

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**Uso do Método das Interfaces Coesivas na Simulação do
Processo de Propagação de Trincas por Fadiga**

Anderson Machado

Porto Alegre

2007

Uso do Método das Interfaces Coesivas na Simulação do Processo de Propagação de Trincas por Fadiga

por

Anderson Machado
Engenheiro Civil

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, PPGEC, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Porto Alegre, 02 de março de 2007

Prof. Eduardo Bittencourt (UFRGS)

Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul
ORIENTADOR

Prof. Inácio Benvegnú Morsch (UFRGS)

Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul
CO-ORIENTADOR

Prof. Fernando Schnaid (UFRGS)

PhD pela North Carolina State University, EUA
Coordenador do PPGEC / UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Ignácio Iturrioz (PROMEC / UFRGS)

Dr. pelo PPGEC / Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Rogério José Marczak (PROMEC / UFRGS)

Dr. pelo PPGEC / Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Marcelo Maia Rocha (PPGEC / UFRGS)

Dr.techn. pela Universitaet Innsbruck, Áustria

MACHADO, Anderson

Uso do Método das Interfaces Coesivas na Simulação do Processo de Propagação de Trincas por Fadiga. PPGEC/UFRGS, 2007.

79 p.

Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil; UFRGS; Mestre em Engenharia.
Orientador: Eduardo Bittencourt

1. Assunto I. Mecânica da Fratura
2. Assunto II. Fadiga
3. Assunto III. Interfaces Coesivas
4. Assunto IV. Método dos Elementos Finitos

Dedico

Aos meus pais, Alivino e Neiva, que sempre me apoiaram nos projetos importantes da vida e souberam transmitir a mim a importância de perseverança, da dedicação e da paciência.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Eduardo Bittencourt, por sua orientação, transmissão de conhecimentos e presteza demonstrada durante todo o desenvolvimento da dissertação. É grande a minha satisfação por trabalharmos juntos.

Ao Prof. Inácio Benvegnú Morsch, pela orientação e apoio no desenvolvimento deste trabalho.

Aos Professores Denise Carpena Coitinho Dal Molin, João Luiz Campagnolo e Ronaldo Bastos Duarte, com os quais reconheço meu débito pela recomendação direcionada ao ingresso no mestrado acadêmico.

Aos demais professores e colegas do PPGEC que colaboram para o desenvolvimento deste trabalho.

A Bourscheid Engenharia e Meio Ambiente S.A., pelo apoio prestado, em especial aos Diretores Carlos Roberto Muller e Cylon Rosa Neto.

Ao CNPq pelo suporte financeiro, através do Projeto Universal número 473054/2003-5.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	III
LISTA DE TABELAS	V
LISTA DE SIGLAS	VI
LISTA DE SÍMBOLOS	VII
RESUMO	XI
ABSTRACT	XIII
1. INTRODUÇÃO.....	15
1.1. Considerações Gerais	15
1.2. Objetivo do Trabalho.....	16
1.3. Contribuição Principal.....	16
1.4. Organização do Trabalho.....	17
2. FUNDAMENTOS DA ANÁLISE	18
2.1. Mecânica da Fratura	18
2.1.1. Modelos de fratura.....	19
2.1.2. Mecânica da Fratura Linear Elástica	19
2.1.3. Tensões Coesivas.....	23
2.2. Fadiga	25
2.2.1. Características da fratura de fadiga	26
2.2.2. Solicitações de fadiga	27
2.2.3. Metodologia baseada em vida em fadiga	28
2.2.4. Propagação de trincas de fadiga	31
3. METODOLOGIA DE PESQUISA	35
3.1. Aplicação dos Elementos de Interfaces Coesivas	35
3.1.1. Implementação computacional	35
3.1.2. Descrição das Interfaces Coesivas.....	37
3.1.3. Implementação da irreversibilidade do dano.....	40
3.1.4. Propriedades das Interfaces Coesivas.....	42
4. EXEMPLOS ANALISADOS	44
4.1. Funcionamento da Rotina Implementada	44
4.1.1. Propriedades do material	44
4.1.2. Parâmetros geométricos.....	44
4.1.3. Condições de contorno	45
4.1.4. Algoritmo e tempo simulado	45
4.1.5. Resultados.....	45
4.2. Simulação do Rápido Crescimento de Trincas Sob Condições de Impacto.....	47
4.2.1. Propriedades do material	47
4.2.2. Parâmetros geométricos.....	48

4.2.3. Condições de contorno e critério de ruptura.....	48
4.2.4. Algoritmo e tempo simulado	50
4.2.5. Resultados.....	50
4.3. Análise Numérica – Método Newton-Rapson.....	58
4.3.1. Propriedades do material	58
4.3.2. Parâmetros geométricos.....	59
4.3.3. Condições de contorno e critério de ruptura.....	60
4.3.4. Análise teórica	60
4.3.5. Análise numérica	61
4.4. Propagação de Trinca por Fadiga	63
4.4.1. Parâmetros geométricos.....	63
4.4.2. Condições de contorno	64
4.4.3. Resultados.....	65
4.4.4. Descarga linear com abertura residual.....	68
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
5.1. Conclusões.....	72
5.2. Sugestões para Trabalhos Futuros	73
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	74
APÊNDICE A – APLICAÇÃO DA CONDIÇÃO CFL	77

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 - Modos básicos de deformação de uma trinca.....	20
FIGURA 2.2 - Sistemas de coordenadas utilizados	21
FIGURA 2.3 - Zona de dominância de K	22
FIGURA 2.4 - Tensões coesivas na ponta da trinca.....	24
FIGURA 2.5 - Crescimento de trinca conforme a teoria de Barenblatt	25
FIGURA 2.6 - Estágios de propagação de uma trinca	26
FIGURA 2.7 - Aspecto de uma superfície de fratura (três estágios de propagação)	27
FIGURA 2.8 - Solicitações de fadiga.....	27
FIGURA 2.9 - Notação das solicitações de fadiga.....	28
FIGURA 2.10 - Linhas de vida idêntica à fadiga.....	29
FIGURA 2.11 - Critério de Goodman Modificado	30
FIGURA 2.12 - Relação comprimento de trinca x números de ciclos de tensão	32
FIGURA 2.13 - Diagrama esquemático $da/dN = f(\Delta K)$, para $R = 0$	33
FIGURA 3.1 - Corpo em estudo.....	36
FIGURA 3.2 - Elemento de Interface.....	37
FIGURA 3.3 - Tensão Normal na Interface, T_n , como uma função de Δ_n com $\Delta_t = 0$	39
FIGURA 3.4 - Tensão Tangencial na Interface, T_t , como uma função de Δ_t com $\Delta_n = 0$...	39
FIGURA 3.5 - Lei coesiva irreversível. Tensão x abertura.....	40
FIGURA 3.6 - Representação esquemática do processo de acumulo de dano.....	41
FIGURA 4.1 - Peça modelada.....	44
FIGURA 4.2 - Função de carga (deslocamento prescrito)	45
FIGURA 4.3 - Representação do acumulo de dano durante carregamento variável.....	46
FIGURA 4.4 - Peça modelada.....	48
FIGURA 4.5 (a) - Propagação da trinca após $9,5\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$	50
FIGURA 4.5 (b) - Propagação da trinca após $9,5\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$	51

FIGURA 4.5 (c) - Propagação da trinca após $9,5\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$	51
FIGURA 4.5 (d) - Propagação da trinca após $9,5\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$	52
FIGURA 4.5 (e) - Propagação da trinca após $7,5\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$	52
FIGURA 4.5 (f) - Propagação da trinca. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 2\delta_n$ a $5\delta_n$	53
FIGURA 4.6 (a) - Propagação da trinca após $8,0\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq \delta_n$	55
FIGURA 4.6 (b) - Propagação da trinca após $8,0\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$	55
FIGURA 4.6 (c) - Propagação da trinca após $8,0\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$	56
FIGURA 4.6 (d) - Propagação da trinca. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 2\delta_n$ a $5\delta_n$	56
FIGURA 4.7 - Peça modelada.....	59
FIGURA 4.8 - Malha Uniforme (100x100 elementos de 4 nós).....	60
FIGURA 4.9 - Malha (100x200 elementos de 4 nós).....	64
FIGURA 4.10 – Amostra do carregamento aplicado. Força prescrita	65
FIGURA 4.11 - Tensão x Abertura Normal da Interface (1º ponto de Gauss)	65
FIGURA 4.12 - Malha Uniforme (40x40 elementos de 4 nós).....	67
FIGURA 4.13 - Tensão x Abertura Normal da Interface (1º ponto de Gauss)	68
FIGURA 4.14 - Lei coesiva irreversível com abertura residual. Tensão x abertura	69
FIGURA 4.15 - Tensão x Abertura Normal da Interface (1º ponto de Gauss)	70
FIGURA 4.16 - Tensão x Abertura Normal da Interface (1º ponto de Gauss)	70
FIGURA 4.17 - Relação da/dN vs. ΔK . Resultados experimentais: alumínio 7075-T6. 71	

LISTA DE TABELAS

TABELA 01 - Força de Início de Propagação.	61
TABELA 02 - Força de Início de Propagação.	62

LISTA DE SIGLAS

CFL.....	Courant-Friedrichs-Lewy
EPD.....	Estado Plano de Deformações
EPT	Estado Plano de Tensões
MFLE	Mecânica da Fratura Linear-Elástica
MFNL.....	Mecânica da Fratura Não-Linear
PMMA.....	Polimetacrilato de Metila – Acrílico
PTV.....	Princípio dos Trabalhos Virtuais

LISTA DE SÍMBOLOS

acomprimento inicial da trinca
Bvetor de forças de volume
CConstante adimensional
c_dvelocidade da onda de pressão
dcomprimento da zona de atuação das tensões coesivas
EMódulo de elasticidade longitudinal
EspEspessura
eBase natural
FVetor de forças aplicadas ao contorno
F_{ext}Vetor de forças externas
F_{int}Vetor de forças internas
F_{KIC}Força teórica de início de propagação da trinca
F_{Prop}Força numérica de início de propagação da trinca
f_{ij}Funções adimensionais
GTaxa de alívio de energia
G_mDistribuição das tensões coesivas
I, II, IIIÍndices indicadores do modo de deformação
KFator de intensidade de tensões
K_CValor crítico do Fator de intensidade de tensões
K_IFator de intensidade de tensões para o Modo I de deformações
K_{II}Fator de intensidade de tensões para o Modo II de deformações
K_{III}Fator de intensidade de tensões para o Modo III de deformações
LComprimento da peça

l_{\min}	Menor dimensão do elemento finito
M	Matriz de massa consistente
N	Número de ciclos de carga
n	Vetor unitário que define a direção normal da interface coesiva
q	Variável adimensional
R	Relação entre a tensão máxima e mínima aplicada
R_K	raio da zona de dominância de K
r	Distância radial da ponta da trinca
r_p	Raio de plastificação da ponta da trinca
T	Vetor de tensões coesivas da interface
T_n	Tensão normal da interface coesiva
T_t	Tensão tangencial da interface coesiva
t	Vetor unitário que define a direção tangencial da interface coesiva
U	Vetor de deslocamentos ao longo do corpo
\ddot{U}	Vetor de acelerações nodais
u	Deslocamento
V	Velocidade
V_i	Velocidade de impacto na borda inferior
V_s	Velocidade de impacto na borda superior
x, y	Coordenadas cartesianas
Y	Função adimensional da geometria da peça e distribuição da carga

Γ	Contorno do corpo
Γ^F	Contorno de aplicação de forças do corpo
Γ^T	Contorno da trinca
Γ^U	Contorno de aplicação de restrições e deslocamento prescrito do corpo
$\Gamma^{T,e}$	Contorno da superfície do elemento de interface
Δ	Vetor de deslocamentos da interface
Δ_n	Abertura normal da interface coesiva
Δ_t	Abertura tangencial da interface coesiva
$\Delta_{n\max}$	Abertura normal máxima da interface coesiva
ΔK	Variação do fator de intensidade de tensões
ΔK_{lf}	Valor limite da variação do fator de intensidade de tensões
$\Delta\sigma$	Variação das tensões aplicadas
δ_n	Comprimento característico normal
δ_t	Comprimento característico tangencial
ε_u	Deformação de ruptura
η	Constante de decrescimento
θ	Ângulo
ν	Coefficiente de Poisson
ρ	Massa específica do material
σ	Tensor de tensões de Cauchy
σ_{\max}	Máxima tensão normal da interface coesiva
σ_{ij}	Campo de tensões na ponta da trinca
σ_e	Tensão de escoamento
σ_u	Tensão de ruptura

- σ'_{\max} Máxima tensão normal aplicada
- σ_{\min} Mínima tensão normal aplicada
- σ_m Tensão normal média aplicada
- σ_a Amplitude da tensão normal aplicada
- σ_{fo} Tensão limite de fadiga
- τ_{\max} Máxima tensão tangencial da interface coesiva
- ϕ Potencial da interface coesiva
- ϕ_n Trabalho de separação normal da interface
- ϕ_t Trabalho de separação tangencial da interface
- Ω Domínio do corpo
- ξ Coordenada natural tangencial a interface

RESUMO

Apesar de todo avanço da engenharia, o fenômeno da fadiga em estruturas continua causando pesadas perdas econômicas e em vidas. Portanto, investimentos na simulação e entendimento do fenômeno continuam sendo prioritários na engenharia. As simulações numéricas de fadiga, em especial a nível microscópico, vem ganhando grande atenção da comunidade científica internacional em anos recentes, pois vem permitindo um entendimento melhor da física do fenômeno. Para tais simulações, modelos discretos de fratura têm sido empregados, em especial o método das interfaces coesivas.

Neste contexto se insere o presente trabalho, cujo objetivo principal foi a implementação de uma forma de considerar o dano numa relação constitutiva de interface coesiva. Neste caso, se a carga na ponta da trinca não é monotônica crescente, um dano cumulativo se desenvolve podendo, em cargas cíclicas, levar a propagação da trinca mesmo para níveis de carga inferiores a de ruptura estática. Interessante que tal implementação pode mudar o comportamento da propagação de trincas mesmo no caso de cargas monotônicas crescentes aplicadas, pois descargas localizadas podem ocorrer na ponta da trinca.

Este trabalho analisou algumas formas de considerar o dano, que basicamente consiste na modificação da forma como se dá a descarga da relação constitutiva de interface. Há varias formas alternativas de realizar tal descarga. Não se teve como objetivo deste trabalho esgotar todas as alternativas, nem propor novas alternativas, mas sim analisar o efeito das descargas mais empregadas na literatura.

As aplicações foram divididas em duas partes. Na primeira analisou-se o efeito da descarga em cargas externas monotônicas crescentes. Observou-se que houve descarga na ponta da trinca na propagação e uma conseqüente mudança nos resultados com a modificação da lei constitutiva de descarga. Tais exemplos foram casos de impacto, rodados com o método das diferenças finitas centrais. Foi observado que, para tais exemplos, o uso da condição CFL aplicada a elementos volumétricos está muito longe de conferir estabilidade ao método (a condição CFL, ou Courant-Friedrichs-Lewy, estabelece as condições mínimas de estabilidade numérica no método das diferenças centrais, conforme detalhado no Apêndice A). O problema acontece uma vez que a condição CFL

não pode ser aplicada aos elementos de interface, pois estes têm espessura nula, ao menos no início do processo. Na segunda parte, analisou-se casos com fadiga em tração, na qual somente o modo I de propagação foi considerado. Efeitos dinâmicos foram desprezados neste caso. As análises se restringiram à MFLE, ou seja, a zona de plastificação na ponta da trinca era pequena frente as demais dimensões. Dependendo do tipo de descarga, resultados coerentes com a literatura foram obtidos.

ABSTRACT

The fatigue phenomenon in structures is still causing heavy losses economically and in lives, even considering the recent advances of Engineering. Therefore, investments in simulation and knowledge of the phenomenon remain priority in Engineering. The simulations of fatigue, specially at microscopic level, have received great attention from international scientific community in recent years and a better understanding of the phenomenon physics was possible. For such simulations, discrete fracture models have been used, in special, the cohesive interface method.

The present work is focused in this context, being its main goal to implement a way to consider damage in a cohesive interface constitutive relation. In this case, if the load at the crack tip is not monotonically crescent, a cumulative damage occurs that may lead, under cyclic loads, to crack propagation even for load levels below static rupture load. Interesting that such implementation can change crack propagation behavior even under monotonically crescent applied loads, since localized unloading may occur at the crack tip.

This work analyzed some ways to consider damage, which basically consists in the modification of the unloading of the interface constitutive relation. There are many ways to do such unloading. The present work did not aim to explore all possibilities, or to propose new ones, and focused only on the most used unloading laws used in literature.

Applications were divided in two parts. The first analyzed the unloading effect under monotonically crescent applied loads. It was observed that localized unloading at the crack tip took place during propagation, leading to changes in results when the unloading of the constitutive law was changed. These examples were dynamic and were analyzed using the Central Differences Method. It was observed that CFL condition applied to volumetric Finite Elements, is far from granting stability of the method (the CFL condition, or Courant-Friedrichs-Lewy, establishes the minimum numerical stability conditions for the Central Differences Method, as detailed in Appendix A). The reason is that CFL condition can not be applied to interface elements, since they have null thickness, at least at the beginning of the analysis. The second part, fatigue cases in tension were analyzed where only mode I of propagation was present. Dynamic effects were neglected. The cases were restricted to Linear Elastic Fracture Mechanics, i. e., crack tip plastification zone was small

compared to other dimensions. Results were coherent with literature, depending on unloading relationship used.

1. INTRODUÇÃO

1.1. Considerações Gerais

Os problemas de fadiga são de grande importância na indústria, representando grandes perdas de capital, tempo e, frequentemente, vidas humanas. Falhas por fadiga constituem um significativo custo para a economia. Segundo dados de Relatório do Governo dos Estados Unidos, o custo anual de fadiga de materiais para a economia do País em 1982 foi aproximadamente 100 bilhões de dólares, correspondente a cerca de 3% do total do produto nacional (NORTON, 1998). Estes custos surgem da ocorrência de falhas por fadiga em veículos terrestres, ferroviários, aéreos de todos os tipos, pontes, guindastes, vasos de pressão, plataformas de petróleo e uma ampla variedade de pequenas máquinas e equipamentos incluindo de usos domésticos, brinquedos e equipamentos esportivos.

A simulação, de forma precisa e eficiente, da propagação de uma trinca por fadiga, a partir de uma falha preexistente, tem grande importância para projetos baseados em conceitos de ruptura controlada (*fail safe design*), presentemente em uso, como por exemplo, na indústria aeroespacial, onde a segurança é de suma importância e superdimensionamentos levam a duras penalidades em termos de custos e excesso de peso. Inevitavelmente, como são esperados fenômenos pronunciadamente não-lineares, esta simulação requer capacidade computacional avançada. Esta combinação de circunstâncias, juntamente com a versatilidade e desenvolvimento, favorece o uso do método dos elementos finitos para a análise de tensão do componente.

Assim, neste trabalho, será buscada a avaliação do mecanismo de fratura via método dos elementos finitos, baseado no uso de leis coesivas, que tiveram como pioneiros Dugdale (1960), Barrenblatt (1962) e Rice (1968) - que consideram a fratura como um fenômeno gradual no qual a separação acontece por uma extensão da extremidade da trinca, ou zona coesiva, e é resistido por tensões coesivas. Estas leis presumem que as tensões coesivas retornam exatamente pela mesma curva tensão-abertura ao descarregar. Isto está rigorosamente correto quando a fratura acontece ao nível atômico, onde a coesão surge diretamente dos laços atômicos, mas dos processos macroscópicos pode ser esperado algum grau de irreversibilidade. Isto requer a formulação de leis coesivas irreversíveis, que dependem da história do carregamento, como propôs Needleman (1992) e Camacho e Ortiz (1996).

A consideração de leis coesivas irreversíveis (leis que conduzem ao acúmulo de dano) pode ser particularmente crítica em simulações de crescimento de trinca de fadiga, como demonstrou Andrés, Pérez e Ortiz (1999), na análise do crescimento de trincas de fadiga em cabos de alumínio carregados axialmente.

1.2. Objetivo do Trabalho

Este trabalho segue a linha de pesquisa de aplicação de interfaces coesivas na mecânica da fratura via método dos elementos finitos desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

No presente trabalho será buscada a avaliação do mecanismo de fratura, em estado plano de deformação, para materiais de comportamento elástico e elastoplástico, utilizando-se do conceito das interfaces coesivas, via método dos elementos finitos, para mapear o comportamento evolutivo de um trinca preexistente e analisando a relevância da consideração da dissipação de energia por dano na interface. Com a utilização da metodologia implementada será realizada análise, de forma determinística (sem consideração de aleatoriedades, tanto do material quanto do carregamento), do processo de crescimento de trincas por fadiga. Os resultados obtidos serão validados por comparação com resultados numéricos e experimentais, encontrados na literatura.

Para o estudo implementou-se um algoritmo de interfaces coesivas baseado em leis coesivas irreversíveis, dependentes da história do carregamento, no programa de elementos finitos *Metafor* (Ponthot, 1995) já modificado em pesquisas desenvolvidas no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

1.3. Contribuição Principal

A principal contribuição do trabalho consiste em apresentar um mecanismo capaz de simular, numericamente, o processo de fadiga. Existem poucos trabalhos nessa área, visto a relevância do tema.

Cabe salientar que, no Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, alguns trabalhos de pesquisa tem sido desenvolvidos com a utilização do programa *Metafor*. No entanto este programa não considera nenhum grau de irreversibilidade de deformações quando aplicado à fratura. Algum dano à estrutura pode ser esperado até mesmo em situações onde a carga é

monotônica crescente, pois com a fratura do material ele está sujeito a um rearranjo de sua estrutura e, conseqüentemente, descargas localizadas. Mapear esta deficiência do programa e o correspondente grau de relevância, já é uma contribuição valiosa.

A pesquisa desenvolvida consiste numa abordagem numérica da fratura, baseado no Método dos Elementos Finitos e no Método das Interfaces coesivas. As simulações numéricas foram realizadas com a utilização de algoritmo computacional que consiste na implementação de leis coesivas irreversíveis e um elemento coesivo bidimensional

1.4. Organização do Trabalho

Este trabalho está dividido em cinco capítulos e um apêndice, descritos na seqüência:

No Capítulo 1, uma introdução do tema, com considerações gerais, objetivo, contribuição principal e organização do trabalho.

No Capítulo 2, uma revisão dos conceitos e teorias que fundamentam as análises.

No Capítulo 3 é descrita a metodologia da pesquisa empregada.

No Capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos nas simulações realizadas, bem como análises comparativas com resultados numéricos e experimentais encontrados na literatura.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

No Apêndice A é apresentado um exemplo de aplicação da condição CFL (Bittencourt, 1998).

2. FUNDAMENTOS DA ANÁLISE

A intenção deste capítulo é apresentar conceitos, análises e teorias que serviram de base para o desenvolvimento da pesquisa.

2.1. Mecânica da Fratura

A Mecânica da Fratura pode ser dividida em duas partes:

Mecânica da Fratura Linear-Elástica (MFLE)

Mecânica da Fratura Não-Linear (MFNL)

Os conceitos da MFLE podem ser aplicados a situações onde a fratura ocorre em regime predominantemente linear-elástico. Tal regime é caracterizado por plastificação restrita a uma pequena zona na ponta da trinca, de tamanho reduzido frente a zona de dominância, para cálculo das tensões, do fator de intensidade de tensões K (estes conceitos serão abordados adiante).

A validade da aplicação da MFLE, muitas vezes, é dependente da espessura do material, que ditará se o regime predominante é estado plano de deformação (EPD) ou estado plano de tensões (EPT). Para EPT predominante, geralmente, a zona de plastificação apresenta dimensões significativas, que invalidam o uso da MFLE e sugerem o uso da MFNL.

As análises realizadas no presente trabalho ficam restritas à utilização da MFLE e por esta razão seus fundamentos serão abordados adiante, no item 2.1.2.

Dentre todas as contribuições na área de Mecânica da Fratura, três podem ser considerados como os desenvolvimentos mais importantes que levaram a Mecânica da Fratura Moderna:

- Griffith (1921): através de experiências com vidro, apresentou uma relação energética entre resistência a fratura e tamanho da trinca. A partir desta relação explicou porque os materiais, mesmo na presença de trincas, têm a capacidade de resistir a esforços.
- Irwin (1948): introduziu o “Conceito de fator de intensidade de tensão” e o relacionou com a energia de fratura. Considerou o efeito de dissipação da energia

plástica a uma região circular na ponta da trinca. Suas contribuições facilitaram a aplicação dos conceitos de Griffith em engenharia.

- Rice e Hutchinson (1968): formularam as bases da Mecânica da Fratura Não-Linear, determinando o campo de tensões na ponta da trinca para materiais elastoplásticos, além de muitas outras contribuições.

2.1.1. Modelos de fratura

A abordagem numérica da fratura pode ter seus conceitos divididos, a grosso modo, em duas categorias, conforme descrito abaixo:

- Fratura Difusa: o corpo trincado é tido como um contínuo. Rashid em 1968 introduziu o modelo de fratura difusa (citado por Rots, 1988) que permite a descrição da trinca baseada em uma formulação da mecânica do contínuo, ou seja, a fissura é representada por uma alteração nas propriedades constitutivas do material.
- Fratura Discreta: a trinca é considerada uma descontinuidade geométrica. O modelo de fratura discreta teve suas primeiras abordagens, via método dos elementos finitos, feitas por Ngo e Scordelis em 1967 (citados por Rots, 1988). O modelo representa a fissura explicitamente pela separação das faces dos elementos.

2.1.2. Mecânica da Fratura Linear Elástica

O estudo da mecânica da fratura está relacionado com a identificação dos possíveis modos em que a peça pode romper. Em geral, conforme observado por Irwin, existem três movimentos cinemáticos da superfície superior e inferior da trinca que são independentes um do outro, modo I e II (casos planos) e modo III (caso anti-plano), conforme apresentado na Fig. 2.1.

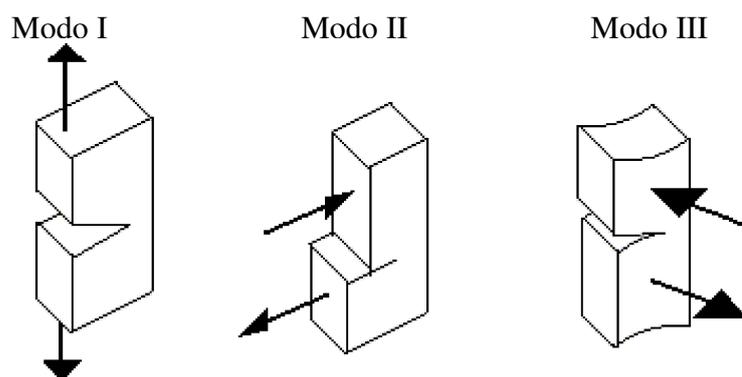


FIGURA 2.1 - Modos básicos de deformação de uma trinca

O modo I (abertura) é caracterizado pela abertura normal das superfícies devido a um carregamento de tração. O modo II (cisalhamento) é caracterizado pelo deslizamento, ou deslocamento tangencial, entre as superfícies, e deslocamento perpendicular à frente de propagação. O modo III (rasgamento) é caracterizado pelo deslizamento, ou deslocamento tangencial, entre as superfícies, e deslocamento paralelo à frente de propagação.

A superposição destes três modos pode representar a deformação de qualquer trinca. Quando ocorre a superposição de dois, ou dos três modos de ruptura, se diz que ocorre *modo misto de ruptura*.

Cada um dos modos de deformação apresenta um campo de tensões na ponta da trinca σ_{ij} , que inicialmente foram apresentados por Irwin. Estes campos, definidos pelas Eq. 2.1, 2.2 e 2.3, são funções da distância radial da ponta r , do ângulo θ (Fig. 2.2) e do respectivo fator de intensidade de tensão, K_I , K_{II} e K_{III} .

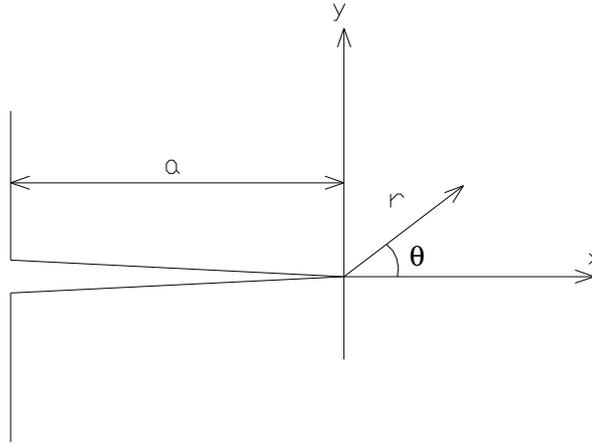


FIGURA 2.2 - Sistemas de coordenadas utilizados

$$\sigma_{ij}^I = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) \quad (2.1)$$

$$\sigma_{ij}^{II} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) \quad (2.2)$$

$$\sigma_{ij}^{III} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{III}(\theta) \quad (2.3)$$

Nas equações acima, os índices *I*, *II* e *III*, indicam o modo de deformação e $f_{ij}(\theta)$ são funções independentes do tipo de carga e geometria da peça.

O fator de intensidade de tensões tem unidades de tensão multiplicada pela raiz de um comprimento ($\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ ou $\text{N}\cdot\text{mm}^{-3/2}$) e conterà todo o efeito das condições de contorno longe da trinca e da geometria da mesma.

Assim, pode-se concluir que o estado de tensões nas proximidades da trinca pode ser calculado, empregando as Eq. 2.1, 2.2 e 2.3, para qualquer situação (MFLE) desde que seja possível determinar ou medir os fatores de intensidade de tensão K . A Fig. 2.3 mostra a zona nas proximidades da trinca, delimitada pelo círculo R_K , onde o campo de tensões é dominado pela presença da trinca. Tal zona é denominada *Zona de Dominância de K*. Longe da trinca, a mesma pode ser ignorada do estudo de tensões. Dentro da zona delimitada pelo círculo R_K , as condições de contorno modificarão os valores de K unicamente, no entanto, a forma da distribuição das tensões permanece inalterada.

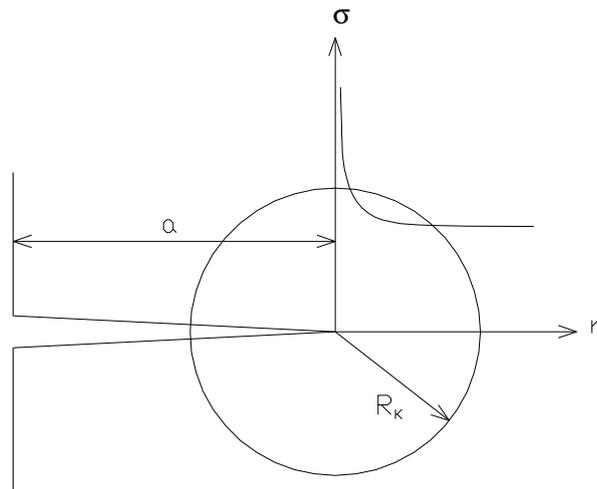


FIGURA 2.3 - Zona de dominância de K

Dentre os modos de deformação, o modo I é o mais importante, já que a maioria dos materiais tende a fraturar com mais facilidade quando solicitados a esforços normais de tração do que as tensões de corte. Sendo assim, neste trabalho a atenção será concentrada nesse caso, omitindo o índice I em K . Para este modo de deformação o fator de intensidade de tensão K pode ser definido, genericamente, pela Eq. 2.4,

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2.4)$$

em que Y é função adimensional da geometria e distribuição da carga, σ é a tensão aplicada na peça na posição da ponta da trinca sem considerar a presença da trinca e a é o comprimento da trinca.

Como o valor de K é calculado a partir da geometria e da carga aplicada na estrutura, pode-se determinar um valor crítico de K , para o qual a trinca se propaga. Este valor crítico, que pode ser considerado uma propriedade do material (para plasticidade e condições geométricas controladas), é a tenacidade à fratura K_C . Uma forma de verificar se a trinca se propaga ou não é comparar K_C com K calculado. Para valores de $K \geq K_C$ a trinca se propaga.

Outro parâmetro útil para verificar a estabilidade de uma trinca é a taxa de alívio de energia na ponta da trinca com a variação do comprimento da mesma, G_C (será aqui simplesmente referida como “energia de fratura”), que está relacionada com a tenacidade à fratura pela Eq. 2.5,

$$G_C = \frac{K_C^2}{E'} \quad (2.5)$$

em que $E' = E$ para o estado plano de tensões e $E' = E/(1-\nu^2)$ para estado plano de deformação. E e ν são o módulo de elasticidade longitudinal do material e o coeficiente de Poisson, respectivamente.

G_C é a energia que necessita ser liberada para que ocorra crescimento da trinca. Tem unidades de energia por unidade de área da trinca (N/mm; N/m; etc.).

Valores de K_C e G_C podem ser obtidos experimentalmente e são encontrados na literatura. A comparação destes valores, com os de K e G , constitui a forma usual, em engenharia, para a determinação do início da propagação de trincas, porém não fornece nenhuma informação quanto ao que vai acontecer após o início da propagação.

Na aplicação dos conceitos de Mecânica da Fratura Linear Elástica, é admitida a ocorrência de uma zona de plastificação na ponta da trinca, porém esta zona deve ser pequena, em relação a zona de dominância de K . O tamanho dessa zona plástica depende do modo de carregamento, da geometria do corpo e da tensão de escoamento do material, podendo ter uma primeira estimativa, segundo Kanninen e Popelar (1985, p.62) e para EPD, dada pela Eq. 2.6, onde r_p é o raio de plastificação na ponta da trinca e σ_e a tensão de escoamento do material.

$$r_p = \frac{1}{6\pi} \frac{K^2}{\sigma_e^2} \quad (2.6)$$

No presente trabalho, em que se estuda apenas o estado plano de deformações, as características geométricas não influenciam nas propriedades de fratura, devendo apenas ser analisado, para validade da aplicação dos conceitos da Mecânica da Fratura Linear Elástica, a influência da zona plástica na ponta da trinca.

2.1.3. Tensões Coesivas

Barenblatt, citado por Liebowitz (1968), postulou a existência de tensões coesivas atuando nos extremos da trinca, em pequenas zonas de comprimento desprezível d frente

ao tamanho da mesma, como indicado na Fig.2.4, em uma teoria composta por três postulados.

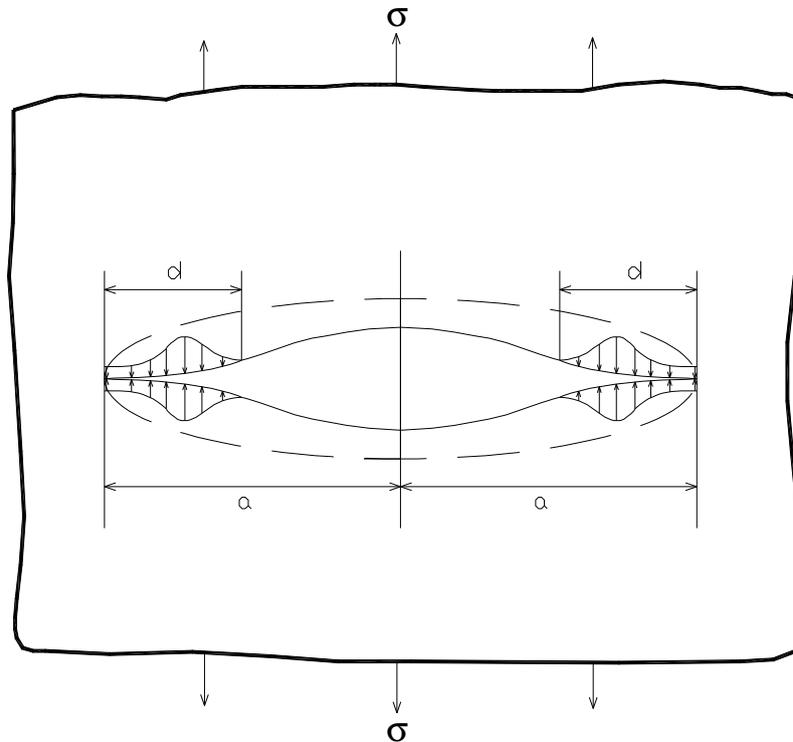


FIGURA 2.4 - Tensões coesivas na ponta da trinca
 Fonte: Liebowitz, 1968, p.35

De acordo com a Mecânica da Fratura Elástica Linear, uma fenda com a forma inicial de uma linha assume a forma de uma elipse esbelta com a aplicação de uma tensão normal de tração, considerando que as faces da trinca estão completamente livres de forças aplicadas, conforme pode ser observado na Fig. 2.4 pela linha tracejada.

O primeiro postulado da teoria diz que as tensões coesivas são de caráter compressivo e tendem a unir as faces da trinca, enquanto que as singularidades induzidas pela tensão externa são de caráter tração. Surge então a possibilidade de uma cancelar a outra e o campo final de tensões tornar-se não singular.

O segundo postulado faz referência à região de atuação das tensões coesivas, indicando que a distribuição de tensões coesivas $G_m(\xi)$ é limitada a uma zona pequena dentro de uma distância d , distância esta que se estende da extremidade da trinca em $x=a$ como indicado na Fig. 2.5. Assim, $G_m(\xi)$ é significativa na zona coesiva $a-d < x < a$, mas desaparece para $0 < x < a-d$, sendo que d/a é pequeno, comparado com a unidade.

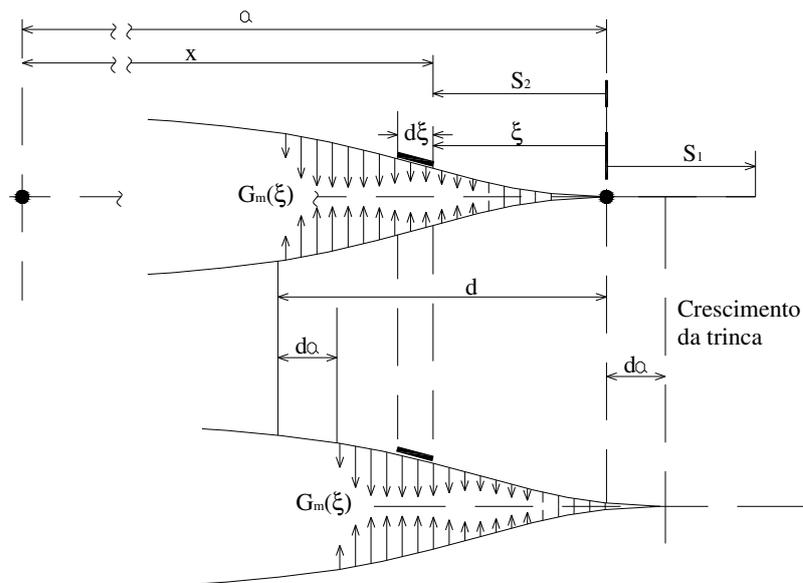


FIGURA 2.5 - Crescimento de trinca conforme a teoria de Barenblatt
 Fonte: Liebowitz, 1968, p.35

O terceiro postulado diz: “A forma da seção normal da superfície da trinca na região de seus extremos – e conseqüentemente, a distribuição local das tensões de coesão sobre a superfície trincada – não depende das cargas aplicadas e é sempre a mesma para um dado material sob as mesmas condições (temperatura, composição e pressão ambiente)”.

Conforme o terceiro postulado, Barenblatt constata que a forma e a distribuição das tensões coesivas $G_m(\xi)$ permanece a mesma, porém translada junto com a ponta da trinca, sendo portanto uma propriedade do material.

Dugdale (1960), formulou independentemente uma teoria semelhante para materiais elastoplásticos, na qual a tensão de escoamento desempenha função similar à tensão coesiva do modelo de Barenblatt.

2.2. Fadiga

É definido como fadiga, o processo em que um material pode sofrer alterações (degradação) de suas propriedades mecânicas e sofrer danos sob solicitações cíclicas abaixo da que suportaria em um carregamento estático.

O estudo do fenômeno é de grande importância na concepção de estruturas e máquinas, uma vez que um grande número das rupturas observadas em serviço envolve fadiga.

O estudo do fenômeno de fadiga é multidisciplinar. No presente trabalho, será estudada a propagação de trincas de fadiga, abordando os conceitos de Mecânica da Fratura Linear Elástica.

2.2.1. Características da fratura de fadiga

As fases que envolvem o mecanismo da fadiga, e que ocorrem de forma sucessiva, podem ser divididas em: nucleação, propagação e ruptura final (Branco, Fernandes e Castro, 1999).

Após o início da fissura de fadiga, que normalmente ocorre na superfície do corpo, devido à concentração de tensões que ocorre no local, é iniciada a propagação, que ocorre em três estágios. O estágio I corresponde à propagação do defeito inicial, em planos sujeitos a elevados valores de tensões tangenciais, que ocorre aproximadamente a 45° em relação as direções principais (propagação basicamente por deformação plástica). No estágio II o comportamento é governado pela amplitude das tensões normais e a fissura tende a propagar-se perpendicularmente às direções principais. A velocidade da propagação da fissura, nesse estágio, é função da amplitude do fator de intensidade de tensões. No estágio III a fissura atinge um comprimento crítico e a propagação torna-se instável, ocorrendo ruptura final da peça (a ruptura pode ocorrer também por colapso plástico). Na Fig. 2.6 estão apresentados os três estágios de propagação citados.

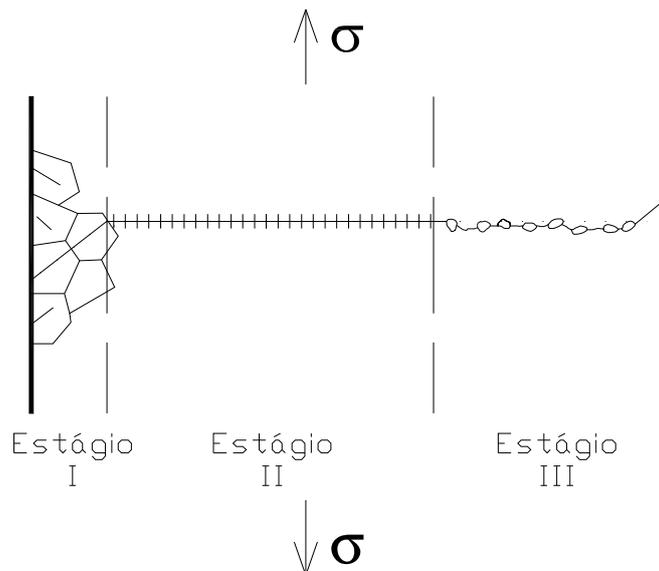


FIGURA 2.6 - Estágios de propagação de uma trinca

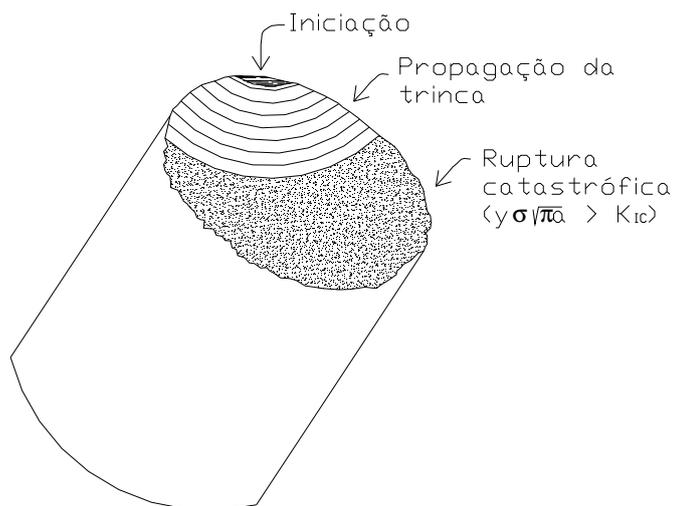


FIGURA 2.7 - Aspecto de uma superfície de fratura (três estágios de propagação)

2.2.2. Solicitações de fadiga

As solicitações de fadiga podem ser classificadas, conforme o valor médio da solicitação, em alternada pura, alternada, repetida ou ondulada, conforme apresentado na Fig. 2.8.

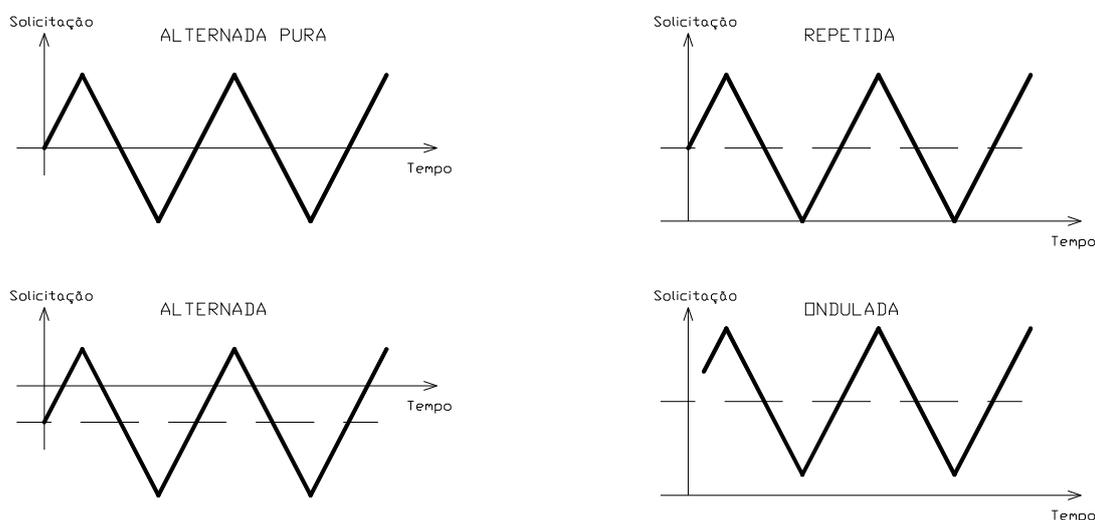


FIGURA 2.8 - Solicitações de fadiga

Em casos práticos, o espectro de carga pode ser distinto de qualquer um destes casos e, inclusive, apresentar distribuição aleatória. Para tratar esses problemas, as solicitações podem ser agrupadas em blocos, buscando aproximar a situação real, o que facilita, ou torna possível, a análise.

Seguindo a notação apresentada na Fig. 2.9, a tensão média normal σ_m e a amplitude da tensão normal σ_a são definidas pelas Eq. 2.7 e 2.8, respectivamente.

$$\sigma_m = (\sigma'_{\max} + \sigma'_{\min})/2 \quad (2.7)$$

$$\sigma_a = (\sigma'_{\max} - \sigma'_{\min})/2 \quad (2.8)$$

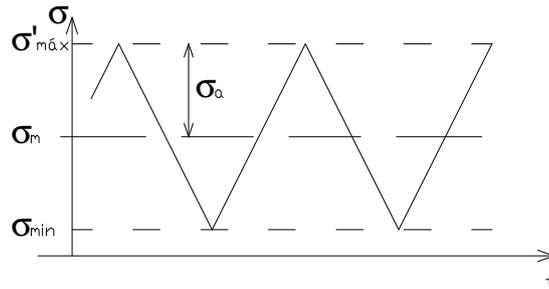


FIGURA 2.9 - Notação das solicitações de fadiga

2.2.3. Metodologia baseada em vida em fadiga

Classicamente o projeto à fadiga consiste na determinação da vida em fadiga, baseado em experimentos. Muitos estudos são realizados com a utilização de flexão rotativa, resultando em tensões alternadas puras, os quais consistem na determinação do número de ciclos N até a ruptura, para uma determinada carga aplicada. Nestes casos $\sigma_m = 0$ e $\sigma_a = \sigma'_{\max}$. Os aços apresentam um valor limite de tensão, designada tensão limite de fadiga σ_{fo} , que se não for ultrapassado indica vida infinita da peça. Para os metais não-ferrosos o comportamento é distinto, pois por menor que seja a tensão aplicada σ_a , ocorre fratura do material após um determinado número de ciclos. Nestes casos define-se σ_{fo} convencionalmente como a tensão correspondente a um determinado número de ciclos, tipicamente 5×10^8 ciclos no caso do alumínio (Branco, Fernandes e Castro, 1999, p. 142).

Relações empíricas são obtidas entre a tensão limite de fadiga σ_{fo} e a tensão de ruptura σ_u . Segundo Branco, Fernandes e Castro (1999), para aços com tensão de ruptura inferior a 1400MPa, $\sigma_{fo} \approx 0,5\sigma_u$, e para aços com valores mais elevados de tensão de

ruptura, onde esta relação deixa de ser observada, utiliza-se $\sigma_{fo} \approx 700$ MPa. No caso de alumínios, a relação convencional para tensão de ruptura inferior a 330 MPa, é $\sigma_{fo} \approx 0,38\sigma_u$, e para valores mais elevados de σ_u pode-se supor $\sigma_{fo} \approx 125$ MPa.

Os resultados referidos no parágrafo anterior foram obtidos para corpos de prova de 0,76 cm de diâmetro, superfície polida, ensaiados em flexão rotativa ($\sigma_m = 0$). A aplicação destes resultados a outros elementos requer a análise frente a utilização de fatores de correção, quanto às solicitações, geometria e outros aspectos que possam diferenciar das condições analisadas.

Na presença de $\sigma_m \neq 0$ a tensão limite de fadiga não pode ser empregada diretamente em projeto. Neste caso, critérios que levam em conta o efeito da tensão média σ_m , podem ser utilizados, conforme apresentado na Fig. 2.10. Em uma representação deste tipo, quando a solicitação é estática, $\sigma_a = 0$, a tensão média σ_m deve ser menor que a tensão de escoamento σ_e ou tensão de ruptura σ_u , e quando $\sigma_m = 0$ a amplitude de tensão σ_a de ser menor que a tensão limite de fadiga σ_{fo} .

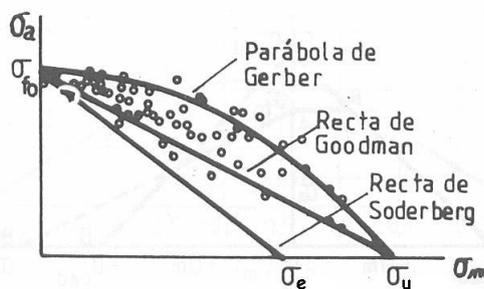


FIGURA 2.10 - Linhas de vida idêntica à fadiga
Fonte: Branco, Fernandes e Castro, 1999, p.167

A Fig. 2.10 apresenta resultados experimentais de aços e alumínios e estão desenhadas as curvas correspondentes a três critérios diferentes, sendo, segundo Branco, Fernandes e Castro (1999):

- Parábola de Gerber

$$\sigma_a = \sigma_{fo} \left(1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right)^2 \right) \quad (2.9)$$

- Reta de Goodman

$$\sigma_a = \sigma_{fo} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right) \quad (2.10)$$

- Reta de Soderberg

$$\sigma_a = \sigma_{fo} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_e} \right) \quad (2.11)$$

Uma modificação do critério de Goodman, visando evitar a ocorrência de deformações plásticas, resultou em combinar a Reta de Goodman com a reta resultante da restrição:

$$\sigma_m + \sigma_a \leq \sigma_e \quad (2.12)$$

A Fig. 2.11 representa o Critério de Goodman Modificado. Mantidas as condições descritas, nas situações que ficarem abaixo do segmento AED não ocorrerá fratura por fadiga e nem deformação plástica.

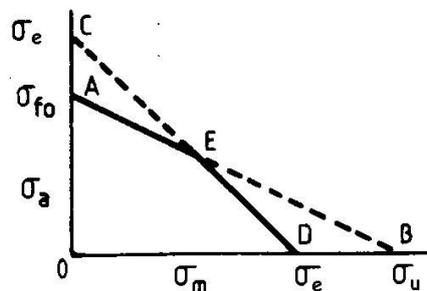


FIGURA 2.11 - Critério de Goodman Modificado
Fonte: Branco, Fernandes e Castro, 1999, p.167

As equações que descrevem o critério de Goodman Modificado, segundo Branco, Fernandes e Castro (1999), são:

$$\begin{cases} \sigma_a = \sigma_{fo} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right) \\ \sigma_m + \sigma_a = \sigma_e \end{cases} \quad (2.13)$$

As equações descritas, para os três critérios, se aplicam, no caso de materiais dúcteis, para solicitações com σ_m positiva. Para σ_m negativa, as mesmas equações podem ser utilizadas, de forma conservadora (uma vez que a resistência a fadiga neste caso é superior do que para $\sigma_m > 0$), apenas substituindo nas equações o valor absoluto de σ_m .

2.2.4. Propagação de trincas de fadiga

2.2.4.1. Generalidades

Este trabalho restringe-se a analisar o processo de propagação de trincas de fadiga (estágio II) considerando estruturas com falhas, ou superfícies, pré-existentes.

Análises da propagação de trincas de fadiga no estágio II são úteis em projetos, pois são uma alternativa menos conservativa que a abordagem do limite de fadiga. Por exemplo, conhecendo o estágio II de propagação e a tenacidade do material, é possível estimar o número de ciclos para ruptura. Assim, para um material para o qual o estágio II ocupa a maior porção da vida de fadiga (por exemplo materiais sujeitos a fadiga oligocíclica), pode ser previamente estimado o número de ciclos de carga que o material pode resistir. Além disso, muitas estruturas contêm superfícies pré-existentes (entalhes, furos, etc.), ou trincas no interior, que podem levar a ruptura por fadiga. A presença de tais trincas elimina a necessidade de nucleação ou iniciação da fissura de fadiga, e para materiais contendo trincas pré-existentes e conhecendo o tamanho e geometria das falhas, é possível estimar a vida em fadiga.

Em circunstâncias sob as quais um determinado defeito é detectado em serviço, é de interesse conhecer qual será o comportamento de determinado componente ou estrutura, na continuação em serviço.

Em condições de plasticidade restringida, na ponta da trinca, a uma pequena extensão, o estado mecânico do material na vizinhança da extremidade da trinca pode ser caracterizado pelo fator de intensidade de tensão K , conforme já definido na Eq. 2.4.

2.2.4.2. Crescimento de trincas de fadiga

Os ensaios para caracterizar o crescimento de trincas de fadiga fornecem, como informações básicas, a curva a versus N (abertura versus número de ciclos) e os valores

de tensão (ou em alguns casos deformação) aplicados. Para o estágio II de propagação, os correspondentes valores de ΔK podem ser extraídos pela Eq. 2.14.

$$\Delta K = Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2.14)$$

$$\Delta K = Y\sigma'_{\max}\sqrt{\pi a} - Y\sigma_{\min}\sqrt{\pi a} \quad (2.15)$$

A Fig. 2.12 representa, esquematicamente, os resultados obtidos em um ensaio de crescimento de trincas, onde a , o comprimento de uma trinca de fadiga em uma superfície, é plotado *versus* o número de ciclos de tensão aplicada N . Como mostrado na figura, a taxa de crescimento da trinca da/dN aumenta continuamente com o número de ciclos.

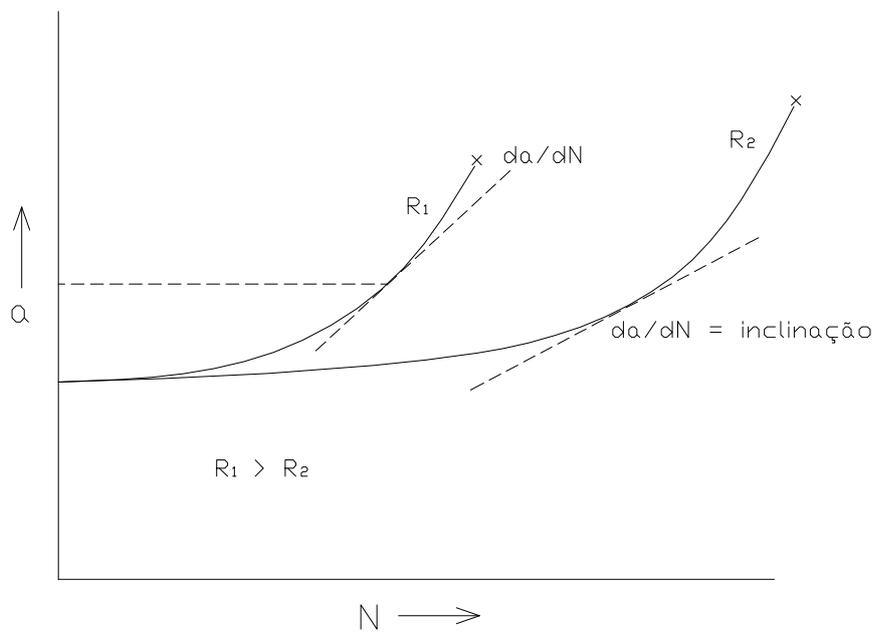


FIGURA 2.12 - Relação comprimento de trinca x números de ciclos de tensão

A Fig. 2.12 representa, esquematicamente, uma mesma amplitude de tensão σ_a , porém o valor $R = \sigma_{\min} / \sigma'_{\max}$ difere entre as duas curvas, o que mostra a dependência da relação da/dN pelo valor médio das solicitações. Com o aumento da relação R , ou seja, com o aumento da tensão média, ocorre aumento da taxa de crescimento e diminui o comprimento de trinca necessário para que ocorra ruptura (denotada, na Fig. 2.12 por x).

Os resultados experimentais da/dN versus ΔK , quando representados em coordenadas logarítmicas, tem o aspecto representado na Fig. 2.13, apresentando 3 regiões, correspondentes aos estágios de propagação de trincas, de forma bem distintas. Na região I, que corresponde a velocidades muito baixas de propagação, é natural que exista um valor limite de ΔK (ΔK_{lf}) para o qual não ocorre propagação de trincas de fadiga, ou está propagação ocorre a valores muito reduzidos, menores que 10^{-7} mm/ciclo (Branco, Fernandes e Castro 1999, p.178). Este valor, ΔK_{lf} , representa inerentemente um valor seguro de projeto para resistência a fadiga em concepções para projeto de vida-útil-segura (*safe-life*). Para muitos metais, porém, ΔK_{lf} é muito inferior à sua tenacidade. Assim, empregar esses metais com valores baixos de ΔK restringe a sua utilização. Deste modo, projetos nestes casos aceitam a presença de trincas de fadiga, assumindo algum crescimento da trinca, mas também assegurando que o comprimento da mesma não leve ao colapso durante o tempo de vida planejado para a peça. É a concepções de projeto de falha-segura (*fail-safe*).

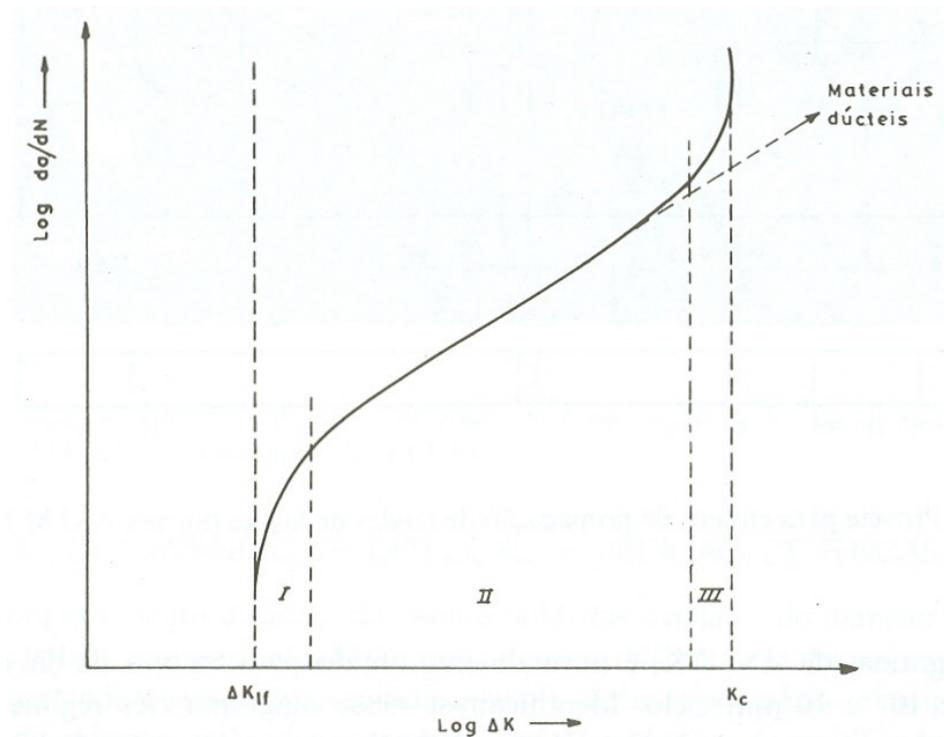


FIGURA 2.13 - Diagrama esquemático $da/dN = f(\Delta K)$, para $R = 0$

Fonte: Branco, Fernandes e Castro, 1999, p.203

Na região II, conforme um grande número de estudos desenvolvidos, para um dado material e relação de tensões R , o crescimento de trincas de fadiga pode ser representado unicamente como uma função de ΔK , do tipo

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (2.16)$$

onde C é uma constante que depende do material e da relação de tensões R , e m é uma constante do material (usualmente $2 \leq m \leq 7$). Esse tipo de lei foi introduzida, inicialmente, por Paris em 1961. Nas regiões I e III tal relação não é válida devido à influência significativa das deformações plásticas.

O mencionado incremento na relação de tensões R que incrementa a taxa de crescimento de trinca, tem seu efeito mais evidenciado nas regiões I e III, ou seja, para valores elevados e reduzidos de ΔK . Na região II, o valor R tem um menor efeito na taxa de crescimento de trinca. Para valores de R menores que zero (quando há uma tensão compressiva aplicada durante alguma porção do ciclo de tensões), a relação entre a tensão máxima e mínima tem uma pequena influência na taxa de crescimento de trincas, que sofre maior influência de ΔK .

Utilizando a Lei de Paris é possível determinar o número de ciclos necessário para propagar uma trinca por um certo comprimento, conhecido o valor de ΔK .

A região III tem como característica principal uma aceleração na propagação da trinca e surge quando o valor máximo do fator de intensidade de tensão se aproxima do valor crítico K_C .

3. METODOLOGIA DE PESQUISA

3.1. Aplicação dos Elementos de Interfaces Coesivas

A aplicação de interfaces coesivas consiste numa abordagem discreta da fratura. As interfaces coesivas podem ser consideradas elementos virtuais introduzidos entre os elementos finitos, que tem sua abertura controlada por uma relação constitutiva, simulando as tensões coesivas na ponta da trinca.

Os princípios sob os quais a pesquisa se guiou estão baseados nos trabalhos de Dugdale (1960), Barrenblatt (1962) e Rice (1968), para o desenvolvimento das leis coesivas, e em Needleman (1992), Camacho e Ortiz (1996) e Andrés, Pérez e Ortiz, (1999), na implementação da irreversibilidade do dano.

3.1.1. Implementação computacional

A implementação computacional das interfaces coesivas para resolução de problemas via método dos elementos finitos resulta apenas na adição de um termo de trabalho interno da interface no Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV). Desta forma, a equação de equilíbrio que governa o problema é dada por:

$$\int_{\Omega} \sigma : \left(\frac{\partial \delta U}{\partial x} \right) . dV + \int_{\Omega} \rho \ddot{U} . \delta U . dV + \int_{\Gamma^T} T . \delta \Delta . dS = \int_{\Omega} B . \delta U . dV + \int_{\Gamma^F} F . \delta U . dS \quad (3.1)$$

onde:

U : deslocamentos ao longo do corpo (Ω)

F : vetor de forças aplicadas no contorno Γ^F

B : forças de volume

σ : tensões de Cauchy

ρ : massa específica do material

T : vetor de tensões coesivas nas interfaces da trinca

Γ^T : superfícies da trinca

Δ : abertura da trinca

δ : variação arbitrária, virtual e compatível

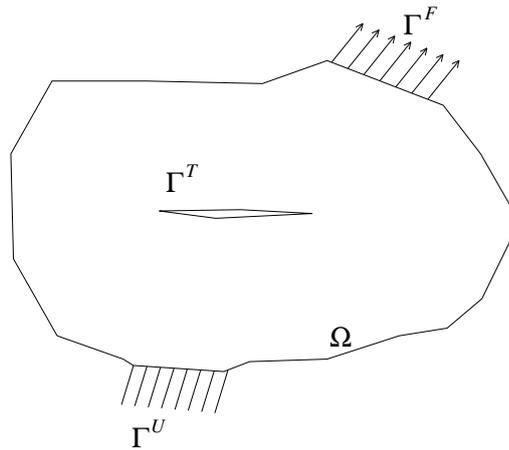


FIGURA 3.1 - Corpo em estudo

O contorno do corpo é formado por $\Gamma = \Gamma^U + \Gamma^F + \Gamma^T$, onde Γ^U é o contorno sob o qual são aplicados as restrições e deslocamentos prescritos.

Após o modelo de elementos finitos ter sido definido para o corpo e com a eliminação dos deslocamentos nodais virtuais, a equação de equilíbrio se transforma em uma equação diferencial ordinária e não-linear, na forma:

$$(M\ddot{U} + F_{\text{int}} - F_{\text{ext}} = 0) \quad (3.2)$$

onde:

M : matriz de massa consistente

\ddot{U} : acelerações nodais

F_{int} : forças internas atuando nos nós dos elementos

F_{ext} : forças externas atuando nos nós dos elementos.

O vetor de forças internas terá contribuição de uma parcela de forças correspondentes às tensões coesivas.

Para a solução do sistema apresentado na Eq. 3.2, o Método Explícito das Diferenças Centrais é utilizado quando efeitos inerciais são importantes, caso contrário (termo $M\ddot{U} \equiv 0$), é empregado o Método Implícito de Newton-Rapson.

3.1.2. Descrição das Interfaces Coesivas

O elemento de interface coesiva é formado por quatro nós, presentes em duas faces de elementos finitos adjacentes, conforme apresentado na Fig. 3.2., na qual n e t representam as direções normal e tangencial, respectivamente, à interface coesiva. Na configuração de referência os nós 1 e 4 apresentam as mesmas coordenadas, do mesmo modo que os nós 2 e 3.

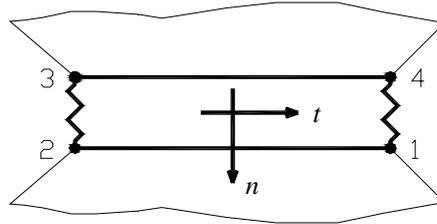


FIGURA 3.2 - Elemento de Interface
Fonte: Fedrigo, 2001

O trabalho de abertura de um elemento de interface é dado por

$$W^e = \int_{\Gamma^{T,e}} T^e \cdot \Delta^e \cdot dS \quad (3.3)$$

onde:

$T^e = \{T_n T_t\}^e$ é o vetor de tensões com as componentes normal e tangencial;

$\Delta^e = \left\{ \begin{matrix} \Delta_n \\ \Delta_t \end{matrix} \right\}$ é o vetor de deslocamentos normal e tangencial da interface.

Com isso, surgem nas interfaces tensões de coesão que buscam unir os elementos, quando estes tendem a se afastar, e tensões que buscam impedir a interpenetração, quando os elementos tendem a interpenetrar-se.

Neste modelo o processo é considerado adiabático.

As tensões em uma interface devido aos deslocamentos relativos entre os elementos que a compartilham são dadas por:

$$T = \frac{\partial \phi}{\partial \Delta} \quad (3.4)$$

em que ϕ é o potencial da interface, definido por Xu e Needleman (1994), baseados em Rose, Ferrante e Smith (1981), conforme a Eq. 3.5.

$$\phi(\Delta) = \phi_n + \phi_t \cdot \exp\left(-\frac{\Delta_n}{\delta_n}\right) \cdot \left\{ \left[1 - r + \frac{\Delta_n}{\delta_n} \right] \cdot \frac{1-q}{r-1} - \left[q + \left(\frac{r-q}{R-1} \right) \cdot \frac{\Delta_n}{\delta_n} \right] \cdot \exp\left(-\frac{\Delta_t^2}{\delta_t^2}\right) \right\} \quad (3.5)$$

onde, $q = \phi_t / \phi_n$ (ϕ_n e ϕ_t são os trabalhos de separação normal e tangencial respectivamente), $\Delta_n = n\Delta$ é a abertura na direção normal, $\Delta_t = t\Delta$ é a abertura na direção tangencial, $r = \Delta_n^* / \delta_n$, sendo Δ_n^* o valor de Δ_n após a separação completa por cisalhamento com tensão normal nula ($T_n = 0$). Os sub-índices n e t definem as direções normal e tangencial, respectivamente.

Conforme Xu e Needleman (1994), a resistência ao crescimento da trinca pode ser representada pelos trabalhos ϕ_n e ϕ_t , os quais podem ser escritos como:

$$\phi_n = e \cdot \sigma_{\max} \cdot \delta_n \quad (3.6)$$

$$\phi_t = \sqrt{\frac{e}{2}} \cdot \tau_{\max} \cdot \delta_t \quad (3.7)$$

em que, $e \cong 2.7182$, σ_{\max} e τ_{\max} são as resistências normal e tangencial máximas que a interface coesiva suporta e os valores δ_n e δ_t são os comprimentos característicos normal e tangencial, respectivamente. A soma de ϕ_n e ϕ_t corresponde a energia de fratura G_C .

Partindo das Eq. 3.4 e 3.5, as tensões na interface podem ser escritas como:

$$T_n = -\frac{\phi_n}{\delta_n} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta_n}{\delta_n}\right) \cdot \left\{ \frac{\Delta_n}{\delta_n} \cdot \exp\left(-\frac{\Delta_t^2}{\delta_t^2}\right) + \frac{1-q}{r-1} \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta_t^2}{\delta_t^2}\right) \right] \left[r - \frac{\Delta_n}{\delta_n} \right] \right\} \quad (3.8)$$

$$T_t = -\frac{\phi_n}{\delta_n} \cdot \left(2 \cdot \frac{\delta_n}{\delta_t} \right) \cdot \frac{\Delta_t}{\delta_t} \cdot \left[q + \left(\frac{r-q}{r-1} \right) \cdot \frac{\Delta_n}{\delta_n} \right] \cdot \exp\left(-\frac{\Delta_n}{\delta_n}\right) \cdot \exp\left(-\frac{\Delta_t^2}{\delta_t^2}\right) \quad (3.9)$$

A Fig. 3.3 mostra as tensões normais com $\Delta_t = 0$ e a Fig. 3.4 mostra as tensões tangenciais com $\Delta_n = 0$. As áreas cobertas pelas curvas T_n e T_t correspondem às energias

de separação (ϕ_n e ϕ_t) que precisam ser liberadas para que se dê início ao processo de crescimento da trinca ou que precisam ser consumidas para romper as interfaces.

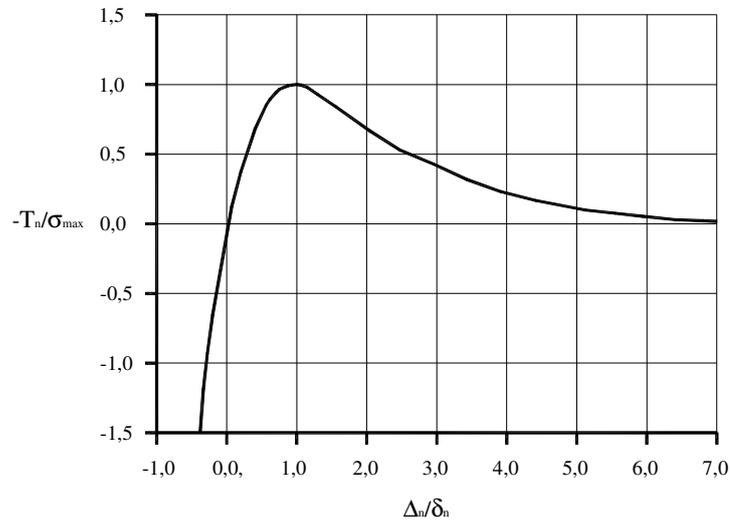


FIGURA 3.3 - Tensão Normal na Interface, T_n , como uma função de Δ_n com $\Delta_t = 0$
 Fonte: Fedrigo, 2001

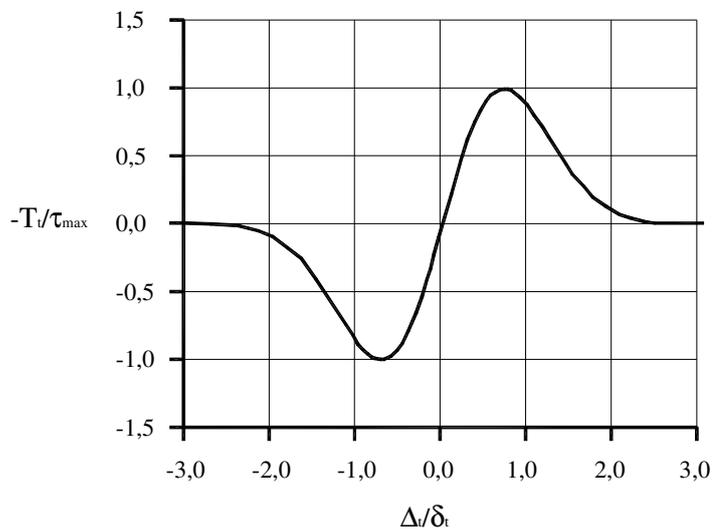


FIGURA 3.4 - Tensão Tangencial na Interface, T_t , como uma função de Δ_t com $\Delta_n = 0$
 Fonte: Fedrigo, 2001

Neste Trabalho, a proposta é implementar leis coesivas irreversíveis na relação constitutiva das interfaces coesivas.

3.1.3. Implementação da irreversibilidade do dano

Será explicitado aqui, somente o caso de deformação pelo modo I , com $\Delta_t = 0$, sendo este o de maior importância.

A Fig. 3.5 descreve as leis coesivas irreversíveis de carregamento e dois caminhos de carga-descarga, por uma relação de carregamento exponencial de Smith-Ferrante e descarga à origem por relação linear. A irreversibilidade se manifesta na descarga.

Seguindo Camacho e Ortiz (1996), será assumida descarga à origem, Fig. 3.5, tendo:

$$T_n = -\frac{T_n(\Delta_{n\max})}{\Delta_{n\max}} \Delta_n, \text{ se } \Delta_n < \Delta_{n\max} \text{ e } \dot{\Delta}_n < 0 \quad (3.10)$$

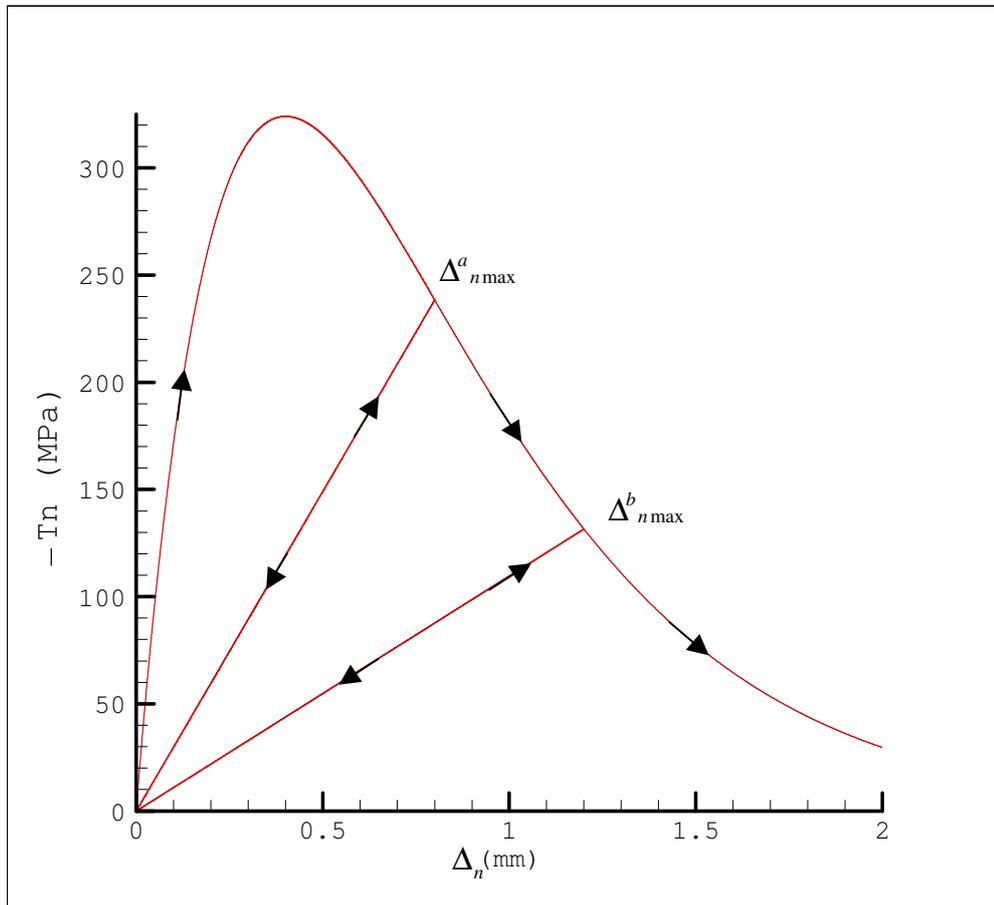


FIGURA 3.5 - Lei coesiva irreversível. Tensão x abertura

Como descrição adicional da lei coesiva com irreversibilidade do dano, assume-se um processo de carregamento cíclico, como descrito na Fig. 3.6, e considera-se um ponto na zona coesiva. Suponha que a parte ascendente da curva de carregamento, Fig. 3.6a,

resulta na abertura da superfície coesiva (o carregamento é inferior ao correspondente a K_C). Em materiais como metais, esta abertura é acompanhada, inevitavelmente, por plasticidade localizada na matriz circunvizinha. Por conseguinte, ao descarregar a zona coesiva não fecha completamente, Fig. 3.6b. Sob estas condições, o próximo ciclo de carga causará um dano adicional ao material, Fig. 3.6c. Depois de um número suficiente de ciclos, a superfície coesiva perde sua integridade completamente e uma superfície nova é formada, com o crescimento da trinca (Andrés, Pérez e Ortiz, 1999).

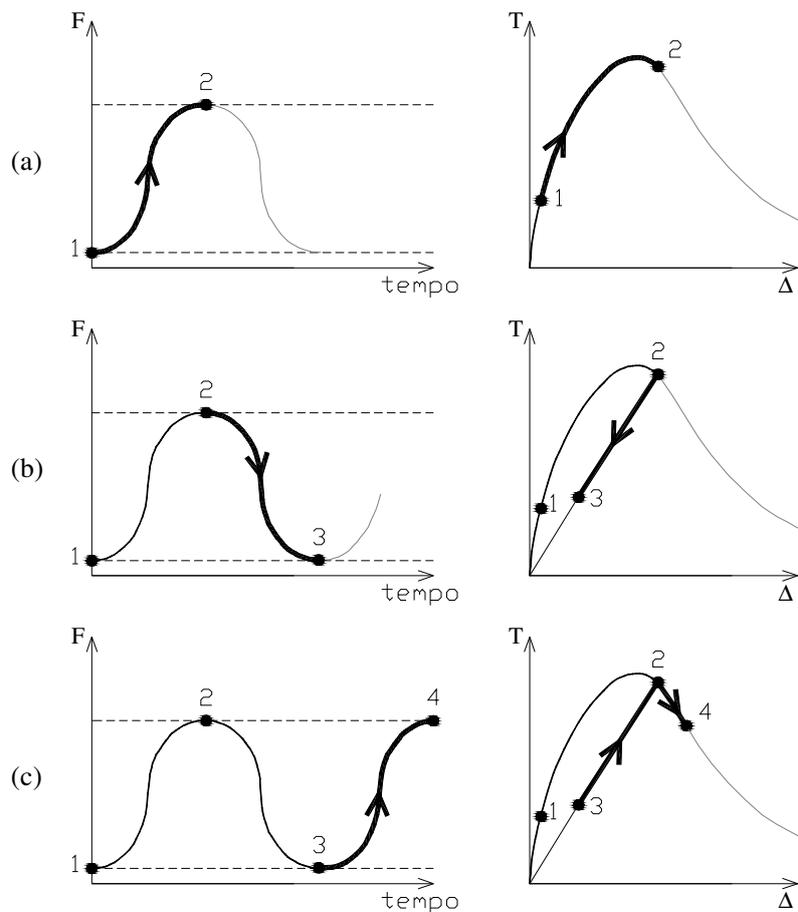


FIGURA 3.6 - Representação esquemática do processo de acumulo de dano
 (a) Abertura de superfície coesiva: (b) descarga parcial: (c) recarga e dano subsequente.
 Fonte: Andrés, Pérez e Ortiz, 1999, p. 2236.

3.1.4. Propriedades das Interfaces Coesivas

São necessárias as definições de algumas propriedades do material para implementação de interfaces coesivas, conforme visto anteriormente.

O trabalho de separação normal da interface ϕ_n , segundo a metodologia de Xu e Needleman (1994), representa a resistência do material ao crescimento de trinca no modo I, e é indicado pela Eq. 3.6.

Para definir o comportamento das interfaces coesivas de um dado material é necessário apenas o conhecimento de dois parâmetros do material, uma vez que a terceira variável pode ser obtida pela equação de Xu e Needleman (1994), reescrita da seguinte forma:

$$\delta_n = \frac{\phi_n}{e \cdot \sigma_{\max}} \quad (3.11)$$

em que:

δ_n : comprimento característico do material. Não tem interpretação física;

ϕ_n : trabalho de abertura da interface. Correspondente à energia de fratura do material G_C , quando apenas o Modo I de ruptura é operativo;

σ_{\max} : máxima tensão normal resistente, cuja abertura normal Δ_n corresponde ao comprimento característico δ_n .

O valor da energia de fratura do material pode ser encontrado em tabelas de acordo com o tipo do material.

O valor de σ_{\max} é função do comportamento do material, dúctil ou frágil.

Para materiais dúcteis, conforme encontrado na literatura, essa tensão é função da tensão de escoamento, e assume o valor de:

$$\sigma_{\max} \cong (3 \text{ a } 3,5)\sigma_e \quad (3.12)$$

Needleman(1987, 1990 a,b) sugere $\sigma_{\max} \cong 3\sigma_e$, Tvegaard e Hutchinson(1992), $\sigma_{\max} \cong 3,5\sigma_e$, e Siegmund e Needleman (1997), $\sigma_{\max} \cong 3,5\sigma_e$.

Para materiais frágeis, os valores de σ_{\max} adotados variam no seguinte intervalo:

$$\sigma_{\max} \cong \left(\frac{E}{100} \quad a \quad \frac{E}{10} \right) \quad (3.13)$$

em que:

E : módulo de elasticidade longitudinal do material.

Xu e Needleman (1994) sugerem $\sigma_{\max} \cong E/10$, para Needleman e Rosakis(1999), $\sigma_{\max} \cong E/10$, e Ferney et al. (1999), $\sigma_{\max} \cong E/100$ e $E/30$.

O trabalho de separação tangencial da interface ϕ_t , representa a resistência do material ao crescimento de trincas no modo II de fratura e é indicado pela Eq. 3.7. De maneira análoga, este trabalho é definido pela máxima tensão de corte τ_{\max} e pelo comprimento característico δ_t .

Igualando-se os trabalhos de separação normal e tangencial e os comprimentos característicos, δ_n e δ_t , como fizeram Xu e Needleman(1994), obtém-se:

$$\tau_{\max} = \sqrt{2e} \cdot \sigma_{\max} \cdot \frac{\delta_n}{\delta_t} \Rightarrow \tau_{\max} \cong 2,33 \cdot \sigma_{\max} \quad (3.14)$$

4. EXEMPLOS ANALISADOS

Com a utilização do algoritmo implementado, foram realizadas verificações do mecanismo de fratura, em estado plano de deformação, para materiais submetidos a carregamentos variáveis no tempo, analisando o funcionamento da rotina implementada e a relevância da consideração de dano na interface.

4.1. Funcionamento da Rotina Implementada

Para verificação do funcionamento da rotina implementada, desenvolveu-se um exemplo que possibilita fácil acesso aos parâmetros da análise.

4.1.1. Propriedades do material

- Propriedades da interface coesiva:

Energia de fratura normal:	$\phi_n = 352,3 \text{ J/m}^2$
Energia de fratura tangencial:	$\phi_t = 352,3 \text{ J/m}^2$
Máxima tensão normal da interface:	$\sigma_{\max} = E/10 = 324 \text{ MPa}$
Máxima tensão tangencial da interface:	$\tau_{\max} = 755,4 \text{ MPa}$
Comprimento característico normal:	$\delta_n = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
Comprimento característico tangencial:	$\delta_t = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

4.1.2. Parâmetros geométricos

- Peça:

Comprimento:	$L = 2,00 \text{ m}$
Largura:	$W = 1,00 \text{ m}$

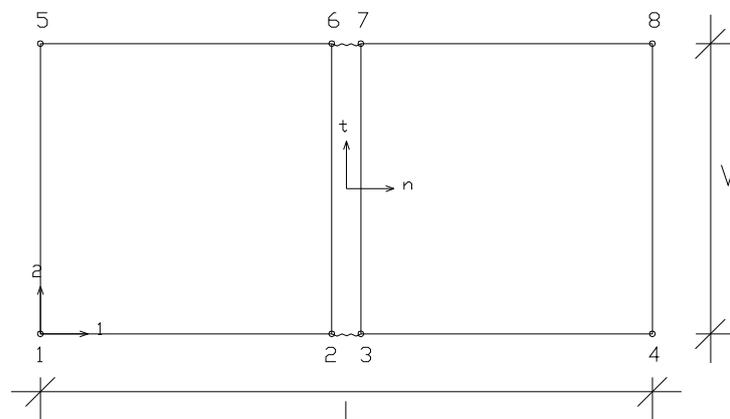


FIGURA 4.1 - Peça modelada

– Discretização:

Número de nós :	8
Tipo de elemento finito:	quadrilátero de 4 nós
Número de elementos finitos:	2
Número de elementos de interface:	1

4.1.3. Condições de contorno

A peça foi submetida a um deslocamento prescrito nos nós 3 e 7 (ambos na direção 1), conforme função de carga apresentada na Fig. 4.2. Os deslocamentos foram restringidos nos nós 2 (direção 1 e 2) e 6 (direção 1). Em função das condições de contorno as propriedades volumétricas do material não importam.

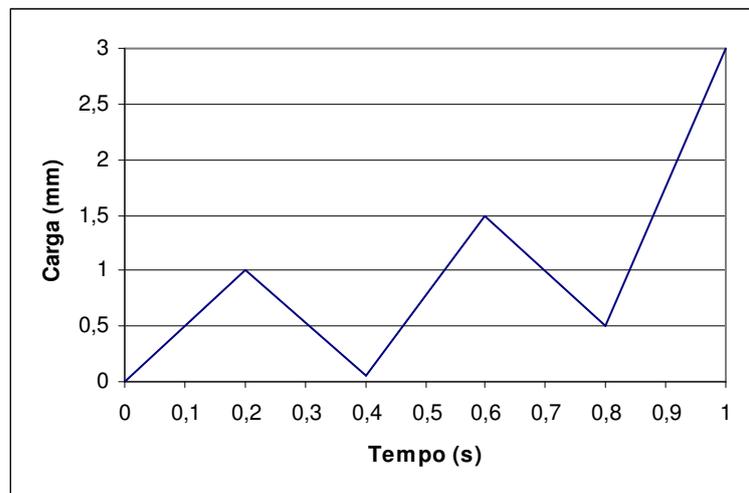


FIGURA 4.2 - Função de carga (deslocamento prescrito)

4.1.4. Algoritmo e tempo simulado

Para esta simulação, cujo objetivo único é a verificação da rotina de descarga implantada, foi utilizado o algoritmo implícito de Newton-Rapson para resolução do problema pelo método dos elementos finitos. O tempo simulado foi de 1,0 s.

4.1.5. Resultados

Os resultados na direção tangencial são nulos, devido às condições de contorno impostas ao problema.

O critério de ruptura da interface considerado foi de $\Delta_n \geq 5\delta_n$ (abertura normal da interface maior ou igual a 5 vezes o comprimento característico normal).

A Fig. 4.3 apresenta a função de carga, subdividida em sete intervalos de reta, e a variação da tensão normal na interface, em função da abertura normal da mesma.

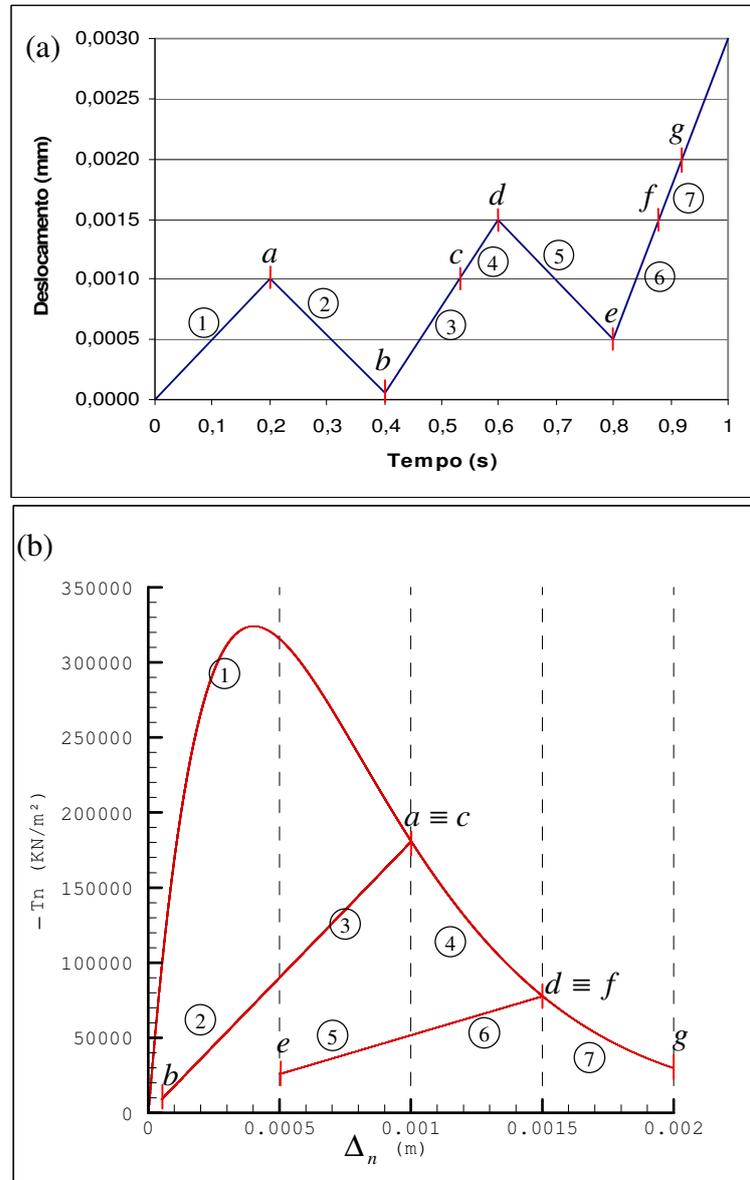


FIGURA 4.3 - Representação do acúmulo de dano durante carregamento variável
 (a) Função de carga subdividida em estágios
 (b) Tensão x abertura normal da interface para cada estágio de carga.

Como pode ser observado na Fig. 4.3, as tensões na interface apresentam o comportamento desejado. Quando ocorre carregamento as tensões variam de acordo com a relação exponencial; quando ocorre descarga as tensões variam de acordo com a relação linear; no próximo carregamento a tensão varia pela relação linear até atingir novamente a exponencial.

4.2. Simulação do Rápido Crescimento de Trincas Sob Condições de Impacto

Para avaliar a relevância da consideração de dano na interface, através da implementação do algoritmo que considera a história do carregamento, em problemas de impacto, fez-se uma análise comparativa, entre exemplos rodados com e sem o algoritmo de descarga.

As simulações aqui realizadas serão comparadas entre si e com resultados obtidos de simulações numéricas, realizadas pela aplicação das interfaces coesivas na mecânica da fratura via método dos elementos finitos, encontrados na literatura. Para permitir tal comparação será buscada a reprodução do exemplo de simulação do rápido crescimento de trincas, apresentado por Fedrigo (2001, p.42), que já buscava uma análise do trabalho publicado de Xu e Needleman (1994).

O exemplo modelado consiste numa peça de PMMA (Polimetacrilato de Metila – Acrílico), em estado plano de deformações, submetida a carregamentos de impactos, com diferentes velocidades, nas bordas superiores e inferior, com uma relação constitutiva volumétrica mecânica elástica. O carregamento externo é monotônico crescente, contudo, para os casos considerados ocorrem descargas na ponta da trinca, alterando o processo de propagação como será demonstrado a seguir.

Não foi considerado dano na interface na direção tangencial.

4.2.1. Propriedades do material

- Propriedades gerais:

Módulo de elasticidade:	$E = 3240 \text{ MPa}$
Coefficiente de Poisson:	$\nu = 0,35$
Massa específica:	$\rho = 1190 \text{ kg/m}^3$

- Propriedades da interface coesiva:

Energia de fratura normal:	$\phi_n = 352,3 \text{ J/m}^2$
Energia de fratura tangencial:	$\phi_t = 352,3 \text{ J/m}^2$
Máxima tensão normal da interface:	$\sigma_{\max} = E/10 = 324 \text{ MPa}$
Máxima tensão tangencial da interface:	$\tau_{\max} = 755,4 \text{ MPa}$
Comprimento característico normal:	$\delta_n = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
Comprimento característico tangencial:	$\delta_t = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

4.2.2. Parâmetros geométricos

– Peça:

Comprimento:	$L = 6,00 \text{ mm}$
Largura:	$W = 3,00 \text{ mm}$
Comprimento da trinca:	$a = 0,60 \text{ mm}$
Espessura:	$Esp = 1,00 \text{ mm}$

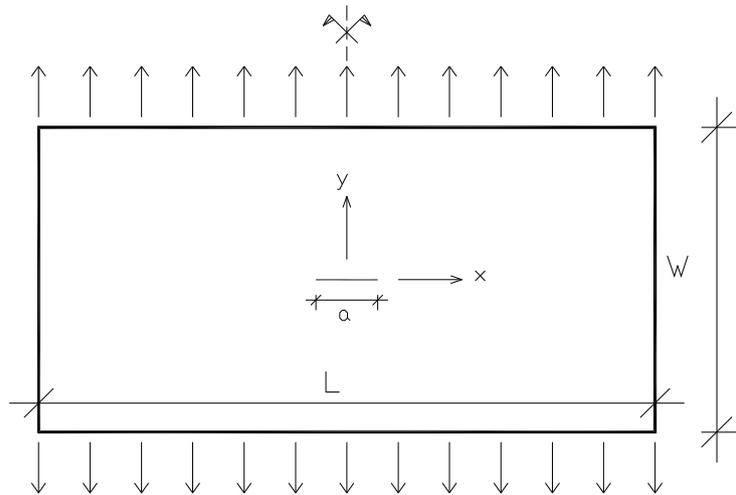


FIGURA 4.4 - Peça modelada

– Discretização:

Número de nós :	19.200
Tipo de elemento finito:	triangular
Número de elementos finitos:	6.400
Número de elementos de interface:	9.516
Menor dimensão do elemento finito (l_{\min}):	0,0375 mm
Nº de pontos de Gauss da interface:	4

Foi simulada metade da peça, utilizando-se de simetria. A trinca de comprimento a está localizada no centro da peça. A implementação da trinca inicial ocorre pela não inserção de elementos de interface na posição da trinca. Foram inseridos elementos de interface entre todos os demais elementos finitos.

4.2.3. Condições de contorno e critério de ruptura

A peça é submetida a carregamentos de impacto nas suas bordas superior e inferior, com diferentes velocidades.

– Condições de contorno

$$u_x = 0 \text{ em } x=0 \text{ de } y = -\frac{W}{2} \text{ até } y = \frac{W}{2} \quad (4.1)$$

$$u_y(t) = \int_0^t V_{ys}(t) dt \text{ em } y = \frac{W}{2} \quad (4.2)$$

$$u_y(t) = \int_0^t V_{yi}(t) dt \text{ em } y = -\frac{W}{2} \quad (4.3)$$

$$V_{ys} = \begin{cases} V_s t / t_r & \text{para } t \leq t_r \\ V_s & \text{para } t > t_r \end{cases} \quad (4.4)$$

$$V_{yi} = \begin{cases} V_i t / t_r & \text{para } t \leq t_r \\ V_i & \text{para } t > t_r \end{cases} \quad (4.5)$$

em que u_x e u_y são os deslocamentos nas direções x e y , V_s é a velocidade de impacto na borda superior da peça e V_i é a velocidade de impacto na borda inferior, e o tempo de crescimento da velocidade t_r , vale $0,1 \mu s$.

Segundo Freund (1998), a velocidade da onda de pressão que carrega uma tensão de intensidade $\sigma = \rho c_d V_y$, é dada pela Eq. 4.6 e vale $c_d = 2090$ m/s para a análise em questão.

$$c_d = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (4.6)$$

– Critério de ruptura da interface

O critério de ruptura normal da interface, utilizado para todas as simulações, foi de $\Delta_n \geq 5\delta_n$ (abertura normal da interface maior ou igual a 5 vezes o comprimento característicos normal) e o tangencial de $\Delta_t \geq 3\delta_t$ (abertura tangencial da interface maior ou igual a 3 vezes o comprimento característico tangencial).

4.2.4. Algoritmo e tempo simulado

Nas simulações, por se tratar de problema dinâmico, foi utilizado o algoritmo explícito das diferenças centrais.

O tempo simulado foi de 10 μ s. O incremento de tempo utilizado inicialmente foi de $\Delta_t = \Delta t_c / 50 = 3,58847 \times 10^{-10}$ s, totalizando 27.867 passos de tempo. Foram realizadas análises reduzindo o incremento de tempo, visando verificar a estabilidade da solução.

Pelo método das diferenças centrais, o incremento de tempo crítico Δt_c exigido é dado por l_{\min} / c_d , em que l_{\min} é a menor dimensão do elemento finito. Portanto, o incremento de tempo utilizado inicialmente nas simulações, de $3,58847 \times 10^{-10}$ s, é 50 vezes menor que o crítico. O tempo crítico seria o tempo necessário a uma onda de pressão atravessar o menor elemento finito (condição CFL).

4.2.5. Resultados

4.2.5.1. Velocidades de impacto $V_s = 10$ m/s e $V_i = 0$ m/s

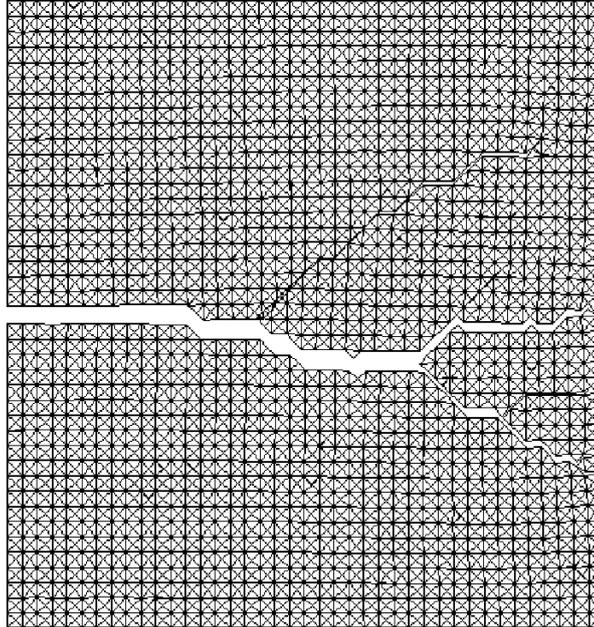


FIGURA 4.5 (a) - Propagação da trinca após $9,5 \mu$ s. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$
Algoritmo não considera dano na interface. N° de passos de tempo: 27.867.
Fonte: Fedrigo, 2001.

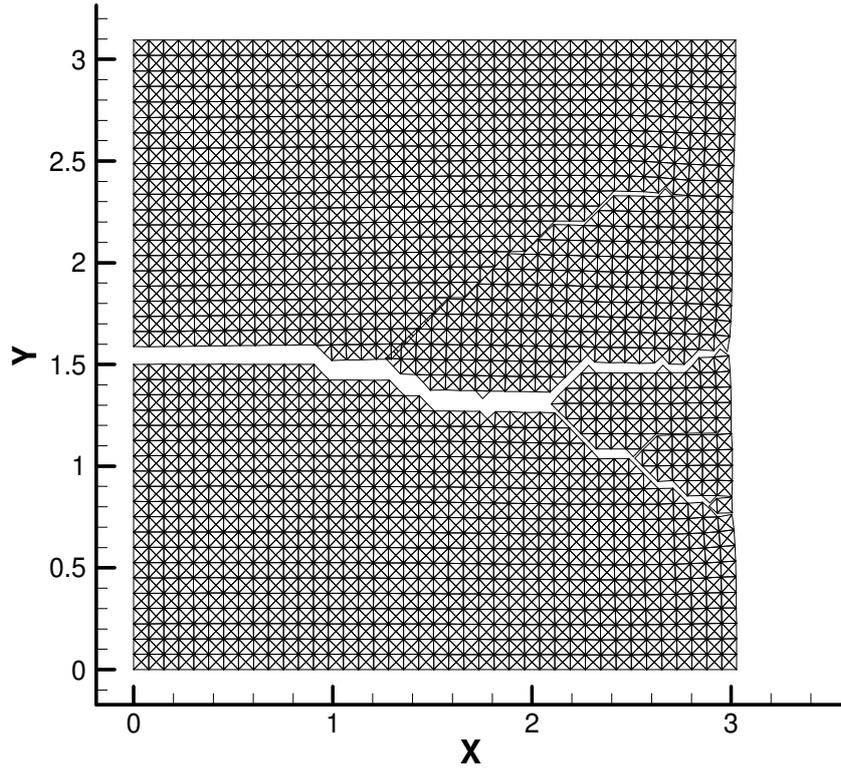


FIGURA 4.5 (b) - Propagação da trinca após $9,5\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$
 Algoritmo não considera dano na interface. Nº de passos de tempo: 27.867.
 Reprodução do exemplo rodado por Fedrigo, 2001.

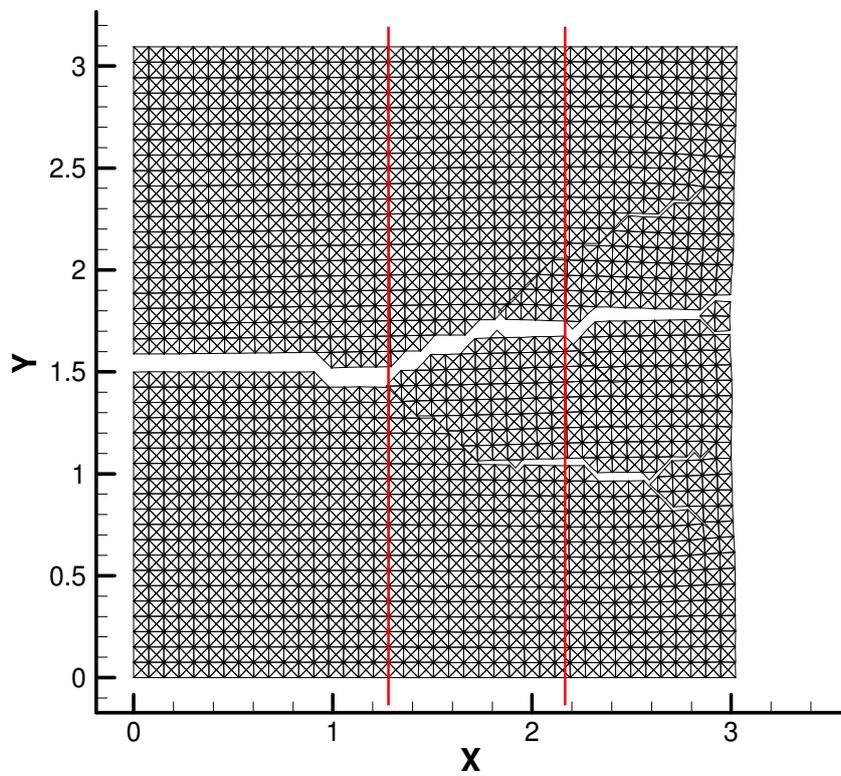


FIGURA 4.5 (c) - Propagação da trinca após $9,5\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$
 Algoritmo não considera dano na interface. Nº de passos de tempo: 55.734.

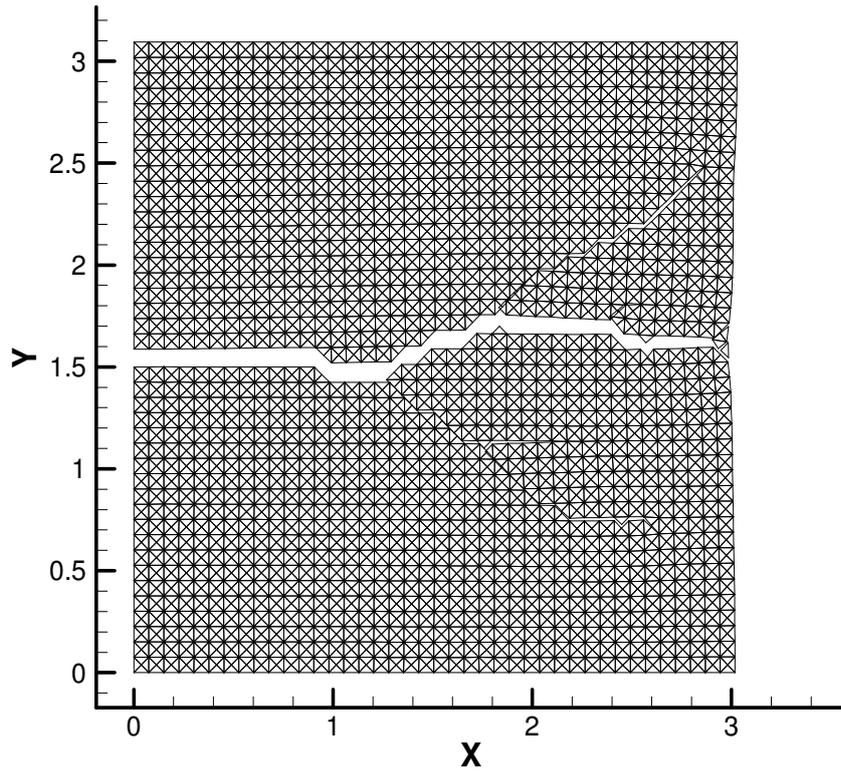


FIGURA 4.5 (d) - Propagação da trinca após $9,5\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$
 Algoritmo não considera dano na interface. Nº de passos de tempo: 94.748.

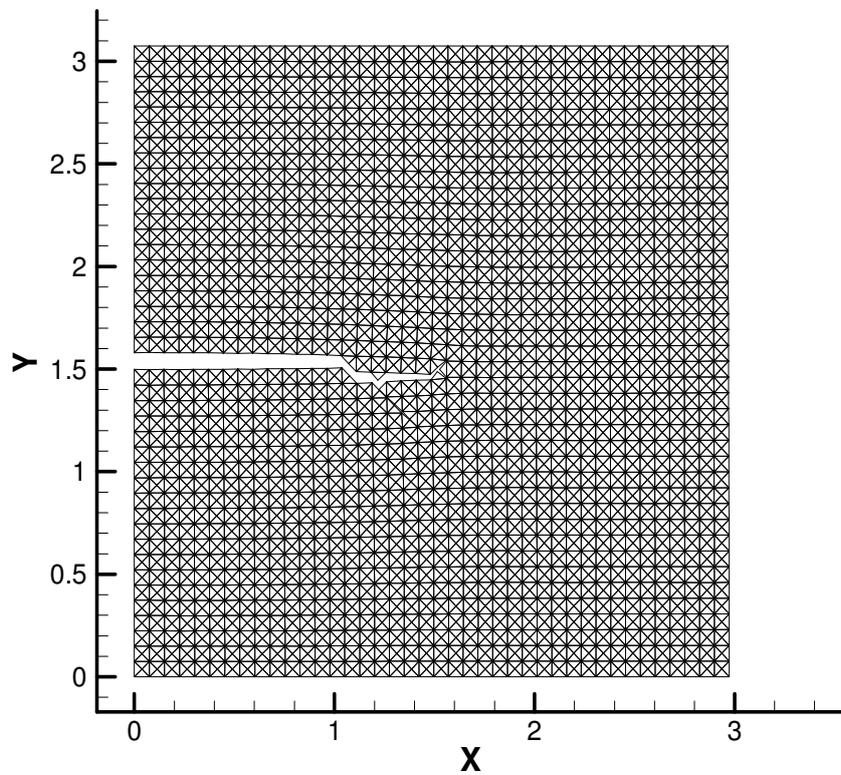


FIGURA 4.5 (e) - Propagação da trinca após $7,5\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$
 Algoritmo considerando dano na interface. Nº de passos de tempo: 94.748.

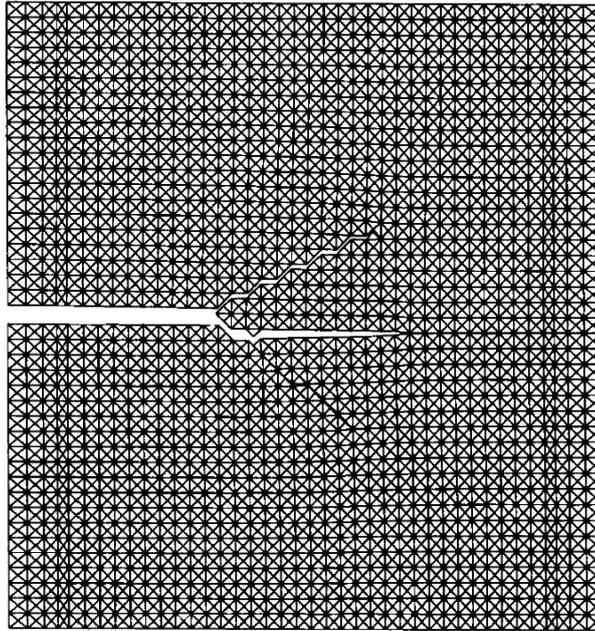


FIGURA 4.5 (f) - Propagação da trinca. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 2\delta_n$ a $5\delta_n$

Fonte: Xu e Needleman, 1994, p.1412.

– Análise crítica

A Fig. 4.5 (b) é o resultado da simulação que buscou a reprodução do exemplo rodado por Fedrigo (2001), o qual é apresentado na Fig. 4.5 (a). Como pode ser observado, a reprodução foi idêntica. O número de passos de tempo utilizado foi de 27.867.

Com a utilização do mesmo executável utilizado para realizar a reprodução do exemplo da Fig. 4.5 (a), foi simulado o mesmo corpo, com as mesmas condições de contorno e discretização, variando apenas, nos dados de entrada, o número de passos de tempo. Foram realizadas duas análises, com o número de passo de tempo de 55.734 e 94.748, que são 2 e 3,4 vezes maior que o inicial (27.867), respectivamente, as quais estão apresentadas na Fig. 4.5 (c) e (d), respectivamente.

As alterações no incremento de tempo não deveriam afetar em nada os resultados obtidos, uma vez que a condição do incremento de tempo ser inferior ao tempo crítico, exigida pelo Método das Diferenças Centrais, foi atendida com uma folga considerável já para o nº de passos de tempo de 27.867.

A comparação dos resultados obtidos nas Fig. 4.5 (a), (c) e (d), indica uma tendência de que o uso direto da condição CFL, aplicado apenas aos elementos finitos volumétricos, conduz a resultados instáveis. Uma das justificativas para tal comportamento vem do fato

das interfaces serem, também, elementos finitos. Como esses elementos tem espessura tendendo a zero, o tempo crítico obtido pela condição CFL tende a valores igualmente ínfimos. Porém, a redução do incremento de tempo mostra certa convergência dos resultados, como pode ser observado nas variações da Fig.4.5 (a) para (c) e da Fig. 4.5 (c) para (d). Fica bem claro que a condição CFL não se aplica aqui, certamente devido a adição de “molas” entre elementos finitos aqui introduzidas, que devem invalidar a relação entre tempo de propagação das ondas no elemento finito e as frequências de vibração da estrutura (ver APÊNDICE A).

Foram adotados os resultados obtidos com o número de passos de tempo 94.748, como solução única e estável, para as simulações aqui realizadas.

A Fig. 4.5 (e), apresenta os resultados da simulação, com algoritmo considerando dano na Interface. Em comparação com as Fig. 4.5 (a), (c) e (d), observa-se que o início da primeira ramificação da trinca sofre um retardo, que não é fruto de problemas com o incremento de tempo, e se aproxima do resultado apresentado na Fig. 4.5 (f), obtido por Xu e Needleman (1994), com o início da ramificação em posição muito próxima. Na Fig. 4.5 (e), assim como na Fig. 4.5 (f), a primeira ramificação ocorre em $x=1,05$ mm, enquanto para as simulações sem a consideração de dano na interface, ocorre em $x=0,90$ mm.

4.2.5.2. Velocidades de impacto $V_s = 5 \text{ m/s}$ e $V_i = -5 \text{ m/s}$

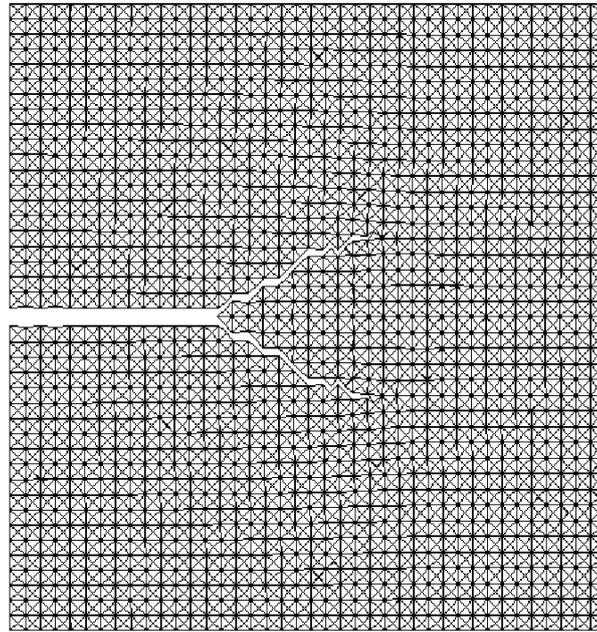


FIGURA 4.6 (a) - Propagação da trinca após $8,0\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq \delta_n$
Algoritmo não considera dano na interface. N° de passos de tempo: 27.867.
Fonte: Fedrigo, 2001, p.46

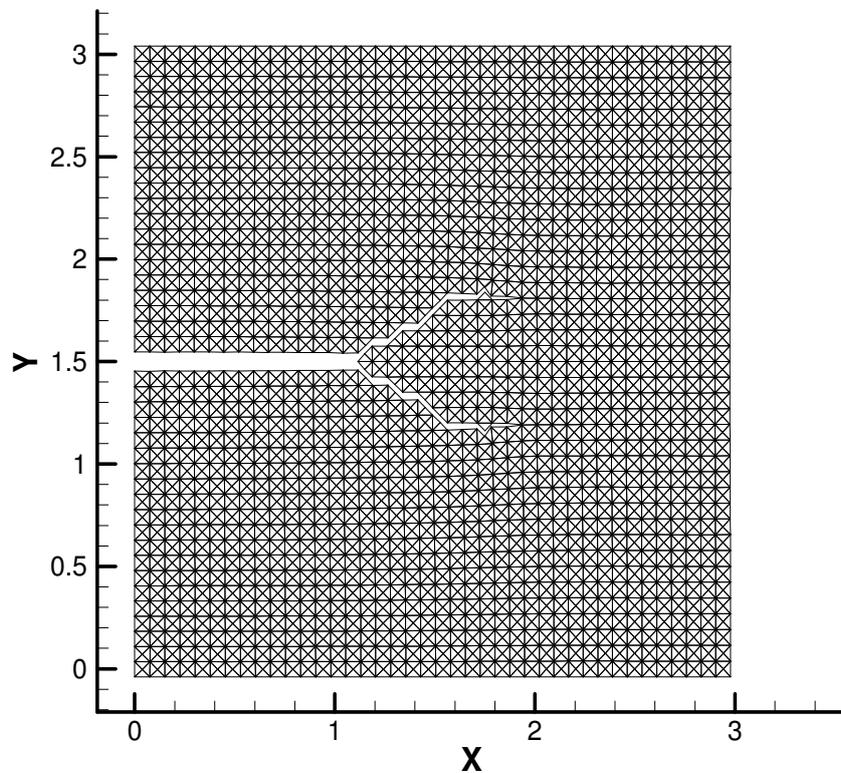


FIGURA 4.6 (b) - Propagação da trinca após $8,0\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$
Algoritmo não considera dano na interface. N° de passos de tempo: 94.748.

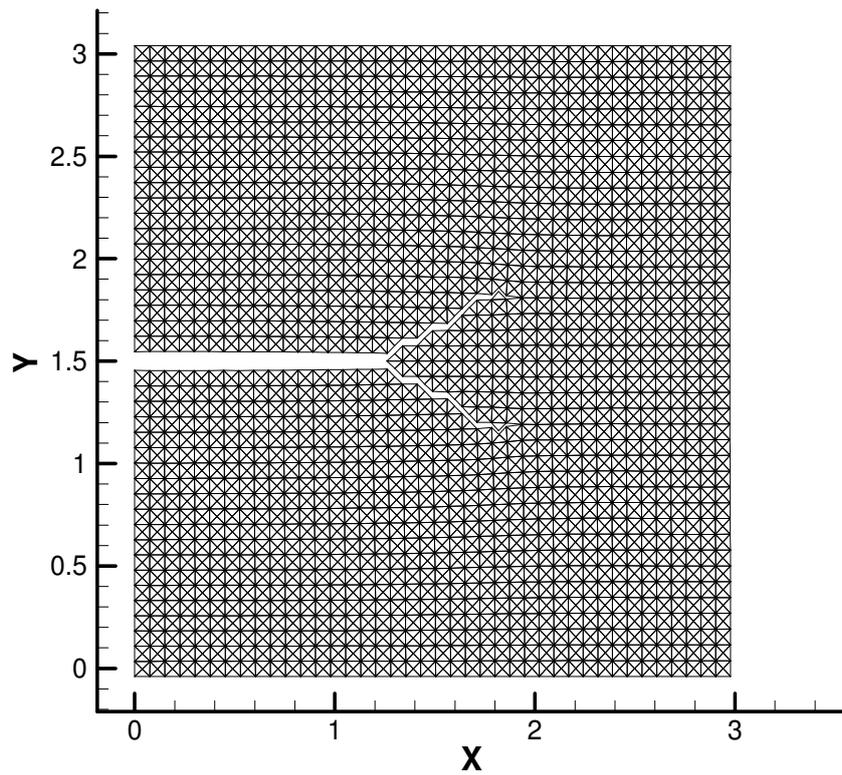


FIGURA 4.6 (c) - Propagação da trinca após $8,0\mu s$. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 5\delta_n$
 Algoritmo considerando dano na interface. N° de passos de tempo: 94.748.

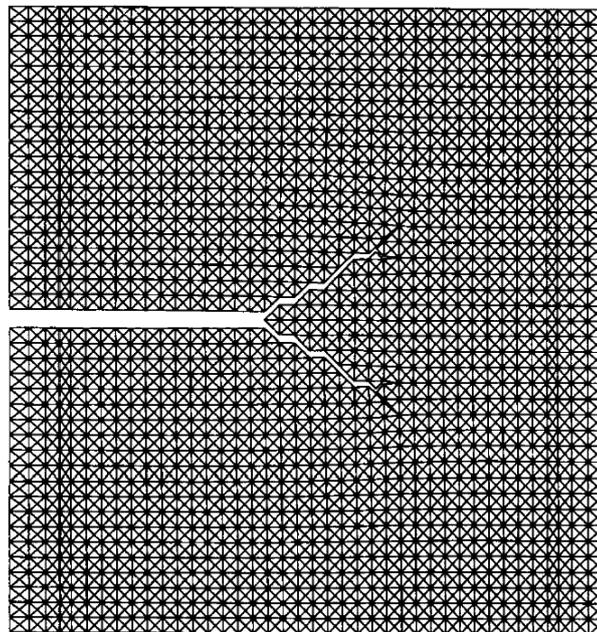


FIGURA 4.6 (d) - Propagação da trinca. Critério de ruptura $\Delta_n \geq 2\delta_n$ a $5\delta_n$
 Fonte: Xu e Needleman, 1994, p.1412.

– Análise crítica

A comparação dos demais resultados com o observado na Fig. 4.6 (a) é válida, mesmo para diferentes critérios de ruptura. Fedrigo (2001, p.54), observou que “*para a velocidade de 5 m/s, verifica-se que a forma da ruptura no período inicial foi idêntica mesmo utilizando-se de critérios diferentes*”, referindo-se a variação do critério de ruptura de $\Delta_n \geq \delta_n$ para $\Delta_n \geq 5\delta_n$. Já Xu e Needleman (1994, p.1409) analisando critérios de ruptura, variando de $\Delta_n \geq 2\delta_n$ a $\Delta_n \geq 5\delta_n$, concluíram que as variações não são sensíveis para a definição da localização e velocidade da trinca.

Analisando os resultados apresentados nas Fig. 4.6 (c) e (d), fica evidente a obtenção de resultados muito semelhantes entre a presente metodologia e os resultados de Xu e Needleman (1994). Esta semelhança pode ser observada tanto no início da bifurcação, que ocorreu no mesmo ponto (em $x=1,275$ mm), como na tendência do extremo dos ramos em se propagar horizontalmente e, também, em cada mudança da inclinação da trinca. A obtenção de resultados semelhantes aos obtidos por Xu e Needleman (1994), dá indícios de uma melhor representação do mecanismo de fratura, pela implementação da consideração de dano na interface, do que a obtida com a versão anterior programa, que pode ser observada na Fig. 4.6 (a), onde a bifurcação ocorre em $x=1,05$ mm.

Analisando a Fig. 4.6 (b), observa-se que a implementação da consideração de dano na interface, e não os problemas com o passo de tempo, eliminou a tendência de ramificação antecipada da trinca, em comparação com a Fig. 4.6 (d), tendência esta que foi citada por Fedrigo (2001, p.49).

4.3. Análise Numérica – Método Newton-Rapson

Fez-se uma análise do mecanismo de fratura, frente à utilização do programa com a utilização do Método Implícito de Newton-Rapson de resolução do problema. A análise buscou identificar e avaliar os parâmetros que influenciam na convergência da solução, bem como verificar a compatibilidade desta com resultados teóricos. Realizou-se apenas a análise do início da propagação, não avaliando se a mesma é, ou não, estável.

O exemplo modelado consiste numa peça de alumínio 7075-T6, em estado plano de deformação, submetida a carregamentos de tração, com o uso de uma relação constitutiva volumétrica mecânica elastoplástica com endurecimento não linear com saturação.

As análises ficaram restritas aos efeitos normais na peça.

4.3.1. Propriedades do material

– Propriedades gerais:

Módulo de elasticidade:	$E = 72000 \text{ MPa}$
Coefficiente de Poisson:	$\nu = 0,33$
Tensão de escoamento:	$\sigma_e = 505 \text{ MPa}$
Tensão de ruptura:	$\sigma_u = 570 \text{ MPa}$
Deformação de ruptura:	$\varepsilon_u = 0,11$

Para a relação constitutiva elastoplástica com endurecimento não linear com saturação, cuja a parte plástica é regida pela Eq. 4.7, é necessária a definição de uma constante de decrescimento η , a qual foi ajustada para $\eta = 101,9$, que faz com que na deformação de ruptura ε_u seja atingida a tensão de ruptura σ_u .

$$\sigma = \sigma_e + (\sigma_u - \sigma_e)[1 - \exp(-\eta \bar{\varepsilon}^{pl})] \quad (4.7)$$

onde $\bar{\varepsilon}^{pl}$ é a deformação plástica do material.

– Propriedades da interface coesiva:

Energia de fratura normal:	$\phi_n = 7,74 \text{ N/mm}$
Máxima tensão normal da interface:	$\sigma_{\max} = 3,0 \times \sigma_e = 1515 \text{ MPa}$
Comprimento característico normal:	$\delta_n = 1,88 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$
Comprimento característico tangencial:	$\delta_t = 1,88 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$

4.3.2. Parâmetros geométricos

– Peça:

Comprimento:	$L = 40,00 \text{ mm}$
Largura:	$W = 20,00 \text{ mm}$
Comprimento da trinca:	$a = 5,00 \text{ mm}$
Espessura:	$Esp = 1,00 \text{ mm}$

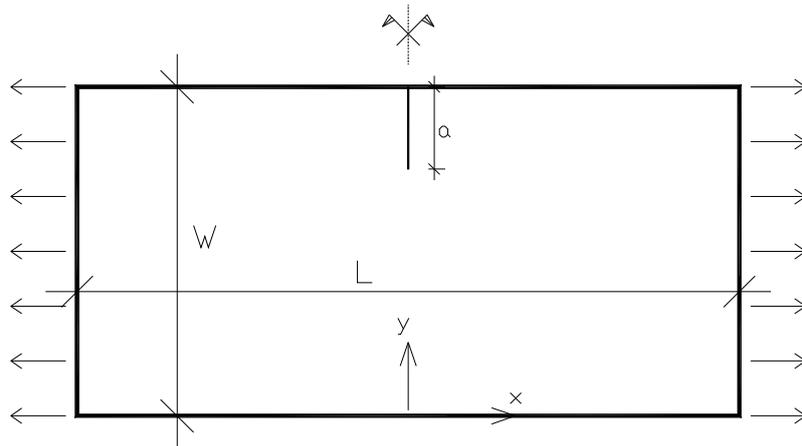


FIGURA 4.7 - Peça modelada

– Discretização:

Número de nós :	10.201
Tipo de elemento finito:	quadrilátero de 4 nós
Número de elementos finitos:	10.000
Número de elementos de interface:	75
Menor dimensão do elemento finito (l_{\min}):	0,2 mm
Nº de pontos de Gauss da interface:	4

Foi simulada metade da peça, utilizando-se de simetria. A trinca de comprimento a está localizada na distância média horizontal da peça e possui extensão total igual a $W/4$. A implementação da trinca inicial ocorre pela não inserção de elementos de interface na posição da mesma. Foram inseridos elementos de interface somente, em linha reta na direção da trinca, da ponta da trinca até o extremo da peça.

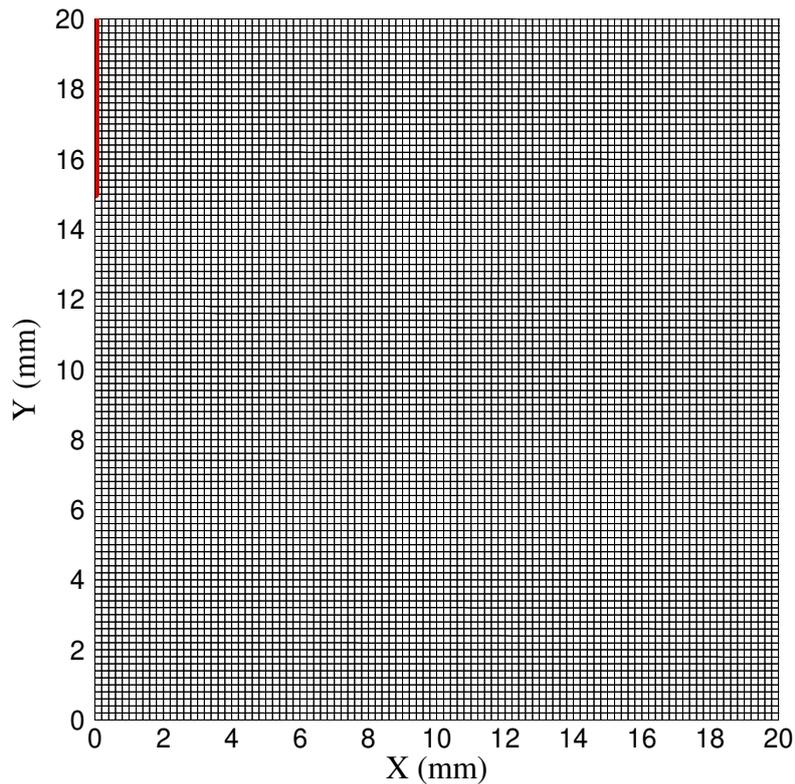


FIGURA 4.8 - Malha Uniforme (100x100 elementos de 4 nós)

4.3.3. Condições de contorno e critério de ruptura

– Condições de Contorno

A peça foi submetida a força prescrita, em $x = L/2$ e $x = -L/2$, de $y = 0$ até $y = W$. Foram realizadas análises alterando a função de carga, porém, para todas as simulações ela é linear.

– Critério de ruptura da interface

O critério de ruptura normal da interface, utilizado para todas as simulações, foi de $\Delta_n \geq 5\delta_n$ (abertura normal da interface maior ou igual a 5 vezes o comprimento característicos normal) e o tangencial de $\Delta_t \geq 3\delta_t$ (abertura tangencial da interface maior ou igual a 5 vezes o comprimento característico tangencial).

4.3.4. Análise teórica

A força necessária para que ocorra propagação da trinca é aquela que faz com que o fator de intensidade de tensões K_I se iguale ao seu valor crítico K_{IC} (essa força será

chamada de F_{KIC}). Pela Eq. 4.8, válida para EPD, pode ser obtido o valor de $K_{IC} = 25MPa\sqrt{m}$.

$$K_{IC} = \sqrt{\frac{\phi_n \cdot E}{(1-\nu^2)}} \quad (4.8)$$

O valor do fator de intensidade de tensões pode ser obtido pela Eq. 2.4. Para uma placa fina submetida a uma tensão constante σ num extremo afastado da ponta da trinca e com relação $a/W \leq 0,6$, Edwalds e Wanhill (1986, p.49) definiram Y como:

$$Y = 1,12 - 0,231 \cdot \left(\frac{a}{W}\right) + 10,55 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^2 - 21,72 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30,39 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^4 \quad (4.9)$$

Resolvendo Y para os parâmetros da análise e fazendo-se $K_I = K_{IC} = 25MPa\sqrt{m}$, pode ser obtido o valor da tensão e, dividindo este pela área, o valor da força teórica necessária para que ocorra o início da propagação, sendo $F_{KIC} = 2.624,02$ N.

4.3.5. Análise numérica

Foram realizadas análises, buscando a convergência dos resultados, alterando a função de carga, passo de tempo máximo permitido e tolerância do fechamento da solução, sendo que a variação das duas últimas será tratada de forma conjunta. Denominou-se, aqui, Força de Início de Propagação, F_{Prop} , a força que ocasionou a ruptura da interface da ponta da trinca.

TABELA 01 - Força de Início de Propagação.

Função de carga				
- Tempo simulado (s):	0,00E+00	a	2,52E-03	
- Força prescrita (N):	0,00E+00	a	5,00E+03	
Força de Início de Propagação (N)				
Passo	Tol: 10 ⁻³	Tol: 10 ⁻⁴	Tol: 10 ⁻⁵	Tol: 10 ⁻⁶
10 ⁻³	3.249,68			
10 ⁻⁴		2.948,20		
10 ⁻⁵			2.658,527	
10 ⁻⁶				2.585,093

A Tabela 01 apresenta os resultados da análise do início da propagação, para a função de carga com tempo variando de 0,00 a 0,00252 s e força de 0,00 a 5.000,00 N

TABELA 02 - Força de Início de Propagação.

Função de carga				
- Tempo simulado (s):	0,00E+00	a	2,52E-03	
- Força prescrita (N):	0,00E+00	a	2,76E+03	
Força de Início de Propagação (N)				
Passo	Tol: 10⁻³	Tol: 10⁻⁴	Tol: 10⁻⁵	Tol: 10⁻⁶
10⁻³	-			
10⁻⁴		2.759,32		
10⁻⁵			2.621,35	
10⁻⁶				2.577,59

A Tabela 02 apresenta os resultados da análise de início de propagação com tempo simulado de 0,00 a 0,00252 s e com redução da força aplicada, de 5.000,00 para 2.760,00N. Para o mesmo tempo de simulação, e mesma tolerância e passo de tempo máximo, observa-se que para a situação com menor força aplicada o início de propagação ocorre sob menor carregamento.

Analisando os resultados apresentados nas Tabelas 01 e 02, observa-se que a convergência do valor da força de início de ruptura, para uma determinada discretização geométrica, depende de parâmetros como o passo de tempo máximo imposto ao sistema, tolerância de fechamento da solução, tempo simulado e a amplitude do carregamento.

Comparando o valor teórico $F_{KIC} = 2.624,02$ N com o valor numérico $F_{Prop} = 2.577,59$ N, para o qual os resultados apresentaram uma melhor convergência, observa-se uma diferença de apenas 1,8%.

4.4. Propagação de Trinca por Fadiga

Pretende-se, neste exemplo, avaliar se a implementação do algoritmo de dano na interface permite levar a trinca a se propagar por fadiga.

Tanto a peça como o material simulado (alumínio 7075-T6) são os mesmos apresentados na análise do item 4.3, sendo apenas alterada a discretização.

Nas simulações foi utilizado o algoritmo implícito, Newton-Rapson puro, de resolução do problema pelo método dos elementos finitos.

4.4.1. Parâmetros geométricos

– Discretização:

Número de nós :	20.031
Tipo de elemento finito:	quadrilátero de 4 nós
Número de elementos finitos:	20.000
Número de elementos de interface:	150
Menor dimensão do elemento finito (l_{\min}):	0,1 mm
Nº de pontos de Gauss da interface:	4

A malha utilizada é uniforme na direção y (200 elementos) e não uniforme na direção x (100 elementos), sendo mais refinada nesta direção na zona próxima a trinca. De $x = 0$ a $x = 2$ mm os elementos finitos tem dimensões 0,1x0,1 mm. Foram inseridos elementos de interface somente, em linha reta na direção da trinca, da ponta da trinca até o extremo da peça. Portanto, os elementos de interface têm dimensões de 0,1 mm.

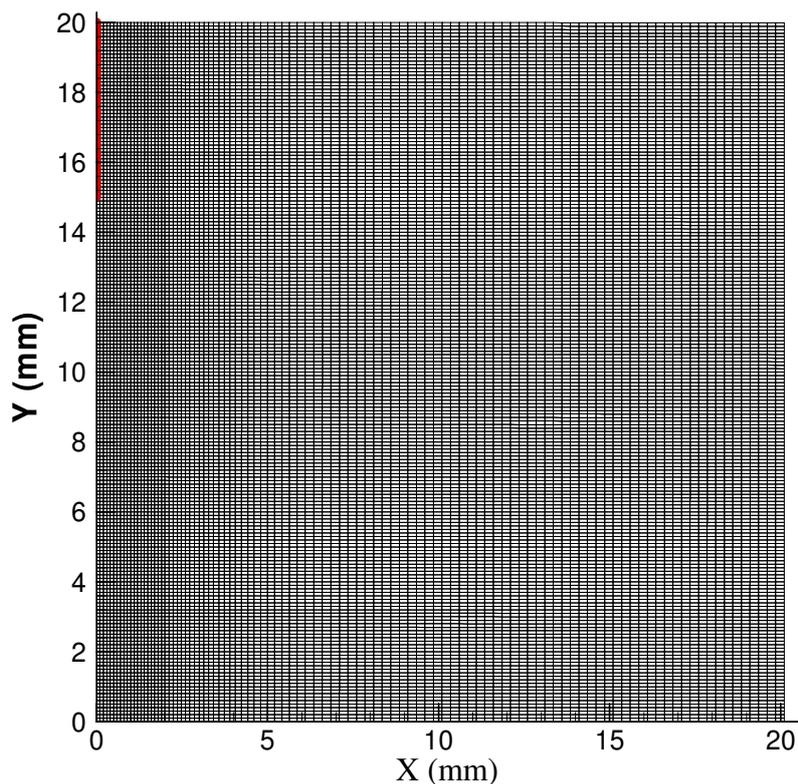


FIGURA 4.9 - Malha (100x200 elementos de 4 nós)

– Análise numérica da propagação

Foi realizada análise numérica, com tempo variando de 0 a 0,005025 s e força de 0 a 2.800 N (0,005025 s corresponde ao meio período da carga cíclica aplicada). A força de início de propagação convergiu para $F_{prop} = 2.625,87$ N, com passo de tempo máximo em 10^{-5} s e tolerância de fechamento da solução também em 10^{-5} , parâmetros que foram utilizados para a análise com carga cíclica. A diferença entre a força de propagação teórica e a encontrada numericamente é inferior a 0,1%.

4.4.2. Condições de contorno

A peça foi submetida a carregamentos de força prescrita, em ciclos de carga e descarga, em $x = L/2$ e $x = -L/2$, de $y = 0$ até $y = W$, variando de 0,1 a $0,9F_{KIC}$, o que corresponde a um $\Delta K = 20MPa\sqrt{m}$, com a relação entre a tensão mínima e máxima $R = 0,1$.

O tempo simulado foi de 1 s. A função de carga foi dividida em 200 pontos, levando a um período de carga de 0,01005 s. A Fig. 4.10 apresenta o primeiro décimo do carregamento.

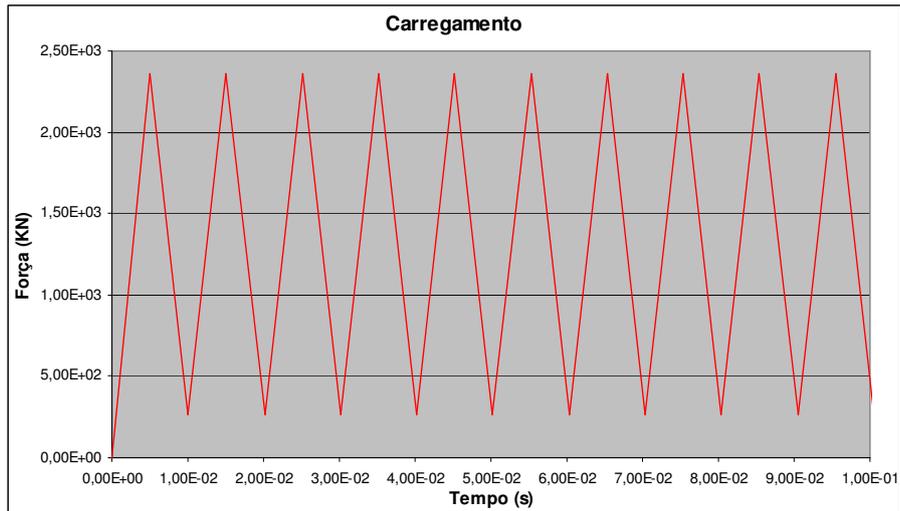


FIGURA 4.10 – Amostra do carregamento aplicado. Força prescrita

4.4.3. Resultados

Foram realizadas simulações, buscando levar a trinca à propagação por fadiga. A Fig.4.11 apresenta a variação da tensão em função da abertura normal da interface, para o primeiro ponto de Gauss do, também, primeiro elemento de interface da ponta da trinca.

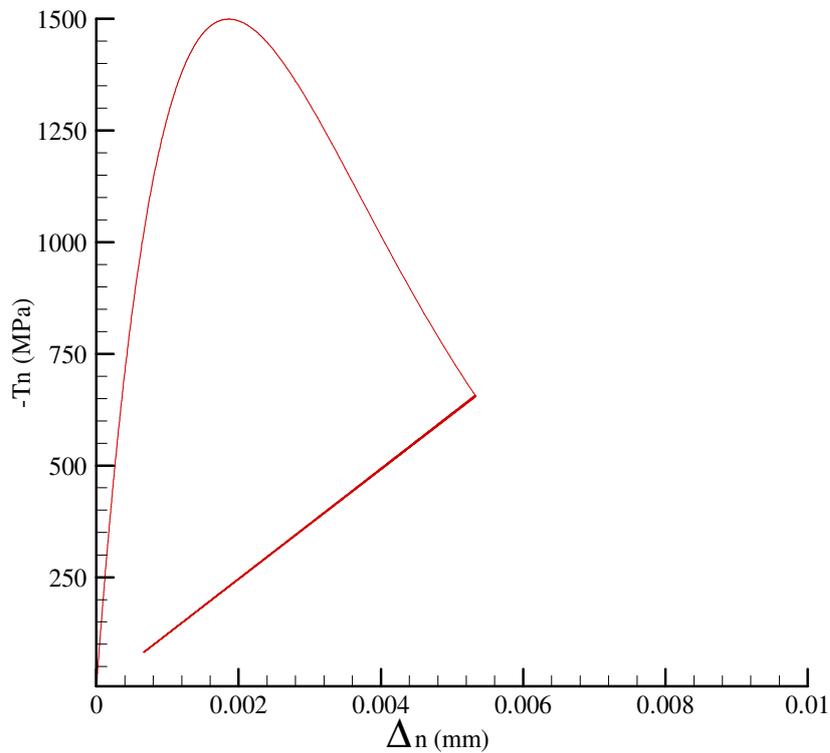


FIGURA 4.11 - Tensão x Abertura Normal da Interface (1º ponto de Gauss)

Como pode ser observado na Fig 4.11, com a utilização dos parâmetros descritos e considerando descarga à origem, como proposta por Camacho e Ortiz (1996), não ocorreu crescimento da trinca.

Foram realizadas diversas análises sobre a peça modelada, como alterações das propriedades do material e relação constitutiva. Foram estudadas as relações constitutivas Elastoplástica com Endurecimento Isótropo Linear, Elastoplástica com Endurecimento Linear por Intervalos e Elastoplástica com Endurecimento Mixto Linear, estudando também, alterações nos coeficientes de endurecimento. Foram avaliadas, também, as condições de contorno, alterando o carregamento de força prescrita para deslocamento prescrito. Nenhuma das alternativas estudadas resultou em mudança do comportamento observado na Fig. 4.11 em relação ao crescimento da trinca.

Uma vez que problemas de fratura são problemas de escala, fez-se a redução da peça simulada em 10 vezes, buscando analisar o comportamento frente a propagação da trinca. A redução da peça permitiu a utilização de uma malha com menor número de elementos, porém, com menores dimensões. Portanto, a malha anterior não foi mantida.

– Peça:

Comprimento:	$L = 4,00$ mm
Largura:	$W = 2,00$ mm
Comprimento da trinca:	$a = 0,5$ mm
Espessura:	$Esp = 1,00$ mm

– Discretização:

Número de nós :	1.681
Tipo de elemento finito:	quadrilátero de 4 nós
Número de elementos finitos:	1.600
Número de elementos de interface:	30
Menor dimensão do elemento finito (l_{\min}):	0,05 mm
Nº de pontos de Gauss da interface:	4

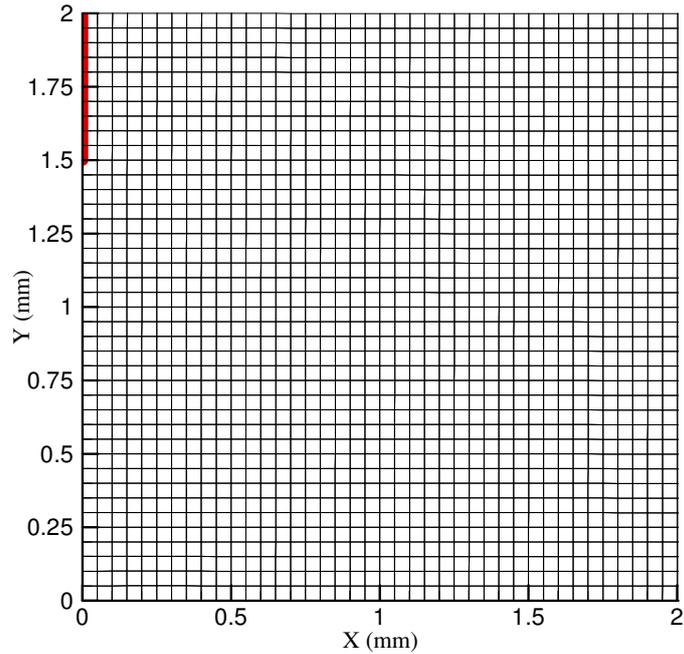


FIGURA 4.12 - Malha Uniforme (40x40 elementos de 4 nós)

– Análise teórica

Seguindo a descrição apresentadas no Item 4.3.4, pode-se encontrar a força teórica de início de propagação, sendo $F_{KIC} = 748,77$ N. Este resultado demonstra a existência do efeito de escala em problemas da Mecânica da Fratura, uma vez que todas as dimensões da peça foram reduzidas em dez vezes e, mantidas todas as propriedades do material, a redução na força de início de propagação não ocorreu na mesma proporção.

– Análise numérica da propagação

Foi realizada análise numérica, com tempo variando de 0 a 0,005025 s e força de 0 a 800,00 N. A força de início de propagação convergiu para $F_{prop} = 711,76$ N com o uso de passo de tempo máximo em 10^{-5} s e tolerância de fechamento da solução também em 10^{-5} , parâmetros que foram utilizados para a análise com carga cíclica. A diferença entra a força de início de propagação teórica e a encontrada numericamente é de 5,0%. Esta pequena diferença dá indícios da validade da aplicação da MFLE para este caso, mesmo com o aumento da relação entre o raio de plastificação e o comprimento da trinca.

Para a análise sobre carregamento cíclico, foi aplicada força variando de 0,1 a $0,9F_{KIC}$, o que correspondente a um $\Delta K = 20MPa\sqrt{m}$, e $R = 0,1$. A variação temporal do

carregamento, assim como o tempo total simulado permaneceram os mesmos da análise com a peça 40x20 mm.

– Resultados

A Fig.4.13 apresenta a variação da tensão em função da abertura normal da interface, para o primeiro ponto de Gauss do, também, primeiro elemento de interface da ponta da trinca.

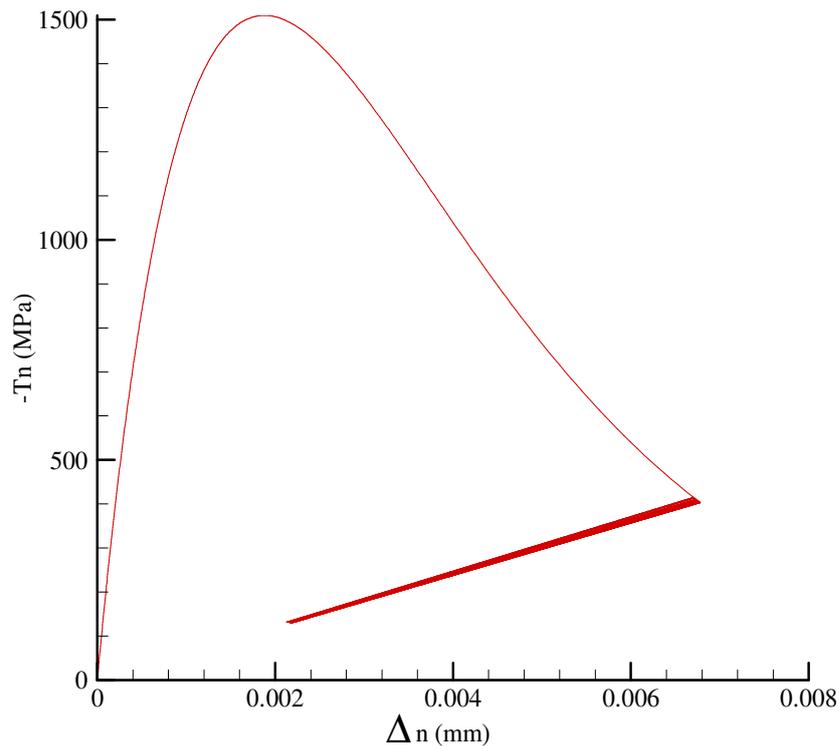


FIGURA 4.13 - Tensão x Abertura Normal da Interface (1º ponto de Gauss)

Analisando a Fig. 4.13, observa-se um comportamento similar ao observado na simulação da peça 20x40 mm, onde não ocorreu propagação da trinca.

4.4.4. Descarga linear com abertura residual

Deshpande, Needleman e Van Der Giessen (2001), sugeriram uma lei coesiva irreversível, onde a descarga é linear e com uma abertura residual para a tensão nula.

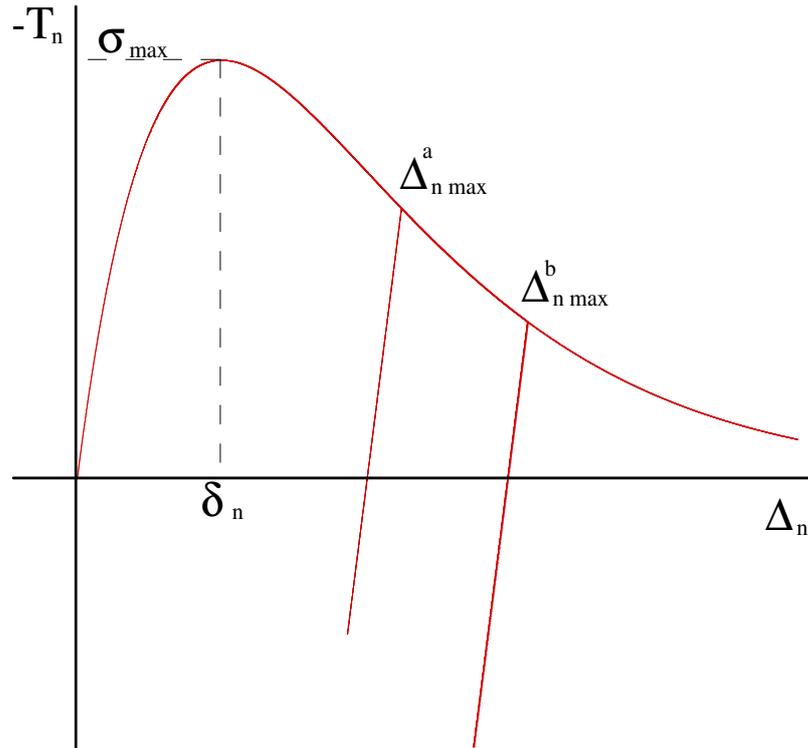


FIGURA 4.14 - Lei coesiva irreversível com abertura residual. Tensão x abertura

A Fig.4.14 descreve as leis coesivas irreversíveis de carregamento e dois caminhos de carga-descarga, por uma relação de carregamento exponencial de Smith-Ferrante e descarga por relação com abertura residual. A irreversibilidade se manifesta na descarga. Observa-se que, neste caso, não há o fechamento total da trinca, para uma tensão nula, ao contrário do modelo de descarga à origem, proposto por Camacho e Ortiz (1996).

A tensão na descarga é dada pela Eq. 4.10.

$$T_n = -\frac{e \cdot \sigma_{\max}}{\delta_n} \cdot \Delta_n \quad (4.10)$$

– Resultados

Com a utilização de algoritmo considerando descarga com abertura residual, foram simuladas exatamente as mesmas peças e condições já apresentadas, cujos resultados da tensão em função da abertura da interface da ponta da trinca, no primeiro ponto de Gauss, estão apresentados nas Fig. 4.15 e 4.16.

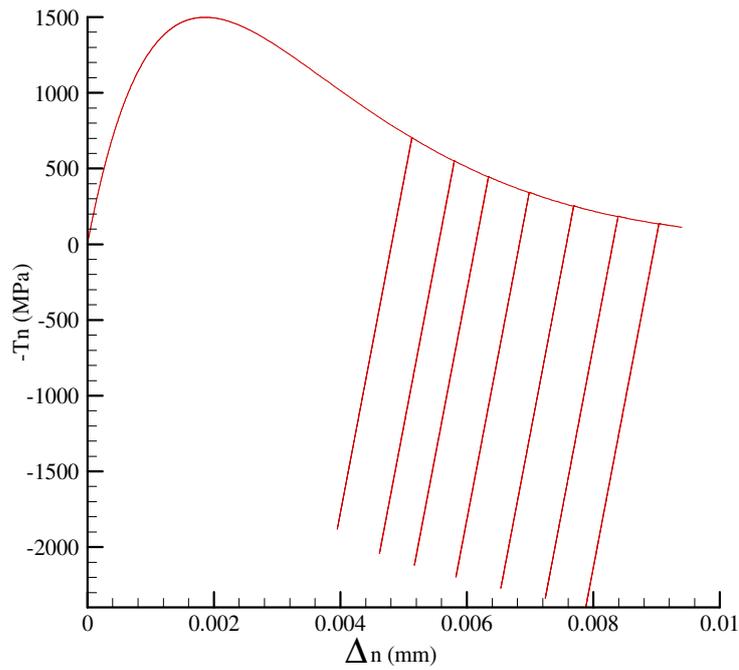


FIGURA 4.15 - Tensão x Abertura Normal da Interface (1º ponto de Gauss)
Descarga com abertura residual. Peça 40x20mm.

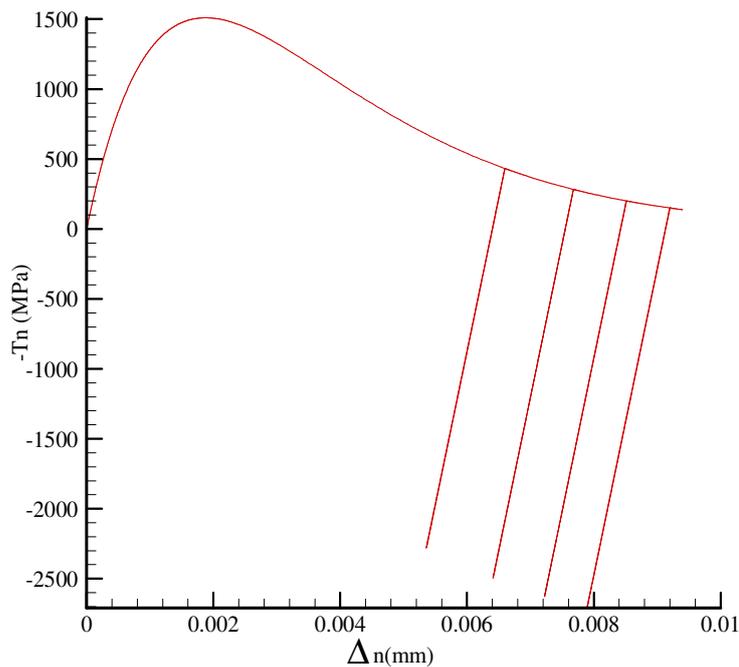


FIGURA 4.16 - Tensão x Abertura Normal da Interface (1º ponto de Gauss)
Descarga com abertura residual. Peça 4x2mm.

Em ambas as análises ocorreram propagação da trinca. Para a peça 40x20 mm ocorreu ruptura do primeiro elemento de interface com tempo $t = 0,07532$ s, que equivale a um número de ciclos $N = 7,5$ ciclos, e para a peça 4x2 mm com $t = 0,04506$ s, que equivale a $N = 4,48$ ciclos.

Os resultados obtidos podem ser confrontados com resultados experimentais, como a curva da/dN versus ΔK . O incremento no comprimento da trinca é igual ao comprimento do elemento de interface rompido. Para a peça 40x20 mm, foi obtido $da/dN = 1,33 \cdot 10^{-2}$ mm/ciclo e para a peça 4x2 mm $da/dN = 1,12 \cdot 10^{-2}$ mm/ciclo.

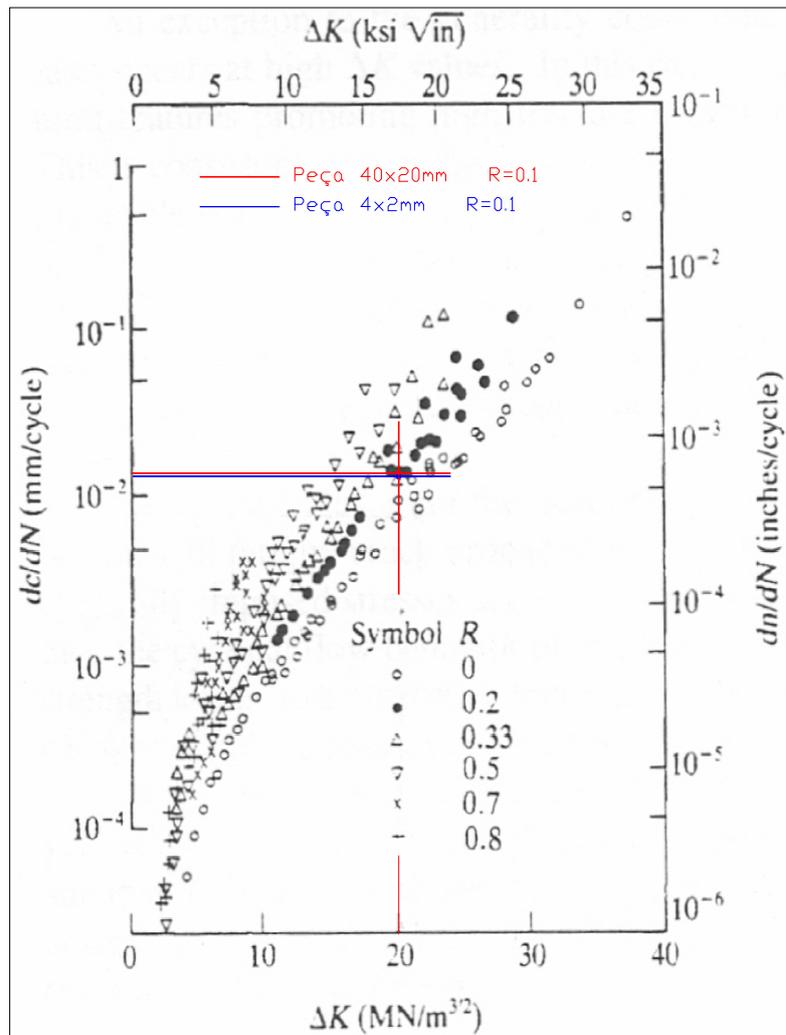


FIGURA 4.17 - Relação da/dN vs. ΔK . Resultados experimentais: alumínio 7075-T6
 Fonte: Courtney, 2000.

A Fig.4.17 mostra resultados experimentais para o alumínio 7075-T6, sobre os quais estão lançados os pontos obtidos nas simulações. Como pode ser observado, os resultados obtidos coincidem com os experimentais.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1. Conclusões

O presente trabalho faz uma abordagem do mecanismo de fratura, em estado plano de deformações, utilizando-se do conceito das interfaces coesivas, via método dos elementos finitos, para mapear o comportamento evolutivo de trincas preexistentes. Foi realizada a implementação de um algoritmo de interfaces coesivas baseado em leis coesivas irreversíveis, sendo analisadas duas leis de descarga. Foram realizadas análises do processo de crescimento de trinca sobre carregamento dinâmico e quase-estático e do processo de crescimento de trincas por fadiga.

Na análise da simulação do rápido crescimento de trincas sob condições de impacto, apresentada no item 4.2, com a implementação das leis coesivas de descarga ficou evidenciada a melhor aproximação a resultados numéricos encontrados na literatura, frente ao algoritmo que não considera dano na interface. Outra conclusão importante da análise é a verificação da não aplicabilidade da condição CFL para o exemplo analisado, certamente devido a adição da relação constitutiva das interfaces entre os elementos finitos, que funcionam como “molas”, o que deve invalidar a relação entre tempo de propagação das ondas no elemento finito e as frequências de vibração da estrutura.

Na análise numérica, apresentada no item 4.3, onde o algoritmo de resolução do problema utilizado foi o de Newton-Rapson puro, fica evidenciada a boa correlação entre a teoria e a implementação realizada, bem como a aplicabilidade dos conceitos da MFLE para as condições apresentadas.

Na análise da propagação de trinca por fadiga, apresentada no item 4.4, com a utilização da lei de descarga a origem, não foi observada propagação da trinca. Foram realizadas diversas análises, variando propriedades do material, condições de contorno, discretização e geometria da peça, sem observar crescimento da trinca.

Frente a negativa na obtenção de propagação da trinca com o uso da lei de descarga a origem, fez-se a utilização de um segundo critério de descarga para as interfaces coesivas, onde a descarga ocorre de forma linear e com uma abertura residual para a tensão nula. Com a utilização deste segundo critério, foram realizadas análises similares as realizadas com o critério de descarga a origem, obtendo propagação da trinca.

Os resultados obtidos para propagação de trinca foram confrontados com resultados experimentais, onde ficou evidenciada uma boa representação do experimento pelo método numérico.

5.2. Sugestões para Trabalhos Futuros

Cabe ressaltar que o presente trabalho é introdutório na área, sendo, portanto, passível de diversas análises complementares, tais como:

- Investigação da ruptura brusca obtida nas análises de fadiga;
- Análises do mecanismo de fadiga com a utilização de tensões média negativas ($\sigma_m < 0$);
- Investigação mais aprofundada relativo ao fenômeno do fechamento da trinca nos ciclos de descarga;
- Abordagem microscópica da propagação, a nível de grão, considerando a anisotropia cristalina e efeitos não-locais;
- Consideração de efeitos aleatórios, em especial do carregamento;
- Implementação de algoritmo tridimensional de interfaces coesivas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ANDRÉS, A. de, PÉREZ, J. L., ORTIZ, M., 1999. Elastoplastic finite element analysis of three-dimensional fatigue crack growth in aluminum shafts subjected to axial loading. **International Journal of Solids and Structures**, v.36, p. 2231-2258.
2. BARENBLATT, G. I., 1962. The mathematical theory of equilibrium of crack in brittle fracture. **Advances in Applied Mechanics**, v.7, p.55-129.
3. BITTENCOURT, E., 1998. **Tratamento de problemas não lineares na mecânica dos sólidos**. Porto Alegre - RS: CPGEC/UFRGS. 242p (Apostila Interna).
4. BRANCO, C. M., FERNANDES, A. A., CASTRO, P. M. S. T., 1999. **Fadiga de estruturas soldadas**. 2ª ed.. Lisboa: Calouste Gulbenkian. 902p.
5. CAMACHO, G. T., ORTIZ, M., 1996. Computational modeling of impact damage in brittle materials. **International Journal of Solids and Structures**, v.33, p. 2899-2938.
6. COURTNEY, T. H., 2000. **Mechanical Behavior of Materials**. 2ª ed.. 733p.
7. DESHPANDE, V. S., NEEDLEMAN, A., VAN DER GIESSEN, E., 2001. Discrete dislocation modeling of fatigue crack propagation. **Acta Materialia**, nº 50 (2002), p. 831-846.
8. DUGDALE, D. S., 1960. Yielding of steel sheets containing slits. **Journal of Mechanics and Physics of Solids**, v.8, p. 100-108.
9. EDWALDS, H. L., WANHILL, R. J. H., 1986. **Fracture Mechanicals**. 3ª ed.. Delft, Delftse Uitgevers Maatschapij. 304p.
10. FEDRIGO, F., 2001. **Aplicação de interfaces coesivas na mecânica da fratura via método dos elementos finitos**. Porto Alegre, 2001, 93p. Dissertação de Mestrado em Engenharia – Curso de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

11. FERNEY, B. D., DeVARY, M. R., HSIA, K. J., NEEDLEMAN, A., 1999. Oscillatory crack growth in glass. **Scripta Materialia**, v.41, n.3, p. 275-281.
12. FREUND, L. B., 1998. **Dynamic fracture mechanics**. Cambridge: Cambridge, 563p.
13. GRIFFITH, A. A., 1921. The phenomena of rupture and flow in solids. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, A221, Delft, p.163-197.
14. HUTCHINSON, J. W., 1968. Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v.16, p. 13-31.
15. IRWIN, G. R., 1948. Fracture Dynamics. In: **Fracture of Metals**. Cleveland: ASM.
16. KANNINEN, M. F., POPELAR, C. H., 1985. **Advanced fracture mechanics**. New York: Oxford University, 573p.
17. LIEBOWITZ, H., 1968. **Fracture: an Advanced Treatise**. New York: Academic, v.2, 759p.
18. NEEDLEMAN, A., 1987. A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. **Journal of Applied Mechanics**, v.54, p. 525-531.
19. NEEDLEMAN, A., 1990a. An analysis of decohesion along an imperfect interface. **International Journal of Fracture**, v.42, p. 21-40.
20. NEEDLEMAN, A., 1990b. An analysis of tensile decohesion along an interface. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v.38, p. 289-324.
21. NEEDLEMAN, A., 1992. Micromechanical modeling of interfacial decohesion. **Ultramicroscopy**, v. 40, p. 203-214.
22. NEEDLEMAN, A., ROSAKIS, A. J., 1999. The effect of bond strength and loading rate on the conditions governing the attainment of intersonic crack growth along interfaces. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v.47, p. 2411-2449.
23. NORTON, R.L., 1998. **Machine Design**. New Jersey: Prentice-Hall. 1048p.
24. PARIS, P. C., GOMEZ, M. P., ANDERSON, W. P., 1961. **Trend Eng.** v.13, p.9-14.
25. PONTHOT, J-P., 1995. **Traitement unifie de la mecanique des milieux continus solides em grandes transformations par la methode des elements finis**. Liège, 1995, 462p. Tese de Doutorado em Sciences Appliquées – Faculte des Sciences Appliquees, Université de Liège.

26. RICE, J. R., 1968. Mathematical analysis in the mechanics of fracture. Liebowitz, H. (Ed.), **Fracture**. New York: Academic, v.2, p. 191-311.
27. ROSE, J. H., FERRANTE, J., SMITH, J. R., 1981. Universal binding energy curves for metals and bimetallic interfaces. **Physics Review Letters**, v.47, p. 675-678.
28. ROTS, J. C., 1988. **Computational modeling of concrete fracture**. Delft, 1988, 132p. Doctor Thesis – Civil Engineering Department. Delft University of Technology.
29. SIEGMUND, T., NEEDLEMAN, A., 1997. A numerical study of dynamic crack growth in elastic-viscoplastic solids. **International Journal of Solids and Structures**, v.34, n.7, p. 769-787.
30. TVERGAARD, V., HUTCHINSON, J. W., 1992. The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v.40, n.6, p. 1377-1392.
31. XU, X. -P., NEEDLEMAN, A., 1994. Numerical simulation of crack growth in brittle solids. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v.42, n.9, p. 1397-1434.

APÊNDICE A – Aplicação da condição CFL

A condição de Courant-Friedrichs-Lewy (usualmente denominada condição CFL) estabelece que, desprezando o amortecimento:

$$\Delta t_{crit} = \frac{2}{\omega_{max}} = \frac{T_{min}}{\pi} \quad (A.1)$$

onde T_{min} é o período de vibração mínimo da estrutura e ω_{max} é a frequência máxima. No caso de elementos finitos, uma forma equivalente de respeitar a condição CFL é empregarmos um passo de tempo de análise tal que seja inferior ao tempo necessário para uma onda de pressão atravessar o menor elemento finito da malha. Para demonstrar esta equivalência, considere o exemplo abaixo:

Exemplo

Seja uma barra de treliça de comprimento L , área A e módulo de elasticidade longitudinal E . Determinar o passo de tempo crítico. A matriz de rigidez \mathbf{K} e a matriz de massa \mathbf{M} podem ser calculadas como:

$$\tilde{\mathbf{K}} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{M}} = \frac{\rho AL}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para esta barra, as frequências naturais ω de vibração podem ser como:

$$\left| \tilde{\mathbf{K}} - \omega^2 \tilde{\mathbf{M}} \right| = 0$$

de onde resulta

$$\omega = \frac{2}{L} c_p \quad (A.2)$$

c_p é a velocidade de propagação de uma onda de pressão num meio elástico unidimensional e vale:

$$c_p = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (A.3)$$

Substituindo (A.2) na condição CFL (eq.(A.1)), temos,

$$\Delta t_{crit} = \frac{L}{c_p} \quad (A.4)$$

O que demonstra que, num caso unidimensional, o tempo crítico é o tempo que uma onda de pressão demora para percorrer o elemento finito. Portanto, o tempo crítico da estrutura como um todo será determinado pelo menor elemento finito.

Num caso bidimensional, a velocidade de propagação de uma onda de pressão vale:

$$c_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (\text{A.5})$$

Portanto, neste caso, a condição CFL fica,

$$\Delta t_{crit} = \gamma L_{min} \sqrt{\frac{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)}} \quad (\text{A.6})$$

onde γ é um fator de segurança e L_{min} é o menor comprimento que pode ser percorrido num elemento finito. Observe que o passo de tempo crítico teoricamente deveria ser calculado a cada passo de tempo, pois a malha de elementos finitos altera-se a cada passo. No entanto, para os valores usuais de tamanho de elemento e constantes dos materiais, Δt_{crit} é um valor sempre muito pequeno, de modo que L_{min} varia pouco de um passo para outro. Para otimização do tempo de análise, é então comum refazer o cálculo de Δt_{crit} apenas de n em n passos.