

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

Sismologia das estrelas ZZ Ceti

Bárbara Garcia Castanheira¹

Tese realizada sob orientação do Prof. Kepler de Souza Oliveira Filho e apresentada ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Porto Alegre

Julho - 2007

¹ Bolsista do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)

Ao futuro

Agradecimentos

Desde que eu comecei a graduação, o Kepler sempre acreditou muito em mim, mesmo quando nem eu mesma acreditava. Trabalhar com ele foi inspirador, gratificante, divertido, difícil, ... uma mistura de muitas experiências variadas, responsáveis pelo meu alicerce profissional. Kepler, muito obrigada por tudo.

Como em qualquer profissão, o ambiente de trabalho é fundamental. Eu tive muita sorte de fazer parte do grupo de astronomia da UFRGS, principalmente pela grande interação social. Neste grupo, eu me diverti muito organizando desde a caixinha do Lab até as Astro-Parties de final de ano, passando pelos Astro-Hours nas sextas. Eu quero muito agradecer aos professores, que sempre trataram os alunos como futuros-colegas, e aos estudantes, que mantiveram o astral do grupo sempre alto. Vou sentir saudades de todos vocês.

Eu também gostaria de agradecer a oportunidade que eu tive de passar um ano do meu doutorado trabalhando em um outro grupo, na Universidade do Texas, em Austin. Além de conhecer pessoas incríveis, eu aprendi muitas coisas novas.

Eu ainda gostaria de agradecer ao apoio da minha família, pois todos foram muito importantes, mesmo que eles não saibam em detalhes o que eu realmente faço. O importante é que todos vocês, de uma forma ou de outra, me fizeram a pessoa que eu sou. Meus pais sempre foram um exemplo de tudo e uma fonte de ensinamentos. Meus tios e primos, meu avós, ... a todos vocês o meu muito obrigada. Eu amo muito vocês!

Rudazinho, tu és e sempre serás a minha maior motivação. Eu aprendi contigo que todos nós temos limitações e que somos especiais. Contudo, nós podemos sempre vencer os

obstáculos, até mesmo as competições de natação. Eu nunca ganhei uma medalha, mas eu me senti um pouquinho parte de cada uma das tuas medalhas. Esta tese também é tua, assim como cada uma das minhas futuras “medalhas”.

Mikey, eu tenho muito a te agradecer. Todos os momentos que estiveste ao meu lado, todo o amor e carinho que eu encontrei junto a ti foram fundamentais para mim. Tu sempre me fizeste olhar para o lado positivo, sempre acreditaste que tudo ia dar certo. Viele Danke, meine Schatzi! Ich liebe dich sehr!

Das Utopias

Se as coisas são inatingíveis... ora!
Não é motivo para não querê-las...
Que tristes os caminhos, se não fora
A mágica presença das estrelas!

Mário Quintana (Espelho Mágico)

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiv
Resumo	xv
Abstract	xvii
1. Introdução	1
1.1 Evolução estelar	1
1.2 As anãs brancas	7
1.2.1 Classificação Espectral	8
1.3 Por que estudar anãs brancas?	11
1.4 pulsações estelares	13
1.4.1 Harmônicos Esféricos	20
1.4.2 Modos de Pulsação	21
1.4.3 Pulsações das Anãs Brancas	23
1.4.4 Efeitos não-lineares	25
1.4.5 Relações observacionais das ZZ Ceti	27
2. Descoberta de novas variáveis	31
2.1 Seleção de candidatas	32

2.2	Observações	33
2.3	Resultados	39
3.	Pureza da faixa de instabilidade	45
3.1	Introdução ao problema	45
3.2	Espectros do Gemini	48
3.3	Fotometria de NOVs	52
3.4	Implicações e discussões dos resultados	58
4.	Os modelos sismológicos	66
4.1	Calculando os modelos	67
4.2	Dimensões da grade	69
4.3	Composição do núcleo: C/O	69
4.4	Explorando a grade de modelos	72
5.	Sismologia de ZZ Ceti individuais	85
5.1	Nossa primeira análise sismológica: G117-B15A	85
5.2	Uma estrela rebelde e incompreendida: G185-32	97
5.3	Sismologia de pobre: G226-29	103
5.4	Sismologia de rico: HL Tau76	107
5.5	Para os milionários: BPM37093	114
6.	Sismologia de ZZ Ceti por grupos	118
6.1	Período principal ~ 215 s	119
6.2	Período principal ~ 200 s	124
6.3	Períodos principais entre ~ 200 s e ~ 215 s	129
6.4	Período principal em ~ 250 s	130
6.5	Período principal ~ 260 s	131

6.6	Período principal ~ 270 s	136
6.7	Período principal ~ 300 s	139
6.8	Período principal entre 300 s e 500 s	144
6.9	Período principal entre 500 s e 700 s	152
6.10	ZZ Cetus na borda vermelha	160
6.11	ZZ Cetus parando de pulsar	161
7.	Discussões finais e Conclusões	167

Lista de Figuras

1.1	Evolução estelar esquemática	6
1.2	Diagrama-HR para uma estrela de massa intermediária	9
1.3	Distribuição de massa das DAs	10
1.4	Visualização dos harmônicos esféricos	21
1.5	Relação entre $\langle P \rangle$ e T_{ef}	30
2.1	Imagem no CCD de uma candidata	37
2.2	Curvas de luz em intensidade	38
2.3	Curva de luz dividida	40
2.4	Curvas de luz e transformadas de Fourier de novas ZZ Ceti	42
2.5	Faixas de instabilidade das ZZ Ceti	44
3.1	Espectros da estrela WD J0340+0106	49
3.2	Determinações de Massa: SDSS vs. Gemini	53
3.3	Fotometria comparativa para WD J0303-0808	55
3.4	Velhas NOVs, novas ZZ Ceti	56
3.5	Velhas NOVs, novas ZZ Ceti	57
3.6	Limite de detecção em função da magnitude aparente	59
4.1	C/O vs. temperatura	71
4.2	Perfil nuclear vs. massa	73

4.3	Período vs. massa da camada de H	74
4.4	Período vs. massa para $T_{\text{ef}} = 12\,000\text{ K}$	77
4.5	Período vs. temperatura para $M = 0,60 M_{\odot}$	78
4.6	Período vs. temperatura para $M = 0,70 M_{\odot}$	79
4.7	Período vs. temperatura para $M = 0,50 M_{\odot}$	80
4.8	Período vs. massa para $T_{\text{ef}} = 12\,000\text{ K}$, incluindo modos $\ell = 2$	82
4.9	ΔP vs. massa	84
5.1	Transformada de Fourier da G117-B15A	87
5.2	Sismologia para a G117-B15A	91
5.3	Probabilidades para $M_{\text{H}} = 10^{-2} M_{*}$	92
5.4	Probabilidades para $M_{\text{H}} = 10^{-2,5} M_{*}$	93
5.5	Probabilidades para $M_{\text{H}} = 10^{-3} M_{*}$	94
5.6	Probabilidades para $M_{\text{H}} = 10^{-3,5} M_{*}$	95
5.7	Modos observados vs. modos teóricos para G117-B15A	98
5.8	Sismologia para a G185-32	102
5.9	Modos observados vs. modos teóricos para G185-32	104
5.10	Sismologia para a G226-29	106
5.11	Sismologia para HL Tau76	110
5.12	Modos observados vs. modos teóricos para HL Tau76	111
5.13	Sismologia para HL Tau76: $\ell=1$ e 2	113
6.1	Sismologia para R548	121
6.2	Sismologia para R548	122
6.3	Todos modos para ZZ Ceti com modos principais entre 300 s e 500 s	146
6.4	Modos observados vs. modos teóricos para ZZ Ceti com modo principal entre 300 s e 500 s	147

6.5	Modos para G 207-9 e WD J0851+4437	150
6.6	Modos observados vs. teóricos se o principal está entre 300 s e 500 s	151
6.7	Modos observados vs. teóricos para G29-38	155
6.8	Modos observados vs. teóricos para G29-38	156
6.9	Todos os modos para ZZ Ceti com modo principal entre 500 s e 700 s	158
6.10	Modos observados nas estrelas da borda vermelha	162
7.1	Massa de H vs. T_{ef}	169
7.2	Faixa de instabilidade derivada pela sismologia	170

Lista de Tabelas

1.1	Classificação espectral das anãs brancas	8
1.2	Modos de Pulsação	22
2.1	Novas ZZ Ceti	41
2.2	Periodicidade principal das novas ZZ Ceti	41
3.1	Simulação do S/N nos espectros	51
3.2	T_{ef} e M dos espectros do Gemini vs. SDSS	51
3.3	Lista das ZZ Ceti	61
3.4	Lista das ZZ Ceti	62
3.5	Lista das ZZ Ceti	63
3.6	Lista das ZZ Ceti	64
3.7	Lista das ZZ Ceti	65
5.1	Modos da G117-B15A	86
5.2	Parâmetros da G117-B15A	86
5.3	Sismologia da G117-B15A	90
5.4	Sismologia da G185-32	100
5.5	Periodicidades da G185-32	101
5.6	Sismologia para a G185-32	103
5.7	Parâmetros atmosféricos da G226-29	105

5.8	Sismologia da G226-29	107
5.9	Parâmetros atmosféricos da HL Tau76	108
5.10	Modos da HL Tau76	109
5.11	Sismologia para HL Tau76	109
5.12	ΔP para HL Tau76	112
5.13	Sismologia para HL Tau76	114
5.14	Modos da BPM37093	115
5.15	Sismologia para BPM37093	116
6.1	ZZ Cetus com modo principal $P \sim 215$ s	120
6.2	Sismologia para R548	120
6.3	Sismologia para G132-12 e WD J2154-0731	123
6.4	ZZ Cetus com modo principal $P \sim 200$ s	124
6.5	Sismologia para ZZ Cetus com modo principal $P \sim 200$ s	127
6.6	ZZ Cetus com modo principal entre 200 s e 215 s	129
6.7	Sismologia para LP133-144 e HS 0951+1312	129
6.8	ZZ Cetus com modo principal $P \sim 215$ s	130
6.9	Sismologia para EC11507-1519 e WD J0939+5609	131
6.10	ZZ Cetus com modo principal em $P \sim 260$ s	132
6.11	ZZ Cetus com modo principal em $P \sim 260$ s	132
6.12	Sismologia para ZZ Cetus com modo principal $P \sim 260$ s	134
6.13	Sismologia para ZZ Cetus com modo principal $P \sim 260$ s	136
6.14	Modo principal $P \sim 270$ s	137
6.15	Sismologia para WD J1136-0137	139
6.16	Modo principal $P \sim 300$ s	139
6.17	Sismologia para ZZ Cetus com modo principal 300 s.	142

6.18	Modo principal entre 300 s e 500 s	145
6.19	Continuação da tabela 6.18: Modo principal entre 300 s e 500 s	145
6.20	Modos detectados em ZZ Ceti com modo principal entre 300 s e 500 s	148
6.21	Modo principal entre 300 s e 500 s	148
6.22	Valores médios dos modos se o principal está entre 300 s e 500 s	149
6.23	Modo principal entre 300 s e 500 s	152
6.24	Modos da G29-38	153
6.25	Modo principal entre 500 s e 700 s	157
6.26	Modo principal entre 500 s e 700 s	157
6.27	Modo principal entre 500 s e 700 s	159
6.28	Valores médios dos modos se o principal está entre 500 s e 700 s	160
6.29	Sismologia para ZZ Ceti com modo principal entre 500 e 700 s.	160
6.30	Sismologia para ZZ Ceti com modo principal entre 500 e 700 s.	161
6.31	ZZ Ceti na borda vermelha	163
6.32	ZZ Ceti na borda vermelha	164
6.33	2 modos na borda vermelha	164
6.34	1 modo na borda vermelha	164
6.35	Sismologia para ZZ Ceti da borda vermelha	165
6.36	Modos de pulsação das ZZ Ceti parando de pulsar	166
6.37	Sismologia para ZZ Ceti parando de pulsar	166

Resumo

Anãs brancas são o final evolutivo de quase 98% de todas as estrelas. O objetivo desta tese foi determinar a estrutura interna das estrelas ZZ Ceti, anãs brancas pulsantes com atmosfera de hidrogênio. Nossa primeira tarefa foi a descoberta, junto com nossos colaboradores, de 43 novas variáveis, 1/3 de todas as ZZ Ceti conhecidas. Na sequência, nós demonstramos observacionalmente que a faixa de instabilidade é muito provavelmente um estágio evolucionário da vida das estrelas, ou seja, todas as anãs brancas com atmosfera de H na faixa de temperatura $12\,300 \geq T_{\text{ef}} \geq 10\,850$ K são pulsantes. Para tanto, nós obtivemos espectros com razão sinal-ruído maior que 70 com o telescópio Gemini para 12 estrelas com $T_{\text{ef}} \sim 12\,000$ K, concluindo que as temperaturas obtidas com os espectros do SDSS estão sub-estimadas por 300 ± 220 K e que as massas estão super-estimadas por $0,10 \pm 0,03 M_{\odot}$. Nós também obtivemos séries temporais de fotometria com razão sinal-ruído maior que 500, atingindo limites de detecção de variabilidade de 2 mma, o que permitiu a re-classificação de 4 estrelas previamente classificadas como não variáveis em ZZ Ceti. Ainda existem 3 estrelas para as quais não foi detectado variabilidade em 2 mma, que estão contaminando a faixa de instabilidade.

A fim de fazer o primeiro grande estudo sismológico das ZZ Ceti, eu calculei uma grade fina de modelos adiabáticos variando T_{ef} , M , M_{H} e M_{He} para determinar quais os períodos normais em cada um destes modelos. Por fim, eu comparei os modos observados aos modelos, determinando a estrutura interna de 72 ZZ Ceti. Antes deste trabalho,

só existiam 12 ZZ Ceti que haviam sido estudadas sismologicamente. A minha maior contribuição foi a inclusão de pesos relativos proporcionais às amplitudes observadas dos modos. Embora eu usasse as determinações espectroscópicas como guia, eu jamais restringi a procura das soluções nesta região, buscando em toda a grade, para evitar mínimos locais. Nós encontramos que a massa de hidrogênio média é $10^{-6,3 \pm 1,6} M_*$ e a de hélio é $10^{-2,5 \pm 0,6} M_*$, e não encontramos forte evidência de acreção ou perda de massa enquanto as estrelas evoluem pela faixa de instabilidade. O valor médio para a espessura da massa da camada de H é diferente do valor canônico de $10^{-4} M_*$, derivado por cálculos evolucionários. Este resultado indica que algumas anãs brancas com massa próxima ao valor mais provável se formaram com massa de H cem vezes menor que o valor previsto pela teoria, ou seja, é provável que a perda de massa durante sua evolução tenha sido mais eficiente do que assumem os modelos.

Minha tese demonstrou que é possível fazer sismologia, desde que tenhamos alguns modos e/ou temperatura e massa confiáveis, totalizando um mínimo de 5 parâmetros. A nossa conclusão é que a sismologia é uma poderosa ferramenta para o estudo da estrutura estelar das anãs brancas, mesmo quando poucos modos estão excitados.

Abstract

White dwarfs are the evolutionary end point of almost 98% of all stars. The goal of this thesis is to determine the internal structure of the ZZ Ceti stars, pulsating white dwarfs with hydrogen atmosphere. Our first task was the discovery, together with our collaborators, of 43 new variables, 1/3 of all known ZZ Ceti. In the sequence we demonstrated observationally that the instability strip is probably an evolutionary stage of stellar life, which means, all white dwarfs with H atmospheres in the temperature range of $12\,300 \geq T_{\text{eff}} \geq 10\,850$ K pulsate. We obtained spectra with signal-to-noise ratio higher than 70 with the Gemini telescope for 12 stars with $T_{\text{eff}} \sim 12\,000$ K, concluding that temperatures obtained with SDSS spectra are underestimated by 300 ± 220 K, and that the masses are over estimated by $0,10 \pm 0,03 M_{\odot}$. We also obtained time series photometry with signal-to-noise ratio higher than 500, reaching detection limits of variability of 2 mma, that allowed the re-classification of 4 stars as ZZ Ceti previously classified as non variables. There are still 3 stars for which it was not possible to detect variability at 2 mma, that are contaminating the instability strip.

In order to do the first large seismological study of ZZ Ceti, I calculated a fine grid of adiabatic models varying T_{eff} , M , M_{H} e M_{He} to determine which are the normal periods in each model. Finally, I compared the observed modes to the models, determining the internal structure of 72 ZZ Ceti. Prior to this work there were only 12 ZZ Ceti that had been studied seismologically. My main contribution was the inclusion of relative weights

proportional to the observed amplitudes in the fits. Even though I used the spectroscopic determinations as a guide, I never restrict the search for the solutions within this region, searching in the whole grid, to avoid local minima. We found that the average hydrogen mass is $10^{-6.3 \pm 1.6} M_*$ and that the helium is $10^{-2.5 \pm 0.6} M_*$, and we have found strong evidence neither for accretion nor mass loss while the stars evolve through the instability strip. The average value for the H mass layer thickness is different than the canonic $10^{-4} M_*$, derived by evolutionary calculations. This result indicates that some white dwarfs formed with H mass about hundred times smaller than the theoretical value, i.e., it is likely that mass loss during their evolution has been more efficient than what is assumed by models.

My thesis demonstrated that it is possible to do seismology, provided that there are some modes and/or the temperature and mass are reliable, with a total of 5 parameters. Our conclusion is that seismology is a powerful tool to study of internal stellar structure, even though only a few modes are excited.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Evolução estelar

No universo atual, as estrelas nascem com massas entre aproximadamente $0,08 M_{\odot}$ e $100 M_{\odot}$. O limite inferior vem dos cálculos da massa mínima necessária para que a temperatura no interior da estrela seja alta o suficiente para que ocorra fusão nuclear, transformando hidrogênio (H) em hélio (He). O limite superior é uma estimativa derivada do equilíbrio entre a pressão de radiação e a gravidade, que é o limite de Eddington. O limite máximo de massa depende principalmente da metalicidade da nuvem. De acordo com os modelos mais recentes [*exempli gratia* (e.g.) Marigo & Girardi 2007, Heger et al. 2002], no universo primordial, cuja metalicidade era extremamente baixa, as estrelas de População III poderiam se formar com massas de até $1\,000 M_{\odot}$. Como nenhum exemplar original nem remanescente da População III foi observado até o presente momento, o cenário mais provável é que os buracos negros estelares remanescentes da evolução destas estrelas, que evoluíram muito rapidamente, teriam se agrupado para formar os buracos negros super-massivos observados nos centros de algumas galáxias, inclusive da Via Láctea. Observacionalmente, é bastante difícil determinar precisamente a massa de estrelas massivas, por causa da sua raridade, da contínua ejeção de matéria e da resultante nebulosa de poeira que envolve estas estrelas (e.g.

Figer et al. 1998). Comparando as observações com modelos teóricos, o valor predito para massa máxima é de poucas centenas de massas solares, ainda que seja bastante incerto.

Apesar da grande faixa de massa inicial e independente da metalicidade, todas as estrelas nascem da mesma forma: uma nuvem de gás com massa acima da massa de Jeans (1902) começa a contrair devido a uma perturbação mecânica. Alguns exemplos de perturbação são a passagem de uma onda de densidade do braço de uma galáxia espiral e a explosão de uma supernova nas proximidades da nuvem. A nuvem começa, então, a contrair isotermicamente e a se fragmentar. A fragmentação pára quando o colapso passa a ser adiabático. Um disco de acreção se forma em volta da proto-estrela. É neste disco que, se as condições forem ideais, planetas serão formados, como ocorreu no nosso sistema solar¹. A proto-estrela continua acretando matéria do disco e o núcleo da proto-estrela continua contraindo. Quando a temperatura central atinge aproximadamente $T_c \sim 10^6$ K, começa a fusão do H em He, no núcleo da estrela.

A massa inicial das estrelas é que vai determinar como será sua evolução. No caso de estrelas binárias e sistemas múltiplos, a evolução depende fortemente da distância entre as estrelas do sistema, o que determina quando, como e se ocorre transferência de massa entre elas.

Considerando apenas as estrelas não-binárias, é possível separá-las em três faixas de massa e, conseqüentemente, três cenários distintos de evolução estelar.

As estrelas de baixa massa estão na faixa que vai de $0,08 M_\odot$ até $8\text{--}10,5 M_\odot$ (e.g. Iben 1982, García-Berro 1999). O limite superior é bastante incerto por causa da pequena quantidade de medidas de estrelas de alta massa em aglomerados (Weidemann 2000, Williams 2006) e da incerteza dos modelos (e.g. Marigo & Girardi 2007). As determinações de massa máxima são feitas pela observação de aglomerados abertos jovens, pois os aglomerados glo-

¹ Nem todos os planetas são primordiais, como é o caso dos planetas em volta do pulsar PSR1257 + 12 (Wolszczan & Frail, 1992), os quais necessariamente se formaram depois que ocorreu a explosão de supernova da estrela hospedeira.

bulares são mais velhos e, mesmo contendo dezenas a centenas de milhares de estrelas, as estrelas com massa maior que 2 a $5 M_{\odot}$ já tiveram tempo de evoluir. Segundo a função de massa inicial (e.g. Salpeter 1955), para cada estrela de $10 M_{\odot}$, formam-se aproximadamente 300 de $1 M_{\odot}$. Uma vez que os aglomerados abertos galáctios possuem apenas centenas de estrelas (no máximo, poucos milhares), dificilmente estrelas de alta massa são observadas nos mesmos. A incerteza dos modelos é principalmente quanto à descrição da convecção (Fontaine, Tassoul & Wesemael 1984). Este intervalo de massa engloba quase que 98% de todas as estrelas que nascem.

A primeira e mais duradoura fase da vida de uma estrela é a seqüência principal. Nesta fase, a energia que está sendo liberada é resultado da transformação termonuclear de H em He no núcleo. Quando o combustível nuclear se esgota, o núcleo se contrai, o que provoca o aquecimento das camadas mais externas e conseqüente aumento do raio da estrela. A fusão nuclear de H em He é reiniciada, desta vez, em uma camada externa ao núcleo. A fase seguinte é quando a contração do núcleo cessa. A energia deixa de ser produzida pela contração, dando lugar à queima do He em elementos mais pesados, principalmente carbono (C), se a estrela tiver massa suficiente ($M > 0,45 M_{\odot}$). Esta fase é denominada seqüência principal do He. Novamente, quando o combustível nuclear se esgota, o núcleo volta a contrair, aumenta sua temperatura e as camadas mais externas da estrela se expandem. Segundo modelos, para massas de até $8 M_{\odot}$, como a massa total não é alta o suficiente, a queima no núcleo nunca mais acontecerá na evolução destas estrelas, depois da fase de seqüência principal do He. Contudo, se a massa da progenitora for entre 8 e $10,5 M_{\odot}$, pode ocorrer também a queima em O/Ne/Mg. No caso de estrelas com massa acima de $10,5 M_{\odot}$, ainda ocorre a queima explosiva de C fora do núcleo, já que a emissão de neutrinos faz com que a temperatura mais alta ocorra fora do centro. Para massas abaixo de $10,5 M_{\odot}$, por outro lado, a temperatura das camadas mais externas é bastante alta, o suficiente para propiciar a queima dupla em camadas de H em He, em uma camada mais externa, e de

He em C/O, mais internamente. A estrela está, então, no ramo assintótico das gigantes (AGB, sigla em inglês para *asymptotic giant branch*), fase na qual ocorrem pulsos térmicos. Em algum momento, terminando esta fase, ocorre a ejeção das camadas mais externas e a estrela entra em uma das fases mais curtas de toda a sua evolução. A fase de nebulosa planetária, que tem este nome por lembrar a aparência dos planetas gigantes gasosos em baixa resolução, é visível por cerca de 10 000 anos. O que sobra da ejeção da nebulosa planetária é o núcleo da estrela progenitora, que é a anã branca propriamente dita. É importante lembrar que a maior parte da massa das estrelas é perdida no AGB e nas fases anteriores, não quando da ejeção final de massa. A massa típica das nebulosas planetárias é da ordem de $0,5 M_{\odot}$, independente se a estrela nasceu com 1 ou com $5 M_{\odot}$.

A classe das estrelas anãs brancas representa o final mais comum na evolução estelar. Nesta fase, as estrelas estão basicamente esfriando, mas pode ainda haver um último pulso térmico, na fase de pré-anã branca. Segundo modelos evolucionários (e.g. Miller Bertolami et al. 2006) se, mesmo após a ejeção da nebulosa planetária a quantidade de He restante for maior que 1% da massa total da estrela ($10^{-2} M_*$), vai haver um último pulso térmico. A estrela retorna à fase do AGB, queimando todo ou quase todo o H restante. Atualmente, esta é a teoria mais aceita para explicar porque 14% das anãs brancas sejam totalmente desprovidas de H. As estrelas ZZ Ceti, objetos de estudo desta tese, são as anãs brancas variáveis com atmosfera de H.

As estrelas de massa intermediária são aquelas que iniciam sua vida com massas acima do limite máximo das estrelas de massa baixa ($8-10 M_{\odot}$) até $\sim 25 M_{\odot}$. O limite superior em massa é fortemente dependente de modelos, mas este valor é uma aproximação razoável e consistente com as observações da SN 1987A. Estas estrelas passam pelas mesmas fases que as estrelas de baixa massa. A primeira diferença é que a temperatura central quando da segunda contração atinge valores altos o suficiente para que ocorra a queima não explosiva de C em elementos mais pesados, no núcleo. A fusão nuclear perdura até a produção de um

núcleo de ferro (Fe). Enquanto isto, ocorre também a queima de elementos mais leves em camadas, originando uma estratificação do interior da estrela, a qual é descrita pelo modelo de “casca de cebola”. O núcleo, agora de Fe, colapsa mais uma vez, mas como a força gravitacional é maior que a da pressão de degenerescência dos elétrons, o colapso continua. A temperatura (10^9 K) e densidade no núcleo são os maiores valores experimentados dentro da estrela até este ponto. Como a temperatura do núcleo aumenta, a radiação gerada é muito energética e há foto-desintegração do núcleo de Fe em nêutrons, prótons e elétrons. Os prótons e elétrons livres estão tão próximos entre si que se combinam em nêutrons, por decaimento β inverso, processo que gera uma grande quantidade de neutrinos. À medida que o colapso continua, a densidade do núcleo atinge valores típicos de um núcleo atômico. Enquanto isto, a camada de silício, logo acima do núcleo, continua a produzir Fe, sobre o núcleo de nêutrons. Quando a camada de Fe atinge o núcleo, eles vão ser rebatidas em altas velocidades, sendo que a onda de choque vai romper as porções externas da estrela completamente, ocorrendo a explosão da supernova propriamente dita.

As estrelas de alta massa são as que iniciam sua vida com massas acima de $25 M_{\odot}$ até o limite máximo que uma estrela pode ter. A distinção das fases evolutivas destas estrelas é extremamente difícil, pois a intensa perda de massa durante todas as fases forma uma nuvem de poeira espessa, ocultando a estrela. As estrelas de alta massa passam quase toda a sua evolução na fase de Wolf–Rayet. Além de serem raras, porque se formam muito mais estrelas de baixa massa do que de alta, como a evolução de estrelas massivas é bastante rápida, há pouca informação sobre estes objetos. Acredita-se que os processos que ocorrem no interior destas estrelas sejam similares aos que ocorrem nas estrelas de massa intermediária. No final de sua evolução, as estrelas de alta massa também explodem em um evento de supernova.

Há três possibilidades para o produto final depois da explosão da supernova. A primeira possibilidade é que o núcleo sobreviva ao evento e o que sobra é uma estrela de nêutrons. Este é o cenário mais provável para as estrelas de massa intermediária. A segunda possibilidade

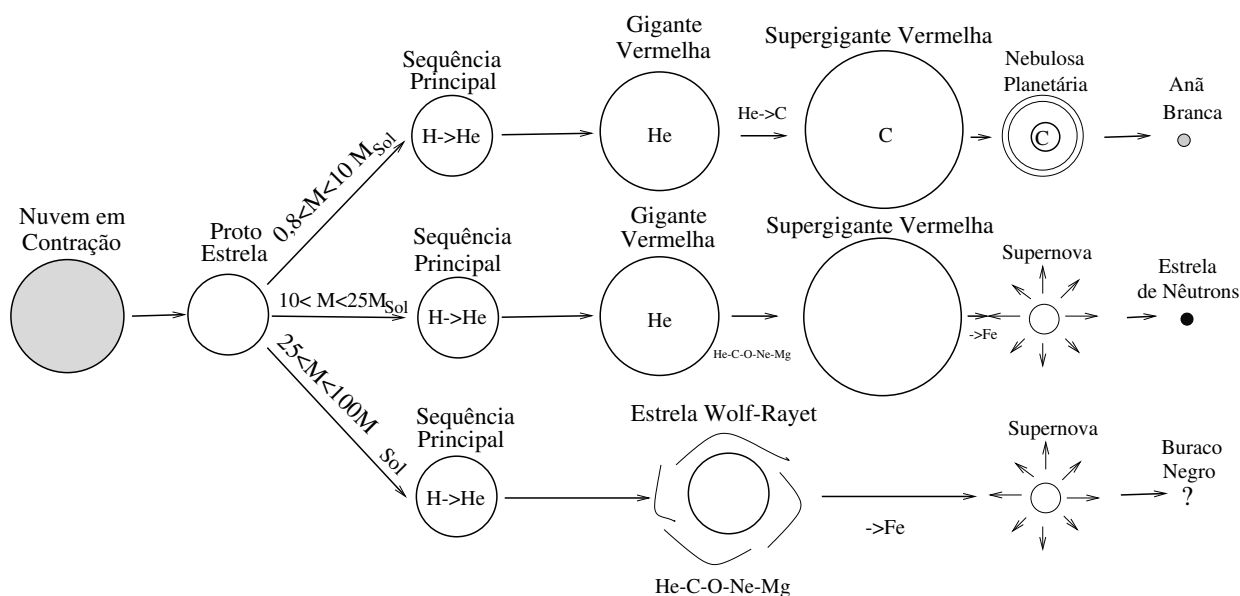


Fig. 1.1: Esquema que ilustra os três possíveis cenários da evolução estelar para todas as estrelas simples, dependendo da massa inicial das progenitoras.

é que o núcleo vá se comprimir ainda mais, formando um buraco negro estelar. Por último, o núcleo pode ser totalmente destruído. Ainda hoje, busca-se o remanescente da explosão da supernova SN1987A, o qual nunca foi detectado. Estes dois últimos cenários são os mais prováveis para estrelas de alta massa.

As estrelas de nêutrons têm massa média em torno de $1,4 M_{\odot}$ (Thorsett & Chakrabarty 1999), enquanto que os buracos negros estelares são mais massivos, com massas por volta de 4 a $5 M_{\odot}$ (e.g. Ioannou et al. 2002, Hynes et al. 2006). Há estudos que investigam a possibilidade de algumas estrelas de nêutrons terem um núcleo composto por quarks, as quais deveriam ter raio menor que os das estrelas de nêutrons. O problema recai nas grandes incertezas nas observações, que são muito escassas.

Na figura 1.1 está o resumo esquemático dos três cenários de evolução estelar, os quais dependem da massa inicial da progenitora (Oliveira & Saraiva 2000).

1.2 As anãs brancas

A descoberta do protótipo da classe das anãs brancas ocorreu na noite de 31 de janeiro de 1862. Alvan Graham Clark observou pela primeira vez Sírius B, até então a invisível companheira astrométrica de Sírius A, com um telescópio refrator de 18,5 polegadas. Atualmente, são conhecidas mais de 15 000 anãs brancas, sendo que a maioria foi descoberta como sub-produto de projetos de buscas de quasares, pois são objetos fracos e azuis, da mesma forma que os quasares.

Observacionalmente as anãs brancas populam a seqüência de esfriamento do diagrama–HR (fig. 1.2), com temperaturas efetivas entre 3 700 K e 200 000 K e baixa luminosidade (cerca de 8 magnitudes abaixo da seqüência principal). O raio típico das anãs brancas é da ordem do raio da Terra e a distribuição de massa centrada em $0,6 M_{\odot}$. No gráfico 1.3 está a distribuição de massa para as anãs brancas com atmosferas de hidrogênio (DAs) observadas pelo SDSS e publicadas no *Data Release 4*, DR4, (Kepler et al. 2007). Além do pico principal na distribuição em torno de $0,6 M_{\odot}$, há ainda outras componentes. O excesso de anãs brancas de baixa massa pode ser devido à evolução de estrelas em sistemas binários e de metalicidade baixa ou solar. Se, do contrário, elas tivessem sido originadas na evolução de estrelas simples, o universo deveria ser muito mais velho do que efetivamente é ($\sim 13,7$ bilhões de anos); a idade do universo limita que apenas estrelas com massa acima de $\sim 0,8 M_{\odot}$ tenham tido tempo de evoluir para anãs brancas. Por outro lado, se as estrelas tiverem alta metalicidade, as perdas de massa ao longo de sua evolução são maiores e os remanescentes são estrelas de mais baixa massa (Kalirai et al. 2007). Existe um outro excesso de estrelas com massa acima de $1 M_{\odot}$, que só pôde ser confirmado quando os espectros foram ajustados aos modelos atmosféricos com alta gravidade ($\log g = 10$), recentemente calculados por Detlev Koester (Kepler et al. 2007) e modelos evolucionários

de Althaus et al. (2007). Ainda não há explicação razoável para este excesso em estrelas quentes ($T_{\text{ef}} > 12\,000\text{ K}$). No caso das anãs brancas mais frias, uma das hipóteses é que exista contaminação do He, vindo de uma camada mais interna trazido por convecção (Bergeron, Liebert & Fulbright 1995), ou talvez por acréscimo de massa de uma companheira (García-Berro et al. 2007). A primeira hipótese requer que a massa de H seja menor que $10^{-10} M_{\star}$, o que não é consistente com os nossos estudos sismológicos de ZZ Ceti (ver capítulo 7). O mais provável é que este excesso não seja real, mas um problema com o cálculo da força de van der Waals no alargamento das linhas do espectro, pois este efeito não é observado quando ajustamos apenas as cores, ou seja, o contínuo. O alargamento dominante nas linhas das anãs brancas é devido ao efeito Stark.

1.2.1 Classificação Espectral

As anãs brancas são objetos bastante parecidos entre si, mas diferem quanto aos elementos mais abundantes na atmosfera. Na tabela 1.1 eu apresento a classificação espectral para as anãs brancas. A primeira letra é sempre D para indicar que o objeto é degenerado. A segunda letra é o tipo espectral dominante, mas pode ser acompanhada de uma terceira, caso haja traços de outros elementos. A letra V é usada para denotar variabilidade.

Tipo Espectral	Características
DA	Somente linhas de Balmer, não há He nem metais
DB	Linhas de He; não há H nem metais
DC	Espectro contínuo, sem linhas mais profundas que 5%
DO	Linhas de He II muito intensas
DZ	Apenas linhas metálicas; não há H nem He
DQ	Presença de carbono, molecular ou atômico, em qualquer parte do espectro
V	Símbolo para variabilidade

Tab. 1.1: Resumo da classificação espectral das anãs brancas. A letra D indica que os objetos são degenerados.

Quando a estrela sai da fase de núcleo de nebulosa planetária (PNN, sigla em inglês

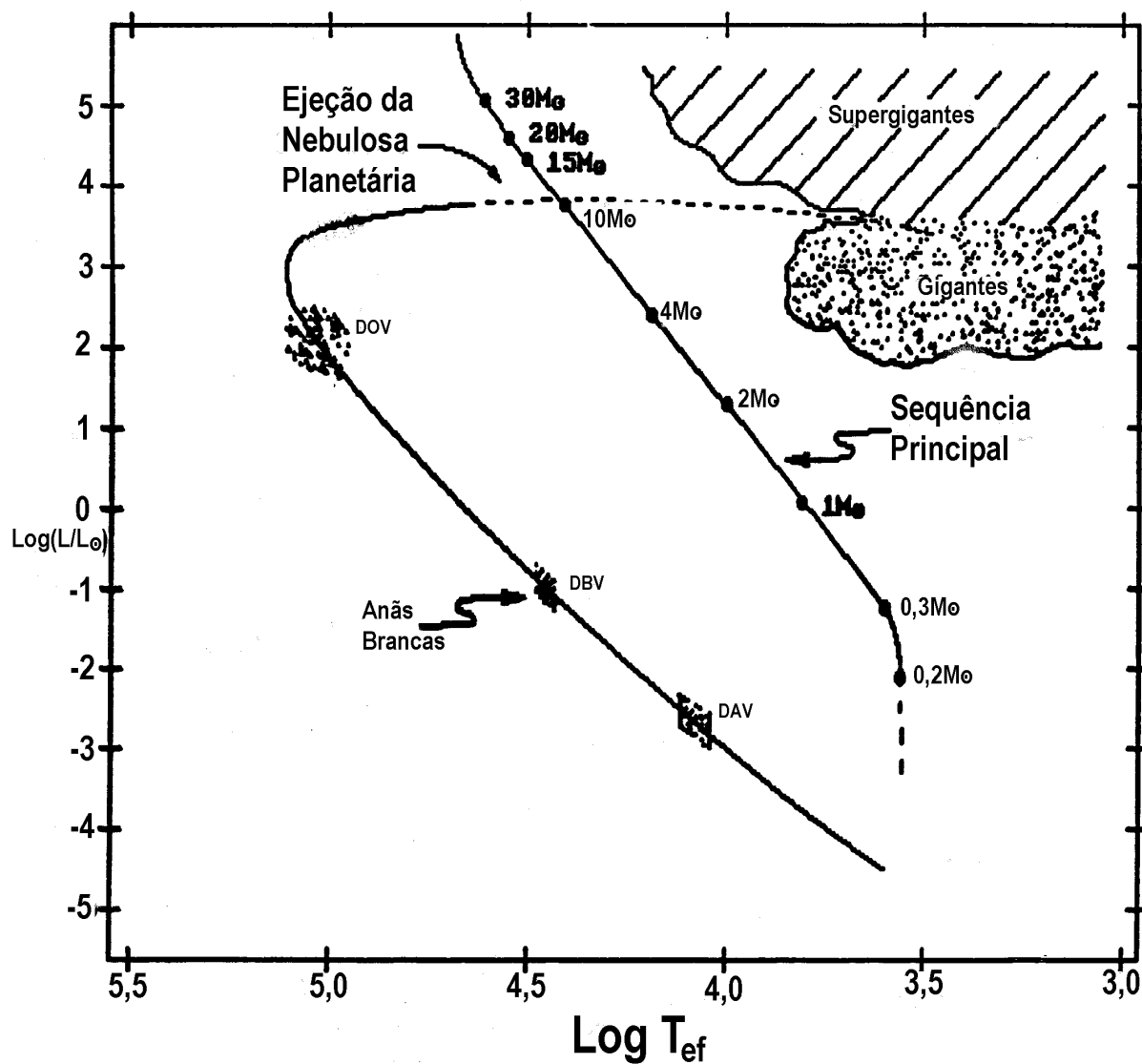


Fig. 1.2: Diagrama-HR com as fases evolutivas de uma estrela de massa intermediária. A seqüência de esfriamento das anãs brancas está na parte menos luminosa e de alta temperatura do diagrama (canto inferior esquerdo). Gráfico original de Wood (1990).

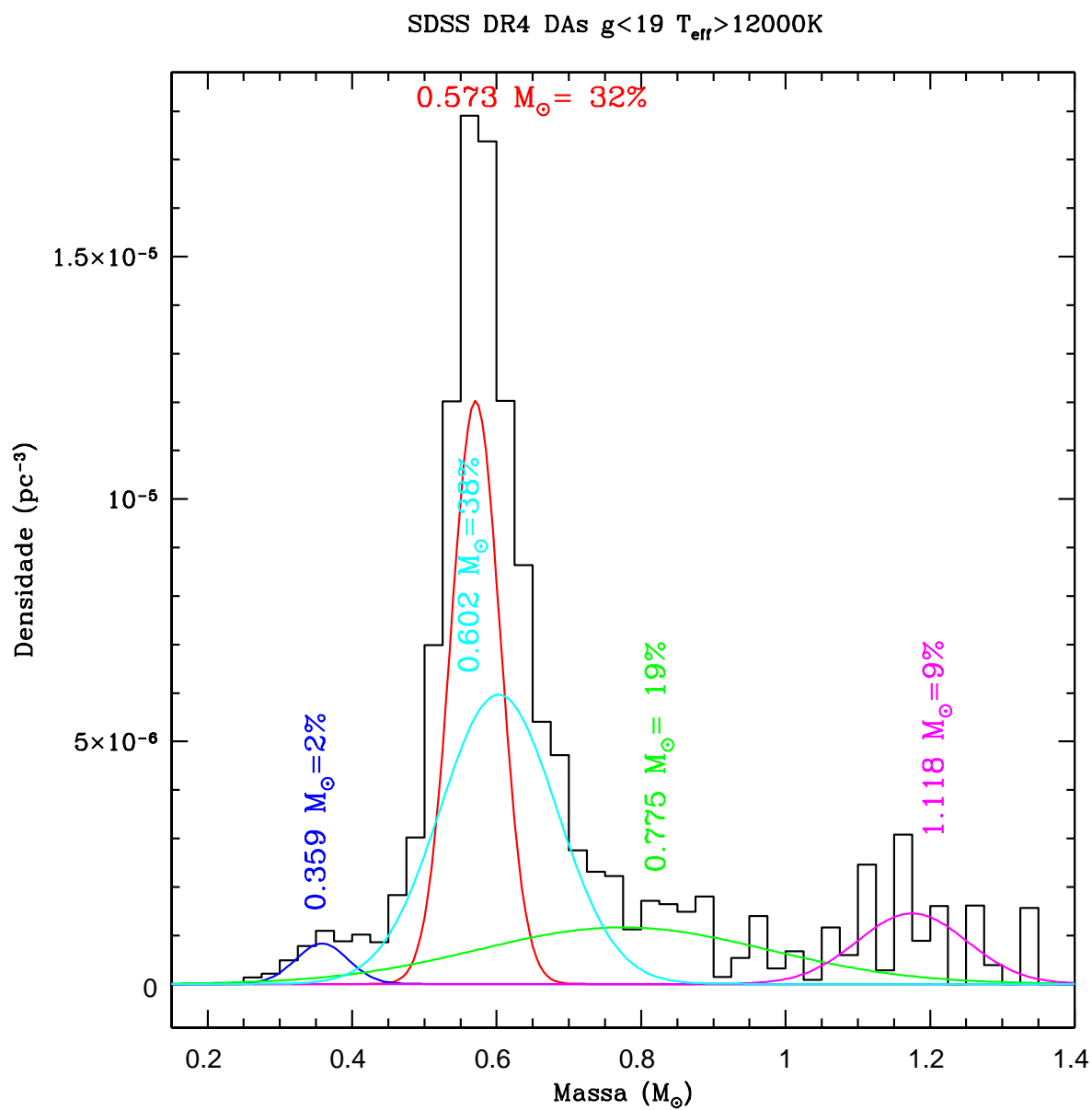


Fig. 1.3: Gráfico com a distribuição de massa para as DAs mais brilhantes que $g < 19$ e mais quentes ($T_{\text{ef}} > 12\,000\text{K}$) observadas no DR4 do SDSS (Kepler et al. 2007).

para *Planetary Nebula Nuclei*), ela ainda está muito quente ($T_{\text{ef}} \sim 150\,000\text{ K}$) e, portanto, os elementos na atmosfera estão totalmente ionizados. A estrela é uma pré-anã branca, com tipo espectral DO. Nesta fase, a contração ainda é importante. À medida que a estrela esfria, ocorre a sedimentação gravitacional, ou seja, os elementos mais pesados depositam-se no núcleo, enquanto que os mais leves ficam nas camadas mais externas. Aproximadamente 86% das anãs brancas possuem quantidades de H detectáveis ($M_H > 10^{-10} M_*$, e.g. Dufour et al. 2007), as quais evoluem para DAs quando atingem temperaturas mais baixas. Se a quantidade de H for menor que este valor, podendo inclusive ser nula, a estrela evolui para uma DB. Este é o segundo tipo espectral mais comum, presente em cerca de 8% das demais anãs brancas.

Por volta de 1987, foi proposta a teoria de que as anãs brancas poderiam evoluir de DBs para DAs e, novamente para DBs, na tentativa de explicar a ausência observacional de DBs (*DB gap*); não se tinha observado nenhuma DB com temperaturas entre 30 000 e 40 000 K. Atualmente, foram descobertas diversas DBs com estas temperaturas (Eisenstein et al. 2006b), mas o que ainda permanece é uma redução na quantidade de DBs nesta faixa.

Quando as anãs brancas esfriam, a zona de convecção se estende, mas as linhas de H e He desaparecem. Surgem, então as DCs.

1.3 Por que estudar anãs brancas?

O objetivo desta tese é estudar a estrutura interna das anãs brancas. Mas, afinal, por que é importante estudar anãs brancas?

Existem vários motivos, mas o mais óbvio é que as anãs brancas são o final evolutivo mais comum. Não apenas uma grande variedade de massas de progenitoras, mas também uma grande variedade de metalicidades vai produzir anãs brancas. O mais impressionante é que o produto final, as anãs brancas resultantes da evolução, têm características bastante

similares entre si. Isto implica que as anãs brancas nos fornecem um vínculo crucial no estudo da evolução estelar como um todo. Como a idade do universo não é suficiente para que as anãs brancas tenham entrado em equilíbrio térmico com o meio, virando anãs pretas, todo o histórico da evolução estelar, desde a sua formação, está escrito na função de luminosidade das anãs brancas!

Quando em sistemas binários interagentes, as anãs brancas podem ser progenitoras das supernovas do tipo Ia. Em geral, a estrela primária do sistema é uma anã branca e a secundária é uma estrela em uma fase evolutiva anterior. Quando a secundária entra na fase de gigante ou supergigante, ela aumenta o raio, podendo preencher o lóbulo de Roche. Se isto acontecer, começa a transferência de matéria para a estrela primária, através de um disco de acreção. A presença de campos magnéticos fortes podem prevenir a existência de um disco, fazendo com que a transferência de massa ocorra pelo pólo. Se a massa da anã branca atingir o limite de Chandrasekhar, ocorre a queima explosiva, causando uma explosão como supernova Ia, usada como candela padrão (*standard candle*). Alternativamente, se a taxa de transferência de massa for baixa, podem ocorrer pequenas explosões, as novas, que não destroem a anã branca, já que a massa não supera o limite de Chandrasekhar. Portanto, o estudo das anãs brancas também nos auxilia no entendimento da interação entre estrelas em sistemas binários.

O interior das anãs brancas é extremamente quente e denso. A pressão que suporta a gravidade é a pressão de degenerescência dos elétrons, uma vez que o Princípio da Incerteza ($\Delta p \Delta r \gtrsim h$) junto com o Princípio da Exclusão de Pauli exigem que os elétrons tenham grande momentum quando confinados em um espaço muito pequeno. Quaisquer partículas exóticas, tais como os neutrinos ou mesmo os áxions propostos para explicar a violação da carga-paridade, podem ser geradas no interior da estrela. As medidas das taxas de esfriamento das anãs brancas (e.g. Costa et al. 1999, Kepler et al. 2005) servem, portanto, como laboratórios para a geração destas partículas. As altas pressão e temperatura também

permitem o estudo de fenômenos de cristalização em condições extremas, as quais não podem ser reproduzidas nos laboratórios terrestres atuais (e.g. Metcalfe 2005).

Apesar desta lista de motivações, a mais importante delas é outra característica das anãs brancas. À medida que esfriam, estas estrelas atravessam faixas de instabilidade, possibilitando que se estude o seu interior em detalhes. Comparativamente, no caso da Terra, foram os abalos sísmicos ao longo dos anos que permitiram a determinação das características da estrutura interna do nosso planeta. Similarmente, o estudo das milhares de pulsações solares permitiu a análise de toda a sua estrutura interna.

Se uma anã branca apresenta ou não pulsações em uma das faixas de instabilidade depende, entre outros fatores que serão discutidos no decorrer desta tese, da abundância química da atmosfera. As pulsações nas anãs brancas não são causadas por queima nuclear, mecanismo- ϵ (Ledoux & Sauvenier-Goffin 1950, Kawaler et al. 1986). Hine (1988) procurou pulsações com períodos curtos nas PNNs, as quais seriam causadas pelo mecanismo- ϵ , mas nenhuma foi detectada.

1.4 Pulsações estelares

Em sua evolução, as estrelas produzem energia tanto por fusão nuclear como por contração, contra-balançando a força gravitacional exercida pelas diversas camadas. A temperatura no interior das estrelas, em geral, é mais alta que na atmosfera; portanto, existe um fluxo de radiação, devido ao gradiente de temperatura, que mantém a estrela brilhando. A energia interna é transportada pelos mecanismos de radiação, condução e convecção.

A condução é um processo que ocorre em nível microscópico e que depende do livre caminho médio dos íons e elétrons que compõem o gás. Nos interiores estelares, o livre caminho médio é quase sempre muito pequeno quando comparado ao raio da estrela. Portanto, a

condução é normalmente um processo lento e pouco eficiente. Entretanto, para um gás degenerado, como é o caso do interior das anãs brancas, das estrelas de nêutrons e dos núcleos de estrelas gigantes vermelhas, a situação é diferente e o livre caminho médio dos elétrons é muito grande. Já que a maioria dos estados energéticos está ocupada, o transporte de energia pela condução de elétrons é privilegiado.

Radiação e convecção são, em geral, os principais mecanismos de transporte de energia tanto nos interiores estelares quanto na atmosfera. O que realmente define qual destes dois mecanismos é o dominante para uma certa camada é a sua opacidade e a quantidade total de energia que está sendo transportada. O fluxo radiativo de energia é proporcional ao gradiente de temperatura e inversamente proporcional à opacidade.

O transporte de energia por convecção envolve movimento de massa e ocorre quando a condição de equilíbrio radiativo não é satisfeita. Ou a camada é bastante opaca à radiação ou o gradiente de temperaturas é muito acentuado, como no interior das estrelas massivas, que são convectivas na fase de seqüência principal porque a taxa de geração de energia pelo ciclo CNO é proporcional a T^{20} . O fluxo radiativo proveniente do interior, ao atingir um elemento de massa de uma camada opaca mais externa, é absorvido, aumentando sua temperatura em relação ao meio. Este elemento se expande e a pressão no seu interior diminui. Se o critério de Karl Schwarzschild (1906) não for satisfeito, em outras palavras, se o gradiente real de temperatura for maior que o gradiente adiabático, o elemento de massa em questão é instável em relação a movimentos convectivos, provocando seu deslocamento para cima. Em contrapartida, um elemento mais frio, proveniente de uma camada mais externa, desce. Eis a descrição do movimento de massa.

Erika Böhm-Vitense (1958) propôs uma teoria unidimensional para tratar a convecção em interiores estelares, conhecida por Teoria do Comprimento de Mistura (MLT, sigla em inglês para *mixing length theory*). Nesta formulação, a convecção depende apenas de variáveis termodinâmicas locais, sendo que o comprimento de mistura l , a distância vertical

média da bolha ascendente, é um parâmetro livre, que pode ser escrito segundo a expressão:

$$l = \alpha H_P \quad (1.1)$$

onde α define a eficiência do transporte convectivo e H_P (escala de altura de pressão) é a distância em que a pressão do gás diminui por um fator de e . ML1 é definido com $\alpha = 1$. ML2, uma descrição mais eficiente, é definida limitando-se as perdas horizontais, tendo sido proposta por Böhm e Cassinelli (1971). O critério de Schwarzschild foi alterado por Paul Ledoux (1947) para incluir as modificações na composição química das camadas.

Outro parâmetro ajustável é o *overshooting*, responsável por descrever a existência de uma zona de mistura convectiva de matéria e calor imediatamente após a interface convectiva. Esta zona de transição aparece normalmente devido à desaceleração dos elementos de massa, os quais ainda estão em movimento no final da região convectiva. Mesmo que a MLT seja uma teoria meramente fenomenológica, ela funciona bem em muitos casos, como para as estrelas da seqüência principal. Notoriamente, a MLT é uma simplificação do problema real, visto que a convecção é um processo não-local.

As tentativas de simulação numérica (Ludwig, Jordan & Steffen 1994) buscam calibrar e verificar a validade da MLT, para anãs brancas. Efetivamente, os modelos bi-dimensionais ainda não tiveram grande êxito, mesmo sendo mais realísticos que uma descrição unidimensional e parametrizada.

Outra descrição é a Teoria Turbulenta proposta por Canuto & Mazzitelli (1991) e aprimorada por Canuto, Goldman & Mazzitelli (1996), a qual descreve a convecção como o empilhamento vertical de bolhas; as bolhas menores estão próximas ao topo da zona convectiva e as maiores estão na base da camada convectiva. Este fenômeno é peculiar à turbulência convectiva, causada por efeitos não-lineares de compressibilidade e não por interação. A quantidade de energia transportada por cada bolha é diretamente proporcional

ao seu tamanho. A bolha é freada por 2 processos: viscosidade turbulenta (espalhamento causado por colisões com bolhas menores) e interação com a fonte (energia contida na bolha). Alguns modelos de pulsação das ZZ Ceti de La Plata incluem a teoria turbulenta (e.g. Althaus & Benvenuto 1996, Benvenuto et al. 2002).

Suponhamos uma camada extremamente quente; à medida que a camada esfria, ela torna-se mais e mais opaca, até virar uma zona de ionização parcial, na qual uma parte significativa dos átomos está se ionizando ou desionizando. Nas zonas de ionização parcial, geralmente compostas por H ou He nos interiores estelares, os fótons provenientes do interior ionizam os átomos da camada. Quando o gás passa a ser ionizado, o número de partículas é maior, pois os elétrons não mais estão ligados aos núcleos. Aumentando o número de partículas, a pressão do gás aumenta, resultando na expansão da camada. Ao se expandir, ela esfria, diminuindo a velocidade e a energia das partículas, que eventualmente se recombinam formando átomos neutros, diminuindo o número de partículas. Assim sendo, a pressão também diminui e a camada se contrai, aumentando a densidade e a opacidade; recomeça, então, o ciclo. Este processo é responsável pela pulsação em algumas estrelas, atuando como um mecanismo auxiliar no transporte de energia para as estrelas. Este foi o mecanismo descrito por John Paul Cox, em 1960, para explicar a excitação das Cefeidas.

Em uma região de ionização parcial, a opacidade aumenta quando a temperatura aumenta e a energia se acumula nesta camada. O elemento de massa torna-se mais quente que sua vizinhança, sendo instável à pulsação, como descrito acima. Este é o mecanismo- κ , em alusão à opacidade κ . Por exemplo, a segunda ionização do He, responsável pela excitação das estrelas Cefeidas, ocorre quando o elétron mais externo está sendo removido e recombinado. O trabalho de compressão é parcialmente responsável por ionizar o He e as temperaturas não aumentam tanto quanto se a ionização não estivesse acontecendo. Então, a região de ionização tende a ser mais fria que as regiões circundantes sob compressão e a energia tende a fluir para dentro da região ionizante. Esta parte do processo de

desestabilização é chamada mecanismo- γ (Cox 1960).

Se a zona de ionização for muito superficial, o efeito de expansão da camada opaca faz com que a estrela perca a pequena fração de massa expandida, impossibilitando a pulsação. Em compensação, se for muito interna, a energia transportada por esta zona não é suficiente para movimentar as camadas acima dela, ou seja, a estrela também não pulsa. Nas anãs brancas pulsantes, a zona de ionização transporta o correspondente a, no máximo, 20% da energia total, não perturbando a estrela como um todo. Por conseguinte, para que haja pulsação, ou melhor, para que uma zona de ionização interfira na luminosidade da estrela, sua profundidade deve ser tal que a energia transportada seja capaz de deslocar as camadas superiores, ainda que seja não-radialmente, causando variações de brilho. Dentro de uma faixa de instabilidade, quanto mais fria for a estrela, mais interna será a zona de ionização, maior é a quantidade de energia transportada pela pulsação, logo, maior é a amplitude real da variação de luminosidade. Ainda, quanto mais interna estiver a camada, maior é período dominante, que é proporcional ao tempo térmico e este é proporcional ao tempo dinâmico da camada.

A pulsação ocorre quando não há equilíbrio hidrostático e um elemento de massa se move, similar à convecção. As forças não são contrabalançadas e a aceleração local causa o movimento dos fluidos, por isto a frequência é proporcional à frequência de Brunt-Väisälä, discutida a seguir (ver equação 1.6). O tempo dinâmico, ou de queda livre, pode ser estimado calculando-se a desobediência ao equilíbrio hidrostático. Supondo que, em algum ponto da estrela, a aceleração gravitacional de uma fração de massa f não seja contrabalançada pela força de pressão, acelerando uma certa quantidade de matéria, temos que:

$$\frac{d^2r}{dt^2} = f \frac{GM_r}{r^2} \quad (1.2)$$

A aceleração causa um deslocamento dr que assumimos como igual a fR , onde R é o raio

da estrela. Assumindo que o movimento seja retilíneo e uniformemente acelerado, resolve-se esta equação para dt :

$$dr = \frac{1}{2} \frac{d^2 r}{dt^2} dt^2 \equiv f R \quad (1.3)$$

$$\tau_{din} = dt = \left(\frac{2fR}{d^2 r/dt^2} \right)^{\frac{1}{2}} \approx \left(G \frac{M}{R^3} \right)^{-\frac{1}{2}} \approx \left(\frac{1}{G\bar{\rho}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.4)$$

onde $\bar{\rho}$ é a densidade média. Calculando para um ponto médio do Sol, $\tau_{din} \sim 15$ min.

Qualquer não cumprimento da condição de equilíbrio hidrostático causa deslocamentos grandes e rápidos. O resultado relevante da derivação acima é que o período de pulsação radial, o tempo dinâmico, é dado por $P \approx \frac{1}{(G\bar{\rho})^{1/2}}$. A camada se ioniza e se desioniza periodicamente, causando a modulação do fluxo radiativo que perturba toda a estrela e atinge sua superfície.

Para calcular os períodos normais das pulsações em interiores estelares, a primeira aproximação feita é a adiabática; supõe-se que não há mudança de energia na estrela. Desta forma, a energia transportada pela pulsação ao atingir a atmosfera é refletida para o interior. Esta é uma grande simplificação do problema que o torna solúvel, mas toda e qualquer informação sobre o que está gerando a pulsação, bem como a determinação do valor de sua amplitude, está sendo perdida. O cálculo das amplitudes e o estudo das características da instabilidade só são possíveis utilizando-se a aproximação não-adiabática, que leva em conta o calor trocado entre os elementos que estão em movimento por causa da pulsação.

As pulsações em interiores estelares podem ser consideradas como ondas, com comprimento de onda da ordem do raio da estrela. O período de pulsação P é igual ao tempo dinâmico, a menos de alguns fatores numéricos da ordem de 1, já que as pulsações radiais ou não-radiais de baixa ordem e os processos dinâmicos são determinados pela energia gravitacional da estrela. A expressão correta para o período radial de pulsação é:

$$P = \frac{2\pi}{[(3\Gamma_1 - 4)\frac{4\pi}{3}G\bar{\rho}]^{1/2}} \quad (1.5)$$

onde $\Gamma_1 = \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho}\right)_{\text{ad}}$ é a relação Lagrangeana entre mudanças em pressão e mudanças em densidade (e.g. Cox 1968, Unno et al. 1989).

Considerando-se anãs brancas com $\bar{\rho}_{ab} \simeq 10^6 \text{ g cm}^{-3}$ e supergigantes com $\bar{\rho}_G \simeq 10^{-9} \text{ g cm}^{-3}$, os períodos radiais podem variar de 3 s a 1 000 dias.

As pulsações radiais são aquelas em que ocorre mudança de raio, ou seja, a estrela aumenta de tamanho e depois retorna ao tamanho original; a simetria radial da estrela é mantida. Este tipo de pulsação é característico das variáveis clássicas, por exemplo as Cefeidas e as Miras. As pulsações não-radiais, nas quais a simetria radial não é preservada, são típicas do Sol, das anãs brancas pulsantes, das δ Scuti, das roAp e outros tipos de variáveis.

No caso das pulsações não-radiais, há duas frequências muito importantes. A frequência de Brunt-Väisälä é definida por:

$$N^2 = -g \left[\frac{d \ln \rho}{dr} - \frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln P}{dr} \right] \quad (1.6)$$

Esta frequência é associada à flutuabilidade, correspondendo à maior frequência de oscilação gravitacional em um meio completamente compressível. No caso dos modos- g não-radiais, esta é a frequência dominante, como é o caso das anãs brancas estudadas nesta tese.

A frequência de Lamb é definida por:

$$S_\ell^2 = \frac{\ell(\ell + 1)}{r^2} v_s^2 \quad (1.7)$$

onde $v_s^2 \propto \frac{P}{\rho}$ é a velocidade do som no meio. Esta frequência é análoga à frequência acústica

para as ondas não-radial, sendo a dominante no caso do Sol, por exemplo.

A descrição das grandezas que caracterizam as pulsações, tais como deslocamentos radial e angular, variações de temperatura e fluxo de energia, em geral, podem ser separadas em duas componentes, uma radial e outra angular, na forma:

$$\delta F(r, \theta, \phi) = \Re\{F_k(r) Y_\ell^m(\theta, \phi) e^{i\sigma t}\} \quad (1.8)$$

onde $F_k(r)$ é uma função que varia com o raio r e σ é a frequência de pulsação dada por $\sigma = \frac{1}{P}$. O índice k é o número de nodos entre a superfície da estrela e o centro. Neste sentido, mesmo que a pulsação seja gerada em uma zona de ionização no envelope da estrela, este efeito pode se propagar em toda a estrela. O termo $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ é uma função, chamada harmônico esférico, que varia com os ângulos θ e ϕ . O índice ℓ é o grau do harmônico esférico e m é o número azimutal.

1.4.1 Harmônicos Esféricos

Os harmônicos esféricos constituem uma base completa de funções. Isto significa que as funções são linearmente independentes entre si, ou ainda, ortogonais; nenhum harmônico esférico pode ser escrito em termos de outros. Por outro lado, qualquer função angular pode ser descrita como uma combinação linear das funções que compõe a base dos harmônicos esféricos.

As funções de harmônicos esféricos $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ são dadas para $m \geq 0$, por:

$$Y_\ell^m(\theta, \phi) = \frac{(-1)^\ell}{2^\ell \ell!} \sqrt{\frac{2\ell + 1}{4\pi} \frac{(\ell - m)!}{(\ell + m)!}} e^{im\phi} \frac{1}{\sin^m \theta} \frac{d^{\ell-m}}{d(\cos \theta)^{\ell-m}} (\sin \theta)^{2\ell} \quad (1.9)$$

Define-se $Y_\ell^{-m}(\theta, \phi)$ como:

Spherical Harmonic Visualizations

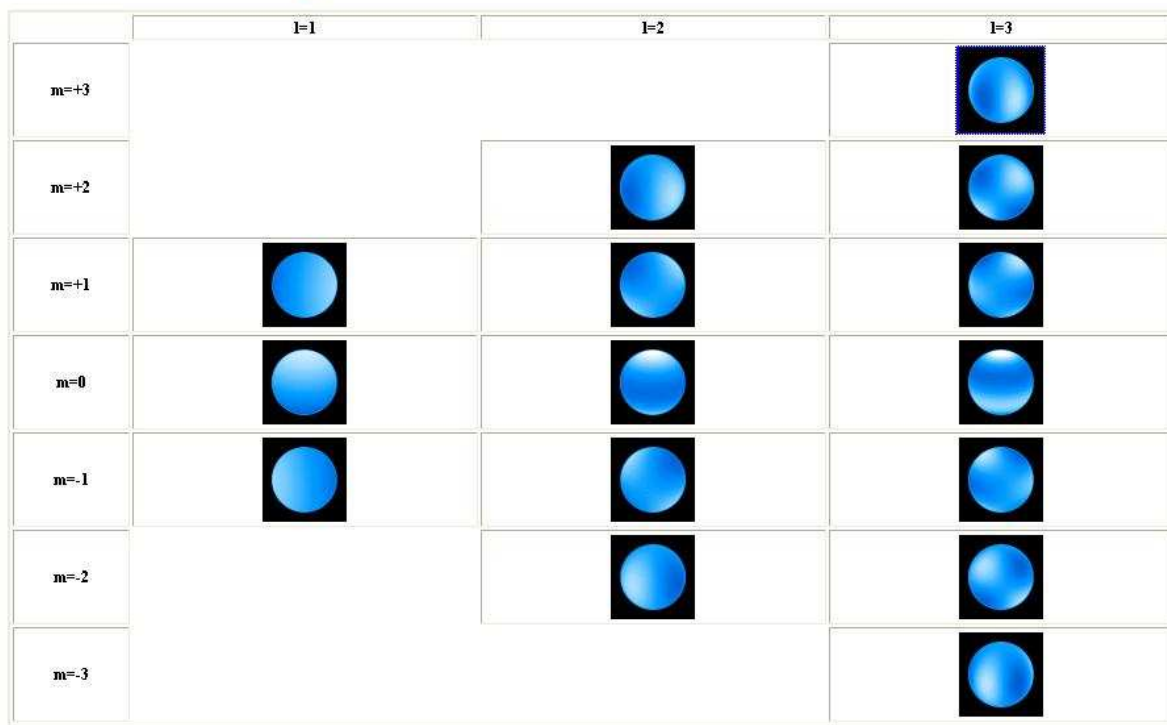


Fig. 1.4: Figura que ilustra os harmônicos esféricos, da tese de doutorado de Travis Scott Metcalfe.

$$Y_{\ell}^{-m}(\theta, \phi) = (-1)^m [Y_{\ell}^m(\theta, \phi)]^* \tag{1.10}$$

ℓ pode ter qualquer valor natural, $\ell = 0, 1, \dots$, e m é qualquer valor inteiro limitado pelo valor de ℓ na forma: $|m| \leq \ell$.

Na figura 1.4 está a visualização dos harmônicos esféricos para diferentes ℓ e m (Metcalfe 2001).

1.4.2 Modos de Pulsação

Os modos de pulsação são classificados segundo a força que atua no elemento no sentido

contrário ao seu movimento, na tentativa de restabelecer o equilíbrio. Na tabela 1.2 estão os modos de pulsação e suas respectivas forças restauradoras. Cowling (1941) introduziu também a nomenclatura de um modo f (fundamental), com período entre os modos p e g .

Quando ℓ é igual a zero, os modos p de pulsação são radiais, pois não há nenhuma contribuição angular, já que $Y_0^0(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$.

Modos	Força Restauradora
g	Gravitacional
p	Pressão do gás
r	Coriolis
s	Fricção

Tab. 1.2: Principais modos de pulsação e suas respectivas forças restauradoras.

É importante salientar que estes são apenas alguns dos vários modos de pulsação possíveis. Se a estrutura não for gasosa, como no interior das estrelas de nêutrons (e.g. McDermott, van Horn & Hansen 1988, Bildsten, Ushomirsky & Cutler 1996), os modos estranhos (*strange*) podem aparecer, estando presentes também nos modelos de estrelas na seqüência principal ou gigantes, PNNV, Wolf-Rayet; são modos radiais que aparecem nos cálculos não-adiabáticos, causados por ressonâncias nas camadas acima e abaixo da zona de ionização parcial (Buchler, Yecko & Kollath 1997). Dos modos listados, os que serão tratados nesta seção são os modos- g , que ocorrem nas anãs brancas, e os modos- p , que são os dominantes no Sol, embora modos- g solares já tenham sido detectados. Estes são os modos dominantes para os limites evolucionários (seqüência principal e final da vida de uma estrela). O Sol é, sem dúvida alguma, a estrela mais conhecida por nós. Entre todas as demais classes de estrelas pulsantes, as anãs brancas são mais compreendidas, principalmente por causa de sua estrutura *relativamente* simples.

Os modos- p , detectados no Sol, constituem-se nos modos de alta freqüência do espectro de oscilações não-radiais. Assintoticamente, as freqüências são igualmente espaçadas, amostrando a estrutura de temperatura, pois a pressão do gás não-degenerado depende da

temperatura.

Os modos- g , responsáveis pela pulsação nas anãs brancas, são de baixa frequência relativamente ao modo- p . Para modos- g , os períodos são igualmente espaçados para valores assintóticos de k , o que é muito útil para a análise das anãs brancas pulsantes, e são muito sensíveis ao valor de ℓ , $P \approx k \frac{2\pi^2}{[\ell(\ell+1)]^2} \left[\int_0^R \frac{N}{r} dr \right]$.

1.4.3 Pulsações das Anãs Brancas

A primeira anã branca pulsante descoberta foi a estrela HL Tau 76 por Arlo Landolt em 1968. Ele estava estudando estrelas padrões quando, por acaso, deparou-se com uma anã branca que apresentava variações periódicas de brilho, com períodos entre 380s e 1400s. Como não se observam períodos de ~ 3 s, típicos de pulsações radiais, as pulsações em anãs brancas foram consideradas como não-radiais (Robinson 1979).

Os modos- g se propagam no envelope das anãs brancas, enquanto que os modos- p , com períodos de poucos segundos e ainda não observados (Kepler et al. 1982, Silvotti et al. 2006), se propagam no seu interior. Este comportamento é oposto ao que se observa no Sol.

A causa da instabilidade é a mesma que excita as variáveis clássicas, estando associada às zonas de ionização parcial do H e do He. Para objetos mais quentes, como é o caso das DOVs, os modelos teóricos mostram que os elementos responsáveis pelas pulsações são o C e o O, que estão quase completamente ionizados, pois a temperatura é extremamente alta ($T_{\text{ef}} \sim 70\,000\text{ K}$ a $200\,000\text{ K}$). Um detalhe interessante é que as DOVs não possuem zonas de convecção significativas, apenas zonas radiativas, de acordo com modelos teóricos (e.g. Quirion, Fontaine & Brassard 2006, Córscico, Althaus & Bertolami 2006) e observações (Costa et al. 2007).

As anãs brancas atravessam faixas de instabilidade ao longo de sua seqüência de es-

friamento. A faixa de instabilidade das DBs é a única classe de variáveis que foi predita antes de ser observada (Winget et al. 1983). Até agora são conhecidas apenas 13 DBVs (Nitta et al. 2005). A pequena quantidade de DBVs observadas dificulta a delimitação e as propriedades da faixa de instabilidade (Beauchamp et al. 1999, Castanheira et al. 2006b). Resultados de modelos sugerem que as DBs começam a pulsar com $T_{\text{ef}} \simeq 30\,000\text{ K}$, cessando em $\simeq 20\,000\text{ K}$.

A faixa de pulsação causada pela ionização do H é bem mais conhecida em função da quantidade razoável de DAVs ou ZZ Ceti, diretamente em função de 86% das anãs brancas serem DAs e pelo cerca de 1 Gano que elas levam para atravessar a faixa de instabilidade. As estrelas que definem a borda azul da faixa de instabilidade têm $T_{\text{ef}} \simeq 12\,300\text{ K}$ (Bergeron et al. 2004), enquanto que as que definem a borda vermelha têm $T_{\text{ef}} \simeq 10\,800\text{ K}$ (Mukadam et al. 2004). Observacionalmente determinou-se a dependência da faixa de instabilidade com a massa da anã branca; quanto mais massiva for a estrela, maior a T_{ef} com a qual ela começará a pulsar (Giovannini et al. 1998). Os trabalhos teóricos de Bradley & Winget (1994) e Fontaine et al. (1994) concordam com esta relação. Apesar desta dependência, a largura da faixa de instabilidade ($\sim 1\,500\text{ K}$) é similar para todas as massas.

As ZZ Ceti com massas próximas ao valor mais provável ao pico da distribuição de massa, que definem a borda azul da faixa de instabilidade, têm períodos muito próximos de 215 s, de baixa amplitude ($\sim 2\%$). Ao passo que a estrela esfria, a amplitude vai aumentando. Este primeiro bloco de períodos deve ser o modo $k = 1$ ou 2, $\ell = 1$; entretanto, os modelos não-adiabáticos de Winget, van Horn & Hansen (1981) dizem que os primeiros modos excitados devem ser $\ell = 3$ e $k = 1$, para períodos da ordem de 100 s. Uma das ZZ Ceti mais quentes, porém mais massiva que a média, entre as que definem a borda azul é a G 226–29, que pulsa com período de pulsação próximo a 109 s, com um triplete de mesmo k e ℓ , separado por rotação (Kepler et al. 1995). Kepler et al. (2000) compararam a amplitude de pulsação no óptico com o ultravioleta, demonstrando que os modos são muito

provavelmente $\ell = 1$, consistente com o fato de um triplete ser observado.

A borda vermelha desta faixa de instabilidade, quando a estrela pára de pulsar, é caracterizada por períodos de pulsação próximos de 600 s e mais longos, de alta amplitude ($\sim 20\%$). Recentemente foram descobertas oito estrelas com períodos mais longos ($\sim 1\,000$ s), mas de baixa amplitude, em ZZ Ceti frias (Mukadam et al. 2004, Castanheira et al. 2006). Estas estrelas preenchem a lacuna evolutiva quando as ZZ Ceti estão parando de pulsar. Kanaan, Kepler & Winget (2002) observaram várias estrelas na busca destes exemplares da borda vermelha, mas o limite de detecção era de 5 mma (ma \equiv modulação de amplitude; 10 mma = 1%), acima dos valores das amplitudes detectadas nestas estrelas.

As pulsações detectadas nas anãs brancas têm $\ell = 1$ ou 2, com variações de raio e temperatura da ordem de 1 metro e de 200 K, respectivamente (Robinson, Kepler & Nather 1982).

1.4.4 Efeitos não-lineares

Os harmônicos são oscilações cujas frequências são múltiplos inteiros de uma frequência principal. Seja uma periodicidade de frequência f , o primeiro harmônico tem $2f$, o segundo harmônico tem $3f$, e assim por diante.

Os processos que podem gerar harmônicos e combinações lineares em uma estrela variável são: resposta não-linear do fluxo a uma variação de temperatura (e.g. Brassard et al. 1991), resposta não-linear da zona de convecção a uma perturbação oscilatória que a atravessa (Brickhill 1991, Wu 2001), ressonância entre os modos de pulsação e excitação não-linear dos modos (Buchler, Goupil & Hansen 1997). Os processos de resposta não-linear, chamados de distorções na forma do pulso, têm origem na resposta não-linear do meio estelar às pulsações.

Brickhill (1991) foi um dos primeiros a explorar com sucesso as propriedades da zona convectiva com dependência temporal para os interiores estelares. Ele calculou numericamente as primeiras curvas de luz teóricas de ZZ Ceti. No modelo dele, a zona superficial convectiva quase isotrópica ajusta sua entropia em escalas de tempo curtas, atenuando e atrasando qualquer mudança de fluxo que se originou na sua base. Como a zona de convecção muda de espessura durante um único ciclo de pulsação, a quantidade de atenuação e atraso muda também, distorcendo as variações na oscilação de entrada (pulsação) e criando frequências combinadas na transformada de Fourier do sinal de saída. Goldreich e Wu (1999) deram um enfoque analítico aos trabalhos de Brickhill. Wu (2001) derivou expressões aproximadas para as amplitudes das frequências combinadas. Estas dependem das frequências, das amplitudes, dos índices dos esféricos harmônicos dos modos pais e do ângulo de inclinação do eixo de pulsação com relação à linha de visada, o qual cancela os modos com $m = 0$ ou com $m \pm 1$. Esta descrição foi aplicada por Yeates et al. (2005) para oito ZZ Ceti da borda azul da faixa de instabilidade, levando à identificação e caracterização dos modos fundamentais.

A prova observacional da teoria de como os efeitos não-lineares se originam só foi possível com o estudo detalhado da estrela PG 1159-035 (Costa et al. 2007). De acordo com os modelos, nesta fase, a zona de convecção é inexistente ou totalmente desprezível. José Eduardo da Silveira Costa (2004) identificou 198 periodicidades nesta estrela, colocando-a em segundo lugar, perdendo apenas para o Sol, quanto ao número de modos detectados. O que efetivamente comprova a teoria é que nenhuma destas periodicidades é combinação linear, ou seja, todas as pulsações são modos independentes.

No caso de pulsações não-radiais, o espectro de frequências é bastante denso, tendo várias pulsações simultâneas, com ℓ diferente, possibilitando ressonâncias, se não houver regras de combinação violadas (Dziembowski 1977). As ressonâncias podem causar chaveamento de frequências, isto é, frequências aproximadamente ressonantes podem ser deslocadas de modo que se observem frequências exatamente ressonantes, com amplitudes constantes (Buchler,

Goupil & Hansen 1997).

Como a zona de ionização parcial é a causa inicial da pulsação, as amplitudes das pulsações devem aumentar de acordo com a escala de tempo evolucionário, já que a zona de ionização parcial está se deslocando para dentro, com o esfriamento da estrela. A energia térmica cresce exponencialmente à medida que a ionização vai se aprofundando, logo, a energia disponível para a pulsação também cresce na mesma taxa. Quando a amplitude de pulsação cresce até atingir proporções não-lineares, um modo normal não pode mais ser descrito por meio de um único harmônico esférico.

Nas teorias lineares de ressonância, as combinações de três ou mais frequências devem ter amplitudes muito menores do que as combinações de duas frequências, porque envolvem coeficientes de mais alta ordem.

1.4.5 Relações observacionais das ZZ Cetus

Ao longo da faixa de instabilidade das ZZ Cetus, as estrelas modificam seu espectro de pulsação de acordo com a temperatura. Mukadam et al. (2006) calcularam o período médio ponderado (WMP é a sigla em inglês de *weighted mean period*) pela amplitude observada da seguinte forma:

$$\text{WMP} = \frac{\sum_i P_i A_i}{\sum_i A_i} \quad (1.11)$$

onde P_i é o período para cada modo e A_i a amplitude observada. Eles estabeleceram uma relação linear entre WMP e T_{ef} .

Outra quantidade que varia à medida que as ZZ Cetus esfriam é a amplitude. Ocorre um aumento da amplitude desde a borda azul até o seu decréscimo antes da borda vermelha. Eles encontraram, pela primeira vez, uma forte evidência de que as ZZ Cetus não páram de

pulsar de forma abrupta.

Apesar da extrema relevância deste trabalho, nossa definição de período médio ponderado é dada por:

$$\langle P \rangle = \frac{\sum_i P_i A_i^2}{\sum_i A_i^2} \quad (1.12)$$

A justificativa de usarmos o peso com amplitudes quadráticas vem da definição de energia de pulsação:

$$E \propto A^2 f^2 \quad (1.13)$$

onde A é a amplitude e f a frequência do modo. Portanto, nós preferimos usar as nossas próprias relações, mesmo que tenhamos usado as tabelas de períodos e temperatura de Mukadam et al. (2006). No gráfico 1.5, está a variação de $\langle P \rangle$ com a temperatura, em escala logarítmica, para as duas amostras independentes do SDSS e BG04. A amostra SDSS contém 41 ZZ Ceti descobertas por Mukadam et al. (2004) e Mullally et al. (2005) e que possuem temperaturas e gravidades internamente consistentes, calculadas por Eisenstein et al. (2006). As incertezas representativas estão marcadas para duas das estrelas de cada uma das amostras, sendo bastante parecidas para os dois conjuntos de dados. As incertezas em $\langle P \rangle$ são menores que o tamanho do ponto. Mukadam et al. (2006) usaram as T_{ef} derivadas com a calibração de fluxo auto21 do SDSS. Quando eles usaram o auto23, as temperaturas derivadas no DR4 produziram um espalhamento maior. Como não existem valores publicados de calibração auto21 para as anãs brancas do DR4, que inclui todas as nossas novas variáveis (ver capítulos 2 e 3), não foi possível incluí-las no ajuste (figura 1.5). Até o presente momento, não há explicação para a diferença, mas na seção 3.4 nós discutiremos as incertezas em $\log g$ para os valores derivados do auto23 e a correlação entre $\log g$ e T_{ef} . No futuro, pretendemos estudar a relação entre T_{ef} e $\langle P \rangle$ incluindo todas as estrelas, bem como

as determinações de T_{ef} através dos espectros do Gemini (ver seção 3.2). A amostra BG04 é a compilação de todas as demais ZZ Ceti que não fazem parte do catálogo do SDSS, com valores de temperatura e gravidade publicados recentemente por Bergeron et al. (2004).

Ajustando-se uma reta aos dois conjuntos de observações, obtivemos a seguinte relação:

$$\ln\langle P \rangle = (160,65 \pm 15,9) - (16,52 \pm 1,7) \ln T_{\text{ef}} \quad (1.14)$$

É importante ressaltar que, mesmo que a escolha de uma reta seja questionável, existe uma clara dependência entre $\ln\langle P \rangle$ e $\ln T_{\text{ef}}$. A real importância desta estimativa é usá-la como uma estimativa, independente de qualquer outro método, de T_{ef} para as ZZ Ceti.

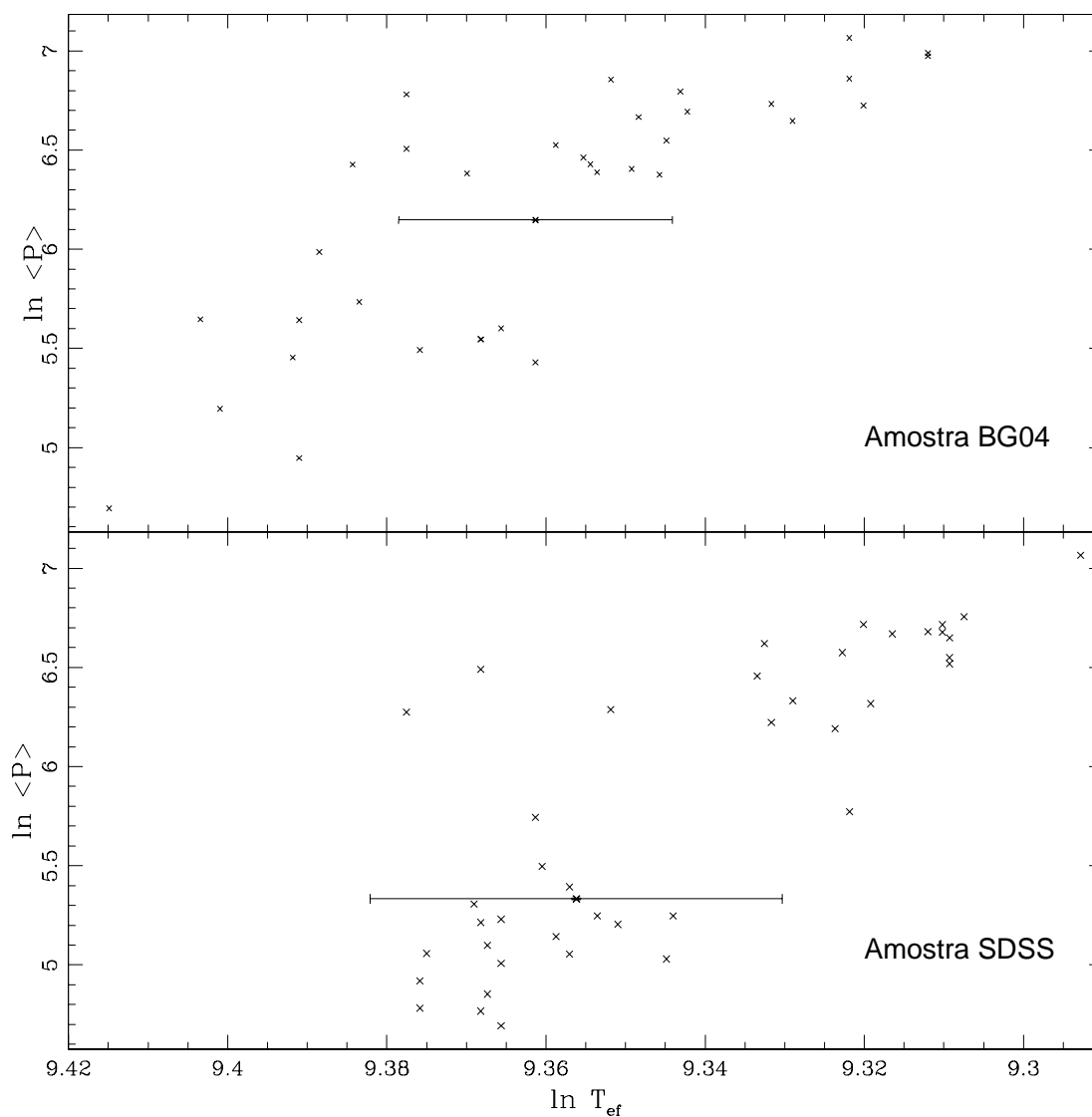


Fig. 1.5: Nos dois painéis estão graficados os valores de período médio ponderado ($\langle P \rangle$) em função da temperatura efetiva (T_{ef}), em escala logarítmica, para as duas amostras independentes de ZZ Ceti do SDSS e BG04, listadas em Mukadam et al. (2006).

Capítulo 2

Descoberta de novas variáveis

Quando iniciei meu estudo, em 2003, existiam somente 36 ZZ Cetis conhecidas, apesar de ser intrinsecamente a classe de variáveis com o maior número de estrelas (Cox 1971); como elas são fracas, só vemos as estrelas muito próximas. O estudo estatístico desta classe só seria possível com um número maior de variáveis conhecidas, pois com este pequeno número, as ZZ Cetis podiam ser divididas, no máximo, em três grupos: as quentes (borda azul), as frias (borda vermelha) e as intermediárias (localizadas no meio da faixa). A primeira parte do meu trabalho foi a busca de novas estrelas ZZ Cetis. Eu participei ativamente de várias campanhas de observação, desde a elaboração dos pedidos de tempo, obtenção dos dados, até a sua redução e interpretação. O resultado desta busca é a descoberta e co-descoberta de 46 novas ZZ Cetis (Mullally et al. 2005, Castanheira et al. 2006, Kepler et al. 2005 e Castanheira et al. 2007). Em julho de 2007, existiam 144 ZZ Cetis conhecidas e mais de 500 candidatas, que precisam ser observadas por fotometria com resolução temporal. Há ainda nove ZZ Cetis descobertas recentemente em sistemas cataclísmicos (e.g. Woudt et al. 2005). Este número tende a aumentar, não apenas devido aos projetos de buscas de variabilidade em andamento para estas estrelas, mas também do constante desenvolvimento e aprimoramento dos instrumentos e telescópios disponíveis.

2.1 Seleção de candidatas

As nossas candidatas a ZZ Ceti são estrelas descobertas ou re-observadas como subprodutos de diversos *surveys*. O mais importante para as nossas campanhas é o *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS), cujo principal objetivo é mapear 10^4 graus quadrados do céu, uma cobertura de mais de 1/4 da calota celeste, em altas latitudes galácticas. O produto final deste projeto será um vasto catálogo de fotometria de estrelas, galáxias e quasares em 5 bandas (u, g, r, i e z) e espectroscopia de parte destes objetos. As observações fotométricas do SDSS são feitas no telescópio de 2,5 metros, no observatório Apache Point, Novo México. A partir dos dados fotométricos, as anãs brancas são selecionadas para espectroscopia quase que por acidente, não por escolha. É possível obter 640 espectros de objetos simultaneamente, com uma cobertura espectral de 3800 até 9200 Å e resolução de 1800. De posse do espectro, é possível classificar entre as diversas classes e sub-classes de objetos estelares e extra-galácticos (e.g. Adelman-McCarthy et al. 2007).

Como as anãs brancas possuem as mesmas cores que os quasares, são objetos azuis e fracos, em geral, são alvos de alta prioridade para espectroscopia. Contudo, as quentes são alvos de altíssima prioridade, pois estas são as estrelas usadas para a calibração de fluxo de todos os demais espectros obtidos.

Até o quarto ano de publicação dos dados, DR4, haviam sido descobertas 13 000 candidatas a anã branca. Eisenstein et al. (2006) publicaram a identificação de 9 316 destas estrelas como anãs brancas, entre as quais 8 000 DAs, 713 DBs, 41 DOs ou estrelas PG1159, 289 DCs, 104 DQs e 133 DZs. Ainda assim, muitas estrelas com difícil classificação não foram incluídas neste trabalho.

Os espectros de DAs e DBs foram comparados com uma grade de espectros sintéticos calculados de modelos de atmosfera teóricos desenvolvidos por Detlev Koester (e.g. Finley, Koester & Basri 1997) para determinar temperaturas efetivas (T_{ef}) e gravidades superficiais

($\log g$). Os modelos de DAs utilizados cobrem uma faixa desde 6 000 até 100 000 K em T_{ef} e de 5 a 10 em $\log g$. Para as DBs, a faixa de T_{ef} ajustada é mais estreita, variando entre 10 000 e 40 000 K e de $\log g$ entre 7 e 10 (Kepler et al. 2007). Já que o avermelhamento não é conhecido para cada uma das estrelas, permitem-se dez re-fluxos diferentes dos modelos, multiplicando toda a grade por polinômios de baixa ordem. Os espectros observados são, então, comparados com estas dez novas grades de modelos, sendo que os melhores valores de T_{ef} e $\log g$ são determinados pelo menor χ^2 . O programa de ajuste também leva em conta as medidas de cores disponíveis para cada estrela. As incertezas publicadas são sempre as incertezas internas do ajuste apenas, considerando que o mínimo absoluto em χ^2 é o melhor modelo e assumindo que não existem outras soluções de menor probabilidade, isto é, que só existe um mínimo; na verdade, podem existir vários mínimos locais, com distintos valores de T_{ef} e $\log g$. Nenhum valor publicado leva em conta qualquer incerteza introduzida pelos polinômios. Comparações de determinações de múltiplos espectros e de comparações com alguns espectros de $S/R \geq 60$, demonstram uma incerteza externa da ordem de $\Delta T_{\text{ef}} \sim 300$ K e $\Delta \log g \sim 0,2$ (Kepler et al. 2006, e seção 3.2).

2.2 Observações

Como mencionado na introdução, as ZZ Ceti pulsam em modos- g , com períodos entre 70 e 1500 s. As nossas candidatas, em geral, são estrelas com magnitude $g \geq 16$, limite em magnitude das estrelas descobertas pelo SDSS, pois as imagens saturam para estrelas mais brilhantes. Na tentativa de se detectar variações de 0,1% em fluxo, é necessário acumular 10^6 fótons, ainda que cada exposição seja de, no máximo, 35 segundos (Teorema de amostragem de Nyquist, Nyquist 1928). Este limite é o máximo para que se possa detectar também estrelas com periodicidades curtas. Uma outra característica das ZZ Ceti é que o máximo de sua emissão ocorre no ultravioleta. Sendo assim, os instrumentos na Terra ideais para

estes projetos são telescópios de grande porte e detectores CCDs que tenham o menor tempo de leitura e a máxima eficiência possível nos comprimentos de onda menores que 4 000 Å.

Os CCDs sensíveis no azul são fabricados cortando-os bem fino, permitindo a exposição à luz pelo lado de trás. Os CCDs com menor tempo de exposição são os fabricados com modo transferência de imagem (*frame transfer*). Este tipo de CCD possui uma parte coberta, que não é exposta à luz e que contém a mesma quantidade de elementos de imagem que a área exposta à luz. Tipicamente, esta área é coberta por um material reflectivo. Logo após as exposições, as detecções feitas nos elementos de imagem expostos são transferidas muito rapidamente para a área coberta, onde serão lidos sem que haja interferência da luz que incide sobre a área exposta, em velocidade menor. Ao mesmo tempo, a parte exposta do CCD está coletando luz de novo, não havendo quase diferenças entre os tempos de exposição sucessivos.

Nós observamos algumas das nossas candidatas no Observatório Pico dos Dias, LNA, Brasil. Para estas observações, usamos o telescópio de 1,6 metros, com o CCD 301 no modo *frame transfer*, que possui 385×578 elementos de imagem e uma eficiência quântica de 60% em torno de 4000Å. Este é o comprimento de onda preferível para se observar anãs brancas, para maximizar a amplitude de pulsação em função da eficiência do CCD. Os tempos de integração escolhidos dependeram fortemente das condições climáticas da noite e da magnitude aparente da estrela. É necessário que a contagem da estrela seja, no mínimo, o dobro das contagens do céu. Nós observamos sem filtros porque os modos-*g* de pulsações em estrelas ZZ Ceti são coerentes em todos os comprimentos de onda ópticos (Robinson, Kepler & Nather 1982).

Eu também observei as candidatas mais brilhantes com o telescópio Zeiss de 0,6 metros. Neste telescópio, eu usei o CCD 106, que tem um tempo de leitura de aproximadamente 7,5 s. A eficiência deste CCD é de $\sim 55\%$ em 4 000 Å e as imagens possuem 1024×1024 elementos. Novamente, a escolha do CCD foi baseada nos critérios descritos acima e de

acordo com a disponibilidade de instrumentos. Em se tratando de um telescópio menor, o limite de magnitude também é menor e os tempos de integração foram necessariamente mais longos, de 30 a 60 s.

O nosso projeto de busca de variáveis também foi observado com o Imageador Ótico do SOAR (*SOuthern Astrophysics Research telescope*), um mosaico com dois CCDs de 2048×4096 elementos de imagem, cuja eficiência é em torno de 73% em 4000 \AA e com uma área útil de $5' \times 5'$. O SOAR é um telescópio de 4,1 metros, mas algumas das nossas observações ocorreram ainda na fase de primeira ciência. Um dos astrônomos residentes na época, Kepler de Souza Oliveira Filho, conhecia em detalhes este projeto, o que foi muito importante para as novas descobertas e para testar os limites do telescópio. Em comparações que fizemos simultaneamente, em maio de 2005, o SOAR estava tão eficiente quanto o telescópio de 2,1 metros do Observatório McDonald, com a câmara no foco primário, onde eu estava observando a mesma estrela. Em janeiro de 2006, a situação era bastante diferente: nossos testes mostraram que o SOAR estava mais eficiente, ainda que não tivesse atingido as especificações nominais. Os tempos de exposição foram de 30 s e o tempo de leitura mais o tempo para escrever usado era de 10,2 s, para binagem 2×2 . Todas as observações foram feitas com um filtro B, pois não era possível obter imagens sem franjas de interferência sem filtro. Como a amplitude de pulsação das anãs brancas cresce para o azul (Robinson et al. 1995), um filtro B maximiza a amplitude e minimiza o ruído do céu.

Eu também observei com o telescópio de 2,1 metros Otto Struve, no Observatório McDonald, nos Estados Unidos, utilizando a câmara Argos, que foi desenvolvida especialmente para observação de anãs brancas pulsantes. Argos possui um CCD *frame transfer* com 512×512 elementos de imagem e com uma área útil de $5' \times 5'$, montada no foco primário do telescópio, evitando uma reflexão extra. É utilizado um filtro BG40 para reduzir o espalhamento do céu (Nather & Mukadam 2004). Argos permite que se observe anãs brancas 2,4 magnitude mais fracas que o limite atingido no mesmo telescópio com tubos

foto-multiplicadores, no foco Cassegrain.

A técnica usada para detectar variabilidade é obter séries temporais fotométricas. Na figura 2.1 está a primeira imagem de uma série temporal obtida com o telescópio de 2,1 m, para a estrela WD J0916+3855, marcada com um círculo. Nesta imagem, vemos duas colunas que devem ser evitadas quando utilizamos este CCD, por não terem resposta linear. Evidentemente, as bordas também deve ser evitadas, por isto que a estrela é colocada, quase sempre, no centro do CCD. A única situação que justifica o posicionamento da estrela-alvo mais próxima de uma das bordas é quando não há estrelas de comparação suficientemente brilhantes no campo. Cada CCD utilizado possui as suas peculiaridades (e defeitos), os quais devem ser conhecidos e evitados para não comprometer a qualidade das observações.

Nós observamos as candidatas por pelo menos 2 horas, para evitar batimentos destrutivos entre os modos, no caso de haver muitos modos excitados. Comparam-se os alvos com as outras estrelas do mesmo campo com brilho comparável ao da candidata, para minimizar os efeitos do céu e flutuações de transparência da atmosfera. Nós extraímos as curvas de luz usando os *scripts* hsp do IRAF, de fotometria de abertura ponderada, desenvolvidos por Antonio Kanaan (<http://www.astro.ufsc.br/~kanaan/ccd/ccd.html>) após subtração das imagens o viés (*bias*) e divisão pelo campo plano (*flat field*). No caso da estrela mostrada na figura 2.1, eu simplesmente somei as quatro estrelas de comparação, para usá-las como uma única estrela de comparação. Isto maximiza a razão sinal-ruído (S/R) e minimiza os efeitos de extinção atmosférica. No gráfico 2.2, eu mostro as curvas de luz (contagens em função do tempo) para esta estrela-alvo e para a soma das estrelas de comparação, sem nenhuma correção nem subtração pelas variações causadas pelas nuvens. Na nossa redução, dividimos a curva da estrela pela das comparações para corrigir por estas variações.

Usamos cinco aberturas diferentes sintéticas na extração, variando o raio de uma a três vezes o valor do disco visível (*seeing*). As curvas de luz da estrela-alvo são subtraídas pelo céu e divididas pela soma das curvas de luz das estrelas de comparação como mostrado para

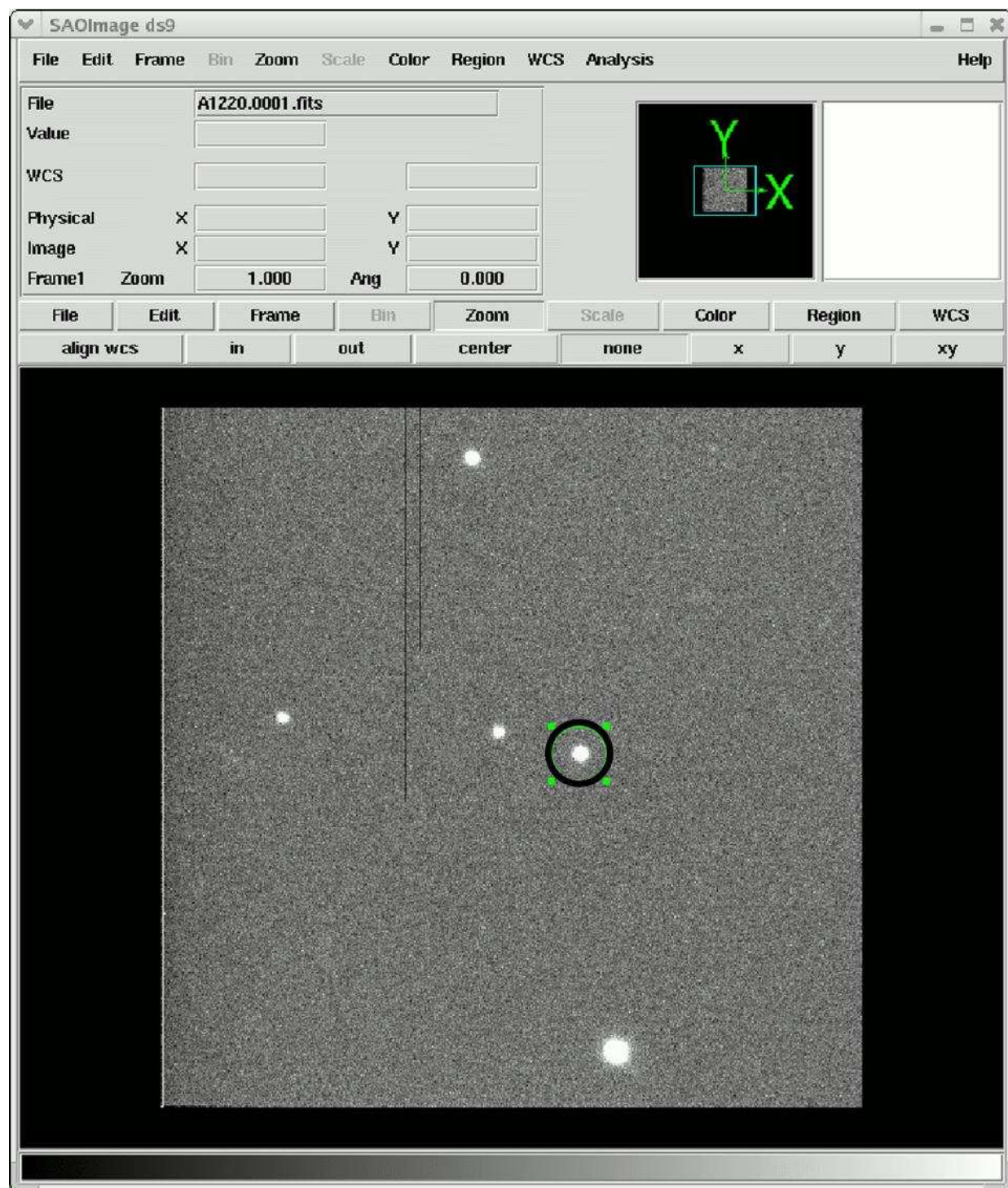


Fig. 2.1: Imagem obtida com a câmara Argos, montada no foco primário do telescópio de 2,1m no observatório McDonald. O campo tem 25 arcmin^2 . A estrela candidata, WDJ 0916+3855, é a marcada próxima do centro do campo.

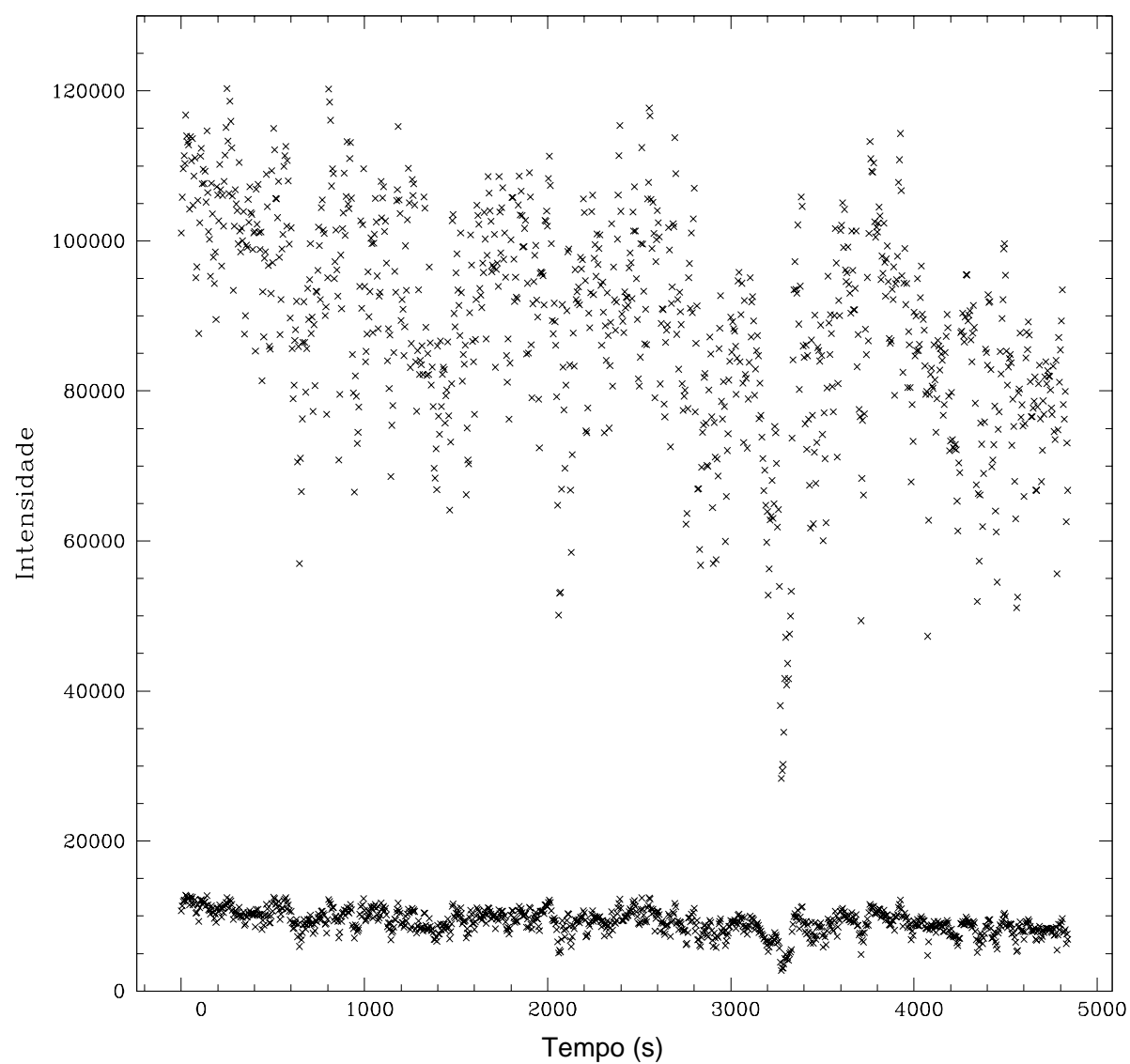


Fig. 2.2: Curvas de luz para a estrela-alvo (menor intensidade) em comparação com soma das curvas de luz das estrelas de comparação (maior intensidade). Os efeitos das flutuações de céu ficam evidentes quando olha-se apenas para a curva de luz das estrelas de comparação. Estas variações não são as pulsações reais da estrela.

uma das aberturas no gráfico 2.3.

A curva de luz final é selecionada pelo menor ruído, para as estrelas que não detectamos pulsação, ou pela maior razão sinal-ruído na transformada de Fourier, para as estrelas variáveis. Existem outras maneiras equivalentes de escolher qual é a abertura que possui o maior sinal e/ou o menor ruído, como quando se busca a curva de luz com o menor espalhamento ou quando se faz a seleção baseada no olho humano.¹ No meu estudo, o olho só foi usado como critério de desempate, mas não foi determinante nos resultados.

2.3 Resultados

Na tabela 2.1, eu listo os parâmetros físicos das novas ZZ Cetus que eu descobri, derivados dos espectros ópticos, como descrito na seção 2.1. As incertezas nas grandezas T_{ef} e $\log g$ são internas ao ajuste, supondo que não há outras possíveis combinações de soluções. No gráfico 2.4, eu mostro as curvas de luz nos painéis da esquerda e as transformadas de Fourier (TF) na direita, de apenas algumas das novas ZZ Cetus. Eu mostro apenas uma parte pequena das curvas de luz, mas as TFs foram calculadas para a curva de luz completa de cada estrela. O menor limite de detecção em frequência é $2/T$, onde T é o comprimento total em segundos da curva de luz, enquanto que a maior frequência é a de Nyquist, $f_{\text{Nyquist}} = 1/(2 \times t_{\text{exp}})$.

O critério que nós usamos para determinar quais picos são reais na TF discreta é adotar um limite de amplitude acima do qual a probabilidade de um pico ser ruído é de 1/1000 (*false alarm probability*), que para os dados igualmente espaçados é aproximadamente $3\langle A \rangle$, onde $\langle A \rangle$ é calculado por $\sqrt{\sum A^2}$. Nós, então, subtraímos repetidamente o maior sinal da curva de luz até que não houvesse mais picos na TF acima do limite de detecção. Na tabela 2.2 eu listo a periodicidade principal detectada para as novas ZZ Cetus. Nós descobrimos uma

¹ O olho humano treinado permite um ajuste confiável de mínimos quadrados.

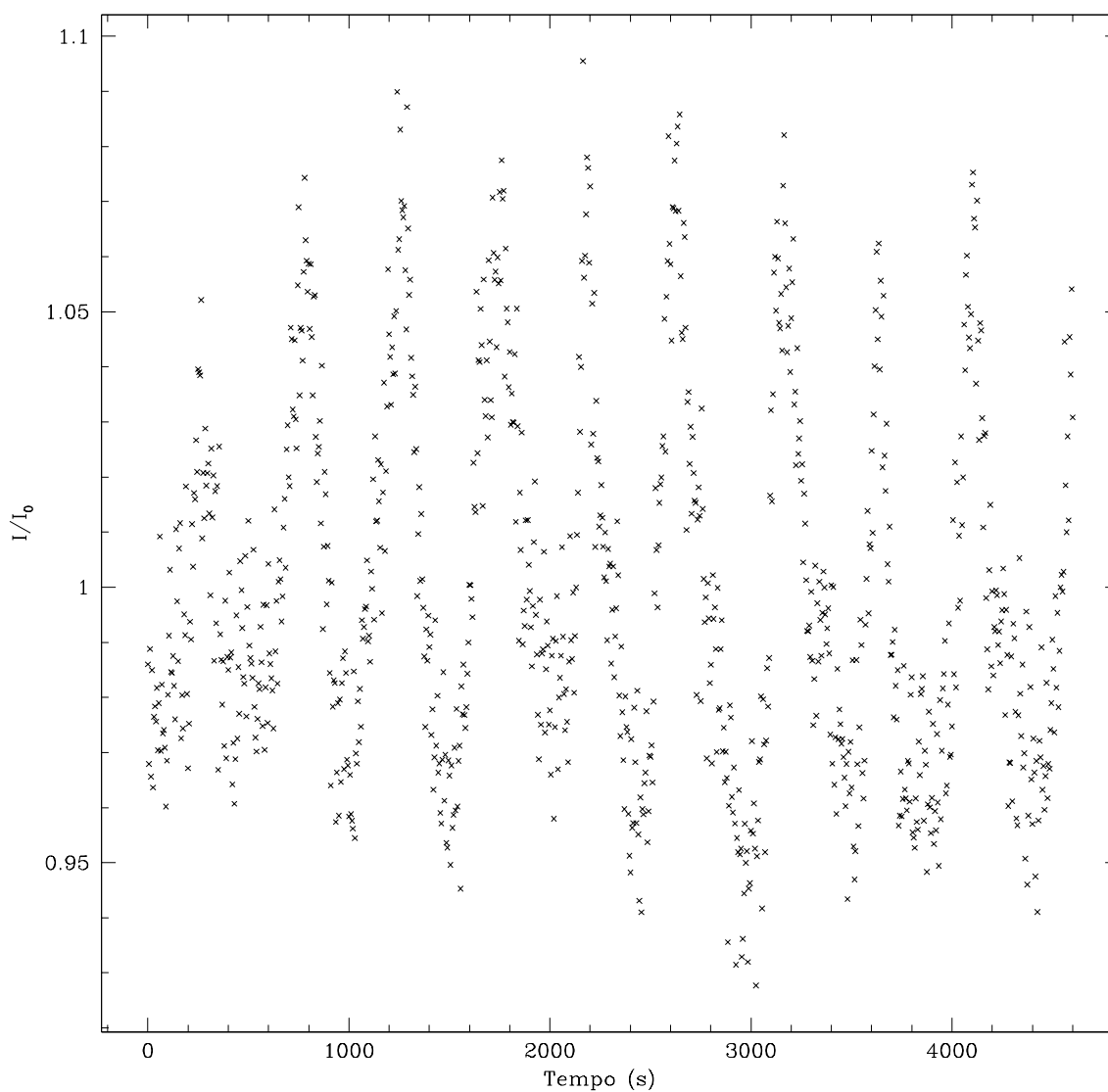


Fig. 2.3: Resultado da divisão das curvas de luz para a estrela-alvo e das estrelas de comparação. Os efeitos causados pelas flutuações do céu e de transparências na atmosfera, visíveis no gráfico 2.2, foram cancelados.

Estrela	RA (2000)	DEC(2000)	T_{ef} (K)	$\log g$	g (mag)
WD J0000-0046	00:00:07	-00:46:54	10 880±110	8,32±0,09	18,84
HE 0031-5525	00:33:36	-55:08:37	11 480±30	7,65±0,02	15,94
WD J0249-0100	02:49:22	-01:00:07	11 060±110	8,31±0,10	19,08
WD J0855+0635	08:55:07	+06:35:41	11 050±50	8,43±0,03	17,25
WD J0916+3855	09:16:35	+38:55:46	11 410±50	8,10±0,03	16,56
WD J1257+0124	12:57:11	+01:24:23	11 520±160	8,36±0,09	18,65
WD J1533-0206	15:33:33	-02:06:00	11 350±40	8,20±0,02	16,62
WD J1618-0023	16:18:37	-00:23:03	10 860±160	8,16±0,12	19,26
WD J1641+3521	16:41:16	+35:21:41	11 230±160	8,43±0,10	19,04
WD J1650+3010	16:50:21	+30:10:21	11 100±90	8,76±0,08	18,11
WD J2128-0007	21:28:08	-00:07:51	11 440±100	8,29±0,07	17,97
WD J2135-0743	21:35:30	-07:43:31	11 190±120	7,67±0,09	18,59
WD J2154-0731	21:53:54	-07:31:22	11 930±130	8,07±0,06	18,45
WD J2231+1347	22:31:36	+13:45:53	11 080±100	7,95±0,07	18,63
WD J2307-0847	23:07:27	-08:47:00	11 060±110	8,19±0,09	18,83
WD J2334+0103	23:34:59	+01:03:03	11 400±210	7,99±0,14	19,24

Tab. 2.1: Parâmetros físicos atmosféricos das novas ZZ Cetus descobertas por mim.

diversidade grande de ZZ Cetus, que estudamos sismologicamente, no capítulo 6. As novas ZZ Cetus estão distribuídas ao longo de toda a faixa de instabilidade desde a borda azul, quando as estrelas começam a pulsar, até a borda vermelha, quando as mesmas estão parando de pulsar.

Estrela	Período principal (s)	Amplitude (mma)
WD J0000-0046	611,4	23,0
HE 0031-5525	276,9	4,8
WD J0249-0100	1045,2	10,9
WD J0855+0635	850,0	44,0
WD J0916+3855	485,1	32,9
WD J1257+0124	905,8	46,7
WD J1533-0206	260,6	5,3
WD J1618-0023	644,0	5,4
WD J1641+3521	809,3	27,3
WD J1650+3010	339,1	14,7
WD J2128-0007	302,2	17,1
WD J2135-0743	565,4	49,8
WD J2154-0731	210,2	5,6
WD J2231+1347	627,0	26,3
WD J2307-0847	1212,2	25,6
WD J2334+0103	923,2	40,4

Tab. 2.2: Periodicidade principal detectada nas curvas de luz de descoberta das novas ZZ Cetus.

No gráfico 2.5, eu mostro dois diagramas das ZZ Cetus (quadrados vazados) e estrelas

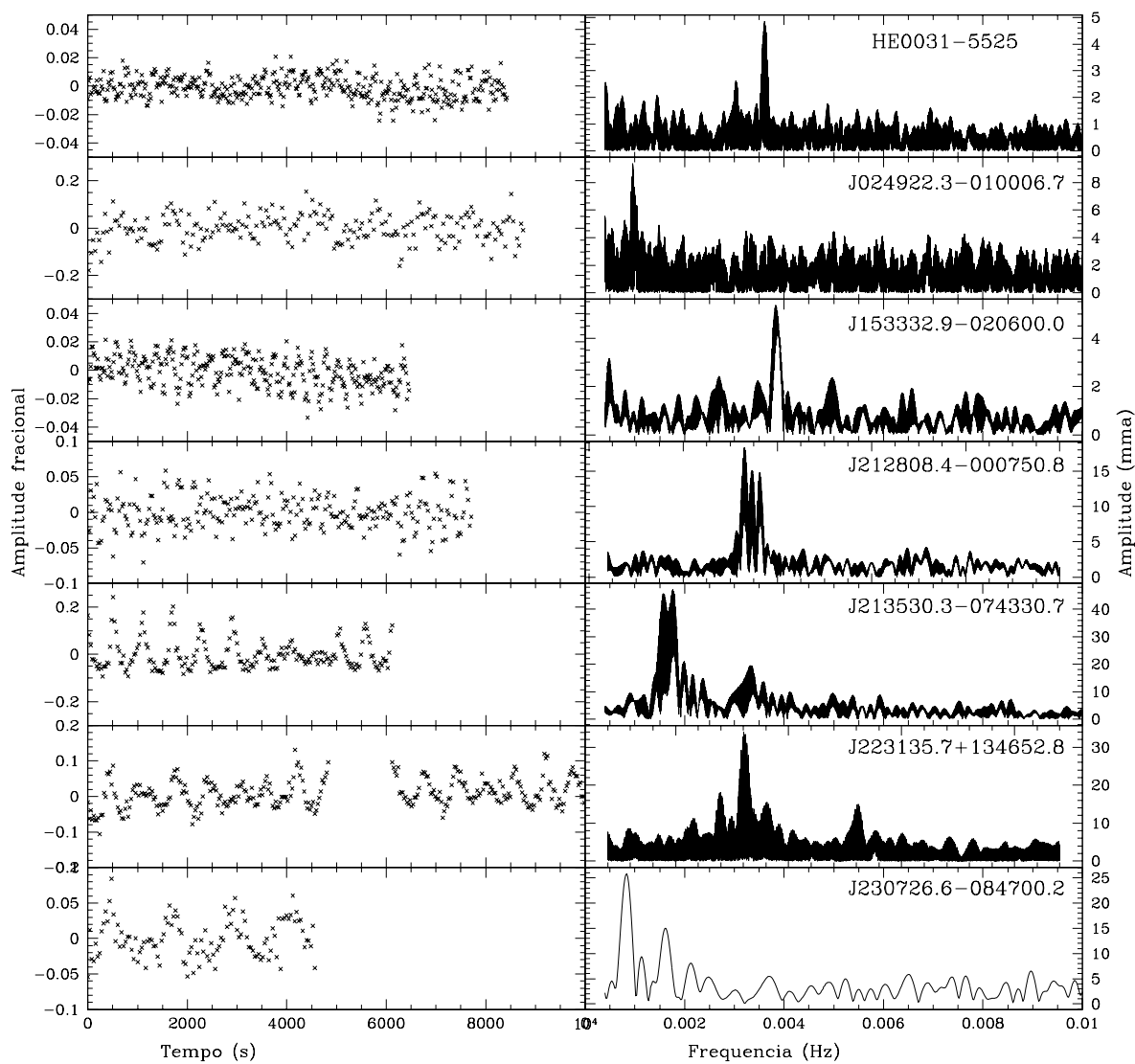


Fig. 2.4: Nos painéis da esquerda estão partes das curvas de luz de algumas das estrelas descobertas por mim como novas ZZ Ceti. Nos painéis da direita estão as transformadas de Fourier de todos os dados obtidos para estas estrelas. As novas ZZ Ceti apresentam uma variedade de periodicidades e amplitudes de pulsação, como ilustrado nestes gráficos.

para as quais não foi observada variabilidade (círculos preenchidos) até os limites publicados. Diferentemente da determinação de T_{ef} e $\log g$ feita para as estrelas do SDSS, as estrelas da amostra brilhante tiveram seus parâmetros físicos determinados apenas pelo ajuste das linhas de H, usando espectros com alto sinal-ruído (e.g. Bergeron et al. 2004). As ZZ Cetus da amostra brilhante estão no painel superior. As incertezas médias são valores externos, obtidos quando da duplicação dos espectros. Desta forma, no painel inferior, nós também procuramos estimar um valor representativo médio para podermos comparar os dois conjuntos de estrelas. É evidente que a faixa de instabilidade das estrelas do SDSS, no painel inferior, não é pura, ou seja, contém algumas estrelas para as quais ainda não foi detectado variabilidade, mas com temperaturas que as colocam dentro da faixa. Contudo, a faixa de instabilidade pura obtida das observações de estrelas mais brilhantes concorda com as previsões teóricas. Este ponto é o centro das discussões do próximo capítulo.

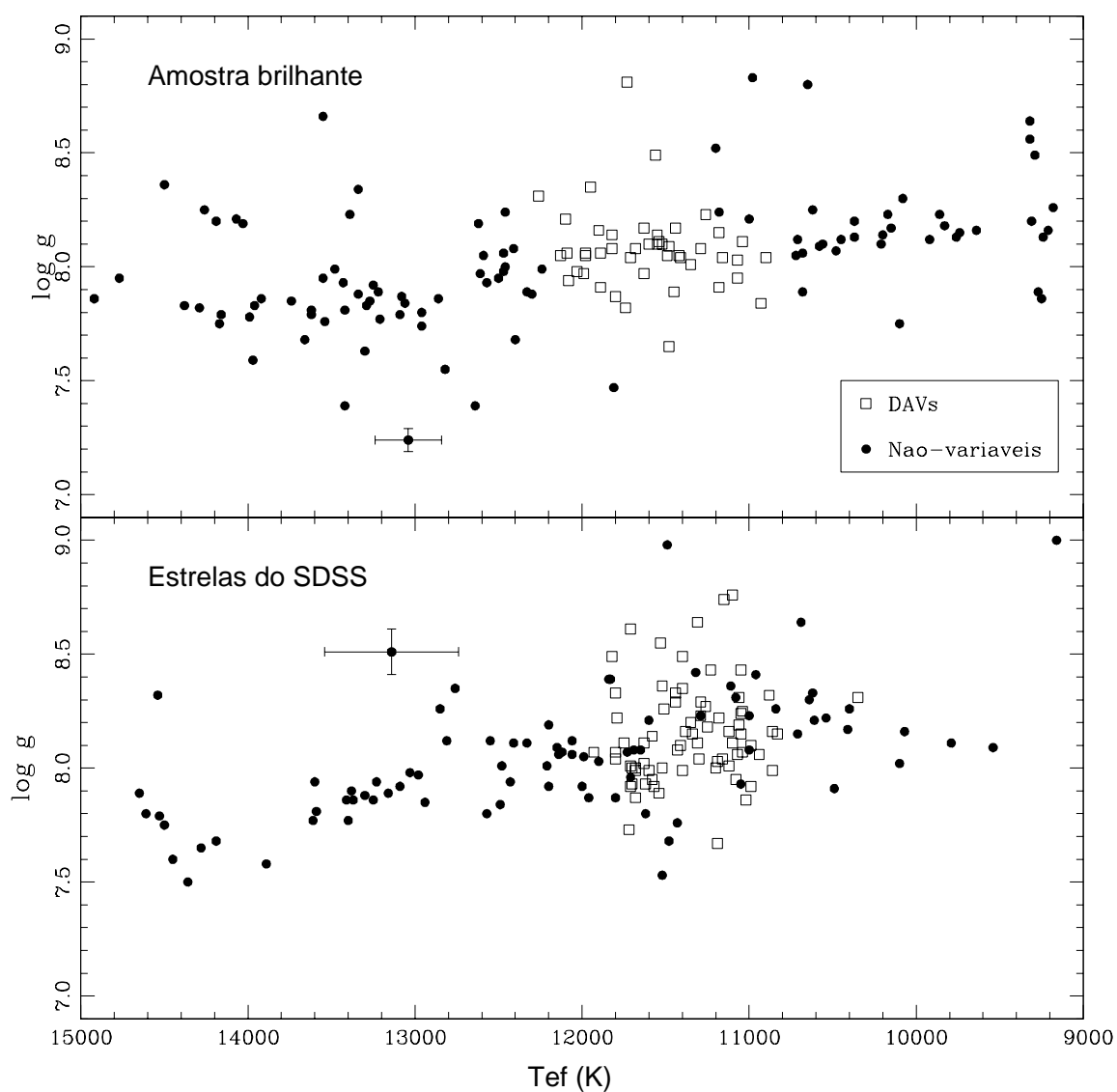


Fig. 2.5: Diagrama das faixas de instabilidade das ZZ Ceti para a amostra brilhante (painel superior) e apenas das estrelas do SDSS (painel inferior). Os quadrados vazados são os símbolos para as ZZ Ceti e os círculos fechados são as DAs para as quais não foi detectada variabilidade em suas curvas de luz, dentro dos limites publicados (veja figura 3.3 para discussão dos limites). As incertezas médias externas estão indicadas.

Capítulo 3

Pureza da faixa de instabilidade

3.1 Introdução ao problema

Os melhores modelos teóricos atuais (Bradley 1996; Fontaine et al. 2001; Benvenuto et al. 2002; Althaus et al. 2005; Córscico et al. 2005; Arras, Townsley & Bildsten 2006) predizem que a faixa de instabilidade das ZZ Ceti deveria ser pura: todas as anãs brancas DAs com temperaturas dentro dos limites da faixa de instabilidade das ZZ Ceti deveriam pulsar. Giovannini et al. (1998) determinaram observacionalmente que os limites da faixa de instabilidade têm uma pequena dependência em massa. A teoria concordou extremamente bem com as observações até que a busca por novas variáveis fosse estendida às anãs brancas descobertas pelo SDSS, que atinge uma população mais fraca ($16 < g < 20$) que a amostra antiga brilhante ($V < 16,5$). Usando determinações precisas de temperatura tanto pelo espectro óptico quanto pelo ultravioleta, a faixa de instabilidade da amostra brilhante não continha nenhuma estrela não-variável contaminando a faixa (e.g. Bergeron et al. 2004; Gianninas, Bergeron & Fontaine 2005, ver figura 2.5), apesar dos limites de variabilidade serem da ordem de 5 mma.

Contudo, em buscas conduzidas por Mukadam et al. (2004) e por Mullally et al. (2005),

uma fração substancial das anãs brancas DAs não apresenta variabilidade e foram classificadas como não-variáveis (NOV, sigla em inglês de *not observed to vary*). O problema é que as temperaturas determinadas dos espectros de $S/R \leq 35$ do SDSS colocam estas estrelas dentro da faixa de instabilidade. Mukadam et al. (2004b) estimaram que, se as incertezas nas determinações de T_{ef} fossem de 300 K – valores três vezes maiores que o valor médio das incertezas internas do ajuste – e se não houvesse correlação entre T_{ef} e $\log g$, a probabilidade da faixa de instabilidade das ZZ Ceti do SDSS pura seria quase nula. Discutiremos a seguir que as duas hipóteses não provam que a faixa de instabilidade é contaminada.

Muitas questões foram levantadas com base nestas novas observações. A faixa de instabilidade é realmente pura? Quais são os mecanismos físicos que podem prevenir pulsações? As estrelas observadas pelo SDSS têm alguma característica diferente em relação à amostra brilhante? A camada de H pode ser extremamente fina a ponto que as pulsações não aconteçam, nestas estrelas? Campos magnéticos mesmo fracos para serem detectados diretamente poderiam parar pulsações? Todas as NOVs estão em ângulos desfavoráveis de visada? As grandezas T_{ef} e $\log g$ não estão bem determinadas? E, se isto procede, por que a faixa de instabilidade do SDSS seria tão estreita quanto a faixa da amostra brilhante?

Se a faixa de instabilidade fosse realmente contaminada com estrelas não-variáveis, os modelos para anãs brancas DAs e os resultados derivados destes modelos precisariam ser revisados. Antes de tomar este passo crucial mas drástico, é importante ter certeza que os resultados observacionais estão corretos.

Há muitas formas de falsear uma faixa de instabilidade contaminada. Em primeiro lugar, as temperaturas das estrelas observadas com o SDSS foram derivadas de espectros com S/R menor que 35. Nos melhores casos, apenas para algumas poucas estrelas que são brilhantes, a razão S/R pode chegar a 50. Neste cenário, as temperaturas e massas das não-variáveis poderiam estar simplesmente imprecisas e estas estrelas estariam, na verdade, fora da faixa de instabilidade. Gianninas, Bergeron & Fontaine (2005) propõem que a faixa de

instabilidade das DAs é sempre pura, independente da amostra estudada. Eles compararam a amostra antiga brilhante com as estrelas do SDSS, incluindo apenas as estrelas que tiveram seus parâmetros físicos derivados de espectros com S/R maior que 70. Este limite de corte inclui todas as estrelas da amostra antiga brilhante, mas restam somente duas estrelas do SDSS, uma ZZ Ceti dentro da faixa e uma NOV fora. Estatisticamente, esta amostra não é representativa. Se o problema fosse somente os espectros de baixo S/R , também deveria haver algumas variáveis fora da faixa devido a estas mesmas incertezas. Portanto, as buscas de novas ZZ Ceti deveriam ser estendidas a temperaturas além das bordas atuais da faixa de instabilidade. Mukadam et al. (2004) descobriram que a estrela WD J2350-0054 é uma ZZ Ceti com $T_{\text{ef}} = 10\,350\text{ K}$, 500 K mais fria que a borda vermelha da faixa. Ainda que esta estrela seja relativamente fraca, $g = 18,1$, a temperatura foi determinada por duas medidas espectroscópicas independentes.

Em segundo lugar, as ZZ Ceti com muitos modos excitados podem aparecer como pulsantes de amplitude extremamente baixa por algumas horas devido ao batimento destrutivo destes modos (e.g. Kleinman et al. 1998). Se as observações das buscas de novas ZZ Ceti compreendem pouco tempo total de observação, é possível que algumas variáveis tenham sido mal classificadas como NOVs.

Uma terceira mas não menos importante possibilidade é que as variações poderiam ser, de fato, menores que os limites de detecção publicados, os quais variam de 2 a 9 mma (Mukadam et al. 2004, Mullally et al. 2005). Em 1992, Kanaan et al. descobriram que a estrela BPM37093 era uma ZZ Ceti de baixa amplitude ($A \sim 4\text{ mma}$), mesmo depois de ter sido classificada como constante por McGraw (1976). Esta estrela apresenta uma das mais baixas amplitudes de pulsação entre todas as ZZ Ceti, porque o seu núcleo está parcialmente cristalizado. Em observações subsequentes, esta estrela também apareceu constante por mais de duas horas de observações em um telescópio de 6,5 m (Kanaan et al. 1998).

A única forma de responder a questão sobre a pureza da faixa de instabilidade das ZZ Ceti é observar estas estrelas de novo, através de espectroscopia com alto sinal-ruído e fotometria com resolução temporal. Estas observações fazem parte desta tese, para que pudéssemos testar se a variabilidade é uma fase evolutiva ou não.

3.2 Espectros do Gemini

Nós observamos doze estrelas com o espectrógrafo multi-objetos do Gemini (GMOS) no telescópio Gemini Norte de 8m, no modo de fenda longa com 1,5", na faixa espectral de 3 800 a 6 000 Å. Nós observamos com a rede de difração B600-G5303 binada 2×2, obtendo resolução de 2,8 Å por pixel.

Os espectros foram reduzidos com os pacotes Gemini/GMOS próprios para o IRAF, calibrados com as estrelas-padrão observadas na mesma noite que os alvos. A extinção foi corrigida usando os coeficientes médios do Mauna Kea. A normalização do fluxo e a calibração pela extinção padrão em intervalos de 16 Å deixa algumas ondulações nos espectros. Como a resolução dos nossos espectros é da ordem de 3 Å, nós usamos uma calibração de 1 Å para o fluxo primário da estrela-padrão G191-B2B, que foi ajustado a modelos de atmosferas de anãs brancas (Bohlin 2002), e uma observação da estrela com a mesma configuração usada nos nossos espectros, para uma calibração fina.

O gráfico 3.1 mostra a comparação entre o espectro obtido pelo SDSS (pontos vermelhos), com $S/R_g=21$, e o obtido com o Gemini (pontos pretos), com $S/R_g=115$, para a estrela WD J0340+0106, que possui magnitude $g = 18,23$. No mesmo gráfico está o modelo atmosférico da grade que melhor ajusta o espectro do Gemini (linha azul), com $T_{\text{ef}} = 11\,600\text{ K}$ e $\log g = 7,75$. Com as observações do Gemini nós certamente atingimos S/R confiável para determinar temperatura e gravidade. Podemos testar, para estas estrelas, se as determinações prévias do SDSS são confiáveis.

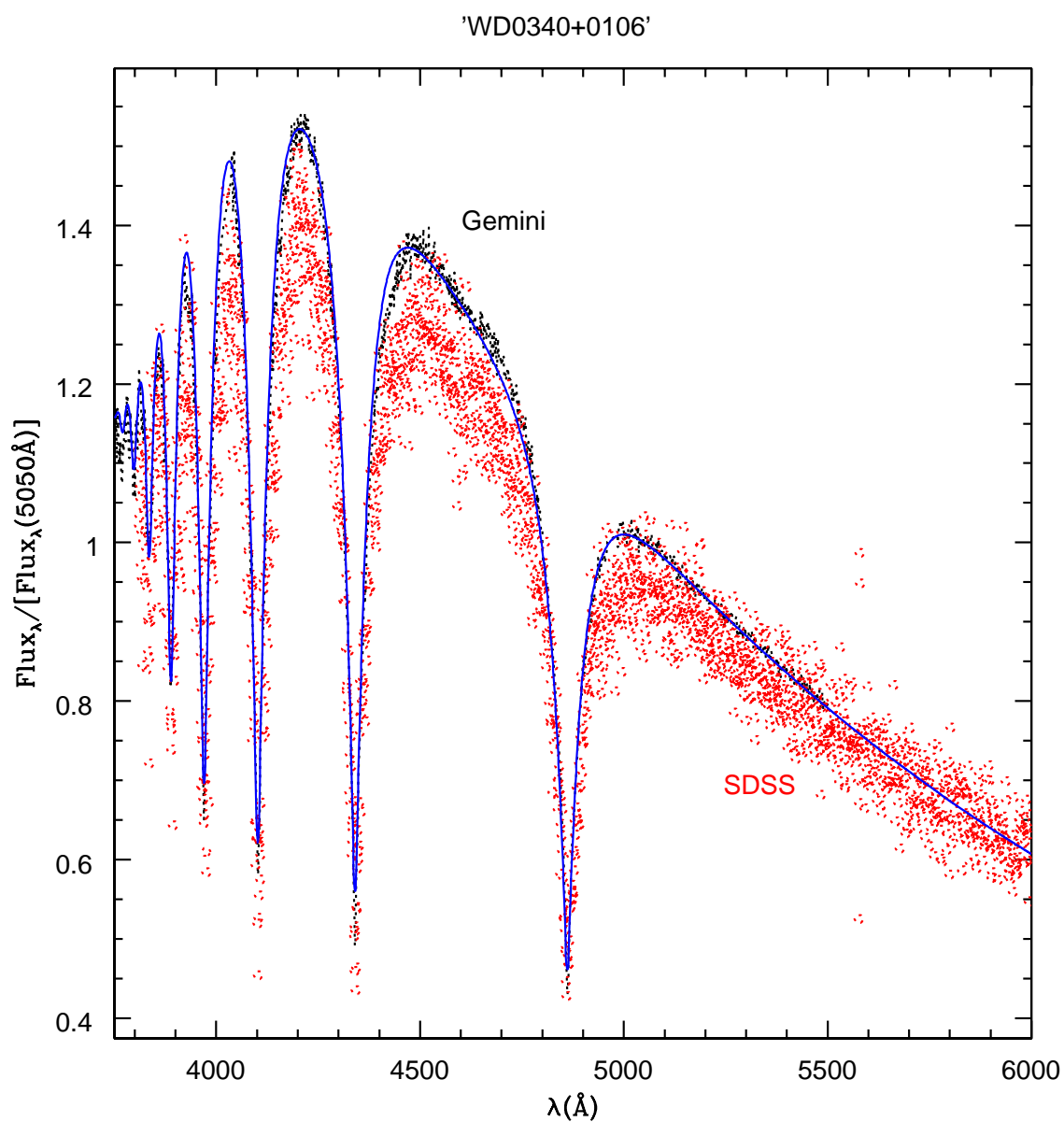


Fig. 3.1: Comparação dos espectros para a estrela WD J0340+0106 obtidos com o SDSS (pontos vermelhos) e com o Gemini (pontos pretos), e o modelo atmosférico mais próximo ao valor ajustado, com $T_{\text{ef}} = 11\,600\text{ K}$ e $\log g = 7,75$. Tanto os espectros quanto os modelos foram normalizados em torno de $5\,050\text{\AA}$.

Para fazer o ajuste, nós usamos uma grade de modelos sintéticos de Detlev Koester descritos em Kepler et al. (2007). A escolha da parametrização $ML2/\alpha=0,6$ para convecção foi demonstrada por Bergeron et al. (1995), como a parametrização que possui consistência das temperaturas derivadas dos espectros ópticos e ultravioleta, fotometria, paralaxe e aver-

melhamento gravitacional. Inclusive, também resulta o mesmo valor de massa média para a amostra deles, para T_{ef} maiores e menores que 13 000 K; o mesmo não ocorre para outras parametrizações. ML2 corresponde à descrição de Bohm & Cassinelli (1971) para a teoria convectiva de comprimento de mistura e $\alpha = l/H_P$ é a razão entre o comprimento de mistura (l) e a escala de comprimento de pressão (H_P).

Para a técnica de ajuste do perfil da linha (LPT, sigla em inglês de *line profile technique*), nós normalizamos ambos os espectros observados e os modelos pelo contínuo em uma distância fixa do centro da linha e re-centramos as linhas observadas, levando em conta as velocidades radiais e incertezas na calibração de comprimento de onda. Os espectros sintéticos são convoluídos com o perfil instrumental gaussiano e a grade toda é ajustada por mínimos quadrados, com todos os pontos com os mesmos pesos. O ajuste por LPT não requer dados com qualidade espectrofotométrica e é basicamente insensível à calibração de fluxo e às incertezas em avermelhamento. Para o ajuste de todo o espectro (*all*), nós normalizamos as observações e os modelos em uma região em torno de 5 050 Å, onde não há nenhuma linha de H. O programa de ajuste LPT e *all* foi desenvolvido ao longo dos últimos 12 anos, principalmente por Odilon Giovannini e Alex Fabiano Murillo Costa, no IF-UFRGS.

Nós testamos se o avermelhamento interestelar (Seaton 1979) é proporcional às distâncias que nós medimos, mas não encontramos diferença detectável. Mesmo que as distâncias sejam um pouco maiores que 100 pc, típico para os campos observados pelo SDSS, que são perpendiculares ao disco da Galáxia, o avermelhamento deve ser baixo, como nós encontramos.

Por simulações de Monte Carlo, eu adicionei diferentes níveis de ruído aos espectros sintéticos. Usando o mesmo programa de ajuste, eu estimei as incertezas médias em ambas as técnicas de ajuste de espectro. Como a razão sinal-ruído está variando de 100 em 4 500 Å a menos de 30 em 3 800 Å, onde os efeitos de gravidade superficial são os maiores,

eu fiz simulações com S/R de até 60, reforçando a média sobre os comprimentos de onda. As incertezas encontradas na simulação em T_{ef} e $\log g$ estão listadas na tabela 3.1.

S/R	$\sigma_{T_{\text{ef}}} (all)$	$\sigma_{\log g} (all)$	$\sigma_{T_{\text{ef}}} (LPT)$	$\sigma_{\log g} (LPT)$
10	1 550	0,76	1 900	0,36
20	750	0,16	1 100	0,17
40	500	0,12	690	0,10
60	200	0,05	370	0,07

Tab. 3.1: Simulação de ruído nos espectros sintéticos e as respectivas incertezas obtidas em temperatura e gravidade, de acordo com o método utilizado, ajustando só o perfil das linhas (LPT) ou todo o espectro (*all*).

Nós concluímos que os ajustes mais confiáveis são quando ajustamos todo o espectro, não apenas as linhas, se as incertezas na calibração de fluxo e avermelhamento interestelar não forem dominantes. Este mesmo resultado foi encontrado por Kilic et al. (2006).

Os nossos resultados de ajuste para os espectros do Gemini estão na tabela 3.2, onde também estão listados os valores publicados por Kepler et al. (2007) que foram obtidos ajustando os espectros do SDSS. Novamente, as incertezas publicadas para as grandezas derivadas pelos espectros do SDSS são internas ao ajuste, ou seja, não levam em conta a possibilidade da existência de outras soluções ou mínimos locais.

Estrela	$T_{\text{ef}} (all)$	$\log g (all)$	$T_{\text{ef}} (LPT)$	$\log g (LPT)$	$T_{\text{ef}} (SDSS)$	$\log g (SDSS)$
WD J0303-0808	11 420±110	7,82±0,02	11 960±160	8,31±0,02	11 420±120	8,50±0,07
WD J0340+0106	11 640±430	7,78±0,02	13 010±50	7,79±0,01	12 250±190	8,00±0,07
WD J0345-0036	11 200±470	7,503±0,001	12 040±370	7,78±0,01	13 000±450	7,79±0,06
WD J0747+2503	10 600±10	7,64±0,03	10 850±140	7,93±0,01	11 050±110	7,93±0,03
WD J0814+4608	13 400±10	7,57±0,02	11 560±480	8,229±0,006	14 450±230	7,60±0,06
WD J0953-0051	10 540±280	7,559±0,007	10 920±240	8,43±0,01	10 690±100	8,70±0,10
WD J1012+6108	11 470±320	7,94±0,03	12 370±190	8,05±0,02	11 840±130	8,39±0,04
WD J1136-0136	12 600±10	7,55±0,02	11 380±40	8,13±0,03	11 710±70	7,96±0,04
WD J1432+0146	10 560±210	7,559±0,007	12 690±1690	7,982±0,002	11 290±70	8,23±0,06
WD J2326-0023	10 470±400	7,80±0,01	10 820±160	8,029±0,007	10 620±50	8,33±0,04
WD J2334-0014	13 390±20	7,88±0,03	13 400±10	7,85±0,04	13 350±320	8,14±0,07
WD J2336-0051	12 190±180	7,736±0,003	13 800±20	7,712±0,009	13 250±250	7,86±0,05

Tab. 3.2: Determinações de T_{ef} e M para os espectros do Gemini por dois métodos diferentes, LPT e *all*, em comparação com os valores obtidos pelos espectros de baixo S/R do SDSS.

Comparando os resultados obtidos com o Gemini e o SDSS, nós mostramos que as temperaturas obtidas por Kleinman et al. (2004), Eisenstein et al. (2006) e Kepler et al. (2007) têm a diferença média, entre os espectros do SDSS e os do Gemini, de $\Delta T_{\text{ef}} = 300 \pm 220$ K, sistematicamente menor no SDSS, onde as incertezas foram calculadas por adição quadrática das incertezas internas dos ajustes.

As incertezas em gravidade publicadas estão sub-estimadas por um fator de 3. A diferença média dos espectros do SDSS e dos nossos de alto S/R tem $\Delta \log g = 0,17 \pm 0,06$, sistematicamente maiores que os valores do Gemini. Esta diferença corresponde a uma super-estimativa sistemática em massa de $\Delta M = 0,10 \pm 0,03 M_{\odot}$, como mostrado no gráfico 3.2, onde o eixo-x são os valores obtidos dos espectros do SDSS e o eixo-y, do Gemini.

A maior dificuldade nos ajustes dos parâmetros atmosféricos das estrelas é a correlação entre T_{ef} e $\log g$, pois um pequeno acréscimo em T_{ef} pode ser compensado por um decréscimo em $\log g$, e vice-versa. No caso da estrela WD J0303-0808, o modelo com $T_{\text{ef}} = 12\,000$ K e $\log g = 8,0$ do nosso ajuste de LPT difere bastante do ajuste do espectro inteiro, que resulta em $T_{\text{ef}} = 11\,400$ K e $\log g = 8,3$, mesmo com $S/R > 100$.

3.3 Fotometria de NOVs

As estrelas WD J0303-0808, WD J0853+0005, WD J1136-0136 e WD J1338-0023, dentre outras, foram classificadas por Mukadam et al. (2004) como estrelas NOVs, com limites de detecção de 2 a 4 mma. Nós observamos estas estrelas com o SOAR (veja seção 2.2 para detalhes do instrumento), com tempos de exposição de 30s, por até 4 horas. Estas quatro estrelas são, na verdade, ZZ Ceti de baixa amplitude, com amplitudes menores que os limites prévios. No gráfico 3.3, eu mostro uma comparação entre as TFs previamente obtidas e a nova TF para a estrela WD J0303-0808, ilustrando que a periodicidade só pôde

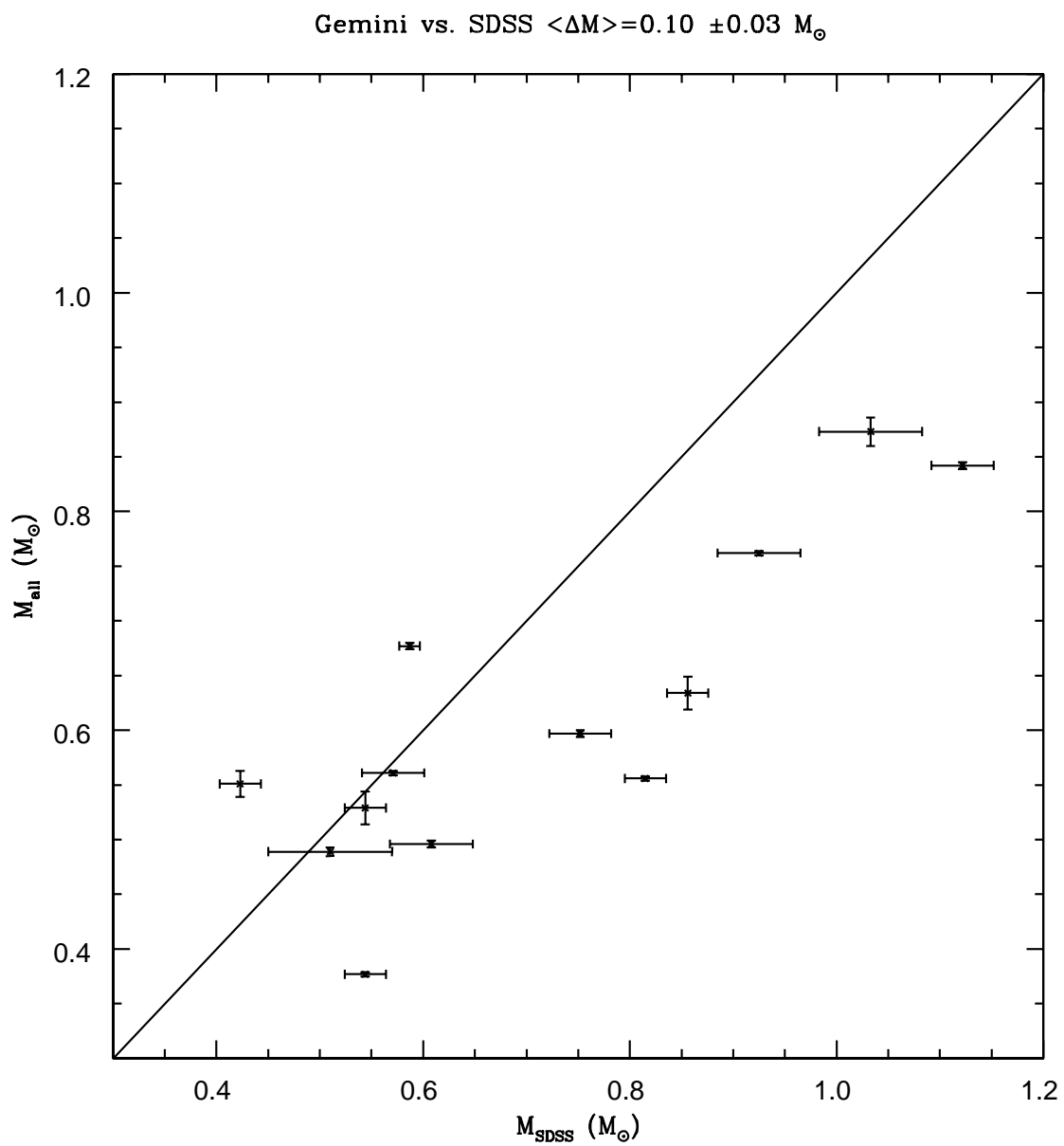


Fig. 3.2: Determinações de massa das doze anãs brancas DAs derivadas dos espectros do SDSS (eixo-x) e dos espectros do Gemini (eixo-y). A linha contínua é a correspondência 1:1, mostrando que as determinações do SDSS estão sistematicamente superestimadas.

ser detectada quando o ruído foi reduzido.

Nos gráficos 3.4 e 3.5 estão as TFs destas novas ZZ Cetis, sendo que as linhas pontilhadas correspondem ao limite acima do qual os picos têm probabilidade 1/1000 de serem ruído. As novas ZZ Cetis são variáveis de baixa amplitude, por isto não foram detectadas para limites de detecção mais altos.

Ainda que nós entendamos como as pulsações começam por causa do aumento da opacidade ao longo da zona de ionização parcial, nós não entendemos teoricamente como as pulsações páram, já que todos os modelos evolucionários predizem que a borda vermelha deveria ser muito mais fria que a ZZ Ceti mais fria observada, como os modelos de Hansen, Winget & Kawaler (1985), os quais não levam em conta a interação entre a pulsação e a zona de convecção. Wu & Goldreich (1999) propõem que as pulsações deveriam parar para períodos em torno de 1400s (como observado) nos modelos deles, onde as pulsações de DAs são dominadas por convecção. Kanaan, Kepler & Winget (2002) procuraram por variáveis de baixa amplitude na borda vermelha, as quais representariam quando as ZZ Cetis páram de pulsar, mas não encontraram nenhuma variável um pouco mais frias que a borda vermelha. Mukadam et al. (2004) encontraram sete variáveis de baixa amplitude com períodos longos, o que é um número muito grande para ser explicado por efeitos de inclinação, especialmente quando nós consideramos que pulsações com índices m s diferentes se cancelam em ângulos de inclinação opostos. Na nossa amostra, a estrela WD J0303-0808 também apresenta períodos longos, estando, portanto, na borda vermelha da faixa.

Quando se fala em cancelamento geométrico (Pesnell 1985), não se pode deixar de lado a questão fundamental sobre quais são os m s de um modo que estão excitados. Se pudéssemos observar uma estrela em particular por diferentes ângulos, poderíamos responder esta pergunta, mas isto é impossível. Principalmente porque nós observamos algumas DOVs e DBVs com o modo $m = 0$ maior que os modos com $m = \pm 1$ e vice-versa, não se pode prever quais os modos estarão presentes. Neste sentido, o cálculo simples do cancelamento geométrico

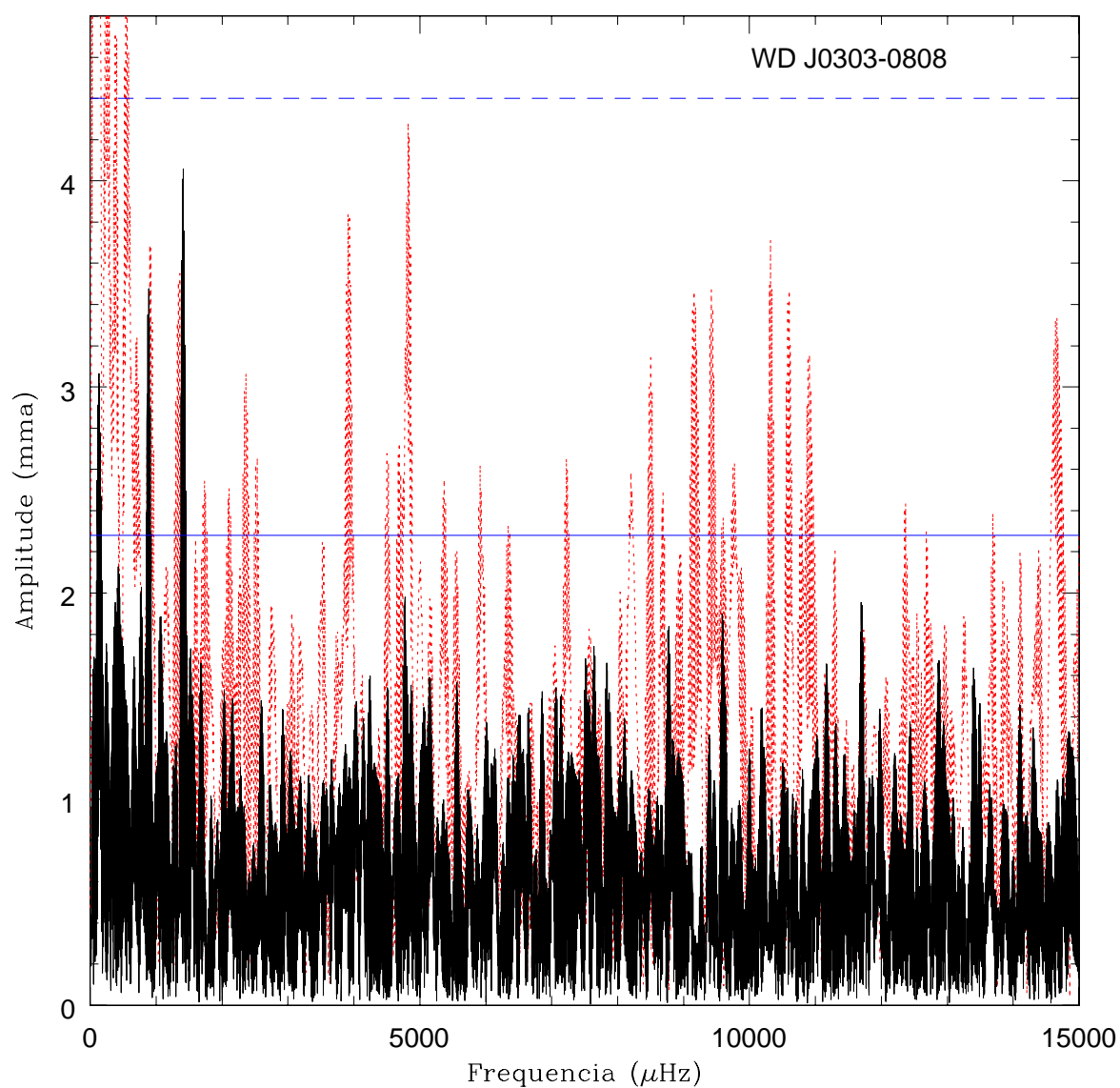


Fig. 3.3: Transformadas de Fourier para a estrela WD J0303-0808. A curva pontilhada (vermelha) é a TF dos dados obtidos com o telescópio de 2,1 m no observatório McDonald, cujo limite de detecção está acima da linha tracejada (azul). A curva preta é a TF dos dados obtidos com o telescópio SOAR de 4,1 m, cujo limite de detecção está acima da linha contínua (azul).

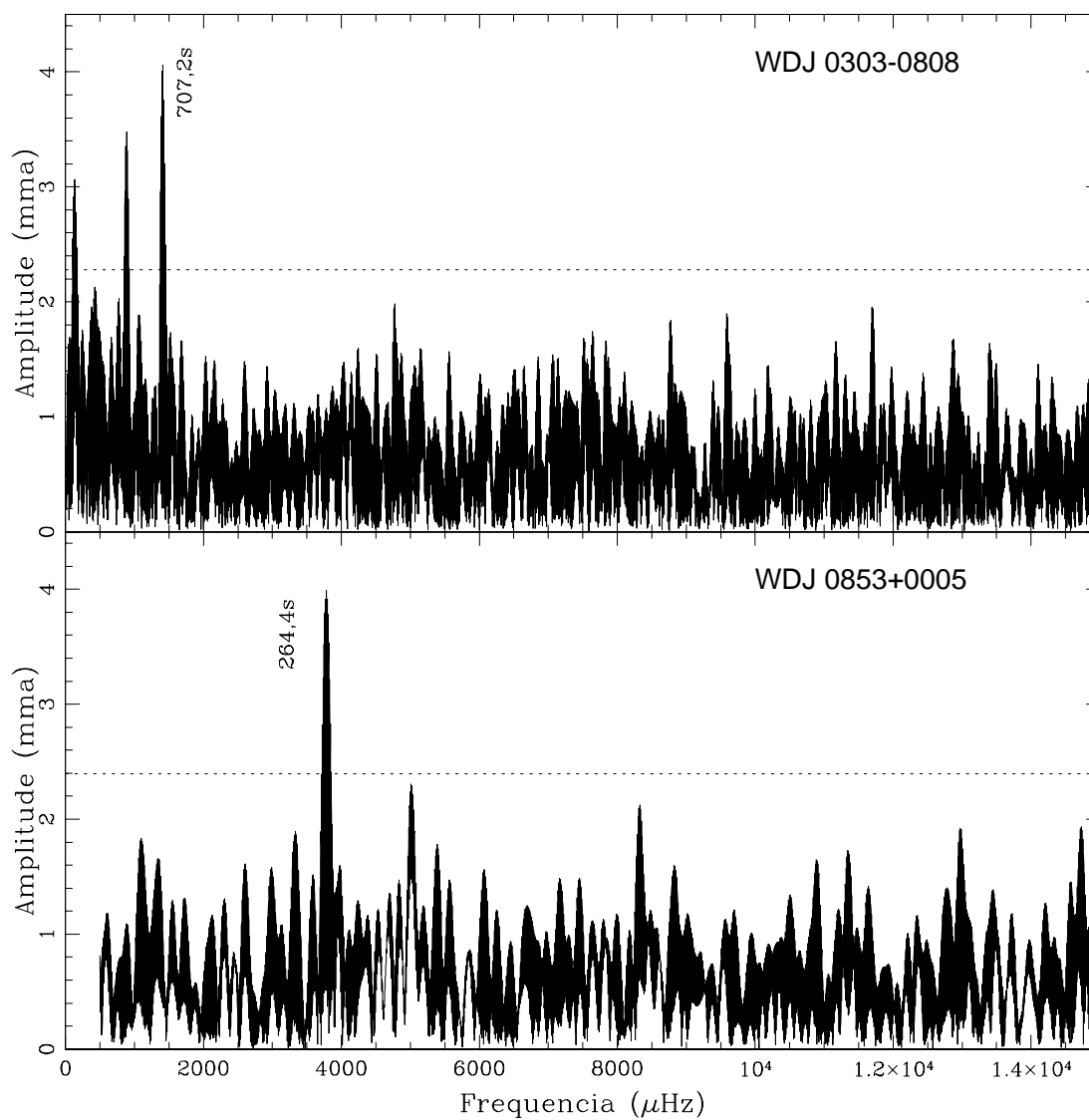


Fig. 3.4: Transformadas de Fourier de duas DAs que foram previamente classificadas como NOVs, mas que foram re-observadas por nós, sendo, de fato, ZZ Ceti. As linhas pontilhadas correspondem ao limite de detecção médio. Apesar de ambas serem ZZ Ceti de baixa amplitude, a estrela WD J0303-0808 apresenta períodos longos, típicos para estrelas na borda vermelha, e a WD J0853+0005 apresenta períodos curtos, característicos das estrelas da borda azul.

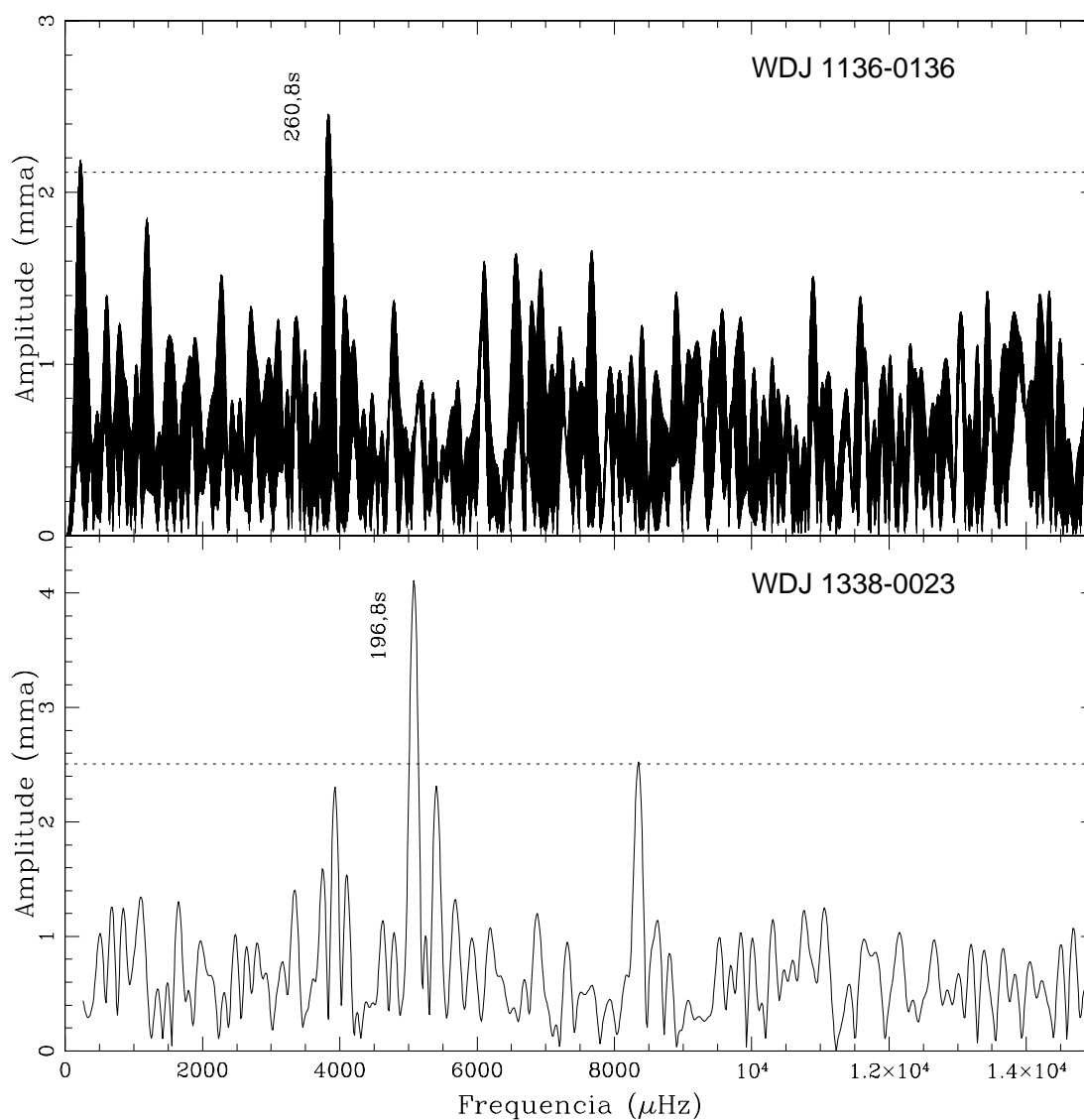


Fig. 3.5: Transformadas de Fourier de duas DAs que foram previamente classificadas como NOVs, mas que foram re-observadas por nós, sendo, de fato, ZZ Cetis. As linhas pontilhadas correspondem ao limite de detecção médio. Ambas as ZZ Cetis são de baixa amplitude e curto período, representativas de estrelas da borda azul da faixa de instabilidade das ZZ Cetis.

dos modos não é factível para estimar quantas ZZ Ceti podem parecer constantes.

3.4 Implicações e discussões dos resultados

O gráfico 3.6 ilustra a nossa expectativa de quantas estrelas estão realmente contaminando a faixa de instabilidade. Quanto mais fraca for a estrela, mais difícil será de detectar variabilidade de baixa amplitude. Os círculos (pretos) representam as ZZ Ceti, enquanto os triângulos (vermelhos) representam as NOVs até os limites de detecção. Existem, portanto, aproximadamente dez estrelas que estão contaminando a faixa de instabilidade das DAs, mas para as quais, seriam necessárias observações em telescópios com pelo menos 4 m, como o SOAR, pois estão acima da amplitude da variável WD J1136-0136, que havia sido classificada como NOV, mas está entre as estrelas de menor amplitude conhecida (3 mma). Ao mesmo tempo, a incerteza em T_{ef} aumenta para $g > 18$. Existe só uma NOV com $g < 18$ e limite de detecção de variabilidade menor que 4 mma, que é a estrela SDSS J123541.62+520611.9, com $T_{\text{ef}} = 11\,990 \pm 130$ K, muito próxima da borda azul da faixa, principalmente levando-se em conta que a posição da borda depende da massa e a grande incerteza em massa dos espectros do SDSS.

Até o presente momento, nós re-observamos somente quatro estrelas com fotometria com resolução temporal, previamente classificadas como não-variáveis, conseguindo reduzir o limite de detecção e encontramos variabilidade nas suas curvas de luz. Como cada não-variável que nós observamos é, de fato, uma variável de baixa amplitude, nós encontramos uma forte evidência observacional de que a faixa de instabilidade de ZZ Ceti seja realmente pura, como predito teoricamente e observacionalmente para as estrelas com alto S/R. Nós ainda confirmamos o limite de detecção de Mullally et al. (2005) para a estrela WD J1432+0146. Esta estrela foi observada por 6 horas com o SOAR. Como a magnitude aparente desta estrela é $g = 17,5$, os valores $T_{\text{ef}} = 11\,290 \pm 70$ K e $M = 0,75 \pm 0,02 M_{\odot}$

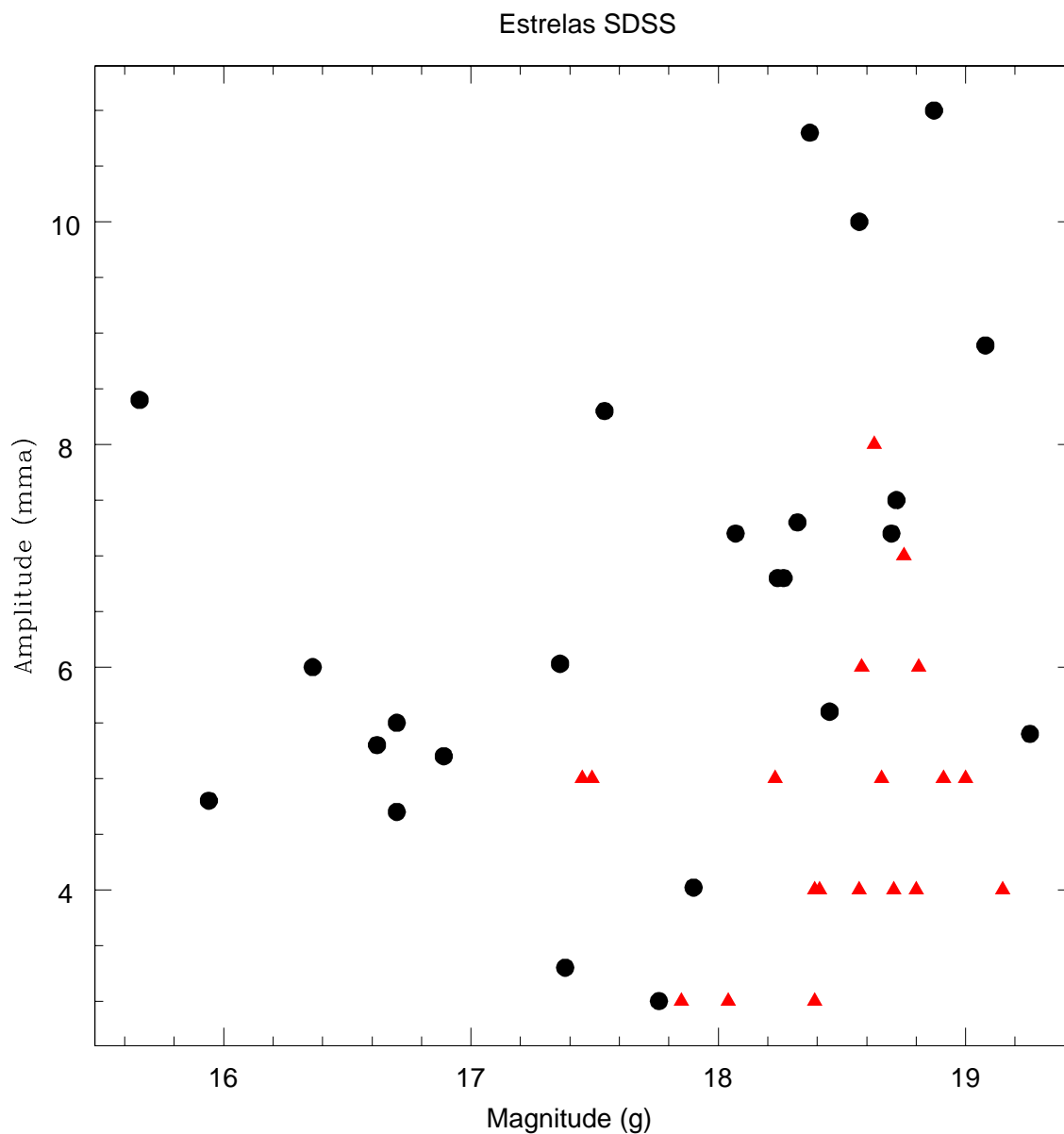


Fig. 3.6: Relação entre magnitude aparente e amplitude detectada para as estrelas ZZ Ceti da amostra do SDSS, representadas pelos círculos (pretos). As NOV's são representadas pelos triângulos (vermelhos) e a localização delas neste diagrama depende da sua magnitude aparente e do limite de detecção publicado.

derivadas de um espectro do SDSS são confiáveis, ela define a borda vermelha das estrelas de massa intermediária. Esta é uma outra evidência observacional para a dependência em massa da posição da faixa de instabilidade das ZZ Ceti (Giovannini et al. 1998).

Por outro lado, nós também mostramos que as determinações de temperatura obtidas pelos espectros do SDSS são razoavelmente confiáveis ($\Delta T_{\text{ef}} = 300 \pm 220 \text{ K}$), apenas com uma barra de erro maior. As determinações de massa do SDSS estão super-estimadas por $0,1 M_{\odot}$, para as doze estrelas observadas com o Gemini. Isto pode ajudar a explicar o aumento de massa observado para as estrelas do SDSS quando $T_{\text{ef}} \sim 10\,000 \text{ K}$ (Kleinman et al. 2004).

Uma implicação relevante sobre este resultado é a respeito da faixa de instabilidade determinada apenas pelas estrelas da amostra antiga e brilhante. Será que as bordas estão bem determinadas? Tendo encontrado estrelas de baixíssima amplitude ($A \sim 3 \text{ mma}$), é possível que os limites de detecção atuais não sejam suficientemente precisos e que a faixa de instabilidade seja, de fato, mais extensa. Sabendo que as estrelas da borda vermelha apresentam variações reais de T_{ef} de até 500 K , por causa da alta amplitude de pulsação, é de se esperar que a borda vermelha seja contaminada, apenas pela imprecisão das determinações de T_{ef} , embora o grupo de Montreal tenha procurado obter espectros com tempo de exposição igual a um número inteiro da periodicidade dominante.

A pureza da faixa de instabilidade é extremamente importante para os estudos sísmológicos. Se todas as anãs brancas pulsam em uma determinada faixa de temperatura, pode-se expandir os resultados da estrutura interna das estrelas variáveis, para todas as demais anãs brancas. Em outras palavras, o objetivo é aplicar os parâmetros da sismologia para as demais DAs. Nas tabelas 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7 está a lista das ZZ Ceti e de suas periodicidades.

Estrela	RA (2000)	DEC (2000)	Magnitude	Periodicidades
WD J0000-0046	00:00:07	-00:46:54	g=18,84	611,4s@23,0mma; 584,8s@15,9mma 601,4s@9,0mma
MCT0016-2553	00:18:44	-25:36:38	V=16,10	1152,4s@8,1mma
WD J0018+0031	00:18:36	+00:31:51	g=17,36	257,3s@6,0mma; 149,9s@3,7mma
HE 0031-5525	00:33:36	-55:08:37	g=15,94	276,9s@4,6mma; 330,8s@2,5mma
G132-12	00:39:03	+31:31:40	V=16,2	212,7s@4,3mma
WD J0049+1552	00:48:55	+15:21:49	g=18,68	604,2s@19,4mma; 698,4s@18,3mma 323,1s@14,8mma; 636,4s@8,7mma 333,2s@8,6mma; 672,3s@8,5mma
EC 0049-473	00:52:00	-47:07:08	V=16,53	
LP586-051	01:02:07	-00:33:01	g=18,21	926,1s@37,2mma; 830,3s@29,2mma
BPM30551	01:06:53	-46:08:55	V=15,26	606,8s@11,5mma; 744,7s@10,5mma
WD J0111+0018	01:11:01	+00:18:07	g=18,76	292,97s@22,13mma; 255,50s@12,95mma 136,54s@7,49mma; 146,49s@5,37mma
R548	01:36:13	-11:20:31	V=14,11	212,950s@5,4mma; 274,512s@3,5mma 333,64s@1,3mma; 318,07s@1,1mma 187,28s@0,9mma
MCT 0145-221	01:47:21	-21:56:51	V=15,3	462,2s@25mma; 727,9s@19mma 823,2s@15mma
HS 0210+3302	02:13:06.2	+33:16:10	B=15,8	189,4s@4,74mma
WD J0214-0823	02:14:06	-08:23:18	g=17,92	297,06s@15,70mma; 263,21s@6,97mma 347,30s@6,58mma; 174,05s@1,81mma 149,00s@2,07mma
HS0235+069	02:38:33	+07:08:11	B=16,6	1238,7s@4,2mma
KUV02464+3239	02:49:27	+32:51:12	V=15,8	831.6s
WD J0249-0100	02:49:22	-01:00:07	g=19,08	1045,3s@8,9mma
WD J0303-0808	03:03:25	-08:08:35	g=18,74	707s@4,1mma
WD J0318+0030	03:18:47	+00:30:29	g=17,81	826,4s@21,1mma; 587,1s@10,6mma 536,1s@10,6mma
WD J0332-0049	03:32:36	-00:49:18	g=18,18	767,5s@15,1mma
BPM31594	03:43:28	-45:49:07	V=15,03	314s@18mma ou 617s
KUV03442+0719	03:46:50	+07:28:02	V=16,1	1348,9s@7,6mma
HE 0344+0712	03:46:51.4	+07:28:02	B=16,2	392,9s@21,1mma; 461,0s@11,4mma
HL Tau 76	04:18:55	+27:17:49	V=15,1	382,47s@16,47mma; 449,8s@6,7mma 492,12s@7,12mma; 540,95s@28,45mma 596,79s@14,40mma; 664,21s@14,94mma 781,0s@9,1mma; 799,10s@5,19mma 933,64s@2,40mma; 976,38s@6,46mma 1064,97s@11,30mma; 1390,84s@3,92mma
G38-29	04:20:17	+36:16:36	V=15,62	1052s@20mma
G191-16	04:59:27	+55:25:25	V=16,04	892,9s@100mma
HS 0507+0434B	05:10:13	+04:38:57	V=14,83	355,8s@24,0mma; 446,2s@13,9mma 555,3s@16,6mma; 743,4s@7,6mma

Tab. 3.3: Lista de todas as ZZ Ceti conhecidas até julho de 2007 e suas periodicidades detectadas.

Estrela	RA (2000)	DEC (2000)	Magnitude	Periodicidades
GD 66	05:20:38	+30:48:26	V=15,56	271,68s@16,97mma; 302,78s@11,43mma 255,98s@3,81mma; 197,39s@5,44mma 522,14s@2,26mma; 143,21s@2,72mma 135,88s@1,82mma; 131,79s@1,43mma 114,30s@1,65mma; 567,85s@1,52mma 119,60s@1,33mma
HE 0532-560	05:33:06	-56:03:53	V=15,5	688,8s@8,4mma; 584,4s@7,9mma
HS 0733+4119	07:37:08	+41:12:28	B=15,9	656,2s@38,7mma; 468,8s@19,4mma
WD J0753+2028	07:56:18	+20:20:10	g=18,24	199,5s@6,8mma
WD J0815+4437	08:15:32	+44:37:10	g=19,30	258,3s@6,2mma; 311,7s@22mma 551,5s@7,3mma; 787,5s@6,6mma
WD J0818+3132	08:18:29	+31:31:53	g=17,38	202,3s@3,3mma; 253,3s@2,9mma
WD J0825+4119	08:25:47	+41:19:00	g=18,5	653,4s@17,1mma; 611,0s@11,2mma
WD J0825+0329	08:25:19	+03:29:28	g=17,48	644s@12,0mma
KUV 08368+4026	08:40:07	+40:15:03	V=15,25	618,0s@16mma; 494,5s@5,5mma
WD J0842+3707	08:42:21	+37:07:02	g=18,75	309,3s@17,9mma
WD J0843+0431	08:43:14	+04:31:32	g=17,93	1049s@11,4mma; 1085s@7,42mma
WD J0848+4510	08:47:47	+45:10:06	g=18,32	201,0s@7,3mma
WD J0851+0605	08:51:28	+06:05:51	g=17,08	326s@22,4mma
WD J0853+0005	08:53:26	+00:05:14	g=18,23	264,4s@4,0mma
WD J0855+0635	08:55:07	+06:35:41	g=17,25	850s@44mma; 433s@15mma
GD 99	09:01:48	+36:07:10	V=14,55	1311s@5mma
WD J0906-0024	09:06:24	-00:24:28	g=17,73	769,4s@26,1mma; 574,5s@23,7mma 618,8s@9,1mma; 266,6s@7,6mma 457,9s@2,5mma
WD J0911+0310	09:11:18	+03:10:45	g=18,41	352s@27,7mma; 757s@16,4mma
WD J0913+4036	09:13:13	+40:36:29	g=17,64	260,3s@16,5mma; 320,5s@14,7mma 288,7s@12,4mma; 203,9s@3,8mma
WD J0916+3855	09:16:35	+38:55:46	g=16,56	485,1s@32,9mma; 447,7s@14,4mma 238,1s@10,8mma; 747,2s@9,1mma
WD J0917+0926	09:17:31	+09:26:28	g=18,09	288,5s@15,05mma; 260,0s@9,4mma 211,5s@9,2mma
WD J0923+0120	09:23:29	+01:20:20	g=18,34	655,7s@4,4mma
G117-B15A	09:24:15	+35:16:50	V=15,50	215,20s@17,36mma; 270,46s@6,14mma 304,05s@7,48mma; 107,70s@1,65mma 126,2s@1,4mma; 119,8s@1,3mma
WD J0942+5733	09:42:13	+57:33:42	g=17,43	694,7s@37,7mma; 451,0s@18,4mma 550,5s@12,2mma
WD J0949-0000	09:49:17	-00:00:23	g=18,80	365,2s@17,7mma; 516,6s@16,2mma 711,6s@6,0mma; 213,3s@6,0mma
HS 0951+1312	09:53:44	+12:58:26		208,0s@9,3mma; 281,6s@8,8mma 258,6s@3,6mma
HS 0952+1816	09:55:09	+18:02:11		1159,7s@4,8mma; 1466,0s@4,5mma 853,8s@3,9mma
WD J0939+5609	09:39:44	+56:09:40	g=18,70	249,9s@7,2mma
WD J0958+0130	09:58:33	+01:30:49	g=16,70	264,4s@4,7mma; 203,7s@2,5mma
WD J1002+5818	10:02:39	+58:18:36	g=18,26	268,2s@6,8mma; 304,6s@5,3mma
WD J1007+5245	10:07:18	+52:45:20	g=18,87	258,8s@11,0mma; 323,1s@10,4mma 290,1s@7,7mma; 152,8s@5,8mma

Tab. 3.4: Continuação da tabela 3.3.

Estrela	RA (2000)	DEC (2000)	Magnitude	Periodicidades
WD J1015+5954	10:15:20	+59:54:31	g=17,95	401,7s@20,8mma; 453,7s@15,8mma 1116,5s@12,6mma; 213,0s@9,8mma 292,4s@8,5mma
WD J1015+0306	10:15:48	+03:06:48	g=15,66	270,0s@8,4mma; 255,7s@7,3mma 194,7s@5,8mma
HS 1039+4112	10:42:34	40:57:16	B=15,9	855,5s@55,2mma; 837,3s@26mma
WD J1054+5307	10:54:50	+53:07:59	g=17,92	869,1s@37,4mma; 444,6s@16,0mma
WD J1056-0006	10:56:12	-00:06:21	g=17,52	942,2s@62,3mma; 474,4s@22,9mma 314,2s@11,0mma
WD J1106+0115	11:06:23	+01:15:21	g=18,37	937s@10,8mma; 842s@9,4mma
WD J1122+0358	11:22:21	+03:58:22	g=18,13	859,0s@34,3mma; 996,1s@17,9mma
WD J1125+0345	11:25:43	+03:45:06	g=18,07	265,5s@7,2mma; 208,6s@2,8mma
EC1126-2217	11:29:12	-22:33:44	B=16,5	402,7s@3,0mma; 276,6s@7,4mma 234,1s@4,5mma; 217,7s@5,9mma 386,4s@4,0mma
WD J1136-0137	11:36:04	-01:36:58	g=17,76	260,8s@3,1mma
KUV 11370+4222	11:39:41	+42:05:19	V=16,56	257,2s@5,3mma; 292,2s@2,5mma 462,9s@3,2mma
PG 1149+058	11:51:54	+05:28:38	B=15,1	1023,5s@10,5mma
EC11507-1519	11:53:15	-15:36:35	V=16	249,6s@7,7mma; 191,7s@3,59mma
WD J1157+0553	11:57:07	+05:53:04	g=17,59	918,9s@15,9mma; 826,2s@8,1mma 1056,2s@5,8mma; 748,5s@5,6mma
G225-2	12:01:45	+80:05:00	V=16	830s@41mma; 685s@38mma
WD J1216+0922	12:16:29	+09:22:46	g=18,56	830,9s@43,6mma; 409s@30,1mma 570s@24,6mma; 626s@21,6mma 967s@20,5mma
WD J1218+0042	12:18:31	+00:42:16	g=18,71	258s@16mma
WD J1222-0243	12:22:30	-02:43:33	g=16,74	396s@22mma
BPM37093	12:38:52	-49:49:27	V=13,9	511,7s@0,68mma; 531,1s@1,16mma 548,8s@0,98mma; 564,0s@1,03mma 582,0s@1,03mma; 600,7s@0,88mma 613,5s@1,13mma; 635,1s@1,53mma 660,8s@0,48mma
HS 1249+0426	12:52:15	+04:10:43	B=15,8	288,9s@7,55mma
WD J1255+0211	12:55:35	+02:11:16	g=19,09	897s@31,7mma; 1002s@21,7mma 812s@16,4mma
WD J1257+0124	12:57:11	+01:24:23	g=18,65	905,8s@46,7mma
HE 1258+0123	13:01:10	+01:07:39	V=16,2	439,2s@9,8mma; 528,5s@9,3mma 744,6s@23,0mma; 1092,1s@14,1mma 881,5s@17,6mma; 628s@15,2mma
GD 154	13:09:57	+35:09:46	V=15,31	1186,5s@2,4mma; 1088,6s@2,0mma 402,6s@0,3mma
WD J1310-0159	13:10:08	-01:59:56	g=17,67	349,6s@17,6mma; 280s@9,2mma
WD J1337+0104	13:37:14	+01:04:44	g=18,57	715s@10,0mma
WD J1338-0023	13:38:32	-00:23:28	g=17,90	196,9s@4,3mma; 119,9s@2,3mma
EC13429-2342	13:45:47	-23:57:11	B=16,1	1177,0s@6,2mma; 982,0s@5,17mma
WD J1345-0055	13:45:50	-00:55:36	g=16,70	195,2s@5,5mma; 254,4s@2,4mma
LP133-144	13:51:20	+54:57:42	V=16,0	209,2s@10mma; 305,7s@5,3mma 327,3s@4,0mma

Tab. 3.5: Continuação da tabela 3.3.

Estrela	RA (2000)	DEC (2000)	Magnitude	Periodicidades
G238-53	13:52:11	+65:24:57	V=15,57	206s@9mma
WD J1354+0108	13:54:59	+01:08:19	g=16,36	198,3s@6,0mma; 322,9s@1,9mma 291,6s@2,2mma; 173,3s@1,1mma 127,8s@1,5mma
WD J1355+5454	13:55:31	+54:54:05	g=18,58	324,0s@21,8mma
EC14012-1446	14:03:57	-15:01:10	V=15,67	610,1s@60,0mma; 723,6s@18,5mma 530,5s@18,5mma; 398,9s@13,5mma 937,2s@11,0mma
WD J1417+0058	14:17:08	+00:58:27	g=18,03	894,5s@44,0mma; 812,5s@31,5mma
WD J1408+0445	14:08:59	+04:45:55	g=17,93	849s@24,3mma
GD 165	14:24:39	+09:17:13	V=14,32	120,36s@4,8mma; 192,68s@2,4mma 249,7s@0,7mma; 114,3s@0,6mma
L 19-2	14:33:09	-81:20:04	V=13,75	192,6s@6,5mma; 350,1s@1,1mma 143,4s@0,6mma; 118,7s@1,2mma 113,8s@2,4mma
HE 1429-037	14:32:03	-03:56:38	V=15,8	829,3s@18,3mma; 1084,9s@16,3mma 969,0s@12,7mma; 450,1s@10,2mma
WD J1443+0134	14:43:30	+01:34:05	g=18,72	968,9s@7,5mma; 1085,0s@5,2mma
WD J1502-0001	15:02:07	-00:01:47	g=18,68	629,5s@32,6mma; 418,2s@14,9mma 687,5s@12,0mma; 581,9s@11,1mma
WD J1524-0030	15:24:03	-00:30:23	g=16,03	873,2s@111,5mma; 434,0s@47,8mma 922,3s@28,5mma; 833,9s@26,7mma 505,4s@18,4mma; 891,0s@14,6mma 1032,2s@11,4mma; 625,9s@10,1mma 582,6s@9,8mma; 438,0s@10,5mma 788,9s@7,9mma; 357,1s@6,3mma 401,0s@6,5mma; 313,0s@4,7mma 326,5s@5,9mma
WD J1533-0206	15:33:33	-02:06:00	g=16,62	259,2s@4,8mma
PG 1541+650	15:41:44	+64:53:56	V=15,7	757s; 689,7s; 564s; 467,3s
R808	16:01:23	+36:48:35	V=14,2	
WD J1618-0023	16:18:37	-00:23:02	g=19,26	644,0s@5,4mma
WD J1617+4324	16:17:38	+43:24:44	g=18,33	889,6s@36,6mma; 626,3s@24,1mma
WD J1641+3521	16:41:16	+35:21:41	g=19,04	809,3s@27,3mma
G226-29	16:48:25	+59:03:27	V=12,23	109,28
WD J1650+3010	16:50:21	+30:10:21	g=18,11	339,1s@14,7mma
WD J1700+3549	17:00:55	+35:49:51	g=17,26	893,4s@54,7mma; 955,3s@20,4mma 450,5s@19,3mma
WD J1711+6541	17:11:13	+65:41:58	g=16,89	612,6s@5,7mma; 606,3s@5,2mma 690,3s@3,3mma; 1186,6s@3,3mma 1248,2s@3,2mma; 561,5s@3,0mma 934,8s@2,9mma; 214,3s@1,7mma 234,0s@1,2mma
BPM24754	17:19:01	-54:45:53	V=15,55	1046,2s; 643,7s; 1234,1s; 1356,6s 1124,0s
WD J1724+5835	17:24:28	+58:35:39	g=17,54	279,5s@8,3mma; 337,9s@5,9mma 189,2s@3,2mma
WD J1732+5905	17:32:35	+59:05:33	g=18,74	1248,4s@22,5mma; 1122,4s@10,2mma
HS 1824+6000	18:24:44.3	+60:01:58	B=15,7	329,6s@13,6mma

Tab. 3.6: Continuação da tabela 3.3.

Estrela	RA (2000)	DEC (2000)	Magnitude	Periodicidades
G 207-9	18:57:30	+33:57:19	V=14,63	259,1s@17,3mma; 292,0s@49,0mma 318,0s@64,0mma; 557,4s@63,4mma 740,7s@46,4mma
G185-32	19:37:13	+27:43:18	V=13,02	651,70s@0,67mma; 560,77s@0,09mma 537,59s@0,57mma; 454,56s@0,38mma 370,21s@1,62mma; 300,60s@1,04mma 266,17s@0,46mma; 215,74s@1,93mma 181,90s@0,03mma; 148,45s@0,57mma 141,87s@1,43mma; 72,54s@0,93mma 70,93s@0,69mma
GD385	19:52:27	+25:09:26	V=15,13	256s@11,2mma; 128,1s@3,7mma
WD 1959+059	20:02:12.9	+06:07:35	B=16,4	1350,4s@5,7mma
WD J2128-0007	21:28:08	-00:07:51	g=17,97	302,2s@17,1mma; 274,9s@11,0mma 289,0s@9,7mma
WD J2135-0743	21:35:30	-07:43:40	g=18,59	565,4s@49,8mma; 299,9s@22,9mma 510,6s@16,8mma; 281,8s@13,3mma 323,2s@13,0mma
MCT 2148-2911	21:51:38	-28:56:42	V=16,10	260,8s@12,6mma
WD J2154-0731	21:53:54	-07:31:22	g=18,45	210,2s@5,6mma
WD J2159+1322	21:59:06	+13:22:56	g=18,87	801,0s@15,1mma; 683,7s@11,7mma
WD J2214-0025	22:14:58	-00:25:12	g=17,91	255,2s@13,1mma; 195,2s@6,1mma
WD J2231+1346	22:31:36	+13:46:53	g=18,63	627,0s@26,3mma; 619,7s@26,3mma 707,5s@17,1mma; 382,4s@14,6mma 548,7s@13,7mma
GD 244	22:56:46	+12:52:50	V=16,1	307,1s@20,2mma; 256,6s@12,3mma 203,0s@4,0mma
PG 2303+242	23:06:27	+24:32:08	V=15,5	794,5s@56mma; 623,4s@15mma 675,4s@8mma; 570,7s@8mma
WD J2307-0847	23:07:27	-08:47:00	g=18,83	1212,2s@25,6mma; 617,0s@12,5mma
G29-38	23:28:47	+05:14:54	V=13,06	894,0s@14,0mma; 809,4s@30,1mma 770,8s@5,1mma; 655,1s@6,1mma 614,4s@32,8mma; 496,2s@7,9mma 400,5s@9,1mma; 283,9s@4,8mma 1239,9s@1,9mma; 1185,6s@3,4mma 1150,5s@3,6mma; 859,6s@24,6mma 363,5s@4,7mma; 218,7s@1,5mma
WD J2334+0103	23:34:59	+01:03:03	g=19,24	923,2s@40,4mma
GD 1212	03:46:50	+07:28:02	V=16,1	1160,7s@5,4mma
G30-20	23:49:53	+13:06:13	V=15,9	1068s@13,8mma
WD J2350-0054	23:50:40	-00:54:30	g=18,10	304,3s@17,0mma; 391,1s@7,5mma 273,3s@6,2mma
EC23487-2424	23:51:22	-24:08:17	V=15,33	992,7s@24,4mma; 804,5s@19,3mma 868,2s@12,8mma

Tab. 3.7: Continuação da tabela 3.3.

Capítulo 4

Os modelos sismológicos

As palavras informação e dados podem ser usadas da mesma forma em diversos contextos, mas não são sinônimos. Em física, por exemplo, dados são as medidas realizadas, que podem ser processados, enquanto que informação é obtida como resultado da análise dos dados, descrevendo uma quantidade ou fenômeno físico. O importante desta pequena diferenciação para o meu trabalho é que não posso obter nenhuma informação a respeito de uma quantidade física sem ter dados. Mais especificamente, cada informação independente possibilita a determinação de um único parâmetro do sistema.

Como mencionado no Capítulo 1, as anãs brancas ZZ Ceti pulsam em poucos modos, principalmente quando começam a pulsar, na borda azul da faixa de instabilidade. Quando as ZZ Ceti estão parando de pulsar, na borda vermelha, a quantidade de periodicidades é muito maior, ainda que grande parte destas seja devido a combinações lineares dos modos ou harmônicos, causados pela extensa camada de convecção (e.g. Wu 2001). Uma vez que os modos de pulsação normais são independentes, cada modo detectado possibilita a obtenção de um parâmetro da estrutura da estrela. Meu objetivo é obter algum tipo de informação sobre o interior das ZZ Ceti, mesmo quando poucos modos de pulsação normais estiverem excitados. É importante lembrar que as pulsações nas anãs brancas são fenômenos globais, não apenas atmosféricos, como ocorre nas pulsações modo- p do Sol, cuja zona de reflexão

interna ainda é superficial (mas pode-se obter até a rotação do núcleo com a medida dos milhares de modos do Sol!).

4.1 Calculando os modelos

A semente inicial para calcular o modelo evolucionário que será usado no cálculo dos modos de pulsação teóricos de anãs branca pulsantes é um modelo estático de pré-anã branca. O modelo é “esfriado” ou “evoluído” quasi-estaticamente até chegar na temperatura desejada. Uma das alternativas de modelos de “partida” é fazer cálculos detalhados da evolução estelar, desde a entrada da estrela na fase de seqüência principal até a fase de pré-anã branca, passando por todas as fases evolucionárias intermediárias. Os cálculos devem ser feitos para cada massa diferente. A informação das fases anteriores é importante para modelos precisos de anãs brancas quentes DOs, pois a estrutura inicial vinda das fases anteriores ainda é dominante (e.g. Althaus et al. 2007, Quirion et al. 2006).

No caso das anãs brancas mais frias, a estrutura inicial já foi bastante modificada pelo esfriamento, contração da estrela e difusão dos elementos químicos nas camadas. Portanto, usar um modelo de polítropo quente de ordem $2/3$, ou seja, $P \propto \rho^{5/3}$, é equivalente a usar modelos iniciais evoluídos de fases anteriores. As seqüências de esfriamento destes polítropos convergem para a mesma estrutura obtida dos modelos auto-consistentes de pré-anãs brancas em temperaturas bem acima dos valores para os quais se observa instabilidade pulsacional em anãs brancas DAs a DBs (e.g. Wood 1990).

Os modelos iniciais que eu usei foram calculados por Travis Metcalfe para massas totais de $0,5$ até $1,0 M_{\odot}$. A grade inteira foi gerada a partir de um polítropo inicial com $M = 0,6 M_{\odot}$, usando transformações homólogas do tipo:

$$r_A = \frac{R_A}{R_B} r_B \quad M_A(r_A) = \frac{M_A}{M_B} M_B(r_B), \quad (4.1)$$

Foram gerados outros três modelos com massas iguais a $0,65 M_{\odot}$, $0,75 M_{\odot}$ e $0,85 M_{\odot}$, os quais foram relaxados. Na verdade, são estes três modelos e o de $0,6 M_{\odot}$, que foram usados para calcular todos os modelos iniciais com diferentes massas. O modelo original de polítropo com $M = 0,6 M_{\odot}$ é a semente da transformação homóloga para modelos de todas as massas abaixo deste valor. Dos modelos relaxados com massas de $0,65 M_{\odot}$ e $0,75 M_{\odot}$ são feitas as transformações para calcular os modelos de partida na faixa de massas de $0,605$ a $0,745 M_{\odot}$ e de $0,755 M_{\odot}$ a $0,895 M_{\odot}$, respectivamente. Todos os modelos iniciais com massas de $0,90 M_{\odot}$ e acima são obtidos de transformações homólogas do modelo relaxado de $0,85 M_{\odot}$.

Eu usei o Código de Evolução de Anã Branca (WDEC) descrito em detalhe por Lamb & van Horn (1975) e por Wood (1990), para evoluir o modelo de partida até a temperatura escolhida. Este código foi originalmente escrito por Martin Schwarzschild e tem sido atualizado e modificado por muitos outros astrônomos ao longo dos anos, incluindo: Kutter & Savedoff (1969), Lamb & van Horn (1975), Winget (1982), Kawaler (1986), Wood (1990), Bradley (1993) e Montgomery (1998). A equação de estado para os núcleos dos nossos modelos vem de Lamb (1974) e para os envelopes de Fontaine, Graboske & van Horn (1977). Nós usamos as tabelas atualizadas de opacidade OPAL (Iglesias & Rogers 1996), taxas de neutrinos de Itoh et al. (1996) e $ML2/\alpha=0,6$ da teoria de comprimento de mistura de Böhm & Cassinelli (1971). Os cálculos de evolução para o núcleo são completamente auto-consistentes, mas o envelope é tratado separadamente. O núcleo e o envelope são colocados juntos e o envelope é ajustado pelas condições de contorno na interface. As transições entre as camadas foram calculadas assumindo difusão temporal auto-consistente (seguindo Althaus et al. 2003), principalmente para a zona entre o H e o He.

4.2 Dimensões da grade

Eu calculei uma grade extensiva de modelos adiabáticos para os modos de pulsação, variando quatro quantidades: T_{ef} , M , M_{H} e M_{He} . A temperatura efetiva (T_{ef}) varia de 10 600 a 12 600 K, em passos de 50 K. Estes limites são um pouco maiores que os limites observacionais da faixa de instabilidade. Inicialmente, a variação de massa total (M) foi de 0,5 a $1,0 M_{\odot}$, em passos de $0,005 M_{\odot}$, englobando os valores das determinações prévias para a grande maioria ($\sim 90\%$) das ZZ Ceti conhecidas. A massa da camada de hidrogênio (M_{H}) foi calculada desde o limite máximo estimado para que não ocorra a queima de H ($10^{-4} M_{*}$) na fase de anã branca até o limite mínimo de detecção de H ($10^{-9,5} M_{*}$) no espectro das DAs — $10^{-10} M_{*}$ é o valor típico de quantidade de H para as DBs (Dufour et al. 2007). A massa da camada de hélio (M_{He}) também foi calculada entre o limite máximo para que não haja a queima de He ($10^{-2} M_{*}$) e um limite mínimo de $10^{-3,5} M_{*}$. O limite máximo da espessura de H e He vem do fato de não se observar reações nucleares, as quais causariam pulsações modos- g pelo mecanismo- ϵ (ver seção 1.2), com períodos esperados entre 40 e 500 s, nos núcleos de nebulosa planetária, que não são observadas (Hine 1988). As pulsações observadas em núcleos de nebulosas planetárias são causadas pelo mecanismo κ - γ (ver seção 1.4) e apresentam períodos acima de 900 s (e.g. Steining et al. 2005). O tamanho do passo das massas das camadas de H e de He é de $10^{-0,5} M_{*}$.

4.3 Composição do núcleo: C/O

O gráfico 4.1 mostra a variação dos períodos para os primeiros três sobretons excitados com $\ell = 1$, para o modelo com $T_{\text{ef}}=11\,600$ K, $M = 0,6M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-4}M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2}M_{*}$, representativo do centro da faixa de instabilidade, com massa próxima do valor médio da distribuição de massa das anãs brancas DAs (ver seção 1.2). A variação dos modos é pequena, da ordem de 1 a 2 segundos, mesmo quando a proporção de O no núcleo muda

drasticamente de 0% para 90%! (a quantidade faltante é sempre C)

Se, do contrário, nós deixássemos a composição nuclear como um outro parâmetro livre, estaríamos introduzindo não uma, mas sim três variáveis a serem ajustadas. A primeira quantidade é a abundância propriamente dita da composição química no núcleo, devido às incertezas na taxa de reação $C(\alpha,\gamma)O$ (Metcalf 2005). Em laboratórios terrestres, a taxa desta reação só poderia ser medida se fosse oito ordens de grandeza mais energética que o que ocorre nos interiores estelares. Apesar de serem ótimos laboratórios para física em condições extremas, as anãs brancas permitiram vincular a reação, mas a taxa ainda não é bem medida. Adicionalmente, a variação da composição nuclear leva ao não conhecimento da forma da zona de transição entre C e O; então, os dois pontos nos extremos da curva que melhor se ajusta à transição são os outros dois parâmetros livres que seriam introduzidos, nos nossos modelos. A nossa escolha de 50:50 para C/O vem de previsões teóricas para o que deveria ser a composição nuclear de anãs brancas com $M \sim 0,6 M_{\odot}$, o valor mais provável na distribuição de massa das ZZ Ceti.

Ainda que tenhamos escolhido uma forma específica para a composição nuclear, nós investigamos as mudanças nas transições entre as camadas internas para diferentes perfis internos. No gráfico 4.2, está a variação da abundância dos elementos que compõem uma certa camada em função da massa. O perfil de Salaris (Salaris et al. 1997) é um perfil derivado de cálculos auto-consistentes e o perfil simples é o que nós utilizamos. Ambos modelos foram calculados para $T_{\text{ef}} = 12\,000\text{ K}$, $M = 0,61 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$. Claramente, a zona de transição entre o núcleo e o envelope de He muda, o que faz com que os períodos calculados que estão amarrados nestas camadas sejam diferentes. Por outro lado, se mudarmos um pouco a quantidade total de He, compensamos a diferença nos períodos calculados. Devido a baixa quantidade de modos presentes nas ZZ Ceti, esta degenerescência não pode ser levantada. Por causa disto, os valores que nós determinamos para massa da camada de He são bastante incertos e totalmente dependentes da escolha do

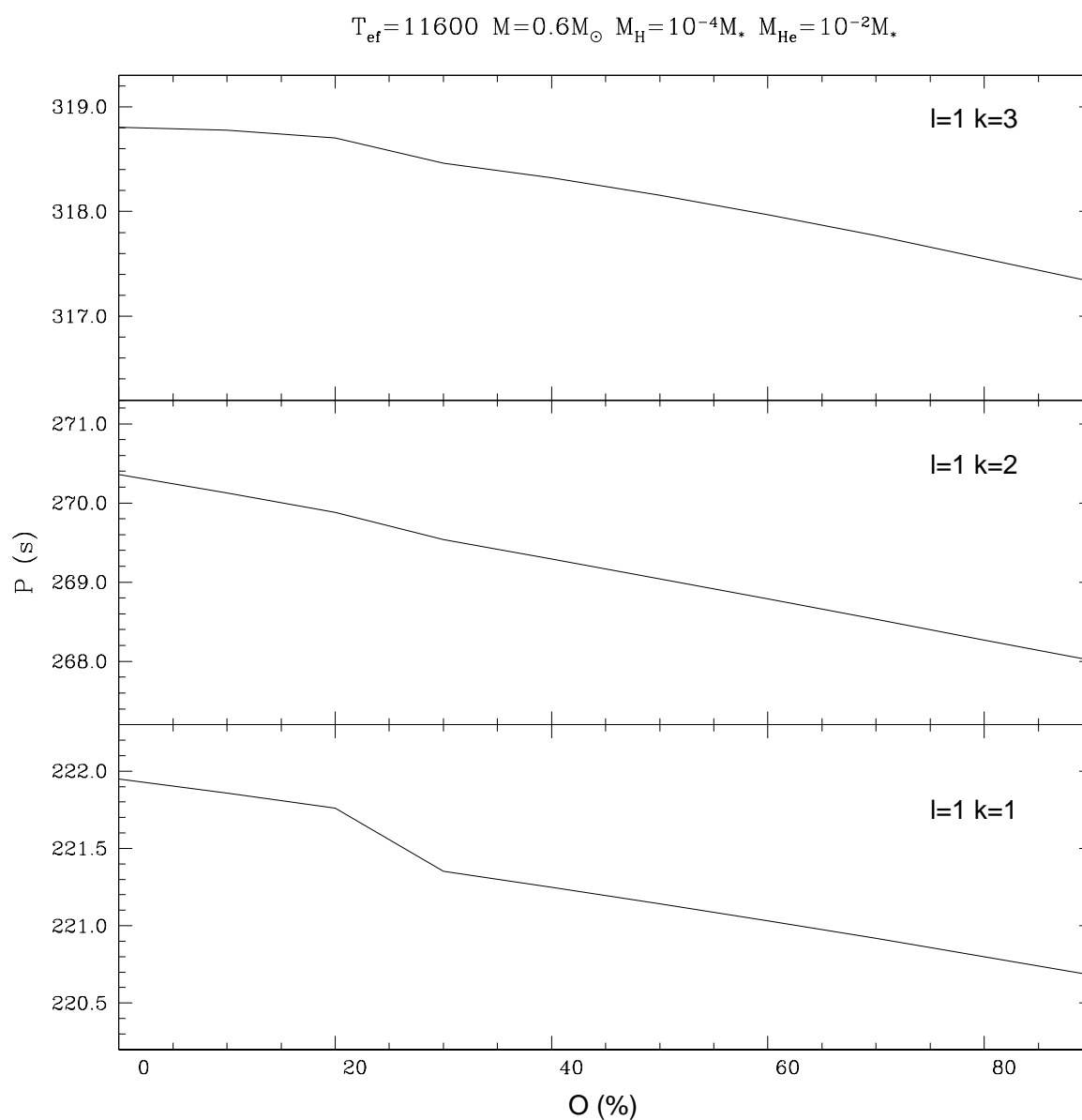


Fig. 4.1: Variação dos primeiros sobretons em função da abundância de O no núcleo, para um modelo com $T_{\text{ef}}=11600$ K, $M = 0,6M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-4}M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2}M_{*}$. No quadro inferior, a variação do modo com $\ell = 1$ e $k = 1$ é de 1,3s quando a composição no núcleo varia de 0% a 90%. No quadro central, esta mesma variação na composição nuclear faz o modo $\ell = 1$ e $k = 2$ mudar em 2,4 s. O quadro superior mostra que o modo com $\ell = 1$ e $k = 3$ só varia 1,5s, com a variação máxima da composição nuclear.

perfil interno.

Para anãs brancas com alta ($M > 0,9 M_{\odot}$) e baixa massa ($M < 0,4 M_{\odot}$), a composição nuclear deve ser distinta e passa a ser importante. Estas estrelas são uma pequena fração ($\sim 10\%$) de todas as ZZ Cetis conhecidas. Se tivéssemos determinações de massas suficientemente precisas, teríamos que estender a grade para outros valores de C/O para estes extremos, como eu fiz na seção 5.5.

4.4 Explorando a grade de modelos

Na borda azul da faixa de instabilidade, as ZZ Cetis apresentam apenas poucos modos excitados, todos com períodos curtos ($P \sim 70\text{--}300$ s). No gráfico 4.3, eu apresento a variação dos primeiros sobretons para um modelo com $T_{\text{ef}} = 12\,000$ K, $M = 0,6 M_{\odot}$, $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$ e proporção de C/O 50:50, em função da espessura da camada de H. Eu escolhi explorar este modelo porque a T_{ef} é típica de uma estrela na borda azul e porque a M é o valor do máximo para a distribuição de massa, não apenas das ZZ Cetis, mas de todas as anãs brancas DAs.

A primeira coisa que podemos notar no gráfico 4.3 é que a separação entre os modos subseqüentes (*period spacing*, ΔP) não é constante e depende da espessura da camada de H. Inclusive, para alguns valores de M_{H} , o ΔP é bastante pequeno. Este evento é chamado de cruzamento evitado (*avoid crossing*), o qual ocorre quando existem dois modos com o mesmo ℓ e com valores de período muito próximos. Para $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$, $\Delta P = 86$ s entre o $k = 1$ e o $k = 2$, mas apenas $\Delta P = 12,5$ s se $M_{\text{H}} = 10^{-6} M_{*}$.

A conclusão imediata mais importante é a respeito da degenerescência nas soluções. Se eu comparar uma estrela com esta T_{ef} e massa e que pulse com um modo em 217,5 s, por exemplo, existem duas soluções para a espessura da camada de H. Se o modo for $\ell = 1$ e $k = 1$, a solução é uma camada mediana, $M_{\text{H}} = 10^{-7,5} M_{*}$, mas se $\ell = 1$ e $k = 2$, a

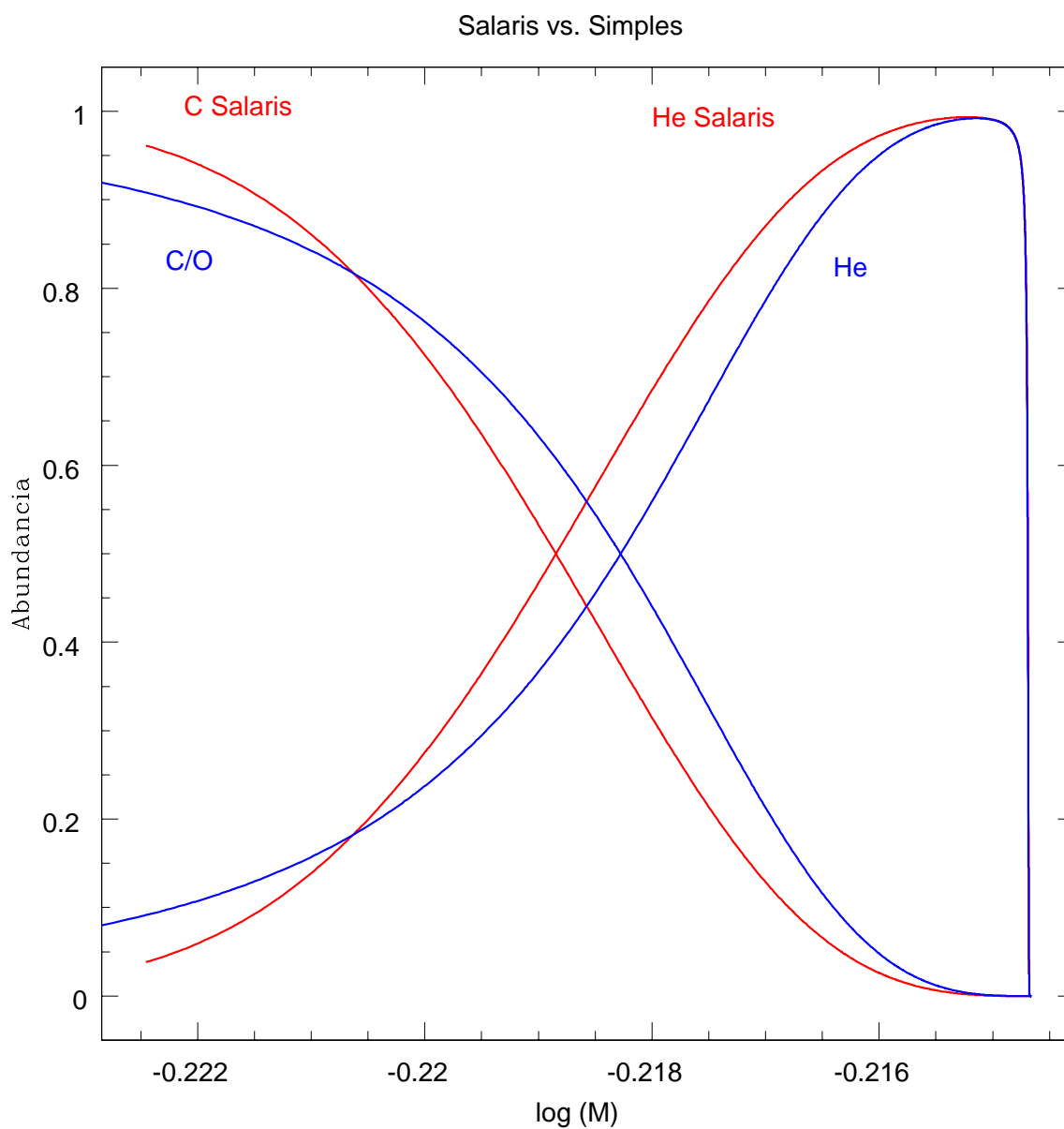


Fig. 4.2: Comparação entre os perfis nucleares de Salaris (linha vermelha) e o perfil da mistura homogênea simples de C/O=50:50, que utilizamos, em função da massa interior à camada. A localização das transições é um pouco diferente, causando diferenças nos períodos calculados, as quais podem ser compensadas variando um pouco a quantidade total de He.

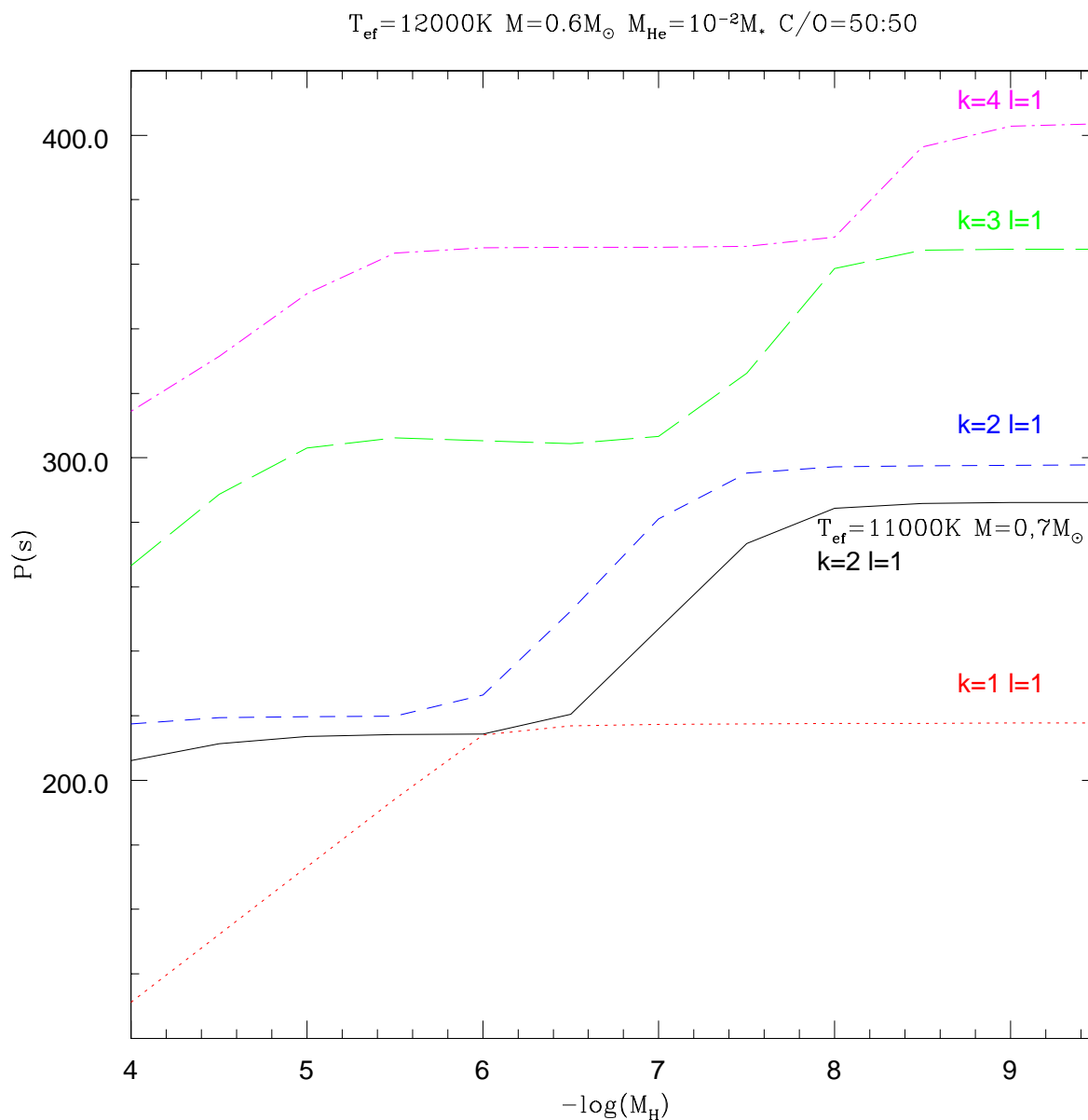


Fig. 4.3: Este gráfico mostra a variação dos primeiros sobretons $k = 1$ até 4 dos modos $\ell = 1$ em função da espessura da camada de H. O modelo típico da borda azul foi calculado para $T_{\text{ef}}=12\,000\text{K}$, $M = 0,6 M_{\odot}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2}M_{*}$. A linha pontilhada (vermelha) é a variação do modo $k = 1$ e $\ell = 1$; a tracejada (azul), $k = 2$ e $\ell = 1$; a tracejada-longo (verde), $k = 3$ e $\ell = 1$ e a tracejada e pontilhada (magenta), $k = 4$ e $\ell = 1$. Para algumas massas de H específicas, e.g. $M_{\text{H}} \sim 10^{-6} M_{*}$, para $k = 1$ e 2 , ocorre o cruzamento evitado. A linha contínua (preta) é a variação do modo $k = 2$ e $\ell = 1$, mas para o modelo com $T_{\text{ef}}=11\,000\text{K}$, $M = 0,7 M_{\odot}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2}M_{*}$. Em ambos os modelos, $C/O=50:50$.

solução é uma camada espessa, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$. Esta degenerescência muitas vezes pode ser levantada se observarmos um segundo modo de pulsação na estrela, pois no modelo de camada mediana de H, $M_{\text{H}} = 10^{-7,5} M_{*}$, o próximo sobreton a ser observado é o $\ell = 1$ e $k = 2$ com $P \sim 295$ s. No modelo de camada mais espessa de H, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$, os próximos sobretons são $\ell = 1, k = 3$ com $P \sim 267$ s e $k = 4$ com $P \sim 314$ s.

Por outro lado, se apenas um modo é detectado na estrela, há também a degenerescência em T_{ef} e M , não apenas quanto à espessura da camada de H. Seguindo no mesmo exemplo, procurei a solução para o período hipotético em 217,5 s, mas permitindo que T_{ef} e M também variassem. O gráfico 4.3 também mostra a variação do modo $\ell = 1$ e $k = 2$ em função da espessura da camada de H, para um modelo com $T_{\text{ef}} = 11\,000$ K e $M = 0,70 M_{\odot}$. Neste caso, a melhor solução é para $M_{\text{H}} = 10^{-6,5} M_{*}$. Entretanto, se a estrela observada for da borda azul (poucos modos, períodos curtos e baixa amplitude), esta solução pode ser facilmente excluída, pois $T_{\text{ef}} = 11\,000$ K é um valor típico de ZZ Cetus na borda vermelha. O espectro de frequência das estrelas da borda vermelha é predominantemente constituído por períodos longos e de alta amplitude; se o modo em $P = 217,5$ s estivesse excitado, ele não seria o modo dominante.

Esta simples busca de soluções na grade de modelos mostra que é impossível definir qual é o modelo que melhor representa a estrutura interna de uma estrela se a única informação usada for a de um modo excitado. Entretanto, se houver medidas além do período excitado, como T_{ef} e M derivados de espectros ópticos ou ultravioleta com alto sinal-ruído, será possível inferir alguma informação a respeito da estrutura interna da estrela.

A próxima investigação é sobre o comportamento dos primeiros sobretons em função da massa (M) da estrela. No gráfico 4.4 eu mostro a variação dos primeiros k s para os modelos com $T_{\text{ef}} = 12\,000$ K, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$, para massas entre 0,5 e $1,0 M_{\odot}$. A degenerescência de solução para um mesmo período observado passa a ser mais importante para massas mais altas, já que o espaçamento entre os modos subsequentes é

menor. Voltando ao período hipotético em 217,5 s, as soluções são: $M = 0,60 M_{\odot}$ se o modo for $\ell = 1$ e $k = 2$, $M = 0,74 M_{\odot}$ se o modo for $\ell = 1$ e $k = 3$ e $M = 0,86 M_{\odot}$ se o modo for $\ell = 1$ e $k = 4$.

Um outro detalhe que se pode ver claramente no gráfico 4.4 é que o espaçamento entre os modos, ΔP , é menor para massas maiores, principalmente quando comparamos os modos $k = 2$ e $k = 3$. Estes espaçamentos podem ser usados para estimar a massa quando mais de um modo é detectado na estrela.

Alternativamente, no gráfico 4.5 eu mostro a variação dos primeiros sobretons em função da T_{ef} . Os modelos apresentados têm $M = 0,6 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$. A observação mais importante é que os modos ficam mais longos à medida que a estrela esfria. Fisicamente, estamos medindo o esfriamento do núcleo, que é o efeito dominante na fase de ZZ Cetus. Uma outra observação é que o ΔP é aproximadamente constante entre os sobretons subsequentes.

Nos gráficos 4.6 e 4.7 eu mostro a mesma variação dos modos em função da T_{ef} , mas para valores distintos de massa, $M = 0,5$ e $M = 0,7 M_{\odot}$. Para uma estrela de massa menor, o valor do período de mesmo k passa a ser maior; o inverso ocorre para M maior. Isto se deve à relação inversa entre a massa e o raio e, portanto, à escala de distância entre as camadas, onde os modos são amarrados. Novamente, o ΔP entre os modos é praticamente constante e seu valor é ~ 50 s entre os modos com $k = 3$ e $k = 4$, independente da massa. Contudo, entre os modos com $k = 2$ e $k = 3$, ΔP passa a depender fortemente de M . Os valores típicos são: $\Delta P = 70$ s para $M = 0,5 M_{\odot}$, $\Delta P = 45$ s para $M = 0,6 M_{\odot}$ e $\Delta P = 30$ s para $M = 0,7 M_{\odot}$. Esta tendência pode permitir a determinação da massa das estrelas.

Eu calculei a grade de modelos com as mesmas dimensões também para modos com $\ell = 2$, $\ell = 3$ e $\ell = 4$. Estes modos são menos prováveis de serem observados no óptico, por causa do cancelamento geométrico. Observacionalmente, os trabalhos de Robinson et al. (1995), Kepler et al. (2000) e Castanheira et al. (2004) concluem que a maioria dos modos

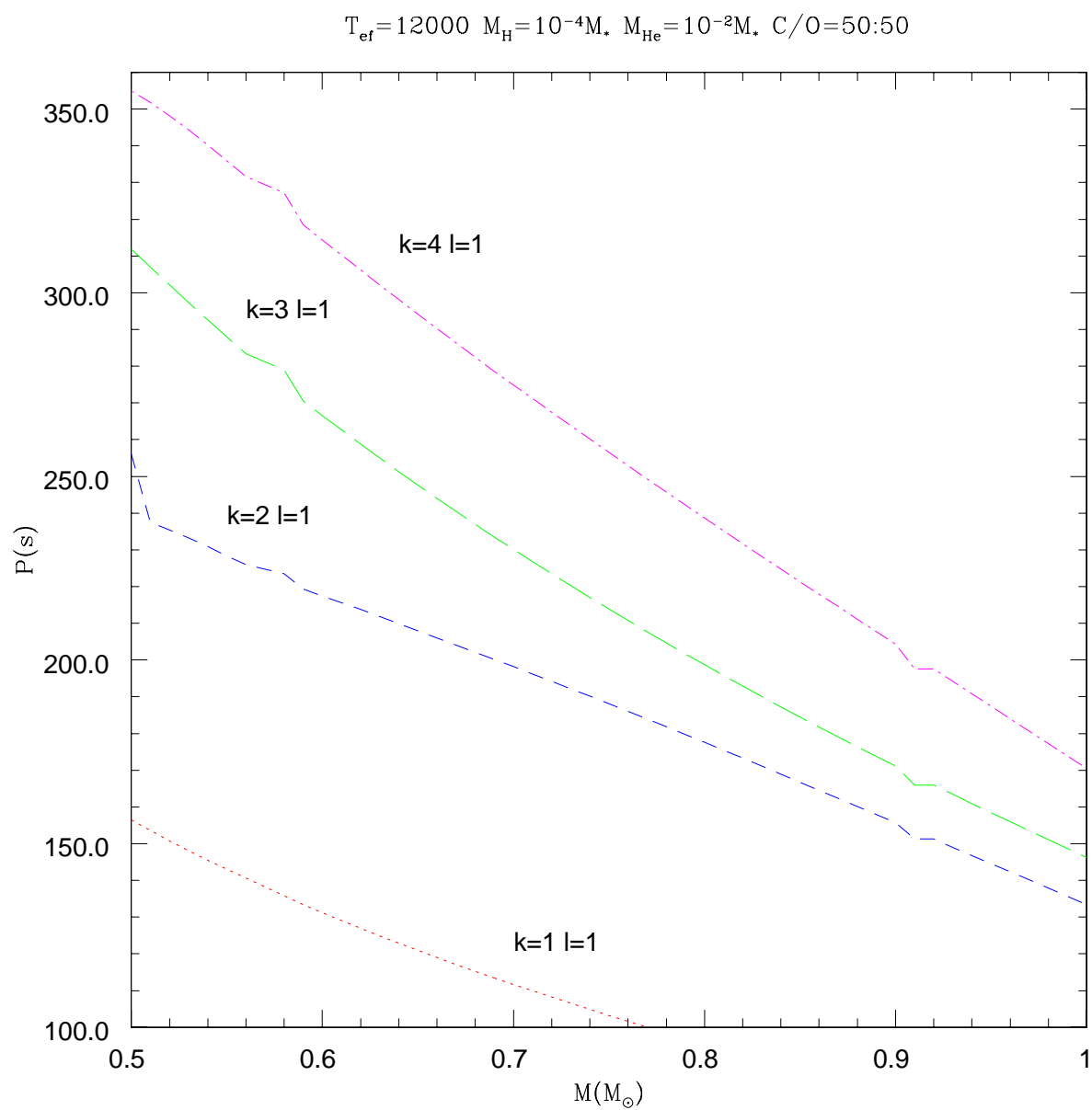


Fig. 4.4: Variação dos primeiros sobretons para o modelo com $T_{\text{ef}} = 12\,000$ K, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$, $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$ e $\text{C/O} = 50:50$, em função da massa (M).

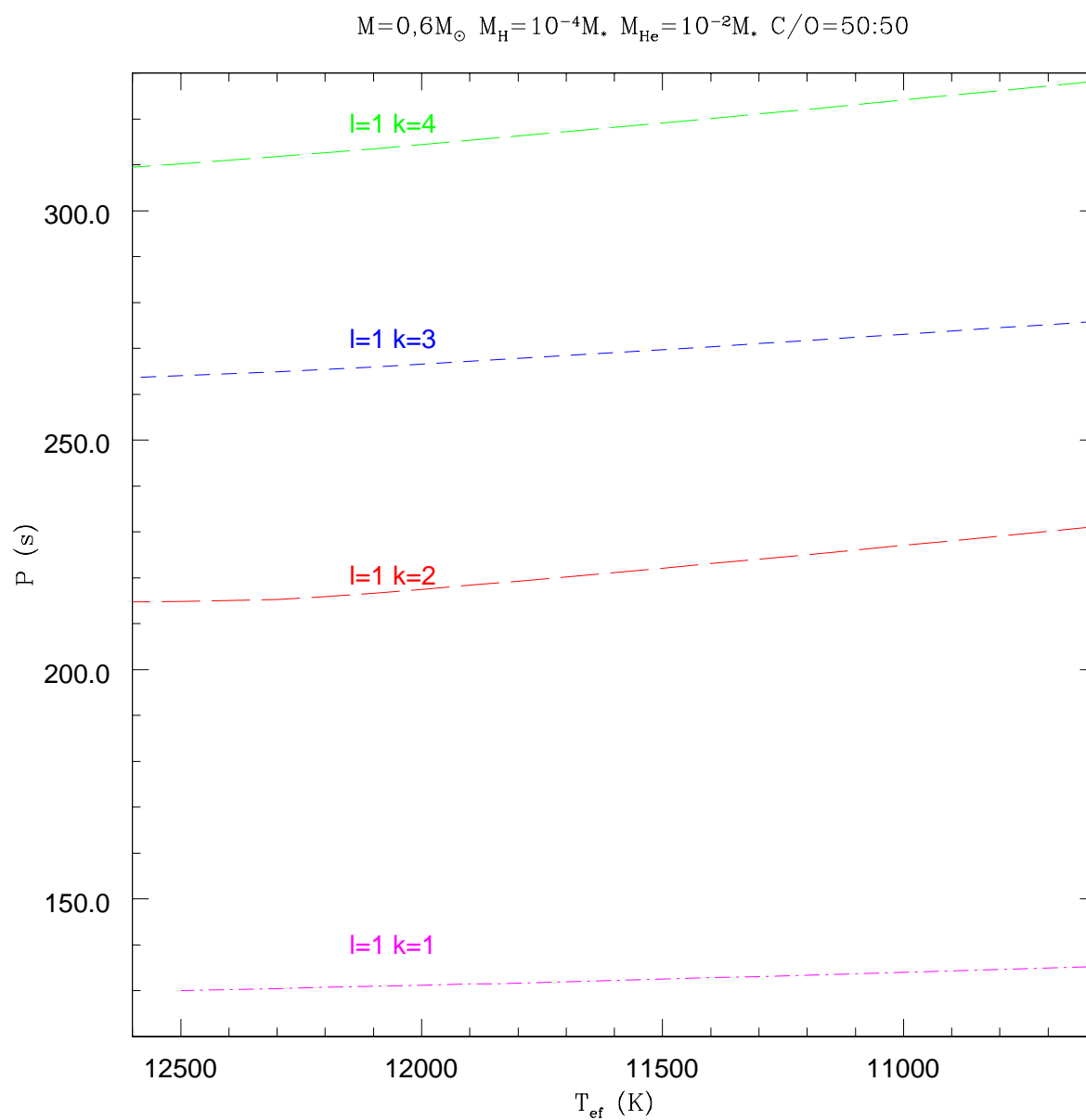


Fig. 4.5: Variação dos primeiros sobretons para o modelo com $M = 0,6 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$, $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$ e $\text{C/O}=50:50$, em função da temperatura (T_{ef}).

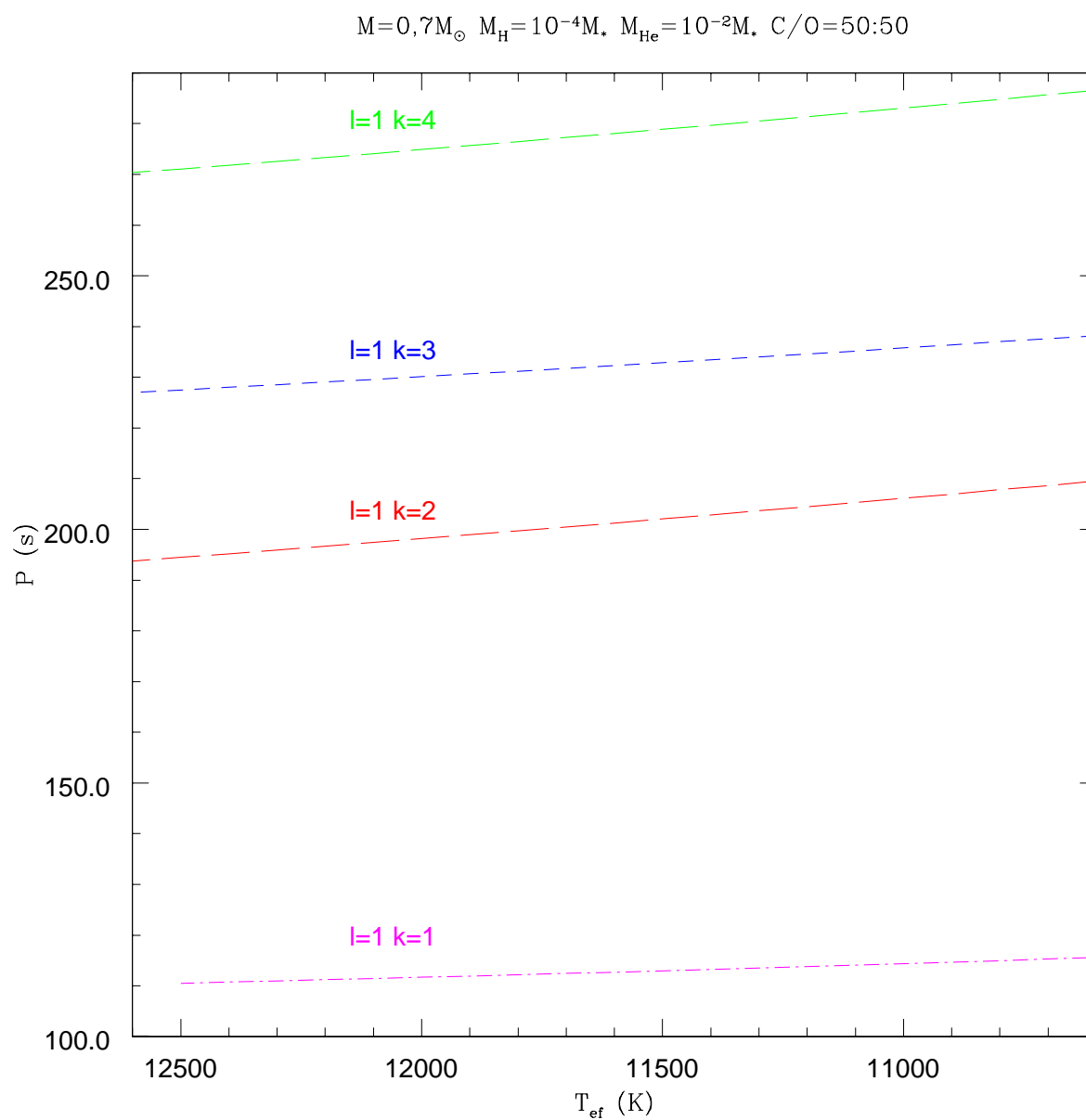


Fig. 4.6: Variação dos primeiros sobretons para o modelo com $M = 0,7 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$, $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$ e $\text{C/O}=50:50$, em função da temperatura (T_{ef}).

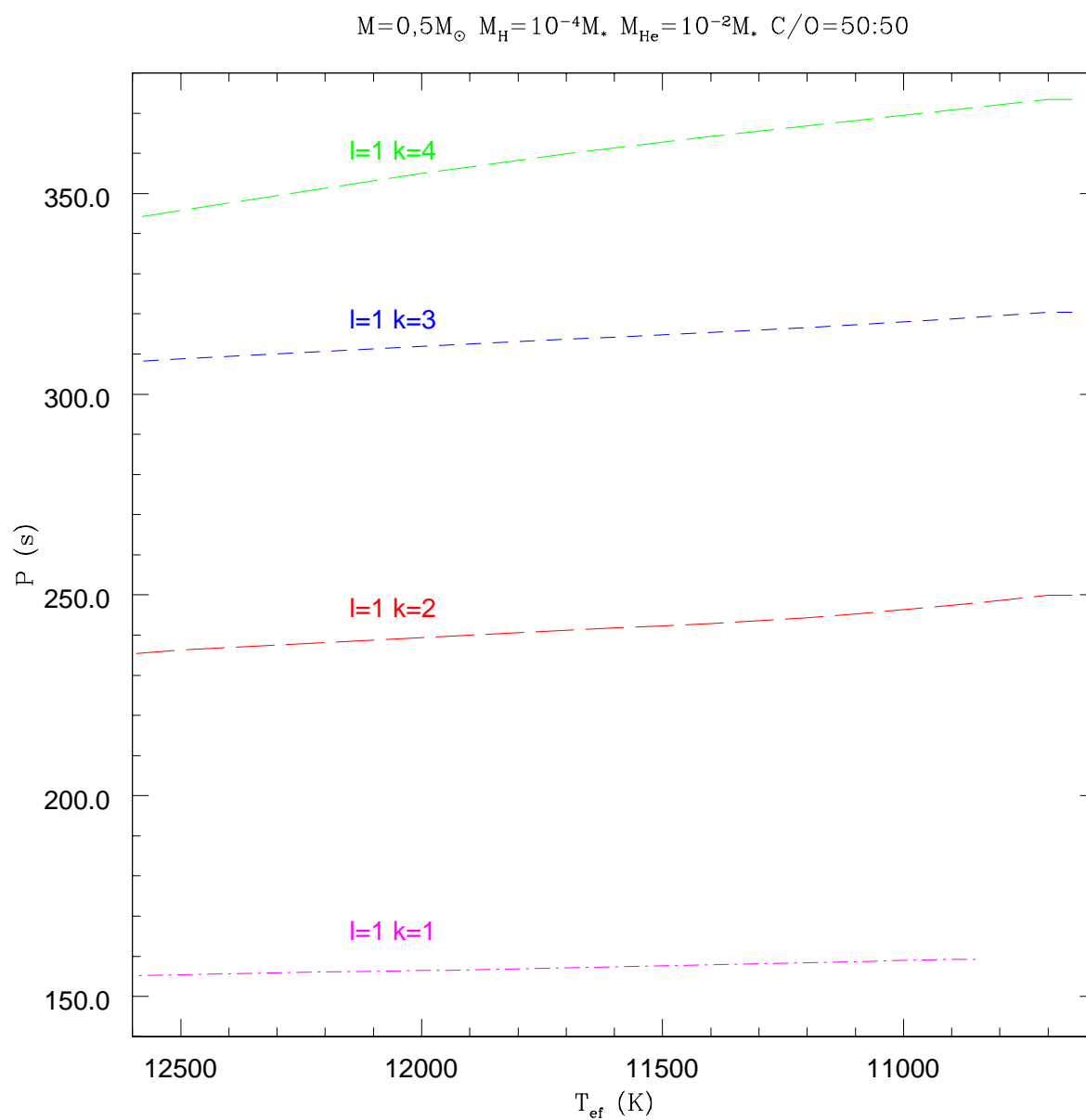


Fig. 4.7: Variação dos primeiros sobretons para o modelo com $M = 0,5 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$, em função da temperatura (T_{ef}).

observados nas ZZ Ceti deve ser $\ell = 1$, estudando a variação cromática das amplitudes dos modos no ultravioleta. Os resultados de Kotak, van Kerkwijk & Clemens (2004) e Clemens, van Kerkwijk & Wu (2000) são compatíveis com estes resultados, ainda que os dados do Keck no óptico não sejam tão robustos quanto os dados do HST, devido à menor base de comprimentos de ondas. A relação entre as amplitudes para modos com $\ell = 1$, $\ell = 2$, $\ell = 3$ e $\ell = 4$ podem ser obtidas dos valores das integrais sobre a superfície da estrela calculados por Robinson, Kepler & Nather (1982):

$$\frac{A_{\ell=2}}{A_{\ell=1}} = \frac{1}{2,258} \quad (4.2)$$

$$\frac{A_{\ell=3}}{A_{\ell=1}} = \frac{1}{14} \quad (4.3)$$

$$\frac{A_{\ell=4}}{A_{\ell=1}} = \frac{1}{28} \quad (4.4)$$

No gráfico 4.8, eu refiz o gráfico 4.4, mas incluindo os modos com $\ell = 2$, mostrando principalmente que o ΔP entre os modos é muito menor para os modos $\ell = 2$ que para $\ell = 1$. Para altos valores de k , Ledoux & Walraven (1958) e Unno et al. (1989) derivaram a relação assintótica:

$$\Delta P \propto \frac{1}{[\ell(\ell + 1)]^{1/2}} \quad (4.5)$$

Novamente, quando eu procuro o modelo que melhor ajusta o $P = 217,5$ s, para $T_{\text{ef}} = 12\,000$ K, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{\star}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{\star}$, se o modo for $\ell = 2$ eu encontro as seguintes massas: $M = 0,61 M_{\odot}$ se $k = 4$ ou $M = 0,71 M_{\odot}$ se $k = 5$.

Os k s menores são mais excitados para temperatura alta (Winget, van Horn & Hansen 1981 e Brassard et al. 1991). O gráfico 4.9 mostra o ΔP entre os primeiros sobretons com $k = 1$ e $k = 2$ para $\ell = 1$ e $\ell = 2$. Isto é extremamente importante no caso de uma estrela

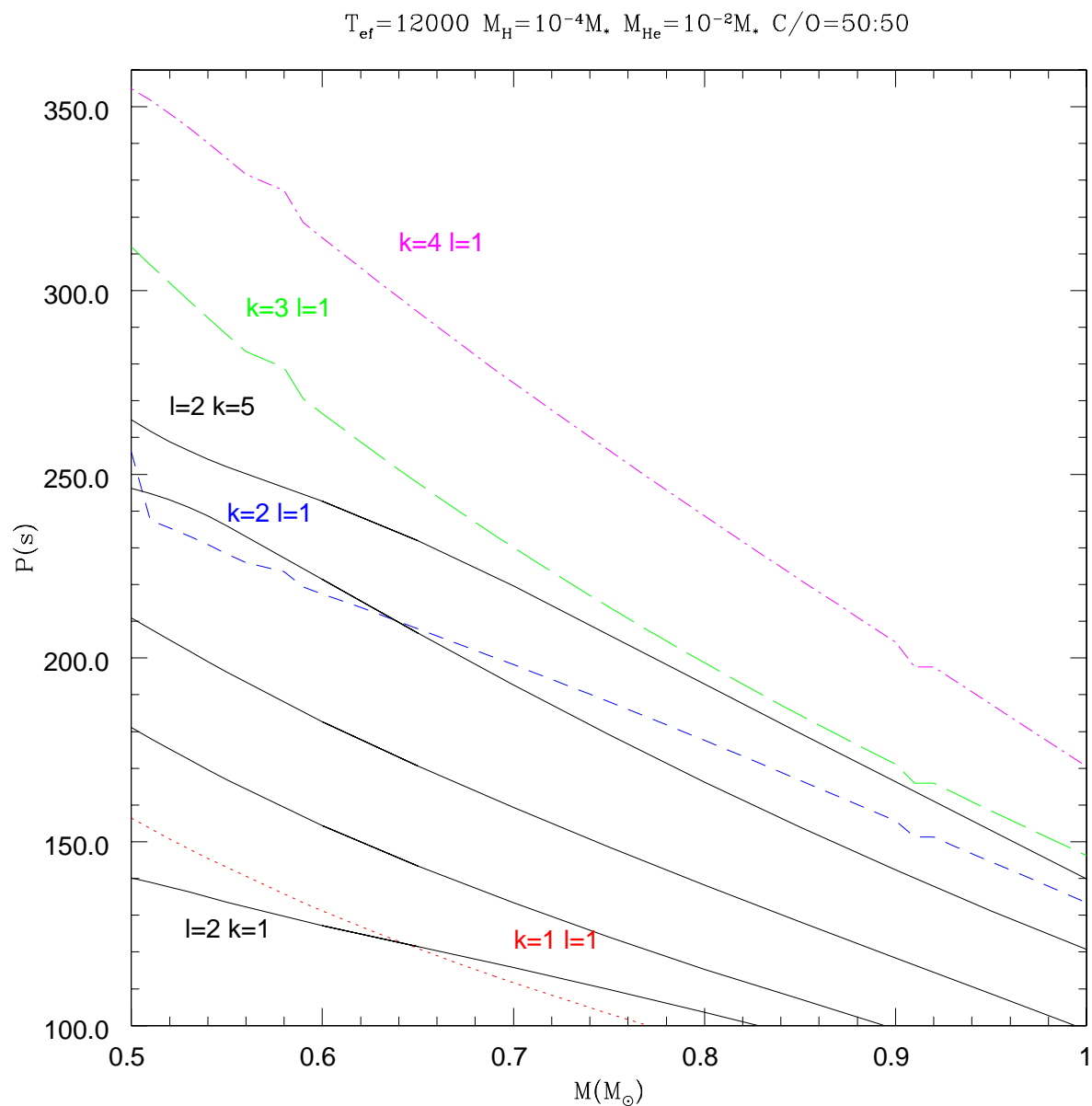


Fig. 4.8: Variação dos primeiros sobretons para o modelo com $T_{\text{ef}} = 12000$ K, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$, $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$ e $\text{C/O} = 50:50$, em função da massa (M). As linhas sólidas são os modelos com $\ell = 2$ e as linhas descontínuas são para os modos com $\ell = 1$.

com $M \sim 0,6 M_{\odot}$ que apresente modos de pulsações próximos com amplitudes diferentes. Nem sempre os cruzamentos evitados nos modelos são suficientes para explicar a pequena separação entre os modos subseqüentes, com baixos valores de k . Nestes casos, passa a haver a necessidade de que o modo de mais baixa amplitude seja $\ell = 2$, assumindo que as amplitudes reais sejam da mesma ordem e que estas sejam afetadas principalmente pelo cancelamento geométrico.

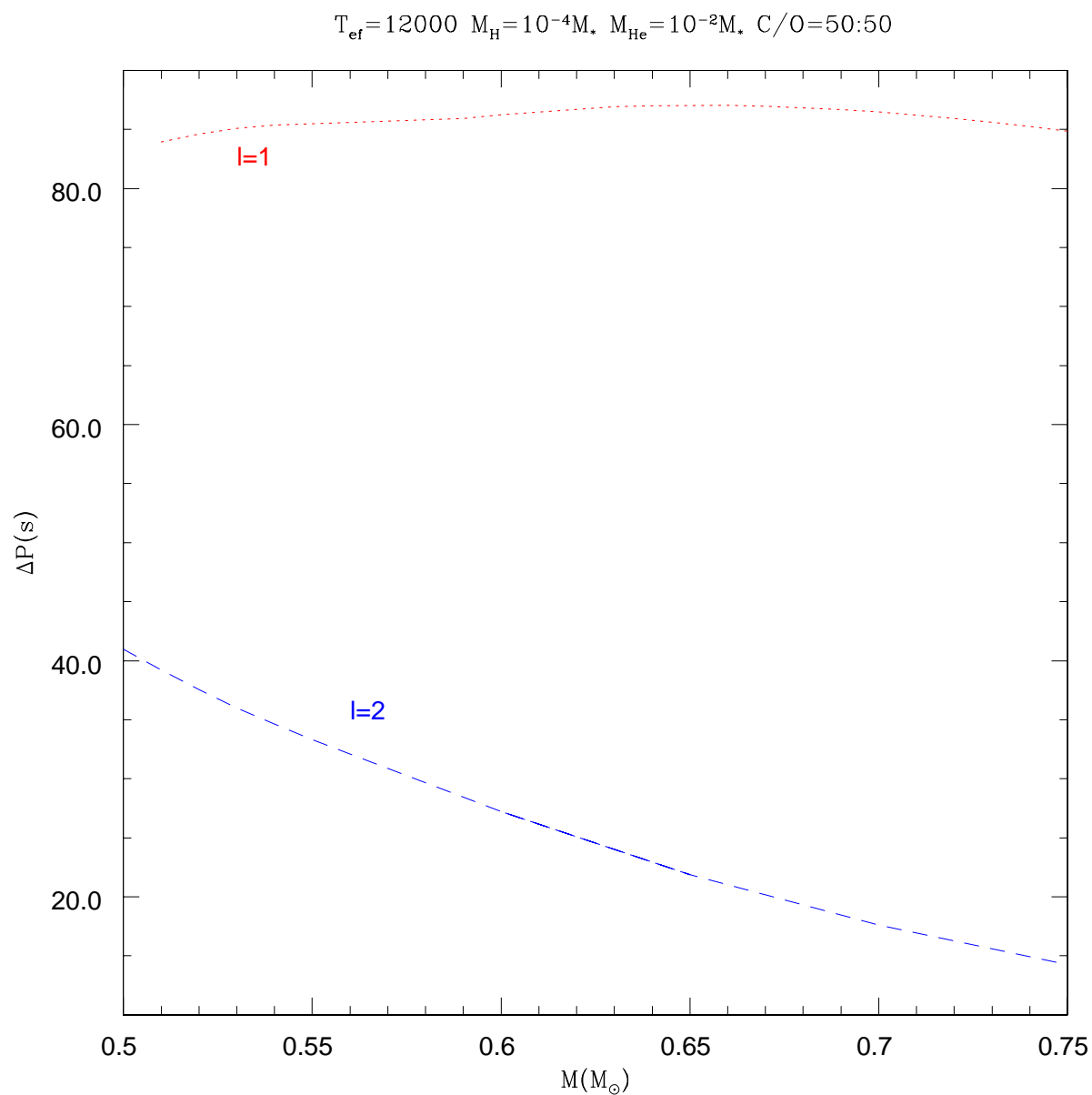


Fig. 4.9: Variação da diferença entre os dois primeiros sobretons para o modelo com $T_{\text{ef}} = 12000$ K, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_*$, $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_*$ e $\text{C/O} = 50:50$, em função da massa (M), para os modos $\ell = 1$ (linha pontilhada vermelha) e $\ell = 2$ (linha tracejada azul).

Capítulo 5

Sismologia de ZZ Ceti individuais

5.1 Nossa primeira análise sismológica: G117-B15A

Desde a descoberta de sua variabilidade (McGraw & Robinson 1976), a estrela G117-B15A foi considerada uma das ZZ Ceti mais regulares. Ela apresenta uma curva de luz quase sinusoidal e tem uma amplitude aproximadamente 0,2%, isto é, as mudanças no nível médio da luz são pequenas. Por causa da estabilidade dos modos de pulsação, Kepler et al. (2005) usaram os 31 anos de observação desta estrela para medir a variação do período principal de 215 s, com uma precisão melhor que 10^{-15} s/s. Esta é a primeira estrela para a qual se mediu efetivamente o seu esfriamento, com esta precisão. A estrela G117-B15A é o relógio óptico mais preciso que se conhece.

O espectro de frequências observado para a G117-B15A é bastante simples, contendo apenas três modos de pulsação e todos com baixa amplitude. Observações posteriores indicaram a presença do primeiro harmônico do modo principal e de combinações lineares (Kepler et al. 1982). A lista do valor médio de todos os turnos de observação com a câmara Argos para todas as periodicidades está na tabela 5.1 e o gráfico com a transformada de Fourier dos dados de janeiro a abril de 2005, obtidos com o telescópio de 2,1 m do

observatório McDonald, está na figura 5.1.

Periodicidades (s)	Amplitude (mma)	Identificação
215,20	17,36	f1
270,46	6,14	f2
304,05	7,48	f3
107,70	1,65	2×f1
126,2	1,4	f1+f3
119,8	1,3	f1+f2

Tab. 5.1: Todas as periodicidades detectadas para a estrela G117-B15A, com a identificação dos modos, suas combinações lineares e o harmônico do modo principal.

Nós decidimos que esta seria a estrela usada para os testes de análise sismológica por dois motivos principais. O primeiro deles é que a G117-B15A apresenta um espectro de pulsações bastante simples e possui mais que um único modo excitado. O segundo motivo é que existem análises sismológicas publicadas, feitas por outros autores, as quais serão usadas a título de comparação.

A receita de sismologia que eu vou seguir para esta e para as outras estrelas começa com uma busca na literatura de toda e qualquer informação para a estrela em estudo. Além das diversas séries fotométricas que constituem uma base de dados de mais de 30 anos (ver Kepler et al. 2005), esta estrela também teve suas propriedades atmosféricas (T_{ef} e $\log g$) determinadas por diversas técnicas diferentes e totalmente independentes. A tabela 5.2 resume as principais determinações atmosféricas na literatura para a G117-B15A.

Apesar de ser uma estrela relativamente brilhante, há algumas discrepâncias nos valores publicados. Uma das possíveis explicações para as diferenças é a degenerescência intrínseca entre T_{ef} e $\log g$; as soluções para um ajuste ao espectro observado são combinações de

Método	T_{ef} (K)	$\log g$ (em cgs)	M (M_{\odot})	Ref. espectroscopia
Espectro óptico LPT	11 630±200	7,97±0,05	0,59±0,03	Bergeron et al. 2004
Espectro UV + Mag. V	11 900±140	7,86±0,14	0,53±0,07	Koester & Allard 2000
Avermelhamento gravitacional		8,00±0,14	0,58±0,08	Wegner & Reid 1991

Tab. 5.2: Determinações independentes para os parâmetros atmosféricos da estrela G117-B15A.

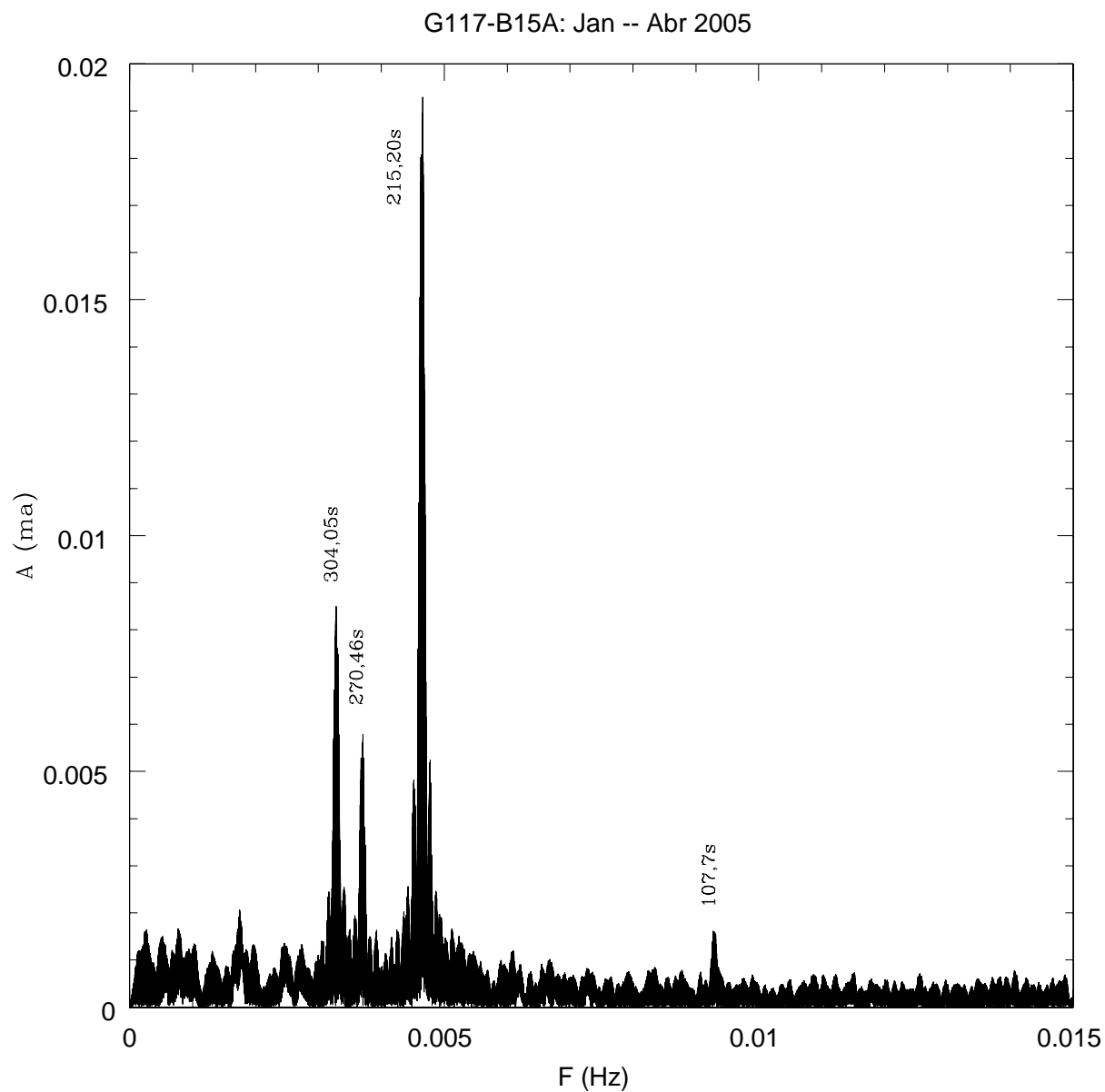


Fig. 5.1: Transformada de Fourier das curvas de luz da G117-B15A. Os dados foram obtidos entre janeiro e abril de 2005, com a câmara Argos no telescópio de 2,1 m no observatório McDonald.

valores diferentes de T_{ef} e $\log g$. A degenerescência quase sempre pode ser levantada quando se faz o cruzamento de diversas possíveis soluções de medidas independentes. Sendo assim, as minhas determinações dos parâmetros atmosféricos das ZZ Ceti vão permitir a confirmação ou a exclusão das soluções independentes.

A comparação dos períodos observados com os modos presentes em cada modelo da grade foi feita calculando-se a soma das diferenças entre eles, seguindo a expressão:

$$S = \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{[P_{\text{obs}}(i) - P_{\text{model}}]^2 \times w_P(i)}{\sum_{i=1}^n w_P(i)}} \quad (5.1)$$

onde n é o número de períodos observados (P_{obs}) na estrela e w_P é a incerteza no período. A normalização é feita para que o valor de S seja computado diretamente em segundos.

O exemplo abaixo ilustra o motivo da nossa escolha da atribuição das incertezas nos modos. Supondo que eu tivesse apenas quatro horas de dados fotométricos para a G117-B15A. Como $P = 1/f$ e $\Delta f = 1/10T$, teríamos $\Delta f = 6,94 \mu\text{Hz}$. Usando a propagação de erros e as expressões acima, tem-se que $\sigma_P = P^2 \sigma_f$, o que resulta nas incertezas para os períodos observados de $\sigma_{P_1} = 0,32 \text{ s}$, $\sigma_{P_2} = 0,51 \text{ s}$ e $\sigma_{P_3} = 0,64 \text{ s}$. Como a incerteza formal no modo $P_3 = 304,05 \text{ s}$ é maior que a do modo $P_2 = 270,05 \text{ s}$, o ajuste seria mais influenciado pelo modo P_2 , apesar de ele ter menor amplitude que o modo P_3 .

A saída que nós encontramos para minimizar este problema é utilizar a energia de pulsação transportada por cada modo para atribuir um peso relativo ao modo no ajuste. Ainda que não saibamos o valor real da energia, pois os modos que estão excitados às maiores amplitudes são os que estiverem “amarrados” entre as camadas, a energia deve ser proporcional ao quadrado da amplitude relativa observada (A^2). As incertezas usadas, então foram:

$$\sigma_P \propto \frac{1}{A^2} \quad (5.2)$$

Portanto, ainda que não se tenha informação sobre a amplitude dos modos teóricos, pois eles foram calculados a partir de modelos adiabáticos, eu vou usar as amplitudes observadas para estimar as incertezas nos modos observados, ao invés do tamanho da curva de luz.

Para esta estrela, os valores dos períodos e das incertezas normalizadas, que eu usei no ajuste, são: $215,20 \pm 0,13$ s, $270,46 \pm 1,00$ s e $304,05 \pm 0,67$ s. Desta forma, nós garantimos que o ajuste será dominado pelos modos de maior amplitude. Esta estratégia é aceitável: modos de maior amplitude devem se ajustar melhor ao modelo que modos de menor amplitude.

O segundo passo para fazer sismologia é determinar, entre todas as periodicidades, quais são os modos de pulsação normais da estrela e quais são combinações lineares e harmônicas. Os modelos que eu usei não permitem que as combinações lineares e harmônicas estejam excitados, só modos normais. As combinações lineares e os harmônicos são principalmente gerados na zona de convecção, ou seja, não são modos normais da estrela (Wu 2001, Brickhill 1992 e Montgomery 2005). A demonstração observacional disto é a estrela PG1159-035, uma pré-anã branca pulsante, que possui o maior número de modos de pulsação detectados depois do Sol, mas nenhum deles é combinação linear nem harmônico (Costa 2004). Esta ausência era esperada porque as pré-anãs brancas, de acordo com modelos evolutivos estelares, não possuem zona de convecção significativa.

A primeira tentativa para o ajuste dos modos é buscar soluções apenas entre modos com $\ell = 1$. Para a G117-B15A, em particular, esta escolha também está baseada em observações da variação cromática das amplitudes dos modos. Os resultados dos estudos de Robinson et al. (1995) e Kotak, van Kerkwijk & Clemens (2004) indicam que os modos são mais provavelmente $\ell = 1$. Além disso, os modos excitados possuem amplitudes de pulsação parecidas e a separação entre os modos de menor período é $\Delta P \sim 55$ s, característica de modos com $\ell = 1$. No caso de não haver nenhuma solução para $\ell = 1$, tentaremos valores mais altos de ℓ .

Após a comparação dos modos observados com os modelos, obtemos diversas famílias de soluções com valores de $S < 1,8$ s. O valor de corte no espaço de soluções vem da soma das incertezas. O gráfico 5.2 mostra todas as combinações de T_{ef} , M , M_{H} e M_{He} para os quais S está abaixo do limite de corte. Os gráficos 5.3, 5.4, 5.5 e 5.6 mostram o comportamento da probabilidade não normalizada (que definimos como $1/S$) em função de T_{ef} e M . Dentre estas famílias de soluções apresentadas, o gráfico 5.4 apresenta duas soluções que têm probabilidades semelhantes, com M_{H} diferentes. Os valores dos mínimos de cada família estão listados na tabela 5.3.

Símbolo no gráfico 5.2	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
1. Círculos (vermelhos)	12 000	0,615	7	2	0,67	215,3(1,1), 275,0(1,2) 302,1(1,3)
2. Triângulos (azuis)	11 500	0,75	5	2,5	0,97	215,1(1,2), 265,1(1,3) 308,0(1,4)
3. Triângulos (azuis)	12 100	0,69	7,5	2,5	1,00	215,7(1,1), 274,0(1,2) 299,8(1,3)
4. Quadrados (verdes)	12 600	0,71	7,5	3	0,73	215,4(1,1), 266,0(1,2) 301,6(1,3)
5. Asteriscos (magentas)	11 500	0,85	8,5	3,5	0,19	215,2(1,1), 271,5(1,2) 303,3(1,4)

Tab. 5.3: Mínimos absolutos nas diversas famílias de soluções da análise sismológica para a estrela G117-B15A.

Zhang, Robinson & Nather (1986) derivaram a seguinte expressão para o cálculo das incertezas:

$$\sigma^2 = \frac{d^2}{S - S_0} \quad (5.3)$$

onde d é a menor diferença entre uma grandeza na grade de modelos, S_0 é o mínimo da família de soluções e S é o valor do próximo mínimo, assumindo uma diferença d entre as grandezas.

Eu calculei as incertezas de todos os parâmetros para estas soluções e encontrei que os valores médios são $\sigma_{T_{\text{ef}}} \sim 50$ K, $\sigma_M \sim 0,005 M_{\odot}$, $\sigma_{M_{\text{H}}} \sim 10^{-0,5} M_{*}$ e $\sigma_{M_{\text{He}}} \sim 10^{-0,5} M_{*}$, iguais

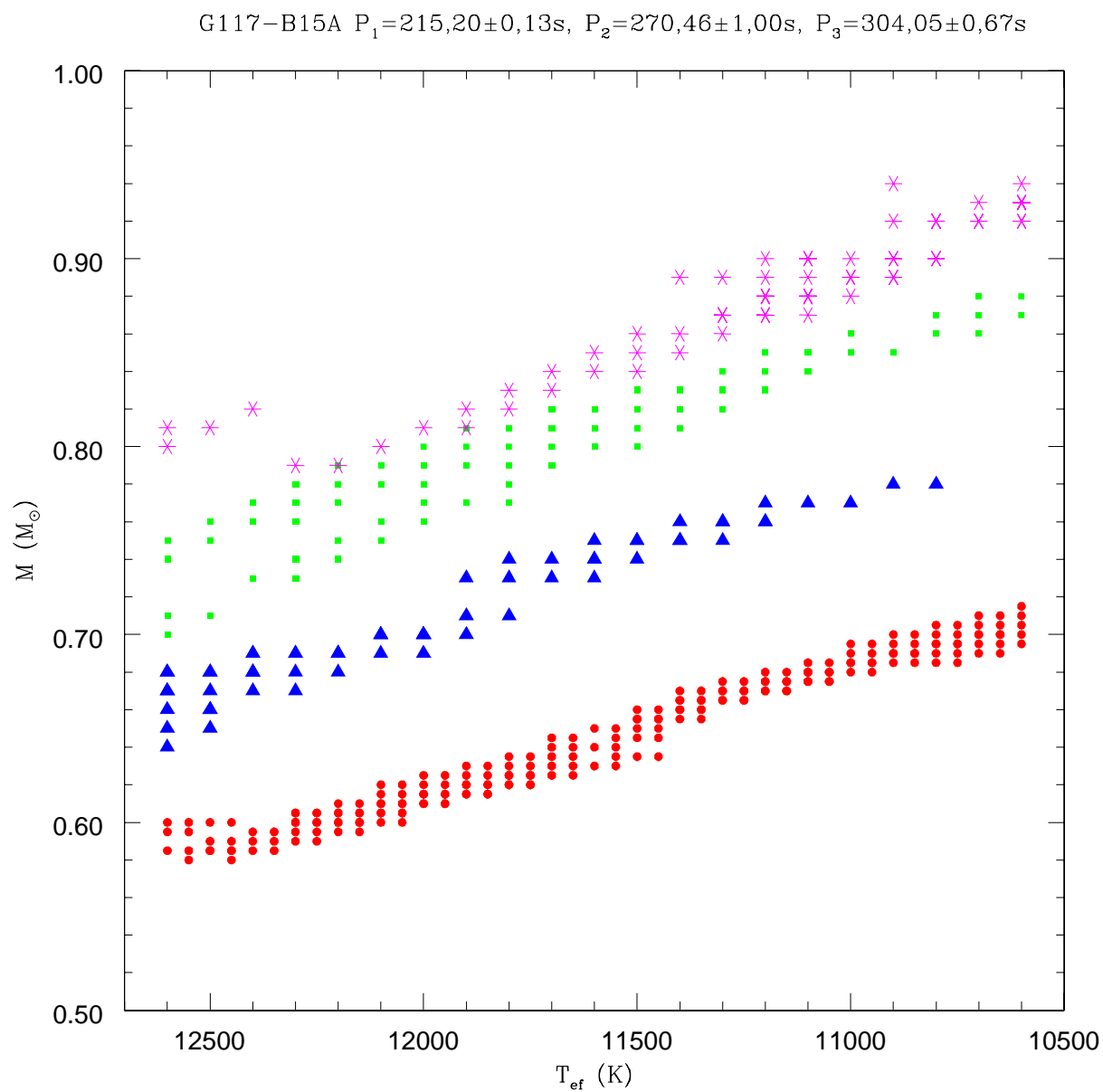


Fig. 5.2: Resultados do ajuste dos modos de pulsação da estrela G117-B15A aos modelos. Os círculos (vermelhos) são as soluções para $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_*$, os triângulos (azuis) para $M_{\text{He}} = 10^{-2,5} M_*$, os quadrados (verdes) para $M_{\text{He}} = 10^{-3} M_*$ e os asteriscos (magentas) para $M_{\text{He}} = 10^{-3,5} M_*$.

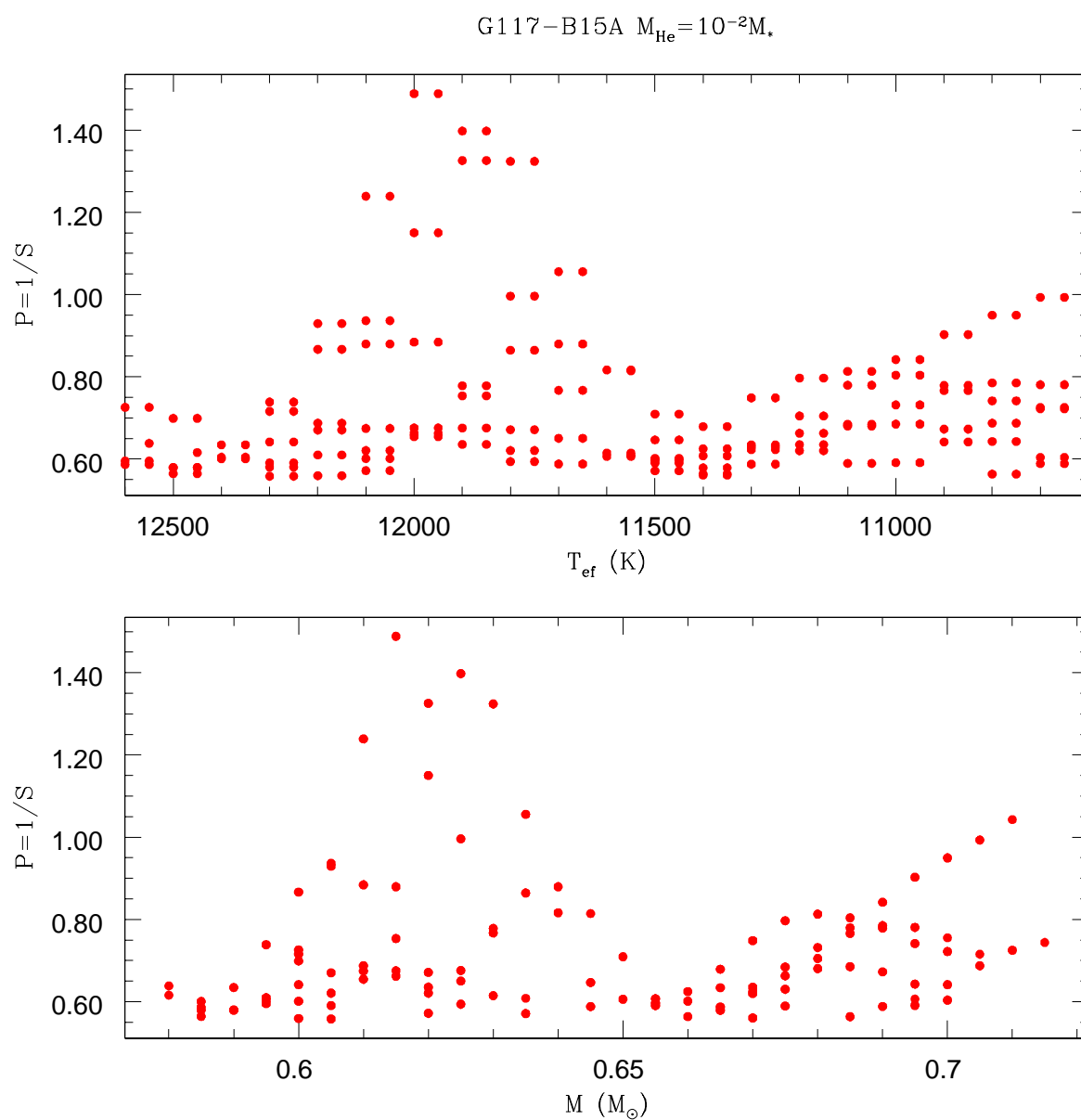


Fig. 5.3: Probabilidades, não normalizadas, das soluções para a G117-B15A, para modelos com $M_{\text{H}} = 10^{-2} M_*$.

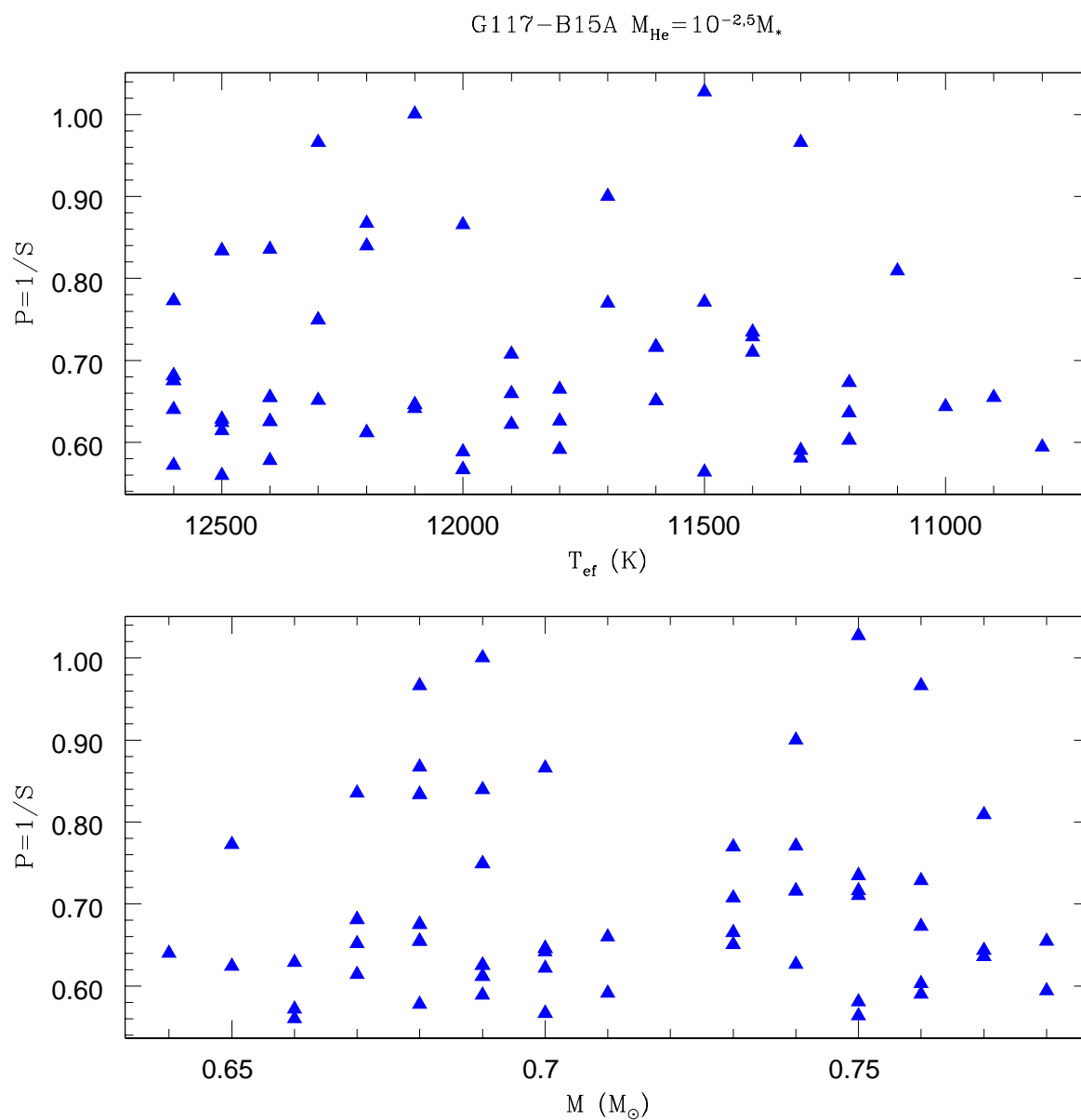


Fig. 5.4: Probabilidades, não normalizadas, das soluções para a G117-B15A, para modelos com $M_{\text{H}} = 10^{-2.5} M_*$.

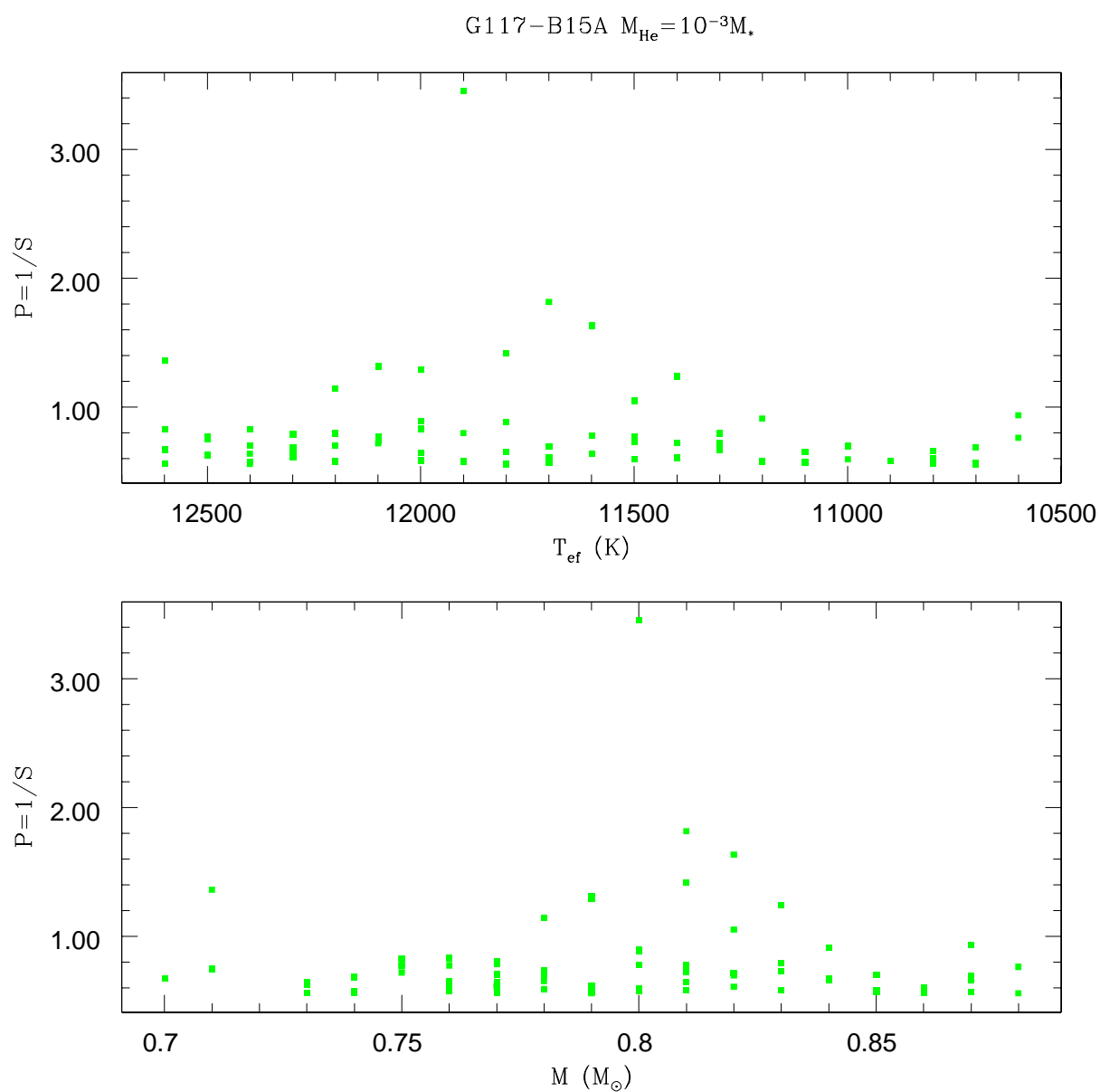


Fig. 5.5: Probabilidades, não normalizadas, das soluções para a G117-B15A, para modelos com $M_{\text{H}} = 10^{-3} M_*$.

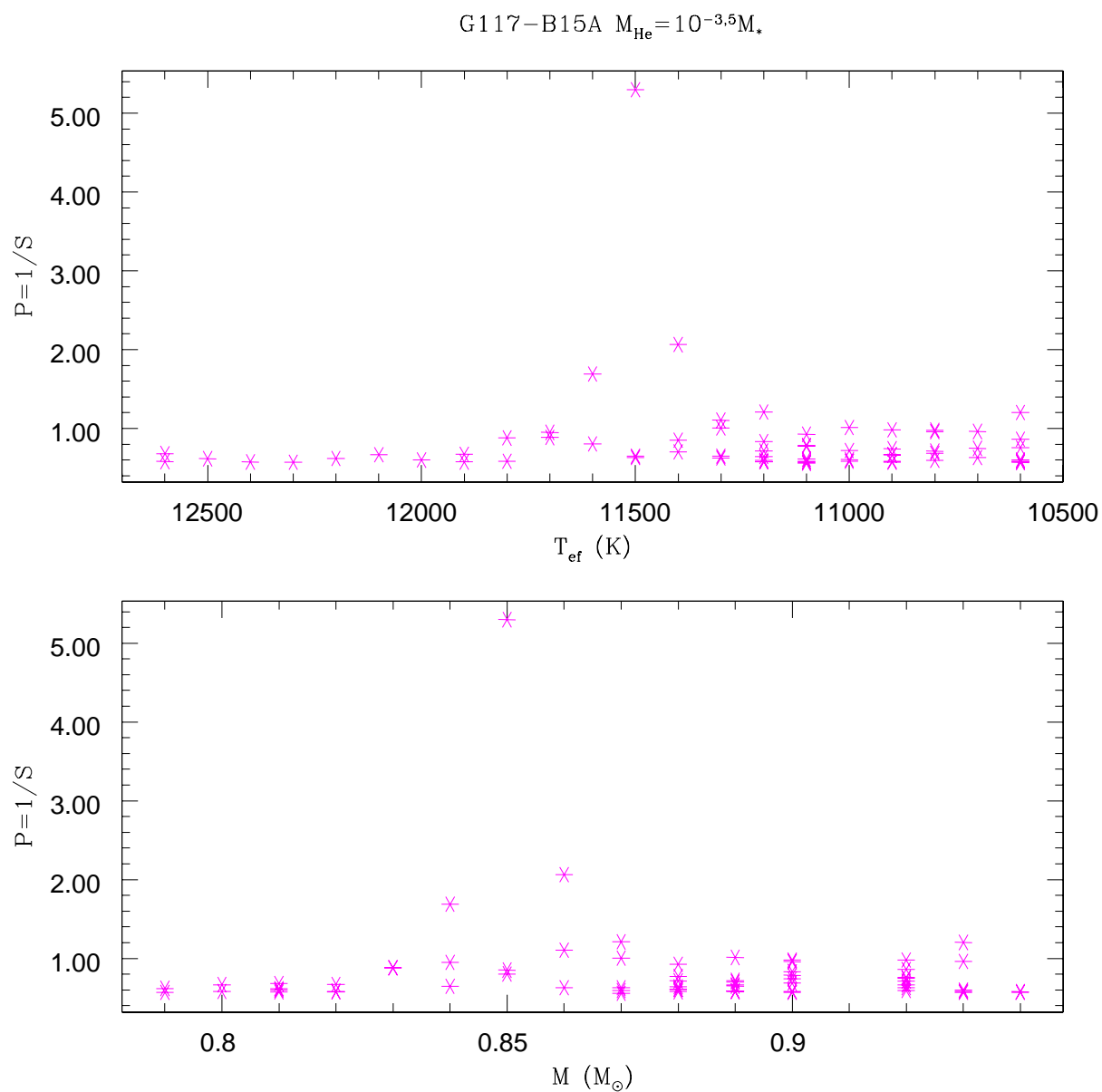


Fig. 5.6: Probabilidades, não normalizadas, das soluções para a G117-B15A, para modelos com $M_{\text{H}} = 10^{-3.5} M_*$.

ao espaçamento da grade que eu calculei. Estes valores são, portanto, os valores típicos das incertezas em todos os mínimos das famílias de soluções da minha análise sismológica.

O último passo da análise sismológica é a comparação das possíveis soluções com as determinações atmosféricas. Da tabela 5.2, temos que a determinação da massa da estrela varia de 0,46 até 0,66 M_{\odot} , um intervalo bastante grande, que só exclui valores altos para a massa da estrela. Apenas com esta informação é possível excluir as soluções 2, 3, 4 e 5 em 1σ nas determinações de massa, restando apenas a solução 1. Da mesma forma, o intervalo de temperatura a partir dos espectros é de 11 430 a 12 040 K, o que também concorda com a solução 1. Por outro lado, a solução 1 indica que a T_{ef} é um pouco mais quente que o valor determinado pelo espectro óptico, mas consistente com as observações UV. Contudo, a massa sismológica é bem mais baixa que o valor do espectro óptico e a temperatura não é típica de estrelas da borda azul.

O meu resultado de T_{ef} também concorda com o valor derivado pela relação entre $\langle P \rangle$ e T_{ef} (seção 1.4.5). O valor de $\langle P \rangle = 233,1$ s resulta em $T_{\text{ef}} = 12\,010$ K.

Diferentemente do procedimento que nós desenvolvemos, Bradley (1998) aplica a sua própria receita para determinações sismológicas, a qual consiste de seis passos. Em um primeiro momento, ele seleciona apenas modelos com massa e temperatura que sejam consistentes com as observações espectroscópicas. Depois ele usa um modelo padrão com $M_{\text{He}} = 10^{-2}$ e perfil de C/O nominal. Depois, ele ajusta M_{H} para obter um modo com $\ell = 1$, $k = 1$ ou 2 próximo de 215 s. Então, refina T_{ef} e M_{H} para fazer o modo com $P = 270$ s concordar. O passo seguinte é usar o modo em 304 s para ajustar o perfil de C/O. Por último, ele refina o ajuste ainda mais e/ou faz estudos de sensibilidade mudando M_{H} , M_{He} e estrutura do núcleo. Os valores que ele encontra são: $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$ ou $10^{-7} M_{*}$, dependendo se o modo $\ell = 1$ próximo de 215 s é $k = 1$ ou $k = 2$, respectivamente. O melhor ajuste de massa é 0,60 M_{\odot} , o que concorda com os valores espectroscópicos de $\log g$.

O importante desta comparação é que o código para o cálculo dos modelos é o mesmo,

mas eu usei uma grade completa atualizada, principalmente com relação às zonas de transição. Ainda assim, os resultados concordam bastante bem, mostrando que o uso da difusão dependente do tempo não é dominante para as DAs, já que Bradley usa aproximação de traços de elementos (e.g. Althaus et al. 2003). A grande vantagem da minha receita de estudo sismológico é que eu exploro todas as possibilidades da grade de modelos, evitando que a solução encontrada seja apenas um mínimo local.

Outro estudo sismológico desta estrela foi feito por Benvenuto et al. (2002). Eles utilizaram perfis realísticos de He, C e O, os quais foram preditos pelos cálculos de evolução de progenitores de anãs brancas. O resultado que eles obtiveram foi $T_{\text{ef}} = 11\,800\text{ K}$, $M = 0,525 M_{\odot}$ e $M_{\text{H}} = 10^{-3,83} M_{*}$. Os valores de M e T_{ef} obtidos são consistentes com as determinações de Koester & Allard (2000), ajustando o espectro no UV.

No gráfico 5.7, eu mostro a comparação entre os períodos dos modos observados (eixo-x) e os ajustados pelo melhor modelo (eixo-y) no nosso estudo. O linha tracejada mostra a correspondência 1:1 entre as observações e o ajuste, indicados pelos círculos (vermelhos).

5.2 Uma estrela rebelde e incompreendida: G185-32

Quando da descoberta de variabilidade na estrela G185-32 (McGraw et al. 1981), uma estrutura exótica de períodos foi observada, com uma periodicidade principal em $P = 215\text{ s}$ (f_0) e outras em 141 s ($3f_0/2$) e 71 s ($3f_0$).

Esta foi uma das principais motivações para que eu estudasse esta estrela no meu mestrado (Castanheira 2003, Castanheira et al. 2004). A nossa conclusão foi a de que a estrela tinha pelo menos 5 modos de pulsação, aos quais pudemos atribuir um valor de ℓ . A periodicidade em $141,9\text{ s}$ foi proposta como sendo provavelmente causada por efeitos não lineares, não sendo uma pulsação real. Nós sugerimos que o modo de pulsação em $70,9\text{ s}$ deveria ser $\ell = 2$, provavelmente $k = 1$.

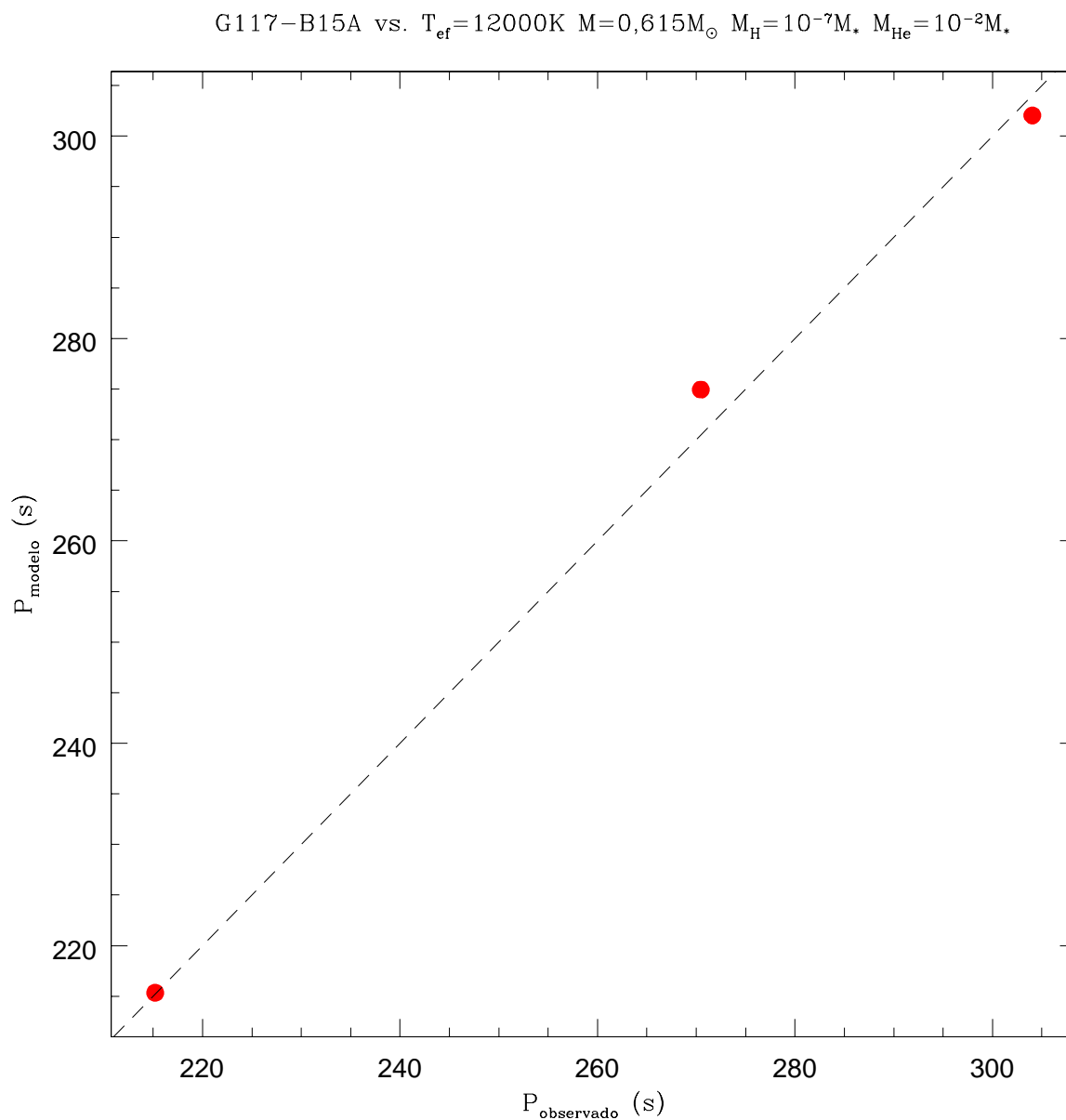


Fig. 5.7: Comparação entre os modos observados (eixo-x) e os calculados (eixo-y) para o modelo com $T_{\text{ef}} = 12000 \text{ K}$, $M = 0,615 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-7} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$, identificados pelos círculos (vermelhos). A linha tracejada mostra a correspondência 1:1 entre as observações e o melhor ajuste.

Thompson et al. (2004) fizeram uma proposta diferente. Eles identificaram o modo em 142s como $\ell = 4$ para explicar as observações de espectroscopia UV com resolução temporal do HST (Kepler et al. 2000), espectroscopia com resolução temporal no óptico do Keck (Thompson et al. 2004) e séries temporais fotométricas do WET (Castanheira et al. 2004). Um modo $\ell = 4$ se cancela na integral sobre o hemisfério visível para quase todos valores de inclinação, mas pode ser que seu harmônico não, porque este tem uma distribuição superficial com características de menor ℓ . Isto permite que o harmônico apareça maior que o modo fundamental.

Yeates et al. (2005) estudaram as relações entre as amplitudes de combinações, particularmente harmônicos e de seus modos pais, das curvas de luz das ZZ Ceti quentes, para vincular ou determinar o índice ℓ do esférico harmônico dos modos, baseado nas previsões teóricas de Wu (2001). Para a G185-32, segundo o método deles, o modo em 141,87s foi identificado como sendo $\ell = 3$.

A análise sismológica de Pech & Vauclair (2006) sugere que a estrela G185-32 pulsa principalmente com modos $\ell = 2$. O modo $P = 72,5$ s, identificado por eles como $\ell = 2$ e $k = 1$, é o modo de referência, embora tenha amplitude menor que a do modo em 215s. De acordo com a modelagem deles, os períodos em 70,9s, 148,5s, 181,9s, 212,8s e 215,7s (período dominante) são modos falsos. Eles apresentaram a seguinte proposta para explicar o modo em 141,9s: poderia resultar da sobre-posição de um modo real $\ell = 2$ com a combinação linear gerada por dois modos pais de graus $\ell = 3$ e $\ell = 4$ ou 5. O resultado é que a amplitude de um modo $\ell = 2$ seria alterada pela interferência com a combinação linear cuja frequência coincide exatamente com a sua. Então, não seria surpreendente que a variação de amplitude com o comprimento de onda do período resultante não seguisse as previsões teóricas das variações cromáticas de amplitude de um modo isolado e não perturbado, como observado por Castanheira et al. (2004) nos dados do HST. A análise deles não leva em conta as amplitudes observadas nem possíveis incertezas nos parâmetros

atmosféricos.

Análises preliminares de Bradley (2006) sugerem ainda uma outra possibilidade: os modos em $P = 72,5$ s e $141,9$ s seriam $\ell = 4$, $k = 2$ e $k = 8$, respectivamente. Novamente, o alto cancelamento geométrico de modos com $\ell = 4$ não é levado em conta.

Esta revisão bibliográfica mostra claramente que não existe concordância quando o objeto de estudo sismológico é a estrela G185-32. Um período coincidindo com o valor do sub-harmônico do modo principal nunca foi observado em outra ZZ Ceti. Não bastasse isto, G185-32 apresenta a menor periodicidade detectada em anãs brancas pulsantes, em torno de 70s.

Eu fiz o estudo sismológico da G185-32 da mesma forma que para a G117-B15A, para investigar se o nosso método resulta em algo similar ao já proposto ou se surge alguma idéia nova. A tabela 5.4 mostra as principais determinações dos parâmetros atmosféricos por distintos autores.

Método	T_{ef} (K)	$\log g$ (em cgs)	M (M_{\odot})	Ref. espectroscopia
Espectro óptico LPT	$12\,130 \pm 200$	$8,05 \pm 0,05$	$0,64 \pm 0,03$	Bergeron et al. 2004
Espectro UV + Mag. V	$11\,820 \pm 110$	$7,92 \pm 0,10$	$0,57 \pm 0,05$	Koester & Allard 2000
Diversos métodos	$11\,960 \pm 80$	$8,02 \pm 0,04$	$0,62 \pm 0,02$	Castanheira et al. 2004

Tab. 5.4: Determinações diversas para os parâmetros atmosféricos da estrela G185-32.

A grade de modelos que eu estou usando permite que apenas os modos com $m = 0$ estejam excitados, já que não leva em conta rotação ou campo magnético, que levantariam a degenerescência em frequência dos modos com diferentes ms . Metcalfe (2003) testou o efeito nas famílias de soluções quando não se usa o modo $m = 0$ e concluiu que existe uma alta probabilidade de que as famílias de soluções sejam as mesmas que quando se usa o modo $m = 0$, para estrelas com baixa rotação. Sendo assim, não há uma preocupação obsessiva na identificação dos modos $m = 0$. Contudo, é necessário que as combinações lineares e harmônicas sejam excluídos do ajuste. Esta não é uma tarefa trivial quando se analisa a

G185-32. Na tabela 5.5, eu listo as periodicidades publicadas em Castanheira et al. (2004) e as amplitudes do óptico, identificando também as combinações lineares. Como os períodos em 537,6s, 454,6s e 181,9s foram marginalmente detectados, eles não foram utilizados na minha análise sismológica.

Periodicidades (s)	Amplitude (mma)	Identificação
651,70	0,67	f_1
560,77	0,09	$f_3 - f_1$
537,59	0,57	(?)
454,56	0,38	(?)
370,21	1,62	f_2
300,60	1,04	f_3
266,17	0,46	f_4
215,74	1,93	f_5
181,90	0,03	(?)
148,45	0,57	$f_7 - f_6$
141,87	1,43	$f_6 (\sim 3f_5/2)$
72,54	0,93	$f_7 (\sim 3f_5)$
70,93	0,69	$2 \times f_6$

Tab. 5.5: Todas as periodicidades detectadas para a estrela G185-32, com a identificação das combinações lineares e o harmônico da periodicidade de maior amplitude.

A primeira tentativa é a de usar apenas os modos mais longos que 215 s (de f_1 a f_5), o que torna a análise sismológica bastante parecida com a da estrela G117-B15A. Os valores de incertezas foram calculados pelas amplitudes. No gráfico 5.8 estão todos valores de $S < 2$ s (soma das incertezas dos modos ajustados), supondo que todos os modos sejam $\ell = 1$. O motivo da escolha do ℓ vem do simples fato que modos com $\ell = 1$ são mais prováveis de serem detectados que modos com $\ell \geq 2$. A lista dos mínimos das melhores soluções está na tabela 5.6.

Entre todas as soluções obtidas dos estudos sismológicos a mais próxima das determinações na literatura para os parâmetros atmosféricos da G185-32 é a solução 1. No modelo com $T_{\text{ef}} = 11\,400\text{ K}$, $M = 0,655 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-7}$ e $M_{\text{H}} = 10^{-2}$, existe a possibilidade de um modo excitado em 71,43s, com $\ell = 4$ e $k = 1$, mas o mais próximo de um modo em 141,87s é também um $\ell = 4$ e $k = 5$ em 150,9s, uma diferença substancial de 9s. É

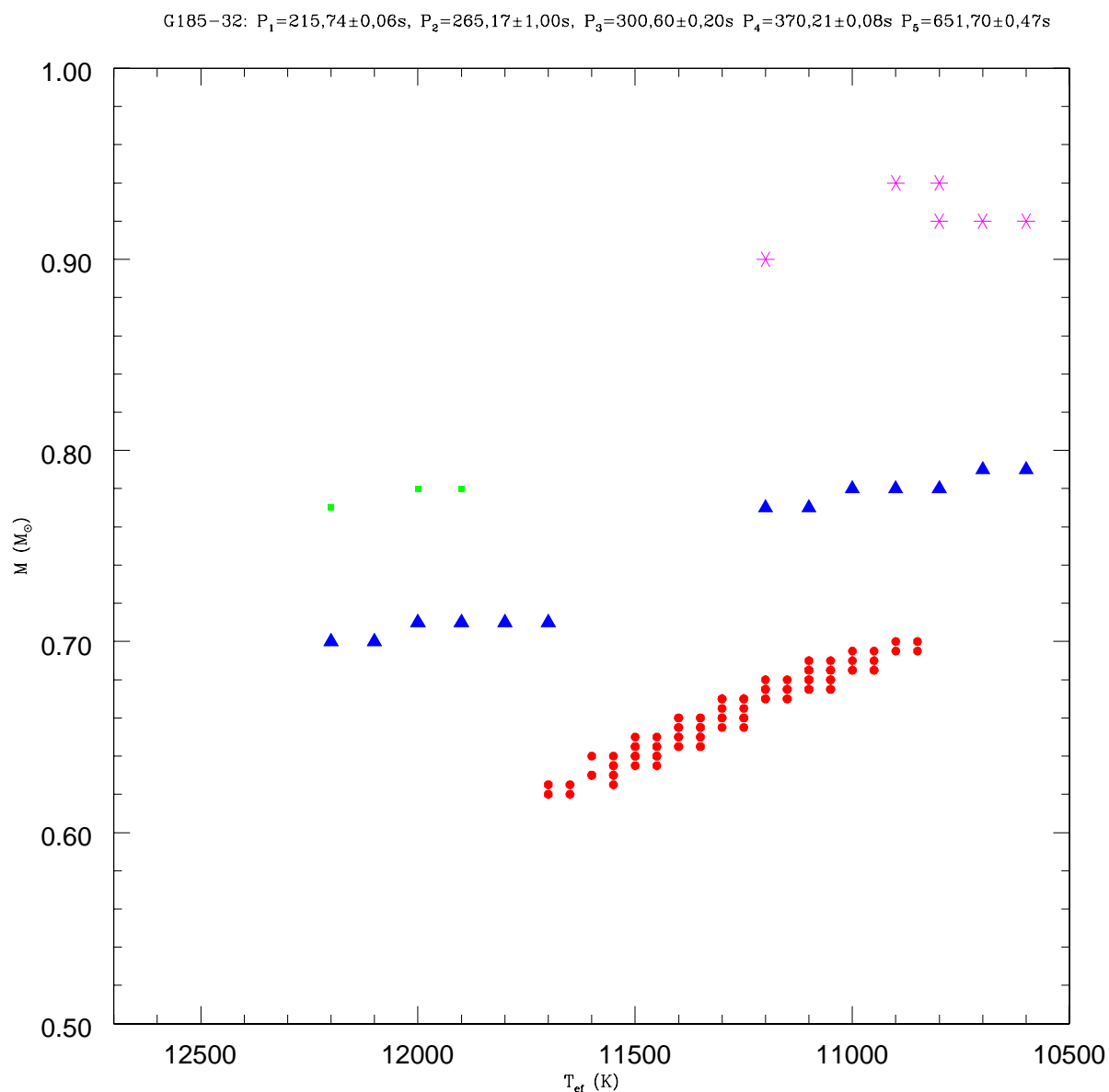


Fig. 5.8: Resultados do ajuste dos modos de pulsação da estrela G226-29 aos modelos. Os círculos (vermelhos) são as soluções para $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_*$, os triângulos (azuis) para $M_{\text{He}} = 10^{-2,5} M_*$, os quadrados (verdes) para $M_{\text{He}} = 10^{-3} M_*$ e os asteriscos (magentas) para $M_{\text{He}} = 10^{-3,5} M_*$.

Símbolo no gráfico 5.8	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
1. Círculos (vermelhos)	11 400	0,655	7	2	0,75	216,0(1,1), 262,3(1,2) 298,3(1,3), 369,5(1,4) 654,5(1,10)
2. Triângulos (azuis)	10 900	0,78	2,5	5	0,85	215,1(1,2), 258,0(1,3) 303,2(1,4), 370,4(1,6) 649,6(1,13)
3. Quadrados (verdes)	11 900	0,78	3	5	1,94	216,7(1,2), 258,2(1,3) 303,7(1,4), 370,2(1,6) 634,9(1,12)
4. Asteriscos (magentas)	10 700	0,92	3,5	6	0,93	215,7(1,2), 260,9(1,3) 301,6(1,4), 368,7(1,6) 655,0(1,14)

Tab. 5.6: Mínimos absolutos nas diversas famílias de soluções da análise sismológica para a estrela G185-32

provável que a nossa proposta inicial de que o 142 s seja um efeito não-linear esteja correta. Por outro lado, a proposta de Bradley (2006) de que $\ell = 4$ é o grau do modo em 72 s é a mais adequada pelo estudo sismológico. Apesar da amplitude visual de um modo $\ell = 4$ não ser consistente com a amplitude observada deste modo, ele pode ter alta amplitude simplesmente por estar em ressonância com o harmônico do modo principal da estrela.

No gráfico 5.9, eu mostro a mesma comparação entre os modos observados (eixo-x) e os ajustados pelo melhor modelo (eixo-y) no nosso estudo. O linha tracejada mostra a correspondência 1:1 entre as observações e o ajuste, indicados pelos círculos (vermelhos).

É interessante notar que o melhor ajuste para as estrelas G117-B15A e G185-32 indica que elas têm exatamente a mesma estrutura interna com $M_{\text{H}} = 10^{-7} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$, apesar da massa ser um pouco diferente. A estrela G117-B15A tem $\langle P \rangle = 233,1$ s e a G185-32 tem $\langle P \rangle = 280,4$ s, o que é consistente que a segunda seja mais fria que a primeira.

5.3 Sismologia de pobre: G226-29

A estrela G226-29 é a ZZ Ceti mais brilhante conhecida, com magnitude aparente $V = 12,22$ e, portanto, a mais próxima também, a uma distância de $d \sim 12$ pc. O “mais” para esta

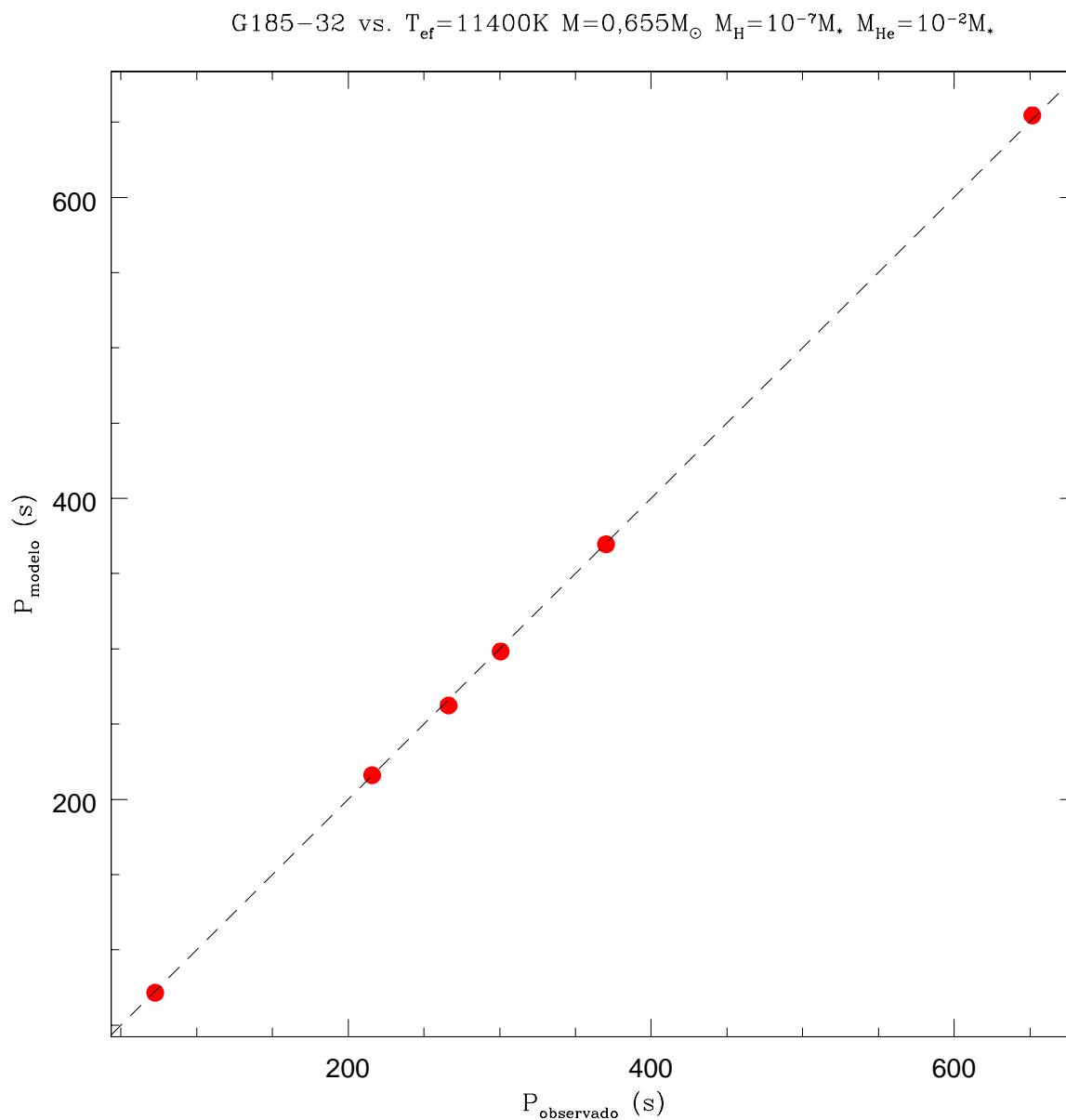


Fig. 5.9: Comparação entre os modos observados (eixo-x) e os calculados (eixo-y) para o melhor modelo derivado da sismologia com $T_{\text{ef}} = 11400\text{K}$, $M = 0,655 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-7} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$, identificados pelos círculos (vermelhos). A linha tracejada mostra a correspondência 1:1 entre as observações e o melhor ajuste.

estrela não está restrito a estes dois parâmetros, pois ela é uma das ZZ Ceti mais quentes.

Na tabela 5.7, estão listadas algumas das determinações de T_{ef} e massa.

Método	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	Ref. espectroscopia
Espectro óptico LPT	$12\,460 \pm 200$	$0,79 \pm 0,03$	Bergeron et al. 2004
Espectro óptico LPT	$12\,260 \pm 200$	$0,81 \pm 0,03$	Gianninas et al. 2005
Espectro UV + Mag. V	$12\,050 \pm 160$	$0,73 \pm 0,07$	Koester & Allard 2000

Tab. 5.7: Determinações diversas para os parâmetros atmosféricos da estrela G226-29.

Ademais, G226-29 é a mais pobre em períodos. Kepler et al. (1995) apresenta a detecção de um único triplete, com período próximo a 109s, com dados obtidos em uma campanha do WET. A componente central do triplete é $P = 109,278$ s, que eu vou usar para estudar a estrutura interna da estrela. A detecção de um triplete é consistente com modos com $\ell = 1$, bem como o estudo da variação da amplitude com o comprimento de onda para os dados do HST (Kepler et al. 2000).

O limite de corte para as possíveis soluções, neste caso, é de 1s, lembrando que, embora os períodos sejam mais precisos, os modelos não são. O gráfico 5.10 mostra as famílias de soluções para as diferentes massas de He, sendo que não há soluções possíveis entre essas famílias. Isto é um efeito real, não é problema de resolução na grade de modelos. A grade foi calculada com alta resolução para dispensar a necessidade de interpolação.

O mais importante deste estudo é que, mesmo com apenas um modo detectado, não há nenhuma solução para massas mais baixas que $0,7 M_{\odot}$! Este resultado mostra que sismologia é uma poderosa ferramenta para o estudo de interiores estelares, mesmo com somente um modo detectado.

Analisando mais detalhadamente o gráfico 5.10, pode-se ver claramente a dependência das famílias de soluções com a massa da estrela. Das determinações externas, a massa pode estar entre $0,66$ e $0,84 M_{\odot}$, em 1σ . Além disto, a faixa de temperatura é de $11\,890$ a $12\,660$ K. Na tabela 5.8, eu listo o valor do mínimo de cada família de soluções apenas

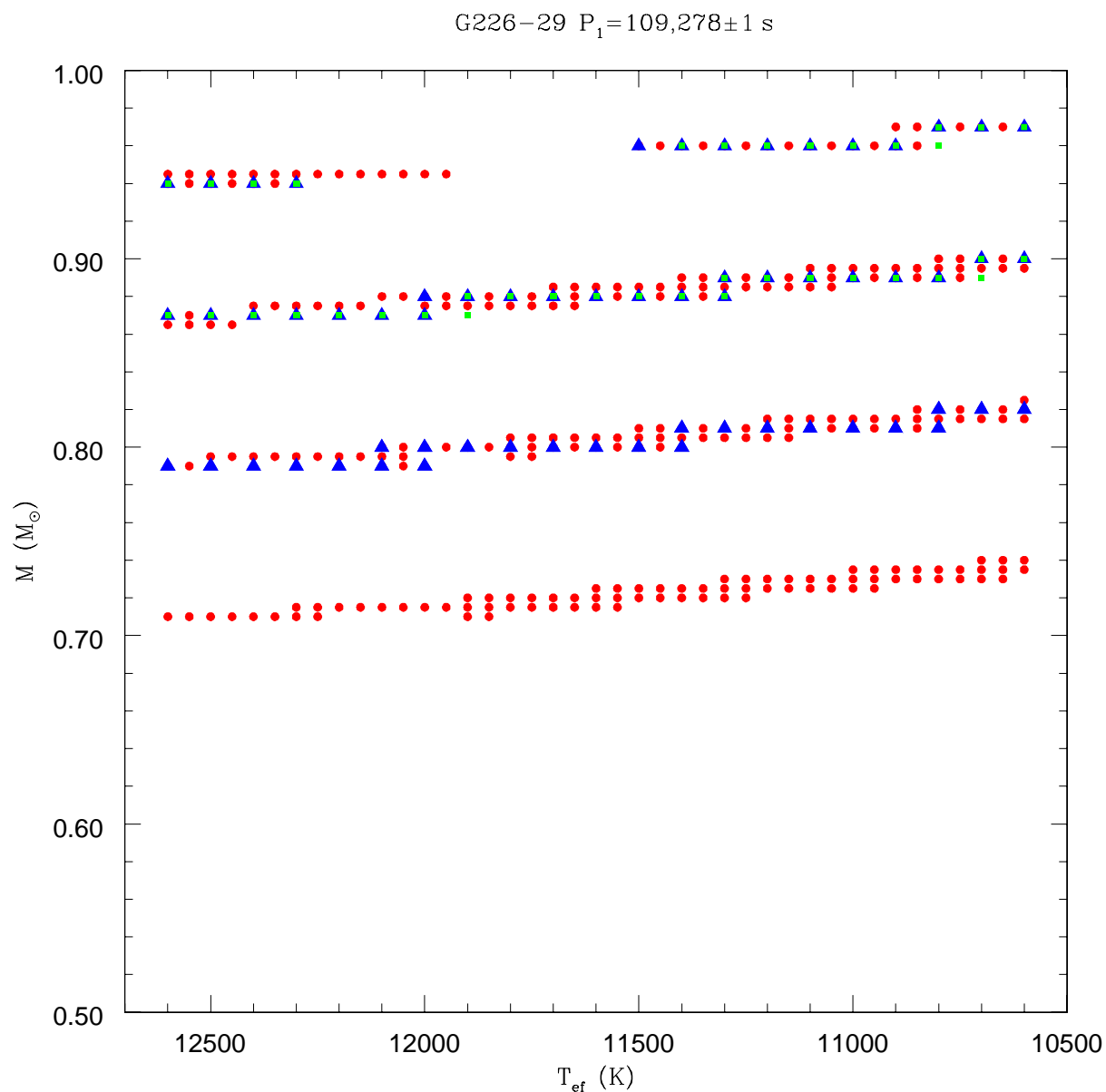


Fig. 5.10: Resultados do ajuste dos modos de pulsação da estrela G226-29 aos modelos. Os círculos (vermelhos) são as soluções para $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_*$, os triângulos (azuis) para $M_{\text{He}} = 10^{-2,5} M_*$ e os quadrados (verdes) para $M_{\text{He}} = 10^{-3} M_*$. Não há nenhuma solução para $M_{\text{He}} = 10^{-3,5} M_*$. A conclusão é que a massa da estrela tem que ser alta e a camada de He deve ser espessa.

nestes grandes intervalos de massa e temperatura.

Símbolo no gráfico 5.10	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
1. Círculos (vermelhos)	12 100	0,795	4,5	2	0,047	109,33(1,1)
2. Triângulos (azuis)	12 400	0,79	4,5	2,5	0,001	109,28(1,1)

Tab. 5.8: Mínimos absolutos nas diversas famílias de soluções da análise sismológica para a estrela G226-29.

Ainda que estejamos ajustando apenas um modo, entre as duas únicas soluções consistentes com os valores espectroscópicos, a diferença de massa é de apenas $0,005 M_{\odot}$ e de temperatura de 300 K, a massa da camada de H só pode ser espessa e igual a $10^{-4,5} M_{*}$ e a da camada de He pode estar entre os dois valores próximos: $10^{-2} M_{*}$ e $10^{-2,5} M_{*}$. O resultado é uma sismologia de rico com salário de pobre.

5.4 Sismologia de rico: HL Tau76

O outro extremo de estudos sismológicos são as estrelas com muitos modos excitados. Um exemplo é a estrela HL Tau76, que está na borda vermelha da faixa de instabilidade, ou seja, próxima da temperatura onde detectamos o fim das pulsações.

Como existe um maior número de modos excitados do que nas demais ZZ Ceti, surgem muito mais combinações lineares e harmônicas nas listas de periodicidades. Se por um lado isto parece dificultar a busca das periodicidades fundamentais da estrela, quando os modos-filhos estão identificados, os modos-pais devem estar presentes e são os modos fundamentais. Estes são os modos usados na análise sismológica. O fator complicante é que ocorrem mudanças dramáticas nas curvas de luz destas estrelas, de uma estação para outra, ainda que os modos excitados sejam quase sempre os mesmos. Já que as zonas de transições entre as camadas não são abruptas, por causa da extensa zona de convecção que muda de tamanho durante as pulsações e a própria temperatura muda significativamente devido às pulsações, um mesmo modo pode aparecer em 600s ou 615s, em campanhas diferentes, que

é consistente com a variação real da temperatura da estrela.

Outra característica das estrelas na borda vermelha é a alta amplitude de pulsação. A zona de ionização fica mais profunda à medida que a estrela esfria; portanto, é necessário que as pulsações transportem mais energia para movimentar as camadas superiores. O resultado disto é uma variação na T_{ef} da estrela de até 500 K, valor significativo quando comparado à largura da faixa de instabilidade das ZZ Ceti ($\sim 1\,200\text{ K}$). Por isto, quando se obtém o espectro de fluxo destas estrelas, é necessário levar em conta o tempo de pulsação da estrela, determinando-se então uma T_{ef} média.

A tabela 5.9 mostra a determinação dos parâmetros atmosféricos para a estrela HL Tau76 pelo espectro óptico. Como não encontrei na literatura nenhuma outra determinação, eu fiz uma estimativa dos mesmos parâmetros usando as cores, a qual é muito mais fria e menos massiva que os valores do espectro óptico. Vou utilizar a determinação pelo espectro óptico, mas permitindo a busca de soluções em regiões englobando três vezes as incertezas publicadas, o que inclui o valor derivado pelas cores.

Método	T_{ef} (K)	$\log g$ (em cgs)	M (M_{\odot})	Ref. espectroscopia
Espectro óptico LPT	$11\,450 \pm 200$	$7,89 \pm 0,05$	$0,55 \pm 0,02$	Bergeron et al. 2004
Cores UBV	$10\,500 \pm 500$	$7,5 \pm 0,5$	$0,36 \pm 0,19$	

Tab. 5.9: Determinação dos parâmetros atmosféricos da estrela HL Tau76.

A lista dos modos independentes da HL Tau76 está na tabela 5.10, bem como as incertezas calculadas a partir das amplitudes. Os modos foram publicados por (Dolez et al. 2006), tendo sido detectados em duas campanhas diferentes do WET.

Usando os períodos listados na tabela 5.10, calculei que $\langle P \rangle \sim 602\text{ s}$, logo $T_{\text{ef}} \sim 11\,340\text{ K}$, valor que está dentro das barras de erro da determinação espectroscópica.

No gráfico 5.11 estão as diferentes famílias de soluções para a estrela HL Tau76, com $S < 5\text{ s}$. Os mínimos das soluções que mais concordam com a determinação espectroscópica estão na tabela 5.11. É importante ressaltar que as demais famílias de soluções só aparecem

Periodicidades (s)	Amplitude (mma)	Identificação
382,47±0,02	16,47	f_1
449,8±0,13	6,7	f_2
492,12±0,11	7,12	f_3
540,95±0,01	28,45	f_4
596,79±0,03	14,40	f_5
664,21±0,03	14,94	f_6
781,0±0,07	9,1	f_7
799,10±0,21	5,19	f_8
933,64±1	2,40	f_9
976,38±0,14	6,46	f_{10}
1064,97±0,05	11,30	f_{11}
1390,84±0,37	3,92	f_{12}

Tab. 5.10: Todos os modos detectados para a estrela HL Tau76, em diferentes anos de observação.

para massas muito maiores, $M > 0,70 M_{\odot}$.

Símbolo no gráfico 5.10	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)
1. Círculos (vermelhos)	11 900	0,515	6	2	4,63
2. Círculos (vermelhos)	10 600	0,62	4	2	4,07
3. Triângulos (azuis)	10 900	0,59	6,5	2,5	4,45
4. Quadrados (verdes)	11 400	0,58	6,5	3	4,76

Tab. 5.11: Mínimos absolutos nas diversas famílias de soluções da análise sismológica para a estrela HL Tau76, para os valores mais próximos da solução espectroscópica.

No gráfico 5.12, eu mostro a mesma comparação entre os modos observados (eixo-x) e os ajustados pelo melhor modelo (eixo-y) no nosso estudo. O linha tracejada mostra a correspondência 1:1 entre as observações e o ajuste, indicados pelos diferentes símbolos nos quatro painéis, referentes às soluções na tabela 5.11.

O estudo sismológico da estrela HL Tau76 nos ilustra a dificuldade de se determinar as características internas de uma estrela quando seus parâmetros atmosféricos não estão bem determinados e a estrela está próxima da borda vermelha, ainda que tenha um grande número de modos excitados. Este é um dos fortes argumentos para que a análise sismológica das ZZ Cetus não seja feita individualmente, mas que possamos agrupar as estrelas de acordo com os modos que estão excitados.

Por outro lado, a informação quanto ao espaçamento entre os modos (ΔP), ainda não

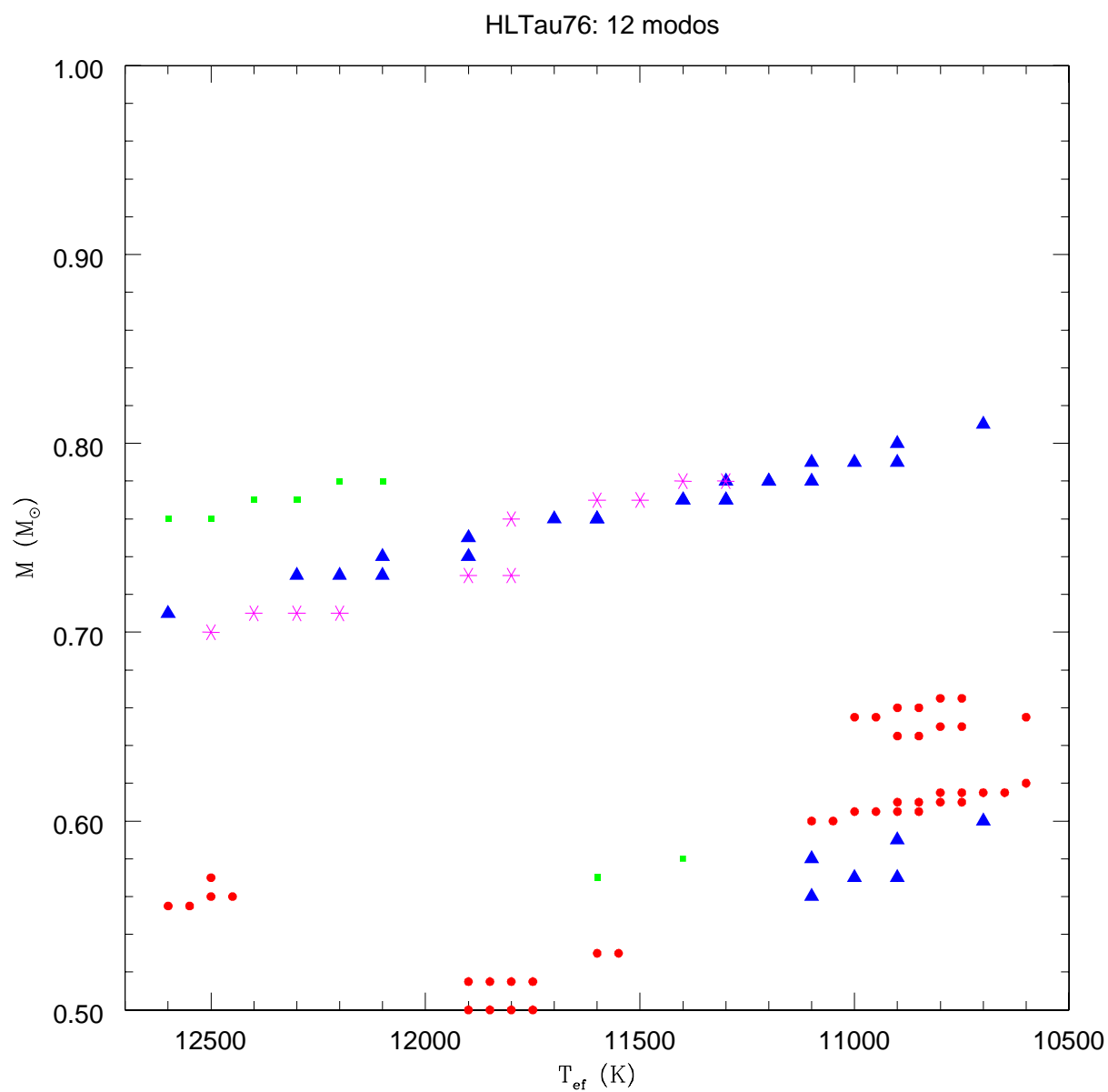


Fig. 5.11: Resultados do ajuste dos modos de pulsação da estrela HL Tau76 aos modelos. Os círculos (vermelhos) são as soluções para $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$, os triângulos (azuis) para $M_{\text{He}} = 10^{-2,5} M_{*}$, os quadrados (verdes) para $M_{\text{He}} = 10^{-3} M_{*}$, e os asteriscos (magentas) para $M_{\text{He}} = 10^{-3,5} M_{*}$.

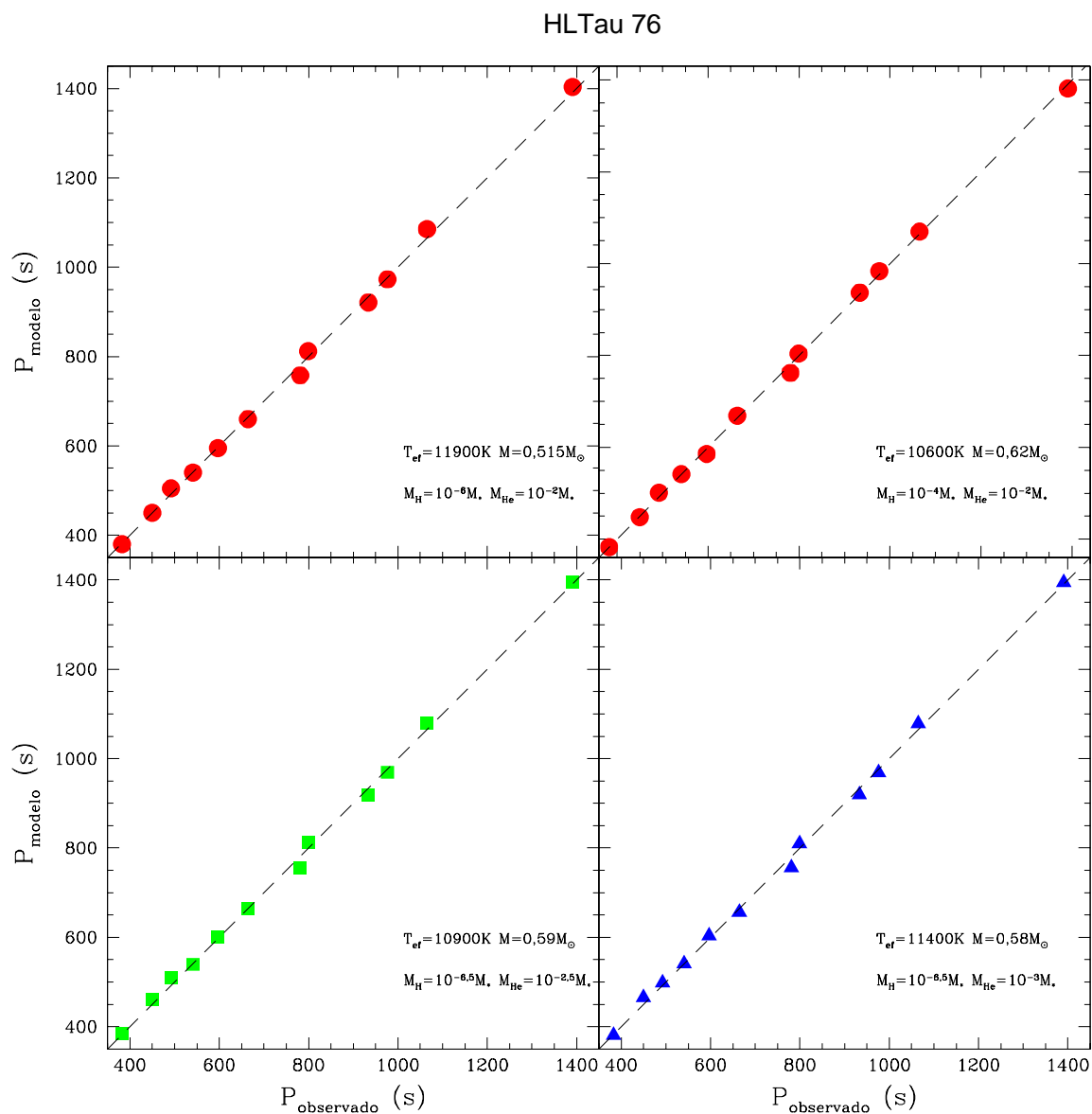


Fig. 5.12: Comparação entre os modos observados (eixo-x) e os calculados (eixo-y) para os melhores modelos, cujos valores estão na tabela 5.11. A linha tracejada mostra a correspondência 1:1 entre as observações e o melhor ajuste, mostrando que as quatro soluções são igualmente possíveis.

foi utilizada, porque apenas para modos com $k > 5$ é que o valor de ΔP tende ao valor assintótico. Da expressão:

$$\Delta P \propto \frac{1}{[\ell(\ell + 1)]^{1/2}} \quad (5.4)$$

temos que o valor de ΔP é maior para $\ell = 1$ do que para $\ell = 2$ ($\Delta P_{\ell=1}/\Delta P_{\ell=2} = 1,73$). Na tabela 5.12 estão listados os valores das diferenças em segundos entre os modos.

ΔP (s)	Modos
67	$f_2 - f_1$
43	$f_3 - f_2$
49	$f_4 - f_3$
56	$f_5 - f_4$
67	$f_6 - f_5$
2×68	$f_7 - f_6$
18	$f_8 - f_7$
3×46	$f_9 - f_8$
43	$f_{10} - f_9$
2×44	$f_{11} - f_{10}$
325	$f_{12} - f_{11}$

Tab. 5.12: Diferença entre os modos para a estrela HL Tau76. Os $\Delta P \sim 45$ s devem ser representativos do espaçamento entre modos com $\ell = 2$, enquanto que $\Delta P \sim 65$ s para $\ell = 1$.

Existem dois valores de espaçamento entre os modos: ~ 45 e ~ 65 s. É importante notar que a diferença entre os modos de maior amplitude é maior, ou seja, é bem provável que eles sejam $\ell = 1$. Por outro lado, as diferenças menores aparecem entre modos de menor amplitude, os quais podem ser facilmente $\ell = 2$, por causa do cancelamento geométrico.

Com base no ΔP calculado, vamos fixar os seguintes modos com $\ell = 1$ para fazer o ajuste sismológico: 382,47s, 449,8s, 540,95s, 596,79s, 664,21s, 781,0s e 1064,97s, cujas incertezas estão na tabela 5.10. Para os demais modos, deixamos livre a possibilidade de ser $\ell = 2$ ou 1. Os mínimos das famílias de soluções estão no gráfico 5.13 e na tabela 5.13.

Entre as soluções sismológicas, as massas das soluções 1 e 3, são as que menos concordam com os valores espectroscópicos. Comparando as demais soluções, todas têm massa de H

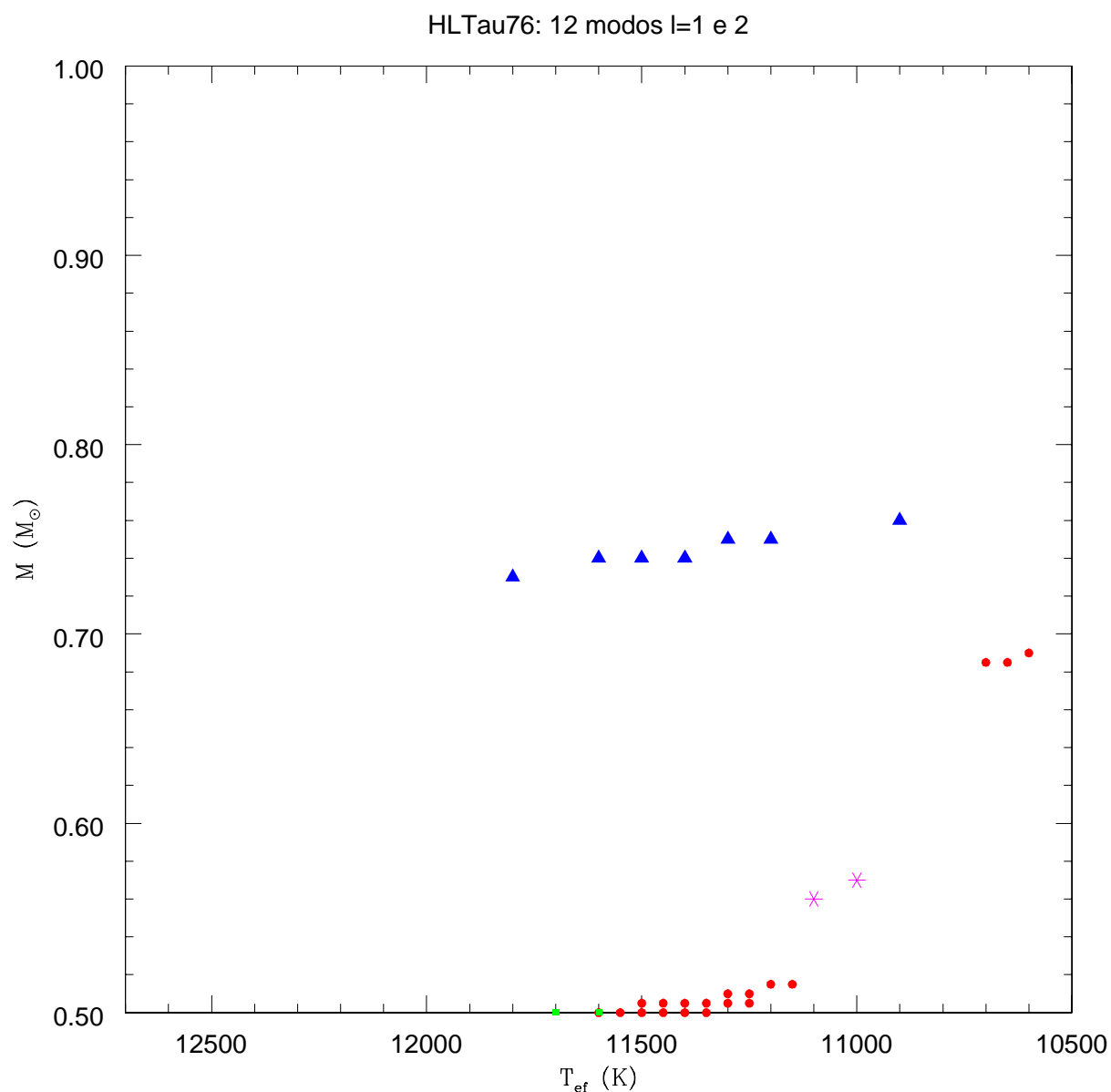


Fig. 5.13: Resultados do ajuste dos modos de pulsação da estrela HL Tau76 aos modelos. Os círculos (vermelhos) são as soluções para $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$, os triângulos (azuis) para $M_{\text{He}} = 10^{-2.5} M_{*}$, os quadrados (verdes) para $M_{\text{He}} = 10^{-3} M_{*}$, e os asteriscos (magentas) para $M_{\text{He}} = 10^{-3.5} M_{*}$. Os modos de maior amplitude e com espaçamento em período de ~ 65 s foram fixos como $\ell = 1$ e os demais podem ser ajustados a modos com $\ell = 2$.

Símbolo no gráfico 5.10	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
1. Círculos (vermelhos)	10 600	0,69	8	2	3,75	
2. Círculos (vermelhos)	11 500	0,50	7,5	2	2,37	
3. Triângulos (azuis)	11 500	0,74	5	2,5	3,39	
4. Quadrados (verdes)	11 700	0,50	7,5	3	3,70	
5. Asteriscos (magentas)	11 100	0,56	8	3,5	3,20	395,9(1,3), 461,7(1,5) 490,2(2,11), 539,8(1,6) 596,4(1,7), 667,2(1,8) 767,0(1,10), 789,0(2,20) 924,3(2,24), 993,4(2,26) 1054,9(1,15), 1397,5(1,21)

Tab. 5.13: Mínimos absolutos nas diversas famílias de soluções da análise sismológica para a estrela HL Tau76, para os valores mais próximos da solução espectroscópica. As demais famílias são todas para valores de $M > 0,70 M_{\odot}$.

fina. Calculando o valor médio de massa e temperatura, temos que $\bar{M} = 0,55 \pm 0,13 M_{\odot}$ e $\bar{T}_{\text{ef}} = 11\,320 \pm 590$ K, portanto, a solução que mais se aproxima destes valores é a solução 5, com $T_{\text{ef}} = 11\,100$ K, $M = 0,56 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-8} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-3,5} M_{*}$.

5.5 Para os milionários: BPM37093

BPM37093, uma anã branca com alta massa de $1,1 \pm 0,05 M_{\odot}$ (Bergeron et al. 2004), foi descoberta como uma ZZ Ceti por Kanaan et al. (1992). Anãs brancas massivas estão sujeitas a pressões e densidades ainda mais altas nos seus núcleos. Segundo modelos evolucionários, espera-se que uma anã branca de massa maior que $1 M_{\odot}$ comece a cristalizar em temperaturas iguais ou ligeiramente maiores que as da faixa de instabilidade das ZZ Ceti (Wood 1992, Winget et al. 1997, Córscico, Althaus & Montgomery 2005).

Como acontece nas ZZ Ceti frias, a estrela BPM37093 apresenta modulações irregulares nos seus modos de pulsação. Em uma ocasião, todos os modos estavam abaixo do limite de detecção de ~ 1 mma (Kanaan et al. 1998). Contudo, em observações subsequentes, os modos foram observados exatamente com as mesmas frequências de pulsação previamente detectadas.

Os nove modos independentes presentes nesta estrela (Kanaan et al. 2005), listados na tabela 5.14, foram utilizados para estudos sismológicos.

Periodicidades (s)	Amplitude (mma)
511,7	0,68
531,1	1,16
548,8	0,98
564,0	1,03
582,0	1,03
600,7	0,88
613,5	1,13
635,1	1,53
660,8	0,48

Tab. 5.14: Modos detectados na estrela BPM37093, como listados em Kanaan et al. (2005).

Em estudos prévios, Metcalfe, Montgomery & Kanaan (2004) identificaram todos estes sete modos como $\ell = 2$, por causa do pequeno espaçamento médio entre os períodos consecutivos, cujo valor é $\langle \Delta P \rangle = 17,6 \pm 1,1$ s. Eles mantiveram valores fixos de massa em 1,0, 1,03 e 1,1 M_{\odot} , procurando soluções com temperaturas dentro da faixa de instabilidade. As camadas de H e He foram fixas no valor canônico de $10^{-4} M_*$ e $10^{-2} M_*$ (Wood 1992) e no valor derivado de cálculos evolucionários para estrelas massivas de Althaus et al. (2003) de $10^{-5,8} M_*$ e $10^{-3,1} M_*$. Eles variaram a porção cristalizada do núcleo puro de O e encontraram que 90% da massa da estrela deve estar cristalizada.

Como mostrado no gráfico da distribuição de massa das anãs brancas (ver figura 1.3), poucas estrelas possuem altas massas, porque são raras, evoluem mais rapidamente e são menos luminosas. Por isto, o estudo da estrela BPM37093 é de extrema relevância, vinculando a evolução das estrelas mais massivas progenitoras de anãs brancas. Ela é a única ZZ Ceti com massa alta bem determinada por métodos independentes, por ser brilhante.

A grade de modelos que eu calculei para fazer sismologia de todas as ZZ Ceti, descrita na seção 4.2, não incluía modelos com massas acima de 1,0 M_{\odot} , porção de massa estelar cristalizada, nem núcleo de O puro. Para esta estrela, existe ainda uma incerteza adicional quanto à composição nuclear, a qual pode apresentar porções significativas de Ne e Mg.

Esta incerteza não foi estudada por nós. Em um primeiro momento, eu procurei na grade já calculada, soluções sismológicas que fossem consistentes com os valores determinados pelos espectros, mas não encontrei nenhuma solução.

Eu calculei, então, uma nova grade variando a temperatura de 11 300 K a 12 000 K, em passos de 100 K e a massa total da estrela de $1,0 M_{\odot}$ a $1,1 M_{\odot}$, em passos de $0,1 M_{\odot}$, englobando a solução espectroscópica para estas quantidades. Tanto a massa da camada de H como a de He foram calculadas da mesma forma descrita na seção 4.2, sendo que o núcleo foi mantido como sendo composto unicamente por O.

Comparando os modos observados com a nova grade de modelos, não há nenhuma solução possível se todos os modos fossem $\ell = 1$. Ainda que a massa seja alta, o espaçamento entre os modos subsqüentes indica que os modos são $\ell = 2$. As melhores soluções encontradas estão na tabela 5.15.

T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
11 800	1,10	7	2	0,99	515,1(2,27), 531,7(2,28), 548,5(2,29), 566,5(2,30) 582,6(1,17), 601,9(2,32), 613,1(1,18), 635,8(2,34) 653,9(2,35)
11 700	1,08	6,5	2,5	1,02	514,8(2,27), 531,8(2,28), 549,0(2,29), 566,2(2,30) 584,0(2,31), 601,5(2,32), 614,2(1,18), 636,2(2,34) 653,6(2,35)
11 600	1,07	6	3	1,03	514,8(2,27), 532,5(2,28), 549,5(2,29), 566,8(2,30) 583,2(1,17), 601,6(2,32), 612,9(1,18), 636,6(2,34) 654,0(2,35)
11 800	1,10	6,5	3,5	1,15	514,5(2,27), 532,0(2,28), 549,7(2,29), 566,8(2,30) 584,3(2,31), 601,5(2,32), 614,6(1,18), 636,6(2,34) 654,2(2,35)

Tab. 5.15: Mínimos absolutos nas diversas famílias de soluções da análise sismológica para a estrela BPM37093.

Não há como identificar qual é a solução mais provável para a massa da camada de He. Em todas as quatro soluções encontradas, o modo em 613,5 s, o terceiro de maior amplitude, sempre se ajusta melhor a modos de grau $\ell = 1$. Em metade das soluções, o modo em 582,0 s se ajusta melhor a modos de grau $\ell = 1$, mas na outra metade, ele é melhor se for $\ell = 2$. Todos os demais modos se ajustam melhor a modos com grau $\ell = 2$.

Ainda que possa parecer pouco conclusiva, a nossa análise sismológica nos permite restringir soluções com apenas altas massas ($M > 1 M_{\odot}$) e temperaturas entre 11 600 e 11 800 K, apenas 200 K de incerteza externa. Ambos parâmetros derivados pela sismologia estão dentro das incertezas dos valores determinados pela espectroscopia. Há ainda a restrição expressiva na massa da camada de H de $10^{-6} M_*$ a $10^{-7} M_*$. Este valor está compatível com as determinações de Althaus et al. (2003). A T_{ef} indica que a borda vermelha da faixa de instabilidade das ZZ Ceti de alta massa e com a previsão dos modelos evolutivos é desta ordem, já que períodos com ~ 600 s são indicativos de borda vermelha.

Capítulo 6

Sismologia de ZZ Ceti por grupos

A base da idéia de se fazer sismologia de estrelas separando-as por grupos é usar as semelhanças, diminuindo as incertezas nas medidas individuais. Uma vez que um grupo de estrelas possua temperaturas, massas e modos excitados parecidos, é de se esperar que estas estrelas tenham uma estrutura interna semelhante. Isto é similar a usarmos várias medidas independentes de uma única estrela.

Inicialmente, eu fiz a identificação dos períodos de pulsação das ZZ Ceti conhecidas. Todas as estrelas que foram previamente observadas no telescópio de 2,1 m no McDonald para outros projetos, como a busca de novas ZZ Ceti conduzidas por Mukadam et al. (2004), Mullally et al. (2005) e Castanheira et al. (2006) e a busca de planetas orbitando ZZ Ceti com modos estáveis (Mullally 2007), tiveram suas curvas de luz reduzidas e analisadas por mim; eu determinei todas as periodicidades presentes para estas estrelas. Eu fiz o mesmo para todas as novas ZZ Ceti descobertas com o telescópio SOAR de 4,1 m e com o telescópio de 1,6 m no Observatório Pico dos Dias. Os períodos para as demais ZZ Ceti foram retirados da literatura. É importante salientar que algumas das ZZ Ceti tiveram seus períodos determinados apenas pelas curvas de luz de descoberta da sua variabilidade e alguns autores não publicaram a lista com todas as periodicidades detectadas nem suas respectivas amplitudes.

A análise sismológica comparativa que eu fiz começa na definição dos grupos. Como a maioria das anãs brancas tem massa muito próxima de $0,6 M_{\odot}$ e a difusão gravitacional já separou os elementos químicos quando as anãs brancas chegam à borda azul da faixa de instabilidade, com cerca de 5×10^8 anos, é de se esperar que seus modos normais sejam muito similares. As ZZ Ceti foram separadas de acordo com o modo principal excitado (modo de maior amplitude), para as estrelas da borda azul, ou da média dos modos excitados, para o caso das estrelas da borda vermelha. A técnica utilizada para a comparação dos modos observados com os modelos é exatamente a mesma descrita para as estrelas individuais, no capítulo anterior. A grande diferença é que eu não estou analisando as estrelas individualmente, ou seja, estou buscando propriedades comuns que caracterizem um grupo de estrelas ou um estágio evolutivo.

Com relação aos valores de temperatura e massa, para as estrelas do SDSS com magnitude $g \leq 18$ o valor médio da S/R dos espectros do SDSS é ~ 30 . Sendo assim, estas grandezas estão razoavelmente bem determinadas, enquanto que as mais fracas podem estar bastante incertas. Bergeron et al. (2004) e Gianninas, Bergeron & Fontaine (2005) obtiveram espectros com $S/R \geq 70$ para as estrelas mais brilhantes, portanto, as determinações deles estão bastante precisas. As determinações de Koester & Allard (2000) foram feitas utilizando os espectros UV.

6.1 Período principal ~ 215 s

A estrela G117-B15A é o protótipo deste grupo, do qual a G185-32 também faz parte. Na tabela 6.1 estão listados os modos e as determinações de temperatura e massa espectroscópicas das outras estrelas cujo modo principal também está em torno de 215 s.

As estrelas G117-B15A e G185-32, que foram analisadas no capítulo anterior, possuem uma estrutura interna mais provável com $M_{\text{H}} = 10^{-7} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
R548	212,950	5,4	$11\,990 \pm 200$	$0,59 \pm 0,03$	Bergeron et al. 2004
	274,512	3,5	$11\,830 \pm 150$	$0,50 \pm 0,07$	Koester & Allard 2000
	333,64	1,3			
	318,07	1,1			
	187,28	0,9			
G132-12	212,7	4,3	$12\,080 \pm 200$	$0,57 \pm 0,02$	Gianninas et al. 2006
WD J2154-0731	210,2	5,6	$11\,930 \pm 130$	$0,65 \pm 0,04$	Castanheira et al. 2006

Tab. 6.1: Lista das ZZ Ceti com modo principal excitado em torno de 215 s.

Começamos a análise pela estrela R548, supondo, primeiramente, que todos os modos são $\ell = 1$. Por causa da pequena separação entre os modos, só há solução para massa alta, como mostrado no gráfico 6.1, lembrando que $\Delta P = 45$ s para $M = 0,6 M_{\odot}$ e $\Delta P = 30$ s para $M = 0,7 M_{\odot}$, como está nas figuras 4.5 e 4.6. Cada família de soluções está identificada por um símbolo diferente, que indica os diferentes valores para a espessura da camada de He.

Como esta estrela é brilhante e os espectros têm alto S/R, a massa sismológica deve ser consistente com a massa espectroscópica, cujo valor máximo em 1σ é de $0,62 M_{\odot}$. Portanto, eu testei a possibilidade de que nem todos os modos fossem $\ell = 1$. Em virtude de terem as amplitudes menores que os modos principais, os modos em 333,64 s, 318,07 s e 187,28 s são consistentes com modos $\ell = 2$. Neste caso, as famílias de soluções estão no gráfico 6.2 e os mínimos na tabela 6.2. Apenas a solução 1 é consistente com a solução espectroscópica, pois a solução 2 é um modelo muito mais frio e mais massivo.

Símbolo no gráfico 6.2	T_{ef} (K)	$M (M_{\odot})$	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
1. Círculos (vermelhos)	12 100	0,635	4,5	2	0,28	183,8(2,3), 212,9(1,1) 274,5(1,2), 316,7(1,3) 338,2(2,9)
2. Triângulos (azuis)	11 100	0,79	5,5	2,5	0,48	181,7(2,3), 213,2(1,2) 273,9(1,3), 313,8(1,4) 338,8(1,5)

Tab. 6.2: Mínimos absolutos nas diversas famílias de soluções da análise sismológica para a estrela R548. O valor mais próximo das soluções espectroscópicas é a solução 1.

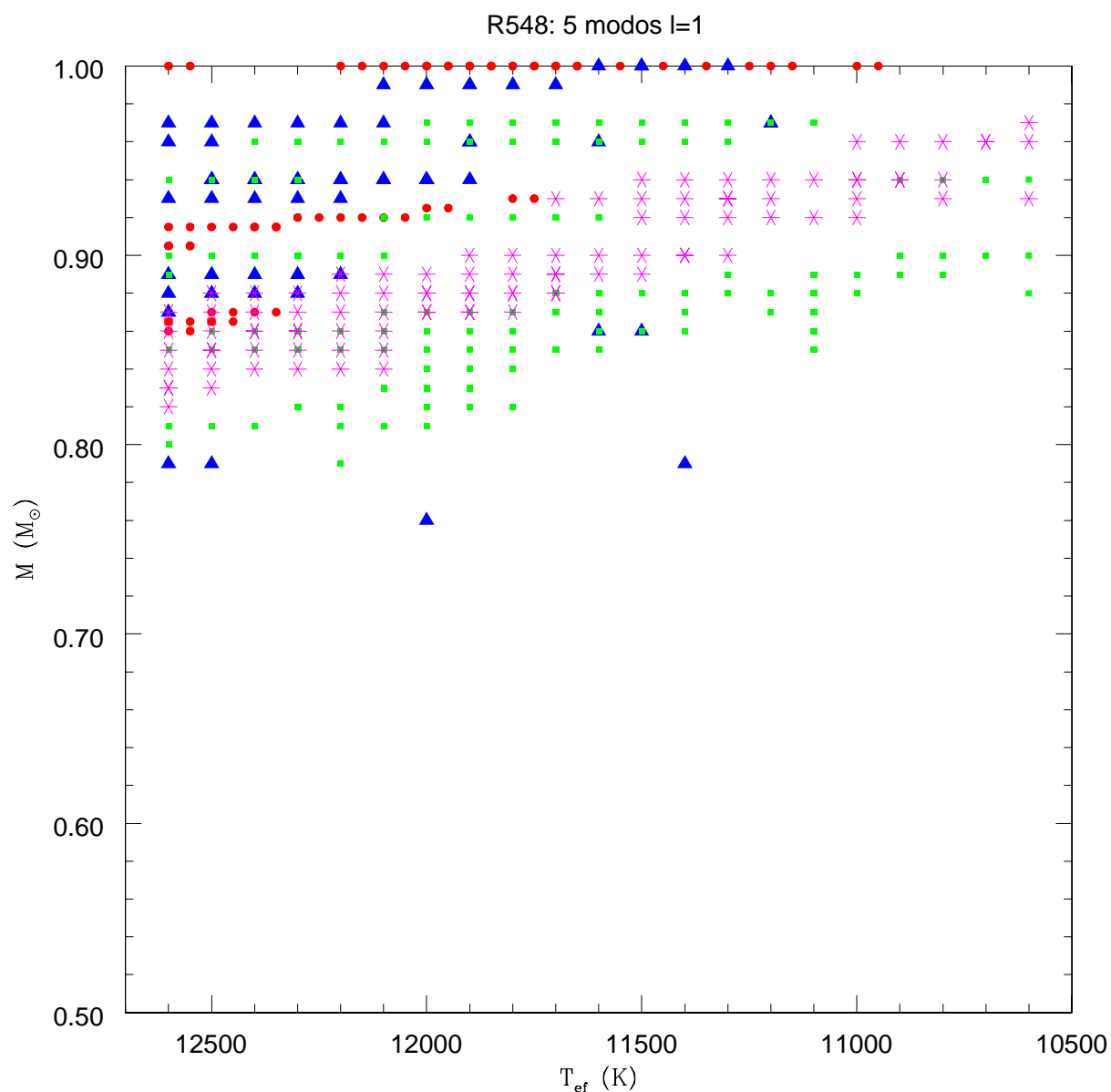


Fig. 6.1: Resultados do ajuste dos modos de pulsação da estrela R548 aos modelos. Os círculos (vermelhos) são as soluções para $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_*$, os triângulos (azuis) para $M_{\text{He}} = 10^{-2,5} M_*$, os quadrados (verdes) para $M_{\text{He}} = 10^{-3} M_*$ e os asteriscos (magentas) para $M_{\text{He}} = 10^{-3,5} M_*$, supondo que todos os modos são $l = 1$. Todas as soluções possuem valores de massa muito acima do que se obtém das comparações dos espectros com modelos.

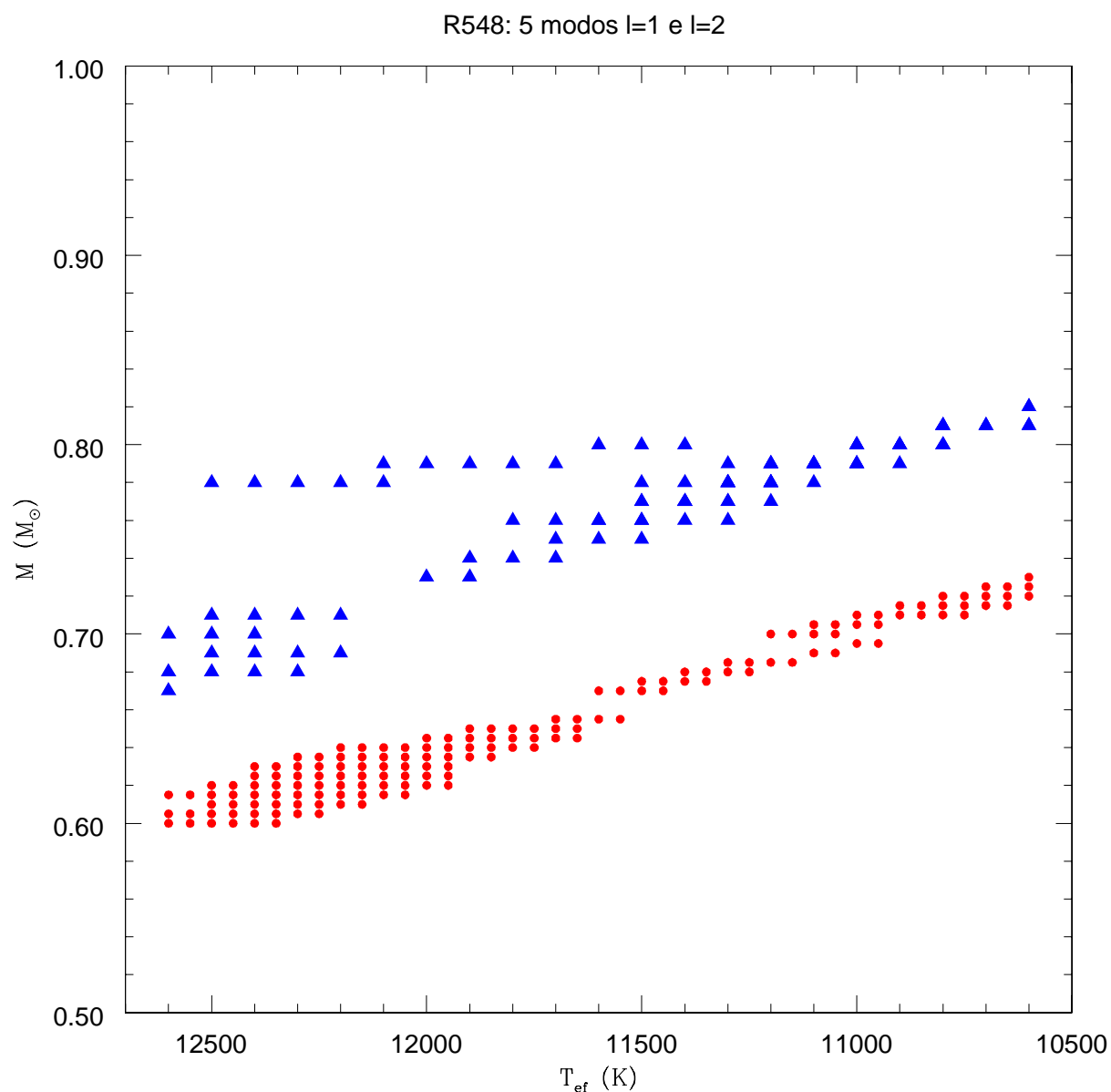


Fig. 6.2: Resultados do ajuste dos modos de pulsação da estrela R548 aos modelos. Os círculos (vermelhos) são as soluções para $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$ e os triângulos (azuis) para $M_{\text{He}} = 10^{-2.5} M_{*}$. Não há soluções para $M_{\text{He}} = 10^{-3} M_{*}$ nem $M_{\text{He}} = 10^{-3.5} M_{*}$. Os ajustes foram feitos para os modos principais sendo $\ell = 1$ e os demais de menor amplitude podendo ser $\ell = 1$ ou $\ell = 2$. Somente as soluções de baixa massa e alta temperatura são consistentes com as determinações espectroscópicas.

R548 tem uma estrutura interna um pouco diferente da estrutura das estrelas G117-B15A e da G185-32, já que os modos excitados não são exatamente os mesmos. No caso da R548, os demais modos excitados são em ~ 318 s e 333s, enquanto que na G117-B15A e na G185-32 o outro modo presente está em ~ 300 s, provavelmente em função da diferente espessura da camada de H, como indica a minha análise sismológica.

Para as duas estrelas com apenas um modo excitado ou detectado, G132-12 e WD J2154-0731, eu usei apenas as duas únicas estruturas internas determinadas para as estrelas deste grupo, permitindo que a massa da camada de He fosse $10^{-2} M_*$ e que a da camada de H fosse ou $10^{-4,5} M_*$ ou $10^{-7} M_*$. Uma vez que os modos são bastante similares aos modos principais das demais estrelas deste grupo tanto em período, quanto em amplitude, os modos devem ser igualmente $\ell = 1$. O argumento da mesma estrutura interna é plausível porque as determinações espectroscópicas de T_{ef} e M para estas estrelas são similares às das estrelas do mesmo grupo com mais modos. Os mínimos absolutos para o ajuste estão na tabela 6.3.

Estrela	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
G132-12	12 150	0,63	4,5	2	0,06	212,8(1,2)
	11 500	0,67	7	2	0,02	212,7(1,1)
WD J2154-0731	12 300	0,64	4,5	2	0,02	210,2(1,2)
	12 100	0,645	7	2	0,01	210,2(1,1)

Tab. 6.3: Mínimos absolutos nas duas possíveis famílias de soluções da análise sismológica para as estrelas G132-12 e WD J2154-0731.

As determinações espectroscópicas da estrela G132-12 são bastante confiáveis, pois a magnitude aparente da estrela é $V = 16,2$. Todas as determinações dos parâmetros atmosféricos derivadas dos espectros ópticos do grupo pelo Montreal (e.g. Bergeron et al. 2004) foram feitas a partir da comparação de espectros de alto S/R (≥ 70), produzindo, portanto, incertezas externas de ~ 300 K. A diferença entre T_{ef} e M sismológicas dos valores espectroscópicos são 70 K e $0,06 M_{\odot}$ para $M_{\text{H}} = 10^{-4,5} M_*$ e 500 K e $0,1 M_{\odot}$ para

$M_H = 10^{-7} M_*$, portanto, indica que a solução de massa de H espessa seja a mais provável. Para a estrela WD J2154-0731, as duas soluções estão dentro das barras de erro externas da determinação espectroscópica, não sendo possível distinguir entre elas.

A conclusão do estudo deste grupo é que, se o modo principal for em torno de 215 s, a massa da camada de He deve ser próxima a $10^{-2} M_*$ e a da camada de H pode ser $10^{-4,5} M_*$ ou $10^{-7} M_*$, dependendo dos demais modos excitados.

6.2 Período principal ~ 200 s

A lista completa das sete estrelas com período principal em torno de 200 s está na tabela 6.4

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
WD J1354+0108	198,3	6,0	11 700±50	0,61±0,01	Mukadam et al. 2004
	322,9	1,9			
	291,6	2,2			
	173,3	1,1			
	127,8	1,5			
WD J0818+3132	202,3	3,3	11 800±80	0,65±0,02	Mullally et al. 2005
	253,3	2,9			
WD J1345-0055	195,2	5,5	11 800±60	0,63±0,02	Mukadam et al. 2004
	254,4	2,4			
WD J0848+4510	201,0	7,3	11 680±110	0,61±0,04	Mukadam et al. 2004
WD J0756+2020	199,5	6,8	11 710±110	0,61±0,03	Mullally et al. 2005
L 19-2	192,6	6,5	12 100±200	0,74±0,03	Bergeron et al. 1995 Koester & Allard 2000
	350,1	1,1	12 150±100	0,70±0,10	
	143,4	0,6			
	118,7	1,2			
	113,8	2,4			
WD J1338-0023	196,9	4,3	11 970±80	0,69±0,02	Castanheira 2007
	119,9	2,3			

Tab. 6.4: Estrelas com modo principal excitado em torno de 200 s.

Analisando primeiramente os valores de temperatura e massa das estrelas deste grupo, é evidente a semelhança entre todas, com exceção da L 19-2 e WD J1338-0023. As médias ponderadas para temperatura e massa são $T_{\text{ef}} = 11\,740 \pm 30$ K e $M = 0,62 \pm 0,01 M_{\odot}$, excluindo estas duas estrelas massivas. O valor médio de T_{ef} é mais baixo quando comparamos este grupo de estrelas com aquele com modo principal em ~ 215 s. Explorando a grade

de modelos nós mostramos que, se a T_{ef} aumenta, o valor de um modo com mesmo k e ℓ diminui, mantendo as demais grandezas fixas (e.g. figura 4.5).

Esta contra-posição não é evidenciada para as estrelas L 19-2 e WD J1338-0023. Mantendo todos os parâmetros constantes, mas variando a massa, como foi mostrado na nossa exploração dos modelos (seção 4.4), um mesmo modo fica mais curto à medida que a massa aumenta. Como a massa destas estrelas é mais alta que a das demais por aproximadamente $0,1 M_{\odot}$ e a temperatura é típica das estrelas da borda azul, elas foram estudadas separadamente.

Começo a análise estudando a WD J1354+0108, que é a estrela com mais modos independentes excitados neste grupo. Esta estrela também é a mais diferente comparando os modos presentes com os das demais estrelas do grupo. Os modos usados para a análise sísmológica e as suas respectivas incertezas normalizadas são: $198,3 \pm 0,03$ s, $291,6 \pm 0,25$ s, $322,9 \pm 0,34$ s, $127,8 \pm 0,54$ s e $173,3 \pm 1$ s.

A primeira tentativa é o ajuste dos modos permitindo que todos sejam $\ell = 1$. Como já era de se esperar, por causa da pequena separação entre os modos subseqüentes, $\Delta \bar{P} \sim 28$ s, só existem soluções sísmológicas para modelos de alta massa. Entre as soluções encontradas, a de massa mais baixa é $0,84 M_{\odot}$, uma diferença de $0,2 M_{\odot}$ quando comparada com o valor derivado pelo espectro. Este resultado é pouco provável, pois está muito acima da massa média para todas as anãs brancas DAs. Além disso, a magnitude desta estrela é $g = 16,36$, portanto os parâmetros derivados do espectro do SDSS devem estar bem determinados.

A alternativa é supor que o modo principal seja $\ell = 1$, bem como os outros dois modos de alta amplitude, em $322,9$ s e $291,6$ s, e que os períodos de baixa amplitude, em $127,8$ s e $173,3$ s, devem ser $\ell = 2$. Ainda assim, não encontramos nenhuma solução consistente com os valores de massa e temperaturas derivados pela espectroscopia. Neste caso, a diferença mínima encontrada entre a espectroscopia e a sismologia é de $0,1 M_{\odot}$ em massa e de $1\,000$ K em temperatura, diferenças ainda não aceitáveis, devido ao alto S/R do espectro.

Uma busca detalhada na grade de modelos mostra que só existe solução sismológica para modelos com $M \sim 0,6 M_{\odot}$ e $T_{\text{ef}} \sim 11\,500\text{ K}$ se o modo em 198s for $\ell = 1$, e o próximo modo $\ell = 1$ excitado é $\sim 225\text{ s}$. Este modo não está presente em nenhuma das estrelas deste grupo. Portanto, é muito provável que o 198s seja um modo com $\ell = 2$. Esta é a primeira detecção de modos $\ell = 2$ para ZZ Ceti com massa próxima ao valor médio; a proposta mais provável para o ajuste dos modos da estrela BPM37093, uma estrela parcialmente cristalizada e com massa acima de $1 M_{\odot}$ é que eles são $\ell = 2$.

Novamente, no gráfico 4.8 está a variação dos primeiros sobretons dos modos $\ell = 1$ e $\ell = 2$, para um modelo com $T_{\text{ef}} = 12\,000\text{ K}$, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$, $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$ e C/O=50:50, em função da massa da estrela. Ainda que a temperatura e as composições das camadas internas do modelo sejam constantes, o importante é que não existe nenhum modo em $\ell = 1$ com $P \sim 200\text{ s}$, enquanto que existem modos com este período se $\ell = 2$. Como a determinação da massa não deve estar errada por $0,1 M_{\odot}$ (7σ interno!) para todas as cinco estrelas similares deste grupo, eu vou assumir que este modo é $\ell = 2$, para todas as elas. O outro forte argumento para que este modo seja $\ell = 2$ é que a amplitude detectada é menor do que a amplitude média dos modos principais para estrelas com temperaturas similares às deste grupo. O modo em $\sim 215\text{ s}$ excitado na estrela G117-B15A, estrela típica da borda azul, tem amplitude de $\sim 20\text{ mma}$, muito maior que o valor da máxima amplitude de $\sim 8\text{ mma}$ para as estrelas deste grupo, inconsistente com a relação observacional para as ZZ Ceti que $A \propto 1/T_{\text{ef}}$.

Comparando as amplitudes dos modos de pulsação presentes nesta estrela, por causa do efeito de cancelamento geométrico, os modos com $\ell = 1$ deveriam ter amplitude maior que os $\ell = 2$. Como todos os demais modos pulsam com amplitudes menores que a do modo identificado como $\ell = 2$, todos os modos observados foram comparados com modos $\ell = 1$ e $\ell = 2$ dos modelos.

O mínimo da única família de soluções sismológicas compatível com a espectroscópica

é para $T_{\text{ef}} = 11\,500\text{ K}$, $M = 0,64 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-8} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$ (ver tabela 6.5). Apenas o modo com 291,6s se ajusta melhor a $\ell = 1$, sendo que os demais são $\ell = 2$.

A informação de que o modo em $\sim 200\text{ s}$ é $\ell = 2$ foi usada no estudo sismológico das demais estrelas do grupo com massa e temperatura próximas das médias calculadas.

As estrelas WD J0818+3132 e WD J1345-0055 têm duas periodicidades excitadas muito parecidas entre si, portanto, devem ter estrutura interna muito próxima e ilustram os mínimos das famílias de soluções na tabela 6.5.

Estrela	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
WD J1354+0108	11 500	0,64	8	2	0,18	127,2(2,1), 169,7(2,2) 198,3(2,3), 292,5(1,2) 324,0(2,7)
WD J0818+3132	11 400	0,65	5	2,5	0,20	202,4(2,3), 253,0(2,5)
WD J1345-0055	11 600	0,645	5	2	0,17	195,4(2,3), 254,1(2,5)
WD J0848+4510	11 600	0,55	5	2,5	0,03	201,0(2,3)
WD J0756+2020	11 100	0,67	5	2,5	0,03	195,5(2,3)
L 19-2	12 100	0,75	4,5	2	0,29	117,4(1,1), 192,5(1,2) 112,7(2,1), 135,0(2,2) 358,2(2,12)
WD J1338-0023	11 800	0,74	4,5	2	0,18	120,1(1,1), 196,7(1,2)

Tab. 6.5: Mínimos absolutos das possíveis famílias de soluções da análise sismológica para as estrelas ZZ Ceti com o modo principal em $\sim 200\text{ s}$.

Existem ainda duas estrelas neste grupo, com apenas um modo detectado. Para as demais estrelas do grupo, as possíveis estruturas internas são: $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$ e $M_{\text{H}} = 10^{-8} M_{*}$ ou $M_{\text{H}} = 10^{-5} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2,5} M_{*}$ e $M_{\text{H}} = 10^{-5} M_{*}$. Na tabela 6.5 estão listadas apenas as soluções sismológicas compatíveis com a espectroscopia, ambas com $M_{\text{H}} = 10^{-5} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2,5} M_{*}$.

As estrelas L 19-2 e WD J1338-0023 foram estudadas separadamente, em função da sua alta massa e temperatura típica das estrelas da borda azul da faixa de instabilidade. Como a G226-29 tem $M \sim 0,8 M_{\odot}$, o fato de ela ter $T_{\text{ef}} = 12\,270 \pm 200\text{ K}$ do espectro é compatível com que a borda azul da faixa de instabilidade para as estrelas com $M \sim 0,6 M_{\odot}$ tenha $T_{\text{ef}} \sim 12\,000\text{ K}$.

A escolha do grau ℓ para os modos para a L 19–2 está embasada na detecção dos tripletes e dubletes (O’Donoghue & Warner 1982). Eles detectaram que os modos de maior amplitude em torno de 192s, 118s e 113s eram tripletes, enquanto que os outros modos eram componentes de dubletes. Por outro lado, uma das componentes dos tripletes em 118s e 113s não estava bem determinada, como discutido por O’Donoghue & Warner (1982). Portanto, vamos testar todas as possibilidades de $\ell = 1$ e 2.

Um argumento bastante forte quanto à determinação dos ℓ s vem do espaçamento entre os modos. Evidentemente que o modo em 118,7s não pode ter o mesmo valor de ℓ que o modo em 113,8s. Logo, o modo de maior amplitude, em 113,8s, deve ser $\ell = 1$. Por outro lado, a presença apenas do modo em 119s para a estrela WD J1338-0023 nos força ainda trabalhar a possibilidade deste ser $\ell = 1$. Como discutido anteriormente, o modo em 192,6s pode ser $\ell = 1$, porque a massa da estrela é alta. Para os demais modos, permitimos que o grau variasse.

As soluções sismológicas mais próximas dos valores espectroscópicos para estas duas estrelas estão listadas na tabela 6.5. Ambos modelos possuem uma estrutura interna bastante similar e os modos têm o mesmo valor de ℓ . Nenhum dos modos ajustados como $\ell = 2$ para a L 19–2 foram detectados na estrela WD J1338-0023. Pode ser que eles tenham amplitude menor que o limite de detecção por causa do cancelamento geométrico, já que a estrela é mais fraca.

A sismologia da estrela L 19–2 já foi estudada por Bradley (2001). A principal diferença entre o meu resultado é que ele identificou o modo em ~ 350 s como $\ell = 1$. Na minha análise, este modo se ajusta melhor a $\ell = 2$, o que ainda está de acordo com a detecção do dublete por O’Donoghue & Warner (1982).

A principal conclusão do estudo deste grupo é que trata-se da primeira forte evidência da detecção de pulsações com $\ell = 2$ nas ZZ Ceti não cristalizadas.

6.3 Períodos principais entre ~ 200 s e ~ 215 s

Eu resolvi estudar estas estrelas em um grupo separado porque o conjunto de períodos excitados é um pouco diferente dos grupos cujos modos principais são ~ 215 s e ~ 200 s.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
LP133-144	209,2	10	11 800 \pm 200	0,54 \pm 0,02	Bergeron et al. 2004
	305,7	5,3			
	327,3	4,0			
HS 0951+1312	208,0	9,3	11 740 \pm 1 000	0,4 \pm 0,2	Mukadam et al. 2006
	281,6	8,8	11 000 \pm 500		Homeier & Koester 2001
	258,6	3,6			

Tab. 6.6: Estrelas com modo principal excitado entre 200 s e 215 s.

Novamente, eu comecei a análise supondo que todos os modos fossem $\ell = 1$. Como nenhuma solução compatível com a espectroscopia foi encontrada para a estrela LP133-144, eu variei o grau ℓ , começando pelo modo de menor amplitude. Na tabela 6.7 estão listadas as melhores famílias de soluções para as estrelas do grupo.

Estrela	T_{ef} (K)	$M (M_{\odot})$	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
LP133-144	11 700	0,52	5	2	1,00	209,9(1,2), 303,9(2,7) 331,2(2,8)
HS 0951+1312	11 900	0,69	7	2	2,57	205,7(1,1), 246,0(1,2) 283,5(1,3)
	12 400	0,655	5	2	0,40	207,7(1,1), 281,7(1,2) 261,3(2,6)

Tab. 6.7: Mínimos absolutos nas duas possíveis famílias de soluções da análise sismológica para as estrelas LP133-144 e HS 0951+1312.

No caso da estrela HS 0951+1312, não há determinação confiável de massa derivada dos espectros, nós deixamos mais este parâmetro livre. Há duas famílias de soluções para esta estrela, sendo que a solução mais quente ($T_{\text{ef}} = 12\,400$ K) e de menor massa ($M = 0,655 M_{\odot}$) é a mais provável, de acordo com o $\langle P \rangle = 243,9$ s e $T_{\text{ef}} = 12\,000$ K (seção 1.4.5) e com o valor de massa mais provável da distribuição de massa das anãs brancas DAs.

6.4 Período principal em ~ 250 s

Este grupo contém apenas duas estrelas, como listado na tabela 6.8, as quais apresentam um e dois modos excitados, o que não nos possibilita a derivação de diversas quantidades físicas. O nosso conhecimento sobre o interior destas estrelas está restrito ainda mais pelo fato de que a WD J0939+5609 tem magnitude aparente $g = 18,70$, fraca para o espectro do SDSS e, portanto, os parâmetros atmosféricos não são confiáveis ($S/R_g=15,1$).

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
EC11507-1519	249,6	7,7	12 030 \pm 200	0,60 \pm 0,03	Gianninas et al. 2006
	191,7	3,59			
WD J0939+5609	249,9	7,2	11 790 \pm 60	0,75 \pm 0,05	Eiseinstein et al. 2006

Tab. 6.8: Estrelas com modo principal excitado em torno de 250 s.

Começando a análise sismológica com a estrela com dois modos, a EC11507-1519, deixei que o modo em 191,7s pudesse ser $\ell = 1$. O problema deste modo ser $\ell = 1$ é o mesmo que o encontrado no grupo em que o modo principal é ~ 200 s: os únicos modelos que possuem este modo são os com massa alta e/ou com temperatura alta. Considerando esta possibilidade, os mínimos das famílias de soluções mais próximos da espectroscópica são os seguintes modelos: $T_{\text{ef}} = 12\,500$ K e $M = 0,54 M_{\odot}$, e $T_{\text{ef}} = 12\,600$ K e $M = 0,735 M_{\odot}$. Ambas as soluções possuem temperaturas muito mais altas que o valor da temperatura espectroscópica e também mais quente que a borda azul observada. Portanto, o modo em 191,7s foi ajustado aos modelos com $\ell = 2$.

Permitindo que apenas o modo 191,7s seja $\ell = 2$, não encontrei nenhuma família de soluções que concorde em até 1σ com a solução espectroscópica. O valor mais próximo é a família com o mínimo em $T_{\text{ef}} = 11\,400$ K e $M = 0,545 M_{\odot}$, 600 K mais fria e $0,05 M_{\odot}$ menos massiva que o valor espectroscópica. A última alternativa é permitir que ambos os modos sejam $\ell = 2$. Neste caso, existe uma família de soluções cujo mínimo é o modelo com $T_{\text{ef}} = 12\,000$ K e $M = 0,605 M_{\odot}$ (ver tabela 6.9), totalmente consistente com os valores

espectroscópicos.

Comparando as determinações de massa para estas estrelas, será possível que a presença do modo em 191,7 s é devido a massa ser tão diferente da determinada espectroscopicamente para a WD J0939+5609? Por outro lado, se estamos tratando de estrelas com exatamente a mesma estrutura interna, o modo 191,7s, se presente na WD J0939+5609, deveria ter amplitude abaixo dos limites de detecção atuais para esta estrela, então não sabemos com certeza se o modo está presente ou não.

Supondo que a estrutura seja a mesma, ou seja, que $M_H = 10^{-4,5} M_*$ e $M_{He} = 10^{-2} M_*$, vou investigar apenas dois valores de massa da estrela em $0,6 M_\odot$, que é o mesmo valor de massa da outra estrela e o mais provável para as DAs, e $0,75 M_\odot$, que é o valor determinado pelo espectro do SDSS, para determinar os possíveis valores de T_{ef} . Os mínimos das famílias de soluções dentro das barras de erros da espectroscopia estão listados na tabela 6.9, supondo que o modo seja igualmente $\ell = 2$.

Estrela	T_{ef} (K)	M (M_\odot)	$-\log M_H$	$-\log M_{He}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
EC11507-1519	12 000	0,605	4,5	2	0,11	191,5(2,3), 249,7(2,5)
WD J0939+5609	11 500	0,77	4,5	2	0,07	250,0(2,7)
	12 350	0,58	4,5	2	0,005	249,9(2,5)
	11 400	0,705	4,5	2	0,011	249,9(2,6)

Tab. 6.9: Mínimos absolutos nas duas possíveis famílias de soluções da análise sismológica para as estrelas EC11507-1519 e WD J0939+5609, usando apenas a mesma solução internas que a primeira.

6.5 Período principal ~ 260 s

Este grupo é um pouco mais frio que os anteriores, porque o modo principal excitado é aproximadamente 10 s mais longo. As estrelas cujo modo principal excitado é ~ 260 s estão listadas nas tabelas 6.10 e 6.11.

Como existem mais estrelas que nos grupos anteriores, é necessário que se olhe para a

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
WD J0913+4036	260,3	16,5	11 680±80	0,54±0,02	Mullally et al. 2005
	320,5	14,7			
	288,7	12,4			
	203,9	3,8			
WD J1007+5245	258,8 (f_1)	11,0	11 430±130	0,66±0,05	Mullally et al. 2005
	323,1 (f_2)	10,4			
	290,1 (f_3)	7,7			
	152,8 ($f_2 + f_3$)	5,8			
KUV 11370+4222	257,2	5,3	11 890±200	0,64±0,03	Bergeron et al.2004
	292,2	2,5			
	462,9	3,2			
WD J1125+0345	265,5	7,2	11 600±120	0,60±0,04	Mukadam et al. 2004
	208,6	2,8			
WD J0958+0130	264,4	4,7	11 680±60	0,60±0,02	Mukadam et al. 2004
	203,7	2,5			

Tab. 6.10: ZZ Ceti com modo principal excitado em ~ 260 s.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
WD J2214-0025	255,2	13,1	11 440±80	0,82±0,03	Mullally et al. 2005
	195,2	6,1			
GD385	256	11,2	11 710±200	0,63±0,03	Bergeron et al. 2004
	128,1	3,7			
WD J0018+0031	257,3	6,0	11 700±80	0,57±0,02	Mullally et al. 2005
	149,9	3,7			
WD J0853+0005	264,4	4,0	11 750±110	0,68±0,04	Castanheira et al. 2007
WD J1218+0042	258	16	11 123±93	0,71±0,04	Kepler et al. 2005
WD J1136-0137	260,8	3,1	11 710±700	0,59±0,02	Castanheira et al. 2007
MCT 2148-2911	260,8	12,6	11 740±200	0,51±0,02	Gianninas et al. 2005
WD J1533-0206	259,2	4,8	11 350±40	0,73±0,02	Castanheira et al. 2006

Tab. 6.11: Continuação da tabela 6.10: ZZ Ceti com modo principal excitado em ~ 260 s.

tabela 6.10 mais cuidadosamente, procurando as semelhanças. Como feito anteriormente, vou começar o estudo do grupo pelas estrelas que possuem mais modos excitados.

As estrelas WD J0913+4036 e WD J1007+5245 possuem quatro periodicidades excitadas. Para esta última, o período em 152,8s coincide com a combinação linear de dois modos fundamentais, ainda que a sua amplitude seja comparável à amplitude de um dos modos envolvidos na combinação. Em um primeiro momento, vou desconsiderar esta periodicidade, retornando a ela tão logo tenha determinado a melhor família de soluções. Para a outra estrela, o modo em 203,9s está excitado. Novamente, pelos mesmos argumentos discutidos

nas seções 6.2, 6.3 e 6.4, este modo deve ser $\ell = 2$, já que a massa é próxima de $0,6 M_{\odot}$ e a temperatura de 11 500 K.

Comparando os três outros modos excitados nestas estrelas, pode-se ver claramente que eles são bastante parecidos entre si, não apenas em periodicidades absolutas, mas também no ordenamento das amplitudes, o que nos leva a concluir que as estruturas internas destas estrelas devem ser similares. Calculando $\langle P \rangle$ (veja seção 1.4.5) para WD J0913+4036 e WD J1007+5245 obtemos 286 s e 275 s, respectivamente. Usando a relação entre $\langle P \rangle$ e T_{ef} (figura 1.5), os valores de temperatura derivados para estas estrelas são 11 860 K e 11 890 K, respectivamente. Em outras palavras, com base apenas nos modos de pulsação, as duas estrelas devem ter as mesmas temperaturas. Calculando o espaçamento médio entre os três modos principais, $\Delta \bar{P} \sim 30$ s e ~ 32 s para WD J0913+4036 e WD J1007+5245, respectivamente. Uma diferença de apenas 2 s implica que as massas das duas estrelas também devem ser bastante parecidas, o que não é exatamente o que foi derivado pelos espectros, mas consistente com a incerteza média derivada da comparação dos espectros de alto S/R do Gemini com os de baixo S/R do SDSS.

Na tabela 6.12 estão os mínimos das melhores famílias de soluções para estas duas estrelas. Outras soluções só existem para modelos com massa maior que $0,70 M_{\odot}$, o que é muito pouco provável.

Ainda que a solução sismológica de massa para a estrela WD J1007+5245 seja $0,1 M_{\odot}$ diferente da solução espectroscópica, como a magnitude aparente desta estrela é $g = 18,87$, muito mais fraca que a WD J0913+4036, que é $g = 17,64$, a massa espectroscópica da estrela mais fraca estar super-estimada é consistente com as incertezas nas determinações.

Outra estrela deste grupo com três modos excitados é a KUV11370+4222. Diferentemente das duas estrelas anteriormente analisadas, o modo em ~ 320 s não está excitado, aparecendo, no entanto, um modo em 462,9 s. O valor de sua massa espectroscópica é confiável, porque sua magnitude aparente é $V = 16,54$ e as determinações foram feitas de

Estrela	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
WD J0913+4036	11 700	0,53	6,5	3,5	1,89	206,0(2,3), 258,5(1,1) 292,4(1,2), 320,8(1,3)
WD J1007+5245	11 600	0,53	6,5	3,5	1,16	150,4(2,1), 259,5(1,1) 293,1(1,2), 323,6(1,3)
KUV11370+4222	12 000	0,685	4,5	2	1,46	256,7(1,3), 298,9(1,3) 461,9(1,8)
	11 900	0,66	7	2	0,43	257,5(1,2), 290,8(1,3) 463,4(1,6)
WD J1125+0345	11 900	0,58	6,5	3	0,30	209,5(2,3), 265,7(1,2)
	11 600	0,66	7	3,5	0,30	208,6(2,3), 265,2(1,2)
WD J0958+0130	11 500	0,58	6,5	2,5	1,65	198,2(2,3), 265,2 (1,2)
	12 200	0,58	6,5	3	0,71	206,2(2,3), 264,2(1,2)
WD J2214-0025	12 000	0,84	9,5	2,5	0,05	195,0(1,1), 225,2(1,2)
	11 500	0,775	8,5	2	0,02	195,3(1,1), 255,2(2,6)
	11 300	0,75	8,5	3,5	0,12	195,7(2,3), 255,3(2,5)

Tab. 6.12: Mínimos absolutos nas possíveis famílias de soluções da análise sismológica para as estrelas com modo principal ~ 260 s.

espectros com $S/R \geq 70$, de acordo com Gianninas et al. (2006).

Ainda que um dos modos não coincida, eu busquei uma solução de massa e temperatura para um modelo com as mesmas espessuras das camadas de H e He, que para as outras duas estrelas deste grupo já estudadas. A única solução que eu encontrei é para $T_{\text{ef}} = 11\,100$ K e $M = 0,56 M_{\odot}$. Este modelo é muito mais frio e muito menos massivo que os valores determinados pelo espectro. As duas soluções que eu encontrei estão na tabela 6.12, sendo que a segunda delas é muito mais provável que a primeira, porque o S é cinco vezes menor (a probabilidade é cinco vezes maior).

Entre as estrelas que ainda não foram analisadas, mas que fazem parte deste grupo, existe um subgrupo com apenas dois modos, sendo que o segundo modo excitado é em torno de 200s. As estrelas WD J1125+0345 e WD J0958+0130 podem ser analisadas simultaneamente, pois além dos modos serem bastante parecidos, os valores espectroscópicos de temperatura e massa também são. O modo em ~ 200 s deve ser $\ell = 2$, não apenas pelo fato de a temperatura não ser típica da borda azul, mas também por causa do ΔP da ordem de 60s, o que implicaria que as massas das estrelas fossem muito mais baixas (menor que

$0,5 M_{\odot}$), se este modo também fosse $\ell = 1$. Os mínimos das famílias de soluções estão na tabela 6.12.

A outra estrela bastante similar a estas é a WD J2214-0025, que foi analisada separadamente porque o modo principal difere em 10s do valor observado nas demais estrelas e a massa espectroscópica é bem mais alta, $0,82 M_{\odot}$. Esta determinação, bem como o valor da temperatura, são razoáveis, pois a magnitude aparente desta estrela é $g = 17,91$ e seu espectro do SDSS possui $S/R_g \sim 23$.

Nós exploramos anteriormente (seção 6.2, 6.3 e 6.4) a possibilidade do modo em ~ 200 s ser $\ell = 1$ e mostramos que isto só acontece quando a estrela está na borda azul da faixa de instabilidade ($T_{\text{ef}} \sim 12\,200$ K) e a massa é alta ($M > 0,75 M_{\odot}$). Ainda que o pré-requisito de massa alta esteja satisfeito, a temperatura desta estrela é $\sim 11\,400$ K, colocando a estrela no meio da faixa de instabilidade. Desta forma, o modo em 195,2s deve ser $\ell = 2$, pelos mesmos argumentos já discutidos naquelas seções.

Por outro lado, da relação entre $\langle P \rangle$ e T_{ef} (figura 1.5), como $\langle P \rangle = 244,5$ s, a temperatura derivada é mais alta que o valor espectroscópico, $T_{\text{ef}} = 11\,980$ K, mas ainda inconsistente com que o modo em 195,2s seja $\ell = 1$. Para que a esta temperatura, um modelo com $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_*$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_*$ possua este modo com $\ell = 1$, a massa total da estrela deveria ser $M = 0,93 M_{\odot}$, que é $0,1 M_{\odot}$ (3σ interno) acima do valor determinado pelo espectro. Então, ou o modo mais curto é $\ell = 2$ ou a massa da camada de H é muito mais fina. Os modelos que mais se aproximam da determinação espectroscópica derivados pela sismologia estão listados na tabela 6.12.

Nas estrelas WD J0018+0031 e GD385, além do modo principal, também aparecem modos de menor amplitude em 149,9s e 128,1s, respectivamente. Apesar do modo em 128,1s da GD385 coincidir com o harmônico do modo principal, em alguns turnos, só este período estava excitado, o que indica que ele deve ser um outro modo fundamental da estrela. As melhores soluções sismológicas para estas estrelas estão na tabela 6.13.

Estrela	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
WD J0018+0031	11 600	0,63	4	2	0,32	149,1(2,2), 257,4(1,3)
	11 400	0,60	6,5	2,5	0,46	148,9(2,2), 257,5(1,2)
GD385	11 700	0,595	6,5	2	0,12	129,2(2,1), 256,0(1,2)
	11 800	0,67	7	2,5	0,17	128,5(2,1), 255,8(1,2)
WD J0853+0005	12 200	0,66	4,5	2	0,06	264,5(1,2)
	11 700	0,60	6,5	3,5	0,11	264,5(1,2)
WD J1136-0137	11 950	0,58	6,5	2	0,05	260,9(1,2)
WD J1218+0042	11 000	0,70	4,5	2	0,02	258,0(1,3)
WD J1533-0206	11 400	0,755	4	2	0,06	259,0(1,4)
	11 100	0,695	4,5	2	0,03	259,1(1,3)
MCT 2148-2911	11 900	0,51	6,5	3,5	0,01	260,8(1,1)

Tab. 6.13: Continuação da tabela 6.12: Mínimos absolutos nas possíveis famílias de soluções da análise sismológica para as estrelas com modo principal ~ 260 s.

Completando a análise das estrelas deste grupo, existem cinco estrelas com apenas um modo excitado. Para estas, eu testei as possíveis soluções que foram derivadas para as estrelas do mesmo grupo com mais modos. Os mínimos das famílias de soluções sismológicas que concordam com as determinações espectroscópicas estão na tabela 6.13.

6.6 Período principal ~ 270 s

As estrelas que compõem este grupo possuem o período principal em torno de 270 s, como listados na tabela 6.14.

A análise deste grupo nos leva em direção ao meio da faixa de instabilidade das ZZ Ceti. Seguindo a mesma sistemática aplicada aos grupos anteriores, começamos a análise com a estrela com mais modos excitados.

Além de quatro modos excitados, a estrela GD 66 possui outras sete periodicidades entre harmônicos e combinações lineares. Esta estrela tem sido constantemente monitorada para que medidas precisas da variação dos períodos sejam feitas. Mullally (2007) detectou que esta estrela tem \dot{P} cerca de 100 vezes mais rápido do que predito pela teoria de esfriamento e propuseram que este resultado seja devido à variação do tempo de viagem da luz causado por

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
GD 66	271,68 (f_1)	16,97	11 980±200	0,64±0,03	Dolez et al. 1983
	302,78 (f_2)	11,43			
	255,98 (f_3)	3,81			
	197,39 (f_4)	5,44			
	522,14 ($f_1 + f_2 - f_4$)	2,26			
	143,21 ($f_1 + f_2$)	2,72			
	135,88 ($2 \times f_1$)	1,82			
	131,79 ($f_1 + f_3$)	1,43			
	114,30 ($f_1 + f_4$)	1,65			
	567,85 ($f_4 - f_2$)	1,52			
	119,60 ($f_2 + f_4$)	1,33			
WD J1015+0306	270,0	8,4	11 580±30	0,70±0,01	Mukadam et al. 2004
	255,7	7,3			
	194,7	5,8			
WD J1002+5818	268,2	6,8	11 710±130	0,57±0,03	Mullally et al. 2006
	304,6	5,3			
HE 0031-5525	276,9	4,6	11 480±30	0,44±0,01	Castanheira et al. 2006
	330,8	2,5			
WD J1724+5835	279,5	8,3	11 540±80	0,55±0,02	Mukadam et al. 2004
	337,9	5,9			
	189,2	3,2			

Tab. 6.14: ZZ Ceti com modo principal em torno de 270 s.

um corpo orbitando a estrela, como um planeta. Esta hipótese ainda não foi comprovada, pois não foi possível detectar um período orbital completo, mas nos próximos anos, será possível medir se a curva tem uma forma sinusoidal ou não, confirmando ou descartando a hipótese do planeta em torno da estrela.

A primeira suposição para a análise sismológica é que todos os modos sejam $\ell = 1$. Como já verificado anteriormente, se todos estes modos fossem $\ell = 1$, a massa da estrela deveria ser, no mínimo, $0,8 M_{\odot}$, que é $0,15 M_{\odot}$ acima do valor espectroscópico (5σ), por causa do pequeno espaçamento entre os modos. Seguindo os nossos critérios e a nossa experiência adquirida da análise de outras estrelas, vamos supor que o modo de menor amplitude, o 256,0s, seja $\ell = 2$. Neste caso, a massa ajustada fica próxima ao valor espectroscópico, mas a melhor temperatura passa a ser muito mais quente que a borda azul, por causa do período em 197,4s. A alternativa encontrada, novamente, é permitir também que este modo seja $\ell = 2$.

O problema de permitir que estes modos sejam $\ell = 2$ diz respeito às combinações lineares. Nós encontramos diversas periodicidades que são combinações lineares de modos com

$\ell = 1$ e 2 . Teoricamente, não há nenhuma regra de seleção proibindo que isto ocorra, mas isto é menos provável que combinações entre modos com o mesmo grau. Apesar desta problemática, como a magnitude desta estrela é $V = 15,56$, as determinações de massa devem ter uma incerteza de, no máximo, $0,05 M_{\odot}$. De todas as famílias de soluções sismológicas, a que mais se aproxima da espectroscópica é a com mínimo em $T_{\text{ef}} = 12\,400\text{ K}$, $M = 0,64 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-7} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-3,5} M_{*}$, como está na tabela 6.15. Nenhum dos demais mínimos possui temperatura mais baixa que este valor, apesar deste estar logo acima da borda azul.

A estrela WD J1015+0306 possui quase os mesmos períodos excitados que a GD 66, exceto pelo modo em aproximadamente 300 s , que não está presente. Eu fiz as mesmas suposições que para a GD 66, sendo que a melhor solução encontrada tem quase a mesma estrutura interna, como mostrado na tabela 6.15.

A menos do período em $\sim 270\text{ s}$, a estrela WD J1002+5818 é uma espécie de complementar da WD J1015+0306, em relação à GD 66. Existe uma solução para a mesma estrutura interna que as demais, com $T_{\text{ef}} = 12\,300\text{ K}$, $M = 0,53 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-7,5} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-3,5} M_{*}$, sendo que os períodos dos modelos estão listados na tabela 6.15.

Comparando-se os modos de pulsação, as estrelas HE 0031-5525 e WD J1724+5835 diferem apenas do modo em $189,2\text{ s}$, presente nesta última. As semelhanças entre estas estrelas também aparecem quanto às determinações de massa e temperatura: ambas são estrelas de baixa massa, localizadas no meio da faixa de instabilidade. O fato de estarmos lidando com estrelas de baixa massa é consistente com o grande ΔP ($\sim 55\text{ s}$), portanto os modos em $\sim 280\text{ s}$ e $\sim 330\text{ s}$ devem ter o mesmo ℓ e ser subseqüentes ks .

Dentre todas as possíveis famílias de soluções sismológicas para estas estrelas de baixa massa, as únicas que aparecem em ambos os casos têm os mínimos listados na tabela 6.15

Estrela	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
GD 66	12 400	0,64	7	3,5	2,88	199,3(2,3), 257,1(2,5) 268,7(1,2), 305,1(1,3)
WD J1015+0306	12 100	0,71	7,5	3,5	7,18	195,2(2,3), 254,5(2,5) 270,3(1,2)
WD J1002+5818	12 300	0,53	7,5	3,5	1,13	268,0(1,2), 304,8(1,3)
HE 0031-5525	11 000	0,555	6,5	2	0,21	277,1 (1,2), 330,3 (1,3)
	12 100	0,55	6,5	2,5	1,82	275,6 (1,2), 335,4 (1,3)
WD J1724+5835	10 600	0,555	6,5	2	1,14	195,3 (2,3), 279,5 (1,2) 336,1 (1,3)
			6,5	2,5	1,98	202,6 (2,3), 280,4 (1,2) 336,9 (1,3)

Tab. 6.15: Mínimos absolutos nas duas possíveis famílias de soluções da análise sismológica para a estrela WD J1136-0137.

6.7 Período principal ~ 300 s

À medida que vamos estudando estrelas com períodos principais mais longos, estamos passando para a região onde a zona de convecção se aprofunda, mais modos estão disponíveis para serem excitados. As estrelas com períodos mais longos possuem mais modos excitados e não se assemelham mais tanto entre si como acontece para as estrelas da borda azul.

A tabela 6.16 mostra todas as estrelas que fazem parte deste grupo.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
WD J0111+0018	292,97 (f_1)	22,13	11 510 \pm 100	0,77 \pm 0,04	Mukadam et al. 2004
	255,50 (f_2)	12,95			
	136,54 ($f_1 + f_2$)	7,49			
	146,49 ($2 \times f_1$)	5,37			
GD 244	307,1	20,2	11 680 \pm 200	0,66 \pm 0,03	Fontaine et al. 2003
	256,6	12,3			
	203,0	4,0			
WD J2128-0007	302,2	17,1	11 440 \pm 100	0,79 \pm 0,05	Castanheira et al. 2006
	274,9	11,0			
	289,0	9,7			
WD J2350-0054	304,3	17,0	10 350 \pm 60	0,80 \pm 0,04	Mukadam et al. 2004
	391,1	7,5			
	273,3	6,2			
WD J0917+0926	288,5	15,05	11 340 \pm 70	0,70 \pm 0,04	Kepler et al. 2005
	260,0	9,4			
	211,5	9,2			
WD J0214-0823	297,06 (f_1)	15,70	11 570 \pm 90	0,57 \pm 0,02	Mukadam et al. 2004
	263,21 (f_2)	6,97			
	347,30 (f_3)	6,58			
	174,05 ($2 \times f_3$)	1,81			
	149,00 ($2 \times f_1$)	2,07			
HS 1249+0426	288,9	7,55	11 770 \pm 200	0,57 \pm 0,02	Voss et al. 2006

Tab. 6.16: ZZ Ceti com modo principal em torno de 300s.

Começamos a nossa análise pela estrela WD J0111+0018. Além do período principal em torno de 300 s, esta estrela possui outros modos mais curtos e de menor amplitude. Se o nosso entendimento sobre pulsações em ZZ Ceti estiver correto, estas estrelas são, na verdade, mais frias que as dos grupos anteriores, mas as quais possuem a mesma estrutura interna.

Excluindo os modos que coincidem com a combinação linear e com o harmônico, os modos da estrela WD J0111+0118 são quase os mesmos da estrela KUV 11370+4222 (ver tabela 6.10), a menos do modo em 462,9 s. Fazendo a análise sismológica desta estrela, a única solução compatível com a espectroscópica é para $T_{\text{ef}} = 11\,450\text{ K}$, $M = 0,67 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-7} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$, exatamente a mesma estrutura interna que uma das soluções para a estrela KUV 11370+4222 (ver tabela 6.12), mas mais fria, como era de se esperar. Como a magnitude desta estrela é $g = 18,8$, é possível que a massa derivada dos espectros do SDSS esteja super-estimada, como discutido na seção 3.2, ou que a incerteza nesta quantidade seja maior que a incerteza interna da espectroscopia. Além disso, já que o ΔP entre os modos excitados é de ~ 40 s, a massa desta estrela deve ser realmente menor que $0,77 M_{\odot}$. Na tabela 6.17 está a melhor solução sismológica e os períodos ajustados no melhor modelo.

A exemplo das estrelas discutidas na seção 6.2, o modo em 203,0 s da GD244 deve ser muito provavelmente $\ell = 2$. Esta estrela é bastante parecida com a GD66, mas como o modo principal é mais longo que a outra, esta estrela deve ser um pouco mais fria. Procurei as soluções que tivessem a mesma estrutura que a GD66 e que melhor se ajustem aos modos da GD244. A melhor solução que nós encontramos é para $T_{\text{ef}} = 12\,200\text{ K}$, $M = 0,68 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-7} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-3,5} M_{*}$, listada na tabela 6.17, sendo que os modos eram exatamente o mesmo ℓ e k determinados para a GD66. É possível que eu tenha determinado um outro vínculo evolucionário entre duas estrelas.

As estrelas WD J2128-0007 e WD J2350-0054 possuem quase os mesmos modos excita-

dos, mas a primeira deve ser mais quente que a segunda, por causa do $\langle P \rangle$. Outra grande semelhança entre elas é a massa derivada dos espectros do SDSS. Ainda que os espectros do SDSS sejam de baixo S/R, estas duas estrelas são relativamente brilhantes, com $g \sim 18$. Por causa das altas massas e das amplitudes serem parecidas, todos os modos presentes podem ser $\ell = 1$.

Na linha das altas massas, a estrela WD J2128-0007 é uma magnitude mais brilhante que a WD J0111+0118, portanto a determinação de massa do seu espectro não deve estar errada por $0,1 M_{\odot}$, ou seja, esta estrela deve ter massa acima do valor da massa média das ZZ Ceti. Mas para que todos os modos sejam $\ell = 1$, $T_{\text{ef}} = 12\,100\text{ K}$, ou seja, a estrela deveria ser 600 K mais quente que o valor determinado pela espectroscopia, coincidindo com a borda azul. Como determinado por Giovannini et al. (1998), existe uma pequena dependência em massa, então pode ser que o valor sismológico não seja a temperatura da borda azul. Lembrando que a G226-29 é a ZZ Ceti mais quente e tem massa em torno de $0,8 M_{\odot}$. Segundo a nossa análise sismológica para esta estrela, a temperatura mais provável é de $12\,400\text{ K}$, o que define a borda azul. Desta forma, é aceitável que a temperatura desta estrela seja um pouco mais quente que o valor determinado pelo espectro, como está na tabela 6.17.

A estrela WD J2350-0054 merece atenção especial, pois sua temperatura espectroscópica coloca a estrela além dos limites da faixa de instabilidade, mesmo que, segundo os períodos excitados, a estrela esteja no meio da faixa. Este resultado não é consistente com o valor de $\langle P \rangle$. O mais surpreendente é que existe uma solução com esta temperatura tão baixa, como mostrado na tabela 6.17. A grade de modelos que eu calculei usa a aproximação adiabática e, portanto, não leva em conta o fato de que os modos preferencialmente excitados para as estrelas da borda vermelha são os de longo período. Por outro lado, procuramos soluções exatamente com a mesma estrutura que a encontrada para a WD J2128-0007, mas a massa deveria ser $0,05 M_{\odot}$ mais alta que o valor espectroscópico, o que ainda está dentro das

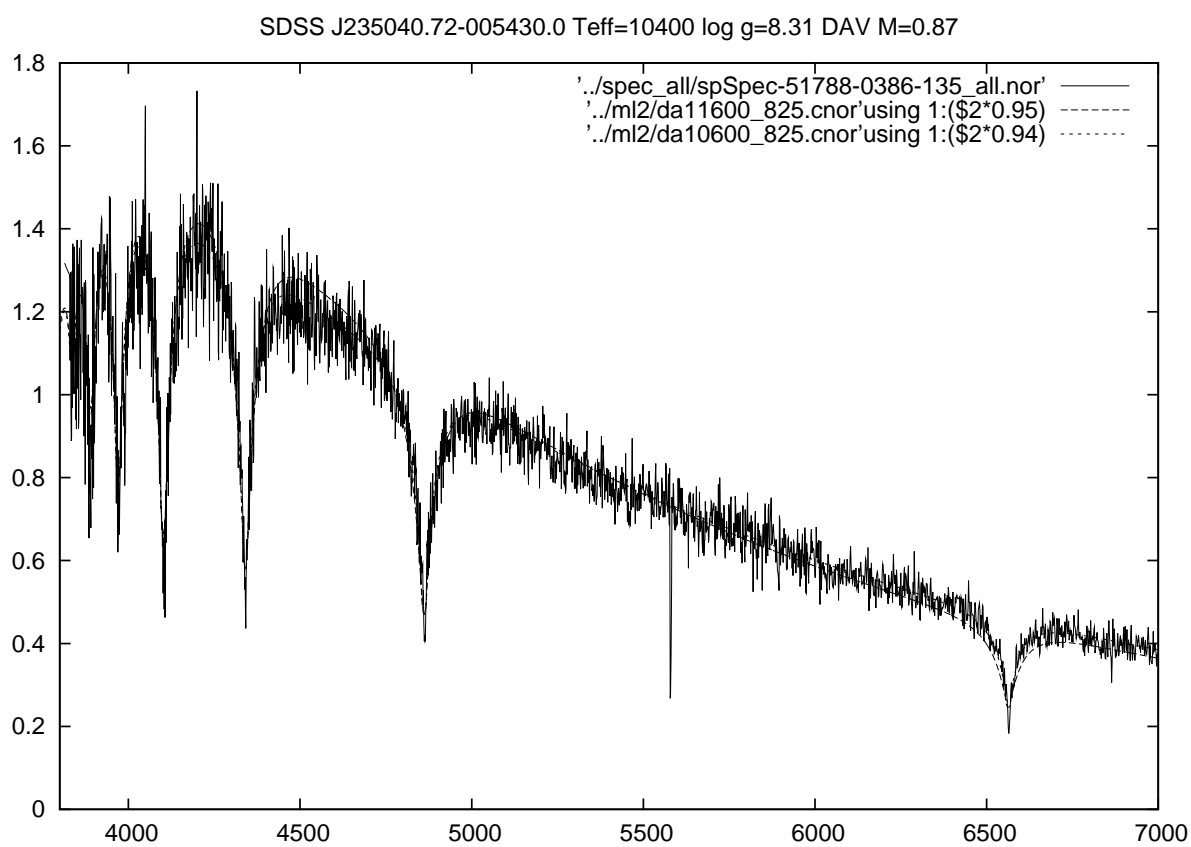
incertezas externas. Neste caso, a temperatura é mais próxima dos valores da relação entre $\langle P \rangle$ e T_{ef} , assumindo valor igual a 11 600 K. Para esta estrela, $\langle P \rangle = 314$ s, logo $T_{\text{ef}} \sim 11\,800$ K. Esta determinação é consistente com que esta estrela esteja no centro da faixa de instabilidade para estrelas mais massivas que a média.

Estrela	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
WD J0111+0118	11 450	0,67	7	2	0,33	255,8(1,2), 293(1,3)
GD244	12 200	0,68	7	3,5	0,28	199,4(2,3), 256,6(2,5) 307,4(1,3)
WD J2128-0007	12 100	0,83	8,5	3,5	0,64	275,7(1,2), 288,7(1,3) 301,6(1,4)
WD J2350-0054	10 600	0,74	8	2	0,86	279,9(1,2), 304,4(1,3) 391,4(1,5)
	11 600	0,84	8,5	3,5	0,39	274,9(1,2), 304,5(1,3) 392,3(1,5)
WD J0917+0926	12 100	0,67	7,5	3,5	1,59	215,0(2,4), 260,4(2,5) 287,3(1,2)
WD J0214-0823	11 200	0,52	6,5	3	1,52	256,6(1,1), 296,9(1,2) 352,22(1,3)
HS 1249+0426	11 800	0,67	7,5	3,5	0,05	289,0(1,2)

Tab. 6.17: Mínimos absolutos nas duas possíveis famílias de soluções da análise sismológica para as estrelas com ZZ Ceti com modo principal 300 s.

O gráfico 6.7 mostra um dos espectros normalizados em $5\,050\text{\AA}$, obtido com o SDSS para a estrela WD J2350-0054 e a comparação com dois modelos atmosféricos de temperaturas iguais a 10 600 K e 11 600 K. O valor de $\log g$ foi mantido constante e igual a 8,25. O mais importante é que não se pode distinguir entre estes dois modelos, porque o espectro é bastante ruidoso. Poderemos solucionar esta degenerescência quando obtivermos espectros com alto S/R com o Gemini.

As demais estrelas com vários modos foram analisadas separadamente. A estrela WD J0917+0926, por ter massa espectroscópica de $0,70 M_{\odot}$, não deveria ter nenhum modo que seja $\ell = 2$. Contudo, nenhuma solução foi encontrada pela sismologia que coincida com os valores espectroscópicos. Além disso, as amplitudes dos modos em 260,0 s e 211,5 s são consistentes com $\ell = 2$ quando comparados com a amplitude do modo em 288,5 s. A solução sismológica que nós encontramos (ver tabela 6.17) é mais quente que o valor espectroscópico,



Espectro obtido com o SDSS para a estrela WD J2350-0054, comparado com modelos com $\log g = 8, 25$, mas variando a temperatura em 10 600 K e 11 600 K. Não há como distinguir entre estes dois espectros.

mas é consistente com a $T_{\text{ef}} \sim 11\,900\text{ K}$, derivada de $\langle P \rangle = 266\text{ s}$. A estrela WD J0214-0823 tem massa mais baixa que a desta, mas todos os modos foram ajustados a $\ell = 1$, como mostrados na tabela 6.17.

A última estrela do grupo a ser analisada é a HS 1249+0426, pois só possui um modo detectado, menos de 1 s diferente do modo principal da estrela WD J0917+0926. Ainda que a massa desta estrela derivada pelo espectro seja $0,13 M_{\odot}$ diferente da estrela com mais modos, nós buscamos apenas as soluções com a mesma estrutura que a da WD J0917+0926. A diferença que nós encontramos é que, se esta é a real solução, a massa da estrela está $0,1 M_{\odot}$ sub-estimada, como mostra o resultado na tabela 6.17. Se a massa e a temperatura espectroscópicas estiverem corretas, a solução sismológica indica que a estrutura desta estrela deve ser distinta da WD J0917+0926.

6.8 Período principal entre 300 s e 500 s

As tabelas 6.18, 6.19, 6.21 e 6.23 mostram as estrelas que fazem parte deste grupo. Elas foram separadas para que possamos analisá-las em subgrupos.

Como mencionado anteriormente, o tratamento destas estrelas é um pouco diferente, porque as semelhanças já não são tão evidentes quanto eram na porção mais azul da faixa de instabilidade. A primeira similaridade que encontramos é que as temperaturas são bastante parecidas entre si, mas nem todas as estrelas têm a mesma massa. Na tabela 6.18 nós listamos todas as estrelas deste grupo com valores médios de temperatura e massa espectroscópico de $11\,480 \pm 130$ e $0,68 \pm 0,03$, respectivamente. No painel superior do gráfico 6.3 estão todos os períodos e as amplitudes detectadas para estas estrelas e no painel inferior, estão os valores médios, calculados entre -5 s e +5 s de diferença dos modos com maiores amplitudes.

Eu incluí neste subgrupo a estrela WD J0949-0000 apesar de sua temperatura e massa

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
WD J0916+3855	485,1	32,9	11 410±50	0,67±0,02	Castanheira et al. 2005
	447,7	14,4			
	238,1	10,8			
	747,2	9,1			
WD J1015+5954	401,7	20,8	11 630±110	0,62±0,04	Mukadam et al. 2004
	453,7	15,8			
	1116,5	12,6			
	213,0	9,8			
	292,4	8,5			
MCT 0145-221	462,2	25	11 500±200	0,69±0,03	Bergeron et al. 2004
	727,9	19			
	823,2	15			
HS 0507+0434B	355,8	24,0	11 630±200	0,71±0,03	Bergeron et al. 2004
	446,2	13,9			
	555,3	16,6			
	743,4	7,6			
WD J0911+0310	352	27,7	11 630±130	0,68±0,05	Kepler et al. 2005
	757	16,4			

Tab. 6.18: ZZ Ceti com modo principal entre 300 s e 500 s, sendo que a T_{ef} espectroscópica média é $11\,480\pm 130$ e a massa $M = 0,68 \pm 0,03M_{\odot}$

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
WD J0949-0000	365,2	17,7	11 180±130	0,75±0,07	Mukadam et al. 2004
	516,6	16,2			
	711,6	6,0			
	213,3	6,0			

Tab. 6.19: WD J0949-0000: ZZ Ceti com modo principal entre 300 s e 500 s.

serem $2,3\sigma$ diferentes dos valores médios calculados para as demais estrelas, porque alguns períodos são compatíveis com os que aparecem nas outras estrelas. Como a magnitude aparente desta estrela é $g = 18,8$, é possível que os parâmetros derivados pelo espectro estejam bastante incertos.

A única solução sismológica compatível com a espectroscópica é o modelo com $T_{\text{ef}} = 11\,500$ K, $M = 0,685 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{\star}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{\star}$. No gráfico 6.6, está a comparação 1:1 entre os períodos dos modos médios observados (eixo-x) e o melhor modelo (eixo-y).

Retornando à estrela WD J0949-0000, considerando-a como parte deste subgrupo, a incerteza em temperatura determinada pelo espectro do SDSS deve ser de apenas 320 K e em massa de $0,065 M_{\odot}$, consistente com o fato destas quantidades terem sido determinadas

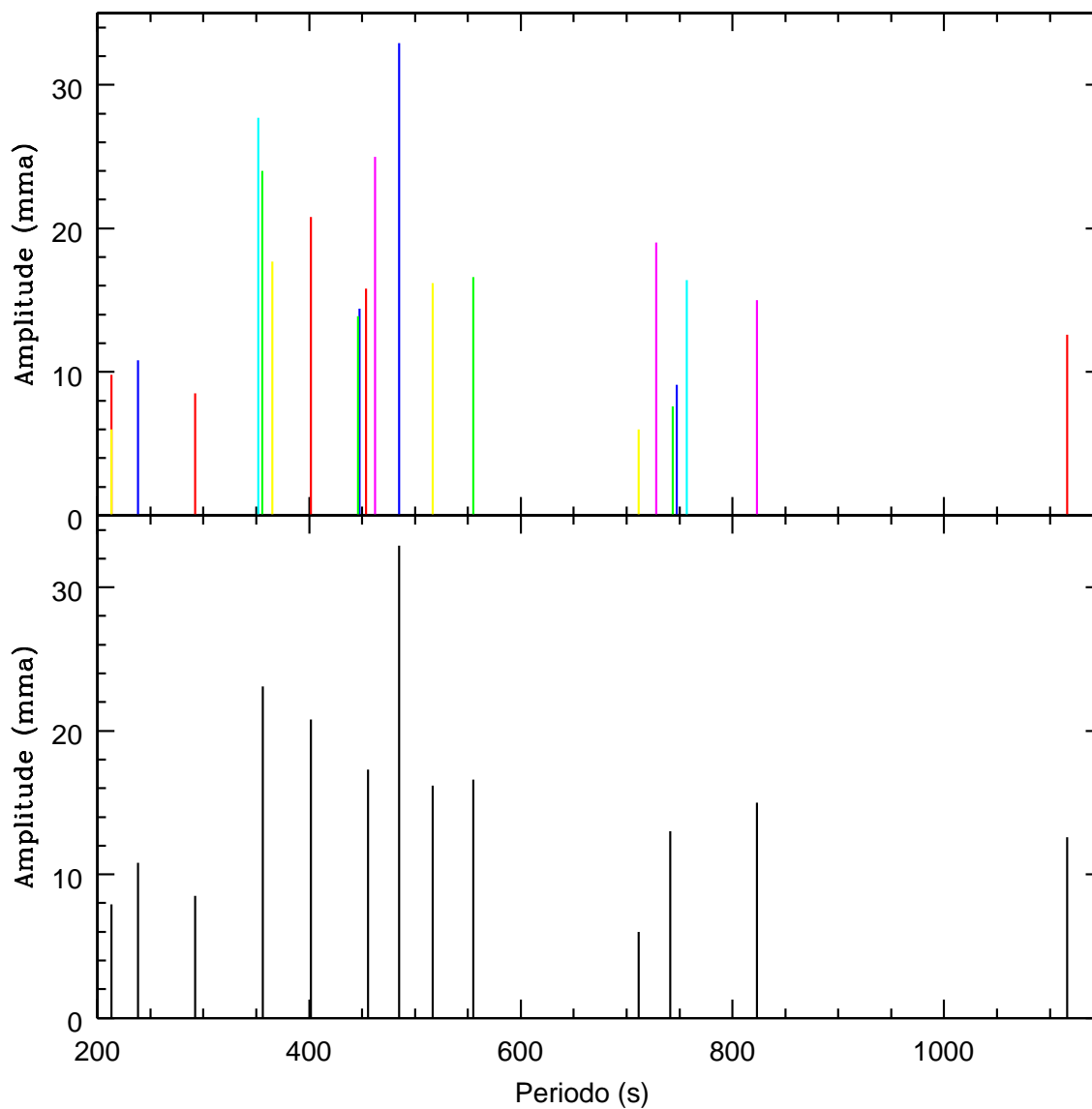


Fig. 6.3: Painel superior: modos detectados para as estrelas listadas na tabela 6.18. As linhas azuis são os modos da estrela WD J0916+3855, as vermelhas, da WD J1015+5951, as magentas, da MCT0145-221, as verdes, da HS 0507+0434B, as cianos, WD J0911+0310 e as amarelas, da WD J0949-0000. Painel inferior: valores médios dos modos para estas estrelas, listados na tabela 6.20, os quais foram usadas para a sismologia.

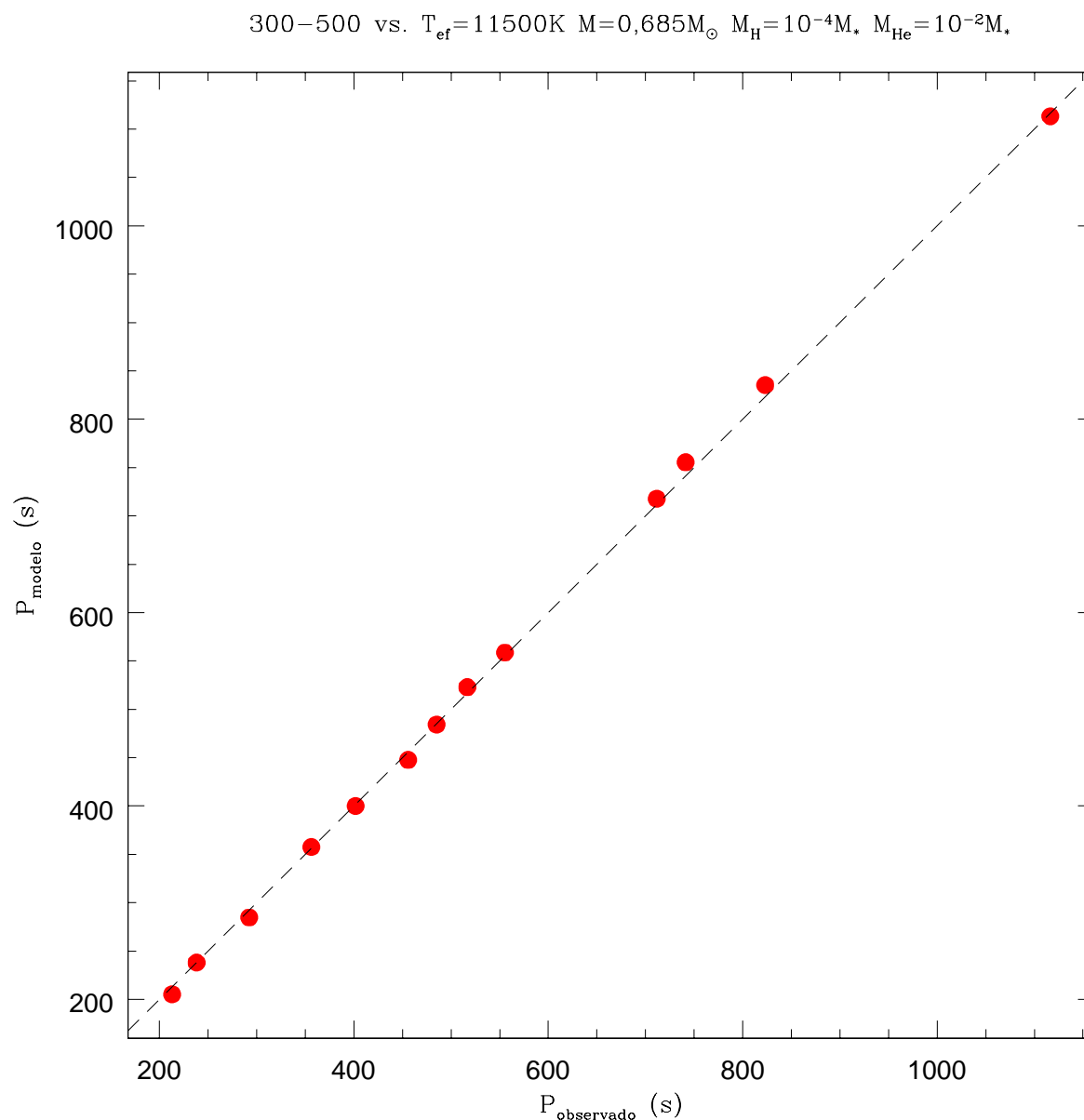


Fig. 6.4: Comparação entre os modos observados (eixo-x) e os calculados (eixo-y) para o modelo com $T_{\text{ef}} = 11\,500\text{K}$, $M = 0,685 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$, identificados pelos círculos (vermelhos), para as estrelas com modos principais entre 300 s e 500 s. A linha tracejada mostra a correspondência 1:1 entre as observações e o melhor ajuste.

Modos (s)	Amp (mma)	Modos modelo (ℓ, k)
213,0	7,9	205,2 (1,2)
238,1	10,8	238,0 (1,3)
292,4	8,5	284,7 (1,4)
356,2	23,1	357,5 (1,6)
401,7	20,8	400,0 (1,7)
455,8	17,3	447,6 (1,8)
485,1	32,9	484,2 (1,9)
516,6	16,2	522,8 (1,10)
555,3	16,6	558,6 (1,11)
711,6	6,0	717,7 (1,15)
741,3	13,0	755,4 (1,16)
823,2	15,0	835,3 (1,18)
1116,5	12,6	1113,4 (1,25)

Tab. 6.20: Valores médios para os modos detectados para as estrelas listadas na tabela 6.18 e no gráfico 6.3, os quais foram usados para a análise sismológica, comparados com os modos do melhor modelo com $T_{\text{ef}} = 11\,500\text{ K}$, $M = 0,685 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-4} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$.

por um espectro de baixo S/R. Nós acreditamos que, para as estrelas mais fracas e com vários modos excitados é possível determinar a incerteza nas grandezas espectroscópicas.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
G 207-9	259,1	17,3	11 950±200	0,83±0,03	Bergeron et al. 2004
	292,0	49,0	11 910±170	0,77±0,13	Koester & Allard 2000
	318,0	64,0			
	557,4	63,4			
	740,7	46,4			
WD J0815+4437	258,3	6,2	11 620±170	0,57±0,05	Mukadam et al. 2004
	311,7	22			
	551,5	7,3			
	787,5	6,6			

Tab. 6.21: ZZ Ceti com modo principal entre 300 s e 500 s.

As duas estrelas listadas na tabela 6.21 foram estudadas simultaneamente porque os modos excitados são parecidos. A discrepância entre os valores determinados pelo espectro é facilmente explicada. A estrela WD J0815+4437 tem magnitude aparente $g = 19,3$ e, portanto, a determinação de massa pode estar completamente equivocada. O mesmo não acontece com a estrela G207-9, que possui magnitude aparente $V = 14,6$ e teve duas determinações independentes de T_{ef} e M , as quais são consistentes entre si dentro das

incertezas. Portanto, nós consideramos incertas as determinações espectroscópicas prévias para a estrela WD J0815+4437. No gráfico 6.5 estão os modos detectados nestas duas estrelas e na tabela 6.22 está a lista que foi usada para a sismologia.

Modos (s)	Amp (mma)
259,0	11,8
292,0	33
317,3	43,0
557,3	35,4
740,7	27
787,5	24

Tab. 6.22: Valores médios para os modos detectados para as estrelas listadas na tabela 6.21 e no gráfico 6.5, os quais foram usados para a análise sismológica.

A maior diferença entre as pulsações destas duas estrelas diz respeito ao valor das amplitudes observadas. Entretanto, isto pode ser por estarmos observando estas estrelas em ângulos diferentes. Ainda assim, nós observamos modulação de amplitude em ambas estrelas, a qual nós utilizamos para estimar o valor que deveriam ter os modos faltantes, quando calculamos os valores das amplitudes médias. Os modos faltantes indicam que há modos amarrados nestas estrelas, já que suas amplitudes seriam facilmente detectadas. Os valores médios são consistentes com modulação de amplitude.

No gráfico 6.6 estão as duas melhores soluções sismológicas. A solução com círculos (vermelhos) é a que melhor se ajusta aos valores espectroscópicos para a estrela G207-9. O resultado mais surpreendente é que existe uma solução para massa baixa em $0,53 M_{\odot}$, parecida com o valor espectroscópico da estrela WD J0815+4437. Ainda que esta determinação não tenha muita credibilidade, porque o espectro do SDSS é de baixo S/R, não pudemos excluí-la pelo nosso estudo sismológico.

As estrelas que estão listadas na tabela 6.23 são as que não puderam ser estudadas junto com as demais por terem poucos modos excitados e os parâmetros determinados pelos espectros não se assemelham a nenhum dos demais subgrupos. À medida que as

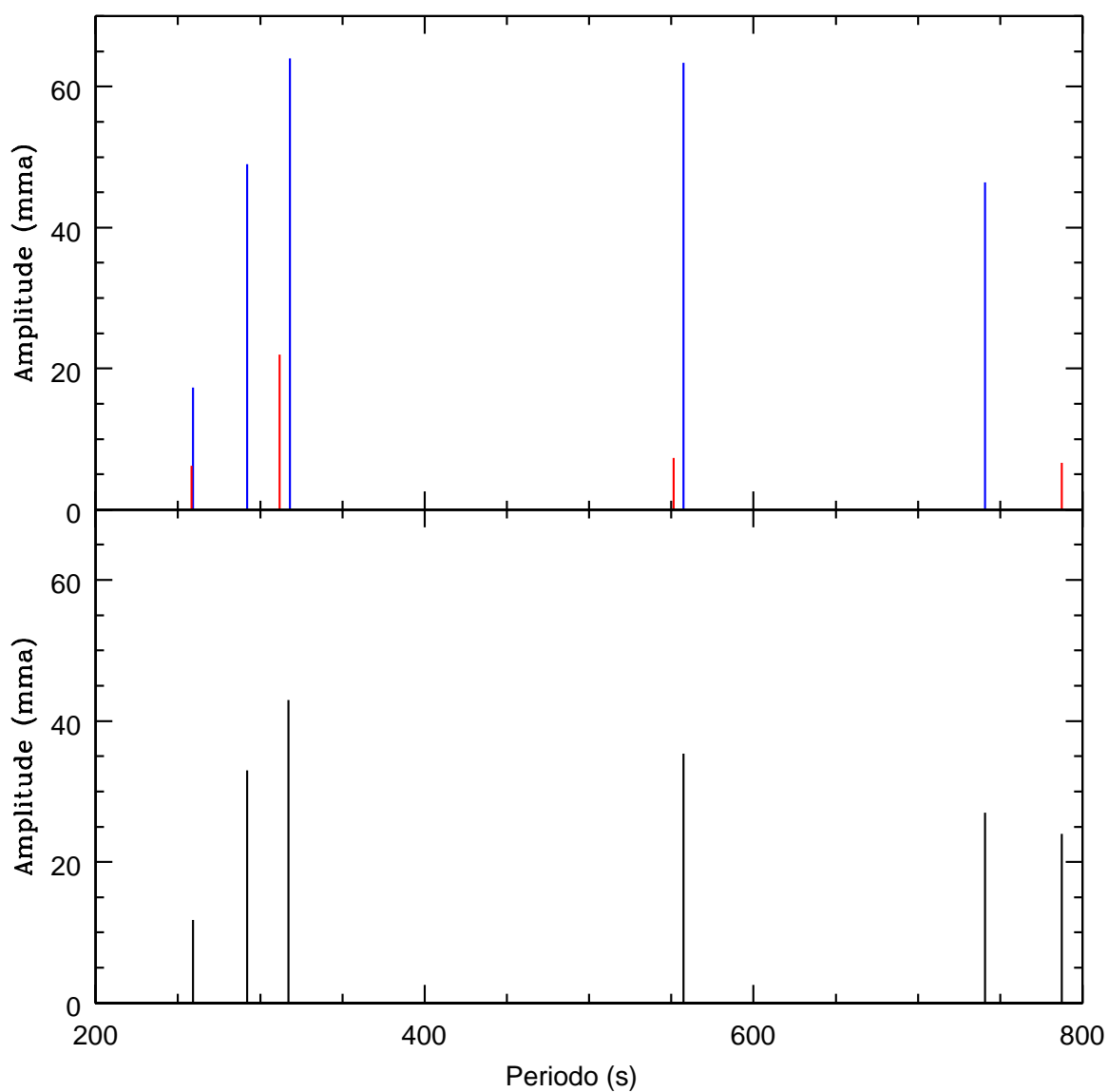


Fig. 6.5: Painel superior: modos detectados para as estrelas listadas na tabela 6.21. As linhas azuis são os modos da estrela G 207-9 e as vermelhas, da WD J0851+4437. Painel inferior: valores médios dos modos para estas estrelas, listados na tabela 6.22, os quais foram usadas para a sismologia.

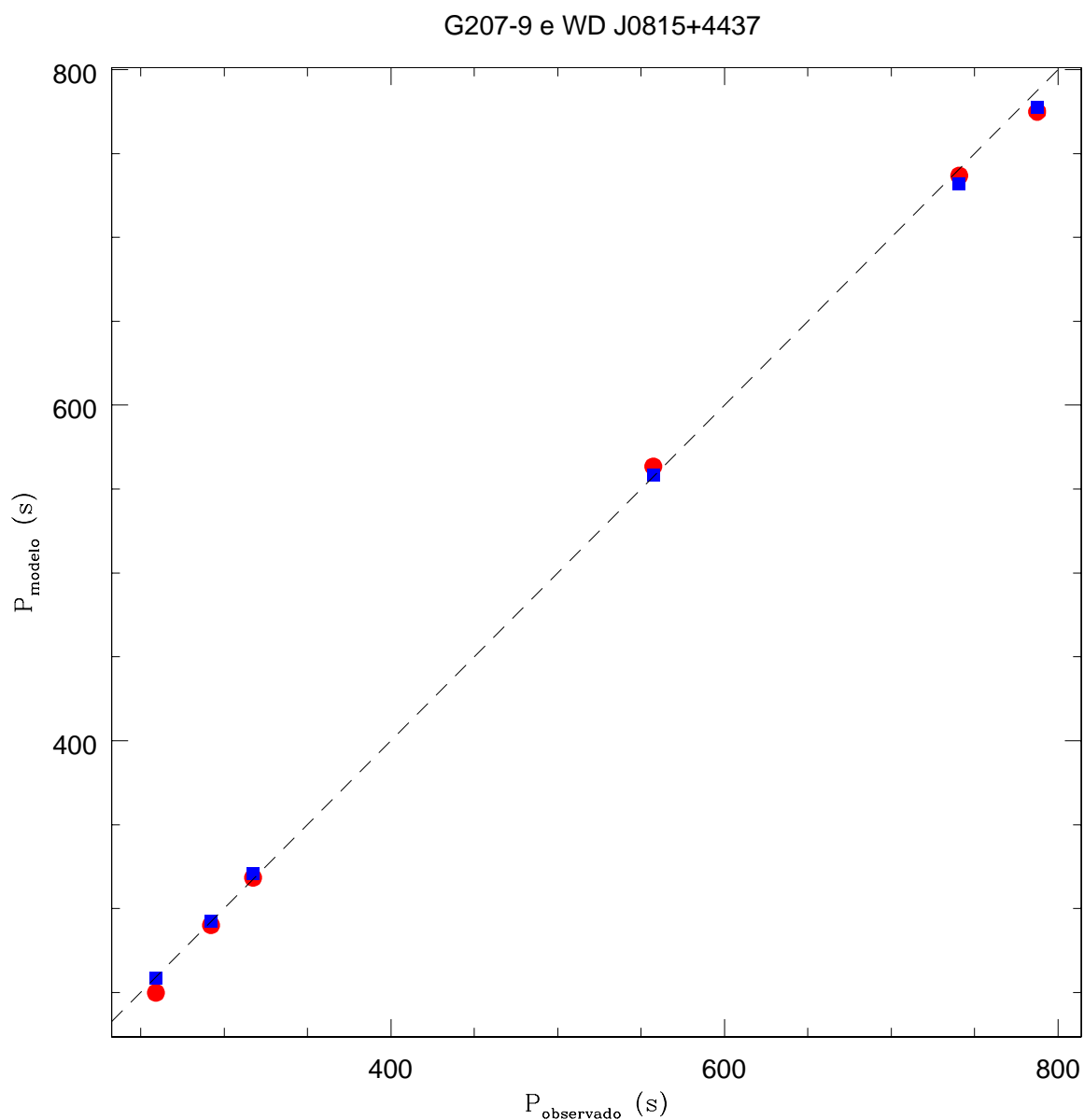


Fig. 6.6: Comparação entre os modos observados (eixo-x) e os calculados (eixo-y) para o modelo com $T_{\text{ef}} = 12\,000 \text{ K}$, $M = 0,815 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-8,5} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$, identificados pelos círculos (vermelhos), para as estrelas G207-9 e WD J0815+4437. O modelo identificado pelos quadrados (azuis) possui $T_{\text{ef}} = 11\,700 \text{ K}$, $M = 0,53 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-6,5} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-3,5} M_{*}$, que é a solução para massa mais baixa. A linha tracejada mostra a correspondência 1:1 entre as observações e os melhores ajustes.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
WD J1355+5454	324,0	21,8	11 580±140	0,58±0,05	Mullally et al.2005
WD J0851+0605	326	22,4	11 310±50	0.68±0,02	Kepler et al. 2005
WD J1650+3010	339,1	14,7	11 100±90	1,07±0,04	Castanheira et al. 2006
WD J1310-0159	349,6 280	17,6 9,2	10 990±70	0,57±0,05	Kepler et al. 2005
HE 0344+0712	392,9 461,0	21,1 11,4	10 470±200	0,49±0,03	Voss et al. 2006
WD J1222-0243	396	22	11 400±40	0,83±0,02	Kepler et al. 2005

Tab. 6.23: Outras ZZ Ceti com modo principal entre 300s e 500 s.

estrelas esfriam, a camada de convecção vai ficando maior e, portanto, mais modos são possíveis. Isto facilita a análise em grupos de estrelas, mas dificulta quando apenas um ou dois modos foram detectados. Nós acreditamos que existam outros modos excitados nestas estrelas, logo, observações subseqüentes são fundamentais para que possamos melhor classificar estas estrelas. Do meio da faixa de instabilidade até a borda vermelha, é mais complexo quebrar a degenerescência das soluções, pois os modos de maior k convergem para valores de espaçamento assintóticos, perdendo a assinatura individual da estrutura da estrela. Este comportamento é o oposto do que acontecia para as estrelas na borda azul, as quais apresentam modos de baixo valor de k que são bastante sensíveis às pequenas variações da estrutura estelar.

6.9 Período principal entre 500 s e 700 s

Como na seção anterior, neste grupo, as ZZ Ceti estão mais próximas da borda vermelha.

A primeira estrela estudada deste grupo foi a G29-38. Esta estrela é bastante peculiar, sendo que desde a década de 80, foi detectado um excesso nos comprimentos de onda mais vermelhos (Zuckerman & Becklin 1987). Atualmente, uma das hipóteses é que exista um disco de poeira em volta desta estrela (von Hippel et al. 2007). Como o disco não pode ter sobrevivido até o presente momento desde a ejeção da nebulosa planetária, acredita-se que

este disco seja devido à quebra por força de maré de um cometa ou outro corpo pequeno que tenha passada próximo da estrela. Este tipo de disco foi observado em outras anãs brancas.

Esta estrela possui muitos modos excitados simultaneamente, o que faz com que os mesmos interfiram entre si, inclusive destrutivamente. Em alguns turnos, a amplitude de pulsação desta estrela estava bem mais baixa. A maior dificuldade de um estudo sismológico para este tipo de estrelas é escolher quais são os modos que serão utilizados e quais são meras combinações lineares e harmônicos. A importância destes é que, na ausência dos modos pais, não se pode ter combinações lineares nem harmônicos, os modos filhos, de maior amplitude. Esta informação foi usada quando da escolha dos modos usados na sismologia.

Na tabela 6.24 estão listados os valores médios dos modos de diferentes campanhas de 1985 a 1993, conduzidas por Kleinman et al., e as determinações do espectro óptico para temperatura e massa. Os modos de f_1 a f_8 foram usados no estudo sismológico, em primeira aproximação. O mais interessante é que a temperatura espectroscópica desta estrela ainda é bastante quente, mesmo que os modos nos digam que estejamos nos afastando da borda azul da faixa de instabilidade.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
G29-38	894,0 (f_1)	14,0	11 820±200	0,69±0,03	Bergeron et al. 2004
	809,4 (f_2)	30,1			
	770,8 (f_3)	5,1			
	655,1 (f_4)	6,1			
	614,4 (f_5)	32,8			
	496,2 (f_6)	7,9			
	400,5 (f_7)	9,1			
	283,9 (f_8)	4,8			
	1239,9 (f_9)	1,9			
	1185,6 (f_{10})	3,4			
	1150,5 (f_{11})	3,6			
	859,6 (f_{12})	24,6			
	363,5 (f_{13})	4,7			
	218,7 (f_{14})	1,5			

Tab. 6.24: Lista dos modos da estrela G29-38.

Comparando os modos de f_1 a f_8 da G29-38 com os modelos eu encontrei que a melhor

solução sismológica é compatível com a espectroscópica: $T_{\text{ef}} = 11\,600\text{ K}$, $M = 0,67 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-8} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$. Em um primeiro momento, pensamos que não haveria solução sismológica parecida com a espectroscópica, já que os modos excitados indicam que a estrela deveria ser mais fria. Foi uma grata surpresa que a sismologia esteja certa, enquanto que nossos preconceitos estavam errados. No gráfico 6.7, está a comparação 1:1 entre os períodos dos modos médios observados (eixo-x) e o melhor modelo (eixo-y).

Já que existiam outros modos possíveis no melhor modelo ajustado, nós decidimos voltar às listas de períodos e procurar por outros modos que poderiam ser usados para os estudos sismológicos. Estes modos estão na tabela 6.24 e são os de f_9 a f_{14} . O período em 363,5 s não foi considerado anteriormente porque ele está a 10 s de diferença da combinação linear entre os modos f_3 e f_4 , apesar de sua alta amplitude. Comparando, então, todos os modos da G29-38 com os modelos eu encontrei que a melhor solução sismológica é $T_{\text{ef}} = 11\,400\text{ K}$, $M = 0,675 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-8} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$. Novamente, no gráfico 6.8 está a comparação 1:1 entre os períodos dos modos médios observados (eixo-x) e o melhor modelo (eixo-y).

Kleinman et al. (1998) estudaram a G29-38 sismologicamente. A melhor solução encontrada por eles é que a massa da camada de H deve ser $5 \times 10^{-7} M_{*}$, que é um valor consistente com o valor que nós encontramos.

As demais estrelas que fazem parte deste grupos estão listadas nas tabelas 6.25, 6.26 e 6.27 sendo que nesta última estão também as estrelas com apenas um ou dois modos excitados.

A busca por similaridades, como já acontecia para o grupo anterior, com modo principal entre 300 s e 500 s, fica mais difícil para estas estrelas. Por não terem sido observadas em diversas campanhas, pouco se sabe sobre todos os modos que estão realmente presentes nestas estrelas. Por exemplo, a massa da estrela WD J1711+6541, que tem magnitude aparente de $g = 16,9$, determinada pelo espectro do SDSS é de $1,00 M_{\odot}$. Entretanto, a

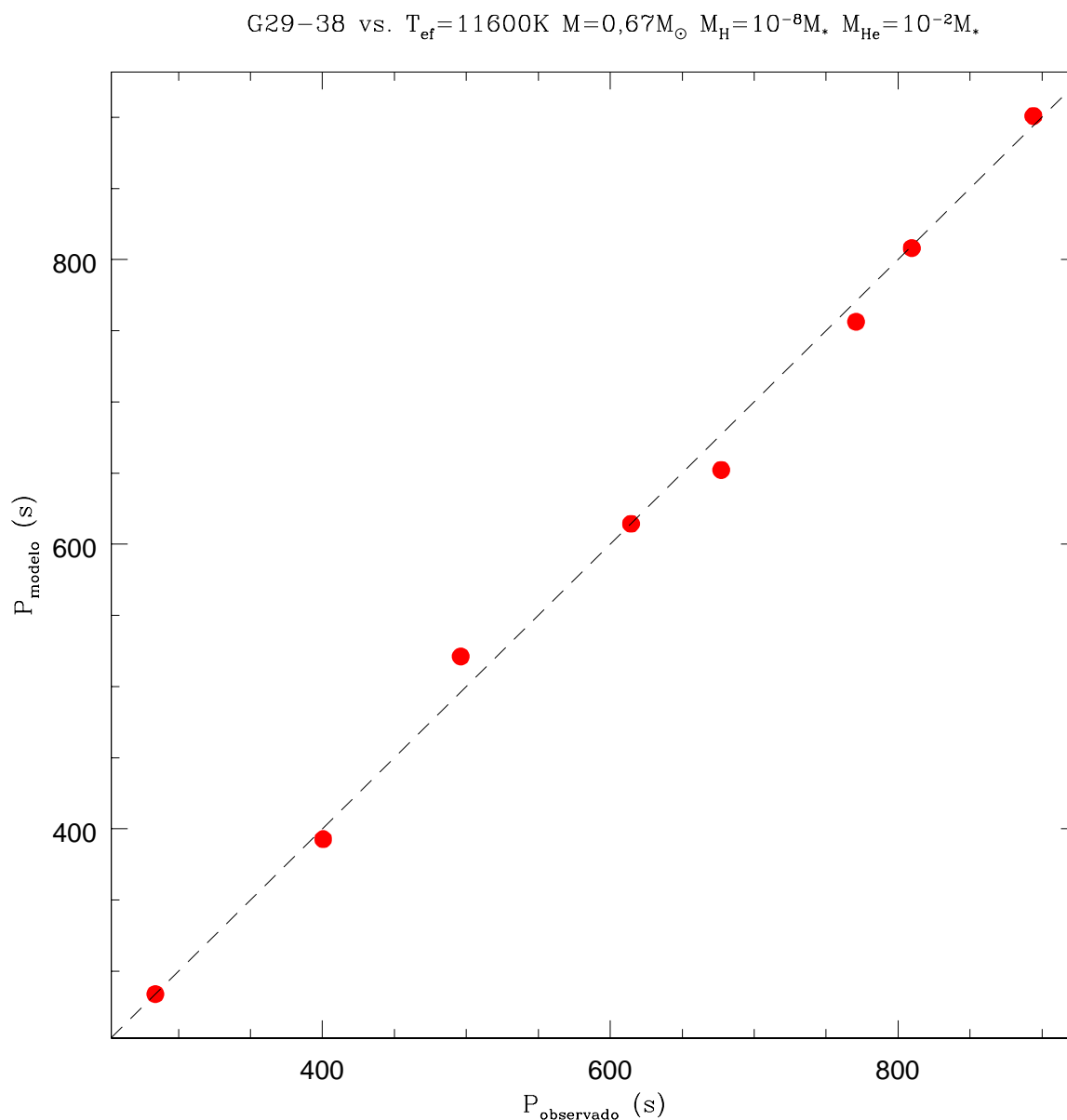


Fig. 6.7: Comparação entre os modos observados (eixo-x) e os calculados (eixo-y) para o modelo com $T_{\text{ef}} = 11\,600\text{ K}$, $M = 0,67 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-8} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$, identificados pelos círculos (vermelhos), para a estrela G29-38.

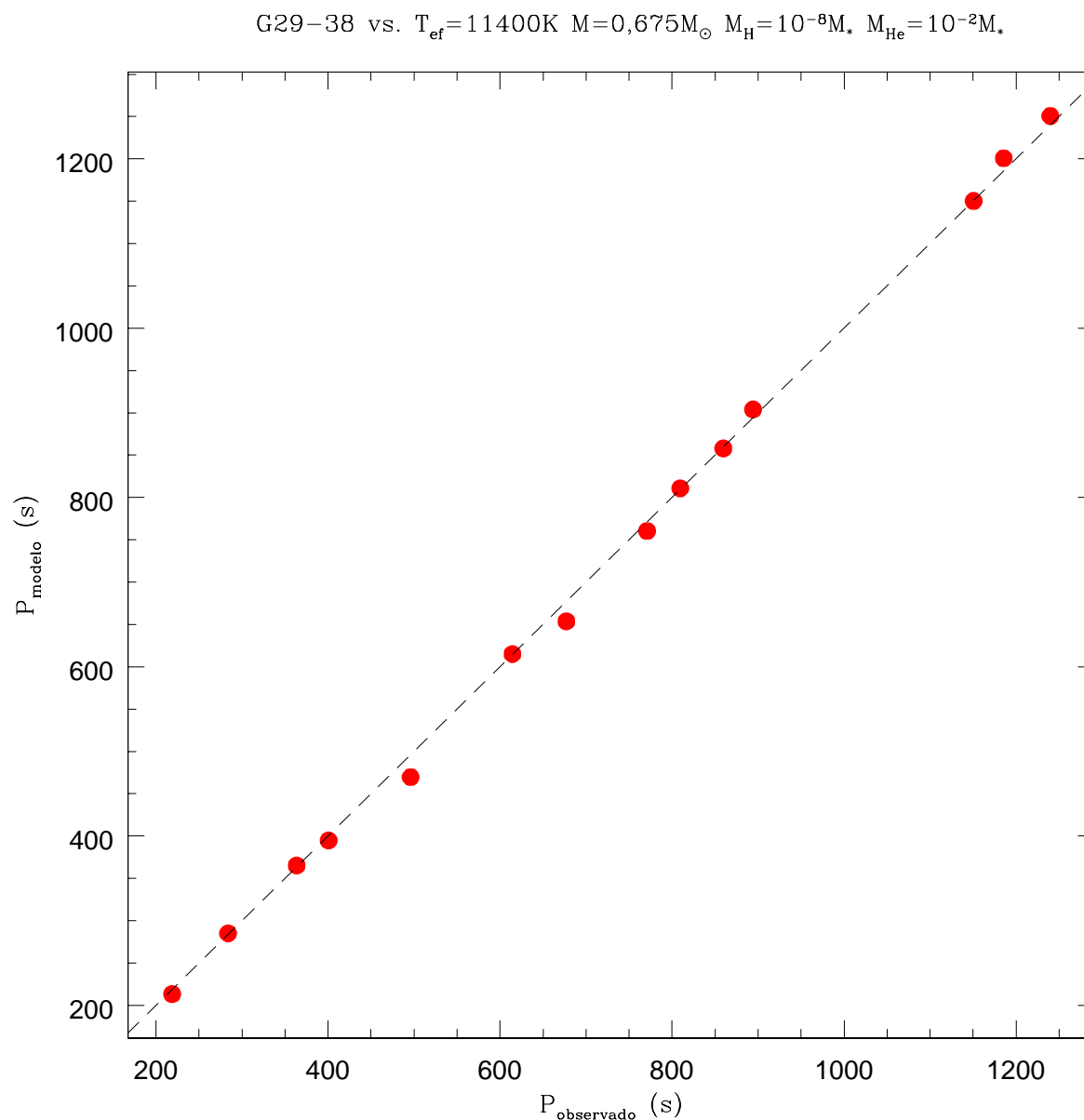


Fig. 6.8: Comparação entre os modos observados (eixo-x) e os calculados (eixo-y) para o modelo com $T_{\text{ef}} = 11\,400\text{K}$, $M = 0,675 M_{\odot}$, $M_{\text{H}} = 10^{-8} M_{*}$ e $M_{\text{He}} = 10^{-2} M_{*}$, identificados pelos círculos (vermelhos), para a estrela G29-38.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
EC14012-1446	610,1	60,0	11 900±200	0,71±0,03	Bergeron et al. 2004
	723,6	18,5			
	530,5	18,5			
	398,9	13,5			
	937,2	11,0			
WD J0942+5733	694,7	37,7	11 260±70	0,78±0,03	Mukadam et al. 2004
	451,0	18,4			
	550,5	12,2			
WD J0000-0046	611,4	23,0	10 880±110	0,81±0,06	Castanheira et al. 2007
	584,8	15,9			
	601,4	9,0			
WD J1502-0001	629,5	32,6	11 200±120	0,61±0,05	Mukadam et al. 2004
	418,2	14,9			
	687,5	12,0			
	581,9	11,1			

Tab. 6.25: ZZ Ceti com modo principal entre 500 s e 700 s.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
WD J1711+6541	612,6	5,7	11 310±40	1,00±0,02	Mukadam et al. 2004
	606,3	5,2			
	690,3	3,3			
	1186,6	3,3			
	1248,2	3,2			
	561,5	3,0			
	934,8	2,9			
	214,3	1,7			
	234,0	1,2			
WD J2135-0743	565,4	49,8	11 190±120	0,45±0,04	Castanheira et al. 2006
	299,9	22,9			
	510,6	16,8			
	281,8	13,3			
	323,2	13,0			

Tab. 6.26: ZZ Ceti com modo principal entre 500 s e 700 s.

alta massa não é evidenciada pela separação entre os modos detectados de maior amplitude em 606,3s e 690,3s, $\Delta P = 84$ s. Por outro lado, a evidência de amarramento dos modos nos indica que modos consecutivos podem não estar a amplitudes detectáveis, ainda que seja possível detectar modos consecutivos na BPM37093. Os nossos resultados do Gemini (ver seção 3.2) mostram que a massa derivada dos espectros do SDSS está super-estimada. Este é o principal argumento para analisarmos todas estas estrelas simultaneamente. No gráfico 6.9 estão todos os modos presentes em todas as estrelas com modo principal entre 500s e 700s (painel superior) e os valores médios para os modos mais próximos (painel inferior). A lista completa destes modos está na tabela 6.28.

O primeiro teste que fiz foi buscar se haveria algum modelo que continha todos estes

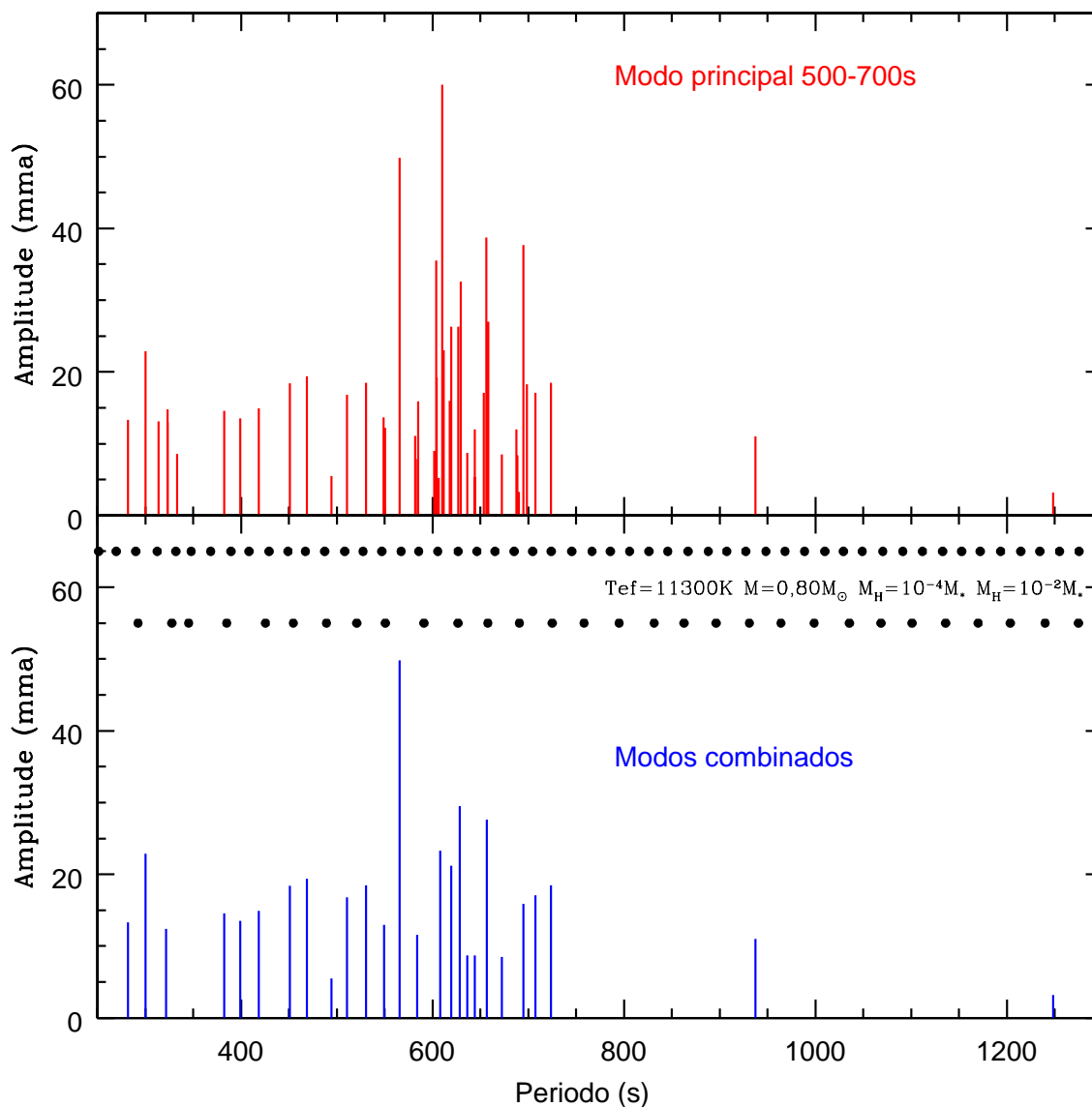


Fig. 6.9: Painel superior: modos detectados para as estrelas listadas nas tabelas 6.25, 6.27 e 6.26. Painel inferior: valores médios dos modos para estas estrelas, listados na tabela 6.28. Os pontinhos pretos indicam os modos presentes em um modelo com $T_{\text{ef}} = 11\,300\text{K}$, $M = 0,80 M_{\odot}$ e os valores canônicos para as camadas de H e He iguais a $10^{-4} M_{*}$ e $10^{-2} M_{*}$, respectivamente. Os pontos inferiores são modos $\ell = 1$ e os superiores $\ell = 2$.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
WD J2231+1346	627,0	26,3	11 080±100	0,58±0,04	Castanheira et al. 2006
	619,7	26,3			
	707,5	17,1			
	382,4	14,6			
	548,7	13,7			
WD J0049+1552	604,2	19,4	11 290±120	0,75±0,05	Mullally et al. 2005
	698,4	18,3			
	323,1	14,8			
	636,4	8,7			
	333,2	8,6			
	672,3	8,5			
KUV 08368+4026	618,0	16	11 490±200	0,64±0,03	Bergeron et al. 2004
	494,5	5,5			
WD J0825+0329	644	12,0	11 800±110	0,82±0,03	Kepler et al. 2005
WD J1618-0023	644,0	5,4	10 860±160	0,71±0,08	Castanheira et al. 2006
WD J0825+4119	653,4	17,1	11 820±170	0,92±0,04	Mukadam et al. 2004
	611,0	11,2			
HS 0733+4119	656,2	38,7	11 160±200	0,47±0,05	Voss et al. 2006
	468,8	19,4			
HE 0532-560	688,8	8,4	11 560±200	0,92±0,03	Fontaine et al. 2003
	584,4	7,9			

Tab. 6.27: ZZ Ceti com modo principal entre 500 s e 700 s.

modos simultaneamente. Eu não encontrei nenhum modelo em toda a grade com $\ell = 1$ e $\ell = 2$, o que está de acordo com o que eu estudei; na borda vermelha da faixa de instabilidade das ZZ Ceti, todos os modos podem estar excitados. Ainda que eu tenha tentado usar apenas os 12 modos acima do valor médio de 16,8 mma, não há soluções sismológicas. No gráfico 6.9 eu comparo os modos detectados com um modelo para os valores médios de temperatura (11 300 K) e massa ($0,80 M_{\odot}$) e valores canônicos de espessura das camadas de H e He, iguais a $10^{-4} M_{*}$ e $10^{-2} M_{*}$, respectivamente.

Este resultado da busca por semelhanças em todas as estrelas com modos principais entre 500 e 700 s nos permite concluir que nem todas as estrelas deste grupo possuem a mesma estrutura. Portanto, elas foram estudadas separadamente e os mínimos das famílias de soluções estão nas tabelas 6.29 e 6.30.

Da mesma forma que descrito para as estrelas com apenas um ou dois modos da seção 6.8, as estrelas listadas na parte inferior da tabela 6.26 não puderam ter suas características determinadas pelos poucos modos. Certamente, futuras observações, tanto da fotometria quanto da espectroscopia, serão fundamentais para que se possa fazer um estudo sismológico

Modos (s)	Amp (mma)	Modos (s)	Amp (mma)
281,8	13,3	583,9	11,6
299,9	22,9	608,0	23,3
321,7	12,4	619,2	21,2
382,4	14,6	628,5	29,5
398,9	13,5	636,4	8,7
418,2	14,9	644,0	8,7
451,0	18,4	656,4	27,6
468,8	19,4	672,3	8,5
494,5	5,5	694,6	15,9
510,6	16,8	707,5	17,1
530,5	18,5	723,6	18,5
549,5	13,0	937,2	11,0
565,4	49,8	1248,2	3,2

Tab. 6.28: Valores médios para os modos detectados para as estrelas listadas nas tabelas 6.25 e 6.26 e no gráfico 6.9.

Estrela	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
EC14012-1446	11 700	0,70	4,5	2	0,90	409,2(1,7), 531,3(1,10), 609,8(1,12) 730,4(1,15), 933,5(1,20)
WD J0942+5733	11 200	0,76	4	2	0,62	448,7(1,8), 549,2(1,11), 694,4(1,15)
WD J0000-0046	10 600	0,705	8	2	2,34	579,8(1,8), 598,8(2,17), 612,4(1,9)
	11 400	0,70	8	3	1,74	581,2(1,8), 597,2(2,17), 611,7(1,9)
WD J1502-0001	10 900	0,58	5,5	2,5	0,81	416,9(1,4), 576,3(1,7), 629,3(1,8) 684,2(1,9)
	11 800	0,57	7	3,5	1,21	417,7(1,4), 586,3(1,7), 630,0(1,8) 695,2(1,9)
WD J2135-0743	11 300	0,53	6,5	3,5	2,52	273,6(1,1), 295,1(1,2), 332,6(1,3) 530,7(1,6), 565,3(1,7)

Tab. 6.29: Mínimos absolutos nas possíveis famílias de soluções da análise sismológica para as estrelas com ZZ Ceti com modo principal entre 500s e 700 s.

destas estrelas.

6.10 ZZ Ceti na borda vermelha

Novamente, eu busquei as similaridades entre as estrelas que estão na borda vermelha (tabelas 6.31, 6.32, 6.33 e 6.34), mas quase todos os modos podem estar excitados. Como mostrado no gráfico 6.10, a média dos modos excitados em comparação com os modos presentes no modelo para os valores médios de $T_{\text{ef}} = 11\,200\text{ K}$ e $M = 0,64 M_{\odot}$ e os valores canônicos para as camadas de H e He iguais a $10^{-4} M_{*}$ e $10^{-2} M_{*}$, respectivamente, quase

Estrela	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
WD J1711+6541	11 100	0,68	4	2	4,59	209,6(1,2), 242,2(1,3), 571,0(1,11) 609,2(1,12), 695,6(1,14), 935,9(1,20) 1176,7(1,26), 1255,8(1,28)
	11 700	1,00	6	2,5	3,87	197,8(1,3), 234,7(1,4), 551,1(1,16) 607,0(1,18), 687,1(1,21), 934,9(1,30) 1188,9(1,39), 1244,7(1,41)
	11 500	0,89	8	3,5	4,10	208,5(1,1), 230,7(1,2), 560,5(1,10) 599,5(1,11), 673,8(1,13), 923,4(1,19) 1173,0(1,25), 1260,0(1,27)
WD J2231+1346	10 600	0,625	4	2	3,33	380,8(1,5), 538,6(1,9) 622,0(1,11), 712,9(1,13)
	10 800	0,64	8	2,5	2,98	378,6(1,4), 560,3(1,7) 624,2(1,8), 707,8(1,10)
	10 600	0,56	7,5	3	3,42	371,1(1,3), 542,2(1,6) 623,2(1,7), 709,0(1,9)
	11 600	0,62	8	3,5	2,60	384,8(1,3), 559,3(1,7) 622,8(1,8), 707,3(1,10)

Tab. 6.30: Mínimos absolutos nas possíveis famílias de soluções da análise sismológica para as estrelas com ZZ Ceti com modo principal entre 500 s e 700 s.

um espectro contínuo de modos é observado entre ~ 800 s e $\sim 1\,000$ s.

Pelos mesmos motivos discutidos na seção anterior, ou seja, por causa do comportamento assintótico dos modos com altos valores de k , eu decidi analisar as estrelas separadamente. Os mínimos das possíveis famílias de soluções para cada estrela estão na tabela 6.35.

A principal conclusão da minha análise das estrelas na borda vermelha é que existem algumas soluções sismológicas com camada de H extremamente fina, chegando a $10^{-9,5} M_{\star}$, para duas estrelas.

As demais estrelas deste grupo, com apenas dois ou mesmo um só modo detectado não puderam ser estudadas por sismologia, já que há combinações possíveis demasiadas. A análise sismológica só será possível quando mais modos forem detectados para estas estrelas.

6.11 ZZ Ceti parando de pulsar

Esta seção é dedicada às ZZ Ceti representativas de quando as pulsações estão cessando. Todas as estrelas deste grupo são de períodos longos e de baixa amplitude, como mostrado na tabela 6.36, a qual foi dividida em três blocos. Na parte superior da tabela estão as

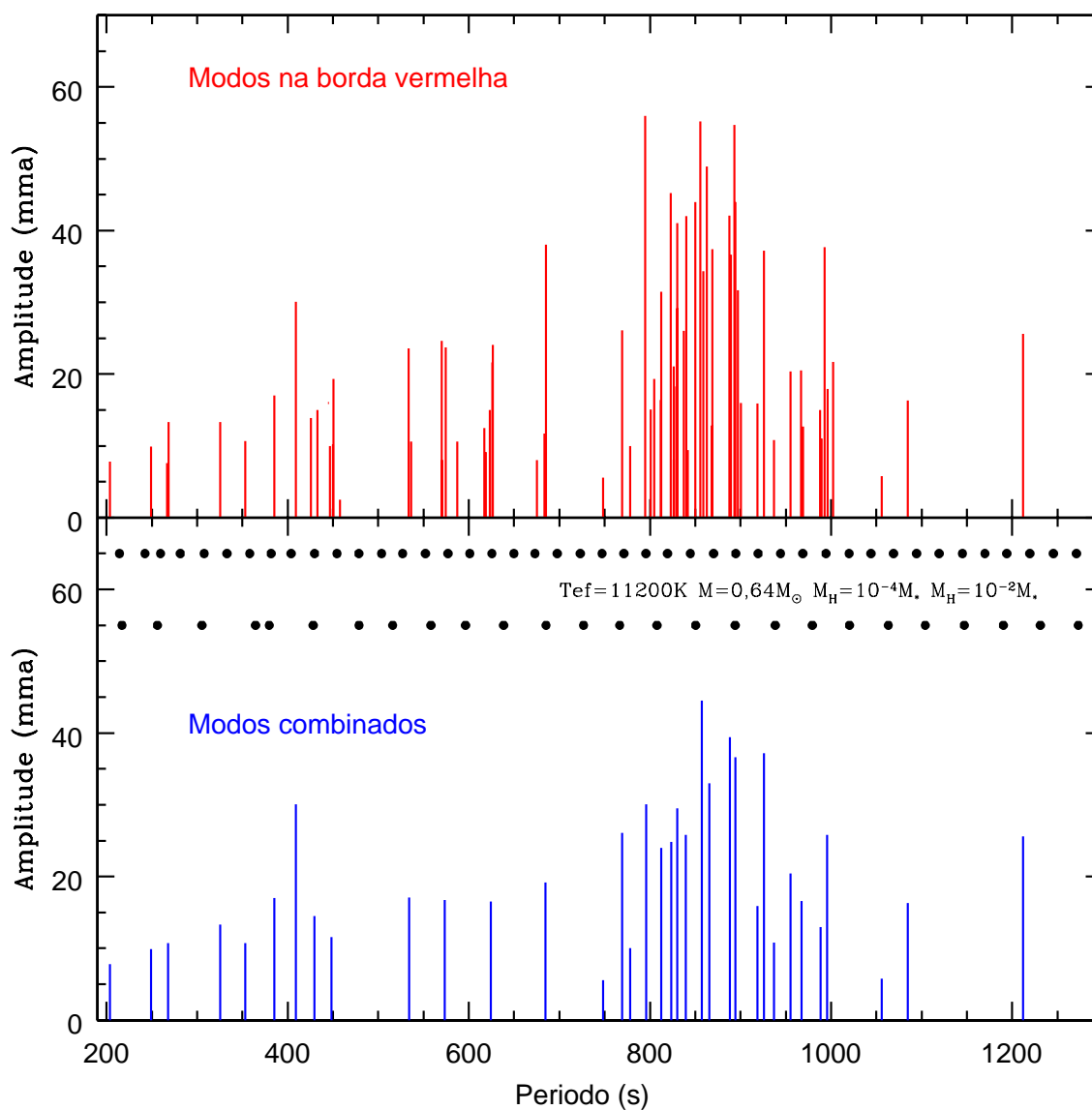


Fig. 6.10: Painel superior: modos detectados para as estrelas listadas nas tabelas 6.31, 6.32 e 6.33. Painel inferior: valores médios dos modos para estas estrelas. Os pontinhos pretos indicam os modos presentes em um modelo com $T_{\text{ef}} = 11\,200\text{K}$, $M = 0,64 M_{\odot}$ e os valores canônicos para as camadas de H e He $10^{-4} M_{\odot}$ e $10^{-2} M_{\odot}$, respectivamente. Os pontos inferiores são modos $\ell = 1$ e os superiores $\ell = 2$.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
WD J0906-0024	769,4	26,1	11 520±90	0,61±0,03	Mukadam et al. 2004
	574,5	23,7			
	618,8	9,1			
	266,6	7,6			
	457,9	2,5			
PG 2303+242	794,5	56	11 480±200	0,66±0,03	Bergeron et al. 2004
	900,5	16			
	623,4	15			
	675,4	8			
	570,7	8			
WD J1216+0922	830,9	43,6	11 290±110	0,79±0,05	Kepler et al. 2005
	409	30,1			
	570	24,6			
	626	21,6			
	967	20,5			
WD J0318+0030	826,4	21,1	11 040±70	0,65±0,03	Mukadam et al. 2004
	587,1	10,6			
	536,1	10,6			
HE 1429-037	829,3	18,3	11 430±40	0,52±0,01	Silvotti et al. 2005
	1084,9	16,3			
	969,0	12,7			
	450,1	10,2			

Tab. 6.31: ZZ Ceti na borda vermelha.

duas únicas estrelas com 3 modos detectados, para as quais é possível investigar as soluções sismológicas. Na parte central e inferior estão as estrelas com 2 ou 1 modos detectados, respectivamente.

Eu comecei a análise deste grupo pela estrela GD 154. Esta estrela foi estudada por Pfeiffer et al. (1996), que determinaram que ela deveria ter a massa da camada de H mais fina entre todas as ZZ Ceti, com valor de $2 \times 10^{-10} M_{*}$. Uma das duas famílias de soluções mais prováveis e que concordam com os valores espectroscópicos (veja tabela 6.37) é consistente com esta determinação. Contudo, a outra solução, cuja T_{ef} difere apenas 20 K do valor espectroscópico, permite que a massa da camada de H seja de $10^{-7,5} M_{*}$.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
WD J2209-0919	887,6	42,1	11 430±110	0,82±0,06	Castanheira et al. 2007
	987,7	15,0			
	446,6	10,0			
	778,4	10,0			
WD J1700+3549	893,4	54,7	11 160±50	0,63±0,03	Mukadam et al. 2004
	955,3	20,4			
	450,5	19,3			
WD J1255+0211	897	31,7	11 390±150	0,71±0,07	Kepler et al. 2005
	1002	21,7			
	812	16,4			
WD J1157+0553	918,9	15,9	11 050±50	0,70±0,03	Mukadam et al. 2004
	826,2	8,1			
	1056,2	5,8			
	748,5	5,6			
EC23487-2424	992,7	24,4	11 530±200	0,67±0,03	Bergeron et al. 2004
	804,5	19,3			
	868,2	12,8			

Tab. 6.32: ZZ Ceti na borda vermelha.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
WD J2159+1322	801,0	15,1	11 710±160	0,99±0,04	Mullally et al. 2005
	683,7	11,7			
G225-2	830	41	11 440±200	0,71±0,03	Bergeron et al. 2004
	685	38			
WD J0855+0635	850	44	11 050±50	0,88±0,02	Castanheira et al. 2006
	433	15			
HS 1039+4112	855,5	55,2	11 550±200	0,67±0,03	Gianninas et al. 2005
	837,3	26			
WD J1122+0358	859,0	34,3	11 070±80	0,64±0,04	Mukadam et al. 2004
	996,1	17,9			
WD J1054+5307	869,1	37,4	11 120±80	0,61±0,03	Mullally et al. 2005
	444,6	16,0			
WD J1617+4324	889,6	36,6	11 190±100	0,63±0,04	Mukadam et al. 2004
	626,3	24,1			
WD J1417+0058	894,5	44,0	11 300±80	0,63±0,03	Mukadam et al. 2004
	812,5	31,5			
LP586-051	926,1	37,2	11 050±100	0,76±0,05	Bergeron et al. 2004
	830,3	29,2			
WD J1106+0115	937	10,8	10 990±60	0,66±0,03	Kepler et al. 2005
	842	9,4			
WD J2307-0847	1212,2	25,6	11 060±110	0,73±0,06	Castanheira et al. 2006
	617,0	12,5			

Tab. 6.33: ZZ Ceti na borda vermelha, com apenas 2 modos excitados ou detectados.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
WD J1337+0104	715	10,0	11 530±160	0,95±0,04	Kepler et al. 2006
WD J0332-0049	767,5	15,1	11 040±70	0,77±0,04	Mukadam et al. 2004
WD J1408+0445	849	24,3	10 940±60	0,64±0,03	Kepler et al. 2005
WD J1257+0124	905,8	46,7	11 520±160	0,86±0,06	Castanheira et al. 2006
WD J2334+0103	923,2	40,4	11 400±210	0,60±0,08	Castanheira et al. 2006
WD J1056-0006	942,2 (f_1)	62,3	11 020±50	0,54±0,02	Mukadam et al. 2004
	474,4 ($2 \times f_1$)	22,9			
	314,2 ($3 \times f_1$)	11,0			

Tab. 6.34: ZZ Ceti na borda vermelha, com apenas 1 modo excitado ou detectado.

Estrela	T_{ef} (K)	M (M_{\odot})	$-\log M_{\text{H}}$	$-\log M_{\text{He}}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
WD J0906-0024	11 600	0,64	7,5	2	1,73	287,5(1,2), 480,4(1,6), 574,5(1,8) 610,2(1,9), 770,3(1,12)
	11 600	0,64	7	3	0,90	270,9(1,2), 480,5(1,6), 575,5(1,8) 622,3(1,9), 770,1(1,12)
PG 2303+242	11 400	0,55	7	2,5	0,67	580,3(1,7), 623,5(1,8), 675,2(1,9) 794,8(1,11), 893,6(1,13)
	10 800	0,66	9	3,5	0,63	574,9(1,7), 625,9(1,8), 694,5(1,9) 794,7(1,11), 895,4(1,13)
WD J1216+0922	11 500	0,69	5	2,5	2,03	407,4(1,5), 574,1(1,9), 619,1(1,10) 830,8(1,15), 963,0(1,18)
	11 100	0,77	8,5	3	2,35	408,4(1,5), 564,1(1,8), 632,9(1,10) 830,7(1,14), 972,5(1,17)
WD J0318+0030	11 500	0,675	7	2	0,39	536,9(1,8), 586,4(1,9), 826,1(1,14)
	10 800	0,65	5,5	2,5	0,31	536,9(1,7), 587,7(1,8), 826,2(1,13)
	11 200	0,57	8,5	3,5	0,76	533,2(1,6), 587,5(1,7), 826,1(1,11)
HE 1429-037	11 400	0,69	9,5	2	3,45	445,3(1,5), 831,5(1,13) 974,8(1,16), 1081,3(1,18)
	11 400	0,68	9,5	3,5	2,36	456,4(1,5), 826,9(1,12) 970,6(1,15), 1086,1(1,17)
WD J2209-0919	11 200	0,81	4	2	0,53	450,0(1,9), 786,4(1,19) 887,4(1,22), 988,7(1,25)
WD J1700+3549	11 100	0,64	8,5	3,5	0,62	451,6 (1,5), 894,0(1,13), 954,3(1,14)
WD J1255+0211	11 200	0,67	9,5	2	1,18	807,2(1,12), 896,7(1,14), 1002,4(1,16)
	11 700	0,70	7	3,5	1,69	805,0(1,13), 897,4(1,15), 1000,4(1,17)
WD J1157+0553	10 800	0,685	5,5	2	0,94	730,3(1,12), 813,4(1,14)
						904,5(1,16), 1037,8(1,19)
EC23487-2424	11 300	0,72	7,5	2	2,47	806,6(1,14), 858,5(1,15), 992,7(1,18)

Tab. 6.35: Mínimos absolutos nas possíveis famílias de soluções da análise sismológica para as estrelas com ZZ Ceti típicas da borda vermelha.

Estrela	Modos (s)	Amp (mma)	T_{ef} (K)	$M(M_{\odot})$	Ref. espectroscopia
GD 154	1186,5	2,4	11 180±200	0,70±0,03	Bergeron et al. 2004
	1088,6	2,0			
	402,6	0,3			
HS 0952+1816	1159,7	4,8	11 000±500	0,4±0,2	Homeier & Koester 2001
	1466,0	4,5			
	853,8	3,9			
WD J0303-0808	707 1128	4,1 3,5	11 400±110	0,92±0,04	Castanheira et al. 2006
WD J1443+0134	968,9 1085,0	7,5 5,2	11 830±150	0,7±0,1	Mukadam et al. 2004
WD J0249-0100	1045,3	8,9	11 060±110	0,80±0,06	Castanheira et al. 2006
	1006,5	8,6			
WD J0843+0431	1049	11,4	11 250±60	0,72±0,03	Kepler et al. 2005
	1085	7,42			
G30-20	1068	13,8	11 000±100	0,92±0,06	Mukadam et al. 2002 Bergeron et al. 2004
			11 070±200	0,58±0,02	
EC13429-2342	1177,0	6,2	10 910±300	0,60±0,05	Voss et al. 2006
	982,0	5,17			
WD J1732+5905	1248,4	22,5	10 860±100	0,60±0,04	Mukadam et al. 2004
	1122,4	10,2			
PG 1149+058	1023,5	10,5	10 980±300	0,64±0,05	Voss et al. 2006
MCT0016-2553	1152,4	8,1	10 900±200	0,63±0,05	Gianninas et al. 2005
GD 1212	1160,7	5,4	11 040±200	0,67±0,03	Gianninas et al. 2005
GD 99	1311	5	11 820±200	0,66±0,03	Bergeron et al. 2004
KUV03442+0719	1348,9	7,6	10 930±200	0,51±0,03	Gianninas et al. 2006
WD 1959+059	1350,4	5,7	11 030±300	0,75±0,05	Voss et al. 2006

Tab. 6.36: ZZ Ceti cujos modos de pulsação são representativos de quando estas estrelas estão parando de pulsar.

Estrela	T_{ef} (K)	$M (M_{\odot})$	$-\log M_H$	$-\log M_{He}$	S (s)	Modos (ℓ, k)
GD 154	11 200	0,68	7,5	2	0,30	398,2(1,5), 1088,5(1,19), 1186,9(1,21)
	10 800	0,73	9,5	2,5	0,11	396,9(1,4), 1088,5(1,18), 1186,5(1,20)
HS 0952+1816	10 700	0,52	8	2,5	1,74	856,6(1,11), 1161,3(1,16)
						1465,1(1,21)
	10 700	0,53	8	3	1,77	855,0(1,11), 1160,5(1,16) 1463,3(1,21)

Tab. 6.37: Mínimos absolutos nas possíveis famílias de soluções da análise sismológica para as estrelas com ZZ Ceti parando de pulsar.

Capítulo 7

Discussões finais e Conclusões

A primeira conclusão desta tese diz respeito à pureza da faixa de instabilidade das ZZ Cetus. Nós encontramos fortes indícios de que a pulsação é um estágio evolucionário para estas estrelas, ou seja, quando as DAs atingirem determinada temperatura, elas pulsam. Nós também conseguimos mostrar que, mesmo com uma amostra pequena de 12 estrelas com $T_{\text{ef}} \sim 12\,000\text{ K}$ re-observadas com o Gemini, obtendo espectros com $S/R > 70$, as temperaturas do SDSS estão sub-estimadas por $300 \pm 220\text{ K}$ e que as massas estão super-estimadas por $0,10 \pm 0,03 M_{\odot}$. Nós também mostramos que é possível conseguir o S/R necessário para que as determinações espectroscópicas sejam confiáveis, usando o telescópio Gemini de 8 metros. Com o telescópio SOAR de 4,1 metros, é possível atingir limites de detecção de variabilidade de 2 mma, nas séries fotométricas, mesmo para estrelas com magnitude aparente $g = 18,5$, típicas da amostra do SDSS, e que algumas foram mal classificadas como NOVs. Existem 3 NOVs com limites de detecção de 2 mma que estão dentro da faixa de instabilidade.

Quando fizemos o levantamento de todas as ZZ Cetus conhecidas e seus modos detectados, ficou evidente que algumas destas estrelas só foram observadas quando da descoberta de sua variabilidade. Principalmente as estrelas da borda vermelha, que pulsam em vários modos simultaneamente, precisam ser re-observadas, para que mais modos sejam detectados.

Minha tese demonstrou que é possível fazer sismologia, desde que tenhamos alguns modos e/ou temperatura e massa confiáveis, totalizando um mínimo de 5 parâmetros. Desta forma, as degenerescências de soluções sismológicas podem ser levantadas. Outra alternativa é que temperatura e massa sejam derivadas de espectros com alto S/R. Por vários anos, as estrelas da borda vermelha foram deixadas ao esquecimento porque não se sabia como fazer o estudo sismológico delas.

Outra conclusão importante é que não detectamos dependência entre o valor da espessura da camada de H nas ZZ Ceti e a temperatura (ver figura 7.1), segundo os testes de Kolmogorov–Smirnov e de correlação dos coeficientes. Não há evidência significativa de acreção nem expulsão das camadas mais externas, como ocorre nas Miras, já que a massa da camada de H não varia com a T_{ef} (idade). A perda da camada externa poderia ser devida à não reflexão da onda nas camadas externas, como calculado por Hansen, Winget & Kawaler (1985).

O valor médio para a espessura da massa da camada de H é de $10^{-6,3 \pm 1,6} M_*$ que é diferente do valor canônico de $10^{-4} M_*$, derivado por cálculos evolucionários. Este resultado indica que algumas anãs brancas com massa próxima ao valor mais provável se formaram com massa de H cem vezes menor que o valor previsto pela teoria, ou seja, é provável que a perda de massa durante sua evolução tenha sido mais eficiente do que assumem os modelos.

Utilizando os resultados da sismologia, nós derivamos uma faixa de instabilidade auto-consistente (ver figura 7.2), a qual inclui as estrelas da amostra brilhante e as do SDSS. A diferença entre as determinações de T_{ef} do Gemini e SDSS indica que as faixas espectroscópicas são consistentes mesmo quando usamos modelos espectroscópicos diferentes, com a comparação entre os modelos de Detlev Koester (Kiel) e de Pierre Bergeron (Montreal). Pela sismologia, nós não evidenciamos dependência de massa significativa como observado por Giovannini et al. (1998) e calculado por Bradley (1996) e Brassard (1991).

Eu fiz a primeira grande análise sismológica das ZZ Ceti como grupo, estudando 72

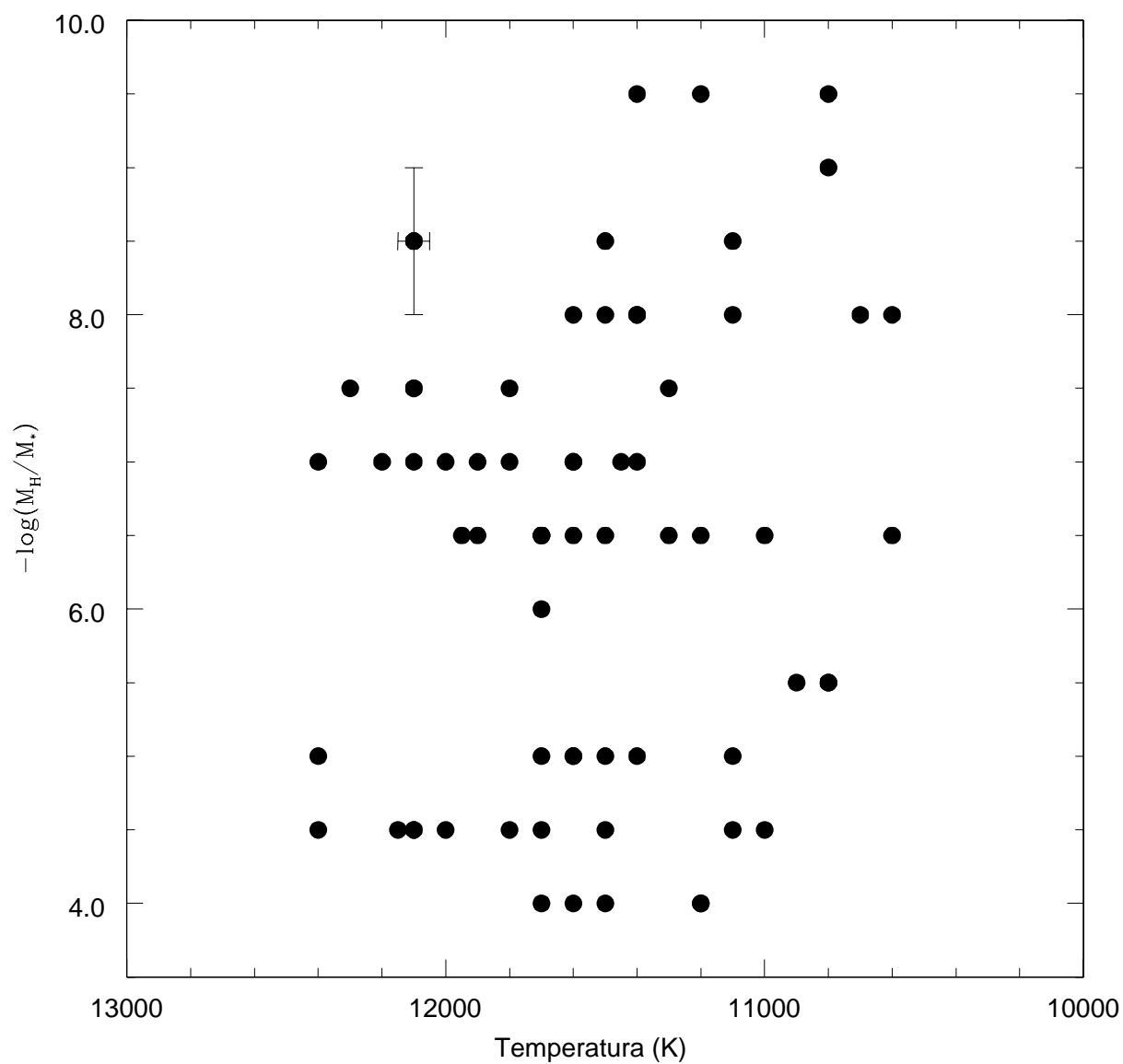


Fig. 7.1: Massa de H vs. T_{ef} , mostrando que não há evidência de acreção nem perda das camadas mais externas, à medida que a ZZ Ceti evolui pela faixa de instabilidade. A incerteza indicada é a mesma para todos os pontos.

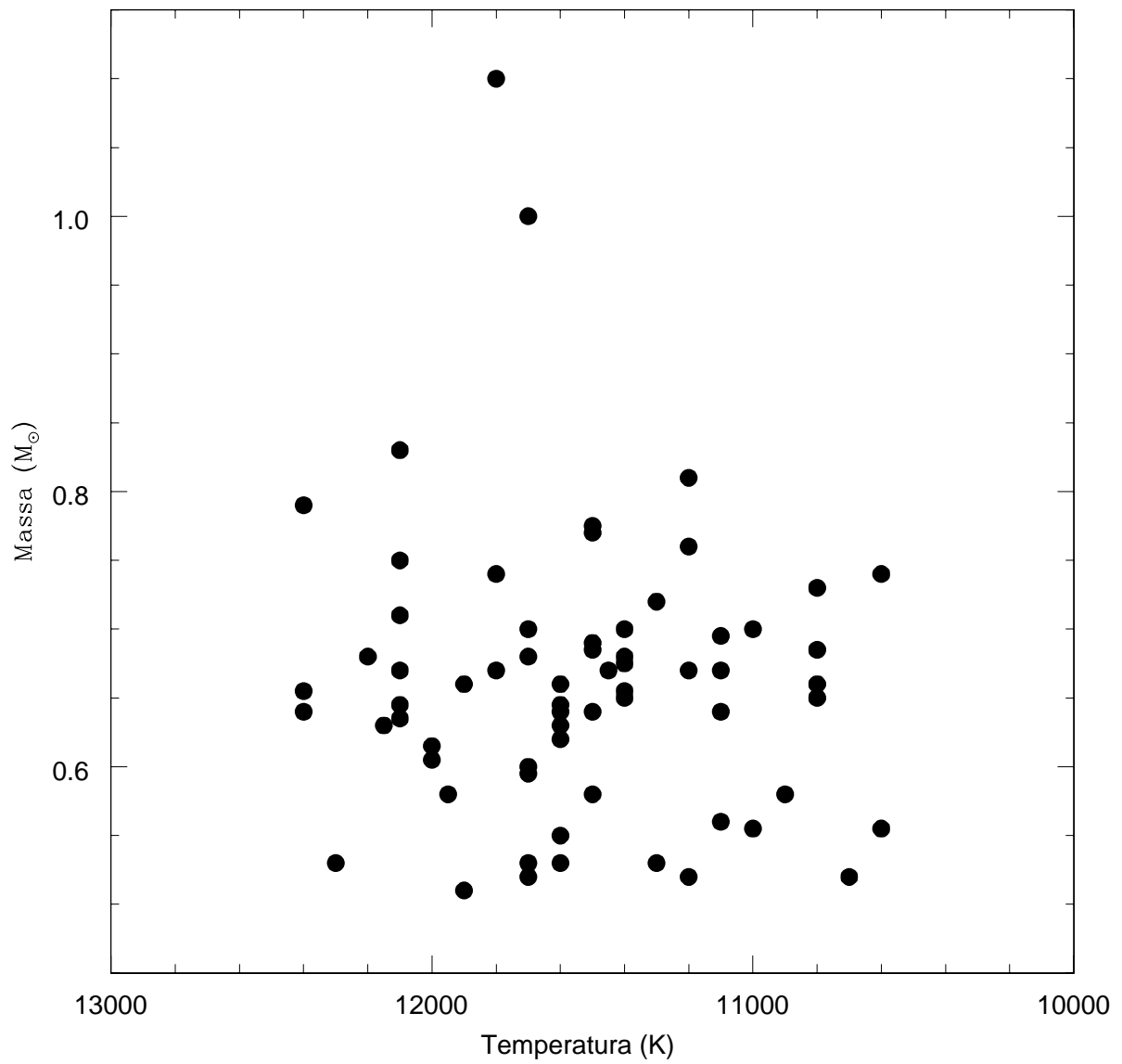


Fig. 7.2: Faixa de instabilidade das ZZ Ceti derivada pela sismologia destas estrelas. Só inclui as melhores soluções para cada uma das estrelas estudadas.

estrelas. Antes, só existiam 12 ZZ Ceti que tinham sido investigadas sismologicamente. Embora eu use os resultados espectroscópicos como guia, eu jamais restringi a procura à faixa de parâmetros espectroscópicos. A sismologia foi feita buscando as soluções em toda a grade, evitando assim que os mínimos locais fossem tomados erroneamente como globais. No nosso estudo, concluímos ser imperativo que se use as amplitudes observadas no cálculo do melhor ajuste dos modos. É intolerável que o melhor ajuste não concorde com o modo de maior amplitude. Depois de 40 anos, desde a descoberta da primeira ZZ Ceti, conseguimos finalmente extrair a informação da classe como um todo.

O nosso estudo sismológico das estrelas da classe ZZ Ceti é uma prova de que sismologia é realmente uma ferramenta poderosa no estudo de evolução estelar. Mesmo para estrelas que tenham poucos modos excitados, é possível determinar alguma característica de seu interior. Se for borda azul, como a estrela G226-29, muitos parâmetros puderam ser determinados, face a não assintoticidade dos modos. No caso da G29-38, pensávamos que as determinações espectroscópicas estavam erradas, mas obtivemos o mesmo resultado para temperatura e massa pelo estudo sismológico. Foi uma grata surpresa que a espectroscopia estava certa, concordando com a sismologia, e que o nosso preconceito de que a G29-38 deveria estar na borda vermelha, errado.

Referências

- [1] ADELMAN-McCARTHY, J. K. et al. In: The SDSS photometric catalog: Release 5. Disponível em: <<http://vizier.cfa.harvard.edu/viz-bin/VizieR?-source=II/276>>. Acesso em: 23 jul. 2007.
- [2] ALTHAUS, L. G.; BENVENUTO, O. G. Evolution of DB white dwarfs in the Canuto and Mazzitelli theory of convection. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 278, n. 4, p. 981–984, Feb. 1996.
- [3] ALTHAUS, L. G.; SEREVELLI, A. M.; CÓRSICO, A. H; & MONTGOMERY, M. H. New evolutionary models for massive ZZ Ceti stars. I. First results for their pulsational properties. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 404, p. 593–609, June 2003.
- [4] ALTHAUS, L. G.; MILLER BERTOLAMI, M. M.; CÓRSICO, A. H; GARCÍA-BERRO, E.; & GIL-PONS, P. The formation of DA white dwarfs with thin hydrogen envelopes. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 440, p. L1–L4, Sep. 2005.
- [5] ALTHAUS, L. G.; GARCÍA-BERRO, E.; ISERN, J.; CÓRSICO, A. H; & ROHRMANN, R. D. The age and colors of massive white dwarf stars. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 465, p. 249–255, Apr. 2007.
- [6] ALTHAUS, L. G., CÓRSICO, A. H., MILLER BERTOLAMI, M. M. Low-mass, helium-enriched PG1159 stars: a possible evolutionary origin and the implications for

- their pulsational stability properties. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 467, p. 1175–1180, June 2007.
- [7] ARRAS, P.; TOWNSLEY, D. M. & BILDSTEN, L. Pulsational instabilities in accreting white dwarfs. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 643, p. L119–L122, June 2006.
- [8] BEAUCHAMP, A.; WESEMAEL, F.; BERGERON, P.; FONTAINE, G.; SAFFER, R. A.; LIEBERT, J. & BRASSARD, P. Spectroscopic studies of DB white dwarfs: the instability strip of the pulsating DB (V777 Herculis) stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 516, p. 887–891, May 1999.
- [9] BENVENUTO, O. G. et al. On mode trapping in pulsating DA white dwarf stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 335, n. 2, p. 480–486, Sept. 2002.
- [10] BERGERON, P.; LIEBERT, J.; FULBRIGHT, M. S. Masses of DA white dwarfs with gravitational redshift determinations. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 44, n. 2, p. 810–817, May 1995.
- [11] BERGERON, P.; FONTAINE, G.; BILLÈRES, M.; BOUDREAULT, S.; & GREEN, E. M. On the purity of the ZZ Ceti instability strip: discovery of more pulsating DA white dwarfs on the basis of optical spectroscopy. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 600, p. 404–408, Jan. 2004.
- [12] BILDSTEN, L.; USHOMIRSKY, G.; & CUTLER, C. Ocean g-modes on rotating neutron stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 460, p. 827, Apr. 1996.
- [13] BOHLIN, R. C. STIS Flux Calibration. In: THE 2002 HST CALIBRATION WORKSHOP, 2002, Baltimore. *Proceedings of a workshop held at the Space Telescope Science Institute*. Baltimore, p. 115, 2002.

- [14] BÖHM-VITENSE, E. Über die Wasserstoffkonvektionszone in Sternen verschiedener Effektivtemperaturen und Leuchtkräfte. *Zeitschrift für Astrophysik*, Kiel, v. 46, p. 108–143, 1958.
- [15] BÖHM, K. H.; CASSINELLI, J. Convective envelopes and acoustic noise generation in white dwarfs. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 12, n.1, p. 21–27, Apr. 1971.
- [16] BRADLEY, P. A. *Theoretical asteroseismology of white dwarf stars: The encyclopedia Seismologica*. Austin, 1993. Thesis (Ph.D.), The University of Texas at Austin, Austin, 1993.
- [17] BRADLEY, P. A.; WINGET, D. E. Hot or not? Theoretical blue edges for DA and DB white dwarf models. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 421, n. 1, pt. 1, p. 236–244, Jan. 1994.
- [18] BRADLEY, P. A. Theoretical models for asteroseismology of DA white dwarf stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 468, n. 1, pt. 1, p. 350–368, Sept. 1996.
- [19] BRADLEY, P. A. Asteroseismology of DAV white dwarf stars. *Baltic Astronomy*, Vilnius, v. 7, p. 111–130, 1998.
- [20] BRADLEY, P. A. Asteroseismological constraints on the structure of the ZZ Ceti stars L19-2 and GD 165. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 552, n. 1, pt. 1, p. 326–339, May 2001.
- [21] BRADLEY, P. A. Preliminary seismology of the DA white dwarf G 185-32. *Memorie della Societa Astronomica Italiana*, Roma, v. 77, p. 437–438, 2006.
- [22] BRASSARD, P. et al. Adiabatic properties of pulsating DA white dwarfs. I - The treatment of the Brunt-Vaisala frequency and the region of period formation. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 367, p. 601–611, Feb. 1991.

- [23] BRICKHILL, A. J. The pulsations of ZZ Ceti stars. III: The driving mechanism. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 251, p. 673, Aug. 1991.
- [24] BRICKHILL, A. J. The pulsations of ZZ Ceti stars. V: The light curves. VI: The amplitude spectra. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 259, p. 519–535, Dec. 1992.
- [25] BUCHLER, J. R.; YECKO, P. A.; KOLLATH, Z. The nature of strange modes in classical variable stars. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 326, n. 2, p. 669–681, Oct. 1997.
- [26] BUCHLER, J. R.; GOUPIL, M.-J.; HANSEN, C. J. On the role of resonances in nonradial pulsators. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 321, n. 1, p. 159–176, May 1997.
- [27] CANUTO, V. M.; MAZZITELLI, I. Stellar turbulent convection: a new model and applications. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 370, n. 1, pt. 1, p. 295–311, Mar. 1991.
- [28] CANUTO, V. M.; GOLDMAN, I.; MAZZITELLI, I. Stellar turbulent convection: a self-consistent model. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 473, n. 1, p. 550–559, Dec. 1996. pt. 1.
- [29] CASTANHEIRA, B. G. et al. WET Observations of the DAV G185-32. *Baltic Astronomy*, v. 12, p. 39–44, 2003.
- [30] CASTANHEIRA, B. G. et al. Observations of the pulsating white dwarf G 185-32. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 413, p. 623–634, Jan. 2004.

- [31] CASTANHEIRA, B. G. et al. Discovery of eleven new ZZ Ceti stars. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 450, p. 227–231, Apr. 2006.
- [32] CASTANHEIRA, B. G.; KEPLER, S. O.; HANDLER, G.; & KOESTER, D. Analysis of IUE spectra of helium-rich white dwarf stars. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 450, p. 331–337, Apr. 2006.
- [33] CASTANHEIRA, B. G. et al. Towards a pure ZZ Ceti instability strip. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 462, p. 989–993, Feb. 2007.
- [34] CLEMENS, J. C.; van KERKWIJK, M. H.; WU, Y. Mode identification from time-resolved spectroscopy of the pulsating white dwarf G29-38. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 314, n. 2, p. 220–228, May 2000.
- [35] COSTA, J. E. S.; KEPLER, S. O.; WINGET, D. E. Direct measurement of a secular pulsation period change in the pulsating hot pre-white dwarf PG 1159-035. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 522, n. 2, pt. 1, p. 973–982, Sept. 1999.
- [36] CÓRSICO, A. H.; ALTHAUS, L. G.; & MONTGOMERY, M. H. The effects of crystallization on the pulsational properties of massive ZZ Ceti stars. *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Kiel, v. 334, p. 537, July 2005.
- [37] CÓRSICO, A. H.; ALTHAUS, L. G.; BERTOLAMI, M. M. New nonadiabatic pulsation computations on full PG 1159 evolutionary models: the theoretical GW Virginis instability strip revisited. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 458, n. 1, p. 259–267, Oct. 2006.
- [38] COSTA, J. E. S. *Estudo da variação dos períodos de anãs brancas e pré-anãs brancas pulsantes*. Porto Alegre, 2004. Thesis (Ph.D.), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

- [39] COSTA, J. E. S. et al. The pulsation modes of the pre-white dwarf (DOV) PG1159-035. *To be published at Astronomy and Astrophysics*, 2007.
- [40] COWLING, T. G. The non-radial oscillations of polytropic stars *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 101, n. 8, p. 367–375, 1941.
- [41] COX, J. P. A preliminary analysis of the effectiveness of second helium ionization in inducing cepheid instability stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 132, n. 3, p. 594–626, Nov. 1960.
- [42] COX, J. P. *Principles of stellar structure - Vol.1: Physical principles; Vol.2: Applications to stars*. New York: Gordon and Breach, 1968.
- [43] DOLEZ, N. et al. Whole Earth telescope observations of the ZZ Ceti star HL Tau 76. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 446, p. 237–257, Jan. 2006.
- [44] DUFOUR, P. et al. On the spectral evolution of cool, helium-atmosphere white dwarfs: detailed spectroscopic and photometric analysis of DZ stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v 663, n. 2, p. 1291–1308, July 2007.
- [45] DZIEMBOWSKI, W. Light and radial velocity variations in a nonradially oscillating star. *Acta Astronomica*, v. 27, n. 3, p. 203–211, 1977.
- [46] EISENSTEIN, D. J. et al. A catalog of spectroscopically confirmed white dwarfs from the Sloan Digital Sky Survey Data Release 4. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, Chicago, v. 16, n. 1, p. 40–58, Nov. 2006.
- [47] EISENSTEIN, D. J. et al. Hot DB white dwarfs from the Sloan Digital Sky Survey. *The Astronomical Journal*, New York, v. 132, n. 2, p. 676–691, Aug. 2006b.
- [48] FIGER, D. F., McLEAN, I. S., GEBALLE, T. R., GHEZ, A. M., & LANGER, N. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 506, n. 1, p. 384–404, Oct. 1998.

- [49] FINLEY, D. S.; KOESTER, D.; BASRI, G. The temperature scale and mass distribution of hot DA white dwarfs. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 488, n. 1, pt. 1, p. 375–396, Oct. 1997.
- [50] FONTAINE, G.; GRABOSKE, Jr., H. C. & van HORN, H. M. Equations of state for stellar partial ionization zones. *Astrophysical Journal Supplement*, Chicago, v. 35, p. 293, Jan. 1977.
- [51] FONTAINE, G.; TASSOUL, M. & WESEMAEL, F. On the calibration of the mixing-length theory in pulsating white dwarfs. In: TWENTY-FIFTH LIEGE INTERNATIONAL ASTROPHYSICAL COLLOQUIUM, 1984, Liege. *Theoretical Problems in Stellar Stability and Oscillations*, Belgium, p. 328–332, 1984.
- [52] FONTAINE, G. et al. On the hydrogen layer thickness in pulsating DA white dwarfs. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 428, n. 2, pt. 2, p. 61, June 1994.
- [53] FONTAINE, G.; BERGERON, P.; BRASSARD, P.; BILLÈS, M. & CHARPINET, S. Discovery of two new pulsating DA (ZZ Ceti) white dwarfs. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 557, p. 792–797, Aug. 2001.
- [54] GARCÍA-BERRO, E.; TORRES, S.; ISERN, J. & BURKERT, A. Monte Carlo simulations of the disc white dwarf population. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 302, i. 1, p. 173–188, Jan. 1999.
- [55] GARCÍA-BERRO, E. et al. Evidence for a merger of binary white dwarfs: the case of GD 362. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 661, n. 2, p. L179–L182, June 2007.
- [56] GIANNINAS, A.; BERGERON, P.; & FONTAINE, G. Toward an empirical determination of the ZZ Ceti instability strip. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 631, p. 1100–1112, Oct. 2005.

- [57] GIOVANNINI, O. et al. Blue edge of the ZZ Ceti instability strip versus mass. *Baltic Astronomy*, Vilnius, v. 7, n. 1/2, p. 131–140, 1998.
- [58] GOLDREICH, P.; WU, Y. Gravity modes in ZZ Ceti stars. I. quasi-adiabatic analysis of overstability. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 511, n. 2, pt. 1, p. 904–915, Feb. 1999.
- [59] HANSEN, C. J.; WINGET, D. E.; & KAWALER, S. D. Upper and lower bounds of periods in variable white dwarfs. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 297, p. 544–547, Oct. 1985.
- [60] HEGER, A.; WOOSLEY, S. E.; RAUSCHER, T.; HOFFMAN, R. D.; BOYES, M. M. Massive star evolution: nucleosynthesis and nuclear reaction rate uncertainties. *New Astronomy Reviews*, Amsterdam, v. 46, p. 463–468, July 2002.
- [61] HINE, B. *A search for pulsations in planetary nebulae nuclei*. Austin, 1988. 245 f. Thesis (Ph.D.). University of Texas, Austin, 1988.
- [62] HYNES, R. I. et al. Deconstructing the quiescent black hole V404 Cyg. *Bulletin of the American Astronomical Society*, v. 38, p. 362, Sep. 2006.
- [63] HOMEIER, D. & KOESTER, D. Classification of DA white dwarfs in the Hamburg Quasar Survey. *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, San Francisco, v. 226, p. 397–402, 2001.
- [64] IBEN, I. Low mass asymptotic giant branch evolution. I. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 260, n. 2, pt. 1, p. 821–837, Sept. 1982.
- [65] IGLESIAS, C. A. & ROGERS, F. J. Updated Opal Opacities. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 464, p. 943, June 1996.

- [66] IOANNOU, Z.; ROBINSON, E. L.; WELSH, W. F.; HASWELL, C. A. The mass of the black hole in GS 2000+25. *The Astronomical Journal*, New York, v. 127, n. 1, p. 481–488, Jan. 2004.
- [67] ITOH, N.; HAYASHI, H.; NISHIKAWA, A. & KOHYAMA, Y. Neutrino Energy Loss in Stellar Interiors. VII. Pair, Photo-, Plasma, Bremsstrahlung, and Recombination Neutrino Processes. *Astrophysical Journal Supplement*, Chicago, v. 102, p. 411, Feb. 1996.
- [68] JEANS, J. H. The instability of a spherical nebulae. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, London, v. 199, p. 1–53, 1902.
- [69] KALIRAI, J. S. et al. The Initial-Final Mass Relation: First Constraints at the Low Mass End. *ArXiv e-prints*, Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/0706.3894>>. Acesso em: 23 de julho de 2007. Astro-ph/0706.3894. Artigo a ser publicado em *The Astrophysical Journal*.
- [70] KANAAN, A.; KEPLER, S. O.; GIOVANNINI, O.; & DIAZ, M. The discovery of a new DAV star using IUE temperature determination. *Astrophysical Journal, Part 2 - Letters*, Chicago, v. 390, p. L89–L91, May 1992.
- [71] KANAAN, A.; KEPLER, S. O.; GIOVANNINI, O.; WINGET, D. E.; MONTGOMERY, M.; & NITTA, A. BPM 37093: the way to the interior of crystallized stars. *Baltic Astronomy*, v. 7, p. 183–196, Mar. 1998.
- [72] KANAAN, A.; KEPLER, S. O.; WINGET, D. E. The ZZ Ceti red edge. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 389, n. 3, p. 896–903, July 2002.
- [73] KANAAN, A. et al. Whole Earth Telescope observations of BPM 37093: A seismological test of crystallization theory in white dwarfs. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 432, p. 219–224, Mar. 2005.

- [74] KAWALER, S. D.; WINGET, D. E.; HANSEN, C. J.; & IBEN, I. Jr. The helium shell game - Nonradial g-mode instabilities in hydrogen-deficient planetary nebula nuclei. *Astrophysical Journal, Part 2 - Letters to the Editor*, v. 305, p. L41–L44, July 1986.
- [75] KAWALER, S. D. *The transformation from planetary nebula nucleus to white dwarf: A seismological study of stellar metamorphosis*. Austin, 1986, Thesis (Ph.D.), The University of Texas at Austin, Austin, 1986.
- [76] KEPLER, S. O. et al. The pulsation periods of the pulsating white dwarf G117-B15A. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 254, n. 2, pt. 1, p. 676–682, Mar. 1982.
- [77] KEPLER, S. O. et al. Whole Earth Telescope observations on the DAV white dwarf G 226–29. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 447, n. 2, pt. 1, p. 874–879, July 1995.
- [78] KEPLER, S. O. et al. Mode identification of pulsating white dwarfs using the HST. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 539, n. 1, pt. 1, p. 379–391, Aug. 2000. pt. 1.
- [79] KEPLER, S. O.; CASTANHEIRA, B. G.; SARAIVA, M. F. O.; NITTA, A.; KLEINMAN, S. J.; MULLALLY, F.; WINGET, D. E.; & EISENSTEIN, D. J. Discovery of fourteen new ZZ Ceti with SOAR. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 442, p. 629–634, Nov. 2005.
- [80] KEPLER, S. O.; COSTA, J. E. S.; CASTANHEIRA, B. G.; WINGET, D. E.; MULLALLY, F.; NATHER, R. E.; KILIC, M.; von HIPPEL, T.; MUKADAM, A. S.; & SULLIVAN, D. J. Measuring the evolution of the most stable optical clock G 117-B15A. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 634, p. 1311–1318, Dec. 2005.
- [81] KEPLER, S. O.; CASTANHEIRA, B. G.; COSTA, A. F. M.; & KOESTER, D.

- Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 372, p. 1799–1803, Nov. 2006.
- [82] KEPLER, S. O.; KLEINMAN, S. J.; NITTA, A.; KOESTER, D.; CASTANHEIRA, B. G.; GIOVANNINI, O.; COSTA, A. F. M.; & ALTHAUS, L. White dwarf mass distribution in the SDSS. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 375, p. 1315–1324, Mar. 2007.
- [83] KLEINMAN, S. J. et al. Understanding the cool DA white dwarf pulsator, G29-38. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 495, p. 424–434, Mar. 1998.
- [84] KILIC, M.; von HIPPEL, T.; LEGGETT, S. K.; & WINGET, D. E. Debris Disks around White Dwarfs: The DAZ Connection. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 646, p. 474–479, July 2006.
- [85] KOESTER, D.; ALLARD, N. F. The ZZ Ceti instability strip revisited. *Baltic Astronomy*, Vilnius, v. 9, p. 119–124, 2000.
- [86] KOTAK, R.; van KERKWIJK, M. H.; & CLEMENS, J. C. A puzzling periodicity in the pulsating DA white dwarf G 117-B15A. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 413, p. 301–308, Jan. 2004.
- [87] KUTTER, G. S. & SAVEDOFF, M. P. Evolution of initially pure ^{12}C stars and the production of planetary nebulae. *The Astrophysical Journal*, v. 156, p. 1021–1049, June 1969.
- [88] LAMB, D. Q. *Evolution of Pure Carbon-12 White Dwarfs*. Rochester, 1974. Thesis (Ph.D.), The University of Rochester, Rochester, 1974.
- [89] LAMB, D. Q. & van HORN, H. M. Evolution of crystallizing pure C-12 white dwarfs. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 200, p. 306–323, Sept. 1975.

- [90] LANDOLT, A. U. A new short-period blue variable. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 153, n. 1, pt.1, p. 151–164, July 1968.
- [91] LEDOUX, P. On stellar models with convection and discontinuity of the mean molecular weight. *The Astronomical Journal*, New York, v. 52, p. 155, Mar. 1947.
- [92] LEDOUX, P. & SAUVENIER-GOFFIN, E. The vibrational stability of white dwarfs. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 111, p. 611–624, May 1950.
- [93] LEDOUX, P. & WALRAVEN, T. Variable Stars. *Handbuch der Physik*, v. 51, p. 353–604, 1958.
- [94] LUDWIG, H.-G.; JORDAN, S.; STEFFEN, M. Numerical simulations of convection at the surface of a ZZ Ceti white dwarf. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 284, n. 1, p. 105–117, Apr. 1994.
- [95] MARIGO, P. & GIRARDI, L. Evolution of asymptotic giant branch stars I. Updated synthetic TP-AGB models and their basic calibration *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v 469, n. 1, p. 239–293, July 2007.
- [96] McDERMOTT, P. N.; van HORN, H. M.; & HANSEN, C. J. Nonradial oscillations of neutron stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 325, p. 725–748, Feb. 1988.
- [97] McGRAW, J. T. BPM 31594: a new southern-hemisphere variable white dwarf. *The Astrophysical Journal Letters*, Chicago, v. 210, p. L35–L38, Nov. 1976.
- [98] McGRAW, J. T. et al. Two new variable white dwarfs: G185-32 and G191-16. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 250, n. 1, pt. 1, p. 349–354, Nov. 1981.
- [99] McGRAW, J. T. & ROBINSON, E. L. High-speed photometry of luminosity-variable DA dwarfs: R808, GD99, and G117-B15A. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 205, n. 1, pt. 1, p. L155–L158 May 1976.

- [100] METCALFE, T. S. *Computational asteroseismology*. Austin, 2001, 119 f. Thesis (Ph.D.), The University of Texas at Austin, Austin, 2001.
- [101] METCALFE, T. S. The consequences of assuming $m=0$ for global model-fitting. *Baltic Astronomy*, v. 12, p. 247–251, 2003.
- [102] METCALFE, T. S., MONTGOMERY, M. H., & KANAAN, A. Testing white dwarf crystallization theory with asteroseismology of the massive pulsating DA star BPM 37093. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 605, n. 2, p. L133-L136, Apr. 2004.
- [103] METCALFE, T. S. A deeper understanding of white dwarf interiors. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 363, p. L86–L90, Oct. 2005.
- [104] MILLER BERTOLAMI, M. M.; ALTHAUS, L. G.; SERENELLI, A. M. & PANEI, J. A. New evolutionary calculations for the born again scenario. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 449, p. 313–325, Apr. 2006.
- [105] MONTGOMERY, M. H. *The Evolution and Pulsation of Crystallizing White Dwarf Stars*. Austin, 1998, 197 fl. Thesis (Ph.D.), The University of Texas at Austin, Austin, 1998.
- [106] MONTGOMERY, M. H. A new technique for probing convection in pulsating white dwarf stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 633, p. 1142–1149, Nov. 2005.
- [107] MULLALLY, F.; THOMPSON, S. E.; CASTANHEIRA, B. G.; WINGET, D. E.; KEPLER, S. O.; EISENSTEIN, D. J.; KLEINMAN, S. J.; & NITTA, A. Eleven new DA white dwarf variable stars from the Sloan Digital Sky Survey. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 625, p. 966–972, June 2005.
- [108] MULLALLY, F. *Substellar Companions to White Dwarves*. Austin, 2007. Thesis (Ph.D.), The University of Texas at Austin, Austin, 2007.

- [109] MUKADAM, A. S. et al. Thirty-five new pulsating DA white dwarf stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 607, p. 982–998, Jan. 2004.
- [110] MUKADAM, A. S. et al. Redefining the empirical ZZ Ceti instability strip. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 612, p. 1052–1059, Sep. 2004.
- [111] MUKADAM, A. S.; MONTGOMERY, M. H.; WINGET, D. E.; KEPLER, S. O.; & CLEMENS, J. C. Ensemble Characteristics of the ZZ Ceti Stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 640, p. 956–965, Apr. 2006.
- [112] NATHER, R. E. & MUKADAM, A. S. A CCD time-series photometer. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 605, p. 846–853, Apr. 2004.
- [113] NITTA, A. et al. New DBVs from the SDSS. *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Kiel, v. 334, p. 585, July 2005.
- [114] NYQUIST, H. Certain topics in telegraph transmission theory. *Bell System Technical Journal*, v. 3, 324–345, 1928.
- [115] OLIVEIRA FILHO, K. de S.; SARAIVAI, M. de F. O. *Astronomia e astrofísica*, Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS, 2000.
- [116] O'DONOGHUE, D. E. & WARNER, B. Observations and analysis of the low amplitude ZZ Ceti variable, L 19-2. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 200, p. 563–583, Aug. 1982.
- [117] PECH, D. & VAUCLAIR, G. The ZZ Ceti star G 185-32: new insight from asteroseismology. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 453, p. 219–227, July 2006.
- [118] PESNELL, W. D. Observable quantities of nonradial pulsations in the presence of slow rotation. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 292, n. 1, pt. 1, p. 238–248, May 1985.

- [119] PFEIFFER, B. et al. Whole Earth Telescope observations and seismological analysis of the cool ZZ Ceti star GD 154. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 314, n. 1, p. 182–190, Oct. 1996.
- [120] QUIRION, P. O., FONTAINE, G., & BRASSARD, P. The Boundaries of the GW Vir Stars in the Effective Temperature - Surface Gravity Domain. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, Chicago, v 171, n. 1, p. 219–248, July 2007.
- [121] ROBINSON, E. L. The observational properties of the ZZ Ceti stars. In: FOURTH ANNUAL WORKSHOP ON NOVAE, DWARF NOVAE AND OTHER CATAclysmic VARIABLES, 1979, Rochester. *White dwarfs and variable degenerate stars*, Rochester, 1979. p. 343–358.
- [122] ROBINSON, E. L.; KEPLER, S. O.; NATHER, R. E. Multicolor variations of the ZZ Ceti stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 259, n. 1, pt. 1, p. 219–231, Aug. 1982.
- [123] ROBINSON, E. L. et al. The pulsation index, effective temperature, and thickness of the hydrogen layer in the pulsating DA white dwarf G117-B15A. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 438, n. 2, pt. 1, p. 908–916, Jan. 1995.
- [124] SALARIS, M. et al. The cooling of CO white dwarfs: influence of the internal chemical distribution. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 486, p. 413, Sept. 1997.
- [125] SALPETER, E. E. The luminosity function and stellar evolution. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 121, n. 1, p. 161–167, Jan. 1955.
- [126] SEATON, M. J. Interstellar extinction in the UV. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 187, p. 73–76, June 1979.

- [127] SILVOTTI, R. et al. The ZZ Ceti instability strip as seen by VLT-ULTRACAM. *Memorie della Societa Astronomica Italiana*, Rome, v. 77, p. 486, 2006.
- [128] STEININGER, B., PRETORIUS, M., BREGER, M. & SHOBBROOK, R. R. *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Kiel, v. 334, p. 611, June 2005.
- [129] THOMPSON, S. E.; CLEMENS, J. C.; van KERKWIJK, M. H.; O'BRIEN, M. S. & KOESTER, D. The Peculiar Pulsations of PY Vulpeculae. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 610, p. 1001–1012, Aug. 2004.
- [130] THORSETT, S. E. & CHAKRABARTY, D. Neutron star mass measurements. I. Radio pulsars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 512, p. 288, Feb. 1999.
- [131] UNNO, W.; OSAKI, Y.; ANDO, H.; SAIO, H.; & SHIBAHASHI, H. *Nonradial oscillations of stars*, 2nd ed. Tokyo: University of Tokyo Press, 1989.
- [132] von HIPPEL, T.; KUCHNER, M. J.; KILIC, M.; MULLALLY, F.; & REACH, W. T. The new class of dusty DAZ white dwarfs. *ArXiv Astrophysics e-prints*. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/0707.2788>>. Acesso em: 23 de julho de 2007. Astro-ph/07072788.
- [133] YEATES, C. M.; CLEMENS, J. C.; THOMPSON, S. E. & MULLALLY, F. Mode Identification from Combination Frequency Amplitudes in ZZ Ceti stars. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 635, p. 1239–1262, Dec. 2005.
- [134] WEGNER, G. & REID, I. N. Gravitational redshift determinations for white dwarfs in common proper-motion binaries. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 375, p. 674–678, July 1991.
- [135] WEIDEMANN, V. Revision of the initial-to-final mass relation. *Astronomy and Astrophysics*, Les Ullis, v. 363, n. 2, p. 647–656, Nov. 2000.

- [136] WILLIAMS, K. A. A New Look at the Empirical Initial-Final Mass Relation. *ArXiv Astrophysics e-prints*. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/astro-ph/0610254>>. Acesso em: 23 de julho de 2007. Astro-ph/0610254.
- [137] WINGET, D. E.; van HORN, H. M. & HANSEN, C. J. The nature of the ZZ Ceti oscillations - Trapped modes in compositionally stratified white dwarfs. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 245, p. L33–L36, Apr. 1981.
- [138] WINGET, D. E. *Gravity mode instabilities in DA white dwarfs*. Rochester, 1982. Thesis (Ph.D.), The University of Rochester, Rochester, 1982.
- [139] WINGET, D. E. et al. The pulsation properties of DB white dwarfs: a preliminary analysis. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 268, n. 1, pt. 2, p. 33–36, May 1983.
- [140] WINGET, D. E. et al. An empirical test of the theory of crystallization in stellar interiors. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 487, n. 2, pt. 2, p. L191–L194, Oct. 1997.
- [141] WOOD, M. A. *Astero-archaeology: Reading the galactic history recorded in the white dwarf stars*. Austin, 1990. Thesis (Ph.D.). University of Texas, Austin, 1990.
- [142] WOOD, M. A. Constraints on the age and evolution of the Galaxy from the white dwarf luminosity function. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 386, p. 539–561, Feb. 1992.
- [143] WOLSZCZAN, A. & FRAIL, D. A. A planetary system around the millisecond pulsar PSR1257 + 12. *Nature*, v. 355, p. 145–147, Jan. 1992
- [144] WOUDET, P. A., WARNER, B., PRETORIUS, M. L. & DALE, D. The discovery of non-radially pulsating white dwarfs in cataclysmic variables. *The Astrophysics of Cataclysmic Variables and Related Objects*, v. 330, p. 325, Aug. 2005.

- [145] WU, Y.; GOLDBREICH, P. Gravity modes in ZZ Ceti stars. II. Eigenvalues and eigenfunctions. *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 519, n. 2, pt. 1, p. 783–792, July 1999.
- [146] WU, Y. Combination frequencies in the Fourier spectra of white dwarfs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, London, v. 323, n. 1, p. 248–256, May 2001.
- [147] ZHANG, E.-H.; ROBINSON, E. L.; NATHER, R. E. The eclipses of cataclysmic variables. I. HT Cassiopeiae *The Astrophysical Journal*, Chicago, v. 305, n. 2, pt. 1, p. 740–758, June 1986.
- [148] ZUCKERMAN, B. & BECKLIN, E. E. Excess infrared radiation from a white dwarf - an orbiting brown dwarf? *Nature*, v. 330, p. 138–140, Nov. 1987.