



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
ENG07053 - TRABALHO DE DIPLOMAÇÃO EM ENGENHARIA  
QUÍMICA



# Modelagem e simulação da dinâmica do *hot-bypass* de colunas de destilação

*Autor: Carolina de Marco Pessoa*

*Orientador: Jorge O. Trierweiler*

Porto Alegre, janeiro de 13

Sumário	
Agradecimentos	iv
Resumo	v
Lista de Figuras	vi
Lista de Tabelas	viii
Lista de Símbolos	ix
Lista de Abreviaturas e Siglas	xiv
1 Introdução	1
2 Revisão Bibliográfica	3
2.1 Descrição do sistema <i>hot-bypass</i>	3
2.1.1 Sistema com entrada de condensado pelo fundo	4
2.1.2 Sistema com entrada de condensado pelo topo	5
2.2 Modelagem matemática para descrever o sistema	6
2.2.1 Modelo dinâmico atualmente adotado pela Petrobras	6
2.2.2 Modelo dinâmico proposto por Frydryszewski	9
3 Modelagem dinâmica para sistema <i>hot-bypass</i>	12
3.1 Relação entre vazões	12
3.2 Topo da coluna de destilação	13
3.3 Condensador	14
3.3.1 Balanço de massa	14
3.3.2 Balanço de energia	16
3.4 Vaso de Topo	18
3.4.1 Balanço de massa	18
3.4.2 Balanço de energia	19
3.5 Perda de carga nos escoamentos	19
3.5.1 Escoamentos gasosos	19
3.5.2 Escoamento líquido	20
3.5.2.1 Bernoulli	20
3.5.2.2 Colebrook-White	21
3.6 Outras equações importantes	21
3.6.1 Válvula de Hot-bypass	21
3.6.2 Controle de nível do vaso de topo	22
3.6.3 Controlador de pressão da coluna	23
3.7 Ajustes matemáticos	23
3.8 Graus de liberdade	24
4 Resultados	27
4.1 Estudo de caso	27
4.2 Implementação e avaliação do modelo	28
5 Conclusões e Trabalhos Futuros	35
6 Referências	36

---

Apêndice A – Cálculo do volume de líquido em um cilindro horizontal	37
Apêndice B – Determinação do fator de fricção	39
Apêndice C – Implementação do Modelo em Linguagem <i>Modelica</i>	42

## **Agradecimentos**

Em primeiro lugar, aos meus pais, Maria e Ricardo, pelas oportunidades e pela vida maravilhosa que me proporcionaram, pelos ensinamentos, apoio e carinho ao longo desses anos. Também ao meu irmão e amigo, Felipe, por sempre me incentivar a ser uma pessoa melhor e me fazer ter esperança na humanidade. Sem o amor de minha família, eu certamente não teria forças para completar essa jornada.

Ao meu orientador e professor exemplar, Jorge O. Trierweiler, pela paciência e ajuda prestada na elaboração deste trabalho, pelos conhecimentos técnicos e de vida compartilhados e por ter despertado meu interesse na área de controle e automação.

Aos professores Pedro Bolognese Fernandes e Marcelo Farenzena pelas aulas muito interessantes e agregativas, pelo prazer demonstrado em ensinar e pela disposição ao esclarecimento de dúvidas e curiosidades.

Ao pessoal da Braskem: Paludo, Biazetto, João Arnaldo, Matte e Tadeu pelo bom humor e gentileza, que fizeram do meu período de estágio uma oportunidade de muitos aprendizados e uma experiência esclarecedora e divertida. Em especial, agradeço ao engenheiro Maurício Cadore pela compreensão e por estar sempre disposto a esclarecer minhas dúvidas com boa vontade e paciência.

Aos meus grandes amigos e irmãos de coração pelas risadas e bons momentos compartilhados, que foram minha válvula de escape do estresse da faculdade.

## Resumo

As operações unitárias de separação de misturas são etapas fundamentais para a maioria dos processos industriais. Entre elas, destacam-se as colunas de destilação, cujo princípio de funcionamento baseia-se na pressão de vapor dos componentes da mistura. A operação dessas colunas, porém, acarreta um alto consumo energético, devido à necessidade de aquecimento e resfriamento das correntes, fazendo com o desafio dos engenheiros seja projetar sistemas de controle para colunas que garantam qualidade dos produtos com o mínimo consumo de energia.

Entretanto, para a correta operação das colunas de destilação, é fundamental que haja um controle eficiente das variáveis críticas do processo, principalmente a pressão da coluna. O descontrole desta pode acarretar dificuldade de especificação dos produtos nas composições desejadas, maior consumo de energia no refeedor ou inundação da coluna. Assim, diferentes estratégias para controle da pressão foram propostas ao longo do tempo, entre elas o sistema *hot-bypass*, cujo funcionamento está baseado na alteração da área de troca térmica do condensador.

Este trabalho realiza um estudo da estratégia de controle de pressão denominada *hot-bypass* e apresenta um modelo dinâmico com base em balanços de massa e energia a fim de descrevê-lo. A avaliação do modelo foi feita através de uma simulação dinâmica com auxílio do software Maplesim e utilizando-se uma simplificação do modelo original. Os resultados da simulação foram comparados com dados reais de operação de uma coluna desbutanizadora e concluiu-se que, mesmo com algumas simplificações, o modelo foi capaz de descrever satisfatoriamente o comportamento de um sistema *hot-bypass*.

## Lista de Figuras

<b>Figura 2-1.</b> Disposição dos equipamentos num sistema <i>hot-bypass</i> .....	3
<b>Figura 2-2.</b> <i>Hot-bypass</i> com entrada de condensado pela parte inferior do vaso de topo. (Fonte: Frydryszewski, 2011).....	4
<b>Figura 2-3.</b> <i>Hot-bypass</i> com entrada de condensado pela parte superior do vaso de topo. (Fonte: Frydryszewski, 2011).....	5
<b>Figura 2-4.</b> Simulação da inundação do condensador e do diferencial de pressão na válvula de <i>hot-bypass</i> . (Fonte: Campos e Teixeira, 2010).....	9
<b>Figura 3-1.</b> Esquema de símbolos utilizados na modelagem. ....	12
<b>Figura 3-2.</b> Representação da contribuição da área circular na área do retângulo circunscrito de lado D para determinada altura h. ....	25
<b>Figura 3-3.</b> Gráfico da razão entre área da porção circular e do retângulo circunscrito em função da altura, para um círculo de diâmetro igual a 3 metros.....	25
<b>Figura 3-4.</b> Gráfico da razão entre área da porção circular e do retângulo circunscrito em função da altura, para um círculo de diâmetro igual a 10 metros.....	26
<b>Figura 4-1.</b> Comportamento do nível (curva verde) e pressão (curva azul) no vaso de topo. ....	27
<b>Figura 4-2.</b> Comportamento da temperatura (curva verde) e pressão (curva azul) no topo da coluna de destilação. ....	27
<b>Figura 4-3.</b> Tela resultante da simulação utilizando-se o modelo completo.....	28
<b>Figura 4-4.</b> Tela resultante da simulação utilizando-se o modelo simplificado.....	29
<b>Figura 4-5.</b> Resultado da simulação dinâmica para as áreas de troca térmica da fase líquida e vapor, respectivamente. ....	29
<b>Figura 4-6.</b> Resultado da simulação dinâmica para as médias logarítmicas de temperatura da fase líquida e vapor, respectivamente. ....	30
<b>Figura 4-7.</b> Resultado da simulação dinâmica para as taxas de calor trocado na fase líquida do condensador e no vaso de topo. ....	30
<b>Figura 4-8.</b> Resultado da simulação dinâmica para o volume e nível de líquido no condensador, respectivamente.....	31
<b>Figura 4-9.</b> Resultado da simulação dinâmica para a temperatura do condensado e do fluido de refrigeração na saída da fase líquida e vapor, respectivamente. ....	31
<b>Figura 4-10.</b> Resultado da simulação dinâmica para as pressões no topo da coluna, no condensador e no vaso de topo, respectivamente. ....	32
<b>Figura 4-11.</b> Resultado da simulação dinâmica para a vazão de gás que passa pela válvula de <i>hot-bypass</i> , de gás que vai para o condensador, de fluido refrigerante que passa pelos tubos imersos na fase líquida, de líquido que sai do condensador e de gás que condensa no vaso de topo, respectivamente. ....	33
<b>Figura A-1.</b> Cilindro horizontal de comprimento L e diâmetro D, contendo líquido até uma altura h.....	37
<b>Figura A-2.</b> Representação em coordenadas cartesianas da área transversal de um cilindro horizontal de raio r contendo líquido a uma altura h. ....	37

---

<b>Figura A-3.</b> Triângulo retângulo utilizado para substituição trigonométrica.....	38
<b>Figura B-1.</b> Diagrama de Moody. ....	40
<b>Figura B-2.</b> Variação do fator de fricção proposto pelo método da intersecção no Diagrama de Moody e pela equação de Colebrook-White. ....	41

## Lista de Tabelas

<b>Tabela 2-1.</b> Comparação entre os valores reais e simulados e exposição dos valores das variáveis encontrados pelo modelo. (Fonte: Frydryszewski, 2011).....	10
<b>Tabela 3-1.</b> Contabilidade de variáveis e equações .....	24
<b>Tabela 4-1.</b> Valores médios encontrados em quatro dias de operação da coluna desbutanizadora. ....	28
<b>Tabela 4-2.</b> Resumo dos valores encontrados pelo modelo no estado estacionário. ....	34



## Lista de Símbolos

$A$  = área transversal do volume de líquido [ $m^2$ ];

$A_{1,liq}$  = área de troca térmica em contato com o líquido (submersa) [ $m^2$ ];

$A_{1,v}$  = área de troca térmica em contato com o vapor [ $m^2$ ];

$A_{COND}$  = área transversal do condensador [ $m^2$ ];

$A_{TUB}$  = área transversal da tubulação [ $m^2$ ];

$A_{tubo}$  = área superficial de cada tubo [ $m^2$ ];

$C_p$  = calor específico do fluido circulante nos tubos [J/kg.K];

$C_{pc}$  = calor específico do condensado [J/kg.K];

$C_v$  = coeficiente de descarga da válvula [ $kg/(s.Pa^{1/2})$ ];

$D$  = diâmetro da seção de escoamento [m];

$d$  = diâmetro da tubulação entre o condensador e o vaso de topo [m];

$d_0$  = diâmetro interno da tubulação no trecho 0 [m];

$d_1$  = diâmetro interno da tubulação no trecho 1 [m];

$d_2$  = diâmetro interno da tubulação no trecho 2 [m];

$d_3$  = diâmetro interno da tubulação no trecho 3 [m];

$d_4$  = diâmetro interno da tubulação no trecho 4 [m];

$D_c$  = diâmetro do condensador [m];

$D_t$  = diâmetro do vaso de topo [m];

$d_{tubo}$  = diâmetro dos tubos [m];

$e$  = rugosidade do tubo [m];

$\zeta$  = razão de amortecimento do sistema [adimensional];

$\varepsilon$  = rugosidade da tubulação [m];

$f$  = fator de atrito adimensional para o escoamento gasoso [ $f=0.005$ ];

$F_{ATRITO}$  = força de atrito do líquido com paredes da tubulação e do condensador [N];

$f_D$  = fator de fricção de Darcy-Weisbach (adimensional);

$f_l$  = fator de atrito para o escoamento líquido [adimensional];

$F_p$  = fator de perda de carga para alteração de diâmetro na entrada e saída da válvula (adimensional);

$f_t$  = fator de correção para trocador de calor com correntes cruzadas;

$g$  = aceleração da gravidade [ $m/s^2$ ];

$h$  = nível de líquido [m];

$h_1$  = nível de líquido no condensador [m]

$h_2$  = nível de líquido no vaso de topo [m];

$h_{2,set}$  = *setpoint* para o nível de condensado no vaso de topo [m];

$K_g$  = razão entre o calor específico do gás e o calor específico do ar em condições normais (adimensional);

$K_{PI}$  = ganho do controlador proporcional-integral [(m.s)/kg];

$K_{PID}$  = ganho do controlador proporcional-integral-derivativo [(m.s)/kg];

$L_v$  = função para o obturador da válvula;

$L$  = comprimento do cilindro [m];

$L_0$  = comprimento do trecho 0 [m];

$L_1$  = comprimento do trecho 1 [m];

$L_2$  = comprimento do trecho 2 [m];

$L_3$  = comprimento do trecho 3 [m];

$L_4$  = comprimento do trecho 4 [m];

$\lambda$  = calor latente de condensação do vapor [J/kg];

$L_c$  = comprimento do condensador [m];

$LMTD_{1,liq}$  = média logarítmica da diferença de temperatura entre lado quente e lado frio da fase líquida [K];

$LMTD_{1,v}$  = média logarítmica da diferença da temperatura entre lado quente e lado frio da fase vapor [K];

$L_t$  = comprimento do vaso de topo [m];

$L_{TUB}$  = comprimento da tubulação entre o condensador e o vaso de topo [m];

$\bar{M}$  = massa molar do componente [kg/kgmol].

$\dot{m}$  = vazão mássica de vapor que entra no vaso de topo [kg/s];

$\dot{m}_0$  = vazão mássica de vapor que sai do último prato da coluna [kg/s].

$\dot{m}_1$  = vazão mássica de vapor que entra no condensador [kg/s];

$\dot{m}_{1,cond}$  = vazão mássica de vapor que condensa [kg/s];

$\dot{m}_2$  = vazão mássica de condensado que sai do condensador [kg/s];

$\dot{m}_5$  = vazão mássica de condensado que sai do vaso de topo [kg/s];

$\dot{m}_{5,bias}$  = valor base de vazão mássica de saída de condensado do vaso de topo [kg/s];

$\dot{m}_{cond}$  = vazão mássica de vapor que condensa no vaso de topo [kg/s];

$\mu$  = viscosidade do condensado [kg/m.s];

$\mu_L$  = viscosidade do líquido [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ];

$\mu_l$  = viscosidade do fluido [kg/m/s];

$\dot{m}_{in}$  = vazão mássica de vapor que entra no último prato [kg/s];

$M_{TOTAL}$  = massa total de líquido em movimento [kg];

$\dot{m}_{w,liq}$  = vazão mássica de fluido frio passando nos tubos em contato com a fase líquida [ $\text{m}^3/\text{s}$ ];

$\dot{m}_{w,v}$  = vazão mássica de fluido frio passando nos tubos em contato com a fase vapor [ $\text{m}^3/\text{s}$ ];

$N$  = número total de tubos dentro do condensador;

$\dot{n}$  = vazão molar de vapor que entra no vaso de topo [kgmol/s];

$\dot{n}_0$  = vazão molar de vapor que sai do último prato [kgmol/s];

$\dot{n}_1$  = vazão molar de vapor que entra no condensador [kgmol/s];

$N_6 = 27,3$  (para as unidades do SI);

$\dot{n}_{1,cond}$  = vazão molar de vapor que condensa [kgmol/s];

$n_{1,v}$  = número de mols de vapor no condensador [kgmol];

$n_{2,v}$  = número de mols na fase vapor no vaso de topo [kgmols];

$n_{col}$  = número de mols de vapor no último prato [kgmol];

$\dot{n}_{cond}$  = vazão molar de vapor que condensa no vaso de topo [kgmol/s];

$\dot{n}_{in}$  = vazão molar de vapor que entra no último prato [kgmol/s];

$N_{Re}$  = número de Reynolds [adimensional];

$P$  = pressão em determinado ponto da tubulação [Pa];

$P_0$  = pressão gasosa no último prato da coluna [Pa];

$P_{0,set}$  = *setpoint* para a pressão no topo da coluna de destilação [m];

$P_B$  = pressão à montante da válvula [Pa];

$P_C$  = pressão à jusante da válvula [Pa];

$P_{COL}$  = pressão na coluna de destilação [Pa];

$P_{DRUM}$  = pressão no vaso de topo [Pa];

$P_s$  = pressão base [Pa];

$\dot{Q}_{1,liq}$  = taxa de calor retirado do líquido [J/s];

$\dot{Q}_{1,v}$  = taxa de calor retirado do vapor [J/s];

$\dot{Q}_2$  = taxa de calor trocado entre as fases no vaso de topo [J/s];

$Q_g$  = vazão volumétrica [ $m^3/s$ ];

$R$  = constante dos gases ideais [ $Pa \cdot m^3 / kgmol \cdot K$ ];

$r$  = raio da tubulação entre o condensador e o vaso de topo [m];

$\rho$  = massa específica do líquido [ $kg/m^3$ ];

$\rho_l$  = massa específica do fluido [ $kg/m^3$ ];

$t$  = tempo em segundos [s];

$\tau$  = constante que representa a dinâmica do sistema [s];

$\tau_0$  = coeficiente de atrito [ $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$ ];

$T_c$  = temperatura do condensado sub-resfriado [K];

$T_D$  = tempo derivativo [s];

$T_I$  = tempo integral [s];

$T_s$  = temperatura base [K];

$T_{sat}$  = temperatura de saturação do gás na pressão  $P_0$  [K];

$T_w$  = temperatura do fluido frio circulante nos tubos do condensador [K];

$T_{w,liq}$  = temperatura de saída do fluido frio que passa nos tubos em contato com a fase líquida [K];

$T_{w,v}$  = temperatura de saída do fluido frio que passa nos tubos em contato com a fase vapor [K];

$u$  = número de tubos por volume “vazio” do condensador [ $1/m^3$ ];

$U_{1,liq}$  = coeficiente global de troca térmica para a fase líquida [ $J/m^2.K$ ];

$U_{1,v}$  = coeficiente global de troca térmica para a fase vapor [ $J/m^2.K$ ];

$v$  = velocidade do fluido [m/s];

$V$  = volume de líquido [ $m^3$ ];

$V_0$  = volume do prato [ $m^3$ ];

$V_1$  = volume da fase vapor [ $m^3$ ];

$V_2$  = volume da fase vapor [ $m^3$ ];

$V_{1,liq}$  = volume de condensado no casco do condensador [ $m^3$ ];

$V_{2,liq}$  = volume de condensado no vaso de topo [ $m^3$ ];

$V_{casco}$  = volume total do casco do condensador não ocupado por tubos [ $m^3$ ];

$V_{COND}$  = volume de líquido no condensador [ $m^3$ ];

$v_w$  = velocidade do fluido frio circulando nos tubos [m/s];

$x$  = nível de líquido no condensador [m];

$x_1$  = abertura da válvula [adimensional];

$x_{1,bias}$  = valor base de abertura da válvula de *hot-bypass* [kg/s];

$x_p$  = taxa de queda de pressão (adimensional);

$X_t$  = parâmetro adimensional da válvula fornecido pelo fabricante;

$Z$  = altura do condensador [m];

$z_1$  = cota do fundo do condensador [m];

$z_2$  = cota do fundo do vaso de topo [m];

$w_n$  = frequência natural não amortecida [1/s];

$Y$  = fator de expansão gasosa (adimensional);

$\gamma_1$  = densidade do fluido [ $kg/m^3$ ];

**Lista de Abreviaturas e Siglas**

°C - unidade de temperatura em grau Celsius;

h - unidade de tempo em horas;

J - unidade de energia em Joules;

K - unidade de temperatura em Kelvin;

kg - unidade de massa em quilogramas;

m<sup>3</sup> - unidade de volume em metros cúbicos;

m - unidade de comprimento em metros;

N - unidade de força em Newton;

Pa - unidade de pressão em Pascal;

s - unidade de tempo em segundos;

W - unidade de potência em watts;

## 1 Introdução

As operações unitárias de separação de misturas são elementos essenciais em inúmeros processos industriais, desde farmacêuticos até petroquímicos, a fim de purificar as correntes de processo e recuperar solutos e/ou solventes. Dentre os vários tipos de equipamentos de separação, as colunas de destilação ocupam um lugar de destaque na indústria, sendo empregadas, sobretudo, na separação de líquidos miscíveis. Seu funcionamento consiste no aquecimento da mistura a fim de elevar a pressão de vapor dos componentes. Uma vez que a pressão de vapor de uma substância se iguala à pressão a que está submetida, ocorre a vaporização, e o vapor formado sobe pela coluna. Conforme ascende, a temperatura do vapor cai, e este fica cada vez mais rico do componente mais volátil. Dessa forma, enquanto as substâncias leves acumulam-se no topo da coluna, as pesadas ficam no fundo.

Devido à necessidade de constante aquecimento e resfriamento das correntes, as colunas de destilação têm um alto consumo energético e, portanto, são responsáveis por grande parte do custo operacional de uma unidade. Dessa forma, uma melhoria na operação desses equipamentos pode trazer um ganho financeiro significativo para a empresa e, por isso, o grande desafio dos engenheiros tem sido projetar sistemas de controle para colunas que garantam qualidade dos produtos com o mínimo consumo de energia. Entretanto, para atingir esse objetivo precisa-se, além de um dimensionamento adequado, um controle eficiente das variáveis críticas do sistema, dentre as quais se pode destacar a pressão da coluna.

O valor de pressão em que a coluna opera é importante, pois uma menor pressão resulta em uma menor temperatura de separação e, portanto, se gasta menos energia no refeedor. Além disso, uma redução da pressão tende a aumentar a volatilidade relativa dos componentes, facilitando a separação. Por outro lado, uma menor temperatura no topo da coluna dificulta o trabalho do condensador, pois irá limitar a temperatura operacional do fluido de refrigeração, uma vez que é necessária uma diferença de temperatura de no mínimo 10 °C entre a temperatura de condensação e a de saída do fluido de refrigeração. Desta forma, o fluido de resfriamento é o que normalmente define a pressão de trabalho da coluna.

Independentemente do valor, é essencial que se evite variações bruscas na pressão, mantendo-se a mesma sob controle. Tal cuidado é importante para a estabilidade operacional na coluna, uma vez que, se a pressão cair rapidamente, os componentes leves do prato irão vaporizar instantaneamente, aumentando o volume de vapores que sobem pela coluna. Isso pode inundar a mesma ou aumentar o diferencial de pressão ao longo desta. Além disso, uma vez que a temperatura não muda rapidamente, a queda abrupta de pressão pode fazer com que mais componentes pesados sejam vaporizados e apareçam nas correntes de topo, tirando esses produtos da sua especificação. Por outro lado, um aumento brusco da pressão pode tirar os produtos de fundo de sua especificação devido ao aparecimento de componentes leves nestas correntes.

A importância de se manter a pressão constante nas torres de destilação justifica a proposta das mais de 20 estratégias que foram criadas com o objetivo de controlar essa variável de forma eficaz. Não está no escopo deste trabalho uma descrição detalhada desses métodos, mas, de forma geral, é possível dividi-los em três grandes categorias: controle da taxa com que o vapor é condensado, controle da taxa de vapor que sai do

sistema e controle da geração de vapor. Entre os métodos mais comuns do segundo e terceiro grupo pode-se citar, respectivamente, a manipulação da vazão de vapor retirada do vaso de topo e a manipulação da vazão de fluido de aquecimento que passa no refeedor. O método abordado neste trabalho, chamado *hot-bypass*, pertence à primeira categoria de estratégias e é um dos mais comuns do grupo, juntamente com o método de manipulação da vazão do líquido de refrigeração que passa pelo condensador (KING, 2011).

Este trabalho tem como objetivo o estudo da estratégia de controle de pressão denominada *hot-bypass*, cujo funcionamento será discutido mais detalhadamente no capítulo 2, a fim de construir um modelo dinâmico com base em balanços de massa e energia. O modelo desenvolvido deve ser capaz de simular satisfatoriamente o comportamento da pressão em uma coluna de destilação com *hot-bypass*, podendo ser utilizado futuramente na auditoria, diagnóstico e no projeto de *hot-bypass*.

O trabalho está dividido em 5 capítulos, com a seguinte estrutura: no capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica sobre o funcionamento, características e possíveis configurações do sistema de *hot-bypass*, além de uma revisão sobre os modelos matemáticos propostos por outros autores. No capítulo 3 é feita a proposta do novo modelo, apresentando-se todo o equacionamento envolvido. No capítulo 4 é apresentado os detalhes de implementação do modelo e feita a validação do mesmo, através da simulação dinâmica e comparação com dados reais de planta. Por último, no capítulo 5, são expostas as conclusões deste trabalho e as possibilidades para estudos futuros.



## 2 Revisão Bibliográfica

O desenvolvimento deste trabalho envolveu um estudo aprofundado sobre as características de um sistema de *hot-bypass*, seu princípio de funcionamento e as alternativas existentes de construção. Isso foi essencial para a escolha dos aspectos a serem abordados neste estudo, pois permitiu conhecer os pontos críticos de modelagem desse sistema. Além disso, foi feita uma revisão sobre os modelos dinâmicos já propostos por outros autores, a fim de se ter um ponto de partida.

### 2.1 Descrição do sistema *hot-bypass*

Segundo Campos e Teixeira (2010), o sistema de *hot-bypass* tem sido projetado há mais de quarenta anos e é um dos métodos de controle de pressão mais usados numa coluna com condensação total dos gases. Recebe esse nome devido à existência de uma válvula à montante do vaso de topo por onde gás quente (“hot”) é desviado (“by-pass”).

Neste tipo de controle, o condensador é disposto ao nível do chão, abaixo do vaso de topo, e, desta forma, opera com parte dos tubos submersos no condensado acumulado no casco. Essa disposição de equipamentos, ilustrada na Figura 2-1, oferece muitas vantagens relativas à montagem, manutenção, inspeção e limpeza do condensador. Além disso, uma vez que o vaso de topo muitas vezes opera com gases e líquidos inflamáveis e/ou valores de temperatura e pressão elevados, a disposição do mesmo acima de 5 metros do chão atende o requisito de segurança, evitando explosões em caso de vazamento, além de permitir que o NPSH requerido da bomba seja satisfeito. Caso este seja maior que os 5m de segurança, a altura do vaso de topo pode ser aumentada a fim de satisfazê-lo (Campos e Teixeira, 2010).



**Figura 2-1.** Disposição dos equipamentos num sistema *hot-bypass*.  
(Fonte: adaptado de Frydryszewski, 2011)

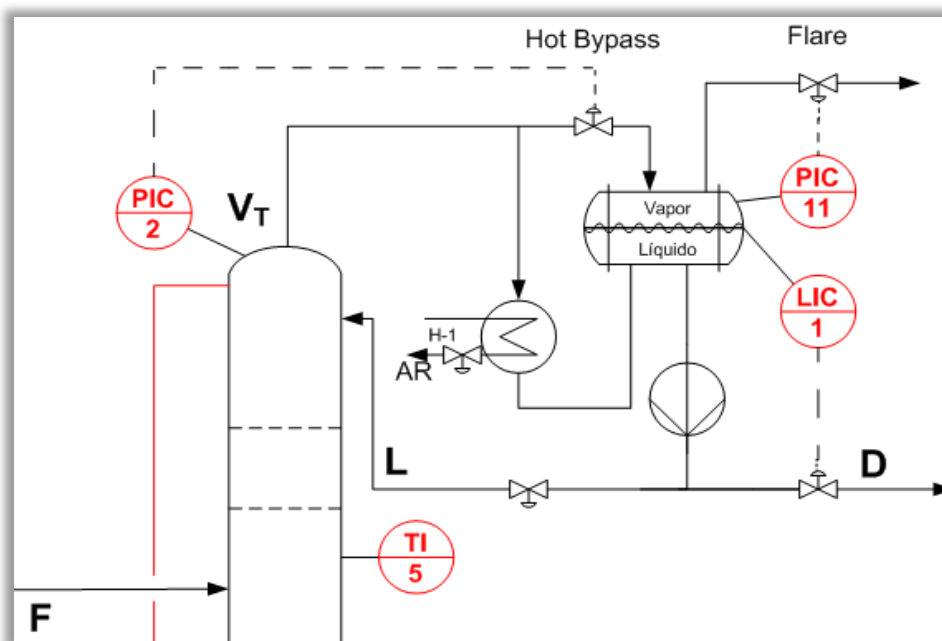
O funcionamento do *hot-bypass* está baseado, sobretudo, na variação da área de troca térmica disponível no condensador. Isso é feito alterando-se a abertura da válvula

de *hot-bypass*, que, conseqüentemente, aumenta ou diminui a fração de gás vindo da coluna que não passa pelo condensador e vai direto para o vaso de topo, aumentando a pressão no mesmo. Pelo princípio dos vasos comunicantes, a variação da pressão no vaso de topo altera o nível de líquido no condensador e influencia a área de troca térmica e quantidade de gás condensado. Essa dinâmica acaba por afetar a pressão na coluna de destilação.

Em outras palavras: quando a pressão na coluna aumenta, a válvula de *hot-bypass* restringe a passagem de gás, o que diminui a pressão no vaso de topo e o nível de líquido no condensador. Com isso, mais tubos ficam expostos e, portanto, mais gás é condensado, diminuindo o inventário gasoso e, conseqüentemente, a pressão na torre de destilação. Quando a pressão na coluna diminui, a válvula abre, a pressão no vaso de topo aumenta, menos feixes do condensador ficam expostos e, portanto, a pressão na coluna aumenta (Campos e Teixeira, 2010). Dessa forma, é possível perceber que o controle de pressão da coluna, por este método, apresenta uma ação reversa (ganho positivo).

A seguir são descritos duas construções típicas para um sistema de controle de pressão com *hot-bypass*: na primeira, a entrada do líquido vindo do condensador se dá pela parte inferior do vaso de topo; na segunda, a entrada se dá pela parte superior. Embora sejam muito semelhantes, as duas construções apresentam características únicas que devem ser levadas em conta na modelagem do sistema.

### 2.1.1 Sistema com entrada de condensado pelo fundo

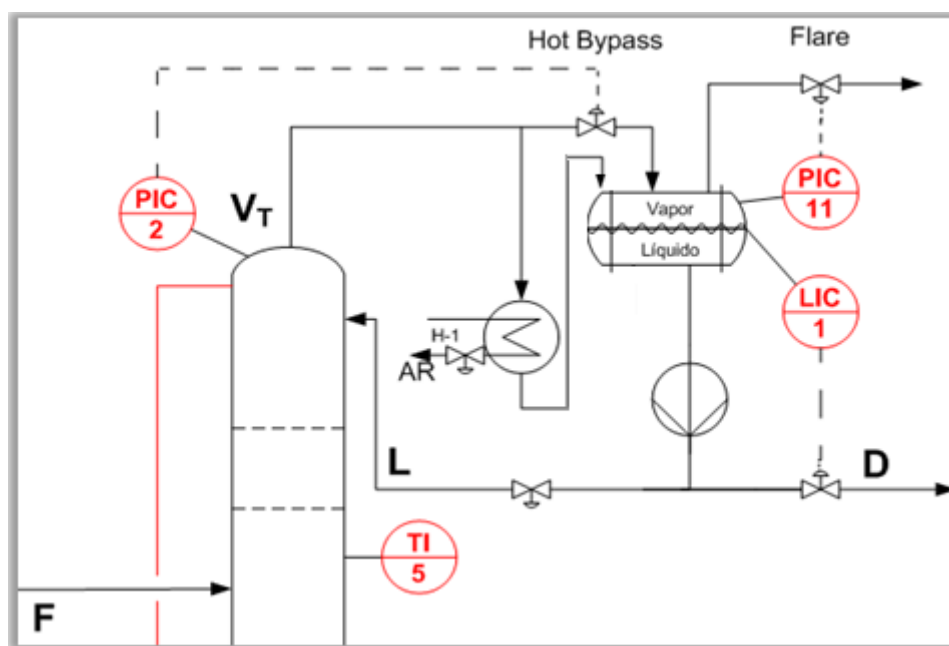


**Figura 2-2.** *Hot-bypass* com entrada de condensado pela parte inferior do vaso de topo. (Fonte: Frydryszewski, 2011)

Na configuração ilustrada na Figura 2-2, o líquido sub-resfriado que sai do condensador entra diretamente pelo fundo do vaso de topo, formando um sistema de vasos comunicantes onde a altura do líquido do ramo direito varia com as flutuações de nível de condensado no vaso de topo. Isso faz com que a área de troca térmica do condensador também seja alterada, o que, por sua vez, altera novamente o nível de líquido no vaso de topo. Dessa forma, surge um efeito oscilatório indesejado que dificulta

o ajuste das malhas de controle de pressão e nível, uma vez que há interação entre o controle de nível do vaso acumulador e o nível do condensador. Devido a isso, esta disposição vem sendo abandonada, embora ainda exista em plantas mais antigas (Frydryszewski, 2011). Cabe salientar que o controle PIC-11 ilustrado nas Figuras 2-2 e 2-3 destina-se apenas à purga de não condensáveis que acabam se acumulando no vaso de topo. Industrialmente, a válvula de *flare* pode estar sempre um pouco aberta purgando constantemente os não-condensáveis, assim como pode ser aberta manualmente pelo operador visando a remoção dos não condensáveis. Dessa forma, essa malha não é utilizada para controlar a pressão do sistema, como poderia parecer à primeira vista.

### 2.1.2 Sistema com entrada de condensado pelo topo



**Figura 2-3.** *Hot-bypass* com entrada de condensado pela parte superior do vaso de topo. (Fonte: Frydryszewski, 2011)

Nesta segunda configuração, representada na Figura 2-3, a entrada de condensado é feita pela parte superior do vaso de topo. Essa alteração garante que a altura da coluna de líquido no ramo direito do sistema de vasos comunicantes seja constante, evitando, portanto, a interação entre o nível do vaso acumulador e o nível do condensador. Conseqüentemente, não há o surgimento do efeito oscilatório presente na configuração descrita anteriormente e o ajuste dos controladores de pressão da coluna e de nível do vaso é facilitado. Essas vantagens fazem com que esse tipo de configuração esteja sendo cada vez mais empregado.

Alguns detalhes devem ser observados nesta configuração: a forma como o condensado entra no vaso acumulador, por exemplo, deve ser feita de forma a se ter uma distribuição mais homogênea, para que o perfil de temperatura no vaso permaneça o mais constante possível, mesmo com as perturbações normais da coluna (Frydryszewski, 2011). Além disso, o efeito sifão deve ser considerado, a fim de garantir que a menor pressão de operação da coluna seja capaz de vencer a altura da coluna de líquido. Caso isso não ocorra, o controle não funcionará corretamente, uma vez que, para

determinadas pressões na coluna, o líquido sub-resfriado não conseguirá alcançar o topo do vaso acumulador.

## 2.2 Modelagem matemática para descrever o sistema

Uma heurística muito adotada para determinar a vazão de projeto de um sistema de *hot-bypass* consiste em adotar 20% do total de vapor proveniente da torre como vazão máxima que passa pela válvula. Porém, isso traz uma grande incerteza sobre o correto funcionamento do sistema, uma vez que, se a válvula for superdimensionada, o controle da torre fica “pulsante”, com variações bruscas na pressão da mesma. Por outro lado, se a válvula for muito pequena, mesmo estando toda aberta ela não consegue elevar a pressão da torre (CAMPOS & TEIXEIRA, 2010).

Essa seção tem como objetivo apresentar os modelos dinâmicos propostos por outros autores para o sistema de *hot-bypass* e a identificação de seus respectivos pontos de melhoria. O primeiro subitem está baseado em Campos e Teixeira (2010) e o segundo em Frydryszewski (2011).

### 2.2.1 Modelo dinâmico atualmente adotado pela Petrobras

No modelo atualmente utilizado pela Petrobras, a pressão da coluna ( $P_{col}$ ) e a pressão de vaso ( $P_{DRUM}$ ) são definidas através de balanços de massa, considerando o gás com inércia e viscosidade desprezíveis frente às do líquido na tubulação e no condensador. Com a variação da pressão, ocorre também a variação da vazão de líquido condensado devido à ação de uma série de forças. O equilíbrio dessas forças é dado pela equação (2.1), considerando-se o líquido na tubulação e no condensador como um corpo livre e levando-se em conta as seguintes parcelas:

1. As forças nos dois extremos da coluna de líquido devido às pressões da coluna e do vaso.
2. A força da gravidade (peso) distribuída uniformemente sobre a coluna de líquido.
3. A força de atrito do líquido com as paredes da tubulação e do condensador.
4. A massa efetiva do líquido em movimento.

$$P_{COL} \cdot A_{COND} - P_{DRUM} \cdot A_{TUB} - \rho \cdot A_{TUB} \cdot (Z - x) \cdot g - F_{ATRITO} = M_{TOTAL} \cdot \ddot{x} \quad (2.1)$$

Sendo:

$P_{COL}$  = pressão na coluna de destilação [Pa];

$A_{COND}$  = área transversal do condensador [m<sup>2</sup>];

$P_{DRUM}$  = pressão no vaso de topo [Pa];

$A_{TUB}$  = área transversal da tubulação [m<sup>2</sup>];

$\rho$  = massa específica do líquido [kg/m<sup>3</sup>];

$Z$  = diferença de altura entre o condensador e o vaso de topo [m];

$x$  = nível de líquido no condensador [m];

$g$  = aceleração da gravidade [ $m/s^2$ ];

$F_{ATRITO}$  = força de atrito do líquido com paredes da tubulação e do condensador [N];

$M_{TOTAL}$  = massa total de líquido em movimento [kg];

Considerando a simplificação:

$$P_{COL} \cdot A_{COND} - P_{DRUM} \cdot A_{TUB} \cong \Delta P \cdot A_{TUB}$$

E definindo:

$$\Delta P = P_{COL} - P_{DRUM}$$

A força de atrito é dada em função da área superficial da tubulação e das paredes do condensador, porém essa última é desconsiderada frente à primeira:

$$F_{ATRITO} = 2\pi \cdot r \cdot L_{TUB} \cdot \tau_0$$

$$\tau_0 = \frac{0,0535 \cdot \rho^{0,75} \mu_L^{0,25} \bar{x}^{1,75}}{d^{0,25}} \cdot \dot{x}$$

$$M_{TOTAL} = \rho \cdot (V_{COND} + A_{TUB} \cdot L_{TUB}) \cong \rho \cdot A_{TUB} \cdot L_{TUB}$$

Sendo:

$r$  = raio da tubulação entre o condensador e o vaso de topo [m];

$L_{TUB}$  = comprimento da tubulação entre o condensador e o vaso de topo [m];

$\tau_0$  = coeficiente de atrito [ $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$ ];

$\mu_L$  = viscosidade do líquido [ $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$ ];

$d$  = diâmetro da tubulação entre o condensador e o vaso de topo [m];

$V_{COND}$  = volume de líquido no condensador [ $m^3$ ];

Linearizando as equações acima em torno do ponto de equilíbrio, obtém-se:

$$\Delta \tau_0 = \frac{0,091 \cdot \rho_L^{0,75} \cdot \mu_L^{0,25} \cdot \bar{x}^{0,75}}{d^{0,25}} \cdot \dot{x} = f_\tau \cdot \dot{x}$$

$$\rho \cdot A_{TUB} \cdot L_{TUB} \cdot \ddot{x} + 2\pi \cdot r \cdot L_{TUB} \cdot f_\tau \cdot \dot{x} + \rho \cdot g \cdot A_{TUB} \cdot x = A_{TUB} \cdot \Delta P$$

Aplicando-se a transformada de Laplace:

$$\frac{X(s)}{\Delta P(s)} = \frac{\frac{1}{\rho} \cdot g}{\frac{L_{TUB} \cdot s^2}{g} + \left( \frac{2\pi \cdot r \cdot L_{TUB} \cdot f_\tau}{\rho \cdot g \cdot A_{TUB}} \right) \cdot s + 1}$$

Assim, é possível caracterizar a dinâmica do sistema de *hot-bypass* por uma função de transferência de segunda ordem relacionando a variação do nível no condensador para perturbações no diferencial de pressão entre a coluna e o vaso de topo.

$$\frac{X(s)}{\Delta P(s)} = \frac{K}{\left(\frac{1}{w_n^2}\right) \cdot s^2 + \left(\frac{2 \cdot \zeta}{w_n}\right) \cdot s + 1}$$

Sendo:

$w_n$  = frequência natural de oscilação [1/s];

$\zeta$  = fator de amortecimento do sistema [adimensional];

Igualando as duas equações anteriores,  $w_n$  e  $\zeta$  será:

$$w_n = \sqrt{\frac{g}{L_{TUB}}} \text{ e } \zeta = \sqrt{\frac{g}{L_{TUB}}} \cdot \left( \frac{2\pi \cdot r \cdot L_{TUB} \cdot f_{\tau}}{p \cdot g \cdot A_{TUB}} \right) \quad (2.2)$$

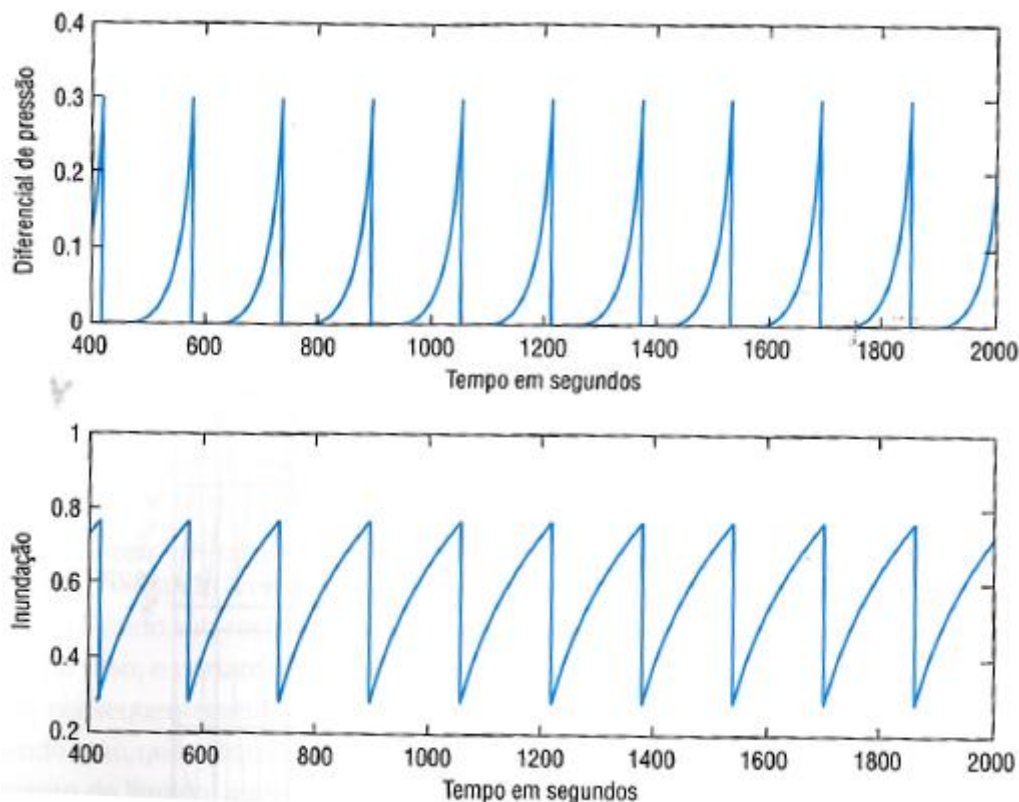
Logo, o coeficiente de amortecimento é:

$$\zeta = \sqrt{\frac{g}{L_{TUB}}} \cdot \left( \frac{2\pi \cdot r \cdot L_{TUB}}{p \cdot g \cdot A_{TUB}} \cdot \frac{0,091 \cdot \rho_L^{0,75} \cdot \mu_L^{0,25} \cdot \bar{x}^{0,75}}{d^{0,25}} \right)$$

Analisando a equação anterior, percebe-se que o sistema de *hot-bypass* pode ser facilmente subamortecido ( $\zeta < 1$ ). Para se evitar oscilações, pode-se mudar, na etapa de projeto, dois parâmetros da equação anterior que afetam diretamente a perda de carga: o comprimento da tubulação entre o condensador e o vaso de topo ( $L_{TUB}$ ) e a velocidade média do líquido que escoar entre os dois equipamentos ( $\bar{x}$ ).

Em outras palavras: se a perda de carga na tubulação e no casco do condensador aumenta, o coeficiente de amortecimento aumenta, levando o sistema a ter uma dinâmica menos oscilatória. Assim, essa perda de carga tem um papel importante no comportamento e dimensionamento do sistema *hot-bypass*.

A condição de operação mais crítica para o controle de *hot-bypass* é a de baixa vazão ou carga da unidade, pois nessa condição a perda de carga na tubulação e no condensador diminui devido à menor vazão. Isso faz com que o sistema de *hot-bypass* seja mais subamortecido e oscilatório.



**Figura 2-4.** Simulação da inundação do condensador e do diferencial de pressão na válvula de *hot-bypass*. (Fonte: Campos e Teixeira, 2010)

A simulação dinâmica do modelo é apresentada na Figura 2-4, onde se mostra que, enquanto o diferencial de pressão não atinge  $0,28 \text{ kg/cm}^2$ , não ocorre escoamento, e o nível do condensador sobe, inundando o mesmo. Quando este diferencial de pressão é atingido, ocorre um escoamento rápido de líquido para o vaso, que gera uma vazão pelo *hot-bypass* (devido à condensação) e um diferencial de pressão maior, que por sua vez provoca um escoamento ainda maior, fazendo que todo o líquido no condensador vá para o vaso, reduzindo a inundação do mesmo e expondo mais área de troca térmica. Com isso, tem-se um comportamento cíclico com frequência equivalente ao tempo de residência no condensador.

O modelo apresentado traz contribuições importantes para o entendimento do *hot-bypass*, tais como a importância da perda de carga na operação do sistema e a necessidade de avaliação da condição de mínima vazão de operação. Além disso, ele consegue representar o comportamento cíclico do sistema possível de ocorrer quando a coluna opera a baixas vazões. Entretanto, esse modelo não descreve completamente o sistema, pois ele concentra-se na dinâmica do líquido que escoar na tubulação entre o condensador e o vaso de topo. A troca térmica que ocorre nesses equipamentos, a variação da área de troca do condensador em função do nível, o escoamento gasoso, o comportamento da coluna de destilação, entre outros detalhes não estão incorporados nesse modelo.

### 2.2.2 Modelo dinâmico proposto por Frydryszewski

Buscando um melhor entendimento do sistema, Frydryszewski (2011) propôs um modelo mais completo, considerando os escoamentos gasosos e baseando-se em

balanços de massa em energia nos três equipamentos principais do *hot-bypass*: torre de destilação (último prato), condensador e vaso de topo. Para o equacionamento, as considerações gerais foram: massa específica do líquido constante, geometria do condensador e do vaso de topo de um cilindro vertical, gases com comportamento ideal, o vapor sai da coluna na temperatura de saturação e o escoamento é isotérmico.

Muitas das equações utilizadas por Frydryszewski foram incorporadas ao modelo proposto neste trabalho e, portanto, serão apresentadas mais detalhadamente no capítulo 3. O objetivo nesta seção é fornecer uma visão geral do equacionamento utilizado pelo autor, bem como apresentar os resultados obtidos com tal modelo e os pontos de melhoria do mesmo.

Através de balanços de massa para a fase vapor da coluna, condensador e vaso de topo, Frydryszewski foi capaz de descrever o comportamento da pressão nesses equipamentos. Balanços de massa da fase líquida do condensador e do vaso de topo forneceram o nível de líquido nesses equipamentos, porém é necessário ressaltar que a geometria adotada para eles foi distante da real. Os balanços de energia forneceram a vazão de vapor que condensa no condensador, em função da área de troca térmica e carga térmica do mesmo, e no vaso de topo, em função da temperatura de sub-resfriamento do condensado. Para descrever o escoamento líquido, foram utilizadas as equações de Bernoulli e Colebrook-White, enquanto que o gasoso foi descrito por quatro equações algébricas, uma para cada trecho. Por fim, foi feito o equacionamento da válvula e inserido um controlador proporcional de nível no vaso de topo.

**Tabela 2-1.** Comparação entre os valores reais e simulados e demais valores encontrados pelo modelo. (Fonte: Frydryszewski, 2011)

Variáveis	Dados da planta em operação	Resultado do modelo proposto
$P_0$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	11,00	11,74
$P_1$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	-	10,16
$P_2$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	10,12	9,64
$P_A$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	-	10,52
$P_B$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	-	10,26
$P_C$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	-	10,25
$\dot{m}_0$ (lb/h)	-	175200,75
$\dot{m}$ (lb/h)	-	11145,5
$\dot{m}_1$ (lb/h)	-	164055,25
$\dot{m}_2$ (lb/h)	-	164055,25
$\dot{m}_{1,cond}$ (lb/h)	-	164055,25
$\dot{m}_{3v}$ (lb/h)	-	11145,5
$\dot{m}_3$ (lb/h)	-	11145,5
$f_1$ (adimensional)	-	0,01913
$h_1$ (ft)	-	49,03
$h_2$ (ft)	1,31	15,55

Observação: a notação empregada nessa tabela está ilustrada na Figura 3-1.



Embora tenha construído o modelo dinâmico, Frydryszewski simulou apenas a condição estacionária do sistema. Os resultados obtidos para as variáveis foram comparados com dados reais provenientes de um sistema de *hot-bypass* presente em uma coluna desbutanizadora. Como a maioria das variáveis calculadas não apresentava medição correspondente na planta, a avaliação do desempenho do modelo ficou dificultada. O comparativo é apresentado na Tabela 2-1 e permite concluir que, embora tenha fornecido valores satisfatórios para pressão da coluna e do vaso de topo, o modelo não foi capaz de prever corretamente o nível do vaso de topo.

Assim, percebe-se que alguns pontos do modelo devem ser aperfeiçoados, tais como a geometria dos equipamentos e a troca térmica no condensador e no vaso de topo. Essa última é muito importante, uma vez que determinam a massa de vapor que condensa. Além disso, não só o comportamento estacionário como a resposta dinâmica desse sistema também é de interesse, objetivando determinar como as pressões da coluna e do vaso de topo variam com o tempo. Esses aspectos serão discutidos ao longo do presente trabalho.

### 3 Modelagem dinâmica para sistema *hot-bypass*

A fim de prever o comportamento das variáveis de estado envolvidas no controle de pressão da coluna, é necessário estabelecer relações entre as mesmas através de equações matemáticas. Para isso, foi proposto um modelo baseado, sobretudo, em balanços de massa e energia para os principais pontos do sistema, a saber: topo da coluna de destilação (último prato), condensador, válvula de *hot-bypass* e vaso de topo. No equacionamento, desconsiderou-se a dinâmica dos escoamentos frente à dinâmica do inventário. Além disso, a modelagem foi feita sob a hipótese de parâmetros agregados e todos os gases envolvidos no sistema foram tratados como gases reais através da inclusão do fator de compressibilidade na equação dos gases ideais.

Para a formulação das equações, adotou-se o esquema de variáveis que está representado na Figura 3-1, onde estão ilustradas, também, as correntes envolvidas no processo. Em relação às variáveis de estado ( $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $h_1$  e  $h_2$ ), os subíndices 0, 1 e 2 referem-se respectivamente ao topo da coluna, ao condensador e ao vaso de topo. Nesta seção é feita a modelagem do sistema de *hot-bypass* com entrada de condensado pelo topo descrito anteriormente. Essa seção foi baseada em Frydryszewski (2011).

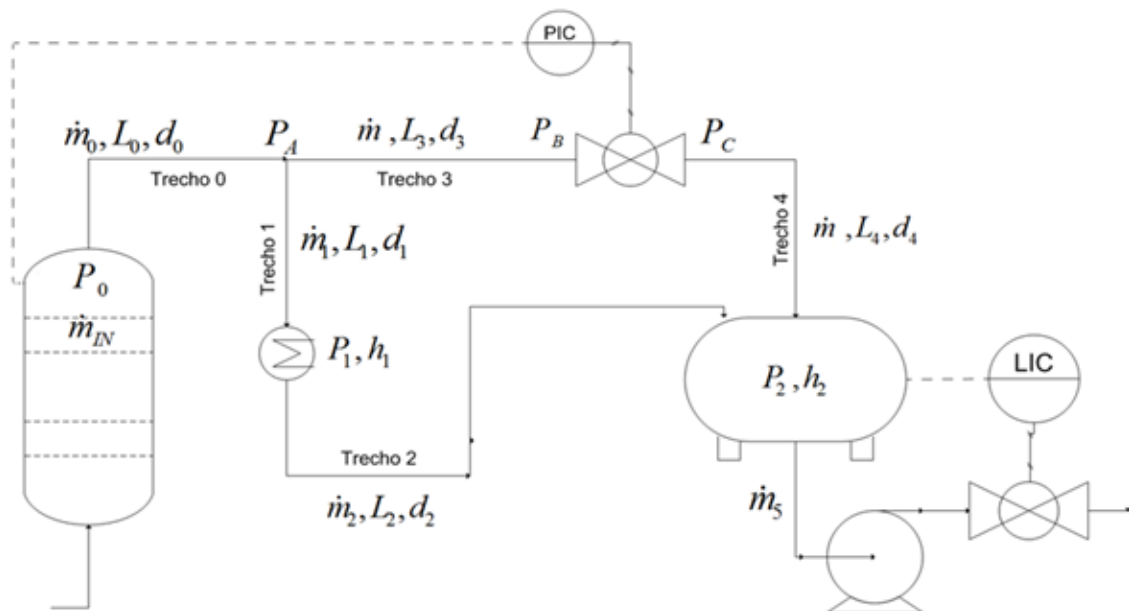


Figura 3-1. Esquema de símbolos utilizados na modelagem.

#### 3.1 Relação entre vazões

Considerando que fluido incompressível, pode-se afirmar que a taxa mássica de vapor que entra na válvula de controle é igual à que sai da mesma. Dessa forma, desde a bifurcação até o vaso de topo o vapor escoava com a mesma vazão mássica, embora os comprimentos e diâmetros das linhas não sejam necessariamente iguais entre si.

Graças à lei de conservação de massa, as vazões  $\dot{m}_0$ ,  $\dot{m}_1$  e  $\dot{m}$  estão relacionadas pela equação:

$$\dot{m}_0 = \dot{m}_1 + \dot{m} \quad (3.1)$$

Sendo:

$\dot{m}_0$  = vazão mássica de vapor que sai do último prato da coluna [kg/s].

$\dot{m}_1$  = vazão mássica de vapor que entra no condensador [kg/s];

$\dot{m}$  = vazão mássica de vapor que entra no vaso de topo [kg/s];

### 3.2 Topo da coluna de destilação

Inicialmente, deve-se fazer um balanço molar para o vapor no topo da coluna, utilizando o último prato como volume de controle:

$$\frac{dn_{col}}{dt} = \dot{n}_{in} - \dot{n}_0 = \frac{\dot{m}_{in}}{\bar{M}} - \frac{\dot{m}_0}{\bar{M}} \quad (3.2)$$

Sendo:

$n_{col}$  = número de mols de vapor no último prato [kgmol];

$t$  = tempo em segundos [s];

$\dot{n}_{in}$  = vazão molar de vapor que entra no último prato [kgmol/s];

$\dot{n}_0$  = vazão molar de vapor que sai do último prato [kgmol/s].

$\dot{m}_{in}$  = vazão mássica de vapor que entra no último prato [kg/s];

$\bar{M}$  = massa molar do componente [kg/kgmol].

Considerando que nem a pressão é alta, nem a temperatura é baixa o suficiente para considerar o desvio do comportamento gasoso em relação à idealidade, pode-se usar a equação dos gases ideais:

$$P_0 V_0 = n_{col} R T_{sat} \quad \therefore n_{col} = \frac{P_0 V_0}{R T_{sat}} \quad (3.3)$$

Sendo:

$P_0$  = pressão gasosa no último prato da coluna [Pa];

$V_0$  = volume do prato [m<sup>3</sup>];

$R$  = constante dos gases ideais [Pa.m<sup>3</sup>/kgmol.K];

$T_{sat}$  = temperatura de saturação do gás na pressão  $P_0$  [K].

Derivando o número de mols em relação ao tempo, chega-se à expressão:

$$\frac{dn_{col}}{dt} = \frac{V_0}{R T_{sat}} \frac{d}{dt} (P_0) + \frac{P_0}{R T_{sat}} \frac{dV_0}{dt} = \frac{V_0}{R T_{sat}} \frac{d}{dt} (P_0) \quad (3.4)$$

O volume de líquido no último prato é desprezível frente ao volume de vapor e, portanto, o volume do prato pode ser considerado constante. Com isso, foi possível omitir da equação o termo dessa derivada em relação ao tempo.

Para assumir que a temperatura do topo da coluna é igual à temperatura de saturação, considerou-se que o vapor não sofre superaquecimento. Além disso, supondo

o escoamento isotérmico, assume-se que essa temperatura mantém-se ao longo do sistema.

Por fim, substituindo (3.4) em (3.2), chega-se à expressão:

$$\frac{d}{dt}(P_0) = \left( \frac{\dot{m}_{in} - \dot{m}_0}{M \cdot V_0} \right) \cdot R \cdot T_{sat} \quad (3.5)$$

### 3.3 Condensador

A geometria adotada para o condensador consiste em um cilindro horizontal, onde os tubos estão dispostos no seu interior com um espaçamento específico entre si. O volume de condensado acumulado no interior do casco do trocador afeta diretamente a área de troca térmica da fase gasosa, uma vez que, quanto maior o nível de condensado, menor o número de tubos expostos ao vapor que chega ao condensador.

Para descrever o comportamento térmico do condensador, é necessário estabelecer uma relação entre área de troca térmica e volume de condensado. Considerando-se que os tubos estão espaçados igualmente e que o número de tubos não varia com o nível, é possível determinar o número de tubos por unidade de volume total do casco não ocupado ( $u$ ). Este, por sua vez, é obtido subtraindo-se o volume dos tubos do volume total do condensador, ou seja:

$$u = \frac{N}{V_{casco}} \quad (3.6)$$

$$V_{casco} = \frac{\pi \cdot L_c}{4} (D_c^2 - N \cdot d_{tubo}^2) \quad (3.7)$$

Sendo:

$u$  = número de tubos por volume “vazio” do condensador [ $1/m^3$ ];

$N$  = número total de tubos dentro do condensador;

$V_{casco}$  = volume total do casco do condensador não ocupado por tubos [ $m^3$ ];

$d_{tubo}$  = diâmetro dos tubos [m];

$L_c$  = comprimento do condensador [m];

$D_c$  = diâmetro do condensador [m];

Para o equacionamento, convém também expressar a área de troca térmica de cada tubo:

$$A_{tubo} = \pi \cdot d_{tubo} \cdot L_c \quad (3.8)$$

Sendo “ $A_{tubo}$ ” a área de troca térmica de cada tubo, em  $m^2$ .

#### 3.3.1 Balanço de massa

Neste momento, deve-se separar o condensador em duas seções: a fase líquida, formada pelo condensado, e a fase vapor, formada pela corrente proveniente do topo da coluna.

Fase líquida (condensado)

Para o equacionamento da fase líquida, considerou-se a massa específica do condensado constante. Fazendo-se o balanço de massa, chega-se à equação:

$$\frac{dV_{1,liq}}{dt} = \frac{\dot{m}_{1,cond}}{\rho} - \frac{\dot{m}_2}{\rho} \quad (3.9)$$

Sendo:

$V_{1,liq}$  = volume de condensado no casco do condensador [ $m^3$ ];

$\dot{m}_{1,cond}$  = vazão mássica de vapor que condensa [kg/s];

$\dot{m}_2$  = vazão mássica de condensado que sai do condensador [kg/s];

Fase vapor

Inicia-se com o balanço de massa do vapor no condensador:

$$\frac{dn_{1,v}}{dt} = \dot{n}_1 - \dot{n}_{1,cond} = \frac{\dot{m}_1}{\bar{M}} - \frac{\dot{m}_{1,cond}}{\bar{M}} \quad (3.10)$$

Sendo:

$n_{1,v}$  = número de mols de vapor no condensador [kgmol];

$\dot{n}_1$  = vazão molar de vapor que entra no condensador [kgmol/s];

$\dot{n}_{1,cond}$  = vazão molar de vapor que condensa [kgmol/s];

Considerando que nem a pressão é alta, nem a temperatura é baixa o suficiente para considerar o desvio do comportamento gasoso em relação à idealidade, pode-se usar a equação dos gases ideais:

$$n_{1,v} = \frac{P_1 V_1}{R T_{sat}} \quad (3.11)$$

A temperatura de saturação referente à  $P_1$  pode ser considerada igual à temperatura de saturação no topo da coluna de destilação.

Derivando a o número de mols da fase gasosa em função do tempo, tem-se:

$$\frac{dn_{1,v}}{dt} = \frac{V_1}{R T_{sat}} \frac{d}{dt} (P_1) + \frac{P_1}{R T_{sat}} \frac{d}{dt} (V_1) \quad (3.12)$$

sendo “ $V_1$ ” o volume da fase vapor, em  $m^3$ .

O volume da fase vapor, porém, não é constante, sendo igual ao volume do casco menos o volume ocupado pelo condensado:

$$V_1 = V_{casco} - V_{1,liq} \quad (3.13)$$

Substituindo (3.13) em (3.12), (3.12) em (3.10) e reorganizando a equação chega-se à expressão:

$$\frac{d}{dt} (P_1) = \frac{1}{(V_{casco} - V_{1,liq})} \cdot \left[ \frac{P_1}{\rho} \cdot (\dot{m}_{1,cond} - \dot{m}_2) + \frac{R T_{sat}}{\bar{M}} \cdot (\dot{m}_1 - \dot{m}_{1,cond}) \right] \quad (3.14)$$

### 3.3.2 Balanço de energia

O balanço de energia também deve ser feito para cada fase, a fim de descrever mais detalhadamente as características térmicas do sistema.

#### Fase líquida (condensado)

Uma vez que a temperatura do fluido de refrigeração circulante nos tubos é inferior à do condensado, ocorre a transferência de calor deste para aquele. Isso causa o sub-resfriamento da fase líquida acumulada no condensador, expresso pelo conjunto de equações:

$$\dot{Q}_{1,liq} = U_{1,liq} A_{1,liq} LMTD_{1,liq} \quad (3.15)$$

$$\dot{Q}_{1,liq} = \dot{m}_{1,cond} C_{pc} (T_{sat} - T_c) \quad (3.16)$$

$$\dot{Q}_{1,liq} = \dot{m}_{w,liq} C_p (T_{w,liq} - T_w) \quad (3.17)$$

$$\dot{m}_{w,liq} = \rho \cdot V_{1,liq} \cdot u \cdot v_w \cdot \frac{\pi d_{tubo}^2}{4} \quad (3.18)$$

$$A_{1,liq} = V_{1,liq} \cdot u \cdot A_{tubo} \quad (3.19)$$

$$LMTD_{1,liq} = f_t * (T_{sat} - T_w)(T_c - T_{w,liq}) \left( \frac{T_{sat} - T_w}{2} + \frac{T_c - T_{w,liq}}{2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.20)$$

Sendo:

$\dot{Q}_{1,liq}$  = taxa de calor retirado do líquido [J/s];

$U_{1,liq}$  = coeficiente global de troca térmica para a fase líquida [J/m<sup>2</sup>.K];

$A_{1,liq}$  = área de troca térmica em contato com o líquido (submersa) [m<sup>2</sup>];

$LMTD_{1,liq}$  = média logarítmica da diferença de temperatura entre lado quente e lado frio da fase líquida [K];

$C_{pc}$  = calor específico do condensado [J/kg.K]

$C_p$  = calor específico do fluido circulante nos tubos [J/kg.K];

$T_c$  = temperatura do condensado sub-resfriado [K];

$T_w$  = temperatura de entrada do fluido frio circulante nos tubos do condensador [K];

$\dot{m}_{w,liq}$  = vazão mássica de fluido frio passando nos tubos em contato com a fase líquida [m<sup>3</sup>/s];

$T_{w,liq}$  = temperatura de saída do fluido frio que passa nos tubos em contato com a fase líquida [K];

$v_w$  = velocidade do fluido frio circulando nos tubos [m/s];

$f_t$  = fator de correção para trocador de calor com correntes cruzadas;

A equação (3.20) é uma aproximação da média logarítmica proposta por Chen (1987). Sua utilização facilita a resolução numérica do sistema de equações, uma vez que não há termo logarítmico nem valores de temperatura no denominador.

### Fase vapor

A troca térmica entre a fase vapor e o fluido refrigerante nos tubos é crucial para o funcionamento do sistema *hot-bypass*. A retirada de calor do vapor causa a condensação do mesmo, resultando no abaixamento da pressão da coluna. Quanto mais condensado, maior essa redução de pressão. Portanto, a área de troca térmica em contato com a fase vapor é outro elemento importante a ser modelado, uma vez que ela varia em função do volume de condensado. A troca térmica que ocorre nessa fase é descrita pelas seguintes equações:

$$\dot{Q}_{1,v} = U_{1,v} A_{1,v} LMTD_{1,v} \quad (3.21)$$

$$\dot{Q}_{1,v} = \dot{m}_{1,cond} \lambda \quad (3.22)$$

$$\dot{Q}_{1,v} = \dot{m}_{w,v} C_p (T_{w,v} - T_w) \quad (3.23)$$

$$\dot{m}_{w,v} = \rho \cdot (N - V_{1,liq} \cdot u) \cdot v_w \cdot \frac{\pi d_{tubo}^2}{4} \quad (3.24)$$

$$LMTD_{1,v} = f_t * (T_{sat} - T_w)(T_{sat} - T_{w,v}) \left( \frac{T_{sat} - T_w}{2} + \frac{T_{sat} - T_{w,v}}{2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.25)$$

Sendo:

$\dot{Q}_{1,v}$  = taxa de calor retirado do vapor [J/s];

$U_{1,v}$  = coeficiente global de troca térmica para a fase vapor [J/m<sup>2</sup>.K];

$A_{1,v}$  = área de troca térmica em contato com o vapor [m<sup>2</sup>];

$LMTD_{1,v}$  = média logarítmica da diferença da temperatura entre lado quente e lado frio da fase vapor [K];

$\lambda$  = calor latente de condensação do vapor [J/kg];

$\dot{m}_{w,v}$  = vazão mássica de fluido frio passando nos tubos em contato com a fase vapor [m<sup>3</sup>/s];

$T_{w,v}$  = temperatura de saída do fluido frio que passa nos tubos em contato com a fase vapor [K];

Conhecendo-se a área de troca térmica submersa no condensado, pode-se encontrar a área em contato com a fase vapor e, portanto, disponível para promover a condensação:

$$A_{1,v} = N \cdot A_{tubo} - A_{1,liq} \quad (3.26)$$

### 3.4 Vaso de Topo

A geometria assumida para o vaso de topo é a mesma que para o condensador, ou seja, um cilindro horizontal. Esse vaso, porém, não contém tubos no seu interior, tornando mais fácil a determinação da área de troca térmica.

#### 3.4.1 Balanço de massa

Para esse balanço, o sistema também foi separado em fase líquida e fase vapor.

##### Fase líquida (condensado)

Analisando as correntes de condensado que chegam e saem do vaso de topo, tem-se o seguinte balanço de massa:

$$\frac{dV_{2,liq}}{dt} = \frac{\dot{m}_2}{\rho} + \frac{\dot{m}_{cond}}{\rho} - \frac{\dot{m}_5}{\rho} \quad (3.27)$$

Sendo:

$V_{2,liq}$  = volume de condensado no vaso de topo [m<sup>3</sup>];

$\dot{m}_{cond}$  = vazão mássica de vapor que condensa no vaso de topo [kg/s];

$\dot{m}_5$  = vazão mássica de condensado que sai do vaso de topo [kg/s];

##### Fase vapor

Inicialmente é feito o balanço molar para a fase vapor:

$$\frac{dn_{2,v}}{dt} = \dot{n} - \dot{n}_{cond} = \frac{\dot{m}}{\bar{M}} - \frac{\dot{m}_{cond}}{\bar{M}} \quad (3.28)$$

As temperaturas e pressões usuais no vaso de topo permitem que seja utilizada a equação dos gases ideais:

$$n_{2,v} = \frac{P_2 V_2}{R T_{sat}} \quad (3.29)$$

O volume da fase vapor, porém, não é constante, sendo igual ao volume do vaso menos o volume ocupado pelo condensado:

$$V_2 = \frac{\pi \cdot D_t^2}{4} \cdot L_t - V_{2,liq} \quad (3.30)$$

Derivando-se o número de mols da fase gasosa em função do tempo e substituindo (3.30) em (3.29), tem-se:

$$\frac{d}{dt}(P_2) = \frac{1}{\left(\frac{\pi \cdot D_t^2}{4} \cdot L_t - V_{2,liq}\right)} \left[ \frac{P_2}{\rho} (\dot{m}_2 + \dot{m}_{cond} - \dot{m}_5) + \frac{R T_{sat}}{\bar{M}} (\dot{m} - \dot{m}_{cond}) \right] \quad (3.31)$$

Sendo:



$n_{2,v}$  = número de mols na fase vapor no vaso de topo [kgmols];

$\dot{n}$  = vazão molar de vapor que entra no vaso de topo [kgmol/s];

$\dot{n}_{cond}$  = vazão molar de vapor que condensa no vaso de topo [kgmol/s];

$V_2$  = volume da fase vapor [m<sup>3</sup>];

$D_t$  = diâmetro do vaso de topo [m];

$L_t$  = comprimento do vaso de topo [m];

### 3.4.2 Balanço de energia

A condensação de vapor que chega ao vaso de topo é proporcional à taxa de calor trocado entre as fases vapor e líquida, segundo a equação:

$$\dot{Q}_2 = \dot{m}_{cond} \lambda \quad (3.32)$$

Onde “ $\dot{Q}_2$ ” representa a taxa de calor trocado entre as fases no vaso de topo, em J/s.

O calor  $\dot{Q}_2$ , por sua vez, pode ser descrito pela equação:

$$\tau \cdot \frac{d\dot{Q}_2}{dt} = \dot{Q}_{1,liq} - \dot{Q}_2 \quad (3.33)$$

Onde a constante “ $\tau$ ” representa a dinâmica do sistema e está em segundos.

A equação (3.33) foi utilizada partindo-se do pressuposto de que, no estado estacionário, todo calor utilizado no subresfriamento do condensado no trocador de calor é utilizado na condensação de vapor no vaso de topo. Ou seja, no estado estacionário, os valores de  $\dot{Q}_2$  e  $\dot{Q}_{1,liq}$  são iguais.

## 3.5 Perda de carga nos escoamentos

### 3.5.1 Escoamentos gasosos

Para descrever a perda de carga em função da vazão e pressão nos escoamentos gasosos dos trechos 0,1, 3 e 4 foram usadas as seguintes equações (Branan, 2002):

Trecho 0:

$$P_0 - P_A = \frac{2 \cdot P_0}{P_0 + P_A} \left[ 1997,6 \left( \frac{f \cdot L_0}{d_0} + \frac{\ln \left( \frac{P_0}{P_A} \right)}{2} \right) \cdot \frac{1,22 \cdot 10^{-7} \cdot \bar{M} \cdot P_0}{T_{sat}} \left( \frac{4 \cdot (\dot{m}_0) \cdot R \cdot T_{sat}}{P_0 \cdot \bar{M} \cdot \pi \cdot d_0^2} \right)^2 \right]$$

Trecho 1:

$$P_A - P_1 = \frac{2 \cdot P_A}{P_A + P_1} \left[ 1997,6 \left( \frac{f \cdot L_1}{d_1} + \frac{\ln \left( \frac{P_A}{P_1} \right)}{2} \right) \cdot \frac{1,22 \cdot 10^{-7} \cdot \bar{M} \cdot P_A}{T_{sat}} \left( \frac{4 \cdot (\dot{m}_1) \cdot R \cdot T_{sat}}{P_A \cdot \bar{M} \cdot \pi \cdot d_1^2} \right)^2 \right]$$

Trecho 3:

(3.34)

$$P_A - P_B = \frac{2 \cdot P_A}{P_A + P_B} \left[ 1997,6 \left( \frac{f \cdot L_3}{d_3} + \frac{\ln \left( \frac{P_A}{P_B} \right)}{2} \right) \cdot \frac{1,22 \cdot 10^{-7} \cdot \bar{M} \cdot P_A}{T_{sat}} \left( \frac{4 \cdot (\dot{m}) \cdot R \cdot T_{sat}}{P_A \cdot \bar{M} \cdot \pi \cdot d_3^2} \right)^2 \right]$$

Trecho 4:

$$P_C - P_2 = \frac{2 \cdot P_C}{P_C + P_2} \left[ 1997,6 \left( \frac{f \cdot L_4}{d_4} + \frac{\ln \left( \frac{P_C}{P_2} \right)}{2} \right) \cdot \frac{1,22 \cdot 10^{-7} \cdot \bar{M} \cdot P_C}{T_{sat}} \left( \frac{4 \cdot (\dot{m}) \cdot R \cdot T_{sat}}{P_C \cdot \bar{M} \cdot \pi \cdot d_4^2} \right)^2 \right]$$

Sendo:

$P$ = pressão em determinado ponto da tubulação [Pa];

$f$ = fator de atrito adimensional [ $f=0.005$ ];

$L$ =comprimento da tubulação [m];

$d$ =diâmetro interno da tubulação [m];

### 3.5.2 Escoamento líquido

Para descrever o escoamento líquido, foram usadas as equações de Bernoulli e Colebrook-White (FOX & MCDONALD, 1998).

#### 3.5.2.1 Bernoulli

A equação de Bernoulli nada mais é que um balanço de energia, que relaciona pressão, velocidade, alturas manométricas e perda de carga por atrito. Despreza-se o termo cinético, uma vez que é assumido área do tubo e densidade do líquido constante.

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot (z_1 + h_1) = P_2 + \rho \cdot g \cdot (z_2 + h_2) + \frac{f_l L_2 \left( \frac{4 \cdot \dot{m}_2}{\pi \cdot \rho \cdot d_2^2} \right)^2}{2 \cdot d_2 \cdot g} \quad (3.35)$$

Sendo:

$z_1$ = cota do fundo do condensador [m];

$h_1$ = nível de líquido no condensador [m]

$z_2$ =cota do fundo do vaso de topo [m];

$h_2$ = nível de líquido no vaso de topo [m];

$f_l$ = fator de atrito para o escoamento do líquido;

$L_2$ = comprimento do trecho 2 [m];

$d_2$ = diâmetro interno da tubulação no trecho 2 [m];

A altura  $h_1$  de líquido no casco do condensador em função do volume ocupado pode ser obtida através da equação que descreve o volume de um cilindro horizontal, cuja obtenção é apresentada no Apêndice A. Sabendo-se que o volume ocupado pelo líquido é

resultado da soma do volume de condensado mais o volume dos tubos existentes na fração ocupada por ele, chega-se a:

$$V_{1,liq} + V_{1,liq} \cdot u \cdot \frac{\pi \cdot d_{tubo}^2}{4} \cdot L_c = L_c \cdot \left[ \frac{\pi D_c^2}{8} - \frac{D_c^2}{4} \arcsen\left(\frac{D_c - 2h_1}{D_c}\right) + \left(h_1 - \frac{D_c}{2}\right) \sqrt{\frac{D_c^2}{4} - \left(h_1 - \frac{D_c}{2}\right)^2} \right] \quad (3.36)$$

O nível de condensado  $h_2$  no vaso de topo pode ser obtido pela seguinte equação, em função do volume de condensado:

$$V_{2,liq} = L_t \cdot \left[ \frac{\pi D_t^2}{8} - \frac{D_t^2}{4} \arcsen\left(\frac{D_t - 2h_2}{D_t}\right) + \left(h_2 - \frac{D_t}{2}\right) \sqrt{\frac{D_t^2}{4} - \left(h_2 - \frac{D_t}{2}\right)^2} \right] \quad (3.37)$$

### 3.5.2.2 Colebrook-White

O fator de atrito " $f_l$ " (adimensional) é obtido através da equação de Colebrook-White. Ela aplica-se tanto para escoamentos laminares como turbulentos e, portanto, convém adotá-la para o cálculo da perda de carga no escoamento líquido. Por ser uma equação implícita, sua solução faz uso da função de LambertW.

$$\frac{1}{\sqrt{f_l}} = -2 \cdot \log \left( \frac{e}{3,7 \cdot d_2} + \frac{2,51}{\left(\frac{4 \cdot \dot{m}_2 \cdot d_2}{\mu \cdot \pi \cdot d_2}\right) \cdot \sqrt{f_l}} \right) \quad (3.38)$$

Onde " $\mu$ " representa a viscosidade do condensado em kg/m.s e " $e$ " representa a rugosidade do tubo em metros.

Para um melhor entendimento sobre o fator de fricção em escoamentos, vide Apêndice B.

## 3.6 Outras equações importantes

### 3.6.1 Válvula de Hot-bypass

A perda de carga na válvula pode ser considerada no modelo através da inserção de uma equação de válvula de controle para escoamento gasoso (LIPTÁK, 1970):

$$\dot{m} = L_v \cdot N_6 \cdot F_p \cdot C_v \cdot Y \cdot \sqrt{x_p \cdot P_B \cdot \gamma_1} \quad (3.39)$$

Sendo:

$L_v$  = função para o obturador da válvula;

$N_6$  = 27,3 (para as unidades do SI);

$F_p$  = fator de perda de carga para alteração de diâmetro na entrada e saída da válvula (adimensional);

$C_v$  = coeficiente de descarga da válvula [kg/(s.Pa<sup>1/2</sup>)];

$Y$  = fator de expansão gasosa (adimensional);

$x_p$  = taxa de queda de pressão (adimensional);

$P_B$  = pressão à montante da válvula [Pa];

$\gamma_1$  = densidade do fluido [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ];

A taxa de queda de pressão é dada por:

$$x_p = \frac{P_B - P_C}{P_B}$$

Sendo " $P_C$ " a pressão à jusante da válvula, em Pa.

A densidade do gás é expressa pela equação dos gases ideais modificada pelo fator de compressibilidade  $z$ :

$$\gamma_1 = \frac{P_B \cdot \bar{M}}{R \cdot T_{sat}}$$

Finalmente, o fator de expansão gasosa é definido por:

$$Y = 1 - \frac{x}{3 \cdot X_t \cdot \frac{K_g}{1,4}}$$

Sendo " $K_g$ " a razão entre o calor específico do gás e o calor específico do ar em condições normais (adimensional) e " $X_t$ " um parâmetro adimensional da válvula fornecido pelo fabricante.

Considerando um obturador linear para a válvula, tem-se:

$$L_v = 100 \cdot x_1$$

Sendo " $x_1$ " a abertura da válvula, com valor entre zero e um.

Por fim, manipulando as equações acima, chega-se à expressão:

$$\dot{m} = 2730 \cdot x_1 \cdot F_p \cdot C_v \cdot \left( 1 - \frac{0,466 \cdot (P_B - P_C)}{P_B \cdot K_g \cdot X_t} \right) \cdot \sqrt{\frac{(P_B - P_C) \cdot P_B \cdot \bar{M}}{R \cdot T_{sat}}} \quad (3.40)$$

### 3.6.2 Controle de nível do vaso de topo

Embora não seja necessário um controle derivativo, uma vez que o nível apresenta uma resposta rápida, convém inserir um termo integral no controlador a fim de evitar um possível offset de nível devido ao controlador proporcional. O comportamento do controlador, portanto, pode ser descrito por:

$$\left( \frac{\dot{m}_5}{\rho} - \frac{\dot{m}_{5,bias}}{\rho} \right) = K_{PI} \left[ (h_{2,set} - h_2) + \frac{1}{T_I} \int (h_{2,set} - h_2) dt \right] \quad (3.41)$$

Sendo:

$\dot{m}_{5,bias}$  = valor base de vazão mássica de saída de condensado do vaso de topo [kg/s];

$K_{PI}$  = ganho do controlador proporcional-integral [(m.s)/kg];

$h_{2,set}$  = *setpoint* para o nível de condensado no vaso de topo [m];

$T_I$  = tempo integral [s];

### 3.6.3 Controlador de pressão da coluna

Para o controle da pressão, convém adicionar um termo derivativo ao controlador proporcional-integral para diminuir a oscilação e o tempo de resposta:

$$(x_1 - x_{1,bias}) = K_{PID} \left[ (P_{0,set} - P_0) + \frac{1}{T_I} \int (P_{0,set} - P_0) dt + T_D \frac{d(P_{0,set} - P_0)}{dt} \right] \quad (3.42)$$

Sendo:

$x_{1,bias}$  = valor base de abertura da válvula de *hot-bypass* [kg/s];

$K_{PID}$  = ganho do controlador proporcional-integral-derivativo [(m.s)/kg];

$P_{0,set}$  = *setpoint* para a pressão no topo da coluna de destilação [m];

$T_D$  = tempo derivativo [s];

### 3.7 Ajustes matemáticos

A fim de evitar problemas numéricos na simulação do modelo, alguns ajustes devem ser feitos. Alguns termos de raiz quadrada presentes nas equações anteriores envolvem as variáveis que estão sendo calculadas pelo modelo. Ao resolver essas equações, o programa pode gerar respostas complexas. Por isso, é necessário que se faça algumas trocas de variáveis, a fim de evitar problemas devido ao surgimento de variáveis negativas no decorrer do processo de solução das equações.

Expressando todas as pressões, com exceção de  $P_0$ , em função desta e de variações de pressão ao longo dos tubos, pode-se escrever:

$$P_A = P_0 - \Delta P_0 \quad (3.43)$$

$$P_B = P_0 - \Delta P_0 - \Delta P_B \quad (3.44)$$

$$P_C = P_0 - \Delta P_0 - \Delta P_B - \Delta P_C \quad (3.45)$$

$$P_1 = P_0 - \Delta P_0 - \Delta P_A \quad (3.46)$$

$$P_2 = P_0 - \Delta P_0 - \Delta P_B - \Delta P_C - \Delta P_2 \quad (3.47)$$

Segundo a equação (3.48), a pressão na bifurcação da tubulação é igual à pressão no topo da coluna menos a perda de carga devido ao escoamento no primeiro trecho. As demais equações seguem esse mesmo raciocínio, porém são aplicadas a diferentes pontos da tubulação.

Outra transformação necessária foi escrever os termos envolvendo raiz quadrada de forma que o valor da raiz seja o mesmo, trocando apenas o sinal, o que representa a inversão do sentido do fluxo:

$$\sqrt{\Delta P} = \frac{\Delta P}{\sqrt{|\Delta P| + 1e-9}} \quad (3.49)$$

sendo que no denominador é adicionado um valor pequeno (i.e., 1e-9) para evitar os casos em que a diferença de pressão é nula, o que levaria a uma indeterminação.

### 3.8 Graus de liberdade

Para que o modelo seja passível de resolução, é necessário que o número de variáveis a determinar seja igual ao número de equações disponíveis, de forma que o número de graus de liberdade seja zero. A contabilidade das variáveis e equações está representada na Tabela 3.1:

**Tabela 3-1.** Contabilidade de variáveis e equações

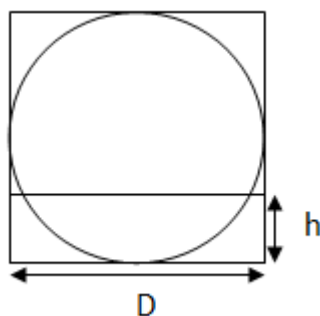
		Total
Variáveis	$P_0, \Delta P_0, \Delta P_A, \Delta P_B, \Delta P_C, \Delta P_2, h_1, h_2, \dot{m}, \dot{m}_{cond}, \dot{m}_0, \dot{m}_1, \dot{m}_{1,cond}, \dot{m}_2, \dot{m}_5, f_l, T_c, \dot{Q}_{1,liq}, V_{1,liq}, T_{w,liq}, \dot{m}_{w,liq}, LMTD_{1,liq}, \dot{Q}_{1,v}, T_{w,v}, \dot{m}_{w,v}, LMTD_{1,v}, V_{2,liq}, \dot{Q}_2, A_{1,v}, A_{1,liq}, x_1$	31
Equações	(3.1), (3.5), (3.9), (3.14), (3.15), (3.16), (3.17), (3.18), (3.19), (3.20), (3.21), (3.22), (3.23), (3.24), (3.25), (3.26), (3.27), (3.31), (3.32), (3.33), conjunto (3.34), (3.35), (3.36), (3.37), (3.38), (3.40), (3.41), (3.42)	31

Assim, é possível fazer a correspondência entre o número de variáveis e equações. Para a análise dinâmica, estabelece-se a abertura da válvula como variável manipulada. Os distúrbios do sistema serão a vazão mássica de gás que entra no último prato da coluna e a temperatura do fluido de refrigeração.

### 3.9 Simplificações do modelo para implementação

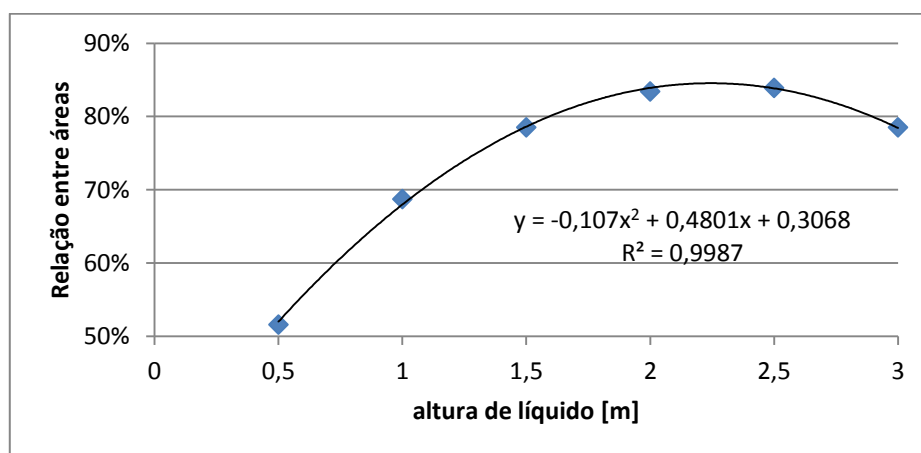
Apesar de o modelo apresentado neste trabalho ser consistente, a simulação dinâmica exigiu algumas simplificações no modelo original a fim de se evitar dificuldades numéricas. Algumas dessas simplificações são apresentadas a seguir, sendo que a implementação completa pode ser vista no Apêndice C.

Embora o volume do cilindro horizontal em função da altura tenha sido deduzido no Apêndice A, sua utilização acarretou alguns problemas numéricos devido à existência do arco seno e da raiz quadrada na equação. A fim de resolver esse problema, optou-se por expressar o volume de líquido como uma fração do volume que existiria caso o recipiente fosse um paralelepípedo circunscrito ao cilindro. Uma vez que o comprimento dos dois é o mesmo e que a área transversal de um paralelepípedo em função da altura é bastante simples de calcular, expressar a área transversal do cilindro como uma fração da área transversal do paralelepípedo mostrou-se conveniente.

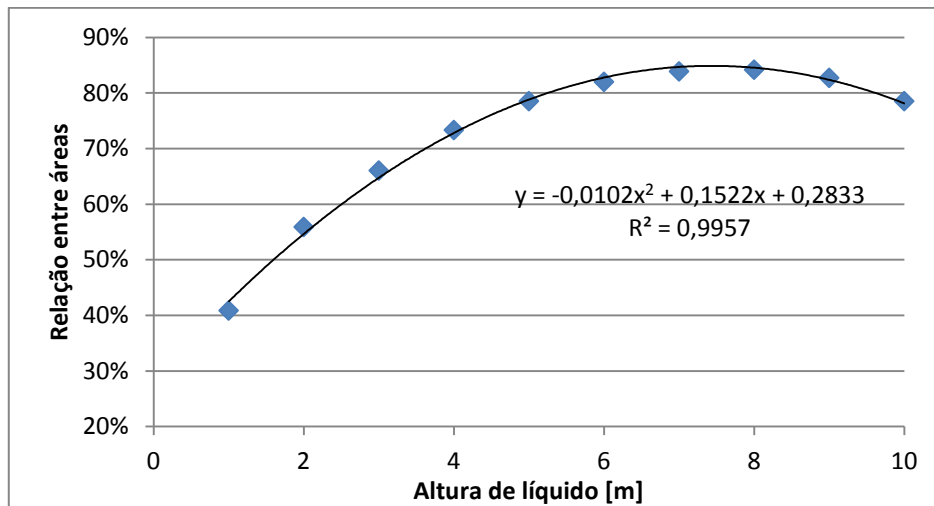


**Figura 3-2.** Representação da contribuição da área circular na área do retângulo circunscrito de lado D para determinada altura h.

Essa fração, no entanto, varia conforme a altura. Pode-se ver na Figura 3-2 que para alturas intermediárias a contribuição da área circular para a área do retângulo é relativamente grande, enquanto para valores baixos ou altos de h, essa contribuição diminui. A fim de quantificar essa variação, calculou-se a área da porção circular e a área do retângulo para diferentes alturas e fez-se a razão entre elas. Plotando-se o resultado em um gráfico foi possível obter a equação que descreve a fração da área circular para determinada altura. Isso foi feito considerando-se um cilindro de 3 e 10 metros, obtendo-se, assim, as equações para o vaso de topo e condensador, respectivamente.



**Figura 3-3.** Gráfico da razão entre área da porção circular e do retângulo circunscrito em função da altura, para um círculo de diâmetro igual a 3 metros.



**Figura 3-4.** Gráfico da razão entre área da porção circular e do retângulo circunscrito em função da altura, para um círculo de diâmetro igual a 10 metros.

Outra modificação diz respeito à equação utilizada para descrever a vazão que passa pela válvula de *hot-bypass*. A equação (3.40) foi substituída por uma alternativa consideravelmente mais simples que dispensou a necessidade de calcular as pressões  $P_b$  e  $P_c$ . Uma equação semelhante foi adicionada ao modelo para facilitar a determinação da vazão  $m_1$  em função das pressões  $P_0$  e  $P_1$ .



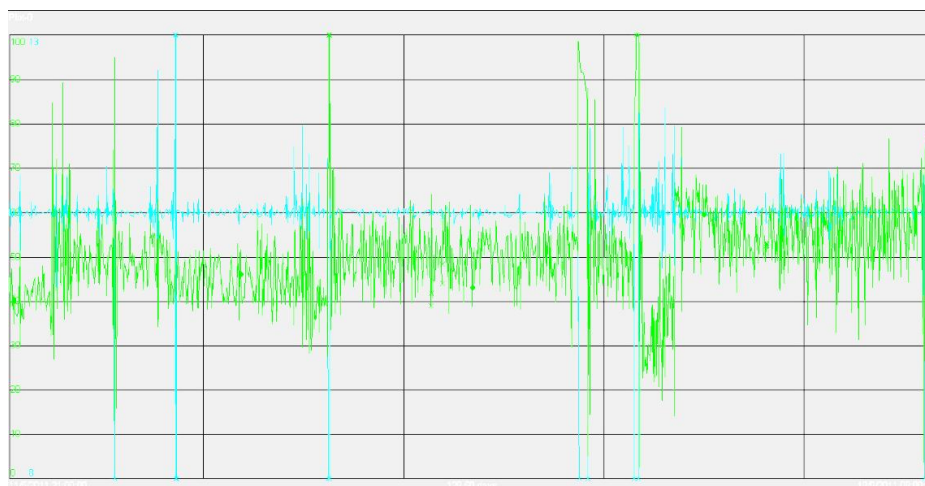
## 4 Resultados

### 4.1 Estudo de caso

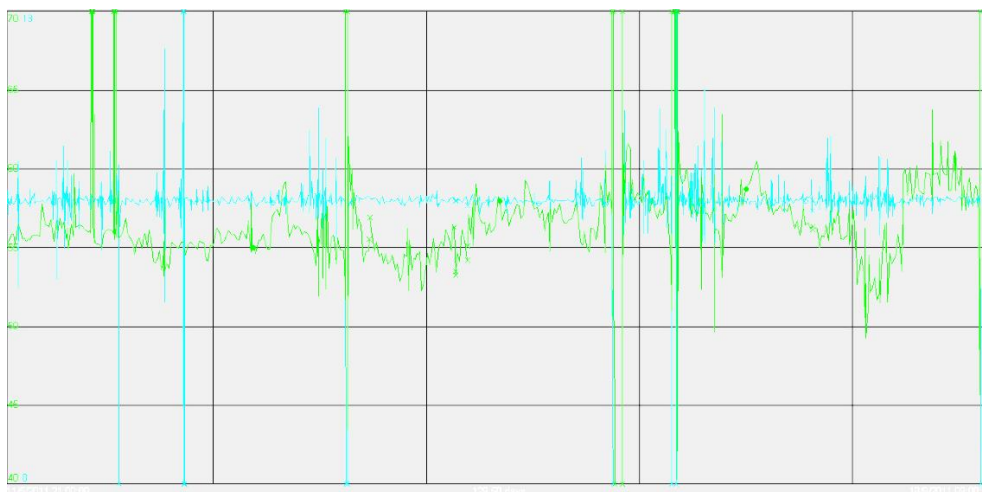
Uma das principais etapas do processo da Refinaria Alberto Pasqualini (REFAP) consiste na separação entre GLP e nafta. Isso é feito através de uma coluna de destilação, chamada de coluna desbutanizadora, onde o GLP é retirado pelo topo, enquanto a nafta é retirada pelo fundo. Associados à coluna existem dois condensadores em paralelo e um vaso de topo que, junto com a válvula de hot by-pass, formam o sistema de controle de pressão descrito neste trabalho, com entrada de condensado por cima

Os dados de operação desta coluna foram retirados de Frydryszweski (2011) e serão apresentados aqui para posterior comparação com os resultados obtidos pelo modelo descrito neste trabalho.

Após quatro dias de monitoramento da planta, foi possível obter o comportamento da pressão e nível do vaso de topo, apresentados na Figura 4-1, e da pressão e temperatura do topo da coluna de destilação, apresentados na Figura 4-2. Fazendo-se a média desses quatro dias para cada variável, foi possível interpretar a operação da planta como estado estacionário.



**Figura 4-1.** Comportamento do nível (curva verde) e pressão (curva azul) no vaso de topo.



**Figura 4-2.** Comportamento da temperatura (curva verde) e pressão (curva azul) no topo da coluna de destilação.

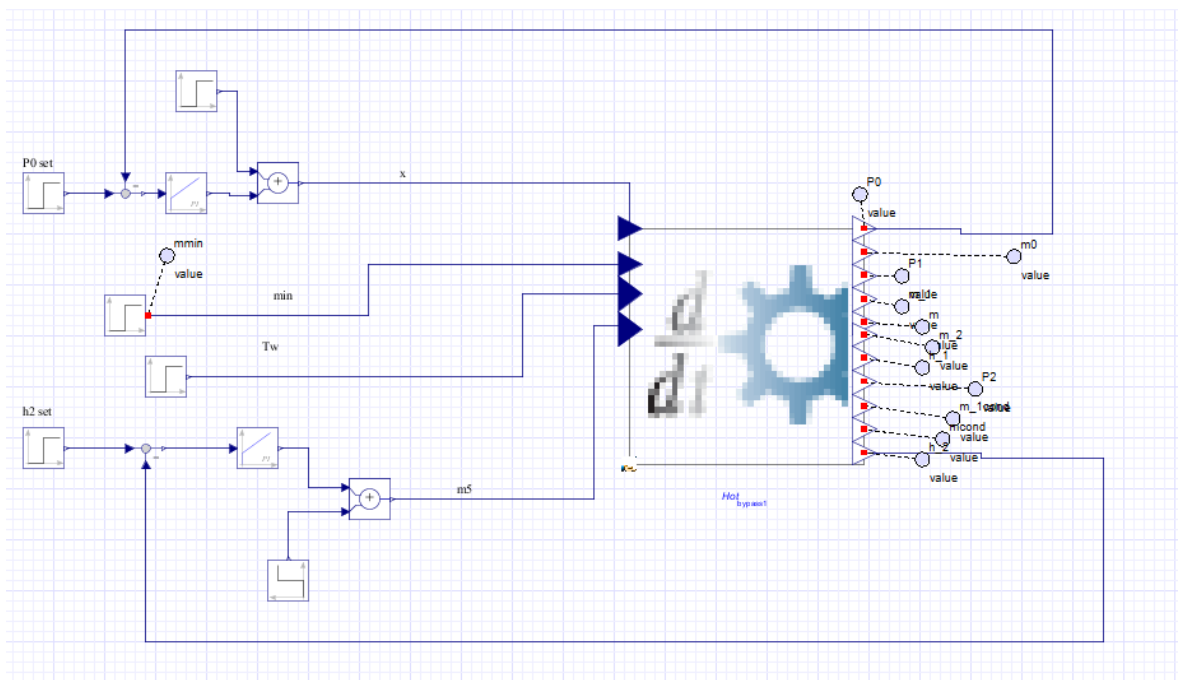
As variáveis cujos valores foram possíveis determinar graças a medições na planta são apresentados na tabela abaixo.

**Tabela 4-1.** Valores médios encontrados em quatro dias de operação da coluna desbutanizadora.

Variável	Valor	Unidade
Pressão no topo da coluna	1078,73	kPa
Pressão no vaso de topo	992,43	kPa
Nível do vaso de topo	0,4	M
Vazão de saída do vaso de topo	22,2	kg/s

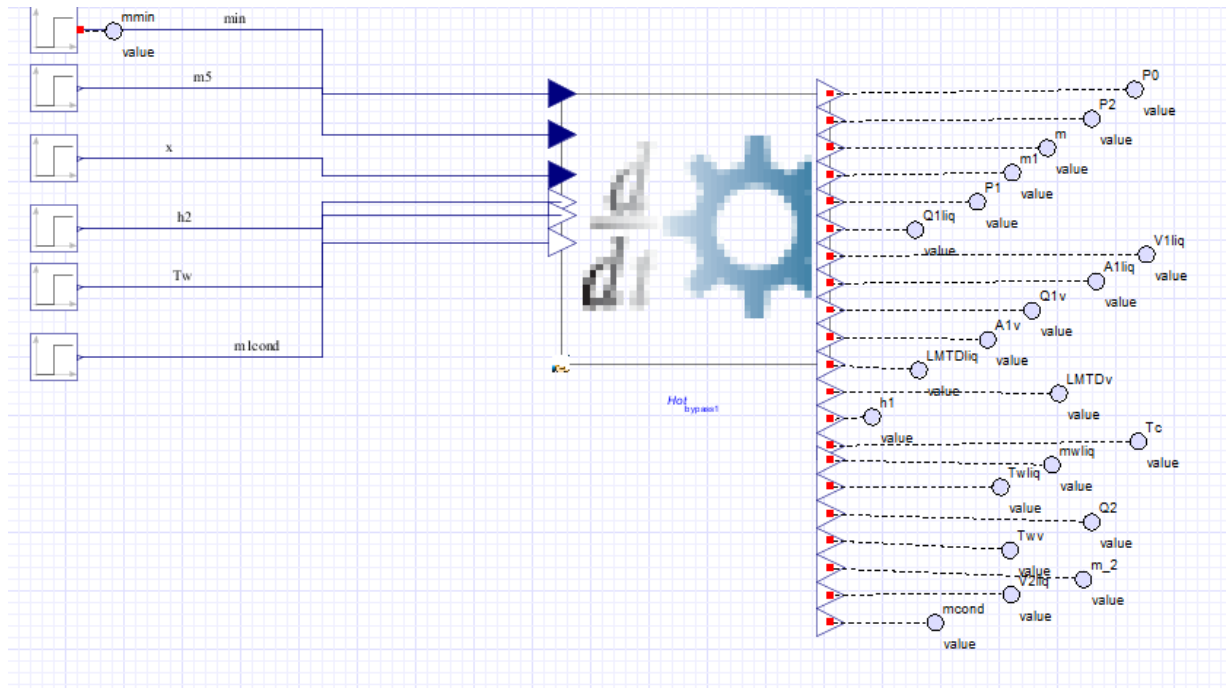
## 4.2 Implementação do modelo e avaliação dos resultados

A implementação do modelo desenvolvido no capítulo 3 foi feita utilizando-se o Maplesim, um software matemático indicado para resolução de sistemas algébrico-diferenciais e, portanto, adequado para simulações dinâmicas. Segundo o modelo, adicionando-se um controlador de pressão e de nível e fornecendo-se como entrada as variáveis  $P_{0,set}$ ,  $\dot{m}_{in}$ ,  $T_w$  e  $h_{2,set}$  é possível obter todas as variáveis resultantes. A tela resultante desta implementação é apresentada na Figura 4-3.



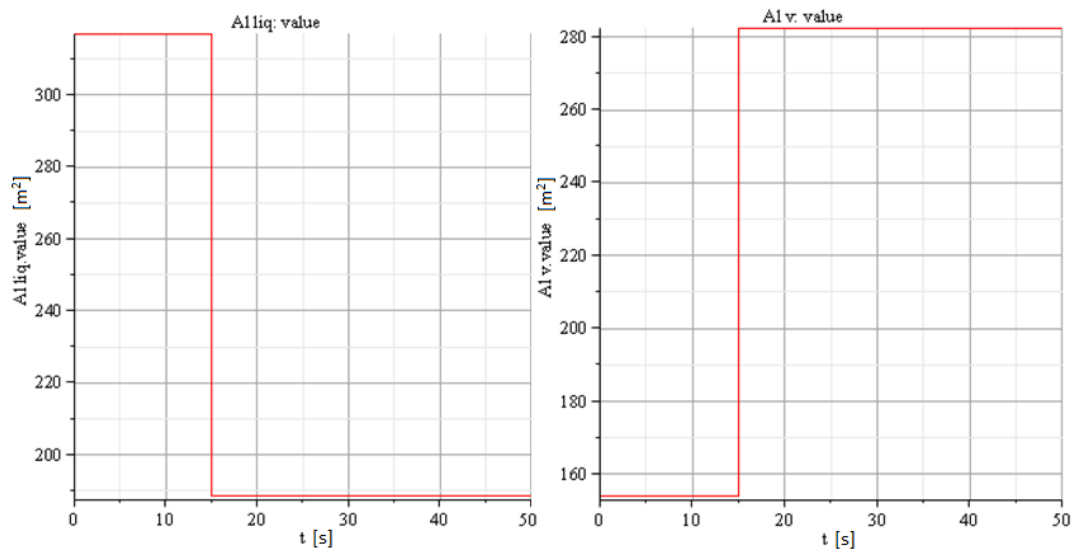
**Figura 4-3.** Tela resultante da simulação utilizando-se o modelo completo.

Entretanto, não foi possível fazer tal simulação, provavelmente devido a um problema de índice no modelo. Como alternativa, foram feitas as simplificações apresentadas no subcapítulo 3.9 e implementou-se o modelo resultante. Além disso, foi necessário fornecer como entrada os valores de  $\dot{m}_{in}$ ,  $\dot{m}_5$ ,  $x$ ,  $h_2$ ,  $T_w$  e  $\dot{m}_{1,cond}$ . Embora essas variáveis, com exceção de  $\dot{m}_{in}$  e  $\dot{m}_{1,cond}$ , sejam, na prática, consequências do sistema, esse modelo foi o máximo que conseguiu-se implementar a fim de que a simulação convergisse. A tela resultante desta implementação pode ser vista na Figura 4-4.



**Figura 4-4.** Tela resultante da simulação utilizando-se o modelo simplificado.

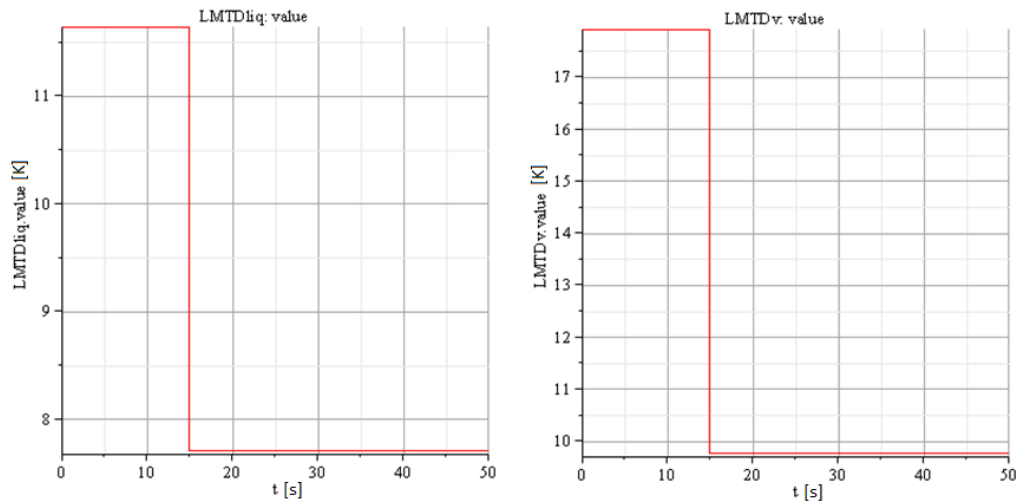
Foi feita uma perturbação degrau de 10 unidades na temperatura do fluido de refrigeração do condensador ( $T_w$ ) em  $t = 15s$ , a fim de se analisar a resposta do sistema térmico perante esse distúrbio. O tempo de simulação escolhido foi de 200s e o resultado pode ser visto nos gráficos a seguir:



**Figura 4-5.** Resultado da simulação dinâmica para as áreas de troca térmica da fase líquida e vapor, respectivamente.

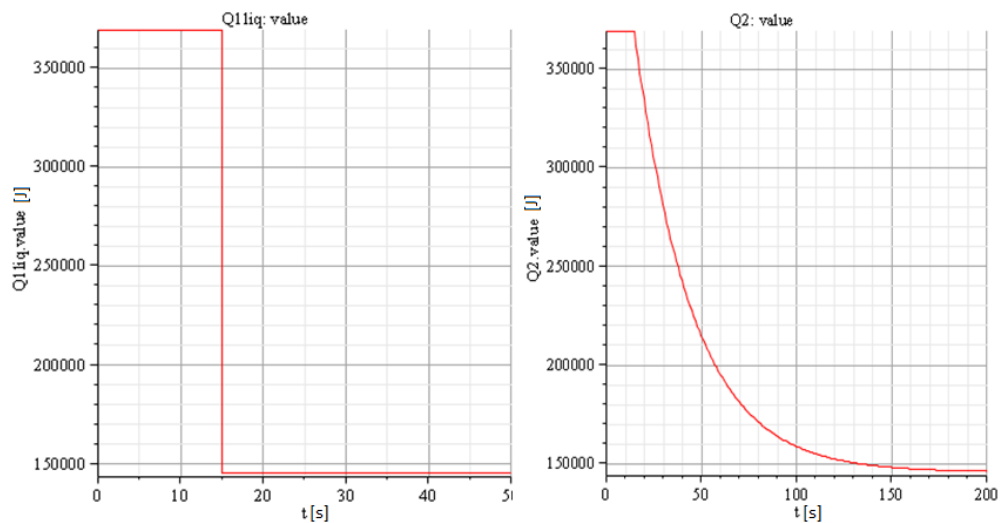
O comportamento das áreas de troca térmica apresentado na Figura 4-5 condiz com o esperado. É possível perceber que os dois gráficos são complementares, ou seja, quando a área de troca térmica em contato com a fase líquida diminui, a área em contato com a fase vapor aumenta, de forma que a soma das duas é igual à área total de troca térmica do condensador. Além disso, é totalmente coerente o fato de a área em contato com o líquido diminuir em decorrência do aumento de temperatura de refrigeração que ocorre

aos 15s: com esse distúrbio, a troca térmica diminui e, portanto, é necessário aumentar a área de troca da fase vapor para que a taxa de condensação permaneça constante.



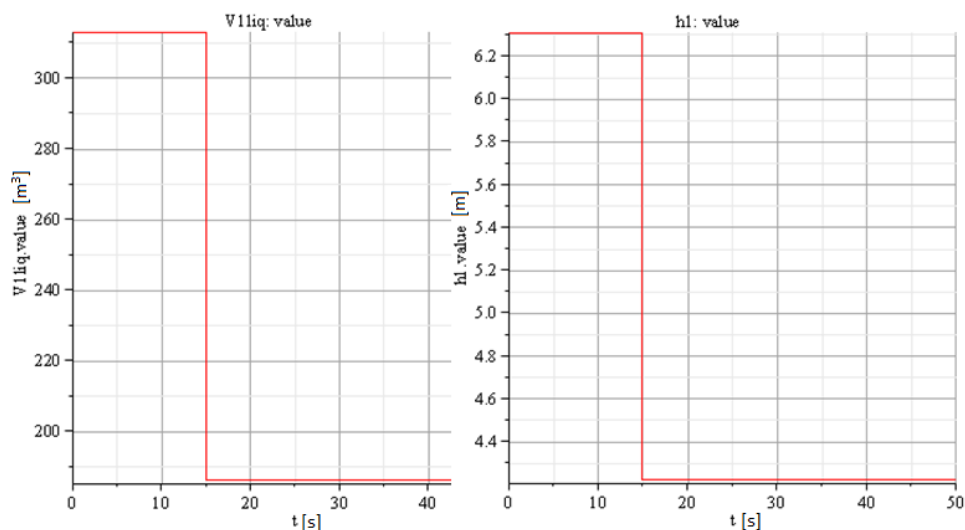
**Figura 4-6.** Resultado da simulação dinâmica para as médias logarítmicas de temperatura da fase líquida e vapor, respectivamente.

A Figura 4-6 mostra resultados coerentes para os valores de média logarítmica de temperatura: tanto a média da fase líquida como da fase vapor diminuem com o aumento da temperatura de refrigeração, o que pode ser confirmado analisando-se as equações (3.20) e (3.25), respectivamente.



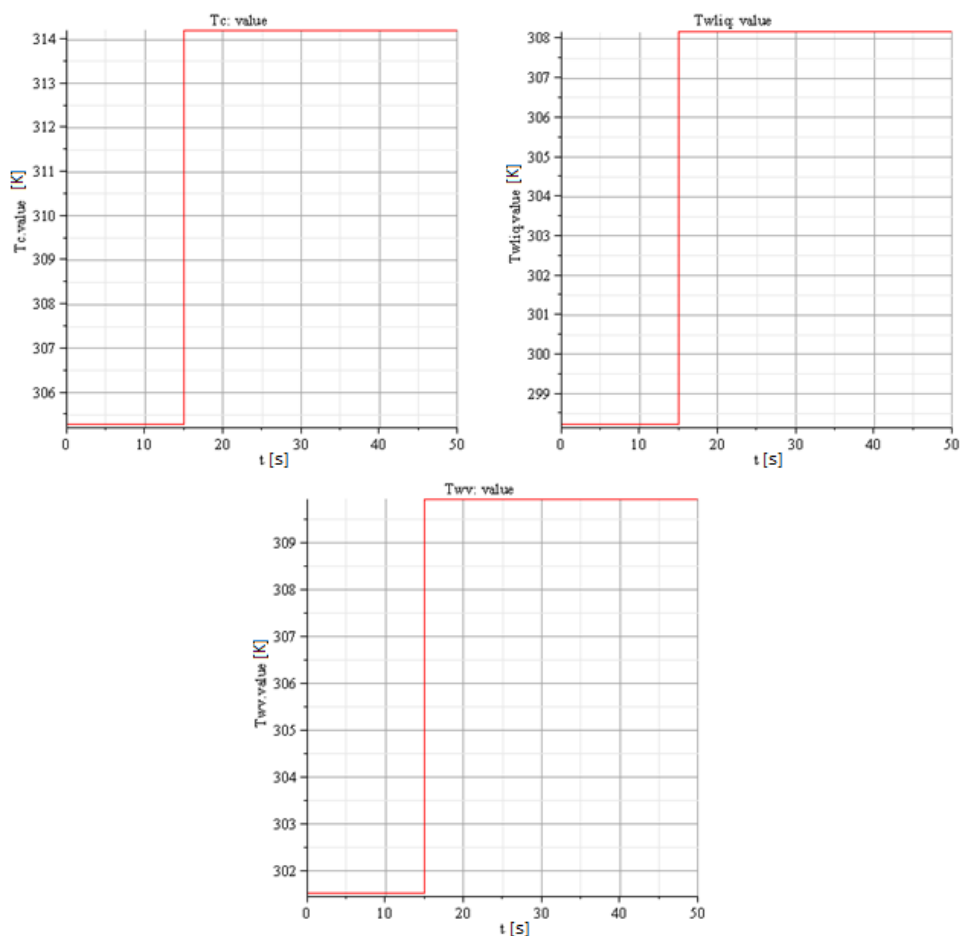
**Figura 4-7.** Resultado da simulação dinâmica para as taxas de calor trocado na fase líquida do condensador e no vaso de topo.

Devido à diminuição da área de troca térmica e da média logarítmica de temperatura, é esperada uma queda na taxa de calor trocado entre a fase líquida do condensador e o fluido de refrigeração, conforme é visto no primeiro gráfico da Figura 4-7. O segundo gráfico mostra que, uma vez que  $\dot{Q}_2$  está relacionado com  $\dot{Q}_{1,liq}$  pela equação (3.33), ele também diminui, porém com uma dinâmica mais lenta. Foi omitido o gráfico de  $\dot{Q}_{1,v}$ , uma vez que este é função apenas da entrada  $\dot{m}_{1,cond}$  e, portanto, permanece constante durante toda a simulação.



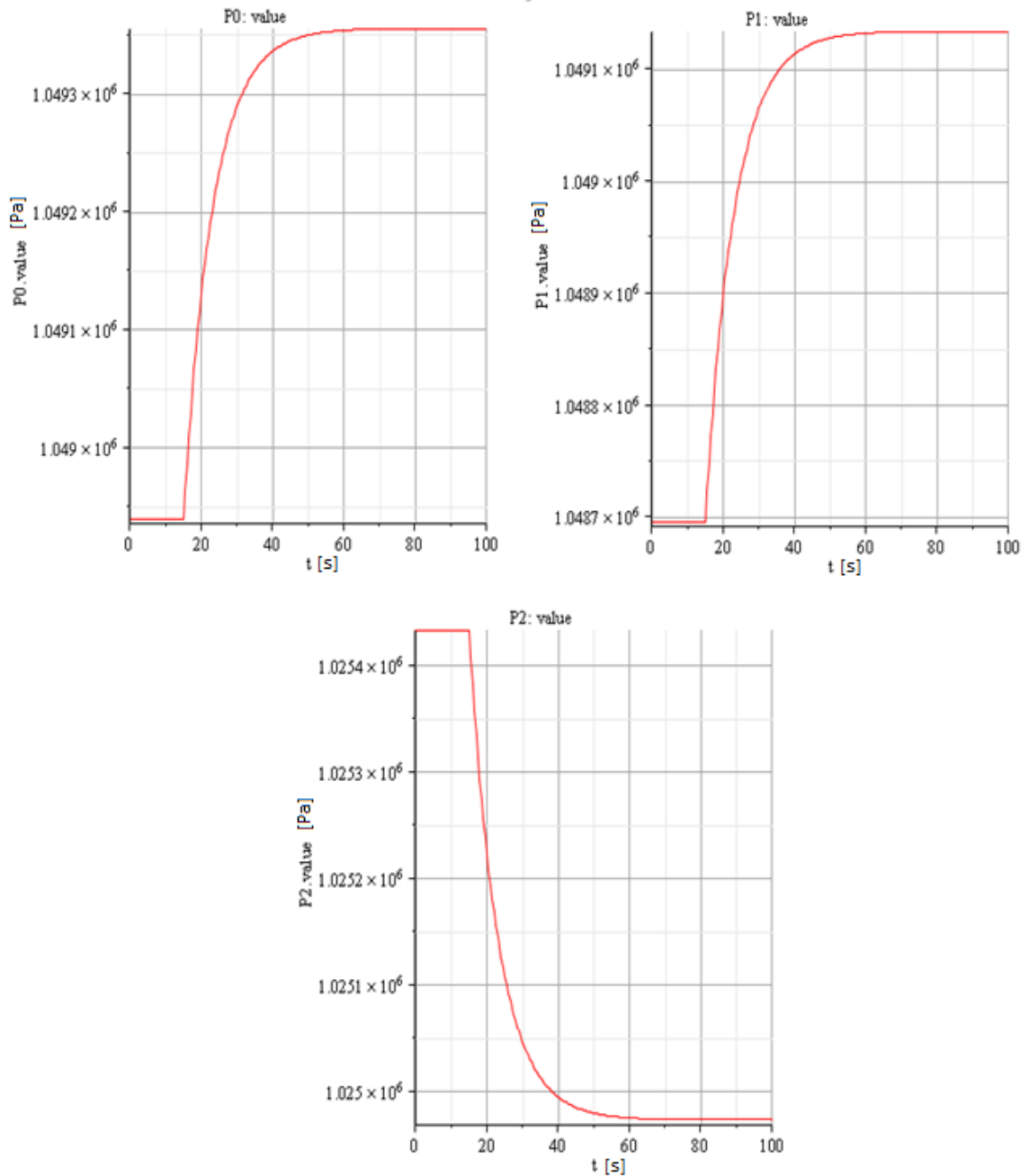
**Figura 4-8.** Resultado da simulação dinâmica para o volume e nível de líquido no condensador, respectivamente.

Para que o resultado mostrado na Figura 4-5 seja possível, o volume de líquido no condensador deve diminuir, uma vez que a área de troca térmica em contato com a fase líquida está diretamente relacionada com o volume de condensado. Caindo esse valor, é evidente que haverá também uma queda de nível de líquido no equipamento. A Figura 4-8 mostra tais comportamentos.



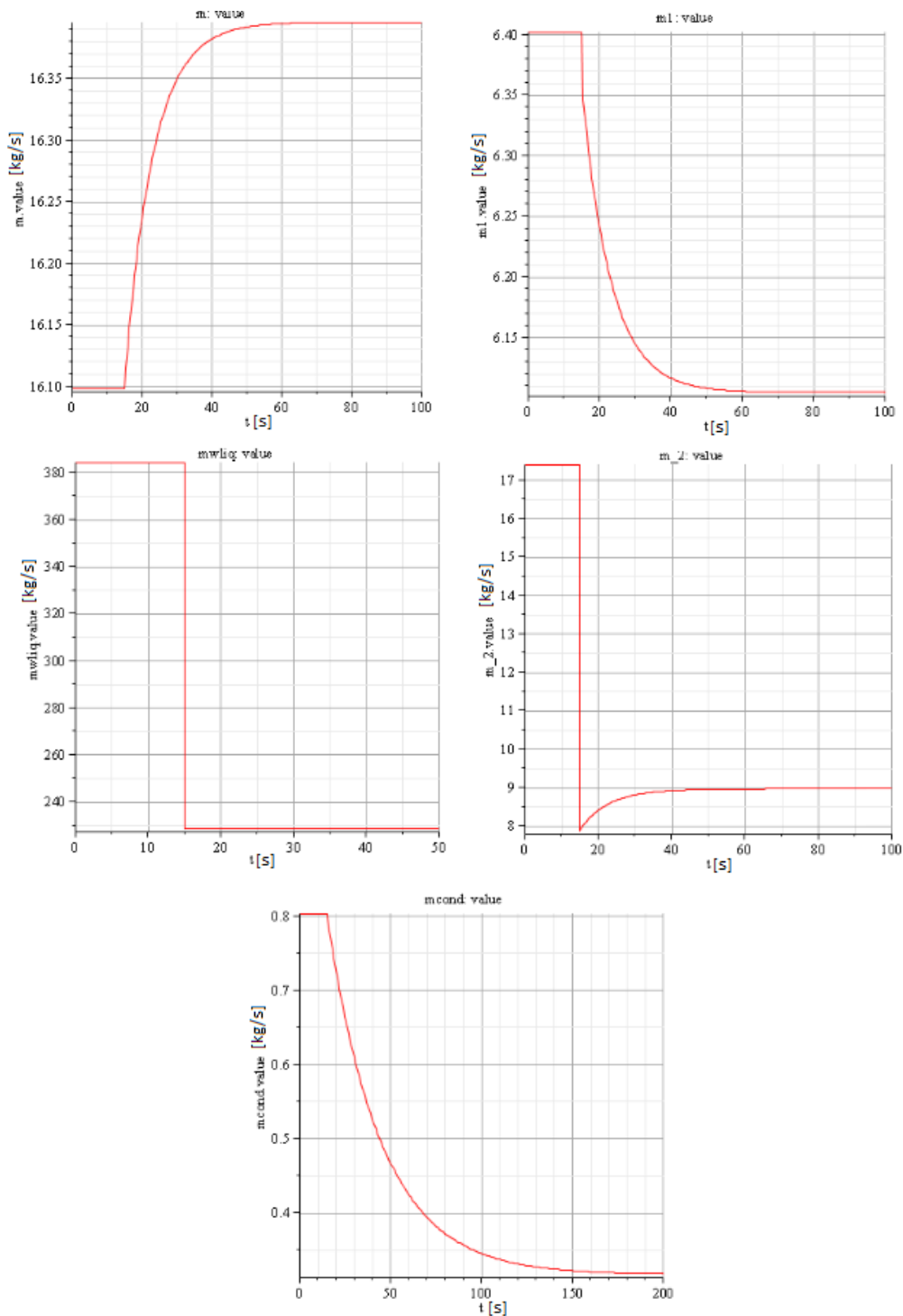
**Figura 4-9.** Resultado da simulação dinâmica para a temperatura do condensado e do fluido de refrigeração na saída da fase líquida e vapor, respectivamente.

Os gráficos apresentados na Figura 4-9 são condizentes com o esperado, uma vez que todos os valores de temperatura são maiores que a temperatura de refrigeração e inferiores à temperatura de saturação. Além disso, todas as temperaturas aumentam devido ao distúrbio, o que é fisicamente coerente.



**Figura 4-10.** Resultado da simulação dinâmica para as pressões no topo da coluna, no condensador e no vaso de topo, respectivamente.

Os gráficos apresentados na Figura 4-10 mostram que as pressões variam de forma diferente frente ao distúrbio. Enquanto  $P_0$  e  $P_1$  aumentam,  $P_2$  diminui, satisfazendo a diferença de pressão necessária ao fluxo.



**Figura 4-11.** Resultado da simulação dinâmica para a vazão de gás que passa pela válvula de *hot-bypass*, de gás que vai para o condensador, de fluido refrigerante que passa pelos tubos imersos na fase líquida, de líquido que sai do condensador e de gás que condensa no vaso de topo, respectivamente.

O comportamento das vazões apresentado na Figura 4-11 também é facilmente justificável. O aumento da diferença de pressão entre o topo da coluna e o vaso de topo, mostrados na Figura 4-10, causa um aumento na vazão de gás passante pela válvula de *hot-bypass*. Como são complementares, a vazão que vai para o condensador ( $\dot{m}_1$ ) diminui. Uma vez que a vazão de fluido refrigerante em contato com a fase líquida no condensador é proporcional ao volume de condensado, é coerente que haja uma queda nessa vazão quando este volume diminui. A vazão de líquido que deixa o condensador,

por sua vez, é função da altura de líquido existente no mesmo e, portanto, também diminui devido ao distúrbio. Por último, a vazão que condensa no vaso de topo ( $\dot{m}_{cond}$ ) depende do calor trocado nesse vaso e, portanto, também converge lentamente para um valor menor.

**Tabela 4-2.** Resumo dos valores encontrados pelo modelo no estado estacionário.

Variável	Valor	Unidade
A1liq	188,6	m <sup>2</sup>
A1v	282,4	m <sup>2</sup>
LMTD1liq	7,7	K
LMTD1v	9,8	K
P0	1049355	Pa
P1	1049134	Pa
P2	1024973	Pa
Q1liq	145440,8	J/s
Q1v	2760000	J/s
Q2	145457,6	J/s
Tc	314,2	K
Twliq	308,1	K
Twv	309,9	K
V1liq	186,2	m <sup>3</sup>
V2liq	4,7	m <sup>3</sup>
h1	4,2	m
m	16,4	kg/s
m2	9,0	kg/s
mcond	0,3	kg/s
mwliq	228,7	kg/s
m1	6,1	kg/s

Infelizmente, a falta de medições na planta real dificulta a análise dos resultados. Porém, comparando os valores apresentados na Tabela 4-2 com aqueles disponíveis na Tabela 4-1, conclui-se que os valores de pressão no topo da coluna e no vaso de topo apresentaram uma diferença de 3% e 3%, respectivamente. Considerando as simplificações feitas, esse é um ótimo resultado, que somado ao comportamento coerente previsto pela simulação dinâmica, sugere que o modelo simplificado, embora limitado, é capaz de descrever satisfatoriamente o sistema de *hot-bypass*.



## 5 Conclusões e Trabalhos Futuros

A estratégia hot-bypass não é um sistema simples de se traduzir matematicamente. Entretanto, o modelo desenvolvido neste trabalho trouxe muitas contribuições importantes e até então inéditas para a correta descrição desse sistema.

A primeira contribuição que merece destaque é a modelagem da troca térmica através da variação de nível de líquido no condensador. Esse é um ponto chave para o modelo, uma vez que dele parte o princípio de funcionamento da estratégia *hot-bypass*, porém difícil de ser modelado. A introdução da relação  $u$  (número de tubos por  $m^3$ ) no condensador resolve o problema de determinação da área de troca térmica, deixando-a como uma função simples do volume de condensado.

A segunda contribuição principal é a resolução do problema de condensação devido ao subresfriamento do condensado através da hipótese de que, no estado estacionário, todo o calor sensível removido do condensado é usado como calor latente na condensação de gás no vaso de topo. Através da inserção do termo da derivada e do tempo  $\tau$  é possível estabelecer uma dinâmica para o calor trocado no vaso de topo, que passa a depender do calor trocado no condensador.

A terceira contribuição principal que pode ser citada é a simulação dinâmica do modelo. Embora tenha sido necessário simplificá-lo, a simulação forneceu resultados coerentes com o esperado e permitiu uma análise visual do modelo. Além disso, a simulação convergiu para valores de estado estacionário que satisfazem os balanços de massa e energia e valores de pressão próximos àqueles obtidos na coluna desbutanizadora.

Essas e outras contribuições menores, tais como a utilização da geometria correta dos equipamentos, surgem como uma inovação no tema de modelagem de *hot by-pass*, uma vez que não existem na literatura. Assim, diante do propósito deste trabalho, conclui-se que o mesmo atingiu o objetivo para o qual foi criado: apresentar uma forma mais rigorosa de descrever o complexo sistema de *hot by-pass*.

Para trabalhos futuros, sugere-se simular o modelo completo, sem as simplificações. Pode-se também modelar o sistema térmico no vaso de topo com mais rigor, considerando as trocas térmicas do condensado sub-resfriado com o líquido já existente no vaso de topo. Além disso, sugere-se a utilização de equações que descrevem os gases como não ideais e a consideração da temperatura no topo da coluna como variável, uma vez que ela é função da pressão. Essas modificações tornariam o modelo mais rigoroso, gerando resultados mais semelhantes aos dados reais.

## 6 Referências

BRANAN, C. *Rules of thumb for chemical engineers*. 3 ed. Gulf Professional Publishing, 2010.

CAMPOS, M.; TEIXEIRA, H. *Controles típicos de equipamentos e processos industriais*. 2 ed. Rio de Janeiro: Edgard Blücher, 2010.

CHEN, J. J. J. *Comments on improvements on a replacement for the logarithmic mean*. Chemical Engineering Science, 42 (1987), p. 2488.

FRYDRYSZEWSKI, J. P. B. *Modelagem e simulação do sistema hot-bypass de colunas de destilação*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.

FOX, R. W.; McDONALD, A. T. *Introduction to fluid mechanics*. 5 ed. New York: John Wiley & Sons, 1998.

KING, M. *Process control: a practical approach*. United Kingdom: John Wiley & Sons, 2011.

SCHROEDER, D. W. *A tutorial on pipe flow equations*. Pennsylvania: P.O. Box 86, 2001.

## Apêndice A – Cálculo do volume de líquido em um cilindro horizontal

O volume do líquido contido em um cilindro horizontal pode ser obtido através do produto entre área transversal de líquido e o comprimento do cilindro. Uma vez que o comprimento é constante, o problema torna-se a determinação da área, que varia com o nível de líquido no interior do cilindro. Matematicamente:

$$V = A(h) * L \quad (\text{A.1})$$

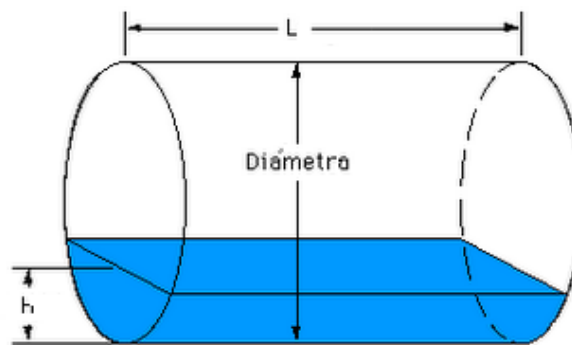
Sendo:

$V$  = volume de líquido [ $\text{m}^3$ ];

$A$  = área transversal do volume de líquido [ $\text{m}^2$ ];

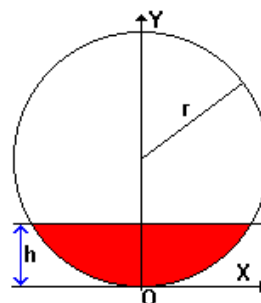
$h$  = nível de líquido [m];

$L$  = comprimento do cilindro [m];



**Figura A-1.** Cilindro horizontal de comprimento  $L$  e diâmetro  $D$ , contendo líquido até uma altura  $h$ .

Inicialmente, é necessário construir uma circunferência de raio  $r$  com centro no ponto  $(0, r)$  e identificar a região de interesse como a região localizada dentro do círculo, acima da reta  $y = 0$  e abaixo da reta  $y = h$ .



**Figura A-2.** Representação em coordenadas cartesianas da área transversal de um cilindro horizontal de raio  $r$  contendo líquido a uma altura  $h$ .

A equação da circunferência é dada por:

$$x^2 + (y - r)^2 = r^2 \quad (\text{A.2})$$

Assim, a área da região sombreada na Figura A-2 será obtida pela integral definida:

$$A(h) = 2 \int_0^h x(y) dy \quad (\text{A.3})$$

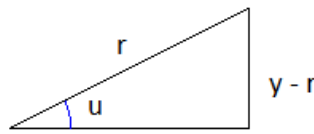
Isolando  $x$  na equação (A.2) e substituindo em (A.3), obtém-se:

$$A(h) = 2 \int_0^h (\sqrt{r^2 - (y-r)^2}) dy \quad (\text{A.4})$$

A integral pode então ser obtida através da substituição trigonométrica:

$$y = r + r * \text{sen}(u) \quad (\text{A.5})$$

Tal substituição está relacionada com o triângulo retângulo tendo hipotenusa com medida igual a  $r$  e o cateto oposto ao argumento  $u$ , com medida igual a  $y-r$ .



**Figura A-3.** Triângulo retângulo utilizado para substituição trigonométrica.

Desta forma, o cosseno do argumento  $u$  é obtido através da relação fundamental da trigonometria:

$$\cos^2 u + \text{sen}^2 u = 1 \quad (\text{A.6})$$

$$\cos(u) = \frac{\sqrt{r^2 - (y-r)^2}}{r} \quad (\text{A.7})$$

A partir da equação (A.5), é possível concluir que:

$$dy = r * \cos(u) * du \quad (\text{A.8})$$

Substituindo (A.5) e (A.8) em (A.4), chega-se a:

$$\int (\sqrt{r^2 - (y-r)^2}) dy = r^2 * \int (\cos^2 u) du = \frac{r^2}{2} (u + \text{sen}(u) * \cos(u)) \quad (\text{A.9})$$

Finalmente, retornando às variáveis originais e resolvendo para os limites de integração, obtém-se a equação que descreve a área transversal do volume de líquido em função de  $h$ :

$$A = \frac{\pi r^2}{2} - r^2 * \arcsen\left(\frac{r-h}{r}\right) + (h-r) * \sqrt{(\sqrt{r^2 - (h-r)^2})} \quad (\text{A.10})$$

## Apêndice B – Determinação do fator de fricção

O seguinte apêndice está baseado em Schroeder (2001).

O fator de fricção em escoamentos constitui a parte mais complexa das equações que os descrevem. A primeira complicação surge do fato de existirem dois fatores de fricção atualmente em uso: o de Fanning e o de Darcy-Weisbach. Esses dois grupos abordaram o problema de escoamento de fluidos de formas diferentes e chegaram a resultados muito semelhantes. Entretanto, aqui será discutido apenas o fator de Darcy-Weisbach.

O uso das equações para cálculo da vazão em uma tubulação requer a avaliação numérica do fator de fricção  $f$ . Por sua vez, esse é uma função da vazão do fluido, o que torna a equação de vazão uma expressão implícita. A fim de determinar o fator de fricção, foi descoberto que o escoamento de um fluido pode ser caracterizado por um grupo adimensional de variáveis conhecido como número de Reynolds, definido por:

$$N_{Re} = \frac{D \cdot v \cdot \rho_l}{\mu_l} \quad (\text{B.1})$$

Onde:

$N_{Re}$  = número de Reynolds [adimensional];

$D$  = diâmetro da seção de escoamento [m];

$v$  = velocidade do fluido [m/s];

$\rho_l$  = massa específica do fluido [kg/m<sup>3</sup>];

$\mu_l$  = viscosidade do fluido [kg/m/s];

Para fluidos compressíveis, a massa específica pode ser determinada pela equação de estado em substituição a  $\rho_l$ , e a velocidade é obtida pela razão entre vazão volumétrica e área transversal da seção de escoamento. Felizmente, muitas variáveis se cancelam, restando a seguinte expressão:

$$N_{Re} = \frac{49,44 \cdot Q_g \cdot P_s}{\mu_l \cdot D \cdot T_s} \quad (\text{B.2})$$

Onde:

$Q_g$  = vazão volumétrica [m<sup>3</sup>/s];

$P_s$  = pressão base [Pa];

$T_s$  = temperatura base [K];

O fator de fricção pode também ser correlacionado como função da rugosidade da tubulação. Essa correlação é usualmente representada no familiar Diagrama de Moody.

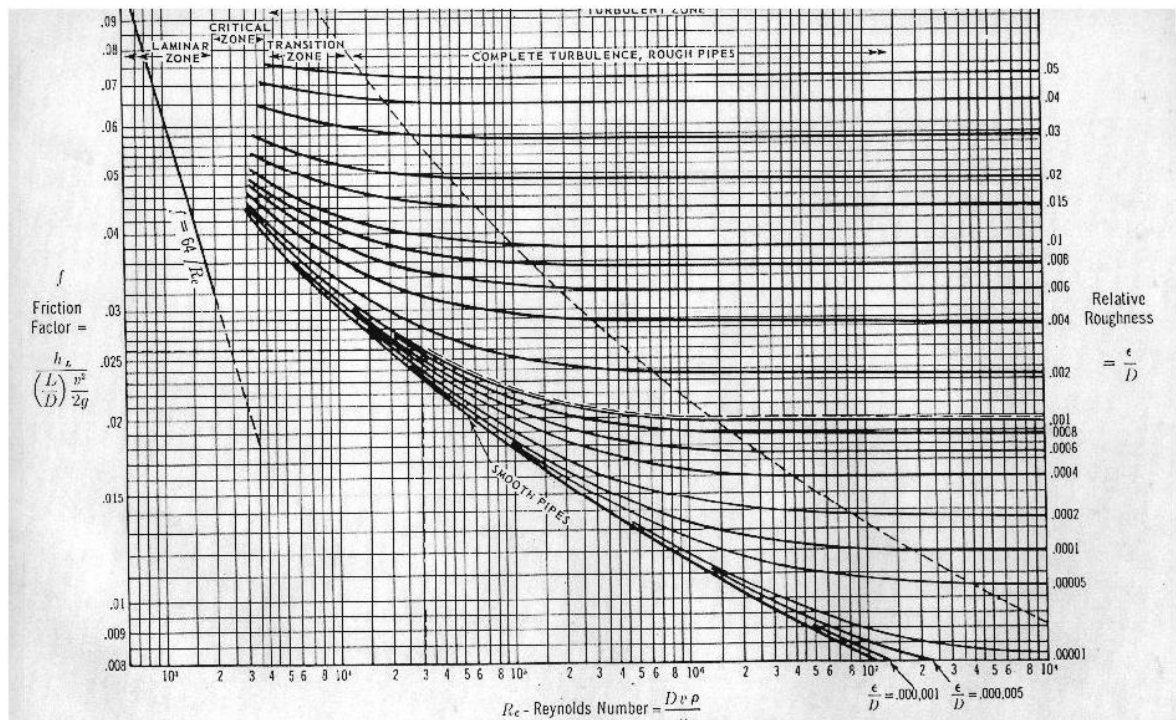


Figura B-1. Diagrama de Moody.

Para melhor entendimento, o diagrama apresentado na Figura B-1 pode ser dividido em 4 zonas, conforme o número de Reynolds: escoamento laminar, de transição, parcialmente turbulento e completamente turbulento.

A zona laminar é a seção da extremidade esquerda. Nesta seção de escoamento muito lento, o fluido escoar apenas em uma direção, e o fator de fricção apresenta uma grande dependência da vazão, demonstrada pela equação de Hagen-Poiseuille:

$$f_D = \frac{64}{N_{Re}} \quad (\text{B.3})$$

Onde " $f_D$ " é o fator de fricção de Darcy-Weisbach (adimensional).

A zona completamente turbulenta é a seção na extremidade direita, onde as linhas tornam-se horizontais. Nesta zona de valores de Reynolds elevados, o fluido escoar lateralmente dentro da tubulação assim como na direção principal, e o fator de fricção é independente de Reynolds e, conseqüentemente, da vazão. Assim, os valores limites do fator de fricção são apenas função da rugosidade e tubos ideais nunca alcançam essa zona. A lei de Nikuradse descreve o comportamento nesta região:

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = 2 \log \frac{D}{\varepsilon} + 1,14 \quad (\text{B.4})$$

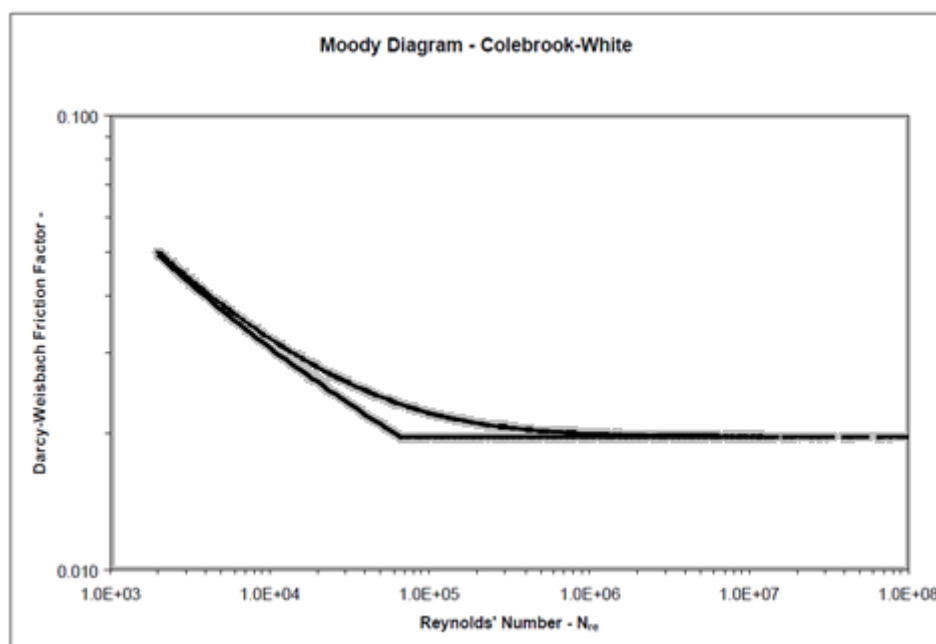
Onde " $\varepsilon$ " é a rugosidade da tubulação, em metros.

A zona parcialmente turbulenta é a seção central do diagrama, onde existem as curvas. Nesta seção de vazões moderadamente altas o fluido escoar lateralmente no interior da tubulação assim como na direção principal, embora ainda exista uma camada limite laminar fora da zona rugosa. A partir do lado esquerdo dessa seção, o escoamento é governado pela lei de tubulações lisas de Von Karman e Prandtl:

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = 2 (\log N_{Re} \cdot \sqrt{f}) - 0,8 \quad (\text{B.5})$$

O modo como o fator de fricção varia da zona de tubulação lisa para a rugosa não é um consenso. Alguns autores acreditam que as linhas horizontais da seção rugosa deveriam se estender até a seção da lei de Von Karman, formando uma quina na intersecção. Outros acreditam que a resolução da equação de Colebrook-White, que nada mais é que uma combinação entre as duas últimas equações apresentadas, é o método apropriado:

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = -2 \cdot \log \left( \frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{N_{Re} \cdot \sqrt{f_D}} \right) \quad (\text{B.6})$$



**Figura B-2.** Variação do fator de fricção proposto pelo método da intersecção no Diagrama de Moody e pela equação de Colebrook-White.

Algumas observações são importantes:

- A equação de Colebrook-White sempre prevê um maior fator de fricção, portanto é mais conservativa.
- A diferença máxima do fator de fricção é cerca de 17%, o que resulta numa diferença de 8,5% na vazão do fluido.
- Essa máxima diferença ocorre para valores de Reynolds relativamente baixos, associados à baixa perda de carga .

Por último, a zona de transição é aquela onde não há linhas e, portanto, não há função. Nesta zona de vazões relativamente baixas entre o regime laminar e o parcialmente turbulento, o comportamento do escoamento é uma incógnita. Isso porque o final da região laminar é instável e nesta região observam-se múltiplos comportamentos para o escoamento.

## Apêndice C – Implementação do Modelo em Linguagem *Modelica*

model Hot\_bypass

```

extends Maplesoft.Icons.CustomComponent;
parameter Real M = 52 "M";
parameter Real R = 8308.65 "R";
parameter Real Tsat = 320 "Tsat";
parameter Real V0 = 41.77 " ";
parameter Real V2 = 41.77 " ";
parameter Real V1 = 41.77 " ";
parameter Real Cv = 0.025 " ";
parameter Real Cv2 = 0.41 " ";
parameter Real U1liq = 100 " ";
parameter Real U1v = 1000 " ";
parameter Real u = 1.075 " ";
parameter Real Vcasco = 465 " ";
parameter Real Atubo = 0.942 " ";
parameter Real N = 500 " ";
parameter Real lambda = 4.6*10^5 " ";
parameter Real rho = 582 " ";
parameter Real Dc = 10 " ";
parameter Real Lc = 6 " ";
parameter Real dtubo = 0.05 " ";
parameter Real pi = 3.14 " ";
parameter Real Cpc = 4180 " ";
parameter Real Cp = 4180 " ";
parameter Real vw = 1 " ";
parameter Real tau = 30 " ";
parameter Real Dt = 3 " ";
parameter Real Lt = 6 " ";
parameter Real d2 = 0.36 " ";
parameter Real L2 = 16.55 " ";
parameter Real g = 9.81 " ";
parameter Real e = 6*10^(-5) " ";
parameter Real mu = 6.986*10^(-6) " ";
parameter Real z1 = 3.05 " ";
parameter Real z2 = 10.31 " ";
parameter Real d0 = 0.505 " ";
parameter Real L0 = 49.1 " ";
parameter Real f = 0.005 " ";
parameter Real d3 = 0.2 " ";
parameter Real L3 = 23.05 " ";
parameter Real d1 = 0.505 " ";
parameter Real L1 = 12.76 " ";

```



```

parameter Real d4 = 0.2 " ";
parameter Real L4 = 20.63 " ";
parameter Real Kg = 2.22 " ";
parameter Real Xt = 0.671 " ";
parameter Real Fp = 1 " ";

```

```

Real P0 (start = 1.156204E6);
Real P2 (start = 0.7156204E6);
Real P1 (start = 0.9156204E6);
Real m_in (start = 22.2 );
Real m0 (start = 22.5 );
Real m (start = 10.0 );
Real m1 (start = 12.5 );
Real m2 (start = 12.5 );
Real m5 (start = 22.5 );
Real x (start = 0.5);
Real Q1liq (start = 100000 );
Real LMTD1liq (start = 10);
Real V1liq (start = 280 );
Real A1liq (start = 150 );
Real A1v (start = 180 );
Real Q1v (start = 100000 );
Real m1cond (start = 12.5 );
Real LMTD1v (start = 10);
Real Twliq (start = 300 );
Real Tc (start = 315);
Real Twv (start = 305);
Real h1 (start = 5);
Real Tw (start = 298);
Real mwliq (start=100);
Real mcond(start = 5);
Real Q2 (start=100000);
Real mwv (start=100);
Real h2 (start = 0.5);
Real V2liq (start = 10 );

```

```

Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput U_1 annotation
(Placement(transformation( extent = {{-110, 90},{-90, 110}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput U_2 annotation
(Placement(transformation( extent = {{-110, 70},{-90, 90}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput U_3 annotation
(Placement(transformation( extent = {{-110, 50},{-90, 70}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput U_4 annotation
(Placement(transformation( extent = {{-110, 30},{-90, 50}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_1 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, 90}, {110, 110}}, rotation = 0)));

```

```

Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_2 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, 70}, {110, 90}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_3 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, 50}, {110, 70}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_4 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, 30}, {110, 50}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_5 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, 10}, {110, 30}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_6 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, 00}, {110, 20}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_7 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -20}, {110, 0}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_8 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -40}, {110, -20}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_9 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -60}, {110, -40}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_10 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -80}, {110, -60}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_11 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -100}, {110, -80}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_12 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -120}, {110, -100}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_13 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -140}, {110, -120}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_14 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -160}, {110, -140}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_15 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -180}, {110, -160}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_16 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -200}, {110, -180}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_17 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -220}, {110, -200}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_18 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -240}, {110, -220}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_19 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -260}, {110, -240}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_20 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -280}, {110, -260}}, rotation = 0)));
Modelica.Blocks.Interfaces.RealOutput Y_21 annotation
(Placement(transformation( extent = {{90, -300}, {110, -280}}, rotation = 0)));
equation

// Topo da Coluna de Destilação -- subíndice 0
der(P0) = (m_in - m0)*Tsat*R/(M*V0);
m0 = m1 + m;

```

```

// Vazão de vapor que vai para o condensador
m1 = Cv2*(P0 - P1)/sqrt(abs(P0-P1));

// Válvula de Controle do hotbypass -- corrente de vapor
m = x*Cv*(Pa - P2)/(sqrt(abs(Pa-P2))+ 10^(-9));

// Equação de Colebrook-White -- Eq.(3.38)
1/sqrt(fl) = -2*log10(e/(3.7*d2)+2.51/((4*m2*d2*(1/(mu*pi*d2^2)))*sqrt(fl)));

// Equação de Bernoulli -- Eq.(3.35)
P1 + rho*g*(z1+h1) = P2 + rho*g*(z2+h2)+
rho*fl*L2*(4*m2/(rho*pi*d2))^2/(2*d2);

// Modelagem do Trocador de Calor -- dividido em duas partes -- condensação e
subresfriamento
A1liq = N*(pi*dtubo*Lc) - A1v; // Eq.(3.15) a (3.20)
V1liq = A1liq/(u*(pi*dtubo*Lc));
Q1liq = U1liq*A1liq*LMTD1liq;
// Aproximação de Chen (1987)
LMTD1liq = ((Tsat-Tw)*(Tc-Twliq)*0.7*((Tsat-Tw)/2+(Tc-Twliq)/2))^(1/3);
der(V1liq) = m1cond/rho-m2/rho;
V1liq + V1liq*u*pi*dtubo^2/4*Lc = (-
0.0102*h1*h1+0.1522*h1+0.2833)*h1*Dc*Lc;
Tc = (m1cond*Cpc*Tsat-Q1liq)/(m1cond*Cpc);
Twliq = (Q1liq+mwliq*Cp*Tw)/(mwliq*Cp);
mwliq = (1/4)*rho*V1liq*u*vw*pi*dtubo^2;
Q1v = m1cond*lambda;
A1v = Q1v/(U1v*LMTD1v);
V2liq = (-0.107*h2*h2+0.4801*h2+0.3068)*h2*Dt*Lt;
// Aproximação de Chen (1987)
LMTD1v = ((Tsat-Tw)*(Tsat-Twv)*0.7*((Tsat-Tw)/2+(Tsat-Twv)/2))^(1/3);
Twv = (Q1v+mwv*Cp*Tw)/(mwv*Cp);
mwv=(1/4)*rho*(N-V1liq*(N/((1/4)*pi*Lc*(Dc^2-
N*dtubo^2))))*vw*pi*dtubo^2;
tau*der(Q2) = Q2 -Q1liq;
Q2 = mcond*lambda;

// Balanço de massa para se determinar as pressões nos vasos de topo (P2) e no
condensador (P1)
der(P2) = (0.1716148962e-2*P2*(m2+mcond-m5)+51130.15385*m-
51130.15385*mcond)/(42.39000000-V2liq);
der(P1)= (P1*(m1cond-m2)/rho+R*Tsat*(m1-m1cond)/M)/(Vcasco-V1liq);

// Definição das Saídas
Y_1 = P0;
Y_2 = P2;

```

```
Y_3 = m;  
Y_4 = m1;  
Y_5 = P1;  
Y_6 = Q1liq;  
Y_7 = V1liq;  
Y_8 = A1liq;  
Y_9 = Q1v;  
Y_10 = A1v;  
Y_11 = LMTD1liq;  
Y_12 = LMTD1v;  
Y_13 = h1;  
Y_14 = Tc;  
Y_15 = mwliq;  
Y_16 = Twliq;  
Y_17 = Q2;  
Y_18 = Twv;  
Y_19 = m2;  
Y_20 = V2liq;  
Y_21 = mcond;
```

```
// Definição das Entradas
```

```
U_1 = m_in ;  
U_2 = m5 ;  
U_3 = x ;  
U_4 = h2;  
U_5 = Tw;  
U_6 = m1cond;
```

```
annotation (uses(Modelica(version = "3.1")));  
end Hot_bypass;
```