



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
ENG07053 - TRABALHO DE DIPLOMAÇÃO EM  
ENGENHARIA QUÍMICA



# Estudo de Estruturas de Controle Auto-Otimizáveis

*Autor: Claudia Dal Ri*

*Orientador: Prof. Dr. Marcelo Farenzena*

Porto Alegre, julho de 14

## Sumário

Sumário	ii
Agradecimentos	iii
Resumo	iv
Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	vi
Lista de Símbolos	vii
Lista de Abreviaturas e Siglas	viii
1 Introdução	1
2 Revisão Bibliográfica	2
2.1 Otimização	2
2.2 Otimização em Tempo Real (RTO)	3
2.3 Controle Auto-Otimizável	5
2.3.1 Implementação do controle auto-otimizável	6
2.3.2 Seleção das variáveis controladas	7
3 Materiais e Métodos	12
3.1 Método de varredura	12
3.2 Método do Espaço Nulo	13
4 Estudo de Caso e Resultados	15
4.1 Evaporador a circulação forçada	15
4.2 Processo de produção de cumeno	22
5 Conclusões e Trabalhos Futuros	27
6 Referências	28
7 Apêndice 1	30
8 Apêndice 2	33

## **Agradecimentos**

Primeiramente, gostaria de agradecer aos membros da minha família. Agradeço aos meus pais, Claudio e Elisabeth, que me mostraram desde pequena a importância dos estudos e que sempre me deram condições para alcançar meus objetivos. A minha irmã, Fernanda, pelo apoio e paciência para me aguentar nas épocas difíceis. A minha tia, Marta, que me acolheu quando cheguei a Porto Alegre e que sempre esteve presente. A todos, pelo amor e dedicação que me foram dedicados até esse momento de minha vida.

Gostaria de agradecer a UFRGS e a Ecole Centrale Nantes e aos professores de ambas as instituições por terem me proporcionado uma formação de qualidade. Agradeço ao meu orientador, Marcelo Farenzena, por ter me guiado na realização deste trabalho e por ter se mostrado disponível sempre que precisei.

Por fim, agradeço meus amigos – amigos de Caxias, amigos de Bento, amigos de Nantes e de duplo-diploma, colegas da UFRGS e pessoal da FOp – que de alguma maneira marcaram essa fase da minha vida. Amigos que me ajudaram em momentos de dificuldade, que compartilharam momentos de lazer em meio aos estudos e que, com certeza, influenciaram positivamente a minha vida.

## Resumo

Entende-se por controle auto-otimizável a estratégia de controle que emprega uma variável que quando tem seu set-point mantido constante é capaz de manter o sistema operando próximo ao ótimo, sem a necessidade de reotimização. Sua implementação é mais simples e sua resposta é da ordem de segundos, apresentando custos de instalação e manutenção bastante inferiores ao RTO.

O mais importante na busca da estrutura de controle auto-otimizável é determinar as variáveis controladas corretas. Para isso, diversos métodos foram criados, seja para encontrar variáveis isoladas ou combinações lineares das mesmas, com o objetivo de garantir que o uso desse controlador leve a menor perda econômica possível.

Dois métodos presentes na literatura, método de varredura e método do espaço nulo, foram avaliados na tentativa de encontrar variáveis capazes de manter o processo operando próximo ao ótimo quando da existência de distúrbios. Dois casos de estudo foram utilizados para essa análise, um evaporador a circulação forçada e o processo de produção de cumeno.

Ambos os métodos se mostraram satisfatórios para encontrar variáveis controladas, apresentando pouco desvio em relação ao ótimo real. Ao utilizar o método da varredura foi encontrado um desvio de 4,85% em relação ao ótimo real, para o evaporador a circulação forçada, e de 2,25%, para o processo de produção de cumeno. O método do espaço nulo se mostrou mais eficiente nesse sentido, sendo o desvio gerado de 1,73% e de 1,32% para os mesmos casos respectivamente. Entretanto, ambos apresentam limitações como o tempo computacional e dificuldade de implementação. Portanto, novas pesquisas são necessárias visando encontrar métodos capazes de superar essas limitações.

## Lista de Figuras

<b>Figura 2.1:</b> Hierarquia de tomada de decisões. Baseado em (Darby <i>et al.</i> , 2011).....	3
<b>Figura 2.2:</b> Hierarquia da estrutura de controle com RTO. Baseado em (Engell, 2007).....	4
<b>Figura 2.3:</b> Perda gerada ao se manter uma variável num valor constante (Skogestad, 2000).....	6
<b>Figura 2.4:</b> Implementação das variáveis controladas (Skogestad, 2000).....	6
<b>Figura 2.5:</b> Implementação do controle auto otimizável, baseado em (Skogestad, 2004). .	7
<b>Figura 4.1:</b> Sistema de evaporação, retirado de Kariwala, Cao e Janardhanan, (2008). ....	15
<b>Figura 4.2:</b> Erro médio gerado para cada conjunto de variáveis.....	17
<b>Figura 4.3:</b> Comparativo entre o ótimo real e o SOC para os distúrbios X1, T1 e T200, respectivamente, melhor caso para variáveis independentes. ....	19
<b>Figura 4.4:</b> Comparativo entre o ótimo real e o SOC para os distúrbios T1 e X1, melhor caso para variáveis independentes. ....	19
<b>Figura 4.5:</b> Comparativo entre o ótimo real e o SOC para os distúrbios T1 e X1, pior caso para variáveis independentes. ....	20
<b>Figura 4.6:</b> Comparativo entre o ótimo real e o SOC para os distúrbios X1, T1 e T200, respectivamente, melhor caso para o método do espaço nulo. ....	21
<b>Figura 4.7:</b> <i>Flowsheet</i> do processo.....	22
<b>Figura 4.8:</b> Comparativo entre o ótimo real e o SOC, melhor caso.....	24
<b>Figura 4.9:</b> Comparativo entre o ótimo real e o SOC, método do espaço nulo.....	25

## Lista de Tabelas

<b>Tabela 4.1:</b> Variáveis e valores ótimos no ponto base .....	16
<b>Tabela 4.2:</b> Análise do problema.....	16
<b>Tabela 4.3:</b> Possíveis escolhas para CVs.....	20
<b>Tabela 4.4:</b> Cinética das Reações .....	22
<b>Tabela 4.5:</b> Valores ótimos no ponto base.....	24
<b>Tabela 4.6:</b> Desvio do ótimo econômico para conjuntos de variáveis.....	24

---

## Lista de Símbolos

$u$  – variáveis manipuladas

$y$  – variáveis disponíveis

$f$  – restrições de igualdade

$g$  – restrições de desigualdade

$J$  – função objetivo

$d$  – distúrbios

$F$  – matriz sensibilidade ótima

$H$  – matriz de constantes com os coeficientes das combinações lineares

$n_u$  – número de graus de liberdade

$n_y$  – número de variáveis disponíveis

$n_d$  – número de distúrbios

$n_c$  – número de variáveis controladas

$C_p$  – concentração de propileno

$C_p$  – concentração de benzeno

## **Lista de Abreviaturas e Siglas**

RTO – otimizador em tempo real

SOC – controlador auto-otimizável

OPT – Valores calculados pela resolução do problema de otimização

CV – variável controlada

MV – variável manipulada

## 1 Introdução

Devido à alta competitividade do mercado, a necessidade de atender aos padrões ambientais e diminuir gastos em energia é cada vez maior a necessidade de operar um processo no ponto de operação ótimo. O otimizador em tempo real (RTO) é uma das ferramentas disponível industrialmente com maior capacidade para atender a esse requisito, entretanto a presença de incertezas e distúrbios degradam o seu desempenho. Além disso, o custo associado de implementação e manutenção são elevados, o que limita seu uso amplo na indústria.

O RTO é uma tecnologia bastante conhecida capaz de unir o controle regulatório e a questão econômica da planta, mantendo a mesma o mais próximo possível do ótimo econômico. Sua utilização traz benefícios relevantes, podendo incrementar consideravelmente a lucratividade da planta.

O funcionamento do RTO depende dos dados da planta quando a mesma se encontra em estado estacionário, assim, sua implementação se torna difícil em processos bastante afetados por distúrbios. Além disso, o alto custo associado ao RTO e a sua dependência de modelos de processo fez com que se começasse a buscar novas soluções para manter a planta operando no ponto ótimo.

Uma estratégia mais simples para se operar próximo ao ótimo é a utilização de um controlador auto otimizável (SOC), a qual é de simples implementação e cuja resposta é da ordem da dinâmica do controlador. Tal controlador é comumente um controlador PID, cujos custos de instalação e manutenção são bastante inferiores ao RTO. Seu apelo está na possibilidade de se operar próximo ao ótimo quando se mantém os set-points das variáveis controladas (CVs) constantes no seu valor ótimo do ponto base, desde que as variáveis corretas sejam escolhidas.

Neste trabalho será avaliada a capacidade do controlador auto-otimizável de operar próximo ao ótimo através de dois estudos de caso. Isso será feito utilizando-se dois métodos para a seleção das variáveis controladas, método de varredura para a seleção de variáveis independentes e método do espaço nulo para a seleção de combinações lineares das variáveis escolhidas.

O presente trabalho é dividido da seguinte maneira: o segundo capítulo mostra uma revisão bibliográfica contendo os principais conceitos para o entendimento do controle auto-otimizável, apresentação dos trabalhos já realizados sobre o assunto e explicação dos métodos atualmente utilizados para a determinação das variáveis controladas. São descritos no capítulo de materiais e métodos as duas propostas utilizadas para a detecção dessas variáveis. O quarto capítulo apresenta os casos avaliados e os resultados obtidos. Ao fim, as conclusões quanto aos resultados observados e sugestões para futuros trabalhos são apresentadas.

## 2 Revisão Bibliográfica

### 2.1 Otimização

Otimização é um ramo da matemática dedicado ao desenvolvimento de algoritmos eficientes para determinação de máximos e mínimos de funções, obedecendo a critérios previamente estabelecidos (Forst e Hoffmann, 2010).

Os primeiros problemas de otimização foram formulados por Euclides, no século III a.C.. Com o aparecimento do cálculo diferencial no século XVII, técnicas para encontrar o ponto ótimo foram desenvolvidas, sendo Newton o criador de um método iterativo que permitia encontrar os extremos locais utilizando a noção de derivadas. Durante o século XVIII, o trabalho de Euler e de Lagrange levou ao cálculo das variações, um ramo da análise funcional que combina vários métodos de otimização. O último desenvolveu uma técnica de otimização para problemas com restrições, os multiplicadores de Lagrange (Forst e Hoffmann, 2010).

O século XIX é marcado pelo crescente interesse dos economistas pela matemática, criando modelos econômicos que lhes convinha otimizar. Após esse período, muitos outros métodos iterativos foram criados, além do surgimento do termo programação matemática para designar os problemas de otimização (Forst e Hoffmann, 2010).

Trazendo esta realidade para a indústria química, a determinação de um ótimo econômico de operação em uma planta industrial requer a solução de um problema de otimização com restrições. As restrições de igualdade vêm do modelo do processo, enquanto as de desigualdade vêm de fatores como os limites físicos das variáveis.

Um problema de otimização econômica, para um determinado processo, pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\min_u J(x, u, d) \quad (2.1)$$

$$f(x, u, d) = 0 \quad (2.2)$$

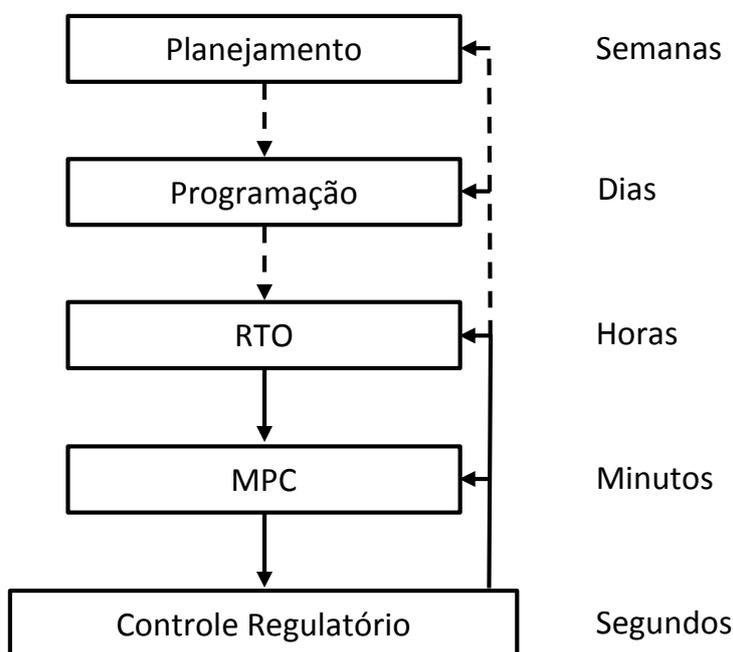
$$g(x, u, d) \leq 0 \quad (2.3)$$

$$x \in X, u \in U, d \in D \quad (2.4)$$

onde  $f$  é o modelo do processo,  $g$  as restrições de desigualdade,  $u$  as variáveis independentes,  $d$  os distúrbios,  $x$  as variáveis de estado e  $J$  é a performance econômica. Os aspectos econômicos são analisados quando a operação está em estado estacionário, assim, apenas modelos estáticos são utilizados nesta análise (Alstad et al., 2003).

## 2.2 Otimização em Tempo Real (RTO)

O sistema de controle de uma planta industrial geralmente é estruturado hierarquicamente em diversas camadas, cada uma operando em diferentes escalas de tempo e interconectadas pelas variáveis controladas, ou seja, a camada superior calcula o valor do *set-point* que será implementado pela camada inferior. Usualmente, a hierarquia de controle e de tomada de decisões de uma planta é implementada como representado na Figura 2.1, onde cada bloco representa uma camada e sua respectiva escala de tempo, sejam elas: planejamento (semanas), programação (dias), otimizador em tempo real (horas), controle preditivo multivariável (minutos) e o controle regulatório (segundos) (Skogestad, 2000).



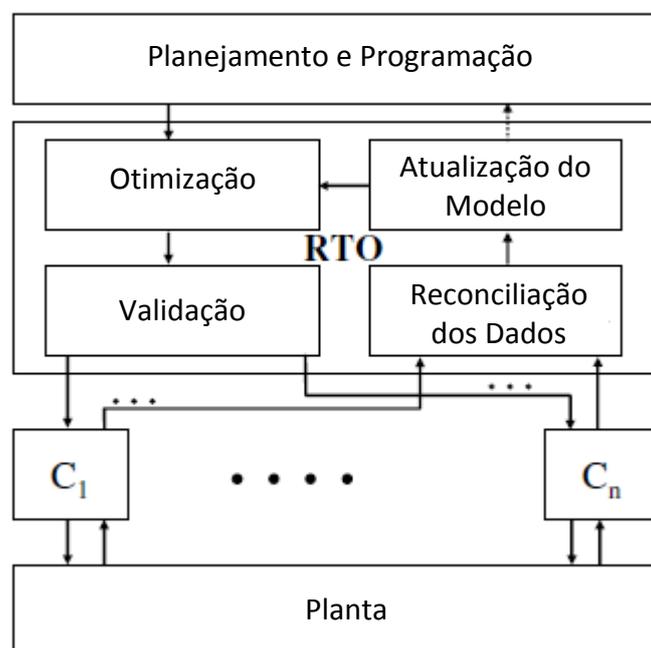
**Figura 2.1:** Hierarquia de tomada de decisões. Baseado em (Darby *et al.*, 2011).

O planejamento, baseado na atual situação econômica e em previsões, decide o que produzir e como fazê-lo. A programação analisa dados como o tempo de entrega da matéria-prima, mudanças no modo de operação e possíveis problemas de armazenamento, com base nos quais decide quando produzir o que foi ordenado pela camada superior. Nesses níveis, a atualização do modelo e o *feedback* são feitos de forma não contínua e não automática.

O RTO e as camadas inferiores funcionam continuamente e em tempo real. O RTO é responsável por implementar decisões econômicas, baseado em um modelo não-linear e, geralmente, estático e formulado a partir de uma função lucro. Os valores calculados pelo RTO são diretamente transformados em parâmetros para o MPC (controle preditivo multivariável). Este, baseado em modelos geralmente lineares, controla dinamicamente a planta e é também capaz de otimizá-la. A última camada é composta pela malha de controle regulatório, que é a principal interface de operação para o monitoramento e o controle do processo (Darby *et al.*, 2011).

Baseado em modelos, o RTO opera em malha fechada e envia *set-points* para as camadas inferiores, com o objetivo de manter a operação do processo o mais próximo

possível do ótimo econômico. A estrutura deste sistema é representada pela Figura 2.2. O planejamento e a programação lhe fornecem objetivos e parâmetros para a função custo e para as restrições. O mesmo recebe do controle regulatório dados da planta e valores atualizados de todas as variáveis relevantes ao processo. Primeiramente, esses dados são analisados para identificar se o processo está em estado estacionário, se confirmada esta situação eles são reconciliados, com base em balanços materiais e de energia para compensar erros de medida. Os dados reconciliados são utilizados para calcular novos parâmetros para que o modelo represente a planta com acuracidade no atual ponto de operação. Novos valores para as variáveis de estado são calculados, os quais otimizam o processo e respeitam todas as restrições impostas. Os resultados obtidos são filtrados por um sistema supervisor e, posteriormente, enviados para a camada de controle do processo onde são utilizados como *set-points* (Engell, 2007).



**Figura 2.2:** Hierarquia da estrutura de controle com RTO. Baseado em Engell (2007).

O ponto de operação ótimo é determinado pelo otimizador, que utiliza o modelo da planta com as informações atualizadas, parâmetros, valor das restrições e valores econômicos. Na maioria das aplicações do RTO, a função objetivo é o lucro. O modelo da planta inclui balanços materiais e energéticos, relações termodinâmicas e cinéticas e todas as informações adicionais que possam ser necessárias. (Darby *et al.*, 2011)

Como o RTO geralmente emprega um modelo estático, a otimização só acontecerá se a planta estiver aproximadamente em estado estacionário. Portanto, o tempo entre duas iterações sucessivas do RTO deve ser grande o suficiente para que a planta atinja um novo estado estacionário. (Darby *et al.*, 2011)

Existem muitos desafios que interferem no bom funcionamento e na manutenção do RTO. Alguns são de natureza técnica, outros, um resultado direto da hierarquia de controle, que exige coordenação para garantir consistência e evitar conflitos. Outras dificuldades da utilização do RTO incluem: dificuldade de determinar preços das correntes intermediárias, estimações da composição da alimentação, coordenação entre o MPC e o RTO, atualização de modelos estáticos em uma planta dinâmica e pouca mão-de-obra especializada para a

manutenção do sistema. Além disso, pode-se incluir o impacto das decisões do RTO em tanques e no estoque, procedimentos para estabelecer a estrutura do modelo, incerteza nos modelos e nos dados e limitações associadas ao uso de dados típicos de operação para atualizar os parâmetros estimados. (Darby *et al.*, 2011)

### 2.3 Controle Auto-Otimizável

Para atingir uma operação verdadeiramente ótima precisa-se de um modelo perfeito, medições de todos os distúrbios e da resolução *on-line* do problema de otimização dinâmica, o que, na prática, é impossível de obter. Assim, buscam-se métodos de implementação mais simples que conseguem operar satisfatoriamente em cenários industriais.

Segundo Skogestad (2000), tem-se um Controle Auto-Otimizável quando é possível atingir uma perda econômica aceitável por intermédio da utilização de set-points constantes para a variável controlada, sem a necessidade de reotimização quando da ocorrência de distúrbios. Este conceito é diferente de auto-regulação, que é quando uma performance aceitável do controle dinâmico é obtida mantendo a entrada das manipuladas constante.

Arbel *et al.* (1996) apud Skogestad (2000) introduziu o conceito de variável dominante e controle parcial. Variáveis dominantes são variáveis que tendem a dominar o comportamento do processo e, portanto, seriam boas candidatas para CVs. Controle parcial significa que controlar essas variáveis implica em indiretamente atingir um controle aceitável das demais variáveis.

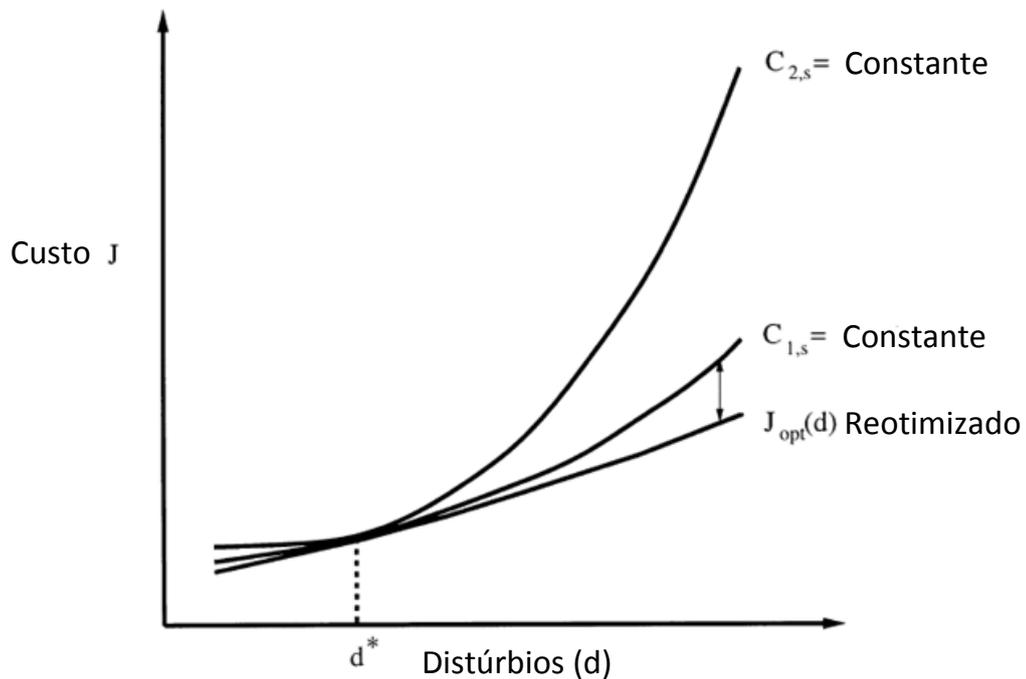
Portanto, a idéia do controlador auto-otimizável é que controlando a variável certa, é possível rejeitar os principais distúrbios, reduzindo portanto a necessidade de continua reotimização e de atualização de informações para o modelo, além de fazer com que a implementação seja mais robusta. Entretanto, isto pode implicar em uma perda na performance se comparado com a solução ótima real, sendo um dos grandes desafios encontrar uma estrutura de controle auto-otimizável para a qual a perda econômica seja aceitável.

Na Figura 2.3, observa-se a existência de perda quando uma controlada é mantida constante ao invés de reotimizar o sistema quando um distúrbio tira o processo do ponto base de operação ótimo. No caso apresentado, é melhor manter  $C_{1,s}$  contante ao invés de  $C_{2,s}$ , pois a perda econômica é menor.

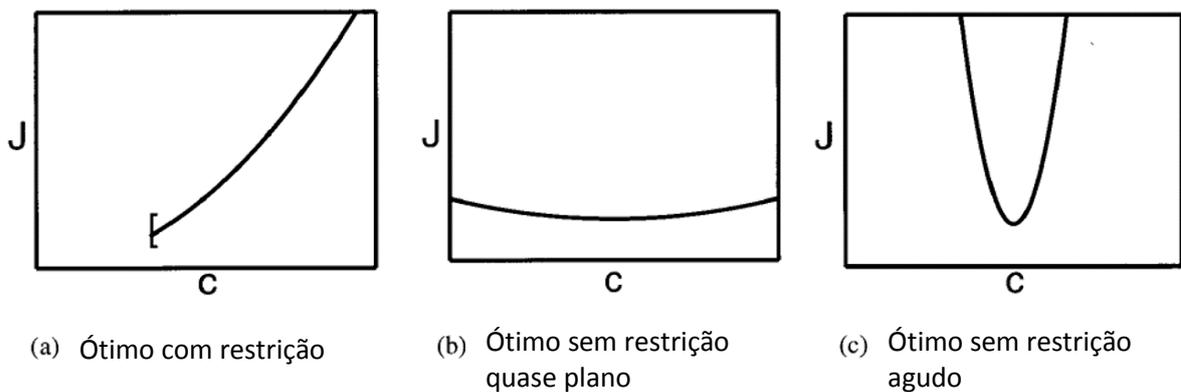
Para Skogestad (2000) outra preocupação em se utilizar este método é a existência do erro de implementação, causado por erros de medida, o qual pode causar uma perda maior no lucro, dependendo da superfície de otimização. Mais especificamente, existem três classes de problemas de otimização, representados pela Figura 2.4:

- Ótimo com restrições: o valor mínimo do custo  $J$  é encontrado quando a restrição está ativa, neste caso não existe perda e o problema é de fácil implementação.
- Ótimo sem restrições quase plano: neste caso o custo é insensível ao valor da variável controlada  $c$  e a implementação é fácil.

- Ótimo sem restrições agudo: é o problema de mais difícil implementação, onde o custo é bastante sensível ao valor da variável controlada. Neste caso é preferível empregar outra variável para controlar o sistema.



**Figura 2.3:** Perda gerada ao se manter uma variável num valor constante. Extraído de (Skogestad, 2000).



(a) Ótimo com restrição

(b) Ótimo sem restrição quase plano

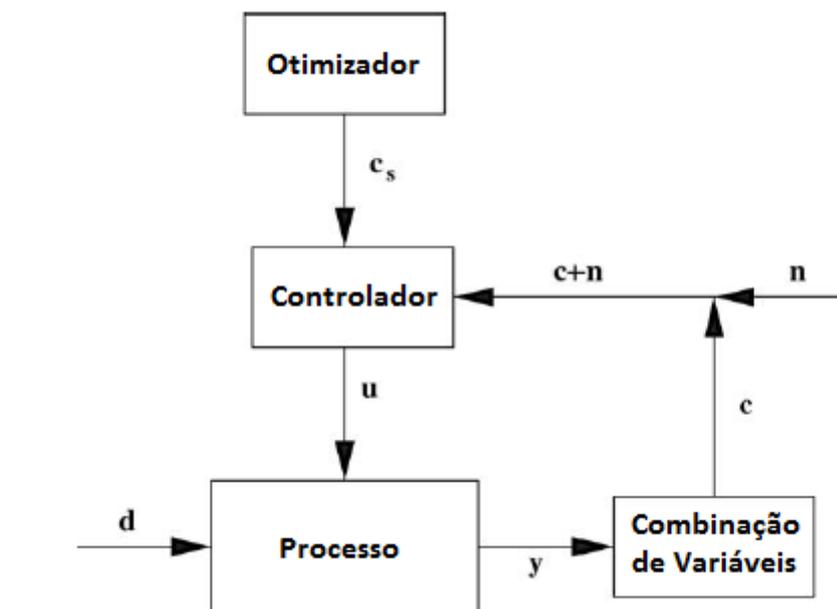
(c) Ótimo sem restrição agudo

**Figura 2.4:** Implementação das variáveis controladas. Extraído de (Skogestad, 2000).

### 2.3.1 Implementação do controle auto-otimizável

O controle auto-otimizável é implementado em malha fechada através de uma estratégia de feedback, onde os graus de liberdade são ajustados para manter as CVs selecionadas em set-points constantes, como pode ser visualizado na Figura 2.5 (Skogestad, 2004). Em resumo, a implementação ocorre da seguinte maneira:

- Um conjunto de graus de liberdade são ajustados com o objetivo de manter as restrições ativas;
- Os demais graus de liberdade são ajustados com o objetivo de manter as CVs em seu set-point constante.



**Figura 2.5:** Implementação do controle auto otimizável, baseado em (Skogestad, 2004).

O valor a ser implementado como set-point das CVs deve ser o valor ótimo obtido no ponto ótimo base e o mesmo deve ser mantido constante para toda a faixa de distúrbios (Skogestad, 2004).

### 2.3.2 Seleção das variáveis controladas

O principal desafio para encontrar a estrutura de controle auto-otimizável é determinar qual é a melhor maneira de implementá-la na presença de incertezas. Para isso é necessário selecionar o conjunto certo de variáveis que terão seus set-points mantidos constantes.

Primeiramente é preciso fazer uma análise do problema, ou seja, determinar o número de graus de liberdade. O número de variáveis controladas cujo *set-point* será mantido constante deve ser igual ao número de graus de liberdade disponíveis.

Uma vez resolvido o problema de otimização, é possível obter outras informações. Na maioria dos casos, um subconjunto das restrições de desigualdade está ativo, ou seja,  $g=0$  na solução ótima. Como demonstrado na Figura 2.4, a implementação nestes casos é bastante simples, por isso elas serão mantidas constantes e o número de graus de liberdade deve ser ajustado. Para os demais graus de liberdade disponíveis, devem-se escolher quais variáveis devem ser controladas. (Skogestad, 2004)

Variáveis isoladas, funções ou combinações das medições podem ser utilizadas como variáveis controladas, com o objetivo de se obter um controle auto-otimizável. O primeiro

é o mais simples e a melhor escolha se a perda for suficientemente pequena. Porém, para algumas aplicações não existe nenhuma medição isolada que auto-otimize o sistema, sendo necessário considerar outras alternativas, como combinações das variáveis.

Skogestad (2000) baseia a sua escolha de variáveis controladas a partir de diversas tentativas, avaliando a perda econômica ao se manter cada uma das candidatas num valor constante. Estas variáveis podem ser isoladas ou pequenas funções, como, por exemplo, a razão entre duas variáveis. As variáveis escolhidas devem respeitar os seguintes critérios:

1. O seu valor ótimo deve ser insensível aos distúrbios;
2. A variável deve ser fácil de medir e controlar, para que o erro de implementação seja aceitável;
3. O valor deve ser sensível a mudanças nas variáveis manipuladas, ou seja, o ganho deve ser grande. Assim, grandes erros na variável controlada resultam em erros pequenos nas manipuladas;
4. Em casos com duas ou mais variáveis controladas, as variáveis selecionadas não devem ser dependentes entre si.

O conceito de controle auto-otimizável foi utilizado por Gera *et al.* (2012) no processo de produção de cumeno apresentando resultados satisfatórios. As variáveis controladas foram escolhidas com base no conhecimento sobre o processo e implementadas juntamente com controle de inventário em pares de malhas. A estrutura de controle obtida por eles se mostrou simples de operar e capaz de manter uma boa performance econômica.

Igualmente, Seki e Naka (2008), com base no conhecimento de que a razão de refluxo é um controle auto-otimizável para processos com cinética de reação elementar, estendeu esta ideia para processos mais genéricos que envolvem reações em paralelo, obtendo bons resultados.

Larsson *et al.* (2001) utilizou a ideia de controle auto-otimizável no processo da *Tennessee Eastman*, mostrando a dificuldade de utilizar a técnica acima apresentada quando o processo possui um número muito grande de variáveis (12 graus de liberdade, 41 medições, 20 distúrbios). Neste caso, é necessário selecionar 12 variáveis para controlar dentre 41 opções. Em seu trabalho, ele mostra como selecioná-las, descrevendo as considerações feitas para eliminar algumas das candidatas, como, por exemplo:

- Eliminar variáveis que não tem influência econômica;
- Variáveis cujo ótimo é uma restrição ativa em toda a faixa de distúrbios devem ser utilizadas como variáveis controladas, pois são de fácil implementação;
- Utilizar o conhecimento sobre o processo para eliminar candidatas;
- Eliminar conjuntos de variáveis que são dependentes entre si.

Alstad *et al.* (2003) propuseram um método para selecionar as variáveis controladas do controle auto-otimizável como uma combinação linear de variáveis das medições disponíveis. A ideia é combinar um número de variáveis igual ao número de graus de

liberdade e dos distúrbios mais importantes. Do ponto de vista linear, este método tem propriedades auto otimizáveis perfeitas e perda aproximadamente nula, se o erro de implementação é negligenciável. A ideia é, primeiro, calcular a função sensibilidade ótima:

$$F = \frac{dy_{opt}}{dd} \quad (2.5)$$

onde  $y$  representa as candidatas a variáveis de controle,  $y_{opt}$  é o valor ótimo destas,  $d$  é o distúrbio, e  $F$  a matriz sensibilidade. Segundo, deve-se selecionar as variáveis controladas como combinação linear das variáveis, onde:

$$c = Hy \quad (2.6)$$

$$HF = 0 \quad (2.7)$$

onde  $H$  é a matriz com os coeficientes da combinação linear e  $\epsilon$  é o espaço nulo de  $F$ .

Um dos pontos negativos de se utilizar o Método do Espaço Nulo é desconsiderar o erro de implementação, o que pode se tornar um grande problema para algumas aplicações. Para compensar parcialmente este erro, as variáveis  $y$  escolhidas devem ser independentes entre si e poucos sensíveis a este tipo de erro (Alstad e Skogestad, 2007).

Outra falha deste método é que um novo conjunto de variáveis controladas deve ser escolhido para cada conjunto possível de restrições ativas. Isso ocorre porque o método assume que as restrições ativas são sempre as mesmas para todos os distúrbios, o que nem sempre é verdade. Se estas mudam, então um novo conjunto de variáveis controladas deve ser proposto. Neste caso uma estratégia online para a detecção destas mudanças se faz necessária, sendo mais vantajoso trabalhar com um RTO ou um MPC (Alstad e Skogestad, 2007).

Kariwala (2007) propôs um método para encontrar localmente o subconjunto ótimo de combinações lineares das variáveis que podem ser usadas como variáveis controladas. Este algoritmo é baseado no método espaço nulo e num método local que utiliza a expansão quadrática da função objetivo na vizinhança do ponto nominal de operação. Do método local temos:

$$y = G^y u + G_d^y W_d d + W_n n \quad (2.8)$$

onde  $W_d$  e  $W_n$  são matrizes diagonais que contém as magnitudes dos distúrbios e dos erros de implementação esperados, associados a cada variável, e  $G$  é a matriz ganho. Deseja-se encontrar um conjunto de combinações lineares das variáveis, representado pela equação (2.7). A pior perda econômica é dada por:

$$\max_{\| [d^T n^T] \|_2 \leq 1} L = \frac{1}{2} \sigma([M_d M_n]) \quad (2.9)$$

$$M_d = J_{uu}^{1/2} (J_{uu}^{-1} J_{ud} - G^{-1} G_d) W_d \quad (2.10)$$

$$M_n = J_{uu}^{1/2} G^{-1} H W_n \quad (2.11)$$

$$G = H G^y \quad (2.12)$$

$$G_d = H G_d^y \quad (2.13)$$

onde  $J_{uu}$  e  $J_{ud}$  representam  $\frac{\partial^2 J}{\partial u^2}$  e  $\frac{\partial^2 J}{\partial u \partial d}$ , respectivamente. Para determinar as variáveis controladas é preciso encontrar a matriz H que minimiza a perda. Com base no método do espaço nulo tem-se que a solução é dada pelo máximo de:

$$H(G^y J_{uu}^{-1} J_{ud} - G_d^y) = 0 \quad (2.14)$$

O algoritmo proposto pelos autores calcula H a partir da decomposição em valores singulares seguida da determinação dos auto vetores da matriz, considerando que a perda é minimizada quando  $\sigma([M_d M_n])$  é mínimo. Quando comparado ao Método do Espaço Nulo, este método se mostra bastante eficiente em encontrar a combinação ótima de variáveis que serão utilizadas como controladas, gerando uma perda bastante inferior em relação ao ótimo real.

Ainda, em seu trabalho ele mostra que não é necessário utilizar todas as variáveis disponíveis nas combinações, sendo possível obter aproximadamente a mesma performance econômica combinando apenas um pequeno grupo de variáveis. Entretanto, as combinações encontradas podem não ter um significado físico e nem sempre podem ser utilizadas como variáveis controladas. Além disso, a seleção dessas variáveis é baseada em um modelo linear aproximado e, em alguns casos, pode não apresentar uma perda aceitável para a planta.

Kariwala, Cao e Janardhanan (2008) apresentaram uma proposta semelhante a anterior, porém nesse caso o método proposto tem como objetivo encontrar a matriz H que minimize a perda econômica média. A solução deste problema é, frequentemente, considerada um super ótimo, pois coincide com a solução que minimiza a pior perda.

Um ponto negativo dos métodos acima citados é não considerar que as restrições ativas podem variar dentro da faixa de distúrbios estudada. Na maioria dos casos, o conjunto de restrições ativas é considerado constante e são escolhidas como variáveis controladas.

Partindo do princípio que o conjunto de restrições ativas é uma função dos distúrbios, Jacobsen e Skogestad (2011) propuseram um método para identificar regiões de restrições, ou seja, partes do espaço dos distúrbios onde determinadas restrições ativas podem ser mantidas constantes. O seguinte procedimento é utilizado para determinar as regiões:

- Utilizar o conhecimento do processo e o resultado do problema de otimização para determinar se alguma das restrições se mantém ativa para todos os possíveis distúrbios e prever se alguma delas é independente dos mesmos;
- Localizar os limites da região como horizontais ou verticais, resolvendo o problema de otimização no qual a variável muda de ativa para inativa;
- Encontrar os pontos que separam cada uma das regiões entre si. Os limites serão sempre linhas retas, apesar de isso não ser a realidade.

Manum e Skogestad (2012) estenderam o Método de Espaço Nulo para admitir mudanças no conjunto de restrições ativas. Eles mostraram que para problemas quadráticos é possível identificar funções descrição baseadas em medições lineares:

$$y = G^y u + G_d^y d \quad (2.15)$$

utilizando o Método do Espaço Nulo em cada região com restrições ativas. Assim, é possível criar uma lista de *set-points* a serem mantidos constantes, um para cada região do problema, e um método simples para mudar de um para outro, baseado apenas nas saídas dos controladores. Todo o trabalho deles considera o processo sempre em estado estacionário, inclusive o detector de regiões.

Ye *et al.* (2012) incorporou o conceito de Condições Necessárias para a Otimalidade (NCO) ao controle auto otimizável, o que possibilita atingir um ótimo global. O rastreamento das NCO possui dois componentes, as restrições ativas e gradientes reduzidos, que são calculados on-line e utilizados como variáveis controladas. O método propõe selecionar as CVs para aproximar as NCO dentro de todo o espaço de operação, assim quando o set point das CVs é mantido em zero as NCO são aproximadamente satisfeitas e a planta opera próximo ao ótimo global.

A seleção das CVs como aproximações das NCOs pode ser feita numericamente, utilizando métodos e softwares conhecidos, como, por exemplo, o método dos mínimos quadrados e uma rede neural feedforward. Eles provaram que é possível reduzir significativamente a perda econômica utilizando esse método, entretanto a implementação é difícil, visto que as CVs são regressões polinomiais.

Resumindo os trabalhos comentados acima, é possível identificar até 3 maneiras para escolher as variáveis controladas:

1. Variáveis independentes: costuma apresentar os piores resultados, a não ser que o problema de otimização estática seja resolvido com frequência, a fim de atualizar os *set-points* fixados. Entretanto, sempre que possível deve ser utilizada por ser mais fácil de implementar;
2. Combinações lineares de todas as variáveis disponíveis: geralmente apresentam resultados melhores, com valores bastante baixos para a perda econômica. Vários métodos foram desenvolvidos nos últimos anos para a busca das melhores combinações;
3. As variáveis controladas variam de acordo com as condições de operação, ou seja,  $H$  é uma função destas condições.

Neste trabalho, apenas os dois primeiros casos serão abordados.

### 3 Materiais e Métodos

Neste capítulo serão apresentadas as metodologias utilizadas para escolher as variáveis controladas da estrutura de controle auto-otimizável.

Primeiramente, é necessário definir a função objetivo que deverá ser minimizada para obter o ponto ótimo de operação, que nos casos apresentados é a função custo, visto que deseja-se operar no ótimo econômico. Além disto, deve-se especificar as restrições, sejam elas de igualdades (modelo) ou de desigualdades. Com essas informações é possível fazer a análise dos graus de liberdade, cuja número será igual ao número de variáveis controladas da estrutura de controle auto-otimizável.

As variáveis escolhidas no processo devem manter o sistema operando próximo ao ótimo na presença de distúrbios. Para facilitar a escolha das variáveis, os principais distúrbios devem ser previamente identificados, os quais podem ser causados por:

- Incertezas no modelo utilizado na otimização;
- Distúrbios que podem ocorrer durante a operação;
- Erros de implementação.

Uma vez formulado o problema de otimização, ele foi resolvido com o auxílio do Matlab R2010b ou do Aspen Plus V7.2, dependendo do estudo de caso, tanto para o ponto de operação de base quanto para os possíveis distúrbios para possibilitar o cálculo da perda quando se utiliza o SOC. Os valores ótimos calculados para o ponto base serão os *set-points* das variáveis controladas selecionadas.

Todas as restrições ativas no ponto base serão implementadas para todos os possíveis distúrbios. Para os graus de liberdade restantes devem ser selecionadas variáveis controladas que podem ser variáveis independentes ou combinações lineares destas. As candidatas a variáveis controladas devem:

- Apresentar valor ótimo com fraca dependência dos distúrbios;
- Ser fácil de controlar e medir;
- Ser sensível a mudanças nas variáveis manipuladas;
- Ser independentes entre si.

#### 3.1 Método de varredura

Um método de varredura foi utilizado para selecionar qual a combinação de variáveis é capaz de manter o processo mais próximo ao ótimo. Seja a perda gerada calculada por:

$$L = J_u(u, d) - J_{opt}(d) \quad (3.1)$$

Onde  $J_{opt}$  é o valor ótimo da função objetivo,  $J_u$  é o valor da função objetivo para as CVs selecionadas,  $d$  são os distúrbios e  $u$  representa as variáveis selecionadas.

Para realizar a varredura é necessário resolver o problema de otimização para todas as combinações de variáveis controladas dentro de toda a faixa de distúrbios ( $J_{opt}(d)$ ). O mesmo problema deve ser novamente resolvido, mas agora fixando o set-point de cada combinação de variável no seu valor ótimo do ponto base ( $J_u(u,d)$ ). O erro entre o ótimo real e o valor obtido pelo SOC é calculado para cada distúrbio, com o objetivo de se escolher o conjunto de variáveis que gera o menor erro médio.

$$erro = \frac{J_u(u,d) - J_{opt}(d)}{J_{opt}(d)} \quad (3.1)$$

### 3.2 Método do Espaço Nulo

O método do espaço nulo, proposto por Alstad e Skogestad (2007), foi utilizado para a obtenção do conjunto de combinações lineares:

$$c = Hy \quad (3.1)$$

Onde  $H$  é uma matriz constante  $n_u \times n_y$ ,  $y$  é o conjunto de variáveis disponíveis e  $u$  é o número de graus de liberdade.

O método assume que o processo está em estado estacionário, pois a análise econômica é feita nessas condições. Além disso, ele inclui apenas os distúrbios que afetam o estado estacionário e desconsidera erros de implementação.

Seja:

$$F = \frac{dy_{opt}}{dd} \quad (3.2)$$

a matriz sensibilidade, a qual deve ser avaliada respeitando as restrições ativas previamente encontradas. Assumindo que se tem  $n_u$  graus de liberdade,  $n_d$  distúrbios e  $n_y$  variáveis independentes e que o objetivo é obter  $n_c = n_u$  variáveis controladas, se  $n_y \geq n_u + n_d$ , é possível selecionar uma matriz  $H$  no espaço nulo esquerdo de  $F$ , ou seja:

$$HF = 0 \quad (3.3)$$

A matriz sensibilidade foi calculada numericamente gerando pequenas perturbações para cada distúrbio e resolvendo novamente o problema de otimização para cada um deles com as restrições ativas. Assim:

$$\Delta y^{opt} = y^{opt}(d + \Delta d) - y^{opt}(d) \quad (3.4)$$

$$F = \frac{\Delta y^{opt}}{\Delta d} \quad (3.5)$$

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1^{opt}}{\partial d_1} & \cdots & \frac{\partial y_1^{opt}}{\partial d_{n_d}} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial y_{n_y}^{opt}}{\partial d_1} & \cdots & \frac{\partial y_{n_y}^{opt}}{\partial d_{n_d}} \end{bmatrix} \quad (3.[6])$$

A fim de respeitar a condição para existência da matriz  $H$ , caso existam mais variáveis candidatas do que o necessário, as mesmas podem ser escolhidas com base no seu

comportamento frente aos distúrbios. Como o método do espaço nulo desconsidera o erro de implementação, busca-se utilizar variáveis que minimizem esse erro, assim deve-se utilizar as variáveis que sofrem menos a influência dos distúrbios.

Uma vez calculada a matriz sensibilidade  $F$  é fácil calcular a matriz  $H$  com o auxílio do Matlab utilizando a função `Null`. As combinações são então determinadas utilizando a equação 3.1. Essas combinações devem ser mantidas num valor fixo, o qual é calculado com base nos valores ótimos obtidos para o ponto de operação base. Assim, o set-point das CVs representadas por essas combinações será:

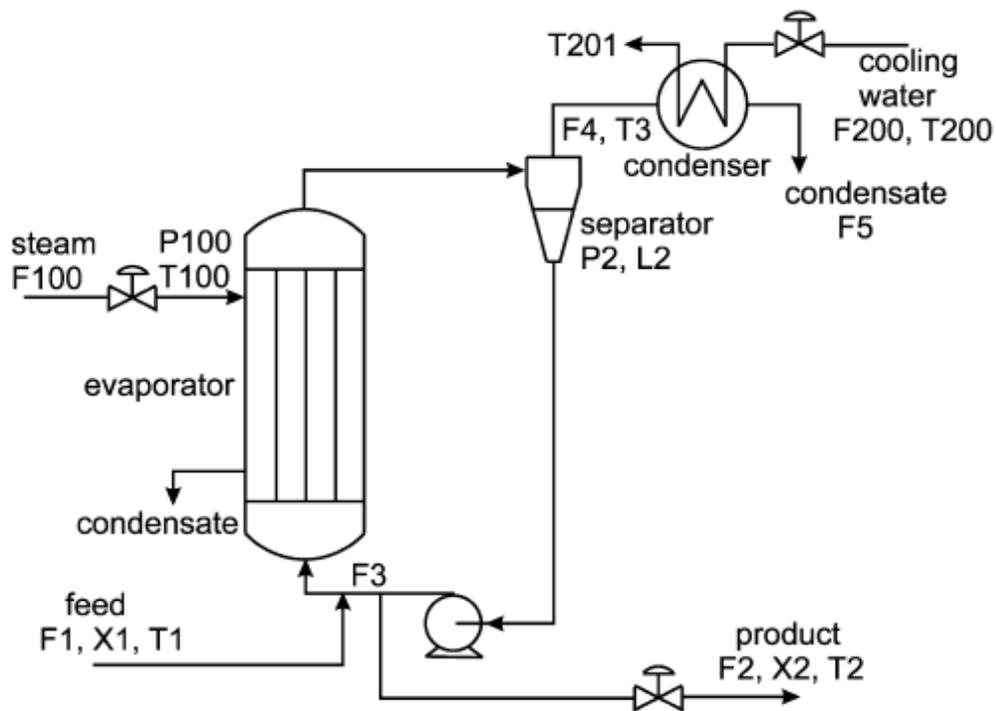
$$c_{opt} = Hy_{opt} \quad (3.7)$$

## 4 Estudo de Caso e Resultados

Neste capítulo serão apresentados os dois casos de estudo utilizados para avaliar os métodos de seleção das CVs e os resultados obtidos.

### 4.1 Evaporador a circulação forçada

O primeiro caso escolhido para avaliar o controle auto otimizável é representado pela Figura 4.1, onde um licor é concentrado em um evaporador a circulação forçada, proposto por Kariwala, Cao e Janardhanan (2008).



**Figura 4.1:** Sistema de evaporação, retirado de Kariwala, Cao e Janardhanan (2008).

O modelo do processo é representado pelas seguintes equações:

$$0 = F_1 - F_4 - F_2 \quad (4.1)$$

$$0 = F_1 X_1 - F_2 X_2 \quad (4.2)$$

$$0 = F_4 - F_5 \quad (4.3)$$

$$T_2 = 0,5616P_2 + 0,3126X_2 + 48,43 \quad (4.4)$$

$$T_3 = 0,507P_2 + 55,0 \quad (4.5)$$

$$F_4 = \frac{Q_{100} - 0,07F_1(T_2 - T_1)}{38,5} \quad (4.6)$$

$$T_{100} = 0,1538P_{100} + 90,0 \quad (4.7)$$

$$Q_{100} = 0,16(F_1 + F_3)(T_{100} - T_2) \quad (4.8)$$

$$F_{100} = \frac{Q_{100}}{36,6} \quad (4.9)$$

$$Q_{200} = \frac{0,9576F_{200}(T_3 - T_{200})}{0,14F_{200} + 6,84} \quad (4.10)$$

$$T_{201} = T_{200} + \frac{13,68(T_3 - T_{200})}{0,14F_{200} + 6,84} \quad (4.11)$$

$$F_5 = \frac{Q_{200}}{38,5} \quad (4.12)$$

O objetivo é maximizar economicamente o lucro operacional, que é formulado como a minimização do lucro negativo representado pela equação 4.1, cujos três primeiros termos representam custos operacionais relacionados às utilidades, o quarto termo é o custo da matéria-prima e o último termo é o valor do produto.

$$J = 600F_{100} + 0,6F_{200} + 1,009(F_2 + F_3) + 0,2F_1 - 4800F_2 \quad (4.13)$$

O processo está sujeito às seguintes restrições, relacionadas a especificações do produto, segurança e limites físicos:

$$X_2 \geq 35,5\% \quad (4.14)$$

$$400 \text{ kPa} \leq P_2 \leq 80 \text{ kPa} \quad (4.15)$$

$$P_{100} \leq 400 \text{ kPa} \quad (4.16)$$

$$0 \text{ kg/min} \leq F_{200} \leq 400 \text{ kg/min} \quad (4.17)$$

$$0 \text{ kg/min} \leq F_1 \leq 20 \text{ kg/min} \quad (4.18)$$

$$0 \text{ kg/min} \leq F_3 \leq 100 \text{ kg/min} \quad (4.19)$$

A análise do problema, conforme é apresentada na Tabela 4.1, mostra a existência de 7 graus de liberdade, dos quais 3 são distúrbios ( $X_1$ ,  $T_1$ ,  $T_{200}$ ) e os demais são variáveis manipuladas. O ponto de base é o caso onde  $X_1 = 5\%$ ,  $T_1 = 40^\circ\text{C}$ ,  $T_{200} = 25^\circ\text{C}$ . A faixa de distúrbios permitida corresponde a  $\pm 5\%$  em  $X_1$  e  $\pm 20\%$  em  $T_1$  e  $T_2$ , os mesmos foram avaliados individualmente e combinados entre si. No total, foram geradas 2057 combinações entre os distúrbios.

**Tabela 4.1:** Análise do problema

19 variáveis	19
12 equações do modelo	12
3 distúrbios ( $X_1$ , $T_1$ , $T_{200}$ )	3
<b>Graus de liberdade</b>	<b>4</b>

O problema de otimização foi resolvido no Matlab para o ponto base e os resultados podem ser conferidos na Tabela 4.2. O mínimo encontrado para a função objetivo foi de \$ -574,91. O código utilizado para a resolução do problema se encontra no Apêndice 1.

**Tabela 4.2:** Variáveis e valores ótimos no ponto base

Variável	Descrição	Ótimo
F <sub>1</sub>	Taxa de alimentação	9,361 kg/min
F <sub>2</sub>	Taxa do produto	1,3184 kg/min
F <sub>3</sub>	Taxa de circulação	24,4341 kg/min
F <sub>5</sub>	Taxa de condensado	8,0425 kg/min
T <sub>2</sub>	Temperatura do produto	88,3919 °C
T <sub>3</sub>	Temperatura do vapor	81,0583 °C
P <sub>2</sub>	Pressão de operação	51,3971 kPa
F <sub>100</sub>	Taxa da corrente de vapor	9,3264 kg/min
F <sub>200</sub>	Taxa de água de refrigeração	216,5481 kg/min
T <sub>201</sub>	Temperatura de saída da água de refrigeração	45,639 °C
F <sub>4</sub>	Taxa da corrente de vapor	8,0425 kg/min
X <sub>2</sub>	Composição do produto	35,5 %
P <sub>100</sub>	Pressão do vapor	400 kPa
X <sub>1</sub>	Composição da alimentação	5 %
T <sub>1</sub>	Temperatura de alimentação	40 °C
T <sub>200</sub>	Temperatura de entrada da água de resfriamento	25 °C
T <sub>100</sub>	Temperatura do vapor	151,52 °C
Q <sub>100</sub>	Calor trocado na entrada	341,3463 kW
Q <sub>200</sub>	Calor necessário no condensador	312,8537 kW

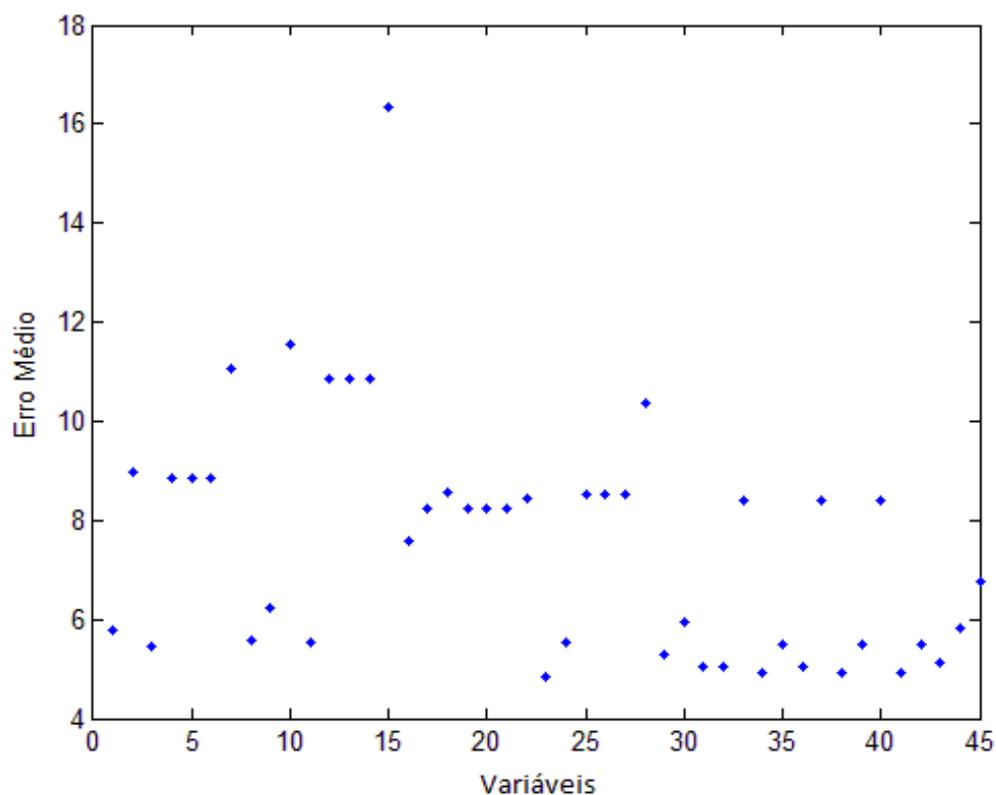
A existência de 4 graus de liberdade implica na necessidade de escolher 4 variáveis controladas para o controlador auto otimizável. Após a resolução do problema de otimização, pode-se observar a existência de duas restrições ativas, X<sub>2</sub> e P<sub>100</sub>. Devido à facilidade de implementação de uma estratégia que garante essa condição, as duas serão mantidas ativas dentro de toda a faixa de distúrbios. Sendo assim, ainda é necessário determinar outras duas CVs.

Desconsiderando os distúrbios, as duas restrições ativas e as variáveis que são diretamente dependentes de outras, têm-se dez candidatas a CV do controlar auto otimizável, sejam elas:

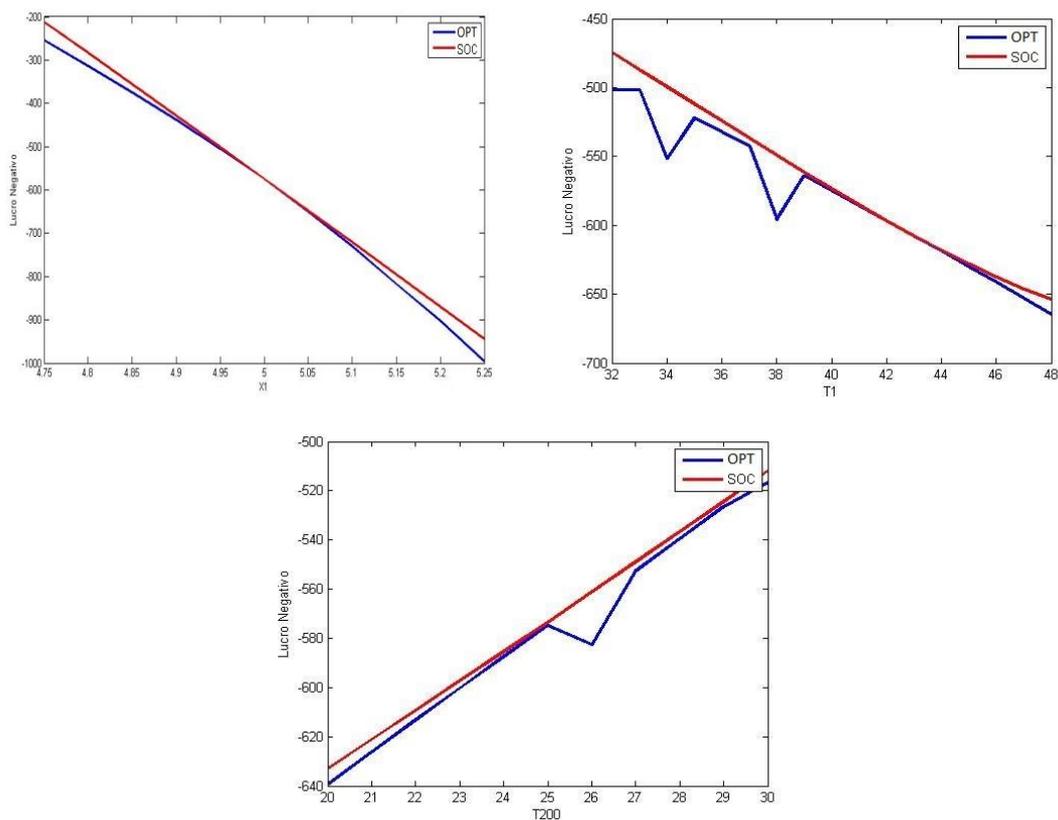
$$y = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_5 \ T_2 \ T_3 \ P_2 \ F_{100} \ F_{200} \ T_{201}] \quad (4.20)$$

Foi feita uma varredura por todas as possíveis combinações de duas dessas variáveis (total de 45), dentro de toda a faixa de distúrbios, para avaliar qual gera a menor perda em relação ao ótimo real. O código utilizado se encontra no Apêndice 1. A Figura 4.2 mostra o erro gerado por cada combinação. As variáveis escolhidas foram  $F_3$  e  $F_{200}$ , que correspondem a combinação 23.

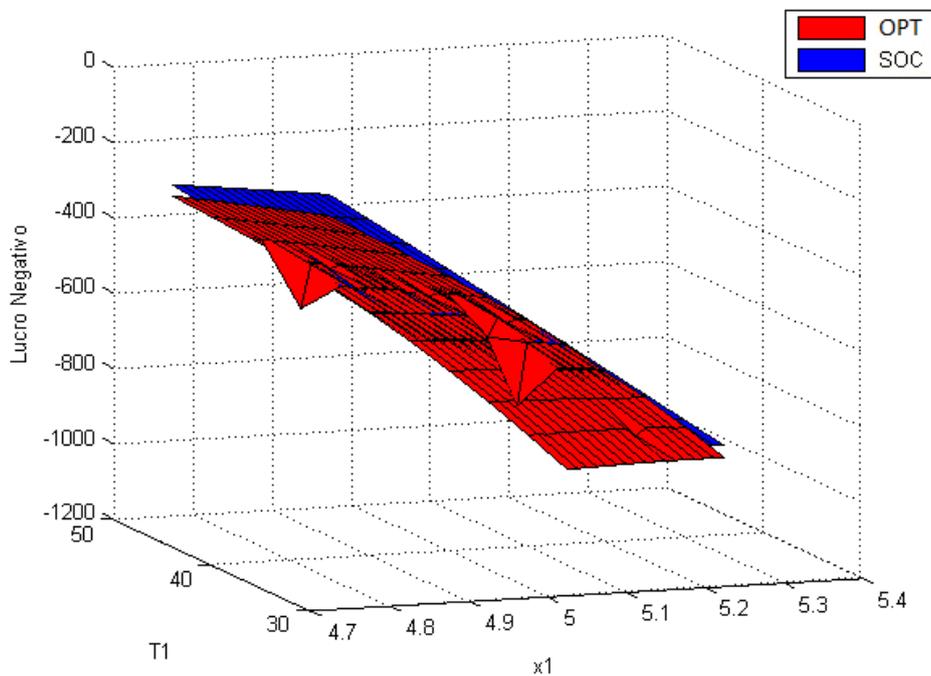
As variáveis escolhidas apresentaram um desvio médio de 4,85% em relação ao ótimo real, seja com perda mínima de \$ 0,0059 e a máxima de \$ 243,6. O tempo computacional para gerar esses resultados foi de 4102 s. As Figuras 4.3 e 4.4 representam os valores obtidos ao se manter o set-point das variáveis selecionadas constantes no seu valor ótimo base em comparação com ótimo real. A Figura 4.5 faz a mesma comparação, mas para as variáveis que apresentaram o maior desvio,  $F_2$  e  $F_{100}$ .



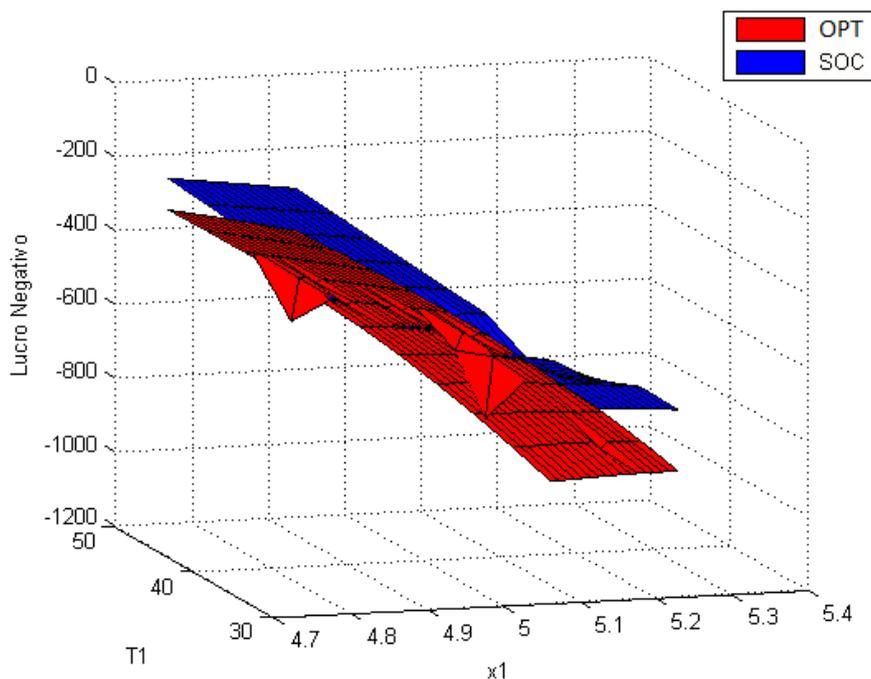
**Figura 4.2:** Erro médio gerado para cada conjunto de variáveis.



**Figura 4.3:** Comparativo entre o ótimo real e o SOC para os distúrbios X1, T1 e T200, respectivamente, melhor caso para variáveis independentes,  $F_3$  e  $F_{200}$ .



**Figura 4.4:** Comparativo entre o ótimo real e o SOC para os distúrbios T1 e X1, melhor caso para variáveis independentes,  $F_3$  e  $F_{200}$ .



**Figura 4.5:** Comparativo entre o ótimo real e o SOC para os distúrbios T1 e X1, pior caso para variáveis independentes,  $F_1$  e  $F_{100}$ .

Outras combinações de variáveis obtiveram erro médio bastante próximo ao da escolhida, como pode ser observado na Tabela 4.3, mostrando possibilidade de serem utilizadas como CVs. Devido à maior facilidade em se controlar uma vazão, por ter uma dinâmica mais rápida, foi mantida a decisão de utilizar  $F_3$  e  $F_{200}$  como CVs.

**Tabela 4.3:** Possíveis escolhas para CVs

Variáveis	Erro Médio
$F_3$ e $F_{200}$	4,85
$T_2$ e $F_{200}$	4,9190
$T_3$ e $F_{200}$	4,9191
$P_2$ e $F_{200}$	4,9191

Utilizando o método do espaço nulo, foi possível avaliar o controlador auto-otimizável com relação à utilização de uma combinação de variáveis como CVs. A matriz sensibilidade  $F$  foi calculada numericamente no Matlab, a partir da geração de diversos pequenos distúrbios (Apêndice 2).

Ao utilizar esse método é necessário respeitar  $n_y \geq n_u + n_d$ . Como o evaporador possui 3 distúrbios e 2 graus de liberdade,  $n_u + n_d = 5$ . Assim, foram escolhidas cinco variáveis dentre as dez possíveis. Essa escolha foi feita com base nos valores obtidos para a matriz sensibilidade, sendo escolhidas aquelas que apresentaram menor variação frente aos distúrbios. A matriz  $F$  selecionada foi:

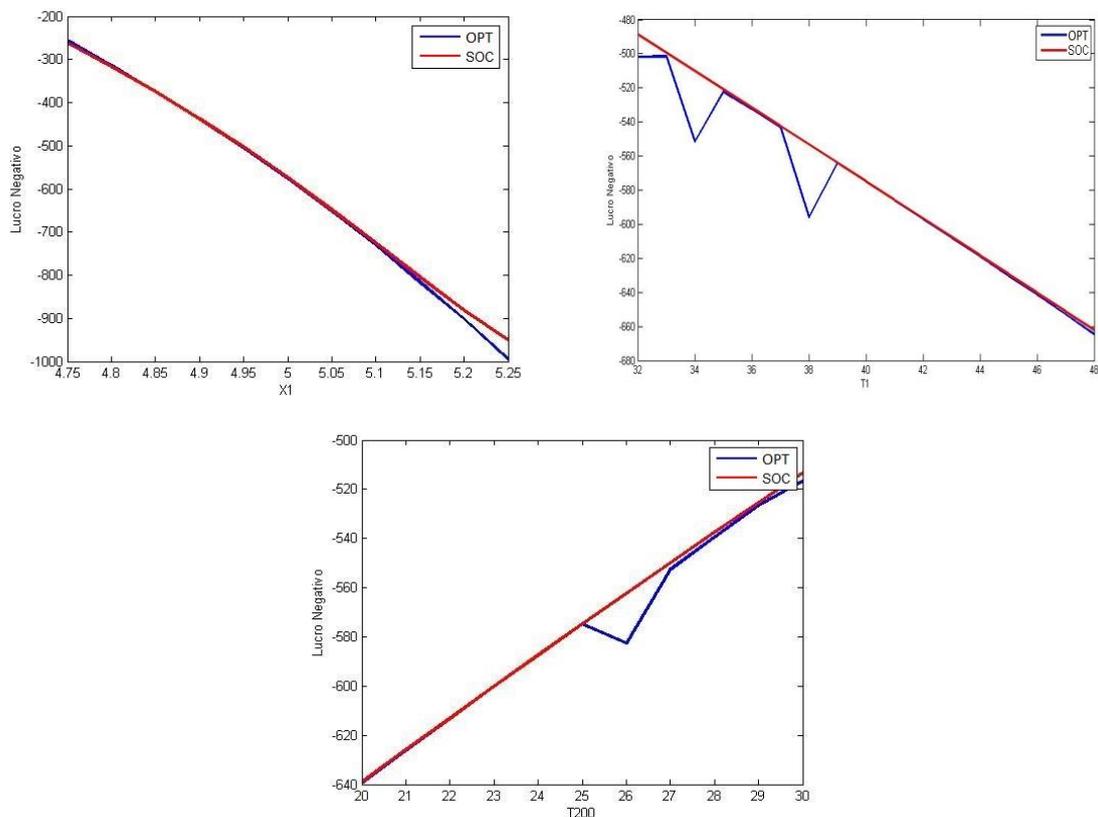
$$F = \begin{bmatrix} 11,751 & 1,917 & 9,833 & 12,47 & -2,61 \\ 0,247 & 0,034 & 0,212 & 0,242 & 0,963 \\ 0,236 & 0,033 & 0,202 & 0,235 & 1,138 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

A combinação linear obtida foi:

$$c = \begin{bmatrix} -0,68F_1 - 0,19F_2 + 0,69F_5 + 0,12F_{100} - 0,0024T_{201} \\ 0,15F_1 - 0,97F_2 - 0,135F_5 + 0,11F_{100} - 0,0022T_{201} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Ao utilizar essas combinações como CVs, o desvio médio obtido foi de 1,73% em relação ao ótimo real, com perda mínima de \$ 0,0131 e a perda máxima de \$ 234,82. O tempo computacional para avaliar o método foi de 516 s. A Figura 4.6 representa os valores obtidos ao se manter o set-point das variáveis selecionadas constantes no seu valor ótimo base em comparação com ótimo real. É possível observar que essa escolha gera uma perda cerca de 65% inferior à obtida quando da utilização de variáveis independentes.

Comparando os resultados de ambos os métodos, o método do espaço nulo se mostra mais eficiente em manter o processo operando próximo ao ótimo, pois gera uma perda média menor do que a utilização de variáveis independentes. Entretanto, na prática é mais fácil implementar uma única variável do que uma combinação de variáveis, principalmente do ponto de vista operacional, visto que facilita a sintonia do controlador e teria maior aceitação dos operadores. Além disso, a manutenção é mais fácil e menos custosa. Ao utilizar o método do espaço nulo, cada CV gerada depende de várias medidas, o que implica na necessidade de um maior número de sensores associados ao controlador.



**Figura 4.6:** Comparativo entre o ótimo real e o SOC para os distúrbios X1, T1 e T200, respectivamente, melhor caso para o método do espaço nulo.

Tendo em vista o tempo computacional, o método do espaço nulo se mostrou mais eficiente, lembrando que a seleção de variáveis é feita off-line. Esse parâmetro não é tão importante quando o sistema possui poucas variáveis, mas quanto mais complexo o processo mais custoso se torna fazer uma varredura de todas as possíveis variáveis.

## 4.2 Processo de produção de cumeno

O segundo estudo de caso foi retirado de Luyben (2009) e foi implementado no Aspen Plus V7.2. A produção de cumeno ( $C_9H_{12}$ ) ocorre a partir da reação entre benzeno e propileno em fase vapor em um reator com temperatura e pressão elevadas. Ocorre também, em sequência, uma reação entre o cumeno e o propileno para formar p-diisopropilbenzeno (PDIB), que é uma impureza e sua formação deve ser a mínima possível. As referidas reações estão abaixo dispostas:



As cinéticas das reações mencionadas estão dispostas na Tabela 4.4.

A simulação em Aspen Plus foi conduzida utilizando o pacote NRTL de propriedades termodinâmicas. O *flowsheet* do processo é representado pela Figura 4.7, cujas especificações foram as mesmas utilizadas por Luyben (2009), entretanto, o mesmo foi simplificado para melhor atender os objetivos deste trabalho. A segunda coluna foi retirada por não apresentar influência significativa nas variáveis do processo.

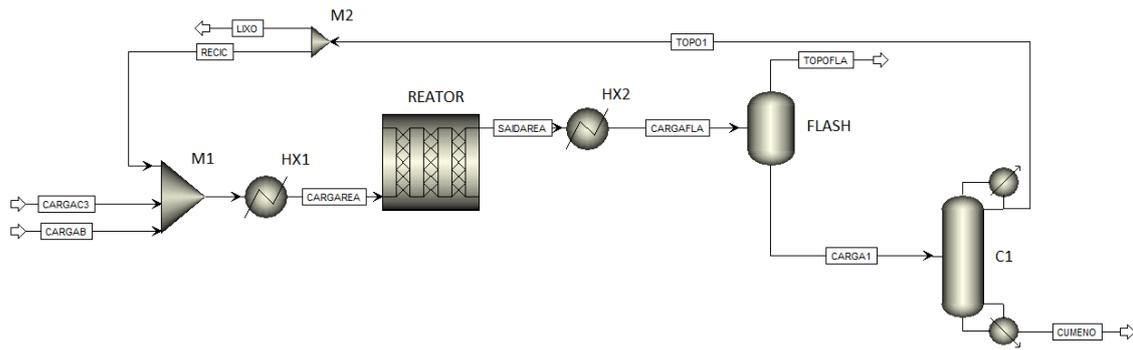
**Tabela 4.4:** Cinética das Reações

	<b>Reação 4.11</b>	<b>Reação 4.12</b>
<b>K</b>	$2,8 \times 10^7$	$2,32 \times 10^9$
<b>E (kJ/kmol)</b>	104174	146742
<b>Termos de concentração (kmol/m<sup>3</sup>)</b>	$C_p C_n$	$C_c C_p$

Duas correntes líquidas alimentam o processo. A corrente de propileno é de 104,1 kmol/h, e sua composição é 95% propileno e 5% propeno. A corrente de benzeno fresco é de 95 kmol/h. Ambas as correntes são misturadas com a corrente de reciclo rica em benzeno, que é o destilado da coluna C1. As correntes mencionadas estão a 25 bar e passam por um trocador de calor para atingir temperatura de 360°C na entrada do reator.

O reator é tubular e resfriado para manter sua temperatura constante na temperatura de entrada. É composto por 342 tubos, de 0,0763 m de diâmetro e 6 m de comprimento. O efluente do reator é enviado para um condensador e é resfriado até 90°C utilizando água de resfriamento. A corrente resultante é alimentada em um vaso *flash*, que opera a 1,75 bar. O líquido resultante alimenta a coluna C1.

A coluna C1 tem 15 estágios e é alimentada no estágio 6. A pressão de operação é de 1,75 bar, o condensador é total e sua temperatura é de 60°C. A razão de refluxo é de 0,44. A pureza desejada para o cumeno é de 99,9% no final do processo, assim deve-se especificar a corrente de fundo para conter menos de 0,05 mol % em benzeno.



**Figura 4.7:** Flowsheet do processo

O objetivo é maximizar o lucro operacional, que é formulado como a minimização do lucro negativo representado pela equação abaixo, cujos dois primeiros termos representam custos de matéria-prima, os próximos três termos são custos operacionais relacionados as utilidades e o último termo é o valor do produto.

$$J = 34,3F_P + 68,6F_B + 16,8 * Q_{Rea} + 6(Q_{Hx1} + Q_{Hx2}) - 250F_{Cum} \quad (4.25)$$

onde, J é o custo operacional,  $F_P$  é a vazão molar da carga de propileno em kmol/h,  $F_B$  é a carga de benzeno fresco em kmol/h,  $Q_{Rea}$  é o calor trocado pelo trocador em GJ/h,  $Q_{Hx1}$  e  $Q_{Hx2}$  representam o calor trocado pelos trocadores de calor em GJ/h e  $F_{Cum}$  é a vazão molar de cumeno produzido em kmol/h.

Foi assumido que o processo possui três graus de liberdade e que ele está sujeito às seguintes restrições:

$$X_{B,fundo} \leq 0,0005 \quad (4.26)$$

$$650 K \leq T_{in} \leq 690 K \quad (4.27)$$

$$85 \text{ kmol/h} \leq F_B \leq 110 \text{ kmol/h} \quad (4.28)$$

$$100 \text{ kmol/h} \leq D \leq 150 \text{ kmol/h} \quad (4.29)$$

Onde  $X_{B,fundo}$  é a fração molar máxima de benzeno permitida na corrente de fundo da coluna C1,  $T_{in}$  é a temperatura de entrada no reator e D é a taxa de destilado da coluna C1.

O principal distúrbio do processo é a composição da corrente de propileno na entrada do misturador, cuja fração molar de propileno pode variar entre 0,9 e 0,97.

A ferramenta *Optimization* do Aspen Plus foi utilizada para resolver o problema de otimização para toda a faixa de distúrbios. Os valores ótimos no ponto base,  $X_p = 0,95$ , para as principais variáveis são apresentados na Tabela 4.5. O valor encontrado para a função objetivo nesse ponto foi de \$-11749,5/h.

**Tabela 4.5:** Valores ótimos no ponto base

Variável	Descrição	Valor
$F_P$	Taxa molar de alimentação de propileno no misturador	104,1 kmol/h
$X_P$	Fração molar de propileno na entrada do misturador	0,95
$T_{in}$	Temperatura de entrada no reator	690 K
$X_{P,m}$	Fração molar de propileno após o misturador	0,333
$X_{B,m}$	Fração molar de benzeno após o misturador	0,631
$X_{P,m}/X_{B,m}$	Razão entre a fração molar de propileno e benzeno	0,528
$F_B$	Carga de benzeno fresco alimentada no misturador	98,173 kmol/h
$F_{cum,f}$	Taxa molar de cumeno na corrente de fundo de C1	89,814 kmol/h
$D$	Taxa molar de destilado de C1	100,165 kmol/h

Para avaliar a possibilidade de utilizar a estratégia de controle auto-otimizável para o processo é necessário selecionar três CVs. Como a restrição na Eq. 4.15 se manteve ativa dentro de toda a faixa de distúrbios, a mesma será uma das variáveis controladas. As demais CVs serão escolhidas dentre as variáveis listadas na Tabela 4.5.

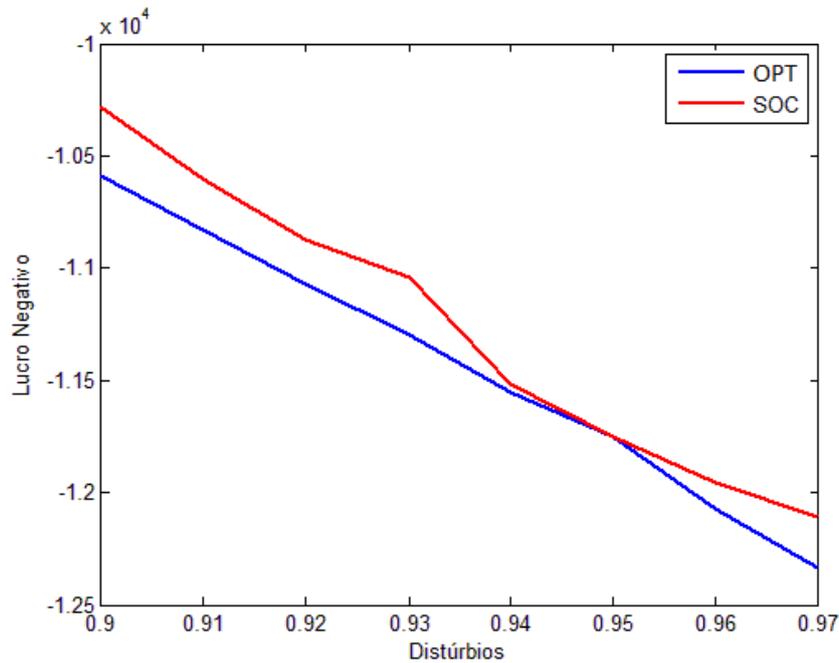
Uma análise de sensibilidade foi realizada para avaliar a eficiência das CVs escolhidas. Para isso, a ferramenta *Sensitivity* do Aspen Plus foi utilizada. Nela, foi avaliado cada um dos termos da função objetivo dentro de toda a faixa de distúrbios, utilizando um incremento de 0,1. A otimização estava desativada durante esta análise. A função objetivo foi posteriormente avaliada, assim como o erro gerado por cada combinação de variáveis. Para fixar as variáveis, a ferramenta *Desing Spec* do *flowsheet* foi utilizada sempre que necessário. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 4.6. As colunas vazias representam situações onde não houve convergência da simulação.

**Tabela 4.6:** Desvio do ótimo econômico para conjuntos de variáveis

	$X_{P,m}/X_{B,m},$ $D$	$F_B, D$	$X_{P,m}, D$	$X_{B,m}, D$	$X_{P,m}/X_{B,m},$ $F_B$	$X_{P,m}/X_{B,m},$ $F_{cum}$
<b>Erro Máximo</b>	2,87%	5,81%	13,9%	13,95%	-	-
<b>Erro Mínimo</b>	0,47%	1,14%	7,06%	7,05%	-	-
<b>Erro Médio</b>	2,25%	2,42%	10,408%	10,405%	-	-

Desses resultados, é possível concluir que o melhor desempenho foi obtida pela utilização de  $X_{P,m}/X_{B,m}$  e  $D$  como CVs, a qual está representado na Figura 4.8, para toda a

faixa de distúrbios. O erro gerado é aceitável e a escolha de variáveis é coerente ao que se conhece do processo.



**Figura 4.8:** Comparativo entre o ótimo real e o SOC para o processo de produção de cumeno, melhor caso

Com base nos resultados obtidos durante a resolução do problema de otimização foi possível calcular a matriz sensibilidade ótima. Como o processo possui 1 distúrbio e 2 graus de liberdade, determina-se que as combinações lineares devem ser formadas por três variáveis independentes.

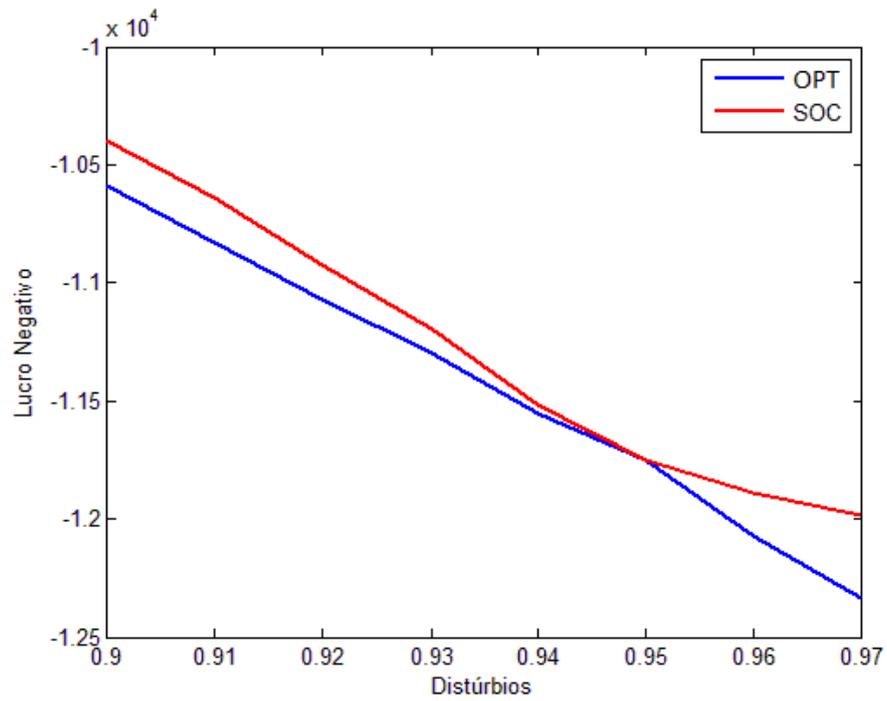
$$F = [0,8405 \quad 26,962 \quad -96,55] \quad (4.30)$$

As variáveis escolhidas foram aquelas que apresentaram menor variação frente aos distúrbios. Uma vez que F foi calculada, é possível obter H e as combinações lineares resultantes:

$$C = \begin{bmatrix} -0,269 \frac{X_{P,m}}{X_{B,m}} + 0,928F_B + 0,267D \\ -0,963 \frac{X_{P,m}}{X_{B,m}} + 0,257F_B + 0,080D \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

O erro médio obtido com a utilização do método do espaço nulo foi de 1,32%, com erro mínimo de 0,34% e máximo de 2,84%. Um comparativo com o ótimo real é apresentado na Figura 4.9.

Assim como no caso anterior, o método do espaço nulo é capaz de se manter mais próximo ao ótimo do que a utilização de variáveis independentes, apresentando um erro 40% menor quando comparados. Entretanto, todas as limitações anteriormente apresentadas continuam verdadeiras.



**Figura 4.9:** Comparativo entre o ótimo real e o SOC para o processo de produção de cumeno, método do espaço nulo.

## 5 Conclusões e Trabalhos Futuros

O presente trabalho avaliou a existência de variáveis capazes de auto-otimizar um processo e dois métodos encontrados na literatura para a seleção de variáveis controladas foram avaliados, o Método de varredura e o Método do Espaço Nulo.

Com base nos resultados obtidos, foi possível comprovar a capacidade de encontrar variáveis capazes de manter o sistema operando no ponto ótimo. Ambos os métodos foram eficientes ao selecionar variáveis capazes de manter o sistema operando próximo ao ótimo quando tiveram seus *set-points* mantidos constantes.

O Método de Varredura conseguiu encontrar variáveis independentes que conseguiram gerar pouca perda quando utilizadas como CVs. O ponto forte deste método é a sua fácil implementação, visto que operacionalmente é muito mais simples controlar e sintonizar um controlador de uma única variável. Entretanto, o método demanda um tempo computacional elevado, o que pode ser muito custoso dependendo da complexidade do processo.

O Método do Espaço Nulo se mostrou mais eficiente frente ao método de varredura ao obter perdas menores quando da sua utilização e necessitar de um tempo computacional bastante inferior. Entretanto, uma vez que cada variável controlada é uma combinação de várias outras, sua implementação se torna difícil na prática.

Outros métodos de seleção de variáveis são citados na literatura, todos eles com suas limitações, sendo que a maioria são adaptações do método do espaço nulo. Visto que nem sempre é possível encontrar variáveis independentes que podem se tornar boas CVs para o SOC, métodos como esses, que propõem combinações de variáveis, se tornam necessários. Entretanto, todos eles têm em comum a dificuldade de posterior implementação das CVs selecionadas. Assim, deve-se buscar novos métodos, ou adaptações dos métodos já existentes, capazes de selecionar CVs que possibilitem operar próximo ao ótimo sem esbarrar nessas limitações.

Outro ponto que deve ser levado em consideração em trabalhos futuros é o fato de que as restrições ativas não necessariamente são constantes dentro de toda a faixa de distúrbios. Além disso, pode-se estudar a possibilidade de o controle auto-otimizável operar na mesma camada do controle regulatório, facilitando a implementação.

## 6 Referências

ALSTAD, V.; SKOGESTAD, S. Null Space Method for Selecting Optimal Measurement Combinations as Controlled Variables. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 46, n. 3, p. 846-853, 2014/04/15 2007. ISSN 0888-5885. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1021/ie060285+> >.

ALSTAD, V.; SKOGESTAD, S.; ANDRZEJ KRASLAWSKI AND ILKKA, T. Combination of measurements as controlled variables for self-optimizing control. In: (Ed.). **Computer Aided Chemical Engineering**: Elsevier, v. Volume 14, 2003. p.353-358. ISBN 1570-7946.

DARBY, M. L. et al. RTO: An overview and assessment of current practice. **Journal of Process Control**, v. 21, n. 6, p. 874-884, 2011. ISSN 0959-1524. Disponível em: < <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152411000540> >.

ENGELL, S. Feedback control for optimal process operation. **Journal of Process Control**, v. 17, n. 3, p. 203-219, 2007. ISSN 0959-1524. Disponível em: < <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152406001326> >.

FORST, W.; HOFFMANN, D. **Optimization—Theory and Practice: Theory and Practice**. Springer, 2010. ISBN 9780387789774. Disponível em: < <http://books.google.com.br/books?id=vkLR9w7ro2QC> >.

GERA, V. et al. Economic Plantwide Control of the Cumene Process. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 52, n. 2, p. 830-846, 2014/06/12 2012. ISSN 0888-5885. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1021/ie301386h> >.

JACOBSEN, M. G.; SKOGESTAD, S. Active Constraint Regions for Optimal Operation of Chemical Processes. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 50, n. 19, p. 11226-11236, 2011/10/05 2011. ISSN 0888-5885. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1021/ie2012196> >. Acesso em: 2014/06/13.

KARIWALA, V. Optimal Measurement Combination for Local Self-Optimizing Control. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 46, n. 11, p. 3629-3634, 2014/05/15 2007. ISSN 0888-5885. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1021/ie0610187> >.

KARIWALA, V.; CAO, Y.; JANARDHANAN, S. Local Self-Optimizing Control with Average Loss Minimization. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 47, n. 4, p. 1150-1158, 2014/03/19 2008. ISSN 0888-5885. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1021/ie070897+> >.

LARSSON, T. et al. Self-Optimizing Control of a Large-Scale Plant: The Tennessee Eastman Process. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 40, n. 22, p. 4889-4901, 2014/04/13 2001. ISSN 0888-5885. Disponível em:  
< <http://dx.doi.org/10.1021/ie000586y> >.

LUYBEN, W. L. Design and Control of the Cumene Process. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 49, n. 2, p. 719-734, 2014/06/23 2009. ISSN 0888-5885. Disponível em: < <http://dx.doi.org/10.1021/ie9011535> >.

MANUM, H.; SKOGESTAD, S. Self-optimizing control with active set changes. **Journal of Process Control**, v. 22, n. 5, p. 873-883, 2012. ISSN 0959-1524. Disponível em:  
< <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152412000649> >.

SEKI, H.; NAKA, Y. Optimizing Control of CSTR/Distillation Column Processes with One Material Recycle. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 47, n. 22, p. 8741-8753, 2008/11/19 2008. ISSN 0888-5885. Disponível em:  
< <http://dx.doi.org/10.1021/ie800183a> >. Acesso em: 2014/06/13.

SKOGESTAD, S. Plantwide control: the search for the self-optimizing control structure. **Journal of Process Control**, v. 10, n. 5, p. 487-507, 2000. ISSN 0959-1524. Disponível em:  
< <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152400000238> >.

SKOGESTAD, S. Near-optimal operation by self-optimizing control: from process control to marathon running and business systems. **Computers & Chemical Engineering**, v. 29, n. 1, p. 127-137, 12/15/ 2004. ISSN 0098-1354. Disponível em:  
< <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S009813540400184X> >.

YE, L. et al. Approximating Necessary Conditions of Optimality as Controlled Variables. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 52, n. 2, p. 798-808, 2013/01/16 2012. ISSN 0888-5885. Disponível em:  
< <http://dx.doi.org/10.1021/ie300654d> >. Acesso em: 2014/06/13.

## 7 Apêndice 1

Código utilizado no Matlab para resolver o problema de otimização do evaporador e selecionar as variáveis controladas.

```

%%Função objetivo
function [ J ] = custo( x )

J = 600*x(8)+ 0.6*x(9)+1.009*(x(2)+x(3))+0.2*x(1)-4800*x(2);
end

%%Igualdades não-lineares
function [ c, ceq ] = mycon( x )

c=[];
ceq=[x(1)*x(12)-x(2)*x(13); ...
     x(17)-0.07*x(1)*(x(5)-x(14))-38.5*x(11); ...
     x(17)-0.16*(x(1)+x(3))*(x(15)-x(5)); ...
     x(18)-x(10)+13.68*(x(6)-x(18))/(0.14*x(9)+6.84); ...
     0.9576*x(9)*(x(6)-x(18))/(0.14*x(9)+6.84)-x(19)];
end

tic;

%%igualdades lineares
Aeq=zeros(10,19);beq=zeros(10,1);
Aeq(1,[1,2,11])=[1,-1,-1];
Aeq(2,[11,4])=[1,-1];
Aeq(3,[5,7,13])=[1,-0.5616,-0.3126];
Aeq(4,[6,7])=[1,-0.507];
Aeq(5,[15,16])=[1,-0.1538];
Aeq(6,[8,17])=[-36.6,1];
Aeq(7,[4,19])=[-38.9,1];
Aeq(8,12)=1;
Aeq(9,14)=1;
Aeq(10,18)=1;
beq(3)=48.43;
beq(4)=55;
beq(5)=90;
beq(8)=5;
beq(9)=40;
beq(10)=25;

%%limites inferiores
lb=zeros(19,1);
lb(13)=35+0.5;
lb(7)=40;

%%limites superiores
ub=inf(19,1);
ub(1)=20;
ub(3)=100;
ub(7)=80;
ub(9)=400;
ub(16)=400;

x0=[9.4,1.3,24.7,8.1,88.1,81.0,51.4,9.4,217.7,45.5,8.1,5,35,40,151.5,400,
345.2,25,313.2];
x0=x0';

% Ótimo do ponto de operação base
[x,fval] = fmincon(@custo,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon);

```

```

% distúrbios
x1s = 4.75:0.05:5.25;
T1s = 32:48;
T200s = 20:30;

% RTO (ótimo real)
for j = 1:length(x1s)
    for k = 1:length(T1s)
        for l = 1:length(T200s)
            beq(8) = x1s(j);
            beq(9) = T1s(k);
            beq(10) = T200s(l);

            [x, fval_RTO(j,k,l)] =
fmincon(@custo,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon);
            end
        end
    end

% SOC
Aeq2=zeros(12,19);beq2=zeros(12,1);
Aeq2(1,[1,2,11])=[1,-1,-1];
Aeq2(2,[11,4])=[1,-1];
Aeq2(3,[5,7,13])=[1,-0.5616,-0.3126];
Aeq2(4,[6,7])=[1,-0.507];
Aeq2(5,[15,16])=[1,-0.1538];
Aeq2(6,[8,17])=[-36.6,1];
Aeq2(7,[4,19])=[-38.9,1];
Aeq2(8,12)=1;
Aeq2(9,14)=1;
Aeq2(10,18)=1;
Aeq2(11,13)=1;
Aeq2(12,16)=1;
beq2(3)=48.43;
beq2(4)=55;
beq2(5)=90;
beq2(8)=5;
beq2(9)=40;
beq2(10)=25;
beq2(11)=35.5;
beq2(12)=400;

cands = combntns(1:10,2);

% valores set para variáveis quando fixas
sp(1)=9.469;
sp(2)=1.334;
sp(3)=24.721;
sp(4)=8.135;
sp(5)=88.4;
sp(6)=81.066;
sp(7)=51.412;
sp(8)=9.434;
sp(9)=217.738;
sp(10)=45.55;

for i = 1:size(cands,1)
    for j = 1:length(x1s)
        for k = 1:length(T1s)
            for l = 1:length(T200s)
                beq2(8) = x1s(j);
                beq2(9) = T1s(k);
                beq2(10) = T200s(l);
            end
        end
    end
end

```

```
%%limites inferiores
lb=zeros(19,1);
lb(13)=35+0.5;
lb(7)=40;

%%limites superiores
ub=inf(19,1);
ub(1)=20;
ub(3)=100;
ub(7)=80;
ub(9)=400;
ub(16)=400;

ub(cands(i,1)) = sp(cands(i,1));
lb(cands(i,1)) = sp(cands(i,1));
ub(cands(i,2)) = sp(cands(i,2));
lb(cands(i,2)) = sp(cands(i,2));

%%otimizar

[x,fval_SOC(i,j,k,l)] =
fmincon(@custo,x0,[],[],Aeq2,beq2,lb,ub,@mycon);

    end
  end
end
erro_medio(i) = mean(mean(mean((fval_RTO -
squeeze(fval_SOC(i,:,:,:))./fval_RTO)))*100;
end

t=toc;
```

## 8 Apêndice 2

Códigos utilizados para o cálculo da matriz sensibilidade e para a avaliação do Método do Espaço Nulo para o evaporador.

```

%%limites inferiores
lb=zeros(19,1);
lb(13)=35+0.5;
lb(7)=40;

%%limites superiores
ub=inf(19,1);
ub(1)=20;
ub(3)=100;
ub(7)=80;
ub(9)=400;
ub(16)=400;

%%igualdades lineares
Aeq=zeros(12,19);beq=zeros(12,1);
Aeq(1,[1,2,11])=[1,-1,-1];
Aeq(2,[11,4])=[1,-1];
Aeq(3,[5,7,13])=[1,-0.5616,-0.3126];
Aeq(4,[6,7])=[1,-0.507];
Aeq(5,[15,16])=[1,-0.1538];
Aeq(6,[8,17])=[-36.6,1];
Aeq(7,[4,19])=[-38.9,1];
Aeq(8,12)=1;
Aeq(9,14)=1;
Aeq(10,18)=1;
Aeq(11,13)=1;
Aeq(12,16)=1;
beq(3)=48.43;
beq(4)=55;
beq(5)=90;
beq(8)=5;
beq(9)=40;
beq(10)=25;
beq(11)=35.5;
beq(12)=400;

%%chute inicial
x0=[9.4,1.3,24.7,8.1,88.1,81.0,51.4,9.4,217.7,45.5,8.1,5,35,40,151.5,400,
345.2,25,313.2];
x0=x0';

%%otimizar
options = optimset('Algorithm','active-set');
[x,fval] = fmincon(@custo,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon,options)

x1s = 4.98:0.01:5.02;
T1s = 39.98:0.01:40.02;
T200s = 24.98:0.01:25.02;

%% geração de distúrbios para o cálculo da matriz sensibilidade
for j = 1:length(x1s)
    beq(8) = x1s(j);
    beq(9)=40;
    beq(10)=25;

```

```

    [x12(:,j), fval_12(j)] =
fmincon(@custo,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon);
end

for k = 1:length(T1s)
    beq(8)=5;
    beq(9) = T1s(k);
    beq(10)=25;
    [x14(:,k), fval_14(k)] =
fmincon(@custo,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon);

end

for l = 1:length(T200s)
    beq(8)=5;
    beq(9)=40;
    beq(10) = T200s(l);
    [x18(:,l), fval_18(l)] =
fmincon(@custo,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon);

end

```

### Avaliação do método

```

tic;

%%igualdades lineares
Aeq=zeros(10,19);beq=zeros(10,1);
Aeq(1,[1,2,11])=[1,-1,-1];
Aeq(2,[11,4])=[1,-1];
Aeq(3,[5,7,13])=[1,-0.5616,-0.3126];
Aeq(4,[6,7])=[1,-0.507];
Aeq(5,[15,16])=[1,-0.1538];
Aeq(6,[8,17])=[-36.6,1];
Aeq(7,[4,19])=[-38.9,1];
Aeq(8,12)=1;
Aeq(9,14)=1;
Aeq(10,18)=1;
beq(3)=48.43;
beq(4)=55;
beq(5)=90;
beq(8)=5;
beq(9)=40;
beq(10)=25;

%%limites inferiores
lb=zeros(19,1);
lb(13)=35+0.5;
lb(7)=40;

%%limites superiores
ub=inf(19,1);
ub(1)=20;
ub(3)=100;
ub(7)=80;
ub(9)=400;
ub(16)=400;

```

```

%%chute inicial
x0=[9.4,1.3,24.7,8.1,88.1,81.0,51.4,9.4,217.7,45.5,8.1,5,35,40,151.5,400,
345.2,25,313.2];
x0=x0';

%%disturbios
x1s = 4.75:0.05:5.25;
T1s = 32:48;
T200s = 20:30;

for j = 1:length(x1s)
    for k = 1:length(T1s)
        for l = 1:length(T200s)
            beq(8) = x1s(j);
            beq(9) = T1s(k);
            beq(10) = T200s(l);

            [x,fval_RTO(j,k,l)] =
fmincon(@custo,x0,[],[],Aeq,beq,lb,ub,@mycon);
            end
        end
    end

%%Utilização do Método do Espaço Nulo

F = [11.75125    1.9175    9.83375    12.47    -2.61;
     0.247525    0.03496    0.2126875    0.242285    0.963475;
     0.23615    0.033335    0.2029375    0.235285    1.13835];
H = null(F);
y_ot = [9.361; 1.3184; 8.0425; 9.3264; 45.639];
c = H'*y_ot;

%%igualdades lineares p/ SOC
Aeq2=zeros(14,19);beq=zeros(14,1);
Aeq2(1,[1,2,11])=[1,-1,-1];
Aeq2(2,[11,4])=[1,-1];
Aeq2(3,[5,7,13])=[1,-0.5616,-0.3126];
Aeq2(4,[6,7])=[1,-0.507];
Aeq2(5,[15,16])=[1,-0.1538];
Aeq2(6,[8,17])=[-36.6,1];
Aeq2(7,[4,19])=[-38.9,1];
Aeq2(8,12)=1;
Aeq2(9,14)=1;
Aeq2(10,18)=1;
Aeq2(11,13)=1;
Aeq2(12,16)=1;

Aeq2(13,[1,2,4,8,10])= H(:,1);
Aeq2(14,[1,2,4,8,10])= H(:,2);

beq2(3)=48.43;
beq2(4)=55;
beq2(5)=90;
beq2(8)=5;
beq2(9)=40;
beq2(10)=25;
beq2(11)=35.5;
beq2(12)=400;

beq2(13)=c(1);
beq2(14)=c(2);

```

```
for j = 1:length(x1s)
    for k = 1:length(T1s)
        for l = 1:length(T200s)
            beq2(8) = x1s(j);
            beq2(9) = T1s(k);
            beq2(10) = T200s(l);

            %%otimizar

            [x, fval_Null(j,k,l)] =
fmincon(@custo,x0,[],[],Aeq2,beq2,lb,ub,@mycon);

                end
            end
        end

erro_medio=mean(mean(mean((fval_RTO - fval_Null)./fval_RTO)))*100;

t=toc;
```