$). A Figura 5.15b apresenta as isolinhas de ω_y em uma seção (y, z) correspondente a $x \approx 0,85$, onde é possível observar que a camada cisalhante da parede superior é tridimensional, sendo também inclinada na direção transversal, no sentido de y negativo.

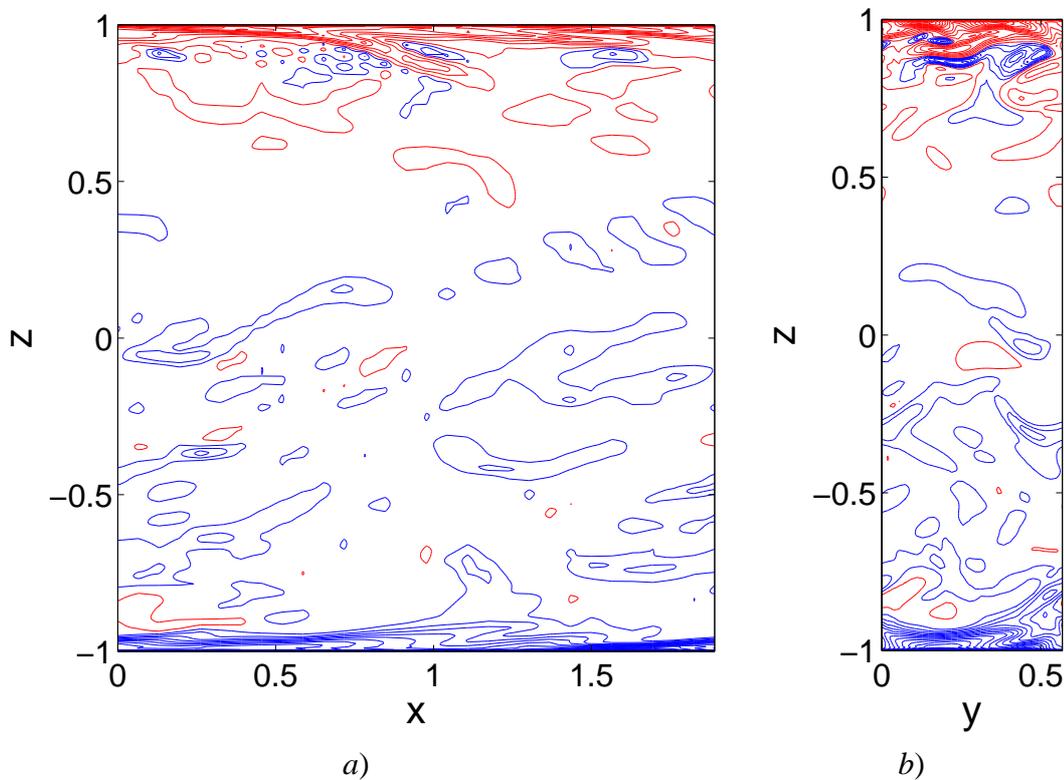


Figura 5.15: Isolinhas de vorticidade transversal, ω_y , no instante $t \approx 5875$. a) isolinhas em um plano (x, z) qualquer; b) isolinhas em um plano (y, z) para $x \approx 0,85$. Vermelho, $\omega_y \leq -0,8$; azul, $\omega_y \geq 0,8$.

O comportamento assimétrico entre as atividades turbulentas, nas paredes do canal mínimo

simulado neste trabalho, é diferente da assimetria dos resultados de Jiménez & Moin (1991)[23]. Estes autores encontraram diferentes atividades nas paredes, porém com a turbulência confinada apenas próxima à parede inferior, tendo a parede superior um comportamento praticamente bi-dimensional, com uma pequena variação temporal. Além disso, Jiménez & Moin (1991)[23] observaram que quando apenas uma das paredes do canal é turbulenta, em alguns curtos intervalos de tempo a turbulência pode se deslocar de uma parede a outra, fazendo com que, durante este intervalo, as duas paredes tornem-se turbulentas. Este processo ocorre quando a dimensão transversal do domínio de cálculo é próxima do valor mínimo estabelecido pelos autores, $L_y^+ \approx 100$. Porém, é interessante ressaltar que as dimensões adotadas no presente trabalho são superiores às dimensões mínimas necessárias para manter a turbulência no canal, o que de fato ocorre, mas por outro lado aparentam não serem suficientes para evitar um comportamento assimétrico do escoamento.

Na Figura 5.16, estão apresentadas as isolinhas de vorticidade longitudinal, ω_x , no mesmo instante de tempo e nos mesmos planos apresentados para ω_y , na figura anterior. É visível a existência de vórtices longitudinais alongados na direção do escoamento e inclinados em relação às paredes (Fig. 5.16a). Porém, assim como no trabalho de Jiménez & Moin (1991)[23], não há uma evidência clara de pares de vórtices, de sinais opostos, simétricos na direção transversal, mas é possível verificar uma tendência destes vórtices de sinais opostos a se posicionarem empilhados uns sobre os outros (Fig. 5.16b). Esta característica está mais visível na região próxima à parede superior, onde o escoamento apresenta-se mais desenvolvido. Comparando-se as Figuras 5.15 e 5.16, observa-se que a região de intensiva vorticidade ω_y negativa, emergindo da parede superior, está compreendida na região entre os vórtices longitudinais positivos, e que a maior parte da vorticidade na parede é transversal.

Buscando obter uma visão tridimensional das estruturas coerentes próximas à parede, utilizou-se o critério Q de identificação dessas estruturas. Este critério permite isolar mais facilmente as estruturas coerentes que o método da vorticidade, sendo empregado para visualização de estruturas em simulações tridimensionais. As regiões positivas de Q implicam em uma taxa de rotação superior à taxa de deformação, indicando que esta região é uma zona turbilhonar (Martinez, 2006[44]).

A Figura 5.17a apresenta as isosuperfícies positivas de vorticidade na parede superior, obtidas pelo critério Q , coloridas adotando-se os valores referentes à vorticidade longitudinal ω_x , facilitando assim a distinção entre os vórtices longitudinais positivos (azul) e negativos (vermelho). Nela, observa-se que a simulação realizada foi capaz de reproduzir os vórtices longitudinais alongados na direção do escoamento, os quais são claramente inclinados em relação à parede.

Na Figura 5.17b estão apresentadas isosuperfícies de u' , também próximas à parede superior, onde $u' < 0$ está em vermelho e indica as regiões (*streaks*) de baixa velocidade. Os *streaks* apresentados estão próximos dos vórtices longitudinais, o que concorda com a idéia bastante aceita atualmente de que eles são gerados pela suspensão de fluidos com baixa velocidade, pró-

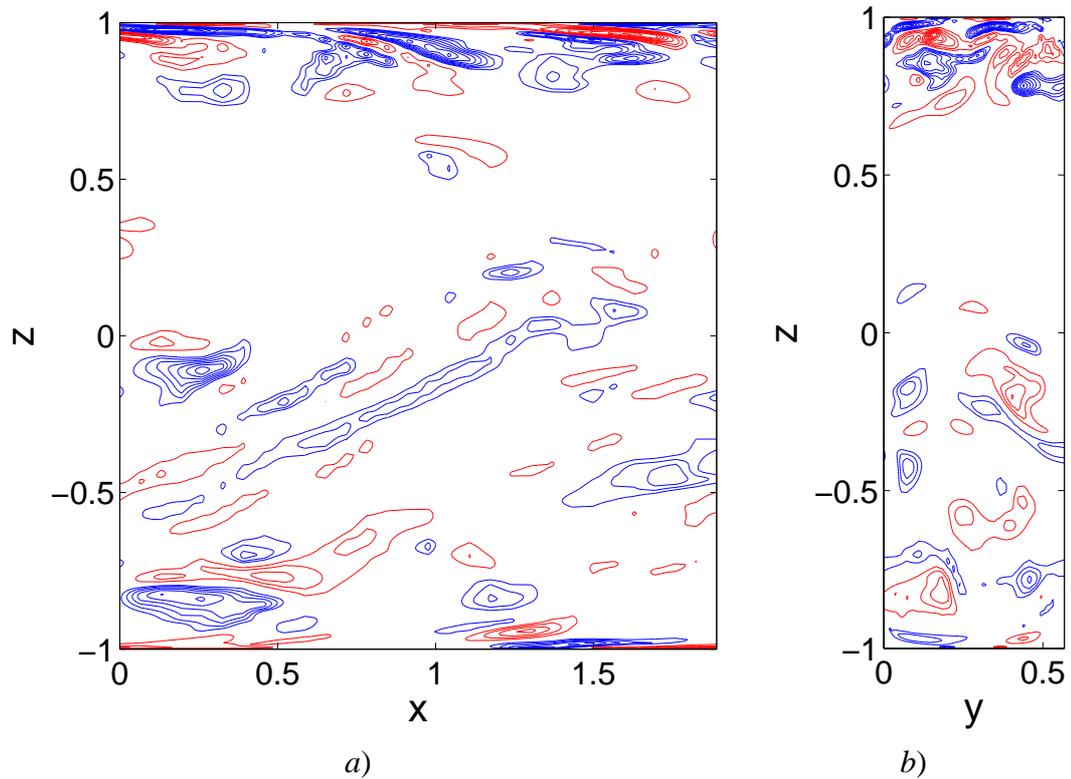
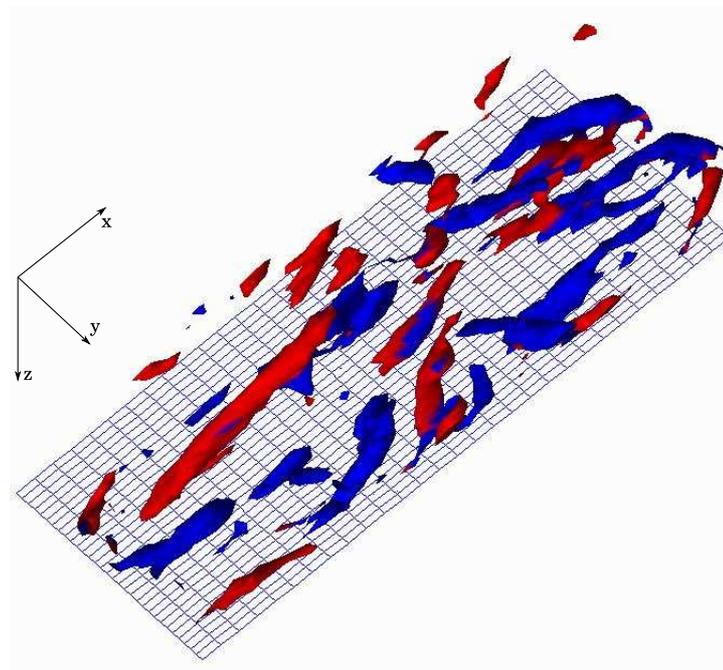
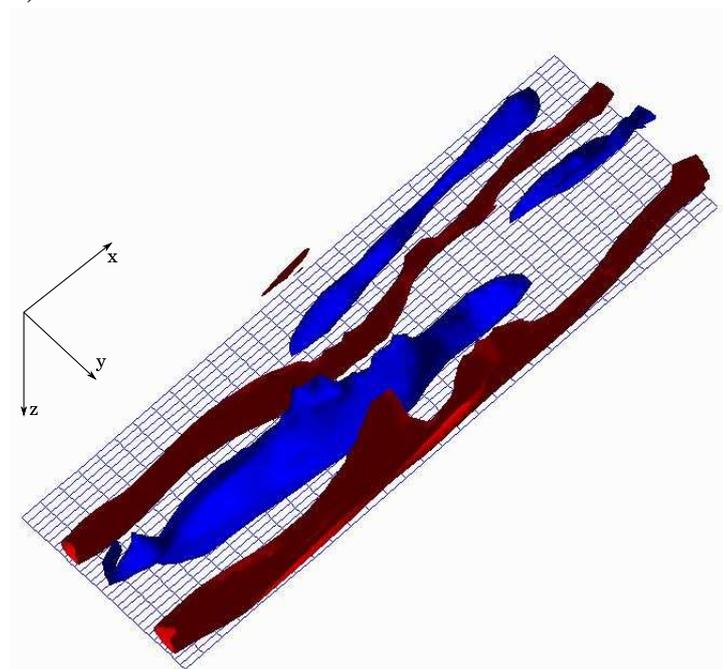


Figura 5.16: Isolinhas de vorticidade longitudinal, ω_x , no instante $t \approx 5875$. *a)* isolinhas em um plano (x, z) qualquer; *b)* isolinhas em um plano (y, z) para $x \approx 0,85$. Vermelho, $\omega_x \leq -1$; azul, $\omega_x \geq 1$.

ximo à parede, pela velocidade vertical induzida pelos vórtices. Além disso, a característica alongada dos *streaks* se deve à advecção dos vórtices longitudinais, que transportam fluido com baixa velocidade na sua esteira, o que justifica a existência de regiões de *streaks* sem a presença de vórtices longitudinais próximos (Schoppa & Hussain, 2000[69]).



a)



b)

Figura 5.17: Estruturas coerentes próximas à parede superior do canal. *a)* Vórtices longitudinais indicados pelo critério Q e coloridos pelos valores de ω_x . *b)* Regiões (*streaks*) de alta e baixa velocidade longitudinal, indicadas por isosuperfícies de u' . Vermelho: valores negativos; azul: valores positivos.

Capítulo 6

Escoamento Turbulento em um Canal com Fundo Ondulado

Neste capítulo foi realizada uma *DNS* de um escoamento turbulento em um canal com fundo ondulado. O objetivo é o de aplicar a metodologia numérica descrita buscando obter os campos de velocidade e vorticidade, identificar uma possível região de escoamento reverso no vale da superfície ondulada, a qual é de difícil determinação experimental, e obter algumas das principais estatísticas da turbulência e estruturas turbulentas próximas à parede.

6.1 Caracterização do Domínio de Cálculo

O domínio de cálculo adotado para a simulação do escoamento turbulento em um canal de fundo ondulado está discretizado sobre uma malha Cartesiana uniformemente espaçada em cada direção, possuindo as mesmas dimensões utilizadas para simular o canal mínimo de placas planas: $L_x = 0,6\pi h$, $L_y = 0,18\pi h$ e $L_z = 2,25h$, onde x , y e z correspondem às direções longitudinal, transversal e vertical, respectivamente. Cada espaçamento da malha é representado por Δx , Δy e Δz . Na Figura 6.1 está esquematizado o canal simulado, composto por uma placa superior plana e uma placa inferior ondulada (senoidal), a qual possui comprimento de onda $\lambda = L_x$, altura $A = 2a = 0,1h$, onde a é a amplitude da onda, e uma relação entre amplitude e comprimento de onda, a partir daqui chamada de “razão de aspecto”, de $A/\lambda \approx 0,053$ ($a/\lambda \approx 0,027$). A altura média do canal é $H = 2h$ e $C = 0,125h$. Ambas as superfícies foram consideradas superfícies finas, SF , em relação à forma de aplicação do campo de força \vec{f} do método de fronteiras virtuais (ver Sec. 4.2).

6.2 Condições Iniciais e de Contorno

As condições de contorno adotadas são periódicas nas direções longitudinal e transversal, deslizamento livre na direção vertical e não-deslizamento sobre as paredes virtuais. Como con-

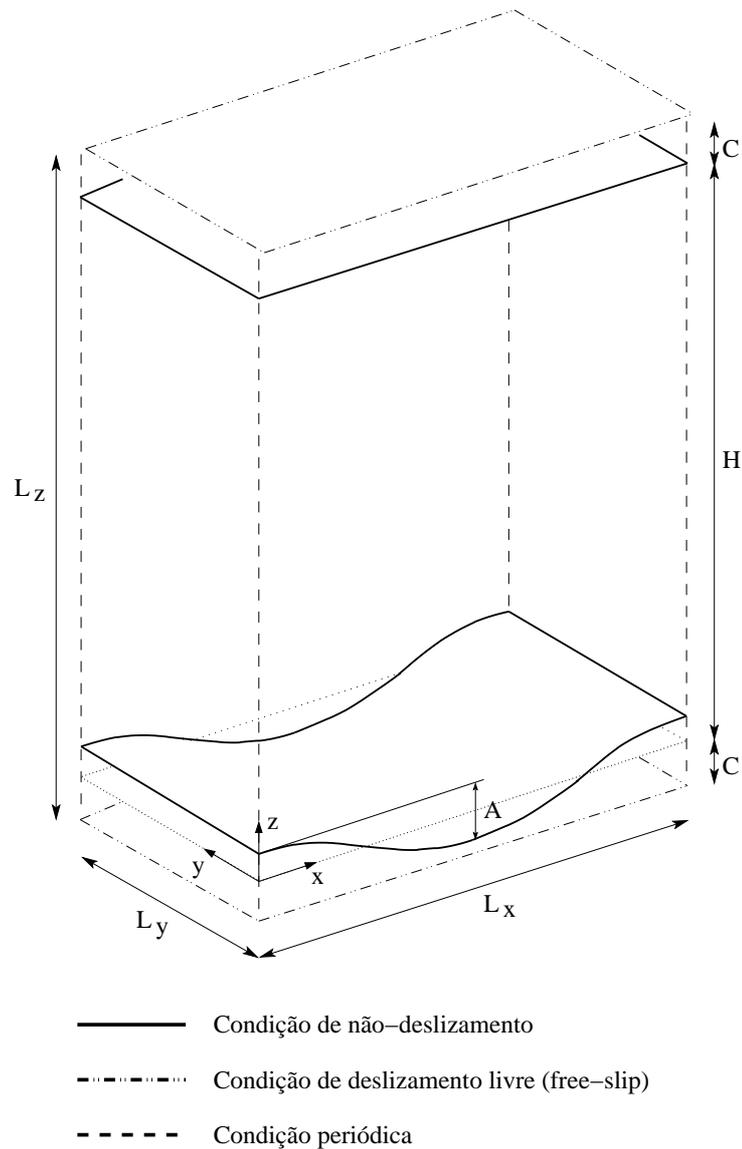


Figura 6.1: Canal mínimo tridimensional de fundo ondulado.

dição inicial, utilizou-se um campo de velocidades resultante da *DNS* do escoamento turbulento no canal mínimo de placas planas do capítulo anterior, de forma que o número de Reynolds foi mantido em $Re_c = U_c h / \nu = 7000$, ou $Re_b \approx 9300$ baseado na velocidade média U_b .

As equações governantes do movimento são adimensionalizadas com a velocidade U_c e com h . O tempo é adimensionalizado com h/U_c , enquanto que as escalas de comprimento e velocidades são adimensionalizadas com h e U_c , respectivamente.

Inicialmente a malha adotada na simulação foi a mesma do campo inicial, com $(30 \times 16 \times 451)$ pontos nas direções x , y e z , respectivamente. Para ajustar o escoamento do canal de placas planas ao canal de fundo ondulado, a altura total, inicial, da onda foi $A = 0h$. A cada 5000 iterações, ou $t \approx 11$, aumentou-se a altura em $\Delta A = 0,02h$, até atingir sua altura máxima de

$A = 0,1h$. Após o escoamento alcançar um estado estatisticamente estacionário, em $t \approx 3900$, verificado por um comportamento estacionário da tensão de cisalhamento média ao longo das paredes e do perfil de velocidade longitudinal média, o número de pontos da malha na direção longitudinal foi duplicado para $(60 \times 16 \times 451)$, buscando melhorar a representação da superfície ondulada virtual, e o campo de escoamento deixado se ajustar à nova resolução até o tempo final da simulação, igual a $t \approx 5875$.

Para atingir o tempo adimensional total $t \approx 5875$, foram necessários $2,7 \cdot 10^6$ passos de integração. Cada passo necessitou de aproximadamente $3s$, em um ATHLON AMD 64bit 3200 com 4Gb de memória, totalizando 95 dias de CPU de simulação. O número CFL foi mantido em aproximadamente 0,435, o que forneceu um passo de tempo da simulação de $\Delta t = 2,18 \cdot 10^{-3}$.

6.3 Estatísticas da Turbulência

Após o escoamento, simulado com a malha duplicada na direção longitudinal $(60 \times 16 \times 451)$, ter apresentado um estado estatisticamente estacionário, a simulação foi conduzida por mais um período de aproximadamente $T \approx 1100$, o qual foi selecionado para computar os valores médios no tempo. As grandezas médias apresentadas aqui serão obtidas fazendo a média ao longo deste período de tempo e na direção transversal, y .

6.3.1 Perfis Médios

Na Figura 6.2 estão apresentados os perfis de velocidade longitudinal média, em diferentes posições ao longo da superfície ondulada: $x/L_x = 0, 0,25, 0,4, 0,5, 0,75, 1$. Aqui U é uma média no tempo e na direção y . Para comparação, em preto está o perfil de velocidade longitudinal média obtido do canal plano.

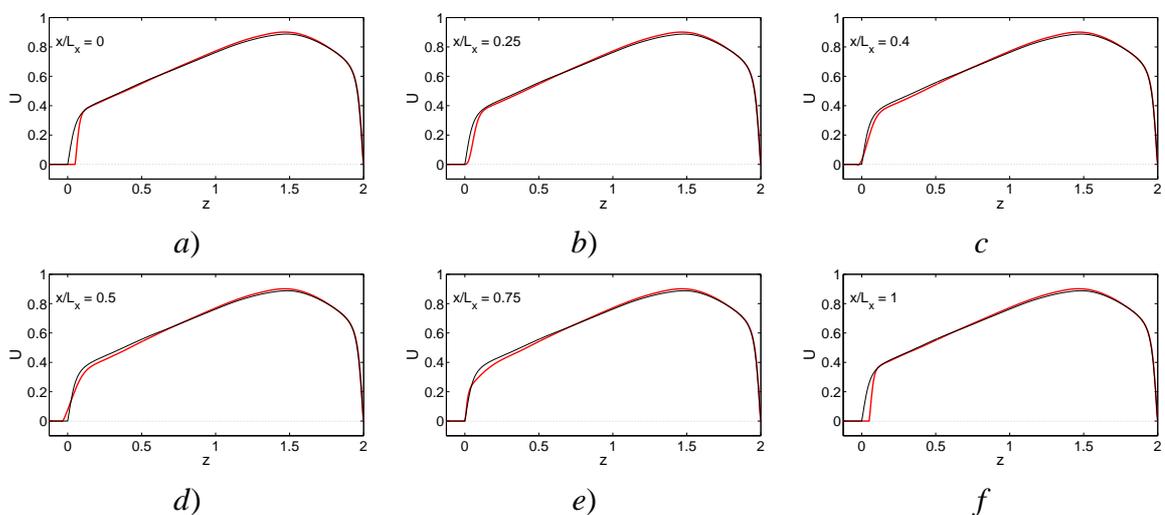


Figura 6.2: Perfis de velocidade longitudinal média. Vermelho: canal com fundo ondulado; preto: canal plano. $Re_c = 7000$, $2a/\lambda \approx 0,053$.

É interessante observar que os perfis de velocidade permanecem praticamente inalterados na porção superior do canal, próximo à parede, seja no canal de placas planas ou no canal com fundo ondulado. Ainda, observa-se que o comportamento dos perfis é o mesmo nesta porção, variando apenas na região inferior devido ao efeito da curvatura da superfície. Para pequenas relações a/λ , o comportamento do escoamento é semelhante ao de um canal de placas planas, principalmente quando não há recirculação na região do vale. Os perfis apresentam uma assimetria em relação a linha central ($z = 1$) devido às diferenças no cisalhamento das paredes inferior e superior. Porém, os perfis apresentados para o canal de fundo ondulado aparentam manter a assimetria verificada no canal de fundo plano.

Park *et al.* (2004) investigaram um escoamento turbulento completamente desenvolvido em um canal com fundo ondulado, para um número de Reynolds $Re_b = 6760$ e $0 \leq a/\lambda \leq 0,15$, concluindo que a separação do escoamento, com conseqüente surgimento de uma região de escoamento reverso no vale da superfície ondulado, inicia-se a partir de $a/\lambda = 0,02$. No presente trabalho, onde $a/\lambda = 0,027$, foi possível obter uma pequena região de escoamento reverso, de intensidade muito pequena ($O(10^{-3}U_c)$), devido ao gradiente de pressão adverso produzido pelo aumento da seção transversal do canal entre a crista e o vale da onda, mas não evidenciou uma grande região de separação do escoamento. Na Figura 6.3 estão apresentados os perfis de velocidade longitudinal média em diferentes posições x ao longo da superfície ondulado. Os perfis indicam que a região de escoamento reverso está localizada entre $0,3 \leq x/L_x \leq 0,6$, com o ponto de separação entre $0,3 \leq x/L_x \leq 0,4$, onde a direção do escoamento médio próximo à parede passa de um valor positivo para um valor negativo muito pequeno. Semelhantemente, o recolamento do escoamento ocorre entre $0,5 \leq x/L_x \leq 0,6$, onde a velocidade média próxima à parede retorna a um valor positivo, devido à redução da seção transversal entre o vale e a crista, o que devolve ao gradiente de pressão a condição de gradiente favorável.

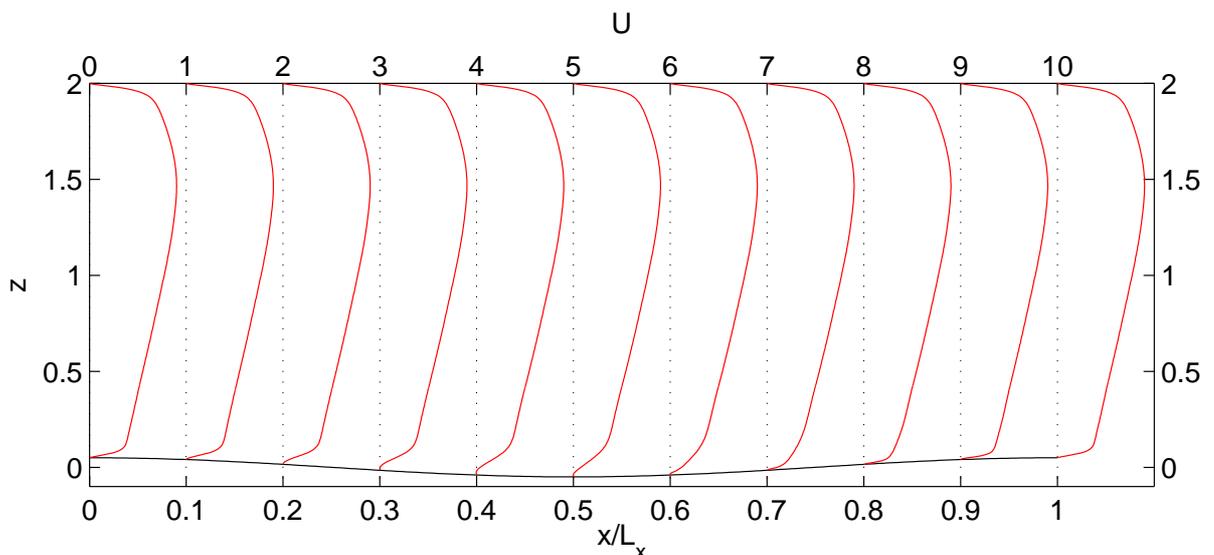


Figura 6.3: Sequência de perfis de velocidade longitudinal média ao longo da superfície ondulado. $Re_c = 7000$, $A/\lambda \approx 0,053$.

Os perfis logarítmicos da velocidade longitudinal média no tempo e na direção y foram obtidos para diferentes posições ao longo da superfície ondulada. A Figura 6.4a apresenta os resultados em diferentes posições, onde os valores estão adimensionalizados pela velocidade de atrito média ao longo da parede ondulada. Os perfis estão emparelhados como se eles pudessem ser simétricos em torno de um perfil médio no tempo, em y e sobre o comprimento de onda (apresentado em linhas pretas), assumindo um comportamento perfeitamente linear, assim como no trabalho de Henn & Sykes (1999)[18]. Para uma comparação qualitativa, na Figura 6.4b estão apresentados os perfis, nas mesmas posições relativas ao comprimento de onda, obtidos do trabalho de Henn & Sykes (1999)[18], para $Re_b = 5720$ e 6560 , $2a/\lambda = 0,031$.

O comportamento geral dos perfis são bem parecidos, principalmente próximos à superfície ondulada, indicando uma boa concordância qualitativa, embora quantitativamente os perfis sejam um tanto distintos. Em vermelho estão os perfis localizados entre $0,1 \leq x/L_x \leq 0,5$, enquanto que aqueles localizados entre $0,6 \leq x/L_x \leq 1$ estão em azul. Este tipo de perfil, onde a velocidade de atrito utilizada na adimensionalização é a média ao longo da superfície ondulada, e não a local em cada posição x/L_x , é útil apenas para conhecer o efeito global da ondulação da parede sobre a distribuição de velocidade, não fornecendo informações precisas a respeito da validade ou não da lei da parede (Patel *et al.*, 1991b[59]).

Próximo à parede, à medida que o gradiente de pressão aumenta, a distribuição de velocidade fica abaixo do valor médio, pois nesta região a tensão de cisalhamento na parede é reduzida e, conseqüentemente, a velocidade de atrito também diminui. Para $0,3 \leq x/L_x \leq 0,5$, onde encontra-se a região de escoamento reverso, a velocidade de atrito atinge seu mínimo e os perfis mostram-se mais afastados do valor médio. Por outro lado, à medida que o gradiente de pressão se reduz, a jusante do vale da onda, a tensão de cisalhamento tende a aumentar e a distribuição dos perfis fica acima do valor médio. Em $z^+ \approx 7$, os perfis em $x/L_x = 0,2$ e $0,7$ invertem sua distribuição ao longo da direção vertical, tornando-se superior e inferior ao perfil médio, respectivamente. Este comportamento também está bem evidenciado nos perfis de Henn & Sykes (1999)[18] para estas mesmas posições na direção x , embora um pouco mais afastado da parede, em $z^+ \approx 15$. Ainda, afastado da parede os perfis apresentam máximos bem distintos, o que pode estar relacionado aos diferentes números de Reynolds e à razão de aspecto dos dois trabalhos.

A Figura 6.5a mostra o perfil da tensão de cisalhamento sobre a superfície ondulada, onde τ_w é a tensão de cisalhamento local, média no tempo e em y . Os perfis estão adimensionalizados por $\langle \tau_w \rangle$, que corresponde à tensão de cisalhamento média no tempo, em y e ao longo do comprimento de onda. Os valores foram plotados como positivos ou negativos, dependendo da direção do escoamento próximo à parede. Para comparação, na Figura 6.5b está apresentado um dos perfis obtidos experimentalmente por Zilker *et al.* (1977)[88], para um escoamento com $Re_b = 6020$ e $2a/\lambda = 0,05$.

Nas Figuras 6.5a e 6.5b, observa-se um comportamento linear dos perfis, evidenciado por uma variação espacial senoidal da tensão de cisalhamento na parede, com razoável concordância

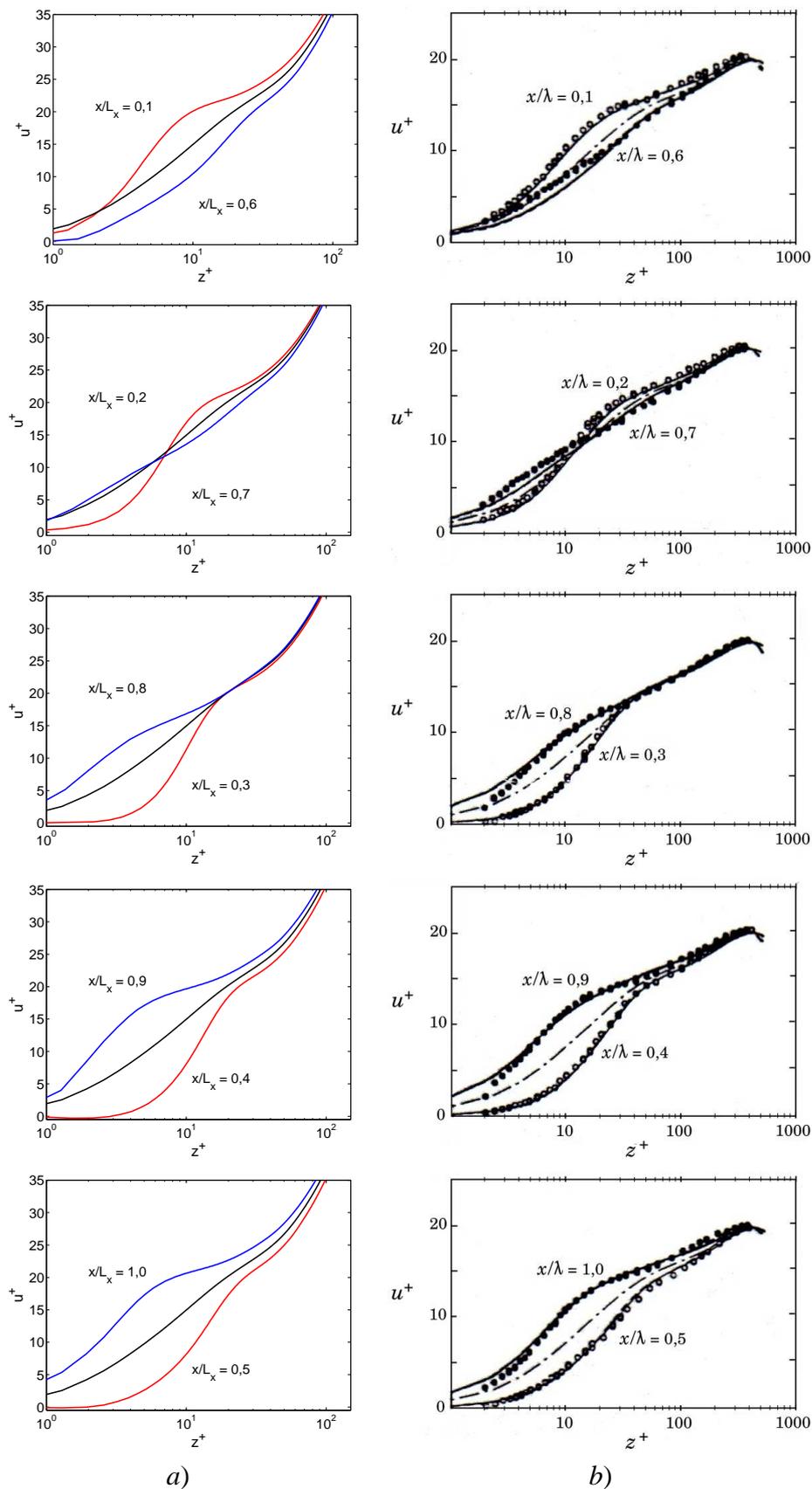
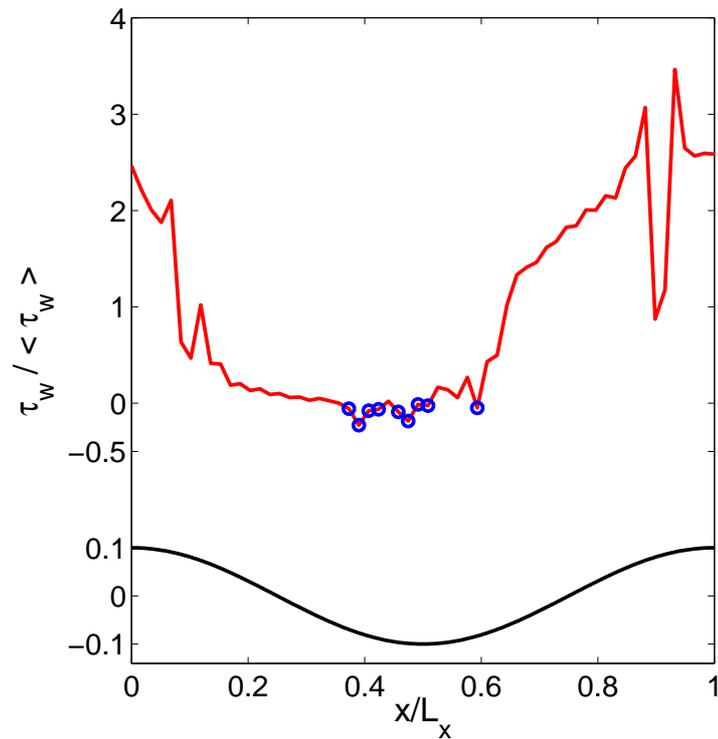
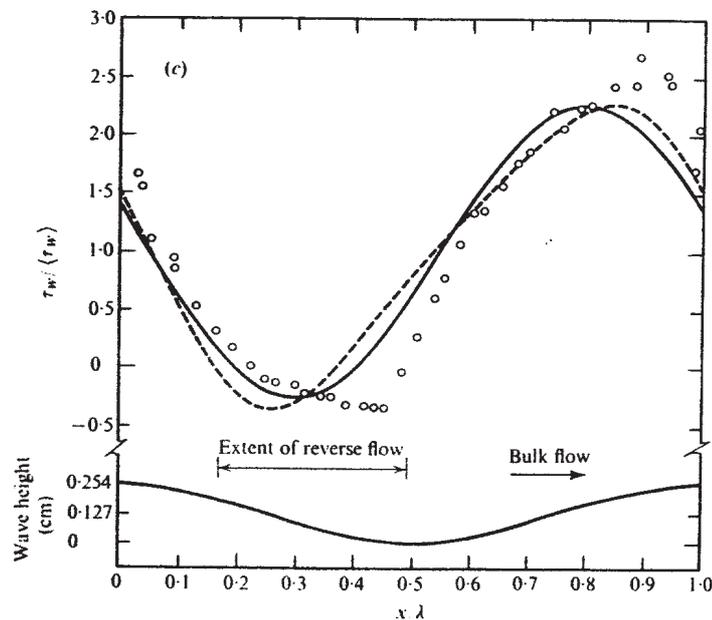


Figura 6.4: Perfis logarítmicos de velocidade longitudinal média em várias localizações ao longo da superfície ondulada: a) presente trabalho, onde entre $0,1 \leq x/L_x \leq 0,5$, os perfis estão em vermelho, $0,6 \leq x/L_x \leq 1$, os perfis estão em azul e o perfil médio ao longo do comprimento de onda está em preto; b) trabalho de Henn & Sykes (1999)[18], onde as linhas correspondem aos resultados obtidos pelos autores, para $Re_b = 5720$ e 6560 , e os círculos são dados experimentais.



a)



b)

Figura 6.5: Variação, ao longo da parede ondulada, da tensão de cisalhamento média: a) presente trabalho, onde os círculos correspondem aos valores negativos; b) trabalho de Zilker *et al.* (1977)[88], onde as linhas cheia e tracejada foram obtidas a partir da teoria linear e correspondem ao primeiro e segundo harmônico, respectivamente, enquanto que os círculos correspondem ao dados experimentais obtidos pelos autores para um escoamento com $Re_b = 6020$ e $2a/\lambda = 0,05$.

qualitativa entre eles. Porém, observa-se que o perfil obtido pela presente *DNS* não é suave, apresentando oscilações, com duas grandes descontinuidades: uma na descida da crista, em $x/L_x \approx 0,1$ e outra na subida, em $x/L_x \approx 0,9$. Estas flutuações se devem às dificuldades encontradas na obtenção dos valores locais da tensão de cisalhamento devido à representação virtual da superfície ondulada, como será apresentado a diante. Ainda assim, é possível verificar um rápido aumento de τ_w após o ponto de recolamento, com um máximo em $x/L_x \approx 0,9$, no presente trabalho, e em $x/L_x \approx 0,85$ nos dados experimentais. Após o ponto de máximo, o aumento da espessura da camada limite provoca uma redução da tensão de cisalhamento até a crista, e a partir daí o gradiente de pressão desfavorável acelera ainda mais esta redução de τ_w entre $x/L_x = 0$ e $x/L_x \approx 0,1$. Na região de recirculação, a variação da tensão de cisalhamento é muito pequena, verificando-se um patamar horizontal, tanto na presente *DNS* como nos dados experimentais.

6.3.2 Campos Médios

Isolinhas de velocidade longitudinal média, na região próxima à parede ondulada, estão apresentadas na Figura 6.6a, onde observa-se uma compressão das isolinhas a jusante do ponto de recolamento em resposta à elevação da superfície, indicando uma forte aceleração do escoamento e a formação de uma fina camada limite, a qual cresce e acelera-se sobre o efeito de um forte gradiente de pressão favorável à medida que o escoamento passa sobre a crista da onda. Esta fina camada limite é turbulenta e desenvolve-se até o ponto de separação, a partir do qual ela separa-se da superfície como uma camada cisalhante livre. Porém, esta camada limite difere daquela existente na região viscosa próxima à parede em um escoamento sobre uma superfície plana, pois nela não se observa as estruturas alongadas (*streaks*) (Cherukat, 1998[10]).

O escoamento sobre uma superfície ondulada está sujeito a gradientes de pressão adverso e favorável induzidos pela ondulação. A separação do escoamento ocorre na região onde o gradiente de pressão média é positivo. Nos campos instantâneos de velocidades, verificou-se que a região de recirculação não permanece numa posição fixa no espaço, conseqüentemente os pontos de separação e recolamento sofrem grandes oscilações ao longo da onda. Assim, o campo instantâneo da região de separação não apresenta o mesmo comportamento e padrão indicado pelo campo de velocidade média. Da Figura 6.6a é possível verificar que os pontos de separação e recolamento, para o campo de velocidade média, definidos como as localizações onde as tensões de cisalhamento na parede trocam de sinal, estão localizados em $x/L_x \approx 0,3$ e $x/L_x \approx 0,55$, respectivamente.

Um característica dos perfis de velocidade média, quando inclui uma região de escoamento reverso, é a existência de uma região de grande vorticidade próxima à superfície, evidenciada por grandes valores de du/dz , sugestiva da camada cisalhante livre que foi formada quando a camada limite se separou da superfície. Na Figura 6.7 está apresentado o campo de vorticidade transversal ω_y na região próxima à superfície ondulada. Nela é possível observar uma forte

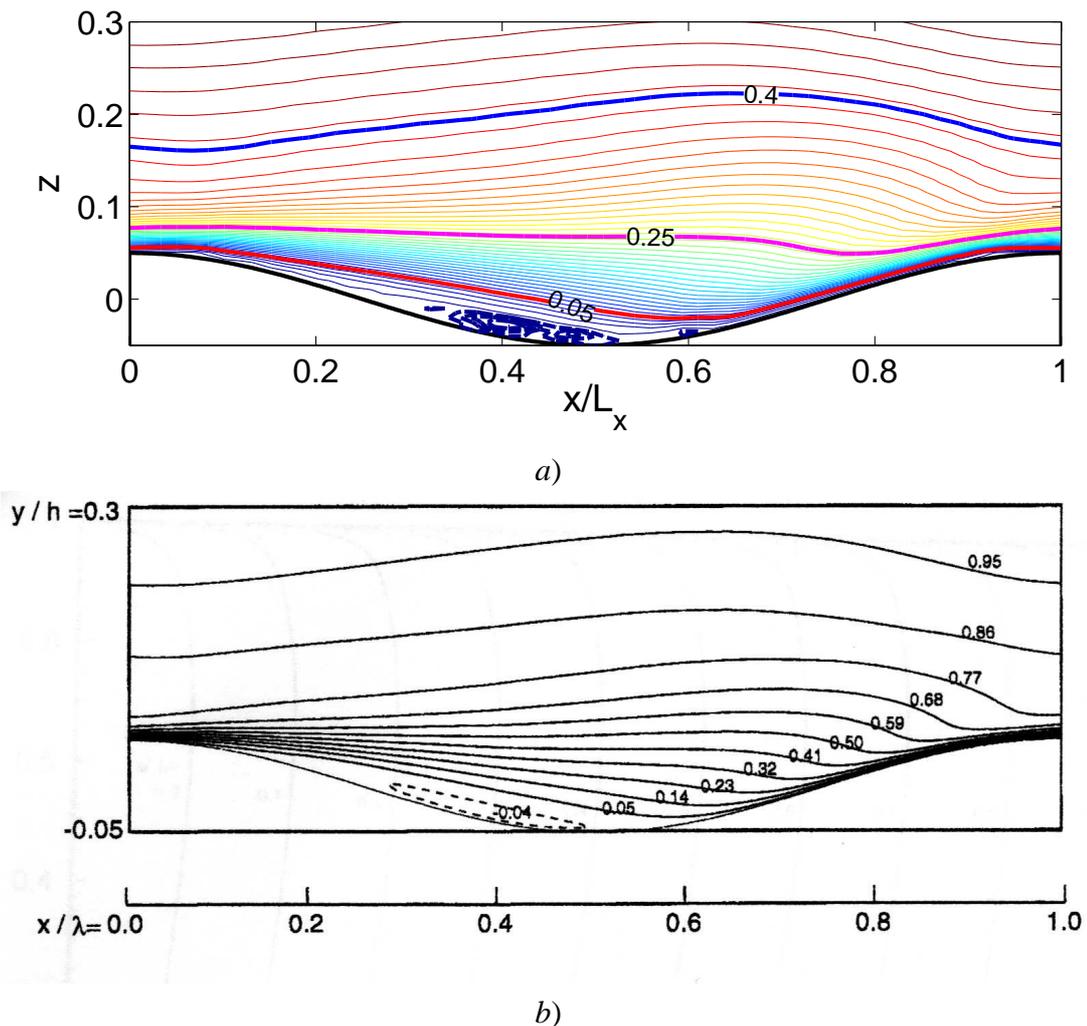


Figura 6.6: Isolinhas de velocidade longitudinal média na região próxima à superfície ondulada: a) presente trabalho; b) trabalho de Cherukat *et al.* (1998)[10], para um escoamento a $Re_b = 3460$ e $2a/\lambda = 0,1$, onde os valores estão adimensionalizados pela velocidade média U_b .

concentração de vorticidade afastada da superfície, indicando a existência da camada cisalhante livre, a qual espalha-se rapidamente a jusante do ponto de separação. Em uma região que se estende até $x/L_x \approx 0,5$, o espalhamento da camada cisalhante livre ocorre de forma praticamente linear, em torno de uma linha central aproximadamente horizontal.

A Figura 6.6b apresenta as isolinhas de velocidade longitudinal média obtidas na *DNS* realizada por Cherukat *et al.* (1998)[10], para um número de Reynolds $Re_b = 3460$ e $2a/\lambda = 0,1$. Os valores apresentados estão normalizados pela velocidade média U_b . Qualitativamente, as isolinhas de velocidade longitudinal média obtidos no presente trabalho, e apresentadas na Figura 6.6a, indicam uma boa concordância com as obtidas por Cherukat *et al.* (1998)[10]. Em ambos os trabalhos a região de escoamento reverso é identificada, estando posicionada mais a montante do vale da onda. Porém, esta região é bem menor no presente trabalho, onde a razão de aspecto da superfície é a metade da adotada por Cherukat *et al.*.

As isolinhas de velocidade vertical média estão apresentadas na Figura 6.8a, as quais são

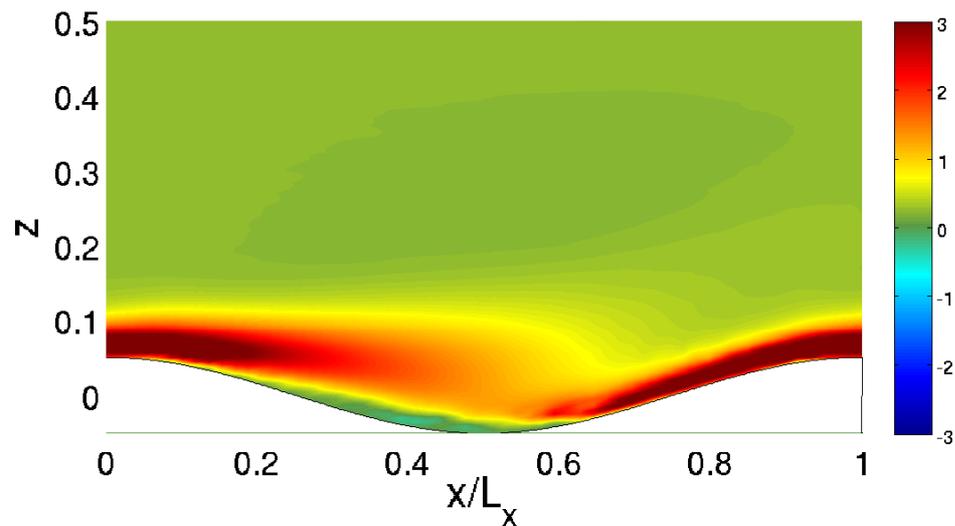


Figura 6.7: Campo de vorticidade transversal ω_y .

negativas na primeira metade da onda e positiva na segunda metade. O plano perpendicular ao eixo x , próximo a $x/L_x = 0,6$, pode ser considerado como uma curva divisória de uma camada de mistura plana a qual se desenvolve na direção vertical (Cherukat *et al.*, 1998[10]). Porém, como a diferença entre as velocidades através desta camada de mistura não é grande, as estruturas de vórtices geradas não são tão fortes quanto aquelas que podem ser formadas na camada cisalhante separada. Estes resultados estão em boa concordância qualitativa com os resultados obtidos por Cherukat *et al.* (1998)[10], apresentados na Figura 6.8b, com exceção da região de separação, onde nesta última figura observa-se uma região de velocidade vertical positiva, indicando que aí o fluido é empurrado para cima pela superfície ondulada. Ainda, a localização da máxima velocidade vertical ($x/L_x \approx 0,82$) e da curva onde se forma a camada de mistura vertical ($x/L_x = 0,6$) são as mesmas em ambas as figuras.

Na Figura 6.9, o perfil da tensão de cisalhamento média está apresentado juntamente com as isolinhas de velocidade longitudinal média próxima à parede ondulada, a qual foi ampliada para melhor visualização. A linha verde representa a superfície real, aquela obtida diretamente pela equação da senoide que descreve a superfície ondulada deste trabalho. A linha preta corresponde à superfície virtual, representada pelo método de fronteiras virtuais, a qual é a superfície de fundo do canal simulado. Observa-se que a forma de aplicação do campo de forças \vec{f} não apresentou nenhuma perturbação aparente ao campo de escoamento próximo à superfície, como era de se esperar. Porém, com a malha adotada na presente simulação, a superfície virtual mostrou-se irregular, em “degraus”, principalmente nas regiões do vale e imediatamente a montante e a jusante da crista, com 4 grandes pontos de inflexão localizados em $x/L_x \approx 0,07$, $0,12$, $0,88$ e $0,93$.

É interessante observar que os maiores picos verificados no perfil da tensão de cisalhamento estão localizados exatamente sobre as deformações da superfície virtual, situadas imediatamente a montante e a jusante da crista. Estas deformações produziram uma pequena perturba-

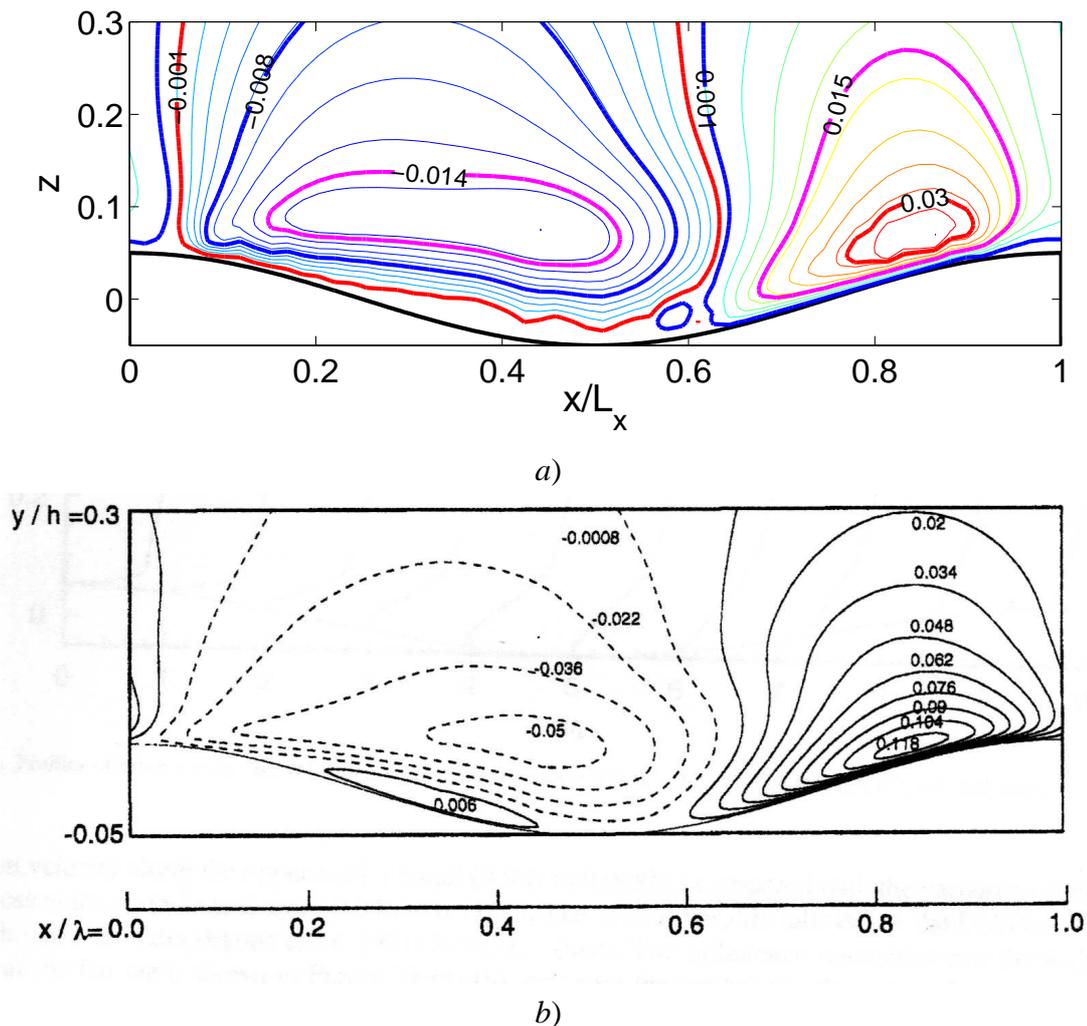


Figura 6.8: Isolinhas de velocidade vertical média na região próxima à superfície ondulada: *a)* presente trabalho; *b)* trabalho de Cherukat *et al.* (1998)[10] para um escoamento a $Re_b = 3460$ e $2a/\lambda = 0,1$, onde os valores estão adimensionalizados pela velocidade média U_b .

ção no campo de escoamento ao seu redor, suficiente para dificultar a obtenção da tensão de cisalhamento nesta região. Para $0,07 \leq x/L_x \leq 0,12$ e, principalmente, $0,88 \leq x/L_x \leq 0,93$ a deformação da superfície tende a separar a camada limite, o que reduz a velocidade do escoamento e produz os picos de mínimo da tensão de cisalhamento nestas regiões.

Por outro lado, é importante deixar claro que a forma irregular da superfície virtual não se deve ao método de fronteiras virtuais adotado, mas é apenas um problema relacionado à resolução da malha. A distribuição do campo de força \vec{f} aos nós adjacentes gera uma superfície espessa, de difícil localização exata, mas que pode ter sua espessura reduzida substancialmente com o refino vertical da malha. Quanto mais refinada for a malha na direção vertical, mais fina será a superfície virtual e, conseqüentemente, terá uma forma mais próxima da superfície real. Infelizmente, devido ao elevado custo computacional envolvido na simulação, neste trabalho não foi possível um maior refinamento da malha na vertical, o que certamente melhoraria a representação virtual da superfície e permitiria obter a tensão de cisalhamento próxima à parede

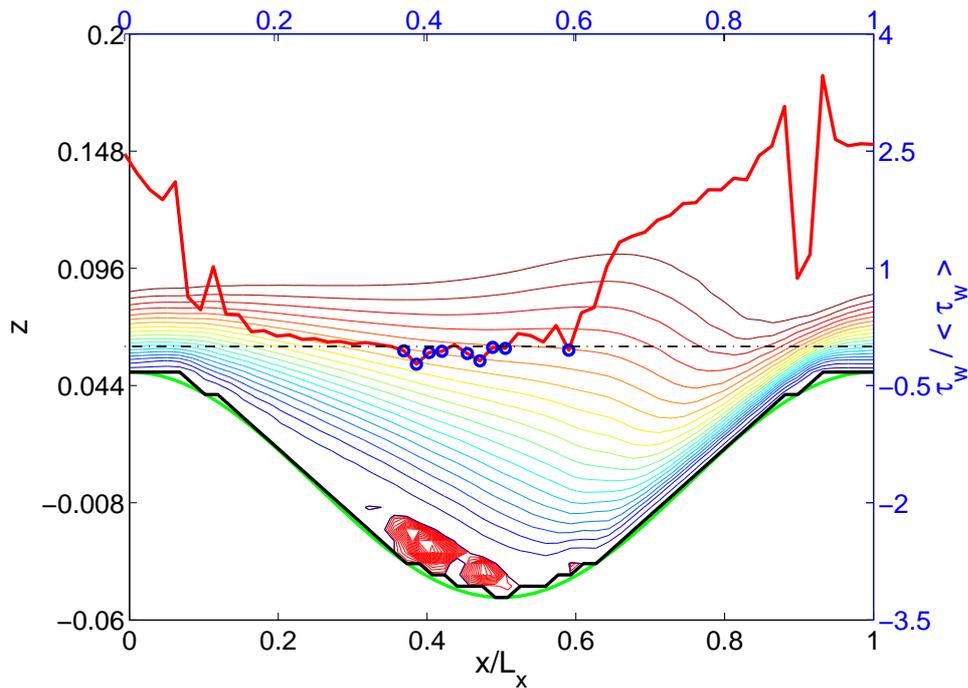


Figura 6.9: Variação, ao longo da parede ondulada, da tensão de cisalhamento média e isolinhas de velocidade longitudinal média. A superfície real, aquela obtida diretamente pela equação da senoide que descreve a superfície ondulada, está representada pela linha verde. A linha preta corresponde à superfície ondulada virtual.

de forma mais precisa.

6.3.3 Estatísticas da Turbulência

Isolinhas da componente longitudinal da intensidade da turbulência (σ_u), média no tempo e na direção y , estão apresentadas na Figura 6.10a. Para comparação, na Figura 6.10b estão apresentadas as isolinhas obtidas por Cherukat *et al.* (1998)[10], para um escoamento com $Re_b = 3460$ e $2a/\lambda = 0,1$. Uma análise qualitativa indica uma boa concordância entre os resultados. Próximo à parede observa-se que as isolinhas apresentam linhas levantadas que iniciam-se em $x/L_x \approx 0,9$, e expandem-se enquanto passam pela crista. Na Figura 6.10b este comportamento também é observado, mas iniciando-se em $x/L_x \approx 0,85$. No presente trabalho, o máximo da intensidade ocorre no vale da superfície ondulada, enquanto que no trabalho de Cherukat *et al.* (1998)[10] ele ocorre mais a montante do vale, em $x/L_x \approx 0,35$. Estes resultados também concordam com os obtidos por Tseng & Ferziger (2004)[76], os quais associaram a posição do máximo com a camada cisalhante despreendida da superfície no ponto de separação.

Segundo Buckles *et al.* (1984)[7] e Cherukat *et al.* (1998)[10], a localização da máxima intensidade σ_u fornece uma ótima estimativa da localização média da camada cisalhante livre. Assim, na Figura 6.10a também estão apresentados os valores máximos desta componente da intensidade da turbulência, para cada posição x/L_x para x/L_x , indicada por (*). A jusante do ponto de recolamento ($x/L_x \approx 0,9$), onde se observou isolinhas levantadas da parede, o máximo

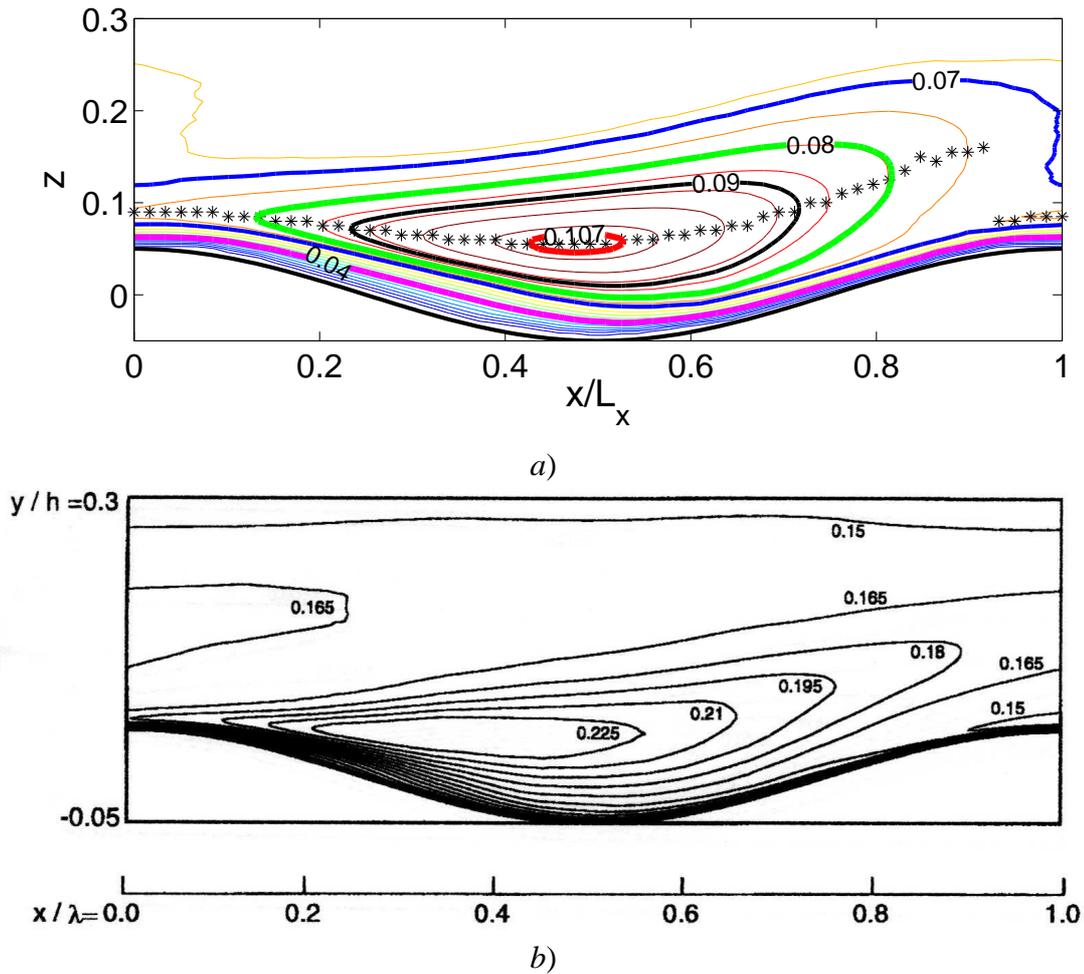


Figura 6.10: Isolinhas da componente longitudinal da intensidade da turbulência, σ_u : a) presente trabalho, onde os símbolos (*) indicam o valor máximo da intensidade para cada posição x/L_x ; b) trabalho de Cherukat *et al.* (1998)[10], para um escoamento com $Re_b = 3460$ e $2a/\lambda = 0,1$, onde os valores estão adimensionalizados pela velocidade média U_b .

da componente longitudinal da intensidade da turbulência σ_u ocorre para pontos próximos à superfície, dentro da camada limite turbulenta gerada nesta mesma região.

O rápido aumento da espessura da camada limite, à medida que esta se move para jusante passando pela crista, faz com que os máximos afastem-se da parede ($0 \leq x/L_x \leq 0,3$). Após $x/L_x \approx 0,3$, a região da máxima intensidade está suficientemente afastada da parede e associada com a camada cisalhante livre formada após a separação do escoamento. Porém, da Figura 6.10a é possível observar que, a partir de $x/L_x \approx 0,3$, os pontos de máxima intensidade agora aparentam indicar a permanência de uma velha camada cisalhante livre acima de uma nova, de menor intensidade, a qual começa a ser formada no ponto de separação da camada limite. À medida que a camada cisalhante se espalha na direção do escoamento, afastando-se da parede, a intensidade longitudinal da turbulência é reduzida no centro desta camada, enquanto que a formação da camada limite a jusante do ponto de recolamento aumenta a intensidade da turbulência próxima à parede e permite a formação de uma nova camada cisalhante.

Na Figura 6.11a estão apresentadas as isolinhas da componente vertical σ_w da intensidade

da turbulência, a qual apresenta um máximo próximo à crista da onda, cuja magnitude é quase um terço do valor máximo longitudinal. Embora esta relação entre os máximos esteja de acordo com os resultados de Tseng & Ferziger (2004)[76], observa-se que a posição do máximo da componente transversal encontra-se muito mais a jusante do máximo da componente longitudinal, comparando com os resultados de Cherukat *et al.* (1998)[10], apresentados na Figura 6.11b. Por outro lado, a razão de aspecto $2a/\lambda$ do presente trabalho corresponde à metade do valor simulado pelos referidos autores, o que produz menos perturbações na componente vertical da velocidade, a qual já apresenta uma pequena magnitude em relação às demais componentes, reduzindo a intensidade da turbulência nesta direção.

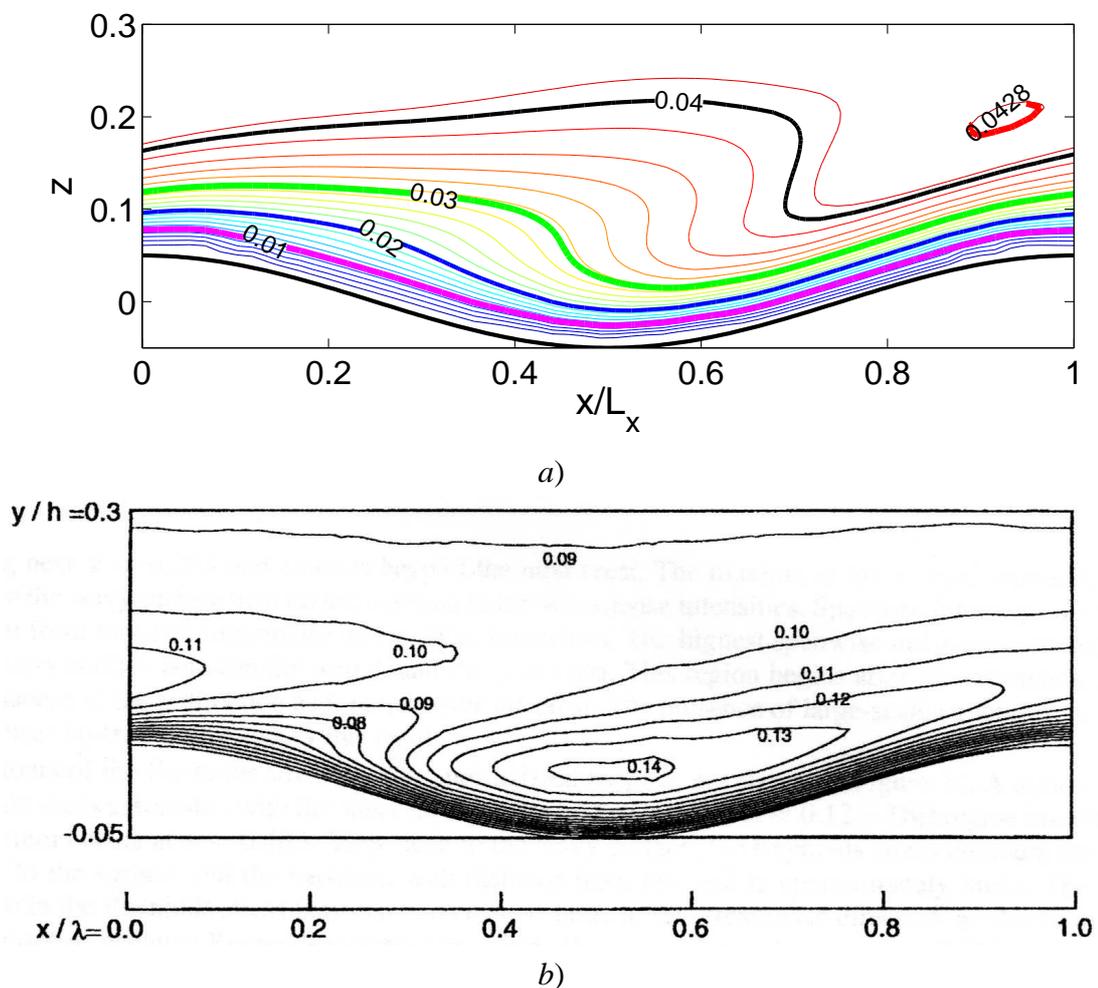


Figura 6.11: Isolinhas da componente vertical da intensidade da turbulência, σ_w : a) presente trabalho; b) trabalho de Cherukat *et al.* (1998)[10], para um escoamento com $Re_b = 3460$ e $2a/\lambda = 0,1$, onde os valores estão adimensionalizados pela velocidade média U_b .

Ainda assim, na Figura 6.11b, verifica-se que um pico de isolinhas da intensidade vertical começa a se formar em $x/\lambda \approx 0,28$, enquanto que nos resultados apresentados na Figura 6.11a, este pico já ocupa uma grande região sobre o vale, e sua formação aparenta ter sido iniciada em torno de $x/L_x \approx 0,3$.

As isolinhas da intensidade transversal da turbulência apresentam um comportamento dife-

rente daquele apresentado pelas componentes longitudinal e vertical. As maiores intensidades transversais da turbulência estão localizadas numa região muito próxima à parede ondulada, entre o vale e a crista, como mostra a Figura 6.12a. Esta região inicia-se a jusante do ponto de recolamento e, segundo Tseng & Ferziger (2004)[76], sua magnitude e localização sugerem um mecanismo de produção localizado e associado com a ondulação da superfície. A presença desta região justifica a existência das estruturas de grandes escalas geradas na camada cisalhante (Cherukat *et al.*, 1998[10]). Na Figura 6.12b estão apresentadas as isolinhas obtidas no trabalho de Cherukat *et al.* (1998)[10], o que indica uma razoável concordância qualitativa com os resultados obtidos no presente trabalho.

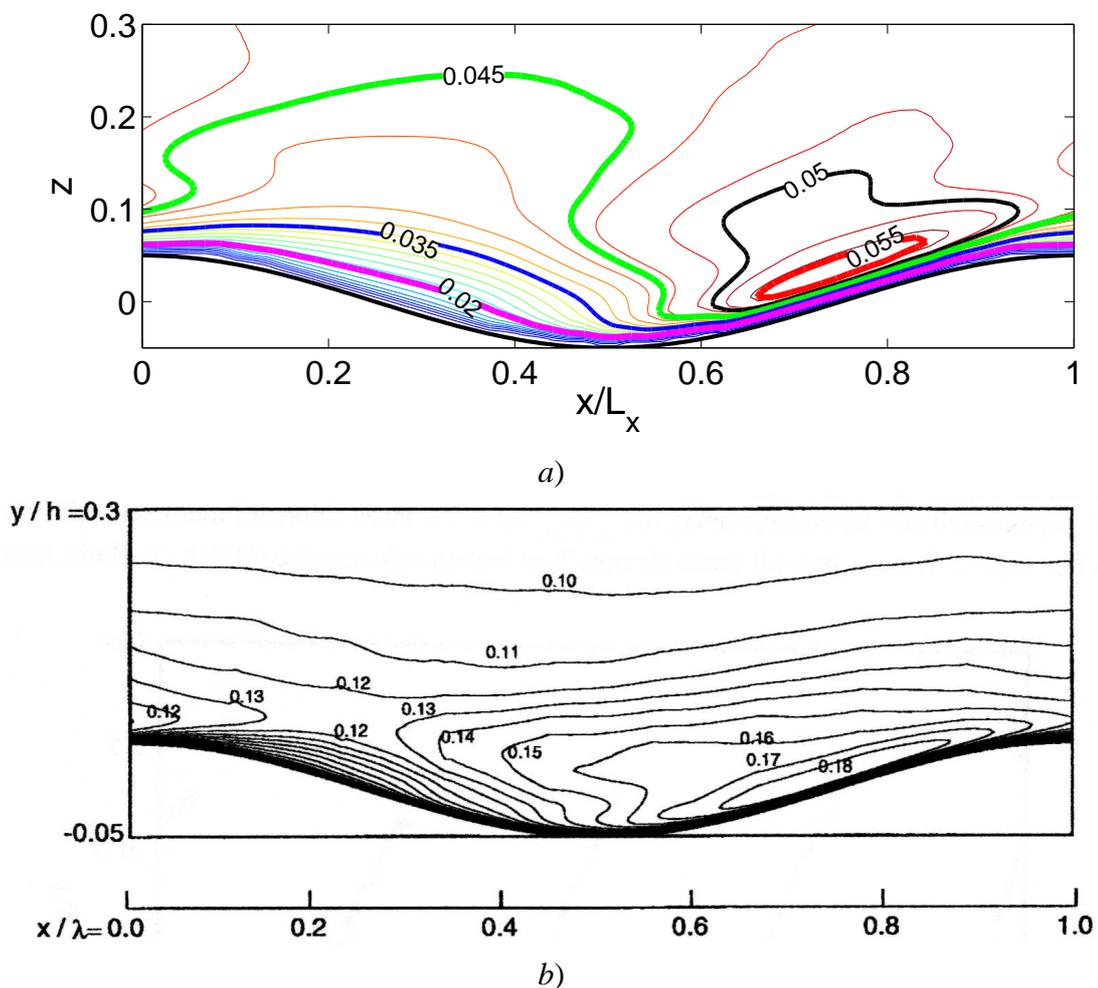


Figura 6.12: Isolinhas da componente transversal da intensidade da turbulência, σ_y : a) presente trabalho; b) trabalho de Cherukat *et al.* (1998)[10], para um escoamento com $Re_b = 3460$ e $2a/\lambda = 0,1$, onde os valores estão adimensionalizados pela velocidade média U_b .

Buscando verificar a influência da superfície inferior ondulada sobre a região próxima à parede plana superior, analisou-se a velocidade longitudinal média e as intensidades da turbulência. A Figura 6.13 mostra os perfis de velocidade longitudinal média no tempo e em y , para diferentes posições ($x/L_x = 0, 0,25, 0,5, 0,75$ e 1) ao longo da placa superior, adimensionalizadas pela velocidade de atrito local u^* . Na mesma figura, também está apresentado o perfil de

velocidade longitudinal média no tempo e nos planos horizontais, obtido para a placa superior do canal plano mínimo simulado neste trabalho.

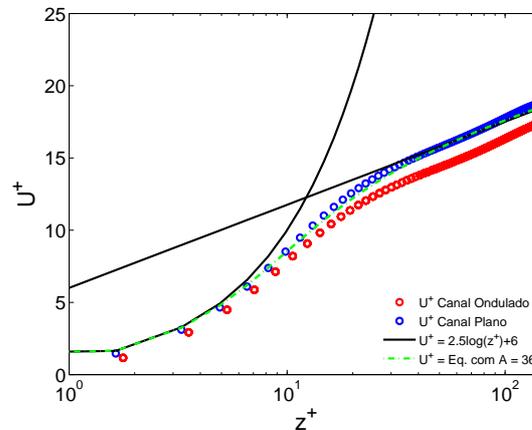


Figura 6.13: Perfis de velocidade longitudinal média, na parede superior, do canal mínimo de placas planas e do do canal de fundo ondulado, indicados pelos círculos azuis e vermelhos, respectivamente. Para o canal de fundo ondulado, os perfis correspondem as posições $x/L_x = 0, 0,25, 0,5, 0,75$ e 1

Observa-se que o perfil para o canal de fundo ondulado encontra-se abaixo do obtido com o canal de placas planas, principalmente na região externa do escoamento ($z^+ \geq 30$), a qual, em nenhuma das duas simulações, aparenta estar sendo bem resolvida. Por outro lado, a redução observada na região interna é muito pequena e os comportamentos são semelhantes, indicando que esta região foi bem representada pela simulação. As constantes da lei logarítmica, $B = 6$, e a de van Driest, $A^+ = 36$, apresentadas na Figura 6.13, correspondem àquelas utilizadas para o ajuste do perfil do canal mínimo de placas planas. Para um ajuste do perfil do canal de fundo ondulado, seria necessário adotar os valores $B = 5$ e $A^+ = 29$, os quais estão mais próximos dos normalmente empregados nos escoamentos turbulentos em canais de placas planas.

A ondulação da superfície inferior provocou um aumento de aproximadamente 8% sobre a velocidade de atrito média da parede superior, em relação ao valor encontrado para o canal mínimo de placas planas. Este comportamento está de acordo com o observado por Patel *et al.* (1991)[59] para o caso de um escoamento sobre uma superfície ondulada com separação. Apesar do aumento no valor médio, a variação da velocidade de atrito ao longo da superfície plana do canal de fundo ondulado mostrou-se pequena, o que está verificado pelo colapso dos perfis para as diferentes posições x/L_x apresentados na Figura 6.13.

As intensidades médias da turbulência, adimensionalizadas pela velocidade de atrito média, estão apresentadas na Figura 6.14a. Uma vez que aqui as diferenças entre os perfis para diferentes posições x/L_x são insignificantes, apenas está apresentado o perfil das intensidades médias no tempo e nas direções x e y . Para comparação, na Figura 6.14b estão apresentados perfis semelhantes, obtidos agora para o caso do canal mínimo de placas planas. Em ambas as figuras, também estão apresentados os perfis obtidos pelos autores apresentados na Tabela 5.2.

Os resultados obtidos com os canais de fundo ondulado e de placas planas apresentam uma

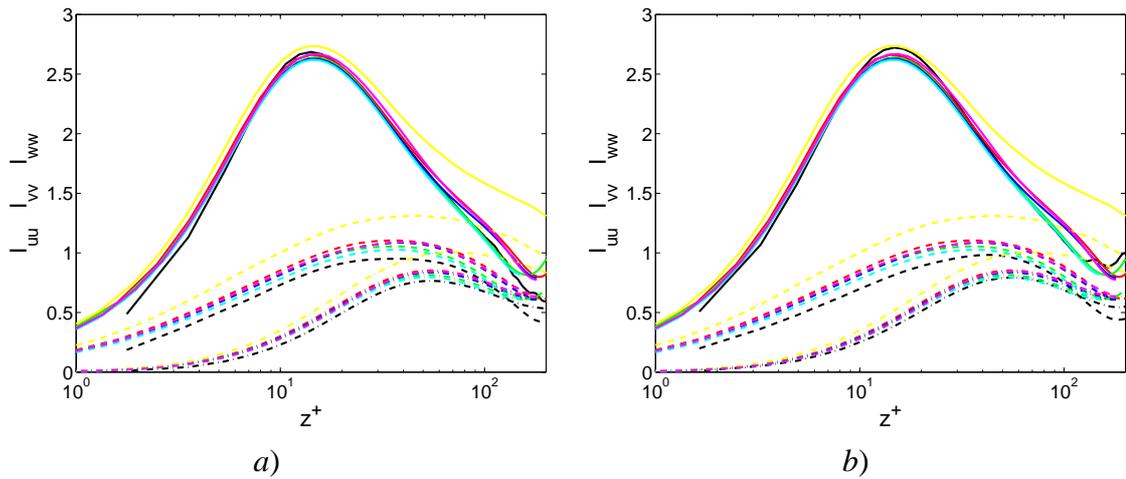


Figura 6.14: Intensidades médias da turbulência, em unidades de parede, próximas à parede superior: *a)* canal de fundo ondulado; *b)* canal mínimo de placas planas. linha sólida, I_{uu} ; linha tracejada, I_{vv} ; traço-ponto, I_{wv} . Referências: preto, presente; vermelho, Jiménez & Moin (1991)[23]; azul, Kim *et al.* (1987)[30]; verde, Lamballais *et al.* (1998)[36]; amarelo, Kim (1989) [28]; azul claro, Kasagi *et al.*(1990)[24]; magenta, Kasagi *et al.* (1992)[25].

boa concordância global entre eles, com apenas algumas pequenas discrepâncias. Nas regiões para $z^+ \leq 4$ e $z^+ \geq 100$ observa-se um ligeiro afastamento do perfil da intensidade I_{uu} em relação aos dados dos demais autores, quando comparado ao canal de placas planas, enquanto que as outras componentes parecem inalteradas. Uma maior discrepância nos resultados pode ser observada nos picos de máximas intensidades, principalmente para a componente longitudinal, a qual apresenta um valor reduzido $I_{uu}^{max} \approx 2,68$ em relação os obtido com o canal de placas planas $I_{uu}^{max} \approx 2,72$. Ainda, a posição do pico de máxima intensidade I_{uu} encontra-se ligeiramente mais próxima à parede, em torno de $z^+ \approx 14$, enquanto que a posição média dos demais perfis é $z^+ \approx 15$. Estes resultados indicam pouca influência da superfície ondulada sobre as intensidades da turbulência na parede oposta. Além disso, os perfis de velocidade longitudinal média próximos à parede superior mostraram-se mais sensíveis à superfície ondulada, o que está de acordo com as observações feitas por Cherukat *et al.* (1998)[10].

6.3.4 Estruturas da Turbulência

Assim como no caso do escoamento turbulento no canal mínimo de placas planas, apresentado no capítulo anterior, aqui serão apresentadas as estruturas alongadas (*streak*) existentes na parede superior e os vórtices longitudinais em ambas as paredes, obtidos a partir de um campo instantâneo qualquer. Durante um período final da simulação, de $T \approx 190$, os campos de velocidade foram armazenados a cada 100 iterações, o que corresponde a um incremento de tempo de $\Delta t \approx 0,21$, e analisados buscando verificar sua consistência com o que será apresentado.

Na Figura 6.15 estão apresentadas as isolinhas das flutuações da componente longitudinal da velocidade, u' , em um plano (x, y) localizado próximo à parede superior, a uma distância de $z^+ \approx 8$, baseada na velocidade de atrito média local. O campo corresponde ao instante de tempo

$t = 5875$ e para o cálculo das flutuações foi realizada uma média no período de tempo $T \approx 1100$ e em planos horizontais. Em vermelho estão os valores de $u' < 0$, indicando as correntes de baixas velocidades, enquanto que em verde estão os valores de $u' > 0$, os quais indicam as correntes de altas velocidades.

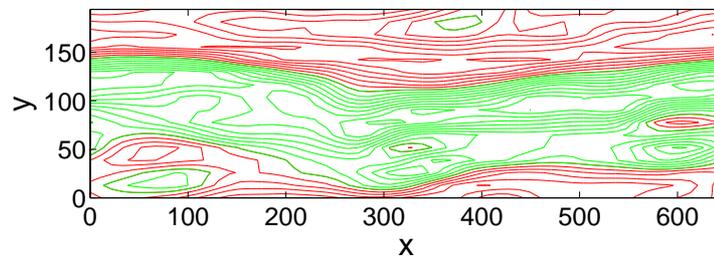


Figura 6.15: Isolinhas de u' em um plano horizontal (x, y) , distante $z^+ \approx 8$ da parede superior, em unidades de paredes local. O escoamento é da esquerda para a direita e corresponde ao tempo $t = 5875$. Vermelho, $u' < 0$; verde, $u' > 0$.

Semelhantemente ao encontrado para o caso do canal de placas planas simulado neste trabalho, observa-se que as estruturas alongadas foram bem representadas e apresentam um espaçamento transversal médio de $y^+ \approx 100$, compatível com os valores médios observados experimentalmente e através de simulações numéricas, o que indica que estas estruturas aparentam não ser influenciadas pela ondulação da superfície inferior, e continuam existindo para o número de Reynolds e a razão de aspecto $2a/\lambda$ adotada aqui. Estas regiões ocupam toda a extensão longitudinal do domínio computacional, e uma análise dos campos instantâneos também indicaram uma posição fixa ao longo da direção transversal.

Para uma visualização tridimensional das estruturas coerentes próximas às paredes, foi utilizado o critério Q de identificação. As estruturas foram obtidas a partir de um campo instantâneo correspondente a $t \approx 5873$ e coloridas adotando-se os valores referentes à vorticidade longitudinal ω_x , de forma a facilitar a distinção entre as estruturas de vórtices longitudinais positivas (azul) e negativas (vermelho).

Na Figura 6.16 está apresentada uma visão lateral $(x, 0, z)$ do canal de fundo ondulado simulado, onde é possível verificar as regiões com a presença de vórtices longitudinais concentrados próximos às paredes, visualizados por uma isosuperfície $\omega = 3$. Observa-se que os vórtices encontrados na placa inferior assemelham-se aos da placa superior, porém aparentam ser mais compridos e alongados e com maiores ângulos de inclinação. As estruturas provenientes da camada limite a montante da região de separação, move-se na direção do escoamento principal na camada cisalhante, acima da região de escoamento reverso. Elas espalham-se e, eventualmente, interagem com a camada limite que se desenvolve na parede após o recolamento (Cherukat *et al.*, 1998[10]. Na região a montante da crista da onda, verifica-se que os vórtices são mais compridos e encontram-se mais próximos da parede. Estes vórtices se intensificam e crescem sobre a crista, mas perdem sua identidade ao passar sobre o vale.

Uma visão tridimensional dos vórtices longitudinais próximos à cada uma das paredes está

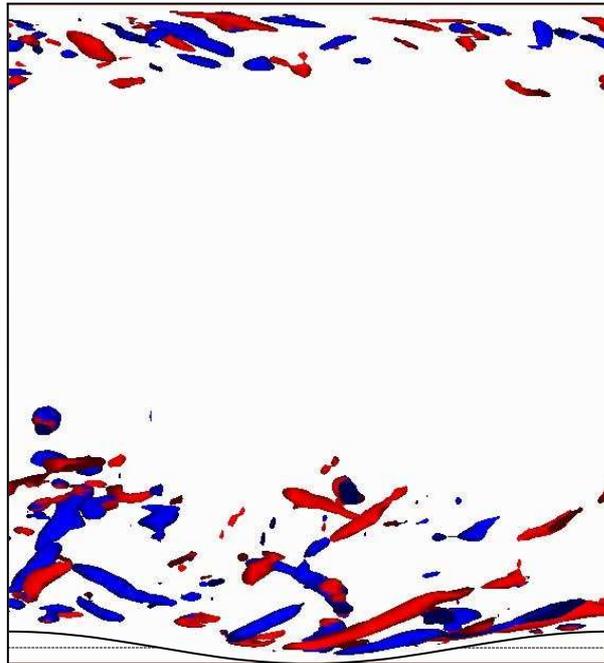
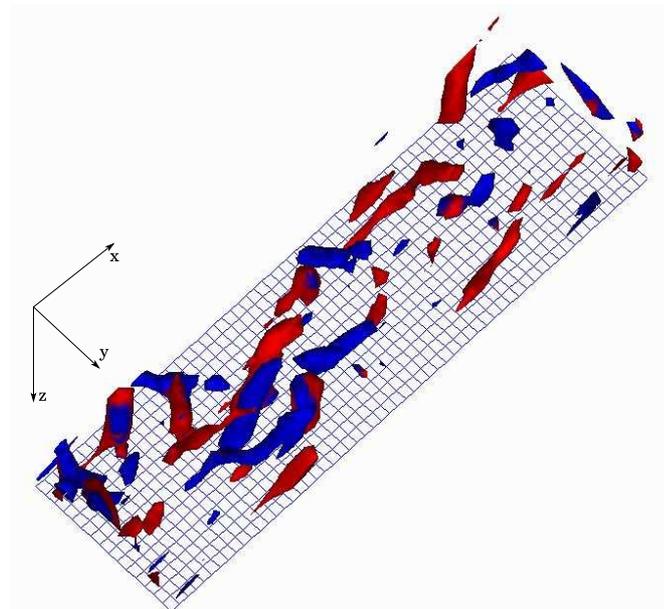
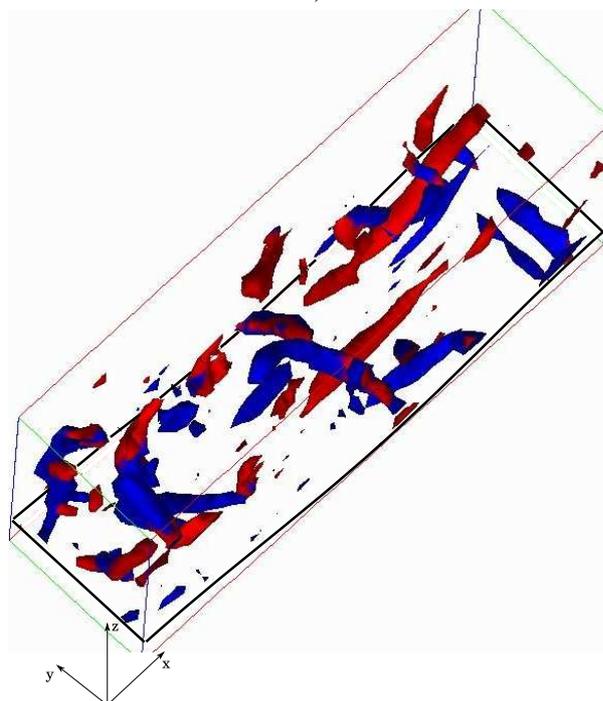


Figura 6.16: Estruturas coerentes próximas às paredes do canal, obtidas pelo critério Q e coloridas pelos valores da vorticidade longitudinal ω_x . Vermelho corresponde aos valores negativos de ω_x , enquanto que azul correspondem aos valores positivos.

apresentada nas Figuras 6.17a, para a parede plana superior, e 6.17b para a parede ondulada inferior. As isosuperfícies que os identificam, assim como o instante de tempo da visualização, é o mesmo da Figura 6.16. A visualização de campos instantâneos mostraram que na parede inferior os vórtices são mais alongados na direção do escoamento, sendo mais concentrados principalmente na região a montante da crista, diferentemente dos vórtices longitudinais na parede plana, os quais são alongados e se distribuem de forma mais uniforme ao longo da placa. Os resultados apresentados indicam que, mesmo com a redução de 50% no número de pontos da malha utilizado na direção transversal, em relação ao canal de placas planas, a região interna do escoamento foi bem resolvida e foi possível manter um escoamento turbulento, permitindo capturar algumas estruturas próximas à parede.



a)



b)

Figura 6.17: Vórtices longitudinais próximos às paredes do canal, obtidos pelo critério Q e coloridos pelos valores da vorticidade longitudinal ω_x . *a)* parede superior plana; *b)* parede inferior ondulada. Vermelho corresponde aos valores negativos de ω_x , enquanto que azul correspondem aos valores positivos.

Capítulo 7

Conclusões

Este trabalho propôs-se a realizar uma simulação numérica direta (*DNS*) de um escoamento turbulento em um canal de placa superior plana e placa inferior ondulada. Buscou-se obter as principais estatísticas da turbulência, reproduzir o campo de escoamento próximo às paredes e representar algumas das estruturas da turbulência. O estudo foi desenvolvido em três etapas e as principais conclusões obtidas são apresentadas a seguir.

Inicialmente foram realizadas simulações numéricas bidimensionais, de um escoamento laminar com número de Reynolds $Re = 100$ e 500 , em um canal com fundo ondulado. Tais simulações foram utilizadas para definir os parâmetros a serem utilizados pelo método de fronteiras virtuais, buscar a melhor forma de representar o obstáculo imerso, verificar o efeito da altura do domínio e da condição inicial sobre o campo de escoamento, além de avaliar a influência da resolução da malha e a adaptação da fronteira virtual a ela. Como resultados desta primeira etapa, verificaram-se:

- Das três diferentes formas analisadas de aplicação do campo de força \vec{f} , cujas superfícies virtuais geradas foram nomeadas de “*superfície sólida - SS*”, “*superfície com circulação - SC*” e “*superfície fina - SF*”, as duas primeiras (*SS* e *SC*) não foram adequadas para representar a superfície ondulada, pois induziram oscilações espaciais nas direções normal e longitudinal no campo de escoamento, gerando falsas perturbações no campo de vorticidade e uma descontinuidade no perfil vertical de velocidade longitudinal próximo à superfície. Tais perturbações foram eliminadas utilizando uma superfície fina (*SF*), a qual foi então considerada como a melhor forma de representar o obstáculo imerso. Porém, na simulação do canal mínimo de placas planas, as três superfícies analisadas produziram os mesmos resultados, mostrando-se igualmente adequadas para a representação de uma placa plana.
- A análise dos parâmetros α e β do método de fronteiras virtuais mostraram que o tempo necessário para que a norma- l_2 atinja seu valor mínimo varia em função dos valores destes parâmetros. Neste período inicial de tempo, verificaram-se oscilações da velocidade

longitudinal próximas ao obstáculo, as quais foram reduzidas para os maiores valores absolutos de β . Maiores valores dos coeficientes permitiram ao método responder mais rapidamente a qualquer alteração no campo de escoamento e, assim, atuar de forma mais eficiente na manutenção da condição de não-deslizamento.

- O campo de escoamento final, correspondente àquele num estado estatisticamente estacionário, mostrou-se independente dos valores dos parâmetros para os casos analisados. Entretanto, as perturbações verificadas no início das simulações podem ser prejudiciais a outros estudos como, por exemplo, o da transição à turbulência em escoamentos em canais.
- A alteração do perfil de velocidade longitudinal utilizado como condição inicial (Poisuille ou uniforme) não modificou o resultado final das simulações bidimensionais. Ambos os perfis produziram o mesmo afeito sobre a fronteira imersa virtual e somente afetaram o tempo de convergência da simulação, mostrando a independência da simulação com a condição imposta inicialmente.
- Uma análise da influência da resolução da malha foi possível apenas para a direção longitudinal. Nesta direção, o número de pontos da malha utilizados praticamente não afetou a representação da fronteira imersa nem o campo de escoamento, indicando que o custo computacional das simulações, com as superfícies onduladas, pode ser significativamente reduzido com a utilização de uma malha com resolução longitudinal bem menor do que na vertical.
- Na direção vertical, verificou-se uma falta de convergência dos resultados para diferentes resoluções de malha, o que pode estar relacionado com a forma como foi aplicado o método de fronteiras virtuais. A superfície fina (SF) apresentou espessura variável em função do espaçamento vertical Δz , e os efeitos devidos a essas variações não foram considerados na análise realizada neste trabalho, os quais aparentaram modificar o campo de escoamento final. Assim verificou-se que a metodologia adotada para a representação da fronteira virtual deve ser melhor avaliada ao se realizar este tipo de análise. De qualquer forma, a resolução da malha necessária para este tipo de simulação mostrou-se “cara” em termos de custo computacional, principalmente para os recursos disponíveis para a realização deste trabalho. A utilização de uma malha não-uniforme, com possível refinamento local próximo à superfície, poderia contornar este tipo de problema, tanto por permitir uma redução do número de pontos da malha como por possibilitar uma melhor representação do contorno virtual.
- O efeito do confinamento foi analisado para $L_z = 7,5, 10$ e $12,5$. A redução na altura do domínio provocou uma aceleração no campo de escoamento (sendo mais significativa na região central do canal), um aumento da vorticidade sobre a superfície (principalmente

sobre a crista da onda), uma intensificação da camada cisalhante formada sobre a crista e um aumento da região de recirculação no vale ($\Delta x_{rec} \approx 3,4$ e $2,06$ para $L_z = 7,5$ e $12,5$, respectivamente). Porém, nenhum efeito foi verificado sobre a norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade nem sobre o tempo de resposta do método de fronteiras virtuais na realimentação da condição de não-deslizamento. Estes resultados, obtidos para as simulações bidimensionais, mostraram que a metodologia empregada e as condições de contorno adotadas na direção vertical limitaram a simulação a grandes alturas de domínio, com significativo refinamento da malha e maior custo computacional. Esta limitação exigiu modificações na forma de representação do problema físico, com alterações na configuração e nas condições de contorno para a simulação tridimensional do escoamento turbulento no canal com fundo ondulado.

Na segunda etapa foi realizada uma *DNS* de um escoamento turbulento com número de Reynolds $Re_c = 7000$, em um canal mínimo tridimensional de placas planas. Os resultados foram utilizados para validar a metodologia empregada, comparando-os com resultados numéricos de referência, obtidos por outros autores. Além disso, a *DNS* do canal plano foi utilizada para gerar o campo de escoamento turbulento para a inicialização da *DNS* do escoamento no canal de fundo ondulado. Os principais resultados obtidos foram:

- As análises das correlações espaciais das componentes da velocidade indicaram que as dimensões adotadas para o domínio de cálculo não foram grandes o suficiente para que o escoamento apresentasse um grau de liberdade tal que evitasse a influência das condições de contorno periódicas. Porém, as dimensões adotadas foram compatíveis com aquelas utilizadas por Jiménez & Moin (1991)[23] e mostraram-se suficientes para manter um escoamento turbulento, mesmo não podendo capturar e representar com muita precisão as estruturas de grandes escalas da região externa.
- Os espectros de energia apresentaram um rápido e acentuado decaimento para os maiores comprimentos de onda na direção longitudinal, o que indicou uma boa resolução da malha nesta direção ($n_x = 30$). Já na direção transversal, embora a resolução da malha ($n_y = 30$) tenha sido superior àquelas adotadas nos trabalhos de referência, utilizados para comparação dos resultados, o espectro de energia apresentou um decaimento menos acentuado e um acúmulo de energia para os maiores comprimentos de onda, indicando uma resolução de malha insuficiente nesta direção. Este acúmulo de energia pode estar associado ao moderado número de Reynolds da simulação e ao erro de dobramento gerado pelo cálculo dos termos não-lineares das equações de Navier-Stokes. Porém, os resultados obtidos das estatísticas e as estruturas da turbulência próximas às paredes concordaram bem com os resultados de referência, mostrando que a malha, mesmo limitada pelos recursos computacionais utilizados, foi adequada para os objetivos da simulação realizada neste trabalho.

- O perfil de velocidade longitudinal média indicou uma assimetria no canal mínimo simulado neste trabalho, com um maior gradiente de velocidade sobre a placa superior. Um comportamento semelhante também foi obtido por Jiménez & Moin (1991)[23] e, provavelmente, está associado às pequenas dimensões do domínio computacional.
- A evolução temporal da tensão de cisalhamento média sobre as paredes do canal mínimo apresentaram fortes flutuações, com um valor médio maior na parede superior, compatível com a diferença entre os números de Reynolds locais de cada parede devido à assimetria, ou seja, $h^+ = 200$ na parede inferior e $h^+ = 328$ na parede superior.
- As flutuações da tensão de cisalhamento, aparentemente, refletiram-se no comportamento oscilatório da norma- l_2 da componente longitudinal da velocidade. As flutuações da norma- l_2 correlacionaram-se bem com as flutuações da tensão de cisalhamento, com coeficientes de correlação $|R_{\tau_w, l_2}|_{inf} = 0,56$ e $|R_{\tau_w, l_2}|_{sup} = 0,64$, nas paredes inferior e superior, respectivamente. Isto significa que o método de fronteiras virtuais conseguiu captar as rápidas modificações do escoamento próximo às paredes e garantir a condição de não-deslizamento.
- Os coeficientes de correlação entre as séries temporais da tensão de cisalhamento nas paredes inferior e superior do canal mínimo foi $|R_{\tau_{wi}, \tau_{ws}}| \approx 0,1$, indicando uma independência entre os comportamentos turbulentos das paredes, de forma que as mesmas puderam ser tratadas individualmente neste trabalho.
- O perfil logarítmico de velocidade longitudinal média, adimensionalizada pela velocidade de atrito local da parede superior ($h^+ = 328$), apresentou um excelente ajuste com a lei logarítmica padrão para escoamentos turbulentos em canais, tanto na região interna ($z^+ < 30$) como na região externa ($z^+ > 30$) do escoamento. Porém, devido ao moderado número de Reynolds da simulação, o ajuste foi obtido adotando os valores $A^+ = 36$ e $B = 6,0$, os quais são superiores aos valores geralmente utilizados para o caso de um escoamento turbulento em canais de placas planas ($A^+ = 26$ e $B = 5,5$). Por outro lado, o perfil obtido para a parede inferior ($h^+ = 200$) apresentou um bom ajuste na região interna e apenas um pequeno ajuste ($30 < z^+ < 50$) com a região logarítmica, seguido por uma região de esteira. Neste caso, para o ajuste foi necessário adotar $A^+ = 31$ e $B = 5,5$. Os valores de A^+ e B utilizados divergiram da conclusão de Antonia *et al.* (1992)[3], os quais verificaram que, para baixos números de Reynolds, a constante A^+ aumenta quando h^+ diminui.
- Uma comparação entre os perfis logarítmicos de velocidade longitudinal média, obtidos no presente trabalho, com aqueles obtidos por outros autores mostraram um excelente ajuste na região interna, mas uma ligeira divergência na região logarítmica, principalmente para o perfil da parede inferior. Esta pequena variação pode estar relacionada aos

diferentes números de Reynolds das simulações e ao pequeno domínio computacional utilizado, o qual é insuficiente para englobar as grandes escalas existentes na região externa.

- A diferença na intensidade da turbulência entre ambas as paredes indicaram diferentes níveis de atividade turbulenta, sendo esta mais intensa na parede superior. Adimensionalizadas pela velocidade de atrito local, os perfis médios das intensidades na parede superior concordaram bem com os dados de referência, principalmente o valor de I_{uu} , enquanto que na parede inferior eles apresentaram divergências, as quais aparentaram estar relacionadas à falta de convergência estatística do escoamento próximo a esta parede. As posições dos valores máximos de I_{uu} e I_{vv} também foram bem representadas na parede superior, estando localizados em $z^+ \approx 15$ e $z^+ \approx 41$, respectivamente.
- A tensão de Reynolds obtida para a parede inferior não apresentou nenhuma concordância com os dados de referência, significando que nesta parede o escoamento pode não ter atingido um estado estatisticamente estacionário. Por outro lado, próximo à parede superior, foi observado apenas uma pequena região de concordância com os dados ($z^+ < 15$), o que indica que o comportamento do escoamento pode ser considerado estacionário nesta região. Porém, a atividade turbulenta na região externa do escoamento mostrou-se intensa, não apresentando uma convergência das estatísticas. Esta é uma particularidade do canal mínimo, no qual, segundo Jiménez & Moin (1991)[23], o tamanho limitado do domínio de cálculo impede que o escoamento da região externa, bem como a sua influência nos eventos que ocorrem na região da parede, sejam adequadamente representados pela simulação.
- O comportamento assimétrico e a falta de convergência de algumas das estatísticas obtidas no presente trabalho também podem estar relacionados ao tempo de cálculo da simulação, o qual pode parecer excessivo para uma simulação de um escoamento turbulento completamente desenvolvido em um canal, mas mostrou-se insuficiente para a convergência do canal mínimo simulado, com as condições iniciais adotadas.
- Foram identificadas duas das principais estruturas da turbulência parietal: as regiões de fluidos com alta e baixa velocidade (*streaks*) e os vórtices longitudinais. Porém, devido à limitação no tamanho do domínio computacional, assim como em Jiménez & Moin (1991)[23], a ocorrência aleatória, no tempo e no espaço, destas estruturas foi substituída por um arranjo periódico de estruturas coerentes.
- Apesar do comportamento assimétrico do escoamento, as correlações espaciais da componente longitudinal da velocidade ($R_{u'u'}$) e as isolinhas de u' mostraram que as faixas de altas e baixas velocidades (*streaks*) foram bem representadas na parede superior, embora não tão bem representadas na parede inferior. A presença de um mínimo na correlação

$R_{u'u'}$ na parede superior, para distâncias de separação ao longo da direção transversal, forneceram uma estimativa da separação média entre as faixas de altas e baixas velocidade de $\delta y^+ \approx 114$, o que está próximo do valor $\delta y^+ = 100$ observado experimentalmente e comprovado em diversos trabalhos numéricos.

- As isolinhas de vorticidade transversal, ω_y , indicaram a existência de grandes estruturas ocupando a região externa do escoamento para $z < 0$. Por outro lado, para $z > 0$ as estruturas permaneceram confinadas mais próximas à parede superior, onde pôde ser observada a existência de uma camada cisalhante tridimensional emergindo da parede na direção do escoamento e inclinada na direção transversal.
- A existência de vórtices longitudinais alongados na direção do escoamento e inclinados em relação às paredes foi evidenciada pelas isolinhas de vorticidade longitudinal, ω_x , e pelas isosuperfícies de critério Q .
- As isosuperfícies de u' próximas à parede superior mostraram a existência dos *streaks* próximos aos vórtices longitudinais, concordando com a idéia de que eles são gerados pela suspensão de fluido com baixa velocidade, proveniente da parede, pela velocidade vertical induzida pelos vórtices. Os *streaks* estenderam-se ao longo de toda a dimensão longitudinal do domínio de cálculo e mantiveram-se em posições praticamente constantes na direção transversal.

A terceira etapa corresponde ao objetivo principal do trabalho, onde foi realizada uma *DNS* de um escoamento turbulento, com número de Reynolds $Re_c = 7000$, em um canal tridimensional de placa superior plana e placa inferior ondulada, de amplitude $a = 0,05h$ e uma razão de aspecto $2a/\lambda = 0,053$. As dimensões do domínio de cálculo foram adotadas como sendo as mesmas utilizadas para a simulação do canal mínimo. Como resultados desta etapa, ressaltam-se:

- O perfis verticais de velocidade longitudinal média, distribuídos ao longo da direção longitudinal, apresentaram o mesmo comportamento daqueles obtidos para o canal mínimo de placas planas, próximo à parede superior, apenas variando na região inferior devido ao efeito da curvatura da superfície ondulada. Embora as diferenças no cisalhamento das paredes inferior e superior do canal ondulado induzam uma assimetria em relação à linha central ($z = 1$), os perfis de velocidade aparentaram manter a mesma assimetria observada no canal plano.
- No vale da superfície ondulada, próximo à parede, verificou-se a existência de um escoamento reverso, de intensidade muito pequena $O(10^{-3}U_c)$, devido ao gradiente de pressão adverso produzido pelo aumento da seção transversal do canal entre a crista e o vale da

onda. Esta região de recirculação não apresentou uma posição fixa no espaço ao longo do tempo, fazendo com que os pontos de separação e recolamento sofressem grandes oscilações ao longo da onda. Para o campo de velocidade média, os pontos de separação e recolamento foram localizados em $x/L_x \approx 0,3$ e $x/L_x \approx 0,55$, respectivamente.

- Os perfis logarítmicos de velocidade longitudinal média no tempo e na direção y , adimensionalizados pela velocidade de atrito média ao longo da superfície ondulada, apresentaram uma boa concordância qualitativa com os perfis de Henn & Sykes (1999)[18], principalmente próximo à superfície. Porém, os perfis obtidos no presente trabalho apresentaram máximos distintos em relação aos de Henn & Sykes (1999)[18], o que pode estar relacionado aos diferentes números de Reynolds e à diferença na razão de aspecto dos dois trabalhos. Porém, este tipo de perfil é útil apenas para conhecer o efeito global da ondulação da parede sobre a distribuição de velocidades, e não fornecem informações precisas a respeito da validade da lei da parede.
- O perfil da tensão de cisalhamento $\tau_w / \langle \tau_w \rangle$ sobre a superfície ondulada apresentou um comportamento linear, evidenciado pela sua variação espacial senoidal, com razoável concordância qualitativa com o perfil obtido experimentalmente por Zilker *et al.* (1977)[88]. Porém, o perfil obtido neste trabalho apresentou oscilações ao longo da superfície, com duas grandes descontinuidades, em $x/L_x \approx 0,1$ e $x/L_x \approx 0,9$, as quais se devem à representação virtual da fronteira imersa, cujas irregularidades dificultaram a obtenção dos valores locais da tensão de cisalhamento. Esta forma irregular da superfície não se deve ao método de fronteiras virtuais, mas é apenas um problema relacionado à resolução da malha, que devido ao elevado custo computacional da simulação não foi possível um maior refinamento. Por outro lado, na região de recirculação os dois perfis apresentaram um patamar horizontal devido à pequena variação no valor da tensão de cisalhamento.
- As isolinhas de velocidade longitudinal média, próximas à parede ondulada, indicaram uma forte aceleração do escoamento a jusante do ponto de recolamento, em resposta à elevação da superfície, formando uma fina camada limite, a qual se desenvolve até o ponto de separação e desprende-se da superfície como uma camada cisalhante livre. O campo de vorticidade transversal, ω_y , mostrou que esta camada cisalhante se espalha rapidamente a jusante do ponto de separação, de forma praticamente linear, em torno de uma linha central aproximadamente horizontal, até $x/L_x \approx 0,5$.
- A localização da máxima velocidade vertical foi $x/L_x \approx 0,82$ e, próximo à superfície, o plano vertical em $x/L_x \approx 0,6$ separa as isolinhas positivas das negativas e pode ser considerado uma região de uma fraca camada de mistura plana se desenvolvendo na direção vertical.
- Próximo à parede ondulada, as isolinhas da componente longitudinal da intensidade da turbulência (σ_u), média no tempo e no espaço, mostraram linhas se desprendendo da

parede em $(x/L_x \approx 0,9)$ e um máximo em $x/L_x \approx 0,47$, associado à camada cisalhante livre desprendida da superfície no ponto de separação.

- A localização dos valores máximos da intensidade longitudinal da turbulência (σ_u), ao longo da superfície ondulada, coincidiram com a localização média da camada cilhante livre. Porém, à medida que a camada cisalhante se espalha na direção do escoamento, afastando-se da parede, a intensidade longitudinal da turbulência (σ_u) foi reduzida no centro desta camada, enquanto que a formação da camada limite a jusante do ponto de recolamento ($x/L_x \approx 0,9$) aumentou a intensidade de σ_u próxima à parede e permitiu a formação de uma nova camada cisalhante abaixo da anterior.
- O máximo da componente vertical da intensidade da turbulência, σ_w , foi obtido próximo à crista da onda, com magnitude de quase um terço do valor máximo da componente longitudinal, o que está de acordo com a relação entre os máximos obtida por Tseng & Ferziger (2004)[76]. Porém, a posição da σ_w máxima foi obtida sobre a crista da onda, diferentemente dos resultados de Cherukat *et al.* (1998)[10], os quais encontraram um máximo na σ_w próximo ao máximo de σ_u , ambos no vale da onda. Estes resultados podem estar relacionados a menor relação $2a/\lambda$ utilizada no presente trabalho em comparação com as adotadas pelos referidos autores.
- As isolinhas de σ_v apresentaram um comportamento diferente das demais componentes, com seus valores máximos muito próximos à parede ondulada, entre o vale e a crista, o que justifica a existência de estruturas de grandes escalas geradas na camada cisalhante e está de acordo com os resultados de Cherukat *et al.* (1998)[10] e as observações de Tseng & Ferziger (2004)[76].
- A ondulação da superfície inferior provocou um aumento de, aproximadamente, 8% sobre a velocidade de atrito média na parede superior em relação à obtida no canal mínimo, embora a sua variação ao longo da parede tenha sido praticamente desprezível.
- Os valores dos perfis logarítmicos da velocidade longitudinal na parede superior foram inferiores àqueles obtidos com o canal mínimo de placas planas, principalmente na região externa. Porém, na região interna a diferença entre eles foi muito pequena. O ajuste do perfil foi obtido para $A^+ = 29$ e $B = 5,5$, os quais estão mais próximos dos valores normalmente empregados nos escoamentos turbulentos em canais de placas planas.
- As intensidades médias da turbulência próximas à parede superior, adimensionalizadas pela velocidade de atrito local média, apresentaram apenas algumas pequenas discrepâncias em relação aos dados de referência. Verificou-se uma pequena redução nos valores máximos, principalmente para a componente longitudinal, onde se obteve $I_{uu}^{max} \approx 2,68$ contra $I_{uu}^{max} \approx 2,72$ no canal mínimo e $I_{uu}^{max} \approx 2,8$ obtido por Sherman (1990)[70]. A posição do pico aproximou-se mais da parede, localizando-se em $z^+ \approx 14$.

- Neste trabalho verificou-se uma pequena influência da superfície ondulada sobre as intensidades da turbulência na parede oposta, enquanto que os perfis logarítmicos de velocidade mostraram-se mais sensíveis à ondulação da superfície inferior, assim como observado por Cherukat *et al.* (1998)[10].
- Apesar da redução em 50% do número de pontos da malha na direção transversal, em comparação à simulação do canal mínimo de placas planas, a região interna do escoamento foi bem resolvida e foi possível manter um escoamento turbulento, ainda permitindo capturar estruturas como os vórtices longitudinais e as faixas de fluidos com alta e baixa velocidade (*streaks*) próximas às paredes. Assim como no canal mínimo, os *streaks* apresentaram uma posição praticamente fixa ao longo do tempo, com espaçamento transversal médio de $\delta y^+ \approx 100$.
- Os vórtices longitudinais apresentaram-se, claramente, mais concentrados na região próxima às paredes, sendo mais alongados e mais inclinados próximos à parede ondulada. Na superfície ondulada estes vórtices mostraram-se mais concentrados à montante da crista, enquanto que a sua distribuição sobre a placa superior mostrou-se mais uniforme.

7.1 Recomendações para Trabalhos Futuros

O presente trabalho pode ser utilizado como base para continuar pesquisando os seguintes temas:

- Simular o escoamento turbulento no canal com fundo ondulado utilizando uma malha não-uniforme, que possibilite um maior refinamento local próximo às paredes, reduzindo significativamente o custo computacional da simulação, melhorando a representação virtual do obstáculo imerso e obtendo maiores detalhes da região de recirculação e das estruturas turbulentas próximas às paredes;
- Aumentar o número de Reynolds dos escoamentos simulados, utilizando a técnica de simulação de grandes escalas (*LES*);
- Analisar o efeito de diferentes amplitudes de onda sobre o campo de escoamento e sobre a parede oposta, adotando diferentes números de Reynolds;
- Determinar o início do surgimento da região de recirculação em função da amplitude da onda, para diferentes números de Reynolds;
- Simular um escoamento turbulento no canal de fundo ondulado considerando uma estratificação vertical de densidade, buscando representar melhor escoamentos geofísicos como a camada limite atmosférica;

- Modificar a forma de ondulação da superfície, buscando aproximá-la ainda mais das formas de fundo, principalmente das dunas;
- Simular o escoamento turbulento sobre dunas tridimensionais, buscando contemplar outros casos observados na natureza;
- Avaliar a influência da ondulação da superfície nos processos de transporte e deposição de sedimentos.

Bibliografia

- [1] A , V. D., L , P., B , S. Direct numerical simulation of turbulent flow over a wavy wall. *Phys. Fluids* **9(8)** (1997), 2429–2442.
- [2] A , R. A., K , J. Low-Reynolds-numbers effects on near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.* **276** (1994), 61–80.
- [3] A , R. A., T , M., K , J., B , L. W. B. Low-Reynolds-numbers effects in a fully developed turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* **236** (1992), 579–605.
- [4] B , S. E., H , J. C. R. Turbulent flow over hills and waves. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **30** (1998), 507–538.
- [5] B , D. R. A. Boundary layer theory. *Disponível em www.eng.upm.edu.my/webkka/* (2002).
- [6] B , D. C., S , E. B. C., S , J. H. Two-dimensional numerical simulation of flows over a virtual wavy surface. In *Proceedings of 18th International Congress of Mechanical Engineering* (Ouro Preto/MG, Brasil, 2005), pp. 1–10.
- [7] B , J., H , T. J., A , R. J. Turbulent flow over large-amplitude wavy surfaces. *J. Fluid Mech.* **140** (1984), 27–44.
- [8] B , M. H., G - -H , M. Comment on “evaluating the law of the wall in two-dimensional fully developed turbulent channel flow”. *Phys. Fluids* **16(9)** (2004), 3507–3508.
- [9] C , P., A , B., P , U. Wavenumber-frequency characteristics of wall pressure fluctuations computed using turbulence simulations. In *Proceedings of International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Symposium on Active Control of Vibration and Noise. vol 75* (Chicago, IL, 1994), pp. 229–244.
- [10] C , P., H , T. J., M L , J. B. Direct numerical simulation of a fully developed turbulent flow over a wavy wall. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* **11** (1998), 109–134.

- [11] F , E., V , R., O , P., M -Y , J. Combined immersed boundary finite-difference methods for the three-dimensional complex flow simulations. *J. Comp. Phys.* **161** (2000), 35–60.
- [12] F , R. W., M D , A. T. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. LTC, Rio de Janeiro, 1998. 662p.
- [13] F , A. P. S., C , D. O. A. *Turbulência, cap: Equações do movimento e resultados assintóticos aplicados à teoria de camada limite.*, vol. 1. ABCM, 1998, pp. 49–97.
- [14] G , D., H , R., S , L. Modeling a no-slip flow boundary with an external force field. *J. Comp. Phys.* **105** (1993), 354–366.
- [15] G , W., T , P. A., D , A. Turbulent boundary-layer flow over fixed aerodynamically rough two-dimensional sinusoidal waves. *J. Fluid Mech.* **312** (1996), 1–37.
- [16] G , I. *Fluid Mechanics for Engineering Technology*. Prentice-Hall, United States of America, 1971. 365p.
- [17] G , A., R , P. R. Large-scale structures in a developed flow over a wavy wall. *J. Fluid Mech.* **478** (2003), 257–285.
- [18] H , D. S., S , R. I. Large-eddy simulation of flow over wavy surfaces. *J. Fluid Mech.* **383** (1999), 75–112.
- [19] H , G. F., V , J. C. *Prediction of Turbulent Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, 2005. 350p.
- [20] H , G. D., B , P. A note on Von Kármán's constant in low Reynolds number turbulent flows. *J. Fluid Mech.* **53** (1972), 45–60.
- [21] H , C. *Handbook of Computational Fluid Mechanics, cap: Turbulent flows: direct numerical simulation and large-eddy simulation.*, vol. 1. Academic Press, London, 1996, pp. 283–338.
- [22] J ´ , J. Transition to turbulence in two-dimensional Poiseuille flow. *J. Fluid Mech.* **218** (1990), 265–297.
- [23] J ´ , J., M , P. The minimal flow unit in near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.* **225** (1991), 213–240.
- [24] K , N., H , K., M , Y., M , T., N , Y. Test case: fully developed 2-d channel flow. *Disponível em www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp/* (1990).

- [25] Kato, N., Haneda, K., Morikawa, Y., Morikawa, T., Nakamura, Y. Test case: fully developed 2-d channel flow. *Disponível em www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp/* (1992).
- [26] Kato, J. On the structure of wall-bounded turbulent flows. *Phys. Fluids* **26(8)** (1983), 2088–2097.
- [27] Kato, J. Turbulence structures associated with the bursting event. *Phys. Fluids* **28(1)** (1985), 52–58.
- [28] Kato, J. Classic ercoftac database at university of surrey. *Disponível em www.ercoftac.org* (1989).
- [29] Kato, J., Kawaguchi, D., Chiba, H. An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries. *J. Comp. Phys.* **171** (2001), 132–150.
- [30] Kato, J., Morikawa, P., Morikawa, R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **177** (1987), 133–166.
- [31] Kawaguchi, A. G., Morikawa, P. On the effect of numerical errors in large eddy simulations of turbulent flows. *J. Comp. Phys.* **131** (1997), 310–322.
- [32] Kawaguchi, K., Saito, U. Numerical simulation of turbulent convection over wavy terrain. *J. Fluid Mech.* **237** (1992), 261–299.
- [33] Kawaguchi, N., Goto, A., Roshko, P., Roshko, P. R. Dynamics of large-scale structures in turbulent flow over a wavy wall. *J. Fluid Mech.* **485** (2003), 87–96.
- [34] Lapeyre, M. C., Paoletti, C. S. An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity. *J. Comp. Phys.* **160** (2000), 705 – 719.
- [35] Lapeyre, E. *Simulations numériques de la turbulence dans un canal plan tournant*. PhD thesis, L’Institut National Polytechnique de Grenoble. Grenoble, France, 1996.
- [36] Lapeyre, E., Morikawa, O., Lapeyre, M. Spectral-dynamic model for large-eddy simulations of turbulent rotating channel flow. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* **12** (1998), 149–177.
- [37] Lapeyre, E., Saito, J. H. *Documentação do código Incompact3d*. -, Poitiers França, 1999.
- [38] Lapeyre, E., Saito, J. H. Direct numerical simulation of interaction between a mixing layer and a wake around a cylinder. *J. Turbulence* **3(28)** (2002), 1–21.
- [39] Lapeyre, S. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J. Comp. Phys.* **103** (1992), 16–42.

- [40] L , M. *Turbulence in Fluids*. Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1997. 515p.
- [41] L , J. A. *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, United States of America, 1994. 495p.
- [42] L , M. N., F , H. F. A high-order immersed boundary method for unsteady incompressible flow calculations. In *Proceedings of 41st AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* (Reno, NV, 2003), pp. 1–17.
- [43] M , S. S., V , E. D. R. *Turbulência, cap: Visualização Experimental de escoamentos.*, vol. 4. ABCM, 2004, pp. 33–71.
- [44] M , D. M. V. *Transição à Turbulência na Camada de Mistura Estavelmente Estratificada utilizando Simulação Numérica Direta e Simulação de Grandes Escalas*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Pesquisas Hidráulicas. Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Porto Alegre., 2006.
- [45] M , R., I , G. Immersed boundary methods. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **37** (2005), 239–261.
- [46] M , A. Direct numerical simulation of turbulent flows. (*unpublished*), See www.anirudh.net/courses/ae525/paper/ (1999).
- [47] M -Y , J. Development of immersed boundary methods for complex geometries. *Center for Turbulence Research - Annual Research Briefs*. (1998), 325–326.
- [48] M , P., K , J. Numerical investigation of turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* **118** (1982), 341.
- [49] M , P., M , K. Direct numerical simulation: a tool in turbulence research. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **30** (1998), 539–578.
- [50] M , C. A. Simulação numérica de esteiras em transição utilizando o método dos contornos virtuais. Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Matemática. Programa de Pós- Graduação em Matemática Aplicada, Porto Alegre., 2002.
- [51] M , R. D., K , J., M , N. N. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$. *Phys. Fluids* **11(4)** (1999), 943–945.
- [52] M , R. D., M , P. The effects of curvature in wall-bounded turbulent flows. *J. Fluid Mech.* **175** (1987), 479–510.
- [53] M , S. V., S , J. H. *Turbulência, cap: Turbulência: fundamentos.*, vol. 4. ABCM, 2004, pp. 1–32.

- [54] N , A. S. *Turbulência, cap: Fundamentos da Turbulência nos fluidos.*, vol. 1. ABCM, 1998, pp. 01–48.
- [55] N , A. S. *Turbulência, cap: Simulação de Grandes Escalas de Escoamentos Turbulentos.*, vol. 1. ABCM, 1998, pp. 157–190.
- [56] P , R. L. Overview of the self-sustaining mechanisms of wall turbulence. *Progress in Aerospace Sciences.* **37** (2001), 341–383.
- [57] P , T. S., C , H. S., S , K. Nonlinear $k-\epsilon-f_u$ model and its application on the flow and heat transfer in a channel having one undulant wall. *Int. J. Heat and Mass Transfer* **47** (2004), 2403–2415.
- [58] P , V. C., C , J. T., Y , J. Y. Laminar flow over wavy walls. *J. Fluids Engine.* **113** (1991), 574–578.
- [59] P , V. C., C , J. T., Y , J. Y. Turbulent flow in a channel with a wavy wall. *J. Fluids Engine.* **113** (1991), 579–586.
- [60] P , C. C., B , G. C. R. The height of maximum speed-up in the atmospheric boundary layer flow over low hills. *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. and Eng.* **XXVI(3)** (2004), 249–259.
- [61] P , C. S. *Flow patterns around heart valves: a digital computer method for solving the equations of motion.* PhD thesis, Physiol., Albert Einstein Coll. Med., Univ. Microfilms. Bronx, NY, 1972.
- [62] P , A. C. Relationships between turbulent wall pressure and velocity field sources. Master's thesis, Faculty of the Graduate School of the University of Maryland, College Park, Maryland., 1998.
- [63] R , P. Desprendimento de vórtices e controle em esteira de cilindros por simulação numérica direta. Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Pesquisas Hidráulicas. Programa de Pós- Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Porto Alegre., 2002.
- [64] R , S. K. Kinematics of turbulent boundary layer structure. *NASA TM 103859* (1991).
- [65] R , W. DNS and LES of some engineering flows. *Fluid Dynam. Res.* **38** (2006), 145–173.
- [66] S , M. V., D , R., B , F. Three-dimensional coarse large-eddy simulation of the flow above two-dimensional sinusoidal waves. *Int. J. Numer. Methods Fluids* **35** (2001), 617–642.

- [67] S , W. S. Görtler vortices. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **26** (1994), 379–409.
- [68] S , H. *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill, United States of America, 1979. 817p.
- [69] S , W., H , F. Coherent structure dynamics in near-wall turbulence. *Fluid Dynam. Res.* **26** (2000), 119–139.
- [70] S , F. S. *Viscous Flow*. McGraw-Hill, Singapore, 1990. 746p.
- [71] S , J. H. *Turbulência, cap: Simulação numérica direta e de grandes escalas de escoamentos transicionais e turbulentos.*, vol. 2. ABCM, 2003, pp. 01–81.
- [72] S , D. B. A single formula for the law of the wall. *J. Applied Mech.* **28** (1961), 455–457.
- [73] T , H., L , J. L. *A first course in turbulence*. The MIT press, United States of America, 1972. 300p.
- [74] T , S., I , T. Interaction between a large-scale structure and near-wall structures in channel flow. *J. Fluid Mech.* **524** (2005), 249–262.
- [75] T , Y. H., F , J. H. A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry. *J. Comp. Phys.* **192** (2003), 593–623.
- [76] T , Y.-H., F , J. H. Large-eddy simulation of turbulent wavy boundary flow - illustration of vortex dynamics. *J. Turbulence* **5(34)** (2004), 1–23.
- [77] T , T., S , Y., K , H., T , D. DNS of turbulent channel flow at very low Reynolds numbers. In *Proceedings of 4th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena*. (Williamsburg, USA, 2005), pp. 935–940.
- [78] . M ^ , M. The immersed boundary method for the (2d) incompressible Navier-Stokes equations. Master's thesis, Delft University of Technology. Department of Aerospace Engineering. Chair of Aerodynamics., 2006.
- [79] V , K. F. F. Estudo experimental do escoamento turbulento em um duto circular com promotores de turbulência internos. Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, PROMEC, Porto Alegre., 1996.
- [80] V , D. C. *Turbulence modeling for CFD*. DCW Industries, La Canada, California, 1993. 347p.
- [81] V T , D. A., L , M. N., S , J., F , H. F. Immersed boundary techniques for high-order finite-difference methods. *AIAA Paper* **1 2918** (2001), 17p.

- [82] W , T., W , W. W. Reynolds number effects on the structure of a turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* **204** (1989), 57–95.
- [83] W , F. M. *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, United States of America, 1991. 614p.
- [84] W , J. H. Low-storage Runge-Kutta schemes. *J. Comp. Phys.* **35** (1980), 48–56.
- [85] Y , T., M , R., U , H. S., S , W. An accurate cartesian grid method for viscous incompressible flows with complex immersed boundaries. *J. Comp. Phys.* **156** (1999), 209–240.
- [86] Y , J. Y., P , V. C. Numerical model of turbulent flow over a sand dune. *J. Hydraul. Eng.* **122(1)** (1996), 10–18.
- [87] Z , E. S., D , F., N , H. Evaluating the law of the wall in two-dimensional fully developed turbulent channel flows. *Phys. Fluids* **15(8)** (2003), 3079–3089.
- [88] Z , D. P., C , G. W., H , T. J. Influence of the amplitude of a solid wavy wall on a turbulent flow. Part 1. Non-separated flows. *J. Fluid Mech.* **82** (1977), 29–51.
- [89] Z , D. P., H , T. J. Influence of the amplitude of a solid wavy wall on a turbulent flow. Part 2. Separated flows. *J. Fluid Mech.* **90** (1979), 257–271.