

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

CAIO CÉSAR SOARES GONÇALVES

**AVALIANDO A DINÂMICA MACROECONÔMICA DO BRASIL ATRAVÉS DE UM
MODELO DSGE MARKOV-SWITCHING ESTIMADO**

Porto Alegre

2014

CAIO CÉSAR SOARES GONÇALVES

**AVALIANDO A DINÂMICA MACROECONÔMICA DO BRASIL ATRAVÉS DE UM
MODELO DSGE MARKOV-SWITCHING ESTIMADO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Savino Portugal
Coorientador: Prof. Dr. Edilean Kleber da Silva
Bejarano Aragón

Porto Alegre

2014

CIP - Catalogação na Publicação

Gonçalves, Caio César Soares
AVALIANDO A DINÂMICA MACROECONÔMICA DO BRASIL
ATRAVÉS DE UM MODELO DSGE MARKOV-SWITCHING ESTIMADO /
Caio César Soares Gonçalves. -- 2014.
47 f.

Orientador: Marcelo Savino Portugal.
Coorientador: Edilean Kleber da Silva Bejarano
Aragón.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do
Rio Grande do Sul, Faculdade de Ciências Econômicas,
Programa de Pós-Graduação em Economia, Porto Alegre,
BR-RS, 2014.

1. DSGE. 2. Markov Switching. 3. MS-DSGE. I.
Portugal, Marcelo Savino, orient. II. Aragón, Edilean
Kleber da Silva Bejarano, coorient. III. Título.

CAIO CÉSAR SOARES GONÇALVES

**AVALIANDO A DINÂMICA MACROECONÔMICA DO BRASIL ATRAVÉS DE UM
MODELO DSGE MARKOV-SWITCHING ESTIMADO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Aprovada em: Porto Alegre, 5 de agosto de 2014.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Marcelo Savino Portugal – Orientador
UFRGS

Prof. Dr. Flávio Augusto Ziegelmann
UFRGS

Prof. Dr. Flávio Tosi Feijó
UFRGS

Prof. Dr. Vicente da Gama Machado
BACEN e UNB

RESUMO

O objetivo desta dissertação é avaliar o comportamento dos principais parâmetros da economia brasileira através da estimação de um modelo DSGE (*Dynamic Stochastic General Equilibrium*) de economia aberta usando métodos bayesianos e permitindo mudanças de regime markovianas de determinados parâmetros. Utilizando o modelo DSGE desenvolvido por Justiniano e Preston (2010) e o método de solução do modelo Markov *Switching* DSGE (MS-DSGE) proposto por Farmer *et al.* (2008), este trabalho encontrou superioridade nos ajustes dos dados dos modelos que incorporaram mudanças markovianas, rejeitando a hipótese de parâmetros constantes em modelos DSGE para a economia brasileira.

Palavras-chave: DSGE. Markov *Switching*. MS-DSGE.

ABSTRACT

The goal of this dissertation is to evaluate the behaviour of the main parameters of the Brazilian economy through the estimation of a DSGE (Dynamic Stochastic General Equilibrium) model of open economy using Bayesian methods and allowing Markov switching of certain parameters. Using the DSGE model developed by Justiniano and Preston (2010) and the method of solution of the Markov Switching DSGE (MS-DSGE) model proposed by Farmer *et al.* (2008), this work found superiority in the settings of the data of the models that incorporated Markov switching, rejecting the hypothesis of constant parameters in DSGE models for the Brazilian economy.

Keywords: DSGE. Markov Switching. MS-DSGE.

AGRADECIMENTOS

Esta dissertação representa a conclusão de mais uma etapa na minha formação como economista. Durante o mestrado foram várias conquistas e muitos estiveram ao meu lado nesta jornada, sendo que merecem meu agradecimento neste momento.

Agradeço a Deus, que me manteve vivo e iluminou o meu caminho e minhas escolhas. Aos meus pais, que são sem dúvida os maiores incentivadores da minha carreira. Além do todo apoio e força, sempre estão do meu lado a cada novo projeto que encaro. Agradeço aos companheiros do mestrado e doutorado, em especial, a Gabriela Bezerra e o Evandro Konzen que se tornaram não só grandes parceiros de estudos, mas amigos próximos. Ao Gabriel Wadik, um grande companheiro, as minhas amigas mineiras Camila e Ágatha, que mesmo com a distância estiveram próximas.

Aos professores Flávio Ziegelmann, Flávio Feijó, Sabino, Giácomo, Fabrício que muito acrescentaram na minha formação. Ao meu orientador Marcelo pelos ensinamentos, paciência e por acreditar no projeto. Ao meu coorientador e amigo Edilean, pelo companheirismo, atenção e pelos vários momentos que suas palavras deram luz e andamento ao trabalho. A Philip Liu, que cedeu a base dos códigos utilizados nesta dissertação. A Capes que possibilitou a viabilidade da minha estadia em Porto Alegre, cidade apaixonante, e a todos os outros envolvidos.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	7
2 MODELO MS-DSGE.....	10
2.1 FAMÍLIAS	10
2.2 FIRMAS	12
2.3 CONDIÇÕES INTERNACIONAIS	14
2.4 EQUILÍBRIO GERAL.....	14
2.5 APROXIMAÇÃO LOG-LINEAR DO MODELO	15
2.6 FORMA MATRICIAL.....	17
2.7 INTRODUZINDO REGIMES MARKOVIANOS	18
3 SOLUÇÃO E PROCEDIMENTOS DE ESTIMAÇÃO DO MODELO MS-DSGE	20
4 ANÁLISE DOS RESULTADOS	26
4.1 MODELO DE EXPECTATIVAS RACIONAIS INVARIANTE NO TEMPO	26
4.2 MODELO DE EXPECTATIVAS RACIONAIS COM MUDANÇA DE REGIME NAS VARIÂNCIAS	27
4.3 MODELO DE EXPECTATIVAS RACIONAIS COM MUDANÇA DE REGIME NA CURVA DE PHILLIPS.....	31
4.4 MODELO DE EXPECTATIVAS RACIONAIS COM MUDANÇA DE REGIME NA REGRA DE TAYLOR.....	33
4.5 COMPARAÇÃO DOS MODELOS.....	35
4.5 DINÂMICA DA ECONOMIA BRASILEIRA.....	36
5 CONCLUSÃO.....	40
REFERÊNCIAS	42

1 INTRODUÇÃO

O objetivo desta dissertação é avaliar o comportamento dos principais parâmetros da economia brasileira após o plano Real usando a abordagem dos modelos Markov *Switching-Dynamic Stochastic General Equilibrium* (MS-DSGE).

Os Modelos Dinâmicos Estocásticos de Equilíbrio Geral (DSGE) se tornaram uma ferramenta analítica padrão da análise macroeconômica. Os avanços obtidos em relação à primeira abordagem dos Ciclos Reais de Negócios incrementaram na modelagem uma capacidade cada vez maior de capturar as características das séries macroeconômicas. Teoricamente, novos aspectos têm sido adicionados aos modelos DSGE, tais como moeda, troca internacional, rigidez real e nominal de preços e salários e diversos choques. Isso tem permitido uma análise mais detalhada das relações entre variáveis agregadas e dos efeitos de políticas econômicas.

Na prática, o progresso teórico e empírico dos modelos DSGE tem ampliado o interesse dos bancos centrais neste tipo de modelagem, já que é necessário para as autoridades monetárias possuir uma ferramenta que possa dar suporte as suas decisões de política. Fukac e Pagan (2006) apresentaram a trajetória histórica da utilização dos modelos DSGE e destacaram o uso destes principalmente nos bancos centrais dos países desenvolvidos.

Os trabalhos realizados para o Brasil que estimaram modelos DSGE apresentam uma limitação importante: a suposição de que os parâmetros da economia brasileira são constantes¹.

No entanto, sabe-se que parâmetros relacionados às reações do banco central às variáveis-chave da macroeconomia, como inflação, produto ou taxa de câmbio, por exemplo, podem apresentar alterações ao longo do tempo. Para acompanhar isso, podem-se utilizar os modelos de mudança de regime de Markov em que é possível verificar possíveis alterações dos parâmetros de interesse. Porém, a utilização de modelos de Markov está limitada a modelos estruturais em sua forma reduzida.

Portanto, a junção das duas abordagens, modelos DSGE e mudanças de regime markovianas, que tem sido chamada na literatura como modelos Markov *Switching* DSGE (MS-DSGE), representa uma evolução na maneira de analisar modelos macroeconômicos por considerar variações de parâmetros ao longo do tempo dentro de um modelo mais complexo.

¹ Ver, por exemplo, Silveira (2008), Carvalho e Valli, (2010), Vereda e Cavalcanti (2010) e Castro *et al.* (2011).

Na literatura internacional, há vários trabalhos que tratam dos modelos MS-DSGE e das soluções dos modelos de expectativas racionais com mudança markoviana - MSRE². A discussão iniciou-se ao permitir instabilidades de parâmetros em modelos microfundamentados e evoluiu para a introdução de mudanças de regime markovianas em modelos DSGE.

As principais diferenças entre os trabalhos que consideram modelos MS-DSGE encontram-se nos parâmetros que os autores consideram variar de acordo com o processo markoviano, o modelo teórico básico e o método de solução.

Inicialmente, os trabalhos consideraram alterações sob regime de Markov apenas nos choques das volatilidades (JUSTINIANO; PRIMICERI, 2008). Posteriormente, ampliaram-se os interesses nos parâmetros relacionados à política monetária, como a meta de inflação (SCHORFHEIDE, 2005; IRELAND, 2007; LIU *et al.*, 2010), ou os parâmetros da regra de Taylor (BIANCHI, 2013; FOERSTER, 2013). Além dos já mencionados, outros parâmetros variando sob o regime de Markov em modelos DSGE foram estudados, tais como a taxa de crescimento tecnológico e rigidez de preços nominal, os parâmetros da curva de Phillips como o grau de indexação ou o efeito *pass-through* da taxa de câmbio ou apenas o parâmetro de rigidez dos preços³.

Em relação aos modelos teóricos que são utilizados para permitir que determinados parâmetros variem de acordo com um regime markoviano, destacam-se os principais modelos DSGE presentes na literatura como Lubik and Schorfheide (2004), Christiano, Eichenbaum e Evans (2005), Gali e Monacelli (2005), An e Schorfheide (2007), Smets e Wouters (2007) e Justiniano e Preston (2010), entre outros.

Sobre os métodos de solução dos modelos MS-DSGE, basicamente, os trabalhos empregaram o método proposto por Farmer *et al.* (2008) ou aquele sugerido por David e Leeper (2007), ou uma variação desses. Além disso, destaca-se que a grande maioria desses trabalhos utilizaram métodos bayesianos de estimação. Recentemente, Foerster *et al.* (2013) propuseram um novo método que utiliza perturbações para construir as aproximações das soluções dos modelos MS-DSGE.

De forma geral, os resultados têm sido positivos. Liu *et al.* (2011), ao testarem vários modelos com diferentes números de regime para a economia norte-americana, encontraram que modelos com regime markoviano são melhores que aqueles de parâmetros constantes.

² Ver, por exemplo, David e Leeper (2007), Farmer *et al.* (2008), Liu *et al.* (2011), Eo (2009), Cho (2011), Liu e Mumtaz (2011) e Bianchi (2012).

³ Ver, por exemplo, Eo (2009), Liu e Mumtaz (2011) e Chen e Macdonald (2012).

Além disso, os resultados foram melhores ao utilizar duas mudanças de regime. Liu e Mumtaz (2011) estimaram o primeiro modelo MS-DSGE de economia aberta para o Reino Unido obtendo resultados que mostraram a presença de profundas mudanças nos parâmetros.

Este trabalho contribui para a discussão das mudanças dos parâmetros da economia brasileira sendo o primeiro, até então, a utilizar o modelo DSGE com determinados parâmetros alterando através de regimes markovianos. Adicionalmente, a introdução das mudanças de regime está relacionada com o comportamento dos agentes, uma vez que estes estão cientes das possíveis mudanças de regime e esta informação é levada em consideração na formação das suas expectativas. Assim, a lei de movimento das variáveis de interesse depende não só dos parâmetros que são microfundamentados, mas também das crenças em relação aos regimes alternativos (BIANCHI, 2013).

Com base no modelo teórico apresentado por Liu e Mumtaz (2011) que utiliza o modelo de economia aberta de Justiniano e Preston (2010) e adotando o método proposto por Farmer *et al.* (2008), este trabalho adotará mudanças de regime em determinados parâmetros como os da regra de política monetária, a persistência inflacionária e para as volatilidades dos choques da economia brasileira após plano Real no período de 1996 a 2012. Espera-se que estes parâmetros não se mantiveram constantes ao longo do período analisado, dado as alterações que ocorreram na economia brasileira, tais como a adoção da política de regime de metas inflacionárias, alterações na presidência do Banco Central do Brasil e do governo.

A partir da estimação de quatro modelos: invariante no tempo; com mudança de regimes apenas nas volatilidades; mudanças de regime nos parâmetros da curva de Phillips e nas volatilidades; e mudanças de regime nos parâmetros da regra de Taylor e nas volatilidades, este trabalho encontrou que os modelos com mudança de regimes foram superiores ao modelo invariante no tempo. Em especial, o modelo que considera regimes markovianos na regra de política monetária e nas volatilidades dos choques externos apresentou o melhor ajuste. Assim, a hipótese de parâmetros constantes para a economia brasileira no período analisado foi rejeitada.

Esta dissertação está dividida da seguinte forma, além desta introdução: o capítulo 2 apresenta o modelo DSGE considerado neste trabalho introduzindo em sua estrutura os regimes markovianos; o capítulo 3 aborda o método de solução e estimação do modelo MS-DSGE; o capítulo 4 apresenta a análise dos resultados obtidos; e, por fim, o capítulo 5 encerra esta dissertação com as conclusões.

2 MODELO MS-DSGE

Baseado em Gali e Monacelli (2005) e Monacelli (2005), Justiniano e Preston (2010) introduziram importantes características nos modelos DSGE para uma economia aberta e pequena, tais como mercado de ativos incompleto, formação de hábito e indexação de preços para inflação passada. Apresenta-se a seguir as derivações das equações chaves do modelo de Justiniano e Preston (2010).

2.1 FAMÍLIAS

As famílias buscam maximizar

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \tilde{\varepsilon}_{g,t} \left[\frac{(C_t - H_t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right]$$

onde E é o operador de esperança; $0 < \beta < 1$ é a taxa intertemporal de desconto; N_t é o trabalho; $H_t \equiv hC_{t-1}$ representa a formação de hábito tomado como exógeno pela família; $0 < h < 1$ é o grau de persistência do hábito; $\sigma, \varphi > 0$ são o inverso da elasticidade intertemporal de substituição e da oferta de trabalho, respectivamente; $\tilde{\varepsilon}_{g,t}$ é o choque da preferência; e C_t é um índice de consumo composto:

$$C_t = \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

onde α é a participação de mercadorias externas na cesta de consumo doméstica ou o grau de abertura da economia; $\eta > 0$ é a elasticidade de substituição entre bens domésticos e externos; e $C_{H,t}$ e $C_{F,t}$ são agregados, na forma Dixit-Stiglitz, dos bens produzidos na economia doméstica e externa, respectivamente, dados por:

$$C_{H,t} = \left[\int_0^1 C_{H,t}(i)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad C_{F,t} = \left[\int_0^1 C_{F,t}(i)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

onde $\varepsilon > 1$ é a elasticidade de substituição entre os diferentes tipos de bens domésticos ou externos.

Assumindo que os únicos ativos da economia são os títulos domésticos e externos e que estes estão disponíveis apenas por um período, tem-se o seguinte fluxo de restrição orçamentária:

$$P_t C_t + D_t + \tilde{e}_t B_t = D_{t-1}(1 + \tilde{r}_{t-1}) + \tilde{e}_t B_{t-1}(1 + \tilde{r}_{t-1}^*) \phi(A_t) + W_t N_t + \Pi_{H,t} + \Pi_{F,t} + T_t$$

para todo $t > 0$, onde P_t é o índice de preços doméstico; D_t são os títulos domésticos da família em um período; \tilde{e}_t é a taxa de câmbio nominal; B_t são os títulos externos da família; \tilde{r}_t e \tilde{r}_t^* são as taxas de juros associadas aos títulos domésticos e externos, respectivamente; W_t são os salários recebidos pelo trabalho oferecido; $\Pi_{H,t}$ e $\Pi_{F,t}$ são os lucros originados na participação das famílias em firmas domésticas e externas, respectivamente; T_t são as transferências e os impostos lump-sum. A função $\phi(\cdot)$ pode ser expressa da seguinte forma:

$$\phi_t = \exp[-\chi(A_t + \tilde{\phi}_t)]$$

onde

$$A_t \equiv \frac{\tilde{e}_{t-1} B_{t-1}}{\bar{Y} P_{t-1}}$$

sendo que ϕ_t é o prêmio da taxa de juros da dívida, A_t é a quantidade real da dívida externa expressa em termos da moeda nacional como uma fração da produção no estado estacionário, $\tilde{\phi}_t$ é o choque de prêmio de risco e χ é a elasticidade dívida em relação ao prêmio da taxa de juros. Segundo Justiniano e Preston (2010), a escolha desta forma funcional esta relacionada à garantia da estacionaridade do nível de dívida ao utilizar uma aproximação log-linear para o modelo.

Além disso, está implícita na restrição orçamentária a suposição de que todas as famílias na economia doméstica recebem uma fração igual de ambos os tipos de firmas. Dessa forma, a renda nominal em cada período é $W_t N_t + \Pi_{H,t} + \Pi_{F,t}$ que em equilíbrio é igual a $P_{H,t} Y_{H,t} + (P_{F,t} - \tilde{e}_t P_t^*) C_{F,t}$ para todas as famílias. Essa mesma hipótese também garante que as famílias enfrentam problemas de decisão idênticos e, portanto, escolhem planos estado-contingentes idênticos para consumo. Ao descartar este pressuposto, que impõe mercados completos dentro da economia doméstica, a análise exige a modelagem da distribuição da riqueza dos agentes.

Desta forma, o problema de otimização das famílias requer a alocação de gastos em todos os tipos de produtos nacionais e estrangeiros, tanto intratemporalmente quanto intertemporalmente. Isso gera o seguinte conjunto de condições de otimalidade expresso através da demanda para cada categoria de bem de consumo:

$$C_{H,t}(i) = (P_{H,t}(i)/P_{H,t})^{-\theta} C_{H,t}$$

$$C_{F,t}(i) = (P_{F,t}(i)/P_{F,t})^{-\theta} C_{F,t}$$

para todo i , com índices de preços agregados associados às cestas de consumo interno e externo dados por $P_{H,t}$ e $P_{F,t}$, respectivamente. A alocação ótima de despesas em bens nacionais e estrangeiros implica nas seguintes funções de demanda:

$$\begin{aligned} C_{H,t} &= (1 - \alpha)(P_{H,t}/P_t)^{-\eta} C_t \\ C_{F,t} &= \alpha(P_{F,t}/P_t)^{-\eta} C_t \end{aligned} \quad (1)$$

onde $P_t = [(1 - \alpha)P_{H,t}^{1-\eta} + \alpha P_{F,t}^{1-\eta}]^{\frac{1}{1-\eta}}$ é o índice de preços ao consumidor. A alocação de gastos com a cesta de consumo agregada e a oferta de trabalho ótima satisfazem as condições:

$$\lambda_t = \tilde{\varepsilon}_{g,t}(C_t - H_t)^{-1/\sigma} \quad (2)$$

$$\lambda_t = \tilde{\varepsilon}_{g,t} P_t N_t^\varphi / W_t \quad (3)$$

onde λ_t é o multiplicador de Lagrange. Por fim, a alocação da carteira é determinada pelas seguintes condições de otimalidade:

$$\lambda_t \tilde{e}_t P_t = E_t[(1 + \tilde{r}_t^*)\beta \phi_{t+1} \lambda_{t+1} \tilde{e}_{t+1} P_{t+1}] \quad (4)$$

$$\lambda_t P_t = E_t[(1 + \tilde{r}_t)\beta \lambda_{t+1} P_{t+1}] \quad (5)$$

A condição (5) quando combinada com (2) resulta na tradicional equação de Euler para o consumo.

2.2 FIRMAS

Considera-se que existe um contínuo de firmas domésticas monopolisticamente competitivas produzindo bens diferenciados. Assume-se que o ajuste de preços é do tipo Calvo (1983), de forma que permita a indexação para a inflação dos preços dos bens domésticos. Assim, em algum período t , uma fração $(1 - \theta_H)$ de firmas ajustam seus preços otimamente, enquanto uma fração $0 < \theta_H < 1$ dos preços dos bens são ajustados de acordo com a seguinte regra de indexação:

$$\log P_{H,i}(t) = \log P_{H,t-1}(i) + \delta_H \pi_{H,t-1} \quad (6)$$

onde $0 < \delta_H < 1$ mede o grau de indexação em relação a taxa de inflação do período anterior e $\pi_{H,t} = \log(P_{H,t}/P_{H,t-1})$. Ao considerar que todas as firmas possuam oportunidade de reestabelecer seus preços no período t , estas ajustarão um preço comum ($P'_{H,t}$) dado o mesmo problema de decisão que as firmas enfrentam. Portanto, o índice de preço agregado Dixit-Stiglitz será expresso pela relação:

$$P_{H,t} = \left[(1 - \theta_H) P'_{H,t}{}^{(1-\varepsilon)} + \theta_H \left(P_{H,t-1} \left(\frac{P_{H,t-1}}{P_{H,t-2}} \right)^{\delta_H} \right)^{1-\varepsilon} \right]^{1/(1-\varepsilon)} \quad (7)$$

As firmas ajustam os preços no período t dado a curva de demanda:

$$y_{H,T}(i) = \left(\frac{P_{H,t}(i)}{P_{H,T}} \cdot \left(\frac{P_{H,T-1}}{P_{H,t-1}} \right)^{\delta_H} \right)^{-\varepsilon} (C_{H,T} + C_{H,T}^*) \quad (8)$$

para todo t .

O bem i é produzido usando um único fator trabalho $N_t(i)$ de acordo com a relação $y_{H,T}(i) = \tilde{\varepsilon}_{a,t} N_t(i)$ onde $\tilde{\varepsilon}_{a,t}$ é um choque tecnológico exógeno.

O problema de ajuste dos preços das firmas no período t é maximizar o valor presente dos lucros esperados.

$$E_t \sum_{T=t}^{\infty} \theta_H^{T-t} Q_{t,T} y_{H,T}(i) \left[P_{H,t}(i) \left(\frac{P_{H,T-1}}{P_{H,t-1}} \right)^{\delta_H} - P_{H,t} MC_T \right]$$

onde $MC_T = W_T / (P_{H,T} \tilde{\varepsilon}_{a,t})$ é a função de custo marginal para cada firma. Assume-se um mercado de fatores homogêneos que está sujeito à curva de demanda dada pela Eq.8. O fator θ_H^{T-t} na função objetivo das firmas é a probabilidade que a firma não ajustará seu preço nos próximos $(T - t)$ períodos. O problema de otimização das firmas implicam na seguinte condição de primeira ordem:

$$E_t \sum_{T=t}^{\infty} \theta_H^{T-t} Q_{t,T} y_{H,T}(i) \left[P_{H,t}(i) \left(\frac{P_{H,T-1}}{P_{H,t-1}} \right)^{\delta_H} - \frac{\theta_H}{\theta_H - 1} P_{H,t} MC_T \right] = 0 \quad (9)$$

As firmas varejistas importam bens externos diferenciados para que a lei do preço único se sustente. Para determinar o preço doméstico corrente dos bens importados, as firmas são assumidas para serem monopolisticamente competitivas. Este pequeno grau de poder sobre os preços leva a violação da lei do preço único no curto prazo.

Estas firmas importadoras ainda consideram o problema de ajuste dos preços *à la* Calvo (1983) de forma que permita a indexação da inflação passada. Assim, em algum período t , uma fração $(1 - \theta_F)$ de firmas ajustam seus preços otimamente, enquanto uma fração $0 < \theta_F < 1$ dos preços dos bens é ajustada de acordo com uma regra de indexação análoga a Eq.6. Consequentemente, o índice de preço agregado Dixit-Stiglitz é expresso pela seguinte relação:

$$P_{F,t} = \left[(1 - \theta_F) P_{F,t}'^{(1-\varepsilon)} + \theta_F \left(P_{F,t-1} \left(\frac{P_{F,t-1}}{P_{F,t-2}} \right)^{\delta_F} \right)^{1-\varepsilon} \right]^{1/(1-\varepsilon)} \quad (10)$$

As firmas importadoras ajustam os preços no período t dado a curva de demanda:

$$C_{F,T}(i) = \left(\frac{P_{F,t}(i)}{P_{F,T}} \cdot \left(\frac{P_{F,T-1}}{P_{F,t-1}} \right)^{\delta_F} \right)^{-\varepsilon} C_{F,T} \quad (11)$$

para todo t e tomando preços agregados e cestas de consumo como paramétricas. O problema de ajuste dos preços das firmas no período t é maximizar o valor presente dos lucros esperados.

$$E_t \sum_{T=t}^{\infty} \theta_F^{T-t} Q_{t,T} C_{F,T}(i) \left[P_{F,t}(i) \left(\frac{P_{F,T-1}}{P_{F,t-1}} \right)^{\delta_F} - \tilde{e}_T P_{F,T}^*(i) \right]$$

sujeito a curva de demanda, (Eq. 11). O fator θ_F^{T-t} na função objetivo das firmas é a probabilidade que a firma não ajustará seu preço nos próximos $(T - t)$ períodos. O problema de otimização das firmas importadoras apresenta a seguinte condição de primeira ordem:

$$E_t \sum_{T=t}^{\infty} \theta_F^{T-t} Q_{t,T} \left[P_{F,t}(i) \left(\frac{P_{F,T-1}}{P_{F,t-1}} \right)^{\delta_F} - \frac{\theta_F}{\theta_F - 1} \tilde{e}_T P_{F,T}^*(i) \right] = 0$$

2.3 CONDIÇÕES INTERNACIONAIS

Em relação às condições de apreçamento dos ativos que determinam os investimentos em títulos, tem-se a condição da paridade descoberta da taxa de juros.

$$E_t \lambda_{t+1} P_{t+1} [(1 + \tilde{r}_t) - (1 + \tilde{r}_t^*)(\tilde{e}_{t+1}/\tilde{e}_t)\phi_{t+1}] = 0 \quad (12)$$

que desempenha uma restrição sobre os movimentos relativos das taxas de juros doméstica e externa, e também das alterações na taxa de câmbio nominal.

A taxa de câmbio real é definida como $\tilde{q}_t \equiv \tilde{e}_t P_t^*/P_t$. Como $P_t^* = P_{F,t}^*$, tem-se $\tilde{\Psi}_{F,t} \equiv \tilde{e}_t P_t^*/P_{F,t} \neq 1$, que, de acordo com Monaceli (2005), define-se como o gap da lei do preço único.

2.4 EQUILÍBRIO GERAL

O equilíbrio no mercado de bens na economia doméstica requer

$$Y_{H,t} = C_{H,t} + C_{H,t}^* \quad (13)$$

O modelo assume que a demanda externa por bens produzidos domesticamente é especificada da seguinte forma:

$$C_{H,t}^* = \left(\frac{P_{H,t}^*}{P^*} \right)^{-\lambda} Y_t^*$$

onde $\lambda > 0$. Esta função demanda é padrão em modelos de economia aberta e pequena. A dívida doméstica é assumida ser zero, assim $D_t = 0$ para todo t .

A análise considera um equilíbrio simétrico em que todos os produtores escolhem preços no período t ajustam um comum preço $P_{H,t}$. Similarmente, todos os produtores varejistas escolhem um comum preço $P_{F,t}$. Por fim, assume-se que as famílias possuem riqueza inicial idêntica, de forma que a cada período tenha a mesma restrição orçamentária para tomar as decisões de consumo e carteira que são idênticas.

Finalmente, a política monetária é assumida ser conduzida de acordo com regra de Taylor. Política fiscal é especificada como uma política de dívidas zero, com taxas iguais para o subsídio requerido para eliminar a distorção do estado estacionário introduzido pela competição imperfeita no mercado de bens domésticos e importados.

2.5 APROXIMAÇÃO LOG-LINEAR DO MODELO

A literatura empírica emprega a aproximação log-linear das condições de otimalidade do modelo em torno de um estado estacionário não estocástico. Apresenta-se a seguir as equações que surgem desta análise. Todas as variáveis são interpretadas como o logaritmo dos desvios dos seus respectivos valores de estado estacionário. O modelo de Justiniano e Preston (2010) está apresentado a seguir de acordo com o trabalho de Liu e Mumtaz (2011).

A equação de Euler na forma log-linear, obtida do problema de maximização intertemporal das famílias, é expressa por:

$$(1 + h)c_t = hc_{t-1} + E_t c_{t+1} - \frac{1-h}{\sigma}(r_t - E_t \pi_{t+1}) + \frac{1-h}{\sigma}(\epsilon_{g,t} - \rho_g \epsilon_{g,t}) \quad (14)$$

onde o log do consumo corrente (c_t) depende do consumo no período $t - 1$, da expectativa do consumo futuro ($E_t c_{t+1}$) e da taxa de juros real ($r_t - E_t \pi_{t+1}$). O parâmetro h é o grau de persistência do hábito, σ é o inverso da elasticidade de substituição intertemporal e $\epsilon_{g,t}$ é o choque de preferência. A aproximação log-linear da condição de equilíbrio do mercado de bens é dada por:

$$y_t = (1 - \alpha)c_t + \alpha[\eta(s_t + q_t) + y_t^*] \quad (15)$$

onde y_t é o produto doméstico, s_t denota os termos de troca, q_t é a taxa de câmbio real e y_t^* é o produto externo. A Eq.2 mostra que o produto doméstico é a soma do consumo doméstico com as exportações para o resto do mundo, sendo que o parâmetro α representa o grau de abertura da economia e η é a elasticidade de substituição entre os bens domésticos e importados. A Lei do Preço Único é dada por:

$$\psi_{F,t} = q_t - (1 - \alpha)s_t \quad (16)$$

onde $\psi_{F,t}$ é o desvio da Lei de Preço Único. Os termos de troca são dados por $s_t = p_{F,t} - p_{H,t}$. Isso implica que:

$$s_t - s_{t-1} = \pi_{F,t} - \pi_{H,t} \quad (17)$$

onde $\pi_{F,t}$ é a inflação dos preços dos bens importados e $\pi_{H,t}$ é a inflação de preços dos bens domésticos. Assim, o consumo doméstico de equilíbrio depende do produto doméstico e de três fontes de distúrbio externo: os termos de troca, desvio da lei de preço único e produto externo.

A relação entre a taxa de câmbio real e os termos de troca pode ser representada pela equação:

$$\begin{aligned} q_t &= e_t + p_t^* - p_t = \psi_{F,t} + (1 - \alpha)s_t & \text{ou} \\ \Delta e_t &= q_t - q_{t-1} + \pi_t - \pi_t^* \end{aligned} \quad (18)$$

A curva de Phillips para a inflação dos preços domésticos é dada pela seguinte equação:

$$(1 + \beta\delta_H)\pi_{H,t} = \delta_H\pi_{H,t-1} + \beta E_t\pi_{H,t+1} + \frac{(1 - \theta_H)(1 - \theta_H\beta)}{\theta_H} mc_t \quad (19)$$

onde $mc_t = \varphi y_t - (1 + \varphi)\epsilon_{a,t} + \alpha s_t + \sigma(1 - h)^{-1}(c_t - hc_{t-1})$ é a função de custo marginal real de cada firma, $\epsilon_{a,t}$ é o choque tecnológico, β é a taxa de desconto intertemporal, δ_H mede o grau de indexação, θ_H é a fração de firmas que não ajustam seus preços a cada período e φ é o inverso da elasticidade da oferta de trabalho. Assim, a inflação de preço doméstico depende da inflação passada ($\pi_{H,t-1}$) e de sua expectativa ($E_t\pi_{H,t+1}$) para o próximo período, e do custo marginal corrente (mc_t).

A curva de Phillips para a inflação de preços dos importados é dada por:

$$(1 + \beta\delta_F)\pi_{F,t} = \delta_F\pi_{F,t-1} + \beta E_t\pi_{F,t+1} + \frac{(1 - \theta_F)(1 - \theta_F\beta)}{\theta_F} \psi_{F,t} + \epsilon_{cp,t} \quad (20)$$

Similar à Eq.19, a Eq.20 incorpora os desvios da lei de preço único (Eq.16) para os bens importados, dado a hipótese de que os varejistas importadores atuam em competição monopolística. Além disso, considera-se um choque exógeno *cost-push* ($\epsilon_{cp,t}$) que captura as variações ineficientes nos *mark-ups*.

A inflação corrente relaciona com a inflação de preços domésticos e de preços dos importados da seguinte forma:

$$\pi_t = (1 - \alpha)\pi_{H,t} + \alpha\pi_{F,t} \quad (21)$$

A condição da paridade descoberta da taxa de juros é dada pela Eq.22:

$$E_t(q_{t+1} - q_{t+1}) = (r_t - E_t\pi_t) - (r_t^* - E_t\pi_{t+1}^*) + \chi a_t - \epsilon_{\phi,t} \quad (22)$$

onde a_t é o nível de posição de ativos externos, χ é a elasticidade dívida em relação ao prêmio da taxa de juros e $\epsilon_{\phi,t}$ é o choque do prêmio de risco. O fluxo de restrição orçamentária dos ativos pode ser representado por

$$c_t + a_t = \frac{1}{\beta} a_{t-1} - \alpha(q_t + \alpha s_t) + y_t \quad (23)$$

Por fim, assume-se que a política monetária é expressa por uma regra de Taylor. Através da taxa de juros, o banco central responde aos movimentos da taxa de inflação e do produto. Adicionalmente, permite-se a possibilidade da resposta do banco central a depreciação da taxa de câmbio nominal. Assim, a regra de taxa de juros é dada por:

$$r_t = \rho_r r_{t-1} + (1 - \rho_r)[\lambda_1 \pi_t + \lambda_2 y_t + \lambda_3 \Delta e_t] + \sigma_m \epsilon_{m,t} \quad (24)$$

A Eq.24 mostra que a taxa de juros nominal responde a taxa de juros passada, a inflação corrente, ao produto, a mudança na taxa de câmbio nominal e a um choque da taxa de juros ou, de forma geral, um choque de política monetária ($\epsilon_{m,t}$). O parâmetro $0 < \rho_r < 1$ representa o grau de suavização da taxa de juros, e λ_1 , λ_2 e $\lambda_3 \geq 0$ são os coeficientes de reação da inflação, do produto e da mudança no câmbio, respectivamente. O choque $\epsilon_{m,t}$ pode ser interpretado como o componente não sistemático da política monetária.

Dessa forma, o modelo contém 22 variáveis (X_t) incluindo quatro termos de expectativas. Os processos exógenos do modelo (Z_t) são: choque de preferências ($\epsilon_{g,t}$); choque tecnológico ($\epsilon_{a,t}$); choque *cost-push* ($\epsilon_{cp,t}$); choque do prêmio de risco ($\epsilon_{\phi,t}$); choque de política monetária ($\epsilon_{m,t}$); choque do produto externo ($\epsilon_{y^*,t}$); choque da inflação externa ($\epsilon_{\pi^*,t}$); e choque da taxa de juros externa ($\epsilon_{r^*,t}$). Considera-se que todos os distúrbios assumem processos independentes AR (1), com exceção do ($\epsilon_{m,t}$) que segue um processo i.i.d. Assim, tem-se que:

$$\begin{aligned} \epsilon_{j,t} &= \rho_j \epsilon_{j,t-1} + \sigma_j \eta_{j,t} \text{ para } j = g, a, cp \text{ e } \phi \\ v_t &= \rho_v v_{j,t-1} + \sigma_v \eta_{v,t} \text{ para } v = y^*, \pi^* \text{ e } r^* \end{aligned} \quad (25)$$

2.6 FORMA MATRICIAL

Reescrevendo o modelo DSGE na forma matricial, tem-se:

$$\Gamma_0 X_{t+1} = \Gamma_1 X_t + \Psi Z_t + \Pi \eta_t \quad (26)$$

onde X é o vetor $n \times 1$ das variáveis endógenas do modelo, Z é o vetor dos processos exógenos ($k \times 1$) e η_t os distúrbios ($\ell \times 1$). Γ_0 , Γ_1 , Ψ e Π são matrizes com os parâmetros do modelo.

Da maneira pela qual o modelo está representado na Eq.26, com todos os parâmetros constantes, pode-se resolver o modelo com os algoritmos de expectativas racionais, tal como o método de solução Gensys proposto por Sims (2001). Ressalta-se que a solução será determinada (única solução), indeterminada (múltiplas soluções) ou explosiva (sem solução) dada algumas condições sobre as matrizes Γ_0 , Γ_1 , Ψ e Π . A existência de uma única solução requer que o choque endógeno η_t seja ajustado todo período para manter o sistema em um subespaço linear para que as soluções se mantenham limitadas, e isto depende das propriedades das matrizes Ψ e Π , bem como dos autovalores generalizados das matrizes Γ_0 e Γ_1 . Este método retorna a seguinte solução única:

$$X_t = G(\Phi)X_{t-1} + AZ_t \quad (27)$$

onde Φ representa os parâmetros do modelo. Combinando a Eq.27 com uma equação de observação na forma

$$Y_t = HX_t \quad (28)$$

onde Y_t é um vetor contendo os dados observados e H é a matriz de carregamento. Neste caso, o algoritmo do filtro de Kalman pode ser usado para avaliar a função de verossimilhança e estimar os parâmetros do modelo. No entanto, tem-se o interesse de considerar determinados parâmetros do modelo variar ao longo de tempo de acordo de regime de Markov.

2.7. INTRODUZINDO REGIMES MARKOVIANOS

Conforme apresenta Liu and Mumtaz (2011), para especificar o modelo DSGE com Markov Switching, considera-se que o vetor de parâmetros Φ seja dividido em três blocos:

$$\Phi = \{\Phi^S; \Sigma^s; \bar{\Phi}\},$$

onde Φ^S é o bloco dos parâmetros sujeitos às mudanças de regime, Σ^s é o bloco das variâncias das volatilidades das mudanças de regime e $\bar{\Phi}$ contém os parâmetros invariantes no tempo. Os sobrescritos S e s representam duas variáveis de estado. O sobrescrito S denota o regime não observado associado com os parâmetros sujeitos a mudança de regime e assume valores discretos $S = 1, 2$. Já o sobrescrito s está associado com as volatilidades, também assume valores discretos $s = 1, 2$ e é independente de S .

Assume-se que tanto S quanto s seguem uma cadeia de Markov de primeira ordem com a seguinte matriz de transição:

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} \text{ e } Q = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{pmatrix}$$

onde $P_{ij} = p(S_t = j | S_{t-1} = i)$ e $Q_{ij} = p(s_t = j | s_{t-1} = i)$. Entende-se por P_{ij} a probabilidade de estar no regime j no período t dado que no período anterior estava-se no regime i . A análise de Q_{ij} é a mesma, porém para as volatilidades.

O modelo MS-DSGE para o regime S pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{0,1}^S \\ \Gamma_{0,2} \end{pmatrix} X_{t+1} = \begin{pmatrix} \Gamma_{1,1}^S \\ \Gamma_{1,2} \end{pmatrix} X_t + \begin{pmatrix} \Psi_1^S \\ 0 \end{pmatrix} Z_t + \begin{pmatrix} 0 \\ \Pi \end{pmatrix} \eta_t \quad (29)$$

Para exemplificar, a Eq. 24 que apresenta a regra de Taylor sob o regime S e s é dado por:

$$r_{St} = \rho_{rS} r_{t-1} + (1 - \rho_{rS}) [\lambda_{S1} \pi_t + \lambda_{S2} y_t + \lambda_{S3} \Delta e_t] + \sigma_{ms} \epsilon_{ms,t} \quad (24')$$

Outro exemplo é a equação de Euler para o consumo sob o regime s :

$$(1 + h)c_t = hc_{t-1} + E_t c_{t+1} - \frac{1-h}{\sigma} (i_t - E_t \pi_{t+1}) + \frac{1-h}{\sigma} (\epsilon_{gs,t} - \rho_{gs} \epsilon_{gs,t}) \quad (14')$$

onde $\epsilon_{gs,t} = \rho_{gs} \epsilon_{gs,t-1} + \sigma_{gs} \eta_{gs,t}$ que com $s = 1, 2$, $\sigma_{g1} > \sigma_{g2}$.

3 SOLUÇÃO E PROCEDIMENTOS DE ESTIMAÇÃO DO MODELO MS-DSGE

Farmer *et al.* (2008) propuseram um método para resolver o modelo representado na Eq.29. A opção por este método deve-se a dois fatores: eficiência computacional, de forma geral o algoritmo converge de forma rápida e; existência de condições necessárias para estabelecer a existência da solução⁴. O procedimento de solução proposto permite reescrever o modelo MS-DSGE como um modelo de parâmetros fixos em um vetor de estado expandido:

$$\bar{\Gamma}_0 \bar{X}_{t+1} = \bar{\Gamma}_1 \bar{X}_t + \bar{Y} u_t + \bar{\Pi} \eta_t \quad (30)$$

onde

$$\bar{\Gamma}_0 = \begin{pmatrix} \text{diag}(\Gamma_{0,1}^1, \Gamma_{0,1}^2) \\ \Gamma_{0,2} \\ \Phi \end{pmatrix}, \bar{\Gamma}_1 = \begin{pmatrix} \text{diag}(\Gamma_{1,1}^1, \Gamma_{1,1}^2) \\ \Gamma_{1,2} \\ 0 \end{pmatrix}, \bar{Y} = \begin{pmatrix} I & \text{diag}(\Psi_1^1, \Psi_1^2) \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\bar{\Pi} = \begin{pmatrix} 0 \\ \Pi \\ 0 \end{pmatrix}, \Phi = e_2 \otimes \Phi_{S=2}$$

As matrizes de parâmetros $\bar{\Gamma}_0$, $\bar{\Gamma}_1$, \bar{Y} e $\bar{\Pi}$ são funções dos parâmetros e das probabilidades de transição. O vetor de estado expandido \bar{X}_t é definido como:

$$\bar{X}_t = \begin{pmatrix} X_t^{S=1} \\ X_t^{S=2} \end{pmatrix} \quad (31)$$

Os choques u_t são:

$$u_t = \begin{pmatrix} \Xi^S (e_{S_{t-1}} \otimes (1 \otimes I)) \bar{X}_{t-1} \\ e_{S_t} \otimes Z_t \end{pmatrix} \quad (32)$$

onde $\Xi^S = (\text{diag}[\Gamma_{1,1}^1, \Gamma_{1,1}^2]) \times ((e_i 1' - P) \otimes I)$, $e_i, i = 1, 2$ é a i -ésima coluna da matriz identidade. De acordo com Farmer *et al.* (2008), a Eq.32 contém dois tipos de choques. O primeiro bloco, representado pelo primeiro elemento de u_t , são os choques das mudanças markovianas. O segundo bloco, segundo elemento de u_t , são os choques das equações estruturais. Além disso, os autores supracitados mostraram que os dois tipos de choques possuem média zero.

A solução para o modelo Markov-Switching, definida por Farmer *et al.* (2008), é representada como um processo estocástico $\{x_t, \eta_t\}_{t=1}^{\infty}$ de tal modo que:

1. η_t satisfaz a propriedade $E_{t-1}(\eta_t) = 0$;
2. x_t é limitado na expectativa $\|E_t(x_{t+s})\| < M_t$ para todo $s > 0$;
3. $\{x_t, \eta_t\}$ satisfaz a Eq.29.

⁴ Para métodos alternativos ver David e Leeper (2007), Svensson and Williams (2007) e Bikbov (2013).

Estas condições podem ser satisfeitas por um amplo conjunto de soluções fundamentais e não fundamentais (também conhecidas como *sunspot* ou *bubble*). No entanto, Farmer *et al.* (2008) focam nas soluções fundamentais ou, seguindo a nomenclatura dos autores, soluções de variável de estado mínimo (MSV) que, diferente das soluções fundamentais, possuem um número finito e dependem somente das variáveis de estado (CHO e MORENO, 2011). Adicionalmente, os autores provaram que a solução MSV do sistema representado na Eq. 30 resolve o modelo da Eq.29, ou seja, a solução MSV do modelo de parâmetros fixos em vetor de estado expandido também é solução para o modelo MS-DSGE.

No caso, a matriz Φ desempenha um relevante papel para a definição da solução MSV. Para garantir que o processo estocástico $\{x_t, \eta_t\}_{t=1}^{\infty}$ seja limitado, a solução deve estar em um subespaço linear. Para que isso ocorra, Farmer *et al.* (2008) definem uma matriz z tal que $z'X_t = 0$. Dessa forma a matriz z garante que as restrições são impostas sobre $X_t^{S=1}$ quando ocorre o regime 1, enquanto a definição da Eq.29 assegura que $X_t^{S=2} = 0$ quando o regime 1 ocorre.

A definição da matriz Φ para impor as restrições é realizada da seguinte forma: primeiro, inicia-se com um valor inicial para $\Phi_{S=2}(\Phi_{S=2}^0)$ e defini-se as matrizes $\bar{\Gamma}_0^0$ e $\bar{\Gamma}_1$, sendo que o sobrescrito refere-se as etapas do procedimento de iteração; segundo, computa-se a decomposição QZ de $\{\bar{\Gamma}_0^0, \bar{\Gamma}_1\}$: $Q^0 T^0 Z^0 = \bar{\Gamma}_1$ e $Q^0 S^0 Z^0 = \bar{\Gamma}_0^0$; terceiro, ordena-se as matrizes T^0 e S^0 tal que a taxa de elementos na diagonal (T_{ii}^0/S_{ii}^0) seja reorganizada em ordem crescente, no caso, $T_{ii}^0/S_{ii}^0 < 1$ para $1 < q$ e $T_{ii}^0/S_{ii}^0 > 1$ quando $1 > q$, sendo que q é um número inteiro; quarto, se z_u é formado pelas últimas $np - p$ linhas de $Z^0 = \{z_1, z_2\}$, configura-se $\Phi_{S=2}^1 = z_2$ e repete até convergir.

Caso o processo de iterações convirja, significa que a solução da Eq.30 é a solução do modelo original – Eq.29. Aplica-se *Gensys* para verificar a existência, unicidade e também computar a solução da Eq.28. Se existir solução única, esta solução pode ser reescrita na forma de um Markov *Switching* VAR (MS-VAR):

$$X_t = G^S X_{t-1} + A^S Z_t \quad (33)$$

Combinando a Eq.33 com uma equação de observações (Eq.15), tem-se um modelo em espaço de estados com Markov *Switching*:

$$\begin{aligned} X_t &= G^S X_{t-1} + A^S Z_t \\ Y_t &= H X_t \end{aligned} \quad (34)$$

onde $Z_t \sim N(0, Q^S)$ e os estados de Markov S e s são independentes com as matrizes de transição P e Q , respectivamente.

Assim, tem-se que o método de solução apresentado por Farmer *et al.* (2008) permite reescrever o modelo MS-DSGE como um modelo de parâmetros fixos em um vetor de estado expandido, conforme apresentado pela Eq.30. A solução de variável de estado mínimo (MSV) não só atende a definição da solução para os modelos, mas também pode ser reescrita na forma de um VAR com mudança de regime markoviana (MS-VAR). Aliando essa solução a uma equação de observações, tem-se um modelo em espaço de estados com Markov-*Switching*, expresso pela Eq. 34. Discute-se a seguir a estimação deste modelo.

O modelo em espaço de estados com Markov-*Switching* possui estados não observados X_t e também estados de Markov não observados. A presença desses dois grupos de variáveis não observáveis implica que o filtro de Kalman padrão não pode ser aplicado, dado que não será possível fornecer a inferência X_t e calcular as probabilidades de transição ao mesmo tempo. Porém, com os estados de Markov não observados, a inferência pode ser condicionada aos valores atuais e passados de S e s . Conforme Kim e Nelson (1999), cada iteração do filtro implica que o número de casos considerados aumenta em M , sendo M o número de regimes. Isso faz com que o problema de encontrar a solução do modelo seja computacionalmente intensivo.

Diante disso, Kim e Nelson (1999) propuseram uma aproximação para tornar o filtro mais operacional. Esta aproximação faz que um número limitado de estados seja transportado nas iterações em cada período e "colapsado" no final de cada iteração. Para aplicar a aproximação, define-se uma nova variável de estado, S_t^* , que indexa tanto S_t quanto s_t e tem uma matriz de transição dada por $P^* = P \otimes Q$, onde \otimes representa o produto de Kronecker. Segundo Kim e Nelson (1999), podem-se rastrear S_t^* , S_{t-1}^* e S_{t-2}^* , o que implica que existem $4^3 = 64$ caminhos possíveis para as variáveis de estado em cada ponto do tempo. De forma intuitiva, o algoritmo de Kim e Nelson (1999) executa o filtro de Kalman para cada um dos caminhos e, em seguida, tem-se uma média ponderada utilizando os pesos dados pelas probabilidades de cada caminho.

Adota-se a abordagem bayesiana para estimar o modelo seguindo duas etapas. A primeira delas combina-se a função de verossimilhança, obtida pelo algoritmo de Kim e Nelson (1999), com as distribuições *a priori* para os parâmetros. Usa-se uma combinação de maximizadores numéricos para encontrar a moda da posteriori aproximada. Nesse caso, os valores iniciais são refinados através do algoritmo simplex e empregados na rotina de otimização CSMINWEL, proposta por Christopher Sims. A moda da posteriori é usada como valor inicial para o algoritmo de *Metropolis Hastings* com 100.000 iterações. A segunda etapa

consiste em empregar a média e a variância das últimas 1.000 iterações da primeira etapa para iniciar o *Metropolis Hastings* principal. Essa etapa é realizada com 200.000 iterações⁵.

Os modelos a serem estimados apresentam as seguintes especificações:

- a) Modelo 0: Expectativas racionais sem mudanças de regime;
- b) Modelo 1: Expectativas racionais com duas mudanças de regime na volatilidade dos choques exógenos;
- c) Modelo 2: Expectativas racionais com duas mudanças de regime na volatilidade dos choques exógenos e nos parâmetros δ_H (grau de indexação) e θ_H (fração das firmas que não alteram seus preços) da curva de Phillips (Eq.19);
- d) Modelo 3: Expectativas racionais com duas mudanças de regime na volatilidade dos choques exógenos e nos parâmetros da equação de regra de Taylor de economia aberta (Eq.24).

A distribuição *a priori* dos parâmetros do modelo foi determinada com base em trabalhos existentes na literatura brasileira, tais como Kanczuk (2002), Araújo *et al.* (2006), Silveira (2008), Furlani *et al.* (2010), Palma e Portugal (2011) e Castro *et al.* (2011). A Tab. 1 apresenta a distribuição considerada para cada parâmetro bem como a média, o desvio padrão e os limites estabelecidos. O parâmetro de abertura da economia (α) foi calibrado em 0,23 de acordo com o volume de exportações e importações comparado ao produto interno no período analisado. Dado que o fator de desconto é calibrado de tal maneira que o valor assumido pela taxa de juros real média de longo prazo seja igual a $\frac{1}{\beta} - 1$, com uma taxa média de juros de 10,8% a.a., a taxa de desconto intertemporal (β) foi calibrada em 0,975.

⁵ A base das rotinas utilizadas foi gentilmente cedida por Philip Liu. Os códigos podem ser obtidos através do e-mail caio.soares@hotmail.com.br.

Tabela 1- Distribuições a priori dos parâmetros

Parâmetros		Distribuição	Média	Desvio Padrão	Limite Inferior	Limite Superior
β	Taxa de desconto intertemporal	-	0,975	-	-	-
α	Grau de abertura da economia	-	0,23	-	-	-
σ	Inverso da elasticidade de substituição intertemporal	Gama	1,20	0,20	0	10
φ	Inverso da elasticidade da oferta de trabalho	Gama	2,00	0,35	0	10
θ^H	Fração de produtores não otimizadores	Beta	0,50	0,20	0	1
θ^F	Fração de importadores não otimizadores	Beta	0,50	0,20	0	1
η	Elasticidade da substituição entre bens domésticos e importados	Gama	0,60	0,25	0	10
h	Parâmetro de persistência de hábito	Beta	0,70	0,10	0	1
δ^H	<i>Backward-looking</i> no preço de bens domésticos	Beta	0,70	0,20	0	1
δ^F	<i>Backward-looking</i> no preço de bens importados	Beta	0,70	0,20	0	1
ρ_r	Grau de suavização da taxa de juros	Beta	0,60	0,15	0	1
λ_1	Coefficiente de reação da inflação	Gama	0,50	0,09	0	10
λ_2	Coefficiente de reação do produto	Gama	0,50	0,09	0	10
λ_3	Coefficiente de reação da taxa de câmbio	Gama	0,50	0,09	0	10
χ	Elasticidade dívida em relação ao prêmio de risco da taxa de juros	Gama	0,01	0,02	0	10
ρ_a	Parâmetro AR(1) do choque tecnológico	Beta	0,50	0,25	0	1
ρ_g	Parâmetro AR(1) do choque de preferência	Beta	0,50	0,25	0	1
ρ_ϕ	Parâmetro AR(1) do choque de prêmio de risco	Beta	0,50	0,25	0	1
ρ_{cp}	Parâmetro AR(1) do choque <i>cost-push</i>	Beta	0,50	0,25	0	1
ρ_{π^*}	Parâmetro AR(1) do choque de inflação externa	Beta	0,50	0,25	0	1
ρ_{y^*}	Parâmetro AR(1) do choque do produto externo	Beta	0,50	0,25	0	1
ρ_{i^*}	Parâmetro AR(1) do choque da taxa de juros externa	Beta	0,50	0,25	0	1
σ_{π^*}	Desvio-padrão do choque de inflação externa	Gama Inversa	0,50	10,0	0	10
σ_{y^*}	Desvio-padrão do choque do produto externo	Gama Inversa	0,50	10,0	0	10
σ_{i^*}	Desvio-padrão do choque da taxa de juros externa	Gama Inversa	0,50	10,0	0	10
σ_a	Desvio-padrão do choque tecnológico	Gama Inversa	0,50	10,0	0	10
σ_{mp}	Desvio-padrão do choque de política monetária	Gama Inversa	0,50	10,0	0	10
σ_g	Desvio-padrão do choque de preferência	Gama Inversa	0,50	10,0	0	10
σ_ϕ	Desvio-padrão do choque de prêmio de risco	Gama Inversa	0,50	10,0	0	10
σ_{cp}	Desvio-padrão do choque <i>cost-push</i>	Gama Inversa	0,50	10,0	0	10
P_{11}	Probabilidade dos parâmetros $P_{11} = p(S_t = 1 S_{t-1} = 1)$	Dirichelet*	18,00	1,00	-	-
P_{22}	Probabilidade dos parâmetros $P_{22} = p(S_t = 2 S_{t-1} = 2)$	Dirichelet	18,00	1,00	-	-
Q_{11}	Probabilidade das volatilidades $Q_{11} = p(s_t = 1 s_{t-1} = 1)$	Dirichelet	18,00	1,00	-	-
Q_{22}	Probabilidade das volatilidades $Q_{22} = p(s_t = 2 s_{t-1} = 2)$	Dirichelet	18,00	1,00	-	-

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota: * A distribuição Dirichelet $(\alpha_1 + \alpha_2)$ possui $\alpha_1 = 18$ e $\alpha_2 = 1$, sendo que a média é $E(x_i) = \alpha_i/\alpha_0$ onde $\alpha_0 = \alpha_1 + \alpha_2$.

Em conformidade com Palma e Portugal (2011), assume-se que o inverso da taxa da elasticidade da oferta de trabalho (φ) segue uma distribuição gama com média 2 e desvio padrão de 0,35. Outros parâmetros definidos de acordo com estes autores foram: as frações

das firmas que não ajustam seus preços (θ^H e θ^F); a elasticidade de substituição entre os bens domésticos (η); o grau de persistência do hábito; e os graus de indexação (δ_H e δ_F). Assumiu-se que o inverso da elasticidade intertemporal (σ) segue uma distribuição gama com média 1,2 e desvio padrão de 0,2.

Em relação ao grau de suavização da taxa de juros (ρ_r), admite-se que esse segue uma distribuição beta com média centrada em 0,6 e desvio padrão 0,15, conforme Castro *et al.* (2011). Assume-se que os demais parâmetros da regra de Taylor (λ_1 , λ_2 e λ_3) seguem uma distribuição gama com média 0,5 e desvio padrão de 0,09 (Palma e Portugal, 2011). Seguindo Liu e Mumtaz (2011), supõe-se que o parâmetro da elasticidade da dívida em relação ao prêmio da taxa de juros segue uma distribuição gama com média 0,01 e desvio padrão de 0,02.

Todos os parâmetros autorregressivos dos distúrbios exógenos foram assumidos seguir a distribuição beta com média centrada em 0,5 e desvio padrão de 0,25. Essa suposição também foi feita por Castro *et al.* (2011) no modelo SAMBA (*Stochastic Analytical Model with a Bayesian Approach*). Os parâmetros dos desvios padrões dos choques seguem distribuição gama inversa com média 0,5 e desvio padrão 10. Em relação às probabilidades das matrizes de transição, seguiu-se o Liu e Mumtaz (2011) e estabeleceu-se que estes parâmetros possuem uma distribuição Dirichelet com média 18 e desvio padrão unitário. Segundo os autores supracitados, esta média e desvio padrão estabelecem que a probabilidade de permanecer no mesmo regime é de 0,95.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para realizar a estimação do modelo MS-DSGE para a economia brasileira, as seguintes séries temporais trimestrais foram utilizadas: Produto Interno Bruto (PIB) a preços de mercado (índice encadeado – dessazonalizado); taxa de câmbio efetiva real (fim de período – índice); exportações (FOB US\$ milhões); importações (FOB US\$ milhões); Índice de Preços ao Consumidor Amplo - IPCA (média – índice); índice de preços das importações (média – índice); taxa de juros Selic (média – % a.a.); produto dos Estados Unidos (*Real Gross Domestic Product* - US\$ bilhões – dessazonalizado); taxa de juros norte-americana (*Federal Fund Rate* – %a.a.); e inflação norte-americana (*Consumer Price Index* – índice – dessazonalizado – fim de período). Os dados trimestrais compreende o período iniciando no primeiro trimestre de 1996 até o quarto trimestre de 2012. As fontes dos dados são o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), Fundação Centro de Estudos do Comércio Exterior (Funcex), International Financial Statistics (IFS) do Fundo Monetário Internacional (FMI) e a base de dados St. Louis Fed FRED.

Para remover as tendências das séries, foi utilizado o filtro HP nas séries do produto interno e externo, e diferenciação para as demais séries. A remoção da sazonalidade foi realizada através da técnica X12-ARIMA. Por fim, todas as variáveis foram logaritmizadas, com exceção das séries de taxa de juros interna e externa, e reescaladas para ter média zero ao longo da amostra.

4.1 MODELO DE EXPECTATIVAS RACIONAIS INVARIANTE NO TEMPO

A Tab. 2 apresenta a média dos parâmetros estimados dos modelos, a diagonal principal das matrizes de transição e os intervalos de credibilidade de 95% abaixo do respectivo parâmetro.

A primeira coluna da Tab. 2 expõe os resultados para o modelo invariante no tempo (modelo 0). A estimativa da elasticidade intertemporal de substituição foi de 1,24, valor superior ao encontrado por Castro *et al.* (2011) e Palma e Portugal (2011), porém inferior aos resultados de Silveira (2008). A média estimada para o inverso da elasticidade da oferta de trabalho foi 2,46 (elasticidade de 0,41). Esse valor é superior ao encontrado por Palma e Portugal (2011) – que foi igual a – 1,71 (elasticidade de 0,58). A posteriori estimada para a elasticidade de substituição entre bens domésticos e externos foi de 0,33, valor superior ao

também comparar com o estudo de Palma e Portugal (2011) que encontraram 0,13 sugerindo baixa possibilidade de substituição entre os bens domésticos e externos.

Os parâmetros rigidez de preços domésticos (θ^H) e importados e (θ^F) estimados foram 0,68 e 0,97, respectivamente, o que sugere que os preços domésticos são ajustados aproximadamente a cada dois trimestres e o ajuste dos preços importados é bastante superior sendo alterados a cada oito anos. Palma e Portugal (2011) encontraram os valores de 0,66 e 0,87 para estes parâmetros. Em relação aos parâmetros *backward-looking* da curva de Phillips interna (δ^H) e dos bens importados (δ^F), as estimativas foram iguais a 0,89 e 0,16, respectivamente, sendo que Palma e Portugal (2011) encontraram 0,31 e 0,07 para os mesmos respectivos parâmetros. Dessa forma, de acordo com as estimações deste trabalho seguindo a Eq. 19, o impacto da inflação de preços domésticos passada sobre a inflação corrente é 0,47. De maneira análoga, a inflação passada dos preços dos importados impacta a inflação corrente dos preços deste tipo de bens em 0,14. A média estimada da formação de hábito foi 0,33, o que difere de Silveira (2008) que obteve um intervalo de 0,55 até 0,81 para este parâmetro.

O coeficiente de suavização da taxa de juros foi estimado em 0,60 e os parâmetros de reação da política monetária estimados foram de 0,56, 0,48 e 0,17 com relação à inflação, produto e desvio da taxa de câmbio, respectivamente. Apesar de não satisfazer o princípio de Taylor (1993), pois o aumento da taxa de juros é menos que proporcional a variações na taxa de inflação, este resultado ainda implica que o Banco Central do Brasil atribui maior peso ao controle da inflação comparado a estabilização do produto e a taxa de câmbio. Destaca-se ainda a alta persistência de alguns choques exógenos, principalmente o processo ρ_g que foi superior a 0,95.

4.3 MODELO DE EXPECTATIVAS RACIONAIS COM MUDANÇA DE REGIME NAS VARIÂNCIAS

Os resultados deste modelo apresentaram algumas diferenças em relação ao modelo invariante no tempo. Conforme exposto na Tab. 2, a elasticidade intertemporal de substituição estimada foi 0,40, valor ainda inferior ao encontrado na literatura brasileira e também menor em relação ao modelo sem mudança de regime. No entanto, conforme Silveira (2008) não existe uma conclusão final sobre este parâmetro dado a variabilidade de resultados encontrados na literatura brasileira.

Tabela 2 - Posteriori dos parâmetros estimados

(Continua)

Parâmetros	Modelo 0		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3				
	Regime 1		Regime 2		Regime 1		Regime 2				
σ	1,24	0,34	0,40	0,53	-	0,41	0,30	0,54	0,29	0,54	-
φ	2,46	1,72	2,43	3,13	-	2,14	1,62	2,63	1,87	2,96	-
θ^H	0,68	0,11	0,31	0,48	-	0,52	0,33	0,74	0,21	0,17	0,49
θ^F	0,97	0,88	0,85	0,91	-	0,85	0,79	0,91	-	0,79	0,91
η	0,36	0,22	0,69	0,96	-	0,68	0,55	0,84	-	0,56	0,88
h	0,33	0,15	0,31	0,44	-	0,36	0,24	0,48	-	0,20	0,44
δ^H	0,89	0,56	0,36	0,85	-	0,79	0,51	1,00	0,39	0,08	0,80
δ^F	0,16	0,02	0,10	0,21	-	0,09	0,01	0,19	-	0,02	0,21
ρ_r	0,60	0,34	0,50	0,61	-	0,51	0,41	0,61	-	0,34	0,57
λ_1	0,56	0,33	1,36	1,56	-	1,37	1,17	1,57	-	1,24	1,64
λ_2	0,48	0,33	0,33	0,47	-	0,34	0,23	0,47	-	0,19	0,39
λ_3	0,17	0,10	0,14	0,19	-	0,17	0,12	0,21	-	0,11	0,20
χ	0,0002	0,0001	0,0003	0,0006	-	0,0003	0,0001	0,0009	-	0,0001	0,0050
ρ_a	0,23	0,04	0,58	0,72	-	0,63	0,53	0,72	-	0,63	0,81
ρ_g	0,98	0,67	0,38	0,57	-	0,36	0,24	0,52	-	0,17	0,49
ρ_ϕ	0,91	0,71	0,95	0,97	-	0,93	0,90	0,96	-	0,92	0,98

(Conclusão)

Parâmetros	Modelo 0		Modelo 1				Modelo 2				Modelo 3			
			Regime 1		Regime 2		Regime 1		Regime 2		Regime 1		Regime 2	
ρ_{cp}	0,41		0,81				0,80				0,79			
	0,13	0,79	0,67	0,92	-		0,65	0,91	-		0,67	0,91	-	
ρ_{π^*}	0,81		0,77				0,77				0,79			
	0,73	0,88	0,68	0,86	-		0,71	0,83	-		0,71	0,85	-	
ρ_{y^*}	0,06		0,23				0,27				0,15			
	0,00	0,16	0,07	0,46	-		0,13	0,42	-		0,01	0,33	-	
ρ_{i^*}	0,55		0,43				0,41				0,55			
	0,21	0,90	0,05	0,91	-		0,05	0,84	-		0,16	0,97	-	
σ_{mp}	1,18		1,72		0,44		2,47		0,44		4,26		0,47	
	0,94	1,56	0,94	2,91	0,31	0,61	1,50	3,43	0,31	0,61	3,00	5,32	0,34	0,64
σ_g	3,80		6,59		1,11		8,09		1,29		8,54		1,11	
	1,61	9,45	3,84	9,71	0,62	1,88	7,23	8,86	0,69	2,18	7,33	9,43	0,67	1,65
σ_a	5,67		2,26		0,50		1,79		0,49		2,12		0,49	
	1,19	8,75	1,25	3,81	0,33	0,72	1,15	2,81	0,34	0,69	1,61	2,54	0,35	0,69
σ_{cp}	1,74		1,40		0,50		1,58		0,51		1,95		0,52	
	1,00	2,51	0,65	2,76	0,32	0,76	1,00	2,13	0,34	0,73	1,32	2,76	0,35	0,76
σ_{ϕ}	1,33		0,84		0,37		1,47		0,37		0,88		0,36	
	0,33	3,00	0,42	1,68	0,26	0,50	0,57	2,53	0,27	0,50	0,50	1,51	0,27	0,48
σ_{i^*}	0,20		0,35		0,29		0,36		0,28		0,37		0,27	
	0,17	0,23	0,26	0,48	0,22	0,36	0,26	0,50	0,22	0,35	0,27	0,52	0,21	0,35
σ_{y^*}	0,68		0,61		0,40		0,61		0,38		0,66		0,38	
	0,59	0,81	0,39	0,91	0,28	0,52	0,39	0,89	0,27	0,49	0,45	0,94	0,31	0,48
σ_{π^*}	0,58		0,49		0,38		0,47		0,40		0,48		0,39	
	0,49	0,68	0,33	0,71	0,28	0,51	0,32	0,65	0,31	0,52	0,31	0,68	0,29	0,52
P_{11}	-		-		-		0,9197		-		0,9971		-	
							0,8270	0,9920			0,9878	1,0000		
P_{22}	-		-		-		0,9838		-		0,9408		-	
							0,9726	0,9964			0,8273	0,9994		
Q_{11}	-		0,8848		-		0,8683		-		0,8462		-	
			0,7724	0,9745			0,8165	0,9142			0,7059	0,9557		
Q_{22}	-		0,9224		-		0,8605		-		0,9231		-	
			0,8413	0,9832			0,8248	0,8965			0,8551	0,9778		

Fonte: Elaborada pelo autor.

Os parâmetros θ^H e θ^F estimados foram 0,31 e 0,85, respectivamente, sugerindo um ajuste nos preços internos de um pouco mais de um trimestre nos preços domésticos e seis trimestres para os preços dos importados. Em relação aos outros parâmetros das equações de inflação, a média estimada de δ^H e δ^F foram 0,36 e 0,10, respectivamente. Este resultado implica que um aumento de um ponto percentual na inflação passada dos preços domésticos aumenta a inflação corrente em 0,27 pontos percentuais. Este impacto considerando a inflação dos preços dos importados é de 0,33 pontos percentuais.

A média do grau de suavização da taxa de juros estimado foi de 0,50, valor inferior ao encontrado na literatura empírica brasileira como em Castro *et al.* (2011) que o estimou em 0,79. A elasticidade de substituição entre bens domésticos e externos foi de 0,69. Isso aumenta a possibilidade de substituição entre os dois tipos de bens comparados ao modelo invariante no tempo. Além disso, o choque que apresentou uma persistência superior a 0,95 neste modelo foi o choque de preferência (ρ_g).

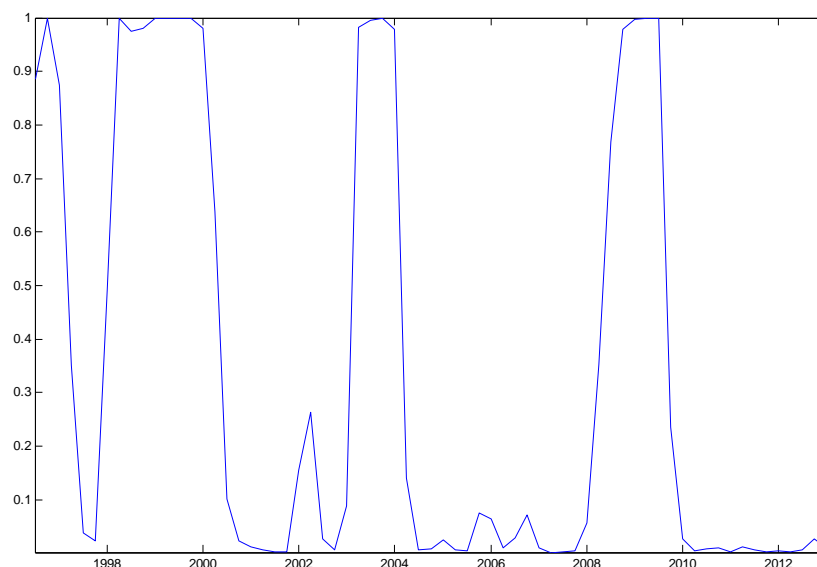
Entretanto, existem similaridades entre os resultados obtidos no modelo invariante no tempo e este que permite mudanças markovianas nas volatilidades, como o parâmetro que representa a formação de hábito da economia brasileira que foi estimado em 0,31 e o inverso da elasticidade da oferta de trabalho de 2,43 (elasticidade de 0,41), também sugerindo uma alta rigidez no mercado de trabalho. Adicionalmente, os parâmetros da regra de Taylor possuem o mesmo padrão encontrado para o modelo DSGE sem mudança de regime. No entanto, com magnitudes diferentes, as estimativas dos coeficientes de reação da política monetária à inflação, produto e a taxa de câmbio foram 1,36, 0,33 e 0,14, respectivamente. Neste caso, o princípio de Taylor (1993) é satisfeito, com respostas menores a encontradas em Taylor, 1,36 comparado ao 1,5 para a resposta dos juros a inflação e 0,33 contra 0,5 em relação ao *gap* do produto.

Na parte inferior da Tab. 2 apresentam-se as probabilidades da diagonal principal da matriz de transição. As probabilidades estimadas para este modelo sugerem que o regime 2 é mais persistente que o regime 1, dado que em média, o tempo de permanência no regime 1 é aproximadamente nove trimestres contra treze trimestres do regime 2. Além disso, o regime 1 está associado a volatilidades maiores para todos os choques exógenos do modelo. Dessa forma, pode-se dizer que o regime 1 representa o estado de alta volatilidade e o regime 2 é o estado de baixa volatilidade.

A Fig. 1 apresenta as probabilidades filtradas para o regime de alta volatilidade (regime 1) pelo qual é confirmado este regime no início do período analisado seguido de

uma alteração em 1997 e predominando de 1998 até o final de 2000. A alta volatilidade voltou a estar presente em mais dois momentos da economia brasileira, durante todo o ano de 2003 e nos anos de 2008 até 2010 devido aos efeitos da crise americana.

Figura 1- Probabilidades filtradas para o Modelo 1 (regime 1 - $p(s_t = 1)$)



Fonte: Elaborada pelo autor.

4.3 MODELO DE EXPECTATIVAS RACIONAIS COM MUDANÇA DE REGIME NA CURVA DE PHILLIPS

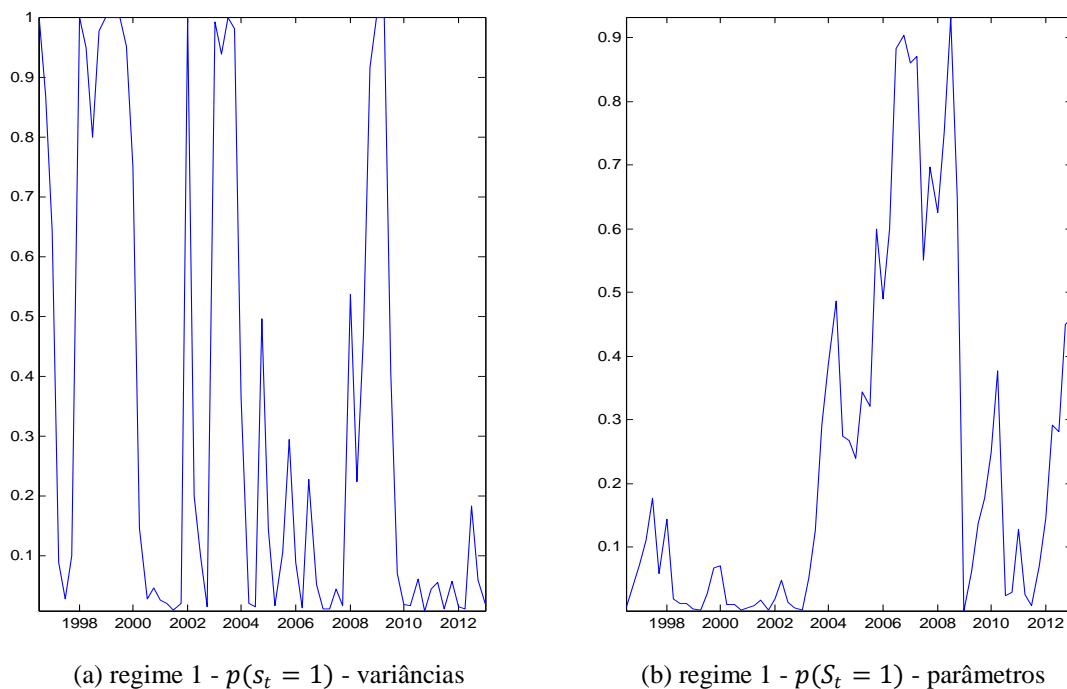
A Tab. 2 também apresenta os resultados do modelo que considera tanto mudança de regime markovianas nas volatilidades quanto nos parâmetros da curva de Phillips de forma independente. Os parâmetros estimados apresentaram-se em grande parte próximos ao obtidos pelo modelo anterior (M_1), com algumas exceções como a média estimada para o inverso da elasticidade da oferta de trabalho de 2,14 (elasticidade de 0,47), que foi inferior ao encontrado nos modelos anteriores, o parâmetro *backward-looking* no preço de bens domésticos (0,79) e a fração de produtores não otimizadores (0,52).

Em relação aos parâmetros que variam de acordo com os regimes de Markov, o parâmetro δ^H apresentou-se 0,79 no regime 1 e 0,39 no regime 2. Assim, o regime 1 pode ser classificado como sendo um estado de elevada indexação, enquanto que o regime 2 é o de baixa indexação. No entanto, apesar da estatística pontual apresentar-se relativamente distante entre os dois regimes, os intervalos de credibilidade sugerem que

a alteração do parâmetro δ^H é fraca para o período analisado. Em relação ao parâmetro θ^H , a estimativa para o regime 1 foi de 0,52 contra 0,21 no regime 2. Isso implica que os preços domésticos são re-otimizados aproximadamente a cada 2,1 trimestres no regime 1, e a cada 1,3 trimestres no regime 2. Em outras palavras, o regime 1 pode ser interpretado como o regime de maior rigidez dos preços domésticos, e o regime 2 como o de menor rigidez. Ressalta-se ainda que ambos os regimes são persistentes com probabilidades P_{11} e P_{22} estimadas em 0,992 e 0,984, respectivamente.

O modelo 2 apresentou o mesmo padrão para as volatilidades que o modelo 1. Assim, o regime 1 é claramente identificado como o estado de volatilidade alta e o regime 2 como o estado de baixa volatilidade. Os períodos que prevaleceram o regime de alta volatilidade foram: de 1998 até 2000; o ano de 2003; e entre 2008 e 2010. Entretanto, a diferença existente entre este modelo e o anterior é que este encontrou uma rápida alteração para o regime de alta volatilidade no último trimestre de 2001 (Fig. 2(a)).

Figura 2 - Probabilidades filtradas para o Modelo 2 (regime 1)



Fonte: Elaborada pelo autor.

O período em que o regime 1 dominou coincide com os períodos de turbulência na economia brasileira. Por exemplo, entre os anos de 1998 a 2001, o Brasil foi afetado por crises externas, tais como a crise mexicana em 1995, a crise do sudeste asiático em

1997 e a crise russa em 1998. A grande perda de reservas devido à vulnerabilidade externa pressionou para um fato importante no período, a redefinição do regime cambial que alterou de bandas cambiais para câmbio flutuante em janeiro de 1999. Além disso, em junho de 1999, o regime de metas inflacionárias foi formalmente adotado no Brasil.

No início do ano de 2003, quando começou o mandato do presidente Lula, o cenário econômico brasileiro era de desconfiança em relação às novas políticas a serem empregadas pelo novo governo. Outro período em que a economia brasileira se encontrou no regime de alta volatilidade foi no final de 2007 onde surgiram os primeiros sinais da crise americana gerando efeitos para economia brasileira até o final de 2009.

Em relação às mudanças de regime nos parâmetros, a Fig. 2(b) apresenta as probabilidades filtradas. Pode-se observar que a economia brasileira esteve no estado de maior rigidez dos preços domésticos apenas em alguns trimestres entre os anos de 2006 e 2008. Assim, constata-se que, no período analisado, a economia brasileira encontrou-se em maior tempo sob o estado com menor rigidez dos preços domésticos.

4.4 MODELO DE EXPECTATIVAS RACIONAIS COM MUDANÇA DE REGIME NA REGRA DE TAYLOR

O último modelo estimado permitiu mudanças markovianas nos parâmetros da regra de política monetária e também nas volatilidades dos choques exógenos. A Tab. 2 apresenta os resultados obtidos. A média da posteriori dos parâmetros estimados apresentou-se próximo aos modelos anteriores.

O valor estimado para p_{11} sugere que o regime 1 é altamente persistente. Este regime se caracteriza pela forte reação da taxa Selic à inflação, com o parâmetro estimado em 1,43. Em contraposição, a estimativa desse parâmetro para o regime 2 foi de 0,53, caracterizando esse regime como sendo o de baixa reação da política monetária à inflação. Em contraste, os parâmetros relacionados ao produto e a taxa de câmbio foram estimados, respectivamente, em 0,28 e 0,15 no regime 1, e 0,48 e 0,53 no regime 2. Sendo assim, considerando a Eq. 24 e seus respectivos parâmetros estimados, tem-se as seguintes regras de política monetária para os regimes 1 e 2 respectivamente:

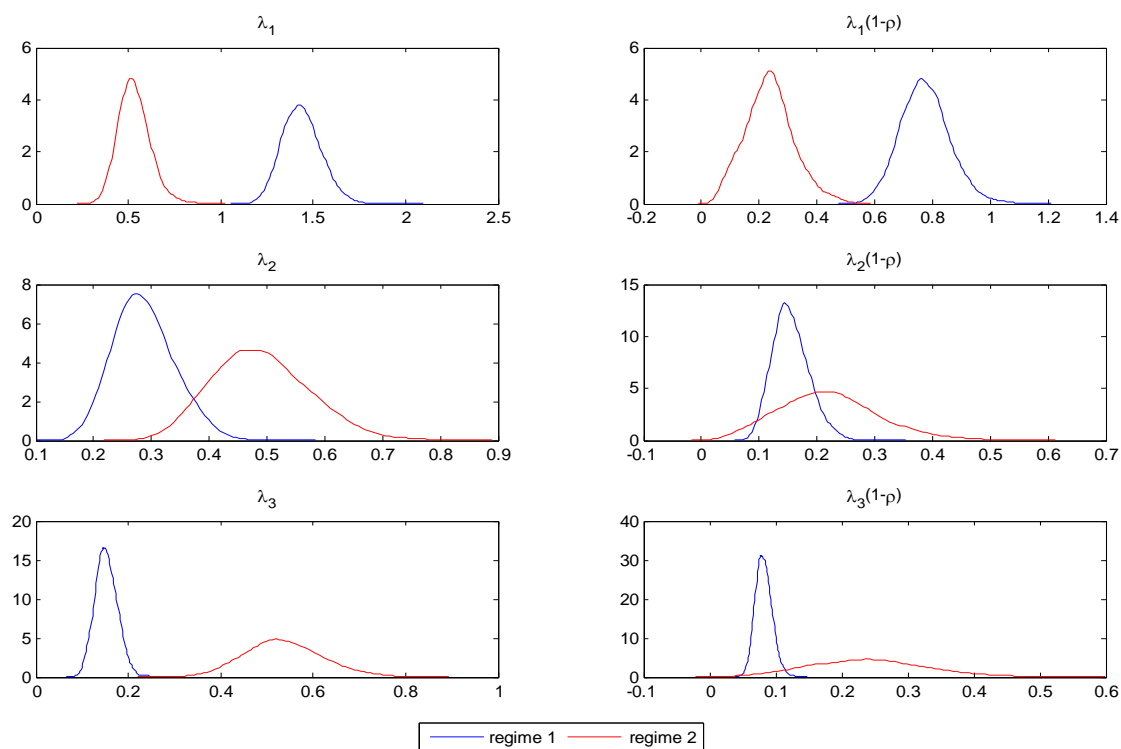
$$\begin{aligned} r_t &= 0,46r_{t-1} + 0,77\pi_t + 0,15y_t + 0,08\Delta e_t & (\text{regime 1}) \\ r_t &= 0,55r_{t-1} + 0,24\pi_t + 0,22y_t + 0,24\Delta e_t & (\text{regime 2}) \end{aligned} \quad (35)$$

Estes resultados mostram que sob o regime 1, o aumento de um ponto percentual na taxa de inflação leva a um aumento de 0,77 pontos percentuais na taxa de juros; o aumento de um ponto percentual no *gap* do produto eleva a taxa de juros em 0,15 pontos percentuais; e um aumento de um ponto percentual na depreciação da taxa de câmbio aumenta a taxa de juros em 0,08 pontos percentuais. Sob o regime 2, os impactos sobre a taxa de juros são próximos para as variáveis pelos quais a taxa de juros responde, sendo eles 0,24 para variações de um ponto percentual na inflação e na depreciação da taxa de câmbio e 0,22 em relação ao produto.

Portanto, o regime 1 é o de forte reação à inflação e baixa reação ao produto e à taxa de câmbio. No sentido oposto, o regime 2 é o de menor reação à inflação e maiores reações ao produto e à taxa de câmbio comparado ao regime 1. Destaca-se ainda que o regime 2 é caracterizado por um coeficiente de suavização maior, porém existe uma sobreposição dos intervalos de confiança de 95%.

A Fig. 3 apresenta a distribuição a posteriori dos parâmetros da equação de política monetária nos dois regimes. Pode-se observar a distinção entre ambos e suas características conforme já ressaltado. Os gráficos da direita apresentam os impactos sobre a regra de política monetária.

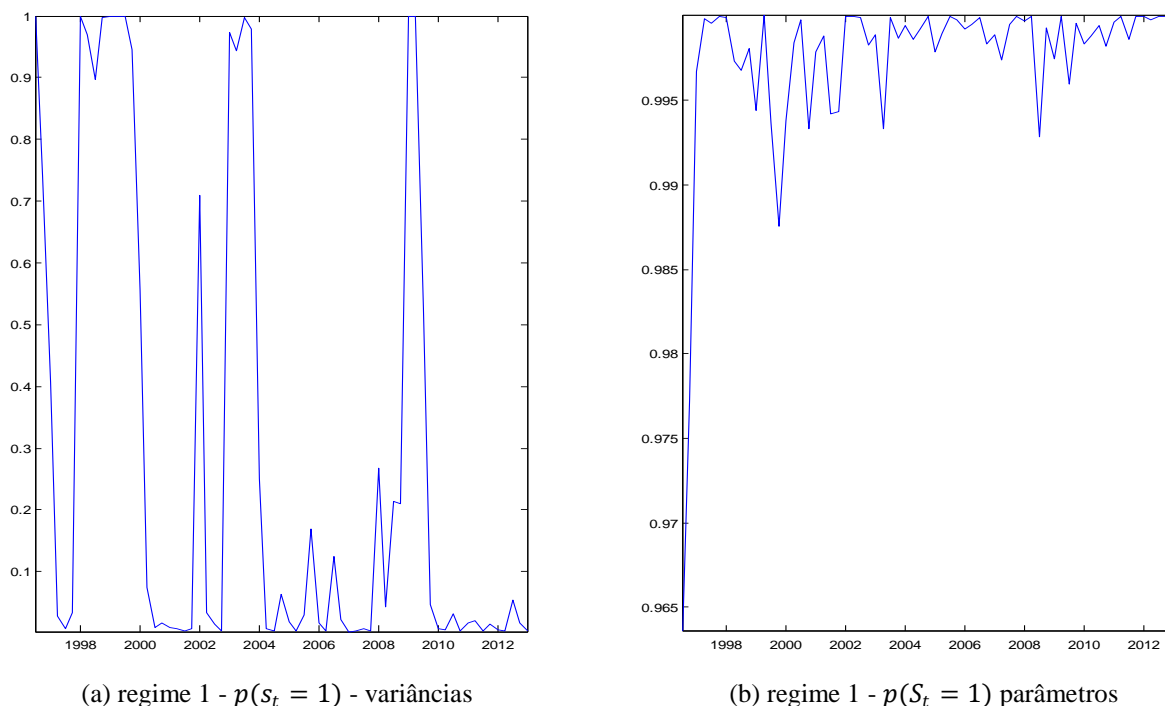
Figura 3 - Distribuição posteriori estimada para os coeficientes da regra de Taylor



Fonte: Elaborada pelo autor.

A Fig. 4 mostra as probabilidades filtradas para o regime das volatilidades e para os parâmetros. Similar ao modelo 2, o modelo 3 apresenta-se a mesma identificação dos regimes, o regime 1 – alta volatilidade e regime 2 – baixa volatilidade. Da mesma forma que os modelos 1 e 2, o modelo 3 também identificou três períodos que predominaram o regime de alta volatilidade. A diferença neste modelo é que o último período apresentou alta volatilidade apenas no final de 2008 e início de 2009 (ver Fig. 4(a)).

Figura 4 - Probabilidades filtradas para o Modelo 3 (regime 1)



Fonte: Elaborada pelo autor.

Em relação ao regime dos parâmetros identificados como estado 1 de alta reação à inflação e o estado 2, o oposto, encontrou-se uma predominância do regime 1 em todo o período analisado, as probabilidades filtradas apresentarem superiores a 0,95 em todos os trimestres (ver Fig. 4(b)).

4.5 COMPARAÇÃO DOS MODELOS

Para estabelecer a relevância empírica dos modelos que utilizaram mudanças markovianas, compararam-se os modelos através do cálculo da verossimilhança marginal e dos critérios de informação de Akaike (AIC) e o *Bayesian* (BIC) para cada modelo. A Tab. 3 apresenta os valores encontrados.

Tabela 3 - Comparação dos modelos

Modelo	Mudança de regimes	Log Likelihood Marginal	AIC	BIC
Modelo 0	sem mudanças	-919,73	1897,50	1961,40
Modelo 1	somente nas volatilidades	-875,60	1833,20	1923,60
Modelo 2	volatilidades e curva de Phillips	-873,40	1832,80	1927,60
Modelo 3	volatilidades e regra de Taylor	-865,33	1820,70	1919,90

Fonte: Elaborada pelo autor.

Conforme apresentado na Tab. 3, o modelo com mudança de regimes nas volatilidades e na regra de política monetária (modelo 3) mostrou uma maior aderência aos dados – maior *log likelihood* (-865,33). Em seguida, o modelo 2 e modelo 3 apresentaram melhores ajustes. Assim, os modelos que consideraram mudanças markovianas, ou seja, os modelos MS-DSGE possuíram maior aderência aos dados que o modelo DSGE. Mesmo considerando os critérios de AIC e BIC que penalizam maiores números de parâmetros, apesar da inversão do modelo 1 e 2 na ordem dos melhores resultados, os modelos com mudanças de regime ainda mostraram-se superiores ao modelo invariante no tempo.

Portanto, tem-se que para o período analisado, os modelos MS-DSGE apresentaram-se superiores ao modelo DSGE. Este resultado converge com os estudos já realizados para outras economias como mostraram os trabalhos de Liu *et al.* (2011) para a economia americana e Liu e Mumtaz (2011) para a economia do Reino Unido.

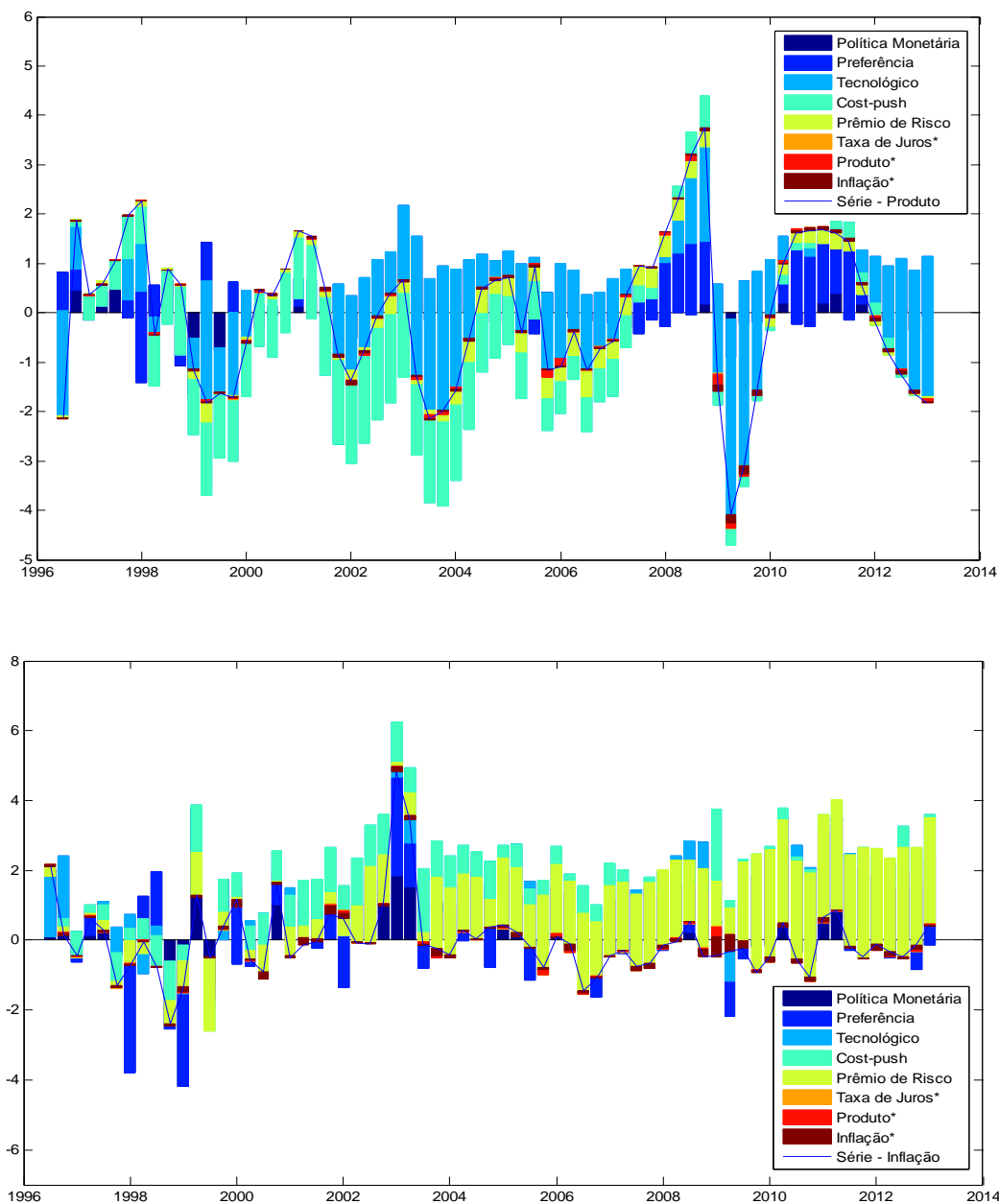
4.6 DINÂMICA DA ECONOMIA BRASILEIRA

Para avaliar o papel dos choques na performance da economia brasileira, computou-se a decomposição histórica dos choques e as funções impulso resposta a partir dos resultados do modelo com o melhor ajuste, ou seja, o modelo MS-DSGE com mudanças nas volatilidades e na regra de política monetária (modelo 3).

A decomposição histórica dos choques foi computada através do algoritmo de suavização de Kim e Nelson (1999) aplicado ao modelo na forma da Eq. 33 para estimar os choques exógenos. A partir desses resultados foi calculada a contribuição dos choques para as variáveis observadas do modelo. A Fig. 5 mostra os resultados para as séries do desvio do produto e da taxa de inflação. Conforme a estrutura do modelo, foram considerados oito choques: choque de preferências ($\epsilon_{g,t}$); choque tecnológico ou de produtividade ($\epsilon_{a,t}$); choque *cost-push* ($\epsilon_{cp,t}$); choque do prêmio de risco ($\epsilon_{\phi,t}$);

choque de política monetária ($\epsilon_{m,t}$); choque do produto externo ($\epsilon_{y^*,t}$); choque da inflação externa ($\epsilon_{\pi^*,t}$); e choque da taxa de juros externa ($\epsilon_{r^*,t}$).

Figura 5 - Decomposição histórica da série do produto e da taxa de inflação



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como mostrado no primeiro gráfico da Fig. 5, observa-se que os choques tecnológicos estão ligados às flutuações do produto, principalmente no que concernem às flutuações para baixo da média do período. No entanto, outros choques possuem importância na dinâmica do produto, tais como o choque *cost-push*, especialmente no período entre 2001 e 2007, e o choque de preferência, com destaque nos períodos antes

e após a crise norte-americana. Além disso, os choques de prêmio de risco e política monetária possuem maior relevância em trimestres isolados das séries.

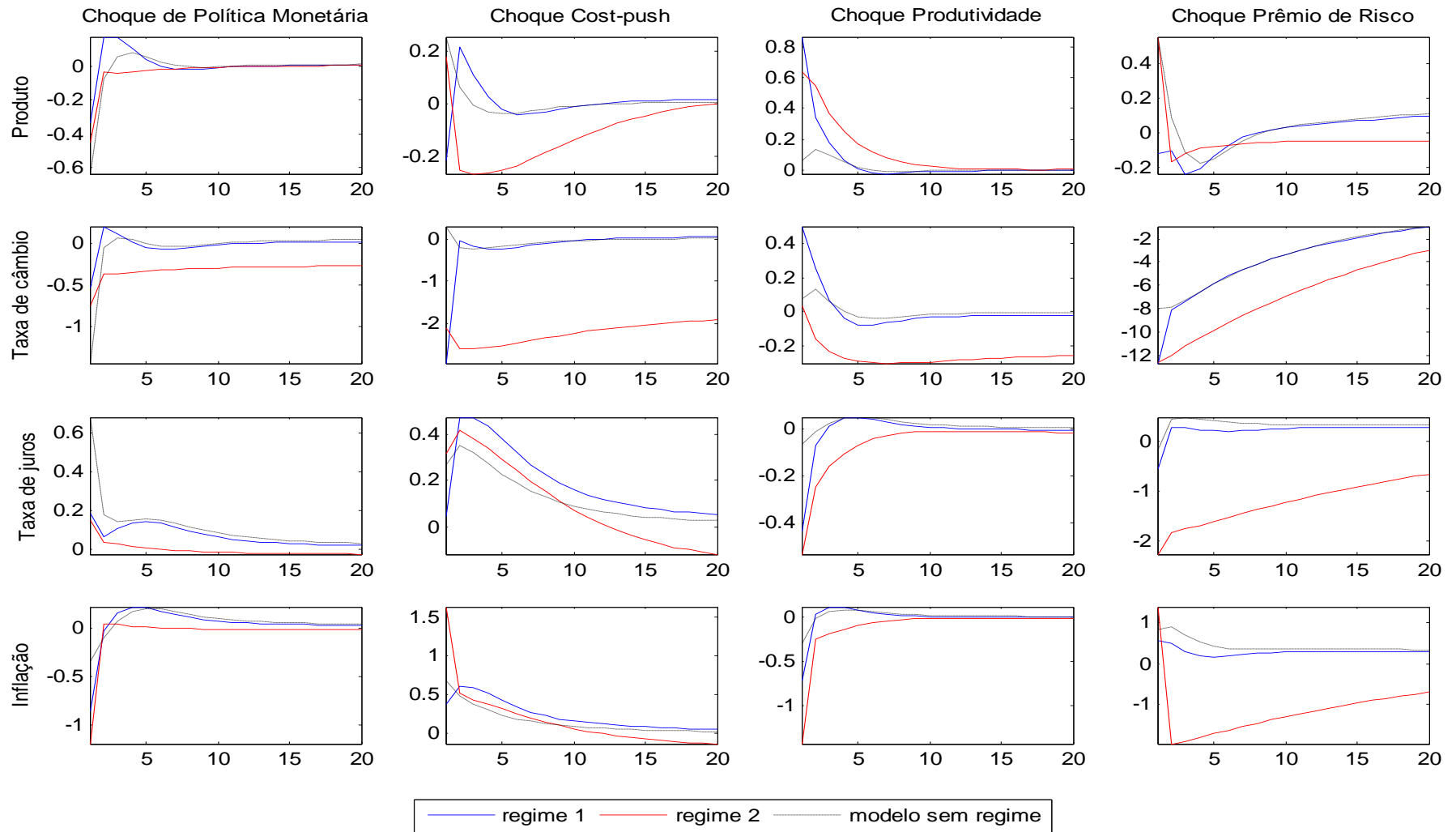
Em relação à variável do índice de preços internos, os choques que mais impactaram a dinâmica da série de preços foram os de prêmio de risco, *cost-push*, preferência, política monetária e, de forma mais isolada, o choque tecnológico. Pode-se observar também a partir da Fig. 5 que o choque de política monetária está sempre relacionado em maior parte com flutuações acima da média da inflação. Adicionalmente, os choques de preferência contribuíram negativamente para a série de inflação em sua maioria. No entanto, casos específicos como no início de 2003, este choque de demanda contribuiu para o aumento da inflação naquele ano, bem como o choque de política monetária e os choques de oferta (tecnológico e *cost-push*).

A Figura 6 apresenta as funções impulso resposta para os choques de política monetária, *cost-push*, produtividade ou tecnológico e prêmio de risco sobre as variáveis de produto, taxa de câmbio, taxa de juros e de inflação sob os dois regimes considerados no modelo 3 (regime 1 – alta reação à inflação e regime 2 – baixa reação à inflação). Apesar do regime 1 apresentar-se dominante, os resultados do regime 2 permitem visualizar quais seriam os efeitos caso o Banco Central do Brasil optasse por uma menor reação à inflação. Além disso, a título de comparação, incluíram-se as funções impulso resposta do modelo DSGE invariante no tempo (modelo 0).

Os resultados apontam que, entre os dois regimes do modelo MS-DSGE, a dinâmica do efeito do choque de política monetária sobre as variáveis selecionadas são semelhantes. No entanto, a magnitude se diferencia conforme mostra a Fig. 6.

A flutuação das variáveis consideradas, com exceção da taxa de juros, é maior no regime 2 comparado ao regime 1 quanto se trata do choque de política monetária. Além disso, independente do choque, sob o regime 1 a inflação é pouco afetada e retorna a média em poucos trimestres. Isso difere do regime 2, em que a diferença das magnitudes é expressiva, como a resposta da inflação sob um choque *cost-push* que é aproximadamente 3 vezes maior no regime 2 do que regime 1.

Figura 6 - Impulsos respostas para os choques de política monetária, *cost-push*, produtividade e prêmio de risco sobre variáveis selecionadas



Fonte: Elaborada pelo autor.

Outros destaques foram que, sob o regime 1, a taxa de câmbio responde razoavelmente a um choque de política monetária e a taxa de juros praticamente não responde a um choque de prêmio de risco. Isto se diferencia no regime 2, sendo que em ambos os casos existem respostas negativas.

Em relação às respostas obtidas pelo modelo DSGE e considerando que o modelo MS-DSGE com regime nas volatilidades dos processos exógenos e na regra de política monetária obteve um melhor ajuste, o modelo invariante no tempo superestimou ou subestimou as respostas das variáveis macroeconômicas selecionadas. Porém, em alguns casos apresentou-se próximo as respostas obtidas ao regime 1, regime dominante no período considerado.

5 CONCLUSÃO

Diferente de outros trabalhos que consideram parâmetros constantes ao longo do tempo, esta dissertação avaliou o comportamento dos principais parâmetros da economia brasileira empregando modelos DSGE de economia aberta permitindo mudanças de regime markovianas de determinados parâmetros estimados através de métodos bayesianos. Para solucionar o modelo MS-DSGE, utilizou o método de solução proposto por Farmer *et al.* (2008) em que o modelo é reescrito para ter parâmetros fixos com estados expandidos, cuja solução MSV escrita na forma de um MS-VAR resolve o modelo original.

O modelo DSGE de economia aberta utilizado foi desenvolvido por Justiniano e Preston (2010) que contempla a interação das famílias, firmas (domésticas e importadoras) e o banco central. O modelo também incorpora características como formação de hábito, indexação da inflação passada como fontes de rigidez, além de competição monopolística com preços rígidos para ambos os tipos de firmas.

Com um procedimento de estimação em duas etapas utilizando o algoritmo de *Metropolis Hastings*, estimaram-se para economia brasileira com dados trimestrais de 1996 a 2012, quatro modelos: Modelo 0 - sem mudanças de regime; Modelo 1 - com duas mudanças de regime na volatilidade dos choques exógenos; Modelo 2 - com duas mudanças de regime na volatilidade dos choques exógenos e nos parâmetros δ_H (grau de indexação) e θ_H (fração das firmas que não alteram seus preços) da curva de Phillips; e Modelo 3 - com duas mudanças de regime na volatilidade dos choques exógenos e nos parâmetros da equação de regra de Taylor.

Ao comparar os modelos estimados, aqueles que consideraram mudanças de Markov apresentaram-se superiores ao modelo invariante no tempo, o que rejeita a hipótese de parâmetros constantes em modelagem DSGE na economia brasileira no período analisado.

Dentre os modelos que consideraram mudanças markovianas, o modelo 3 com mudanças de regime nas volatilidades e na regra de Taylor apresentou melhor ajuste. Assim, utilizou-se este modelo para analisar a dinâmica macroeconômica do Brasil.

Os resultados encontrados mostraram que o Banco Central do Brasil atribuiu maior importância à estabilização da inflação em detrimento do produto e da taxa de câmbio em todo o período analisado. Ao não encontrar mudanças de regimes para os

parâmetros da regra de Taylor, este trabalho confirma que os estudos sobre regra de Taylor para a economia brasileira que não consideram mudança de regime estão no caminho certo. No entanto, em relação às volatilidades, os modelos identificaram três períodos em que se encontrou no estado de alta volatilidade no Brasil: de 1998 a 2000; o de 2003; e 2008 a 2010, referente à crise americana com algumas divergências sobre o fim e o início. Dessa forma, a alteração dos parâmetros dos choques exógenos deve ser levada em consideração nos modelos para a economia brasileira. Além disso, os parâmetros da curva de Phillips não se apresentaram constantes ao longo do tempo (modelo 2).

A decomposição histórica revelou que os choques tecnológicos estão atrelados a flutuações do produto para baixo da média no período. Adicionalmente, destacam-se os choques *cost-push* e de preferência na dinâmica do produto brasileiro. Os choques de prêmio de risco possuem papel fundamental na trajetória da taxa de inflação e o choque de política monetária esteve sempre relacionado a flutuações acima da média da taxa de inflação.

Em relação às funções impulso resposta, o principal resultado é que apesar da dinâmica ser semelhante, existem diferenças nas magnitudes das respostas comparando os dois regimes (alta e baixa reação à inflação). De maneira geral, a magnitude dos efeitos dos choques sob o regime de baixa reação à inflação é maior do que sob o regime de alta reação à inflação.

Esta dissertação focou na análise empregando o modelo com mudanças nos parâmetros da regra de política monetária, na curva de Phillips incluindo mudanças de regime independentes nas volatilidades dos choques exógenos e também um modelo com mudanças markovianas somente nas volatilidades. No entanto, outras mudanças de regime em outros parâmetros da economia brasileira podem ser investigadas. A expansão da análise em outros parâmetros do modelo utilizado neste trabalho ou até mesmo em outros modelos DSGE pode ser realizada em estudos futuros. O mesmo afirma-se sobre os métodos de solução, que apesar do grupo de solução MSV utilizado por Farmer *et al.* (2008) ser grande, este não é exaustivo.

REFERÊNCIAS

- AN, S.; SCHORFHEIDE, F. Bayesian Analysis of DSGE Models. **Econometric Reviews**, New York, v. 26, n. 2-4, p. 113–172, 2007.
- ARAÚJO, M. *et al.* **The Effect of Adverse Supply Shocks on Monetary Policy and Output**. Brasília: Banco Central do Brasil, 2006 (Texto para Discussão, n. 103).
- BIANCHI, F.. Regime Switches, Agents' Beliefs, and Post-World War II U.S. Macroeconomic Dynamics. **Review of Economic Studies**, Bristol, v. 80, n. 2, p. 463-490, 2013.
- BIKBOV, R. Monetary Policy Regimes and The Term Structure of Interest Rates. **Journal of Econometrics**, Amsterdam, v. 174, n. 1, p. 27-43, 2013.
- CARVALHO, F. A.; VALLI, M. **An Estimated DSGE Model with Government Investment and Primary Surplus Rule: the Brazilian Case**. 2010. Trabalho apresentado no XXXII Encontro Brasileiro de Econometria (SBE), Salvador-BA, 2010.
- CASTRO, M. **SAMBA: Stochastic Analytical Model with a Bayesian Approach**. Brasília: Banco Central do Brasil, April, 2011. (Working Paper, n. 239).
- CHEN, X.; MACDONALD, R. Realised and Optimal Monetary Policy Rules in an Estimated Markov-Switching DSGE Model of the United Kingdom. **Journal of Money, Credit and Banking**, Columbus, v. 44, 6, p. 1091-1116, 2012.
- CHO, S. **Characterizing Markov-Switching Rational Expectation Models**. Seoul: School of Economics, Yonsei University, 2014. (Working Paper) . Disponível em: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1468331. Acesso em: 23 ago. 2014.
- CHO, S.; MORENO, A. The Forward Method as a Solution Refinement in Rational Expectations Models. **Journal of Economic Dynamics and Control**, Amsterdam, v. 35, n. 3, p. 257-272, 2011.
- CHRISTIANO, L. J.; EICHENBAUM, M.; EVANS, C. Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy. **Journal of Political Economy**. Chicago, v.113, n. 1, p. 1-45. 2005.
- DAVIG, T.; LEEPER, E. M. Generalizing the Taylor Principle. **American Economic Review**, Nashville, v. 97, n. 3, p. 607–635, 2007.
- EO, Y. **Bayesian Analysis of DSGE Models with Regime Switching**. Munich: University Library of Munich, 2009. (MPRA Paper, 13910).
- FARMER, R.; WAGGONER, D. F.; ZHA, T. **Minimal State Variable Solutions to Markov-Switching Rational Expectations Models**. Atlanta: Federal Reserve Bank of Atlanta. 2008. (Working Paper, 2008-23)

FOERSTER, A.; RUBIO-RAMÍREZ, J. F.; WAGGONER, D.; ZHA, T. **Perturbation Methods for Markov-Switching Models**. Kansas City: Federal Reserve Bank of Kansas City, 2013. (Working Paper, 13-01).

FOERSTER, A. **Monetary Policy Regime Switches and Macroeconomic Dynamics**. Kansas City: Federal Reserve Bank of Kansas City, 2013. (Working Paper, 13-01).

FUKAC, M.; PAGAN, A. **Issues in Adopting DSGE Models for Use in the Policy Process**. Canberra: The Australian National University, 2006. (CAMA Working Paper Series, n. 10).

FURLANI, L.; PORTUGAL, M.; LAURINI, M. Exchange Rate movements and monetary Policy in Brazil: Econometric and Simulation Evidence. **Economic Modelling**, Surrey, v. 27, n.1, p. 284-295, Jan. 2010.

GALI, J.; MONACELLI, T. Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy. **Review of Economic Studies**, Bristol, v. 72, p. 707–34, 2005.

IRELAND, P. Changes in the Federal Reserve's Inflation Target: Causes and Consequences. **Journal of Money, Credit and Banking**, Columbus, v. 39, n. e, p. 1851-1882, 2007.

JUSTINIANO, A.; PRESTON, B. Monetary Policy And Uncertainty in an Empirical Small Open-Economy Model. **J. Applied Econometrics**, Chichester, v. 25, p. 93–128, Jan. 2010.

JUSTINIANO, A.; PRIMICERI, G. The Time Varying Volatility of Macroeconomic Fluctuations. **American Economic Review**, Nashville, v. 98, n.3, p. 604-641, June 2008.

KANCZUK, F. Juros Reais e Ciclos Reais Brasileiros. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 56, n. 2, p. 249-267, abr./jun. 2002.

KIM, C. J.; NELSON, C. R. **State-Space Models with Regime Switching: Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications**. Cambridge: The MIT Press, 1999.

LIU, P.; MUMTAZ, H. Evolving Macroeconomic Dynamics in a Small Open Economy: An Estimated Markov Switching DSGE Model for the UK. **Journal of Money, Credit and Banking**, Columbus, v. 43, n.7, p. 1223-1474, Oct. 2011.

LIU, Z.; WAGGONER, D. F.; ZHA, T. Sources of macroeconomic Fluctuations: a Regime-Switching DSGE Approach. **Quantitative Economics**, Chicago, v. 2, p. 251-301, July 2011.

LUBIK, T.; SCHORFHEIDE, F. Testing for Indeterminacy: an Application to U.S. Monetary Policy, **American Economic Review**, Nashville, v. 94, n.1, p. 190-217, 2004.

MONACELLI, T.. Monetary Policy in a Low Pass-Through Environment. **Journal of Money, Credit, and Banking**, Columbus, v. 37, n. 6, p. 1047–1066, 2005.

PALMA, A.A.; PORTUGAL, M.S. Preferences of the Central Bank of Brazil under the Inflation Targeting Regime: Estimation Using a DSGE model for a Small Open Economy. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 65, n. 4, p. 357-358, 2011.

SCHORFHEIDE, F. Learning and Monetary Policy Shifts, **Review of Economic Dynamics**, San Diego, v. 8, n.2, p. 392-419, 2005.

SILVEIRA, M. A. C. Using a Bayesian Approach to Estimate and Compare New Keynesian DSGE Models for the Brazilian Economy: The Role for Endogenous Persistence. **Re vista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 62, n. 3, p. 333-357, July/Sep. 2008.

SILVA, F. S.; PORTUGAL, M. S. **O Impacto de Choques Fiscais na Economia Brasileira: uma Abordagem DSGE**. 2010. Trabalho apresentado no XXXII Encontro Brasileiro de Econometria (SBE), Salvador-BA, 2010.

SIMS, C. Solving Linear Rational Expectations Models. **Computational Economics**, Dordrecht, v. 20, p. 1–20, 2001.

SMETS, F.; WOUTERS, R. An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of The Euro Area. **Journal of the European Economic Association**, Cambridge, v. 1, n. 5, p. 1123–1175, 2003.

SVENSSON, L.; WILLIAMS, N. **Monetary Policy with Model Uncertainty: Distribution Forecast Targeting**. London: CEPR Discussion Papers, 2007. (Working Paper, 6331).

TAYLOR, J. Discretion versus policy rules in practice. **Carnegie-Rochester Conference on Public Policy**, Amsterdam, v. 39, p. 195-214, 1993.

VEREDA, L.; CAVALCANTI, M. A. F. H. **Modelo Dinâmico Estocástico de Equilíbrio Geral (Dsge) para a Economia Brasileira: versão 1**. Brasília: Ipea, 2010. (Texto para Discussão, n. 1.479).