

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**Tiago Noal**

**ESCADAS HELICOIDAIS EM CONCRETO ARMADO:  
COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE  
DIMENSIONAMENTO**

Porto Alegre  
junho 2014

**TIAGO NOAL**

**ESCADAS HELICOIDAIS EM CONCRETO ARMADO:  
COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE  
DIMENSIONAMENTO**

Trabalho de Diplomação a ser apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Civil

**Orientador: Roberto Domingo Rios**

Porto Alegre  
junho 2014

**TIAGO NOAL**

**ESCADAS HELICOIDAIS EM CONCRETO ARMADO:  
COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS DE  
DIMENSIONAMENTO**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, junho de 2014

Prof. Roberto Domingo Rios  
Dr. pela UFRGS  
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt  
Dra. pelo PPGA/UFRGS  
Coordenadora

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

**Prof. Ronald José Ellwanger (UFRGS)**  
Dr. pela Universidade Federal do Rio de Janeiro

**Profa. Virgínia Maria Rosito d'Avila Bessa (UFRGS)**  
Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

À minha mãe, Rosenara Martins Noal, com amor.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao Prof. Roberto Domingo Rios, meu orientador, pelo auxílio na elaboração deste estudo.

Agradeço à Profa. Carin Maria Schmitt pelos ensinamentos quanto à composição deste Trabalho de Diplomação.

Agradeço ao apoio e incentivo da minha namorada Andréa Vecchi Pegorini que durante o período do meu Curso de Graduação esteve ao meu lado.

Perante um obstáculo, a linha mais curta entre dois pontos  
pode ser a curva.

*Bertolt Brecht*

## RESUMO

Este trabalho compara quatro métodos de dimensionamento de escadas helicoidais em concreto armado, sendo três métodos empíricos e um método numérico, identificando qual destes consome menos material. O critério comparativo foi a taxa de armadura, diretamente relacionada ao consumo de aço, uma vez que as dimensões externas consideradas nos quatro métodos foram as mesmas alterando-se apenas a área de aço nas seções transversais. Primeiramente, definiram-se os limites dimensionais aceitáveis de uma escada helicoidal e, a fim de evitar resultados com taxas de armaduras mínimas, escolheu-se uma escada com lance de uma volta completa ou  $360^\circ$ , altura de 6 metros e largura de 2 metros, uma geometria normalmente encontrada em obras comerciais, onde o pé direito usualmente é mais elevado. Para esta geometria, aplicou-se o carregamento distribuído recomendado pela norma NBR 6120/1980 ao longo do centróide da seção transversal. A partir das solicitações obtidas em cada método, dimensionou-se a armadura longitudinal de flexão por ábacos adimensionais em roseta. A armadura longitudinal de torção, bem como a transversal foram dimensionadas pelas recomendações da NBR6118/2007. Foi analisado, neste trabalho, o dimensionamento no estado limite último de ruptura à flexão com torção e cisalhamento. De acordo com os resultados, o método mais eficiente, em termos de consumo de materiais é o método dos elementos finitos.

Palavras-chave: Escadas Helicoidais. Vigas Helicoidais. Escadas em Concreto Armado.

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Diagrama das etapas da pesquisa .....                                    | 21 |
| Figura 2 – Corte longitudinal de um trecho de escada .....                          | 23 |
| Figura 3 – Projeção da viga helicoidal no plano horizontal .....                    | 25 |
| Figura 4 – Dimensões da escada em corte longitudinal .....                          | 28 |
| Figura 5 – Disposição dos parapeitos em corte transversal .....                     | 29 |
| Figura 6 – Cargas acidentais nos parapeitos .....                                   | 31 |
| Figura 7 – Projeção da viga helicoidal em planta baixa por Guerrin e Lavaur .....   | 36 |
| Figura 8 – Modelagem da escada helicoidal em planta baixa por Araújo .....          | 37 |
| Figura 9 – Projeção da viga helicoidal em planta baixa por Araújo .....             | 37 |
| Figura 10 – Modelagem da escada helicoidal em planta baixa por Rocha .....          | 39 |
| Figura 11 – Projeção da viga helicoidal em planta baixa por Rocha .....             | 41 |
| Figura 12 – Dimensões da escada em planta baixa .....                               | 44 |
| Figura 13 – Dimensões da escada em corte longitudinal no eixo da viga .....         | 44 |
| Figura 14 – Altura da viga de sustentação e dos degraus em corte longitudinal ..... | 45 |
| Figura 15 – Comprimento e largura dos degraus em planta baixa .....                 | 45 |
| Figura 16 – Dimensões da escada em corte transversal .....                          | 46 |
| Figura 17 – Divisão da viga helicoidal em pontos equidistantes .....                | 50 |
| Figura 18 – Escada helicoidal sobe em sentido anti-horário .....                    | 50 |
| Figura 19 – Diagrama do Momento Fletor $M_x$ por Prudon .....                       | 52 |
| Figura 20 – Diagrama do Momento Torçor $M_y$ por Prudon .....                       | 53 |
| Figura 21 – Eixos em torno do centróide da seção transversal .....                  | 53 |
| Figura 22 – Diagrama do Momento Fletor $M_x$ por J. M. de Araújo .....              | 58 |
| Figura 23 – Diagrama do Momento Torçor $T$ por J. M. de Araújo .....                | 58 |
| Figura 24 – Diagrama do Momento Fletor Lateral $M_l$ por J. M. de Araújo .....      | 58 |
| Figura 25 – Diagrama do Momento Fletor $M_x$ por Langendonck .....                  | 61 |
| Figura 26 – Diagrama do Momento Torçor $T$ por Langendonck .....                    | 61 |
| Figura 27 – Diagrama do Momento Fletor Lateral $M_l$ por Langendonck .....          | 61 |
| Figura 28 – Viga Helicoidal modelada no <i>software</i> SAP2000 .....               | 62 |
| Figura 29 – Diagrama do Momento Fletor $M_x$ por Elementos Finitos .....            | 65 |
| Figura 30 – Diagrama do Momento Torçor $T$ por Elementos Finitos .....              | 66 |
| Figura 31 – Diagrama do Esforço Cortante $V$ por Elementos Finitos .....            | 66 |
| Figura 32 – Diagrama do Momento Fletor Lateral $M_l$ por Elementos Finitos .....    | 66 |
| Figura 33 – Diagrama do Esforço Normal $N$ por Elementos Finitos .....              | 66 |



|  |    |
|--|----|
| Figura 34 – Cobrimentos $C_1$ e espessuras $h_e$ .....     | 71 |
| Figura 35 – Comparação entre momentos fletores $M_x$ ..... | 90 |
| Figura 36 – Comparação entre momentos torçores $T$ .....   | 91 |
| Figura 37 – Comparação entre momentos fletores $M_l$ ..... | 92 |

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1 – Coeficiente de ponderação das ações permanentes consideradas separadamente .....           | 33 |
| Tabela 2 – Coeficientes $C_1$ e $C_2$ para viga helicoidal de 1 volta completa .....                  | 41 |
| Tabela 3 – Dimensões finais adotadas para a escada .....  | 47 |
| Tabela 4 – Solicitações $M_x$ , $M_y$ e $V$ por G. Prudon .....                                       | 52 |
| Tabela 5 – Solicitações $M_x$ , $M_y$ , $T$ , $M_l$ e $V$ por J.M. de Araújo .....                    | 57 |
| Tabela 6 – Solicitações $M_x$ , $M_y$ , $T$ e $M_l$ por Langendonck .....                             | 60 |
| Tabela 7 – Solicitações $M_x$ , $M_l$ , $T$ , $V$ e $N$ por Elementos Finitos .....                   | 63 |
| Tabela 8 – Capacidade mecânica em kN para armaduras com aço CA-50 .....                               | 69 |
| Tabela 9 – Valores de $\rho_{min}$ (%) para o aço CA-50 e seção retangular .....                      | 70 |
| Tabela 10 – Valores de $\rho_{w,min}$ (%) para o aço CA-50 .....                                      | 73 |
| Tabela 11 – Área de seção de armadura $A_{sw}$ (cm <sup>2</sup> /m) para estribos de dois ramos ..... | 76 |
| Tabela 12 – Áreas de aço para o método de G. Prudon .....   | 80 |
| Tabela 13 – Taxa de armadura $\rho_s$ para o método de G. Prudon .....                                | 80 |
| Tabela 14 – Áreas de aço para o método das forças proposto por Araújo .....                           | 83 |
| Tabela 15 – Taxa de armadura $\rho_s$ para o método das forças proposto por Araújo .....              | 83 |
| Tabela 16 – Áreas de aço para o método de Langendonck .....   | 86 |
| Tabela 17 – Taxa de armadura $\rho_s$ para o método de Langendonck .....                              | 86 |
| Tabela 18 – Áreas de aço para o método dos elementos finitos .....                                    | 89 |
| Tabela 19 – Taxa de armadura $\rho_s$ para o método dos elementos finitos .....                       | 89 |
| Tabela 20 – Comparativo entre esforços cortantes $V$ (kN) .....                                       | 91 |
| Tabela 21 – Comparativo final entre áreas de aço e taxa de armadura .....                             | 93 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras minúsculas

$b$  – base da viga (m)

$d$  – altura útil da seção transversal (cm)

$f_{cd}$  – resistência de cálculo à compressão do concreto (MPa)

$f_{ck}$  – resistência característica à compressão do concreto (MPa)

$f_{yd}$  – resistência de cálculo ao escoamento do aço (MPa)

$f_{yk}$  – resistência característica ao escoamento do aço (MPa)

$g_d$  – comprimento dos degraus na linha de rasto (m ou cm)

$g_{d.ext}$  – comprimento do degrau na borda externa (cm)

$g_{d.int}$  – comprimento do degrau na borda interna (cm)

$g_{d.v}$  – comprimento do degrau no eixo da viga de sustentação (cm)

$h_d$  – altura dos degraus (m)

$h'_d$  – altura da peça pré-moldada do degrau (m)

$h_e$  – espessura da parede da seção vazada equivalente à seção cheia (cm)

$h_p$  – altura do parapeito (m)

$h_v$  – altura da viga (m)

$n'$  – número de degraus

$p_a$  – peso próprio dos apoios dos degraus (kN/m)

$p_d$  – peso próprio dos degraus (kN/m<sup>2</sup>)

$p_p$  – peso próprio do parapeito (kN/m)

$p_{rev}$  – peso próprio do revestimento (kN/m)

$p_v$  – peso próprio da viga de sustentação (kN/m)

$q_d$  – carga acidental distribuída (kN/m)

$q_p$  – carga acidental dos parapeitos (kN/m)

$t$  – espessura da parede do parapeito (m)

$u_x$  – momento fletor de cálculo reduzido na direção x (adimensional)

$u_y$  – momento fletor de cálculo reduzido na direção y (adimensional)

$w$  – quantia mecânica total

$v$  – esforço normal de cálculo reduzido (adimensional);

### **Letras maiúsculas**

$A_c$  – área da seção cheia de concreto (m<sup>2</sup>)

$A_e$  – área limitada pela linha média da parede da seção vazada equivalente (cm<sup>2</sup>)

$A_{sl,M}$  – área total de aço da armadura longitudinal de flexão (cm<sup>2</sup>)

$A_{sl,M,min}$  – área mínima de aço de armadura longitudinal de flexão (cm<sup>2</sup>)

$A_{sl,T}$  – área total de aço da armadura longitudinal de torção (cm<sup>2</sup>)

$A_{sl,T,min}$  – área mínima de aço da armadura longitudinal de torção (cm<sup>2</sup>)

$A_{sl,tot}$  – área total de aço da armadura longitudinal (cm<sup>2</sup>)

$A_{sw,T}$  – área total de aço da armadura transversal de torção (cm<sup>2</sup>/m)

$A_{sw,V}$  – área total de aço da armadura transversal de cisalhamento (cm<sup>2</sup>/m)

$A_{sw,min}$  – área mínima de aço da armadura transversal (cm<sup>2</sup>/m)

$A_{sw,tot}$  – área total de aço da armadura transversal

$C_1$  – distância entre o centro da armadura longitudinal de flexão do canto e a face lateral da peça (cm)

$E_{ci}$  – módulo de deformação longitudinal tangente inicial (MPa)

$E_{cs}$  – módulo de deformação longitudinal secante (MPa)

$F_d$  – valor de cálculo das ações para a combinação última (kN/m)

$F_{G,k}$  – valor característico das ações permanentes (kN/m)

$F_{Q1,k}$  – valor característico da ação variável considerada principal para a combinação (kN/m)

$F_{Q,k}$  – valor característico das demais ações variáveis (kN/m)

$G_c$  – módulo de elasticidade transversal (MPa)

$H$  – altura da escada (m)

$I_x$  – momento de inércia em torno do eixo x (m<sup>4</sup>)

$I_y$  – momento de inércia em torno do eixo y (m<sup>4</sup>)

$J$  – momento polar de inércia (m<sup>4</sup>)

$L$  – comprimento da viga de sustentação em planta baixa (m)

$L_{EXT}$  – comprimento da borda externa em planta baixa (m)

$L_{INT}$  – comprimento da borda interna em planta baixa (m)

$L_{LR}$  – comprimento da linha de rasto em planta baixa (m)

$M_x$  – momento fletor na direção x (kNm)

$M_{xd}$  – momento fletor de cálculo na direção x (kN.m)

$M_l$  – momento fletor lateral (kNm)

$M_y$  – momento na direção y (kNm)

$M_{yd}$  – momento fletor de cálculo na direção y (kN.m)

$N$  – esforço normal (kN)

$N_d$  – esforço normal de cálculo (kN)

$R$  – raio da viga helicoidal, no eixo de simetria, em projeção no plano horizontal (m)

$R_{EXT}$  – raio da escada na borda externa (m)

$R_{INT}$  – raio da escada na borda interna (m)

$R_{LR}$  – raio da escada na linha de rasto (m)

$T$  – momento torçor (kNm)

$T_d$  – esforço solicitante de cálculo à torção (kN.cm)

$U$  – capacidade mecânica total da armadura longitudinal (kN)

$V$  – esforço cortante máximo (kN)

### **Letras gregas**

$\alpha$  – inclinação da escada (rad)

$\beta$  – semi-ângulo de abertura (rad)

$\gamma_a$  – peso específico da alvenaria (kN/m<sup>3</sup>)

$\gamma_c$  – coeficiente de ponderação da resistência do concreto, sendo 1,4 para condições normais

$\gamma_g$  – coeficiente de ponderação das ações permanentes

$\gamma_q$  – coeficiente de ponderação das ações variáveis

$\gamma_s$  – coeficiente de ponderação da resistência do aço, sendo 1,15 para condições normais

$\theta$  – ângulo que define uma seção qualquer da viga de sustentação (rad)

$\mu_c$  – perímetro da seção cheia de concreto (cm)

$\mu_e$  – perímetro da linha média da parede da seção vazada equivalente (cm)

$\nu$  – coeficiente de Poisson (aproximadamente 0,2)

$\rho$  – relação entre altura e base da viga, para entrada nas tabelas de Langendonck

$\rho_{min}$  – taxa para o cálculo da armadura mínima longitudinal de flexão (%)

$\rho_s$  – taxa de armadura (%)

$\rho_{w,min}$  – taxa para o cálculo da armadura mínima longitudinal de torção e transversal (%)

$\tau_c$  – fator de redução, sendo zero desprezando-se a resistência à tração do concreto

$\tau_d$  – tensão de cálculo tangencial de cisalhamento (MPa)

$\tau_{td}$  – tensão tangencial de torção (kN/cm<sup>2</sup> ou MPa)

$\tau_{tu}$  – tensão tangencial limite de torção (MPa)

$\tau_{wd}$  – tensão tangencial de cisalhamento (kN/cm<sup>2</sup> ou MPa)

$\tau_{wu}$  – tensão tangencial limite de cisalhamento (MPa)

$\emptyset$  – diâmetro da barra de aço (mm)

$\Psi_0$  – coeficiente de minoração das ações variáveis secundárias

## SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| <b>1 INTRODUÇÃO</b> .....   | 17 |
| <b>2 DIRETRIZES DA PESQUISA</b> .....                             | 19 |
| 2.1 QUESTÃO DE PESQUISA .....                                     | 19 |
| 2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA .....                                   | 19 |
| <b>2.2.1 Objetivo principal</b> .....                             | 19 |
| <b>2.2.2 Objetivo secundário</b> .....                            | 19 |
| 2.3 PRESSUPOSTO .....   | 19 |
| 2.4 DELIMITAÇÕES .....  | 20 |
| 2.5 LIMITAÇÕES .....  | 20 |
| 2.6 DELINEAMENTO .....  | 20 |
| <b>3 ESCADAS HELICOIDAIS</b> .....                                | 23 |
| 3.1 TERMINOLOGIA .....  | 23 |
| 3.2 DIMENSÕES ACEITÁVEIS .....                                    | 24 |
| 3.3 CARGAS ATUANTES .....   | 26 |
| <b>3.3.1 Cargas permanentes</b> .....                             | 26 |
| 3.3.1.1 Peso próprio dos degraus e da viga de sustentação .....   | 26 |
| 3.3.1.2 Peso próprio do revestimento .....                        | 28 |
| 3.3.1.3 Peso próprio do parapeito .....                           | 29 |
| <b>3.3.2 Cargas acidentais</b> .....                              | 30 |
| 3.3.2.1 Cargas acidentais nos degraus .....                       | 30 |
| 3.3.2.2 Carga acidental no parapeito .....                        | 31 |
| <b>3.3.3 Combinação de ações</b> .....                            | 32 |
| <b>4 MÉTODOS UTILIZADOS</b> .....                                 | 35 |
| 4.1 MÉTODO DE G. PRUDON .....                                     | 35 |
| 4.2 MÉTODO DAS FORÇAS PROPOSTO POR J. M. DE ARAÚJO .....          | 37 |
| 4.3 MÉTODO DE LANGENDONCK .....                                   | 39 |
| 4.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....                            | 42 |
| <b>5 MODELAGEM GEOMÉTRICA</b> .....                               | 43 |
| <b>6 DIMENSIONAMENTO DA VIGA DE SUSTENTAÇÃO</b> .....             | 48 |
| 6.1 CARREGAMENTO ADOTADO .....                                    | 48 |
| 6.2 SOLICITAÇÕES .....  | 49 |
| <b>6.2.1 Método de G. Prudon</b> .....                            | 51 |
| <b>6.2.2 Método das Forças proposto por J. M. de Araújo</b> ..... | 53 |



|   |    |
|---|----|
| <b>6.2.3 Método de Langendonck</b> .....                          | 59 |
| <b>6.2.4 Método dos Elementos Finitos</b> .....                   | 62 |
| 6.3 ARMADURA LONGITUDINAL .....                                   | 67 |
| 6.4 ARMADURA TRANSVERSAL .....                                    | 73 |
| 6.5 TAXA DE ARMADURA .....  | 77 |
| <b>6.5.1 Método de G. Prudon</b> .....                            | 78 |
| <b>6.5.2 Método das Forças proposto por J. M. de Araújo</b> ..... | 81 |
| <b>6.5.3 Método de Langendonck</b> .....                          | 83 |
| <b>6.5.4 Método dos Elementos Finitos</b> .....                   | 86 |
| 6.6 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS .....                               | 90 |
| <b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....                               | 94 |
| <b>REFERÊNCIAS</b> .....  | 95 |
| <b>APÊNDICE A</b> .....   | 96 |
| <b>ANEXO A</b> .....  | 99 |



## 1 INTRODUÇÃO

Uma escada helicoidal pode ser definida como uma escada que, em planta, possui contorno circular, ou seja, a caixa ou limite externo que circunscribe o volume ocupado pela mesma possui formato cilíndrico. Assim sendo, os degraus, com função estrutural secundária, são dispostos ao longo de uma seção girante, com um eixo vertical e raio de curvatura constante.

Usualmente a estrutura de uma escada deve garantir resistência e estabilidade por solicitações verticais, como peso próprio e sobrecargas. Para tanto, um projeto estrutural se faz necessário para assegurar que a estrutura projetada não atinja os estados limites. Foi analisado, neste trabalho, o dimensionamento no estado limite último de ruptura à flexão com torção e cisalhamento.

Existem inúmeros sistemas estruturais e geométricos de escadas, o que influenciam diretamente no método de dimensionamento adotado. Neste trabalho foram abordadas as escadas curvas com estrutura desenvolvida sobre viga helicoidal engastada em suas extremidades e com degraus centrados. Rocha (1985, p. 85), ao introduzir o estudo de escadas curvas, indica que “[...] o problema se torna complexo, visto que o funcionamento das escadas não pode ser assimilado a peças de forma prismática e, portanto, não devem ser aplicadas as fórmulas comuns da Resistência dos Materiais.”.

Admite-se, portanto, a utilização de métodos empíricos para o cálculo das solicitações em sistemas curvos mais simples, como é o caso da viga central em forma de hélice. Foi incluído no escopo desta pesquisa o Método de Elementos Finitos através do *software* comercial SAP2000, uma vez que é cada vez mais comum a utilização de métodos numéricos em substituição aos métodos empíricos. Calculadas as solicitações, o dimensionamento se fez com o auxílio de ábacos adimensionais em roseta e das recomendações da NBR 6118:2007 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.

Como vantagem, destaca-se que o uso de uma seção girante, ao invés de lances retos com patamares horizontais permite, além de obter uma disposição de construção mais delicada, ganhar um pouco de espaço no desenvolvimento da escada (GUERRIN; LAVAUUR, 2002, p. 333).

No capítulo 2 são apresentadas as diretrizes da pesquisa, onde se detalhou as etapas da mesma. No capítulo 3 são dispostas informações gerais sobre escadas helicoidais, incluindo a terminologia utilizada, dimensões aceitáveis e carregamento usual ao qual estão submetidas. O capítulo 4 descreve os métodos considerados. No capítulo 5 fixou-se uma geometria para o modelo de escada helicoidal proposto. O capítulo 6 destina-se a quantificar o carregamento, as solicitações e a taxa de armadura nos métodos considerados e, ao final deste capítulo, efetuou-se uma comparação entre os resultados. As considerações finais encontram-se no capítulo 7.

## **2 DIRETRIZES DA PESQUISA**

As diretrizes para desenvolvimento do trabalho são descritas nos próximos itens.

### **2.1 QUESTÃO DE PESQUISA**

A questão de pesquisa do trabalho é: entre os métodos empregados de dimensionamento de escadas helicoidais em concreto armado, para a situação estudada, qual conduz a um menor consumo de materiais?

### **2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA**

Os objetivos da pesquisa estão classificados em principal e secundário e são descritos a seguir.

#### **2.2.1 Objetivo principal**

O objetivo principal do trabalho é a verificação do método de dimensionamento de escadas curvas helicoidais em concreto armado que conduz ao menor consumo de materiais entre os estudados.

#### **2.2.2 Objetivo secundário**

O objetivo secundário do trabalho é o dimensionamento dos degraus.

### **2.3 PRESSUPOSTO**

O trabalho tem por pressuposto que os métodos abordados para o dimensionamento dos elementos estruturais produzem resultados seguros e considera que são válidas as especificações das normas brasileiras utilizadas.

## 2.4 DELIMITAÇÕES

O estudo delimita-se a escadas internas comerciais de ambiente urbano, construídas em concreto armado, desenvolvidas sobre viga helicoidal.

## 2.5 LIMITAÇÕES

São limitações do trabalho:

- a) na estrutura atuam apenas cargas verticais, como peso próprio e sobrecarga, desconsideram-se carregamentos horizontais;
- b) a viga é maciça com seção transversal retangular;
- c) a viga é considerada engastada nas extremidades;
- d) verifica-se somente o estado limite último de ruptura na flexão com torção e cisalhamento;
- e) os degraus são centrados em relação à viga;
- f) são utilizados, para a verificação das solicitações, somente: método de G. Prudon, método das forças proposto por J. M. de Araújo, método de Langendonck e método dos elementos finitos (*software* SAP2000);
- g) a geometria da escada é invariável, de forma a permitir a comparação entre métodos, definida para:
  - lance de escada, com desenvolvimento em planta, de uma volta completa ou 360°;
  - altura da escada, ou seja, a distância vertical entre os níveis de saída e chegada entre dois pavimentos igual a 6 m;
  - comprimento dos degraus de 30 cm na linha de rasto e a altura dos degraus de 15 cm;
  - largura da escada de 2 m.

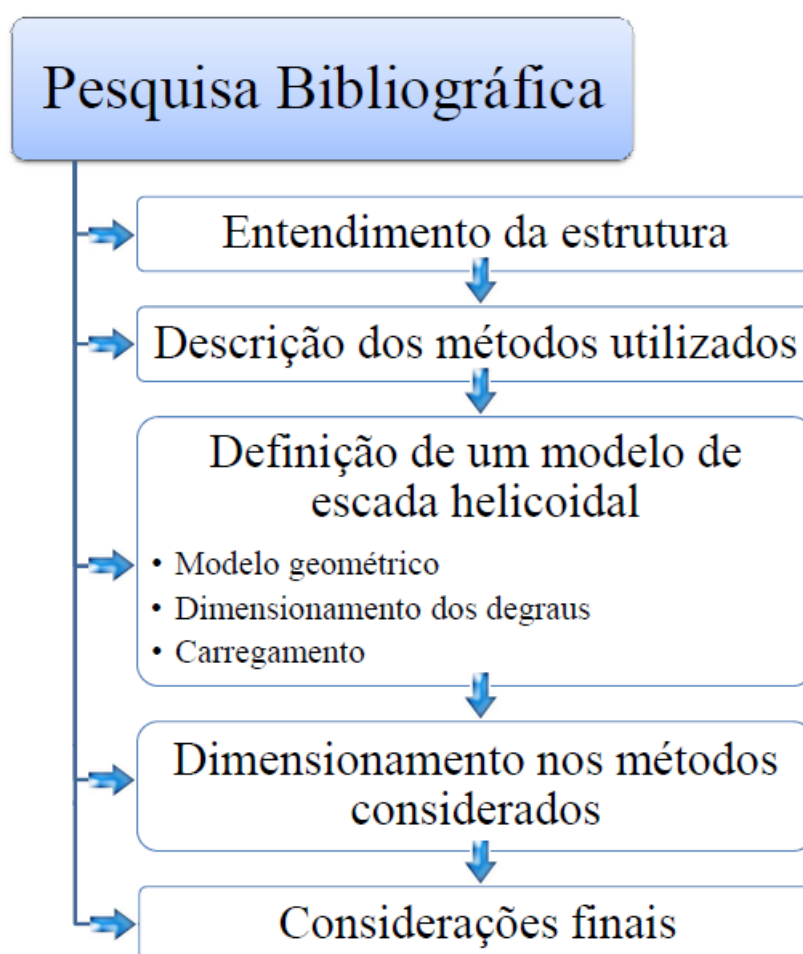
## 2.6 DELINEAMENTO

O trabalho foi realizado através das etapas apresentadas a seguir, que estão representadas na figura 1, descritas nos próximos parágrafos:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) entendimento da estrutura;
- c) descrição dos métodos utilizados;
- d) definição de um modelo de escada helicoidal,

- modelo geométrico;
  - dimensionamento dos degraus;
  - carregamento adotado;
- e) dimensionamento nos métodos utilizados;
- e) considerações finais.

Figura 1 – Diagrama das etapas da pesquisa



(fonte: elaborada pelo autor)

A **pesquisa bibliográfica** foi realizada durante todas as etapas deste trabalho de diplomação. A bibliografia consultada estava relacionada aos métodos utilizados no cálculo das solicitações em estruturas curvas helicoidais de concreto armado e normas brasileiras aplicáveis no dimensionamento das mesmas.

O trabalho começa pelo **entendimento da estrutura**. Definiu-se, nesta etapa, a terminologia utilizada, os limites dimensionais aceitáveis e o carregamento usual em que as escadas helicoidais estão submetidas.

A etapa seguinte consistiu na **descrição dos métodos utilizados**. Foram utilizados três métodos empíricos e um método numérico para a determinação dos esforços solicitantes. Esta etapa tem por objetivo a descrição detalhada de cada método, definindo os tipos de solicitações que cada um evidencia como importante para um dimensionamento seguro.

Posteriormente, foi feita a **definição de um modelo de escada helicoidal**. Esta etapa constituiu-se da elaboração de um modelo geométrico e carregamento adotado para o mesmo. Foram atribuídas dimensões fixas para um modelo de escada helicoidal desenvolvida sobre viga única de concreto armado, padrão comercial urbano, possibilitando a quantificação das solicitações. Ainda nesta etapa foi feito o dimensionamento dos degraus.

Na etapa referente ao **dimensionamento nos métodos considerados**, foi feita a quantificação das solicitações e taxa de armadura da viga, para o modelo de escada helicoidal adotado, nas metodologias propostas.

Por fim, nas **considerações finais**, foi elaborada a análise dos resultados de forma a identificar o método mais eficiente, ou seja, que possui o desempenho esperado com maior economia de materiais.



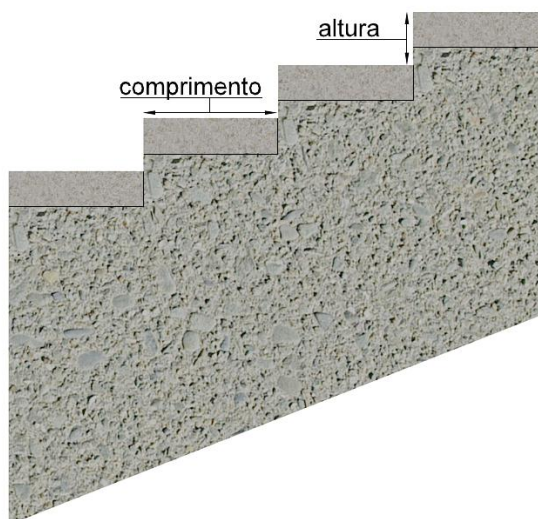
### 3 ESCADAS HELICOIDAIS

Este capítulo tem por objetivo definir a terminologia utilizada, dimensões aceitáveis para que se obtenha uma escada confortável e segura e o carregamento usual ao qual a mesma está submetida.

#### 3.1 TERMINOLOGIA

Segundo Guerrin e Lavour (2002, p. 332, grifo do autor), uma escada é composta por certa quantidade de degraus que podem apoiar-se sobre uma viga curva em forma helicoidal, como é o caso da estrutura analisada neste trabalho. A esta se dá o nome de **viga de sustentação** da escada. As dimensões que definem um degrau são seu comprimento e altura, conforme se observa no corte longitudinal ilustrado na figura 2.

Figura 2 – Corte longitudinal de um trecho de escada



(fonte: elaborada pelo autor)

Guerrin e Lavour (2002, p. 332, grifo do autor) definem também a **caixa de escada** como sendo a margem externa que limita a escada, ou seja, a **caixa** contém o volume da escada. O espaço interno, vazio, deixado no meio da escada, é o **vão de escada**, que pode ser inexistente ou grande ao ponto de permitir a instalação de um elevador. A **gola** é a margem interna, que limita a escada do lado do vão.

A trajetória curva descrita por uma pessoa subindo a escada a uma distância de 0,5 m da gola denomina-se **linha de rasto**. A altura livre existente acima da aresta de um degrau é o **desvão**. Por fim, um **lance**, reto ou curvo, como uma sequência ininterrupta de degraus (GUERRIN; LAVAUUR, 2002, p. 332, grifo do autor).

### 3.2 DIMENSÕES ACEITÁVEIS

Guerrin e Lavour (2002, p. 332) recomendam que o valor mínimo de desvão seja de 1,9 m. Sugerem que um lance deve comportar, no máximo, 20 degraus entre patamares de chegada e saída.

As dimensões, de uma forma geral, variam de acordo com o uso que a escada se destina, sendo que para escadas internas, um degrau de comprimento 28 cm e altura 16 cm é muito confortável. Quanto maior o comprimento e menor a altura dos degraus, mais confortável será a escada. A largura de uma escada é usualmente 1 m, sendo variável de 0,7 m a 0,9 m para escadas de serviço e 1,5 a 2,0 m para grandes escadas (GUERRIN; LAVAUUR, 2002, p. 333).

Segundo Araújo (2010c, p. 66-67), as dimensões dos degraus devem garantir tanto comodidade quanto segurança aos usuários. O autor sugere, para isto, que o comprimento deve situar-se entre 26 e 32 cm e a altura entre 16 e 19 cm. Indica que, para escadas de edifícios residenciais, a largura usual é de 1,2 m podendo variar de acordo com a finalidade.

Guerrin e Lavour (2002, p. 335) afirmam que os construtores admitem a existência necessária de uma relação entre comprimento e altura dos degraus. A possibilidade de combinações entre estas variáveis faz com que seja sempre possível o desenvolvimento de uma escada aceitável. A relação mais empregada é a fórmula de Blondel, referida como fórmula 1:

$$g_d + 2h_d = m \quad (\text{fórmula 1})$$

Onde:

$g_d$  = comprimento dos degraus na linha de rasto (m);

$h_d$  = altura dos degraus (m);

$m$  = 0,59 m (escadas residenciais) a 0,66 m (locais públicos).

Conhecendo-se a altura  $H$  a ser vencida pela escada e a altura  $h_d$  do degrau, o número  $n$  de degraus é dado por  $n = H/h_d$ , que em geral é um número não inteiro. Adota-se um valor inteiro  $n'$  imediatamente superior ou inferior ao número  $n$  obtido. A escada, portanto terá  $n'$  degraus de altura  $H/n'$  (GUERRIN; LAVAUUR, 2002, p. 333).

Araújo (2010c, p. 97-98) afirma que a inclinação de uma escada curva helicoidal é dada pela fórmula 2:

$$\tan \alpha = \frac{H}{2R\beta} \quad (\text{fórmula 2})$$

Onde:

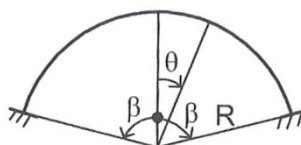
$\alpha$  = inclinação da escada (rad);

$H$  = altura da escada (m);

$R$  = raio da viga helicoidal (m), no eixo de simetria, em projeção no plano horizontal;

$2\beta$  = ângulo total de abertura (rad), em projeção no plano horizontal, conforme figura 3.

Figura 3 – Projeção da viga helicoidal no plano horizontal



(fonte: ARAÚJO, 2010c, p. 97)

Guerrin e Lavour (2002, p. 333) apresentam, na fórmula 3, um meio para se calcular o comprimento da linha de rasto:

$$L_{LR} = g_d(n' - 1) \quad (\text{fórmula 3})$$

Onde:

$L_{LR}$  = comprimento da linha de rasto (m);

$g_d$  = comprimento dos degraus na linha de rasto (m);

$n'$  = número de degraus.

### 3.3 CARGAS ATUANTES

De acordo com a NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 1), as cargas atuantes no projeto de estruturas de edificações, nas quais se incluem as escadas, podem ser classificadas em duas categorias: permanentes e acidentais. Araújo (2010c, p. 68) aponta, entre estas, as que se relacionam diretamente às escadas:

Dentre as cargas permanentes estão incluídos o peso próprio, o revestimento e o peso dos parapeitos. As cargas acidentais são uniformemente distribuídas sobre a superfície da escada. Além disso, a NBR 6120 exige a consideração de cargas acidentais aplicadas ao longo dos parapeitos [...].

#### 3.3.1 Cargas permanentes

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 52) define como permanentes as ações que possuem valores praticamente constantes ao longo da vida útil da construção e também as ações que crescem no tempo, mas tendem a um valor limite constante.

##### 3.3.1.1 Peso próprio dos degraus e da viga de sustentação

A massa específica do concreto endurecido depende principalmente das características dos agregados utilizados, como granulometria e método de compactação. Quanto maior a densidade dos agregados e maior quantidade de agregados graúdos, maior é a massa específica do concreto. Quanto à compactação, o objetivo é incorporar a maior quantidade possível de agregados por unidade de volume e preencher os vazios deixados pelos mesmos com argamassa. É indiscutível que, quanto mais bem compactado, maior é a massa específica do concreto (MONTROYA et al., 2011, p. 56, tradução nossa). A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 22) informa que “Se a massa específica real não for conhecida, para efeito de cálculo, pode-se adotar para o concreto simples o valor de 2400 kg/m<sup>3</sup> e para o concreto armado 2500 kg/m<sup>3</sup>.”.

Supõe-se que a densidade dos degraus seja a mesma da viga de sustentação. Isto pode não ser verdade, porém se aproxima bastante da realidade, pois os degraus nem sempre são armados, mas frequentemente revestidos com material de elevado peso específico (ultrapassando 25 kN/m<sup>3</sup>). Com isso, há uma compensação e pode-se considerar 25 kN/m<sup>3</sup> como uma média para o peso específico dos degraus (GUERRIN; LAVAUUR, 2002, p. 45).

Conforme Araújo (2010c, p. 68-69), “O peso próprio da escada é avaliado por m<sup>2</sup> de projeção horizontal, ou seja, ele é uma carga vertical, tanto para o patamar, quanto para os trechos inclinados.”. Assim, para degraus isolados, ou seja, desconsiderando o apoio sob os mesmos, o peso dos degraus, por m<sup>2</sup> de projeção horizontal, é dado por:

$$p_d = 25h'_d \quad (\text{fórmula 4})$$

Onde:

$p_d$  = peso próprio dos degraus (kN/m<sup>2</sup>);

$h'_d$  = altura da peça pré-moldada do degrau (m), conforme figura 4.

Deve-se levar em conta o peso próprio da viga de sustentação. Este deve ser calculado por metro linear, tomado no eixo de simetria das seções transversais e depois dividido pelo cosseno do ângulo de inclinação da escada. Desta forma, obtém-se o peso por metro de projeção horizontal do eixo da viga, conforme fórmula 5 (ROCHA, 1985, p. 87):

$$p_v = 25 \frac{h_v}{\cos \alpha} b \quad (\text{fórmula 5})$$

Onde:

$p_v$  = peso próprio da viga de sustentação (kN/m);

$h_v$  = altura da viga (m), conforme figura 4;

$\alpha$  = inclinação da escada (rad), conforme figura 4;

$b$  = base da viga (m), conforme figura 5.

Ao peso próprio da viga deve-se adicionar a parcela correspondente aos apoios dos degraus. Analogamente à fórmula 5, considerando porém a altura média do apoio ao invés da altura projetada da viga de sustentação, tem-se que:

$$p_a = 25 \frac{h_d}{2} b \quad (\text{fórmula 6})$$

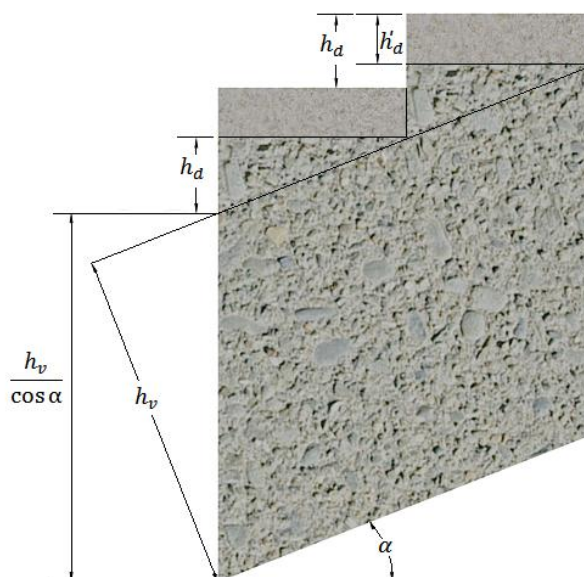
Onde:

$p_a$  = peso próprio dos apoios dos degraus (kN/m);

$h_d$  = altura dos degraus (m), conforme figura 4;

$b$  = base da viga (m), conforme figura 5.

Figura 4 – Dimensões da escada em corte longitudinal



(fonte: elaborada pelo autor)

### 3.3.1.2 Peso próprio do revestimento

Araújo (2010c, p. 69) explica que:

O peso do revestimento também é considerado como uma carga vertical, por metro quadrado de projeção horizontal da escada. O valor depende basicamente dos materiais empregados como piso. Conhecendo-se o detalhamento dos degraus, pode-se avaliar o peso do revestimento em função do peso específico dos materiais de construção [...].

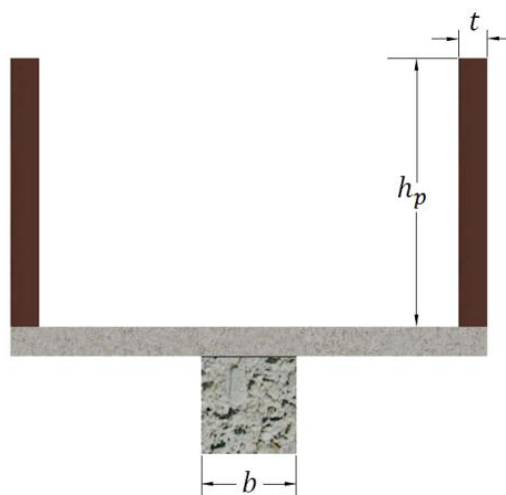
Por outro lado, Araújo (2010c, p. 69) salienta que, na falta de projeto detalhado, pode-se adotar como peso do revestimento o valor de 1 kN/m<sup>2</sup>. Rocha (1985, p. 53) reforça a

afirmação de que o peso da pavimentação varia de 0,5 a 1 kN/m<sup>2</sup>, sendo, portanto o valor de 1 kN/m<sup>2</sup> uma estimativa adequada para o peso do revestimento.

### 3.3.1.3 Peso próprio do parapeito

Guerrin e Lavour (2002, p. 333) salientam que, do lado vazio de uma escada, os lances e patamares são dotados de um guarda-corpo ou corrimão. Devido ao fato dos degraus serem centrados em viga única, a escada estudada neste trabalho possui os dois lados livres e tem-se desta forma, dois parapeitos dispostos ao longo das extremidades dos degraus, conforme a figura 5.

Figura 5 – Disposição dos parapeitos em corte transversal



(fonte: elaborada pelo autor)

Segundo Araújo (2010c, p. 69-70), o peso de cada parapeito pode ser estimado inicialmente por metro longitudinal. O peso de 1m de parapeito construído em alvenaria é dado por:

$$p_p = \gamma_a h_p t \quad (\text{fórmula 7})$$

Onde:

$p_p$  = peso próprio do parapeito (kN/m);

$\gamma_a$  = peso específico da alvenaria (kN/m<sup>3</sup>);

$h_p$  = altura do parapeito (m);

$t$  = espessura da parede do parapeito (m).

A NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 2) recomenda que seja adotado, para o peso específico da alvenaria, o valor de  $13 \text{ kN/m}^3$  para tijolos furados ou  $18 \text{ kN/m}^3$  para tijolos maciços. Guerrin e Lavour (2002, p. 337) citam que os guarda-corpos das escadas podem ser executados com outros materiais que não alvenaria. Como exemplo, destacam-se os parapeitos em madeira, metal e concreto armado. Guerrin e Lavour (2002, p. 45) estimam que o peso de um corrimão de metal leve seja de aproximadamente  $0,1 \text{ kN/m}$  enquanto o peso de um parapeito de alvenaria situe-se na faixa de  $2 \text{ kN/m}$ .

### 3.3.2 Cargas acidentais

A NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 2) considera cargas acidentais as que se originam de ações variáveis, ou seja, cargas que apresentam variações significativas de valor em torno de sua média, durante a vida útil de uma construção na qual estão aplicadas. A NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 1) relaciona a carga acidental ou sobrecarga diretamente à utilização da edificação, como por exemplo, às ações das pessoas, móveis, utensílios, veículos, etc.

#### 3.3.2.1 Cargas acidentais nos degraus

O valor mínimo recomendado pela NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 3), para as cargas acidentais verticais, supostas uniformemente distribuídas nos degraus, é de:

- a)  $3 \text{ kN/m}^2$  para as escadas com acesso ao público;
- b)  $2,5 \text{ kN/m}^2$  para as escadas sem acesso ao público.

Rocha (1985, p. 53), reforça a importância de quantificar a sobrecarga em função do uso ao qual a estrutura se destina, e recomenda a adoção dos seguintes valores:

- a)  $2$  a  $2,5 \text{ kN/m}^2$  para as escadas secundárias;
- b)  $2,5$  a  $3 \text{ kN/m}^2$  para as escadas de edifícios residenciais;
- c)  $4$  a  $5 \text{ kN/m}^2$  para as escadas de edifícios públicos.

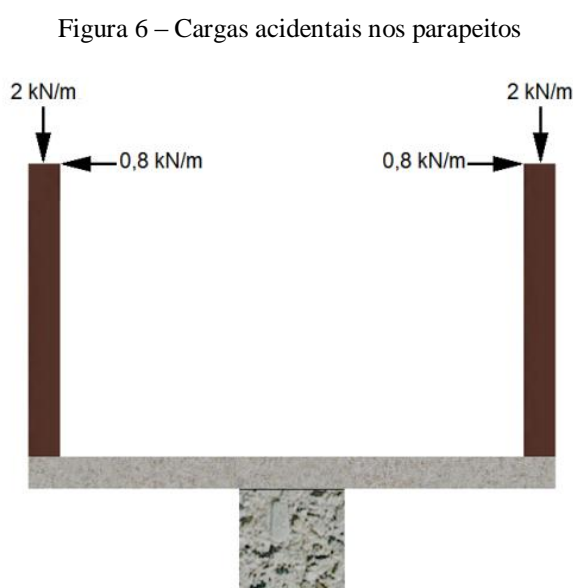


Guerrin e Lavour (2002, p. 47), apontam que o peso máximo de uma multidão extremamente densa, ou seja, quase na impossibilidade de se mover não ultrapassa  $3,8 \text{ kN/m}^2$ . Entretanto, se for considerado o caráter dinâmico das cargas e possíveis fenômenos de ressonância, principalmente em locais públicos, supor apenas  $5 \text{ kN/m}^2$  pode ser um pensamento otimista. Para as sobrecargas de utilização de escadas em edificações residenciais, a estimativa de Guerrin e Lavour (2002, p. 45) é de  $2,5 \text{ kN/m}^2$ .

Caso a escada seja constituída por degraus isolados, a NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 4) instrui que “[...] estes devem ser calculados para suportarem uma carga concentrada de  $2,5 \text{ kN}$ , aplicada na posição mais desfavorável.”. Porém, este carregamento não é considerado no dimensionamento da viga de sustentação, portanto esta instrução é considerada apenas para o dimensionamento dos degraus.

### 3.3.2.2 Carga accidental no parapeito

A NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980, p. 4) propõe ainda que “Ao longo dos parapeitos e balcões devem ser consideradas aplicadas uma carga horizontal de  $0,8 \text{ kN/m}$  na altura do corrimão e uma carga vertical mínima de  $2 \text{ kN/m}$ .”. As cargas accidentais nos parapeitos podem ser observadas na figura 6.



(fonte: elaborada pelo autor)

### 3.3.3 Combinação de ações

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 60), “Um carregamento é definido pela combinação das ações que têm probabilidades não desprezíveis de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período preestabelecido.”. Para o caso de uma escada comercial interna, verificada quanto ao estado limite último na utilização, é suficiente a combinação última normal, ou seja, “Em cada combinação devem estar incluídas as ações permanentes e a ação variável principal, com seus valores característicos e as demais ações variáveis, consideradas como secundárias, com seus valores reduzidos de combinação.”.

A NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 6) define os critérios que devem ser considerados nas combinações de ações:

- a) ações permanentes devem figurar em todas as combinações de ações;
- b) ações variáveis nas combinações últimas normais: em cada combinação última, uma das ações variáveis é considerada como a principal, admitindo-se que ela atue com seu valor característico  $F_k$ ; as demais ações variáveis são consideradas como secundárias, admitindo-se que elas atuem com seus valores reduzidos de combinação  $\Psi_0 F_k$ .

As combinações últimas normais são dadas pela fórmula 8, da NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 7):

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{0j} F_{Qj,k} \right] \quad (\text{fórmula 8})$$

Onde:

$F_d$  = valor de cálculo das ações para a combinação última (kN/m);

$\gamma_g$  = coeficiente de ponderação das ações permanentes;

$F_{G,k}$  = valor característico das ações permanentes (kN/m);

$\gamma_q$  = coeficiente de ponderação das ações variáveis;

$F_{Q1,k}$  = valor característico da ação variável considerada principal para a combinação (kN/m);

$\Psi_0$  = coeficiente de minoração das ações variáveis secundárias;

$F_{Q,k}$  = valor característico das demais ações variáveis (kN/m).

A respeito dos coeficientes de ponderação das ações permanentes, a NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 8) conduz a uma majoração do valor característico das ações que provocam efeitos desfavoráveis, e minoração dos valores das ações que provocam efeitos favoráveis à integridade estrutural. Todas as cargas atuantes, na escada helicoidal considerada neste trabalho, provocam efeitos desfavoráveis.

A NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 8) explica que o valor do coeficiente  $\gamma_g$ , relativo às ações permanentes, nas combinações últimas normais, está relacionado ao tipo de construção e de material utilizado. Explica ainda que “Processos mais controlados admitem coeficientes de ponderação menores e processos menos controlados exigem coeficientes maiores.”. A tabela 1 fornece valores de  $\gamma_g$ , para combinações últimas normais, com ações desfavoráveis à segurança da estrutura.

Tabela 1 – Coeficiente de ponderação das ações permanentes consideradas separadamente

| Tipo de ação                                    | $\gamma_g$ |
|---|------------|
| Peso próprio de estruturas pré-moldadas         | 1,30       |
| Peso próprio de estruturas moldadas no local    | 1,35       |
| Peso próprio de elementos construtivos em geral | 1,50       |

(fonte: adaptada de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 9)

Quanto às ações variáveis, a NBR 8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 10) destaca que:

Os coeficientes de ponderação  $\gamma_q$  das ações variáveis majoram os valores representativos das ações variáveis que provocam efeitos desfavoráveis para a segurança da estrutura. As ações favoráveis que provocam efeitos favoráveis não são consideradas nas combinações de ações, admitindo-se que sobre a estrutura atuem apenas as parcelas de ações variáveis que produzam efeitos desfavoráveis.

Para as ações variáveis consideradas separadamente, em combinações últimas normais, com ações desfavoráveis à segurança da estrutura, pode-se adotar o valor geral de 1,50 para o

coeficiente de ponderação  $\gamma_q$  (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 10).

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 59) sugere que o valor do coeficiente de minoração das ações variáveis secundárias  $\Psi_0$ , para as cargas acidentais em locais onde não há predominância de pesos de equipamentos fixos por longos períodos de tempo nem de elevadas multidões, pode ser considerado de 0,5. A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 58) afirma ainda que o valor das ações variáveis secundárias pode ser reduzido, pois “[...] considera muito baixa a probabilidade de ocorrência simultânea dos valores característicos de duas ou mais variáveis de naturezas diferentes.”.

## 4 MÉTODOS UTILIZADOS

Neste capítulo são descritos os métodos empíricos analisados e um método numérico para obtenção das solicitações em vigas de sustentação de escadas helicoidais em concreto armado.

### 4.1 MÉTODO DE G. PRUDON

De acordo com Guerrin e Lavour (2002, p. 362), o cálculo da flexão em vigas curvas se faz sobre o comprimento desenvolvido em planta baixa. Informam ainda que o efeito de torção produzido pelas cargas verticais, teoricamente dirigido ao centro de curvatura, é muito pequeno, uma vez que as vigas helicoidais, obrigatoriamente engastadas pelas lajes em suas extremidades, constituem um conjunto de grande rigidez à torção.

Segundo os autores, os momentos de flexão e torção podem ser encontrados pelo método de cálculo de G. Prudon. Conforme este método, os momentos de flexão  $M_x$  e de torção  $M_y$ , para um ponto qualquer S, definido pelo ângulo  $\theta$  da viga de sustentação, conforme figura 7, podem ser calculados, respectivamente, por (GUERRIN; LAVOUR, 2002, p. 362):

$$M_x = F_d R^2 (1 - (1 + K') \cos \theta) \quad (\text{fórmula 9})$$

$$M_y = F_d R^2 (\theta - (1 + K') \sin \theta) \cos \alpha \quad (\text{fórmula 10})$$

Onde:

$M_x$  = momento fletor na direção x (kNm);

$M_y$  = momento torçor na direção y (kNm);

$F_d$  = valor de cálculo das ações para a combinação última (kN/m), definido pela fórmula 8;

$R$  = raio da viga helicoidal (m), no eixo de simetria, em projeção no plano horizontal;

$\theta$  = ângulo que define uma seção qualquer da viga de sustentação (rad);

$(1 + K')$  = coeficiente definido pela fórmula 11:

$$(1 + K') = \frac{\frac{\sin \beta}{\beta} (2 + \tan^2 \alpha) - \cos \beta}{1 + \frac{\tan^2 \alpha}{2} \left(1 + \frac{\sin 2\beta}{\beta}\right)} \quad (\text{fórmula 11})$$

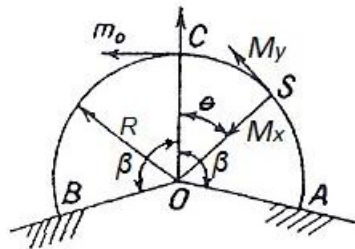
Onde:

$\beta$  = metade do ângulo total da abertura (rad);

$\alpha$  = inclinação da escada (rad), conforme figura 4.

Ainda na figura 7, pode-se perceber no centro C o momento  $m_0$ , onde o momento de torção é nulo (GUERRIN; LAVAUUR, 2002, p. 362).

Figura 7 – Projeção da viga helicoidal em planta baixa por Guerrin e Lavour



(fonte: adaptada de GUERRIN; LAVAUUR, 2002, p. 363)

O esforço cortante máximo é estimado sem levar em consideração a inclinação da viga. Desta forma, pode ser calculado como a metade da carga total em cada engaste, de acordo com a fórmula 12 (GUERRIN; LAVAUUR, 2002, p. 367):

$$V = \frac{F_d L}{2} \quad (\text{fórmula 12})$$

Onde:

$V$  = esforço cortante máximo (kN);

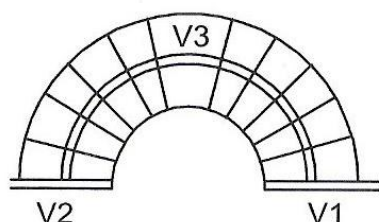
$F_d$  = valor de cálculo das ações para a combinação última (kN/m), definido pela fórmula 8;

$L$  = comprimento da viga de sustentação em planta baixa (m).

## 4.2 MÉTODO DAS FORÇAS PROPOSTO POR J. M. DE ARAÚJO

Conforme Araújo (2010c, p. 96), considerando os degraus engastados em uma viga central helicoidal V3, conforme figura 8, a mesma está submetida a esforços de torção com flexão. O autor afirma que “Os esforços solicitantes nas mesmas podem ser obtidos com o emprego do método das forças.”.

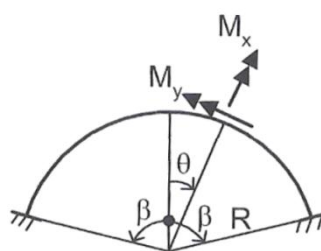
Figura 8 – Modelagem da escada helicoidal em planta baixa por Araújo



(fonte: ARAÚJO, 2010c, p. 96)

Este método consiste em projetar horizontalmente a linha descrita pelo eixo geométrico da viga helicoidal no plano horizontal. As extremidades da viga devem ser consideradas engastadas. Os ângulos de abertura, o raio e os momentos  $M_x$  e  $M_y$  em uma seção genérica, definida pelo ângulo  $\theta$ , estão ilustrados na figura 9 (ARAÚJO, 2010c, p. 97).

Figura 9 – Projeção da viga helicoidal em planta baixa por Araújo



(fonte: adaptada de ARAÚJO, 2010c, p. 97)

Os momentos  $M_x$  e  $M_y$  são dados pelas fórmulas 13 e 14, respectivamente (ARAÚJO, 2010c, p. 97):

$$M_x = F_d R^2 (A \cos \theta - 1) \quad (\text{fórmula 13})$$

$$M_y = F_d R^2 (A \sin \theta - \theta) \quad (\text{fórmula 14})$$

Onde:

$M_x$  = momento fletor na direção x (kNm);

$M_y$  = momento na direção y (kNm);

$F_d$  = valor de cálculo das ações para a combinação última (kN/m), definido pela fórmula 8;

$R$  = raio da viga helicoidal (m), no eixo de simetria, em projeção no plano horizontal;

$\theta$  = ângulo que define uma seção qualquer da viga de sustentação (rad);

$A$  = constante definida pela fórmula 15:

$$A = \frac{2[(1 + K) \sin \beta - \beta K \cos \beta]}{\beta(1 + K) + (1 - K) \sin \beta \cos \beta} \quad (\text{fórmula 15})$$

Onde:

$\beta$  = metade do ângulo total da abertura (rad);

$K$  = constante definida pela fórmula 16:

$$K = \frac{EI}{GJ} \quad (\text{fórmula 16})$$

Onde:

$EI$  = rigidez à flexão das seções transversais;

$GJ$  = rigidez à torção das seções transversais.

Araújo (2010c, p. 98) explica ainda que “O momento  $M_x$  é o momento fletor em um plano vertical. O momento  $M_y$  se decompõe no momento torçor  $T = M_y \cos \alpha$  e no momento fletor



lateral  $M_1 = M_y \sin \alpha$ . Portanto, a viga deve ser dimensionada à torção e à flexão oblíqua.”. O ângulo  $\alpha$  é a inclinação da escada, dada pela fórmula 2.

Por fim, Araújo (2010c, p. 98) estima o esforço cortante máximo nas extremidades da viga de sustentação, através da fórmula 17:

$$V = F_d R \beta \cos \alpha \quad (\text{fórmula 17})$$

Onde:

$V$  = esforço cortante máximo (kN);

$F_d$  = valor de cálculo das ações para a combinação última (kN/m), definido pela fórmula 8;

$R$  = raio da viga helicoidal (m), no eixo de simetria, em projeção no plano horizontal;

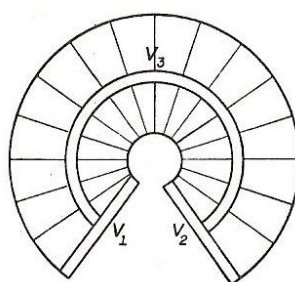
$\beta$  = metade do ângulo total da abertura (rad);

$\alpha$  = inclinação da escada (rad), conforme figura 4.

### 4.3 MÉTODO DE LANGENDONCK

Rocha (1985, p. 86) aponta que casos mais simples, como o caso das escadas que se apoiam sobre vigas helicoidais de sustentação podem ser abordados sem a necessidade de introduzir o estudo das cascas, indicado para resolver problemas de peças curvas. Neste caso, o cálculo das solicitações para a escada da figura 10, onde se supõe os degraus centrados e engastados na viga central  $V_3$  em forma de hélice, bem como a viga perfeitamente engastada nas extremidades, pode ser feito utilizando os coeficientes apresentados nas tabelas baseadas nas fórmulas de Telêmaco Van Langendonck.

Figura 10 – Modelagem da escada helicoidal em planta baixa por Rocha



(fonte: ROCHA, 1985, p. 86)

Uma vez definido o desenvolvimento em planta, para os casos de peças com uma volta completa,  $\frac{3}{4}$  de volta, meia volta e  $\frac{1}{4}$  de volta, “Os momentos fletores e de torção ao longo da peça helicoidal são dados pelas fórmulas.” (ROCHA, 1985, p. 87):

$$M_x = C_1 F_d R^2 \quad (\text{fórmula 18})$$

$$M_y = C_2 F_d R^2 \quad (\text{fórmula 19})$$

Onde:

$M_x$  = momento fletor na direção x (kNm);

$M_y$  = momento na direção y (kNm);

$F_d$  = valor de cálculo das ações para a combinação última (kN/m), definido pela fórmula 8;

$R$  = raio da viga helicoidal (m), no eixo de simetria, em projeção no plano horizontal;

$C_1$  e  $C_2$  = coeficientes tabelados.

Rocha (1985, p. 87) afirma ainda que “O momento  $M_x$  é de flexão em um plano vertical e o momento  $M_y$  se decompõe em um momento de torção e momento de flexão lateral.”, resultando, portanto em torção e flexão oblíqua em cada secção. Os coeficientes  $C_1$  e  $C_2$  são tabelados, entrando com a relação  $\rho$ , onde:

$$\rho = \frac{\left(\frac{h_v}{\cos \alpha}\right)}{b} \quad (\text{fórmula 20})$$

Onde:

$\left(\frac{h_v}{\cos \alpha}\right)$  = altura projetada da viga (m), conforme figura 4;

$b$  = base da viga (m), conforme figura 5.

Na tabela 2, são apresentados os valores dos coeficientes  $C_1$  e  $C_2$  em diversos pontos ao longo do eixo geométrico de simetria, projetado em um plano horizontal, de vigas curvas do tipo



## 4.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Assan (2003, p. 15) afirma que:

[o método dos elementos finitos] consiste não apenas em transformar o sólido contínuo em uma associação de elementos discretos e escrever as equações de compatibilidade e equilíbrio entre eles, mas admitir funções contínuas que representam, por exemplo, o campo de deslocamentos no domínio de um elemento e, a partir daí, obter o estado de deformações correspondente que, associado às relações constitutivas do material, permitem definir o estado de tensões em todo o elemento.

Comumente, o método dos elementos finitos (MEF) baseia-se na “[...] divisão do domínio de integração, contínuo, em um número finito de pequenas regiões denominadas **elementos finitos**, tornando o meio contínuo em discreto [...]”. O autor afirma ainda que à divisão do domínio dá-se o nome de **rede de elementos finitos** e que aos pontos de intersecção das linhas da rede o nome de **nós** (ASSAN, 2003, p. 57, grifo do autor).

Assan (2003, p. 16) ressalta que “Atualmente, há centenas de programas computacionais comerciais de uso corrente em diversas áreas do conhecimento que utilizam esse método para análises linear e não-linear.” e que conhecer os fundamentos nos quais o método dos elementos finitos se sustenta é fundamental para que seja possível lidar com os *softwares* disponíveis de forma consciente.

Entretanto, para a análise da estrutura helicoidal proposta neste trabalho, desconsiderou-se a formulação do método ou princípios utilizados. A aplicação deste método limitou-se à utilização do *software* comercial SAP2000 versão 15. No *software*, a hélice foi modelada em finitas barras retilíneas que passam pelo centróide das seções transversais da viga.

## 5 MODELAGEM GEOMÉTRICA

Este capítulo tem por objetivo fixar uma geometria para o modelo de escada helicoidal proposto neste trabalho de diplomação. Desta forma, em capítulos posteriores foi possível quantificar as cargas, as solicitações e dimensionou-se a quantidade de aço necessária para as seções mais solicitadas. Definiu-se inicialmente:

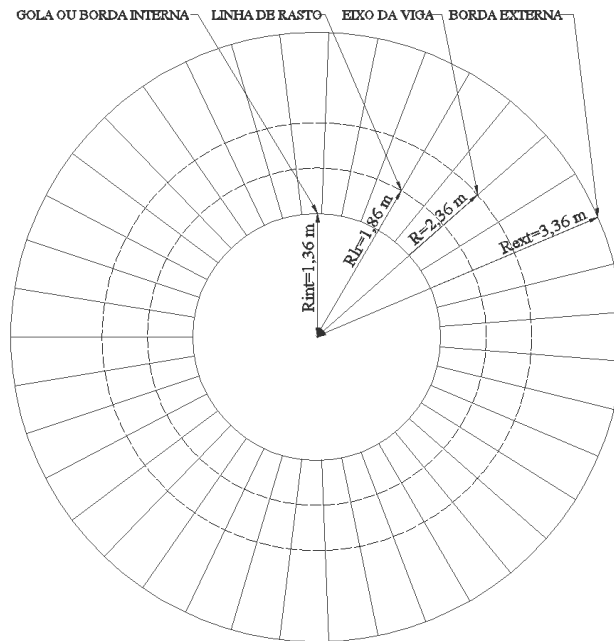
- a) desenvolvimento em planta baixa de  $360^\circ$  ou  $2\pi$  radianos;
- b) altura da escada de 6 m;
- c) largura da escada de 2 m;
- d) altura do degrau de 0,15 m;
- e) comprimento do degrau de 0,30 m na linha de rasto.

Sendo a altura  $H$  da escada 6 metros e a altura do  $h_d$  do degrau 0,15 m, a escada terá  $n' = \frac{6}{0,15} = 40$  degraus. A partir da fórmula 3, tem-se que o comprimento da linha de rasto é de  $L_{LR} = g_d(n' - 1) = 0,30(40 - 1) = 11,70$  metros. O raio da escada, na linha de rasto é de  $R_{LR} = \frac{11,70}{2\pi} = 1,86$  metros.

Sendo a linha de rasto tomada a 0,5 metros da gola e a largura da escada de 2 metros, o raio da viga helicoidal, no eixo de simetria, em projeção no plano horizontal é de  $R = R_{LR} + 0,5 = 1,86 + 0,5 = 2,36$  metros. O raio interno, na gola da escada é  $R_{INT} = 1,36$  metros e o raio externo  $R_{EXT} = 3,36$  metros. Desse modo, o comprimento da viga helicoidal no eixo de simetria em planta baixa é de  $L = 2\pi \cdot R = 2\pi \cdot 2,36 = 14,84$  metros. Os raios podem ser observados na figura 12 e, a altura da escada, bem como o comprimento da viga de sustentação, na figura 13.

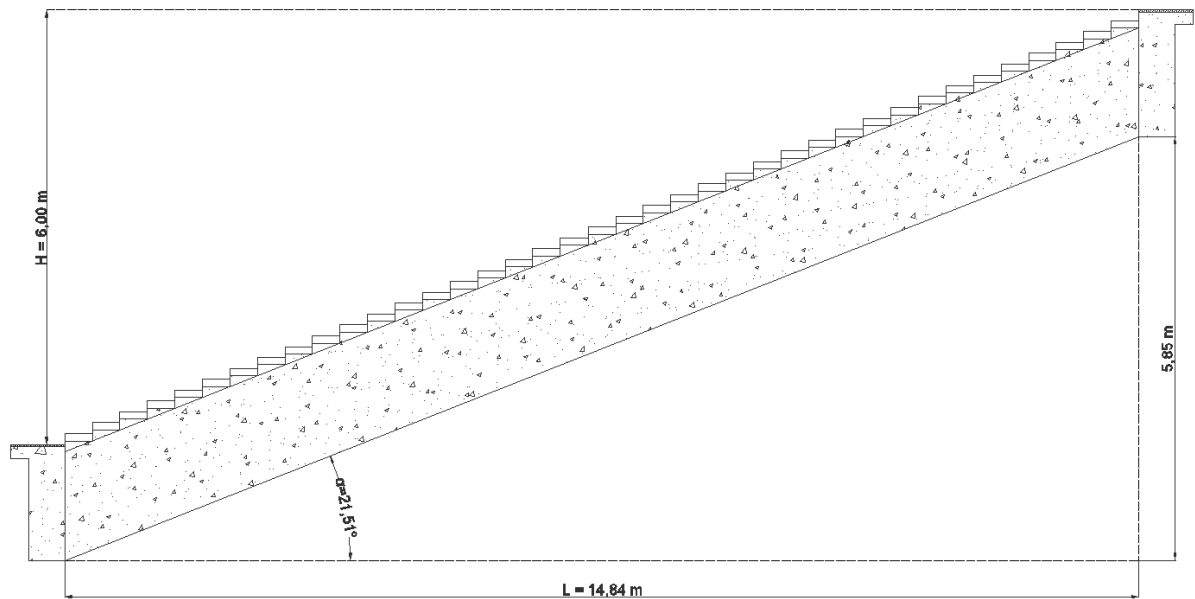
A inclinação da escada, de acordo com a fórmula 2 pode ser calculada como  $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{H}{2R\beta}\right)$  porém, como pode-se observar na figura 13, deve-se desconsiderar o último degrau da altura  $H$ , uma vez que o mesmo faz parte do patamar de chegada e não está sobre a viga de sustentação. Desta forma, a inclinação da escada é  $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{5,85}{2 \cdot 2,36 \cdot \pi}\right) = 0,3755$  radianos ou ainda  $\alpha = 21,51$  graus.

Figura 12 – Dimensões da escada em planta baixa



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 13 – Dimensões da escada em corte longitudinal no eixo da viga

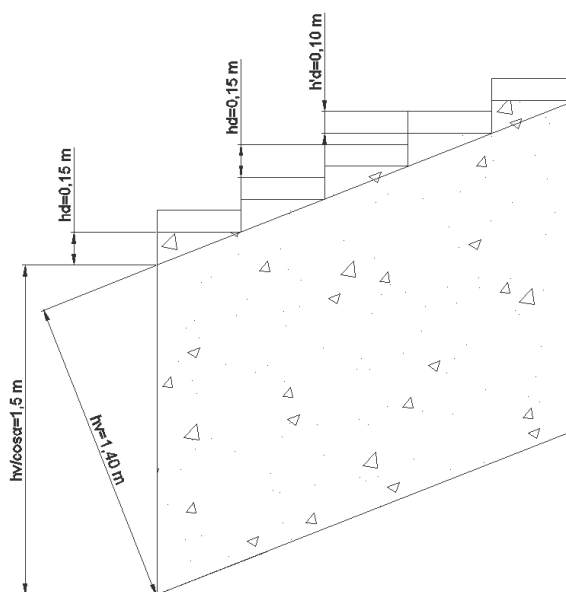


(fonte: elaborada pelo autor)

Justifica-se a escolha da altura  $H$  de 6 metros entre patamares de saída e chegada, pois se deseja evitar resultados com taxas de armaduras mínimas. Esta é uma geometria normalmente encontrada em obras comerciais.

A altura projetada da viga  $\frac{h_v}{\cos \alpha}$  foi definida em aproximadamente  $\frac{1}{10}$  do comprimento projetado em planta baixa, ao longo do eixo geométrico da viga de sustentação, ou seja, 1,5 m, conforme a figura 14. Ainda na mesma figura pode-se observar as dimensões adotadas para os degraus e para os apoios sob os mesmos. De acordo com o apêndice A, é suficiente uma altura  $h'_d=0,10$  m para a altura da peça pré-moldada do degrau.

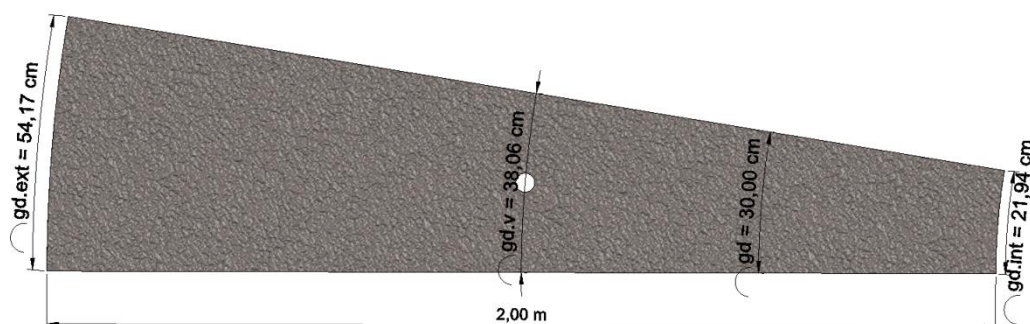
Figura 14 – Altura da viga de sustentação e dos degraus em corte longitudinal



(fonte: elaborada pelo autor)

O comprimento dos degraus varia ao longo da largura da escada, sendo menor na gola ou borda interna e maior na caixa ou borda externa. A figura 15 ilustra um degrau em planta baixa com os comprimentos nos trechos mais relevantes para o desenvolvimento deste trabalho.

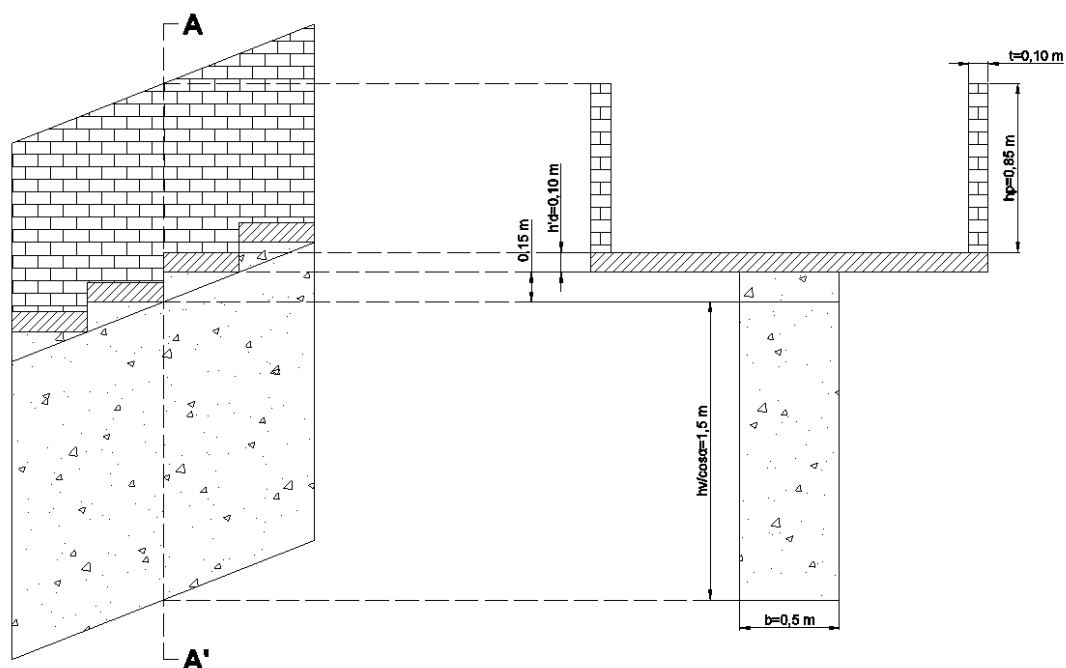
Figura 15 – Comprimento e largura dos degraus em planta baixa



(fonte: elaborada pelo autor)

Na figura 16, tem-se o corte transversal AA' da escada no qual se observa detalhes da seção transversal da viga bem como do parapeito. O comprimento adotado para a base  $b$  da viga foi de  $\frac{1}{3}$  da altura, ou seja,  $b=0,5$  m e para os parapeitos de alvenaria uma espessura  $t=0,10$  m e altura  $h_p=0,85$  m.

Figura 16 – Dimensões da escada em corte transversal



(fonte: elaborada pelo autor)

A tabela 3 resume as principais variáveis definidas neste capítulo.



Tabela 3 – Dimensões finais adotadas para a escada

|   |            |
|---|------------|
| $\beta$ (rad) – semi-ângulo de abertura                               | $\pi$ rad  |
| $H$ (m) – altura da escada  | 6,00 m     |
| $\alpha$ (rad) – inclinação da escada                                 | 0,3755 rad |
| $h_d$ (m) – altura do degrau  | 0,15 m     |
| $h'_d$ (m) – altura da peça pré-moldada do degrau                     | 0,10 m     |
| $g_d$ (cm) – comprimento do degrau na linha de rasto                  | 30,00 cm   |
| $g_{d.v}$ (cm) – comprimento do degrau no eixo da viga de sustentação | 38,06 cm   |
| $g_{d.ext}$ (cm) – comprimento do degrau na borda externa             | 54,17 cm   |
| $g_{d.int}$ (cm) – comprimento do degrau na borda interna             | 21,94 cm   |
| $L_{LR}$ (m) – comprimento da linha de rasto em planta baixa          | 11,70 m    |
| $L$ (m) – comprimento da viga de sustentação em planta baixa          | 14,84 m    |
| $L_{EXT}$ (m) – comprimento da borda externa em planta baixa          | 21,12 m    |
| $L_{INT}$ (m) – comprimento da borda interna em planta baixa          | 8,56 m     |
| $R_{LR}$ (m) – raio da escada na linha de rasto                       | 1,86 m     |
| $R$ (m) – raio da viga de sustentação                                 | 2,36 m     |
| $R_{EXT}$ (m) – raio da escada na borda externa                       | 3,36 m     |
| $R_{INT}$ (m) – raio da escada na borda interna                       | 1,36 m     |
| $h_v/\cos \alpha$ (m) – altura projetada da viga                      | 1,50 m     |
| $b$ (m) – base da viga  | 0,50 m     |
| $h_p$ (m) – altura do parapeito                                       | 0,85 m     |
| $t$ (m) – espessura do parapeito                                      | 0,10 m     |

(fonte: elaborada pelo autor)

## 6 DIMENSIONAMENTO DA VIGA DE SUSTENTAÇÃO

Este capítulo inicia-se com a determinação de um carregamento para o modelo de escada helicoidal definido no capítulo 5. Posteriormente, foram calculadas as solicitações de momentos de flexão, torção e cisalhamento, para os quatro métodos propostos, em diferentes pontos ao longo do eixo de simetria da viga de sustentação da escada. Para cada método foram dimensionadas, no estado limite último de ruptura ou esgotamento da capacidade resistente da estrutura, áreas de aço nas seções mais solicitadas.

### 6.1 CARREGAMENTO ADOTADO

De acordo com a fórmula 4, o peso próprio dos degraus pré-moldados, por m<sup>2</sup> de projeção horizontal é:  $p_d = 25h'_d = 25 * 0,1 = 2,5$  kN/m<sup>2</sup>. Sendo a área de um degrau a largura pelo comprimento no eixo da viga de sustentação e o peso do degrau distribuído uniformemente ao longo do mesmo eixo, o peso próprio dos degraus, por metro longitudinal de viga projetada é:

$$p_d = \frac{2,5 * (2 * 0,38)}{0,38} = 5 \text{ kN/m.}$$

A fórmula 5 resulta no peso próprio da viga projetada em planta baixa, no eixo de simetria. Assim,  $p_v = 25 \frac{h_v}{\cos \alpha} b = 25 * 1,5 * 0,5 = 18,75$  kN/m. A este peso deve-se adicionar a parcela correspondente ao apoio dos degraus. Conforme a fórmula 6,  $p_a = 25 \frac{h_d}{2} b = 25 * \frac{0,15}{2} * 0,5 = 0,94$  kN/m.

O peso próprio do revestimento, estimado em 1 kN/m<sup>2</sup> deve ser distribuído ao longo da viga de sustentação. Assim,  $p_{rev} = \frac{1 * (2 * 0,38)}{0,38} = 2$  kN/m.

O peso próprio de cada parapeito de alvenaria de tijolos furados por metro longitudinal, é dado pela fórmula 7, resultando em  $p_p = \gamma_a h_p t = 13 * 0,85 * 0,1 = 1,105$  kN/m. Este peso é multiplicado por 2, uma vez que são dois parapeitos, um ao longo da borda externa e outro da borda interna. Assim,  $p_p = 1,105 * 2 = 2,21$  kN/m.

É considerada uma carga acidental distribuída de 2,5 kN/m<sup>2</sup> nos degraus. Esta sobrecarga distribuída sobre o eixo projetado da viga de sustentação resulta em  $q_d = \frac{2,5 \cdot (2 \cdot 0,38)}{0,38} = 5$  kN/m.

Ao longo de cada parapeito deve-se considerar uma sobrecarga vertical mínima de 2 kN/m. Tem-se portanto, no eixo da viga, uma carga acidental adicional de  $q_p = 2 \cdot 2 = 4$  kN/m.

De posse dos carregamentos permanentes e acidentais, fazem-se as combinações de ações, conforme a fórmula 8, onde:

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{0j} F_{Qj,k} \right]$$

$$F_{d1} = 1,35(p_d + p_v + p_a + p_{rev} + p_p) + 1,5(q_d + 0,5q_p)$$

$$F_{d1} = 1,35(5 + 18,75 + 0,94 + 2 + 2,21) + 1,5(5 + 0,5 \cdot 4)$$

$$F_{d1} = 49,51 \text{ kN/m}$$

$$F_{d2} = 1,35(p_d + p_v + p_a + p_{rev} + p_p) + 1,5(q_p + 0,5q_d)$$

$$F_{d2} = 1,35(5 + 18,75 + 0,94 + 2 + 2,21) + 1,5(4 + 0,5 \cdot 5)$$

$$F_{d2} = 48,76 \text{ kN/m}$$

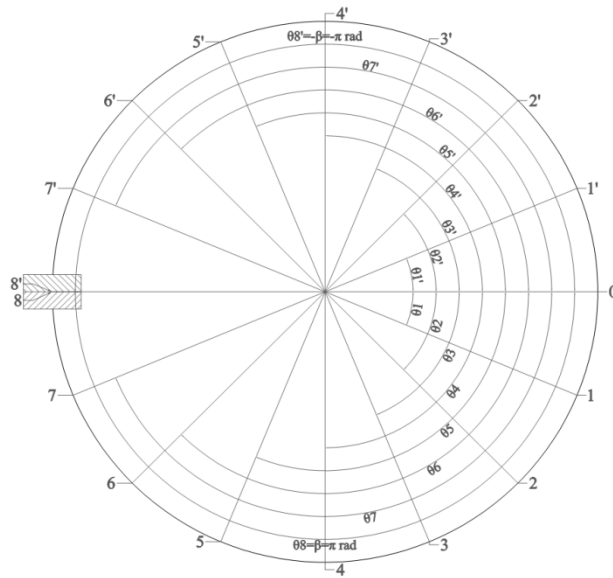
Admite-se, portanto,  $F_d = F_{d1} = 49,51$  kN/m como o valor de cálculo da carga aplicada ao eixo longitudinal da viga helicoidal em planta baixa, resultante da combinação última normal de ações.

## 6.2 SOLICITAÇÕES

A seguir são estimadas as solicitações que cada método evidencia como importante para um dimensionamento seguro. As solicitações para os métodos empíricos foram calculadas em 17 pontos ao longo da viga projetada, sendo cada ponto definido, conforme figura 17, pelo

ângulo de abertura  $\theta$ , que varia de zero a  $\beta$  em sentido horário e zero a  $-\beta$  em sentido anti-horário, sendo  $\beta$  o semi-ângulo de abertura, ou seja,  $\pi$  radianos.

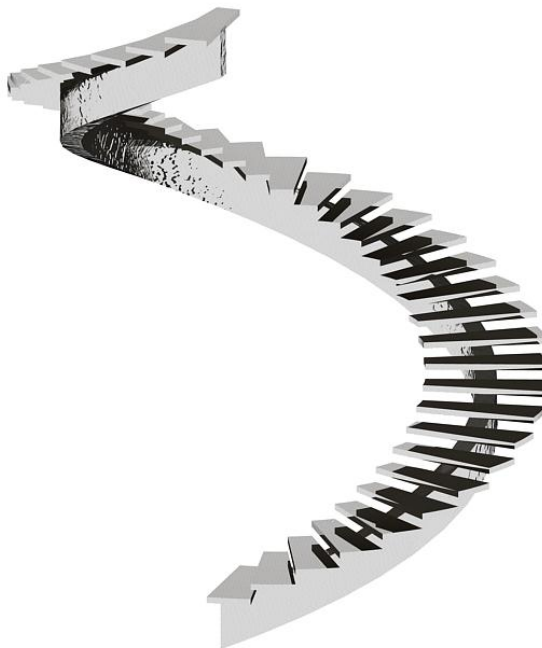
Figura 17 – Divisão da viga helicoidal em pontos equidistantes



(fonte: elaborada pelo autor)

Considerou-se, também, que a escada sobe no sentido anti-horário, como ilustra a figura 18.

Figura 18 – Escada helicoidal sobe em sentido anti-horário



(fonte: elaborada pelo autor)

Os diagramas são desenhados no lado tracionado da peça. Valores negativos de flexão vertical  $M_x$  denotam fibras superiores tracionadas enquanto valores positivos indicam fibras inferiores tracionadas. Para flexão lateral  $M_l$ , valores negativos denotam fibras tracionadas ao longo da borda externa e valores positivos indicam fibras tracionadas na borda interna.

### 6.2.1 Método de G. Prudon

Considerando  $F_d = 49,51$  kN/m,  $R = 2,36$  m,  $\alpha = 0,3755$  rad,  $\beta = \pi$  rad e  $L = 14,84$  m, calcula-se, através das fórmulas 9 a 11, respectivamente, o momento fletor  $M_x$ , torção  $M_y$  e o esforço cortante  $V$ .

Na tabela 4, encontra-se o resultado para as solicitações ao longo dos 17 pontos, alterando-se o ângulo  $\theta$  de acordo com as divisões propostas na figura 17. Os momentos  $M_x$  e  $M_y$  em Prudon foram multiplicados por “-1” para padronizar os diagramas quanto à convenção adotada, ou seja, para valores negativos, fibras superiores tracionadas e inferiores comprimidas. Diagrama de momento fletor desenhado no lado das fibras tracionadas.

Na figura 19, pode-se observar o diagrama do momento fletor em um plano vertical  $M_x$ , e, na figura 20, o diagrama do momento torção  $M_y$ . Em vista lateral, a viga encontra-se tracionada nas fibras superiores e comprimida nas fibras inferiores ao longo de toda a extensão. Os maiores valores, tanto de  $M_x$  quanto  $M_y$  encontram-se nas extremidades da viga.

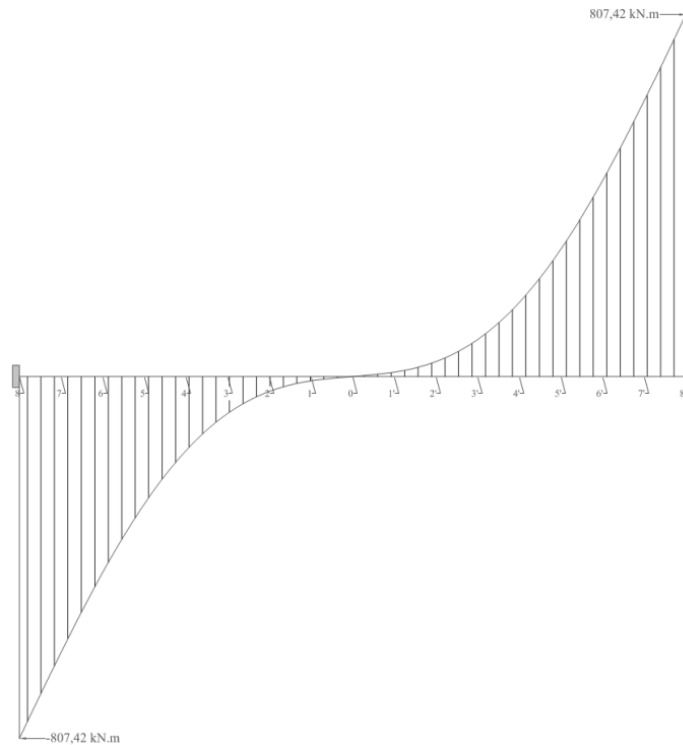
Tabela 4 – Solicitações  $M_x$ ,  $M_y$  e  $V$  por G. Prudon

| ponto | $\theta$ (rad) | $M_x$ (kN.m) | $M_y$ (kN.m) | $ V $ (kN)     |
|-------|----------------|--------------|--------------|----------------|
| 8     | $\pi$          | -532,59      | -807,42      | 367,42         |
| 7     | $7\pi/8$       | -513,08      | -615,23      | desconsiderado |
| 6     | $3\pi/4$       | -457,51      | -436,93      | desconsiderado |
| 5     | $5\pi/8$       | -374,35      | -284,31      | desconsiderado |
| 4     | $\pi/2$        | -276,25      | -165,23      | desconsiderado |
| 3     | $3\pi/8$       | -178,16      | -82,45       | desconsiderado |
| 2     | $\pi/4$        | -94,99       | -33,22       | desconsiderado |
| 1     | $\pi/8$        | -39,43       | -9,66        | desconsiderado |
| 0     | 0              | -19,91       | 0,00         | desconsiderado |
| 1'    | $-\pi/8$       | -39,43       | 9,66         | desconsiderado |
| 2'    | $-\pi/4$       | -94,99       | 33,22        | desconsiderado |
| 3'    | $-3\pi/8$      | -178,16      | 82,45        | desconsiderado |
| 4'    | $-\pi/2$       | -276,25      | 165,23       | desconsiderado |
| 5'    | $-5\pi/8$      | -374,35      | 284,31       | desconsiderado |
| 6'    | $-3\pi/4$      | -457,51      | 436,93       | desconsiderado |
| 7'    | $-7\pi/8$      | -513,08      | 615,23       | desconsiderado |
| 8'    | $-\pi$         | -532,59      | 807,42       | 367,42         |

(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 19 – Diagrama do Momento Fletor  $M_x$  por Prudon

(fonte: elaborada pelo autor)

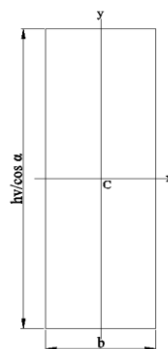
Figura 20 – Diagrama do Momento Torçor  $M_y$  por Prudon

(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.2.2 Método das Forças proposto por J. M. de Araújo

Neste método, para obtenção das solicitações, faz-se necessário o cálculo da constante  $K$ , através da fórmula 16. O numerador, parcela referente à rigidez à flexão das seções transversais, resulta da multiplicação do módulo de deformação longitudinal  $E$  pelo momento de inércia  $I=I_x$ , que passa pelo centróide da seção transversal, conforme figura 21. O denominador, parcela referente à rigidez à torção das seções transversais é o produto do módulo de deformação transversal  $G$  pelo momento polar de inércia  $J$ .

Figura 21 – Eixos em torno do centróide da seção transversal



(fonte: elaborada pelo autor)

Para o cálculo das solicitações e avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou seção transversal, considerando análises elásticas de projeto, o valor do módulo de deformação longitudinal a ser utilizado é o módulo secante  $E_{cs}$ , especificado pela fórmula 21 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 23-24):

$$E_{cs} = 0,85 E_{ci} \quad (\text{fórmula 21})$$

Onde:

$E_{cs}$  = módulo de deformação longitudinal secante (MPa);

$E_{ci}$  = módulo de deformação longitudinal tangente inicial (MPa).

Conforme a mesma Norma, o módulo de deformação longitudinal tangente inicial pode ser estimado pela fórmula 22:

$$E_{ci} = 5600 f_{ck}^{1/2} \quad (\text{fórmula 22})$$

Onde:

$E_{ci}$  = módulo de deformação longitudinal tangente inicial (MPa);

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto (MPa).

A agressividade ambiental à qual a estrutura será exposta durante sua vida útil deve ser identificada, a fim de determinar a classe de resistência mínima do concreto a ser utilizada. Em se tratando de escadas internas de ambiente urbano, onde o espaço é seco, ou seja, estrutura protegida de chuva, a classe de agressividade ambiental é tipo I, considerada fraca e com risco de deterioração insignificante. (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 16).

De acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 18), para classe de agressividade ambiental tipo I, a classe de concreto a ser utilizada deve ser no mínimo C20. Para esta estrutura, optou-se por utilizar  $f_{ck} = 50$  MPa.



Considerando a seção transversal da figura 21, os momentos de inércia de uma área retangular, em torno dos eixos do centróide são dados pelas fórmulas (HIBBELER, 2004, p. 672):

$$I_x = \frac{1}{12} b \left( \frac{h_v}{\cos \alpha} \right)^3 \quad (\text{fórmula 23})$$

$$I_y = \frac{1}{12} \left( \frac{h_v}{\cos \alpha} \right) b^3 \quad (\text{fórmula 24})$$

Onde:

$I_x$  = momento de inércia em torno do eixo x ( $\text{m}^4$ );

$I_y$  = momento de inércia em torno do eixo y ( $\text{m}^4$ );

$b$  = base da viga (m);

$\left( \frac{h_v}{\cos \alpha} \right)$  = altura projetada da viga (m).

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 24) define que “[...] o módulo de elasticidade transversal  $G_c$  [pode ser considerado] igual a  $0,4 E_{cs}$ ”.

De acordo com Hibbeler (2004, p. 613), o momento polar de inércia para toda a área é:

$$J = I_x + I_y \quad (\text{fórmula 25})$$

Onde:

$J$  = momento polar de inércia ( $\text{m}^4$ );

$I_x$  = momento de inércia em torno do eixo x ( $\text{m}^4$ );

$I_y$  = momento de inércia em torno do eixo y ( $\text{m}^4$ ).

Assim, para a constante  $K$  tem-se:

$$K = \frac{EI}{GJ}$$

$$K = \frac{\left(0,85 * 5600 * 50^{\frac{1}{2}}\right) \left(\frac{1}{12} * 0,5 * 1,5^3\right)}{\left(0,4 * 0,85 * 5600 * 50^{\frac{1}{2}}\right) \left[\left(\frac{1}{12} * 0,5 * 1,5^3\right) + \left(\frac{1}{12} * 1,5 * 0,5^3\right)\right]}$$

$$K = 2,25$$

Considerando  $F_d = 49,51$  kN/m,  $R = 2,36$  m,  $\alpha = 0,3755$  rad,  $\beta = \pi$  rad e  $K = 2,25$ , calcula-se, através das fórmulas 13, 14 e 17, respectivamente, os momentos  $M_x$ ,  $M_y$  e o esforço cortante  $V$ . O momento  $M_y$  foi decomposto em torção  $T = M_y \cos \alpha$  e flexão lateral  $M_l = M_y \sin \alpha$ . Na tabela 5, encontra-se o resultado para as solicitações ao longo dos 17 pontos, alterando-se o ângulo  $\theta$  de acordo com as divisões propostas na figura 17.

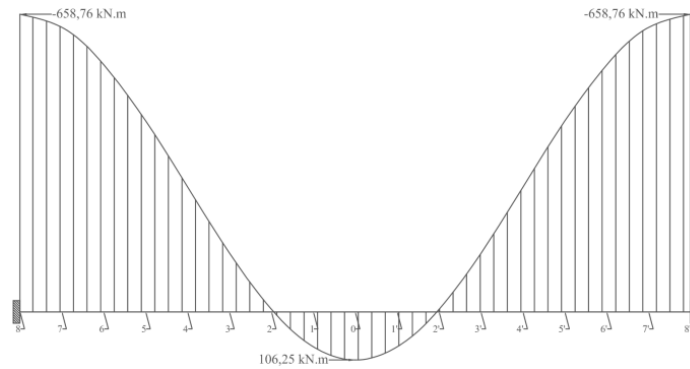
Nas figuras 22 e 23, pode-se observar em vista lateral, respectivamente, os diagramas do momento fletor em um plano vertical  $M_x$  e momento torçor  $T$ . Na figura 24, tem-se o diagrama do momento de flexão lateral  $M_l$  em vista superior. Os valores máximos encontram-se nas extremidades da viga.

Tabela 5 – Solicitações  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $T$ ,  $M_t$  e  $V$  por J.M. de Araújo

| ponto | $\theta$ (rad) | $M_x$ (kN.m) | $M_y$ (kN.m) | $T$ (kN.m) | $M_t$ (kN.m) | $ V $ (kN)     |
|-------|----------------|--------------|--------------|------------|--------------|----------------|
| 8     | $\pi$          | -658,76      | -867,88      | -807,42    | -318,25      | 341,82         |
| 7     | $7\pi/8$       | -629,64      | -613,01      | -570,31    | -224,79      | Desconsiderado |
| 6     | $3\pi/4$       | -546,73      | -380,44      | -353,93    | -139,51      | Desconsiderado |
| 5     | $5\pi/8$       | -422,63      | -189,03      | -175,87    | -69,32       | Desconsiderado |
| 4     | $\pi/2$        | -276,25      | -51,43       | -47,85     | -18,86       | Desconsiderado |
| 3     | $3\pi/8$       | -129,88      | 27,93        | 25,99      | 10,24        | Desconsiderado |
| 2     | $\pi/4$        | -5,78        | 53,50        | 49,78      | 19,62        | Desconsiderado |
| 1     | $\pi/8$        | 77,14        | 37,89        | 35,25      | 13,90        | Desconsiderado |
| 0     | 0              | 106,25       | 0            | 0          | 0            | Desconsiderado |
| 1'    | $-\pi/8$       | 77,14        | -37,89       | -35,25     | -13,90       | Desconsiderado |
| 2'    | $-\pi/4$       | -5,78        | -53,50       | -49,78     | -19,62       | Desconsiderado |
| 3'    | $-3\pi/8$      | -129,88      | -27,93       | -25,99     | -10,24       | Desconsiderado |
| 4'    | $-\pi/2$       | -276,25      | 51,43        | 47,85      | 18,86        | Desconsiderado |
| 5'    | $-5\pi/8$      | -422,63      | 189,03       | 175,87     | 69,32        | Desconsiderado |
| 6'    | $-3\pi/4$      | -546,73      | 380,44       | 353,93     | 139,51       | Desconsiderado |
| 7'    | $-7\pi/8$      | -629,64      | 613,01       | 570,31     | 224,79       | Desconsiderado |
| 8'    | $-\pi$         | -658,76      | 867,88       | 807,42     | 318,25       | 341,82         |

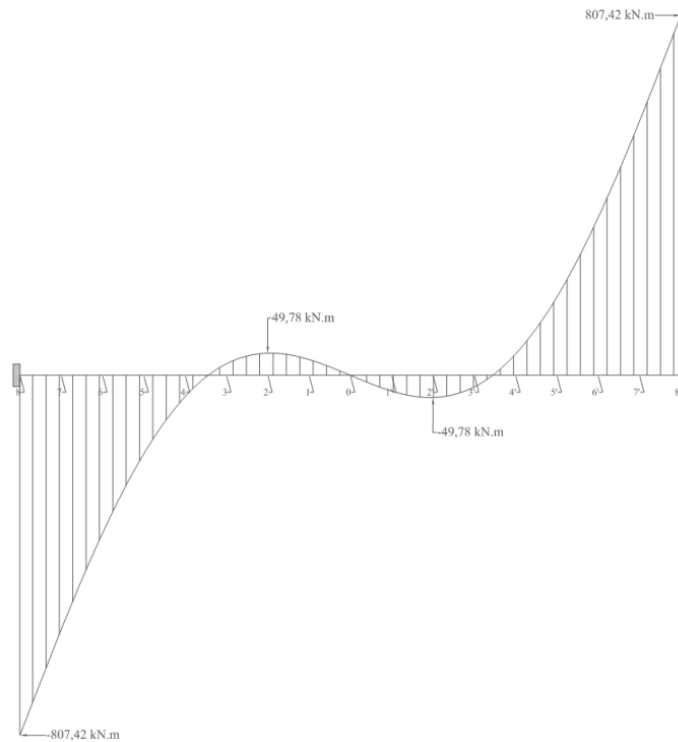
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 22 – Diagrama do Momento Fletor  $M_x$  por J. M. de Araújo



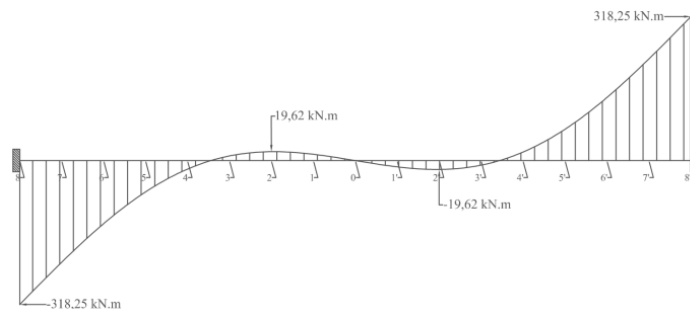
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 23 – Diagrama do Momento Torçor  $T$  por J. M. de Araújo



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 24 – Diagrama do Momento Fletor Lateral  $M_l$  por J. M. de Araújo



(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.2.3 Método de Langendonck

Define-se inicialmente a constante  $\rho$  de acordo com a fórmula 20. Sendo esta constante a razão entre a altura da viga pela base, tem-se:

$$\rho = \frac{\left(\frac{h_v}{\cos \alpha}\right)}{b} = \frac{1,5}{0,5} = 3$$

Entrando com a relação  $\rho = 3$  na tabela 2, tomam-se os valores referentes aos coeficientes  $C_1$  e  $C_2$  para cada ponto definido na figura 11. Considerando  $F_d = 49,51$  kN/m,  $R = 2,36$  m e  $\alpha = 0,3755$  rad, calcula-se, através das fórmulas 18 e 19, respectivamente os momentos  $M_x$  e  $M_y$ . O momento  $M_y$  é decomposto em torção  $T = M_y \cos \alpha$  e flexão lateral  $M_l = M_y \sin \alpha$ . Este método não faz menção quanto ao esforço de cisalhamento nos engastes.

Os resultados das solicitações, ao longo dos 17 pontos considerados, podem ser observados na tabela 6. Os coeficientes  $C_2$ , para os pontos de 1' à 8' tem o sinal invertido em relação aos pontos de 1 a 8, uma vez que o momento  $M_y$  inverte de sentido a partir do centro da escada, no ponto 0.

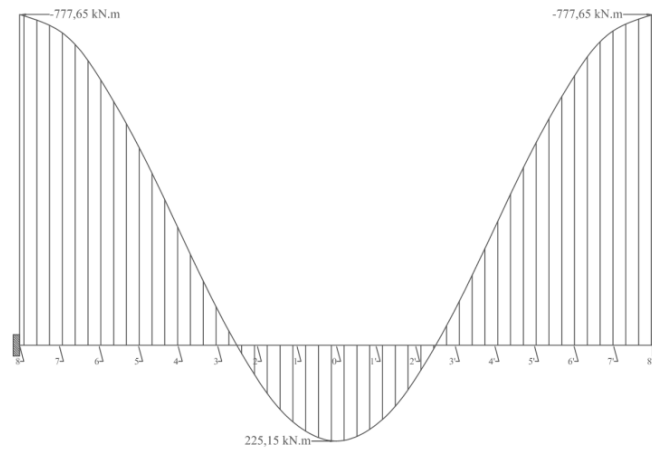
Os diagramas do momento fletor em um plano vertical  $M_x$  e momento torçor  $T$ , em vista lateral, podem ser observados nas figuras 25 e 26, respectivamente. Na figura 27, tem-se o diagrama do momento de flexão lateral  $M_l$  em vista superior. Assim como nos outros métodos empíricos, os valores máximos encontram-se nas extremidades.

Tabela 6 – Solicitações  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $T$  e  $M_l$  por Langendonck

| ponto | $C_1$  | $C_2$  | $M_x$ (kN.m) | $M_y$ (kN.m) | $T$ (kN.m) | $M_l$ (kN.m) |
|-------|--------|--------|--------------|--------------|------------|--------------|
| 8     | -2,815 | -3,142 | -777,65      | -867,99      | -807,52    | -318,30      |
| 7     | -2,677 | -2,054 | -739,53      | -567,43      | -527,90    | -208,08      |
| 6     | -2,284 | -1,073 | -630,96      | -296,42      | -275,77    | -108,70      |
| 5     | -1,695 | -0,286 | -468,25      | -79,01       | -73,50     | -28,97       |
| 4     | -1,000 | 0,245  | -276,25      | 67,68        | 62,97      | 24,82        |
| 3     | -0,305 | 0,499  | -84,26       | 137,85       | 128,25     | 50,55        |
| 2     | 0,284  | 0,498  | 78,46        | 137,57       | 127,99     | 50,45        |
| 1     | 0,677  | 0,302  | 187,02       | 83,43        | 77,62      | 30,59        |
| 0     | 0,815  | 0,000  | 225,15       | 0,00         | 0,00       | 0,00         |
| 1'    | 0,677  | -0,302 | 187,02       | -83,43       | -77,62     | -30,59       |
| 2'    | 0,284  | -0,498 | 78,46        | -137,57      | -127,99    | -50,45       |
| 3'    | -0,305 | -0,499 | -84,26       | -137,85      | -128,25    | -50,55       |
| 4'    | -1,000 | -0,245 | -276,25      | -67,68       | -62,97     | -24,82       |
| 5'    | -1,695 | 0,286  | -468,25      | 79,01        | 73,50      | 28,97        |
| 6'    | -2,284 | 1,073  | -630,96      | 296,42       | 275,77     | 108,70       |
| 7'    | -2,677 | 2,054  | -739,53      | 567,43       | 527,90     | 208,08       |
| 8'    | -2,815 | 3,142  | -777,65      | 867,99       | 807,52     | 318,30       |

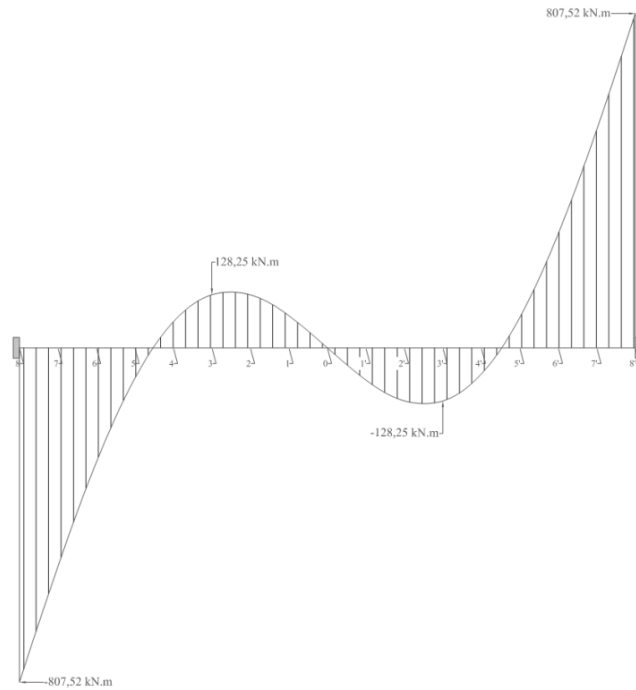
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 25 – Diagrama do Momento Fletor  $M_x$  por Langendonck



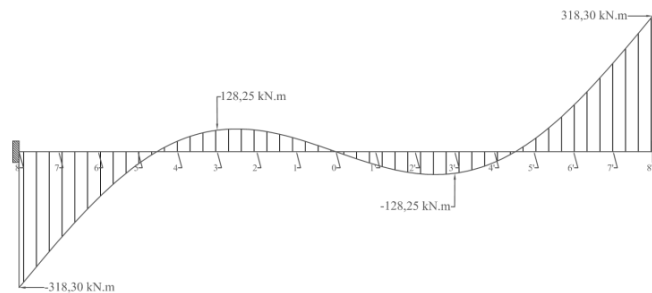
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 26 – Diagrama do Momento Torçor  $T$  por Langendonck



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 27 – Diagrama do Momento Fletor Lateral  $M_l$  por Langendonck



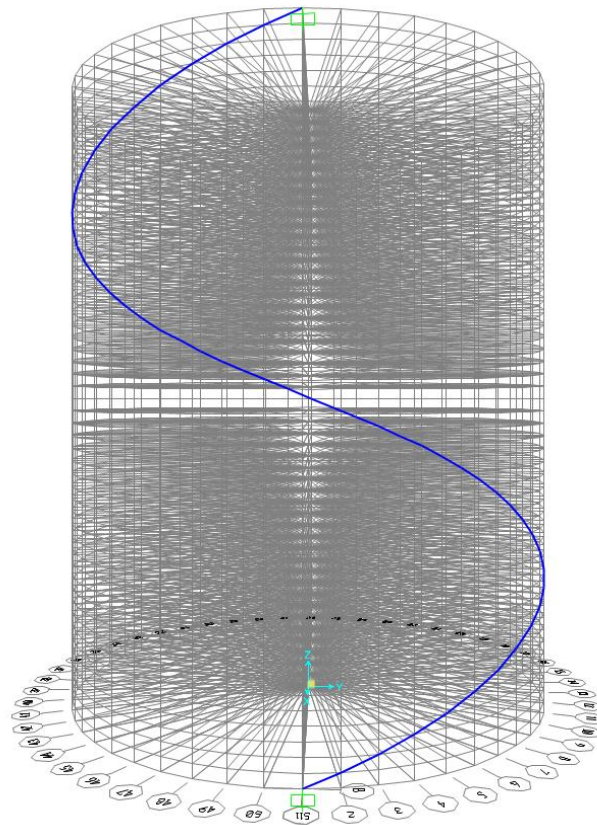
(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.2.4 Método dos Elementos Finitos

Fazendo o uso de um sistema de coordenadas cilíndricas, discretizou-se o eixo geométrico da viga helicoidal em 50 barras retilíneas resultando, portanto, em uma rede composta por 51 nós. Os diagramas foram construídos com base nos valores máximos de cada nó em substituição ao fracionamento de 17 pontos tomado para os métodos empíricos.

Na figura 28, pode-se observar a viga helicoidal modelada no *software* SAP2000 v15 em uma vista tridimensional.

Figura 28 – Viga Helicoidal modelada no *software* SAP2000



(fonte: elaborada pelo autor)

As extremidades da viga foram engastadas e, às barras, adicionou-se um carregamento  $F_d = 49,51$  kN/m no sentido da força gravitacional. As solicitações encontradas para cada nó podem ser observadas na tabela 7, sendo o nó 1 situado no pavimento de saída e o nó 51 no pavimento de chegada.



Tabela 7 – Solicitações  $M_x$ ,  $M_l$ ,  $T$ ,  $V$  e  $N$  por Elementos Finitos

| nó | $M_x$ (kN.m) | $M_l$ (kN.m) | $T$ (kN.m) | $V$ (kN) | $N$ (kN) |
|----|--------------|--------------|------------|----------|----------|
| 1  | -844,24      | -249,92      | -564,65    | -373,36  | -153,79  |
| 2  | -798,73      | -245,43      | -564,65    | -354,00  | -159,39  |
| 3  | -749,19      | -242,17      | -475,65    | -334,73  | -164,78  |
| 4  | -696,25      | -239,86      | -391,84    | -315,62  | -169,77  |
| 5  | -640,61      | -238,17      | -313,65    | -296,74  | -174,19  |
| 6  | -582,93      | -236,78      | -241,43    | -278,16  | -177,88  |
| 7  | -523,87      | -235,37      | -175,47    | -259,94  | -180,68  |
| 8  | -464,09      | -233,65      | -115,98    | -242,13  | -182,45  |
| 9  | -404,20      | -231,32      | -63,07     | -224,79  | -183,08  |
| 10 | -344,81      | -228,11      | 6,01       | -207,95  | -182,47  |
| 11 | -286,48      | -223,80      | 55,89      | -191,65  | -180,51  |
| 12 | -229,73      | -218,18      | 82,56      | -175,91  | -177,17  |
| 13 | -175,07      | -211,09      | 103,02     | -160,76  | -172,39  |
| 14 | -122,94      | -205,21      | 117,54     | -146,19  | -166,15  |
| 15 | -73,75       | -198,81      | 126,42     | -132,21  | -158,46  |
| 16 | -27,86       | -190,58      | 130,02     | -118,81  | -149,35  |
| 17 | 7,81         | -180,49      | 130,02     | -105,96  | -138,86  |
| 18 | 45,95        | -168,51      | 128,72     | -93,64   | -127,08  |
| 19 | 80,34        | -154,70      | 122,97     | -81,80   | -114,09  |
| 20 | 110,74       | -139,13      | 113,21     | -70,41   | -99,99   |
| 21 | 136,91       | -121,93      | 99,95      | -59,41   | -84,93   |
| 22 | 158,68       | -103,26      | 83,68      | -48,75   | -69,05   |
| 23 | 175,91       | -83,32       | 64,94      | -38,36   | -52,49   |
| 24 | 188,47       | -62,32       | 44,26      | -28,17   | -35,44   |

Continua

Continuação

| nó | $M_x$ (kN.m) | $M_l$ (kN.m) | $T$ (kN.m) | $V$ (kN) | $N$ (kN) |
|----|--------------|--------------|------------|----------|----------|
| 25 | 196,28       | -40,51       | 21,55      | -18,11   | -18,06   |
| 26 | 199,29       | -18,16       | -23,78     | -8,11    | -0,53    |
| 27 | 193,79       | 13,70        | -46,60     | 6,58     | 5,41     |
| 28 | 185,61       | 35,97        | -68,56     | 16,59    | 22,90    |
| 29 | 172,75       | 57,74        | -89,10     | 26,69    | 40,17    |
| 30 | 155,33       | 78,75        | -107,68    | 36,96    | 57,04    |
| 31 | 133,51       | 98,76        | -123,78    | 47,45    | 73,34    |
| 32 | 107,44       | 117,54       | -136,88    | 58,25    | 88,91    |
| 33 | 77,33        | 134,90       | -146,50    | 69,40    | 103,59   |
| 34 | 43,41        | 150,69       | -152,16    | 80,96    | 117,25   |
| 35 | 5,94         | 164,78       | -153,44    | 92,99    | 129,77   |
| 36 | -25,47       | 177,08       | -153,44    | 105,52   | 141,03   |
| 37 | -70,38       | 187,57       | -149,93    | 118,59   | 150,96   |
| 38 | -118,39      | 196,25       | -141,25    | 132,23   | 159,50   |
| 39 | -169,15      | 203,17       | -127,08    | 146,45   | 166,60   |
| 40 | -222,29      | 211,25       | -107,12    | 161,25   | 172,24   |
| 41 | -277,36      | 218,94       | -81,14     | 176,65   | 176,44   |
| 42 | -333,91      | 225,20       | -48,95     | 192,62   | 179,21   |
| 43 | -391,45      | 230,17       | 24,14      | 209,14   | 180,61   |
| 44 | -449,46      | 234,05       | 85,95      | 226,19   | 180,70   |
| 45 | -507,37      | 237,08       | 143,72     | 243,73   | 179,59   |
| 46 | -564,62      | 239,52       | 207,76     | 261,71   | 177,38   |
| 47 | -620,61      | 241,65       | 277,87     | 280,09   | 174,21   |
| 48 | -674,71      | 243,75       | 353,78     | 298,80   | 170,20   |

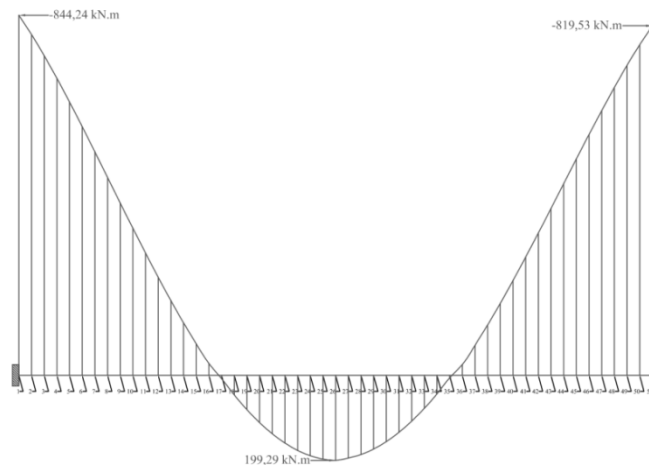
Continua

Continuação

| nó | $M_x$ (kN.m) | $M_l$ (kN.m) | $T$ (kN.m) | $V$ (kN) | $N$ (kN) |
|----|--------------|--------------|------------|----------|----------|
| 49 | -726,32      | 246,16       | 435,18     | 317,78   | 165,53   |
| 50 | -774,79      | 249,17       | 521,66     | 336,96   | 160,36   |
| 51 | -819,53      | 253,09       | 521,66     | 356,28   | 154,86   |

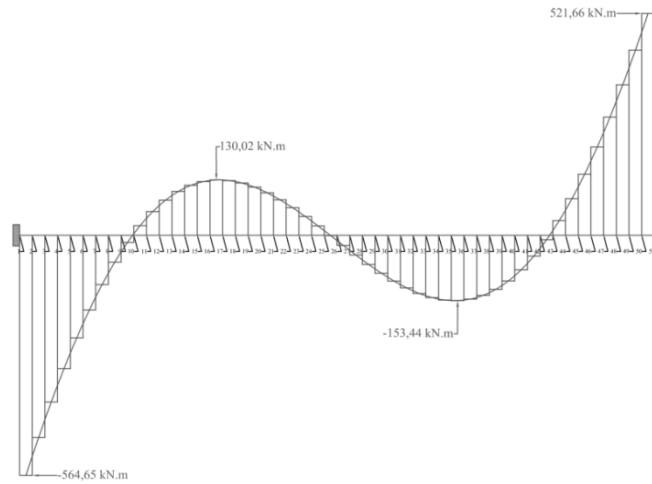
(fonte: elaborada pelo autor)

Os diagramas do momento fletor em um plano vertical  $M_x$ , momento torçor  $T$  e esforço cortante  $V$  em vista lateral, podem ser observados nas figuras 29 a 31, respectivamente. Na figura 32, encontra-se o diagrama do momento de flexão lateral  $M_l$  em vista superior. Neste método foi identificada uma sollicitação normal  $N$ , conforme o diagrama da figura 33. A viga possui, portanto, esforço axial de compressão do ponto 1 ao 26 e tração do ponto 27 ao 51.

Figura 29 – Diagrama do Momento Fletor  $M_x$  por Elementos Finitos

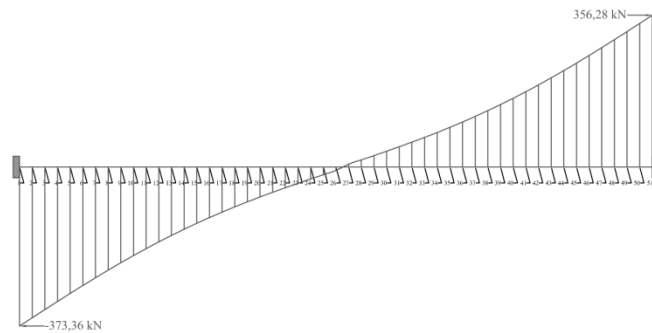
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 30 – Diagrama do Momento Torçor  $T$  por Elementos Finitos



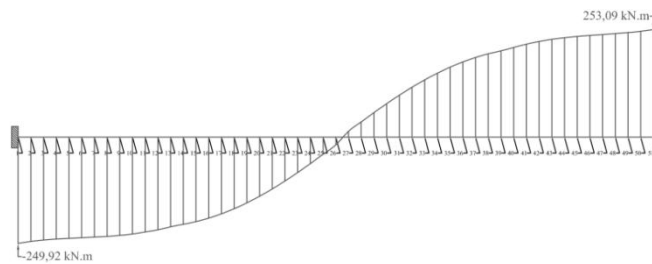
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 31 – Diagrama do Esforço Cortante  $V$  por Elementos Finitos



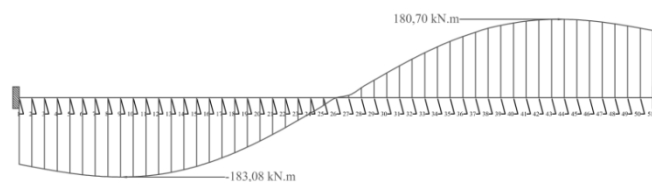
(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 32 – Diagrama do Momento Fletor Lateral  $M_l$  por Elementos Finitos



(fonte: elaborada pelo autor)

Figura 33 – Diagrama do Esforço Normal  $N$  por Elementos Finitos



(fonte: elaborada pelo autor)

### 6.3 ARMADURA LONGITUDINAL

Para uma seção retangular, solicitada por flexão composta oblíqua, de dimensões conhecidas e disposição de armadura também conhecida, pode-se calcular a armadura total longitudinal de flexão  $A_{sL,M}$ , disposta simetricamente, por ábacos adimensionais em roseta (MONTROYA et al., 2011, p. 256, tradução nossa).

Preparam-se inicialmente os esforços reduzidos  $v$ ,  $u_x$  e  $u_y$  conforme as fórmulas 26 a 28 (MONTROYA et al., 2011, p. 478, tradução nossa).

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (\text{fórmula 26})$$

$$u_x = \frac{M_{xd}}{A_c h_v f_{cd}} \quad (\text{fórmula 27})$$

$$u_y = \frac{M_{yd}}{A_c b f_{cd}} \quad (\text{fórmula 28})$$

Onde:

$v$  = esforço normal de cálculo reduzido (adimensional);

$N_d$  = esforço normal de cálculo (kN);

$A_c = h_v * b$  = área da seção cheia de concreto (m<sup>2</sup>);

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto (kN/m<sup>2</sup>);

$u_x$  = momento fletor de cálculo reduzido na direção x (adimensional);

$M_{xd}$  = momento fletor de cálculo na direção x (kN.m);

$h_v$  = altura da viga (m);

$u_y$  = momento fletor de cálculo reduzido na direção y (adimensional);

$M_{yd}$  = momento fletor de cálculo na direção y (kN.m);

$b$  = base da viga (m).

A partir da minoração da resistência característica à compressão, obtém-se a resistência de cálculo à compressão do concreto, através da fórmula 29 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 63-64):

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{fórmula 29})$$

Onde:

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto (MPa);

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto (MPa);

$\gamma_c$  = coeficiente de ponderação da resistência do concreto, sendo 1,4 para condições normais.

De acordo com a NBR 8681, os valores de cálculo dos esforços atuantes, ou seja, das solicitações  $S_d$  já estão majorados pelos coeficientes adotados no cálculo da combinação de ações  $F_d$ , ou seja,  $S_d = S(F_d)$  (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2003, p. 7).

Para uma seção retangular com disposição predeterminada de barras longitudinais, cobrimento relativo de 10% e limite de escoamento do aço entre  $400MPa \leq f_{yk} \leq 500MPa$ , obtém-se, através dos ábacos dispostos no anexo A, o valor da quantia mecânica total necessária  $w$ . Em posse de  $w$  calcula-se, pela fórmula 30, a capacidade mecânica total da armadura longitudinal  $U$ , com cujo valor se entra na tabela 8, de capacidade mecânica de armadura correspondente a classe de aço empregado e obtém-se diretamente o número de barras necessário de um determinado diâmetro. Naturalmente, deve-se respeitar a disposição de armadura correspondente ao ábaco empregado (MONTTOYA et al., 2011, p. 478-479, tradução nossa):

$$U = A_{sl,M} f_{yd} = w A_c f_{cd} \quad (\text{fórmula 30})$$

Onde:

$U$  = capacidade mecânica total da armadura longitudinal (kN);

$A_{sl,M}$  = área total de aço da armadura longitudinal de flexão (cm<sup>2</sup>);

$f_{yd}$  = resistência de cálculo ao escoamento do aço (kN/cm<sup>2</sup>);

$w$  = quantia mecânica total;

$A_c = h_v * b$  = área da seção cheia de concreto (m<sup>2</sup>);

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto (kN/m<sup>2</sup>).

Tabela 8 – Capacidade mecânica em kN para armaduras com aço CA-50

| $\emptyset$<br>(mm) | Número de barras |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---------------------|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                     | 1                | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
| 6                   | 12,3             | 24,6   | 36,9   | 49,2   | 61,5   | 73,8   | 86,1   | 98,3   | 110,6  | 122,9  |
| 8                   | 21,9             | 43,7   | 65,6   | 87,4   | 109,3  | 131,1  | 153,0  | 174,8  | 196,7  | 218,5  |
| 10                  | 34,1             | 68,3   | 102,4  | 136,6  | 170,7  | 204,9  | 239,0  | 273,2  | 307,3  | 341,5  |
| 12                  | 49,2             | 98,3   | 147,5  | 196,7  | 245,9  | 295,0  | 344,2  | 393,4  | 442,6  | 491,7  |
| 14                  | 66,9             | 133,9  | 200,8  | 267,7  | 334,6  | 401,6  | 468,5  | 535,4  | 602,4  | 669,3  |
| 16                  | 87,4             | 174,8  | 262,3  | 349,7  | 437,1  | 524,5  | 611,9  | 699,3  | 786,8  | 874,2  |
| 20                  | 136,6            | 273,2  | 409,8  | 546,4  | 683,0  | 819,5  | 956,1  | 1092,7 | 1229,3 | 1365,9 |
| 25                  | 213,4            | 426,8  | 640,3  | 853,7  | 1067,1 | 1280,5 | 1494,0 | 1707,4 | 1920,8 | 2134,2 |
| 32                  | 349,7            | 699,3  | 1049,0 | 1398,7 | 1748,4 | 2098,0 | 2447,7 | 2797,4 | 3147,1 | 3496,7 |
| 40                  | 546,4            | 1092,7 | 1639,1 | 2185,5 | 2731,8 | 3278,2 | 3824,5 | 4370,9 | 4917,3 | 5463,6 |

(fonte: adaptada de MONTOYA et al., 2011, p. 113)

A armadura mínima longitudinal de flexão para vigas de seção retangular, com o uso de aço CA-50,  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ , é calculada pela fórmula 31 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 117):

$$A_{sl,M,min} = \rho_{min} A_c \quad (\text{fórmula 31})$$

Onde:

$A_{sl,M,min}$  = área mínima de aço de armadura longitudinal de flexão (cm<sup>2</sup>);

$A_c = h_v * b$  = área da seção cheia de concreto (cm<sup>2</sup>);

$\rho_{min}$  = dado pela tabela 9:

Tabela 9 – Valores de  $\rho_{min}$  (%) para o aço CA-50 e seção retangular

| $f_{ck}$ (MPa)   | 20    | 25    | 30    | 35    | 40    | 45    | 50    |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\rho_{min}$ (%) | 0,150 | 0,150 | 0,173 | 0,201 | 0,230 | 0,259 | 0,288 |

(fonte: adaptada de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 117)

De acordo com a NBR 6118, as verificações de flexão simples e torção podem ser efetuadas separadamente, ou seja, “[...] a armadura de torção deve ser acrescentada à armadura necessária para solicitações normais, considerando-se em cada seção os esforços que agem concomitantemente.” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007, p. 129).

Segundo Araújo (2010c, p. 3), para a armadura resistente à torção, a analogia de uma viga em uma treliça espacial resultaria em armadura em hélice. Porém, “Em virtude da dificuldade de execução dessa armadura em hélice, adota-se um arranjo composto por barras longitudinais e estribos verticais.”. A respeito das armaduras longitudinais, Araújo (2010c, p. 4-5) afirma que apenas a face externa da seção transversal colabora na resistência à torção, fazendo-se necessário o cálculo de uma seção vazada equivalente e, para o caso de uma seção retangular de lados  $b$  e  $h_v$ , a espessura da parede equivalente é dada pela fórmula 32:

$$h_e = \frac{A_c}{\mu_c} \geq 2C_1 \quad (\text{fórmula 32})$$

Onde:

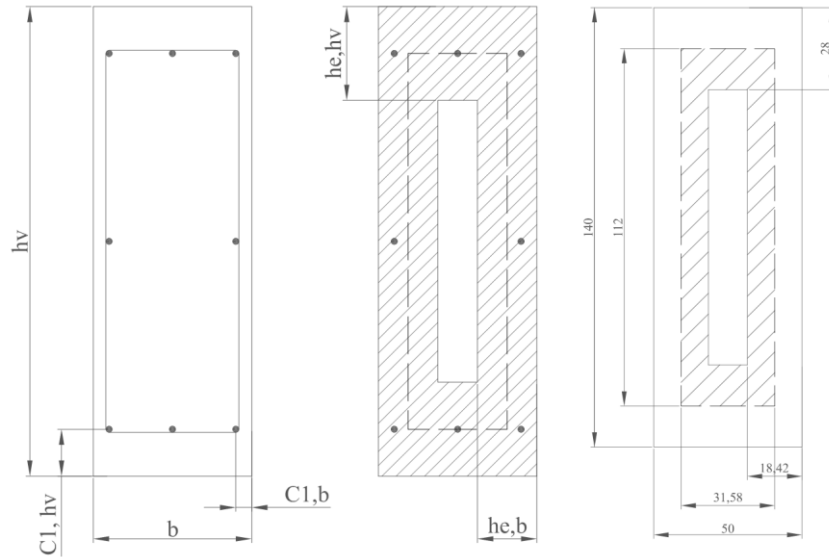
$h_e$  = espessura da parede da seção vazada equivalente à seção cheia (cm);

$A_c = h_v * b$  = área da seção cheia de concreto (cm<sup>2</sup>);

$\mu_c = 2 * [b + h_v]$  = perímetro da seção cheia (cm);

$C_1$  = distância entre o centro da armadura longitudinal de flexão do canto e a face lateral da peça (cm), conforme figura 34.



Figura 34 – Cobrimentos  $C_1$  e espessuras  $h_e$ 

(fonte: elaborada pelo autor)

Para esta estrutura considerou-se um cobrimento  $C_1$  de 10% em relação aos lados da peça, ou seja,  $C_{1,h_v} = 0,10 h_v$  e  $C_{1,b} = 0,10 b$ , uma vez que este é o cobrimento adotado para o uso dos ábacos adimensionais em roseta do anexo A. Tem-se, portanto, duas espessuras para parede fictícia  $h_e$ , que de acordo com a fórmula 32 deve ser  $h_{e,b} = 18,42$  cm e  $h_{e,h_v} = 28$  cm. Ainda, na figura 34, têm-se as dimensões adotadas para seção equivalente, que é a mesma para todos os métodos considerados.

De acordo com Araújo (2010c, p. 14), “O primeiro passo no dimensionamento à torção consiste em garantir a segurança das bielas de concreto. Para isto, deve-se verificar a desigualdade:”

$$\tau_{td} = \frac{T_d}{2A_e h_e} \leq \tau_{tu} \quad (\text{fórmula 33})$$

Onde:

$\tau_{td}$  = tensão tangencial de torção (kN/cm<sup>2</sup>);

$T_d$  = esforço solicitante de cálculo à torção (kN.cm);

$A_e$  = área limitada pela linha média da parede da seção vazada equivalente (cm<sup>2</sup>);

$h_e$  = menor espessura da parede da seção vazada equivalente à seção cheia (cm);

$\tau_{tu}$  = tensão tangencial limite de torção (MPa), dada pela fórmula 34:

$$\tau_{tu} = 0,25\alpha_v f_{cd} \quad (\text{fórmula 34})$$

Onde:

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto (MPa);

$\alpha_v$  = dado pela fórmula 35:

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (\text{fórmula 35})$$

Onde:

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto (MPa).

Adotando o aço CA-50, ou seja, tensão de escoamento do aço  $f_{yd}=434,78$  MPa, a seção da armadura longitudinal, distribuída ao longo da linha média da parede fictícia, pode ser obtida através da fórmula 36 (ARAÚJO, 2010c, p. 11):

$$A_{sl,T} = \frac{T_d u_e}{2A_e f_{yd}} \quad (\text{fórmula 36})$$

Onde:

$A_{sl,T}$  = área total de aço da armadura longitudinal de torção (cm<sup>2</sup>);

$T_d$  = esforço solicitante de cálculo à torção (kN.cm);

$\mu_e$  = perímetro da linha média da parede da seção vazada equivalente (cm);

$A_e$  = área limitada pela linha média da parede (cm<sup>2</sup>);

$f_{yd}$  = resistência de cálculo ao escoamento do aço (kN/cm<sup>2</sup>).

Araújo (2010c, p. 16) afirma que, a área mínima da armadura longitudinal de torção,  $A_{sl,T,min}$ , é dada por:

$$A_{sl,T,min} = \frac{\rho_{w,min}}{2} u_e b \quad (\text{fórmula 37})$$

Onde:

$A_{sl,T,min}$  = área mínima de aço da armadura longitudinal de torção (cm<sup>2</sup>);

$\mu_e$  = perímetro da linha média da parede da seção vazada equivalente (cm);

$b$  = base da viga (cm);

$\rho_{w,min}$  = taxa dada pela tabela 10:

Tabela 10 – Valores de  $\rho_{w,min}$  (%) para o aço CA-50

| $f_{ck}$ (MPa)     | 20   | 25   | 30   | 35   | 40   | 45   | 50   |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\rho_{w,min}$ (%) | 0,09 | 0,10 | 0,12 | 0,13 | 0,14 | 0,15 | 0,16 |

(fonte: adaptada de ARAÚJO, 2010c, p. 16)

Em posse de  $A_{sl,T}$  calcula-se, pela fórmula 30, a capacidade mecânica total  $U$  desta armadura longitudinal e, com o auxílio da tabela 8, obtém-se o número de barras necessário de um determinado diâmetro

## 6.4 ARMADURA TRANSVERSAL

A área de aço  $A_{sw,T}$ , que compõe a armadura transversal de torção por metro de comprimento da viga, é dada pela fórmula 38 (ARAÚJO, 2010c, p. 9):

$$A_{sw,T} = \frac{100T_d}{2A_e f_{yd}} \quad (\text{fórmula 38})$$

Onde:

$A_{sw,T}$  = área total de aço da armadura transversal de torção (cm<sup>2</sup>/m);

$T_d$  = esforço solicitante de cálculo à torção (kN.cm);

$A_e$  = área limitada pela linha média da parede da seção vazada equivalente (cm<sup>2</sup>);

$f_{yd}$  = resistência de cálculo ao escoamento do aço (kN/cm<sup>2</sup>).

Araújo (2010c, p. 9-10) atenta para o fato de que no caso da torção, só se pode contar com um ramo dos estribos. Por esse motivo, obrigatoriamente, os estribos para torção devem ser fechados e, antes de empregar a tabela 11 para estribos de dois ramos, deve-se multiplicar a área  $A_{sw,T}$  por dois.

Quanto às considerações da NBR6118 para o dimensionamento da armadura transversal de cisalhamento  $A_{sw,V}$ , para peças nas quais  $b \leq 5d$ , deve-se inicialmente, a fim de evitar o esmagamento da biela de compressão, impor a restrição (ARAÚJO, 2010a, p. 187):

$$\tau_{wd} \leq \tau_{wu} \quad (\text{fórmula 39})$$

Onde:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b * d} \quad (\text{fórmula 40})$$

$$\tau_{wu} = 0,27\alpha_v f_{cd} \quad (\text{fórmula 41})$$

Onde:

$\tau_{wd}$  = tensão tangencial de cisalhamento (kN/cm<sup>2</sup>);

$\tau_{wu}$  = tensão tangencial limite de cisalhamento (MPa);

$V_d$  = esforço solicitante de cálculo ao cisalhamento (kN);

$b$  = base da viga (cm);

$d = h_v - C_{1,h_v}$  = altura útil da seção transversal (cm), conforme figura 34;

$\alpha_v$  = dado pela fórmula 35;

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto (MPa).

Para os casos correntes em que há esforço de torção com flexão, deve-se garantir ainda (ARAÚJO, 2010c, p. 14):

$$\frac{\tau_{td}}{\tau_{tu}} + \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wu}} \leq 1 \quad (\text{fórmula 42})$$

Onde:

$\tau_{td}$  = tensão tangencial de torção (MPa);

$\tau_{tu}$  = tensão tangencial limite de torção (MPa);

$\tau_{wd}$  = tensão tangencial de cisalhamento (MPa);

$\tau_{wu}$  = tensão tangencial limite de cisalhamento (MPa).

Se as desigualdades forem atendidas, dimensiona-se a armadura transversal de cisalhamento  $A_{sw,V}$  necessária, considerando os estribos verticais, através das fórmulas 43 e 44 (ARAÚJO, 2010a, p. 189):

$$A_{sw,V} = 100b \frac{\tau_d}{f_{yd}} \quad (\text{fórmula 43})$$

$$\tau_d = 1,11(\tau_{wd} - \tau_c) \quad (\text{fórmula 44})$$

Onde:

$A_{sw,V}$  = área total de aço da armadura transversal de cisalhamento (cm<sup>2</sup>/m);

$b$  = base da viga (cm);

$\tau_d$  = tensão de cálculo tangencial de cisalhamento (MPa);

$f_{yd}$  = resistência de cálculo ao escoamento do aço (MPa);

$\tau_{wd}$  = tensão tangencial de cisalhamento (MPa);

$\tau_c$  = fator de redução, sendo zero desprezando-se a resistência à tração do concreto.

A área total de estribos  $A_{sw,tot} = 2A_{sw,T} + A_{sw,V}$  deve ser maior ou igual à área mínima  $A_{sw,min}$  para estribos verticais dada pela fórmula 45 (ARAÚJO, 2010c, p. 15):

$$A_{sw,min} = \rho_{w,min} 100b \quad (\text{fórmula 45})$$

Onde:

$A_{sw,min}$  = área mínima de aço da armadura transversal (cm<sup>2</sup>/m);

$\rho_{w,min}$  = taxa dada pela tabela 10;

$b$  = base da viga (cm).

Com a área de armadura transversal calculada e o auxílio da tabela 11, é escolhido o diâmetro da barra de aço utilizada para confecção dos estribos bem como o espaçamento dos mesmos.

Tabela 11 – Área de seção de armadura  $A_{sw}$  (cm<sup>2</sup>/m) para estribos de dois ramos

| Espaçamento<br>(cm) | Bitola $\emptyset$ (mm) |      |       |       |       |       |
|---------------------|-------------------------|------|-------|-------|-------|-------|
|                     | 5                       | 6,3  | 8     | 10    | 12,5  | 16    |
| 7,0                 | 5,61                    | 8,91 | 14,36 | 22,44 | 35,06 | 57,45 |
| 7,5                 | 5,24                    | 8,31 | 13,40 | 20,94 | 32,72 | 53,62 |
| 8,0                 | 4,91                    | 7,79 | 12,57 | 19,63 | 30,68 | 50,27 |
| 8,5                 | 4,62                    | 7,33 | 11,83 | 18,48 | 28,87 | 47,31 |
| 9,0                 | 4,36                    | 6,93 | 11,17 | 17,45 | 27,27 | 44,68 |
| 9,5                 | 4,13                    | 6,56 | 10,58 | 16,53 | 25,84 | 42,33 |
| 10                  | 3,93                    | 6,23 | 10,05 | 15,71 | 24,54 | 40,21 |
| 11                  | 3,57                    | 5,67 | 9,14  | 14,28 | 22,31 | 36,56 |
| 12                  | 3,27                    | 5,20 | 8,38  | 13,09 | 20,45 | 33,51 |
| 13                  | 3,02                    | 4,80 | 7,73  | 12,08 | 18,88 | 30,93 |
| 14                  | 2,80                    | 4,45 | 7,18  | 11,22 | 17,53 | 28,72 |
| 15                  | 2,62                    | 4,16 | 6,70  | 10,47 | 16,36 | 26,81 |
| 16                  | 2,45                    | 3,90 | 6,28  | 9,82  | 15,34 | 25,13 |
| 17                  | 2,31                    | 3,67 | 5,91  | 9,24  | 14,44 | 23,65 |

Continua

Continuação

| Espaçamento<br>(cm) | Bitola $\emptyset$ (mm) |      |      |      |       |       |
|---------------------|-------------------------|------|------|------|-------|-------|
|                     | 5                       | 6,3  | 8    | 10   | 12,5  | 16    |
| 18                  | 2,18                    | 3,46 | 5,59 | 8,73 | 13,64 | 22,34 |
| 19                  | 2,07                    | 3,28 | 5,29 | 8,27 | 12,92 | 21,16 |
| 20                  | 1,96                    | 3,12 | 5,03 | 7,85 | 12,27 | 20,11 |
| 21                  | 1,87                    | 2,97 | 4,79 | 7,48 | 11,69 | 19,15 |
| 22                  | 1,78                    | 2,83 | 4,57 | 7,14 | 11,16 | 18,28 |
| 23                  | 1,71                    | 2,71 | 4,37 | 6,83 | 10,67 | 17,48 |
| 24                  | 1,64                    | 2,60 | 4,19 | 6,54 | 10,23 | 16,76 |
| 25                  | 1,57                    | 2,49 | 4,02 | 6,28 | 9,82  | 16,08 |
| 26                  | 1,51                    | 2,40 | 3,87 | 6,04 | 9,44  | 15,47 |
| 27                  | 1,45                    | 2,31 | 3,72 | 5,82 | 9,09  | 14,89 |
| 28                  | 1,40                    | 2,23 | 3,59 | 5,61 | 8,77  | 14,36 |
| 29                  | 1,35                    | 2,15 | 3,47 | 5,42 | 8,46  | 13,87 |
| 30                  | 1,31                    | 2,08 | 3,35 | 5,24 | 8,18  | 13,40 |

(fonte: adaptada de ARAÚJO, 2010b, p. 390)

## 6.5 TAXA DE ARMADURA

Nesta subdivisão, calculou-se a área de aço necessária para as seções mais solicitadas, a fim de encontrar a configuração mais eficiente em cada método proposto, ou seja, que resiste às solicitações ao longo de toda viga helicoidal com a menor quantidade de aço possível.

A seguir, com os valores encontrados de armaduras longitudinais e transversais, calculou-se o volume de aço por volume de concreto armado, possibilitando a comparação dos resultados. Assim, ao final deste capítulo identificou-se o método mais eficiente.

### 6.5.1 Método de G. Prudon

Este método admite a flexão simples reta como o único esforço normal atuante ao longo da viga helicoidal. Considerou-se, para o cálculo da armadura longitudinal de flexão  $A_{sl,M}$ , a flexão simples reta  $M_x$  como um caso particular de flexão composta oblíqua, onde o restante dos esforços normais é nulo. Assim, com o objetivo de tornar a comparação entre os métodos mais justa, dimensionou-se  $A_{sl,M}$  para G. Prudon da mesma maneira que nos outros métodos, ou seja, com os ábacos em roseta do anexo A. Desta forma, para  $f_{ck} = 50$  MPa, de acordo com as fórmulas 26 a 28:

$$v = 0; u_y = 0$$

$$u_x = \frac{M_{xd}}{A_c h v f_{cd}} = \frac{532,59}{(1,4 * 0,5) * 1,4 * \frac{50000}{1,4}} = 0,015$$

Com estes valores, entra-se no diagrama em roseta do anexo A, para seções retangulares com oito barras longitudinais dispostas simetricamente. Como  $u_x > u_y$ , no ábaco,  $u_1 = 0,015$  e  $u_2 = 0$ , resultando na quantia mecânica  $w = 0,034$ . De acordo com a fórmula 30, a capacidade mecânica total da armadura e a área de aço para armadura longitudinal de flexão são respectivamente:

$$U_M = w A_c f_{cd} = 0,034 * (1,4 * 0,5) * \frac{50000}{1,4} = 850,00 \text{ kN}$$

$$A_{sl,M} = \frac{U_M}{f_{yd}} = \frac{850,00}{43,478} = 19,55 \text{ cm}^2$$

A armadura mínima longitudinal de flexão é calculada pela fórmula 31, onde:

$$A_{sl,M,min} = \rho_{min} A_c = \frac{0,288}{100} * (140 * 50) = 20,16 \text{ cm}^2$$

A esta armadura deve-se adicionar a parcela correspondente à torção. Para isso, verificam-se inicialmente as bielas de compressão pela fórmula 33:

$$\tau_{td} = \frac{T_d}{2A_e h_e} \leq \tau_{tu}$$

$$\frac{80742}{2(31,58 * 112)18,42} \leq 0,25 \left(1 - \frac{50}{250}\right) \frac{50}{1,4}$$



$$0,62 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 6,20 \text{ MPa} \leq 7,14 \text{ MPa (OK)}$$

Através da fórmula 36, tem-se a área de aço da armadura longitudinal de torção:

$$A_{sl,T} = \frac{T_d u_e}{2 A_e f_{yd}} = \frac{80742 * 2 * (31,58 + 112)}{2(31,58 * 112) 43,478} = 75,39 \text{ cm}^2$$

A área mínima da armadura longitudinal de torção,  $A_{sl,T,min}$ , é dada pela fórmula 37:

$$A_{sl,T,min} = \frac{\rho_{w,min}}{2} u_e b = \frac{0,16}{2} * 2 * (31,58 + 112) * 50 = 11,49 \text{ cm}^2$$

A armadura longitudinal total  $A_{sl,tot}$  resulta em:

$$A_{sl,tot} = A_{sl,M,min} + A_{sl,T} = 20,16 + 75,39 = 95,55 \text{ cm}^2$$

A armadura transversal de torção é dada pela fórmula 38:

$$A_{sw,T} = \frac{100 T_d}{2 A_e f_{yd}} = \frac{100 * 80742}{2(31,58 * 112) 43,478} = 26,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para o dimensionamento da armadura transversal de cisalhamento, verificam-se as bielas de compressão pela fórmula 39:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b * d} \leq \tau_{wu} = 0,27 \alpha_v f_{cd}$$

$$\frac{367,42}{50 * 126} \leq 0,27 \left(1 - \frac{50}{250}\right) \left(\frac{50}{1,4}\right)$$

$$0,058 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 0,58 \text{ MPa} \leq 7,71 \text{ MPa (OK)}$$

Deve-se garantir ainda, conforme fórmula 42:

$$\frac{\tau_{td}}{\tau_{tu}} + \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wu}} \leq 1$$

$$\frac{6,20}{7,14} + \frac{0,58}{7,71} = 0,94 \leq 1 \text{ (OK)}$$

A armadura transversal de cisalhamento é dada pela fórmula 43:

$$A_{sw,V} = 100 b \frac{\tau_d}{f_{yd}} = 100 * 50 * \frac{(1,11(0,583-0))}{434,78} = 7,44 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A armadura transversal total  $A_{sw,tot}$  resulta em:

$$A_{sw,tot} = 2A_{sw,T} + A_{sw,V} = (2 * 26,25) + 7,44 = 59,94 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A área mínima da armadura transversal total,  $A_{sw,min}$ , é dada pela fórmula 45:

$$A_{sw,min} = \rho_{w,min} 100b = \frac{0,16}{100} * 100 * 50 = 8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A tabela 12 resume os principais resultados adotados para o método de G. Prudon.

Tabela 12 – Áreas de aço para o método de G. Prudon

|   |       |
|---|-------|
| $A_{sl,M}$ (cm <sup>2</sup> ) – área de aço da armadura longitudinal de flexão        | 20,16 |
| $A_{sl,T}$ (cm <sup>2</sup> ) – área de aço da armadura longitudinal de torção        | 75,39 |
| $A_{sl,tot}$ (cm <sup>2</sup> ) – área total de aço da armadura longitudinal          | 95,55 |
| $A_{sw,T}$ (cm <sup>2</sup> /m) – área de aço da armadura transversal de torção       | 26,25 |
| $A_{sw,V}$ (cm <sup>2</sup> /m) – área de aço da armadura transversal de cisalhamento | 7,44  |
| $A_{sw,tot}$ (cm <sup>2</sup> /m) – área total de aço da armadura transversal         | 59,94 |

(fonte: elaborada pelo autor)

Considerando a taxa de armadura  $\rho_s$  como o volume de aço em relação ao volume de concreto, tem-se conforme a tabela 13, para um metro de viga,  $\rho_s = 2,67 \%$ .

Tabela 13 – Taxa de armadura  $\rho_s$  para o método de G. Prudon

|                            |  |
|----------------------------|--|
| volume de concreto         | $50 * 140 * 100 = 7E^5 \text{ cm}^3$         |
| volume de aço longitudinal | $95,55 * 100 = 9555,00 \text{ cm}^3$         |
| volume de aço transversal  | $59,94(140-28+50-10) = 9110,88 \text{ cm}^3$ |
| taxa de armadura $\rho_s$  | $(9555,00 + 9119,88)/7E^5 = 2,67E^{-2}$      |

(fonte: elaborada pelo autor)

Pelas tabelas 8 e 11, são necessárias as seguintes armaduras efetivas em aço CA-50:

- a) 8 Ø 20 para  $A_{sl,M}$ ;

- b) 10  $\emptyset$  32 para  $A_{sl,T}$ ;  
 c)  $\emptyset$  16 c/ 7cm para  $A_{sw,tot}$  (57,45 cm<sup>2</sup>/m).

### 6.5.2 Método das Forças proposto por J. M. de Araújo

Sendo o caso de flexão simples oblíqua uma particularidade do caso de flexão composta oblíqua para esforço normal  $N_d = 0$ , faz-se necessário calcular apenas os esforços reduzidos  $u_x$  e  $u_y$  conforme as fórmulas 27 e 28, tomando como valores de  $M_{xd}$  e  $M_{yd}$  respectivamente os valores máximos de  $M_x$  e  $M_l$ . Estes valores encontram-se nos engastes e para o método das forças, proposto por Araújo, os esforços reduzidos, para  $f_{ck} = 50$  MPa, resultam em:

$$v = 0$$

$$u_x = \frac{M_{xd}}{A_c h v f_{cd}} = \frac{658,76}{(1,4 * 0,5) * 1,4 * \frac{50000}{1,4}} = 0,019$$

$$u_y = \frac{M_{yd}}{A_c b f_{cd}} = \frac{318,25}{(1,4 * 0,5) * 0,5 * \frac{50000}{1,4}} = 0,025$$

Com estes valores, entra-se no diagrama em roseta do anexo A, para seções retangulares com oito barras longitudinais dispostas simetricamente. Como  $u_y > u_x$ , no ábaco,  $u_1 = 0,025$  e  $u_2 = 0,019$ , resultando na quantia mecânica  $w = 0,062$ . De acordo com a fórmula 30, a capacidade mecânica total da armadura e a área de aço para armadura longitudinal de flexão são, respectivamente:

$$U_M = w A_c f_{cd} = 0,062 * (1,4 * 0,5) * \frac{50000}{1,4} = 1550,00 \text{ kN}$$

$$A_{sl,M} = \frac{U_M}{f_{yd}} = \frac{1550,00}{43,478} = 35,65 \text{ cm}^2$$

A armadura mínima longitudinal de flexão é calculada pela fórmula 31, onde:

$$A_{sl,M,min} = \rho_{min} A_c = \frac{0,288}{100} * (140 * 50) = 20,16 \text{ cm}^2$$

Como o esforço solicitante de torção possui o mesmo valor obtido em G. Prudon, não é necessário refazer o cálculo da área de aço para armaduras de torção, assim, tem-se:

$$A_{sl,T} = 75,39 \text{ cm}^2$$

$$A_{sw,T} = 26,25 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A armadura longitudinal total  $A_{sl,tot}$  resulta em:

$$A_{sl,tot} = A_{sl,M} + A_{sl,T} = 35,65 + 75,39 = 111,04 \text{ cm}^2$$

Para o dimensionamento da armadura transversal de cisalhamento, verificam-se as bielas de compressão pela fórmula 39:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b * d} \leq \tau_{wu} = 0,27 \alpha_v f_{cd}$$

$$\frac{341,82}{50 * 126} \leq 0,27 \left(1 - \frac{50}{250}\right) \left(\frac{50}{1,4}\right)$$

$$0,054 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 0,54 \text{ MPa} \leq 7,71 \text{ MPa (OK)}$$

Deve-se garantir ainda, conforme fórmula 42:

$$\frac{\tau_{td}}{\tau_{tu}} + \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wu}} \leq 1$$

$$\frac{6,20}{7,14} + \frac{0,54}{7,71} = 0,94 \leq 1 \text{ (OK)}$$

A armadura transversal de cisalhamento é dada pela fórmula 43:

$$A_{sw,V} = 100b \frac{\tau_d}{f_{yd}} = 100 * 50 * \frac{(1,11(0,543-0))}{434,78} = 6,93 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A armadura transversal total  $A_{sw,tot}$  resulta em:

$$A_{sw,tot} = 2A_{sw,T} + A_{sw,V} = (2 * 26,25) + 6,93 = 59,43 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A área mínima da armadura transversal total,  $A_{sw,min}$ , é dada pela fórmula 45:

$$A_{sw,min} = \rho_{w,min} 100b = \frac{0,16}{100} * 100 * 50 = 8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A tabela 14 resume os principais resultados adotados para o método das forças proposto por Araújo.

Tabela 14 – Áreas de aço para o método das forças proposto por Araújo

|   |        |
|---|--------|
| $A_{sl,M}$ (cm <sup>2</sup> ) – área de aço da armadura longitudinal de flexão        | 35,65  |
| $A_{sl,T}$ (cm <sup>2</sup> ) – área de aço da armadura longitudinal de torção        | 75,39  |
| $A_{sl,tot}$ (cm <sup>2</sup> ) – área total de aço da armadura longitudinal          | 111,04 |
| $A_{sw,T}$ (cm <sup>2</sup> /m) – área de aço da armadura transversal de torção       | 26,25  |
| $A_{sw,V}$ (cm <sup>2</sup> /m) – área de aço da armadura transversal de cisalhamento | 6,93   |
| $A_{sw,tot}$ (cm <sup>2</sup> /m) – área total de aço da armadura transversal         | 59,43  |

(fonte: elaborada pelo autor)

Considerando a taxa de armadura  $\rho_s$  como o volume de aço em relação ao volume de concreto, tem-se conforme a tabela 15, para um metro de viga,  $\rho_s = 2,88 \%$ .

Tabela 15 – Taxa de armadura  $\rho_s$  para o método das forças proposto por Araújo

|                            |  |
|----------------------------|--|
| volume de concreto         | $50 * 140 * 100 = 7E^5 \text{ cm}^3$         |
| volume de aço longitudinal | $111,04 * 100 = 11104,00 \text{ cm}^3$       |
| volume de aço transversal  | $59,43(140-28+50-10) = 9033,36 \text{ cm}^3$ |
| taxa de armadura $\rho_s$  | $(11104,00 + 9033,36)/7E^5 = 2,88E^{-2}$     |

(fonte: elaborada pelo autor)

Pelas tabelas 8 e 11, são necessárias as seguintes armaduras efetivas em aço CA-50:

- 8  $\emptyset$  25 para  $A_{sl,M}$ ;
- 10  $\emptyset$  32 para  $A_{sl,T}$ ;
- $\emptyset$  16 c/ 7cm para  $A_{sw,tot}$  (57,45 cm<sup>2</sup>/m).

### 6.5.3 Método de Langendonck

Analogamente ao método das forças, faz-se necessário calcular apenas os esforços reduzidos  $u_x$  e  $u_y$  conforme as fórmulas 27 e 28, tomando como valores de  $M_{xd}$  e  $M_{yd}$  respectivamente

os valores máximos de  $M_x$  e  $M_l$ . Assim, para  $f_{ck} = 50$  MPa, no método de Langendonck, os esforços reduzidos resultam em:

$$v = 0$$

$$u_x = \frac{M_{xd}}{A_c h_v f_{cd}} = \frac{777,65}{(1,4 * 0,5) * 1,4 * \frac{50000}{1,4}} = 0,022$$

$$u_y = \frac{M_{yd}}{A_c b f_{cd}} = \frac{318,30}{(1,4 * 0,5) * 0,5 * \frac{50000}{1,4}} = 0,025$$

Com estes valores, entra-se no diagrama em roseta do anexo A, para seções retangulares com oito barras longitudinais dispostas simetricamente. Como  $u_y > u_x$ , no ábaco,  $u_1 = 0,025$  e  $u_2 = 0,022$ , resultando na quantia mecânica  $w = 0,070$ . De acordo com a fórmula 30, a capacidade mecânica total da armadura e a área de aço para armadura longitudinal de flexão são, respectivamente:

$$U_M = w A_c f_{cd} = 0,070 * (1,4 * 0,5) * \frac{50000}{1,4} = 1750,00 \text{ kN}$$

$$A_{sl,M} = \frac{U_M}{f_{yd}} = \frac{1750,00}{43,478} = 40,25 \text{ cm}^2$$

A armadura mínima longitudinal de flexão é calculada pela fórmula 31, onde:

$$A_{sl,M,min} = \rho_{min} A_c = \frac{0,288}{100} * (140 * 50) = 20,16 \text{ cm}^2$$

A esta armadura deve-se adicionar a parcela correspondente à torção. Para isso, verificam-se inicialmente as bielas de compressão pela fórmula 33:

$$\tau_{td} = \frac{T_d}{2A_e h_e} \leq \tau_{tu}$$

$$\frac{80752}{2(31,58 * 112)18,42} \leq 0,25 \left(1 - \frac{50}{250}\right) \frac{50}{1,4}$$

$$0,62 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 6,20 \text{ MPa} \leq 7,14 \text{ MPa (OK)}$$

Através da fórmula 36, tem-se a área de aço da armadura longitudinal de torção:

$$A_{sl,T} = \frac{T_d u_e}{2 A_e f_{yd}} = \frac{80752 * 2 * (31,58 + 112)}{2(31,58 * 112) 43,478} = 75,40 \text{ cm}^2$$

A área mínima da armadura longitudinal de torção,  $A_{sl,T,min}$ , é dada pela fórmula 37:

$$A_{sl,T,min} = \frac{\rho_{w,min}}{2} u_e b = \frac{0,16}{2} * 2 * (31,58 + 112) * 50 = 11,49 \text{ cm}^2$$

A armadura longitudinal total  $A_{sl,tot}$  resulta em:

$$A_{sl,tot} = A_{sl,M} + A_{sl,T} = 40,25 + 75,40 = 115,65 \text{ cm}^2$$

A armadura transversal de torção é dada pela fórmula 38:

$$A_{sw,T} = \frac{100 T_d}{2 A_e f_{yd}} = \frac{100 * 80752}{2(31,58 * 112) 43,478} = 26,26 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A armadura transversal de cisalhamento  $A_{sw,V}$  foi desconsiderada, uma vez que o método de Langendonck não menciona o esforço cortante.

Deve-se garantir ainda, conforme fórmula 42:

$$\frac{\tau_{td}}{\tau_{tu}} + \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wu}} \leq 1$$

$$\frac{6,20}{7,14} + \frac{0}{7,71} = 0,87 \leq 1 \text{ (OK)}$$

A armadura transversal total  $A_{sw,tot}$  resulta em:

$$A_{sw,tot} = 2 A_{sw,T} + A_{sw,V} = (2 * 26,26) + 0 = 52,52 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A área mínima da armadura transversal total,  $A_{sw,min}$ , é dada pela fórmula 45:

$$A_{sw,min} = \rho_{w,min} 100 b = \frac{0,16}{100} * 100 * 50 = 8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A tabela 16 resume os principais resultados adotados para o método de Langendonck.

Tabela 16 – Áreas de aço para o método de Langendonck

|   |        |
|---|--------|
| $A_{sl,M}$ (cm <sup>2</sup> ) – área de aço da armadura longitudinal de flexão        | 40,25  |
| $A_{sl,T}$ (cm <sup>2</sup> ) – área de aço da armadura longitudinal de torção        | 75,40  |
| $A_{sl,tot}$ (cm <sup>2</sup> ) – área total de aço da armadura longitudinal          | 115,65 |
| $A_{sw,T}$ (cm <sup>2</sup> /m) – área de aço da armadura transversal de torção       | 26,26  |
| $A_{sw,V}$ (cm <sup>2</sup> /m) – área de aço da armadura transversal de cisalhamento | 0,00   |
| $A_{sw,tot}$ (cm <sup>2</sup> /m) – área total de aço da armadura transversal         | 52,52  |

(fonte: elaborada pelo autor)

Considerando a taxa de armadura  $\rho_s$  como o volume de aço em relação ao volume de concreto, tem-se conforme a tabela 17, para um metro de viga,  $\rho_s = 2,79\%$ .

Tabela 17 – Taxa de armadura  $\rho_s$  para o método de Langendonck

|                            |   |
|----------------------------|---|
| volume de concreto         | $50 * 140 * 100 = 7E^5$ cm <sup>3</sup>         |
| volume de aço longitudinal | $115,65 * 100 = 11565,00$ cm <sup>3</sup>       |
| volume de aço transversal  | $52,52(140-28+50-10) = 7983,04$ cm <sup>3</sup> |
| taxa de armadura $\rho_s$  | $(11565,00 + 7983,04)/7E^5 = 2,79E^{-2}$        |

(fonte: elaborada pelo autor)

Pelas tabelas 8 e 11, são necessárias as seguintes armaduras efetivas em aço CA-50:

- 8  $\emptyset$  32 para  $A_{sl,M}$ ;
- 10  $\emptyset$  32 para  $A_{sl,T}$ ;
- $\emptyset$  16 c/ 7,5 cm para  $A_{sw,tot}$ .

#### 6.5.4 Método dos Elementos Finitos

Para o método dos elementos finitos, a viga é dimensionada à flexão composta oblíqua, uma vez que existe uma sollicitação normal. Faz-se necessário calcular os esforços reduzidos  $v$ ,  $u_x$  e  $u_y$  conforme as fórmulas 26 a 28, tomando como valores de  $N_d$ ,  $M_{xd}$  e  $M_{yd}$



respectivamente os valores máximos de  $N$ ,  $M_x$  e  $M_l$ . Os esforços reduzidos, no método dos elementos finitos, para  $f_{ck} = 50$  MPa, resultam em:

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} = \frac{183,08}{(1,4 * 0,5) * \frac{50000}{1,4}} = 0,007$$

$$u_x = \frac{M_{xd}}{A_c h_v f_{cd}} = \frac{844,24}{(1,4 * 0,5) * 1,4 * \frac{50000}{1,4}} = 0,024$$

$$u_y = \frac{M_{yd}}{A_c b f_{cd}} = \frac{253,09}{(1,4 * 0,5) * 0,5 * \frac{50000}{1,4}} = 0,020$$

Com estes valores, entra-se no diagrama em roseta do anexo A, para seções retangulares com oito barras longitudinais dispostas simetricamente. Como  $u_x > u_y$ , no ábaco,  $u_1 = 0,024$  e  $u_2 = 0,020$ . Deve-se calcular a quantia mecânica  $w$  para  $v = 0,0$  e para  $v = 0,2$ , obtendo-se:

$$\text{para } v = 0,0; w = 0,060$$

$$\text{para } v = 0,2; w = 0,000$$

Logo, interpolando para  $v = 0,007$ , tem-se a quantia mecânica  $w = 0,058$ . De acordo com a fórmula 30, a capacidade mecânica total da armadura e a área de aço para armadura longitudinal de flexão são, respectivamente:

$$U_M = w A_c f_{cd} = 0,058 * (1,4 * 0,5) * \frac{50000}{1,4} = 1450,00 \text{ kN}$$

$$A_{sl,M} = \frac{U_M}{f_{yd}} = \frac{1450,00}{43,478} = 33,35 \text{ cm}^2$$

A armadura mínima longitudinal de flexão é calculada pela fórmula 31, onde:

$$A_{sl,M,min} = \rho_{min} A_c = \frac{0,288}{100} * (140 * 50) = 20,16 \text{ cm}^2$$

A esta armadura deve-se adicionar a parcela correspondente à torção. Para isso, verificam-se inicialmente as bielãs de compressão pela fórmula 33:

$$\tau_{td} = \frac{T_d}{2A_e h_e} \leq \tau_{tu}$$

$$\frac{56465}{2(31,58 * 112) 18,42} \leq 0,25 \left(1 - \frac{50}{250}\right) \frac{50}{1,4}$$

$$0,433 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 4,33 \text{ MPa} \leq 7,14 \text{ MPa (OK)}$$

Através da fórmula 36, tem-se a área de aço da armadura longitudinal de torção:

$$A_{sl,T} = \frac{T_d u_e}{2 A_e f_{yd}} = \frac{56465 * 2 * (31,58 + 112)}{2(31,58 * 112) 43,478} = 52,72 \text{ cm}^2$$

A área mínima da armadura longitudinal de torção,  $A_{sl,T,min}$ , é dada pela fórmula 37:

$$A_{sl,T,min} = \frac{\rho_{w,min}}{2} u_e b = \frac{0,16}{100} * 2 * (31,58 + 112) * 50 = 11,49 \text{ cm}^2$$

A armadura longitudinal total  $A_{sl,tot}$  resulta em:

$$A_{sl,tot} = A_{sl,M} + A_{sl,T} = 33,35 + 52,72 = 86,07 \text{ cm}^2$$

A armadura transversal de torção é dada pela fórmula 38:

$$A_{sw,T} = \frac{100 T_d}{2 A_e f_{yd}} = \frac{100 * 56465}{2(31,58 * 112) 43,478} = 18,36 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para o dimensionamento da armadura transversal de cisalhamento, verificam-se as bielas de compressão pela fórmula 39:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b * d} \leq \tau_{wu} = 0,27 \alpha_v f_{cd}$$

$$\frac{373,36}{50 * 126} \leq 0,27 \left(1 - \frac{50}{250}\right) \left(\frac{50}{1,4}\right)$$

$$0,059 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 0,59 \text{ MPa} \leq 7,71 \text{ MPa (OK)}$$

Deve-se garantir ainda, conforme fórmula 42:

$$\frac{\tau_{td}}{\tau_{tu}} + \frac{\tau_{wd}}{\tau_{wu}} \leq 1$$

$$\frac{4,33}{7,14} + \frac{0,59}{7,71} = 0,68 \leq 1 \text{ (OK)}$$

A armadura transversal de cisalhamento é dada pela fórmula 43:

$$A_{sw,V} = 100 b \frac{\tau_d}{f_{yd}} = 100 * 50 * \frac{(1,11(0,593-0))}{434,78} = 7,56 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A armadura transversal total  $A_{sw,tot}$  resulta em:

$$A_{sw,tot} = 2A_{sw,T} + A_{sw,V} = (2 * 18,36) + 7,56 = 44,28 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A área mínima da armadura transversal total,  $A_{sw,min}$ , é dada pela fórmula 45:

$$A_{sw,min} = \rho_{w,min} 100b = \frac{0,16}{100} * 100 * 50 = 8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

A tabela 18 resume os principais resultados adotados para o método dos elementos finitos.

Tabela 18 – Áreas de aço para o método dos elementos finitos

|   |       |
|---|-------|
| $A_{sl,M}$ (cm <sup>2</sup> ) – área de aço da armadura longitudinal de flexão        | 33,35 |
| $A_{sl,T}$ (cm <sup>2</sup> ) – área de aço da armadura longitudinal de torção        | 52,72 |
| $A_{sl,tot}$ (cm <sup>2</sup> ) – área total de aço da armadura longitudinal          | 86,07 |
| $A_{sw,T}$ (cm <sup>2</sup> /m) – área de aço da armadura transversal de torção       | 18,36 |
| $A_{sw,V}$ (cm <sup>2</sup> /m) – área de aço da armadura transversal de cisalhamento | 7,56  |
| $A_{sw,tot}$ (cm <sup>2</sup> /m) – área total de aço da armadura transversal         | 44,28 |

(fonte: elaborada pelo autor)

Considerando a taxa de armadura  $\rho_s$  como o volume de aço em relação ao volume de concreto, tem-se conforme a tabela 19, para um metro de viga,  $\rho_s = 2,19 \%$ .

Tabela 19 – Taxa de armadura  $\rho_s$  para o método dos elementos finitos

|                            |  |
|----------------------------|--|
| volume de concreto         | $50 * 140 * 100 = 7E^5 \text{ cm}^3$         |
| volume de aço longitudinal | $86,07 * 100 = 8607,00 \text{ cm}^3$         |
| volume de aço transversal  | $44,28(140-28+50-10) = 6730,56 \text{ cm}^3$ |
| taxa de armadura $\rho_s$  | $(8607,00 + 6730,56)/7E^5 = 2,19E^{-2}$      |

(fonte: elaborada pelo autor)

Pelas tabelas 8 e 11, são necessárias as seguintes armaduras efetivas em aço CA-50:

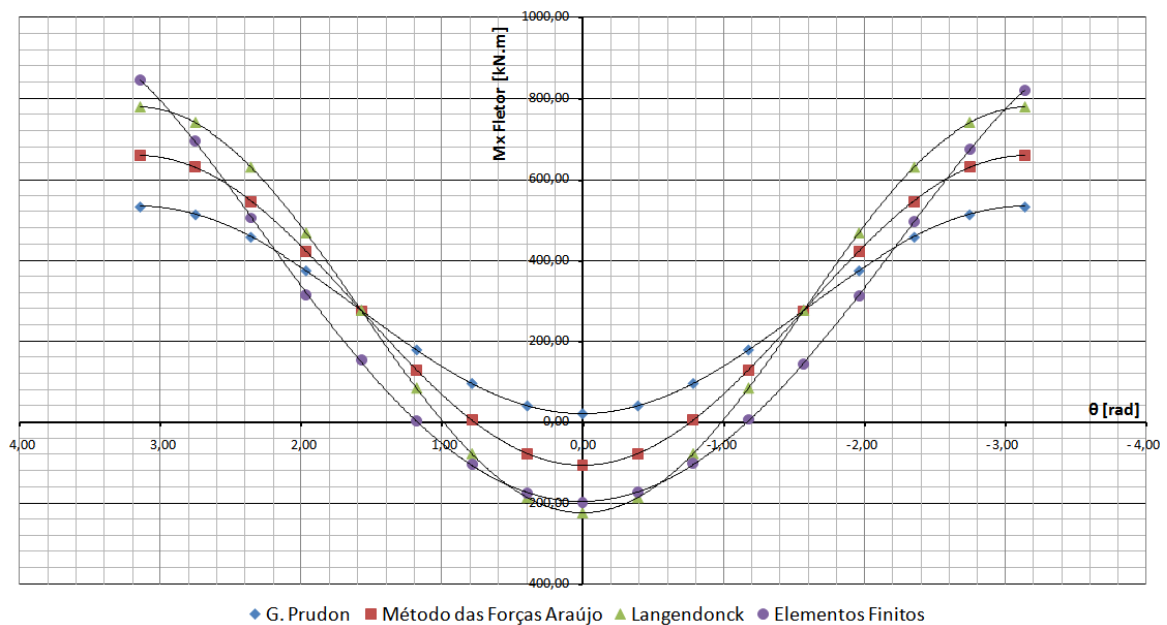
- a) 8 Ø 25 para  $A_{sl,M}$ ;

- b) 7  $\emptyset$  32 para  $A_{sl,T}$ ;  
 c)  $\emptyset$  16 c/ 9 cm para  $A_{sw,tot}$ .

## 6.6 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

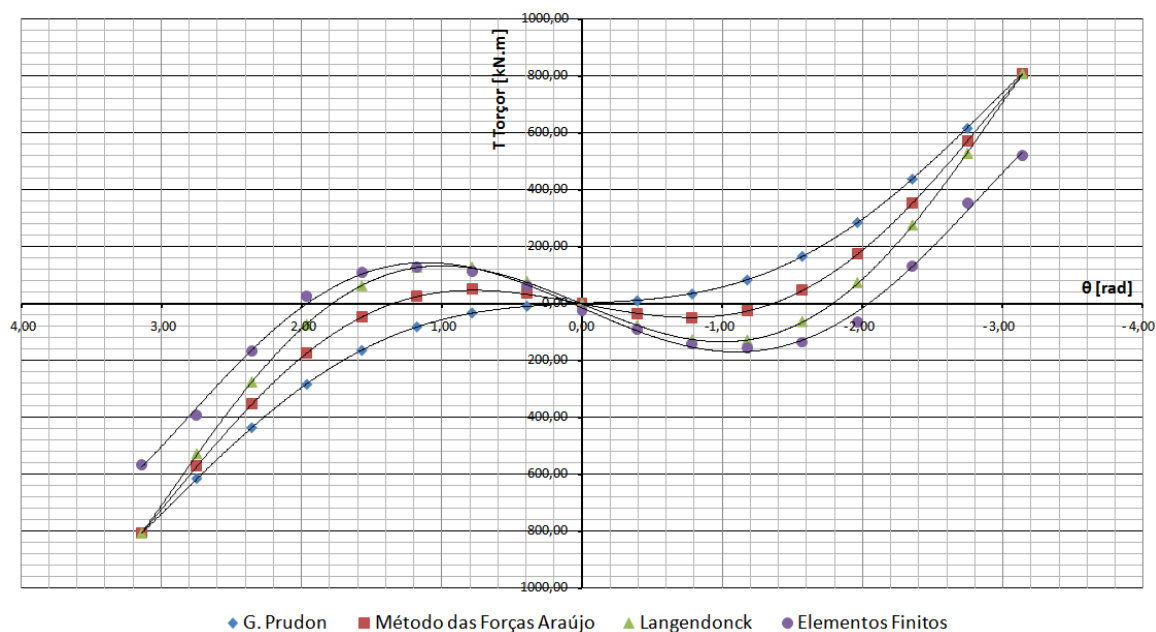
Na figura 35, pode-se comparar os resultados de momento fletor  $M_x$  em vista lateral. Todos os métodos apontam valores máximos nos engastes, sendo as fibras superiores tracionadas e as inferiores comprimidas nestes pontos. Percebe-se que os valores obtidos nos métodos empíricos se aproximam bastante dos obtidos no método dos elementos finitos (MEF), sendo a máxima diferença, entre G. Prudon e o MEF, de aproximadamente 60%.

Figura 35 – Comparação entre momentos fletores  $M_x$



(fonte: elaborada pelo autor)

Na figura 36, pode-se observar que os métodos empíricos possuem o mesmo valor de momento torçor, máximo nas extremidades e, em comparação ao método dos elementos finitos, possui um resultado 55% maior.

Figura 36 – Comparação entre momentos torçores  $T$ 

(fonte: elaborada pelo autor)

O esforço cortante, ignorado por Langendonck na descrição de Rocha, possui aproximadamente os mesmos valores em todos os métodos que o consideram, com diferença de 9% entre o método das forças e o MEF, conforme tabela 20. A contribuição do cortante é tão baixa em relação ao torçor, para as armaduras transversais, que provavelmente poderia ser desconsiderado para todos os métodos empíricos sem acarretar problemas de segurança. O método de Langendonck o fez e ainda assim resultou em um valor maior de armadura transversal total do que o MEF.

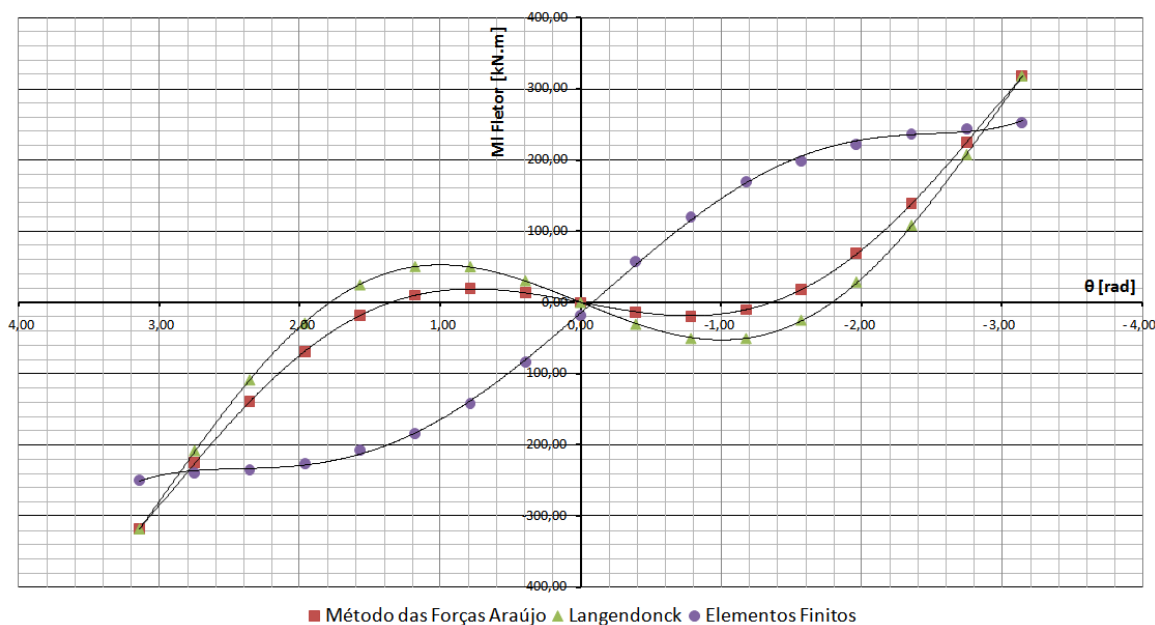
Tabela 20 – Comparativo entre esforços cortantes  $V$  (kN)

| método            | $V$ (kN) |
|-------------------|----------|
| G. Prudon         | 367,42   |
| Método das Forças | 341,82   |
| Langendonck       | 0,00     |
| Elementos Finitos | 373,36   |

(fonte: elaborada pelo autor)

Quanto à flexão lateral  $M_l$ , todos os métodos indicam fibras externas tracionadas na parte inferior da escada e fibras internas tracionadas na parte superior com os valores máximos nas extremidades, como se pode observar na figura 37. A diferença entre os empíricos e o MEF situa-se na faixa dos 25%.

Figura 37 – Comparação entre momentos fletores  $M_l$



(fonte: elaborada pelo autor)

O esforço normal, apontado pelo *software* SAP2000 leva a uma minoração da quantia mecânica  $w$  no dimensionamento da armadura longitudinal de flexão, ou seja, caso fosse considerado apenas flexão simples oblíqua ao invés de flexão composta oblíqua, os ábacos adimensionais em roseta resultariam em uma área de aço da armadura longitudinal de flexão  $A_{sL,M}$  maior.

Isto ocorre, pois os esforços reduzidos  $v$ ,  $u_x$  e  $u_y$  (parâmetros de entrada nos ábacos), são inversamente proporcionais às dimensões da seção transversal da viga e ao  $f_{ck}$ . Conclui-se, portanto, que uma vez que se optou por elevados valores de  $h_v$ ,  $b$  e  $f_{ck}$  devido à elevada sollicitação de torção nos métodos empíricos (para que as bielas de compressão estivessem em boas condições), os esforços reduzidos ficaram tão pequenos que o esforço normal reduzido  $v$  conduziu a uma quantia mecânica menor do que se fosse desprezado.

A respeito da questão de pesquisa proposta nas diretrizes deste trabalho de diplomação, pode-se concluir que, o método dos elementos finitos, representado pelo *software* comercial SAP2000 v15, é o mais econômico em termos de consumo de materiais, para este caso particular de escada helicoidal. Conclui-se também que, em comparação ao MEF, os métodos empíricos sobredimensionam os estribos e a área de aço da armadura longitudinal de torção. Apenas o método de G. Prudon subdimensiona a área de aço da armadura longitudinal de flexão. A tabela 21 reúne os principais resultados para as áreas de aço nos quatro métodos considerados.

Tabela 21 – Comparativo final entre áreas de aço e taxa de armadura

|                   | $A_{sl,M}$<br>(cm <sup>2</sup> ) | $A_{sl,T}$<br>(cm <sup>2</sup> ) | $A_{sl,tot}$<br>(cm <sup>2</sup> ) | $A_{sw,T}$<br>(cm <sup>2</sup> /m) | $A_{sw,V}$<br>(cm <sup>2</sup> /m) | $A_{sw,tot}$<br>(cm <sup>2</sup> /m) | $\rho_s$ % |
|-------------------|----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|------------|
| G. Prudon         | 20,16                            | 75,39                            | 95,55                              | 26,25                              | 7,44                               | 59,94                                | 2,67       |
| Método das Forças | 35,65                            | 75,39                            | 111,04                             | 26,25                              | 6,93                               | 59,43                                | 2,88       |
| Langendonck       | 40,25                            | 75,40                            | 115,65                             | 26,26                              | 0,00                               | 52,52                                | 2,79       |
| Elementos Finitos | 33,35                            | 52,72                            | 86,07                              | 18,36                              | 7,56                               | 44,28                                | 2,19       |

(fonte: elaborada pelo autor)

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar do método dos elementos finitos ser o mais econômico em termos de consumo de materiais, todos os métodos abordados possuem particularidades que não devem ser ignoradas.

No método de G. Prudon, a maior vantagem está na simplicidade das solicitações. Ao adotar a flexão simples reta como única solicitação de flexão atuante, o autor leva a um dimensionamento da armadura longitudinal de flexão que poderia ser facilmente concluído com o equilíbrio do momento fletor solicitante por um binário resultante das tensões de compressão no concreto juntamente com a resultante de tração da armadura. Apesar de a viga ser dimensionada de forma errada, ou seja, flexão simples mais torção, a armadura longitudinal total supostamente resiste ao esforço real uma vez que a armadura de torção compensa o subdimensionamento da de flexão. Além disso, mesmo que fosse disposta armadura assimétrica de flexão, a de torção, superestimada e uniformemente distribuída ao longo da linha média da parede fictícia, provavelmente absorveria o subdimensionamento da primeira.

A grande vantagem de Langendonck em relação aos outros métodos é que este utiliza tabelas para a obtenção das solicitações e, com isso, estas podem ser obtidas rapidamente. Além disso, desconsidera o esforço de cisalhamento, o que simplifica também na etapa de dimensionamento da armadura transversal.

Quanto ao método das forças, proposto por Araújo, além de ser o menos prático na obtenção das solicitações, conduziu, neste caso, ao maior consumo de materiais.

O método dos elementos finitos, representado pelo *software* SAP2000 v15, não possui tantas simplificações como os métodos empíricos, portanto é esperado que este método conduza a valores menores de taxa de armadura.

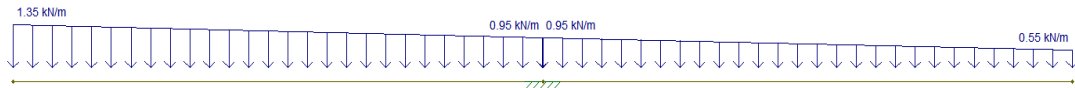


## REFERÊNCIAS

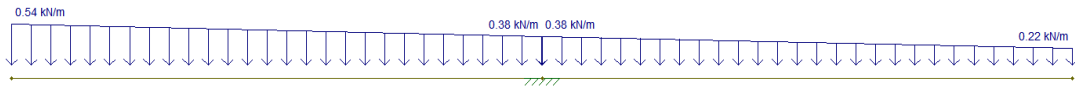
- ARAÚJO, J. M. de. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010a. v. 1.
- \_\_\_\_\_, J. M. de. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010b. v. 2.
- \_\_\_\_\_, J. M. de. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010c. v. 4.
- ASSAN, A. E. **Método dos elementos finitos: primeiros passos**. 2. ed. Campinas: Unicamp, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120: cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 1980.
- \_\_\_\_\_. **NBR 8681: ações e segurança nas estruturas – procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.
- \_\_\_\_\_. **NBR 6118: projeto de estruturas de concreto – procedimento**. Rio de Janeiro, 2007.
- GUERRIN, A.; LAVAUUR, R. C. **Tratado de concreto armado: estruturas de residências e indústrias**. Brasil: Hemus, 2002. v. 3.
- HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 5. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2004.
- MONTOYA, J.; MESEGUER, Á. G.; CABRÉ, F. M.; PORTERO, J. C. A. **Hormigón armado**. 15. ed. Barcelona: Editorial Gustavo Gili, 2011.
- ROCHA, A. M. da. **Curso prático de concreto armado**. 19. ed. São Paulo: Nobel, 1985. v. 3.

## **APÊNDICE A – Dimensionamento do degrau**

Peso próprio da peça pré-moldada



Peso próprio do revestimento



Peso próprio do paraqueto



Acidental no paraqueto



Acidental na posição mais desfavorável



Carregamento total

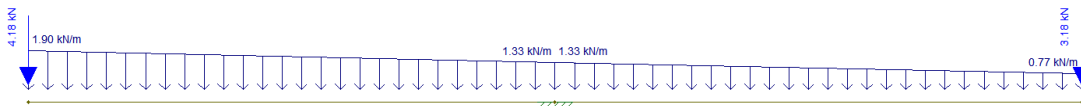


Diagrama do momento fletor

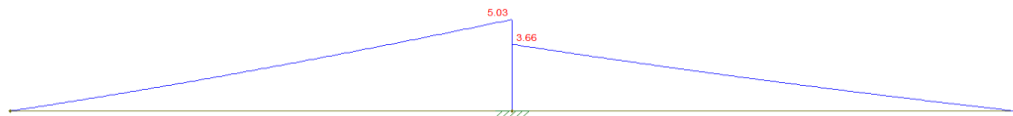
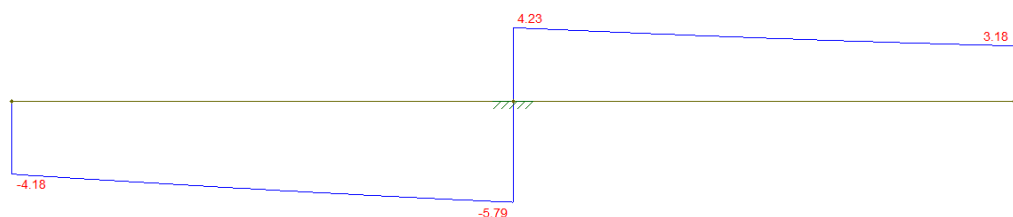
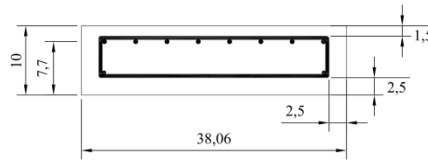


Diagrama do esforço cortante



Dimensões da seção transversal mais solicitada



$$M_d = 1,4 * 5,03 kN.m = 704,20 kN.cm$$

$$\sum M_{A_{sl}} = 0; M_d = 0,85 b y f_{cd} (d - 0,5 y);$$

$$704,20 = 0,85 * 38,06 * y * \frac{50}{1,4 * 10} * (7,7 - 0,5 y); y = 0,84 cm$$

$$y_{23} = 0,8 x_{23} = 0,8 * 0,259 d = 0,8 * 0,259 * 7,7 = 1,60 cm$$

$$y = 0,84 cm < y_{23} = 1,60 cm; \text{(DOMÍNIO 2; ARMADURA SIMPLES)}$$

$$\sum F = 0; 0 = 0,85 b y f_{cd} - A_{sl} f_{yd};$$

$$A_{sl} = \frac{0,85 * 38,06 * 0,84 * \frac{50}{1,4 * 10}}{\frac{500}{1,15 * 10}} = 2,22 cm^2; \text{(8 } \phi \text{ 6,3 = 2,49 cm}^2\text{)}$$

$$A_{sl,min} = \rho_{min} A_c = \frac{0,288}{100} * 38,06 * 10 = 1,10 cm^2$$

$$V_d = 1,4 * 10,02 kN = 14,03 kN$$

$$b \leq 5d; 38,06 cm \leq 38,50 cm; \text{(OK)}$$

$$\tau_{wd} \leq \tau_{wu}; \frac{V_d}{b * d} \leq 0,27 \alpha_v f_{cd};$$

$$\frac{14,03}{38,06 * 7,7} = 0,048 \frac{kN}{cm^2} = 0,48 MPa \leq 0,27 * \left(1 - \frac{50}{250}\right) \frac{50}{1,4} = 7,71 MPa$$

(BIELAS COMPRIMIDAS EM BOAS CONDIÇÕES)

$$A_{sw} = 100 b \frac{\tau_d}{f_{yd}} = 100 b \frac{(1,11 \tau_{wd})}{\frac{f_{yk}}{1,15}} = 100 * 38,06 * \frac{(1,11 * 0,48)}{\frac{500}{1,15}} = 4,66 cm^2/m$$

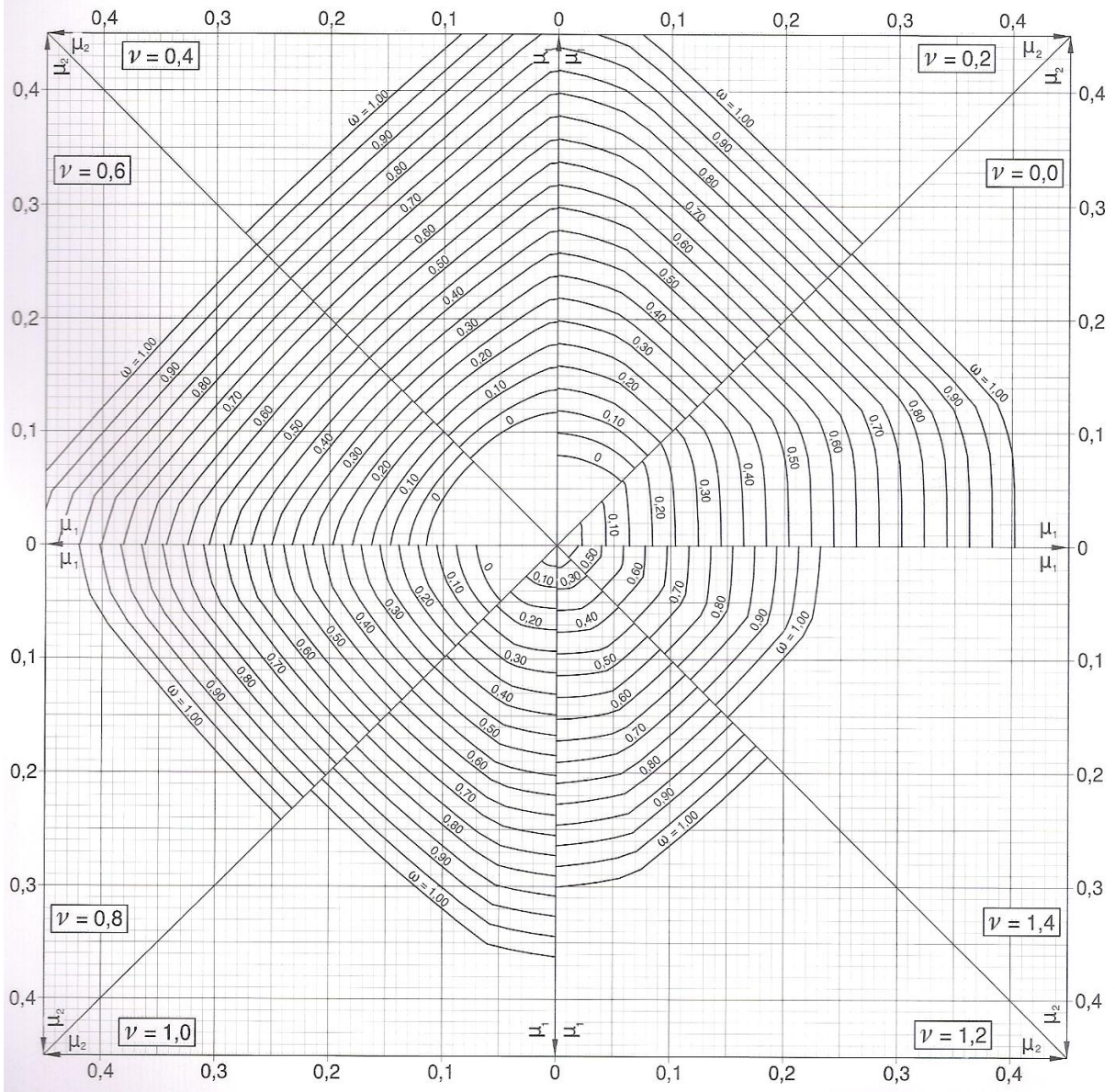
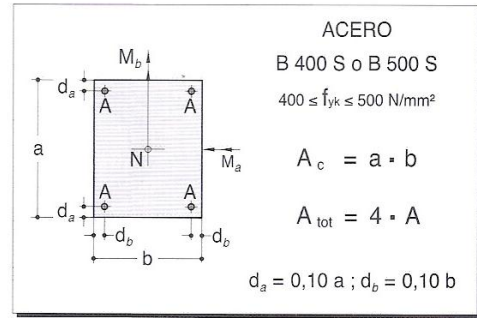
$$A_{sw,min} = \rho_{w,min} 100 b = \frac{0,16}{100} * 100 * 38,06 = 6,09 cm^2/m; \text{(} \phi \text{ 6,3 c/ 10 cm = 6,23 cm}^2\text{/m)}$$

**ANEXO A – Ábacos em roseta para dimensionamento de flexão oblíqua  
(MONTROYA et al., 2011, p. 506)**

$$\mu_a = \frac{M_{a,d}}{A_c \cdot a \cdot f_{c,d}} \quad \mu_b = \frac{M_{b,d}}{A_c \cdot b \cdot f_{c,d}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{c,d}} \quad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{y,d}}{A_c \cdot f_{c,d}}$$

si  $\mu_a > \mu_b \Rightarrow \mu_1 = \mu_a : \mu_2 = \mu_b$   
 si  $\mu_a < \mu_b \Rightarrow \mu_1 = \mu_b : \mu_2 = \mu_a$



$$\mu_a = \frac{M_{ad}}{A_c \cdot a \cdot f_{cd}} \quad \mu_b = \frac{M_{bd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \quad \omega = \frac{A_{tot} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

si  $\mu_a > \mu_b \Rightarrow \mu_1 = \mu_a : \mu_2 = \mu_b$   
 si  $\mu_a < \mu_b \Rightarrow \mu_1 = \mu_b : \mu_2 = \mu_a$

