

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

CONSTRUCTAL DESIGN DE ALETA RETANGULAR INSERIDA EM CAVIDADE COM
SUPERFÍCIE SUPERIOR DESLIZANTE SOB EFEITO DE CONVECÇÃO MISTA

por

Bruno de Souza Machado

Dissertação para obtenção do Título de
Mestre em Engenharia Mecânica

Porto Alegre, Agosto de 2014

CONSTRUCTAL DESIGN DE ALETA RETANGULAR INSERIDA EM CAVIDADE COM
SUPERFÍCIE SUPERIOR DESLIZANTE SOB EFEITO DE CONVECÇÃO MISTA

por

Bruno de Souza Machado

Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da
Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos
requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Fenômenos de Transporte

Orientador: Prof. Dr. Luiz Alberto Oliveira Rocha

Aprovada por:

Profa. Dra. Adriane Prisco Petry, PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Elizaldo Domingues dos Santos, PPGMC/FURG

Prof. Dr. Francis Henrique Ramos França, PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Rogério José Marczak

Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 08 de Agosto de 2014

Quality is never an accident. It is always the result of intelligent effort.

John Ruskin

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Omar e Silvia, pelo suporte nas minhas decisões, pela compreensão nos momentos de dificuldade e por possibilitarem o meu crescimento pessoal e profissional.

À minha namorada, Caroline, pelo apoio durante os momentos difíceis, por me suportar nos momentos críticos, pelo incentivo no atingimento deste objetivo e por todos outros que ainda estão por vir.

Ao meu orientador, professor Luiz Alberto Oliveira Rocha, por me aceitar como seu orientando, por ser este excelente professor e amigo, além de ser meu companheiro de torcida pelo Grêmio.

Aos colegas de laboratório Giovanni, Daniel, Cleiton, Lober, Crissiane, Marleson, Renato e Alexandre pelos momentos divididos durante o curso.

Aos professores das disciplinas cursadas durante o período de mestrado que me ajudaram a ampliar os meus conhecimentos.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão deste trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro no período do curso.

RESUMO

CONSTRUCTAL DESIGN DE ALETA RETANGULAR INSERIDA EM CAVIDADE COM SUPERFÍCIE SUPERIOR DESLIZANTE SOB EFEITO DE CONVECÇÃO MISTA

O presente trabalho apresenta um estudo numérico do escoamento laminar em cavidade quadrada aletada sob o efeito de convecção mista. O escoamento proposto é assumido bidimensional, laminar e permanente. Objetiva-se através do “Constructal Design” a obtenção de geometria ótima da aleta de forma a maximizar a transferência de calor entre o fluido que escoar no interior da cavidade e a aleta aquecida cuja base está localizada no centro da base da cavidade. Para isto é fixada a relação das dimensões externas da cavidade $(H/L) = 1$ e variada a relação entre altura e comprimento da aleta (H_1/L_1) para otimização da troca térmica. A área da aleta apresenta 5% da área total da cavidade e este valor é mantido fixo. O fluido que escoar no interior da cavidade possui as propriedades termofísicas do ar para $Pr = 0,71$. A variação das forças de empuxo no escoamento é realizada através do uso de diferentes números de Rayleigh no intervalo $Ra_H = 10^3$ a 10^6 . As diferentes magnitudes das forças inerciais serão aplicadas ao escoamento através da variação do número de Reynolds variando entre $Re_L = 10$ e 1000 . Para solução numérica das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia é utilizado o método de volumes finitos (VFM), programa comercial Fluent®, sendo o acoplamento entre velocidade e pressão realizado através do algoritmo SIMPLEC e a discretização espacial pelo método *upwind* de primeira ordem. Os resultados apresentam um acréscimo significativo na transferência de calor entre a aleta e o fluido a medida que o número de Rayleigh aumenta. Considerando o caso de maior influência do mecanismo de transferência de calor por convecção mista houve um aumento de 779% em comparação com o mesmo caso considerando apenas convecção forçada, o que comprova a importância da convecção natural na maximização da transferência de calor entre cavidade e fluido para os casos analisados.

Palavras-chave: Convecção natural; Convecção mista; Constructal Design; Cavidade; Aleta.

ABSTRACT

CONSTRUCTAL DESIGN OF RECTANGULAR FIN INTRUDED INTO MIXED CONVECTION LID-DRIVEN CAVITY FLOWS

The present work shows a numerical study of laminar flow inside C-shaped lid-driven square cavity under mixed convection effect. The flow is assumed to be two-dimensional, laminar and permanent. The main objective of this work is by means of Constructal Design to maximize the heat transfer between the fluid and the heated central fin intruded in the bottom of the cavity. The aspect ratio of the cavity (H/L) = 1 is fixed and the fin aspect ratio (H_1/L_1) varies from 0.1 to 10 ranges in order to maximize heat transfer. The ratio area between fin and cavity is kept fixed at 5%. The thermophysical properties of fluid the air are set at $Pr = 0,71$. To vary the magnitude of buoyancy forces the Rayleigh number is ranged between $Ra = 10^3$ and 10^6 . The inertial forces of flow are ranged by the use of different Reynolds numbers between $Re_L = 10$ and 1000. In order to solve the proposed problem, the commercial software Fluent® based on finite volume method was used to solve mass, momentum and energy equations, making the pressure-velocity couple using SIMPLEC method and the spatial discretization using first order upwind scheme. The results showed a significant increase of heat transfer between fin and fluid as consequence of Rayleigh number increase. Considering the mixed convection most influenced case, an increase of 779% was sense in comparison with the same case with forced convection mechanism only, which makes evident the importance of natural convection in the maximization of heat transfer inside cavity in the analized cases.

Keywords: Natural convection; Mixed convection; Constructal Design; Cavity; Fin.

ÍNDICE

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1.	Motivação	1
1.2.	Objetivos do Trabalho	3
1.2.1.	Objetivo Geral	4
1.2.2.	Objetivos Específicos	4
1.3.	Organização do texto	4
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1.	Revisão Bibliográfica sobre Convecção	6
2.2.	Revisão Bibliográfica sobre Teoria Constructal	8
3.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
3.1.	Fundamentos da Convecção	13
3.1.1.	Equações de Conservação dos Escoamentos	13
3.1.2.	Transferência de Calor por Convecção	15
3.1.2.1.	Convecção Forçada	17
3.1.2.2.	Convecção Natural	17
3.2.	Teoria Constructal	20
4.	MODELAGEM MATEMÁTICA E NUMÉRICA	23
4.1.	Métodos Numéricos Aplicados a Escoamentos	23
4.1.1.	Modelagem Numérica dos Escoamentos	23
4.1.2.	Discretização Espacial	26
4.1.2.1.	Esquema de Advecção <i>Upwind</i>	26
4.1.2.2.	Esquema de Advecção <i>Second Order Upwind</i>	27
4.1.3.	Acoplamento Pressão-Velocidade	28
4.1.3.1.	SIMPLE	28
4.1.3.2.	SIMPLEC	29
4.1.4.	Solver	30

4.1.5.	Critério de Convergência	30
4.2.	Exemplo de Obtenção de Independência de Malha	30
4.3.	Validação do Modelo Matemático e Numérico	35
4.4.	Problema Proposto	39
5.	RESULTADOS	43
5.1.	Influência da Razão de Aspecto da Aleta no número de Nusselt Médio	43
5.2.	Influência da Razão de Aspecto da Aleta no número de Nusselt Local	52
5.3.	Campo de Temperaturas da Cavidade	58
5.4.	Comparação dos Resultados de Convecção Mista com Convecção Forçada (Dos Santos et al. (2013))	68
6.	CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE	76
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	79

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	a) fumaça de um cigarro aceso b) ar aquecido no interior de um balão	2
Figura 2.1	Geometria da cavidade em Y (Adaptado de Lorenzini et al., 2011)	9
Figura 2.2	a) Cavidade em X b) Caminhos de material de alta condutividade em X (Adaptado de Lorenzini et al., 2014b)	10
Figura 2.3	Painel quadrado com estrutura vascularizada (Adaptado de Rocha et al., 2014)	11
Figura 2.4	Cavidade proposta com aleta retangular inserida (Adaptado de Dos Santos et al., 2013)	11
Figura 3.1	Fluxos de massa de entrada e saída do volume de controle	13
Figura 3.2	Ciclo térmico imaginário responsável pela convecção natural (Adaptado de Bejan, 2004)	18
Figura 3.2	Evolução de um fluxo através do tempo (Adaptado de Bejan e Merckx, 2007)	22
Figura 4.1	Representação bidimensional do volume de controle (região hachurada)	25
Figura 4.2	Face de um volume de controle utilizando esquema <i>upwind</i> para obtenção de ϕ	27
Figura 4.3	Cavidade proposta para realização de independência de malha	32
Figura 4.4	Malha igualmente espaçada (200 X 200 volumes de controle)	33
Figura 4.5	Perfis de temperatura adimensional T^* representado em $y^* = 0,5$.	36
Figura 4.6	Perfis de velocidade adimensional v representado em $y^* = 0,5$	37
Figura 4.7	Campo de temperaturas da cavidade	38
Figura 4.8	Esquema de configuração da cavidade	39
Figura 4.9	Fluxograma das simulações dos casos propostos	41
Figura 4.10	Comparação entre regime permanente e transiente para $Ra_H = 10^6$ e $Re_L = 1000$	42
Figura 5.1	Número de Nusselt médio para $Ra_H = 10^3$, $Pr = 0,71$ e diversos números de Reynolds	43

Figura 5.2	Efeito do número de Reynolds no número de Nusselt médio máximo e na razão ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^3$	44
Figura 5.3	Número de Nusselt médio para $Ra_H = 10^4$, $Pr = 0,71$ e diversos números de Reynolds	45
Figura 5.4	Efeito do número de Reynolds no número de Nusselt médio máximo e na razão ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^4$	46
Figura 5.5	Número de Nusselt médio para $Ra_H = 10^5$, $Pr = 0,71$ e diversos números de Reynolds	47
Figura 5.6	Efeito do número de Reynolds no número de Nusselt médio máximo e na razão ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^5$	47
Figura 5.7	Número de Nusselt médio para $Ra_H = 10^6$, $Pr = 0,71$ e diversos números de Reynolds	48
Figura 5.8	Efeito do número de Reynolds no número de Nusselt médio máximo e na razão ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^6$	49
Figura 5.9	Número de Nusselt médio em função do número de Reynolds	50
Figura 5.10	Geometria ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ em função do número de Reynolds ..	51
Figura 5.11	Número de Richardson para os casos simulados	52
Figura 5.12	Número de Nusselt local para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^3$	54
Figura 5.13	Número de Nusselt local para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^4$	55
Figura 5.14	Número de Nusselt local para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^5$	56
Figura 5.15	Número de Nusselt local para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^6$	57
Figura 5.16	Campo de temperaturas adimensional em cavidade com aleta com dimensões $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^3$	61
Figura 5.17	Linhas de corrente de velocidade adimensional para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^3$	62
Figura 5.18	Campo de temperaturas adimensional em cavidade com aleta com dimensões $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^4$	63

Figura 5.19	Linhas de corrente de velocidade adimensional para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^4$	64
Figura 5.20	Campo de temperaturas adimensional em cavidade com aleta com dimensões $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^5$	65
Figura 5.21	Linhas de corrente de velocidade adimensional para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^5$	66
Figura 5.22	Campo de temperaturas adimensional em cavidade com aleta com dimensões $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^6$	67
Figura 5.23	Linhas de corrente de velocidade adimensional para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^6$	68
Figura 5.24	Comparação dos resultados do número de Nusselt médio para $Re_L = 10$ e $Pr = 0,71$ com os resultados de Dos Santos et al. (2013)	69
Figura 5.25	Comparação dos resultados do número de Nusselt médio para $Re_H = 100$ e $Pr = 0,71$ com os resultados de Dos Santos et al. (2013)	70
Figura 5.26	Comparação dos resultados do número de Nusselt médio para $Re_H = 300$ e $Pr = 0,71$ com os resultados de Dos Santos et al. (2013)	71
Figura 5.27	Comparação dos resultados do número de Nusselt médio para $Re_H = 500$ e $Pr = 0,71$ com os resultados de Dos Santos et al. (2013)	72
Figura 5.28	Comparação dos resultados do número de Nusselt médio para $Re_H = 700$ e $Pr = 0,71$ com os resultados de Dos Santos et al. (2013)	73
Figura 5.29	Comparação dos resultados do número de Nusselt médio para $Re_H = 1000$ e $Pr = 0,71$ com os resultados de Dos Santos et al. (2013)	73

Figura 5.30	Comparação do número de Nusselt médio máximo $\overline{Nu}_{H,max}$ entre os casos de convecção mista e forçada em função do números de Reynolds	74
Figura 5.31	Comparação da geometria ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ entre os casos de convecção mista e forçada em função do números de Reynolds	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	Nusselt médio e erro para validação de malha	34
Tabela 4.2	Nusselt médio e erro para validação de malha com aleta inserida	34
Tabela 4.3	Nusselt médio (\overline{Nu}_H) na superfície aquecida ($x = 0$) para diferentes Ra_H	35
Tabela 4.4	Erro normalizado do Nusselt médio (\overline{Nu}_H) na superfície aquecida ($x = 0$) para diferentes Ra_H	36

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
FDM	<i>Finite Difference Method</i>
FEM	<i>Finite Element Method</i>
FOU	<i>First-Order Upwind</i>
FVM	<i>Finite Volume Method</i>
QUICK	<i>Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics</i>
SIMPLE	<i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations</i>
SIMPLEC	<i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent</i>
SOU	<i>Second-Order Upwind</i>
TDMA	<i>TriDiagonal-Matrix Algorithm</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

A	área, m^2
C_p	calor específico a pressão constante, $J kg^{-1} K^{-1}$
g	gravidade, ms^{-2}
Gr	número de Grashof, $[(g\beta(T_s - T_\infty)L^3)/\nu^2]$
h	coeficiente de transferência de calor, $W m^{-2} K^{-1}$
k	condutividade térmica, $W m^{-1} K^{-1}$
L	comprimento característico, m
Nu	número de Nusselt, $[hL/k]$
P	pressão, $N m^{-2}$
Pr	numero de Prandl, $[\nu/\alpha]$
q	taxa líquida de transferência de calor, W
q''	fluxo de calor , Wm^{-2}
Ra	número de Rayleigh, $[g\beta(T_s - T_\infty)L^3/\nu\alpha]$
Re	número de Reynolds, $[\rho UL/\mu]$
Ri	número de Richardson, $[Gr/Re^2]$
S	superfície na qual escoo o fluido, m^2
t	tempo, s
T	temperatura, K
u, v, w	velocidade nas direções x, y e z respectivamente, $m s^{-1}$
V	volume, m^3
X, Y, Z	componentes das forças de campo por unidade de volume nas direções x, y e z , $N m^{-3}$
x, y, z	coordenadas x, y e z , m

Letras Gregas

α	difusividade térmica, $m^2 s^{-1}$
β	coeficiente de expansão térmica, K^{-1}
Γ	contorno do domínio
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	variação espacial na direção x, y e z , m

μ	viscosidade dinâmica do fluido, $kg\ m^{-1}\ s^{-1}$
ν	viscosidade cinemática do fluido, $m^2\ s^{-1}$
ρ	massa específica, $kg\ m^{-3}$
τ	tensão de cisalhamento, $N\ m^{-2}$
Φ	função de dissipação viscosa, s^{-2}
ϕ	fração entre áreas, $[A_f/A]$
ψ	função de corrente, $m^2\ s^{-1}$

Sub-índices

∞	ambiente
L	comprimento da cavidade
H	altura da cavidade
max	máximo
<i>opt</i>	otimizado

Super-índices

*	adimensional
—	médio

1. INTRODUÇÃO

1.1. Motivação

O mecanismo de transferência de calor por convecção é amplamente estudado no âmbito da engenharia. Sua aplicação varia desde o resfriamento do líquido refrigerante em automóveis, maquinários industriais e agrícolas até resfriamento de complexos painéis solares e componentes eletrônicos. De maneira similar, utiliza-se a convecção para o aquecimento de superfícies e volumes como, por exemplo, quando utiliza-se um secador de cabelo, ou ar aquecido para secagem de grãos de cevada e pré aquecedores de gases em sistemas térmicos.

Convecção é o transporte de calor decorrente do escoamento de um fluido (Bejan, 2004). Portanto, o processo de convecção somente é possível quando há o deslocamento de um líquido ou gás. O processo de transferência de calor por convecção pode ocorrer quando há uma movimentação forçada do fluido por meio de, por exemplo, uma bomba hidráulica ou um ventilador ou, naturalmente, quando a movimentação do fluido se dá pela diferença de massa específica devido as diferentes temperaturas do fluido que escoam. Estes processos são chamados de convecção forçada e convecção natural respectivamente (Bejan e Kraus, 2003). O efeito da convecção natural pode ser percebido no escoamento da fumaça aquecida proveniente de um cigarro, que devido a sua massa específica ser inferior a massa específica do ar a temperatura ambiente, ocasiona a movimentação da mesma. O mesmo efeito é percebido em um balão, que após ter o ar do seu interior aquecido, flutua pelo ambiente devido a diferença de massa específica. Estes exemplos são ilustrados na Figura 1.1.

A convecção natural vem sendo alvo de estudos devido a sua ampla aplicação em problemas de engenharia como painéis solares, resfriamento de equipamentos eletrônicos, cavidades ao redor de núcleos de reatores nucleares e isolamentos térmicos (Barakos et al., 1994). Além disto, diversas são as atividades diárias onde o fenômeno de convecção natural ocorre, como por exemplo, a recirculação da água contida em um recipiente para elevação da temperatura até seu ponto de ebulição. Turan et al. (2012) afirma que, em convecção natural, cavidade quadrada é uma das configurações mais estudadas na literatura de transferência de calor. O processo de transferência de calor por convecção natural ocorre naturalmente e é governado pelos efeitos de empuxo devido a presença de um campo gravitacional e diferença de massa específica entre as camadas de um fluido. Matematicamente, o campo de

escoamento de um fluido está ligado ao campo de temperaturas, uma vez que as variações de temperatura causam a variação da massa específica e, como consequência, há a presença das forças de empuxo (Bejan, 2004).



a)



b)

Figura 1.1 – a) fumaça de um cigarro aceso b) ar aquecido no interior de um balão.

A convecção forçada é dividida em convecção forçada interna e externa. A convecção forçada interna é caracterizada pelo escoamento de um fluido no interior de paredes sólidas, como tubulações de trocadores de calor e cavidades. Já a convecção forçada externa ocorre quando, devido a um agente externo como, por exemplo, um ventilador, soprador ou bomba, o fluido é induzido a percorrer um objeto aquecido (Bejan e Kraus, 2003). A combinação da convecção natural e forçada é denominada convecção mista e pode ser observada quando, por exemplo, além da circulação de ar forçada em uma sala, há a circulação de ar devido ao gradiente de densidades induzidas pela diferença de temperatura entre as paredes e o ar (Kays e Crawford, 1993).

Dada a importância da transferência de calor por convecção nos processos de engenharia, diversos são os estudos que utilizam a Teoria Constructal como guia no aprimoramento do design de cavidades e aletas com o objetivo de obter a geometria ótima para o problema proposto.

Segundo Bejan (1997), Teoria Constructal é o entendimento de que as formas geométricas dos sistemas onde há fluxos, encontrados na natureza, são geradas por um princípio que pode ser chamado de lei. A Lei Constructal enuncia que para um sistema finito, onde há escoamento, continuar existindo, o sistema precisa evoluir de maneira a fornecer um acesso mais fácil às correntes que escoam no mesmo. Este enunciado descreve que há uma tendência natural de que as correntes construam geometrias que facilitem o seu escoamento e que é possível identificar estas mudanças na geometria que ocorrem com o transcorrer do

tempo (Bejan e Almogbel, 2000). Pode-se aplicar a Lei Constructal em engenharia utilizando o método Constructal Design. Este método consiste em definir o objetivo, constantes e restrições a que o sistema está submetido e seus graus de liberdade. Depois, a função objetivo é otimizada para os graus de liberdade selecionados. Note-se que, de acordo com o método, é importante também estudar o efeito de cada grau de liberdade na função objetivo.

1.2. Objetivos do Trabalho

Neste trabalho, tem-se o objetivo de investigar numericamente a transferência de calor em uma cavidade retangular com aleta em seu interior (cavidade em formato C), cuja placa superior desta cavidade está em movimento a uma velocidade constante. Para o problema proposto, é assumido regime permanente, ou seja, será avaliado após tempo suficiente para que não haja mudança do campo de temperaturas. Além disto, será considerado que a cavidade possui apenas duas dimensões e o processo de transferência de calor envolvido será de convecção mista, ou seja, convecção natural e forçada combinadas (Kays e Crawford, 1993).

Utilizando a Teoria Constructal, será avaliada a geometria da aleta com o intuito de obter sua geometria ótima, isto é, aquela que efetuar a maior troca térmica entre o fluido que circula na cavidade e a aleta introduzida na mesma. Para este problema proposto, serão fixadas as áreas da cavidade e aleta. O grau de liberdade será a razão de aspecto da aleta H_1/L_1 , enquanto que a geometria externa da aleta será fixa ($H/L = 1$). A velocidade prescrita da placa superior da cavidade é definida conforme o número de Reynolds proposto para o caso.

Será estudado o comportamento térmico do problema proposto para diversos números de Reynolds: $Re_L = 10, 100, 300, 500, 700, 1000$ e diferentes números de Rayleigh: $Ra_H = 10^3, 10^4, 10^5$ e 10^6 .

As simulações realizadas neste trabalho foram feitas em software com código CFD comercial, Fluent® (Fluent, 2014), cuja solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia é baseada no método de volumes finitos. O acoplamento pressão-velocidade foi realizado pelo método SIMPLEC (Patankar, 1980, Versteeg e Malalasekera, 1995).

1.2.1. Objetivo Geral

Avaliar o número de Nusselt médio da aleta inserida na cavidade de maneira a quantificar a transferência de calor na mesma para diferentes configurações, avaliar os efeitos dos números de Reynolds e Rayleigh e obter a razão de aspecto ideal da aleta visando a maximização da transferência de calor utilizando o Constructal Design.

1.2.2. Objetivos Específicos

São objetivos específicos deste trabalho:

- Construção de metodologia numérica;
- Validação do método numérico;
- Cálculo do número de Nusselt das cavidades;
- Avaliar os efeitos do número de Reynolds e Rayleigh;
- Representar graficamente e analisar o campo de temperaturas das cavidades otimizadas para os diferentes casos estudados;
- Comparação dos resultados obtidos usando convecção mista com aqueles que utilizam somente convecção forçada (Dos Santos et al., 2013)

1.3. Organização do Texto

O texto do presente trabalho está disposto da seguinte forma:

Capítulo 2: Revisão Bibliográfica

No capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica dos artigos com tema relevante ao presente trabalho, onde os autores apresentam resultados e conclusões a respeito do fenômeno de transferência de calor por convecção natural. Além disto, são apresentados trabalhos de diversos autores envolvendo a análise de cavidades sob a ótica da Teoria Constructal.

Capítulo 3: Fundamentação Teórica

No capítulo 3 são abordados os fundamentos básicos do fenômeno de transferência de calor por convecção, sendo ela forçada, natural ou mista. Além disto, são apresentados os fundamentos da Teoria Constructal e algumas de suas aplicações.

Capítulo 4: Modelagem Matemática e Numérica

No capítulo 4 é apresentado a modelagem matemática e numérica para solução do problema proposto. Além disto, o modelo matemático, as simplificações para solução numérica do problema proposto e o estudo de independência de malha, de modo que obedecido o critério estabelecido garanta a não-interferência do tamanho da malha nos resultados obtidos. São avaliados os casos de regime transiente e permanente para que os resultados do presente trabalho sejam comparados com os resultados de convecção forçada (Dos Santos et al. (2013)). Também é apresentado a reprodução dos resultados obtidos por Barakos et. al (1994), Davis (1983) e Goodarzi (2014) de maneira a validar o método numérico desenvolvido no software Fluent® para solução do problema proposto neste trabalho. Além disto, é apresentado o problema proposto, bem como suas constantes e simplificações utilizadas.

Capítulo 5: Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações para solução do problema proposto. Além disto, foi realizada a análise da influência das diferentes geometrias da aleta no número de Nusselt médio e no número de Nusselt local para o perímetro da aleta. A distribuição de temperatura das cavidades otimizadas é apresentada e os valores de Nusselt médio são comparados com os valores calculados por Dos Santos et al. (2013).

Capítulo 6: Conclusões e Propostas de Continuidade

O capítulo 6 apresenta as conclusões da dissertação e propostas de continuidade do trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Revisão Bibliográfica sobre Convecção

Diversos são os estudos mostrando os efeitos da convecção natural em cavidades. Davis (1983) utilizou um método numérico para resolver um problema bidimensional de uma cavidade quadrada preenchida com ar considerando a aproximação de Boussinesq para a variação da massa específica em função da temperatura. O autor avaliou os diversos perfis de temperatura, velocidade e troca térmica para diversos valores do número de Rayleigh. A troca térmica foi avaliada de 3 formas diferentes, sendo elas: média, na parede esquerda e na região central da cavidade. Segundo o autor, a maior diferença entre os valores de número de Nusselt médio ocorre na região próxima a parede devido a falta de precisão do método de diferenças centrais finitas, ainda que o mesmo seja de segunda ordem. Além disto, o autor recomenda a utilização do Nusselt calculado na região central da cavidade para descrever o fluxo de calor através de parede adiabática em cavidades.

Davis e Jones (1983) propuseram uma revisão dos estudos realizados em cavidades quadradas. O estudo realizado pelos autores consolidou os resultados de trinta e sete trabalhos conduzidos por diversos autores para verificar a precisão dos resultados e servir de base para utilização de benchmark. O problema estudado foi uma cavidade bidimensional quadrada, com a base e topo isolados termicamente e as laterais esquerda e direita nas temperaturas adimensional $T^* = 1$ e $T^* = 0$ respectivamente. O escoamento foi considerado em regime permanente, as propriedades do fluido são as do ar para $Pr = 0,71$ e a aproximação de Boussinesq foi utilizada para consideração dos efeitos de convecção natural. Como resultado da análise de cada trabalho, obteve-se o número de Nusselt médio, o máximo e mínimo Nusselt local na superfície aquecida, a máxima velocidade vertical e horizontal em plano localizado no meio da cavidade, o campo de velocidades e, quando disponível, as funções de corrente de pressão e vorticidade. Assim como a malha, os métodos utilizados para solução dos problemas citados neste trabalho são variados. Davis e Jones (1983) confirmam que os diversos resultados apresentam concordância e que os trabalhos, cuja obtenção do resultado numérico se deu por métodos de ordem superior, apresentam resultados mais precisos.

O estudo realizado por Ganzarolli (1991) propõe a resolução numérica do fenômeno de convecção natural em cavidade retangular aquecida pela base e simetricamente resfriado.

Para resolução do problema, o autor utilizou a formulação de função de corrente –vorticidade. A cavidade tem sua configuração variada respeitando uma razão de $H/L < 1$ com o intuito de maximizar a troca térmica. Além da razão de aspecto da cavidade, os valores do número de Rayleigh e Prandtl também são variados.

A pesquisa realizada por Barakos et al. (1994) objetivou a solução numérica de um problema de convecção natural em cavidade quadrada nos regimes laminar e turbulento considerando os efeitos de parede. Para solução do problema, foi utilizado o método de volumes finitos e, para solução do escoamento turbulento, o modelo k- ϵ foi utilizado. No estudo, foi necessário o refinamento da malha próximo às paredes, quando o número de Rayleigh atingia valores da ordem de grandeza de 10^{10} .

O estudo de Prasad e Koseff (1996) descreve a troca térmica em cavidades retangulares tridimensionais com placa superior em movimento, ocasionando a troca térmica por convecção forçada. Além disto, os efeitos gravitacionais são considerados. Portanto, a troca térmica ocorre por convecção mista. A razão entre profundidade e altura da cavidade foi variada para diferentes números de Grashof e Reynolds.

Brito et al. (2002) propuseram o estudo de cavidade retangular com cilindro inserido na região central da cavidade: escoamento bidimensional, transiente, incompressível e turbulento sobre o efeito de convecção natural. Ambas as superfícies superior e inferior da cavidade quadrada são consideradas adiabáticas e as superfícies restantes são consideradas isotérmicas. A superfície do cilindro e a parede esquerda da cavidade possuem temperatura superior à parede direita da cavidade. Para solução do problema, foram consideradas propriedades constantes, com exceção da massa específica devido a aproximação de Boussinesq.

Ramos et al. (2008) desenvolveram um estudo numérico experimental da convecção natural em diferentes propostas de cavidade aquecida. A cavidade proposta teve seu aspecto de forma variado, bem como o seu ângulo de inclinação, quando referenciada a um plano. Além destes, outro fator variado no estudo proposto foi a diferença de temperatura entre as superfícies, com condição de contorno de Dirichlet (de primeira espécie). Além da análise numérica, foram coletadas temperaturas utilizando termopares, processadas em software computacional de coleta de dados e comparadas com o resultado numérico.

Neto et al. (2010) propuseram a avaliação do problema de transferência de calor transiente por convecção forçada em cavidade com placa superior se deslocando em função da

variação do número de Richardson. Além disto, os autores propuseram a avaliação do problema em duas condições distintas: uma em que a placa superior está em temperatura superior a placa inferior e outra em que a placa superior apresenta temperatura inferior a placa inferior (chamados de estratificação estável e instável respectivamente).

Dos Santos et al. (2011) propuseram a simulação de convecção mista no interior de cavidade para escoamento transiente, bidimensional laminar e turbulento. Foi utilizado o modelo de Smagorinsky para tratamento de sub-malha e a solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia foi feita através do método de elementos finitos. Foram estudados casos para número de Reynolds e Richardson variando de 400 a 1000 e 0,1 a 0,44, respectivamente. É concluído do estudo proposto que há uma dependência significativa do tipo de estratificação com a dinâmica do fluido e transferência de calor.

2.2. Revisão Bibliográfica sobre Teoria Constructal

A Teoria Constructal foi enunciada por Adrian Bejan em 1996 (Bejan (1997)). A literatura referente a esta teoria tem sido revista frequentemente (ver Bejan e Lorente (2006, 2013)). Muitas aplicações da Teoria Constructal em engenharia têm sido propostas desde então. Por exemplo, Lorenzini et al. (2011) propuseram a aplicação do Constructal Design na obtenção da geometria ótima em cavidade em formato Y inserida em meio condutor visando a redução da resistência térmica global entre o sólido condutor e a cavidade. Para o caso proposto, 4 foram os graus de liberdade selecionados. O formato em Y da aleta provou ser mais eficiente na troca térmica em comparação para os casos de aletas em formato T sendo a resistência térmica global reduzida em 66,61% quando $(H/L) = 1$. A redução da resistência térmica global do caso de cavidade em formato Y foi ainda maior se comparada com o caso de cavidade em formato C para $(H/L) = 0,5$, cuja redução foi de 109,12%. A Figura 2.1 apresenta a cavidade estudada por Lorenzini et al. (2011).

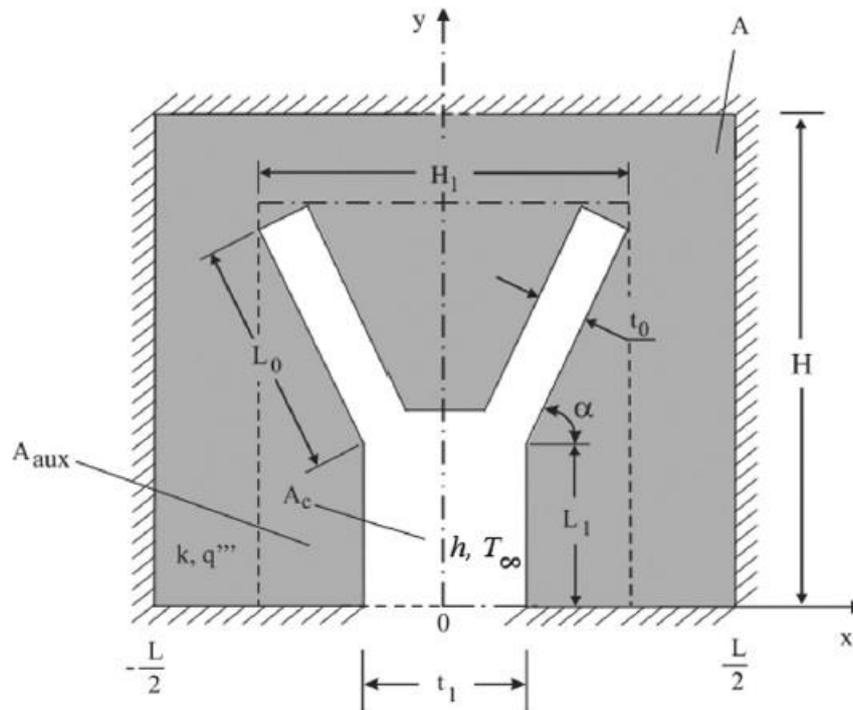


Figura 2.1 – Geometria da cavidade em Y (Adaptado de Lorenzini et al., 2011).

Lorenzini et al. (2014a) propuseram a otimização de cavidade em formato Y através da utilização do Constructal Design para minimizar a temperatura máxima da cavidade, ou seja, reduzir a resistência térmica do sistema. Ao longo da cavidade em formato Y ocorre a transferência de calor por convecção, enquanto em seu interior ocorre transferência de calor por difusão. A fronteira do sólido é considerada adiabática. A Figura 2.1 representa a cavidade otimizada pelos autores. O problema proposto apresentou 4 graus de liberdade, sendo eles (H/L) , (t_1/t_0) , (L_1/L_0) e α . De maneira a auxiliar a pesquisa da geometria ótima para o problema foi utilizado um algoritmo genético. A redistribuição dos pontos quentes (temperatura máxima) torna a distribuição de temperatura mais homogênea ao longo do domínio.

Lorenzini et al. (2014b) realizaram a otimização de cavidade isotérmica em formato X e caminhos com formato X com material de alta condutividade \tilde{k}_p . Esses trabalhos visaram a minimização da temperatura máxima da cavidade ou dos caminhos de alta condutividade, independente da sua localização. A Figura 2.2 apresenta ambos os problemas, nos quais se utilizou como grau de liberdade, por exemplo, a relação (L_1/L_0) . As geometrias mais complexas, quando otimizadas, facilitam o acesso das correntes de calor e aumentam a troca

térmica. Observou-se que o parâmetro (L_1/L_0) otimizado aumenta o desempenho do sistema em cerca de 10% com o aumento da fração de área da aleta de $\phi = 0,05$ para 0,3. Além disto, os parâmetros de condutividade térmica \tilde{k}_p e ϕ apresentam grande efeito na configuração ótima.

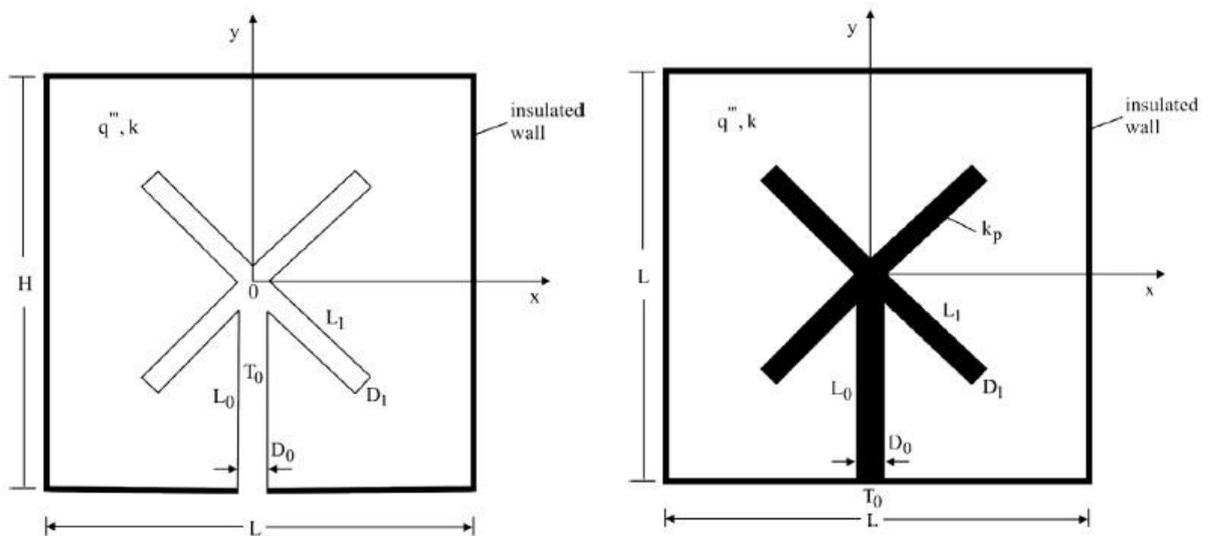


Figura 2.2 – a) Cavidade em X b) Caminhos de material de alta condutividade em X
(Adaptado de Lorenzini et al., 2014b).

Rocha et al. (2014) propuseram a otimização de estrutura vascularizada visando a redução da máxima temperatura e da máxima tensão térmica na estrutura. Foi analisada uma seção de um painel quadrado, sendo que cada painel possui uma estrutura vascularizada que liga o centro à periferia como mostra a Figura 2.3. A simulação numérica tridimensional visou a otimização global do painel quadrado com respeito a minimização de dois objetivos: resistência térmica e picos de tensão de von Mises.

Dos Santos et al. (2013) propuseram a aplicação do Constructal Design em aleta retangular introduzida em cavidade quadrada com placa superior deslocando-se. Considerou-se regime transiente e com escoamento bidimensional, sendo utilizado como fluido escoando no interior da cavidade o ar para $Pr = 0,71$. Para o caso proposto foi considerada uma cavidade quadrada ($H/L = 1$). O objetivo do trabalho é a maximização da transferência de calor por convecção forçada na aleta e, para isto, é realizada a análise para diferentes números de Reynolds. Para cada análise, o grau de liberdade (H_1/L_1) é variado considerando-se a área da cavidade e a área da aleta fixas ($\phi = A_f/A = 0,05$). O problema é representado pela Figura 2.4.

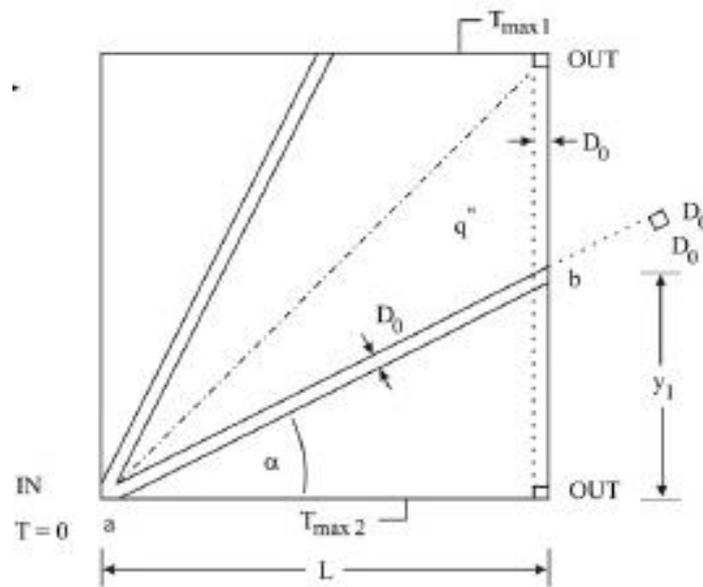


Figura 2.3 – Painel quadrado com estrutura vascularizada (Adaptado de Rocha et al., 2014).

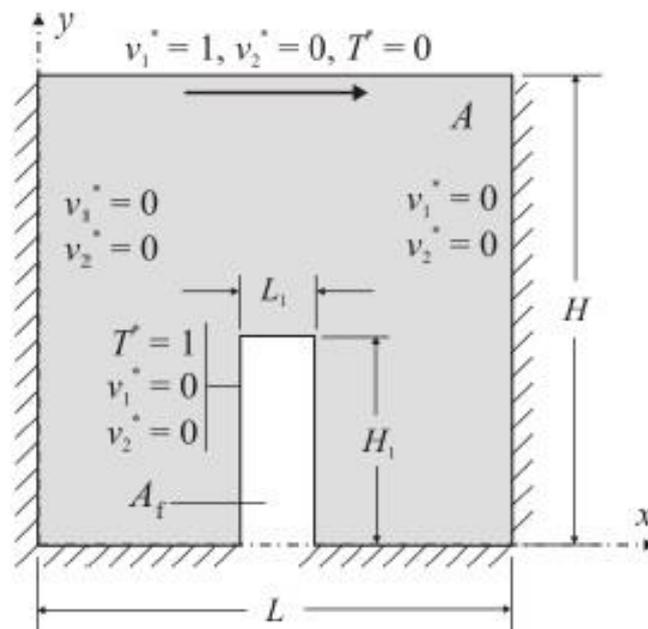


Figura 2.4 – Cavity proposta com aleta retangular inserida (Adaptado de Dos Santos et al., 2013).

Para o trabalho proposto por Dos Santos et al. (2013) obteve-se a máxima transferência de calor usando uma geometria ótima de $(H_1/L_1)_{opt} = 0,3$ para um caso de

$Re_L = 1000$. O número de Nusselt médio para a cavidade otimizada para $Re_L = 1000$ é aproximadamente três vezes o valor encontrado para o pior caso estudado ($H_1/L_1 = 10$).

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1. Fundamentos da Convecção

3.1.1. Equações de Conservação dos Escoamentos

O princípio da conservação de massa é descrito por Bejan (2004) como:

$$\frac{\partial M_{vc}}{\partial t} = \sum_{\text{entra no volume de controle}} \dot{m} - \sum_{\text{sai do volume de controle}} \dot{m} \quad (3.1)$$

sendo M_{vc} a massa contida no interior do volume de controle (kg) e \dot{m} é associado as entradas e saídas de massa no volume de controle ($kg s^{-1}$).

A Fig. 3.1 mostra os fluxos de massa de entrada e saída de um volume de controle em um sistema de coordenadas cartesiano.

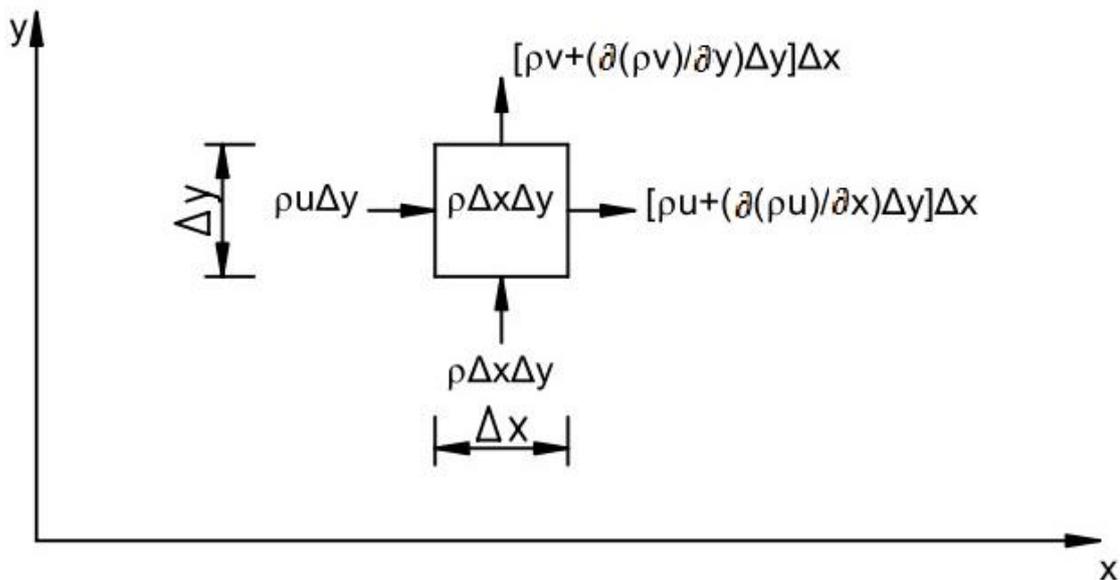


Figura 3.1 - Fluxos de massa de entrada e saída do volume de controle.

Uma das equações governante de um escoamento, a equação de Conservação de Massa, é descrita como (Bejan, 2004):

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.2)$$

sendo o primeiro termo uma derivada material ou substancial, ou seja, é a taxa de variação de massa em relação ao tempo, t é o domínio temporal (s), ρ é a massa específica no domínio ($kg\ m^{-3}$), \mathbf{v} é o vetor velocidade (u, v, w) ($m\ s^{-1}$).

A derivada material ou substancial contida na Eq. (3.2) é definida como:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.3)$$

Além da Eq. (3.2), outras duas equações são utilizadas para governar um escoamento incompressível. Estas são chamadas de equação da conservação da Quantidade de Movimento em x , y e z (também chamada de Equação de Navier-Stokes) e equação da Conservação de Energia, apresentadas na Eq. (3.4) e Eq. (3.5) respectivamente. Para a Eq. (3.4) e Eq. (3.5) considera-se a hipótese de propriedades constantes.

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + X \quad (3.4a)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + Y \quad (3.4b)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + Z \quad (3.4c)$$

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) - k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - \mu \Phi = 0 \quad (3.5)$$

sendo P a pressão termodinâmica ($N\ m^{-2}$), μ é a viscosidade dinâmica do fluido ($kg\ m^{-1}\ s^{-1}$), X , Y e Z são as forças de campo por unidade de volume nas direções x , y e z ($N\ m^{-3}$), T é a temperatura (K). O segundo termo da Eq. (3.5) também pode ser representado

por q'' e é a expansão da série de Taylor do fluxo condutivo ($W m^{-2}$), k é condutividade térmica ($W m^{-1} K^{-1}$) e Φ é uma função de dissipação viscosa (s^{-2}).

O termo de dissipação viscosa, por definição, é sempre positivo pois de acordo com a segunda lei da termodinâmica, a viscosidade não pode adicionar energia ao sistema (White, 1991). O termo de dissipação viscosa para um fluido é definido por:

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \quad (3.6)$$

3.1.2. Transferência de Calor por Convecção

Convecção, ou transferência de calor convectiva, é a transferência de calor ocasionada por um diferencial de temperatura e pela movimentação global de um fluido (Kays e Crawford, 1993). O fluxo de calor convectivo por unidade de área é definido como o produto do coeficiente de transferência de calor por uma diferença de temperatura (Bejan, 2004).

$$q'' = h(T - T_{\infty}) \quad (3.7)$$

sendo q'' o fluxo de calor ($W m^{-2}$), h o coeficiente de transferência de calor ($W m^{-2} K^{-1}$) e $(T - T_{\infty})$ a diferença de temperatura entre o corpo e o fluido que escoia em sua superfície (K).

O fluxo de transferência de calor por condução por unidade de área é dado por

$$q'' = -k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (3.8)$$

Associando as Eq. (3.7) e Eq. (3.8), obtém-se a definição do coeficiente de transferência de calor por convecção.

$$h = \frac{-k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{(T - T_{\infty})} \quad (3.9)$$

O número de Nusselt representa a razão entre a transferência de calor por convecção e condução e é definido como:

$$Nu_H = \frac{hH}{k_f} \quad (3.10)$$

sendo H o comprimento característico (m).

O número de Nusselt médio é calculado através da integral do número de Nusselt local na superfície sobre a qual o fluido escoar:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{S'} \int_{S'} Nu dS' \quad (3.11)$$

sendo S a superfície onde o fluido escoar (m^2) e $S' = S/L^2$.

A movimentação do fluido pode ser induzida por um meio externo e, assim, chamada de convecção forçada, ou ser induzida por campos externos, como a gravidade, que causa movimentação do fluido devido a diferença de massa específica, e chamada de convecção natural (Kays e Crawford, 1993).

A tensão de cisalhamento é observada na região onde um fluido escoar paralelamente a uma superfície, conforme Eq. (3.12).

$$\tau = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (3.12)$$

sendo τ a tensão de cisalhamento ($N m^{-2}$).

A camada limite de um escoamento é a região onde os efeitos difusivos e de dissipação de energia são sentidos pelo fluido que escoar. A tensão de cisalhamento é a responsável pela redução da velocidade do fluido que escoar sobre uma superfície, gerando assim a camada limite fluidodinâmica. Analisando do ponto de vista de transferência de calor,

a camada limite térmica é a região onde há gradiente de temperatura no escoamento, resultando na transferência de calor entre parede e fluido.

Para caracterizar corretamente o fenômeno da camada limite é introduzido o número de Reynolds, ao qual é possível identificar um valor para a transição de regime de escoamento laminar e turbulento.

$$Re_L = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (3.13)$$

sendo L o comprimento característico do escoamento.

3.1.2.1. Convecção Forçada

Convecção forçada é o fenômeno de transferência de calor devido a diferença de temperatura e ao movimento forçado de um fluido sobre uma superfície ou volume (Incropera, 2001). É um mecanismo de transferência de calor de ampla aplicação no campo da engenharia estando presente em, por exemplo, sistemas condicionadores de ar, trocadores de calor, escoamentos em tubulações. Em geral, a movimentação do fluido ocorre devido a utilização de bombas, ventiladores, dispositivos de sucção, que através da movimentação de partes móveis desloca o fluido.

3.1.2.2. Convecção Natural

O fenômeno de convecção natural ocorre pela movimentação do fluido em função da ação de uma força de campo. Segundo Bejan (2004), o mecanismo de convecção natural pode ser classificado como convecção natural externa e convecção natural interna. A convecção natural externa é caracterizada pela transferência de calor em superfícies externas, ou cujo afastamento não ofereçam influência no fenômeno, por meio da movimentação do fluido em função da atuação de forças de campo no fluido (Bejan, 2004). A convecção natural externa pode ocorrer em superfícies horizontais como, por exemplo, o calor transferido entre o solo quente e o ar resfriado que circula sobre o mesmo, em superfícies verticais como o interior de uma chaminé e os gases que cruzam o volume ou superfícies inclinadas, como uma montanha que resfria o ar que percorre sua superfície.

A Figura 3.2 mostra um caso especial do ciclo térmico imaginário de convecção natural externa pra uma superfície vertical, onde na região próxima a parede aquecida ocorre o aquecimento e expansão do fluido que circula e, após percorrer um duto imaginário, o fluido chega a região onde se encontra um reservatório de fluido frio causando o resfriamento e compressão do fluido que circula.

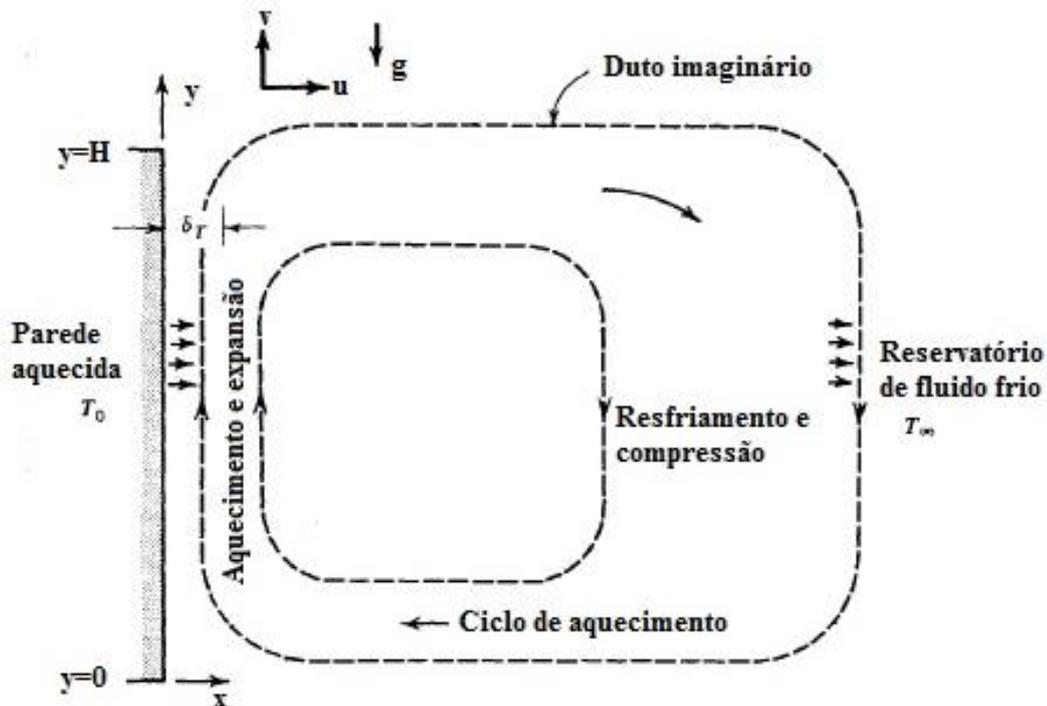


Figura 3.2 – Ciclo térmico imaginário responsável pela convecção natural (Adaptado de Bejan, 2004).

A convecção natural interna é definida pela movimentação de fluido dentro de cavidade devido a variação de massa específica causada pela diferença de temperatura do fluido que circula dentro da cavidade (Bejan, 2004). É possível notar a presença deste fenômeno de transferência de calor através da observação de torres de refrigeração, fornos, circuitos eletrônicos, processos ambientais, etc. (Bejan e Kraus, 2003).

Kays e Crawford (1993) definem a convecção mista como o processo de transferência de calor cujo efeito das componentes de empuxo afetam o campo de temperaturas e velocidades em um processo de convecção forçada, alterando assim o número de Nusselt e o coeficiente de atrito. Considerando uma superfície vertical cuja temperatura $T > T_\infty$, as forças de empuxo auxiliam na movimentação do fluido (principalmente próximo a parede) e, como

consequência, o número de Nusselt sofre um incremento se comparado a caso similar considerando apenas convecção forçada. Já para o caso de placa vertical cuja sua temperatura seja inferior ao do fluido, $T < T_{\infty}$, as forças de empuxo se opõem a movimentação do fluido, o que gera uma redução no número de Nusselt ao comparar o mesmo caso analisando apenas a convecção forçada. Em casos cuja placa está disposta horizontalmente, o acréscimo ou decréscimo do valor do número de Nusselt é similar ao caso de placa disposta verticalmente, porém as forças de empuxo influenciam no gradiente de pressão, pois as isothermas não são paralelas a superfície (Kays e Crawford,1993).

O número de Grashof é utilizado para quantificar a relação entre as forças de empuxo e as forças viscosas agindo sobre um fluido em um escoamento misto.

$$Gr_H = \frac{g\beta(T_s - T_{\infty})H^3}{\nu^2} \quad (3.20)$$

sendo β o coeficiente de expansão térmica (K^{-1}).

O número de Rayleigh é utilizado para definir a importância da convecção natural na transferência de calor em um fluido. Valores inferiores a um valor crítico indicam que a transferência de calor predominante ocorre por difusão e para valores acima do valor crítico, a transferência de calor ocorre prioritariamente por convecção. O número de Rayleigh é definido como

$$Ra_H = \frac{g\beta(T_s - T_{\infty})H^3}{\nu\alpha} = GrPr \quad (3.21)$$

Segundo Chenoweth e Paolucci (1986), o escoamento no interior de cavidade quadrada apresenta regime turbulento a partir de $Ra_H = 10^8$.

O número de Richardson expressa a relação do potencial à energia cinética, conforme Eq. (3.22):

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (3.22)$$

3.2. Teoria Constructal

Bejan e Lorente (2008) consideram escoamento como o movimento de uma entidade em relação a outra. A descrição do escoamento é feita através da definição do que é movimentado (massa, conhecimento, energia, fluido), da quantidade que é movimentada (vazão mássica, fluxo de calor) e da localização deste fluxo. Um sistema é considerado vivo (animado ou inanimado) quando há o escoamento de alguma entidade. Caso contrário, é considerado um sistema morto.

A Teoria Constructal permite a visualização de que os escoamentos que ocorrem na natureza são a razão da evolução do design visando o acesso mais fácil, rápido e com o menor consumo de energia através da evolução no tempo. Para que haja esta evolução, é preciso que o sistema possua liberdade para evoluir e consiga superar as imperfeições impostas pelo sistema. O formato dos rios são exemplos da evolução do design de maneira a facilitar o escoamento. Outro exemplo, a criação das bifurcações dos trilhos de trem na Argentina, conforme apresentada na Figura 3.3, são demonstrações da evolução do sistema através do tempo de maneira a facilitar o fluxo de pessoas e cargas no país. Estes fluxos são regidos por princípios físicos, como a 1ª e 2ª lei da termodinâmica, a lei da gravidade entre outros (Bejan e Merks, 2007).

O enunciado da Lei Constructal é de que “para um sistema finito onde existe escoamento persistir no tempo, sua configuração deve evoluir de tal forma a facilitar o acesso de suas correntes”. A utilização da Lei Constructal para a melhoria das configurações utilizadas na engenharia e na organização do movimento é chamada de Constructal Design. Através da Lei Constructal é possível determinar o formato de objetos encontrados na natureza e no campo da engenharia e, para estes casos, a melhor forma de conectar um ponto a uma área e vice versa é através do formato de árvore (*tree-shape*) (Bejan e Lorente, 2008).

A utilização do Constructal Design permite a obtenção da geometria ótima reduzindo a resistência global de suas correntes internas. Através da utilização de funções multi-objetivos, é possível analisar uma determinada configuração que atenda de maneira mais eficiente a imposição de mais de um objetivo (Bejan e Lorente, 2008). Estas configurações, muitas vezes, aproximam-se do chamado animal design, ou seja, tem o seu formato próximo ao encontrado na natureza - não por mimetismo - e sim pela aplicação das leis da física na obtenção da geometria ótima (Bejan e Zane, 2012). Cada arquitetura obtida através do

Constructal Design é referente a um conjunto de condições impostas a este problema. Ou seja, devido à vascularização das estruturas, ao posicionamento de interstícios, dos espaços e das paredes, as imperfeições assumem diversas configurações para cada caso analisado, o que pode ser confundido como randômico.

Analisando do ponto de vista de transferência de calor, a taxa líquida de transferência de calor é função de:

$$q = q(T_A, T_B, \text{tempo}, \text{propriedades termofísicas}, \text{geometria}, \text{fluxo}) \quad (3.23)$$

A obtenção da resistência térmica global (imperfeição) para transferência de calor por convecção apresentada na Eq. (3.24) é obtida através da manipulação da Eq. (3.7) (Bejan e Lorente, 2008).

$$R_t = \frac{T - T_\infty}{q} = \frac{1}{hA} \quad (3.24)$$

sendo $q'' = q/A$.

A redução da variação de temperaturas, quando mantida fixa a taxa de transferência de calor, resulta em uma menor resistência térmica. A tarefa de redução da resistência térmica objetivando a maior transferência de calor é complexa e varia de caso para caso. As restrições do modelo (volume ou áreas constantes, máxima temperatura admissível), propriedades termofísicas e regime do escoamento são exemplos de características que podem causar efeito de resistência térmica.

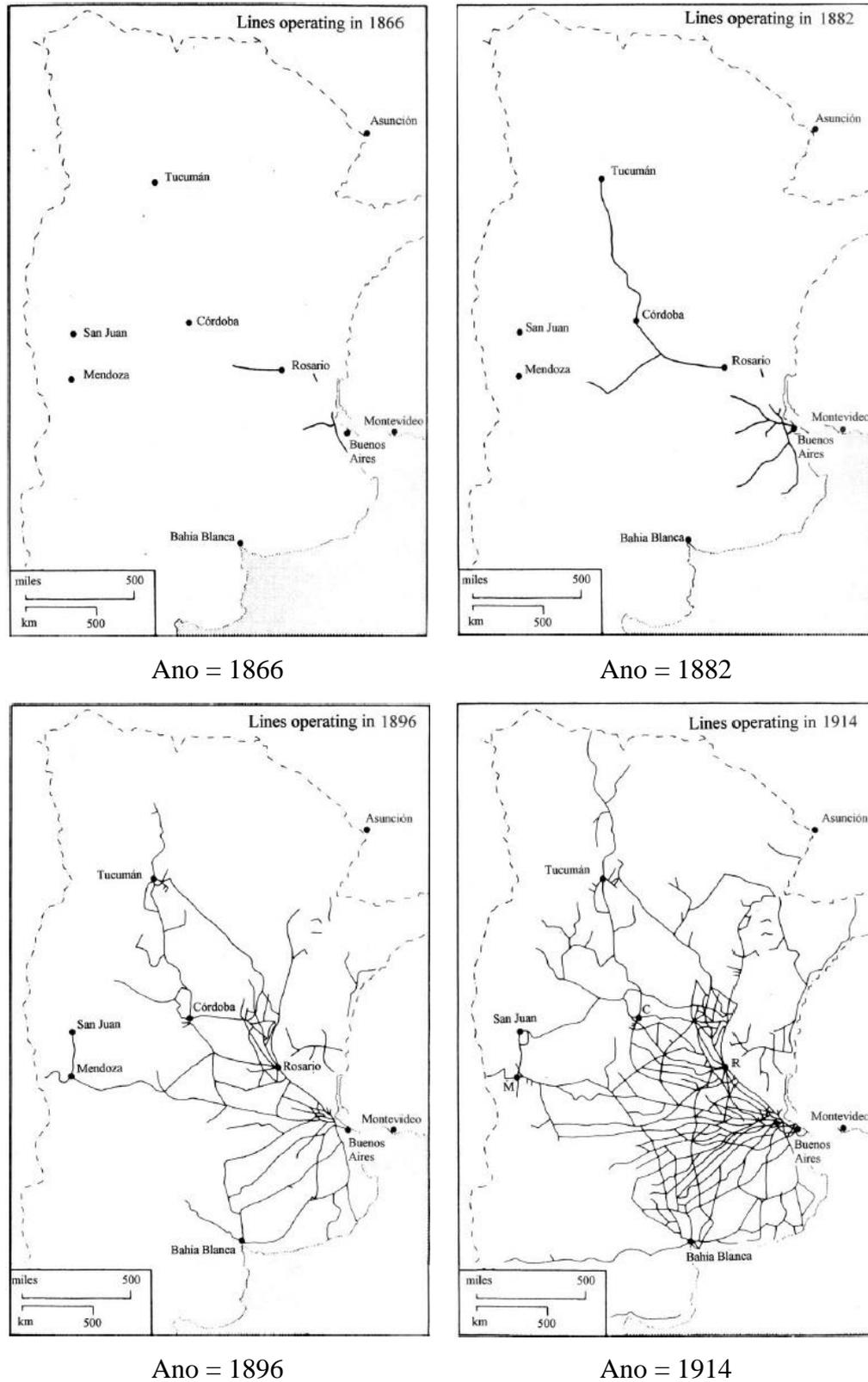


Figura 3.3 – Evolução de um fluxo através do tempo (Adaptado de Bejan e Merckx, 2007).

4. MODELAGEM MATEMÁTICA E NUMÉRICA

4.1. Métodos Numéricos Aplicados a Escoamentos

4.1.1. Modelagem Numérica dos Escoamentos

Segundo Patankar (1980) para se obter a solução numérica de um problema, suas leis governantes devem ser expressas matematicamente. Para Versteeg e Malalasekera (1995), três são as etapas que um software CFD deve cumprir para solução de um problema: pré-processamento, processamento e pós-processamento.

No pré-processamento ocorre a definição da geometria de interesse, ou seja, o domínio computacional a ser resolvido. Além desta definição, ocorre também a definição da malha a ser utilizada, bem como das propriedades e fenômenos físicos de interesse. Nesta etapa, são definidas as condições de contorno para as células que se encontram na fronteira do domínio.

Na etapa de processamento ocorre a aproximação do fluxo de cada variável através de simples funções. A discretização do problema ocorre através da substituição destas simples funções de aproximação nas equações governantes. Diversos são os métodos para solução do conjunto de equações governantes de um problema, dentre eles o Método de Elementos Finitos (FEM), Método dos Volumes Finitos (FVM) e Método das Diferenças Finitas (FDM) (Patanekar, 1980). Suas principais diferenças estão na maneira como as variáveis de interesse são aproximadas e o processo de discretização. Nesses métodos, após a discretização, é realizada a solução algébrica das equações do problema.

A aproximação com o FVM é talvez a de compreensão mais simples, pois todos os termos que precisam ser aproximados têm significado físico, razão pela qual é popular e é um dos métodos mais utilizados em CFDs. O algoritmo numérico para solução utilizando FVM consiste em partir da forma integral da equação de conservação e aplicar a mesma sobre todos os volumes de controle finitos do domínio. Versteeg e Malalasekera (1995) apresentam a equação de transporte, ilustrada na Eq. (4.1), de maneira a simplificar as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia,

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S_\phi \quad (4.1)$$

sendo ϕ o escalar que está sendo transportado, \mathbf{u} o vetor do campo de velocidades, Γ é o coeficiente de difusão e S_ϕ é o termo fonte ou sumidouro por unidade de volume ($W m^{-3}$). A partir desta é realizada a integração da mesma no volume de controle conforme Eq. (4.2)

$$\int_{CV} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{CV} \text{div}(\rho\phi\mathbf{u})dV = \int_{CV} \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi)dV + \int_{CV} S_\phi dV \quad (4.2)$$

Utilizando o teorema da divergência de Gauss, os termos de difusão e convecção são reescritos como a integral em toda a superfície que delimita o volume de controle, conforme a equação que segue:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{CV} \rho\phi dV \right) + \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho\phi\mathbf{u})dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad } \phi)dA + \int_{CV} S_\phi dV \quad (4.3)$$

sendo \mathbf{n} um vetor unitário normal à superfície do volume de controle, dA é a magnitude da área da superfície do volume de controle e V é o volume da célula (m^3). Para problemas em regime estacionário, o primeiro termo do lado esquerdo da Eq. (3.23) é nulo.

Conforme a Figura 4.1, em cada volume de controle haverá um nó computacional localizado no seu centro e este nó será utilizado para cálculo das variáveis através da Eq. (4.3).

De acordo com ANSYS (2014), a integração da Eq. (4.3) para um volume de controle é a seguinte:

$$\frac{\partial \rho\phi}{\partial t} V + \sum_f^{N_f} \mathbf{n}_f \cdot (\rho_f \mathbf{u}_f \phi_f A_f) = \sum_f^{N_f} \mathbf{n}_f \cdot (\Gamma_\phi \nabla \phi_f A_f) + S_\phi V \quad (4.4)$$

onde N_f é o número de faces do volume de controle, ϕ é a variável obtida na face f , \mathbf{u}_f é o vetor do campo de velocidades na face f , A_f é a área da face f e \mathbf{n}_f é o vetor unitário normal a face f . O termo f representa qualquer uma das faces da superfície do volume de controle representado na Figura 4.1

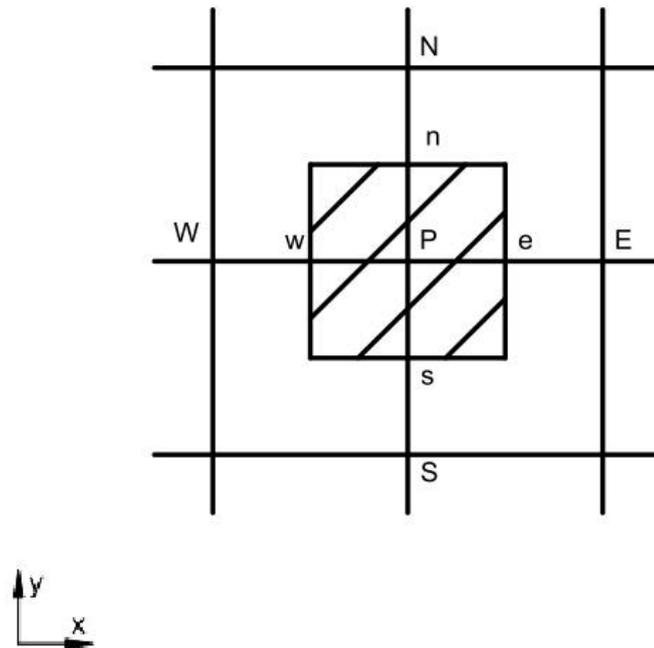


Figura 4.1 – Representação bidimensional do volume de controle (região hachurada)

A Eq. (4.4) contém os valores de ϕ localizado no centro do volume de controle bem como nas fronteiras das células ao seu redor. Uma forma linearizada da Eq. (4.4) é a seguinte:

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (4.5)$$

onde a_p é o coeficiente principal (centralizado no volume de controle) e a_{nb} são os coeficientes lineares das células vizinhas ao volume de controle e b é o termo fonte (para problemas adimensionais).

A solução algébrica do sistema de equações lineares pode ser obtida através de diversos métodos iterativos e são exemplos o TDMA (*TriDiagonal-Matrix Algorithm*), o Método de Jacobi e o Método de Gauss-Seidel (Patankar, 1980, Versteeg e Malalasekera, 1995).

O pós-processamento consiste utilizar os dados oriundos dos cálculos das variáveis escalares pelo processo de FVM para representar graficamente vetores, fluxos, malha, superfícies, entre outros.

4.1.2. Discretização Espacial

A discretização espacial consiste na criação de uma malha que substitui o espaço contínuo em finitos pontos associados a variável escalar ϕ . O incremento no número de volumes finitos da malha gera um resultado mais próximo do exato, pois aproxima a malha de um espaço contínuo. Deste modo, a discretização pode ser definida como a transformação do conjunto de equações diferenciais ou integrais em equações algébricas, associando o valor das variáveis aos pontos da malha (Patankar, 1980).

Versteeg e Malalasekera (1995) apresentam diversos métodos para discretização de problema de engenharia envolvendo transferência de calor. Porém, quando estes envolvem processos advectivos, alguns métodos levam vantagem. É o caso do esquema de advecção *upwind*, que devido a positividade dos coeficientes dos termos advectivos, suas soluções não sofrem oscilações numéricas comuns em esquema de advecção *central*. Segundo Patankar (1980), além destes esquemas, existem ainda o esquema de advecção *power law* e o esquema de advecção *exponencial*, proposto por Patankar e Spalding respectivamente. Estes métodos apresentam uma exatidão de primeira ordem nos termos de truncamento.

Devido a necessidade de resultados mais próximos ao exato, o aumento da ordem de exatidão dos termos de truncamentos se fez necessário e outros métodos como o QUICK (*Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics*), o esquema de advecção *upwind* de segunda ordem e o esquema de advecção *bounded central differencing* foram desenvolvidos.

Neste trabalho, os termos advectivos das equações previamente demonstradas serão abordados com o esquema de advecção *upwind* de primeira ordem.

4.1.2.1. Esquema de Advecção Upwind

Diferentemente do esquema de advecção *central*, o esquema de advecção *upwind* (*FOU: First-Order Upwind*) leva em consideração a direção do fluxo durante o cálculo dos valores das faces dos volumes de controle.

A Figura 4.2 apresenta a face de um volume de controle utilizando o método *upwind*.

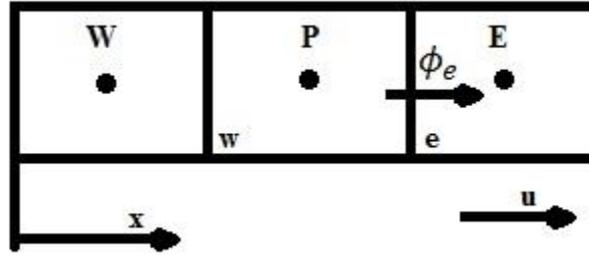


Figura 4.2 – Face de um volume de controle utilizando esquema *upwind* para obtenção de ϕ

O valor de ϕ na interface é igual ao valor de ϕ no ponto da malha a montante da face (Patankar, 1980).

$$\begin{aligned} \phi_e &= \phi_P \quad \text{se} \quad F_e > 0 \\ \phi_e &= \phi_E \quad \text{se} \quad F_e < 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde $F_e \equiv (\rho \mathbf{u})_e$ é a intensidade da convecção ou fluxo. De maneira similar pode-se definir ϕ_w .

Uma vez que não é possível o surgimento de coeficientes negativos o esquema *upwind* satisfaz o critério de Scarborough ($A_P = \sum A_{nb}$) o que torna a solução realista do ponto de vista físico (Patankar, 1980).

4.1.2.2. Esquema de Advecção *Second Order Upwind*

Para computar os valores de ϕ nas faces da célula, o esquema de advecção de segunda ordem *upwind* (SOU: *Second-Order Upwind*) utiliza uma aproximação de reconstrução linear multidimensional (*multidimensional linear reconstruction approach*) (Barth e Jespersen, 1989). Através desta aproximação, a precisão de segunda ordem nas faces do volume de controle é obtida através de uma expansão de Taylor da solução de ϕ , conforme a equação que segue:

$$\phi_{f,SOU} = \phi_p + (\nabla \phi \cdot \mathbf{r}) \quad (4.7)$$

sendo ϕ e $\nabla\phi$ o valor central da propriedade na célula e o seu gradiente que está no volume de controle a montante e \mathbf{r} o vetor deslocamento do volume de controle a montante até a face do centróide.

4.1.3. Acoplamento Pressão-Velocidade

4.1.3.1. SIMPLE

A solução da Eq. (4.1) para problemas cujo campo de velocidades não é conhecido pode ser realizada através do método SIMPLE (do inglês: *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) que é um método de estimativa e correção do valor de pressão (Versteeg e Malalasekera, 1995). O algoritmo de solução proposto por Patankar e Spalding no ano de 1972 ao desenvolverem o método é o seguinte:

1. Estimativa do campo de pressão p^* .
2. Solução das equações de quantidade de movimento para obtenção das velocidades:

$$a_e u_e^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + b + (p_P^* - p_E^*) A_e \quad (4.8)$$

$$a_n u_n^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + b + (p_P^* - p_N^*) A_n \quad (4.9)$$

onde $(p_P^* - p_E^*) A_e$ é a força de pressão agindo em u no volume de controle, $(p_P^* - p_N^*) A_n$ é a força de pressão agindo em v no volume de controle, A_e e A_n são as áreas onde a diferença de pressão atua. Devido a solução do campo de velocidades ocorrer na face do volume de controle e o campo de pressões ser solucionado no centro do volume de controle, é necessária a utilização de uma malha escalonada para solução do campo de velocidades (Versteeg e Malalasekera, 1995).

3. Solução da equação para correção de p' .

$$a_p p'_p = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b \quad (4.10)$$

4. Cálculo de p utilizando a Eq. (4.10).

$$p = p^* + p' \quad (4.11)$$

5. Cálculo das velocidades utilizando as Eq. (4.12) e (4.13).

$$u_e = u_e^* + d_e(p'_P - P'_E) \quad (4.12)$$

$$v_n = v_n^* + d_n(p'_P - P'_N) \quad (4.13)$$

sendo $d_e \equiv A_e/a_e$ e $d_n \equiv A_n/a_n$.

6. Solução das equações para outros ϕ 's.

7. Substituição do termo p como nova estimativa p^* , iniciar o passo número 2 novamente até o procedimento atingir convergência.

4.1.3.2. SIMPLEC

Segundo Versteeg e Malalasekera (1995) o algoritmo SIMPLEC (do inglês: *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent*) desenvolvido por Van Doormal e Raithby em 1984 utiliza os mesmos passos do algoritmo SIMPLE, porém a equação de correção da velocidade omite termos menos importantes que os omitidos no algoritmo SIMPLE. As equações para o cálculo das velocidades na direção x e y são dadas por

$$u_e = d_e(p'_P - P'_E) \quad (4.14)$$

$$v_n = d_n(p'_P - P'_N) \quad (4.15)$$

onde d_e e d_n são definidos por:

$$d_e = \frac{A_e}{a_e - \sum a_{nb}} \quad (4.16)$$

$$d_n = \frac{A_n}{a_n - \sum a_{nb}} \quad (4.17)$$

4.1.4. Solver

As equações discretizadas podem ser resolvidas de maneira acoplada ou segregada. Solucionar de maneira segregada consiste na solução de sistemas lineares para cada uma das equações governantes do escoamento de maneira individual, atualizando os coeficientes em razão das não-linearidades e do acoplamento entre as variáveis. Diferentemente da solução segregada, a solução acoplada resolve as equações governantes através da utilização de uma matriz com todos os coeficientes, resolvendo assim, de maneira simultânea todos os coeficientes. A atualização dos coeficientes da matriz neste caso, dá-se somente devido a não-linearidade do problema. Métodos acoplados são mais robustos e estáveis. Porém, exigem uma maior capacidade de processamento (Maliska, 2004).

4.1.5. Critério de Convergência

Para a solução de métodos iterativos, é necessário a definição de um valor como critério de convergência ao qual as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia são submetidas. Para o presente trabalho, considerou-se como critério de convergência os resíduos $R_{massa} < 10^{-6}$, $R_{movimento} < 10^{-6}$ e $R_{energia} < 10^{-8}$ para as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia respectivamente. O software CFD utilizado para solução numérica utiliza como critério de convergência normalizado a equação que segue:

$$R_\phi = \frac{\sum_{células P} |\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p|}{\sum_{células P} |a_p \phi_p|} \quad (4.18)$$

4.2. Exemplo de Obtenção de Independência de Malha

Primeiramente, para assegurar que a malha a ser utilizada na simulação do problema proposto neste trabalho é adequada e atende ao critério de independência de malha desejado, é

realizada a simulação numérica do problema representado pela Figura 4.3, sendo este considerado regime permanente, propriedades constantes exceto a massa específica, escoamento bidimensional e incompressível. A cavidade quadrada proposta apresenta dimensões $H^* = L^* = 1$. As superfícies superior e inferior possuem condição de contorno de Neumann e são consideradas adiabáticas. Para ambas as laterais da cavidade é considerado uma condição de contorno de Dirichlet, sendo imposta na superfície esquerda uma temperatura adimensional $T^* = 1$ e na superfície direita da cavidade é imposta uma temperatura adimensional $T^* = 0$. O fluido que se encontra no interior da cavidade é ar e suas propriedades termofísicas utilizadas na simulação são definidas pelos números adimensionais de $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^5$. As equações de conservação de massa, momentum em x e y e energia para o problema proposto são respectivamente as seguintes:

$$\rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (4.19)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (4.20a)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \rho g \beta (T - T_\infty) \quad (4.20b)$$

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) - k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (4.21)$$

A solução numérica deste problema é obtida através da simulação em software Fluent® utilizando o algoritmo SIMPLEC para acoplamento pressão-velocidade e a discretização espacial será feita pelo método *upwind* de primeira ordem.

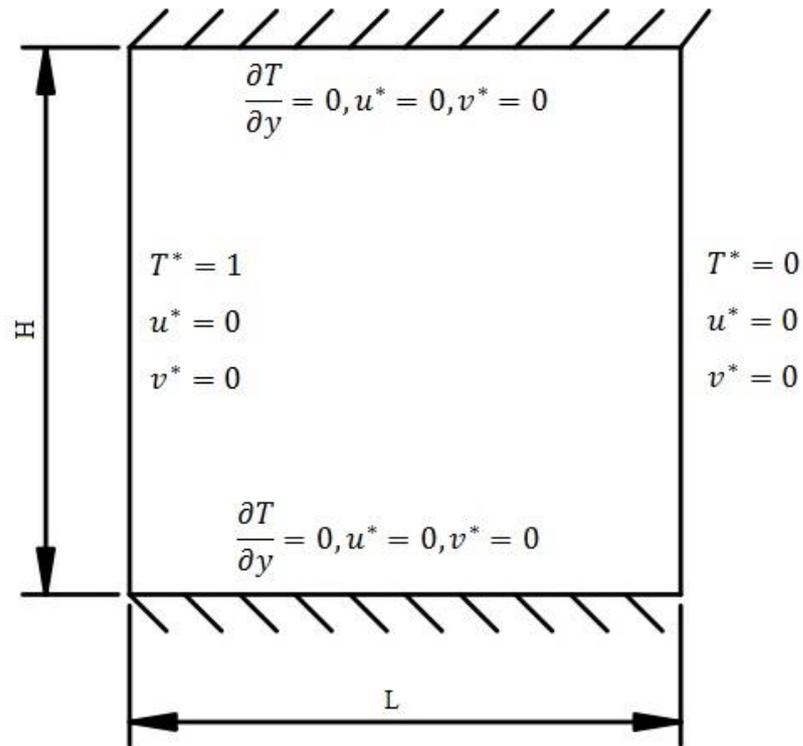


Figura 4.3 – Cavidade proposta para realização de independência de malha.

Os termos adimensionais, representados pelo sobrescrito $*$, são definidos como:

$$x^*, y^*, H^*, L^* = \frac{x, y, H, L}{\frac{1}{A^2}} \quad (4.22)$$

$$u^* = \frac{u}{u_{max}} \quad (4.23a)$$

$$v^* = \frac{v}{u_{max}} \quad (4.23b)$$

$$T^* = \frac{(T - T_{min})}{(T_{max} - T_{min})} \quad (4.24)$$

sendo A a área da cavidade (m^2).

O problema proposto para verificação da independência de malha foi simulado numericamente para malhas de $30 \times 30, 50 \times 50, 80 \times 80, 100 \times 100, 200 \times 200$ e

400 X 400 volumes. A Figura 4.4 apresenta a cavidade com a malha igualmente espaçada utilizada para verificação do critério de independência de malha.

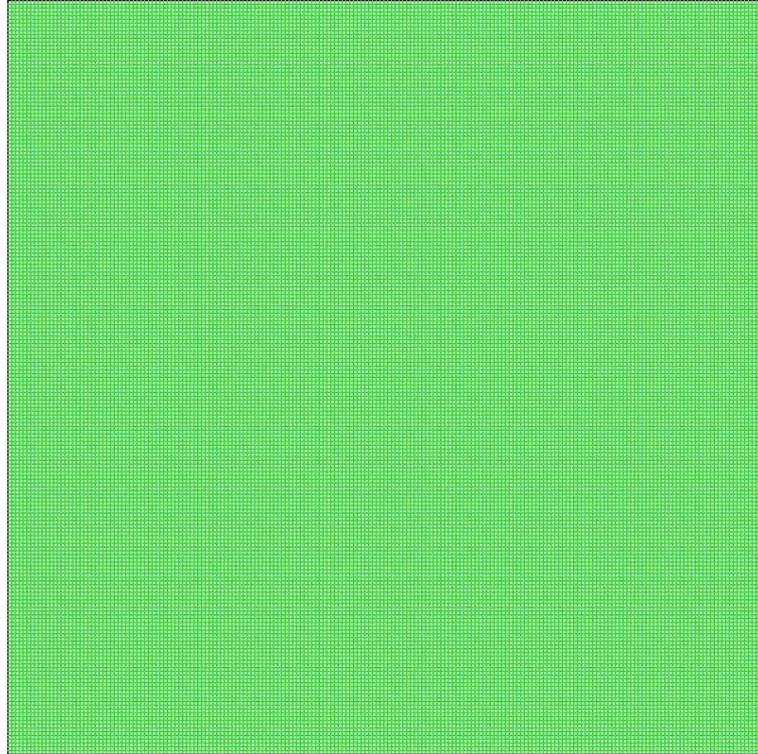


Figura 4.4 – Malha igualmente espaçada (200 X 200 volumes de controle).

O número de Nusselt local e médio são calculados em função da altura da cavidade, conforme demonstrado nas Eq. (4.25) e Eq. (4.26).

$$Nu_H = \frac{hH}{k} \quad (4.25)$$

$$\overline{Nu}_H = \frac{1}{S'} \int_{S'} Nu_H dS' \quad (4.26)$$

sendo H a altura da cavidade.

O erro considerado como critério de independência de malha é apresentado na Eq. 4.27.

$$erro = \left| \frac{\overline{Nu}_H^i - \overline{Nu}_H^{i+1}}{\overline{Nu}_H^i} \right| \leq 10^{-4} \quad (4.27)$$

A Tabela 4.1 apresenta os valores de Nusselt médio e erro obtidos para simulação do caso proposto.

Tabela 4.1 – Nusselt médio e erro para validação de malha.

Volumes (x, y)	Total de Volumes	\overline{Nu}_H	Erro
30X30	900	4,773679	0,030867
50X50	2500	4,636331	0,011043
80X80	6400	4,585131	0,009016
100X100	10000	4,543791	0,005134
200X200	40000	4,521101	0,0000464
400X400	160000	4,520891	-

A malha de 40000 volumes apresentou erro inferior ao definido como critério de independência de malha e será utilizada para a resolução numérica dos casos propostos. Para a solução numérica do problema proposto neste trabalho, a introdução de uma aleta torna inviável a utilização de malha uniforme, portanto será utilizada malha não uniforme na solução do problema. Para garantir o atendimento do critério de independência de malha para o problema proposto conforme Figura 4.8, simulou-se o caso de $Ra_H = 10^6$ e $Re_L = 1000$ com aleta inserida de razão de aspecto $(H_1/L_1) = 10$. A Tabela 4.2 apresenta os valores de \overline{Nu}_H . O número de volumes utilizado na solução numérica varia de 44000 até 60000.

Tabela 4.2 – Nusselt médio e erro para validação de malha com aleta inserida.

Total de Volumes	\overline{Nu}_H	Erro
8330	8,989718	0,012809078
18466	8,874568	0,046959829
22657	8,4578198	0,008705946
43596	8,3838129	0,00004455968
59874	8,38418648	-

4.3. Validação do Modelo Matemático e Numérico

Para validação do modelo é realizada a simulação numérica pelo software ANSYS (2014) dos casos proposto por Barakos et. al (1994), Davis (1983) e Goodarzi et al.(2014) conforme ilustrados na Figura 4.3. Foram considerados regime permanente, escoamento bidimensional e, como propriedades termofísicas do fluido encontrado dentro da cavidade, foram utilizados os valores referentes ao ar para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^3, 10^4, 10^5$ e 10^6 , sendo Ra_H o número de Rayleigh calculado em função da altura da cavidade, conforme apresentado na Eq. (4.28)

$$Ra_H = \frac{g\beta(T_S - T_\infty)H^3}{\nu\alpha} \quad (4.28)$$

sendo H a altura da cavidade.

Os valores de Nusselt médio da superfície aquecida obtidos através da simulação são comparados aos resultados obtidos pelos autores de maneira a assegurar a qualidade do modelo matemático utilizado.

A simulação numérica do problema proposto pelos autores é realizada através de simulação em software Fluent®, utilizando o algoritmo SIMPLEC e o método *upwind* de primeira ordem. Para a discretização espacial do problema é utilizada uma malha igualmente espaçada de 200 X 200 volumes. Os resultados obtidos no cálculo do número de Nusselt médio são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Nusselt médio (\overline{Nu}_H) na superfície aquecida ($x = 0$) para diferentes Ra_H .

	$Ra_H = 10^3$	$Ra_H = 10^4$	$Ra_H = 10^5$	$Ra_H = 10^6$
Presente trabalho	1,115	2,245	4,521	8,890
Barakos et al. (1994)	1,114	2,245	4,510	8,806
De Vahl Davis (1983)	1,118	2,243	4,519	8,799
Goodarzi et al. (2014)	1,120	2,242	4,516	8,795

A Tabela 4.4 apresenta o erro normalizado através da Eq. (4.29) comparando os resultados simulados em software Fluent® com os resultados apresentados pelos autores.

$$erro = \left| \frac{\overline{Nu}_H - \overline{Nu}_{H,autores}}{\overline{Nu}_H} \right| \cdot 100 \quad (4.29)$$

A normalização dos resultados obtidos através da simulação numérica indicam que o máximo erro percentual é da ordem de 1%.

Os perfis de temperaturas adimensionais ao longo do eixo x adimensional para os casos de $Ra_H = 10^3, 10^4, 10^5$ e 10^6 na região de meia altura ($H/2$) da cavidade são apresentados na Figura 4.5.

Tabela 4.4 – Erro normalizado do Nusselt médio (\overline{Nu}_H) na superfície aquecida ($x = 0$) para diferentes Ra_H (%).

	$Ra_H = 10^3$	$Ra_H = 10^4$	$Ra_H = 10^5$	$Ra_H = 10^6$
Barakos et al. (1994)	0,090	0,000	0,243	0,945
De Vahl Davis (1983)	0,269	0,089	0,044	1,024
Goodarzi et al. (2014)	0,448	0,134	0,111	1,069

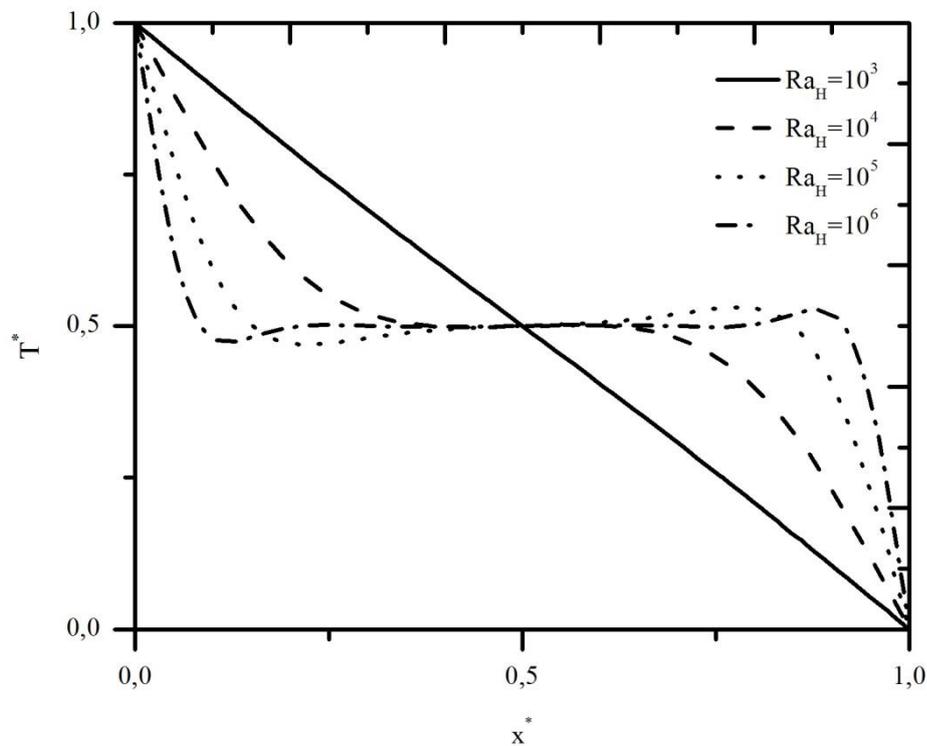


Figura 4.5 – Perfis de temperatura adimensional T^* representado em $y^* = 0,5$.

Nesta figura é verificado, para o caso onde o número de $Ra_H = 10^3$, que a variação de temperatura a meia altura da cavidade apresenta comportamento próximo do linear. À medida que o número de Ra_H é incrementado, é observado que há uma maior variação do gradiente de temperatura adimensional próximo às regiões de borda. Isto ocorre devido à recirculação do fluido no interior da cavidade, sendo observado os maiores gradientes de velocidades v^* próximo às bordas conforme demonstrado na Figura 4.6.

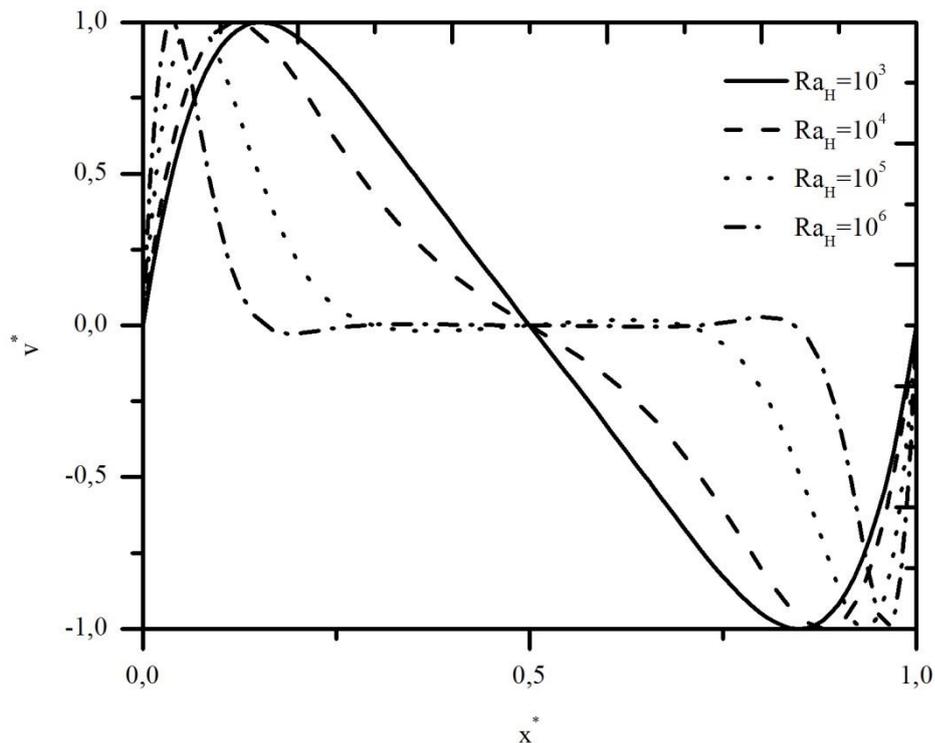


Figura 4.6 – Perfis de velocidade adimensional v representado em $y^* = 0,5$.

Devido aos efeitos da aproximação de Boussinesq nota-se que a diferença de massa específica do ar causa a recirculação do fluido no interior da cavidade. O aumento do número de Rayleigh torna predominante a convecção natural em comparação com a difusão e é possível notar uma movimentação do fluido mais acentuada próxima as regiões das bordas. Além disto, o aumento do número de Rayleigh tende a estabilizar a velocidade adimensional, atendendo o critério de invariância assintótica.

A Figura 4.7 representa o campo de temperaturas dos 4 casos simulados em regime permanente. Considerando o caso de menor número de Rayleigh, é possível observar que o campo de temperaturas apresenta uma variação próxima do uniforme, com as isolinhas

verticais em toda a cavidade. À medida que é incrementado o número de Rayleigh observa-se a inclinação das isolinhas de temperatura gerando uma maior uniformidade horizontal da temperatura na região central da cavidade.

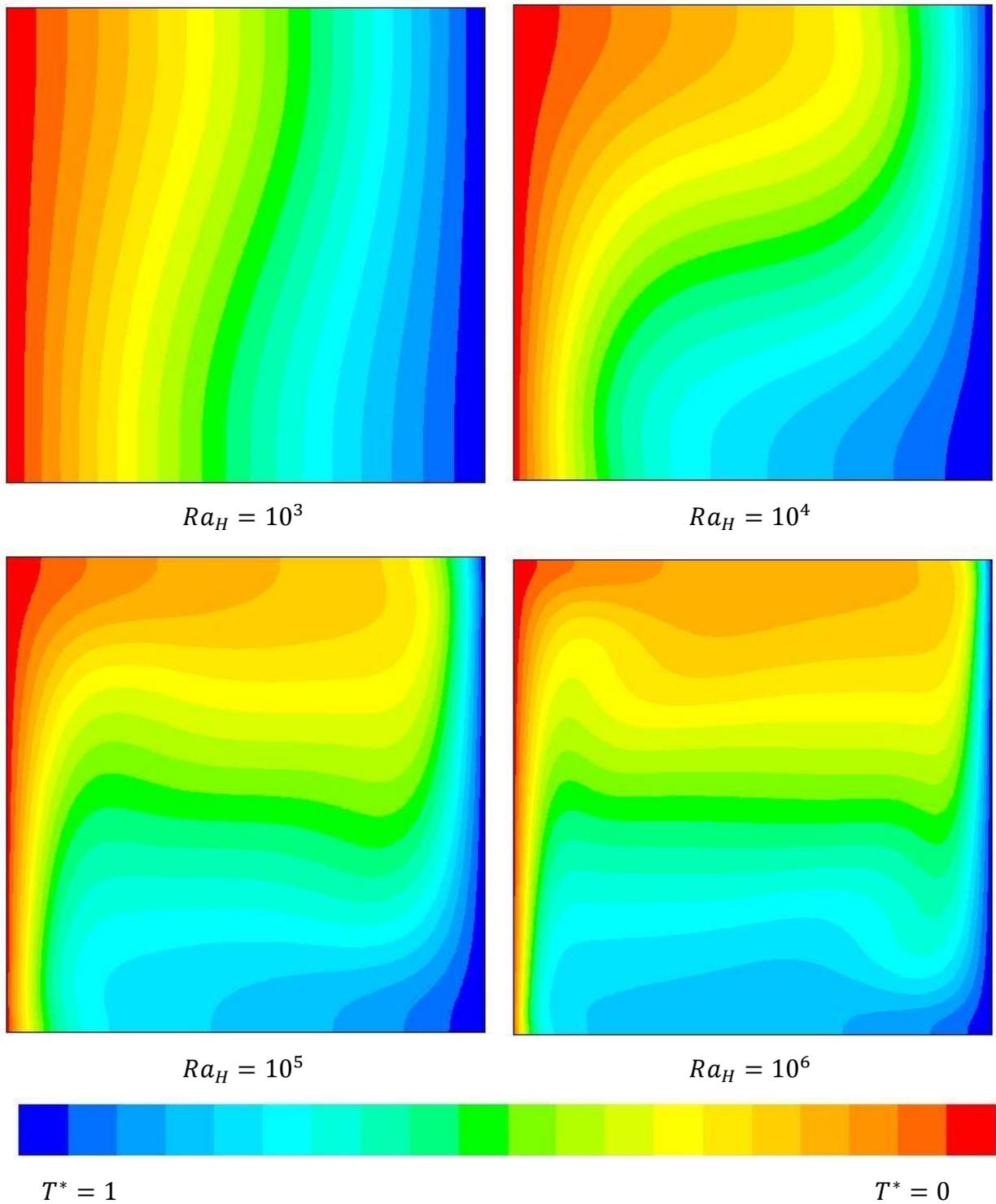


Figura 4.7 – Campo de temperaturas da cavidade.

4.4. Problema Proposto

O presente trabalho propõem a solução numérica de um problema de transferência de calor por convecção mista em cavidade quadrada bidimensional, propriedades constantes, exceto a massa específica, escoamento incompressível e permanente.

As temperaturas das superfícies laterais e inferior são consideradas adiabáticas (condição de contorno de Neumann) e estáticas ($u^* = 0; v^* = 0$). A superfície superior da cavidade possui temperatura adimensional prescrita (condição de contorno de Dirichlet) de $T^* = 0$ e desloca-se a uma velocidade adimensional de $u^* = 1$ e $v^* = 0$. Na região da aleta inserida na cavidade, a temperatura adimensional prescrita é de $T^* = 1$ conforme representado na Figura 4.8.

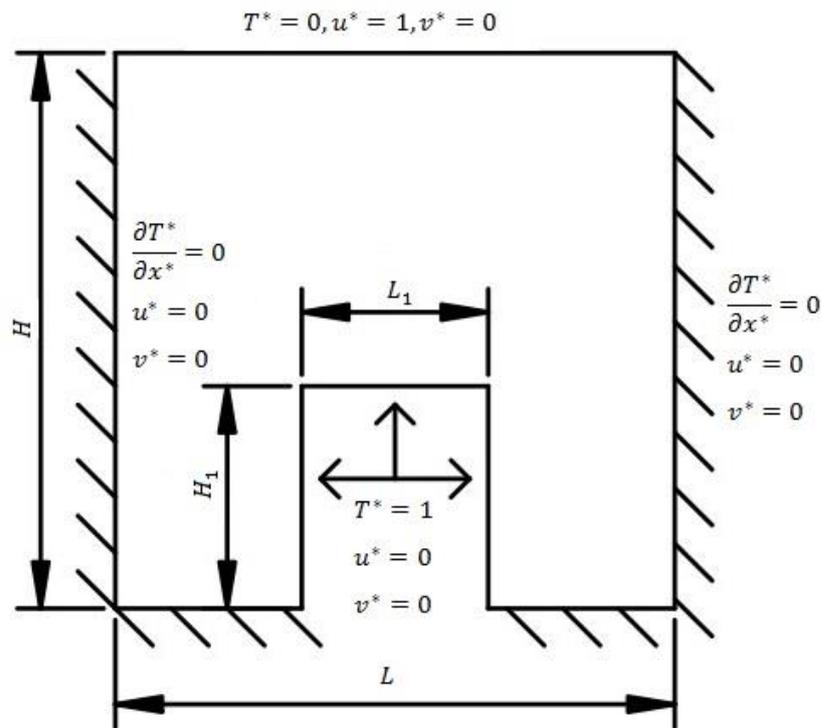


Figura 4.8 – Esquema de configuração da cavidade.

Os comprimentos da aleta são adimensionalizados da seguinte maneira:

$$H_1^*, L_1^* = \frac{H_1, L_1}{\frac{1}{A^2}} \quad (4.30)$$

sendo A a área da cavidade.

A área da cavidade, A , é mantida fixa, bem como a área da aleta inserida na cavidade, A_f , sendo estas definidas pelas Eq. (4.31) e Eq. (4.32) respectivamente.

$$A = HL \quad (4.31)$$

$$A_f = H_1 L_1 \quad (4.32)$$

Para o problema proposto é mantida uma relação fixa entre as áreas, de maneira que o único grau de liberdade a variar seja a razão de aspecto da aleta. Para isto, são definidos os comprimentos $H^* = L^* = 1$ e a relação entre as áreas da aleta e da cavidade é igual a $\phi = 0,05$, isto é,

$$\phi = \frac{A_f}{A} \quad (4.33)$$

Uma vez fixadas a área da cavidade e a relação entre as áreas da aleta e cavidade, a variação da relação (H_1/L_1) resultará em diferentes números de Nusselt médios na aleta.

O número de Reynolds é calculado utilizando o comprimento da cavidade como comprimento característico e a velocidade da superfície superior da cavidade, conforme abaixo:

$$Re_L = \frac{\rho v_{max} L}{\mu} \quad (4.34)$$

De maneira a expressar as funções de corrente de velocidade, utiliza-se a função de corrente conforme Eq. 4.35 (White, 1991).

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (4.35a)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4.35b)$$

A adimensionalização da Eq. (4.36) é definida como:

$$\psi^* = \frac{\psi}{\nu} \quad (4.36)$$

O objetivo deste trabalho é a obtenção da geometria ótima $(H_1/L_1)_{opt}$, ou seja, aquela que maximizar a transferência de calor entre o fluido e aleta. A aleta inserida na cavidade será otimizada para diversos números de Reynolds e Rayleigh, sendo eles $Re_L = 10, 100, 300, 500, 700$ e 1000 e $Ra_H = 10^3, 10^4, 10^5$ e 10^6 . A Figura 4.9 apresenta um fluxograma das simulações, de um total de 456 casos simulados.

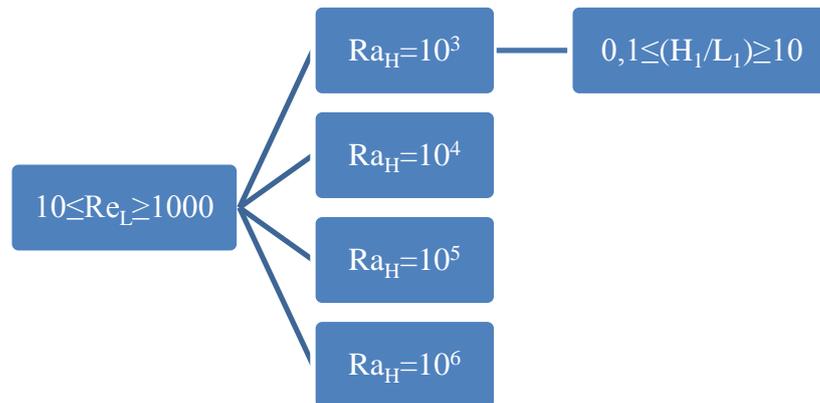


Figura 4.9 – Fluxograma das simulações dos casos propostos.

De maneira a reduzir o tempo computacional, foi realizado estudo da comparação do número de Nusselt médio em regime permanente e transiente para o caso de $Ra_H = 10^6$ e $Re_L = 1000$ conforme Figura 4.10.

O número de Nusselt médio foi avaliado entre 20 e 40s para o caso de regime transiente. Ao comparar ambos os casos, percebe-se que há uma diferença inferior a 3% para o caso simulado, podendo-se assim realizar a simulação do problema proposto utilizando regime permanente e com menor custo computacional.

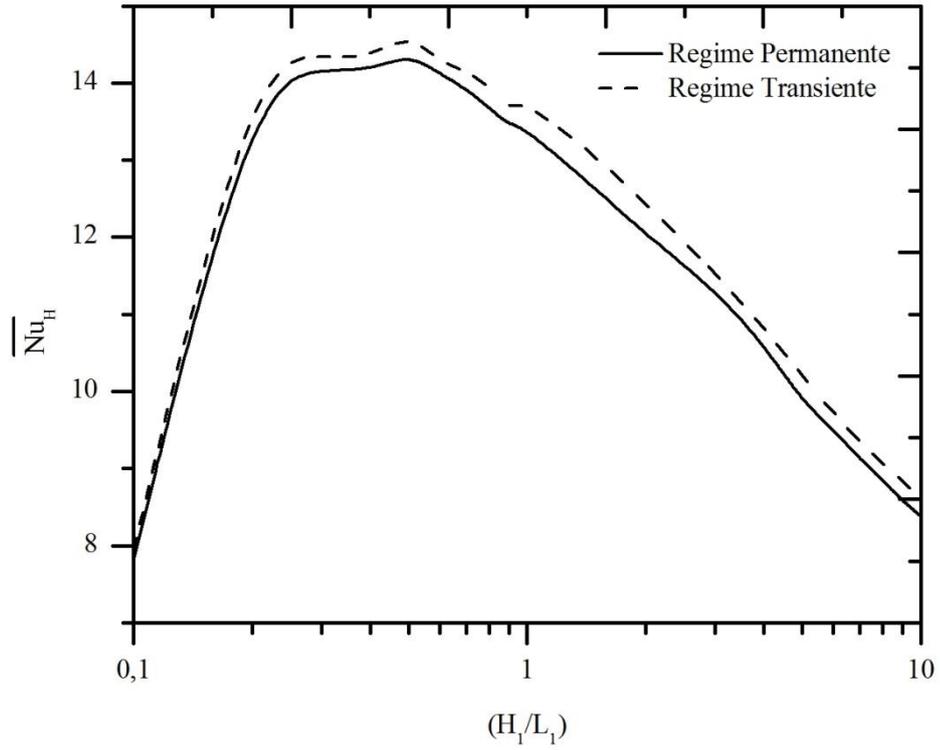


Figura 4.10 – Comparação entre regime permanente e transiente para $Ra_H = 10^6$ e $Re_L = 1000$.

5. RESULTADOS

Neste capítulo serão avaliados os números de Nusselt local e médio em função da razão (H_1/L_1) , bem como o seu campo de temperaturas e a comparação dos resultados com aqueles apresentados por Dos Santos et al. (2013) considerando apenas convecção forçada no interior da cavidade.

5.1. Influência da Razão de Aspecto da Aleta no número de Nusselt Médio

A Figura 5.1 apresenta o número de Nusselt médio calculado para o escoamento de um fluido com propriedades do ar para $Pr = 0,71$ e número de Rayleigh como $Ra_H = 10^3$. Observa-se para o caso de $Re_L = 10$ que há um domínio da difusão na troca térmica. Já para o caso de $Re_L = 1000$ o mecanismo de transferência de calor dominante é o advectivo.

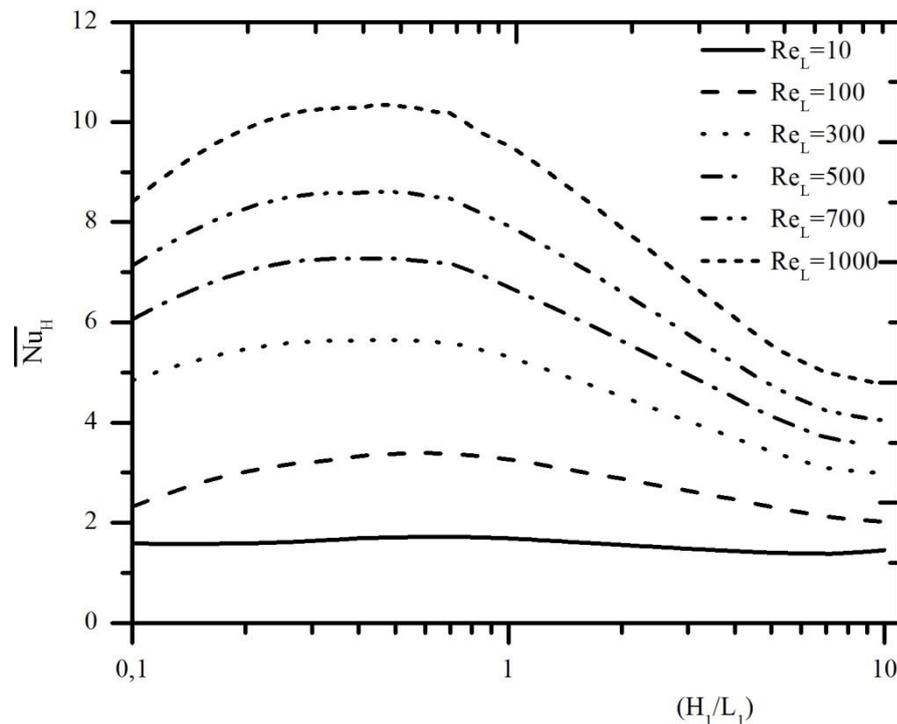


Figura 5.1 – Número de Nusselt médio para $Ra_H = 10^3$, $Pr = 0,71$ e diversos números de Reynolds.

Esta figura mostra que existe uma razão H_1/L_1 que maximiza o número de Nusselt médio, quando Ra_H e Re_L são fixados.

É possível observar que a geometria ótima para os dois casos de menor número de Reynolds é de $(H_1/L_1)_{opt} = 0,6$. Para os demais casos simulados, a relação ótima entre altura e largura da aleta $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$.

A Figura 5.2 relaciona o aumento do número de Reynolds com a geometria ótima, $(H_1/L_1)_{opt}$, e com o número de Nusselt médio maximizado, $\overline{Nu}_{H,max}$. Esta figura indica que o aumento do número de Reynolds eleva a troca térmica entre o fluido e aleta. Porém, quando incrementado, é necessário que haja redução da relação $(H_1/L_1)_{opt}$ para que estes valores sejam obtidos.

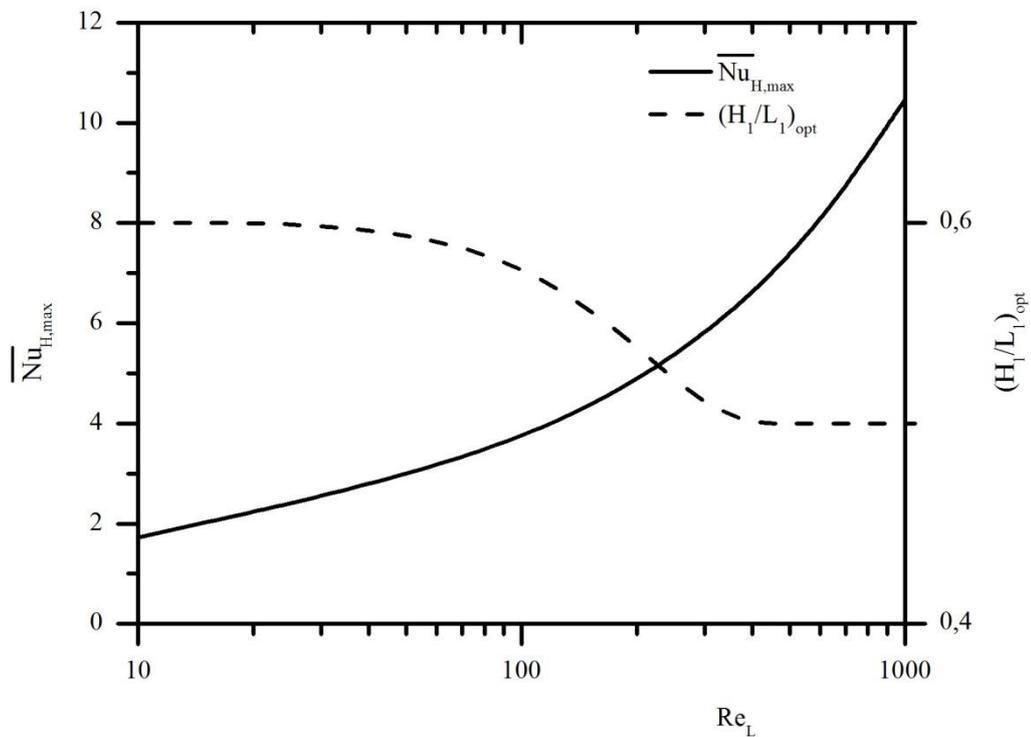


Figura 5.2 – Efeito do número de Reynolds no número de Nusselt médio máximo e na razão ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^3$.

A Figura 5.3 mostra o comportamento do número de Nusselt médio para $Ra_H = 10^4$ para diversos números de Reynolds. Em comparação com o caso de $Ra_H = 10^3$, por exemplo, para os casos de $Re_L = 10$ e $Re_L = 100$ observou-se um incremento de 73 e 21%, respectivamente, no número de Nusselt médio, enquanto que para os demais casos, o aumento do número de Nusselt médio foi inferior a 3%. Para esta condição de número de Rayleigh, nos

casos de $Re_L = 700$ e $Re_L = 1000$ não houve variação na relação de dimensões da aleta para a geometria ótima. Para os valores de número de Reynolds de 10 e 100, a geometria ótima apresentou uma relação entre as dimensões da aleta de $(H_1/L_1)_{opt} = 0,4$ e $0,3$ respectivamente. Já para os valores de $Re_L = 300$ e $Re_L = 500$, a geometria da aleta que maximiza a troca térmica apresenta relação $(H_1/L_1)_{opt} = 0,2$.

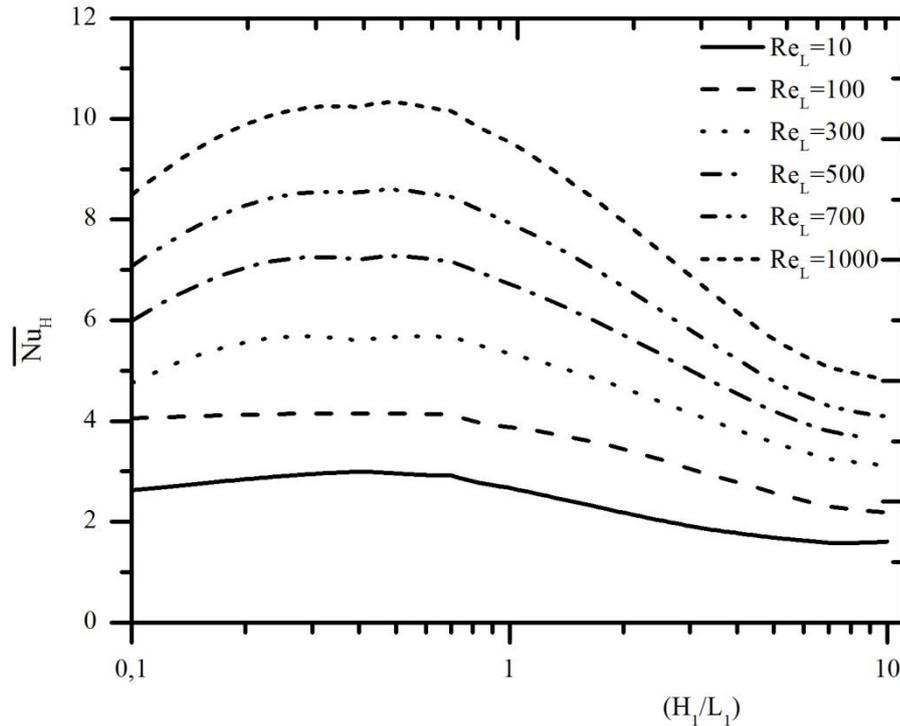


Figura 5.3 – Número de Nusselt médio para $Ra_H = 10^4$, $Pr = 0,71$ e diversos números de Reynolds.

A redução do valor da relação $(H_1/L_1)_{opt}$ incrementa a troca térmica para valores entre $Re_L = 10$ e $Re_L = 300$, porém é necessário o aumento desta relação para que seja obtido a máxima troca térmica para valores de número de Reynolds superiores a 300, conforme apresentado na Figura 5.4

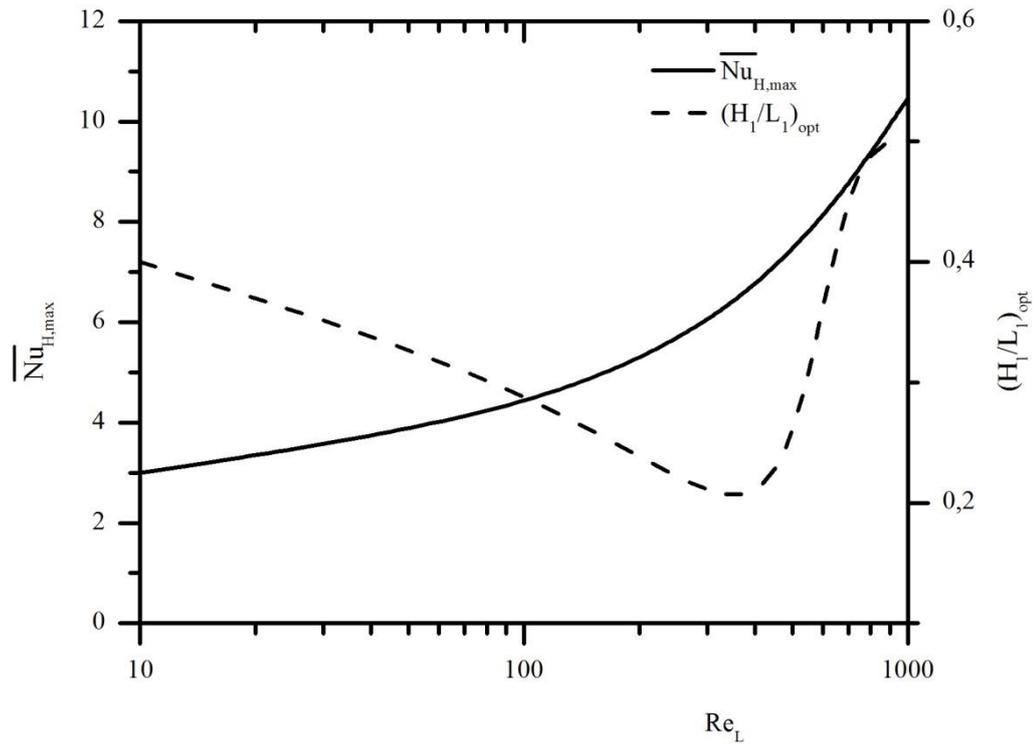


Figura 5.4 – Efeito do número de Reynolds no número de Nusselt médio máximo e na razão ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^4$.

É possível observar na Figura 5.5 que com o incremento no número de Rayleigh há uma amplificação dos efeitos de convecção natural na transferência de calor na cavidade. Apenas para o caso de maior número de Reynolds o incremento no número de Nusselt médio foi inferior a 2% em comparação com $Ra_H = 10^3$ e 10^4 . Para os demais casos houve aumentos entre 13 e 104% em comparação com o mesmo caso considerando $Ra_H = 10^4$. Estes valores são ainda maiores se comparados com os casos onde $Ra_H = 10^3$: o máximo aumento no número de Nusselt médio ocorreu para o caso de $Re_L = 10$, sendo este aumento de 256%.

Para todos os casos simulados considerando $Ra_H = 10^5$, a geometria ótima foi obtida quando $(H_1/L_1)_{opt} = 0,2$, conforme mostrado na Figura 5.6.

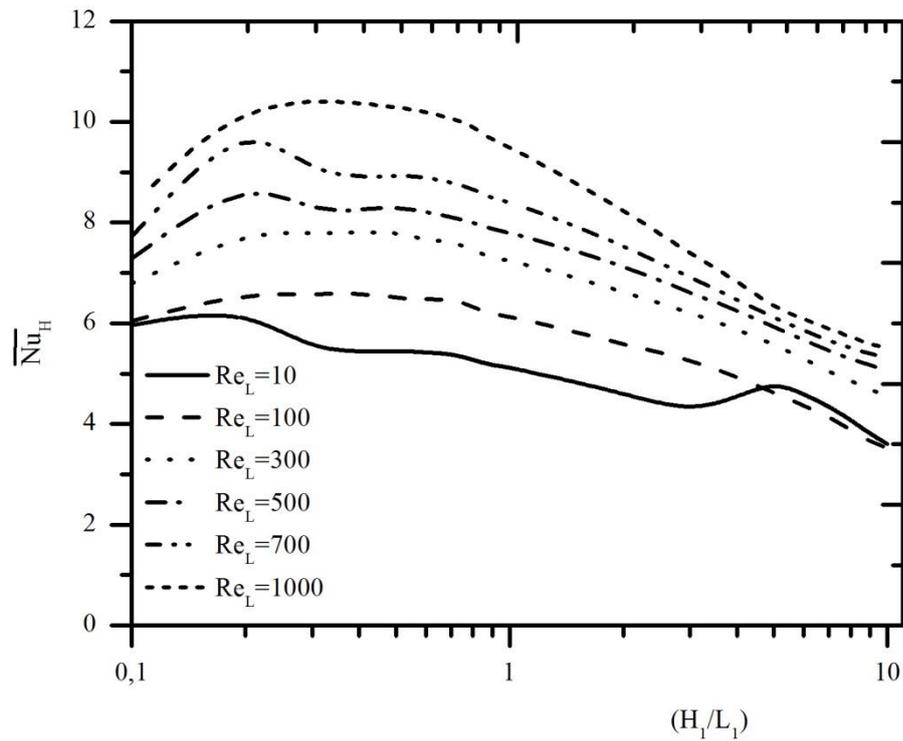


Figura 5.5 – Número de Nusselt médio para $Ra_H = 10^5$, $Pr = 0,71$ e diversos números de Reynolds.

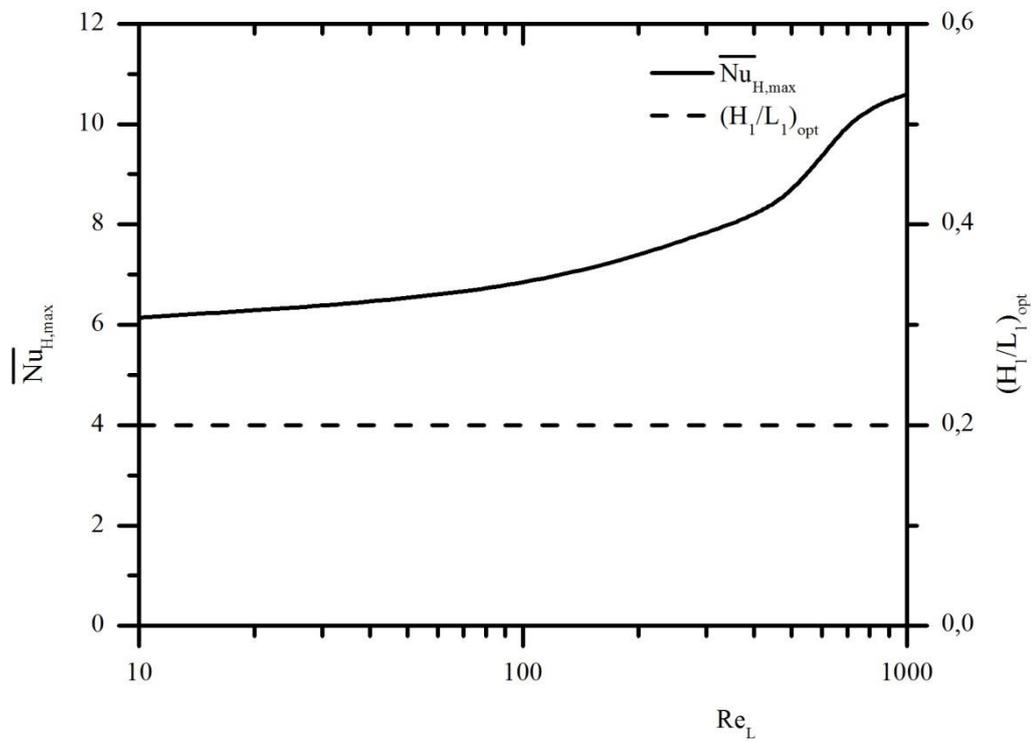


Figura 5.6 – Efeito do número de Reynolds no número de Nusselt médio máximo e na razão ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^5$.

A Figura 5.7 apresenta os valores de Nusselt médio considerando $Ra_H = 10^6$. Nota-se que há uma maior importância da convecção natural na troca térmica para todos os valores de Reynolds, pois se comparados com os casos de menor número de Rayleigh, percebe-se um aumento significativo do máximo número de Nusselt médio para todos os valores de Reynolds simulados. Para valores de (H_1/L_1) entre 3 e 10, nos casos de $Re_L = 10$ e 100, é constatado um aumento no Nusselt médio e em seguida há um decaimento, indicando que há um número de Nusselt médio máximo local neste intervalo. O mesmo comportamento ocorre para o caso para $Ra_H = 10^5$ e $Re_L = 10$ conforme apresentado na Figura 5.5.

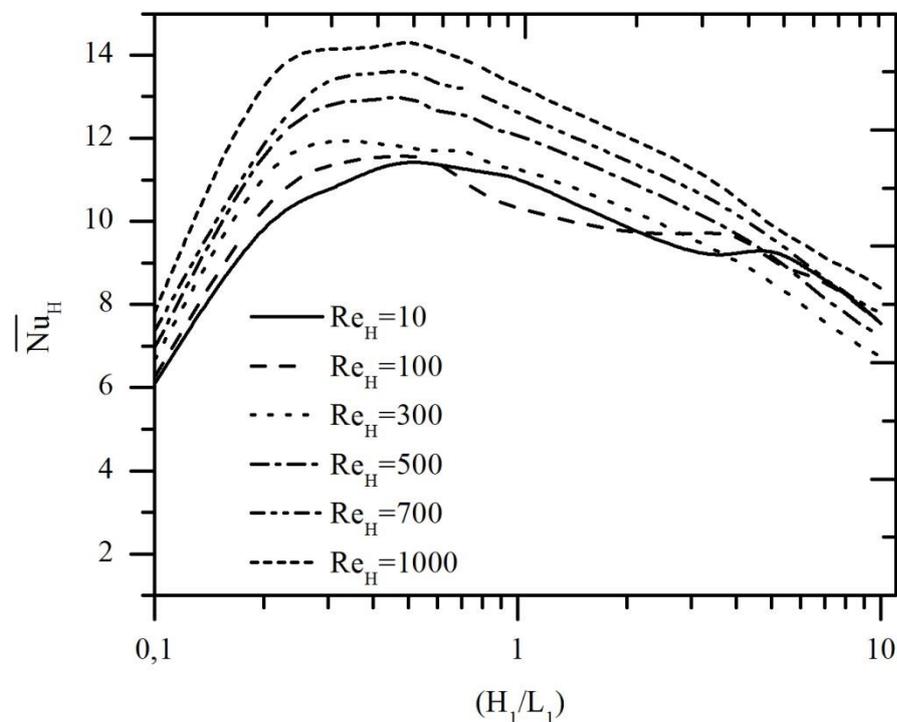


Figura 5.7 – Número de Nusselt médio para $Ra_H = 10^6$, $Pr = 0,71$ e diversos números de Reynolds.

Considerando o caso apresentado na Figura 5.7 percebe-se que houve um aumento de cerca de 86% para $Re_L = 10$ em comparação com o mesmo caso para $Ra_H = 10^5$. Nota-se também um aumento entre 37, 37 e 35% para $Re_L = 1000$ em comparação com os resultados para $Ra_H = 10^3$, 10^4 e 10^5 respectivamente. Observa-se que o caso de $Re_L = 10$ apresenta número de Nusselt médio superior ao caso de $Re_L = 500$ para valores de (H_1/L_1) próximos de 10.

Conforme apresentado na Figura 5.8 a relação ótima $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$ é a que maximiza o número de Nusselt médio para todos os valores de número de Reynolds analisados para $Ra_H = 10^6$, com exceção de $Re_L = 300$ cuja relação $(H_1/L_1)_{opt} = 0,4$.

A medida que é incrementado o número de Rayleigh, observa-se que há um incremento na troca térmica para os casos onde há pouca influência das forças inerciais do fluido.

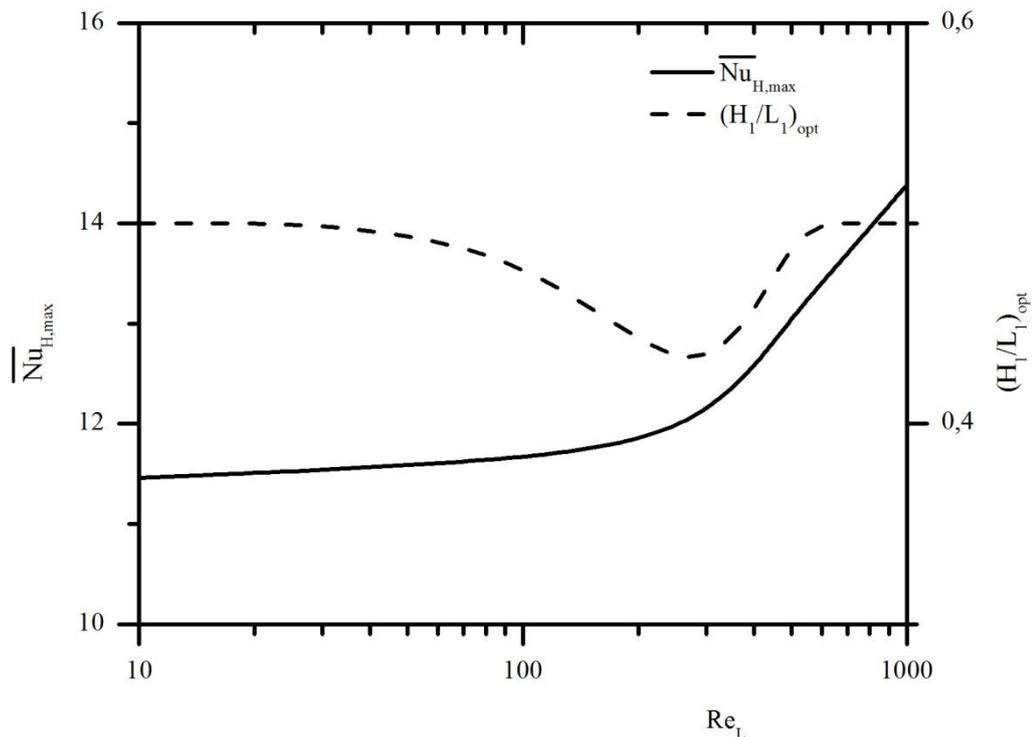


Figura 5.8 – Efeito do número de Reynolds no número de Nusselt médio máximo e na razão ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^6$.

Os $\overline{Nu}_{H,max}$ apresentados nas Figuras 5.2, 5.4, 5.6 e 5.8 são sumarizados na Figuras 5.9.

A Figura 5.9 mostra a evolução de $\overline{Nu}_{H,max}$ como função de Re_L para vários números de Ra_H . O aumento das forças viscosas causa o aumento da troca térmica entre a aleta e o fluido que escoar na cavidade. É possível constatar que a variação do número de Reynolds causa uma variação mais significativa no número de Nusselt médio. Para o caso onde $Ra_H = 10^5$ é possível perceber que as forças de empuxo tem participação mais significativas para menores números de Reynolds. Para o maior valor de Rayleigh simulado, percebe-se que

há predominância das forças de empuxo sobre as forças viscosas. Para este caso onde $Ra_H = 10^6$, as forças viscosas tornam-se significativas somente em números de Reynolds mais elevados, conforme apresentado na Figura 5.9.

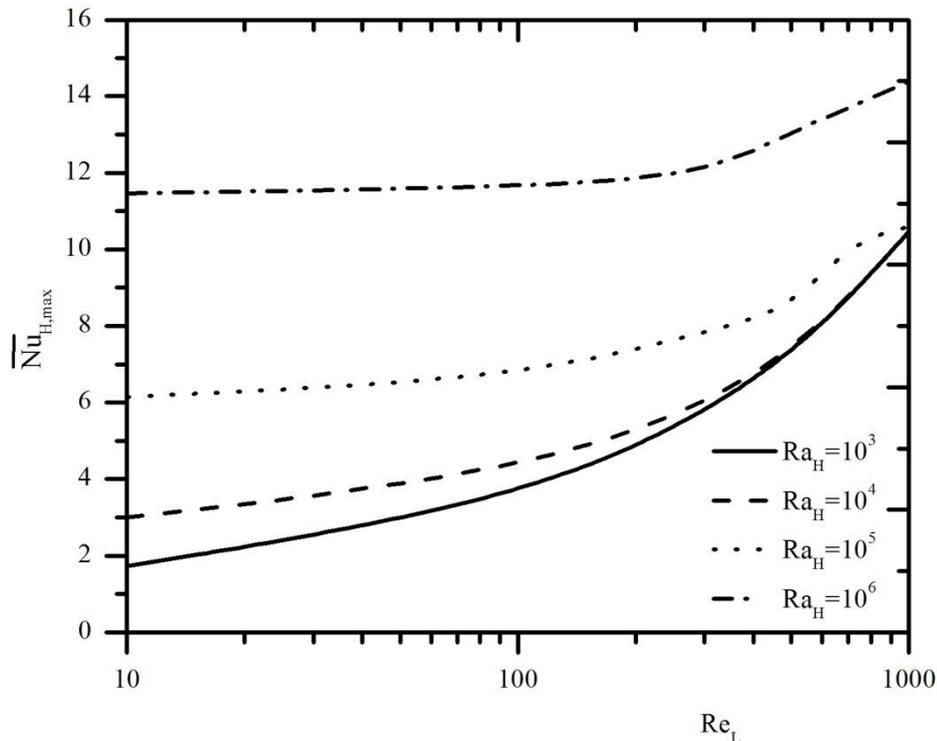


Figura 5.9 – Número de Nusselt médio em função do número de Reynolds.

A Figura 5.10 mostra que todos os valores de $(H_1/L_1)_{opt}$ para os casos estudados estão dentro da faixa de 0,2 e 0,6. Para $Ra_H = 10^3$, $(H_1/L_1)_{opt}$ manteve-se aproximadamente constante e igual a 0,6 para $Re_L \leq 100$. Para valores de $Re_L > 100$ $(H_1/L_1)_{opt}$ decresceu para o valor de 0,5.

Para $Ra_H = 10^4$, o valor de $(H_1/L_1)_{opt}$ decresceu linearmente de 0,4 para $Re_L = 10$ até um mínimo de 0,2 quando $Re_L = 300$. Após este mínimo $(H_1/L_1)_{opt}$ tornou a crescer até atingir 0,5 para $Re_L = 1000$.

Para o caso de $Ra_H = 10^5$ a geometria ótima se manteve constante $(H_1/L_1)_{opt} = 0,2$. O caso de $Ra_H = 10^6$ apresentou valores de $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$ para todos os casos, exceto quando $Re_L = 300$, que o valor decresceu para $(H_1/L_1)_{opt} = 0,4$.

A Figura 5.11 apresenta o número de Richardson calculado para os casos simulados. Conforme Chowdechury et al. (2009), quando o valor do número de Richardson for próximo

a 1, as forças inerciais e empuxo são semelhantes. O aumento do número de Richardson determina a convecção natural é dominante em comparação com a convecção mista. Para valores baixos do número de Richardson, há a predominância da convecção forçada em relação a convecção mista.

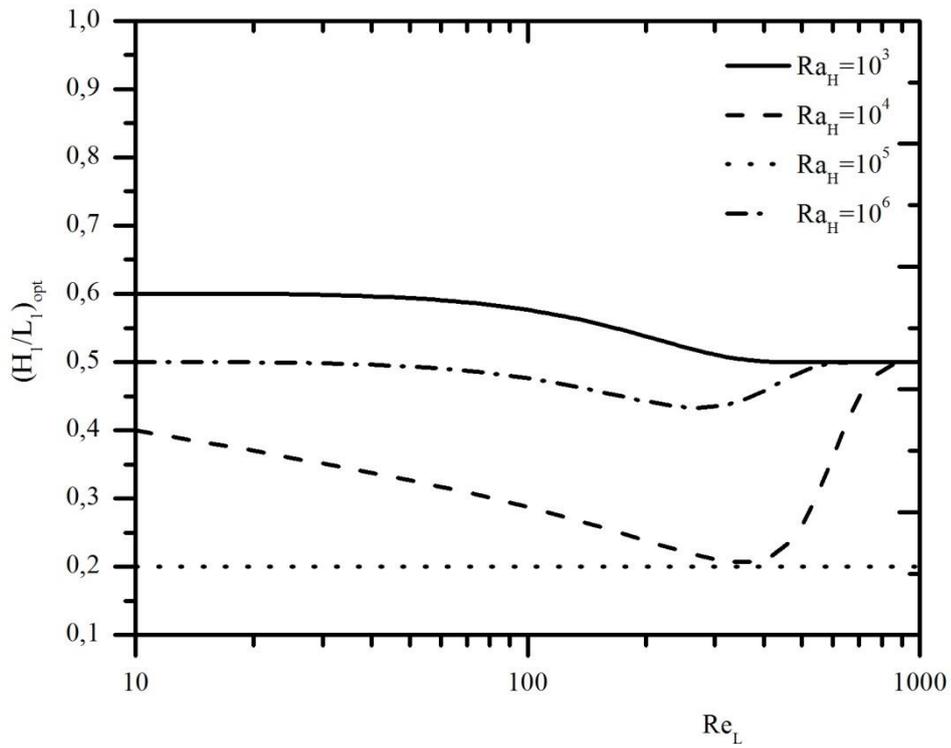


Figura 5.10 – Geometria ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ em função do número de Reynolds.

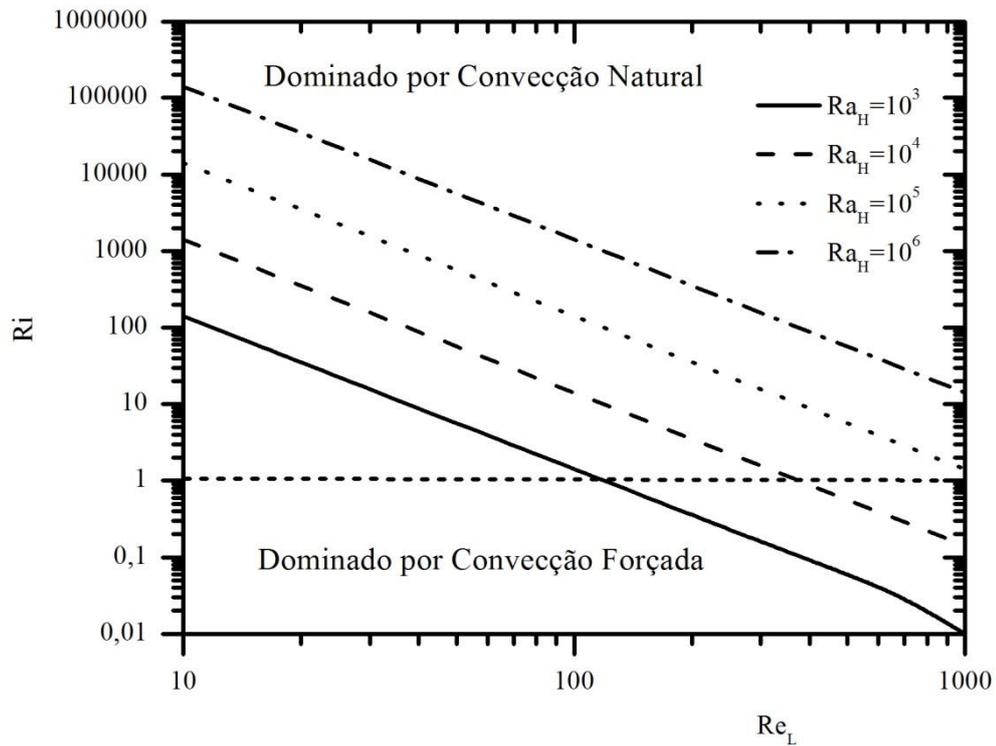


Figura 5.11 – Número de Richardson para os casos simulados.

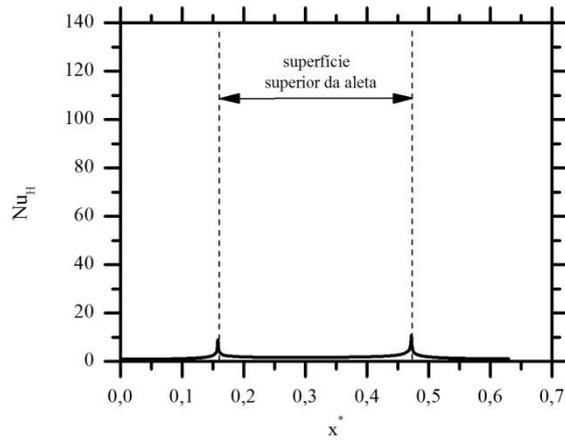
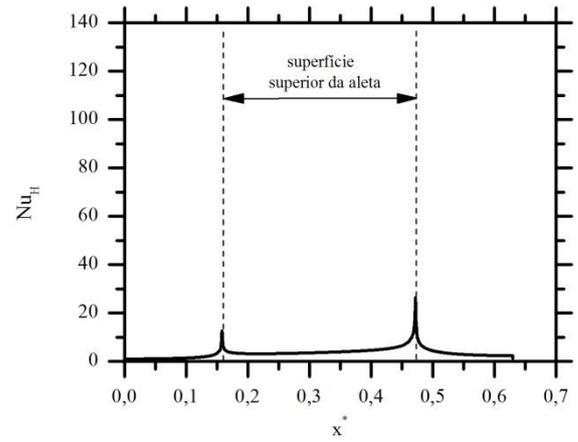
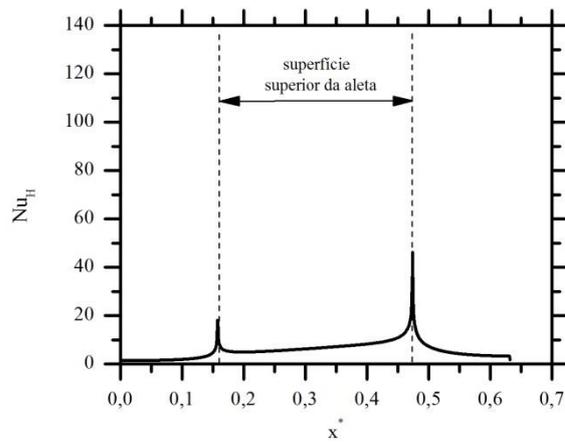
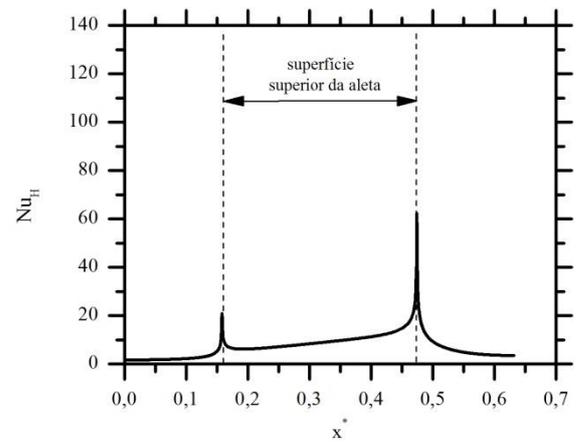
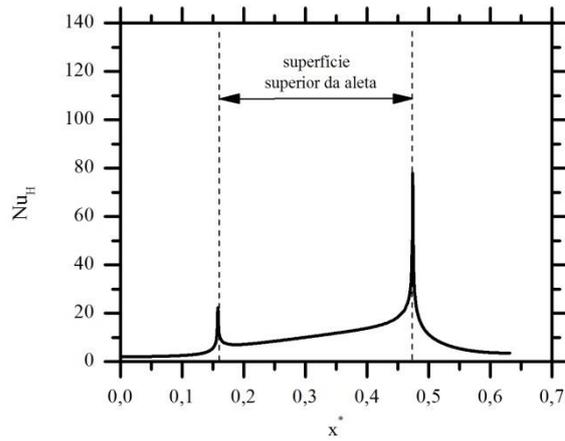
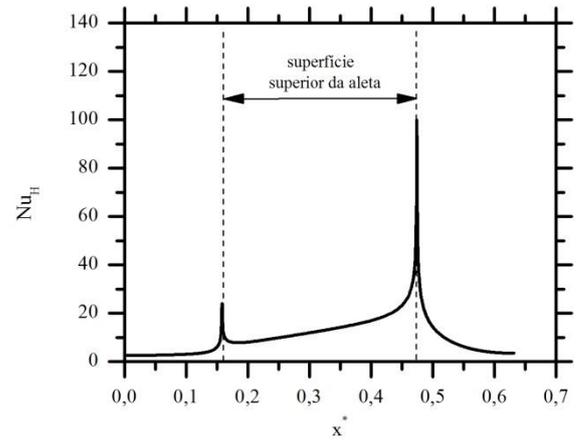
5.2. Influência da Razão de Aspecto da Aleta no número de Nusselt Local

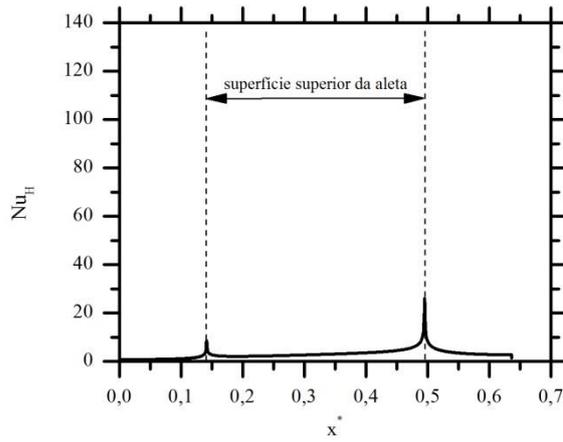
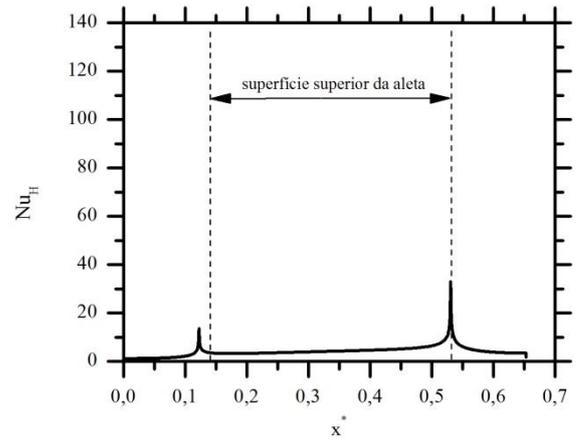
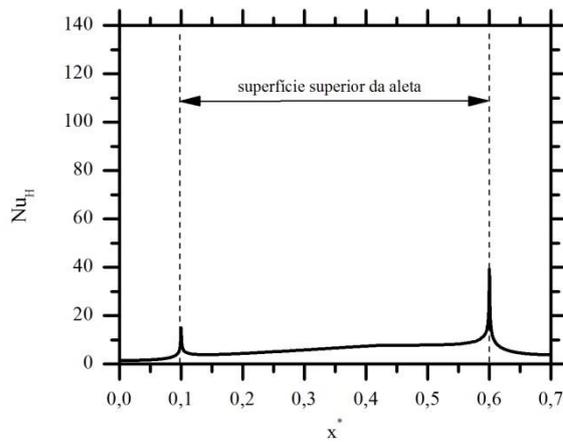
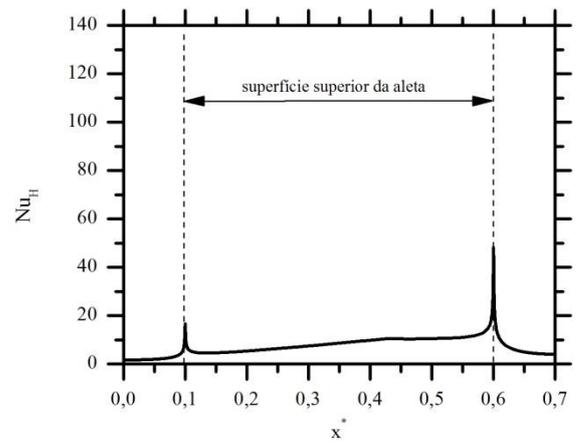
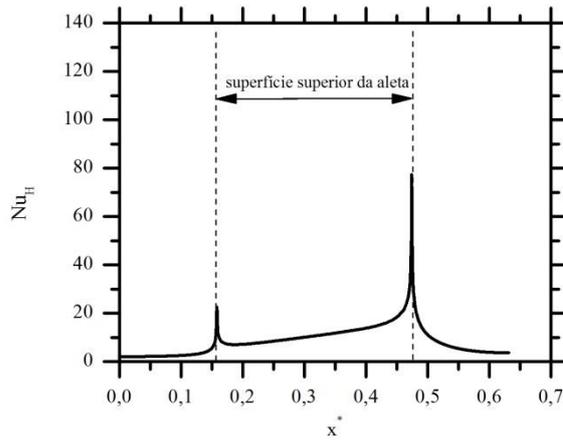
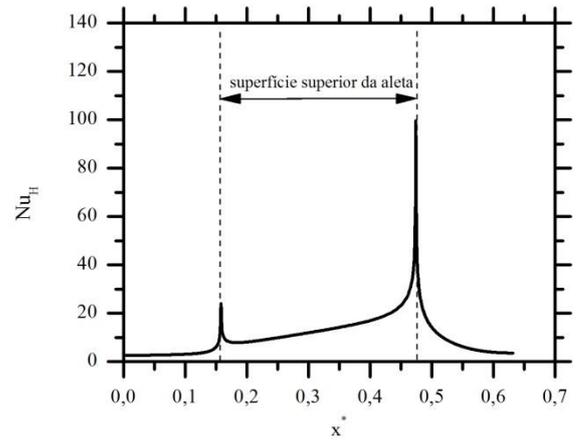
A Figura 5.12 apresenta o número de Nusselt local das cavidades otimizadas para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^3$ para os diversos números de Reynolds estudados. Para ilustrar estes valores, utilizou-se um comprimento linear da aleta, sendo este a representação linear da superfície esquerda, direita e do topo da aleta. É possível observar que quando $Re_L = 10$ o número de Nusselt local para ambos os lados da aleta são semelhantes, sendo um pouco maior na lateral direita da aleta onde há incidência de fluido a menor temperatura por consequência da movimentação da placa superior. O aumento do número de Reynolds eleva significativamente o valor do número de Nusselt local da região de junção das superfícies superior e direita da aleta devido a movimentação forçada do fluido nesta região. Em contrapartida o efeito das forças viscosas não causa aumento significativo na troca térmica na região esquerda da aleta, como observado no caso de $Re_H = 1000$. Para este caso, observa-se que o número de Nusselt local da intersecção da superfície do topo e superfície direita da aleta apresenta valor aproximadamente cinco vezes superior ao valor encontrado na região de intersecção das superfícies esquerda e de topo da aleta.

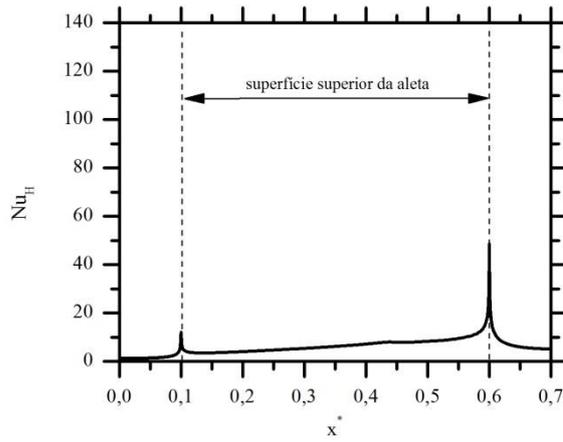
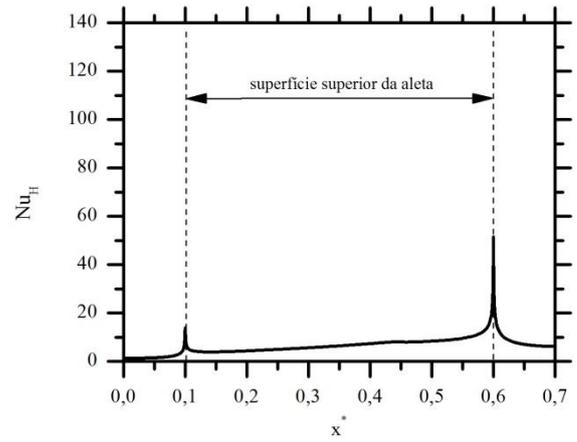
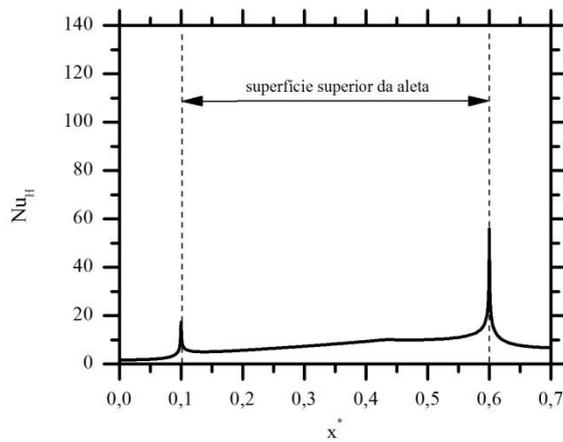
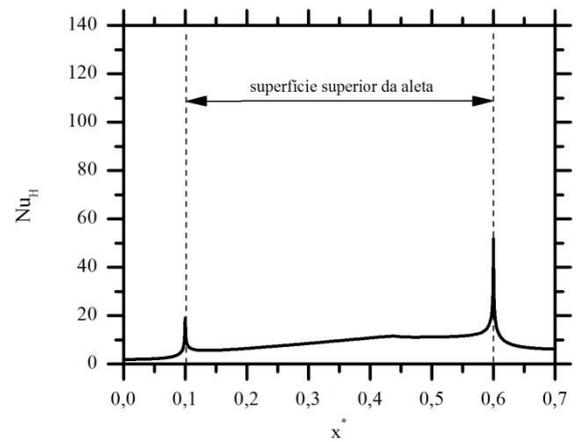
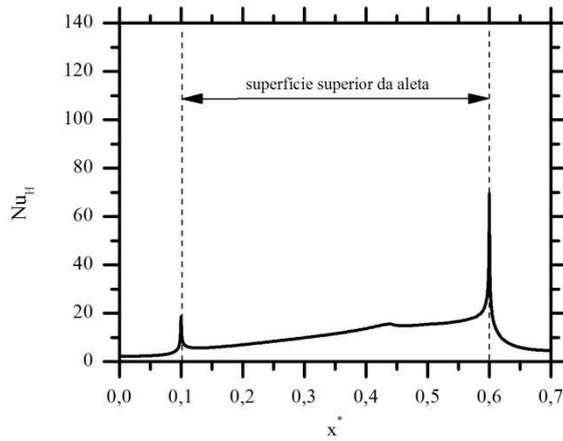
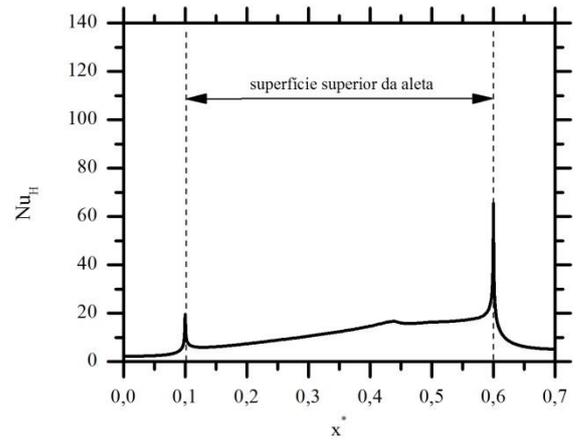
Para os casos de $Re_L = 300$ e $Re_L = 500$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^4$ apresentados na Figura 5.13 verifica-se que a região direita do topo da aleta apresenta um comportamento próximo da uniformidade após decaimento acentuado, seguido de um ameno decaimento. O mesmo comportamento é observado se comparado a casos de mesmo valor de geometria ótima, como apresentados na Figura 5.14.

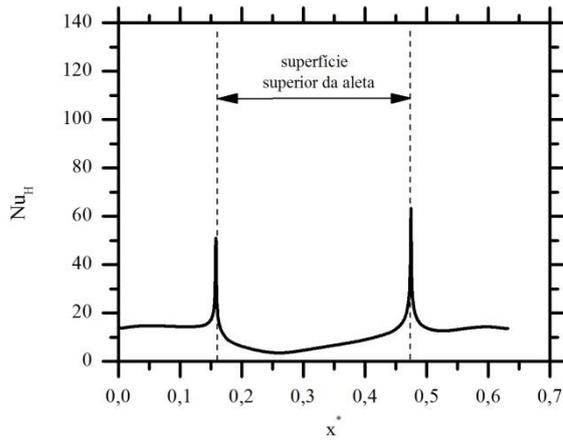
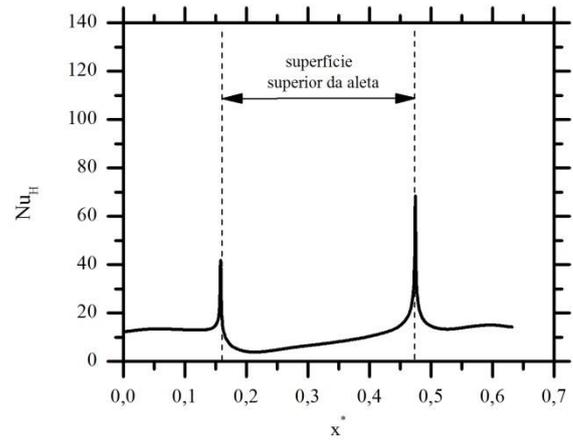
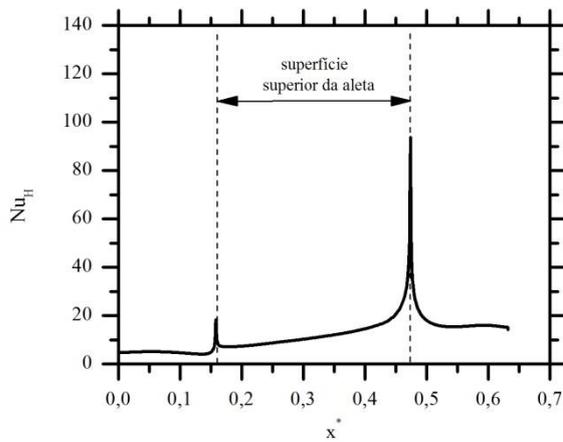
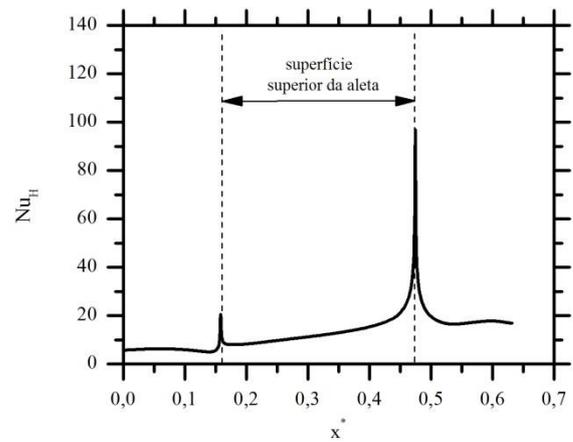
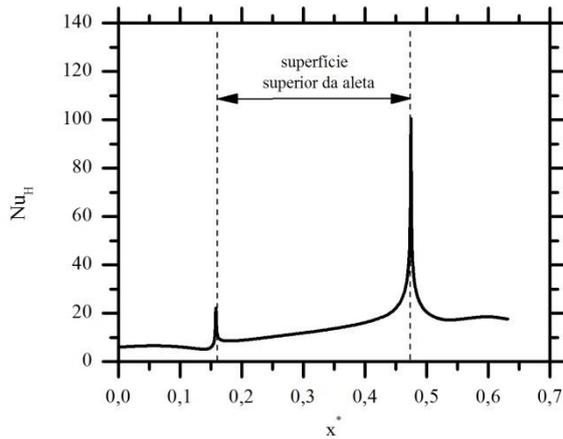
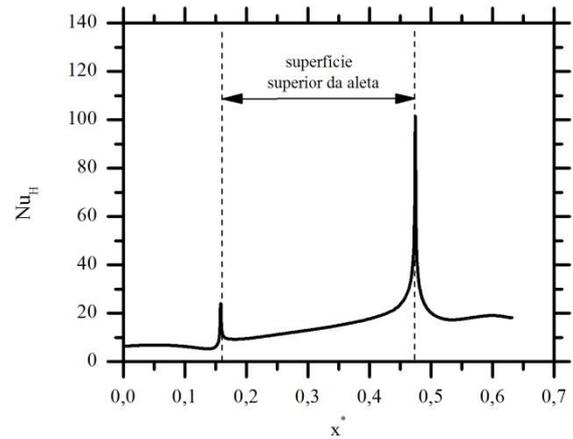
Para os casos onde $Ra_H = 10^5$ e $Pr = 0,71$ apresentados na Figura 5.14 observa-se que os picos de número de Nusselt local não apresentam grande variação nos seus valores, porém a troca térmica na região do topo da aleta aumenta em razão do aumento do número de Reynolds, ou seja, há um aumento do número de Nusselt médio devido ao aumento do número de Reynolds conforme apresentado na Figura 5.9.

São apresentados na Figura 5.15 os gráficos de número de Nusselt Local para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^6$. Este caso é aquele que se comparado aos demais estudados apresenta a maior influência das forças de empuxo. Isto é observado nos casos de $Re_L = 10$ e $Re_L = 100$ onde ambas as laterais da aleta apresentam seus valores de número de Nusselt local muito próximos. Além disto, o valor médio da lateral esquerda para $Re_L = 10$ e $Re_L = 100$ é aproximadamente 800% superior se comparado aos mesmos casos para $Ra_H = 10^5$. Para os caso de $Re_H = 300$, é observado que a depressão do lado esquerdo da aleta causa a redução da troca térmica devido a redução da influência das forças viscosas na região. Já o lado direito da aleta apresenta uma troca térmica superior devido a combinação das forças de empuxo e viscosas. Analisando o caso para $Re_L = 1000$ pode-se perceber que o patamar médio do lado direito é superior se comparado ao caso de $Re_L = 1000$ e $Ra_H = 10^3$ apresentados na Figura 5.12. Considerando as diferentes geometrias das aletas otimizadas, nota-se que o número de Nusselt local sofre influência do formato da mesma.

a) $Re_L = 10$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,6$ b) $Re_L = 100$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,6$ c) $Re_L = 300$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$ d) $Re_L = 500$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$ e) $Re_L = 700$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$ f) $Re_L = 1000$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$ Figura 5.12 - Número de Nusselt local para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^3$.

a) $Re_L = 10$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,4$ b) $Re_L = 100$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,3$ c) $Re_L = 300$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,2$ d) $Re_L = 500$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,2$ e) $Re_L = 700$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$ f) $Re_L = 1000$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$ Figura 5.13 - Número de Nusselt local para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^4$.

a) $Re_L = 10$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,2$ b) $Re_L = 100$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,2$ c) $Re_L = 300$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,2$ d) $Re_L = 500$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,2$ e) $Re_L = 700$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,2$ f) $Re_L = 1000$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,2$ Figura 5.14 - Número de Nusselt local para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^5$.

a) $Re_L = 10$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$ b) $Re_L = 100$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$ c) $Re_L = 300$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,4$ d) $Re_L = 500$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$ e) $Re_L = 700$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$ f) $Re_L = 1000$, $(H_1/L_1)_{opt} = 0,5$ Figura 5.15 - Número de Nusselt local para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^6$.

5.3. Campo de Temperaturas da Cavidade

A avaliação do campo de temperaturas permite uma visualização clara dos efeitos da relação entre as forças de empuxo e forças viscosas na temperatura do fluido. A Figura 5.16 apresenta o campo de temperaturas para cada $(H_1L_1)_{opt}$ calculado na Figura 5.2, considerando $Pr = 0.71$ e $Ra_H = 10^3$ para diversos números de Reynolds. Observa-se que para o caso onde o menor número de Reynolds é avaliado, as isotermas estão dispostas quase que em sua maioria horizontalmente. A medida que o número de Reynolds é elevado, percebe-se uma maior influência da velocidade da placa superior no restante da cavidade, produzindo a recirculação e a transferência de calor da aleta para o fluido.

As linhas de corrente adimensionais apresentadas na Figura 5.17 representam os casos de geometria ótima para $Pr = 0,71$, $Ra_H = 10^3$ e valores intermediários dos números de Reynolds simulados

Percebe-se que para $Re_L = 10$ há um avanço da linha de corrente de velocidade na região direita da aleta e o vórtice na região central da cavidade tem seu centro próximo a superfície superior da cavidade. O aumento do número de Reynolds tende a centralizar o vórtice na região central da aleta, e não há mais avanço da linha de corrente de velocidade adimensional na região direita da aleta, conforme apresentado na Figura 5.17.

Considerando $Ra_L = 10^4$ percebe-se que as forças de empuxo apresentam uma maior importância nos resultados para baixos valores de Reynolds, como observado na Figura 5.18 utilizando as geometrias ótimas $(H_1/L_1)_{opt}$ calculadas na Figura 5.4. Para o caso de $Re_H = 10$ pode-se notar que a cavidade apresenta um campo de temperaturas não homogêneo, tendo influência da temperatura da placa superior principalmente no lado direito da aleta. O incremento do número de Reynolds resulta na maior uniformidade da temperatura na região central da cavidade. Devido à movimentação forçada do fluido resultante do deslocamento da placa superior, a região do lado direito da aleta apresenta isolinhas de temperaturas inferiores que a região do lado esquerdo da aleta. Este fato é evidenciado na análise do número de Nusselt local das aletas otimizada.

Observando a Figura 5.19 percebe-se que para o caso de $Re_H = 10$ o vórtice localizado acima da superfície superior da aleta está posicionado na região próxima ao centro da cavidade. O aumento do número de Reynolds, assim como para $Ra_H = 10^3$, causa o recuo das linhas de corrente da região direita da aleta.

Considerando $Re_L = 1000$ não há diferença significativa em comparação com o caso de $Ra_H = 10^3$.

A Figura 5.20 apresenta o campo de temperaturas para $Ra_H = 10^5$ para a geometria ótima $(H_1/L_1)_{opt} = 0,2$ conforme calculado na Figura 5.6. Quando avaliado para $Ra_H = 10^5$ e $Re_L = 10$ é possível notar que há uma grande predominância das forças de empuxo sobre as forças viscosas. Neste caso já é evidenciado que o campo de temperaturas não está uniforme devido aos efeitos da convecção natural no interior da cavidade. O incremento do número de Reynolds resulta na redução da temperatura adimensional na região central da cavidade. Considerando o caso de $Re_L = 300$ é possível notar que ainda há uma predominância das forças de empuxo sobre as forças viscosas e se comparado com o caso para $Re_L = 1000$, onde as forças viscosas são predominantes, nota-se a consequência disto na diferença de temperatura adimensional na região inferior direita cavidade.

A Figura 5.21 apresenta as linhas de corrente para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^5$ para diversos números de Reynolds. Para o caso de $Re_L = 10$ proposto é observado que o aumento da magnitude das forças de empuxo centralizam o vórtice na cavidade. Quando aumentada a magnitude das forças viscosas através do aumento do número de Reynolds, as linhas de corrente de maior valor se aproximam da superfície superior da cavidade.

A Figura 5.22 apresenta os perfis de temperatura para $Ra_H = 10^6$ e diversos número de Reynolds. Os valores de $(H_1/L_1)_{opt}$ foram calculados na Figura 5.8. Dos casos avaliados, é o que apresenta a maior influência das forças de empuxo no escoamento.

Para $Re_L = 10$ é notado que há uma divisão na região central gerando duas regiões de recirculação do fluido. O mesmo é percebido para $Re_L = 100$, porém esta divisão apresenta um deslocamento para a esquerda devido a influência das forças viscosas atuando no escoamento devido a movimentação da placa superior. Quando $Re_L = 300$ o campo de temperaturas deixa de apresentar duas regiões de recirculação de fluido na região central e apresenta apenas uma região de recirculação no centro da cavidade. Esta região central apresenta temperatura superior se comparada aos diferentes números de Rayleigh avaliados. Se considerados os três casos de maior número de Reynolds demonstrados na Figura 5.22, nota-se que a região direita inferior da cavidade apresenta uma temperatura adimensional inferior se comparada aos mesmos valores de número de Reynolds para os diferentes números de Rayleigh avaliados. Mesmo para $Re_L = 1000$, onde há a maior atuação das forças inerciais

para os casos avaliados, é percebido que o mecanismo de convecção natural apresenta grande efeito no campo de temperaturas na cavidade.

A Figura 5.23 apresenta as linhas de corrente de velocidade adimensional para o caso de $Ra_H = 10^6$ e observa-se que estas apresentam comportamento diferente das previamente demonstradas para os casos de $Ra_H = 10^3, 10^4$ e 10^5 .

Para o caso de $Re_L = 10$ é observado duas regiões de recirculação localizadas na área superior a aleta. A medida que o número de Reynolds aumenta, é possível notar que na região central da cavidade há apenas uma região de recirculação, porém há a formação de nova região de recirculação na lateral esquerda da aleta. As linhas de corrente de velocidade apresentam uniformidade quando variadas de $Re_L = 300$ até $Re_L = 1000$.

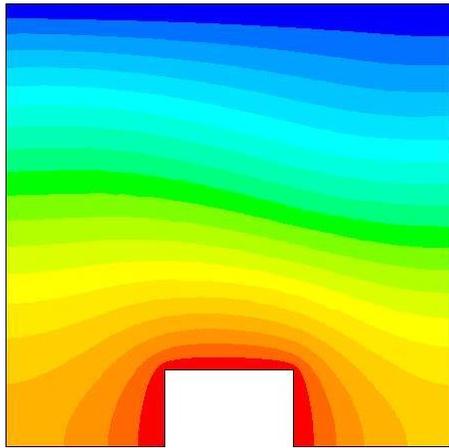
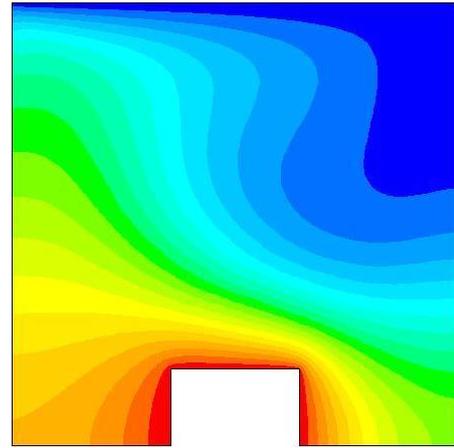
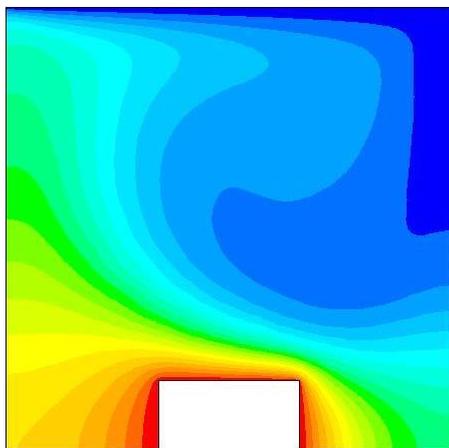
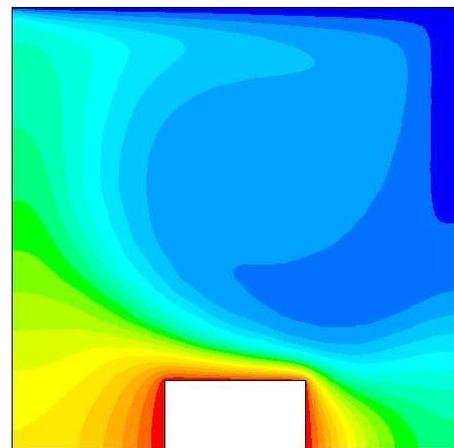
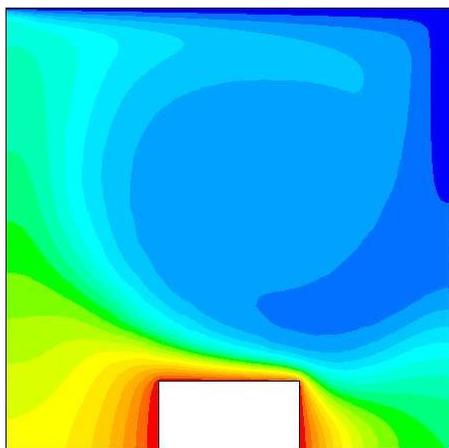
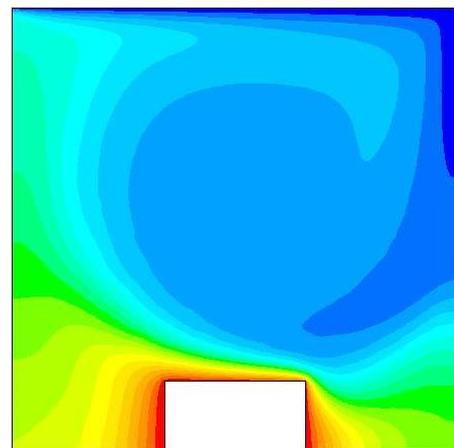
a) $Re_L = 10$ b) $Re_L = 100$ c) $Re_L = 300$ d) $Re_L = 500$ e) $Re_L = 700$ f) $Re_L = 1000$  $T^* = 0$ $T^* = 1$

Figura 5.16 – Campo de temperaturas adimensional em cavidade com aleta com dimensões

 $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^3$.

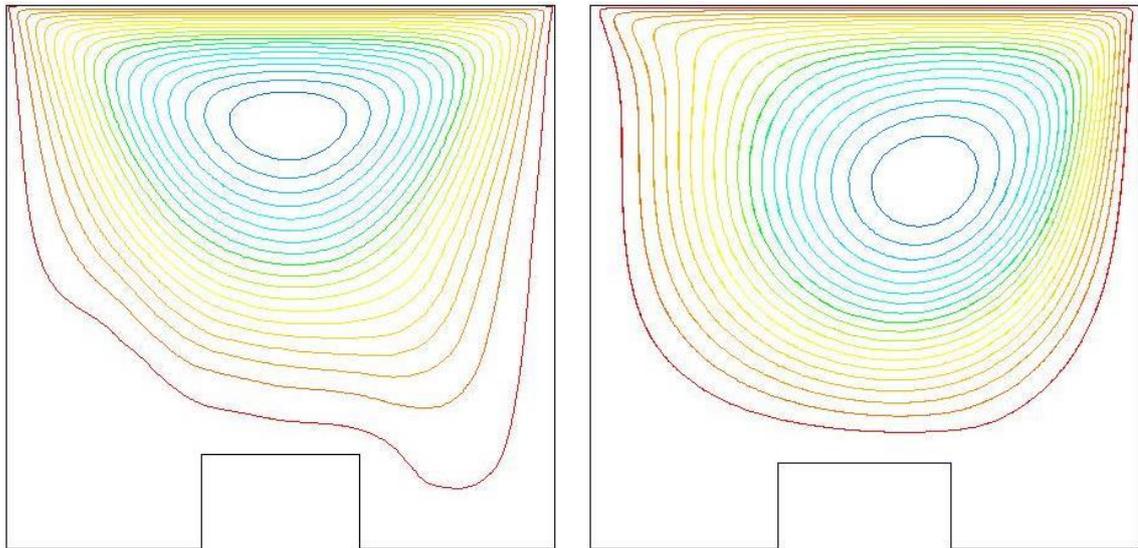
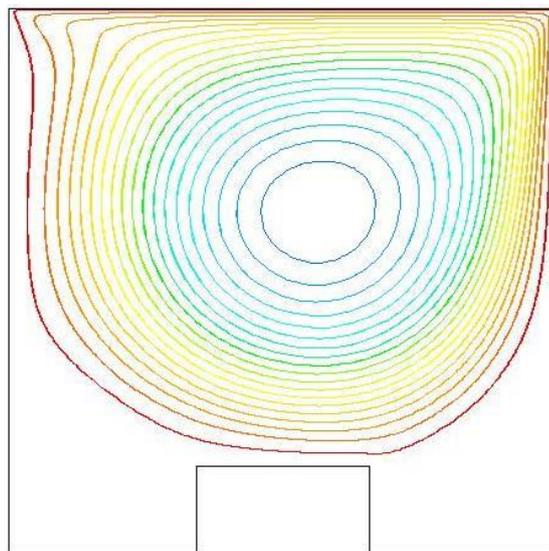
a) $Re_L = 10$ b) $Re_L = 300$ c) $Re_L = 1000$ 

Figura 5.17 – Linhas de corrente de velocidade adimensional para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^3$.

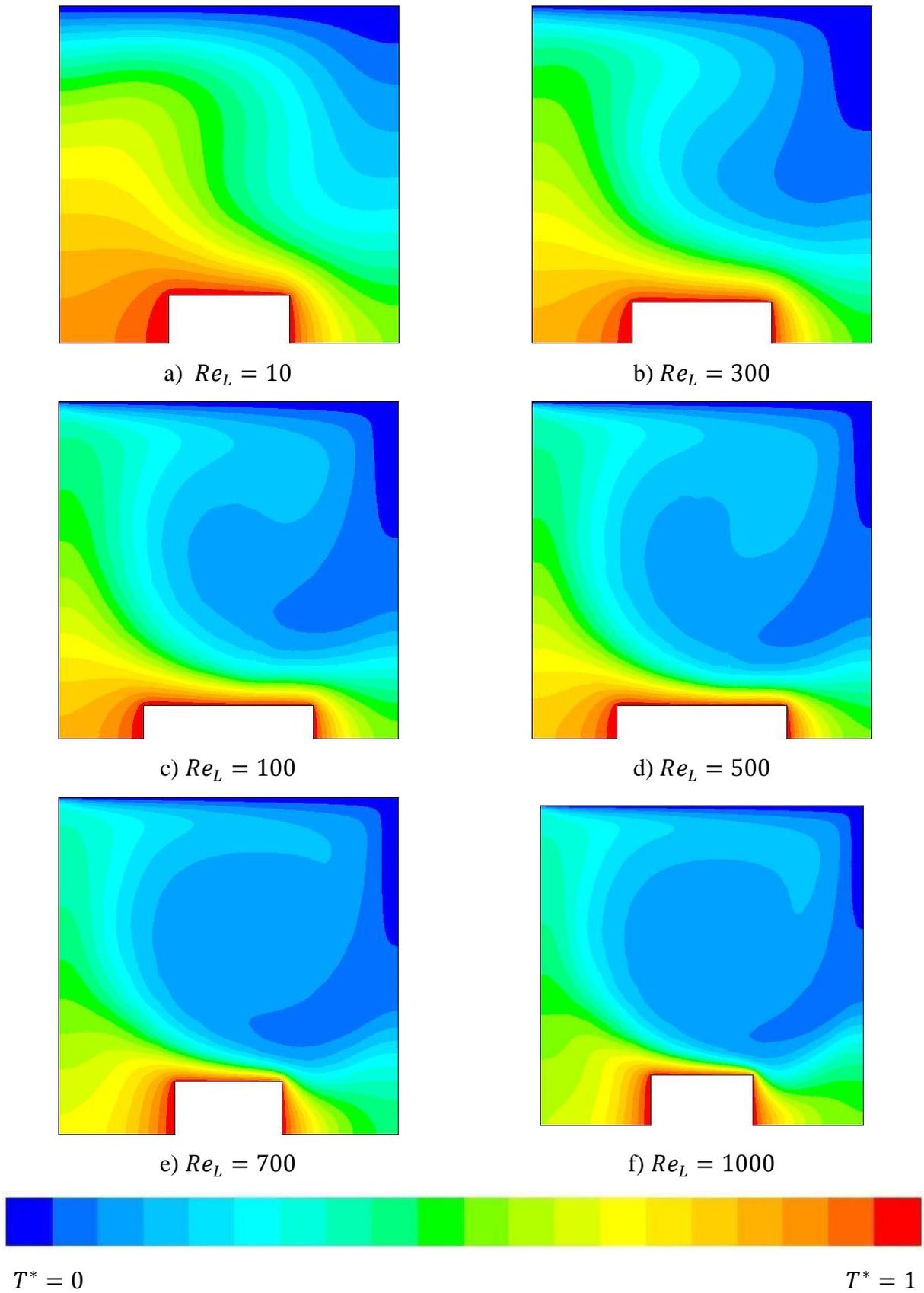
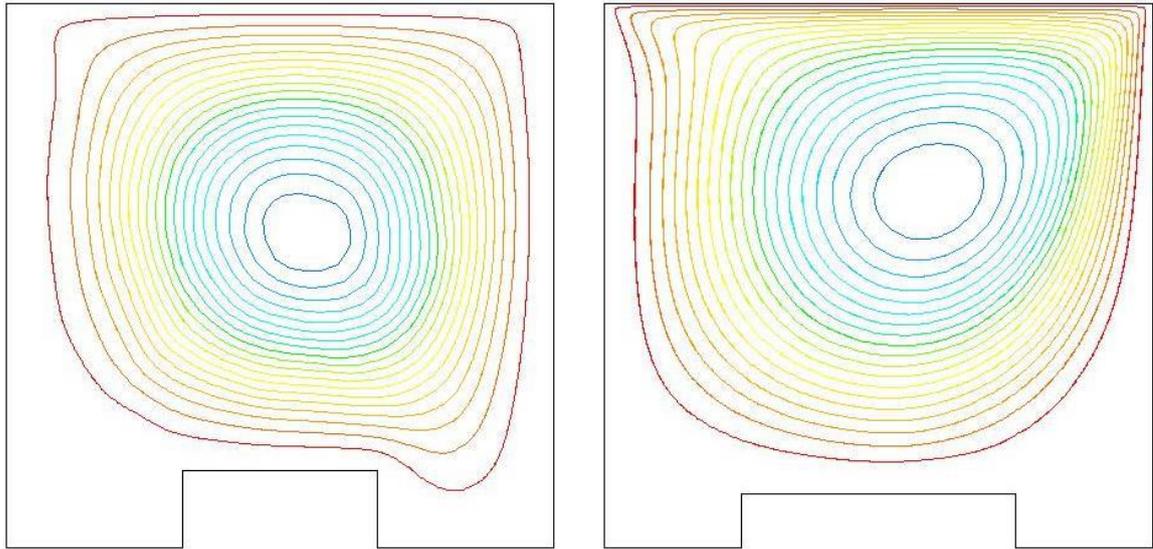
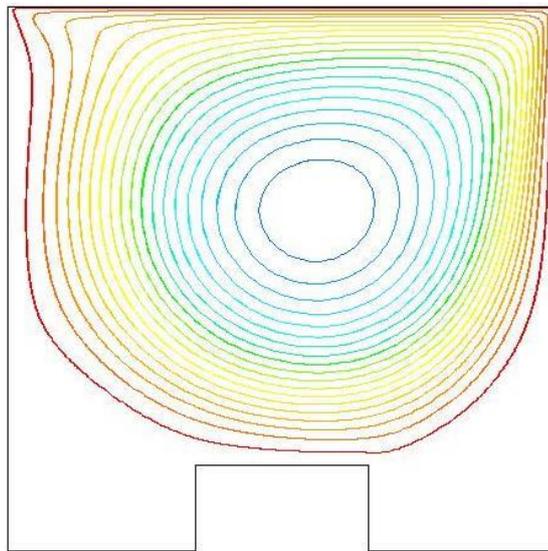


Figura 5.18 – Campo de temperaturas adimensional em cavidade com aleta com dimensões

$(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^4$.

a) $Re_L = 10$ b) $Re_L = 300$ c) $Re_L = 1000$  $\psi^* = \min$ $\psi^* = \max$ Figura 5.19 – Linhas de corrente de velocidade adimensional para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^4$.

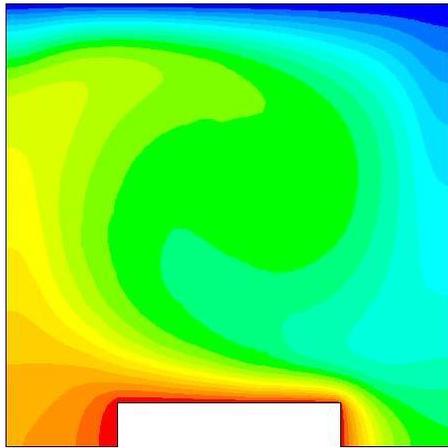
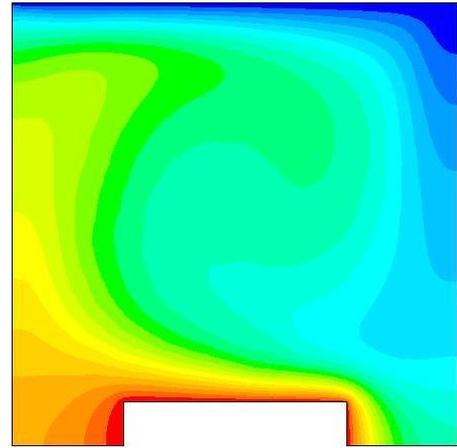
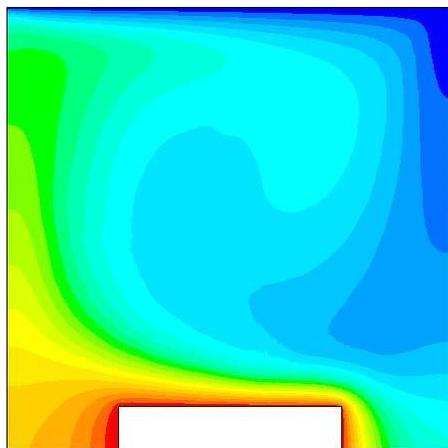
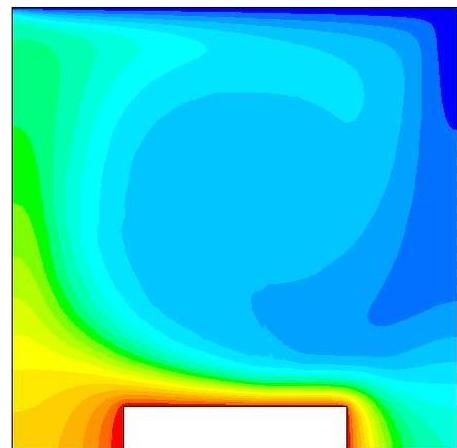
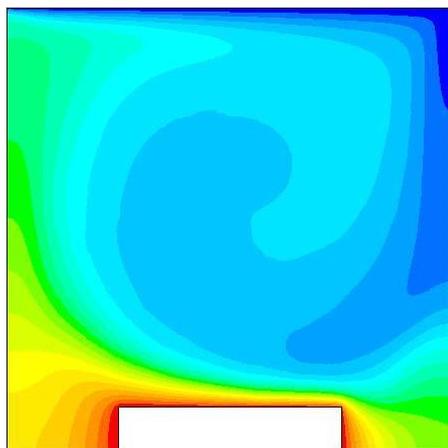
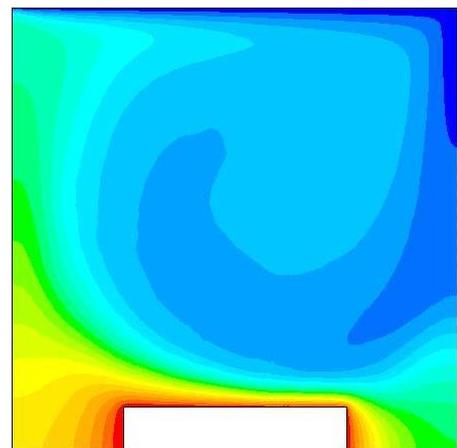
a) $Re_L = 10$ b) $Re_L = 100$ c) $Re_L = 300$ d) $Re_L = 500$ e) $Re_L = 700$ f) $Re_L = 1000$  $T^* = 0$ $T^* = 1$

Figura 5.20 – Campo de temperaturas adimensional em cavidade com aleta com dimensões

 $(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^5$.

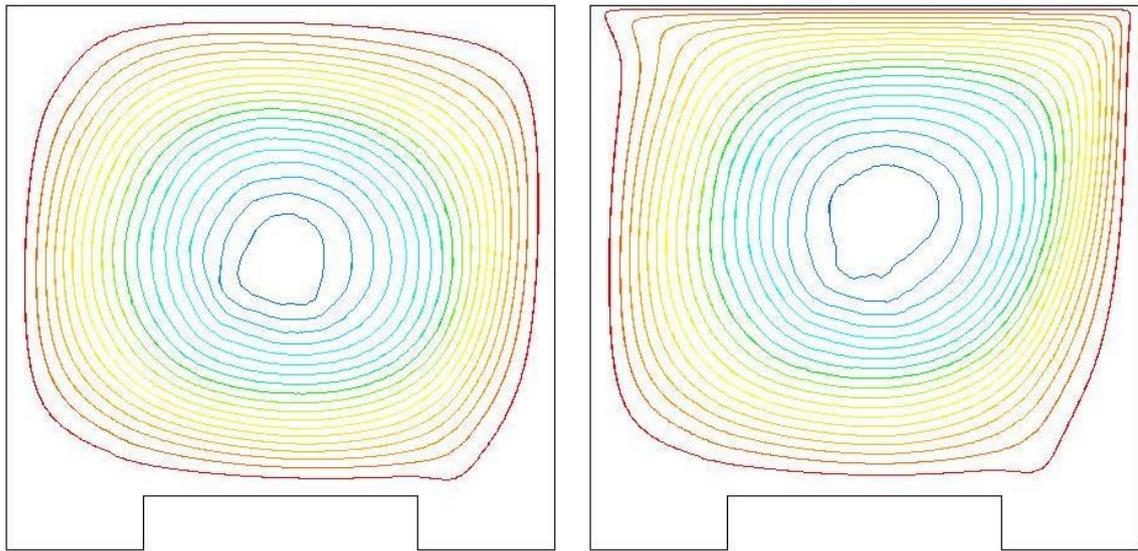
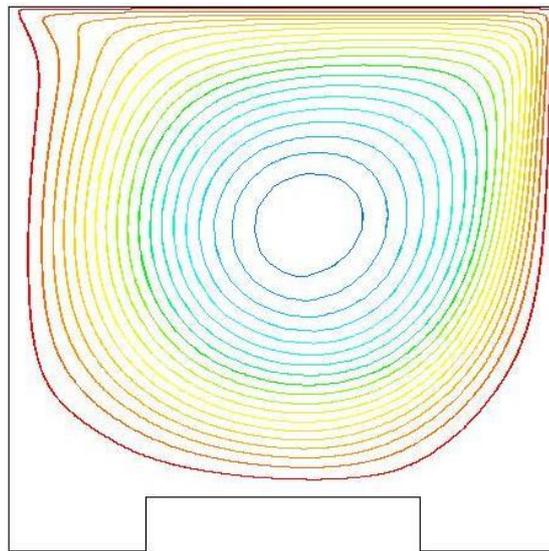
a) $Re_L = 10$ b) $Re_L = 300$ c) $Re_L = 1000$ 

Figura 5.21 – Linhas de corrente de velocidade adimensional para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^5$.

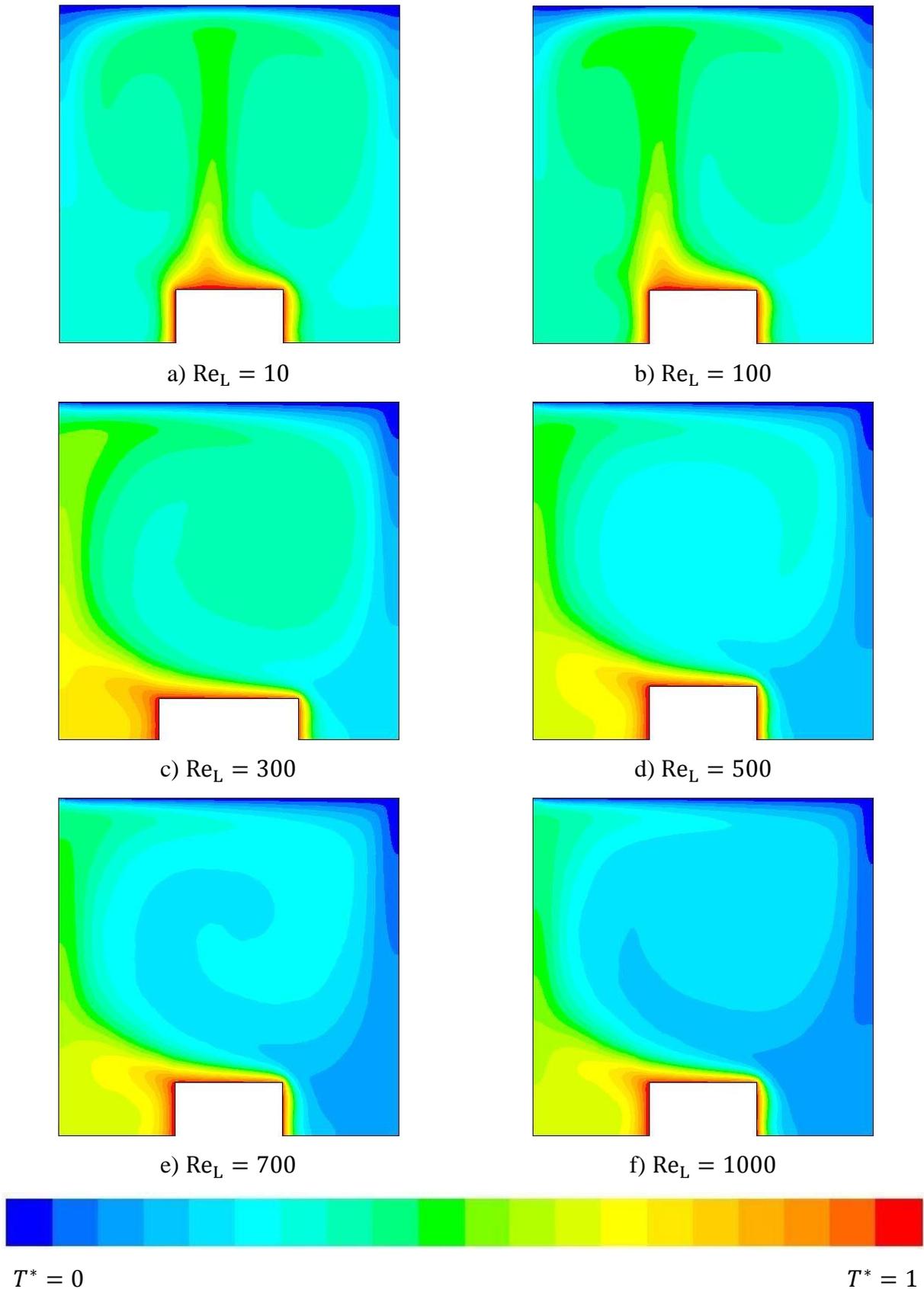


Figura 5.22 – Campo de temperaturas adimensional em cavidade com aleta com dimensões

$(H_1/L_1)_{opt}$ para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^6$.

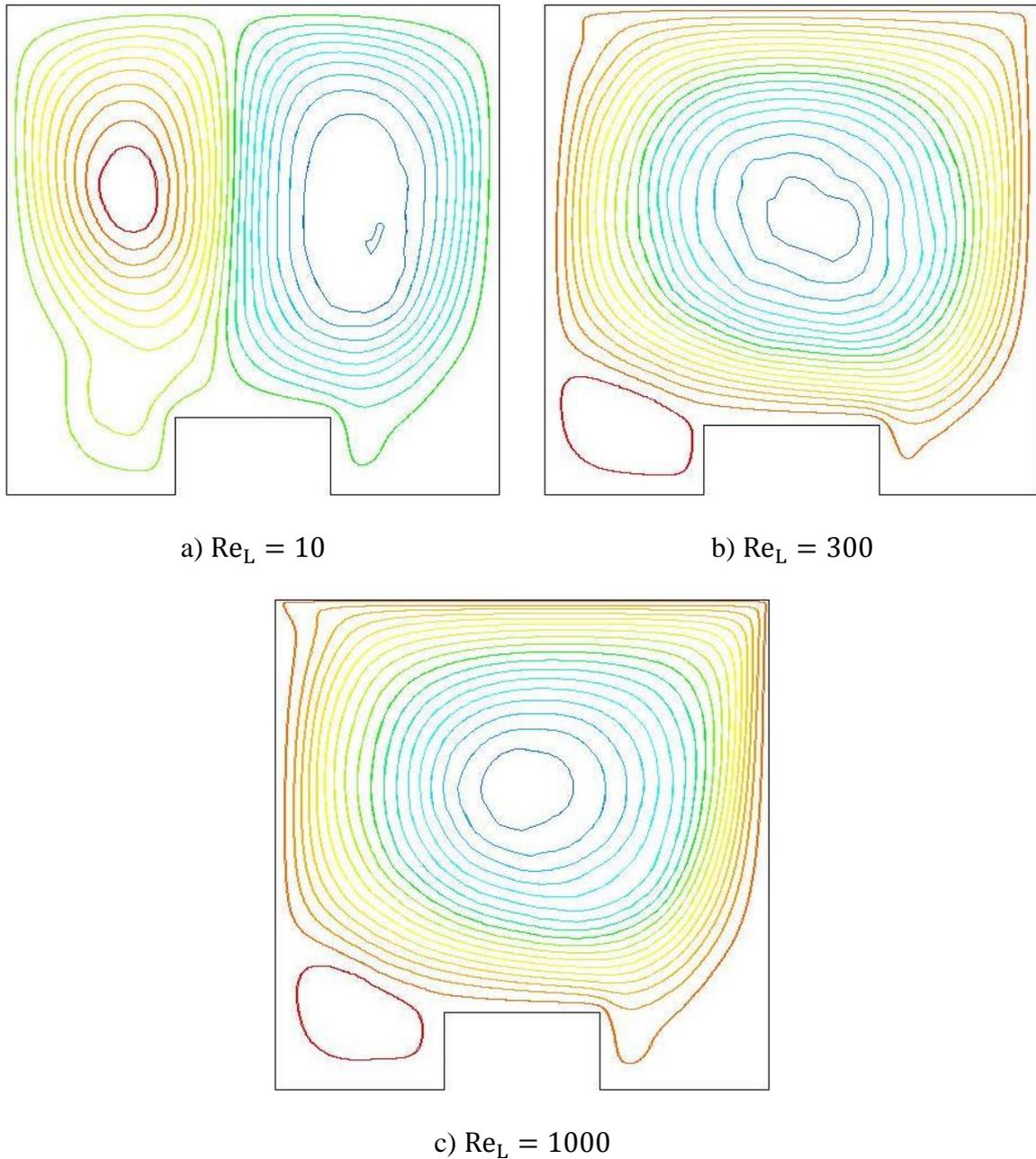


Figura 5.23 – Linhas de corrente de velocidade adimensional para $Pr = 0,71$ e $Ra_H = 10^6$.

5.4. Comparação dos Resultados de Convecção Mista com Convecção Forçada (Dos Santos et al. (2013))

Nesta seção são comparados os \overline{Nu}_H obtidos para convecção mista deste trabalho com aqueles obtidos para convecção forçada calculados por Dos Santos et al. (2013).

A Figura 5.24 apresenta a comparação para o caso de $Pr = 0,71$ e $Re_L = 10$ entre os quatro casos de diferentes números de Rayleigh e o trabalho proposto por Dos Santos et al. (2013) no estudo da convecção forçada em cavidades.

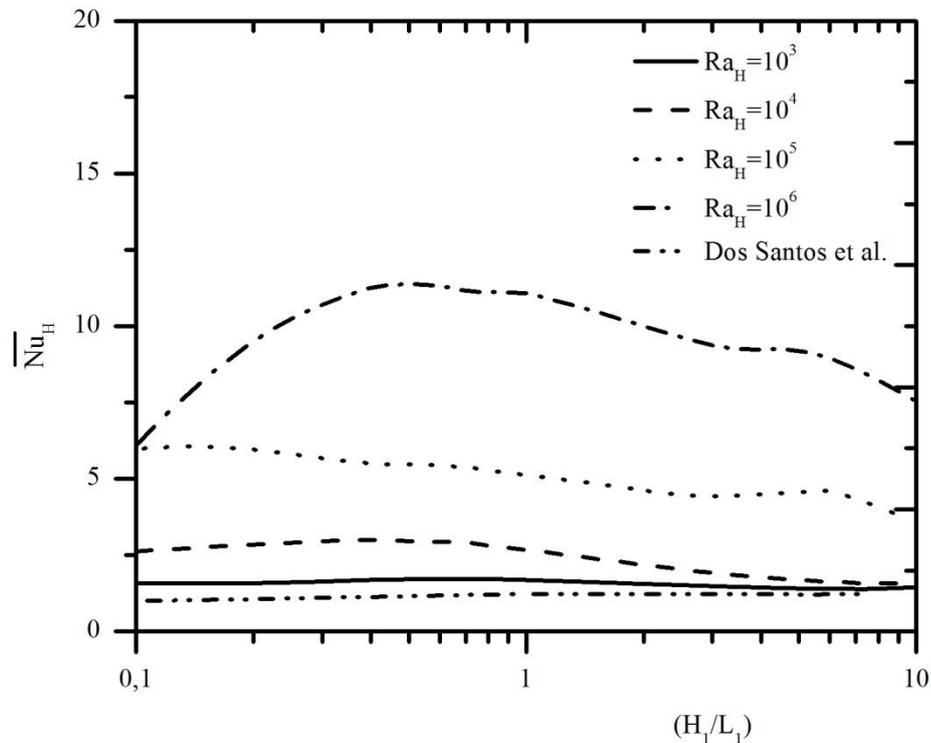


Figura 5.24 – Comparação dos resultados do número de Nusselt médio para $Re_L = 10$ e $Pr = 0,71$ com os resultados de Dos Santos et al. (2013).

Em comparação com o caso de estudo de convecção forçada, observa-se um aumento de 32% entre o número de Nusselt médio máximo obtido neste estudo para $Ra_H = 10^3$. Este aumento porém torna-se pequeno se comparado aos casos de $Ra_H = 10^5$ e $Ra_H = 10^6$ por exemplo, onde o aumento entre os máximos valores do número de Nusselt médio chegam a 371 e 779% respectivamente.

Esta diferença é reduzida se analisado o caso para $Pr = 0,71$ e $Re_L = 100$, conforme apresentado na Figura 5.25.

Para $Re_L = 100$ o aumento entre o máximo número de Nusselt médio no estudo da convecção forçada e os casos de $Ra_H = 10^5$ e $Ra_H = 10^6$ do presente trabalho passa a ser de 204 e 434% respectivamente.

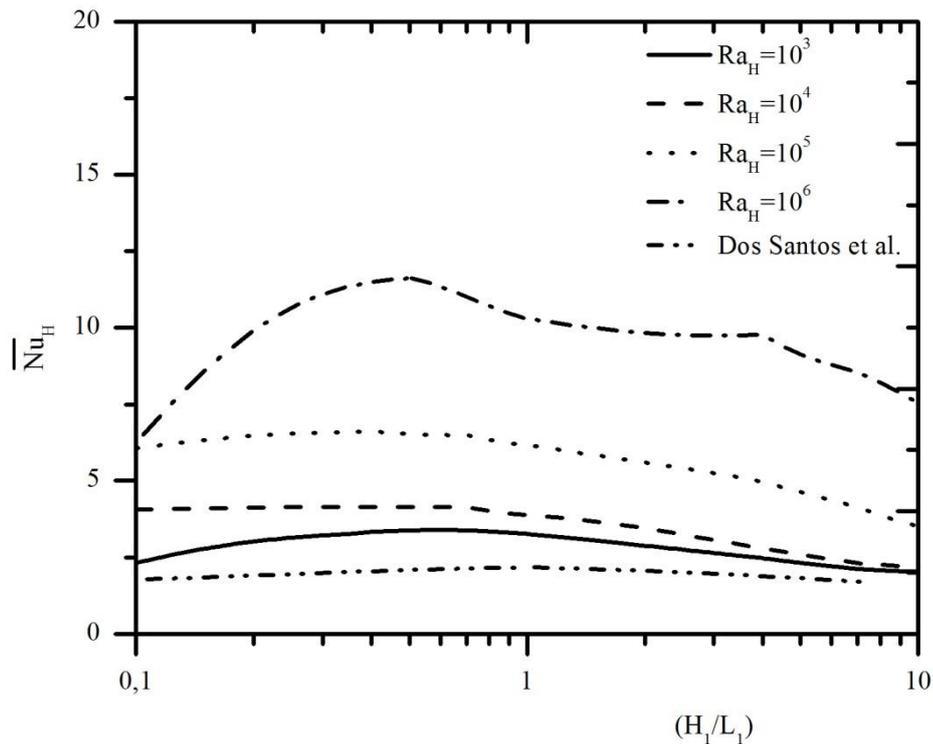


Figura 5.25 – Comparação dos resultados do número de Nusselt médio para $Re_L = 100$ e $Pr = 0,71$ com os resultados de Dos Santos et al. (2013).

A medida que o número de Reynolds é incrementado, tornam-se mais significativos os efeitos das forças inerciais no escoamento. Isto pode ser percebido ao analisar na Figura 5.26 os números de Nusselt médio para $Ra_H = 10^3$ e $Ra_H = 10^4$, onde ambas as linhas se sobrepõem. Para estes casos houve um aumento de 50 e 56% se comparados ao caso onde o mecanismo de transferência de calor é a convecção forçada.

Os perfis do número de Nusselt médio para os casos de $Ra_H = 10^3$ e 10^4 começam a se aproximar do perfil de Nusselt médio de $Ra_H = 10^6$, aumentando assim a diferença entre os escoamentos sobre efeito do mecanismo de convecção natural e o trabalho proposto por Dos Santos et al. (2013).

A Figura 5.27 apresenta os resultados do número de Nusselt médio para $Re_H = 500$ e $Pr = 0.71$. É possível verificar que houve um aumento do número de Nusselt médio para a geometria ótima do estudo realizado por Dos Santos et al. (2013), porém a diferença reduziu para 46 e 48% se comparados com $Ra_H = 10^3$ e $Ra_H = 10^4$ respectivamente. Para os casos de $Ra_H = 10^5$ e $Ra_H = 10^6$ se comparados com o caso de estudo de convecção forçada, houve aumento de 68 e 161% respectivamente.

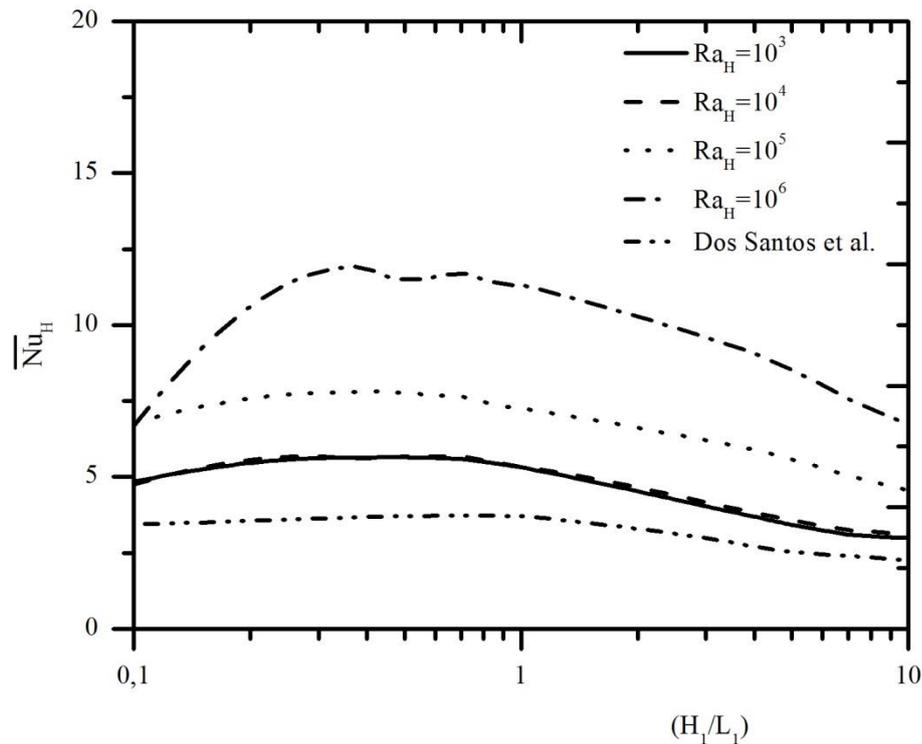


Figura 5.26 – Comparação dos resultados do número de Nusselt médio para $Re_L = 300$ e $Pr = 0,71$ com os resultados de Dos Santos et al. (2013).

Entretanto a curva do estudo de convecção forçada proposta pelo autor apresenta formato semelhante aos casos de $Ra_H = 10^3$ e $Ra_H = 10^4$, que por sua vez aproximam-se da curva de $Ra_H = 10^5$.

A medida que o número de Reynolds passa a $Re_L = 700$ percebe-se que a geometria ótima começa a reduzir o seu valor tanto para os casos de convecção natural quanto para o caso de convecção forçada. Para ambos os casos há um aumento substancial no número de Nusselt médio conforme demonstrado na Figura 5.28, chegando a 79 e 118% comparados aos casos de $Ra_H = 10^5$ e $Ra_H = 10^6$ respectivamente. Novamente as curvas de $Ra_H = 10^3$ e $Ra_H = 10^4$ aproximam-se da curva de $Ra_H = 10^5$.

Para o caso de $Re_L = 1000$ percebe-se que ocorre a sobreposição das curvas de menor número de Rayleigh a curva de $Ra_H = 10^5$, porém quando eleva-se a razão de aspecto da aleta o caso de número de Rayleigh $Ra_H = 10^5$ volta a predominar. A Figura 5.29 apresenta os resultados para $Pr = 0,71$ e $Re_L = 1000$.

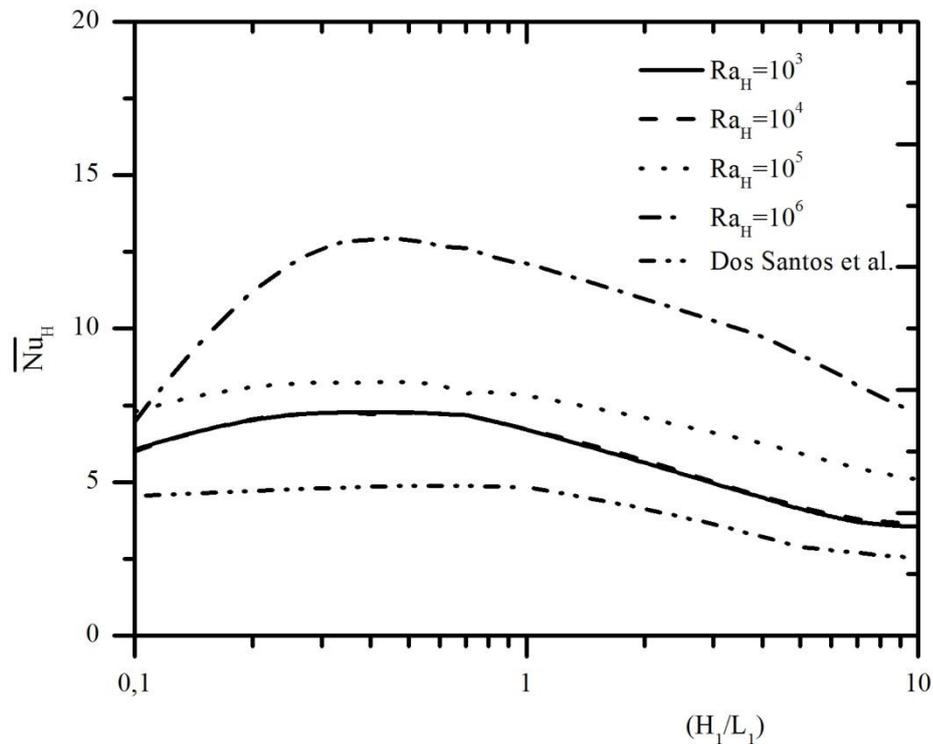


Figura 5.27 – Comparação dos resultados do número de Nusselt médio para $Re_L = 500$ e $Pr = 0,71$ com os resultados de Dos Santos et al. (2013).

A Figura 5.29 representa o caso de maior influência das forças inerciais no escoamento. Se comparado o estudo de convecção forçada proposto por Dos Santos et al. (2013) aos casos de $Ra_H = 10^3$, 10^4 e 10^5 observa-se um aumento entre 55 e 57% na troca térmica para os casos em que há convecção natural. Este valor chega a 114% quando comparado o caso de convecção forçada ao caso de $Ra_H = 10^6$.

Considerando as cavidades com relação $(H_1/L_1)_{opt}$ para a aleta, percebe-se que o incremento do Re_L resulta no aumento do $Nu_{H,max}$ para os casos estudados envolvendo convecção mista e convecção forçada conforme apresentado na Figura 5.30. Para os casos onde Ra_H varia entre 10^3 e 10^6 , os valores de $Nu_{H,max}$ são superiores se comparados aos calculados por Dos Santos et al. (2013).

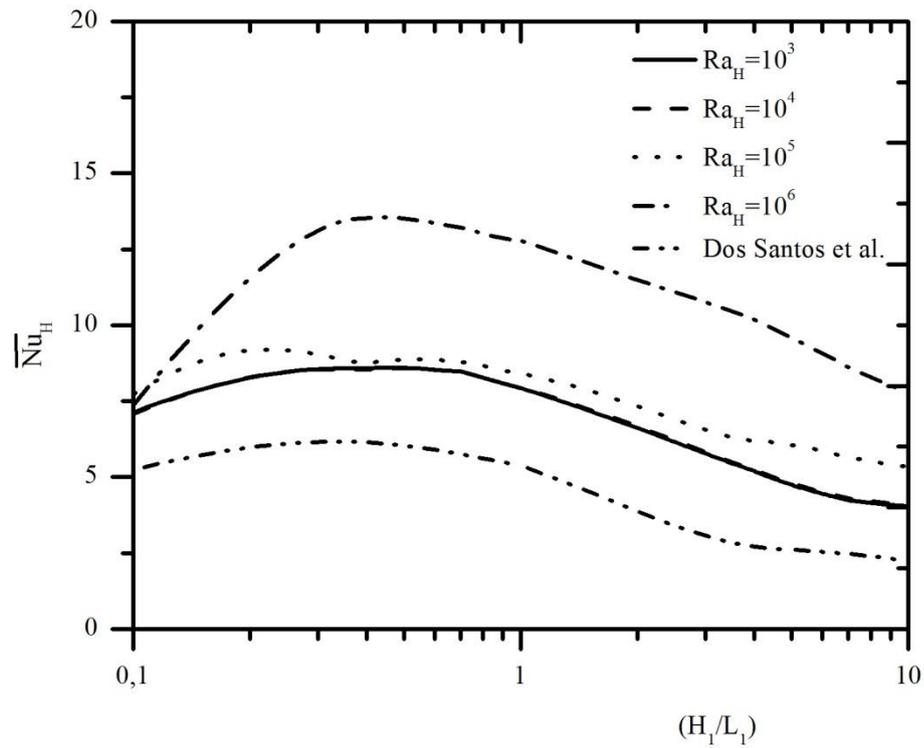


Figura 5.28 – Comparação dos resultados do número de Nusselt médio para $Re_L = 700$ e $Pr = 0,71$ com os resultados de Dos Santos et al. (2013).

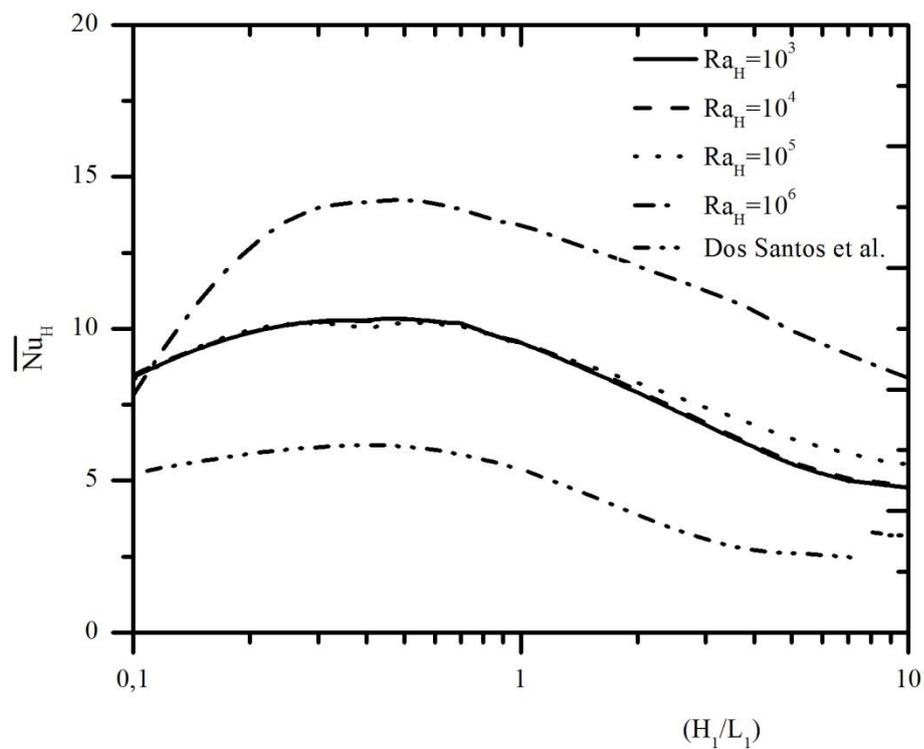


Figura 5.29 – Comparação dos resultados do número de Nusselt médio para $Re_L = 1000$ e $Pr = 0,71$ com os resultados de Dos Santos et al. (2013).

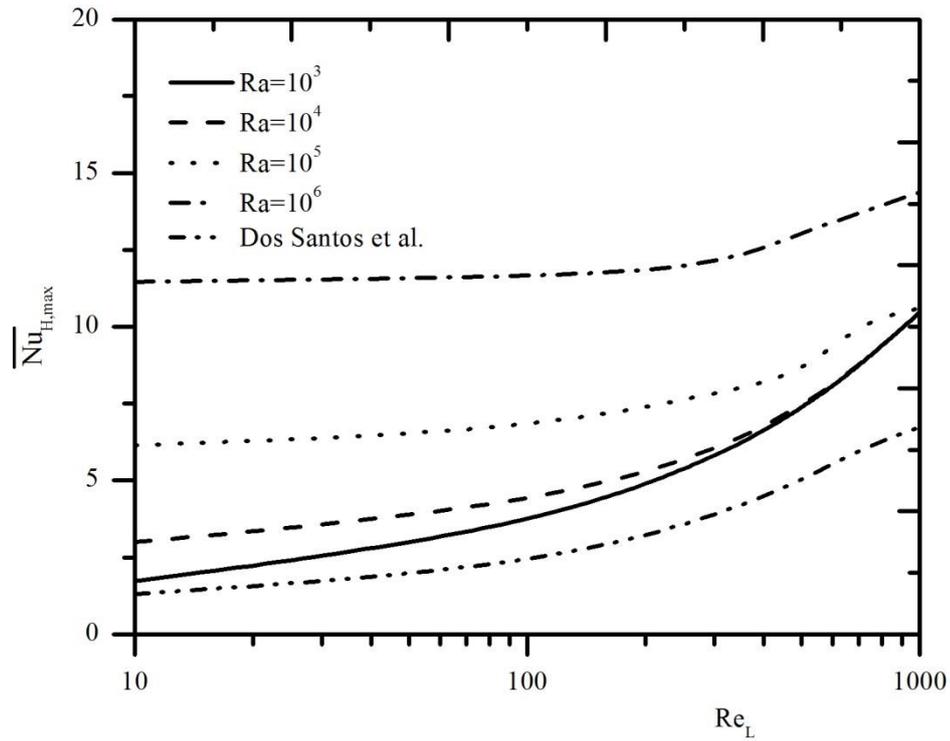


Figura 5.30 – Comparação do $\overline{Nu}_{H,max}$ entre os casos de convecção mista e forçada para razão ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ em função do números de Reynolds.

Na Figura 5.31, comparando a geometria ótima calculada no presente trabalho para convecção mista com o caso de convecção forçada calculada por Dos Santos et al. (2013) percebe-se que para convecção forçada a relação $(H_1/L_1)_{opt}$ reduz a medida que o número de Reynolds é aumentado. Esta relação não é verificada nos casos de convecção mista para $Ra_H = 10^4$ onde há uma maior variação dos valores de $(H_1/L_1)_{opt}$ com o aumento do número de Reynolds.

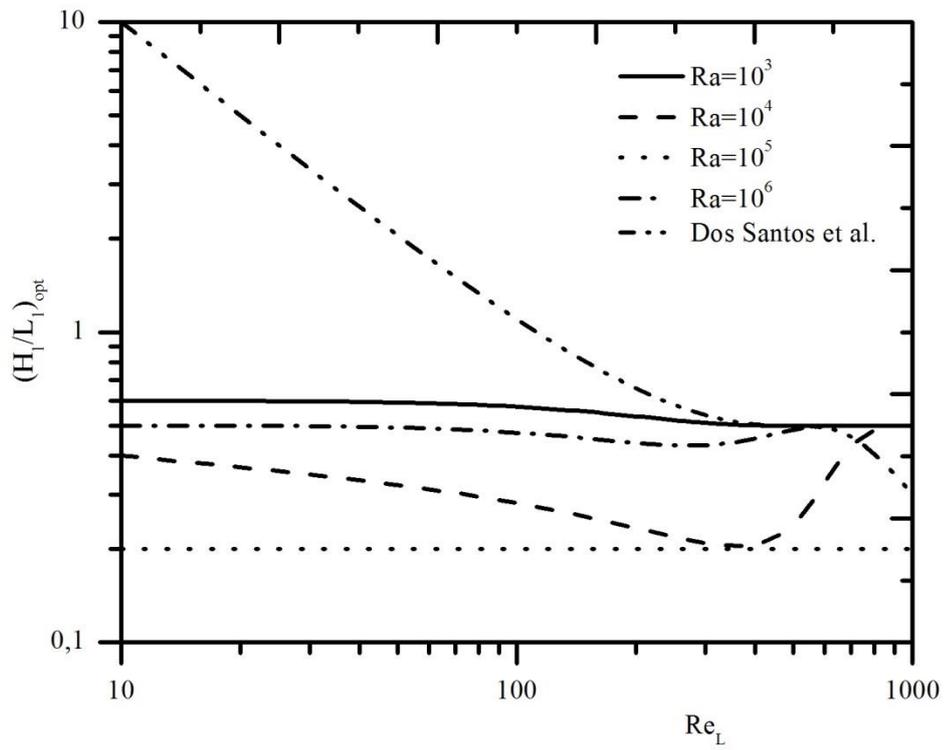


Figura 5.31 – Comparação da geometria ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ entre os casos de convecção mista e forçada em função do números de Reynolds.

6. CONCLUSÕES E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

O presente trabalho propôs a solução numérica da transferência de calor pelo mecanismo de convecção mista em cavidade quadrada aletada com placa superior em deslocamento. Utilizou-se software comercial Fluent® para a solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia baseado no método de volumes finitos (FVM), sendo o acoplamento de pressão-velocidade resolvido através do algoritmo SIMPLEC e a discretização espacial do domínio pelo método das diferenças finitas avançadas de primeira ordem (*first order upwind*). Para todos os casos foram consideradas propriedades termofísicas constantes do fluido que escoava no interior da cavidade (ar, $Pr = 0,71$), sendo utilizada aproximação de Boussinesq para cálculo da massa específica em função da temperatura do fluido. O método Constructal Design foi aplicado ao estudo da transferência de calor por convecção mista na cavidade de maneira a definir as constantes e os graus de liberdade do sistema na busca de uma geometria que otimizasse a troca térmica entre fluido e aleta. Considerou-se a geometria externa da cavidade fixa ($H/L = 1$) e variou-se a razão de aspecto da aleta, obedecendo a relação de áreas entre cavidade e aleta fixa $\phi = 0,05$.

Os resultados mostraram que a variação da geometria da aleta permitiu que o número de Nusselt médio seja obtido para diferentes configurações do sistema, isto é, variando-se o grau de liberdade H_1/L_1 é possível obter um $\overline{Nu}_{H,max}$. Por exemplo, para o caso de $Ra_H = 10^4$ e $Re_L = 700$ o número de Nusselt médio obtido para a geometria ótima é cerca de 113% maior que o número de Nusselt médio obtido para a geometria que resultou na menor troca térmica ($H_1/L_1 = 10$).

O aumento dos números de Reynolds e Rayleigh estão associados ao aumento das forças inerciais e de empuxo respectivamente. Pode-se perceber que quando estes números adimensionais foram incrementados, maior foi a troca térmica no interior da cavidade devido a intensificação do movimento do fluido pela cavidade. Analisando o número de Nusselt local percebe-se que o aumento do número de Reynolds aumenta principalmente a troca térmica no topo da aleta e na intersecção das superfícies superior e direita da aleta devido ao aumento da movimentação de fluido ocasionado pela movimentação da placa superior da cavidade. Devido a restrição da movimentação do fluido na superfície inferior esquerda da cavidade causada pela aleta, a troca térmica na região esquerda da aleta possui forte influência das forças de empuxo, tendo aumento significativo quando o número de Rayleigh é máximo para

os casos estudados. Se comparados os valores de número de Nusselt local considerando $Re_L = 10$ para $Ra_H = 10^3$ e $Ra_H = 10^6$ fica evidenciado um aumento cerca de 330% aproximadamente da troca térmica na região da lateral esquerda da cavidade.

O campo de temperaturas das cavidades ótimas apresenta topologias semelhantes para valores de número de Reynolds elevados. A circulação do fluido no interior da cavidade causada pela interação das forças inerciais e de empuxo eleva a transferência de calor na cavidade. A temperatura adimensional na região inferior da cavidade é menor a medida que a intensidade das forças de empuxo aumentam, portanto o aumento do número de Rayleigh tem como consequência o aumento da troca térmica na região inferior da cavidade. A topologia do campo de temperaturas da região central da cavidade, ou seja, onde não há restrição causada pela aleta, apresenta uma temperatura adimensional pequena como consequência da troca térmica ser diretamente proporcional ao aumento do número de Reynolds, em conformidade com os dados de Nusselt local apresentados. Para o caso onde $Re_H = 10$ e $Ra_H = 10^3$ percebeu-se que as isotermas de temperatura apresentam comportamento próximo ao horizontal, devido a pequena influência das forças inerciais bem como as forças de empuxo. Quando $Re_H = 10$ e $Ra_H = 10^6$ percebe-se que são criadas duas regiões de recirculação de fluido e que, mesmo para o caso de menor influência das forças inerciais, o campo de temperaturas apresenta grande variação devido a influência das forças de empuxo causadas pela diferença de temperatura entre aleta e placa superior móvel.

Os resultados obtidos neste trabalho para convecção mista são comparados com os obtidos para convecção forçada (Dos Santos et al. (2013)) para avaliar a importância da convecção natural no escoamento no interior de cavidade aletada. Se comparados os mesmo números de Reynolds, para $Ra_H = 10^3$ houve um aumento na troca térmica entre 30 ($Re_H = 10$) e 50% ($Re_H = 1000$). Para $Ra_H = 10^4$ o aumento do número de Nusselt médio ficou entre 130 ($Re_H = 10$) e 50% ($Re_H = 1000$). Analisando o caso de $Ra_H = 10^5$, nota-se que houve um incremento entre 370 ($Re_H = 10$) e 60% ($Re_H = 1000$) na troca térmica entre aleta e fluido. O caso onde houve maior influência da convecção natural foi o que apresentou a maior troca térmica, com aumento do número de Nusselt médio entre 780 ($Re_H = 10$) e 110% ($Re_H = 1000$). Os resultados comprovam a importância do mecanismo de convecção natural no problema proposto que visa a maximização da troca térmica entre fluido e aleta.

As geometrias ótimas $(H_1/L_1)_{opt}$ dos casos propostos neste trabalho são, ainda, comparadas com aquelas obtidas no estudo realizado por Dos Santos et al. (2013). Percebeu-

se que o valor da geometria ótima $(H_1/L_1)_{opt}$ decresce a medida que o número de Re_H aumenta para o caso de convecção forçada. Este comportamento da geometria ótima já não é observado nos casos de convecção mista para elevados números de Ra_H onde o comportamento de $(H_1/L_1)_{opt}$ é praticamente constante a medida que o número de Reynolds varia.

Finalmente, a obtenção da geometria ótima utilizando o Método Constructal provou-se eficiente no objetivo de maximização da transferência de calor entre fluido e aleta.

Como propostas para futuros trabalho, são apresentadas as seguintes sugestões:

- Continuar este estudo para regime de escoamento turbulento;
- Estudar a otimização de transferência de calor variando-se também a posição da aleta (2 graus de liberdade: x (posição da aleta) e (H_1/L_1));
- Estudar a otimização de transferência de calor com aleta em formato Y;
- Estudar a influência do número de Pr ;
- Avaliar o comportamento térmico utilizando fluido não Newtoniano no interior da cavidade;
- Inserir efeito do mecanismo de transferência de calor por radiação térmica na cavidade;
- Realizar estudo de otimização de aleta considerando somente convecção natural em faixas menores de Gr ;
- Realizar estudo utilizando estratificação instável;
- Estudar transição para a turbulência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barakos, G.; Mitsoulis, E.; Assimacopolous, D. Natural Convection Flow in a Square Cavity Revisited: Laminar and Turbulent Models With Wall Functions, **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v.18, p. 695-719, 1994.

Barth, T.J.; Jespersen, D. The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes, Technical Report AIAA-89-0366, **AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting**, Reno, Nevada, 1989.

Bejan, A. Constructal-theory network of conducting paths for cooling a heat generating volume, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 40, p. 799-816, 1997.

Bejan, A. **Convection Heat Transfer**, John Wiley, Durham, 2004.

Bejan, A.; Almgogbel, M. Constructal T-shape fins, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 43, p. 2101-2115, 2000.

Bejan, A.; Kraus, A. D. **Heat Transfer Handbook**, John Wiley, Durham, 2003.

Bejan, A.; Lorente, S. Constructal theory of generation of configuration in nature and engineering , **Journal of Applied Physics**, v. 100, 2006.

Bejan, A.; Merkkx, G. W. **Constructal Theory of Social Dynamics**, John Wiley, Durham, 2007.

Bejan, A.; Lorente, S. **Design with Constructal Theory**, John Wiley, New Jersey, 2008.

Bejan, A.; Zane, J. P. **Design in Nature**, Doubleday, New York, 2012.

Bejan, A.; Lorente, S. Constructal law of design and evolution: Physics, biology, technology and society, **Journal of Applied Physics**, v. 113, 2013.

Brito, R.F.; Neto, A.S.; Oliveira, M.; Menon, G. J. Convecção natural turbulenta em cavidade retangular com um cilindro interno, **Mecânica Computacional**, v. 21, p. 620-633, 2002.

Chenoweth, D. R.; Paolucci, S. Natural convection in an enclosed vertical air layer with large horizontal temperature differences, **Journal of Fluid Mechanics**, v. 169, p. 173-210, 1986.

Chowdhury, M. N. H., Saha, S., Mamun, M. A. H. Mixed Convection Analysis in a Lid Driven Trapezoidal Cavity with Isothermal Heating at Bottom for Various Aspect Angles, **Proceedings of the International Conference on Mechanical Engineering**, 2009, Bangladesh.

Davis, G. V. Natural convection of air in a square cavity: A bench mark numerical solution, **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 3, p. 249-264, 1983.

Davis, G. V.; Jones, I. P. Natural convection in a square cavity: A comparison exercise, **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 3, p. 227-248, 1983.

Dos Santos, E. D.; Piccoli, G. L.; França, F. H. R.; Petry, A. P. Analysis of mixed convection in transient laminar and turbulent flows in driven cavities, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 54, p. 4585-4595, 2011.

Dos Santos, E.D.; Isoldi, L.A.; Souza, J. A.; Goulart, M.M.; Rodrigues, M.K.; Seibt, F.M., Souza, R. V.; Rocha, L.A.O. Constructal design of a rectangular fin intruded into forced convective lid-driven cavity flows. **Proceedings of Constructal Law Conference**, v. 1, p. 126-134, Nanjing, 2013.

FLUENT (version 14.5.7), ANSYS, Inc., 2014.

Ganzarolli, M.M. **Convecção Natural em Cavidade Retangular Aquecida pela Base e Simetricamente Resfriada Pelos Lados**, Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 1991.

Goodarzi, M.; Safaei, M.R.; Karimipour, A.; Hooman, K.; Dahari, M.; Kazi, S.N.; Sadeghinezhad, E. Comparison of the Finite Volume and Lattice Boltzmann Methods for Solving Natural Convection Heat Transfer Problems inside Cavities and Enclosures, **Hindawi Publishing Corporation**, v. 2014, 2014.

Incropera, F. P. **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**, 5th Ed., Wiley, 2001.

Kays, W. M.; Crawford, M. E. **Convective Heat and Mass Transfer**, McGraw-Hill, New York, 1993.

Lorenzini, G.; Biserni, C.; Dos Santos. E.D; Rocha, L.A.O. Constructal Design Applied to the Geometric Optimization of Y-shaped Cavities Embedded in a Conducting Medium, **Journal of Electronic Packaging**, v. 133, 0,41008 2011.

Lorenzini, G.; Biserni, C.; Estrada, E.D.; Isoldi, A.L.; Dos Santos. E.D; Rocha, L.A.O. Constructal Design of Convective Y-Shaped Cavities by Means of Genetic Algorithm, **Journal of Heat Transfer**, v. 136, 2014a.

Lorenzini, G.; Biserni, C.; Rocha, L.A.O. Geometric optimization of X-shaped cavities and pathways according to Bejan's theory: Comparative analysis, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 73, p. 1-8, 2014b.

Maliska, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**, LTC – Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 2004.

Neto, D. C.; Dos Santos, E. D.; França, F. H. R.; Petry, A. P. Numerical Analysis of Buoyancy in Mixed Convection Heat Transfer in Lid-Driven Cavity Flows, **Proceedings of**

13th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, Uberlândia, Minas Gerais, Brazil, 2010.

Patankar, S.V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. McGraw-Hill, New York, 1980.

Prasad, A. J.; Koseff, J. R. Combined forced and natural convection heat transfer in a deep lid-driven cavity flow, **International Journal of Heat Transfer and Flow**, v. 17, p. 460-467, 1996.

Ramos, R.A.V.; Maia, C.R.M.; Takaki, A.T. Estudo numérico e experimental da convecção natural em cavidades diferencialmente aquecidas, **Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica**, v. 13, p. 43-58, 2008.

Rocha, L. A. O.; Lorente, S.; Bejan, A. Vascular design for reducing hot spots and stresses, **Journal of Applied Physics**, v. 115, 2014.

Turan, O.; Poole, R. J.; Chakraborty, N. Boundary Condition Effects on Natural Convection of Bingham Fluids in a Square Enclosure with Differentially Heated Walls, **Computational Thermal Sciences**, v. 4, p 77-97, 2012.

Versteeg, H.K.; Malalasekera, W. **An introduction to computational fluid dynamics – the finite volume method**, Longman, England, 1995.

White, F.M. **Viscous Fluid Flow**, v. 2, McGraw-Hill, New York, 1991.