UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO

Vinicius Ravazio

SOBRE CORRELAÇÕES, VOLATILIDADES E APLICAÇÕES DO MODELO BLACK-SCHOLES NO MERCADO BRASILEIRO DE OPÇÕES:

UMA ANÁLISE DO COMPORTAMENTO SOBRE DADOS INTRADIÁRIOS

Porto Alegre

2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO

SOBRE CORRELAÇÕES, VOLATILIDADES E APLICAÇÕES DO MODELO BLACK-SCHOLES NO MERCADO BRASILEIRO DE OPÇÕES: UMA ANÁLISE DO COMPORTAMENTO SOBRE DADOS INTRADIÁRIOS

Vinicius Ravazio

Orientador: Prof. Dr. Gilberto de Oliveira Kloeckner

Trabalho de conclusão do curso de Especialização apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Mercado de Capitais.

Porto Alegre

2007

Vinicius Ravazio

SOBRE CORRELAÇÕES, VOLATILIDADES E APLICAÇÕES DO MODELO BLACK-SCHOLES NO MERCADO BRASILEIRO DE OPÇÕES:

UMA ANÁLISE DO COMPORTAMENTO SOBRE DADOS INTRADIÁRIOS

Conceito final:

Aprovado em .... de .... de ....

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. .... – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____

Prof. .... – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____

Prof. .... – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____

Orientador - Prof. Dr. Gilberto de Oliveira Kloeckner – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

“As ações alcançaram o que parece ser um patamar permanentemente alto".

Irving Fisher
Professor of Economics, Yale University, 1929.
Meses antes da derrocada do mercado de ações norte-americano.

RESUMO

O mercado de derivativos financeiros desenvolveu-se fortemente a partir da década de setenta com a exploração de modelos matemáticos e a evolução dos recursos computacionais. O modelo mais utilizado desde então é conhecido por Black-Scholes, exposto em 1973, que proporcionou relativa facilidade para avaliar opções sobre ações, sendo precursor de diversos outros estudos na área de derivativos. Ao longo do tempo, a modelagem estatística e matemática com o objetivo de criar estratégias operacionais cada vez mais complexas trouxe, também, novas dificuldades, como a estimação da volatilidade. O estudo da volatilidade implícita e como esta pode influenciar o comportamento futuro das estratégias tem se tornado grande campo de estudos nos últimos anos. Ainda, o estudo das chamadas "gregas" das opções – delta, gama, teta, vega e rô – ajuda a entender o comportamento das opções frente à diversas variáveis do mercado, proporcionando ao *trader* valiosas informações sobre os riscos inerentes às operações com derivativos.

Palavras-chaves: Black-Scholes, derivativos, gregas, opções, volatilidade.

ABSTRACT

The market of financial derivatives was developed strong from the decade of seventy with the exploration of mathematical models and evolution of the computational resources. The most used model since then is known by Black-Scholes, showed in 1973, that it provided relative facility to evaluate options on action, being precursory of diverse other studies in the area of derivatives. Throughout the time, the modeling statistics and mathematics with the objective to create more complex operational strategies each time brought, also, new difficulties, as the volatility. The study of implicit volatility and how it can influence the future behavior of the strategies become great field of studies in recent years. Still, the study of the "Greeks" of the options - delta, gamma, theta, vega and rho - help to understand the behavior of the options front to the diverse variable of the market, providing trader valuable information on the inherent risks to the operations with derivatives.

Keywords: Black-Scholes, derivatives, greeks, options, volatility.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Opções são instrumentos financeiros superficialmente complexos, mas fundamentalmente simples, que oferecem vantagens substanciais às empresas ou investidores que possam fazer uso de suas características, principalmente relativas às proteções contra oscilações de preços.

As opções tornaram-se fundamentais nos últimos anos para o funcionamento dos mercados de capitais do mundo, embora estejam em uso há muitos séculos. Os romanos e os fenícios emitiram opções sobre cargas transportadas por seus navios. Durante o "*boom*" da tulipa na Holanda, no século 17, houve um ativo mercado de opções de venda, mas muitos emissores se recusaram a honrar contratos quando a bolha estourou no inverno de 1637.

Em uma relação com o mercado financeiro, opções normalmente são definidas como sendo um contrato entre duas partes, na qual uma parte tem um direito, mas não uma obrigação, de fazer alguma coisa, como comprar ou vender algum ativo relacionado. Portanto, opções de compra dão ao seu detentor o direito de comprar alguma coisa, enquanto opções de venda, ao contrário, dão ao detentor o direito de vender alguma coisa.

O uso de derivativos financeiros expandiu-se rapidamente a partir da década de setenta, com a introdução do mais conhecido modelo de precificação de opções, conhecido como Black-Scholes. O crescente desenvolvimento tecnológico e a popularização dos computadores contribuíram para o avanço das pesquisas acadêmicas na área de derivativos.

Mas, foi somente na década de 1970 que as opções passaram da obscuridade relativa para uma atividade básica dos mercados financeiros. O fator mais importante nessa transformação foi a publicação, em 1973, do celebrado artigo por Fischer Black e Myron Scholes em que os princípios básicos de formação de preço e *hedging* de opções foram explicados pela primeira vez.

Isso começou m 1969, quando Fischer Black, então com 31 anos, e Myron Scholes, 28, professor assistente de finanças do MIT, tiveram uma idéia que iria marcar a evolução dos mercados financeiros. Black havia trabalhado para a Arthur D, Little, em Cambridge, Massachussets, EUA, quando conheceu um colega que havia desenvolvido um modelo para precificação de títulos e outros ativos. Com seu Ph.D. em matemática aplicada, Black se interessou pelo modelo que seu colega estava desenvolvendo com foco em ações. Black, no entanto, voltou suas atenções para as opções, que não eram muito populares naquela época. Em 1973, Fisher Black e Myron Scholes escreveram os primeiros esboços que demonstrava um modelo analítico que determinava o valor justo de uma opção de compra do tipo europeu sobre ativos que não pagam dividendos. Eles submeteram o trabalho para o *Journal of Political Economy* para publicação, o qual foi rejeitado prontamente. Convencidos de que suas idéias teriam mérito, enviaram uma cópia para o *Review of Economics ans Statistics*, e obtiveram a mesma resposta. Após fazerem algumas revisões, baseadas nos comentários de Merton Miller e Eugene Fama, da Universidade de Chicago, Black e Scholes reenviaram o trabalho para o *Journal of Political Economy,* que foi finalmente aceito. A partir do momento de sua publicação, em 1973, o modelo de precificação de opções conhecido como Black-Scholes subiu à posição entre os mais aceitos de todos os modelos financeiros.

O modelo Black-Scholes tornou-se popular pela sua fácil implementação, e fácil análise dos resultados. Seu rigor técnico propiciou que se tornasse um padrão no mercado, fazendo com que todos os outros modelos tomem-no como critério de comparação para verificar sua acuidade. No entanto, o modelo é mais bem aplicado aos ativos de renda variável, como opções de ações negociadas em bolsas de valores.

Desde 1973, o modelo original de precificação de opções Black Scholes, foi assunto de muita atenção. Muitos acadêmicos e pesquisadores da área de finanças expandiram seus conceitos com base no modelo original. Em 1973, Robert Merton relaxou a assunção da não distribuição de dividendos. Em 1976, Jonathan Ingerson foi uma etapa mais adiante e deixou de assumir que não há custos de transação. Em 1976, Merton removeu as restições de taxa de juros constantes. Do resultado de todos esses aperfeiçoamentos, surgiram modelos mais acurados para valorizar opções sobre ações.

Este trabalho está dividido em quatro partes. Na primeira parte, introdutória, serão apresentados o problema de pesquisa, os objetivos, metodologia e coleta de dados. A segunda, onde será explicada toda a fundamentação teórica acerca dos mercados de derivativos, concentrando-se no mercado de opções e suas variáveis, além de explicar conceitos inerentes às opções, como os fatores que as afetam, suas características, formação e comportamento dos preços, etc.

A terceira parte tratará exclusivamente do modelo Black-Scholes e todas as variáveis envolvidas, além de suas derivadas, conhecidas como gregas, que são essenciais para uma completa compreensão de todos os fatores que afetam a formação do preço de uma opção.

A quarta e última parte, será uma aplicação prática do modelo Black-Scholes, focado sobre os problemas das distribuições, bem como a correlação existente entre retorno do ativo e volatilidade implícita da opção, pois são variáveis essenciais no entendimento de possíveis problemas de precificação do modelo em relação às cotações reais. Isso ajudaria o *trader* a aperfeiçoar seus modelos quantitativos, ajustando-os às condições do mercado quanto à volatilidade.

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

Muitos trabalhos acadêmicos na área de derivativos e, especificamente, sobre o modelo de precificação de opções Black Scholes apresentam muitas dificuldades em transmitir informações do “mundo” acadêmico para o setor real de serviços financeiros. Uma das grandes dificuldades encontradas pelos estudiosos está na coleta de dados, já que normalmente trabalha-se com grandes quantidades de informações. Essas informações nem sempre estão disponíveis de forma fácil, ainda mais quando se trabalha com cotações de mercado. Cotações intradiárias, coletadas ao longo do dia em intervalos distintos, são ainda mais difíceis de serem coletadas. Por isso, este trabalho pretende abordar questões já estudadas, mas com um enfoque de aplicá-las usando dados de cotações intradiárias em intervalos de 1 minuto, o que traz a seguinte questão-chave do trabalho: Como as diversas variáveis do modelo Black-Scholes se comportam em um ambiente intradiário?

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste estudo é investigar o funcionamento do modelo Black-Scholes no mercado de opções brasileiro utilizando dados intradiários.

1.2.2 Objetivos Específicos

A partir do objetivo geral, foram elaborados os seguintes objetivos específicos:

- Pesquisar os conceitos gerais do processo de precificação de opções pelo modelo Black-Scholes;
- Demonstrar as variáveis que afetam o preço das opções, conhecidas como "gregas", e demonstrá-las graficamente;
- Observar o comportamento da volatilidade implícita de diversas séries de opções;
- Demonstrar algumas estratégias utilizadas no mercado de opções com o intuito de auferir lucro com possíveis distorções dos preços das opções e/ou suas respectivas volatilidades em relação ao que se observa no modelo teórico;
- Aplicar o modelo Black-Scholes no mercado de opções brasileiro e observar os problemas encontrados quanto às distribuições, que acabam por afetar o preço teórico final.

1.3 JUSTIFICATIVA DE ESTUDO

Existem diversos estudos utilizando o modelo Black-Scholes no mercado brasileiro, tanto com o objetivo de comparar preços teóricos aos preços de mercado, ou testar as variáveis que afetam as opções no mercado brasileiro. Muitos destes trabalhos, porém, somente consideram os preços de fechamento do mercado de ações e opções, o que pode levar a erros de avaliação, devido ao fato de excluir muita informação existente nos dados intradiários. Isso se explica, em parte, pela dificuldade em obter dados históricos com periodicidades mais curtas, como, por exemplo, a cada minuto.

Portanto, com o uso de informações mais abrangentes, espera-se uma maior acurácia na estimação de preços teóricos das opções em contraposição aos preços praticados no mercado. Isso permite reduzir ao mínimo possíveis distorções normalmente provocadas quando somente são considerados preços de fechamento diários.

1.4 DELIMITAÇÃO DO ESTUDO

1.4.1 Limitações da pesquisa

O presente trabalho não tem por objetivo testar ou provar a eficácia do modelo de precificação Black Scholes, nem auferir seus resultados quanto a formação de preços. A pesquisa está limitada aos possíveis problemas que podem ser encontrados em uma situação de mercado onde se utiliza dados intradiários, ou seja, grande volume de informações.

1.5 METODOLOGIA DA PESQUISA

1.5.1 Seleção dos Dados

Os dados históricos dos preços das opções foram selecionados com base nas opções mais líquidas do mercado brasileiro da Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa). Foram selecionados dados das opções de compra de Petrobras e Vale do Rio Doce, com preços de exercícios variados, e vencimento em 16 de outubro de 2006.

Os dados foram coletados na periodicidade de 1 minuto ao longo de 30 dias de pregão, no período de 01/09/2006 à 16/10/2006, totalizando 64.439 observações, como está detalhado na Tabela 1.

A escolha dos dois ativos (Vale do Rio Doce e Petrobras) foi feita com base na liquidez, pois as duas ações possuem séries de opções bastante negociadas na Bolsa.

A série histórica das cotações foi obtida através do *software* Cedro Lite.

Tabela 1 – Detalhes dos dados coletados.

Código da Opção	Preço de Exercício	N. de Observações
Opções de Compra de Vale do Rio Doce		
VALEJ36	R$ 36,00	1.087
VALEJ38	R$ 38,00	4.119
VALEJ40	R$ 40,00	7.472
VALEJ42	R$ 42,00	7.361
VALEJ44	R$ 44,00	4.327
VALEJ46	R$ 46,00	1.298
	Total Vale do Rio Doce	**25.664**
Opções de Compra de Petrobras		
PETRJ36	R$ 36,00	4.742
PETRJ38	R$ 38,00	8.136
PETRJ40	R$ 40,00	9.921
PETRJ42	R$ 42,00	9.690
PETRJ44	R$ 44,00	6.286
	Total Petrobras	**38.775**
	Total de observações	**64.439**

O gráfico 1 mostra a distribuição do volume acumulado ao longo do dia, com intervalo de 15 minutos. Percebe-se, nas opções de Vale do Rio Doce e Petrobras, um aumento do volume nas primeiras horas do dia, com diminuição no período das 13 às 14 horas e novo aumento no período da tarde. Essa informação é importante quando se trabalha com modelagem de dados, pois, normalmente, nesse tipo de estudo, são coletados somente os preços de fechamento de cada dia, o que pode comprometer a qualidade das análises, pois muitas informações ao longo de um dia de negociação são ignoradas.

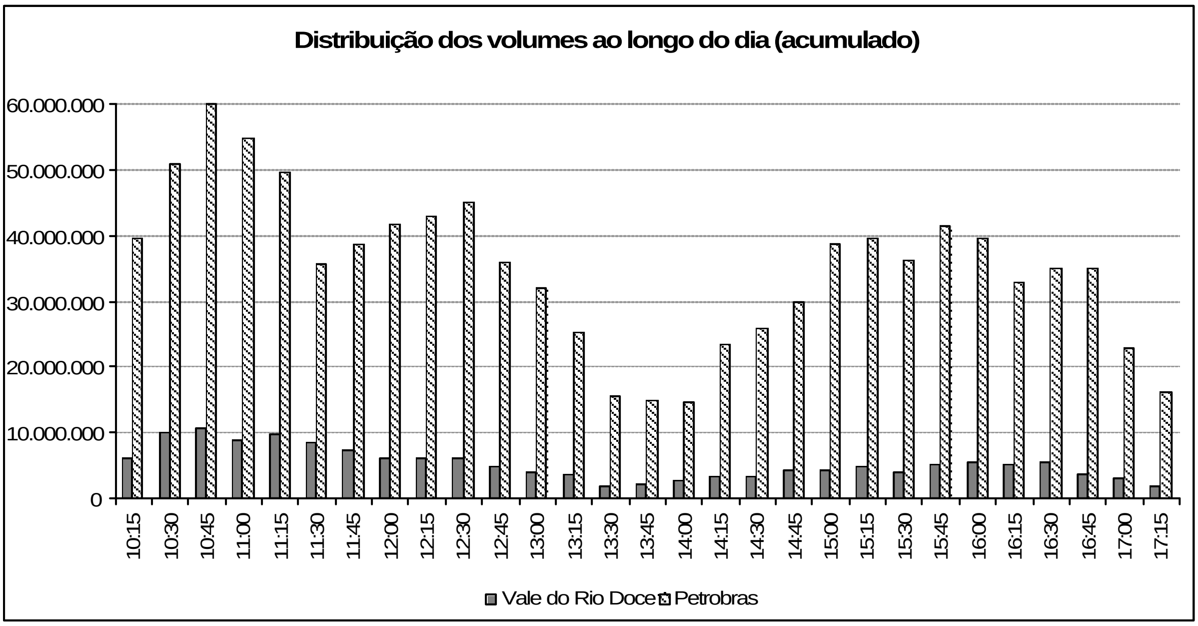

Gráfico 1 –Volume acumulado de negociação ao longo do dia.
Fonte: O autor.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 GESTÃO DE RISCOS

A gestão de riscos financeiros teve sua importância aumentada após o fim do sistema de *Bretton Woods*, com a conseqüente liberação das taxas de câmbio, tornando o mercado financeiro mundial mais volátil. Isso fez com que a necessidade de minimização dos riscos provocasse a criação e popularização de diversos instrumentos derivativos.

Sobre definição de risco, Sharpe, Alexander e Bailey (1995, p.234) explicam que:

> [...] todos os livros-texto que tratam de investimentos definem o risco de uma carteira de investimentos como sendo a volatilidade dos seus retornos, medida pelo desvio padrão (raiz quadrada da variância), ou de forma equivalente, pela variância, da distribuição de probabilidades desta carteira.

Assim, nesse contexto, risco é visto como a variabilidade dos retornos esperados de um investimento, que podem ser tanto negativos quanto positivos.

Ainda, conforme Gitman (2002, p.221), os riscos são classificados como diversificável e não-diversificável (sistemático).

> O risco diversificável, que algumas vezes é chamado de *risco não-sistemático*, representa a parcela do risco de um ativo que está associada a causas randômicas e pode ser eliminada por meio da diversificação. [...] O risco não-diversificável, que é também chamado de *risco sistemático*, é atribuído a fatores de mercado que afetam todas as empresas, e não pode ser eliminado por meio da diversificação.

Conforme Burns (1995), os riscos de derivativos não são novos. O gerenciamento das atividades de derivativos, contudo, é mais complexo, pois dois problemas estão presentes: o primeiro relaciona-se com a complexidade na modelagem dos derivativos, onde é necessário conhecer todas as variáveis envolvidas; e, segundo, a existência de conflito de interesse entre operador e cliente, que é o responsável pelas conseqüências dos investimentos em derivativos. Assim, o risco está presente, de alguma forma, em todas as operações do mercado financeiro.

Existem vários tipos de riscos associados aos instrumentos derivativos, dentre os quais, destaca-se: riscos de mercado, crédito, liquidez, operacionais e legais:

a) Os **riscos de mercado** surgem basicamente na mudança de preços (ou volatilidades) dos ativos e passivos financeiros que é expresso pelas mudanças no valor das posições em aberto ou nos ganhos. Há dois tipos de risco de mercado: *risco absoluto* que mede a perda potencial em moeda, e *risco relativo* que relaciona tal perda a um índice de referência.

b) O **risco de crédito** surge quando as contrapartes não desejam ou não são capazes de cumprir suas obrigações contratuais. O efeito desse risco é medido pelo custo de reposição de fluxos de caixa, caso haja inadimplência da outra parte. O risco de crédito engloba aspectos qualitativos e quantitativos. A determinação da capacidade de crédito da contraparte é o componente qualitativo, enquanto o aspecto quantitativo da avaliação do risco de crédito pode ser expresso por simulações de VAR (*Value-at-Risk*), por exemplo.

c) O **risco de liquidez** ocorre somente dentro de um consenso de mercado, ou seja, quando não há divergência na trajetória esperada dos preços. Por isso, a liquidez só ocorre porque existem agentes com opiniões divergentes (compradores e vendedores). Liquidez geralmente é definida como a capacidade de se negociar rapidamente uma grande quantidade de um ativo sem que seu preço apresente variações substanciais. Termos como *rapidamente, grande e substanciais* tendem a ser subjetivos, o que torna difícil o estabelecimento de uma medida única e correta de liquidez. Com isso, pode-se concluir que o risco de liquidez é um fator determinante no mercado financeiro, visto que a negociação de um ativo menos líquido ocasiona um maior “custo” por ter um *spread* alto. *Spread* é a diferença entre o *bid* (oferta de compra) e o *ask* (oferta de venda) de um determinado ativo. O *spread* aumenta na medida em que a liquidez do ativo diminui, tornando uma operação mais complicada do ponto de vista técnico.

d) Os **riscos operacionais** referem-se às perdas potenciais resultantes de sistemas inadequados, má administração, controles defeituosos ou falha humana. Dentro do risco operacional, encontra-se o risco de execução, correspondentes a situações em que operações não são executadas, resultando em atrasos, risco de fraude onde os *traders* (operadores) falsificam informações e risco tecnológico, o qual se refere à necessidade de proteger os sistemas contra violações.

e) Os **riscos legais** ocorrem quando uma contraparte não tem autorização legal ou regulatória para se envolver em uma transação, podendo a outra parte abrir ações judiciais para ressarcir prejuízos que possam ter ocorrido na transação. Ainda, no aspecto de risco legal se inclui a violação de regulamentações governamentais como o acesso a informações privilegiadas e a manipulação de mercado.

Portanto, o uso de derivativos não sugere uma proteção total contra o risco, mas sim um posicionamento defensivo contra ele, gerando diversos benefícios, como:

a) ser um método eficaz e de baixo custo de proteção em relação a taxas de juros, preços de *commodities*, câmbio ou outros ativos financeiros;

b) permitir uma administração eficaz de carteiras de investimento, tanto de investidores institucionais quanto individuais;

c) flexibilizar uma conversão em moeda estrangeira, em um financiamento sintético em moeda nacional, com juro fixo ou flutuante, por exemplo; e

d) permitir que administradores e/ou gestores de carteiras aumentem a rentabilidade dos ativos, diversifiquem seus riscos e protejam papéis com baixa liquidez;

Com isso, conclui-se há muitas vantagens em se trabalhar com derivativos, desde que sejam usados para seu principal fim, que é a administração de riscos. De outra forma, os derivativos também têm o poder de transformar mercados, desestabilizar economias ou gerar crises financeiras.

2.2 DERIVATIVOS

De forma geral, derivativos são títulos cujo valor deriva do preço de mercado de outro ativo real ou financeiro (Lozardo, 1998). São contratos que utilizam os mercados futuros e de opções com o intuito principal de controlar riscos. Também pode ser descrito como um contrato de troca de riscos entre duas partes.

Os derivativos financeiros surgiram na década de setenta, na Europa, com o desenvolvimento de *swaps*[1]. Atualmente, eles abrangem uma vasta gama de operações, como operações a termo, futuros e opções, além dos *swaps* e outras variações.

Basicamente, o rendimento dos derivativos depende do valor esperado, no futuro, de papéis primários ou posições especulativas, tornando seu valor “derivado” do comportamento de outros mercados, como mercado à vista, onde o produto ao qual se refere é transacionado (Reymão, 2001).

Portanto, os derivativos podem ser usados para diversas finalidades, dentre as quais destaca-se: proteção, alavancagem, especulação e arbitragem, como é detalhado no quadro 1.

[1] *Swaps* são acordos através dos quais troca-se a rentabilidade entre dois indexadores (por exemplo, um índice de juros pós-fixado pelo juro pré-fixado).

Finalidades	Especificações
Proteção	Proteger contra variação de taxas de juros, moedas ou preços.
Alavancagem	Aumentar a rentabilidade de uma posição já existente.
Especulação	Tomar uma posição no mercado futuro ou de opções sem uma posição correspondente no mercado à vista.
Arbitragem	Tirar proveito da diferença de preços nos diversos mercados ou ativos.

Quadro 1 – Finalidades dos mercados de derivativos.
Fonte: Adaptado de Hull (1998).

2.2.1 Mercado de Opções

Opções são instrumentos derivativos que tem suas características de negociação ligadas ao ativo subjacente às opções. O investidor que conhecer os fundamentos das opções terá um meio efetivo de lidar com o risco, pois passará a ter a sua disposição uma grande variedade de escolhas diferentes de investimentos.

Segundo Fortuna (2002, p. 518), o mercado de opções possibilita o uso do *hedge* em um cenário desfavorável sem que seja obrigado a usar em um cenário favorável, além de proporcionar ao investidor o melhor dos mundos: “a possibilidade de evitar apenas os cenários que acarretem resultados negativos, desfrutando, todavia, dos cenários que lhe trazem resultados favoráveis. Nesse sentido, pode-se afirmar que as opções são um instrumento especial de *hedge*”.

Portanto, uma opção de um ativo-objeto será ou o direito de comprar o ativo (opção de compra) ou o direito de vender o ativo (opção de venda) a um determinado preço e dentro de um determinado período de tempo no futuro.

2.2.1.1 Opções de Compra – *Call*

Uma opção de compra (*call*) dá ao seu possuidor o direito (e não o dever) de comprar, na data especificada, uma determinada quantidade do ativo-objeto ao qual a opção se refere. Para exemplificar, um investidor compra um lote de TNLPF32, que é a opção de compra de Telemar PN com preço de exercício de R$ 32,00 e vencimento em 21/06/2004. Será pago um prêmio por essa opção e só será vantajoso exercer a opção caso, na data do vencimento, o ativo-objeto esteja cotado acima de R$ 32,00.

2.2.1.2 Opção de Venda – *Put*

Uma *put*, ou opção de venda, é um contrato que estabelece o direito de vender, na data especificada, uma quantidade fixa do ativo-objeto, ao preço de exercício especificado.

As opções de venda sobre ações no Brasil praticamente não tem liquidez, o que explica o fato de não serem abordadas de forma mais profunda neste estudo.

2.2.1.3 Opções Européias e Americanas

Uma opção do tipo Européia pode ser exercida apenas na data de vencimento da mesma. Por outro lado, uma opção do tipo Americana permite o exercício em qualquer dia até o vencimento. Neste estudo serão utilizadas as opções do tipo Americana por serem as mais utilizadas no Brasil.

2.2.1.4 Opções Dentro, Fora e No Dinheiro

A opção dentro-do-dinheiro (*in-the-money*) é uma *call* (*put*) cujo ativo-objeto está sendo negociado no mercado à vista com preço superior (inferior) ao preço de exercício da opção.

A opção fora-do-dinheiro (*out-of-the-money*) é uma *call* (*put*) cujo ativo-objeto está sendo negociado no mercado à vista com preço inferior (superior) ao preço de exercício da opção.

A opção no-dinheiro (*at-the-money*) é uma *call* (*put*) cujo ativo-objeto está sendo negociado no mercado à vista com preço igual ao preço de exercício da opção. Indica uma indefinição do mercado principalmente nos dias que antecedem a data de vencimento. Como essa situação normalmente acontece por um período curto de tempo (quando o preço da ação é exatamente igual ao preço de exercício da opção), costuma-se chamar as opções de próximas-do-dinheiro (*near-the-money*) quando o preço da ação está "flutuando" próximo ao preço de exercício da opção relacionada.

2.2.2 Participantes do mercado de opções

Como o mercado de opções é uma negociação entre duas partes, há a parte compradora e a parte vendedora da opção. O comprador de uma opção de compra ou de venda, conhecido como Titular, é aquele que detém o direito de comprar ou vender o ativo-objeto na data de vencimento, caso lhe seja vantajoso. O titular, portanto, caso não exerça seu direito, perderá o valor que gastou no prêmio da opção (prejuízo limitado). Por outro lado, o lucro pode ser *ilimitado*, ao passo que, em uma opção de compra (venda), quanto mais subir (cair) o preço da ação maior será o ganho.

O lançador é a parte vendedora da negociação. Na prática, é quem assume o risco, ou obrigação, de, caso haja exercício, entregar as ações ao titular ao preço de exercício determinado. Neste caso, o prejuízo passa a ser *ilimitado*[2], pois a opção de compra (venda) passa a se valorizar quanto maior (menor) for o preço da ação em relação ao preço de exercício. E o lucro é limitado somente ao prêmio que o lançador recebeu do titular.

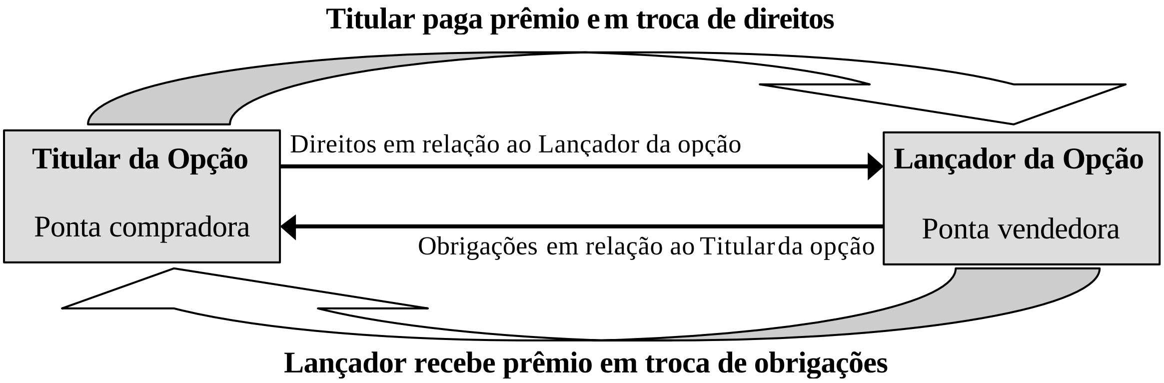

Figura 1 – Esquema básico dos participantes no mercado de opções.
Fonte: O autor.

2.2.3 Valor Intrínseco e Valor do Tempo

O valor intrínseco mostra o quanto dentro-do-dinheiro está uma opção de compra, ou seja, o fluxo financeiro que entraria no caixa do detentor dessa opção caso ela fosse exercida imediatamente. Por exemplo, uma *call* de preço de exercício de R$ 100,00 cujo ativo-objeto estivesse cotado no momento a R$ 105,00 possui um valor intrínseco de R$ 5,00.

O valor do tempo decorre da probabilidade maior que a opção tem de ser exercida na medida em que há mais tempo até o vencimento. Isso permite até que opções fora-do-dinheiro tenham valores positivos e tanto mais altos quanto maior for o tempo até o vencimento. Em uma *call* que esteja fora-do-dinheiro tem seu valor intrínseco igual a zero e todo seu valor corresponde ao valor do tempo, popularmente chamado pelo mercado como "gordura".

---

[2] Teoricamente, os termos "ilimitados" no caso do titular da opção de venda e do lançador da opção de venda tem um limite, pois o preço da ação não pode cair abaixo de zero. Portanto, o limite de ganho do titular é $(X - S)+p$ e o limite de prejuízo do lançador é $p - X$, onde X é o preço de exercício, S o preço da ação e p é o prêmio gasto na *put*.

De modo a resumir facilmente esses conceitos, a expressão a seguir demonstra que:

VALOR INTRÍNSECO + VALOR DO TEMPO = PREÇO DA OPÇÃO

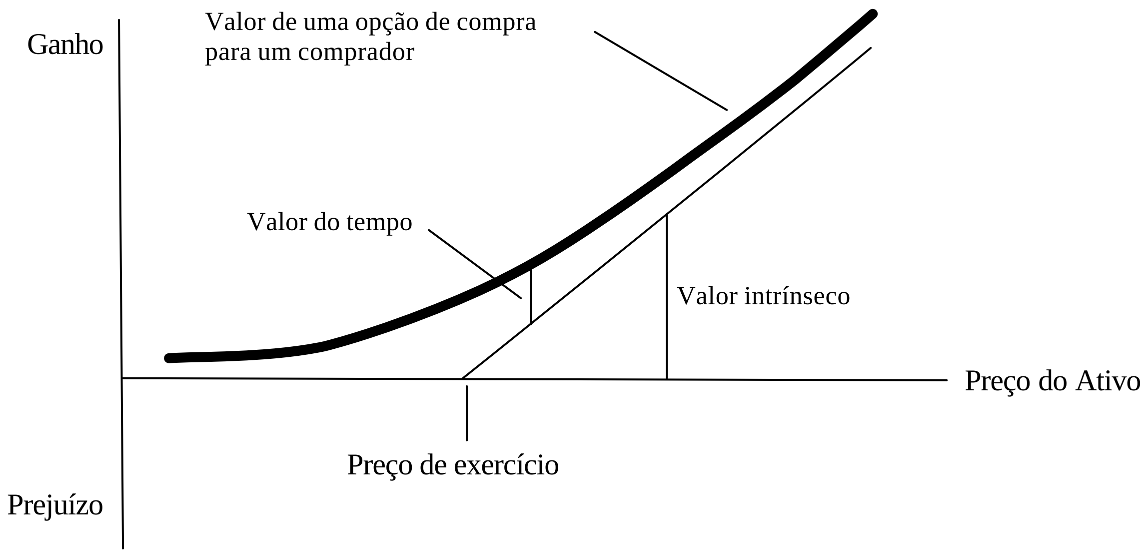

Figura 2 – Como é composto o preço de uma Opção de Compra.
Fonte: Adaptado de CHEW (1999, p. 164).

Como pode ser observado na figura 2, o valor de um contrato de opção (linha mais grossa) é composto de seu valor intrínseco – o resultado da opção no vencimento mais seu valor no tempo – o valor atribuível à volatilidade do ativo durante a vida restante da opção. O perfil de "bastão de *hockey*" composto pela linha fina indica o valor intrínseco da opção. A linha curva representa o valor da opção em um momento qualquer anterior ao vencimento.

2.3 FATORES QUE AFETAM O PREÇO DE UMA OPÇÃO

2.3.1 Preço de Exercício

O preço pré-determinado de uma opção é conhecido como o preço de exercício. Quando uma opção de compra é exercida, o proprietário (comprador) paga pela ação o preço de exercício referente à opção negociada. Quando uma opção de venda é exercida, o proprietário (comprador) recebe pelas ações o preço de exercício. A data após a qual a opção pára de existir é a data de exercício.

2.3.2 Preço do ativo-objeto no mercado à vista

Logicamente, variações no ativo-objeto no mercado à vista influenciam diretamente o preço de uma opção de compra ou venda. No caso de uma *call*, ela caminhará para dentro-do-dinheiro quanto maior for o preço do ativo-objeto.

2.3.3 Tempo até o vencimento

A passagem no tempo é um importante fator na precificação das opções porque reduz a probabilidade de que oscilações favoráveis aconteçam no preço do ativo[3]. No limite, no último dia, nada mais pode ocorrer. Em compensação, tudo pode ocorrer entre o dia da abertura do contrato e o vencimento. Comparando duas *calls*, ou duas *puts*, americanas verifica-se que o detentor de uma opção de prazo mais longo possui todos os direitos de um outro com uma opção de prazo mais curto, e ainda mais alguns, podendo exercê-la antes. Daí segue que tanto para *calls* quanto para *puts* americanas, à medida que o tempo passa, o preço da opção cai. Quanto mais tempo restar até o vencimento da opção, maior a probabilidade de que oscilações favoráveis aconteçam; por outro lado, diminui o valor presente do lucro que poderia ser obtido com o exercício da opção.

---

[3] Estatisticamente, à medida que o tempo passa, perdem-se graus de liberdade no processo estocástico que determina a formação do preço do ativo objeto, reduzindo a incerteza ou o intervalo de variação esperado para o preço do ativo.

2.3.4 Volatilidade

A volatilidade é uma das mais importantes variáveis para quem atua no mercado de opções, pois, é interessante saber, além da direção em que a opção está se movendo, a velocidade que ela vai se movimentar. Em certo sentido a volatilidade é uma medida da velocidade do mercado. Mercados que se movem lentamente são mercados de baixa volatilidade e os que se movem rapidamente são mercados de alta volatilidade.

Conforme explica Hull (1998, p. 172), para um detentor da ação o aumento da volatilidade pode trazer lucro ou prejuízo, e isso tende a se compensar. No entanto, para o detentor (titular) de uma opção de compra, o aumento de preço é benéfico e seu risco é limitado caso o preço caia. Para o titular de uma opção de venda, a queda de preço é bem vinda, mas terá risco ilimitado se a opção subir de preço. Portanto, o preço de ambas as opções crescem com o aumento da volatilidade.

As perdas nos mercados ocorrem por dois fatores: a volatilidade de um fator de risco e a exposição a este fator. Se uma instituição não está exposta a um fator de risco, não há possibilidade de perda relacionada à volatilidade deste fator. Se não há volatilidade no fator de risco, a instituição não terá perdas pela sua exposição a esse fator.

Teoricamente, o número "volatilidade" associado ao preço de uma mercadoria é a variação de preço referente a um desvio padrão, expresso em porcentagem, ao fim de um período de tempo. O que se quer dizer com isto é que se uma ação tem um preço hoje de R$ 50 com volatilidade de 20% ao ano, esperamos que esta ação daqui a um ano, em média, esteja situada entre R$ 40 e R$ 60.

> Medir volatilidade, entretanto, requer um método ou modelo estatístico a ser imposto aos preços dos ativos. Modelar os preços dos ativos implica modelar sua distribuição de preços; então, a volatilidade do ativo pode ser medida e expressa em termos estatísticos. Como os preços dos ativos supostamente movimentam-se aleatoriamente, assume-se que eles têm uma forma de distribuição cumulativa chamada de distribuição logonormal. (A distribuição logonormal é usada, ao invés da distribuição normal, porque os preços das *commodities* ou dos ativos financeiros podem aumentar indefinidamente, mas não podem cair abaixo de zero.) (CHEW, 1999, p. 92)

2.3.5 Taxa de Juros

O prêmio de uma opção sofre ainda o efeito da flutuação das taxas de juros, podendo ser traduzido como "custo de oportunidade". Normalmente esse tópico é pouco explorado pela bibliografia americana, devido a seu pequeno efeito sobre o valor de uma opção. No Brasil, deve-se dar maior importância a isso devido ao diferencial da taxa de juros da economia.

Primeiramente, deve-se observar o efeito de forma isolada da taxa de juro sobre o valor do prêmio da opção. Como a opção é paga no ato da compra, mas seu exercício se dará apenas no futuro, tem-se um custo de oportunidade envolvido no pagamento do prêmio.

Hull (1998, p. 172) acrescenta que "com a expansão das taxas de juro na economia, tende a aumentar a taxa de crescimento esperada para o preço da ação.". Esse efeito, logicamente "diminui o valor presente de quaisquer fluxos de caixa a serem recebidos pelo titular da opção no futuro". Isso faz com que o valor de uma opção de venda caia com o aumento da taxa de juro e, no caso de uma opção de compra, o aumento da taxa de juro provoca um aumento no seu preço.

Claro que essas teorias pressupõem que todas as demais variáveis permaneçam constantes, já que, como salienta Hull (1998, p. 172), "na prática, quando crescem (diminuem) as taxas de juro, os preços da ação tendem a cair (aumentar).".

2.3.6 Dividendos

As opções sobre ações sofrem o efeito direto da distribuição de dividendos pelas empresas. Os dividendos reduzem o preço da ação na data ex-dividendo, o que provoca queda do preço da opção de compra ou de venda. No Brasil, no entanto, o preço de exercício das opções são corrigidos de modo a neutralizar tal efeito.

Uma particularidade interessante, observada por Neto (1996, p. 192) é descrita abaixo:

> [...] os modelos teóricos de determinação de preços de opções costumam presumir que a uma distribuição de dividendos corresponde uma queda no preço da ação objeto. No Brasil, não só não é verdade, quando os dividendos são distribuídos em ações, como também seu efeito pode ser o inverso. Já presenciamos casos nos quais a distribuição de dividendo causa alta no preço do papel. Podemos chegar a casos extremos, em que um *split* cause alta real no valor da ação.

Todas essas variáveis, de uma forma geral, afetam diretamente o preço de uma opção, embora as mais importantes são o preço do ativo, a volatilidade e o tempo, por ordem de importância quanto ao impacto no preço da opção dada mudanças nestas variáveis.

3 O MODELO BLACK-SCHOLES E SUAS DERIVADAS

O modelo de precificação de opções conhecido como Black-Scholes foi desenvolvido em 1973 pelos professores Fischer Black e Myron Scholes, na *Universidade de Chicago* e no *Massachusetts Institute of Technology (MIT)* e foi o pioneiro na solução para a fórmula de equilíbrio geral na avaliação do prêmio de opções. Este modelo considera diversas variáveis como volatilidade, tempo, custo do dinheiro e outros fatores para determinar o preço teórico de uma opção em um determinado momento.

O modelo Black-Scholes é particularmente atrativo por dele resultar uma fórmula fechada, que permite valorizar opções com base em poucos parâmetros observáveis (exceção feita à volatilidade), podendo, assim, ser testado empiricamente através de dados do mercado. Vários estudos demonstram que a capacidade do modelo em prever preços é elevada, sendo que a área de precificação de opções é considerada, muitas vezes, como a de maior sucesso da teoria, não só de finanças, mas de toda a economia.

O desenvolvimento básico do modelo foi feito com base em uma carteira livre de risco, englobando uma posição em opções e outros ativos financeiros que se possa precificar. Então, pode-se saber que a rentabilidade da carteira deve ser a taxa livre de risco, onde é possível obter o preço da opção que torne isso verdadeiro.

As hipóteses a serem feitas para que o modelo seja válido, são as seguintes:

- A variância dos retornos das ações objeto de negociação são constantes ao longo da vida da opção (implica que a volatilidade se mantenha constante);
    - Na prática, a volatilidade está mudando constantemente, o que torna comum a prática, adotada por profissionais de mercado, de mudar freqüentemente os parâmetros de volatilidade. Não é a toa que a volatilidade é uma das variáveis mais importantes no processo de precificação da opção.

- A taxa de juro é conhecida e é constante ao longo da vida da opção;
    - O modelo Black-Scholes usa uma taxa livre de risco para representar essa constante. Na realidade, não há algo como uma taxa livre de risco, mas sim uma taxa de desconto sobre os títulos do governo, os quais mais se aproximam de uma taxa livre de risco. Normalmente são usados os Títulos do Governo Americano com prazo de 30 dias até o vencimento, conhecidos como *"Treasury Bills"*. Mas, durante esse período, normalmente o preço (e a conseqüente taxa) dos títulos sofrem alterações, o que viola um dos pressupostos do modelo. Para o mercado brasileiro, costuma-se usar o rendimento do Certificado de Depósito Interbancário (CDI).
- Os preços das ações variam de forma contínua, ou seja, não se observam saltos abruptos, ou discretos, na trajetória dos preços, que constituem um processo estocástico;
- Os preços das ações seguem uma distribuição lognormal, e, por conseqüência, seus retornos, uma distribuição normal;
    - Este pressuposto, na prática, é dificilmente observável, e é um dos maiores problemas na estimação do preço de uma opção.
- Não existem custos de transação;
    - Usualmente, os participantes do mercado devem pagar taxas ou comissões para comprar ou vender opções. Grandes investidores pagam taxas relativamente pequenas, mas as taxas pagas pelos investidores individuais costumam ser substanciais e podem distorcer o resultado do modelo.
- Os mercados são eficientes;
    - Esta suposição sugere que as pessoas não podem predizer a direção do mercado ou de uma ação individual. O mercado opera continuamente com os preços das ações seguindo o processo de Itô, que é simplesmente o processo de Markov em um tempo contínuo. Isso significa que, segundo o processo de Markov, onde a observação do período *t* depende somente da observação precedente.

- Não existem dividendos pagos sobre as ações;
    - Muitas empresas pagam dividendos aos seus acionistas, o que causa uma séria limitação ao modelo, considerando que um alto *dividend yield* provoca diminuição do prêmio da *call*. Uma forma comum de resolver essa deficiência é subtrair o valor descontado do dividendo futuro do valor da ação.
- As opções só podem ser exercidas no dia do vencimento do contrato.
    - Opções Européias somente podem ser exercidas na data de vencimento. Opções Americanas podem ser exercidas a qualquer tempo até o vencimento. Isso não é uma grande limitação, pois poucas opções de compra são exercidas antes dos últimos dias da vida da opção. Isso se explica pelo fato de que se o indivíduo exercer a opção de compra bem antes do vencimento, ele está perdendo o valor do tempo restante da opção de compra e aproveitando-se apenas do valor intrínseco. Portanto, ao fim da vida da opção, a porção “tempo” da opção é muito pequena, mas o valor intrínseco é o mesmo.

Segundo o modelo Black-Scholes, o preço é uma função de cinco argumentos: S, preço corrente do ativo objeto ao qual a opção se refere; X, preço sobre o qual será comprado ou vendido o ativo objeto na data de exercício, ou preço de exercício; r, taxa de juros livre de risco, em termos anuais, capitalizada continuamente; T, prazo, em anos, entre hoje e a data de vencimento da opção; s, volatilidade anual do ativo objeto entre hoje e o vencimento da opção, portanto:

$$c = f(S, X, r, T, s)$$

Respeitadas essas condições, num mundo neutro em relação ao risco, o preço justo de uma opção seria dado por:

$$c = SN(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2) \tag{3.1}$$

$$p = Xe^{-rt}N(-d_2) - SN(-d_1) \tag{3.2}$$

Onde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(\frac{r + s^{2}}{2}\right) \times (t)}{s\sqrt{t}} \qquad (3.3)$$

$$d_2 = d_1 - s\sqrt{t}$$

e c é o valor teórico de uma opção de compra, p é o valor teórico de uma opção de venda, S é o preço do ativo objeto, $N(x)$ é a função cumulativa normal, X é o preço de exercício da opção, t é o tempo até o vencimento, r é a taxa livre de risco capitalizada de forma contínua e s é a volatilidade expressa em forma decimal.

Exemplificando, o preço de uma opção de compra pode ser visto como uma esperança matemática, onde $N(d_1)$ é a probabilidade do preço do ativo objeto chegar ao vencimento acima do preço de exercício (X), e $N(d_2)$ é a probabilidade do preço do ativo objeto cair abaixo do atual preço de mercado (S), ou seja, a probabilidade de a opção ser exercida num mundo neutro ao risco de modo que $XN(d_2)$ seja o preço de exercício (X) multiplicado pela probabilidade de o preço de exercício ser pago. A soma das duas probabilidades é que dará o valor do tempo da opção. No instante do vencimento, $N(d_1)$ e $N(d_2)$ serão ambas igual a 1, caso a opção seja exercida, ou iguais a zero caso não seja exercida.

3.1 LIMITES DE PREÇOS MÁXIMOS E MÍNIMOS DAS OPÇÕES

Segundo Hull (1998, p. 174), o limite mínimo para o preço de uma opção européia de compra de uma ação que não paga dividendo é:

$$S - Xe^{-rt}$$

Onde S é o preço da ação, X o preço de exercício, r a taxa de juro livre de risco continuamente capitalizada e t o tempo até o vencimento da opção.

Se o preço de mercado da opção for menor que este limite, um arbitrador compraria a opção de compra e venderia a ação, o que lhe forneceria uma entrada líquida de caixa que poderia ser aplicada na taxa livre de risco até o vencimento da opção o que provocaria um lucro correspondente aos juros obtidos pela taxa livre de risco.

O limite mínimo para uma opção de venda européia de uma ação que não paga dividendo é:

$$Xe^{-rt} - S$$

Neste caso, caso o preço de mercado da opção esteja abaixo deste limite, um arbitrador tomar emprestado, à taxa r um valor que corresponda ao preço da ação mais o preço da opção de venda cotada no mercado. No vencimento, ele pagará o empréstimo com os juros e, se o preço da ação estiver abaixo do preço de exercício, ele exercerá a opção de vender as ações ao seu preço de exercício, realizando um lucro que será o preço de exercício menos o total do empréstimo pago.

Caso não exerça a opção de venda, o investidor se desfará da opção, venderá a ação e pagará o empréstimo, obtendo um lucro que será o preço da ação no momento (maior que o preço de exercício) menos o total do empréstimo, gerando um lucro ainda maior.

O limite máximo para uma opção, americana ou européia, é o próprio preço da ação, logo:

$$c \leq S \text{ e } C \leq S$$

Onde c é a opção de compra européia, C é a opção de compra americana e S o preço da ação.

Se uma opção de venda americana ou européia proporciona ao seu titular o direito de vender a ação por X, então:

$$p \leq X \text{ e } P \leq X$$

Onde p é a opção de venda européia, P é a opção de venda americana e X é o preço de exercício.

O valor de uma opção de compra (*call*) está dentro do seguinte limite:

$$\max(S - Xe^{-rt}, 0) \leq c(S,t) \leq S \quad \text{sendo } S \geq 0, t \geq 0$$

A derivação do valor da *call*, em seu vencimento, denota que tanto $N(d_1)$ quanto $N(d_2)$ são ou 0 ou 1 quando $t \to 0^+$, sendo que o valor da *call* é uma função convexa decrescente em *S*.

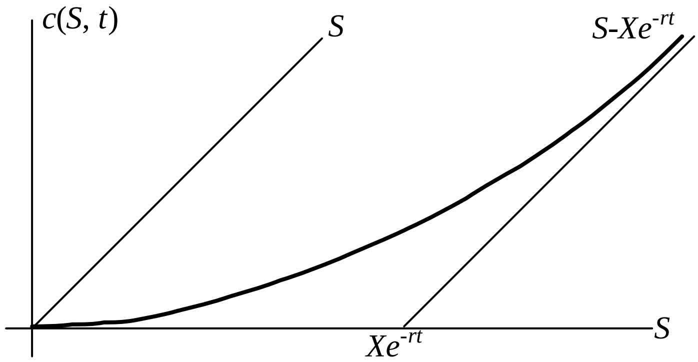

Figura 3 – Opção de compra européia vs preço do ativo objeto, faltando *t* para o vencimento.
Fonte: Gaspar (2001, p. 34 *apud* Hull, 1989).

Utilizando-se a paridade entre opção de compra e opção de venda (*call* e *put*), temos que, quando o ativo-objeto (*S*) assume o menor valor possível, quando $S \to 0^+$, tem-se que $p(S,t) \approx Xe^{-rt}$, o que é abaixo do valor intrínseco da *put*. Para o maior valor do ativo-objeto, tem-se que $\lim_{S \to +\infty} p(S,t) = 0$, o que não é surpreendente, já que a *put* terminará certamente fora-do-dinheiro quando $S \to +\infty$, portanto o preço de uma *put* é uma função convexa crescente em *S*.

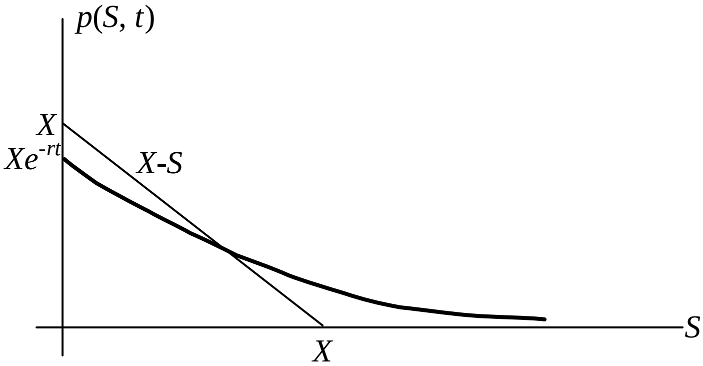

Figura 4 – Opção de venda européia vs preço do ativo objeto, faltando *t* para o vencimento.
Fonte: Gaspar (2001, p. 34 *apud* Hull, 1989).

A maior dificuldade de estimação do modelo Black-Scholes está na previsão da volatilidade[4], já que todas as outras variáveis são conhecidas (preço do ativo objeto, tempo até o vencimento e preço de exercício) ou facilmente estimadas (dividendos e taxa de juros livre de risco). Foge do escopo deste trabalho prover comparativos de métodos para estimação da volatilidade.

Além disso, outras dificuldades devem ser levadas em conta, como o possível exercício antecipado no caso de opções do tipo americana. Segundo Hull (1998, p. 177-178), o exercício antecipado de opções de compra americanas sob ações que não pagam dividendos nunca será lucrativo e, portanto, seu possuidor sempre esperará até o vencimento para exercê-la. Isso ocorre porque o preço da opção de compra, neste caso, mantém seu preço sempre acima de seu valor intrínseco.

Outro problema é que o modelo considera que os preços seguem uma distribuição lognormal[5], o que nem sempre se verifica[6].

No momento em que um participante do mercado identificar uma discrepância no prêmio da opção negociada no mercado em relação ao seu preço teórico, este poderá especular com o objetivo de tomar proveito deste possível erro de avaliação do mercado. O grande problema, neste caso, é identificar corretamente o fator "oculto" do preço de uma opção: a volatilidade.

Como volatilidade e preço caminham na mesma direção, uma subestimação da volatilidade levará a um preço teórico da opção proporcionalmente menor, e sua superestimação, em um preço maior. Ou seja, em última análise, quem mais se aproximar da "verdadeira" volatilidade, poderá criar posições no intuito de comprar opções subavaliadas em relação ao preço teórico e vender as superavaliadas sempre *hedgeando* a posição para manter o sobrepreço em carteira (SOUZA, 1996).

---

[4] Para maiores detalhes sobre estimação de volatilidade e volatilidade implícita, ver GOMES, Frederico P. "Volatilidade Implícita e Antecipação de Eventos de *Stress*: um Teste para o Mercado Brasileiro. Trabalhos para Discussão. Nº 38, Brasília: Banco Central do Brasil, 2002 e MOREIRA, João Maurício de Souza e LEMGRUBER, Eduardo Facó. O uso de dados de alta freqüência na estimação da volatilidade e do valor em risco para o Ibovespa. Nº 61, Brasília: Banco Central do Brasil, 2002.

[5] Segundo Chew (1999) a distribuição lognormal é usada, ao invés da distribuição normal, pois os preços das *commodities* ou ativos financeiros podem aumentar infinitamente mas não podem ser inferiores a zero.

[6] A instabilidade da volatilidade no mercado financeiro brasileiro, se comparado com o mercado americano, pode causar problemas de estimação principalmente em momentos de *stress* no mercado.

Portanto, o ponto central é concentrar-se em uma medida de volatilidade que consiga chegar o mais próximo possível da volatilidade do mercado. O problema é que, por mais que se tenha um modelo de volatilidade que represente fielmente o comportamento do mercado, tal comportamento representa apenas o passado.

3.2 A VOLATILIDADE

Existem diversas discussões acerca da melhor forma de se calcular a volatilidade. A comparação de diferentes métodos foge ao escopo deste trabalho. No entanto, alguns problemas surgem no momento de decidir sobre a utilização de algumas variáveis.

Uma das dificuldades é decidir sobre o tamanho da amostra histórica, ou número de observações, para calcular a volatilidade. Conforme Hull (1998, p.255):

> Escolher um valor apropriado para *n* não é fácil. *Ceteris paribus*, mais dados conduzem a uma exatidão maior. Entretanto, s [desvio padrão] realmente muda com o tempo, e dados muito antigos poderão não ser relevantes para prever o futuro. Uma saída que parece funcionar razoavelmente bem é utilizar os preços de fechamento diários, verificados num período mais recente – de 90 a 180 dias. Uma regra prática bastante utilizada é fazer com que o período de tempo sobre o qual a volatilidade será medida seja igual ao período sobre o qual ela será aplicada. Assim, se a volatilidade for usada para avaliar uma opção de dois anos, são utilizados dois anos de dados históricos.

Ainda, segundo o autor, devem ser considerados apenas dias úteis para o cálculo da volatilidade, conforme pesquisas empíricas.

3.2.1 Desvio Padrão Histórico e Janela de Dados

Assumindo média zero, a volatilidade amostral dos retornos r do ativo i utilizando uma amostra de T observações é dado por:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{T} r_{i,t}^2}{T}}$$

Porém, essa metodologia é pouco usual no meio financeiro devido ao problema de atribuir pesos iguais a todas as observações. De forma a contornar esse problema, pode-se optar por não utilizar toda a amostra para calcular a volatilidade, mas sim, uma janela de tempo correspondente às últimas 30 ou sessenta observações, por exemplo. Mas, neste caso, ainda persiste o problema de atribuir o mesmo peso ao longo da série. Isso cria efeitos que podem distorcer sobremaneira os cálculos pois a volatilidade dá um "salto" quando aparecer um retorno extremo, permanecendo assim até que este retorno fique dentro da amostra.

3.2.2 Volatilidade com Alisamento Exponencial

Esse tipo de volatilidade é calculada tendo em vista a utilização de pesos maiores às observações mais recentes. Para calculá-la, ua-se:

$$Vol_t = \sqrt{l\,Vol_{t-1}^{\;2} + (1+l)R_{t-1}^{\;2}} \text{ sendo } 0 \leq l \leq 1$$

E a volatilidade anualizada é encontrada por:

$$VA_t = Vol_t \sqrt{252}$$

Onde l é o parâmetro de alisamento exponencial adotado pelo modelo EWMA. Neste caso, será usado 0,94, conforme é sugerido pela metodologia de cálculo do *RiskMetrics Group* do banco JP Morgan e R_{t-1} é o retorno logarítmico da ação no tempo t-1.

Um *lambda* (*l*) igual a 1 reflete o comportamento observado pela média móvel simples com pesos constantes. Quanto menor o *lambda*, maior o peso atribuído às últimas observações, o que torna a volatilidade mais “nervosa”, como pode ser observado nos gráficos 2 e 3.

Essa metodologia é relativamente simples e rápida de ser implementada e não requer muitas estimações de parâmetros

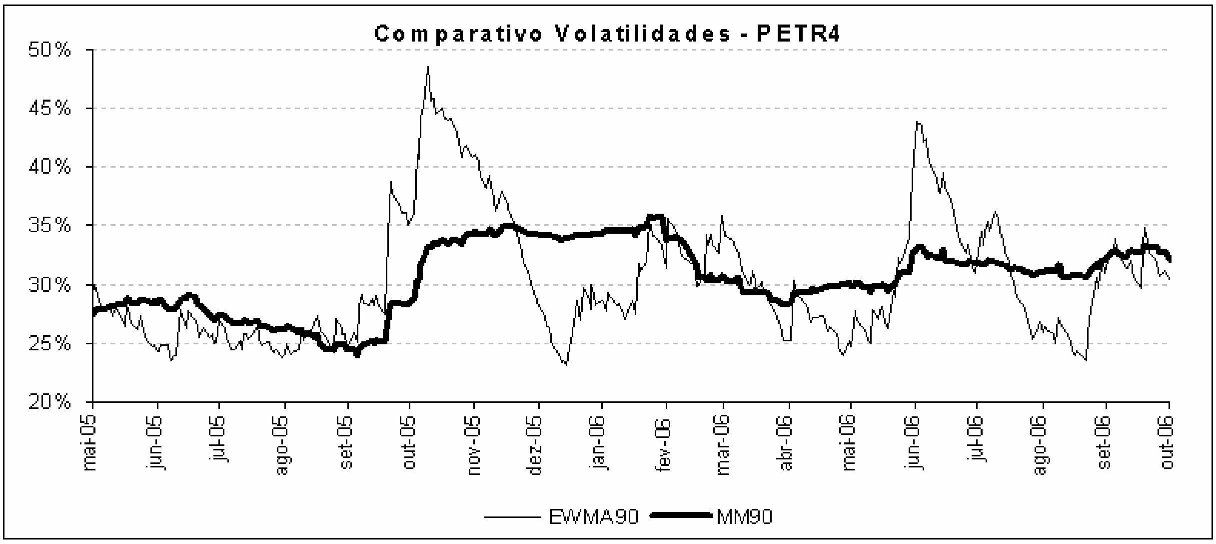

Gráfico 2 – Comparativo entre diferentes tipos de medição de volatilidade (PETR4).
Fonte: O autor.

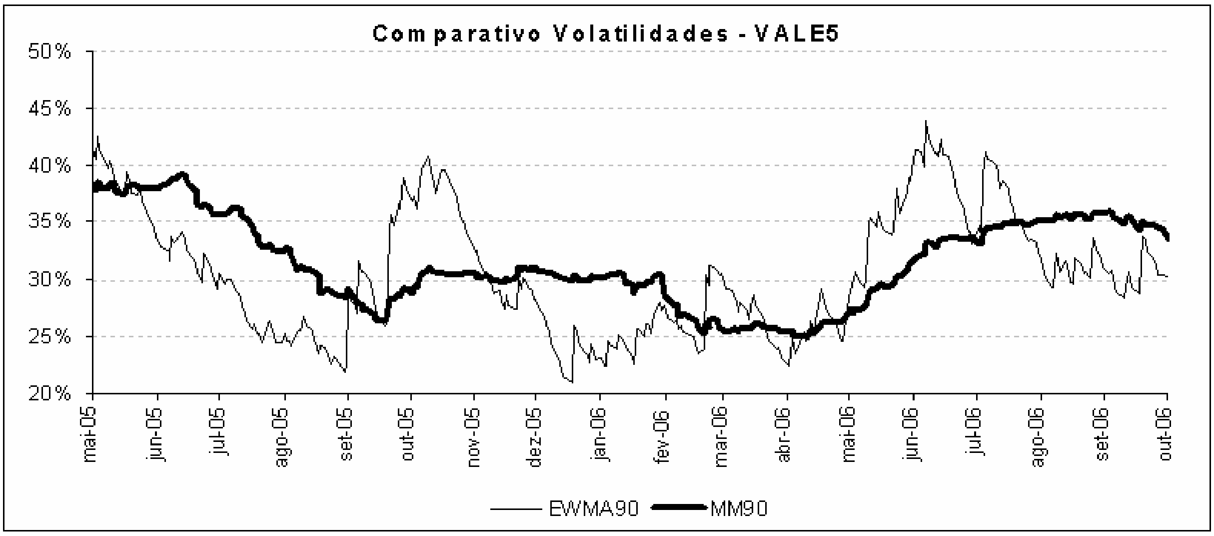

Gráfico 3 – Comparativo entre diferentes tipos de medição de volatilidade (VALE5).
Fonte: O autor.

3.2.3 Volatilidade Implícita

Teoricamente, de acordo com o modelo Black-Scholes, a volatilidade implícita provê a verdadeira volatilidade do ativo subjacente. Porém, a volatilidade implícita depende do preço de exercício e da maturidade da opção analisada, o que gera uma situação conhecida como “sorriso” (*smile*).

A volatilidade implícita é o inverso do preço da opção, calculada pelas equações 3.1 e 3.2:

$$s^{VI} = f(c, X, S, T - t, r)$$

Onde *c* é o preço da opção negociada no mercado, *X* é o preço de exercício, *S* o preço da ação no mercado, *T*-*t* o tempo até o vencimento e *r* a taxa livre de risco.

Como não existe uma fórmula fechada para solução acima, é necessário utilizar-se de métodos numéricos para descobrir a volatilidade como função implícita de variáveis conhecidas.

No gráfico 4 é possível observar o comportamento da volatilidade implícita para diferentes preços de exercícios (X) de várias séries de opções da Vale do Rio Doce utilizando dados intradiários. Quanto mais se aproxima do vencimento, maior é o valor da volatilidade, principalmente para as opções dentro-do-dinheiro e próximas-do-dinheiro.

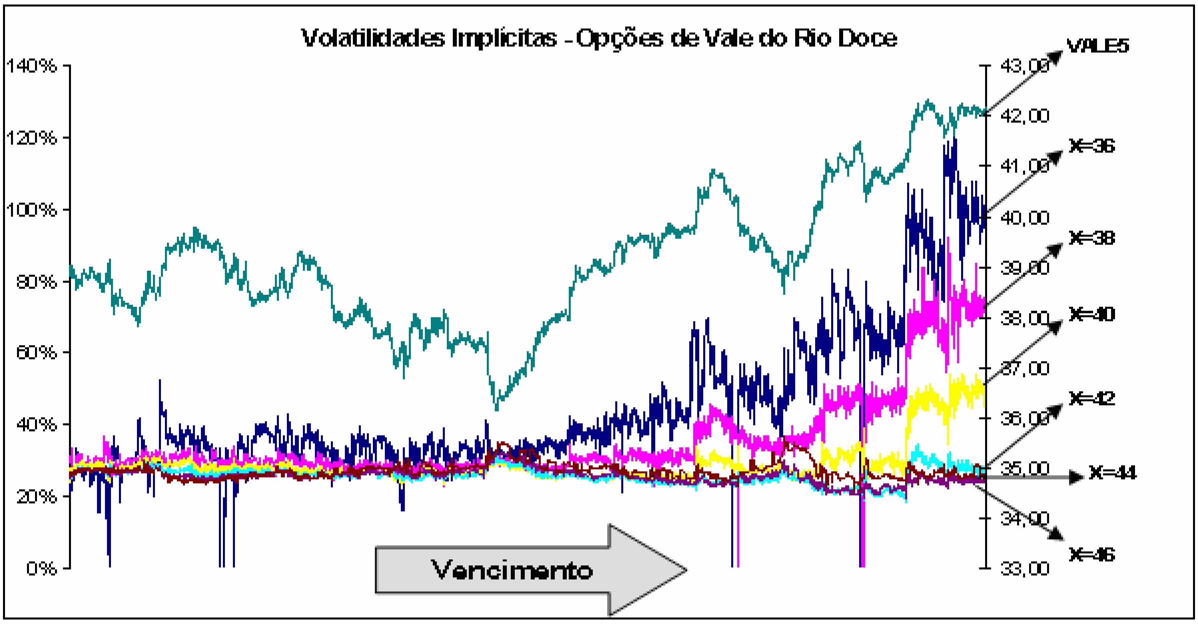

Gráfico 4 – Exemplo de Volatilidade Implícita das opções de Vale do Rio Doce.
Fonte: O autor.

3.2.3.1 O *Smile* da Volatilidade Implícita

O *sorriso de volatilidade* é a discrepância observada entre o preço estimado pelo modelo Black-Scholes e os valores observados no mercado. Esse “erro” é observado mesmo em mercados de alta liquidez, ainda que sejam respeitados vários pressupostos básicos do modelo. As maiores discrepâncias ocorrem com opções muito fora-do-dinheiro ou muito dentro-do-dinheiro, conforme observado no gráfico 5, ou seja, suas volatilidades implícitas tendem a ser mais altas do que as opções no-dinheiro. Isso está de acordo com o gráfico (d) da figura 8.

> Quando o *smile* foi observado primeiramente, alguns pesquisadores acreditaram que a explicação para isso era a liquidez. A aparência verdadeira do "sorriso" significou que as opções fora-do-dinheiro teriam as volatilidades implícitas mais elevadas. Estas opções eram também menos líquidas; daqui, discutiu-se que os preços observados para estas opções de baixa liquidez refletiam o pequeno tamanho se seus mercados. Mas essa explicação sugeriria que as opções com alta liquidez – normalmente aquelas negociadas próximas-do-dinheiro – teriam as mesmas volatilidades implícitas, o que não ocorre.
> Outros estudiosos acreditam que o sorriso reflete a volatilidade estocástica, ou seja, a volatilidade não é constante como suposta no modelo Black Scholes. Se a volatilidade for estocástica, então o sorriso reflete a falha do modelo Black Scholes em capturar a natureza aleatória da volatilidade. Outros discutem que o modelo supõe que o preço da ação flutua de uma maneira contínua, não capturando a natureza verdadeira dos movimentos do preço da ação, que são observados em termos de saltos discretos.
> Os argumentos da volatilidade estocástica e dos "saltos" têm uma sustentação positiva, pois preservam muitas características essenciais do modelo Black Scholes. [...] (CHANCE, 2004, p. 6)

A existência do *smile*, portanto, é a refutação empírica de um dos pressupostos do modelo Black-Scholes, que prevê uma volatilidade constante e independente do preço de exercício e da maturidade da opção[7].

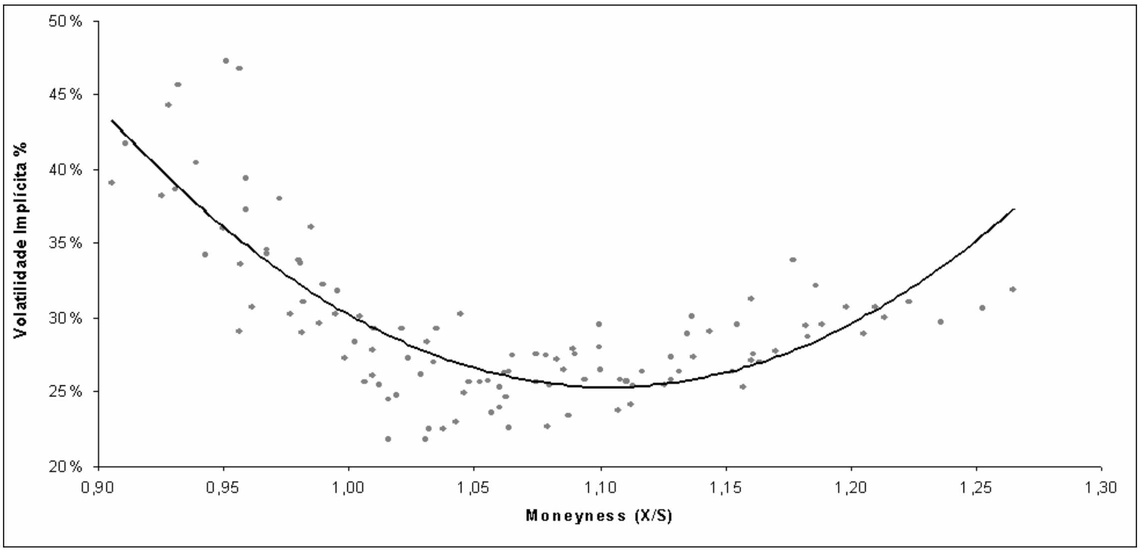

Gráfico 5 – *Smile* da volatilidade implícita com dados de opções da Vale do Rio Doce.
Fonte: O autor.

Os *traders* usam as informações do *smile*, combinando vários preços de exercícios e diferentes vencimentos como uma rica fonte de informação acerca do comportamento dos preços de mercado.

---

[7] Uma maior explicação acerca da volatilidade implícita como fonte de informação pode ser verificado em Oliveira (2000).

Algumas outras aplicações para a informação implícita nas opções são:

a) Previsão da volatilidade futura para aplicação em modelos de controle de risco de carteiras;

b) Identificação do perfil de risco dos agentes, conforme proposta de Jackwerth (1996). Segundo o autor, pode-se obter informações acerca do grau de aversão de risco presente na informação implícita das opções;

c) Avaliação de opções de baixa liquidez, pois as opções mais líquidas devem refletir um comportamento mais “correto” do mercado, permitindo precificar mais corretamente opções que são pouco negociadas no mercado e/ou corrigir possíveis distorções provocadas pela falta de liquidez destas opções. Com isso, é possível até mesmo arbitrar com a compra de opções sub-avaliadas e venda das super-avaliadas

Essa ferramenta de análise pode ajudar o investidor a identificar se o prêmio corrente de uma opção está subavaliado ou sobreavaliado.

Matematicamente, o prêmio justo de uma opção, em determinado momento, é o valor atual dos possíveis ganhos e perdas que podem acontecer até o vencimento da opção. Por isso, é necessário calcular a probabilidade de ocorrerem tais ganhos e/ou perdas ao longo do tempo até o vencimento. Essa probabilidade está relacionada diretamente ao comportamento futuro dos preços à vista aos quais as opções estão relacionadas.

A volatilidade pode ser estimada com o uso de dados históricos para calcular o preço teórico de uma opção. Esse é o único fator “obscuro” no cálculo do modelo Black-Scholes, já que todos os outros fatores são conhecidos (preço de exercício, preço da ação, tempo até o vencimento e taxa de juro livre de risco).

Então, isso conduz à seguinte questão: que volatilidade o mercado está atribuindo ao preço da opção negociada no mercado em determinado momento? Essa questão, embora relativamente simples, pode trazer muitas informações úteis para o cálculo da volatilidade utilizada na precificação da opção.

A volatilidade implícita é útil, por exemplo, para entender que volatilidade o mercado está atribuindo à determinada ação em determinado momento. Hull (1998, p. 270) explica, também, que “[...] também pode ser usada para calcular o preço de uma opção a partir do preço de outra opção.“. Isso é observado ao se calcular a volatilidade implícita para diferentes preços de exercício. Hull (1998, p. 270-271) sugere que pode ser utilizada uma média ponderada para se obter a volatilidade implícita composta para a ação, sendo que:

> O peso de cada volatilidade implícita deve refletir a sensibilidade do preço da opção à volatilidade. Para ilustrar, digamos que duas estimativas de volatilidade implícita estejam disponíveis. A primeira é de 21% ao ano, estando baseada numa opção no dinheiro; a segunda é de 26% ao ano, estando baseada numa opção muito fora do dinheiro, com o mesmo vencimento. O preço da opção no dinheiro é muito mais sensível à volatilidade do que o da opção fora do dinheiro. [...] Logo, podemos escolher um peso de 0,9 para a volatilidade implícita da opção no dinheiro e um peso de 0,1 para a opção muito fora do dinheiro. A média ponderada da volatilidade implícita seria, então, de: 0,9 x 0,21 x 0,1 x 0,26 = 0,215 ou 21,5% ao ano.

O procedimento para encontrar a volatilidade implícita de forma matemática não é simples, já que não é possível inverter as equações 3.1 e 3.2 para que s seja expresso como uma função do preço da ação, preço de exercício, taxa de juro livre de risco e tempo até o vencimento. No entanto, pode ser obtida pela tentativa e erro ao substituir o s pelo valor que mais se aproxime do valor da opção precificada pelo mercado. Há soluções mais complexas, com base matemática, para obter o valor correto de s, mas estão fora do escopo do presente trabalho.

3.2.4 Modelo de Volatilidade Estocástica

Os preços dos ativos negociados comportam-se livremente através da influência de inúmeros fatores que alteram seus movimentos, tornando impossível determinar com exatidão os níveis de preço a serem atingidos em datas futuras. Dessa forma, pode-se dizer que os preços de uma ação apresentam um caminho aleatório, seguindo um processo estocástico.

Os fenômenos aleatórios são satisfatoriamente descritos por uma distribuição normal. Assim, os principais modelos de valorização de prêmios de opções supõem uma distribuição normal para os preços do ativo base da opção.

O modelo Black-Scholes baseia-se no pressuposto que a volatilidade segue um processo gaussiano com incrementos independentes e estacionários:

$$\frac{dS}{S} = mdt + s\,dW \text{ sendo que } m \text{ e } s \text{ são constantes.}$$

O princípio de que a volatilidade é constante logo se tornou uma inconsistência, após vários estudos sobre o processo de preços dos ativos financeiros, sejam ações, taxa de juro ou câmbio. Nesses estudos, quase sempre a metodologia partiu da inversão da fórmula Black-Scholes (através de modelos numéricos) para obtenção das volatilidades implícitas consistentes com as cotações do mercado. Descobriram-se valores que diferem com o preço de exercício (daí surgiu o conceito do *smile*) ou com o tempo de vida da opção (estruturas à termo da volatilidade). Ora, se as cotações de mercado fossem consistentes com o modelo Black Scholes, a volatilidade implícita seria uma constante, independente de preços de exercícios ou de prazos para o vencimento.

3.3 OS RISCOS RELACIONADOS ÀS OPÇÕES (GREGAS)

Os instrumentos teóricos para avaliar as características das opções no curto prazo são de extrema importância para o entendimento da dinâmica que envolve as opções. Tais medidas podem ser utilizadas para controlar a exposição das posições financeiras a vários tipos de risco, como mudanças na taxa de juros, na volatilidade do ativo, ou na alta e na baixa do preço do ativo, dentre outros.

Segundo Varga (1996, p. 2), "O preço de uma opção pode ser tratado como uma função de várias variáveis, e o impacto dessas variáveis e o impacto dessas variáveis sobre o preço da opção pode ser quantificado por meio das derivadas parciais do preço da opção [...]". Para o cálculo dessas derivadas, é utilizado o modelo Black-Scholes, que tem em suas variáveis o preço do ativo objeto, preço de exercício, volatilidade, taxa de juro e prazo até o vencimento. E as letras gregas nada mais são do que as derivadas parciais, ou seja: delta e gama para o preço do ativo objeto, vega para a volatilidade, rô para a taxa de juro e teta para o tempo. Como o preço de exercício, em geral, é constante na vida da opção, este não é avaliado.

As simulações gráficas das gregas foram feitas com a utilização do *software* MatLab 7.0.

3.3.1 Delta, a velocidade

O delta, ?, é um dos componentes mais importantes na análise de sensibilidade do preço de uma opção. Sua função é refletir a mudança no preço da opção em função do preço do ativo objeto, ou seja, o quanto varia o preço de uma opção para uma variação unitária no preço do ativo. Delta é o coeficiente angular da curva que relaciona o preço da opção com o preço do ativo objeto, como pode ser visto na figura 6, e é a primeira derivada da função prêmio com relação ao ativo objeto.

Mais formalmente, o delta pode ser apresentado como:

$$\Delta = \frac{\partial f}{\partial S}$$

onde f é o preço do derivativo e S, o preço do ativo objeto.

Ainda, segundo o modelo Black-Scholes, o delta de uma opção de compra sobre um ativo que não paga dividendos, pode ser calculado por:

$$\Delta = N(d_1)$$

onde d_1 é descrito na equação 3.3.

Como pode ser observado no gráfico 6, o delta fica mais sensível conforme a opção se aproxima do vencimento e quando está próxima-do-dinheiro. Neste ponto, a opção passa a ter pouco tempo para "decidir" entre ser exercida ou não. O preço de exercício neste e noutros gráficos foi fixado em R$ 40,00.

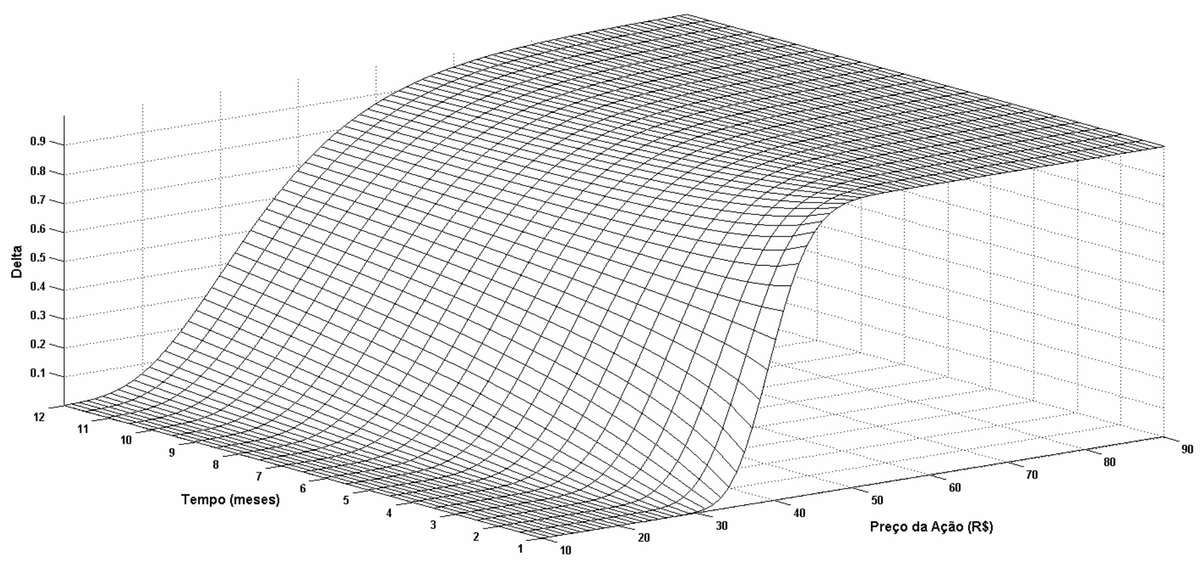

Gráfico 6 – Sensibilidade do Delta em relação ao tempo e preço da ação, *X* = 40,00.
Fonte: O autor.

A importância do delta pode ser constatada pelas observações de Black & Scholes (1973), que demonstraram ser possível criar uma carteira livre de risco formada por uma posição no ativo objeto e uma posição em uma opção. Daí surgiu o conceito do *hedge* do delta neutro, mais conhecido simplesmente como delta-*hedging*. Caso a posição seja de opção de compra, então a carteira seria formada por uma posição comprada em ? unidades do ativo objeto e vendida em uma unidade da opção de compra.

Um exemplo prático pode ser detalhado, conforme Hull (1998, p. 342):

> Suponhamos que o delta de uma opção de compra de ações seja 0,6. Isso significa que, quando o preço da ação sofrer pequena variação, o preço da opção mudará em cerca de 60% dessa variação. O preço da opção é US$ 10 e o preço da ação, de US$ 100. Um investidor vende 20 contratos de opções para comprar 2.000 ações. Sua posição pode ser *hedgeada* pela compra de 0,6 x 2.000 = 1.200 ações. O lucro (perda) da posição na opção tenderá a ser compensado pela perda (lucro) da posição na ação.
> [...]
> O delta da posição do investidor em opção é de 0,6 x (-2.000) = -1.200. Em outras palavras, o investidor perde 1.00? *S*. O delta da ação é, por definição, 1, e a posição comprada em 1.200 ações tem delta de +1.200. O delta da posição total do investidor (vendido em 2.000 opções de compra e comprado em 1.200 ações) é, portanto, zero. O delta da posição no ativo objeto anula o delta da posição na opção. O delta zero de uma posição também é denominado de *delta neutro*.

Contudo, esse delta só permanecerá neutro por um período curto de tempo, pois outros fatores, como o preço do ativo objeto e mesmo a passagem do tempo tem efeito direto no delta, visto ser necessário efetuar seguidos rebalanceamentos da carteira, como explica Hull (1998, p. 342-343):

> [...] Em nosso exemplo, o preço da ação poderá subir para US$ 110 ao final de três dias. [...] uma elevação no preço da ação conduz a uma elevação do delta. Se o delta passar de 0,60 para 0,65, 100 ações extras terão de ser adquiridas para manter o *hedge*, pois 0,05 x 2.000 = 100. Esquemas de *hedging* como esses, que exigem ajustes freqüentes, são conhecidos como programas de *hedging dinâmico*.

Portanto, é possível estabelecer uma carteira sem riscos, composta de uma posição num derivativo de uma ação e de uma posição na ação. Expressa em termos de ?, a carteira pode ser definida como:

-1 : derivativo

+? : ações

Em outras palavras, o delta pode ser visto como uma medida de certeza dos fluxos de ativos, como explica Chew (1999, p. 98). Como há dois limites conhecidos da zona do delta, o limite superior (100%) e o limite inferior (0%), então pode-se pressupor que uma opção com delta 1 apresenta um comportamento de fluxo exatamente igual a um instrumento no mercado à vista e uma opção com delta zero, por outro lado, tem um fluxo exatamente igual a um instrumento baseado em futuros, pois, quando o preço da ação (*S*) torna-se grande em relação ao exercício (*X*) é quase certo que uma opção de compra será exercida. Portanto, podemos esperar, nesse caso, que o preço da opção de compra seja:

$$S - Xe^{-r(t)}$$

onde S é o preço do ativo objeto, X é o preço de exercício e t o tempo até o vencimento. Quando a volatilidade, s, aproxima-se de zero, ou seja, como a ação praticamente não apresenta risco, então seu preço aumentará à taxa r, para $Se^{r(t)}$, no instante t, e o retorno da opção de compra será:

$$máx[Se^{r(t)} - X,\ 0]$$

3.3.2 O delta *hedging*

Em termos matemáticos, uma posição delta *hedge* é aquela que mantém o delta (ou a sua soma) igual à zero. Neste caso, o valor da posição permanece insensível às pequenas variações no preço do ativo objeto. Essa é a principal noção de *hedge* no mercado de opções, ou seja, mantendo-se posições delta-neutras, é possível defender-se das mudanças de preço no ativo objeto ao qual a opção se refere. Mas nesse ponto surge um problema: teoricamente essa proteção somente está sendo conseguida em um momento instantaneamente curto, devido às mudanças em outros fatores que afetam o preço da opção.

Conforme pode ser observado na figura 5, são necessários ajustes constantes na posição para que o delta seja neutralizado devido à concavidade formada pela evolução do preço da opção em relação à evolução do preço do ativo objeto.

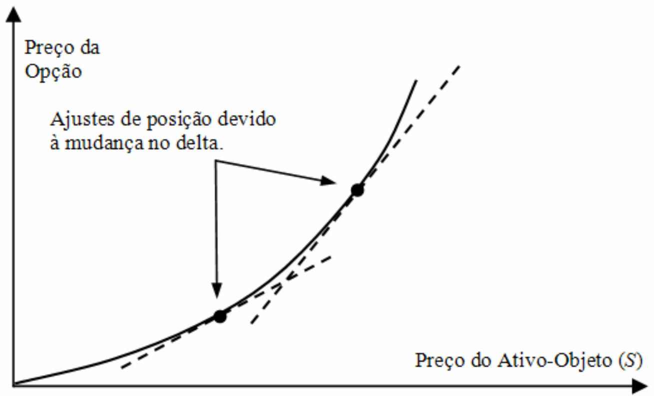

Figura 5 – Ajustes na posição do ativo objeto em função do delta-*hedge*.
Fonte: O autor.

3.3.3 Gama, a aceleração

O gama é a segunda derivada do preço da opção em relação ao preço do ativo objeto e mede a sensibilidade do delta às variações no preço do ativo objeto. Se o gama for pequeno, a variação do delta ocorrerá vagarosamente, e os ajustes para mantê-lo neutro precisarão ser feitos com menor freqüência. Por outro lado, um gama elevado, significa que o delta terá grande sensibilidade à mudança de preço do ativo objeto.

A figura 6 exemplifica o problema da curvatura do preço da opção. Quando o preço da ação move-se de *S* para *S'*, o *hedge* assumido pelo delta pressupõe que o preço da opção deveria se mover de *C* para *C'*, quando, na verdade, o preço da opção se moverá de *C* para *C''*.

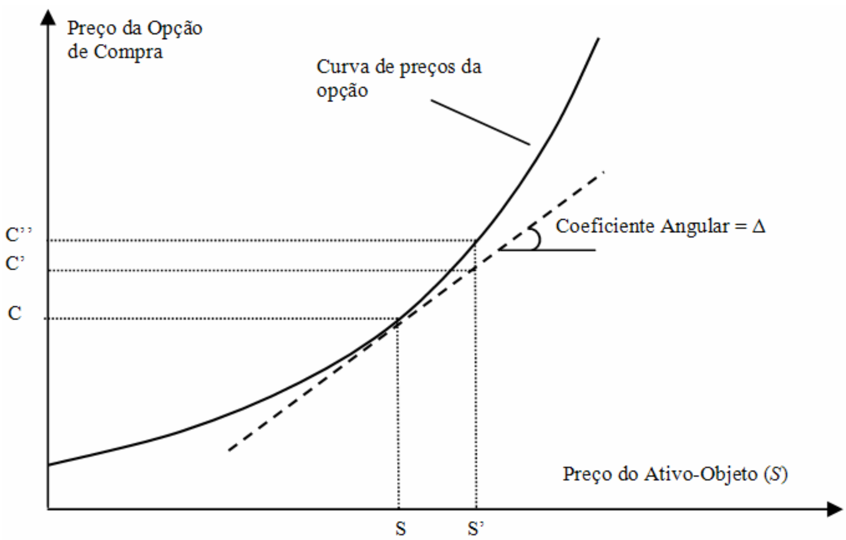

Figura 6 – A curva de preço da opção e o problema da curvatura.
Fonte: Adaptado de Hull (1998, p. 355)

Portanto, o gama mede, em termos práticos, justamente como é o comportamento da curvatura do preço da opção em relação ao preço do ativo objeto. Para uma opção européia de compra ou de venda de uma ação sem dividendos, o gama é dado por:

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S s \sqrt{t}}$$

onde d_1 é definido na equação 3.3, S é o preço do ativo objeto, t é o tempo até o vencimento e

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2p}} e^{\frac{-x^2}{2}} \tag{3.4}$$

Formalmente, é:

$$\Gamma = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial S^2}$$

Onde Π é o valor da carteira.

Trata-se de uma medida de risco, pois, mesmo posições que sejam delta-neutras podem apresentar elevados gamas, o que pode representar grandes mudanças nos fluxos financeiros. Conforme Tompkins (1994) o gama pode ser associado ao risco de uma mudança repentina na volatilidade instantânea (*actual volatility*[8]).

Por definição, quanto maior o gama, mais o delta irá mudar quando o preço do ativo objeto muda. Intuitivamente – e conforme pode ser visto no gráfico 7, o gama aumenta proporcionalmente à proximidade do vencimento e estando o ativo-objeto (*S*) ao redor do preço de exercício (*X*). Neste ponto, qualquer movimento do ativo-objeto pode fazer com que a opção se torne *in-the-money* ou *out-of-the-money* muito rapidamente. Em outras palavras, a opção pode passar da "vida" para a "morte" com pequenos movimentos do preço da ação, quando está próxima do vencimento. Por isso, ela terá grande volatilidade, fazendo com que a influência no delta (mostrado através do gama) seja grande.

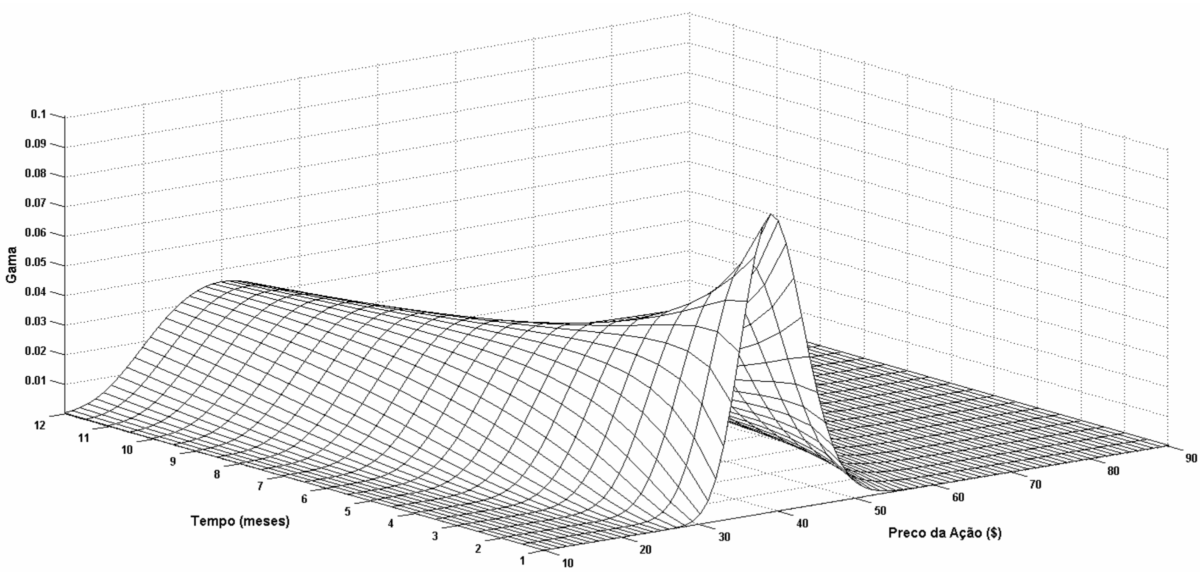

Gráfico 7 – Sensibilidade do Gama em relação ao tempo e preço da ação, *X* = 40,00.
Fonte: O autor.

[8] A idéia de risco trazida pelo gama refere-se, basicamente, a concavidade apresentada pela função preço da opção. Tompkins (1994) se refere à *actual volatility* considerando grandes saltos que podem ocorrer no mercado, em um único dia, trazendo mudanças maiores do que estavam sendo previstas ao preço da opção, apesar das características de risco do ativo objeto não terem sido alteradas. Outros autores referem-se, também, a este risco como risco de curvatura.

3.3.3.1 Neutralizando o gama

Matematicamente é impossível manter um gama neutro por um período superior ao instante imediato. Isso se explica pelo fato de que para se alterar o gama de uma carteira é necessária uma posição numa opção negociada, o que, por conseqüência, já alteraria imediatamente o delta da carteira, conforme Hull (1998, p. 356). Por exemplo, se uma carteira com delta neutro tenha gama igual a Γ e que uma opção negociada tenha gama igual a Γ_t. Se o número de opções negociadas incluído na carteira for w_t, seu gama será de:

$$w_t\Gamma_t + \Gamma$$

Logo, a posição na opção negociada necessária para tornar o gama da carteira neutro é $-\Gamma/\Gamma_t$. De forma prática, a alteração do delta provocado pela alteração da carteira a fim de neutralizar o gama obrigaria o gestor a realizar novos rebalanceamentos, sempre tendo em vista a neutralização do delta e gama. De fato, isso tornaria o processo operacional complicado e custoso, e, em última análise, o que se busca, é apenas uma diminuição do gama.

3.3.4 Teta, o tempo

O Teta, Θ, é a taxa de variação do valor da opção em função da passagem do tempo, com todo o resto permanecendo constante. Para uma opção européia de compra de uma ação sem dividendos, o teta é dado por:

$$\Theta = -\frac{SN'(d_1)s}{2\sqrt{t}} - rXe^{-r(t)}N(d_2)$$

onde d_1 e d_2 são definidos na equação 3.3 e $N'(x)$ é definido na equação 3.4.

Mais formalmente, também pode ser definido como:

$$\Theta = \frac{\partial \Pi}{\partial t}$$

Onde Π é o valor da carteira.

Essa variável não será explorada com o intuito de *hedging*, pois, diferentemente de fazer *hedge* do delta ou gama, onde se trabalha com incertezas em relação ao preço da ação no futuro, o teta trabalha com algo que é uma certeza: a passagem do tempo.

Com o aumento do preço da ação, o teta tende a $-rXe^{-rt}$, como pode ser observado no gráfico 8. Nota-se que quando a opção está bastante *in-the-money*, a degradação causada pelo tempo é pequena, pois, neste ponto, o preço da opção é praticamente seu valor intrínseco, devido ao alto grau de certeza em relação ao seu exercício. Caso parecido ocorre com as opções muito *out-of-the-money*, sendo que neste caso, o valor do teta fica próximo a zero, pois provavelmente a opção tem pouco ou nenhum valor, visto que a possibilidade de exercício se torna pequena. No entanto, quando a opção está próxima-do-dinheiro e próxima do vencimento, o valor do teta é máximo, pois, se ela ficar no campo "*out*", mesmo que ainda possua valor, esse valor é puramente tempo. Por isso, se não passar rapidamente para o campo "*in*", onde seria exercida, a opção passará a perder valor rapidamente com o passar do tempo. E mesmo as opções que estão ligeiramente "*in*" e próximas do vencimento, perderão valor do tempo para que, no vencimento, tenham apenas valor intrínseco.

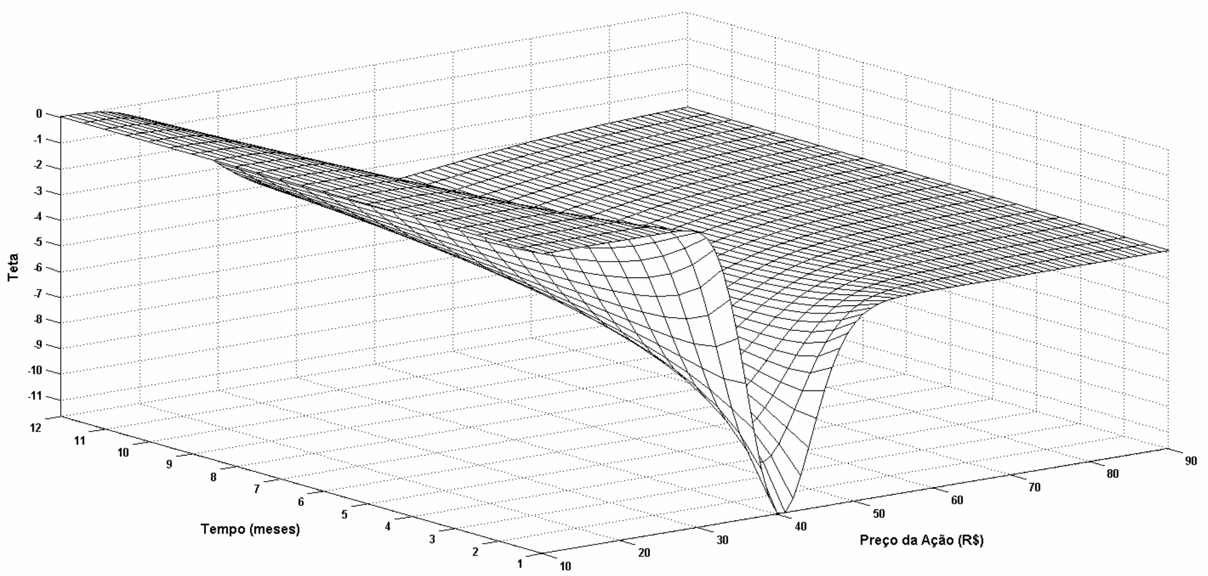

Gráfico 8 – Sensibilidade do Teta em relação ao tempo e preço da ação, *X* = 40,00.
Fonte: O autor.

3.3.5 Relação entre Delta, Teta e Gama

A equação diferencial de Black & Scholes para qualquer derivativo de uma ação sem dividendos, satisfeita pelo preço *f* é:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS\frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}s^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf$$

Como:

$$\Theta = \frac{\partial f}{\partial t} \qquad \Delta = \frac{\partial f}{\partial S} \qquad \Gamma = \frac{\partial^2 f}{\partial S^2}$$

Tem-se que

$$\Theta + rS\Delta + \frac{1}{2}s^2 S^2 \Gamma = rf$$

Para uma carteira com delta neutro, $\Delta = 0$:

$$\Theta + \frac{1}{2}s^2 S^2 \Gamma = rf$$

Segundo Hull, (1998, p. 359) “isso demonstra que, quando Θ é grande e positivo, o gama tende a ser grande e negativo, e *vice-versa*”. Neste caso, em uma carteira com delta neutro, o teta substitui o gama.

O grande fator de risco das opções é o preço do ativo objeto. Conforme explica Jorion (2003, p. 133), derivando-se a equação de Black & Scholes, obtém-se que o possuidor de uma opção de compra observa o mesmo comportamento caso possuísse uma fração do ativo objeto, e essa fração muda dinamicamente com o tempo.

Essa equivalência pode ser observada na figura 3, onde o valor da opção de compra é uma função do preço a vista do ativo-objeto. O segundo gráfico da figura 7 indica como o delta varia com o preço a vista. O que chama a atenção é o fato de o delta variar substancialmente com o preço a vista (e o tempo). Ao passo em que o preço a vista aumenta, a opção torna-se dentro-do-dinheiro e tem um comportamento semelhante a posição comprada na ação ($\Delta \to 1$). Conforme cai o preço a vistam a opção torna-se fora-do-dinheiro e o delta aproxima-se de zero.

O gama, mostrado no gráfico 7, é mais elevado para as opções no-dinheiro, mostrando que o delta irá variar bastante conforme os movimentos da ação. As opções bastante dentro-do-dinheiro tem gama baixo, pois, como explicado, possuem uma sensibilidade semelhante ao próprio ativo objeto. E as opções bastante fora-do-dinheiro também tem gama baixo pois seus deltas são quase zero.

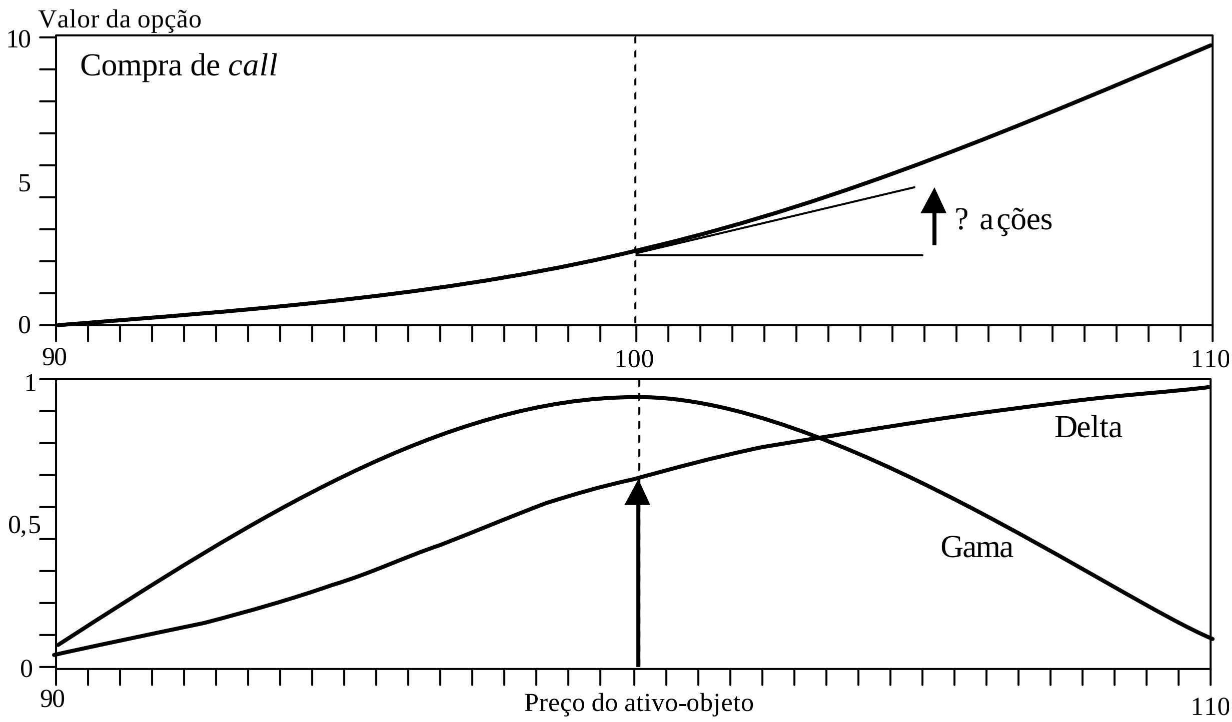

Figura 7 – Reprodução dinâmica de uma Opção de Compra.
Fonte: Adaptado de Jorion (2003, p. 133).

3.3.6 Vega

Embora o modelo Black-Scholes pressupõe que a volatilidade se mantenha constante ao longo da vida da opção, na prática ela varia com o tempo, o que significa que o valor do derivativo pode mudar em função de oscilações na volatilidade. Para uma opção européia de compra ou de venda sobre uma ação sem dividendos, o vega é dado por:

$$v = S\sqrt{t} \times N'(d_1)$$

onde d_1 é definido na equação 3.3 e $N'(x)$ é definido na equação 3.4. Portanto, o vega é uma medida de sensibilidade em relação à volatilidade. Ou seja, quando a volatilidade do ativo objeto aumenta, o preço da opção também cresce; quando a volatilidade diminui, o preço da opção também cai, independentemente de ser uma opção de compra ou venda (o vega é positivo para quem está comprado e negativo para quem está vendido). Segundo Hull (1998, p. 360), se o vega for elevado em termos absolutos, o valor da carteira ficará muito sensível a pequenas mudanças na volatilidade. Segundo Chew (1999, p. 92), a relação entre a opção e a volatilidade do ativo quase sempre é linear e independente dos níveis de preço do ativo. Normalmente esse risco está mais associado a opções de prazos mais longos, conforme explica Chew (1999, p. 92):

> A cada dia que passa, há menos tempo para que a volatilidade afete o valor da opção, de forma que o risco vega de todas as opções diminui quando elas se aproximam da data de vencimento.
> [...] Na realidade, na fórmula de precificação de Black-Scholes, a volatilidade é sempre multiplicada pela raiz quadrada do tempo. Intuitivamente, isso faz sentido – um comprador ou vendedor de uma opção só se preocupa com a volatilidade do ativo subjacente durante a vida da opção, e é a variabilidade potencial do preço que torna valorável o valor no tempo de uma opção. [...] Dessa forma, mudanças tanto no tempo quanto na volatilidade têm efeitos similares sobre o delta e o gama de uma opção.

Normalmente o risco volatilidade, ou seja, o vega, é visto como o risco de preço de uma opção “hedgeada” pois a volatilidade afeta o gerenciamento de outros riscos de opções, como delta e gama. A precisão destas duas variáveis depende de quão corretos estão os números da volatilidade, pois o delta é encontrado a partir da fórmula de preço da opção, em que a volatilidade é uma variável muito importante e o gama é encontrado a partir do delta. Então, se a volatilidade é subestimada e o preço do ativo variou mais largamente do que o previsto, a estratégia de *hedge* pelo delta exigirá constantes ajustes.

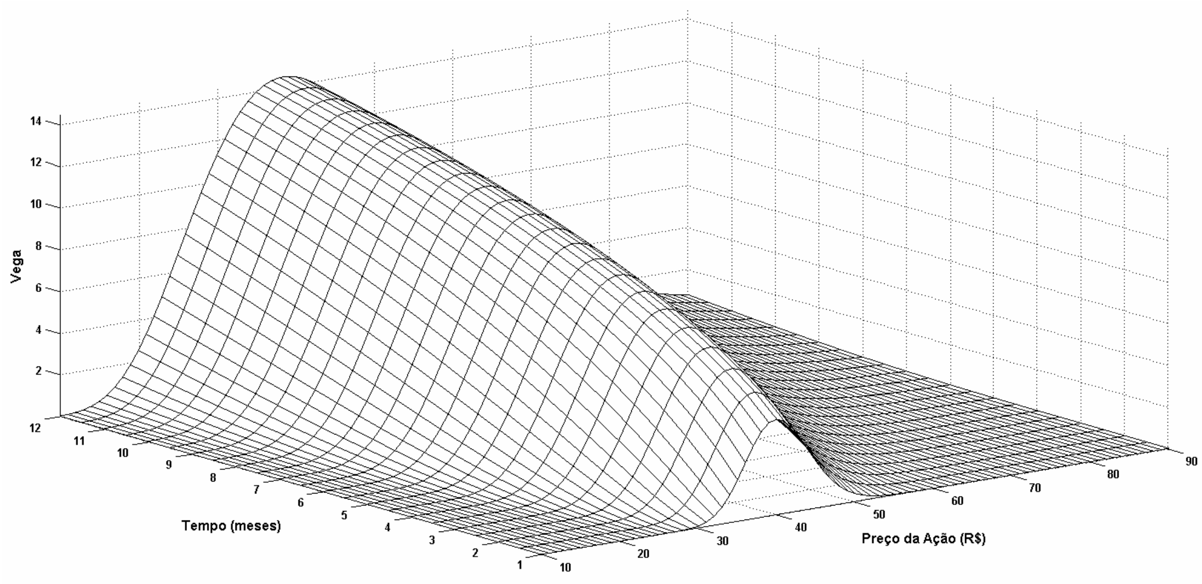

Gráfico 9 – Sensibilidade do Vega em relação ao tempo e preço da ação, *X* = 40,00.
Fonte: O autor.

3.3.7 Rô

Rô mede a sensibilidade da mudança no valor da opção em relação à taxa de juro. Para uma opção européia de compra de uma ação sem dividendos, é dado por:

$$r\hat{o} = X(t)e^{-r(t)}N(d_2)$$

O risco de taxa de juro tem uma influência menor sobre a opção do que os demais riscos. Na prática, isso é explicado pela maior facilidade de previsão e menor volatilidade, mesmo no Brasil, onde a taxa de juros tem uma influência muito maior do que em mercados desenvolvidos. Além disso, a bibliografia americana pouco aborda esse assunto devido às baixas taxas de juros de lá, e, aqui, pelo fato de a maioria das opções terem uma vida curta, sofrendo pouco efeito do custo de oportunidade. Isso pode ser verificado no gráfico 10, onde se percebe claramente a sensibilidade do rô quanto mais tempo falta para o vencimento. Por isso, em um cenário de taxas de juros estáveis e, ainda mais, trabalhando-se com opções de prazo curto (por exemplo um ou dois meses), o efeito deste risco sobre o preço da opção é mínimo.

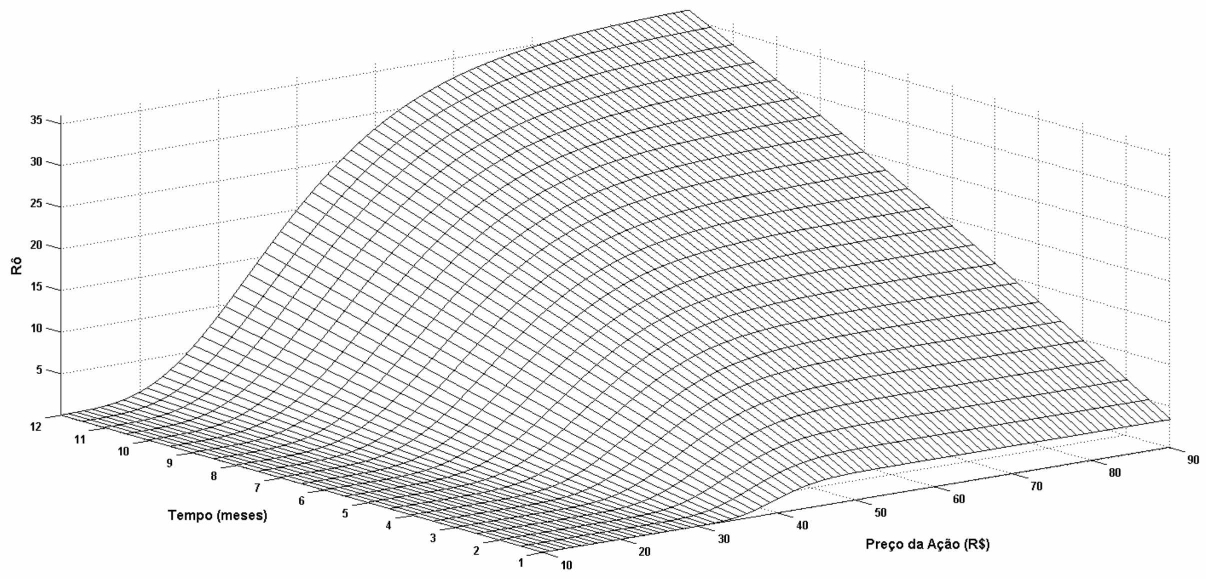

Gráfico 10 – Sensibilidade do Rô em relação ao tempo e preço da ação, *X* = 40,00.
Fonte: O autor.

3.3.8 Exemplos de operações no mercado de derivativos com a utilização das gregas

Tais operações são usadas para aproveitar-se das distorções dos preços de mercado sobre os preços teóricos das opções e são muito utilizadas no mercado financeiro, com os mais diversos instrumentos.

> As maiores vantagens de se estruturar operações são [...] a melhoria da qualidade do *hedge* e da possibilidade de se aproveitar a engenharia financeira da combinação dos diversos instrumentos de derivativos existentes e estruturá-los de modo a melhor atender as suas necessidades. A maior desvantagem é a complexidade de algumas operações estruturadas, que se não forem corretamente entendidas pelos administradores financeiros das empresas, estes poderão não enxergar todos os riscos envolvidos nas operações. (CHIEH e ROCHA, p. 55).

Duas operações bastante conhecidas são a *Front Spread* e a *Back Spread*.

3.3.8.1 Front spread

Essa operação é indicada quando o preço de mercado está acima de seu preço teórico. A estratégia é, basicamente, vender a opção que está acima de seu preço teórico e comprar a proporção do ativo-objeto que proporcione uma posição delta-neutra.

Essa posição possui gama negativo e teta positivo. Dentro do conceito de *delta-hedging*, só há ganho máximo no momento em que o delta for zero. Portanto, a posição deve ser ajustada constantemente a fim de manter essa condição. Porém, a cada nova tentativa de neutralizar a posição, uma pequena perda financeira é realizada. Em compensação, por ser uma posição positiva em teta, a passagem do tempo influenciará positivamente a posição. Assim, a passagem do tempo deve compensar, em parte ou no todo, os "custos" do rebalancamento. É bom lembrar que os custos operacionais devem ser considerados, principalmente quando são feitos rebalanceamentos muito seguidos, como, por exemplo, mais de uma vez ao dia.

3.3.8.2 Back spread

Esta é a operação contrária ao *front spread*. É feita quando o preço de mercado da opção está abaixo de seu preço teórico. Portanto, deve-se comprar as opções e vender a proporção do ativo-objeto que neutralizem o delta total. Neste caso, o gama é positivo e o teta negativo, ou seja, agora o tempo passa a cumprir a sua parte corroendo o prêmio gasto na compra da opção. Por outro lado, ao contrário do *front spread*, cada vez que é necessário ajustar a posição para que esta se mantenha delta-neutra, um pequeno ganho financeiro é realizado já que o ponto onde o delta é zerado representa o valo mínimo da posição. Incorre-se, com isso, que a qualquer alteração de preços para cima ou para baixo provoca aumento no valor da posição.

4 OBSERVAÇÕES SOBRE A APLICAÇÃO DO MODELO BLACK-SCHOLES SOBRE DADOS INTRADIÁRIOS

4.1 OS PROBLEMAS DAS DISTRIBUIÇÕES

Embora o modelo Black Scholes considera uma distribuição lognormal para o preço da ação, na prática, isso dificilmente se verifica. Conforme salienta Hull (1998, p. 546) o modelo pode precificar "erroneamente"[9] opções fora-do-dinheiro, devido, justamente, à diferença da distribuição observada em relação à lognormal.

Na figura 8, são observados diferentes comportamentos para o preço final da ação em relação à distribuição lognormal, apesar de terem a mesma média e mesmo desvio padrão para o retorno dos preços. Na situação (a), ambas as caudas são mais finas que as da distribuição lognormal; no gráfico (d), ambas são mais grossas; nos gráficos (b) e (c), uma é mais fina e outra é mais grossa.

[9] Deve se observar que a utilização do termo "erroneamente" não submete ao pressuposto de que o modelo Black Scholes deve resultar em preços iguais aos do mercado. Aqui, salienta-se um erro acima do comum na precificação da opção.

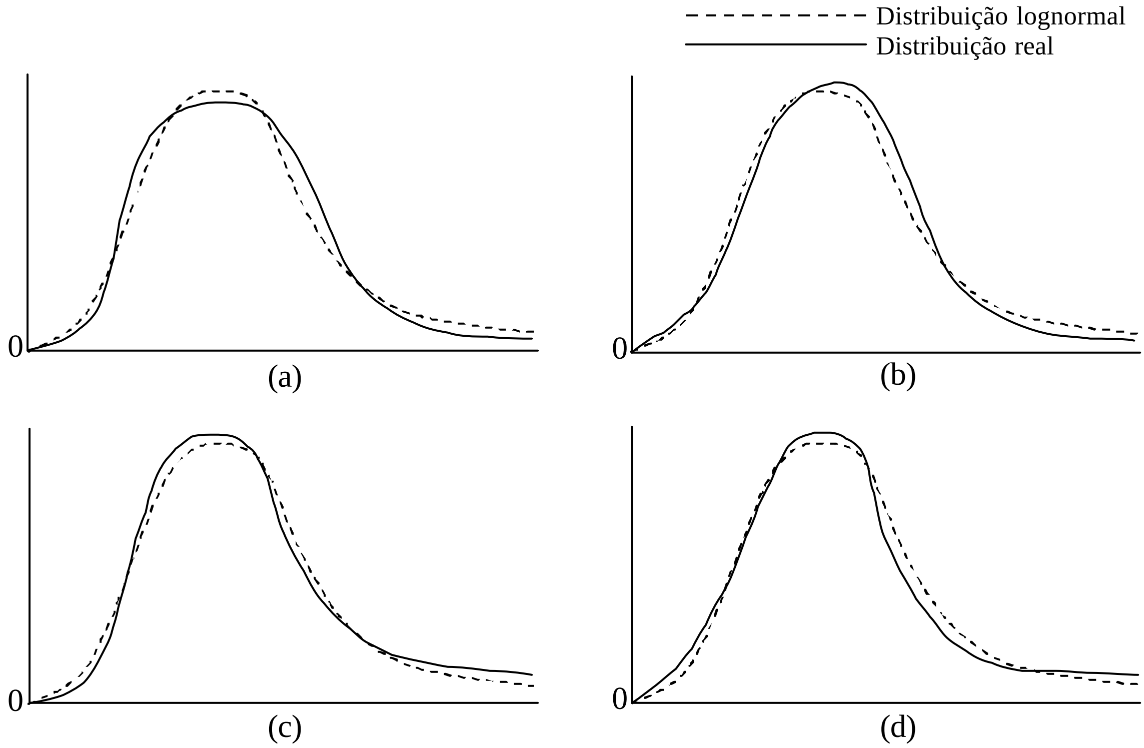

Figura 8 – Distribuições alternativas do preço final da ação.
Fonte: Adaptado de Hull (1998, p. 546).

Exemplificando, uma opção bastante fora-do-dinheiro terá valor positivo somente se houver um aumento significativo no preço da ação. Ou seja, essa mudança de valor depende da cauda direita da distribuição final do preço da ação. Quanto mais grossa ela for, maior o preço da opção. Assim, o modelo Black-Scholes poderá estabelecer preço inferior do que o observado no mercado para opções de compra fora-do-dinheiro em que a cauda direita da distribuição observada está menor do que o esperado pela distribuição lognormal.

Como a opção de venda enfrenta o mesmo problema, mas de forma contrária, ou seja, relacionado à cauda esquerda da distribuição, uma forma de atenuar este problema seria utilizar as paridades entre opções de compra e opções de venda. Essa paridade sugere que:

$$p + S = c + Xe^{-rt}$$

Onde p é a opção de venda européia, c é a opção de compra européia, S é o preço da ação, X o preço de exercício, r a taxa livre de risco e t o tempo para o vencimento.

Hull (1998, p.547) explica que “essa relação independe da distribuição final do preço da ação. Se a opção européia de compra [...] estiver fora do dinheiro, a opção de venda correspondente [...] estará dento do dinheiro, e *vice-versa*.”. Isso significa que as duas opções devem apresentar o mesmo viés de preço.

Uma alternativa para isso, seria usar modelos com volatilidade estocástica, onde o viés de preço depende da correlação entre a volatilidade e o preço do ativo. Quando essa correlação for alta, haverá uma situação semelhante ao observado no gráfico (c) da figura 8. Aqui, o modelo Black-Scholes tende a estabelecer preços inferiores para opções de compra fora-do-dinheiro e superiores para opções de venda fora-do-dinheiro. Isso é devido ao fato de que quando o preço da ação sobre, a volatilidade tende a aumentar, significando que preços muito altos são mais prováveis para a ação do que sob o movimento browniano geométrico[10]. Ao contrário, quando o preço da ação cai, a volatilidade tende a diminuir, gerando o efeito inverso.

Quando a correlação for significativamente negativa, a situação será semelhante ao gráfico (b) da figura 8. O modelo Black-Scholes estabelecerá preços superiores para as opções de compra fora-do-dinheiro e inferiores para opções de venda fora-do-dinheiro. Nesse caso, de correlação negativa, quando o preço da ação sobe, a volatilidade diminui, o que torna menos provável preços mais altos para a ação. Quando o preço da ação cai, portanto, a volatilidade aumenta, tornando mais prováveis preços realmente baixos para a ação.

Finalmente, uma correlação próxima de zero, que é a situação encontrada no gráfico (d) da figura 8, faz com que o modelo Black-Scholes estabeleça preços inferiores para as opções muito dentro e muito fora-do-dinheiro (HULL, 1998, p. 548).

Existem diversos outros modelos de volatilidade, além da estocástica, que foram desenvolvidos na década de oitenta e noventa, mas que fogem do objetivo do presente trabalho.

O quadro 2 apresenta o comportamento do preço teórico que o modelo Black-Scholes estabelece em relação às opções de compra e de venda fora e dentro do dinheiro.

Isso mostra que os possíveis erros de precificação do modelo são explicados por estas variáveis, já que os preços reais costumam não seguir uma distribuição simétrica.

[10] O Movimento Browniano Geométrico é um caso particular do Processo de Ito, geralmente utilizado para modelar preço de ações, taxas de juros, preços de produtos e outras variáveis financeiras e econômicas.

Distribuição	Características	Opção de compra fora do dinheiro	Opção de compra dentro do dinheiro	Opção de venda fora do dinheiro	Opção de venda dentro do dinheiro
		O preço teórico da opção:			
Gráfico (a)	Ambas as caudas mais finas	Aumenta	Aumenta	Aumenta	Aumenta
Gráfico (b)	Cauda esquerda mais grossa e cauda direita mais fina	Aumenta	Diminui	Diminui	Aumenta
Gráfico (c)	Cauda esquerda mais fina e cauda direita mais grossa	Diminui	Aumenta	Aumenta	Diminui
Gráfico (d)	Ambas as caudas mais grossas	Diminui	Diminui	Diminui	Diminui

Quadro 2 – Vieses correspondentes às distribuições alternativas.
Fonte: Adaptado de Hull (1998, p.548).

Com base nestes conceitos, foram realizadas simulações com os dados provenientes das cotações intradiárias, minuto-à-minuto, das diversas séries de Vale do Rio Doce e Petrobras para verificar o comportamento da distribuição destas em comparação com a distribuição lognormal.

Percebe-se fortes descompassos principalmente nas distribuições “b” e “f” do gráfico 12, das opções de Vale do Rio Doce.

Nas opções de Petrobras, no gráfico 13, as distribuições “b” e “c” também apresentam fortes discrepâncias em relação à distribuição lognormal padrão.

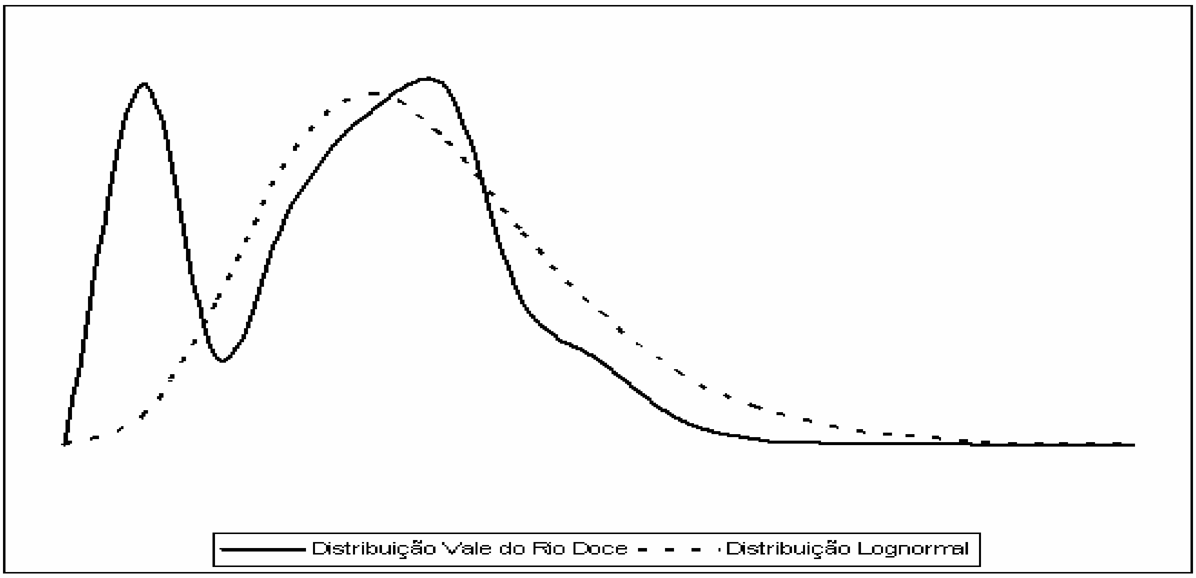

Gráfico 11 – Distribuições encontradas nas opções de Vale do Rio Doce.
Fonte: O autor.

Como pode ser observado no gráfico 11, a distribuição de Vale do Rio Doce, em comparação com a distribuição lognormal, apresenta sérias distorções, o que compromete o cálculo do preço final de uma opção. Esse é o grande desafio quando trabalha-se com o modelo Black-Scholes, ou seja, ajustá-lo de acordo com a distribuição do ativo de modo a evitar grandes distorções nos preços teóricos das opções.

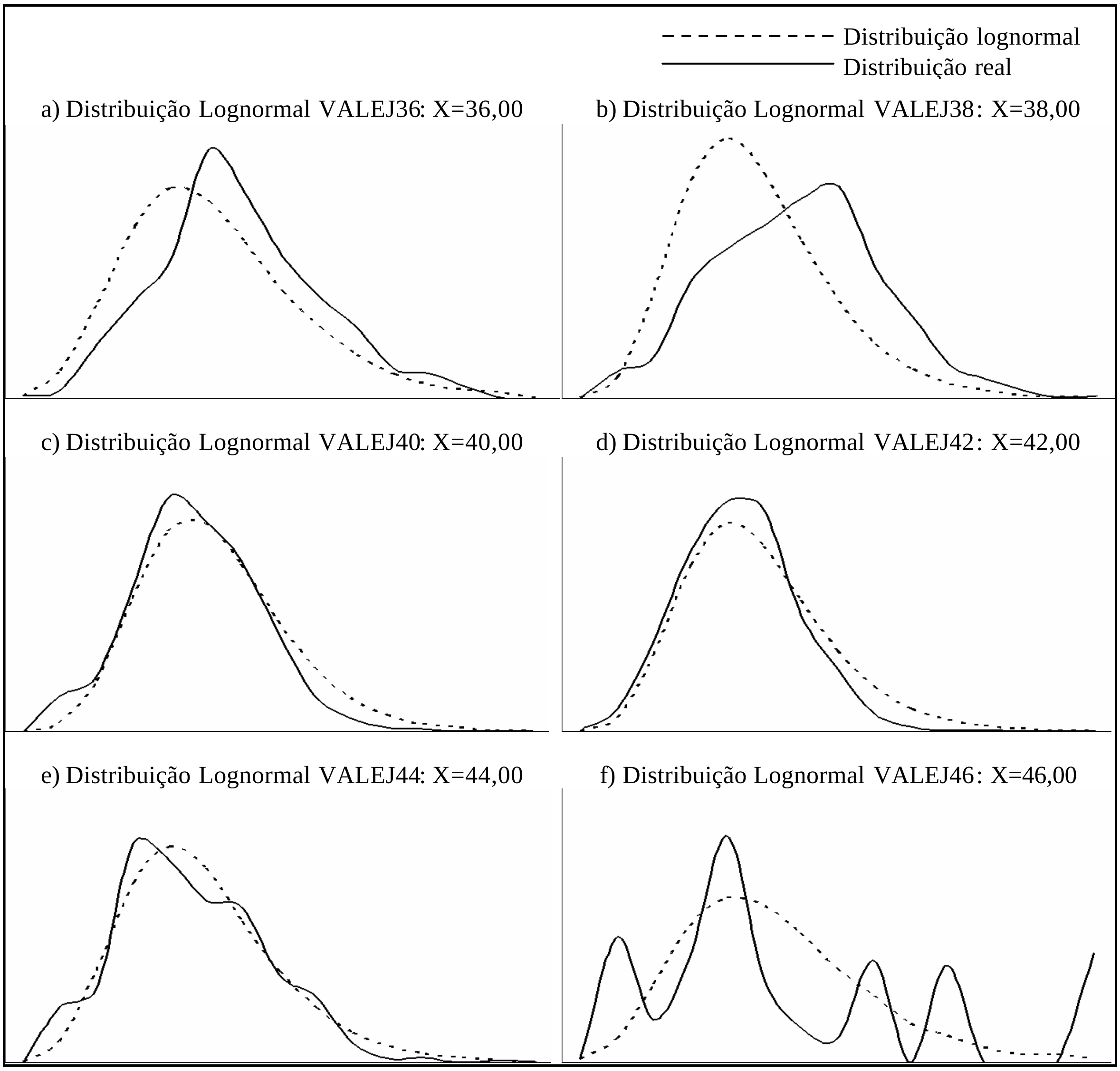

Gráfico 11 – Distribuições encontradas nas opções de Vale do Rio Doce.
Fonte: O autor.

Os gráficos 11 e 12 mostram como os preços reais de mercado se comportam frente a distribuição lognormal. Os preços podem apresentar grandes distorções, o que dificultará mais ainda o cálculo correto do preço de uma opção pelo modelo Black-Scholes, principalmente para opções fora-do-dinheiro.

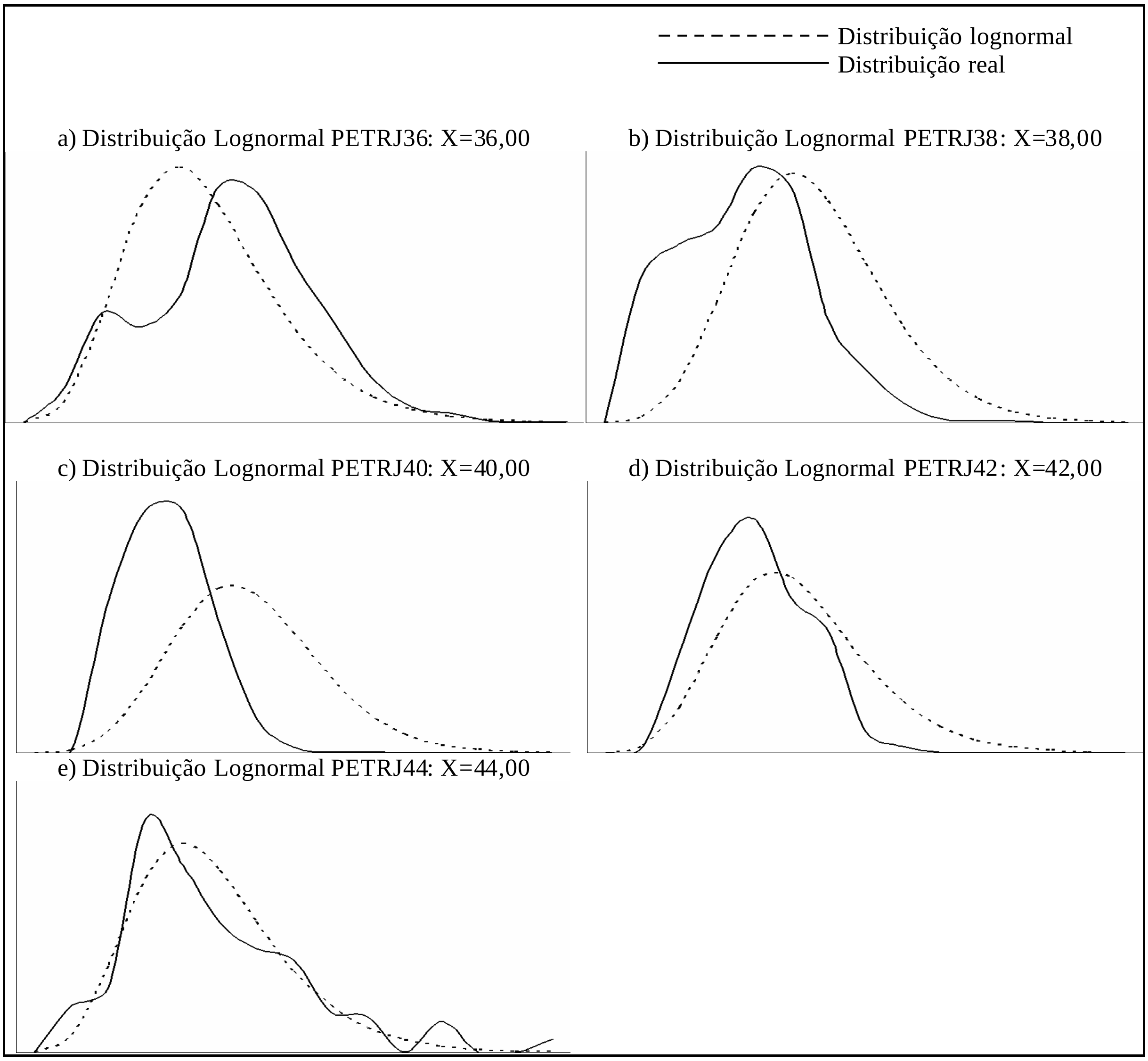

Gráfico 12 – Distribuições encontradas nas opções de Petrobras.
Fonte: O autor.

Também foram feitos testes para identificar o grau de correlação entre os retornos da ação objeto e a volatilidade implícita (VI) de cada série de opção. Ou seja, se o retorno da ação aumenta e o nível de volatilidade implícita também aumenta (o retorno da volatilidade implícita), a correlação será positiva; se o retorno da ação diminui e a volatilidade implícita também diminui, a correlação será negativa.

4.2 CORRELAÇÕES ENTRE RETORNOS DA AÇÃO E VOLATILIDADE IMPLÍCITA

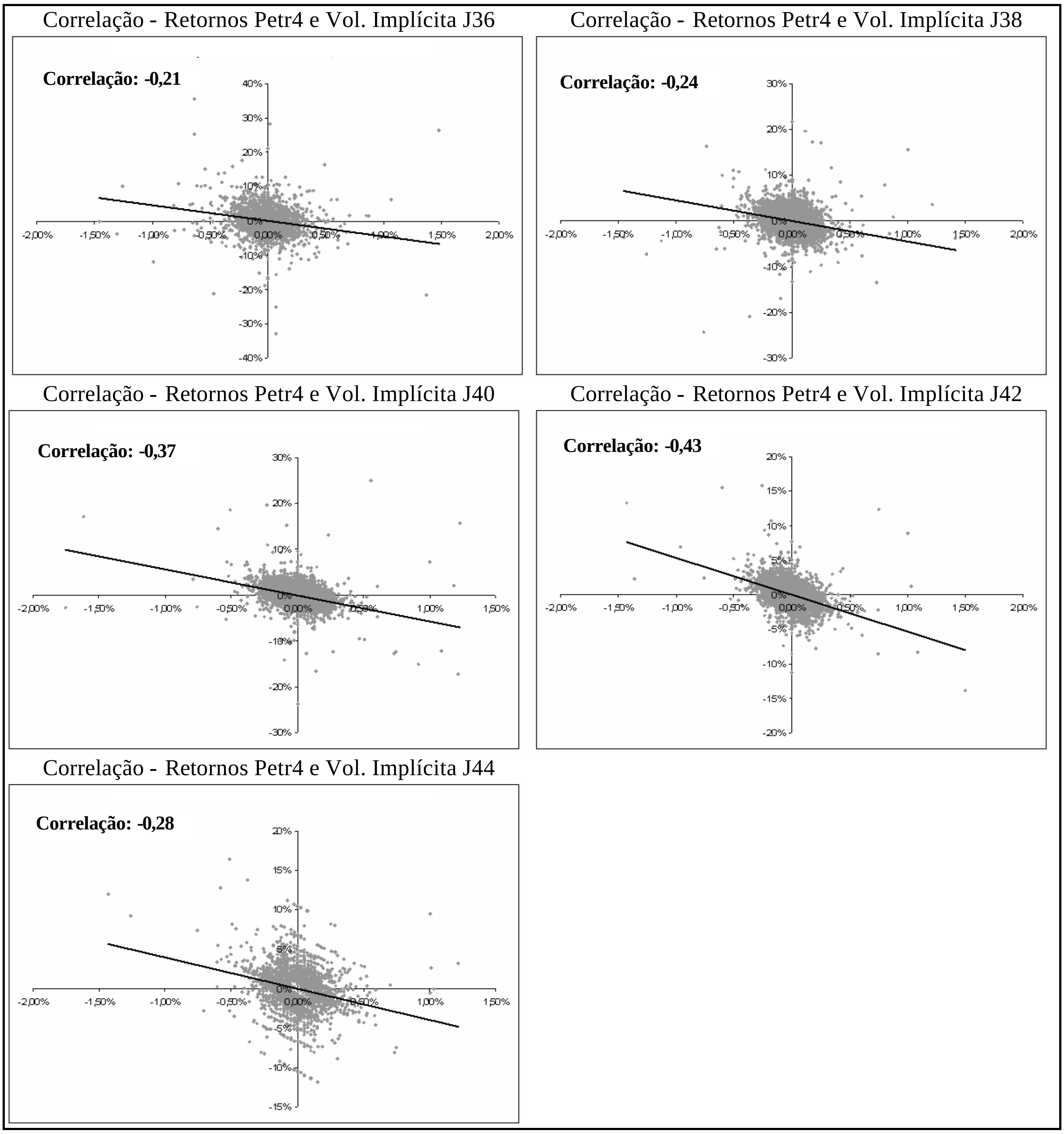

Gráfico 13 – Correlação entre retorno e VI das opções de Petrobras.
Fonte: O autor.

Nos gráficos 13 e 14, percebe-se a correlação negativa entre o retorno da ação e a volatilidade implícita da opção, tanto para Petrobras quanto para Vale do Rio Doce. Essa correlação negativa está de acordo com o que foi explicado no item 4.1 e sugere que, neste caso, o modelo Black-Scholes tende a estabelecer preços mais altos para opções fora-do-dinheiro, conforme pode ser comprovado nos gráficos 15 a 20. Os preços teóricos foram calculados tomando como base uma volatilidade composta pela volatilidade implícita ponderada por um peso de 10% para a volatilidade implícita da opção dentro-do-dinheiro, 80% para a opção no-dinheiro e 10% para a opção fora-do-dinheiro.

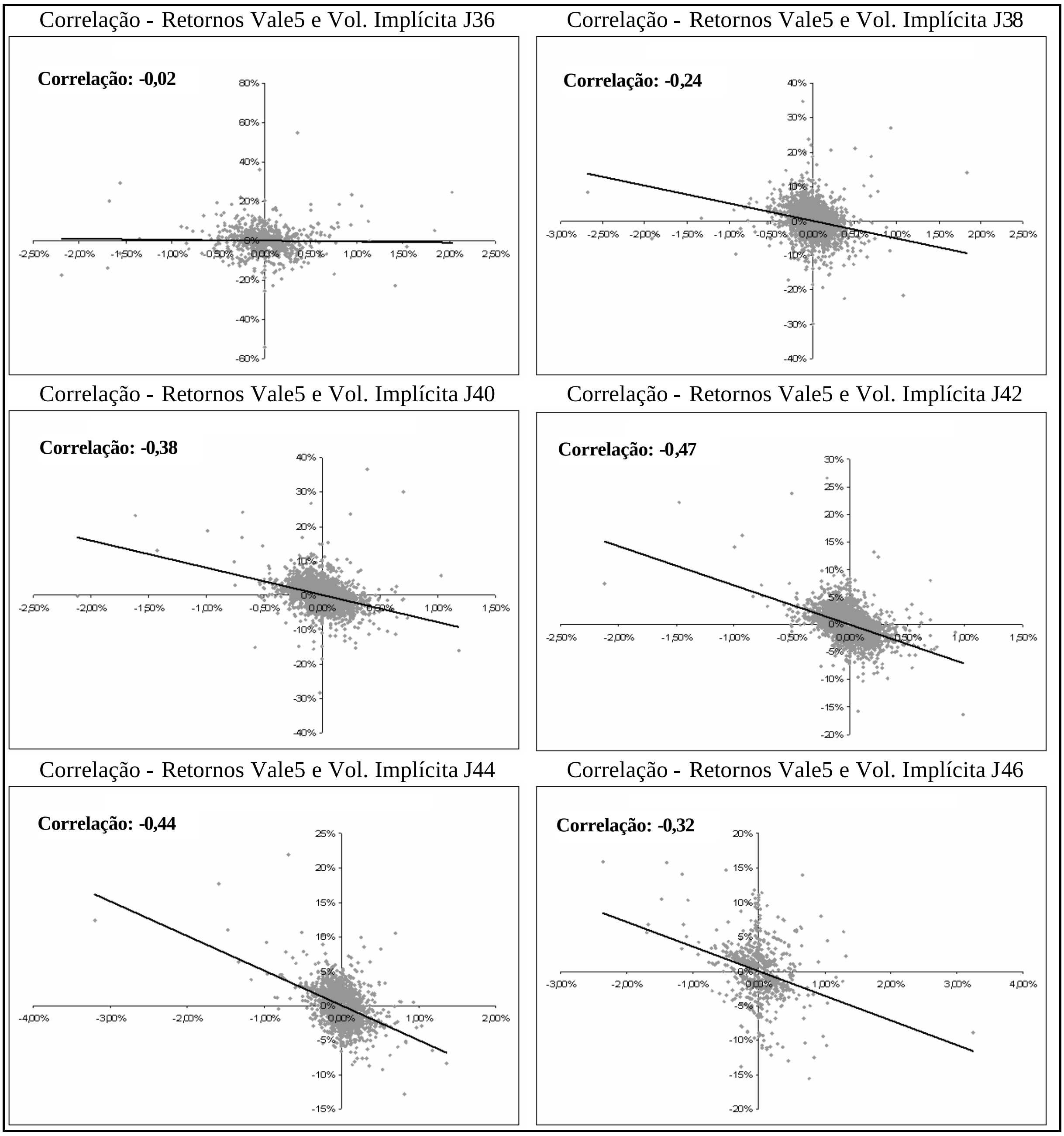

Gráfico 14 – Correlação entre retorno e VI das opções de Vale do Rio Doce.
Fonte: O autor.

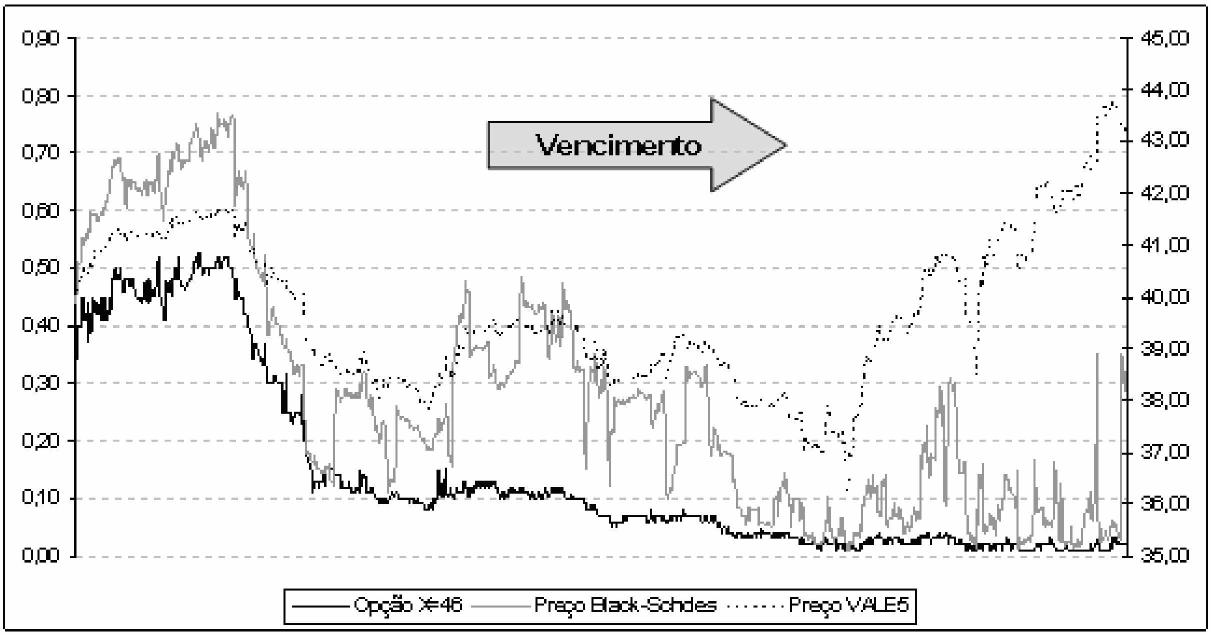

Gráfico 15 – Preço Black-Scholes comparado ao preço de mercado, X=46,00.
Fonte: O autor.

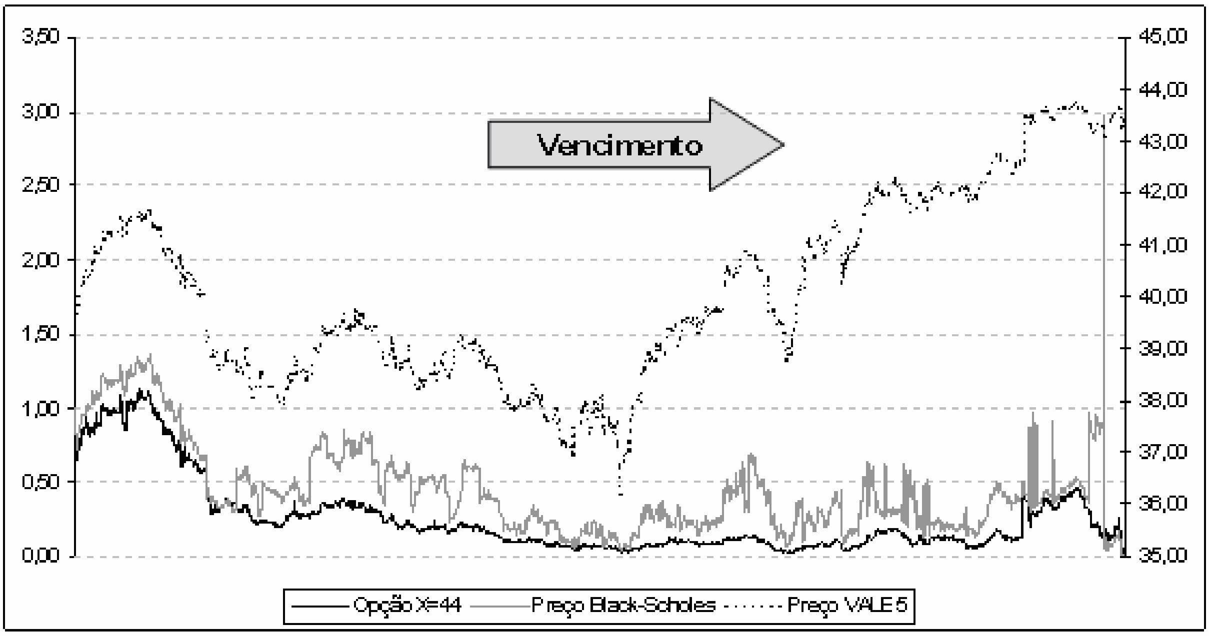

Gráfico 16 – Preço Black-Scholes comparado ao preço de mercado, X=44,00.
Fonte: O autor.

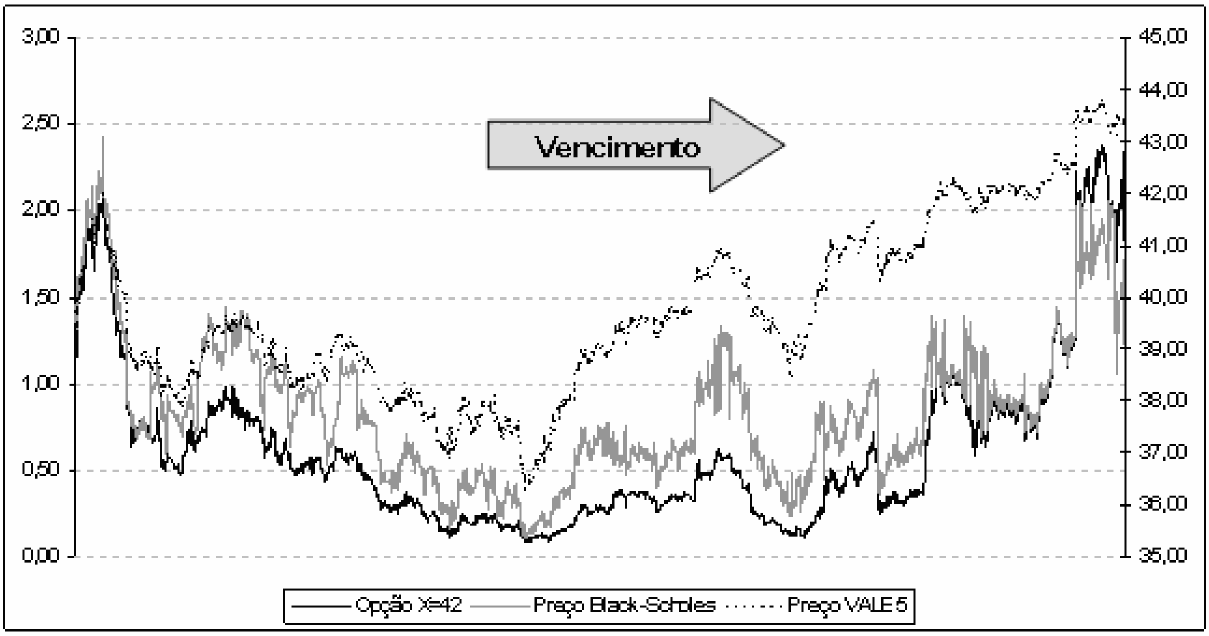

Gráfico 17 – Preço Black-Scholes comparado ao preço de mercado, X=42,00.
Fonte: O autor.

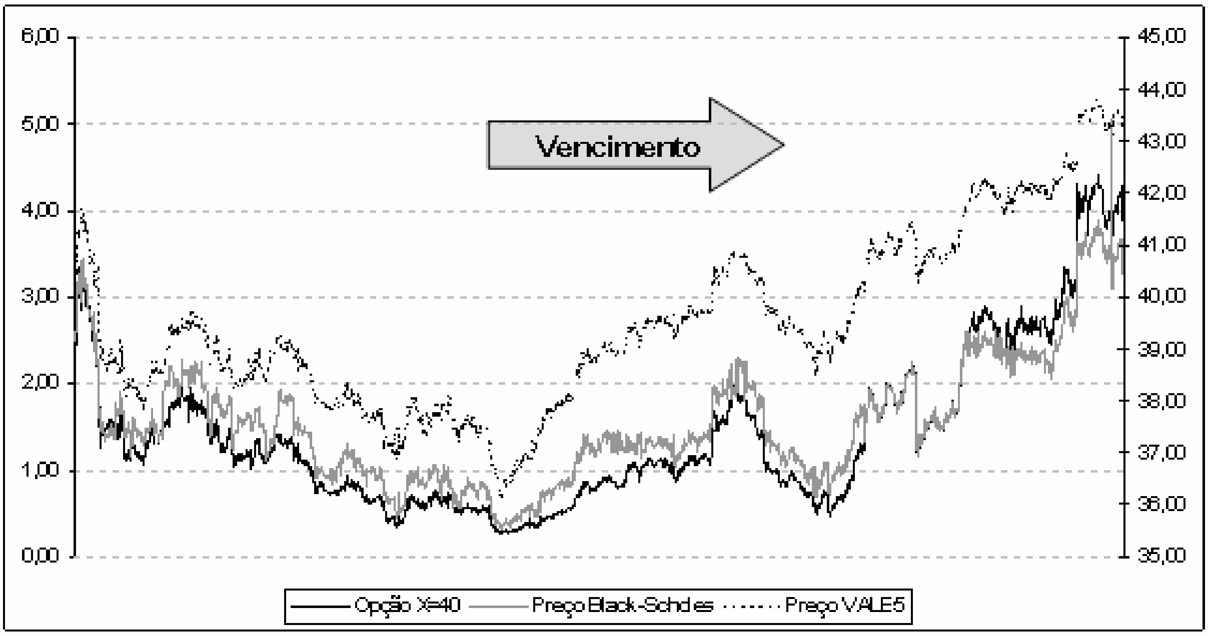

Gráfico 18 – Preço Black-Scholes comparado ao preço de mercado, X=40,00.
Fonte: O autor.

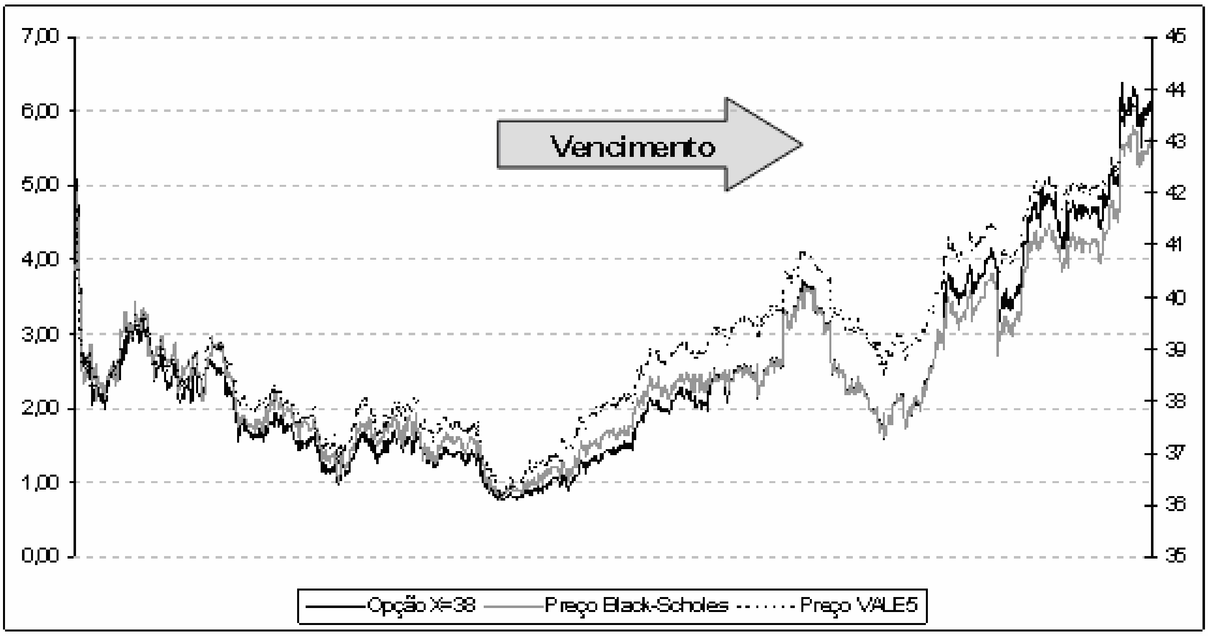

Gráfico 19 – Preço Black-Scholes comparado ao preço de mercado, X=38,00.
Fonte: O autor.

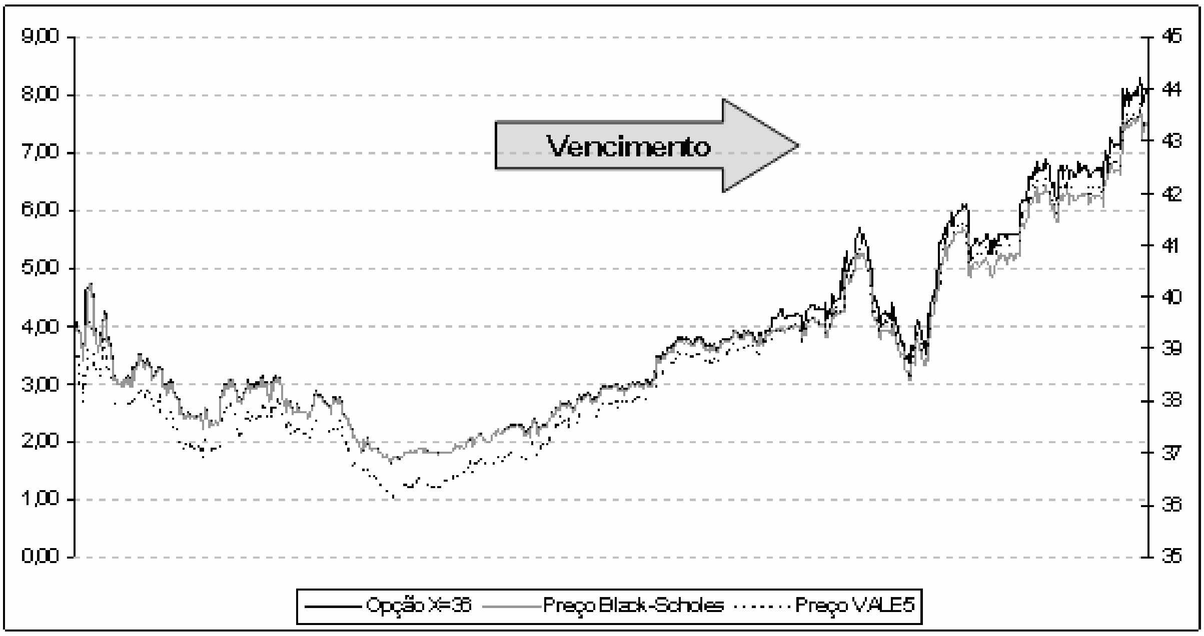

Gráfico 20 – Preço Black-Scholes comparado ao preço de mercado, X=36,00.
Fonte: O autor.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A complexidade do mercado de opções requer estratégias cada vez mais acuradas, seja no campo de gerenciamento do risco de carteiras ou nas estratégias especulativas com montagem de operações combinadas e o uso de arbitragens para minimizar o risco e maximizar o retorno.

O uso de dados intradiários com intervalos de apenas 1 minuto possibilitou explorar com mais eficácia as propriedades que envolvem o preço de uma opção. Esse tipo de informação é extremamente útil para estratégias de *hedge* dinâmico, por exemplo, onde o tempo da operação pode ser responsável pelo lucro ou prejuízo final.

Este estudo buscou não um teste de eficácia do modelo Black-Scholes, mas sim como suas diversas variáveis, dentre as quais destaca-se a volatilidade, comportam-se em um cenário intradiário com grande volume de dados.

Os testes de correlações entre retornos da ação e a volatilidade implícita das opções é útil para ajustar modelos quantitativos com o objetivo de aprimorar o cálculo do preço teórico de uma opção, principalmente quando se está montando operações combinadas com o uso de opções bastante fora-do-dinheiro, pois são as que sofrem as maiores distorções.

O conhecimento de todas as "gregas" das opções traz informações valiosas sobre como a opções se comporta com a mudança de diversas variáveis, como preço do ativo, volatilidade, taxa de juros, tempo, etc. O *trader* pode prever com antecedência como os preços devem se comportar com a mudança brusca de algumas destas variáveis, por exemplo, trazendo maior segurança para suas estratégias.

Por fim, o conhecimento das distribuições encontradas nas opções é útil para determinar e/ou explicar possíveis erros de precificação do modelo Black-Scholes, pois é possível ajustar os cálculos de acordo com a distribuição encontrada, sendo que isso serve de sugestão para futuros estudos na área do modelo Black-Scholes utilizando dados intradiários.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BLACK, Fischer; SCHOLES, Myron. ***The pricing of options and corporate liabilities.*** *Journal of Political Economy*, n. 81, 1973;

CHEW, Lilian. **Gerenciando os Riscos de Derivativos**: O Uso e o Abuso da Alavancagem. 1ª ed., Rio de Janeiro: Qualitymark, 1999;

GITMAN, Lawrence J. **Princípios de Administração Financeira**, 7ª ed. São Paulo, Harbra, 2002;

HULL, John C. **Opções, futuros e outros derivativos**. 3ª ed., São Paulo: BM&F, 1998;

J.P. Morgan. ***RiskMetrics™ - Technical Document***. 4ª ed., New York: Morgan Guarantu Trust Company, 1996, Disponível em: <www.riskmetrics.com>. Acesso em: Set/06;

JÚNIOR, Antonio M. D. **Uma estratégia dinâmica para o *hedge* ótimo de opções exóticas no Mercado Financeiro Brasileiro**. FinanceLab Working Paper, Ibmec, 2000;

MINA, Jorge; XIAO, Jerry Yi. ***Return to RiskMetrics™: The Evolution of a Standard. Riskmetrics Group***. *New York, 2001;*

NETO, Lauro de Araújo Silva. **Opções: Do Tradicional ao Exótico**. 2ª ed., São Paulo: Atlas, 1996;

TOMPKINS, Robert G. ***Options Analysis**: Revised edition*. Chicago, Illinois: Probus Publishing, 1994;

VARGA, Gyorgy. **Gerência de risco de uma carteira de derivativos**. Resenha BM&F n. 120. São Paulo, 1996.

PEREIRA, Pedro Luiz Valls. **Estimação de Volatilidades**. RiskTech. Disponível em <www.risktech.com.br>. Acesso em: Out/06;

BURNS, Mary Ann. **Dez conceitos errados sobre fundos de *hedge***. BM&F Bolsa de Mercadorias & Futuros. Artigos técnicos. São Paulo: s/d.

CHANCE, Don. ***The volatility smile.*** Financial Engineering News – Teaching Notes – May/June 2004. Disponível em: <www.fenews.com/fen37/teach_notes/teaching_notes.htm>. Acesso em Nov/06;

FORTUNA, Eduardo. **Mercado Financeiro**: Produtos e Serviços, 15ª ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2002;

LOZARDO, Ernesto. **Derivativos no Brasil**: fundamentos e práticas. São Paulo: Fundação Getúlio Vargas, 1998.

SHARPE, Willian F; ALEXANDER, Gordon J. BAILEY, Jeffery V. **Investments**. New Jersey: Prentice Hall, 1995.

SHARPE, William. ***Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk***, Journal of Finance, XIX, 1964;

SOUZA, Luiz Álvares Rezende. **Definição de valor em risco (*value at risk*).** Disponível em: <www.risktech.com.br>. Acesso em: Out/06.

OLIVEIRA, Gustavo Aleixa. **Informação implícita em prêmios de opções**. Dissertação de Mestrado. São Paulo, FEA/USP, 2000.

JACKWERTH, J. ***Recovering risk aversion from option prices and realized returns.*** 1996. UC Berkeley Haas School of Business Working Paper.

REIMÃO, Ana E. N. **Cobertura de Risco Cambial**. Dissertação de Mestrado. Unicamp, 2001.

CHIEH, Wang Hsin; ROCHA, Keyler Carvalho. **Operações estruturadas com uso de derivativos**. Trabalho de conclusão de curso. Universidade de São Paulo. Disponível em <www.ead.fea.usp.br>. Acesso em Set/06.

GASPAR, Raquel M. M. **Sobre o efeito da correlação entre rendibilidade e volatilidade do activo subjacente na valorização de opções**: Aplicação aos mercados accionistas europeu e norte-americano. 2001. Mestrado em Matemática Aplicada à Economia e Gestão. Instituto Superior de Economia e Gestão. Universidade Técnica de Lisboa. Disponível em <www.hhs.se/NR/rdonlyres/>. Acesso em Nov/06.

JORION, Philippe. ***Value at Risk.*** A nova fonte de referência para o controle do risco de mercado. 5. ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2003;